

Marcos Vinicius Matsuo

**ESTUDO SOBRE O DESCASAMENTO DE FREQUÊNCIA EM  
SISTEMAS DE CONTROLE ATIVO DE RUÍDO PARA RUÍDOS  
DE BANDA ESTREITA**

Dissertação submetida ao Programa de  
Pós-Graduação em Engenharia Elétrica  
da Universidade Federal de Santa  
Catarina para a obtenção do Grau de  
Mestre em Engenharia Elétrica.  
Orientador: Prof. Dr. Rui Seara

Florianópolis  
2012

Ficha de identificação da obra elaborada pelo autor,  
através do Programa de Geração Automática da Biblioteca Universitária  
da UFSC.

Matsuo, Marcos Vinicius

Estudo sobre o Descasamento de Frequência em Sistemas de Controle Ativo de Ruído para Ruídos de Banda Estreita [dissertação] / Marcos Vinicius Matsuo ; orientador, Rui Seara - Florianópolis, SC, 2012.

131 p. ; 21cm

Dissertação (mestrado) - Universidade Federal de Santa Catarina, Centro Tecnológico. Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica.

Inclui referências

1. Engenharia Elétrica. 2. Controle Ativo de Ruído. 3. Descasamento de Frequência. 4. Ruído de Banda Estreita. 5. Filtragem Adaptativa. I. Seara, Rui. II. Universidade Federal de Santa Catarina. Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica. III. Título.





Este trabalho é dedicado à minha  
família.



## **AGRADECIMENTOS**

Aos meus pais e às minhas irmãs, por sempre me apoiarem em minhas decisões.

Ao professor Rui Seara, pela amizade, motivação e orientação.

Ao professor Eduardo Luiz Ortiz Batista, pelo auxílio prestado na revisão prévia deste trabalho.

Aos professores membros da banca examinadora, por suas contribuições para o aprimoramento deste trabalho.

Ao Elton e ao Walter pelo grande apoio à realização deste trabalho e agradáveis conversas a respeito dos mais diversos assuntos.

Aos amigos Eduardo Kuhn, Eduardo Beck e Fábio Perez pelas valiosas conversas e pelo apoio no decorrer desses dois últimos anos.

A todos os amigos do LINSE pela prazerosa convivência diária. Para registrar um muito obrigado a Augusto, Bernardo, Calisto, Ciro, Douglas, Feijão, Gil, Guilherme, João, Mariane, Neco, Nonato, Sandra, Sidnei e Simone.

A CAPES, pelo apoio financeiro e ao LINSE pela estrutura fornecida para a realização deste trabalho.



## RESUMO

Esta dissertação discute um problema inerente aos sistemas de controle ativo de ruído (*active noise control* – ANC) de topologia *feedforward* que visam atenuar exclusivamente ruídos acústicos de banda estreita (ruídos tonais). Nesse tipo de sistema, sensores de referência não acústicos (tacômetros, sensores ópticos, dentre outros) são utilizados para medir a frequência fundamental do ruído primário. Tal medida é utilizada para sintetizar sinais de referência senoidais que são processados por controladores adaptativos, os quais são responsáveis pela geração de um sinal de antirruído. Esse sinal, através de um transdutor, é inserido no domínio acústico visando se obter o cancelamento do ruído primário. Para essa classe de sistema de ANC é observada uma forte degradação de desempenho quando os sinais de referência são gerados com frequências distintas daquelas que compõem o ruído primário. Tal problema, comumente denominado descasamento de frequência, é o objeto principal dos estudos deste trabalho de pesquisa. Nesse contexto, os principais sistemas de ANC robustos ao problema de descasamento de frequência, encontrados na literatura, são estudados, culminando na proposta de um novo sistema com baixa sensibilidade a tal descasamento. Resultados de simulação atestam que o sistema proposto apresenta muito bom desempenho, especialmente quando o ruído a ser cancelado é não estacionário e o seu componente fundamental é o de maior potência.

**Palavras-chave:** Controle ativo de ruído. Descasamento de frequência. Ruído de banda estreita.



## ABSTRACT

This dissertation presents an inherent problem of narrowband feedforward active noise control (ANC) systems. In this class of systems, nonacoustic reference sensors (tachometers, optic sensors, among others) are used to measure the fundamental frequency of the primary noise. The obtained measurement is used to synthesize sinusoidal reference signals that are processed by adaptive controllers, which are responsible for generating the antinoise signal. The antinoise is inserted into the acoustic environment by using a transducer, aiming to cancel the primary noise. In this class of ANC systems, a strong performance degradation is observed when the reference signals are synthesized with different frequencies of those that compose the primary noise. This problem, usually called frequency mismatch, is the main topic of study in this research work. In this context, the main ANC systems robust to frequency mismatch from the literature are discussed as well as a new system exhibiting low sensibility to the frequency mismatch is proposed. Simulation results attest very good performance of the proposed system, particularly in scenarios in which the primary noise is nonstationary and its fundamental component has larger power.

**Keywords:** Active noise control. Frequency mismatch. Narrowband noise.



## LISTA DE FIGURAS

Figura 1.1. Diagrama do sistema de ANC proposto por Lueg em 1936 (adaptado de [7]).	24
Figura 1.2. Sistema de ANC proposto por Olson e May (adaptado de [8]).	24
Figura 1.3. Diagrama de um sistema de ANC <i>feedforward</i> com sensor de referência acústico (adaptado de [1]).	27
Figura 1.4. Diagrama de um sistema de ANC <i>feedforward</i> com sensor de referência não acústico (adaptado de [1]).	28
Figura 1.5. Diagrama de um sistema de ANC com topologia <i>feedback</i> (adaptado de [1]).	28
Figura 1.6. Diagrama de um sistema de ANC com topologia mista (adaptado de [1]).	29
Figura 2.1. Diagrama de um sistema de ANC de topologia <i>feedforward</i> com sensor de referência não acústico (adaptado de [1]).	32
Figura 2.2. Diagrama de blocos de um sistema de ANC para ruídos de banda estreita (adaptado de [1]).	33
Figura 2.3. Diagrama de blocos simplificado de um sistema de ANC para ruídos de banda estreita (adaptado de [1]).	34
Figura 2.4. Diagrama de blocos de um sistema de ANC utilizando o algoritmo FxLMS (adaptado de [1]).	37
Figura 2.5. Diagrama de um sistema de cancelamento adaptativo de ruído (adaptado de [32]).	38
Figura 2.6. Diagrama de um sistema de cancelamento adaptativo de ruído para ruídos de banda estreita (adaptado de [32]).	40
Figura 2.7. Diagrama de blocos do sistema de ANC para ruído de banda estreita proposto em [31].	43
Figura 2.8. Sistema de ANC com filtro rejeita-faixa adaptativo operando com o algoritmo FxLMS (adaptado de [1]).	44
Figura 2.9. Sistema de ANC multi-frequência, detalhando o $q$ -ésimo canal.	47

Figura 2.10. Curvas do nível de redução do ruído em função do passo de adaptação e do desvio na frequência dos sinais de referência. (Linha sólida escura) curva teórica para $\mu = 3$ . (Linha sólida cinza escura) curva teórica para $\mu = 0,5$ . (Linha sólida cinza clara) curva teórica para $\mu = 0,1$ . (Quadrado escuro) simulação para $\mu = 3$ . (Losango cinza escuro) simulação para $\mu = 0,5$ . (Círculo cinza claro) simulação para $\mu = 0,1$ .	52
Figura 2.11. Níveis de atenuação do sistema de ANC. (Linha irregular escura) sistema de ANC operando no cenário no qual a frequência do ruído primário é medida sem erro. (Linha irregular cinza) sistema de ANC operando na presença de descasamento de frequência.	54
Figura 3.1. Diagrama de blocos do sistema de ANC básico adotado nos trabalhos de Xiao <i>et al.</i> (adaptado de [38], [39] e [40]).	56
Figura 3.2. Diagrama de blocos do sistema de Xiao que opera com algoritmo FxLMS.	59
Figura 3.3. Diagrama de blocos do sistema de Jeon (adaptado de [42]).	64
Figura 3.4. Estrutura utilizada para geração do sinal complexo $\hat{d}_C(n)$ a partir do ruído estimado $\hat{d}(n)$ (adaptado de [43]).	67
Figura 3.5. Espectro MVDR de um sinal senoidal complexo.	70
Figura 3.6. Diagrama de blocos do sistema de ANC proposto.	74
Figura 3.7. Frequência estimada através de (3.61) utilizando uma janela de dimensão $L = 5$ . (Linha pontilhada escura) frequência real. (Linha irregular cinza) frequência estimada.	83
Figura 3.8. Frequência estimada através de (3.61) utilizando uma janela de dimensão $L = 100$ . (Linha pontilhada escura) frequência real. (Linha irregular cinza) frequência estimada.	83
Figura 3.9. Frequência $\hat{\omega}_{d,1}(n)$ computada pelo estimador de frequência (3.70) operando com janela de observação de dimensão variável. (Linha pontilhada escura) frequência real. (Linha irregular cinza) frequência estimada.	88

Figura 3.10. Tamanho da janela de observação em cada instante de tempo.....	88
Figura 4.1. Magnitude da resposta em frequência do caminho secundário e de sua estimativa. (Linha sólida cinza) caminho secundário dado em [1]. (Linha pontilhada escura) caminho secundário estimado.....	91
Figura 4.2. Exemplo 01. Níveis de atenuação atingidos pelo sistema convencional. (Linha irregular escura) sistema convencional operando no cenário em que a frequência do componente senoidal de $d(n)$ é medida de forma exata. (Linha irregular cinza) sistema convencional operando na situação em que a frequência é medida com um erro de $-5\%$ .....	93
Figura 4.3. Exemplo 01. Níveis de atenuação do ruído indesejado obtidos pelos sistemas de Xiao. (Linha irregular escura) sistema de Xiao operando com algoritmo FxLMS. (Linha irregular cinza) sistema de Xiao operando com algoritmo FxRLS.....	94
Figura 4.4. Exemplo 01. Níveis de atenuação do ruído indesejado obtidos pelo sistema de Jeon e pelo sistema proposto. (Linha irregular escura) sistema de Jeon. (Linha irregular cinza) sistema proposto.....	95
Figura 4.5. Exemplo 01. Frequências estimadas nos sistemas de Xiao. (Linha tracejada cinza) frequência nominal. (Linha irregular cinza) frequência estimada no sistema de Xiao operando com algoritmo FxLMS. (Linha irregular escura) frequência estimada no sistema de Xiao operando com algoritmo FxRLS.....	95
Figura 4.6. Exemplo 01. Frequências estimadas no sistema de Jeon e no sistema de ANC proposto. (Linha tracejada cinza) frequência nominal. (Linha irregular cinza) frequência estimada no sistema de Jeon. (Linha irregular escura) frequência estimada no sistema proposto.....	96
Figura 4.7. Exemplo 02. Características de amplitude e de frequência do componente senoidal do ruído indesejado $d(n)$ . (Linha sólida escura) frequência do componente senoidal do ruído $d(n)$ . (Linha pontilhada escura) amplitude.....	98
Figura 4.8. Exemplo 02. Níveis de atenuação do ruído indesejado obtidos pelos sistemas de ANC convencional. (Linha irregular	

escura) sistema convencional operando no cenário em que a frequência do componente senoidal de $d(n)$ é medida isenta de erro. (Linha irregular cinza) sistema convencional operando na situação em que a frequência é medida com erro de $-5\%$ .....	99
Figura 4.9. Exemplo 02. Níveis de atenuação do ruído indesejado obtidos pelos sistemas de Xiao. (Linha irregular escura) sistema de Xiao operando com algoritmo FxLMS. (Linha irregular cinza) sistema de Xiao operando com algoritmo FxRLS. ....	100
Figura 4.10. Exemplo 02. Níveis de atenuação alcançados pelo sistema de Jeon e pelo sistema proposto. (Linha irregular escura) sistema de Jeon. (Linha irregular cinza) sistema proposto.....	101
Figura 4.11. Exemplo 02. Frequências estimadas na região do início da transição da frequência $f_d(n)$ . ....	102
Figura 4.12. Exemplo 02. Frequências estimadas na região do final da transição da frequência $f_d(n)$ . ....	102
Figura 4.13. Exemplo 03. Níveis de atenuação do ruído indesejado alcançados pelo sistema convencional. (Linha irregular escura) sistema convencional operando no cenário em que a frequência do componente senoidal de $d(n)$ é isenta de erro. (Linha sólida cinza) sistema convencional operando na situação em que a frequência é medida com erro de $-5\%$ . ....	105
Figura 4.14. Exemplo 03. Níveis de atenuação do ruído indesejado obtidos pelos sistemas de Xiao. (Linha irregular escura) sistema de Xiao operando com algoritmo FxLMS. (Linha irregular cinza) sistema de Xiao operando com algoritmo FxRLS. ....	105
Figura 4.15. Exemplo 03. Níveis de atenuação obtidos pelo sistema de Jeon e pelo sistema proposto. (Linha irregular escura) sistema de Jeon. (Linha irregular cinza) sistema proposto.....	106
Figura 4.16. Exemplo 04. Níveis de atenuação obtidos pelos sistemas de Xiao. (Linha irregular escura) sistema de Xiao operando com algoritmo FxLMS. (Linha irregular cinza) sistema de Xiao operando com algoritmo FxRLS. ....	108
Figura 4.17. Exemplo 04. Níveis de atenuação obtidos pelo sistema de Jeon e pelo sistema proposto. (Linha irregular escura) sistema de Jeon. (Linha irregular cinza) sistema proposto.....	109

Figura 4.18. Exemplo 05. Característica da frequência do componente senoidal fundamental do ruído $d(n)$ .....	111
Figura 4.19. Exemplo 05. Característica das amplitudes dos componentes senoidais do ruído $d(n)$ . .....	111
Figura 4.20. Exemplo 05. Níveis de atenuação obtidos pelos sistemas de Xiao. (Linha irregular escura) sistema de Xiao operando com algoritmo FxLMS. (Linha irregular cinza) sistema de Xiao operando com algoritmo FxRLS.....	112
Figura 4.21. Exemplo 05. Níveis de atenuação obtidos pelo sistema de Jeon e pelo sistema proposto. (Linha irregular escura) sistema de Jeon. (Linha irregular cinza) sistema proposto.....	113



## LISTA DE TABELAS

Tabela 1 – Complexidade computacional do sistema da Figura 3.2 .....	60
Tabela 2 – Complexidade computacional do sistema de Xiao operando com o algoritmo FxRLS .....	62
Tabela 3 – Complexidade computacional do sistema de Jeon .....	73
Tabela 4 – Complexidade computacional do sistema de ANC proposto.....	89
Tabela 5 – Complexidade computacional dos sistemas de ANC robustos ao descasamento de frequência avaliados no Exemplo 01 .....	97
Tabela 6 – Complexidade computacional dos sistemas de ANC avaliados no Exemplo 03 .....	107



## SUMÁRIO

<b>1</b>	<b>Introdução.....</b>	<b>23</b>
1.1	Histórico do desenvolvimento dos sistemas de ANC .....	23
1.2	Aplicações dos sistemas de ANC.....	26
1.3	Classificação geral dos sistemas de ANC .....	26
1.4	Objetivos do trabalho .....	29
1.5	Organização da dissertação .....	29
<b>2</b>	<b>Sistemas de ANC com Sensor de Referência Não Acústico....</b>	<b>31</b>
2.1	Algoritmo FxLMS.....	34
2.2	Síntese do sinal de antirruído .....	37
2.2.1	Cancelamento adaptativo de ruído .....	38
2.2.2	Cancelamento ativo de ruído utilizando um filtro rejeita-faixa adaptativo .....	42
2.2.3	Sistema de ANC multi-frequência para ruído de banda estreita .....	47
2.3	Efeitos do erro na medição da frequência do ruído primário.....	49
2.4	Conclusões .....	54
<b>3</b>	<b>Sistemas de ANC Robustos ao Descasamento de Frequência .....</b>	<b>55</b>
3.1	Sistemas de Xiao.....	55
3.1.1	Sistema de Xiao operando com algoritmo FxLMS .....	58
3.1.2	Sistema de Xiao operando com algoritmo FxRLS.....	60
3.2	Sistema de Jeon.....	63
3.2.1	Cálculo do ruído estimado complexo.....	66
3.2.2	Espectro MVDR.....	68
3.2.3	Estimador de frequência baseado no espectro MVDR.....	69

3.3 Novo sistema de ANC robusto ao fenômeno de descasamento de frequência .....	73
3.3.1 Filtro passa-faixa variante no tempo .....	75
3.3.2 Estimador de frequência .....	78
3.4 Conclusões .....	90
<b>4 Resultados de Simulação Numérica .....</b>	<b>91</b>
4.1 Exemplo 01 .....	92
4.2 Exemplo 02 .....	97
4.3 Exemplo 03 .....	103
4.4 Exemplo 04 .....	107
4.5 Exemplo 05 .....	109
4.6 Conclusões .....	113
<b>5 Considerações Finais .....</b>	<b>115</b>
5.1 Sumário e discussão dos resultados.....	115
5.2 Sugestões para trabalhos futuros .....	116
<b>Apêndice A Procedimento para Síntese de Sinais Senoidais .....</b>	<b>119</b>
<b>Apêndice B Derivação de (3.63)-(3.69).....</b>	<b>121</b>
B.1 Atualização da janela com dimensão constante .....	122
B.2 Atualização da janela com dimensão aumentada.....	123
B.3 Atualização da janela com dimensão reduzida .....	124
<b>Referências Bibliográficas.....</b>	<b>127</b>

## Introdução

A manutenção da intensidade de ruídos acústicos em níveis saudáveis ao ser humano é um problema de grande relevância que tem estimulado um número significativo de trabalhos de pesquisa. As abordagens tradicionais para o controle de ruídos baseiam-se em técnicas passivas. Em tais abordagens, a redução da intensidade dos ruídos é realizada através de barreiras e silenciadores compostos de materiais que absorvem parte da energia das ondas sonoras (silenciadores resistivos), promovendo uma alta atenuação do ruído sobre uma larga faixa de frequências [1]. Entretanto, para ruídos de baixa frequência, as técnicas passivas são, em geral, ineficientes e de alto custo [1]–[4]. Isso ocorre porque a atenuação de ondas acústicas, através de métodos passivos, requer dispositivos com dimensão proporcional ao comprimento das ondas envolvidas. Assim, para atenuar ruídos de baixa frequência (que possuem comprimento de onda elevado), são necessários silenciadores de grande dimensão [2].

Os métodos de controle ativo de ruído (ANC – *active noise control*) vêm sendo considerados alternativas interessantes às técnicas passivas por permitirem a superação das deficiências das abordagens tradicionais na redução do nível de ruídos em baixas frequências. Tais métodos são baseados no princípio da interferência destrutiva, o qual estabelece que uma onda sonora pode ser cancelada por outra de igual amplitude e fase oposta [1]–[6]. Assim, os sistemas de ANC empregam dispositivos eletromecânicos ou eletroacústicos (denominados fontes secundárias) para gerar uma onda sonora, i.e., o antirruído, que cancela o ruído primário indesejado no domínio acústico [1], [3].

### 1.1 Histórico do desenvolvimento dos sistemas de ANC

O primeiro sistema de ANC, proposto em 1936 por Lueg [7], é ilustrado na Figura 1.1. Nessa figura, observa-se que o sistema de Lueg possui um microfone (M), o qual é responsável pela medição do sinal sonoro que deve ser cancelado. Esse sinal é processado pelo controlador (V), cuja função é produzir a amplificação e o atraso necessários para que o alto-falante (L) emita uma onda acústica de igual amplitude e fase oposta à onda que deve ser cancelada [4]. Apesar de conter as ideias

básicas dos atuais sistemas de ANC de topologia *feedforward* (em que alguma informação referente ao ruído é medida antes do cancelamento), o sistema proposto por Lueg não possuía aplicações práticas (na época em que foi apresentado) devido à indisponibilidade de recursos tecnológicos suficientes para a sua implementação [1].

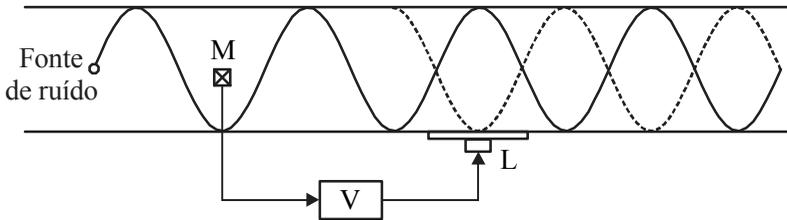


Figura 1.1. Diagrama do sistema de ANC proposto por Lueg em 1936 (adaptado de [7]).

Em 1953, Olson e May [8] propuseram um novo sistema de ANC com o objetivo de criar uma zona de silêncio em uma determinada região do espaço aberto. Na Figura 1.2, um diagrama básico de tal sistema é mostrado.

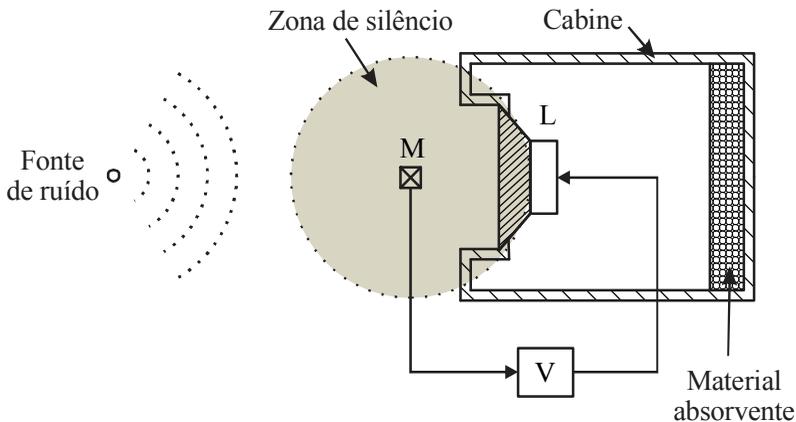


Figura 1.2. Sistema de ANC proposto por Olson e May (adaptado de [8]).

De forma similar ao sistema de Lueg, a topologia proposta por Olson e May é composta por um alto-falante (L), um controlador (V) e um microfone (M), posicionado próximo ao alto-falante. Por outro lado,

enquanto no sistema de Lueg o microfone é utilizado para medir o ruído antes de seu cancelamento, no sistema de Oslon e May o microfone é empregado para avaliar o nível de atenuação alcançado, sendo essa a única informação fornecida ao controlador para sintetizar o sinal de antirruído. A topologia proposta por Oslon e May é denominada de *feedback*.

Outro importante avanço na área de controle ativo de ruído foi apresentado por Conover no ano de 1956 [9]. Nesse trabalho, o autor propôs um sistema de ANC para a redução do ruído emitido por transformadores de alta potência. O ruído produzido por tal equipamento é constituído principalmente por componentes senoidais correlacionados com o sinal elétrico de uma linha de distribuição. Assim, no sistema de Conover, ao invés de se empregar um microfone para medir o ruído indesejado (como realizado no sistema de Lueg), o sinal de referência fornecido ao controlador é o próprio sinal elétrico da linha de distribuição. Nesse mesmo trabalho, Conover utilizou um sensor de erro (microfone) com o objetivo de medir a atenuação de ruído alcançada para que se pudesse fazer um ajuste, ainda manual, do controlador [10].

Embora o potencial de aplicação do controle ativo de ruído já estivesse demonstrado na década de 1950, a sua utilização era ainda muito restrita. Isso se deve, em parte, à necessidade de se ter um controle com alto grau de precisão para se obter uma atenuação de ruído desejada. Tal ajuste é dificilmente obtido com sistemas analógicos, particularmente quando o ambiente acústico é variante no tempo. Além disso, no controle do ruído em um espaço aberto (i.e., uma sala de grandes dimensões), os diversos microfones e alto-falantes necessários sofrem influência uns dos outros (interferência mútua). Nessa situação, é bastante difícil a obtenção de um controlador analógico ótimo. Esses aspectos limitavam, naquela época, a aplicabilidade dos sistemas de ANC [10].

Na década de 1970 e 1980, as bases dos atuais sistemas de ANC começaram a ser estabelecidas com o surgimento dos primeiros trabalhos envolvendo o uso de técnicas de processamento digital de sinais [11], [12]. Entretanto, tais sistemas só começaram a ser amplamente utilizados após o desenvolvimento dos processadores digitais de sinais (DSPs) mais modernos, na década de 1990 [1], [4].

No contexto das técnicas de controle ativo de ruído baseadas em processamento digital de sinais, o uso de filtragem adaptativa tem demonstrado grande eficácia. Em muitas aplicações, as condições de operação modificam-se continuamente. Por exemplo, em um ambiente no qual se está realizando o controle de ruído, mudanças na temperatura

e no fluxo de ar resultam em modificações na velocidade do som. Assim, nesses casos, é desejável que o sistema de ANC possua a capacidade de adaptação [1], [3], [4].

## 1.2 Aplicações dos sistemas de ANC

A aplicabilidade de um sistema de ANC é determinada com base em sua eficiência em comparação com os métodos passivos [1]. Em geral, distúrbios acima de 1000 Hz são atenuados através de técnicas passivas, pois, nesses casos, as ondas sonoras podem ser suprimidas por barreiras de dimensões reduzidas. Por outro lado, as técnicas de controle ativo de ruído são utilizadas comumente para atenuar distúrbios que possuem frequência entre 50 e 1000 Hz, que é o intervalo no qual as técnicas passivas são pouco eficazes [10].

Dentre algumas aplicações que já se beneficiam dessa tecnologia (i.e., o controle ativo de ruído), pode-se destacar: controle de ruído em ventiladores, motores, dutos e bombas hidráulicas industriais [13]; atenuação de ruídos em automóveis (ruído interno na cabine e ruído do escapamento) [14], [15]; atenuação de ruídos em cabine de aeronaves comerciais e militares [16]; controle de ruído em sistemas de condicionamento de ar e cancelamento do ruído gerado por transformadores de alta potência [17], [18].

## 1.3 Classificação geral dos sistemas de ANC

Os sistemas de ANC são classificados conforme a topologia adotada, a qual pode ser *feedforward*, *feedback* ou híbrida. Os sistemas com topologia *feedforward* são ainda subclassificados conforme a natureza do sensor de referência utilizado e, conseqüentemente, quanto ao tipo de ruído que pode ser tratado (banda larga ou estreita)<sup>1</sup>. Nesse contexto, os sistemas de ANC encontrados na literatura podem ser classificados de acordo com as seguintes categorias:

---

<sup>1</sup> Os ruídos de banda larga distribuem sua energia em uma grande faixa do espectro de frequência. Como exemplo desse tipo de ruído pode-se citar os sons produzidos através de explosões e por turbinas a jato. Os ruídos de banda estreita concentram sua energia em frequências específicas. Esse tipo de ruído é geralmente produzido por máquinas que realizam movimentos repetitivos como, por exemplo, motores [1], [50].

- Sistema de ANC de topologia *feedforward* com sensor de referência acústico [1]–[5]: Nessa configuração, ilustrada na Figura 1.3, o sistema de ANC faz uso de um microfone para adquirir um sinal de referência  $x(n)$  com características semelhantes ao ruído que deve ser cancelado. Tal sinal é processado pelo algoritmo de controle para gerar o antirruído  $y(n)$  que cancela, no domínio acústico, a onda sonora indesejada. O sinal  $e(n)$ , resultante do cancelamento, é medido por um microfone de erro para ser posteriormente utilizado pelo algoritmo de controle. Esse sistema é capaz de atenuar ruídos de banda larga e estreita apesar de possuir algumas limitações (o sinal de antirruído emitido pelo alto-falante também se propaga na direção do microfone de referência, corrompendo a medida do sinal produzido pela fonte de ruído) [1]. Tal configuração é também conhecida na literatura como sistema de ANC *feedforward* para ruídos de banda larga [1], [4], embora seja capaz de atenuar também ruídos de banda estreita.

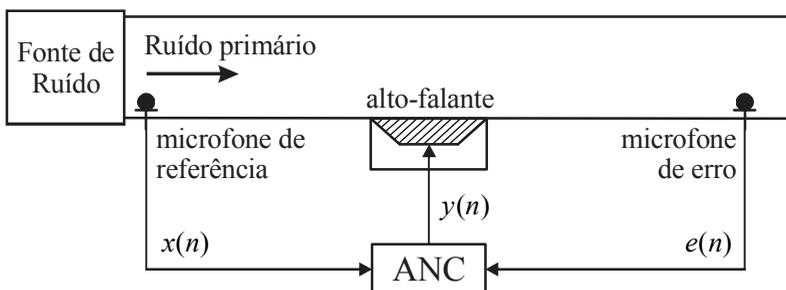


Figura 1.3. Diagrama de um sistema de ANC *feedforward* com sensor de referência acústico (adaptado de [1]).

- Sistema de ANC de topologia *feedforward* com sensor de referência não acústico [1]–[5]: Essa configuração, ilustrada na Figura 1.4, é similar à do sistema apresentado na Figura 1.3, diferenciando-se apenas pelo uso de um sensor de referência não acústico e pelo emprego de um gerador de sinais. Nesse sistema, o sensor não acústico é empregado para medir a frequência fundamental do ruído primário, sendo tal informação utilizada para sintetizar o sinal de referência  $x(n)$  por meio do gerador de sinais. O restante da operação é similar à do sistema anterior. Essa configuração é apresentada com detalhes no Capítulo 2 e é capaz de

tratar apenas ruídos de banda estreita, uma vez que a frequência fundamental do ruído primário é a principal informação disponível.

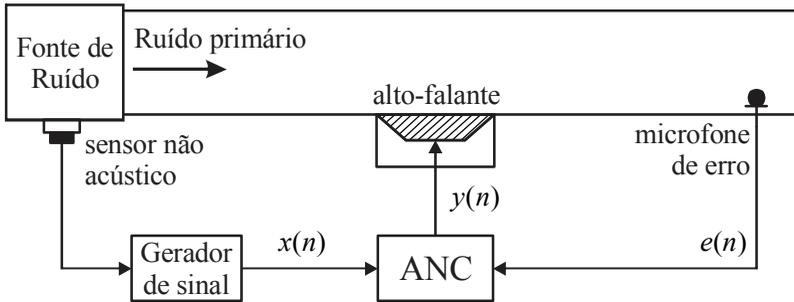


Figura 1.4. Diagrama de um sistema de ANC *feedforward* com sensor de referência não acústico (adaptado de [1]).

- Sistema de ANC com topologia *feedback* [1]–[5], [8]: Nessa configuração, o filtro adaptativo gera o sinal de antirruído apenas com a informação medida pelo microfone de erro. Na Figura 1.5, a configuração básica de um sistema de ANC de topologia *feedback* é ilustrada. Esse tipo de estrutura é indicada para aplicações em que não é possível adquirir ou gerar internamente o sinal de referência ou, ainda, quando se deseja criar uma região de silêncio em um espaço aberto [1].

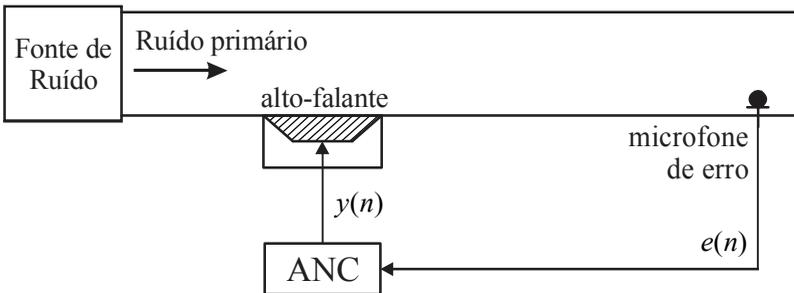


Figura 1.5. Diagrama de um sistema de ANC com topologia *feedback* (adaptado de [1]).

- Sistema de ANC com topologia híbrida ou mista [1], [3], [19]: Essa configuração utiliza uma combinação das estruturas *feedforward* e *feedback* para obter o cancelamento do ruído indesejado. Na Figura

1.6, a estrutura padrão de um sistema de ANC com topologia mista é apresentada. Nesse tipo de sistema, a estrutura *feedforward* cancela a parcela do ruído correlacionado com o sinal de referência, enquanto a estrutura *feedback* atenua os componentes de banda estreita do ruído primário que não foram medidos pelo sensor de referência [1].

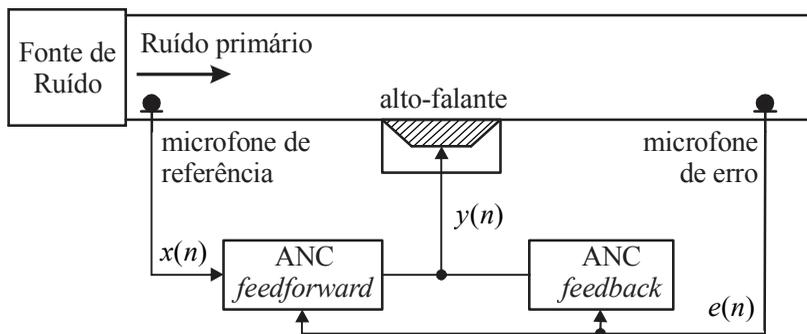


Figura 1.6. Diagrama de um sistema de ANC com topologia mista (adaptado de [1]).

## 1.4 Objetivos do trabalho

O enfoque desta dissertação está relacionado aos sistemas de ANC de topologia *feedforward* que utilizam sensor de referência não acústico. Nesses sistemas, o sensor de referência é em geral utilizado para medir a frequência fundamental do ruído que deve ser cancelado. Estudos anteriores mostram que os sistemas de ANC que consideram tal configuração apresentam uma importante degradação de desempenho quando os sinais de referência são gerados com frequências distintas daquelas que compõem o ruído indesejado [20], [21]. Tal problema, conhecido como descasamento de frequência (*frequency mismatch*), é o objeto principal dos estudos aqui realizados. Nesse contexto, um novo sistema de ANC robusto ao fenômeno de descasamento de frequência é proposto.

## 1.5 Organização da dissertação

Esta dissertação está organizada conforme descrito a seguir. No Capítulo 2, os sistemas de ANC que empregam sensor de referência não

acústico são apresentados, com destaque para o problema do descasamento de frequência. O Capítulo 3 aborda os principais sistemas de ANC robustos ao problema de descasamento de frequência encontrados na literatura. Ainda no Capítulo 3, um novo sistema de ANC com sensibilidade reduzida ao fenômeno de descasamento de frequência é proposto. No Capítulo 4, resultados experimentais obtidos através de simulações conduzidas no ambiente de desenvolvimento Matlab<sup>®2</sup> são apresentados e analisados. Em tal capítulo, o sistema de ANC proposto é comparado com outros sistemas discutidos na literatura. Finalmente, no Capítulo 5, as conclusões finais desta dissertação são apresentadas.

---

<sup>2</sup> Matlab é uma marca registrada de MathWorks.

## Sistemas de ANC com Sensor de Referência Não Acústico

Este capítulo apresenta os principais sistemas de ANC de topologia *feedforward* que utilizam sensores de referência não acústicos (tacômetros, acelerômetros, sensores óptico, por exemplo). Tais sistemas, em geral, consideram a configuração ilustrada na Figura 2.1 e são utilizados em aplicações nas quais o objetivo é atenuar ruídos de banda estreita. Nessa figura, e nas subsequentes, todos os sinais são representados no domínio da sequência, inclusive aqueles que pertencem ao domínio acústico. Para as funções de transferência, adota-se a representação no domínio da transformada  $Z$ .

No diagrama mostrado na Figura 2.1, o sensor não acústico é utilizado para medir a frequência fundamental do ruído primário. Essa informação é utilizada para sintetizar o sinal de referência  $x(n)$ . Tal sinal é processado pelo filtro adaptativo [representado pela função de transferência  $W(z)$ <sup>1</sup>] visando produzir um antirruído  $y(n)$  que cancela o ruído indesejado no domínio acústico. O desempenho do sistema é avaliado através do sinal  $e(n)$ , medido pelo microfone de erro, sendo esse sinal utilizado para atualizar os coeficientes do filtro adaptativo.

Sistemas de ANC com sensor de referência não acústico possuem diversas aplicações, como por exemplo, fones de ouvido com controle ativo de ruído para ambientes industriais [22]; cancelamento do ruído gerado por transformadores de alta potência [18], [17]; atenuação dos ruídos gerados pelo motor no interior de um veículo [14]; e redução do ruído emitido em uma tubulação de exaustão e sucção [13]. Essa vasta gama de aplicações se deve, em grande parte, às vantagens do sistema de ANC com sensor de referência não acústico em relação aos outros tipos de sistemas de ANC. Dentre tais vantagens podemos citar: o sensor de referência não é contaminado pelo sinal emitido pela fonte secundária

---

<sup>1</sup> Sabe-se que filtros adaptativos não possuem função de transferência durante o período de adaptação, entretanto, visando utilizar a notação comumente encontrada na literatura de controle ativo de ruído [1], [3], neste trabalho o filtro adaptativo é representado por uma função de transferência no domínio  $Z$  considerando cada instante de tempo.

(alto-falante) [23]; o uso de sinais de referência gerados internamente permite que cada componente senoidal do ruído primário seja controlado independentemente; e os filtros adaptativos podem ser de baixa ordem, pois há a necessidade de modelar a planta acústica apenas na vizinhança das frequências de interesse [1].

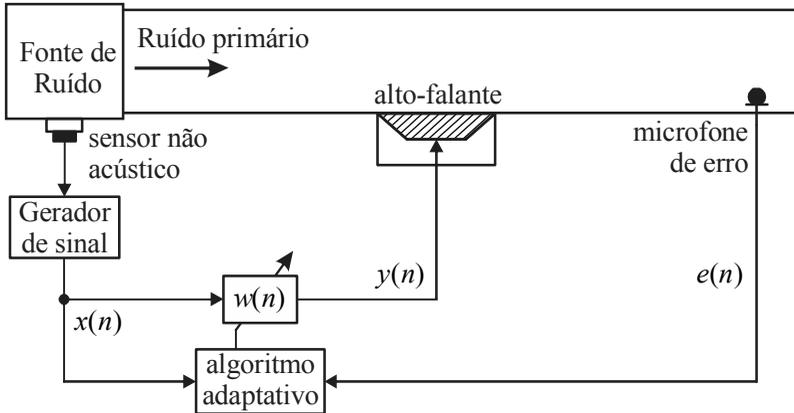


Figura 2.1. Diagrama de um sistema de ANC de topologia *feedforward* com sensor de referência não acústico (adaptado de [1]).

O projeto de um sistema de ANC deve considerar as características do meio acústico no qual o cancelamento do ruído ocorre assim como a influência dos diversos componentes utilizados na interface entre os domínios elétrico e acústico. A Figura 2.2 apresenta o diagrama de blocos de um sistema de ANC contemplando as funções de transferência que modelam tanto na região onde ocorre o cancelamento do ruído quanto as principais interfaces de tal sistema.

Na Figura 2.2,  $r(n)$  é o ruído primário,  $P'(z)$ , a função de transferência que representa o trajeto acústico do sensor de referência até ponto de cancelamento e  $W(z)$  representa o filtro adaptativo. Ainda na Figura 2.2, a função de transferência  $S'(z)$  modela o comportamento dos seguintes componentes: conversor digital-analógico (D/A), filtro de reconstrução, amplificador, fonte secundária (alto-falante) e caminho acústico da fonte secundária até o ponto de cancelamento. Por sua vez,  $C(z)$  modela o caminho de propagação entre o ponto de cancelamento e o ponto de aquisição do sinal de erro, incluindo os componentes que realizam a interface do domínio acústico para o domínio elétrico

[microfone de erro, pré-amplificador, filtro anti-recobrimento e o conversor analógico-digital (A/D)] [1]. Os demais símbolos mostrados na Figura 2.2 possuem os mesmos significados dos da Figura 2.1.

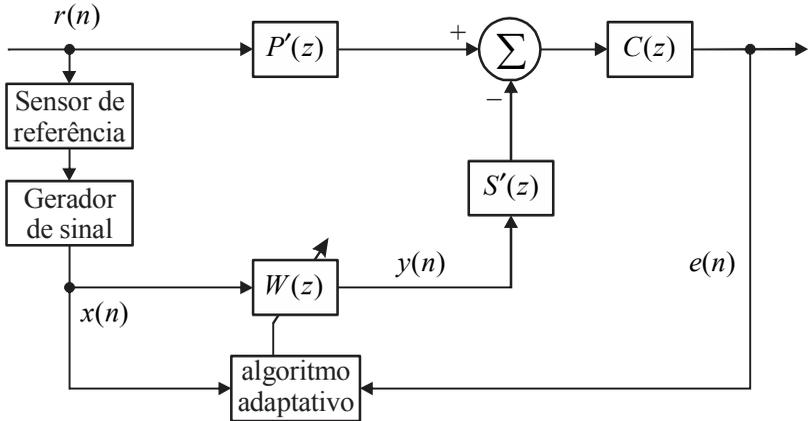


Figura 2.2. Diagrama de blocos de um sistema de ANC para ruídos de banda estreita (adaptado de [1]).

No diagrama da Figura 2.2, nota-se que a função de transferência  $C(z)$  é comum aos caminhos de propagação que passam por  $P'(z)$  e  $S'(z)$ , chegando em  $e(n)$ . Incluindo os efeitos de  $C(z)$  nessas funções de transferência, o sistema de ANC pode ser representado como ilustrado na Figura 2.3.

No diagrama de blocos mostrado na Figura 2.3,  $P(z)$  é a função de transferência do caminho primário, modelando o caminho entre o sensor de referência até o ponto de cálculo do sinal de erro, enquanto  $S(z)$  representa o caminho secundário, englobando todo o trajeto entre a saída do filtro adaptativo e o ponto de computação do sinal  $e(n)$ . Ainda na Figura 2.3,  $d(n)$  representa o ruído primário filtrado pelo caminho primário e  $y'(n)$ , o sinal de cancelamento, correspondente à saída do filtro adaptativo processada pelo caminho secundário. Os demais símbolos possuem os mesmos significados dos da Figura 2.2.

Em um sistema de ANC, a presença do caminho secundário pode levar a problemas de instabilidade caso algoritmos não especializados de filtragem adaptativa sejam utilizados diretamente. Isso ocorre, pois na composição do sinal de erro há uma parcela filtrada pelo caminho

secundário, o que provoca um atraso (no tempo) de tal parcela em relação ao sinal de referência. Assim, ao se aplicar algoritmos adaptativos que não consideram essa particularidade os coeficientes do filtro adaptativo tendem a divergir [1], [3]. Portanto, em aplicações de cancelamento ativo de ruído, devem-se utilizar algoritmos especializados para que a convergência seja garantida. A próxima seção apresenta o algoritmo mais difundido em aplicações de ANC, o LMS filtrado (*filtered-x least-mean-square* – FxLMS). Tal algoritmo é utilizado no desenvolvimento deste trabalho.

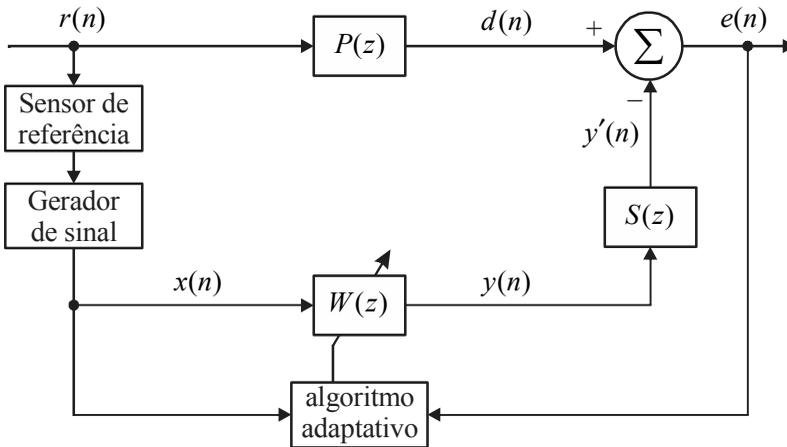


Figura 2.3. Diagrama de blocos simplificado de um sistema de ANC para ruídos de banda estreita (adaptado de [1]).

## 2.1 Algoritmo FxLMS

O algoritmo FxLMS foi proposto em [24], no contexto de cancelamento adaptativo de ruído<sup>2</sup> e independentemente em [25] com enfoque em aplicações de ANC. Nesta seção, é realizada a derivação desse algoritmo, considerando que o filtro adaptativo possui uma estrutura com resposta ao impulso finita (*finite impulse response* – FIR). Tal consideração, usualmente utilizada em diversos trabalhos da literatura, é mantida durante toda esta dissertação.

<sup>2</sup> No cancelamento adaptativo de ruído a atenuação da interferência ocorre apenas no domínio elétrico diferentemente de um sistema de ANC, onde o cancelamento ocorre no domínio acústico.

Em um sistema de ANC, devido à presença do caminho secundário após o filtro adaptativo, o sinal de erro é computado da seguinte maneira [1]:

$$\begin{aligned} e(n) &= d(n) - y'(n) \\ &= d(n) - s(n) * y(n) \end{aligned} \quad (2.1)$$

com

$$y(n) = \mathbf{w}^T(n) \mathbf{x}(n) \quad (2.2)$$

onde  $d(n)$  é o ruído indesejado,  $y'(n)$ , o sinal de cancelamento,  $s(n)$ , a resposta ao impulso do caminho secundário e  $y(n)$ , a saída do filtro adaptativo. Ainda,  $*$  é a operação de convolução linear,  $\mathbf{w}(n) = [w_0(n), \dots, w_{L-1}(n)]^T$ , o vetor de coeficientes do filtro adaptativo no instante  $n$ ,  $\mathbf{x}(n) = [x(n), \dots, x(n-L+1)]^T$ , o vetor contendo as amostras do sinal de referência e  $L$ , a ordem do filtro adaptativo.

No algoritmo FxLMS, o filtro adaptativo deve ser atualizado de forma a minimizar o erro quadrático instantâneo, definido como [1]

$$\hat{\xi}(n) = e^2(n). \quad (2.3)$$

De forma similar ao algoritmo LMS, o FxLMS conduz a minimização da função custo (2.3) através da técnica do gradiente estocástico [26]. Tal abordagem atualiza os coeficientes do filtro adaptativo por meio da seguinte equação [26], [1]:

$$\mathbf{w}(n+1) = \mathbf{w}(n) - \frac{\mu}{2} \nabla \hat{\xi}(n) \quad (2.4)$$

onde  $\mu$  é o passo utilizado na atualização do filtro adaptativo e  $\nabla \hat{\xi}(n)$ , o gradiente do erro quadrático instantâneo, o qual pode ser expresso como [1]

$$\nabla \hat{\xi}(n) = \nabla e^2(n) = \frac{\partial e^2(n)}{\partial \mathbf{w}(n)} = 2[\nabla e(n)]e(n). \quad (2.5)$$

A partir de (2.1), tem-se [1]

$$\nabla e(n) = \frac{\partial e(n)}{\partial \mathbf{w}(n)} = -\mathbf{x}'(n) \quad (2.6)$$

onde  $\mathbf{x}'(n) = [x'(n), \dots, x'(n-L+1)]^T$  é o vetor contendo as amostras do sinal de referência filtrado pelo caminho secundário. Assim, o termo  $\nabla \hat{\xi}(n)$  pode ser reescrito como [1]

$$\nabla \hat{\xi}(n) = -2\mathbf{x}'(n)e(n). \quad (2.7)$$

Substituindo (2.7) em (2.4), obtém-se a equação de atualização dos coeficientes do filtro adaptativo. Tal expressão é dada por [1]

$$\mathbf{w}(n+1) = \mathbf{w}(n) + \mu \mathbf{x}'(n)e(n). \quad (2.8)$$

Esse resultado mostra que a atualização dos coeficientes do filtro adaptativo requer que o sinal  $x(n)$  seja filtrado pelo caminho secundário. Entretanto, em aplicações práticas as características do caminho secundário são desconhecidas e, por isso, necessitam ser estimadas para que o algoritmo adaptativo possa ser utilizado. A estimação do caminho secundário pode ser realizada em um processo *off-line* [1], ou ainda, pode ser efetuada em tempo real [27]–[30] (simultaneamente ao funcionamento do sistema de ANC). Em ambas as abordagens, o caminho secundário é em geral modelado por um filtro FIR de ordem  $\hat{M}$ . Nesse caso, o sinal de referência filtrado é aproximadamente obtido por

$$x'(n) \cong \hat{x}'(n) = \sum_{m=0}^{\hat{M}-1} \hat{s}_m x(n-m) \quad (2.9)$$

onde  $\hat{s}_m$  é a  $m$ -ésima amostra da resposta ao impulso do caminho secundário estimado. Assim, em aplicações práticas, a atualização dos coeficientes do filtro adaptativo é determinada através da seguinte equação [1]:

$$\mathbf{w}(n+1) = \mathbf{w}(n) + \mu \hat{\mathbf{x}}'(n)e(n) \quad (2.10)$$

onde  $\hat{\mathbf{x}}'(n) = [\hat{x}'(n), \dots, \hat{x}'(n-L+1)]^T$  denota o vetor contendo as amostras do sinal de referência filtrado pela estimativa do caminho secundário. Na Figura 2.4, o diagrama de blocos de um sistema de ANC para ruídos de banda estreita operando com o algoritmo FxLMS é apresentado. Nota-se a partir dessa figura, que o algoritmo FxLMS equivale ao LMS com o sinal de referência filtrado pelo caminho secundário estimado.

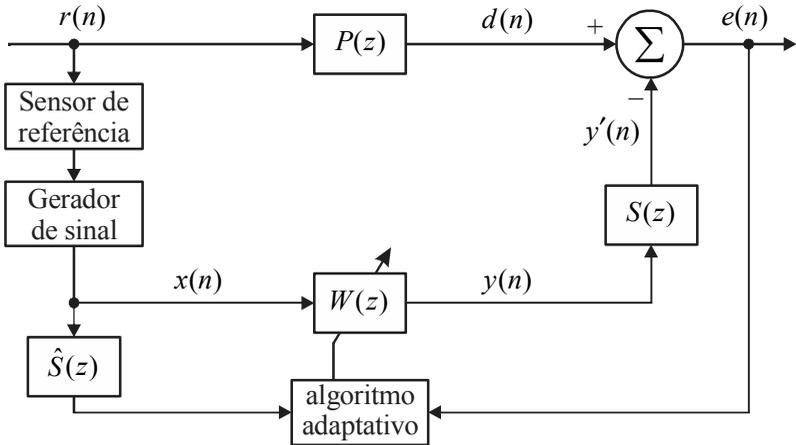


Figura 2.4. Diagrama de blocos de um sistema de ANC utilizando o algoritmo FxLMS (adaptado de [1]).

## 2.2 Síntese do sinal de antirruído

Em um sistema de ANC voltado para aplicações nas quais se deseja atenuar um ruído de banda estreita, a geração do antirruído  $y(n)$  depende essencialmente da natureza do sinal de referência  $x(n)$  sintetizado e da estrutura do filtro adaptativo considerado. Para o sistema de ANC *feedforward* com sensor de referência não acústico, a geração do antirruído  $y(n)$  é, em geral, realizada a partir de um sinal de referência senoidal e um filtro rejeita-faixa adaptativo de dois coeficientes.

A aplicação de filtros rejeita-faixa adaptativos em sistemas de ANC foi proposta, primeiramente, por Ziegler em [31]. Porém, algumas estruturas e conceitos utilizados por tal autor são provenientes dos trabalhos de Widrow sobre cancelamento adaptativo de ruído [32], [33]. Nesse ponto, é interessante destacar as diferenças básicas existentes entre um sistema de ANC e o sistema de cancelamento adaptativo de ruído proposto por Widrow [32], [33]. Nos problemas analisados por Widrow a atenuação do ruído ocorre no domínio elétrico, diferentemente do que acontece em um sistema de ANC, no qual existe a presença do caminho secundário e o ruído é cancelado no domínio acústico. Nas seções seguintes, são abordados os problemas de cancelamento adaptativo de ruído e ANC utilizando filtros rejeita-faixa adaptativos.

### 2.2.1 Cancelamento adaptativo de ruído

O cancelamento adaptativo de ruído trata da atenuação de uma interferência no domínio elétrico e possui muitas semelhanças com o problema de ANC. Na Figura 2.5, o diagrama simplificado do sistema de cancelamento adaptativo de ruído proposto por Widrow em [32] é mostrado. Nessa figura,  $W(z)$  é a função de transferência de um filtro adaptativo atualizado através do algoritmo LMS (*least-mean-square*) e  $s(n)$ , o sinal de interesse fornecido na entrada primária do sistema. Tal entrada também recebe a interferência  $x_d(n)$ , a qual é descorrelacionada de  $s(n)$  e, no entanto, correlacionada com o sinal emitido pela fonte de ruído. A combinação aditiva entre  $s(n)$  e  $x_d(n)$  forma o sinal  $d(n)$ . Na entrada de referência é fornecido o sinal  $x(n)$ , o qual é correlacionado com o sinal  $x_d(n)$  e deve ser medido próximo à fonte de ruído. No sistema da Figura 2.5, o filtro adaptativo utiliza o sinal  $x(n)$  para sintetizar uma saída  $y(n)$  que deve ser semelhante à interferência  $x_d(n)$ . Na saída de tal sistema, um sinal de erro  $e(n) = s(n) + x_d(n) - y(n)$  é obtido.

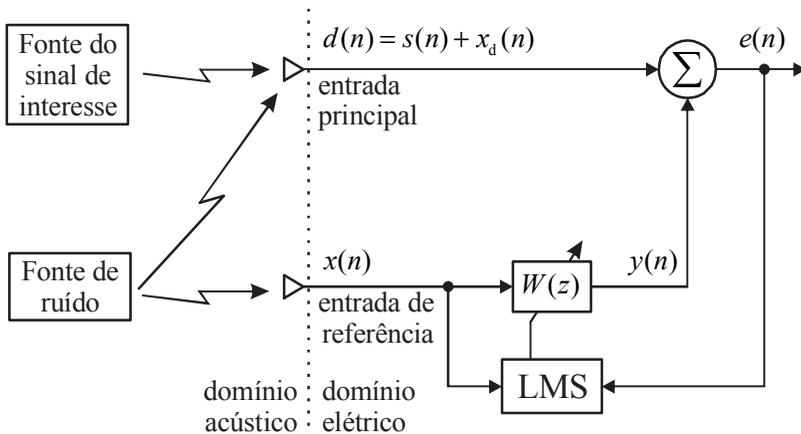


Figura 2.5. Diagrama de um sistema de cancelamento adaptativo de ruído (adaptado de [32]).

Considere agora, no sistema mostrado na Figura 2.5, um cenário em que  $s(n)$ ,  $x_d(n)$ ,  $x(n)$  e  $y(n)$  são estatisticamente estacionários e

tenham média zero. Suponha também que o sinal de interesse  $s(n)$  seja descorrelacionado de  $x_d(n)$  e  $x(n)$ . Considere ainda que o sinal  $x(n)$ , inserido na entrada de referência, seja correlacionado com a interferência  $x_d(n)$  que corrompe o sinal de interesse. Nesse caso, o valor quadrático médio da saída do sistema é dado por [32]

$$\begin{aligned} E[e^2(n)] &= E\{[s(n) + x_d(n) - y(n)]^2\} \\ &= E[s^2(n)] + E\{[x_d(n) - y(n)]^2\} \\ &\quad + 2E[s(n)]E[x_d(n) - y(n)] \\ &= E[s^2(n)] + E\{[x_d(n) - y(n)]^2\}. \end{aligned} \quad (2.11)$$

No sistema mostrado na Figura 2.5, o algoritmo LMS atualiza o filtro adaptativo com o objetivo de minimizar a função custo expressa em (2.11). Sabendo que a entrada desse filtro é o sinal  $x(n)$ , o qual é correlacionado apenas com a interferência  $x_d(n)$ , tem-se que a minimização de  $E[e^2(n)]$  implica apenas a minimização do termo  $E\{[x_d(n) - y(n)]^2\}$ . Assim, o valor quadrático médio mínimo da saída do sistema é dado por

$$\min E[e^2(n)] = E[s^2(n)] + \min E\{[x_d(n) - y(n)]^2\}. \quad (2.12)$$

Portanto, no cenário considerado, a minimização da função custo (2.11), pelo algoritmo LMS, não afeta o sinal de interesse  $s(n)$ . Quando o filtro adaptativo atinge o regime permanente, tem-se que  $y(n)$  é a melhor estimativa da interferência  $x_d(n)$ , no sentido do erro quadrático médio, para o conjunto de parâmetros utilizados no ajuste do filtro adaptativo [32], [33].

Em alguns cenários, a interferência que deve ser cancelada é uma função senoidal de frequência  $\omega_d$ , modelada como

$$x_d(n) = A_d \cos(\omega_d n + \phi_d) \quad (2.13)$$

onde  $A_d$ ,  $\omega_d$  e  $\phi_d$  são, respectivamente, a amplitude, a frequência e a fase do sinal  $x_d(n)$ . Para esses casos, Widrow propõe, em [32] e [33], um sistema de cancelamento adaptativo de ruído que possui o comportamento de um filtro rejeita-faixa adaptativo. O diagrama de tal sistema é apresentado na Figura 2.6. Nessa figura,  $d(n)$  representa o

signal de interesse corrompido por uma interferência senoidal de frequência  $\omega_d$ ,  $y(n)$  é a saída do filtro adaptativo e  $e(n)$ , o sinal de erro.

$$d(n) = s(n) + A_d \cos(\omega_d n + \phi_d)$$

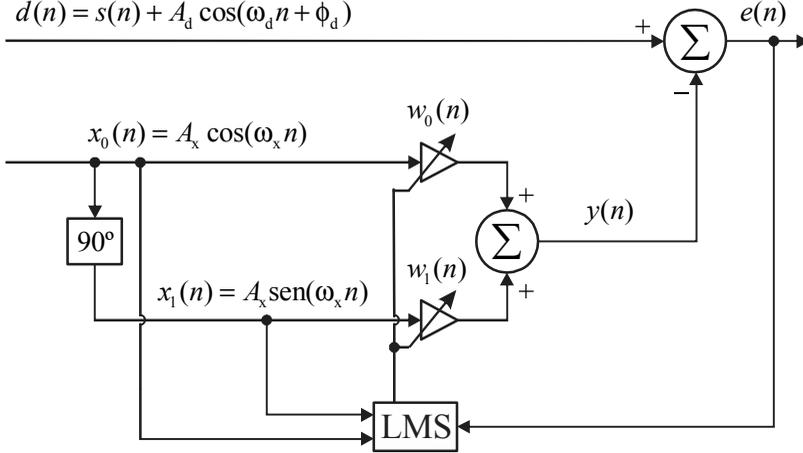


Figura 2.6. Diagrama de um sistema de cancelamento adaptativo de ruído para ruídos de banda estreita (adaptado de [32]).

O filtro adaptativo do sistema apresentado na Figura 2.6 possui dois coeficientes,  $w_0(n)$  e  $w_1(n)$ , com cada coeficiente multiplicando um determinado sinal de referência,  $x_0(n)$  ou  $x_1(n)$  que, por sua vez, são dados por

$$x_0(n) = A_x \cos(\omega_x n) \quad (2.14)$$

e

$$x_1(n) = A_x \text{sen}(\omega_x n) \quad (2.15)$$

onde  $A_x$  e  $\omega_x$  são, respectivamente, a amplitude e a frequência (em radianos) desses sinais de referência (sinais senoidais em quadratura). Note que  $x_1(n)$  pode ser sintetizado a partir de  $x_0(n)$  através de um deslocamento de fase de  $90^\circ$ . Tal deslocamento pode ser obtido através de transformada discreta de Hilbert [34].

O sinal de saída do filtro adaptativo do sistema da Figura 2.6 é dado por

$$y(n) = x_0(n)w_0(n) + x_1(n)w_1(n) \quad (2.16)$$

onde  $w_0(n)$  e  $w_1(n)$  são os coeficientes (reais) do filtro adaptativo no instante  $n$ . Ainda, o sinal de erro é calculado como

$$e(n) = d(n) - y(n). \quad (2.17)$$

A atualização dos coeficientes do filtro adaptativo é realizada através das seguintes equações:

$$w_0(n+1) = w_0(n) + \mu e(n)x_0(n) \quad (2.18)$$

e

$$w_1(n+1) = w_1(n) + \mu e(n)x_1(n) \quad (2.19)$$

com  $\mu$  denotando o passo de adaptação.

A função de transferência do sistema apresentado na Figura 2.6 [do caminho entre o sinal  $d(n)$  até o sinal de erro  $e(n)$ ] é dada por [33]

$$H(z) = \frac{E(z)}{D(z)} = \frac{z^2 - 2z \cos \omega_x + 1}{z^2 - (2 - \mu A_x^2)z \cos \omega_x + 1 - \mu A_x^2} \quad (2.20)$$

onde  $\omega_x$  é a frequência dos sinais de referência. Os zeros da função de transferência (2.20) estão posicionados no plano  $z$  em

$$z_z = e^{\pm j\omega_x} \quad (2.21)$$

enquanto os pólos são dados por

$$z_p = r_p e^{\pm j\theta_p} \quad (2.22)$$

sendo

$$r_p = \sqrt{1 - \mu A_x^2} \quad (2.23)$$

e

$$\theta_p = \arccos \left[ \left( \frac{1 - \mu A_x^2 / 2}{\sqrt{1 - \mu A_x^2}} \right) \cos \omega_x \right]. \quad (2.24)$$

Para um passo de adaptação pequeno (tal que  $\mu A_x^2 / 2 \ll 1$ ), os pólos do filtro rejeita-faixa adaptativo podem ser aproximados por [35]

$$z_p \approx \left( 1 - \frac{\mu A_x^2}{2} \right) e^{\pm j\omega_x}. \quad (2.25)$$

Portanto, devido à disposição dos pólos e dos zeros da função de transferência (2.20), o sistema apresentado na Figura 2.6 possui o comportamento de um filtro rejeita-faixa (adaptativo) com frequência central em  $\omega_x$ . Note de (2.21) que a frequência de rejeição do filtro adaptativo depende do sinal senoidal inserido na entrada de referência. Assim, um melhor cancelamento é obtido quando os sinais de referência possuem a mesma frequência do ruído que deve ser cancelado, ou seja, quando  $\omega_x = \omega_d$ .

### 2.2.2 Cancelamento ativo de ruído utilizando um filtro rejeita-faixa adaptativo

Nesta seção, o sistema de ANC que utiliza um filtro rejeita-faixa adaptativo para atenuar uma onda sonora de banda estreita em um ambiente acústico é estudado. Tal sistema é direcionado para aplicações nas quais a onda acústica indesejada possui apenas um componente senoidal. Um sistema de ANC capaz de atenuar um ruído constituído de diversos componentes senoidais é apresentado na próxima seção.

Conforme mencionado anteriormente, existem algumas diferenças entre um sistema de ANC e o sistema de cancelamento adaptativo de interferência proposto por Widrow [32], [33]. Em um sistema de ANC a atenuação do ruído acontece no domínio acústico e há a presença do caminho secundário, cujos efeitos devem ser compensados. No sistema de cancelamento adaptativo de ruído, a atenuação ocorre puramente no domínio elétrico. Além disso, a partir desta seção, considera-se que o sinal  $d(n)$  é composto apenas do ruído senoidal que deve ser atenuado e de um ruído de medição aleatório (ruído térmico), associado ao processo de aquisição do sinal de erro pelo microfone.

O primeiro sistema de ANC com filtro rejeita-faixa adaptativo, proposto por Ziegler em [31], é ilustrado na Figura 2.7. Nessa figura,  $\omega_x$  é a frequência medida através do sensor de referência não acústico,  $d(n)$ , o ruído que deve ser cancelado e  $v(n)$ , o ruído de medição (geralmente modelado como um ruído aditivo gaussiano branco de variância  $\sigma_v^2$ ). Ainda, na Figura 2.7,  $x_0(n)$  e  $x_1(n)$  são os sinais de

referência senoidais,  $w_0(n)$  e  $w_1(n)$ , os coeficientes do filtro adaptativo,  $y(n)$ , a saída do filtro adaptativo e  $e(n)$ , o sinal de erro.

Uma característica interessante do sistema de Ziegler é que ambos os sinais de referência,  $x_0(n)$  e  $x_1(n)$ , são sintetizados por geradores de sinais. Nota-se ainda que, nesse sistema de ANC, a compensação dos efeitos do caminho secundário (sob o sinal de antirruído) é realizada por atrasos de  $\Delta$  amostras nos sinais de referência. Nessa configuração,  $\Delta$  deve ser próximo ao atraso imposto pela resposta em frequência  $S(\omega)$  [relacionada com a função de transferência  $S(z)$  do caminho secundário] na frequência  $\omega_x$ .

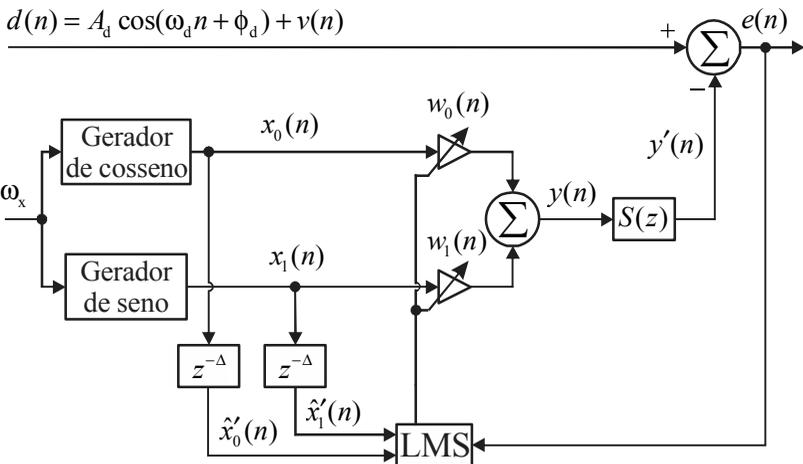


Figura 2.7. Diagrama de blocos do sistema de ANC para ruído de banda estreita proposto em [31].

Para se obter uma compensação mais precisa dos efeitos do caminho secundário sob o sinal de antirruído  $y(n)$ , os sinais de referência devem ser filtrados pelo caminho secundário estimado, isto é, o algoritmo FxLMS deve ser utilizado [1]. O diagrama de um sistema de ANC operando com tal algoritmo adaptativo é apresentado na Figura 2.8. Note, na Figura 2.8, que os sinais de referência  $x_0(n)$  e  $x_1(n)$  são dados por

$$x_0(n) = A_x \cos(\omega_x n) \quad (2.26)$$

e

$$x_1(n) = A_x \sin(\omega_x n) \quad (2.27)$$

com  $A_x$  e  $\omega_x$  representando, respectivamente, a amplitude e a frequência dos sinais de referência. Ainda, no sistema da Figura 2.8, o sinal  $d(n)$  é modelado como

$$d(n) = A_d \cos(\omega_d n + \phi_d) + v(n) \quad (2.28)$$

onde  $A_d$ ,  $\omega_d$  e  $\phi_d$  são, respectivamente, a amplitude, a frequência e a fase do ruído que deve ser cancelado. Também em (2.28), o sinal  $v(n)$  é modelado como um ruído gaussiano branco de variância  $\sigma_v^2$ .

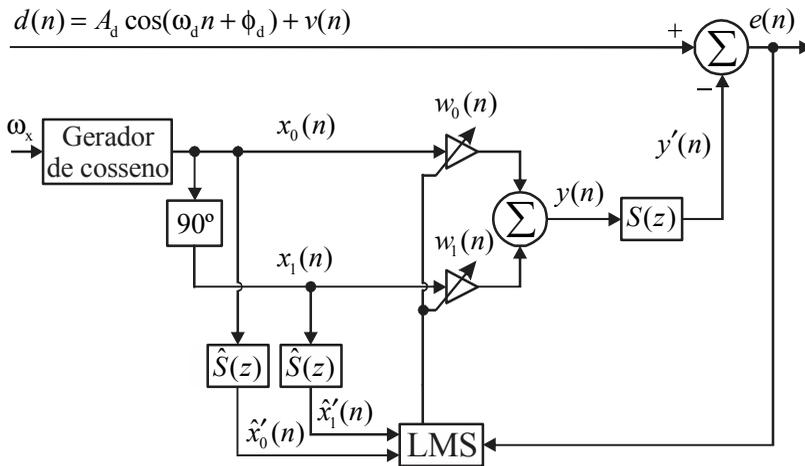


Figura 2.8. Sistema de ANC com filtro rejeita-faixa adaptativo operando com o algoritmo FxLMS (adaptado de [1]).

O sinal de erro, no sistema apresentado na Figura 2.8, é dado por

$$e(n) = d(n) - y'(n) = d(n) - s(n) * y(n) \quad (2.29)$$

onde  $d(n)$  é o ruído que deve ser cancelado,  $y'(n)$ , o sinal de cancelamento,  $s(n)$ , a resposta ao impulso do caminho secundário e  $y(n)$ , o sinal de saída do filtro rejeita-faixa adaptativo. Este último é obtido como

$$y(n) = x_0(n)w_0(n) + x_1(n)w_1(n) \quad (2.30)$$

com  $w_0(n)$  e  $w_1(n)$  denotando os coeficientes do filtro adaptativo, os quais são atualizados através das seguintes equações:

$$w_0(n+1) = w_0(n) + \mu \hat{x}'_0(n)e(n) \quad (2.31)$$

e

$$w_1(n+1) = w_1(n) + \mu \hat{x}'_1(n)e(n) \quad (2.32)$$

onde  $\mu$  é o passo de adaptação,  $\hat{x}'_0(n)$  e  $\hat{x}'_1(n)$  são os sinais de referência filtrados pela estimativa do caminho secundário e  $e(n)$  é o sinal de erro.

A função de transferência do sistema mostrado na Figura 2.8 [do caminho entre o sinal  $d(n)$  até  $e(n)$ ] é dada por [1], [36]

$$H(z) = \frac{E(z)}{D(z)} = \frac{B(z)}{B(z) + \mu A_x^2 A_s S(z) [z \cos(\omega_x - \phi_s) - \cos \phi_s]}. \quad (2.33)$$

com

$$B(z) = z^2 - 2z \cos \omega_x + 1 \quad (2.34)$$

Na obtenção dessa função de transferência considera-se que  $\hat{S}(z) = S(z)$ . A partir de (2.33), nota-se que os seus zeros estão localizados no plano  $z$  em

$$z_z = e^{\pm j\omega_x}. \quad (2.35)$$

Portanto, devido à posição dos zeros da função de transferência (2.33), o sistema de ANC apresentado nesta seção mantém o comportamento de um filtro rejeita-faixa adaptativo mesmo com a presença do caminho secundário.

Outra interpretação para o comportamento do filtro rejeita-faixa adaptativo pode ser obtida considerando o desenvolvimento apresentado na sequência. Assuma que o caminho secundário é modelado sem erro, ou seja,  $S(z) = \hat{S}(z)$ . Considere, também, que os sinais de referência são sintetizados com a mesma frequência do ruído senoidal, i.e.,  $\omega_x = \omega_d$ . Assumindo ainda que  $v(n) = 0$ , o sinal de erro pode ser determinado por

$$e(n) = A_d \cos(\omega_d n + \phi_d) - s(n) * y(n). \quad (2.36)$$

Na equação (2.36), é mais conveniente expressar a saída  $y(n)$  do filtro adaptativo da seguinte forma:

$$\begin{aligned}
 y(n) &= w_0(n)x_0(n) + w_1(n)x_1(n) \\
 &= w_0(n)A_x \cos(\omega_d n) + w_1(n)A_x \sin(\omega_d n) \\
 &= A_w(n)A_x \cos[\omega_d n + \phi_w(n)]
 \end{aligned} \tag{2.37}$$

onde  $A_w(n) = \sqrt{w_0^2(n) + w_1^2(n)}$  é a norma euclidiana do vetor de coeficientes do filtro adaptativo e  $\phi_w(n) = -\text{tg}^{-1}[w_1(n)/w_0(n)]$ <sup>3</sup>. Considerando que a função de transferência  $S(z)$  pode ser escrita, no domínio da frequência para  $\omega = \omega_d$ , como

$$S(e^{j\omega_d}) = A_s e^{j\phi_s} \tag{2.38}$$

onde  $A_s$  e  $\phi_s$  representam, respectivamente a amplitude e a fase da resposta em frequência do caminho secundário em  $\omega = \omega_d$ . Dessa forma, tem-se que o sinal de cancelamento pode ser representado em regime permanente por

$$y'(n) = s(n) * y(n) = A_w(n)A_s A_x \cos[\omega_d n + \phi_s + \phi_w(n)]. \tag{2.39}$$

Finalmente, substituindo (2.39) em (2.36), obtém-se

$$e(n) = A_d \cos(\omega_d n + \phi_d) - A_w(n)A_s A_x \cos[\omega_d n + \phi_s + \phi_w(n)]. \tag{2.40}$$

A partir de (2.40), nota-se que a atenuação máxima do ruído é obtida quando o sinal de erro é nulo, i.e.,  $e(n) = 0$ . Nesse caso, o filtro adaptativo converge para sua forma ótima [1] com

$$A_w(n) = \frac{A_d}{A_s A_x} \tag{2.41}$$

e

$$\phi_w(n) = \phi_d - \phi_s. \tag{2.42}$$

Assim, concluí-se que o filtro rejeita-faixa adaptativo tem a função de compensar as diferenças de amplitude e fase entre o ruído indesejado  $d(n)$  e o sinal de cancelamento  $y'(n)$ .

---

<sup>3</sup> Nessa dedução é utilizada a seguinte relação trigonométrica:  $A \cos(\varphi) + B \sin(\varphi) = C \cos(\varphi + \phi)$ , onde  $C = \sqrt{A^2 + B^2}$  e  $\phi = -\text{tg}^{-1}(B/A)$ .

### 2.2.3 Sistema de ANC multi-freqüência para ruído de banda estreita

Em algumas aplicações, o ruído que deve ser cancelado possui mais de um componente sinusoidal. Nesse cenário, é necessário considerar um sistema de ANC, que ao contrário do sistema apresentado na seção anterior, seja capaz de atenuar os diversos tons que compõem o ruído indesejado. Assim, para a situação na qual o ruído é composto de  $Q$  componentes senoidais, pode-se utilizar em paralelo  $Q$  estruturas similares àquela apresentada na seção anterior. Tal sistema de ANC, ilustrado na Figura 2.9, cancela individualmente cada tom que compõe o ruído indesejado e é usualmente chamado de sistema de ANC multi-freqüência [1].

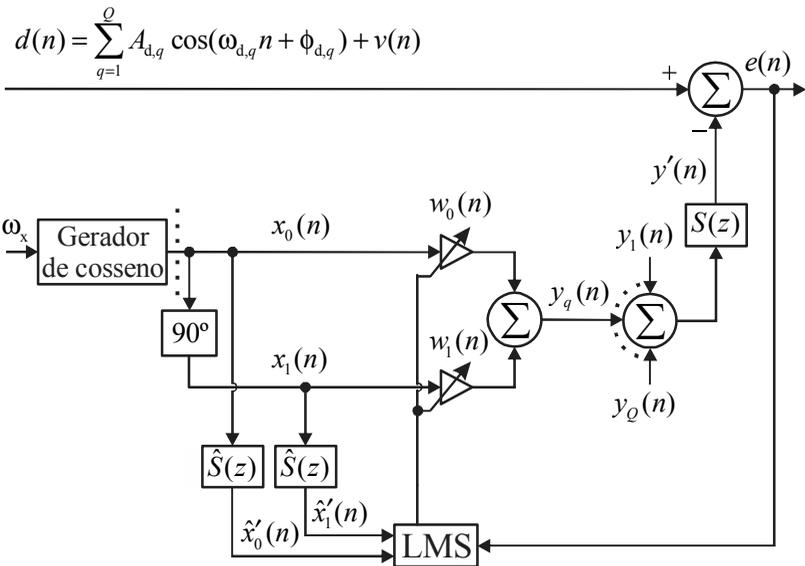


Figura 2.9. Sistema de ANC multi-freqüência, detalhando o  $q$ -ésimo canal.

No sistema de ANC apresentado na Figura 2.9, o sinal  $d(n)$  é modelado como

$$d(n) = \sum_{q=1}^Q A_{d,q} \cos(\omega_{d,q} n + \phi_{d,q}) + v(n) \quad (2.43)$$

com  $A_{d,q}$ ,  $\omega_{d,q}$  e  $\phi_{d,q}$  denotando, respectivamente, a amplitude, a frequência (em radianos) e a fase do  $q$ -ésimo componente senoidal do ruído a ser cancelado. Ainda, em (2.43), o sinal  $v(n)$  é modelado como um ruído gaussiano branco de variância  $\sigma_v^2$ .

Cada canal do sistema de ANC da Figura 2.9 é composto por um gerador de função senoidal, um filtro deslocador de fase de  $90^\circ$  e um filtro rejeita-faixa adaptativo. Cada conjunto é responsável por gerar um sinal de antirruído  $y_q(n)$ . Os sinais de referência utilizados nesse sistema de ANC são dados por

$$x_{0,q}(n) = A_x \cos(\omega_{x,q}n) \quad (2.44)$$

e

$$x_{1,q}(n) = A_x \sin(\omega_{x,q}n) \quad (2.45)$$

onde  $q = 1, 2, \dots, Q$ , sendo  $Q$  o número de canais do sistema de ANC. Ainda, em (2.44) e (2.45),  $A_x$  e  $\omega_{x,q}$  são, respectivamente, a amplitude e a frequência dos sinais de referência.

Para se obter uma maior atenuação do ruído indesejado, cada par de sinais de referência [ $x_{0,q}(n)$  e  $x_{1,q}(n)$ ], deve possuir frequência  $\omega_{x,q}$  com o mesmo valor do componente senoidal que deve ser cancelado, i.e.,  $\omega_{d,q}$ . Na situação em que o ruído indesejado é constituído de componentes senoidais harmonicamente relacionados, as frequências  $\omega_{d,q}$  são dadas por

$$\omega_{d,q} = q\omega_{d,1} \quad (2.46)$$

onde  $\omega_{d,1}$  denota a frequência fundamental do ruído.

Neste cenário, o sensor de referência mede a frequência fundamental do ruído indesejado e as demais frequências  $\omega_{x,q}$  são calculadas da seguinte maneira:

$$\omega_{x,q} = q\omega_{x,1} \quad (2.47)$$

onde  $\omega_{x,1}$  representa a frequência fundamental do ruído indesejado medido pelo sensor de referência não acústico.

Como mostrado na Figura 2.9, o sinal de antirruído  $y(n)$  é obtido por

$$y(n) = \sum_{q=1}^Q y_q(n) \quad (2.48)$$

com

$$y_q(n) = w_{0,q}(n)x_{0,q}(n) + w_{1,q}(n)x_{1,q}(n) \quad (2.49)$$

onde  $y_q(n)$  é o sinal de saída do  $q$ -ésimo filtro rejeita-faixa adaptativo.

Os sinais de referência filtrados pelo caminho secundário estimado são dados por

$$\hat{x}'_{0,q}(n) = \sum_{m=0}^{\hat{M}-1} \hat{s}_m x_{0,q}(n-m) \quad (2.50)$$

e

$$\hat{x}'_{1,q}(n) = \sum_{m=0}^{\hat{M}-1} \hat{s}_m x_{1,q}(n-m) \quad (2.51)$$

onde  $\hat{M}$  é a ordem da resposta ao impulso do caminho secundário estimado.

No sistema de ANC multi-frequência, os coeficientes de cada filtro rejeita-faixa adaptativo são atualizados através das seguintes equações:

$$w_{0,q}(n+1) = w_{0,q}(n) + \mu \hat{x}'_{0,q}(n)e(n) \quad (2.52)$$

e

$$w_{1,q}(n+1) = w_{1,q}(n) + \mu \hat{x}'_{1,q}(n)e(n) \quad (2.53)$$

com  $w_{0,q}(n)$  e  $w_{1,q}(n)$  denotando os coeficientes do filtro adaptativo do canal  $q$ ,  $\mu$ , o passo de adaptação e  $e(n)$ , o sinal de erro.

### 2.3 Efeitos do erro na medição da frequência do ruído primário

Nos sistemas de ANC apresentados nas seções anteriores, a melhor atenuação do ruído é obtida quando os sinais de referência são sintetizados com as mesmas frequências dos componentes senoidais que compõem o ruído que deve ser cancelado. Entretanto, em aplicações práticas, podem ocorrer desvios entre esses valores de frequência. Tais

desvios aparecem devido a imprecisões no sensor de referência utilizado ou, ainda, devido a erros no processo de síntese dos sinais de referência. A diferença entre as frequências do ruído indesejado e dos sinais de referência é denominada descasamento de frequência (*frequency mismatch*) [37].

Análises dos efeitos do descasamento de frequência nos sistemas de ANC são apresentadas em [20], [21], [37]–[39]. Em [37] e [38], mostra-se, através de simulações, que o desempenho de um sistema de ANC é fortemente degradado mesmo com um erro de apenas 1% na frequência dos sinais de referência. Em [39], um estudo analítico sobre os efeitos do descasamento de frequência na redução do ruído indesejado é realizado, sendo o sistema de ANC considerado em tal trabalho similar ao apresentado na Seção 2.2.2. Em [20], os efeitos do descasamento de frequência são estudados em sistemas de ANC que operam com sinais complexos. Expressões para a condição de estabilidade, passo ótimo, redução de ruído e taxa de convergência para sistemas de ANC com descasamento de frequência e erro na identificação do caminho secundário são derivadas em [21]. O sistema de ANC analisado em tal trabalho opera com sinais complexos.

Para obtenção de uma expressão que descreva a redução do ruído senoidal proporcionada pelo sistema de ANC, discutido na Seção 2.2.2, em função do passo de adaptação e do erro na frequência dos sinais de referência, define-se primeiramente a redução do ruído em regime permanente (em decibel) como

$$\text{NR}|_{\text{dB}} \triangleq 10 \log_{10} \left( \frac{P_d}{P_e} \right) \quad (2.54)$$

onde  $P_d$  e  $P_e$  são respectivamente, as potências do ruído indesejado e do sinal de erro em regime permanente.

Assumindo que  $d(n)$  e  $e(n)$  são sinais senoidais, a razão de potências  $P_d / P_e$  é dada por

$$\frac{P_d}{P_e} = \left| \frac{1}{H(\omega_d)} \right|^2 \quad (2.55)$$

onde

$$\frac{1}{H(\omega_d)} = \frac{F(\omega_d) + \mu A_x^2 A_s S(\omega_d) [e^{j\omega_d} \cos(\omega_x - \phi_s) - \cos \phi_s]}{F(\omega_d)} \quad (2.56)$$

é o inverso do valor da resposta em frequência [obtida da função de transferência (2.33)] na frequência do ruído indesejado e

$$F(\omega_d) = e^{j2\omega_d} - 2e^{j\omega_d} \cos \omega_x + 1. \quad (2.57)$$

Agora, considerando em (2.56) e (2.57),  $\omega_d = \omega_x + \tilde{\omega}$  (onde  $\tilde{\omega}$  é a diferença entre as frequências do ruído indesejado e do sinal de referência) e substituindo a expressão resultante em (2.54), obtém-se a seguinte expressão para a redução de ruído em função do erro na frequência e do passo de adaptação [39]:

$$NR(\tilde{\omega}, \mu) \Big|_{\text{dB}} = 20 \log_{10} \left\{ \frac{F_0(\tilde{\omega}) + \mu A_x^2 A_s S(\omega_x + \tilde{\omega}) F_1(\tilde{\omega})}{F_0(\tilde{\omega})} \right\} \quad (2.58)$$

com

$$F(\tilde{\omega}) = e^{j2(\omega_x + \tilde{\omega})} - 2e^{j(\omega_x + \tilde{\omega})} \cos \omega_x + 1 \quad (2.59)$$

e

$$F_1(\tilde{\omega}) = e^{j(\omega_x + \tilde{\omega})} \cos(\omega_x - \phi_s) - \cos \phi_s \quad (2.60)$$

onde  $\omega_x$  denota a frequência dos sinais de referência e  $\tilde{\omega} = \omega_d - \omega_x$ , o erro na frequência dos sinais de referência.

Observa-se de (2.58) que um incremento no valor do passo de adaptação leva a uma maior redução do ruído indesejado. Obviamente, o passo de adaptação está restrito a um valor máximo (limite de estabilidade).

Na Figura 2.10, curvas de redução do ruído em função do desvio na frequência para passos de adaptação iguais a 0,1, 0,5 e 3 são apresentados. Tais curvas são obtidas a partir de (2.58) utilizando os seguintes parâmetros:  $A_x = 1$ ,  $\omega_x = 2\pi f_x / f_s$ , com  $f_s = 5$  kHz e  $f_x = 700$  Hz. No cenário adotado, considera-se que  $S(\omega) = A_s e^{j\phi_s}$ , com  $A_s = 0,5$  e  $\phi_s = \pi/4$ , i.e., o caminho secundário possui o mesmo comportamento em toda faixa de frequência considerada. Adicionalmente são realizadas simulações, através do método de Monte Carlo, para confirmar os resultados teóricos fornecidos por (2.58). No procedimento adotado, o sistema de ANC da Seção 2.2.2 é simulado (considerando 100 realizações independentes) para um conjunto de valores do passo  $\mu$  e frequência  $\omega_d = 2\pi f_d / f_s$ . Também são

considerados os seguintes parâmetros  $\sigma_v^2 = 0$ ,  $A_d = 1$ , e  $\phi_d$  definida como uma variável aleatória de distribuição uniforme no intervalo  $[0, 2\pi)$ . Na Figura 2.10, para facilitar a interpretação dos resultados, o eixo de frequência está em Hz. Observa-se, a partir dessa figura, que o sistema de ANC analisado apresenta uma forte redução de desempenho à medida que a frequência do sinal de referência se afasta da frequência do ruído senoidal.

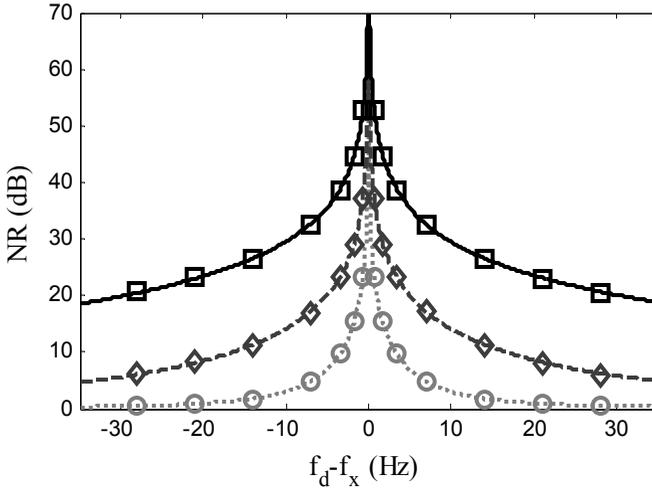


Figura 2.10. Curvas do nível de redução do ruído em função do passo de adaptação e do desvio na frequência dos sinais de referência. (Linha sólida escura) curva teórica para  $\mu = 3$ . (Linha sólida cinza escura) curva teórica para  $\mu = 0,5$ . (Linha sólida cinza clara) curva teórica para  $\mu = 0,1$ . (Quadrado escuro) simulação para  $\mu = 3$ . (Losango cinza escuro) simulação para  $\mu = 0,5$ . (Círculo cinza claro) simulação para  $\mu = 0,1$ .

Para, mais uma vez, ilustrar a influência do fenômeno do descasamento de frequência na degradação do desempenho de um sistema de ANC, outras simulações são realizadas considerando sinais de referência sintetizados em dois cenários distintos. No primeiro cenário,  $x_0(n)$  e  $x_1(n)$  são gerados sem erro na frequência enquanto, no segundo, esses mesmos sinais são sintetizados com desvio de 1% no valor da frequência. Para cada simulação, o sistema de ANC

apresentado na Seção 2.2.2 tem os seguintes parâmetros:  $A_d = A_x = 1$ ,  $\omega_d = 2\pi f_d / f_s$ ,  $\omega_x = 2\pi f_x / f_s$ , com  $f_d = 700$  Hz,  $f_x = 693$  Hz e  $f_s = 5$  kHz. Para representar os efeitos do caminho secundário na frequência  $f_x$ , adota-se  $A_s = 0,5$  e  $\phi_s = \pi/4$ . Para cada simulação, são definidos, ainda,  $\mu = 4$ ,  $\sigma_v^2 = 10^{-5}$ , e  $\phi_d$  como uma variável aleatória com valores distribuídos uniformemente no intervalo  $[0, 2\pi)$ . Para cada cenário considerado, o sistema de ANC é simulado através do método de Monte Carlo com 100 realizações independentes. Como medida de desempenho, utiliza-se a redução do ruído (em decibel) em função de  $n$ , a qual é definida como

$$\text{NR}(n)|_{\text{dB}} \triangleq 10 \log_{10} \left[ \frac{P_d(n)}{P_e(n)} \right] \quad (2.61)$$

com  $P_d(n)$  e  $P_e(n)$  denotando, respectivamente, as potências do ruído indesejado e do sinal de erro. Assim,

$$P_e(n) \approx \frac{1}{K} \sum_{k=1}^K e_k^2(n) \quad (2.62)$$

e

$$P_d(n) \approx \frac{1}{K} \sum_{k=1}^K d_k^2(n) \quad (2.63)$$

onde  $K = 100$  é o número de realizações,  $e_k(n)$  e  $d_k(n)$  são, respectivamente, o sinal de erro e o ruído indesejado na  $k$ -ésima realização do método de Monte Carlo.

Na Figura 2.11, é mostrado o resultado de simulação, indicando que um erro de 1% na frequência dos sinais de referência acarreta (no cenário considerado) uma redução de aproximadamente 12 dB na atenuação do ruído indesejado. Portanto, verifica-se que o desempenho de um sistema de ANC que utiliza sensor de referência não acústico é fortemente degradado devido a imprecisões na frequência dos sinais de referência. Assim, torna-se necessário o desenvolvimento de sistemas de ANC robustos ao fenômeno do descasamento de frequência.

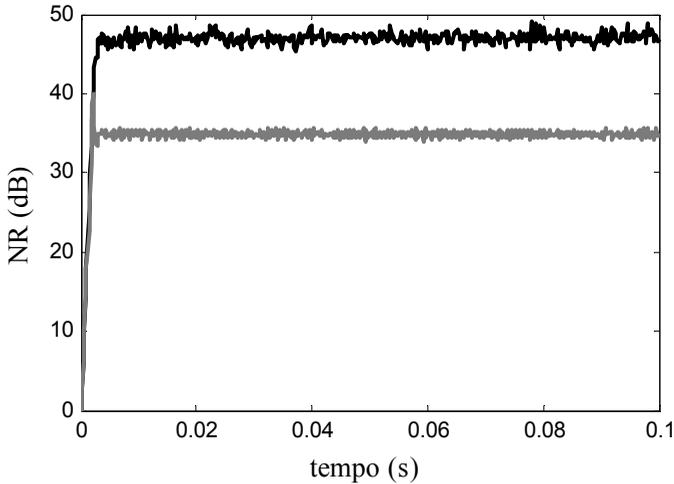


Figura 2.11. Níveis de atenuação do sistema de ANC. (Linha irregular escura) sistema de ANC operando no cenário no qual a frequência do ruído primário é medida sem erro. (Linha irregular cinza) sistema de ANC operando na presença de descasamento de frequência.

## 2.4 Conclusões

Neste capítulo foi apresentada uma introdução aos sistemas de ANC *feedforward* que utilizam sensor de referência não acústico. Essa configuração pode ser aplicada em situações em que se deseja atenuar ruídos de banda estreita. Posteriormente foi mostrado que tais sistemas têm seu desempenho fortemente degradado quando os sinais de referência possuem erros na frequência. Nesse contexto, são discutidos no próximo capítulo os sistemas de ANC robustos ao fenômeno do descasamento de frequência.

## Sistemas de ANC Robustos ao Descasamento de Frequência

Conforme descrito no capítulo anterior, a ocorrência do descasamento de frequência causa uma perda considerável no desempenho de sistemas de ANC que utilizam sensor de referência não acústico. Neste capítulo, os principais sistemas de ANC robustos ao efeito do descasamento de frequência discutidos na literatura são apresentados. Em adição, um novo sistema de ANC com baixa sensibilidade a tal descasamento é proposto.

### 3.1 Sistemas de Xiao

Nesta seção, os sistemas de ANC robustos ao descasamento de frequência propostos por Xiao *et al.* em [37], [38] e [40] são discutidos. Em [37] e [38], a geração do sinal de antirruído e a compensação dos efeitos do descasamento de frequência são realizadas simultaneamente por meio da minimização do erro quadrático instantâneo. Nesses sistemas, o sinal de antirruído é gerado a partir de um filtro FIR de dois coeficientes denominado MPA (*magnitude/phase adjuster*). O filtro é adaptado usando o algoritmo FxLMS. Em [40], o filtro MPA passa a utilizar o algoritmo FxRLS para sua atualização. Os sistemas de Xiao<sup>1</sup> são capazes de atenuar mais de um componente senoidal do ruído indesejado.

A configuração básica do sistema de ANC adotada nos trabalhos de Xiao *et al.* é mostrada na Figura 3.1. Tal estrutura é comum aos sistemas propostos em [37], [38] e [40], sendo as diferenças na atualização dos filtros MPA e no mecanismo de redução do descasamento de frequência abordadas nas Seções 3.1.1 e 3.1.2. A configuração básica do sistema de ANC utilizada por Xiao *et al.* é também conhecida como sistema de ANC simplificado [1]. Tal configuração possui comportamento semelhante ao da apresentada na Seção 2.2.3, apesar das diferentes estruturas existentes entre essas duas configurações.

---

<sup>1</sup> Nesta dissertação, para fins de simplificação, os sistemas de ANC são nomeados pelo sobrenome do primeiro autor.

No diagrama mostrado na Figura 3.1,  $\omega_{x,q}$  é a frequência do  $q$ -ésimo sinal de referência,  $d(n)$ , o ruído que deve ser atenuado,  $x_q(n)$ , o sinal de referência do  $q$ -ésimo canal e  $y_q(n)$ , a saída do filtro adaptativo do canal  $q$ . Ainda nessa figura,  $S(z)$  é a função de transferência do caminho secundário,  $y'(n)$ , o sinal de cancelamento,  $\hat{S}(z)$ , o caminho secundário estimado,  $\hat{x}'_q(n)$ , o sinal de referência filtrado pela estimativa do caminho secundário e  $e(n)$ , o sinal de erro.

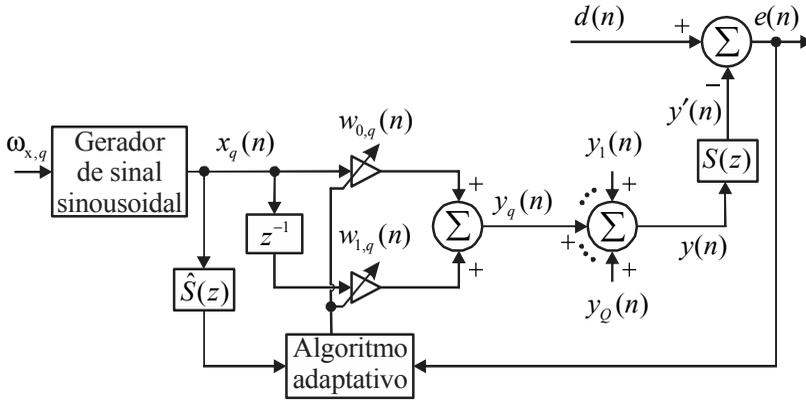


Figura 3.1. Diagrama de blocos do sistema de ANC básico adotado nos trabalhos de Xiao *et al.* (adaptado de [38], [39] e [40]).

O sinal  $d(n)$  do sistema apresentado na Figura 3.1 é modelado como

$$d(n) = \sum_{q=1}^Q A_{d,q} \cos(\omega_{d,q}n + \phi_{d,q}) + v(n) \quad (3.1)$$

com  $q = 1, \dots, Q$ , sendo  $Q$  o número de canais do sistema,  $A_{d,q}$ ,  $\omega_{d,q}$  e  $\phi_{d,q}$  são, respectivamente, a amplitude, a fase e a frequência do  $q$ -ésimo componente senoidal do sinal  $d(n)$ . Ainda em (3.1),  $v(n)$  é o ruído de medição, modelado como um ruído gaussiano branco de variância  $\sigma_v^2$ . No sistema da Figura 3.1, o sinal de referência do  $q$ -ésimo canal é computado como [37], [38], [40]

$$x_q(n) = a_{x,q} \cos(\omega_{x,q}n) + b_{x,q} \text{sen}(\omega_{x,q}n) \quad (3.2)$$

onde  $a_{x,q}$  e  $b_{x,q}$  são as amplitudes das funções senoidais que compõem o  $q$ -ésimo sinal de referência e  $\omega_{x,q}$  é a frequência do sinal  $x_q(n)$ . Nos sistemas de Xiao, considera-se que as frequências dos componentes senoidais que compõem o ruído primário são invariantes no tempo. Dessa forma, espera-se que as frequências  $\omega_{x,q}$  também sejam constantes. Os sinais de referência, filtrados pelo caminho secundário estimado, são obtidos por

$$\hat{x}'_q(n) = \sum_{m=0}^{\hat{M}-1} \hat{s}_m x_q(n-m) \quad (3.3)$$

sendo  $\hat{s}_m$  a  $m$ -ésima amostra da resposta ao impulso do caminho secundário estimado e  $\hat{M}$ , a ordem dessa resposta ao impulso. O sinal de antirruído  $y(n)$  é dado por

$$y(n) = \sum_{q=1}^Q y_q(n) \quad (3.4)$$

considerando

$$y_q(n) = w_{0,q}(n)x_q(n) + w_{1,q}(n)x_q(n-1) \quad (3.5)$$

onde  $w_{0,q}(n)$  e  $w_{1,q}(n)$  são os coeficientes do filtro adaptativo MPA do  $q$ -ésimo canal e  $y_q(n)$ , a saída do filtro adaptativo do canal  $q$ . Finalmente, o sinal de erro é

$$\begin{aligned} e(n) &= d(n) - y'(n) \\ &= d(n) - s(n) * y(n) \end{aligned} \quad (3.6)$$

com  $s(n)$  denotando a resposta ao impulso do caminho secundário, e  $*$  caracterizando a operação de convolução linear.

Até o momento, foi apresentada a configuração básica do sistema de ANC adotada por Xiao *et al.*. Para reduzir os efeitos do descasamento de frequência, os autores propõem, primeiramente, que o sinal de referência representado em (3.2) seja gerado através da seguinte equação recursiva [37], [38], [40]:

$$x_q(n) = -c_q x_q(n-1) - x_q(n-2) \quad (3.7)$$

onde  $n \geq 2$ ,  $x_q(0) = a_{x,q}$  e  $x_q(1) = a_{x,q} \cos(\omega_{x,q}) + b_{x,q} \sin(\omega_{x,q})$ . Na equação (3.7),  $c_q$  é um coeficiente dependente da frequência do sinal de referência, sendo tal relação dada por

$$c_q = -2 \cos(\omega_{x,q}). \quad (3.8)$$

Observa-se de (3.8) que a frequência do sinal de referência  $x_q(n)$  pode ser alterada indiretamente por meio de uma mudança no valor do coeficiente  $c_q$ . Assim, para reduzir o descasamento de frequência, Xiao *et al.* propõem que a frequência do sinal de referência seja corrigida através da adaptação desse coeficiente. Nesse ponto, é que os sistemas de ANC propostos em [37], [38] e [40] se diferenciam. Em [37] e [38], os autores propõem que o filtro MPA e o coeficiente  $c_q$  sejam adaptados através do algoritmo FxLMS. Em [40], o sistema de Xiao considera para a adaptação o algoritmo FxRLS. Na sequência, cada uma dessas estruturas é discutida.

### 3.1.1 Sistema de Xiao operando com algoritmo FxLMS

No sistema de ANC apresentado em [37] e [38], o filtro MPA é atualizado por meio do algoritmo FxLMS considerando as seguintes equações:

$$w_{0,q}(n+1) = w_{0,q}(n) + \mu_q \hat{x}'_q(n) e(n) \quad (3.9)$$

e

$$w_{1,q}(n+1) = w_{1,q}(n) + \mu_q \hat{x}'_q(n-1) e(n) \quad (3.10)$$

sendo  $\mu_q$  o passo de adaptação.

Para a adaptação do coeficiente  $c_q$  é utilizado o método do gradiente estocástico [26], usando a seguinte equação [37], [38]:

$$c_q(n+1) = c_q(n) - \frac{\mu_{c,q}}{2} \frac{\partial e^2(n)}{\partial c_q(n)} = c_q(n) - \mu_{c,q} e(n) \frac{\partial e(n)}{\partial c_q(n)} \quad (3.11)$$

onde  $\mu_{c,q}$  representa o passo de adaptação. A expressão final para (3.11) é obtida em [38] e é dada por

$$c_q(n+1) = c_q(n) - \mu_{c,q} e(n) w_{0,q}(n) \hat{x}'_q(n-1). \quad (3.12)$$

Nota-se que em (3.12) o coeficiente  $c_q(n)$  é atualizado utilizando o sinal de referência filtrado pelo caminho secundário estimado. Assim, diz-se que a adaptação desse coeficiente recai sobre o algoritmo FxLMS. Além disso, Xiao *et al.* estabelecem um procedimento de reinicialização para o coeficiente  $c_q(n)$ . Na estratégia adotada, caso a diferença entre a frequência relacionada com o coeficiente  $c_q(n)$ , dada por  $\cos^{-1}[-c_q(n)/2]$ , e a frequência  $\omega_{x,q}$ , obtida a partir do sensor de referência não acústico, esteja acima de um determinado limiar, o coeficiente  $c_q(n)$  deve ser reiniciado com o valor  $-2\cos(\omega_{x,q})$ . A escolha de um valor adequado para o limiar de reinicialização deve levar em consideração as características da aplicação [38].

Na Figura 3.2, é apresentado o diagrama do sistema de Xiao que opera com algoritmo FxLMS, destacando seu  $q$ -ésimo canal. Nessa figura, é mostrada também a estrutura utilizada para a correção da frequência do sinal de referência.

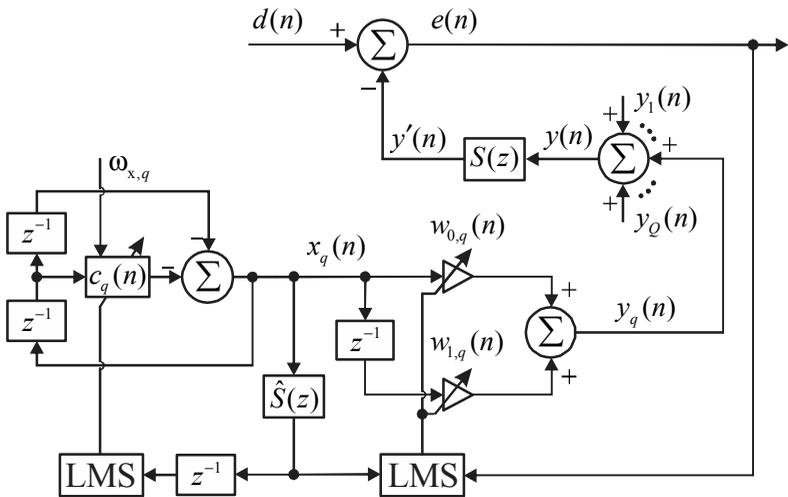


Figura 3.2. Diagrama de blocos do sistema de Xiao que opera com algoritmo FxLMS.

Na Tabela 1, é dado o número de operações aritméticas requeridas a cada iteração (complexidade computacional) pelo sistema de Xiao operando com algoritmo FxLMS. Nessa tabela,  $Q$  é o número

de canais do sistema de ANC e  $\hat{M}$ , a ordem do filtro FIR que modela o caminho secundário. Assim, o sistema de ANC apresentado nessa seção requer  $Q(\hat{M} + 9)$  operações de multiplicação e  $Q(\hat{M} + 5) - 1$  operações de adição, a cada iteração.

Tabela 1 – Complexidade computacional do sistema da Figura 3.2

Sinal ou variável computada	Operações aritméticas	
	Multiplicações	Adições
$x_q(n)$	$Q$	$Q$
$y_q(n)$	$2Q$	$Q$
$y(n)$	–	$Q - 1$
$\hat{x}'_q(n)$	$\hat{M}Q$	$(\hat{M} - 1)Q$
$\mu_q e(n)^2$	$Q$	–
$w_{0,q}(n)$	$Q$	$Q$
$w_{1,q}(n)$	$Q$	$Q$
$c_q(n)$	$3Q$	$Q$

### 3.1.2 Sistema de Xiao operando com algoritmo FxRLS

Em [40], Xiao *et al.* propõem uma modificação no sistema de ANC apresentado em [37] e [38]. Nesse novo sistema, o filtro adaptativo MPA é atualizado por meio do algoritmo FxRLS. A versão desse algoritmo com entrada de referência não filtrada é apresentado em [26] e [41]. Para a estratégia de correção da frequência do sinal de referência, Xiao *et al.* mantêm o procedimento proposto em [38] e [39], sugerindo apenas que o coeficiente  $c_q(n)$  possa ser atualizado também por meio do algoritmo FxRLS. Nesse sistema, para a atualização de cada filtro MPA, primeiramente, são definidos os seguintes vetores:

$$\mathbf{w}_q(n) = [w_{0,q}(n), w_{1,q}(n)]^T \quad (3.13)$$

<sup>2</sup> O termo  $\mu_q e(n)$  é comum à computação dos coeficientes  $w_{0,q}(n)$  e  $w_{1,q}(n)$  necessitando assim ser calculado apenas uma vez.

e

$$\hat{\mathbf{x}}'_q(n) = [\hat{x}'_q(n), \hat{x}'_q(n-1)]^T \quad (3.14)$$

com  $q = 1, \dots, Q$ , sendo  $Q$  o número de canais do sistema,  $\mathbf{w}_q(n)$  é o vetor de coeficientes do  $q$ -ésimo canal do filtro adaptativo MPA e  $\hat{\mathbf{x}}'_q(n)$ , o vetor com as amostras do sinal de referência filtrado pelo caminho secundário estimado. Assim, cada filtro MPA é atualizado através das seguintes equações:

$$\mathbf{F}_q(n) = \frac{1}{\lambda_q} \left\{ \mathbf{F}_q(n-1) - \frac{\mathbf{F}_q(n-1)\hat{\mathbf{x}}'_q(n)[\hat{\mathbf{x}}'_q(n)]^T \mathbf{F}_q(n-1)}{\lambda_q + [\hat{\mathbf{x}}'_q(n)]^T \mathbf{F}_q(n-1)\hat{\mathbf{x}}'_q(n)} \right\} \quad (3.15)$$

$$\mathbf{w}_q(n) = \mathbf{w}_q(n-1) + \mathbf{F}_q(n)\hat{\mathbf{x}}'_q(n)e(n) \quad (3.16)$$

onde  $\mathbf{F}_q(n)$  representa a matriz de ganhos,  $e(n)$ , o sinal de erro e  $\lambda_q$ , o fator de esquecimento, com  $0 < \lambda_q < 1$ . Geralmente, são utilizadas como condições iniciais  $\mathbf{w}_q(0) = \mathbf{0}$  e  $\mathbf{F}_q(0) = \delta_q \mathbf{I}$ , sendo  $\delta_q$  uma constante positiva,  $\mathbf{0}$  um vetor coluna de zeros e  $\mathbf{I}$ , a matriz identidade.

Para a correção da frequência de cada sinal de referência, Xiao *et al.* sugerem o uso do algoritmo FxLMS. Porém, os autores também apresentam as equações de atualização do coeficiente  $c_q(n)$  através do algoritmo FxRLS. Nesse caso, a adaptação de  $c_q(n)$  é realizada pelas seguintes equações:

$$\varphi_{c,q}(n) = -w_{0,q}(n)\hat{x}'_q(n-1) \quad (3.17)$$

$$F_{c,q}(n) = \frac{1}{\lambda_{c,q}} \left[ F_{c,q}(n-1) - \frac{F_{c,q}^2(n-1)\varphi_{c,q}^2(n)}{\lambda_{c,q} + \varphi_{c,q}^2(n)F_{c,q}(n-1)} \right] \quad (3.18)$$

$$c_q(n) = c_q(n-1) + F_{c,q}(n)\varphi_{c,q}(n)e(n) \quad (3.19)$$

com  $\varphi_{c,q}(n)$  denotando uma variável auxiliar,  $F_{c,q}(n)$ , o ganho utilizado na atualização de  $c_q(n)$ , e  $\lambda_{c,q}$ , o fator de esquecimento, cujo valor é limitado ao intervalo  $(0,1)$ . Como condição inicial utiliza-se  $F_{c,q} = \delta_c$ , onde  $\delta_c$  é uma constante positiva.

No sistema de Xiao que opera com algoritmo FxRLS, a estratégia de reinicialização do coeficiente  $c_q(n)$  segue o mesmo procedimento adotado no sistema anterior. O diagrama do sistema apresentado nesta seção é similar ao apresentado na Figura 3.2, alterando apenas a nomenclatura do algoritmo adaptativo utilizado. Na Tabela 2, é mostrado o número de operações requeridas a cada iteração (complexidade computacional) do sistema de Xiao operando com o algoritmo FxRLS. Nessa tabela,  $Q$  é o número de canais do sistema de ANC e  $\hat{M}$ , a ordem do filtro FIR que modela o caminho secundário. Assim, na situação em que o coeficiente  $c_q(n)$  é adaptado pelo algoritmo FxLMS, o sistema de ANC apresentado nesta seção necessita  $Q(\hat{M} + 31)$  operações de multiplicação,  $Q(\hat{M} + 17) - 1$  operações de adição e  $Q$  divisões, a cada iteração. Agora, para o cenário em que  $c_q(n)$  é adaptado através do algoritmo FxRLS, o sistema requer a cada iteração  $Q(\hat{M} + 33)$  multiplicações,  $Q(\hat{M} + 18) - 1$  adições e  $2Q$  divisões.

Tabela 2 – Complexidade computacional do sistema de Xiao operando com o algoritmo FxRLS

Sinal ou variável computada	Operações aritméticas		
	Multiplicações	Adições	Divisões
$x_q(n)$	$Q$	$Q$	–
$y_q(n)$	$2Q$	$Q$	–
$y(n)$	–	$Q - 1$	–
$\hat{x}'_q(n)$	$\hat{M}Q$	$(\hat{M} - 1)Q$	–
$\mathbf{w}_q(n)$	$25Q$	$14Q$	$Q$
$c_q(n)$ (FxLMS)	$3Q$	$Q$	–
$c_q(n)$ (FxRLS)	$5Q$	$2Q$	$Q$

### 3.2 Sistema de Jeon

No trabalho apresentado em [42], Jeon *et al.* propõem um sistema de ANC que incorpora um estimador de frequência para o cálculo da frequência fundamental do ruído a ser cancelado. Tal procedimento tem por objetivo fornecer um valor de frequência mais preciso do que aquele medido através do sensor de referência não acústico. O estimador de frequência empregado foi apresentado originalmente em [43] e é baseado no espectro MVDR (*minimum variance distortionless response*) [26]. O sistema de Jeon visa aplicações nas quais o ruído indesejado é constituído de componentes senoidais harmonicamente relacionados.

Na Figura 3.3, o diagrama de blocos do sistema de Jeon é ilustrado. Nessa figura,  $x_{0,q}(n)$  e  $x_{1,q}(n)$  são os sinais de referência do  $q$ -ésimo canal,  $d(n)$  é o ruído a ser atenuado,  $y_q(n)$ , o sinal de antirruído gerado pelo filtro adaptativo do canal  $q$ ,  $y(n)$ , a composição de todos os sinais de antirruído,  $S(z)$ , a função de transferência do caminho secundário e  $y'(n)$ , o sinal de cancelamento. Ainda na Figura 3.3,  $\hat{S}(z)$  representa o caminho secundário estimado,  $\hat{x}'_{0,q}(n)$  e  $\hat{x}'_{1,q}(n)$  são os sinais de referência do  $q$ -ésimo canal filtrados pela estimativa do caminho secundário,  $e(n)$  é o sinal de erro,  $\hat{y}'(n)$ , a estimativa do sinal de cancelamento e  $\hat{d}(n)$ , o ruído indesejado estimado.

No sistema de ANC da Figura 3.3, o sinal  $\hat{d}(n)$  é utilizado para estimação da frequência fundamental do ruído  $d(n)$ , sendo tal frequência representada por  $\hat{\omega}_{d,1}(n)$ . O estimador de frequência utilizado é apresentado originalmente em [43] e opera apenas com sinais complexos. Devido a essa característica, a transformada discreta de Hilbert é utilizada para converter o ruído estimado  $\hat{d}(n)$  para uma versão complexa  $\hat{d}_C(n)$  com a mesma frequência fundamental.

No sistema de ANC da Figura 3.3, Jeon *et al.* assumem que a amplitude e a frequência dos componentes sinusoidais do ruído indesejado são variantes no tempo. Com tal consideração, o sinal  $d(n)$  é modelado como

$$d(n) = \sum_{q=1}^Q A_{d,q}(n) \cos \left[ \sum_{i=0}^n \omega_{d,q}(i) + \phi_{d,q} \right] + v(n) \quad (3.20)$$

onde  $q=1, \dots, Q$ , sendo  $Q$  o número de canais do sistema de ANC, e  $A_{d,q}(n)$ ,  $\omega_{d,q}(n)$  e  $\phi_{d,q}$  são, respectivamente, a amplitude, a frequência e a fase do  $q$ -ésimo componente sinusoidal do ruído  $d(n)$ . Ainda em (3.20),  $v(n)$  é o ruído de medição, modelado como um ruído gaussiano branco de variância  $\sigma_v^2$ .

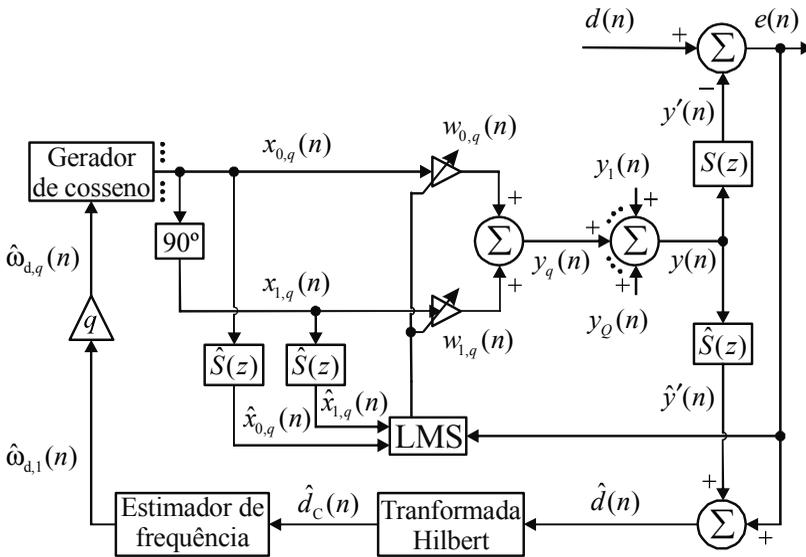


Figura 3.3. Diagrama de blocos do sistema de Jeon (adaptado de [42]).

No sistema de Jeon assume-se, ainda, que as frequências  $\omega_{d,q}(n)$  são múltiplas da frequência fundamental  $\omega_{d,1}(n)$ , sendo tal relação dada por

$$\omega_{d,q}(n) = q\omega_{d,1}(n). \tag{3.21}$$

O filtro rejeita-faixa adaptativo utilizado no sistema de Jeon opera com os seguintes sinais de referência:

$$x_{0,q}(n) = A_x \cos \left[ \sum_{i=0}^{n-1} \hat{\omega}_{d,q}(i) \right] \tag{3.22}$$

e

$$x_{1,q}(n) = A_x \text{sen} \left[ \sum_{i=0}^{n-1} \hat{\omega}_{d,q}(i) \right] \quad (3.23)$$

com  $A_x$  representado a amplitude dos sinais de referência e  $\hat{\omega}_{d,q}(n)$ , a frequência estimada do  $q$ -ésimo componente senoidal do ruído  $d(n)$ . Tal frequência é calculada como

$$\hat{\omega}_{d,q}(n) = q\hat{\omega}_{d,1}(n) \quad (3.24)$$

sendo  $\hat{\omega}_{d,1}(n)$  a frequência fundamental computada pelo estimador de frequência proposto em [43].

A síntese do sinal de referência senoidal  $x_{0,q}(n)$  pode ser realizada através de um procedimento de interpolação, o qual é realizado a partir das informações fornecidas por uma estrutura de dados do tipo *lookup table*. Tal procedimento é detalhado no Apêndice A. O sinal de referência  $x_{1,q}(n)$  pode ser gerado de forma análoga ou, ainda, pode ser sintetizado a partir da filtragem de  $x_{0,q}(n)$  por um filtro de deslocamento de  $90^\circ$ . Tal filtro pode ser implementado através da transformada discreta de Hilbert. No sistema de ANC ilustrado na Figura 3.3, os sinais  $y(n)$  e  $e(n)$  são computados da mesma forma que no sistema descrito na Seção 3.1 [ver equações (3.4)-(3.6)].

Os sinais de referência filtrados pelo caminho secundário estimado são computados como

$$\hat{x}'_{0,q}(n) = \sum_{m=0}^{\hat{M}-1} \hat{s}_m x_{0,q}(n-m) \quad (3.25)$$

e

$$\hat{x}'_{1,q}(n) = \sum_{m=0}^{\hat{M}-1} \hat{s}_m x_{1,q}(n-m) \quad (3.26)$$

onde  $\hat{s}_m$  é a  $m$ -ésima amostra da resposta ao impulso do caminho secundário estimado e  $\hat{M}$ , a ordem dessa resposta ao impulso. Os coeficientes dos filtros rejeita-faixa adaptativos são atualizados através das seguintes equações:

$$w_{0,q}(n+1) = w_{0,q}(n) + \mu_q \hat{x}'_{0,q}(n)e(n) \quad (3.27)$$

e

$$w_{1,q}(n+1) = w_{1,q}(n) + \mu_q \hat{x}'_{1,q}(n)e(n) \quad (3.28)$$

com  $\mu_q$  denotando o passo de adaptação.

No sistema de Jeon, o ruído  $d(n)$  é estimado por meio do seguinte procedimento:

$$\begin{aligned} \hat{d}(n) &= e(n) + \hat{y}'(n) \\ &= d(n) + \hat{y}'(n) - y'(n) \end{aligned} \quad (3.29)$$

com

$$\hat{y}'(n) = \sum_{m=0}^{\hat{M}-1} \hat{s}_m y(n-m). \quad (3.30)$$

Observa-se, a partir de (3.29), que o sinal  $\hat{d}(n)$  é composto de duas parcelas. A primeira é o ruído  $d(n)$ , constituído por componentes senoidais e pelo ruído de medição. A segunda parcela é a diferença entre o sinal de cancelamento  $y'(n)$  e sua estimativa  $\hat{y}'(n)$ . Assim, quanto mais precisa for a estimativa do caminho secundário, mais próximo o sinal  $\hat{d}(n)$  estará de  $d(n)$ .

No sistema de Jeon, o sinal  $\hat{d}(n)$  é convertido, através da transformada discreta de Hilbert, para uma versão complexa, representada na Figura 3.3 por  $\hat{d}_C(n)$ . Tal sinal é, por sua vez, utilizado na computação da frequência fundamental do ruído estimado. O estimador de frequência adotado no sistema de Jeon foi apresentado originalmente em [43] e é baseado no espectro MVDR [26], [44]. Nas próximas seções, são apresentados o cálculo do ruído estimado complexo  $\hat{d}_C(n)$ , o espectro MVDR e o estimador de frequência empregado no sistema de Jeon.

### 3.2.1 Cálculo do ruído estimado complexo

A transformada discreta de Hilbert possui a propriedade de deslocar em  $90^\circ$  a fase do sinal transformado sem alterar a sua magnitude. Essa propriedade é utilizada no sistema de Jeon para sintetizar o sinal complexo  $\hat{d}_C(n)$  a partir do ruído estimado  $\hat{d}(n)$ .

Nesse procedimento, ilustrado na Figura 3.4, a parte real do sinal  $\hat{d}_C(n)$  corresponde ao sinal  $\hat{d}(n)$  atrasado e a parcela imaginária é a transformada discreta de Hilbert de  $\hat{d}(n)$  ponderada por um ganho.

Na Figura 3.4,  $\hat{H}(z)$  é a função de transferência do filtro aproximado da transformada discreta de Hilbert. Tal filtro é dito aproximado, pois sua resposta ao impulso é uma versão truncada e deslocada da resposta ao impulso original, sendo a versão aproximada dada por

$$\hat{h}(n) = \frac{2}{\pi(n-\Delta)} \text{sen}^2 \left[ \frac{\pi}{2}(n-\Delta) \right] \quad (3.31)$$

para  $n = 0, \dots, \Delta-1, \Delta+1, \dots, 2\Delta$  e  $\hat{h}(n) = 0$  para  $n = \Delta$  e  $2\Delta < n < 0$ . Em (3.31)  $\Delta$  denota o valor de deslocamento e truncamento da resposta ao impulso e  $2\Delta+1$ , a ordem de  $\hat{h}(n)$ .

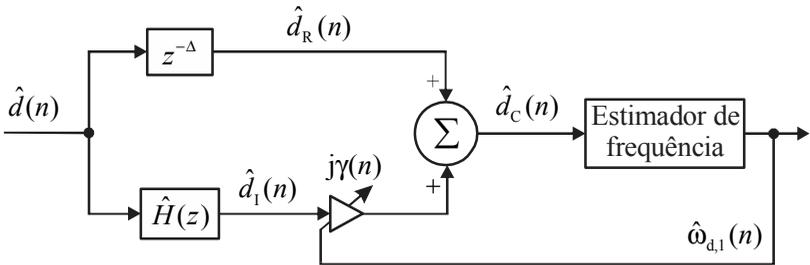


Figura 3.4. Estrutura utilizada para geração do sinal complexo  $\hat{d}_C(n)$  a partir do ruído estimado  $\hat{d}(n)$  (adaptado de [43]).

Devido às aproximações consideradas em (3.31),  $\hat{H}(\omega)$  [resposta em frequência obtida de  $\hat{H}(z)$ ] não possui ganho unitário e nem atraso de grupo constante em todas as frequências [43]. Para compensar esses efeitos, algumas alterações são realizadas para a obtenção do sinal complexo  $\hat{d}_C(n)$ . Nota-se, a partir do diagrama da Figura 3.4, que a parte real do sinal  $\hat{d}_C(n)$  é igual a  $\hat{d}(n)$  deslocado de  $\Delta$  amostras. Esse atraso é realizado para compensar o deslocamento da resposta ao impulso  $h(n)$  original. Ainda da Figura 3.4, a parcela imaginária de

$\hat{d}_C(n)$  corresponde ao sinal  $\hat{d}(n)$  convolvido com  $\hat{h}(n)$  e multiplicado pelo ganho  $\gamma(n)$ . Tal ganho é utilizado para compensar a distorção na magnitude da resposta em frequência  $\hat{H}(\omega)$  devido ao truncamento da resposta ao impulso original [43]. O ganho  $\gamma(n)$  é computado como segue:

$$\begin{aligned} \gamma(n) &= \frac{1}{\left| \hat{H}[\hat{\omega}_{d,1}(n-1)] \right|} \\ &= \frac{1}{\left| \sum_{k=0}^{2\Delta} \hat{h}_k e^{jk\hat{\omega}_{d,1}(n-1)} \right|} \end{aligned} \quad (3.32)$$

onde  $|\cdot|$  representa a operação de módulo,  $\hat{H}(\omega)$ , a resposta em frequência obtida de  $\hat{H}(z)$  e  $\hat{\omega}_{d,1}(n-1)$ , a estimativa da frequência fundamental do ruído no instante anterior.

Assim, o sinal complexo  $\hat{d}_C(n)$  é expresso como

$$\hat{d}_C(n) = \hat{d}(n - \Delta) + j\gamma(n)[\hat{d}(n) * \hat{h}(n)] \quad (3.33)$$

com  $j$  denotando o número imaginário  $\sqrt{-1}$ . Em (3.33), a parcela imaginária  $\gamma(n)[\hat{d}(n) * \hat{h}(n)]$  possui fase deslocada de  $90^\circ$  em relação à parcela real  $\hat{d}(n - \Delta)$ .

### 3.2.2 Espectro MVDR

O método de estimação espectral MVDR (*minimum-variance distortionless response*) é uma técnica utilizada para a computação do espectro de potência de sinais discretos. Esse método é classificado como não paramétrico (pois é baseado no conceito de banco de filtros [44]) e foi apresentado primeiramente em [45] sendo, também, conhecido como método de Capon.

Conceitualmente, no método de estimação espectral MVDR, o espectro de potência de um sinal  $\hat{d}_C(n)$  é estimado primeiramente projetando-se um filtro FIR passa-faixa com função de transferência  $G_l(z)$ , sendo sua banda de passagem centrada em uma dada frequência  $\omega_l$  de interesse. Tal filtro é projetado através de um processo de

otimização, no qual o objetivo é minimizar sua potência de saída, sujeito à restrição de que a característica espectral do sinal de entrada na frequência  $\omega_l$  não deve ser alterada. Após essa etapa, o sinal de entrada  $\hat{d}_C(n)$  é processado pelo filtro projetado, resultando no sinal  $\hat{d}_C^l(n)$ . A potência desse sinal é computada, sendo que o resultado é o valor do espectro MVDR do sinal  $\hat{d}_C(n)$  na frequência  $\omega_l$  [46]. No método de estimação espectral MVDR, a necessidade de se projetar um filtro para cada frequência  $\omega_l$  é apenas conceitual. De fato, o espectro MVDR pode ser computado de forma paramétrica para qualquer frequência  $\omega$  através da seguinte expressão [26], [44], [46]:

$$S_{\text{MVDR}}(\omega) = \frac{1}{\mathbf{v}^H(\omega) \mathbf{R}_{\hat{d}_C}^{-1} \mathbf{v}(\omega)} \quad (3.34)$$

onde  $\mathbf{R}_{\hat{d}_C}^{-1}$  denota a inversa da matriz de autocorrelação do sinal analisado,  $N_d$ , a ordem da matriz de  $\mathbf{R}_{\hat{d}_C}^{-1}$  e  $\mathbf{v}(\omega) = [1, e^{-j\omega}, \dots, e^{-j(N_d-1)\omega}]^T$ .

Na Figura 3.5, é mostrado o espectro MVDR de um sinal senoidal complexo com componentes de frequência em 200, 400, 600 e 800 Hz. Nesse exemplo, utiliza-se o valor de 2 kHz para a frequência de amostragem. Para a ordem da matriz de autocorrelação considera-se  $N_d = 10$ . Para facilitar a interpretação dos resultados, o eixo de frequência está em Hz. Observa-se, a partir da Figura 3.5, que o espectro MVDR apresenta picos acentuados nas frequências das senóides que compõem o sinal analisado. Nas demais regiões, nota-se que o espectro é fortemente atenuado possuindo contornos suaves. Tal característica torna mais fácil a identificação dos componentes de frequência presentes no sinal analisado.

### 3.2.3 Estimador de frequência baseado no espectro MVDR

O estimador de frequência abordado nesta seção foi proposto originalmente por Jeon *et al.* em [43]. Tal estimador realiza o cálculo da frequência fundamental do sinal  $\hat{d}_C(n)$  através de um processo iterativo que tem o objetivo de localizar um determinado ponto de mínimo de

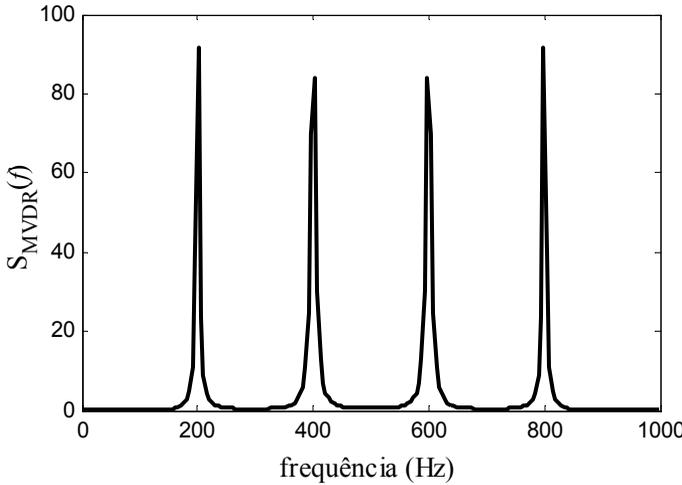


Figura 3.5. Espectro MVDR de um sinal senoidal complexo.

uma função custo  $J(\omega)$ . Essa função está relacionada ao espectro MVDR e é dada por [42], [43]

$$J(\omega) = \frac{1}{S_{\text{MVDR}}(\omega)} = \mathbf{s}^H(\omega) \mathbf{R}_{\hat{d}_c}^{-1} \mathbf{s}(\omega). \quad (3.35)$$

Devido às características do espectro MVDR, a função custo definida em (3.35) apresenta mínimos locais nas frequências que compõem o sinal  $\hat{d}_c(n)$ . Portanto, o estimador de frequência proposto em [43] tem como objetivo localizar o ponto de mínimo da função  $J(\omega)$  relacionado à frequência fundamental do sinal  $\hat{d}_c(n)$ . Para isso, no algoritmo de busca proposto em [43], são realizadas  $N_I$  iterações de atualização da frequência estimada em cada instante  $n$ . Tal algoritmo é baseado no gradiente da função custo  $J(\omega)$  e é definido pela seguinte equação [42], [43]:

$$\hat{\omega}_{d,1}(n, i) = \hat{\omega}_{d,1}(n, i-1) - \mu(i) \nabla J[\hat{\omega}_{d,1}(n, i-1)] \quad (3.36)$$

onde  $i = 1, 2, \dots, N_I$  é o índice da iteração,  $\hat{\omega}_{d,1}(n, i)$ , a frequência fundamental estimada na  $i$ -ésima iteração do instante  $n$ ,  $\mu(i)$ , o passo

de adaptação variável e  $\nabla J[\hat{\omega}_{d,1}(n, i-1)]$ , o gradiente da função custo (3.35) na frequência  $\hat{\omega}_{d,1}(n, i-1)$ . Em (3.36), para cada instante  $n$ , o valor inicial da frequência estimada  $\hat{\omega}_{d,1}(n, 0)$  é igual à estimativa computada na iteração  $N_I$  do instante anterior, isto é,  $\hat{\omega}_{d,1}(n-1, N_I) = \hat{\omega}_{d,1}(n, 0)$ .

Calculando o gradiente de (3.35) em relação à  $\hat{\omega}_{d,1}(n, i-1)$ , obtém-se [42]

$$\begin{aligned} \nabla J[\hat{\omega}_{d,1}(n, i-1)] = & \sum_{m=1}^{N_d} m \left\{ -\text{Im}\{e^{jm\hat{\omega}_{d,1}(n, i-1)}\} \sum_{k=m+1}^{N_d} \text{Re}[ir_{k-m, k}(n)] \right. \\ & \left. + \text{Re}\{e^{jm\hat{\omega}_{d,1}(n, i-1)}\} \sum_{k=m+1}^{N_d} \text{Im}[ir_{k-m, k}(n)] \right\} \end{aligned} \quad (3.37)$$

com  $ir_{p,q}(n)$  representado o elemento da  $p$ -ésima linha e  $q$ -ésima coluna da inversa da matriz de autocorrelação do sinal  $\hat{d}_C(n)$ , e  $N_d$ , a ordem dessa matriz.

O cálculo de (3.37) exige o conhecimento da inversa da matriz de autocorrelação do sinal  $\hat{d}_C(n)$  ( $\mathbf{R}_{\hat{d}_C}^{-1}$ ). Entretanto, na aplicação em questão, seu valor não é acessível, necessitando assim ser estimado. Dessa forma, utilizando o lema de inversão de matrizes [26],  $\mathbf{R}_{\hat{d}_C}^{-1}$  pode ser obtida de forma aproximada por [42]

$$\mathbf{R}_{\hat{d}_C}^{-1}(n) \approx \frac{1}{\lambda} \left[ \mathbf{R}_{\hat{d}_C}^{-1}(n-1) - \frac{\mathbf{R}_{\hat{d}_C}^{-1}(n-1)\hat{\mathbf{d}}_C(n)\hat{\mathbf{d}}_C^H(n)\mathbf{R}_{\hat{d}_C}^{-1}(n-1)}{\lambda + \hat{\mathbf{d}}_C^H(n)\mathbf{R}_{\hat{d}_C}^{-1}(n-1)\hat{\mathbf{d}}_C(n)} \right] \quad (3.38)$$

onde  $\hat{\mathbf{d}}_C(n) = [\hat{d}_C(n), \hat{d}_C(n-1), \dots, \hat{d}_C(n-N_d+1)]^T$  denota o vetor com as amostras do sinal  $\hat{d}_C(n)$ ,  $(\cdot)^H$ , a operador de complexo conjugado-transposto e  $\lambda$ , o fator de esquecimento, cujo valor é limitado ao intervalo  $(0, 1)$ . Em (3.38), utiliza-se  $\mathbf{R}_{\hat{d}_C}^{-1}(0) = \delta^{-1}\mathbf{I}$  como condição inicial, onde  $\delta$  é uma constante positiva e  $\mathbf{I}$ , a matriz identidade.

O comportamento do passo variável  $\mu(i)$  é proposto de forma empírica, resultando na seguinte equação [42], [43]:

$$\mu(i) = \tilde{\mu} \sum_{k=1}^{N_d} \left( (N_d - k + 1) \left\{ | \operatorname{Re}[r_{1,k}(n)] - r_{1,1} \cos[\hat{\omega}_{d,1}(n, i-1)] | \right. \right. \\ \left. \left. + | \operatorname{Im}[r_{1,k}(n)] - r_{1,1} \operatorname{sen}[\hat{\omega}_{d,1}(n, i-1)] | \right\} \right) \quad (3.39)$$

onde  $\tilde{\mu}$  é uma constante positiva e  $r_{p,q}(n)$ , o elemento da  $p$ -ésima linha e  $q$ -ésima coluna da matriz de autocorrelação do sinal  $\hat{d}_C(n)$ , sendo tal matriz estimada por

$$\mathbf{R}_{\hat{d}_C}(n) = \lambda \mathbf{R}_{\hat{d}_C}(n-1) + \hat{d}_{\hat{d}_C}(n) \hat{d}_{\hat{d}_C}^H(n). \quad (3.40)$$

com  $\mathbf{R}_{\hat{d}_C}(0) = \delta \mathbf{I}$  ( $\delta$  é uma constante positiva e  $\mathbf{I}$ , a matriz identidade).

Portanto no sistema de Jeon, a frequência  $\hat{\omega}_{d,1}(n, N_1)$  é computada através do seguinte procedimento: para cada instante  $n$ , as matrizes  $\mathbf{R}_{\hat{d}_C}^{-1}(n)$  e  $\mathbf{R}_{\hat{d}_C}(n)$  são atualizadas [através de (3.38) e (3.40)]. Após essa etapa inicial, a frequência fundamental  $\hat{\omega}_{d,1}(n, i)$  do sinal  $\hat{d}_C(n)$  é computada, em  $N_1$  iterações, por meio de (3.36), sendo o gradiente  $\nabla J[\hat{\omega}_{d,1}(n, i-1)]$  e o passo  $\mu(i)$  calculados, respectivamente, através de (3.37) e (3.39).

Para o estimador de frequência utilizado no sistema de Jeon, é necessário fornecer um valor inicial para a frequência fundamental do sinal  $\hat{d}_C(n)$ . Caso o valor fornecido seja distante do valor real, (3.36) pode convergir para um ponto de mínimo da função custo  $J(\omega)$  não consistente com a frequência fundamental. Assim, Jeon *et al.* propõem que seja utilizado, como valor inicial da frequência estimada  $\hat{\omega}_{d,1}(0)$  o valor obtido através do sensor de referência não acústico.

Em relação aos sistemas de ANC apresentados nas seções anteriores, o sistema de Jeon exige maior número de operações aritméticas por iteração. Tal acréscimo deve-se, principalmente, ao algoritmo de estimação de frequência utilizado. Na Tabela 3, a complexidade computacional do sistema de Jeon é descrita em detalhes. Nessa tabela, considera-se que os sinais de referência  $x_{0,q}(n)$  e  $x_{1,q}(n)$  são gerados através do procedimento de interpolação descrito no Apêndice A.

Tabela 3 – Complexidade computacional do sistema de Jeon

Sinal ou variável computada	Operações aritméticas			
	Multiplicações	Adições	Divisões	Raízes quadrada
$x_{0,q}(n)$	$2Q$	$7Q$	$Q$	–
$x_{1,q}(n)$	$2Q$	$7Q$	$Q$	–
$y_q(n)$	$2Q$	$Q$	–	–
$y(n)$	–	$Q-1$	–	–
$\hat{x}'_{0,q}(n)$	$\hat{M}Q$	$(\hat{M}-1)Q$	–	–
$\hat{x}'_{1,q}(n)$	$\hat{M}Q$	$(\hat{M}-1)Q$	–	–
$\hat{y}'(n)$	$\hat{M}$	$\hat{M}-1$	–	–
$\hat{d}(n)$	–	1	–	–
$\mu_q e(n)$	$Q$	–	–	–
$w_{0,q}(n)$	$Q$	$Q$	–	–
$w_{1,q}(n)$	$Q$	$Q$	–	–
$\hat{d}_C(n)$ ( $\Delta$ par)	$8\Delta+2$	$17\Delta-2$	$2\Delta+1$	1
$\hat{d}_C(n)$ ( $\Delta$ ímpar)	$8\Delta+12$	$17\Delta+16$	$2\Delta+3$	1
$\hat{\omega}_{d,1}(n, N_I)$	$7N_d^2 + 6N_d - 3$ $N_I(6N_d - 5)$	$6N_d^2 +$ $N_I(6N_d - 7)$	$N_d$	–

### 3.3 Novo sistema de ANC robusto ao fenômeno de descasamento de frequência

Nesta seção, é apresentado um novo sistema de ANC capaz de atingir alta atenuação do ruído indesejado em um cenário em que ocorre o fenômeno de descasamento de frequência. Tal sistema é indicado para situações nas quais o ruído indesejado é formado por componentes senoidais harmonicamente relacionados. Na Figura 3.6, o diagrama de

blocos do sistema de ANC proposto é ilustrado. Nesse diagrama,  $x_{0,q}(n)$  e  $x_{1,q}(n)$  são os sinais de referência do  $q$ -ésimo canal,  $d(n)$  é o ruído indesejado,  $y_q(n)$ , o sinal de antirruído gerado pelo filtro adaptativo do canal  $q$ ,  $y(n)$ , a composição dos sinais de antirruído de todos os canais do sistema de ANC,  $S(z)$ , a função de transferência do caminho secundário, e  $y'(n)$ , o sinal de cancelamento. Ainda na Figura 3.6,  $\hat{S}(z)$  representa o caminho secundário estimado,  $\hat{x}'_{0,q}(n)$  e  $\hat{x}'_{1,q}(n)$  são os sinais de referência do  $q$ -ésimo canal filtrados pela estimativa do caminho secundário,  $e(n)$  é o sinal de erro,  $\hat{y}'(n)$ , o sinal de cancelamento estimado, e  $\hat{d}(n)$ , o ruído indesejado estimado.

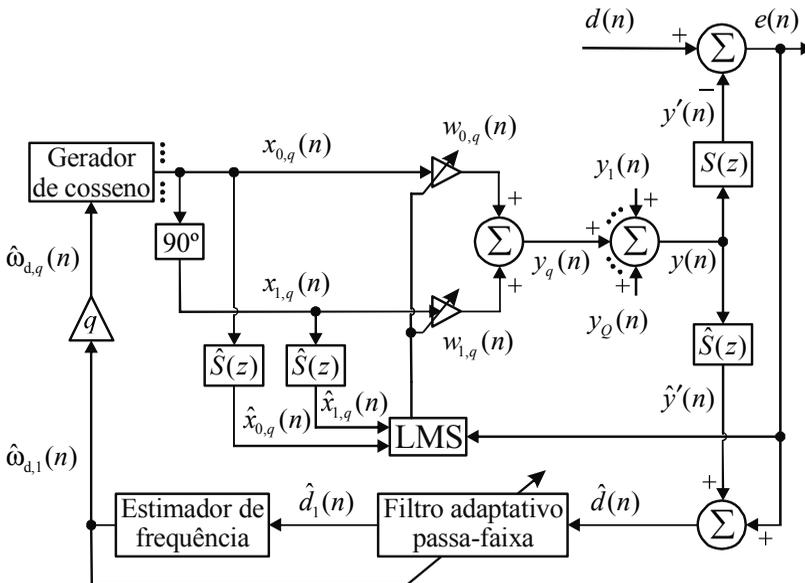


Figura 3.6. Diagrama de blocos do sistema de ANC proposto.

No sistema de ANC proposto, o ruído indesejado estimado  $\hat{d}(n)$  é processado por um o filtro passa-faixa variante no tempo. Os coeficientes de tal filtro são calculados de forma a atenuar os componentes senoidais de  $\hat{d}(n)$  que possuem frequências acima da frequência fundamental. Essa operação de filtragem tem como resultado

o sinal  $\hat{d}_1(n)$  constituído principalmente pelo componente de frequência fundamental do ruído que deve ser cancelado. Tal sinal é fornecido ao estimador de frequência para que seja realizada a computação precisa da frequência estimada  $\hat{\omega}_{d,1}(n)$ , a qual é utilizada na síntese dos sinais de referência de cada canal do sistema de ANC.

Observa-se, a partir da Figura 3.6, que a topologia utilizada no sistema de ANC proposto é semelhante à usada no sistema de Jeon. A diferença principal entre esses sistemas de ANC é a estratégia utilizada para a estimação da frequência fundamental do ruído indesejado. No sistema de ANC apresentado nesta seção, a frequência  $\hat{\omega}_{d,1}(n)$  é computada através de uma estratégia caracterizada por ser de baixa complexidade computacional, em contraste com a estratégia utilizada no sistema de Jeon (veja Seção 3.2.3).

No diagrama de blocos ilustrado na Figura 3.6, considera-se que todos os sinais, com exceção de  $\hat{d}_1(n)$  e  $\hat{\omega}_{d,1}(n)$ , são computados da mesma maneira que no sistema apresentado na Seção 3.2. Nas próximas seções serão discutidos o filtro passa-faixa variante no tempo e o estimador de frequência utilizado no sistema de ANC proposto nesta dissertação.

### 3.3.1 Filtro passa-faixa variante no tempo

No sistema de ANC proposto, o ruído estimado  $\hat{d}(n)$  é dado por

$$\begin{aligned} \hat{d}(n) &= d(n) + \hat{y}'(n) - y'(n) \\ &= \sum_{q=1}^Q \left\{ A_{d,q}(n) \cos \left[ \sum_{i=0}^n \omega_{d,q}(i) + \phi_{d,q} \right] \right\} + \\ &\quad + v(n) + \hat{y}'(n) - y'(n) \end{aligned} \quad (3.41)$$

onde  $d(n)$  é o ruído indesejado,  $y'(n)$ , o sinal de cancelamento e  $\hat{y}'(n)$ , sua estimativa. Ainda em (3.41),  $v(n)$  é o ruído de medição,  $q$ , o índice do componente senoidal do ruído  $d(n)$ , e  $A_{d,q}(n)$ ,  $\omega_{d,q}(n)$  e  $\phi_{d,q}$  são, respectivamente, a amplitude, a frequência e a fase do  $q$ -ésimo componente senoidal do ruído  $d(n)$ .

Nota-se, de (3.41), que o ruído indesejado estimado  $\hat{d}(n)$  é composto por duas parcelas. A primeira, que é geralmente a de maior

energia, corresponde ao ruído indesejado  $d(n)$ . Tal sinal é constituído pelos componentes senoidais e pelo ruído de medição. A segunda parcela é dada por  $\hat{y}'(n) - y'(n)$ , e está relacionada ao erro de modelagem do caminho secundário.

No estimador de frequência empregado no sistema de ANC proposto, a estimativa da frequência  $\omega_{d,1}(n)$  do ruído indesejado é degradada pelos componentes senoidais de  $d(n)$  [e presentes também no sinal  $\hat{d}(n)$ ] que possuem frequência acima da frequência fundamental. Assim, para melhorar a estimativa da frequência  $\omega_{d,1}(n)$ , utiliza-se uma estratégia para atenuar esses componentes senoidais. Para tal, emprega-se um filtro passa-faixa variante no tempo, cujos coeficientes são computados a cada iteração com o objetivo de atenuar os componentes senoidais, com frequências acima da frequência fundamental presentes no ruído indesejado estimado. A característica variante no tempo desse filtro é necessária para que seu comportamento espectral acompanhe qualquer alteração da frequência fundamental do ruído indesejado. Para esse filtro, determina-se que a frequência central da banda de passagem seja igual ao valor  $\hat{\omega}_{d,1}(n)$ , computado pelo estimador de frequência. No estimador de frequência utilizado no sistema de ANC proposto, algumas iterações são necessárias até que a frequência  $\hat{\omega}_{d,1}(n)$  atinja o valor de regime. Assim, para evitar instabilidades, determina-se que o sistema de ANC deve operar nas primeiras  $\kappa$  iterações com uma frequência  $\omega_{x,1}(n)$ , a qual é medida pelo sensor de referência não acústico. Dessa forma, até a iteração  $K$ ,  $\omega_{x,1}(n)$  é utilizada para a síntese dos sinais de referência e para o cálculo dos coeficientes do filtro passa-faixa variante no tempo. O valor de  $\kappa$  deve ser definido pelo projetista.

No sistema de ANC proposto, adota-se o filtro passa-faixa com topologia IIR utilizado em [47] para reduzir a complexidade computacional no processo de filtragem dos sinais de referência pelo caminho secundário estimado. No sistema de ANC proposto, esse filtro é utilizado para atenuar os componentes senoidais de  $d(n)$  com frequência acima da frequência fundamental, fornecendo o sinal  $\hat{d}_1(n)$ . A função de transferência do filtro passa-faixa em questão é dada por [47]

$$H_{BP}(z, n) = \frac{1 + b_1(n)z^{-1} + b_2z^{-2}}{1 + a_1(n)z^{-1} + a_2z^{-2}} \quad (3.42)$$

com

$$\begin{aligned}
 b_1(n) &= (\rho - 1)\theta(n) \\
 b_2 &= \rho^2 - 1 \\
 a_1(n) &= \rho\theta(n) \\
 a_2 &= \rho^2 \\
 \theta(n) &= -2 \cos[\hat{\omega}_{d,1}(n)]
 \end{aligned} \tag{3.43}$$

onde  $\hat{\omega}_{d,1}(n)$  é a frequência central da banda de passagem do filtro e  $\rho$ , o fator de atração dos pólos, sendo  $0 < \rho < 1$ . Ainda, quanto maior o valor de  $\rho$ , maior será a seletividade do filtro e maior também será a atenuação na banda de rejeição. Em  $H_{BP}(z, n)$ , a frequência central da banda de passagem é o valor calculado pelo estimador de frequência.

Nota-se a partir de (3.43), que os coeficientes  $b_1(n)$  e  $a_1(n)$  da função de transferência (3.42), variam em função da estimativa da frequência fundamental do ruído indesejado  $\hat{\omega}_{d,1}(n)$ . Por isso, diz-se que o filtro correspondente à função de transferência (3.42) é variante no tempo. Além disso, sabendo que no sistema proposto

$$H_{BP}(z, n) = \frac{\hat{D}_1(z)}{\hat{D}(z)} \tag{3.44}$$

onde  $\hat{D}(z)$  e  $\hat{D}_1(z)$  denotam, respectivamente, as transformadas Z dos sinais  $\hat{d}(n)$  e  $\hat{d}_1(n)$ . O sinal  $\hat{d}_1(n)$  é computado através da seguinte equação de diferenças:

$$\begin{aligned}
 \hat{d}_1(n) &= \hat{d}(n) + b_1(n)\hat{d}(n-1) + b_2\hat{d}(n-2) \\
 &\quad - a_1(n)\hat{d}_1(n-1) - a_2(n)\hat{d}_1(n-2)
 \end{aligned} \tag{3.45}$$

com  $\hat{d}(n)$  caracterizando o ruído indesejado estimado. No cálculo dos coeficientes do filtro passa-faixa (3.45), os termos  $(\rho - 1)$ ,  $a_2 = \rho^2$  e  $b_2 = (\rho^2 - 1)$  necessitam ser computados apenas uma vez (antes do início da operação do sistema). Como será discutido na próxima seção, o termo  $\cos[\hat{\omega}_{d,1}(n)]$  não precisa ser computado, pois é fornecido diretamente pelo estimador de frequência. Assim, em cada iteração, o cálculo dos coeficientes da equação de diferenças (3.45) requer apenas 3

multiplicações. Para o processo de filtragem, realizam-se 4 multiplicações e 4 somas. Portanto, no total, o filtro passa-faixa demanda em cada iteração apenas 7 operações de multiplicação e 4 de adição.

### 3.3.2 Estimador de frequência

A estratégia utilizada para o cálculo da frequência fundamental do ruído indesejado, no sistema proposto, é baseada em uma modificação do algoritmo apresentado em [48]. Nesta seção, primeiramente, é apresentado o algoritmo de estimação de frequência proposto por Abdollahi em [48] e, posteriormente, a modificação proposta nesse estimador é apresentada.

Considere que a saída do filtro passa-faixa variante no tempo (do sistema ilustrado na Figura 3.6) pode ser modelada aproximadamente como um sinal senoidal de amplitude e frequência constantes na vizinhança do instante  $n$ , conforme a seguinte equação:

$$\hat{d}_1(n) = \tilde{d}_1(n) = \tilde{A}_{d,1} \cos[\omega_{d,1}(n)n + \tilde{\phi}_{d,1}] \quad (3.46)$$

onde  $\tilde{A}_{d,1}$ ,  $\omega_{d,1}(n)$  e  $\tilde{\phi}_{d,1}$  são, respectivamente, a amplitude, a frequência e a fase do sinal  $\tilde{d}_1(n)$ . De forma similar a (3.46), as amostras  $\tilde{d}_1(n-1)$  e  $\tilde{d}_1(n+1)$  são dadas por

$$\begin{aligned} \tilde{d}_1(n-1) &= \tilde{A}_{d,1} \cos[\omega_{d,1}(n)(n-1) + \tilde{\phi}_{d,1}] \\ &= \tilde{A}_{d,1} \cos[\omega_{d,1}(n)n + \tilde{\phi}_{d,1}] \cos[\omega_{d,1}(n)] \\ &\quad + \tilde{A}_{d,1} \sin[\omega_{d,1}(n)n + \tilde{\phi}_{d,1}] \sin[\omega_{d,1}(n)] \end{aligned} \quad (3.47)$$

e

$$\begin{aligned} \tilde{d}_1(n+1) &= \tilde{A}_{d,1} \cos[\omega_{d,1}(n)(n+1) + \tilde{\phi}_{d,1}] \\ &= \tilde{A}_{d,1} \cos[\omega_{d,1}(n)n + \tilde{\phi}_{d,1}] \cos[\omega_{d,1}(n)] \\ &\quad - \tilde{A}_{d,1} \sin[\omega_{d,1}(n)n + \tilde{\phi}_{d,1}] \sin[\omega_{d,1}(n)]. \end{aligned} \quad (3.48)$$

Em (3.47) e (3.48), considera-se que a frequência do sinal senoidal é constante em torno do instante  $n$ , i. e.,  $\omega_{d,1}(n) = \omega_{d,1}(n-1) = \omega_{d,1}(n+1)$ . Somando (3.47) e (3.48) termo a termo, tem-se [48]

$$\tilde{d}_1(n-1) + \tilde{d}_1(n+1) = 2\tilde{A}_{d,1} \cos[\omega_{d,1}(n)n + \tilde{\phi}_{d,1}] \cos[\omega_{d,1}(n)]. \quad (3.49)$$

Substituindo (3.46) em (3.49), obtém-se

$$\tilde{d}_1(n-1) + \tilde{d}_1(n+1) = 2\tilde{d}_1(n) \cos[\omega_{d,1}(n)]. \quad (3.50)$$

Assim, a frequência  $\omega_{d,1}(n)$  pode ser obtida como [48]

$$\omega_{d,1}(n) = \cos^{-1} \left[ \frac{\tilde{d}_1(n-1) + \tilde{d}_1(n+1)}{2\tilde{d}_1(n)} \right]. \quad (3.51)$$

Portanto, a frequência de um sinal senoidal pode ser computada a partir de apenas três amostras consecutivas de  $\tilde{d}_1(n)$  usando (3.51). Entretanto, devido à reduzida quantidade de informações utilizadas em (3.51), o valor computado para a frequência  $\omega_{d,1}(n)$  é degradado quando o sinal analisado é corrompido por ruído [48]. Além disso, o sinal  $\hat{d}_1(n)$  pode conter interferências de natureza senoidal, não atenuadas completamente pelo filtro passa-faixa variante no tempo. Nesse cenário, a frequência fundamental do ruído indesejado é apenas estimada a partir de  $\hat{d}_1(n)$ , i. e.,

$$\hat{\omega}_{d,1}(n) = \cos^{-1} \left[ \frac{\hat{d}_1(n-1) + \hat{d}_1(n+1)}{2\hat{d}_1(n)} \right] \quad (3.52)$$

onde  $\hat{\omega}_{d,1}(n)$  é a estimativa da frequência fundamental do ruído indesejado.

A qualidade da estimativa da frequência  $\omega_{d,1}(n)$ , a partir (3.52), depende de quão válida é a aproximação  $\hat{d}_1(n) \cong \tilde{d}_1(n)$ . Para reduzir o impacto do ruído de medição na estimativa de frequência, Abdollahi propôs a utilização de mais do que três amostras do sinal  $\hat{d}_1(n)$ . Para tal, assum-se que no interior de um intervalo de observação, que engloba  $L + 2$  amostras, a frequência do sinal  $\hat{d}_1(n)$  é constante. Considerando que  $\hat{d}_1(n)$  é aproximadamente igual a  $\tilde{d}_1(n)$  e que (3.50) é válida para qualquer instante  $n$ , tem-se

$$\begin{aligned}
\hat{d}_1(n+L'-1) + \hat{d}_1(n+L'+1) &\cong 2\hat{d}_1(n+L') \cos[\omega_{d,1}(n)] \\
&\vdots \\
\hat{d}_1(n-1) + \hat{d}_1(n+1) &\cong 2\hat{d}_1(n) \cos[\omega_{d,1}(n)] \\
&\vdots \\
\hat{d}_1(n-L'-1) + \hat{d}_1(n-L'+1) &\cong 2\hat{d}_1(n-L') \cos[\omega_{d,1}(n)]
\end{aligned} \tag{3.53}$$

onde  $L' = (L-1)/2$ , com  $L$  sendo o número de equações.

Em (3.53), considera-se  $L$  ímpar e que o sinal  $\hat{d}_1(n)$  possui frequência constante no intervalo de observação. As relações apresentadas em (3.53) podem, ainda, ser expressas no seguinte formato vetorial [48]:

$$\hat{\mathbf{d}}_{1,L}(n+L'-1) + \hat{\mathbf{d}}_{1,L}(n+L'+1) \cong 2\hat{\mathbf{d}}_{1,L}(n+L') \cos[\omega_{d,1}(n)] \tag{3.54}$$

com

$$\begin{aligned}
\hat{\mathbf{d}}_{1,L}(n+L'-1) &= [\tilde{d}_1(n+L'-1), \dots, \tilde{d}_1(n-1), \dots, \tilde{d}_1(n-L'-1)]^T \\
\hat{\mathbf{d}}_{1,L}(n+L') &= [\tilde{d}_1(n+L'), \dots, \tilde{d}_1(n), \dots, \tilde{d}_1(n-L')]^T \\
\hat{\mathbf{d}}_{1,L}(n+L'+1) &= [\tilde{d}_1(n+L'+1), \dots, \tilde{d}_1(n+1), \dots, \tilde{d}_1(n-L'+1)]^T.
\end{aligned} \tag{3.55}$$

A equação vetorial (3.54) pode ser resolvida através do método de mínimos quadrados [49]. Nesse método, uma equação  $\mathbf{Ax} = \mathbf{y}$ , onde  $\mathbf{x}$  é o vetor de incógnitas, possui a seguinte solução:  $\mathbf{x} = \mathbf{A}^\# \mathbf{y}$ , onde  $\mathbf{A}^\#$  é a pseudo inversa de  $\mathbf{A}$ , definida por  $\mathbf{A}^\# = (\mathbf{A}^T \mathbf{A})^{-1} \mathbf{A}^T$ . Assim, considerando que em (3.54) a incógnita é o termo  $\cos[\omega_{d,1}(n)]$ , a frequência  $\omega_{d,1}(n)$  pode ser estimada através da seguinte expressão:

$$\hat{\omega}_{d,1}(n) = \cos^{-1} \left\{ \frac{\hat{\mathbf{d}}_{1,L}^T(n+L') [\hat{\mathbf{d}}_{1,L}(n+L'-1) + \hat{\mathbf{d}}_{1,L}(n+L'+1)]}{2\hat{\mathbf{d}}_{1,L}^T(n+L') \hat{\mathbf{d}}_{1,L}(n+L')} \right\}. \tag{3.56}$$

Para o cenário em que a frequência do sinal  $\hat{d}_1(n)$  não seja constante no intervalo de análise, a frequência estimada  $\hat{\omega}_{d,1}(n)$  pode ser interpretada como uma frequência média. Note que o estimador de frequência dado por (3.56) depende de amostras futuras do sinal analisado. Assim, para que tal estimador seja aplicável em tempo real, os vetores  $\hat{\mathbf{d}}_{1,L}^T(n+L')$ ,  $\hat{\mathbf{d}}_{1,L}^T(n+L'+1)$  e  $\hat{\mathbf{d}}_{1,L}^T(n+L'-1)$  devem ser

atrasados de  $L'+1$  amostras. Nesse caso, a frequência fundamental do sinal  $\hat{d}_1(n)$  é estimada por

$$\hat{\omega}_{d,1}(n) = \cos^{-1} \left\{ \frac{\hat{\mathbf{d}}_{1,L}^T(n-1)[\hat{\mathbf{d}}_{1,L}(n) + \hat{\mathbf{d}}_{1,L}(n-2)]}{2\hat{\mathbf{d}}_{1,L}^T(n-1)\hat{\mathbf{d}}_{1,L}(n-1)} \right\} \quad (3.57)$$

com

$$\begin{aligned} \hat{\mathbf{d}}_{1,L}(n) &= [\hat{d}_1(n), \hat{d}_1(n-1), \dots, d_1(n-L+1)]^T \\ \hat{\mathbf{d}}_{1,L}(n-1) &= [\hat{d}_1(n-1), \hat{d}_1(n-2), \dots, d_1(n-L)]^T \\ \hat{\mathbf{d}}_{1,L}(n-2) &= [\hat{d}_1(n-2), \hat{d}_1(n-3), \dots, d_1(n-L-1)]^T. \end{aligned} \quad (3.58)$$

O numerador e o denominador de (3.57) podem ser computados recursivamente por meio das seguintes equações:

$$\begin{aligned} N_L(n) &= N_L(n-1) + \hat{d}_1(n-1)[\hat{d}_1(n) + \hat{d}_1(n-2)] \\ &\quad - \hat{d}_1(n-L-1)[\hat{d}_1(n-L) + \hat{d}_1(n-L-2)] \end{aligned} \quad (3.59)$$

e

$$P_L(n) = P_L(n-1) + \hat{d}_1^2(n-1) - \hat{d}_1^2(n-L-1) \quad (3.60)$$

para

$$N_L(n) = \hat{\mathbf{d}}_{1,L}^T(n-1)[\hat{\mathbf{d}}_{1,L}(n) + \hat{\mathbf{d}}_{1,L}(n-2)] \quad e$$

$$P_L(n) = \hat{\mathbf{d}}_{1,L}^T(n-1)\hat{\mathbf{d}}_{1,L}(n-1). \quad \text{Assim, a frequência } \omega_{d,1}(n) \text{ pode ser}$$

estimada por

$$\hat{\omega}_{d,1}(n) = \cos^{-1} \left[ \frac{N_L(n)}{2P_L(n)} \right]. \quad (3.61)$$

Em relação ao cenário de janela simétrica, em que são utilizadas amostras futuras do sinal  $\hat{d}_1(n)$ , a estimação da frequência através de (3.57) ou (3.61) gera um atraso de  $(L+1)/2$  amostras. Assim, quanto mais amplo for o horizonte de observação, maior será o atraso na estimação da frequência fundamental do ruído indesejado.

A escolha da dimensão da janela de observação é um parâmetro muito importante para que a estimativa da frequência  $\omega_{d,1}(n)$  seja de boa qualidade. Uma janela de tamanho muito reduzido em relação ao comprimento de onda do sinal  $\hat{d}_1(n)$  implica uma frequência estimada

com comportamento ruidoso. Em contrapartida, uma janela muito grande em relação ao período do sinal  $\hat{d}_1(n)$ , acarreta um aumento no atraso da estimativa da frequência  $\omega_{d,1}(n)$ . Além disso, a consideração de frequência constante no intervalo de observação passa ser menos consistente.

Para ilustrar a influência do tamanho da janela de observação na estimação da frequência de um sinal senoidal, foi realizada uma simulação em que a frequência é estimada através de (3.61) e usando janelas de observação com tamanhos distintos. Nesse exemplo, o sinal analisado  $\hat{d}_1(n)$  é modelado como um sinal senoidal de amplitude unitária. A frequência desse sinal varia de 300 até 500 Hz em um intervalo de 1 segundo. A esse componente senoidal é somado um ruído gaussiano branco de forma que o sinal resultante tenha uma SNR de 30 dB. Para a frequência de amostragem, é utilizado o valor de 2,5 kHz. Na Figura 3.7, a frequência real e sua estimativa computada utilizando uma janela com dimensão  $L=5$  são apresentadas. Na Figura 3.8, o resultado da estimação utilizando  $L=100$  é mostrado juntamente com a frequência real. Para facilitar a interpretação dos resultados, os eixos relativos à frequência são apresentados em Hz.

Nota-se, a partir da Figura 3.7, que a utilização de uma janela de observação com dimensão muito reduzida em relação ao período do sinal analisado produz uma frequência estimada de comportamento ruidoso. Por outro lado, observa-se da Figura 3.8 que o uso de uma janela de largura muito grande reduz o nível de ruído na frequência estimada ao custo de um aumento no atraso de estimação, gerando um erro considerável entre a frequência real e sua estimativa. Assim, com o objetivo de facilitar o projeto do estimador de frequência, propõe-se, nesta seção, que a dimensão da janela seja computada automaticamente, sendo o seu valor proporcional ao período do sinal analisado. Quando necessário, o redimensionamento do tamanho da janela de observação é realizado em  $\Delta$  unidades para mais ou para menos. Nesse contexto, são derivadas expressões recursivas para o cálculo de  $N_{L(n)}(n)$  e  $P_{L(n)}(n)$ , utilizados no numerador e no denominador do estimador de frequência.

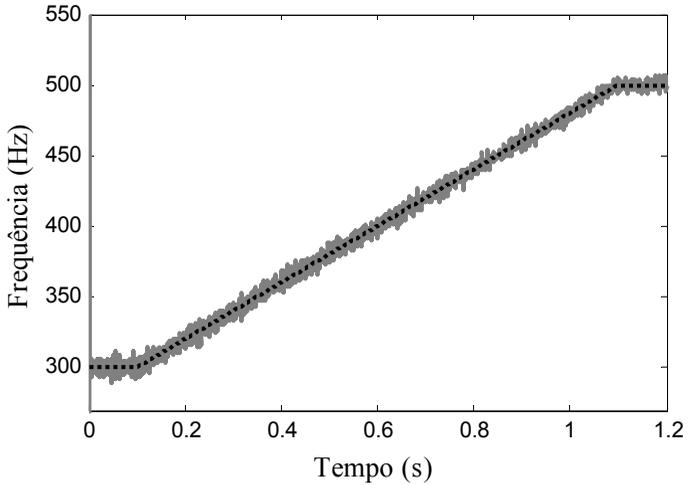


Figura 3.7. Frequência estimada através de (3.61) utilizando uma janela de dimensão  $L=5$ . (Linha pontilhada escura) frequência real. (Linha irregular cinza) frequência estimada.

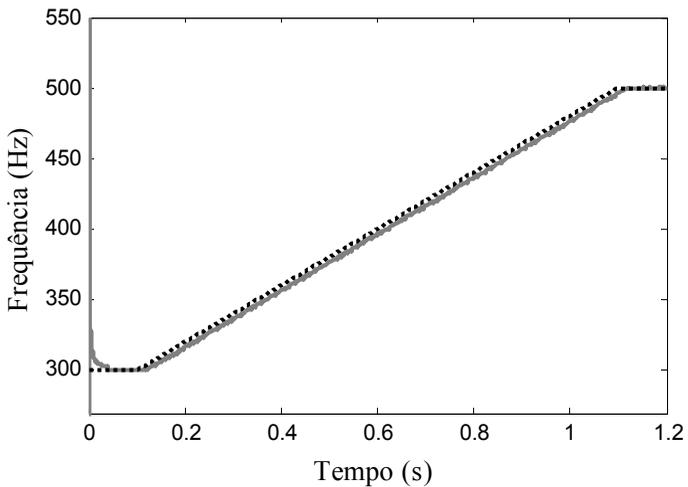


Figura 3.8. Frequência estimada através de (3.61) utilizando uma janela de dimensão  $L=100$ . (Linha pontilhada escura) frequência real. (Linha irregular cinza) frequência estimada.

No procedimento de atualização do tamanho da janela, a dimensão desejada em cada iteração é computada através da seguinte expressão:

$$L(n) = \text{round} \left[ \alpha \frac{2\pi}{\hat{\omega}_{d,1}(n-1)} \right] \quad (3.62)$$

onde  $\alpha$  é uma constante positiva de proporcionalidade definida pelo projetista,  $\text{round}[\cdot]$  o operador de arredondamento e  $\hat{\omega}_{d,1}(n-1)$ , a frequência estimada calculada no instante anterior. A estimação da frequência por meio da estratégia que utiliza a janela de tamanho variável possui a vantagem de que não é necessário determinar *a priori* o valor da janela de observação, apenas um valor de proporcionalidade  $\alpha$ . Nas simulações realizadas, notou-se que o valor de  $\alpha$  é mais facilmente determinável do que a dimensão da janela. Nesses testes, muito bons resultados para  $\alpha$  inteiro no intervalo [1,4] foram obtidos. Entretanto, caso o intervalo de variação da frequência fundamental do ruído indesejado seja bem definido e conhecido *a priori*, pode-se utilizar o estimador de frequência com janela de observação de dimensão fixa.

Após o cálculo de  $L(n)$ , é verificado se a dimensão da janela deve ser mantida ou modificada. Tal procedimento é implementado como segue:

- Caso  $L(n)$  seja igual a  $L(n-1)$ , então o tamanho da janela de observação é mantido. Nessa situação,  $N_{L(n)}(n)$  e  $P_{L(n)}(n)$  são computados através das seguintes equações:

$$\begin{aligned} N_{L(n)}(n) = & N_{L(n-1)}(n-1) + \hat{d}_1(n-1)[\hat{d}_1(n) + \hat{d}_1(n-2)] + \\ & - \hat{d}_1[n-L(n-1)-1]\{\hat{d}_1[n-L(n-1)] \\ & + \hat{d}_1[n-L(n-1)-2]\} \end{aligned} \quad (3.63)$$

e

$$P_{L(n)}(n) = P_{L(n-1)}(n-1) + \hat{d}_1^2(n-1) - \hat{d}_1^2[n-L(n-1)-1]. \quad (3.64)$$

- Caso  $L(n) = L(n-1) + \Delta$  (onde  $\Delta$  é positivo), o horizonte de observação deve ser aumentado. Nesse cenário,  $N_{L(n)}(n)$  e  $P_{L(n)}(n)$  são calculados por

$$\begin{aligned}
N_{L(n)}(n) &= N_{L(n-1)}(n-1) + \hat{d}_1(n-1)[\hat{d}_1(n) + \hat{d}_1(n-2)] \\
&+ \beta^+ \sum_{i=L(n-1)+2}^{L(n-1)+\Delta} \hat{d}_1(n-i)[\hat{d}_1(n-i+1) + \hat{d}_1(n-i-1)]
\end{aligned} \quad (3.65)$$

e

$$P_{L(n)}(n) = P_{L(n-1)}(n) + \hat{d}_1^2(n-1) + \beta^+ \sum_{i=L(n-1)+2}^{L(n-1)+\Delta} \hat{d}_1^2(n-i) \quad (3.66)$$

para

$$\beta^+ = \begin{cases} 1 & \text{para } \Delta \geq 2 \\ 0 & \text{para } \Delta < 2. \end{cases} \quad (3.67)$$

- Caso  $L(n) = L(n-1) - \Delta$  (onde  $\Delta$  é positivo), então o tamanho da janela é reduzido. Nesse cenário, tem-se

$$\begin{aligned}
N_{L(n)}(n) &= N_{L(n-1)}(n-1) + \hat{d}_1(n-1)[\hat{d}_1(n) + \hat{d}_1(n-2)] + \\
&- \sum_{i=L(n-1)-\Delta+1}^{L(n-1)+1} \hat{d}_1(n-i)[\hat{d}_1(n-i+1) + \hat{d}_1(n-i-1)]
\end{aligned} \quad (3.68)$$

e

$$P_{L(n)}(n) = P_{L(n-1)}(n-1) + \hat{d}_1^2(n-1) - \sum_{i=L(n-1)-\Delta+1}^{L(n-1)+1} \hat{d}_1^2(n-i). \quad (3.69)$$

A derivação de (3.63)-(3.69) é apresentada no Apêndice B. Dessa forma, a frequência  $\omega_{d,1}(n)$  pode ser estimada por

$$\hat{\omega}_{d,1}(n) = \cos^{-1}[\hat{\gamma}(n)] \quad (3.70)$$

com

$$\hat{\gamma}(n) = \frac{N_{L(n)}(n)}{2P_{L(n)}(n)}. \quad (3.71)$$

Para reduzir o espaço de memória requerido pelas amostras do sinal  $\hat{d}_1(n)$ , limita-se no algoritmo proposto o tamanho da janela em um valor máximo, representado por  $L_{\max}$ . As equações (3.65)-(3.69),

apresentadas anteriormente, atendem qualquer variação  $\Delta$  entre  $L(n-1)$  e  $L(n)$ . Contudo, entre iterações consecutivas, dificilmente o horizonte de observação será aumentado ou reduzido em mais do que uma amostra. Assim, considerando que  $\max(\Delta) = 1$ , o cenário no qual ocorre a maior quantidade de operações por iteração é quando a janela de observação é reduzida em uma unidade. Nessa situação, são requeridas 6 multiplicações e 9 adições na atualização de  $N_{L(n)}(n)$  e  $P_{L(n)}(n)$ . Além disso, para qualquer cenário, a computação de  $L(n)$  necessita 1 operação de divisão a cada iteração (lembrando que  $\alpha 2\pi$  necessita ser computada apenas uma vez). Para o cálculo de  $\hat{\gamma}(n) = N_{L(n)}(n) / 2P_{L(n)}(n)$  são requeridas 1 operação de multiplicação e 1 de divisão. Portanto, considerando que a dimensão da janela de observação varia no máximo em uma unidade, o limite superior para o número de operações por iteração no cálculo de  $\hat{\gamma}(n)$  é de 7 multiplicações, 9 adições e 2 divisões.

Observa-se, a partir de (3.70), que o cálculo da frequência estimada  $\hat{\omega}_{d,1}(n)$  depende ainda da computação do termo  $\cos^{-1}[\hat{\gamma}(n)]$ . Visando reduzir a complexidade computacional do algoritmo de estimação de frequência, propõe-se que a função  $\cos^{-1}(\cdot)$  seja aproximada por um processo de interpolação semelhante ao utilizado para geração das funções de referência senoidais. Tal procedimento é apresentado no Apêndice A. Dessa forma, o cálculo do  $\cos^{-1}[\hat{\gamma}(n)]$  necessita apenas 2 multiplicações, 7 adições e 1 divisão a cada iteração.

O processo de estimação da frequência  $\omega_{d,1}(n)$  do sinal  $\hat{d}_1(n)$  proposto neste trabalho pode ser resumido da seguinte maneira:

- 1) Primeiramente, calcula-se a dimensão  $L(n)$  da janela de observação por meio de (3.62);
- 2) Após esta etapa inicial, os termos  $N_{L(n)}(n)$  e  $P_{L(n)}(n)$  são atualizados através de (3.63)-(3.69);
- 3) Na sequência, computa-se o termo  $\hat{\gamma}(n)$  por meio de (3.71);
- 4) Finalmente, a frequência estimada  $\hat{\omega}_{d,1}(n) = \cos^{-1}[\hat{\gamma}(n)]$  é calculada através do procedimento de interpolação apresentado no Apêndice A.

A computação da frequência estimada  $\hat{\omega}_{d,1}(n)$  exige, a cada iteração, um máximo de 9 multiplicações, 16 adições e 3 divisões. Assim, o estimador de frequência proposto aqui possui como atributo uma baixa complexidade computacional (em comparação com o sistema de Jeon).

No algoritmo de estimação apresentado nesta seção, algumas iterações são necessárias até que a frequência  $\hat{\omega}_{d,1}(n)$  atinja o valor de regime permanente. Assim, da mesma forma que é realizado para o cálculo dos coeficientes do filtro passa-faixa, nas primeiras  $K$  iterações, a dimensão  $L(n)$  da janela de observação é computada a partir da frequência  $\omega_{x,1}(n)$  (medida pelo sensor de referência não acústico). Apenas após as  $K$  primeiras iterações, a frequência  $\hat{\omega}_{d,1}(n)$  é utilizada. Ainda, como citado na seção anterior, o valor  $\hat{\gamma}(n) = \cos[\hat{\omega}_{d,1}(n)]$ , computado por (3.71), pode ser utilizado diretamente no cálculo do parâmetro  $\theta(n)$  do filtro passa-faixa variante no tempo.

Para ilustrar o desempenho do estimador de frequência operando com janela de observação de tamanho variável, outra simulação é realizada. No cenário adotado, o sinal  $\hat{d}_1(n)$  é senoidal e sua frequência varia de 300 até 500 Hz em um intervalo de 1 segundo. Tal sinal possui amplitude unitária e é somado a um ruído gaussiano branco de modo a atingir uma SNR de 30 dB. Para a frequência de amostragem, o valor de 2,5 kHz é utilizado. Nesse exemplo, considera-se ainda que a frequência medida pelo sensor de referência não acústico possui desvio de -5% em relação ao valor real. Para o estimador de frequência, utiliza-se  $\alpha = 2$ ,  $L_{\text{máx}} = 25$  e  $K = 100$ . Na Figura 3.9, a frequência real e sua estimativa  $\hat{\omega}_{d,1}(n)$  são mostradas. Para facilitar a interpretação dos resultados, o eixo relativo à frequência é dado em Hz. Na Figura 3.10, é apresentada a dimensão da janela utilizada em cada instante.

Observa-se, da Figura 3.9, que o algoritmo proposto fornece uma muito boa estimativa da frequência do sinal senoidal analisado. Nesse algoritmo, a dimensão da janela de observação é adaptada na medida em que a frequência  $\hat{\omega}_{d,1}(n)$  é calculada, sendo o comportamento de tal dimensão ao longo do tempo mostrado na Figura 3.10. Nessa figura, nota-se que a dimensão da janela de observação é reduzida conforme a frequência  $\hat{\omega}_{d,1}(n)$  tem o seu valor aumentado. Esse procedimento é usado visando manter uma relação constante entre a dimensão da janela de observação e o período do sinal analisado.

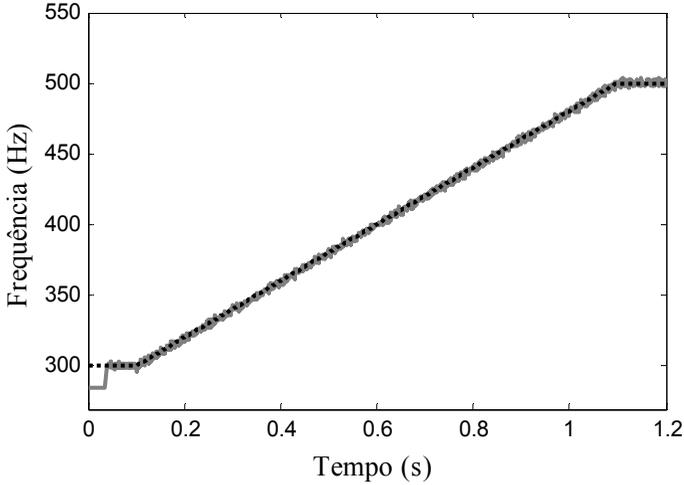


Figura 3.9. Frequência  $\hat{\omega}_{d,1}(n)$  computada pelo estimador de frequência (3.70) operando com janela de observação de dimensão variável. (Linha pontilhada escura) frequência real. (Linha irregular cinza) frequência estimada.

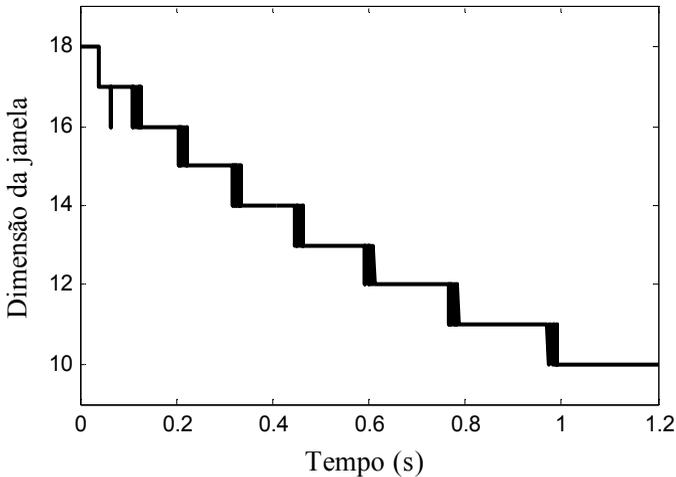


Figura 3.10. Tamanho da janela de observação em cada instante de tempo.

Em relação à complexidade computacional, o sistema de ANC proposto exige menos operações aritméticas do que aquele apresentado na Seção 3.2. No entanto, em relação aos sistemas de Xiao, o sistema proposto requer um maior número de operações. Na Tabela 4 é detalhado o número de operações aritméticas requeridas em cada iteração pelo sistema de ANC proposto nesta dissertação. Nessa tabela, considera-se que os sinais de senoidais  $x_{0,q}(n)$  e  $x_{1,q}(n)$  são gerados através do procedimento apresentado no Apêndice A.

Tabela 4 – Complexidade computacional do sistema de ANC proposto

Sinal ou variável computada	Operações aritméticas		
	Multiplicações	Adições	Divisões
$x_{0,q}(n)$	$2Q$	$7Q$	$Q$
$x_{1,q}(n)$	$2Q$	$7Q$	$Q$
$y_q(n)$	$2Q$	$Q$	–
$y(n)$	–	$Q-1$	–
$\hat{x}'_{0,q}(n)$	$\hat{M}Q$	$(\hat{M}-1)Q$	–
$\hat{x}'_{1,q}(n)$	$\hat{M}Q$	$(\hat{M}-1)Q$	–
$\hat{y}'(n)$	$\hat{M}$	$\hat{M}-1$	–
$\hat{d}(n)$	–	1	–
$\mu_q e(n)$	$Q$	–	–
$w_{0,q}(n)$	$Q$	$Q$	–
$w_{1,q}(n)$	$Q$	$Q$	–
$\hat{d}_1(n)$	7	4	–
$\hat{\omega}_{d,1}(n)$	9	16	3

### **3.4 Conclusões**

Nesse capítulo, os principais sistemas de ANC robustos ao fenômeno de descasamento de frequência encontrados na literatura foram apresentados. Além disso, um novo sistema de ANC com baixa sensibilidade a descasamento de frequência foi proposto. No próximo capítulo, a avaliação de desempenho dos sistemas de ANC discutidos até então é realizada.

## Resultados de Simulação Numérica

Neste capítulo, o desempenho dos sistemas de ANC robustos ao problema do descasamento de frequência (descritos no Capítulo 3) é avaliado simulações numéricas realizadas no ambiente de desenvolvimento Matlab®. Em tais simulações, diversos cenários envolvendo o fenômeno do descasamento de frequência são considerados. Como métricas de desempenho dos sistemas de ANC, são utilizadas a atenuação do ruído indesejado [definido em (2.61)] e a complexidade computacional por iteração. Nas simulações apresentadas, é usado, para caracterizar o caminho secundário, o modelo dado em [1], representado por uma função de transferência de um sistema com resposta ao impulso infinita (IIR) de ordem 25. O caminho secundário estimado é modelado por um filtro com resposta ao impulso finita com 32 coeficientes, seguindo aproximadamente a característica espectral do caminho secundário dado em [1]. Na Figura 4.1, as magnitudes das respostas em frequência do caminho secundário e de sua estimativa são apresentadas.

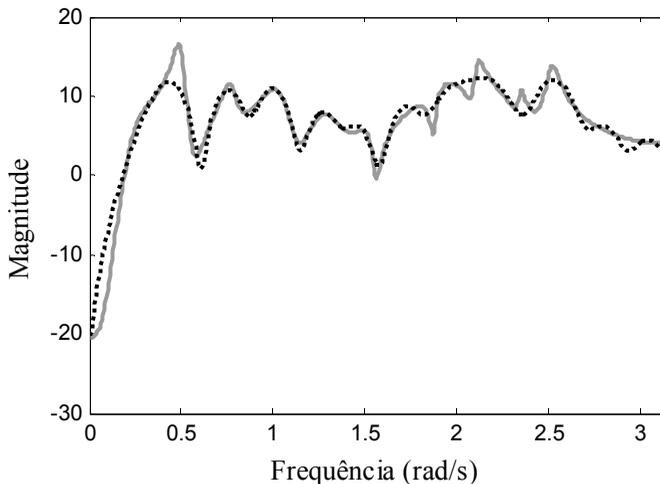


Figura 4.1. Magnitude da resposta em frequência do caminho secundário e de sua estimativa. (Linha sólida cinza) caminho secundário dado em [1]. (Linha pontilhada escura) caminho secundário estimado.

Em todas as simulações realizadas, os parâmetros de cada sistema de ANC são ajustados de modo a se obter a maior atenuação do ruído indesejado combinada com a convergência mais rápida possível. Ainda, para o sistema de Xiao, que opera com algoritmo FxRLS, os coeficientes  $c_q(n)$  são adaptados através do algoritmo FxLMS. Adicionalmente, em todas as simulações, considera-se que a frequência medida pelo sensor de referência não acústico possui desvio de  $-5\%$  em relação ao valor nominal. Por fim, em todos os exemplos apresentados, cada sistema de ANC é simulado considerando 100 realizações independentes (método de Monte Carlo).

#### 4.1 Exemplo 01

Neste primeiro exemplo, um cenário em que o ruído indesejado  $d(n)$  é constituído por um componente senoidal e por um ruído de medição é considerado. Matematicamente, o sinal  $d(n)$  é modelado como

$$d(n) = \cos(\omega_d n + \phi_d) + v(n) \quad (4.1)$$

com

$$\omega_d = 2\pi f_d / f_s \quad (4.2)$$

onde  $f_d = 300\text{Hz}$ ,  $f_s = 2\text{kHz}$  e  $\phi_d$  é uma variável aleatória com distribuição uniforme no intervalo  $[0, 2\pi)$  em cada realização, porém com valor constante a cada iteração. Ainda em (4.1),  $v(n)$  é um ruído gaussiano branco de variância  $\sigma_v^2 = 5 \cdot 10^{-4}$ . Tal valor é escolhido para que o sinal  $d(n)$  tenha uma SNR de 30 dB.

Nas simulações realizadas, o sistema de Xiao que opera com algoritmo FxLMS utiliza os seguintes parâmetros:  $\mu_1 = 10^{-2}$ ,  $\mu_{c,1} = 1,75 \times 10^{-2}$  e  $\Delta\omega = \pi/50$  rad, onde  $\Delta\omega$  é o limiar de reinicialização do coeficiente  $c_1(n)$ . Para o sistema de Xiao, que opera com o algoritmo FxRLS, utiliza-se  $\lambda = 0,9$ ,  $\delta_1 = 0,1$ ,  $\mu_{c,1} = 10^{-2}$  e  $\Delta\omega = \pi/50$ . Para o sistema de Jeon são considerados os seguintes parâmetros:  $\mu_1 = 10^{-2}$ ,  $N_d = 3$ ,  $\delta = 10^{-4}$ ,  $\lambda = 0,9$ ,  $N_I = 1$ ,  $\tilde{\mu} = 10^{-4}$  e  $\Delta = 1$ . No sistema proposto é usado  $\mu_1 = 2 \times 10^{-2}$ ,  $L_{\max} = 30$ ,  $K = 50$ ,

$\alpha=3$  e  $\rho=0,8$ . Nesse exemplo, o sistema convencional (sem o mecanismo de correção do descasamento de frequência, veja Seção 2.2.2) também é avaliado considerando  $\mu_1=1,5\times 10^{-2}$ . Para todos os sistemas de ANC simulados, são computados a atenuação do ruído indesejado [definida em (2.61)], a frequência estimada e a complexidade computacional por iteração.

Na Figura 4.2, são apresentados os níveis de atenuação obtidos ao longo do tempo usando o sistema convencional nos cenários em que a frequência fundamental do ruído indesejado é medida com um erro de  $-5\%$  e isento erro. Observa-se, a partir dessa figura, que o sistema convencional tem seu desempenho fortemente degradado quando a frequência do sinal de referência possui um erro de  $-5\%$  em relação ao valor nominal. Nessa situação, uma atenuação de apenas 2,5 dB é atingida. Para o cenário em que a frequência do ruído primário é medida de forma exata, o sistema de ANC convencional atinge o nível máximo de atenuação de 30 dB [limitado pela SNR do sinal  $d(n)$ ].

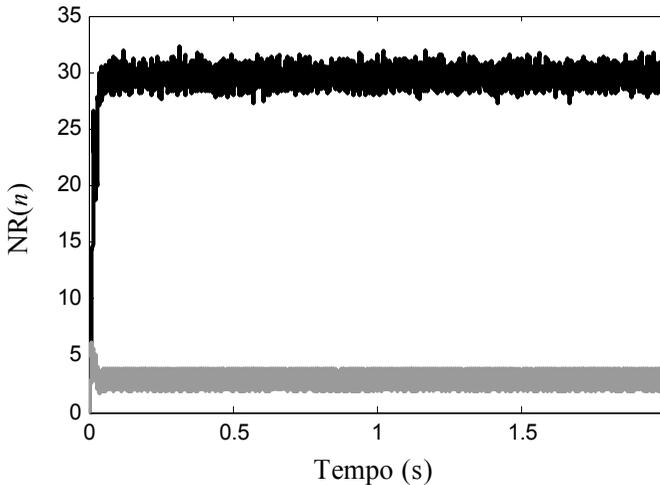


Figura 4.2. Exemplo 01. Níveis de atenuação atingidos pelo sistema convencional. (Linha irregular escura) sistema convencional operando no cenário em que a frequência do componente senoidal de  $d(n)$  é medida de forma exata. (Linha irregular cinza) sistema convencional operando na situação em que a frequência é medida com um erro de  $-5\%$ .

Na Figura 4.3, os níveis de atenuação atingidos pelos sistemas de Xiao são apresentados. A partir dessa figura, nota-se que os sistemas de Xiao são capazes de compensar os efeitos do descasamento de frequência de forma bastante satisfatória no cenário considerado.

A Figura 4.4 ilustra os níveis de atenuação obtidos ao longo do tempo pelo sistema de Jeon e pelo sistema proposto. Observa-se que o sistema de Jeon e o sistema proposto atingem níveis de atenuação do ruído  $d(n)$  muito similares aos obtidos pelos sistemas de Xiao. Nota-se ainda que o sistema de Jeon possui uma convergência levemente mais rápida. Tal diferença, entretanto, não é significativa.

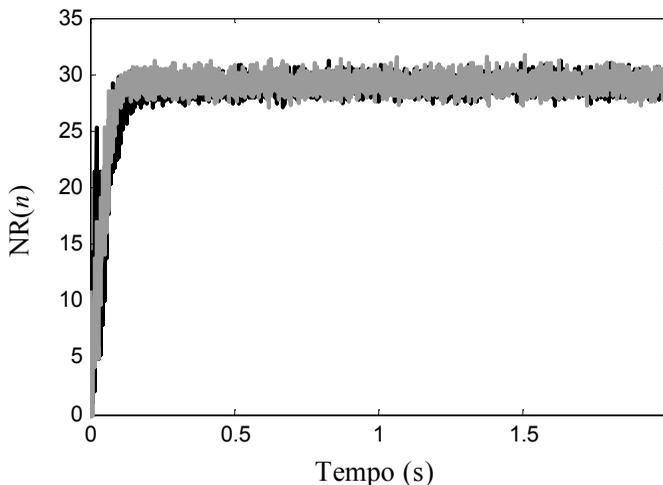


Figura 4.3. Exemplo 01. Níveis de atenuação do ruído indesejado obtidos pelos sistemas de Xiao. (Linha irregular escura) sistema de Xiao operando com algoritmo FxLMS. (Linha irregular cinza) sistema de Xiao operando com algoritmo FxRLS.

Na Figura 4.5, são mostradas as curvas de frequências estimadas nos sistemas de Xiao até o instante de 0,2 segundo. Observa-se que, no sistema de Xiao que opera com algoritmo FxRLS, a frequência estimada apresenta alguma oscilação durante a sua convergência. Tal comportamento não impede, entretanto, que a frequência seja corretamente estimada. Para o sistema de Xiao que opera com algoritmo FxLMS, a frequência estimada apresenta uma curva de convergência mais suave.

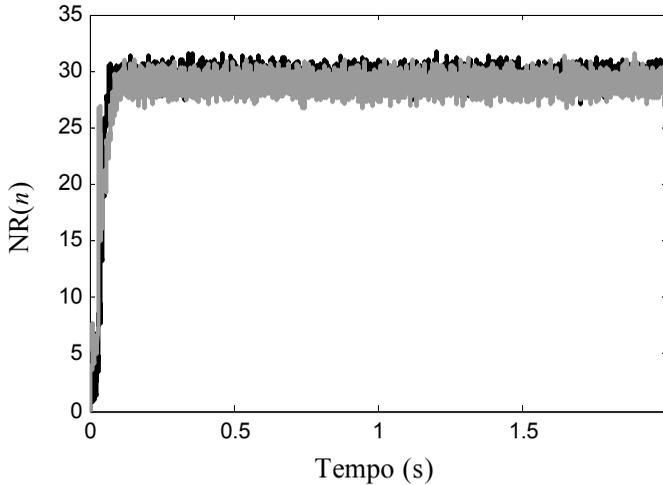


Figura 4.4. Exemplo 01. Níveis de atenuação do ruído indesejado obtidos pelo sistema de Jeon e pelo sistema proposto. (Linha irregular escura) sistema de Jeon. (Linha irregular cinza) sistema proposto.

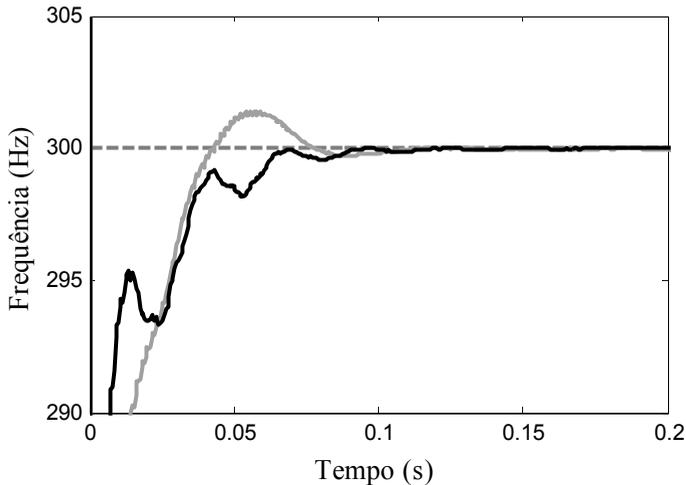


Figura 4.5. Exemplo 01. Frequências estimadas nos sistemas de Xiao. (Linha tracejada cinza) frequência nominal. (Linha irregular cinza) frequência estimada no sistema de Xiao operando com algoritmo FxLMS. (Linha irregular escura) frequência estimada no sistema de Xiao operando com algoritmo FxRLS.

Na Figura 4.6, as curvas de frequências estimadas no sistema de Jeon e no sistema proposto são apresentadas. Nota-se que a frequência estimada no sistema de Jeon apresenta a mais rápida convergência dentre todos os sistemas de ANC avaliados. Observa-se, ainda, que no sistema proposto a frequência estimada apresenta alguma oscilação no início da convergência. Entretanto, tal oscilação é reduzida rapidamente e a frequência converge para seu valor nominal. Além disso, observa-se que a frequência estimada no sistema proposto apresenta uma velocidade de convergência próxima às obtidas pelos sistemas de Xiao.

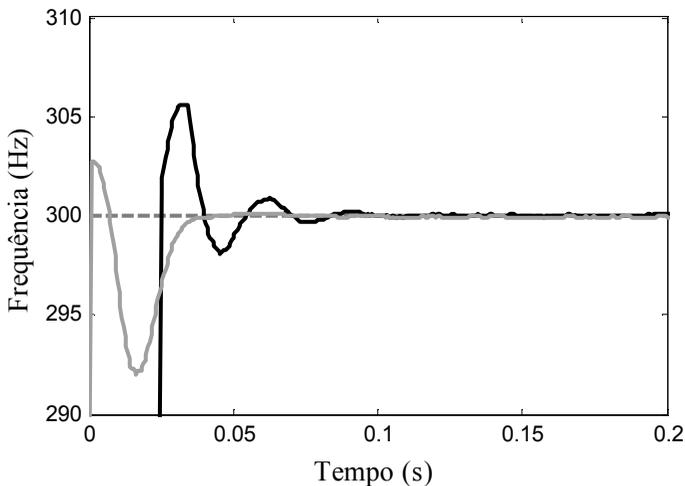


Figura 4.6. Exemplo 01. Frequências estimadas no sistema de Jeon e no sistema de ANC proposto. (Linha tracejada cinza) frequência nominal. (Linha irregular cinza) frequência estimada no sistema de Jeon. (Linha irregular escura) frequência estimada no sistema proposto.

Na Tabela 5, o número de operações aritméticas requeridas a cada iteração pelos sistemas de ANC robustos ao descasamento de frequência avaliados no Exemplo 01 é descrito. Nota-se que o sistema proposto possui uma complexidade computacional maior do que os sistemas de Xiao, porém menor do que o sistema de Jeon. Por fim, conclui-se que para o cenário considerado nesse exemplo, o sistema de Xiao operando com algoritmo FxLMS é o que apresenta o melhor compromisso entre desempenho (em termos da atenuação atingida) e complexidade computacional.

Tabela 5 – Complexidade computacional dos sistemas de ANC robustos ao descasamento de frequência avaliados no Exemplo 01

Sistema de ANC	Operações aritméticas			
	Multiplicações	Adições	Diviões	Raizes quadrada
Xiao FxLMS	41	36	0	0
Xiao FxRLS	63	48	1	0
Jeon	216	209	10	1
Proposto	121	131	5	0

## 4.2 Exemplo 02

Neste segundo exemplo, adota-se um cenário em que o ruído indesejado  $d(n)$  é formado por um único componente senoidal com amplitude e frequência variáveis. A esse componente senoidal é somado um ruído gaussiano branco de variância  $\sigma_v^2$ , sendo o valor dessa variância escolhido para que o sinal  $d(n)$  tenha uma SNR de 30 dB. Considera-se, ainda, que a frequência do componente senoidal varia de 300 até 500 Hz em um intervalo de dois segundos, sendo a evolução dessa frequência descrita por

$$f_d(n) = \begin{cases} 300 \text{ Hz} & 0 \leq n < n_1 \\ 300 + 100(n - n_1)/n_1 \text{ Hz} & n_1 \leq n < n_2 \\ 400 \text{ Hz} & n_2 \leq n < n_3 \end{cases} \quad (4.3)$$

onde  $n_1$ ,  $n_2$  e  $n_3$  são as amostras referentes aos instantes de 2, 4 e 6 segundos, respectivamente. Para a amplitude, adota-se a seguinte função:

$$A_d(n) = e^{\xi \frac{2\pi}{f_s} [f_d(n) - f_d(0)]} \quad (4.4)$$

onde  $f_s$  é a frequência de amostragem,  $\xi$  uma constante de proporcionalidade e  $f_d(n)$  é dada por (4.3). Nesse exemplo, utiliza-se  $\xi = 2$ . Nota-se, a partir de (4.4), que a amplitude do componente senoidal tem seu valor aumentado à medida que a frequência aumenta.

Tal comportamento é utilizado nos cenários analisados em [42]. Na Figura 4.7, os comportamentos da frequência e da amplitude do componente senoidal do ruído indesejado são ilustrados (para facilitar a interpretação, os valores assumidos pela amplitude e pela frequência do componente senoidal estão representados em função do tempo).

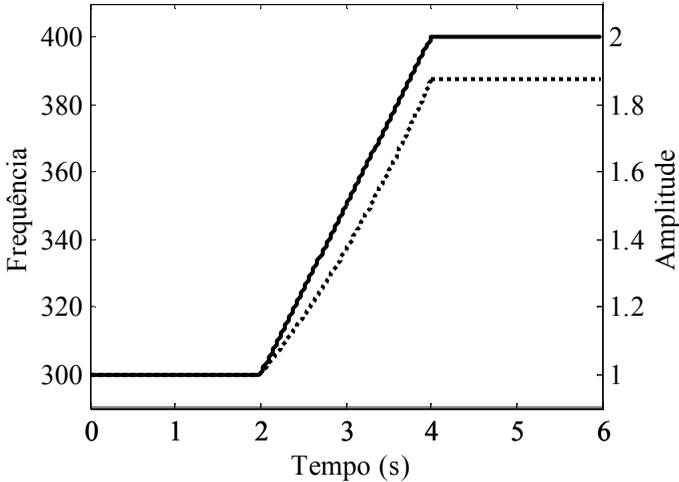


Figura 4.7. Exemplo 02. Características de amplitude e de frequência do componente senoidal do ruído indesejado  $d(n)$ . (Linha sólida escura) frequência do componente senoidal do ruído  $d(n)$ . (Linha pontilhada escura) amplitude.

Para os parâmetros  $\phi_d$  e  $f_s$  são utilizados os mesmos valores utilizados no exemplo anterior. Para o sistema de Xiao que opera com o algoritmo FxLMS, os seguintes parâmetros são considerados:  $\mu_1 = 1,5 \times 10^{-2}$ ,  $\mu_{c,1} = 1,5 \times 10^{-2}$  e  $\Delta\omega = \pi/25$ . Para o sistema de Xiao que opera com o algoritmo FxRLS, considera-se  $\lambda = 0,9$ ,  $\delta = 10^{-1}$ ,  $\mu_{c,1} = 10^{-2}$  e  $\Delta\omega = \pi/25$ . No sistema de Jeon são utilizados os seguintes parâmetros:  $\mu_1 = 2 \times 10^{-2}$ ,  $N_d = 3$ ,  $\delta = 10^{-4}$ ,  $\lambda = 0,9$ ,  $N_1 = 1$ ,  $\tilde{\mu} = 10^{-4}$  e  $\Delta = 1$ . No sistema proposto é considerada a seguinte configuração:  $L_{\max} = 30$ ,  $K = 50$ ,  $\alpha = 3$ ,  $\rho = 0,9$ , e  $\mu_1 = 2 \times 10^{-2}$ . No sistema convencional (veja Seção 2.2.2), utiliza-se  $\mu_1 = 2 \times 10^{-2}$ .

Na Figura 4.8, os níveis de atenuação do ruído indesejado alcançados pelo sistema convencional nos cenários em que a frequência é medida isenta de erro e com erro de  $-5\%$  são ilustradas. Observa-se, a partir dessa figura, que no cenário em que a frequência fundamental do ruído indesejado é medida com erro de  $-5\%$ , o sistema convencional tem seu desempenho fortemente degradado. Nota-se também que a atenuação do ruído é reduzida à medida que o valor absoluto do erro da frequência aumenta. No cenário no qual a frequência é medida sem erro, o sistema convencional consegue manter a atenuação próxima de 30 dB. Observa-se apenas que, durante a transição da amplitude e da frequência do componente senoidal do ruído, há uma leve queda no nível de atenuação. Tal comportamento ocorre, pois conforme descrito por (2.41) e (2.42), nesse intervalo de transição, o filtro adaptativo deve compensar as modificações (na amplitude e na fase) do sinal de antirruído  $y(n)$  filtrado pelo caminho secundário.

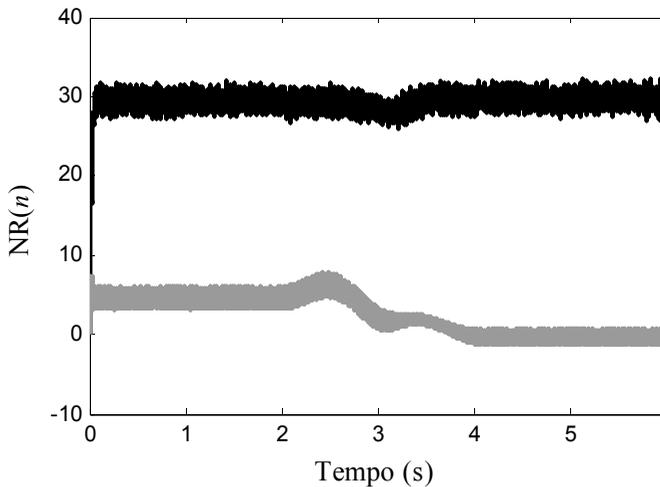


Figura 4.8. Exemplo 02. Níveis de atenuação do ruído indesejado obtidos pelos sistemas de ANC convencional. (Linha irregular escura) sistema convencional operando no cenário em que a frequência do componente senoidal de  $d(n)$  é medida isenta de erro. (Linha irregular cinza) sistema convencional operando na situação em que a frequência é medida com erro de  $-5\%$ .

Na Figura 4.9, os níveis de atenuação obtidos pelos sistemas de Xiao são mostrados. Observa-se, a partir dessa figura, que os sistemas de Xiao atingem a máxima atenuação do ruído indesejado apenas nos instantes em que a frequência  $f_d(n)$  e a amplitude  $A_d(n)$  são constantes. No intervalo no qual o componente senoidal do ruído primário é não estacionário, os sistemas de Xiao apresentam uma degradação no desempenho.

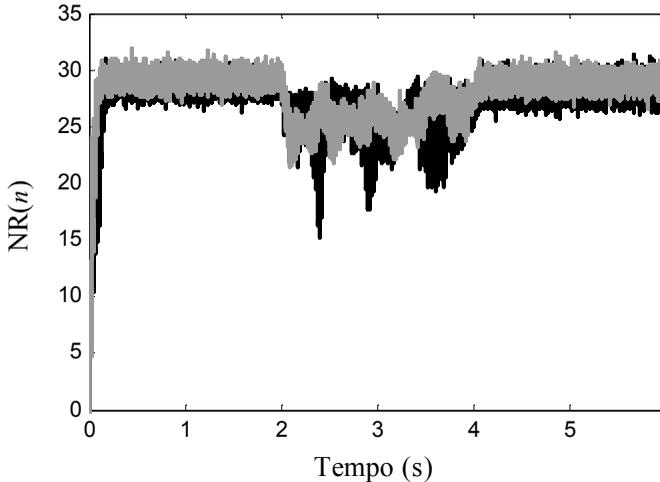


Figura 4.9. Exemplo 02. Níveis de atenuação do ruído indesejado obtidos pelos sistemas de Xiao. (Linha irregular escura) sistema de Xiao operando com algoritmo FxLMS. (Linha irregular cinza) sistema de Xiao operando com algoritmo FxRLS.

Os níveis de atenuação alcançados pelo sistema de Jeon e pelo sistema proposto são ilustrados na Figura 4.10. A partir dessa figura, nota-se que, nos intervalos em que o ruído indesejado é estacionário, o sistema proposto e o sistema de Jeon apresentam um nível de atenuação semelhante ao alcançado pelos sistemas de Xiao. Observa-se também que, no período de transição da frequência  $f_d(n)$  e da amplitude  $A_d(n)$ , o sistema de Jeon e o sistema proposto apresentam desempenhos melhores do que os sistemas de Xiao.

Na Figura 4.11, são apresentadas as frequências estimadas, em torno do instante de 2 segundos. Na Figura 4.12, as mesmas frequências são mostradas na região do instante de 4 segundos. Nota-se, a partir da

Figura 4.11, que o sistema proposto apresenta o melhor rastreamento da frequência  $f_d(n)$  no início da transição. Observa-se ainda que o sistema de Jeon também apresenta um satisfatório rastreamento, sendo capaz de acompanhar a dinâmica de  $f_d(n)$  melhor do que os sistemas de Xiao. Observa-se da Figura 4.12 que em torno do instante de 4 segundos, todos os sistemas de ANC apresentam uma melhor estimativa da frequência  $f_d(n)$  em relação à observada na fase inicial da transição.

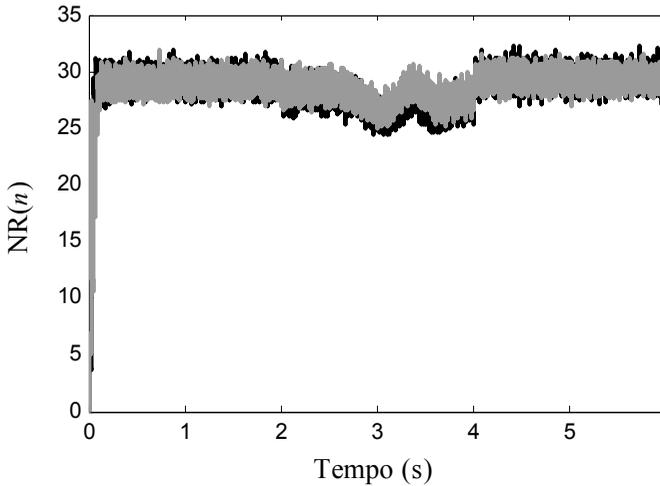


Figura 4.10. Exemplo 02. Níveis de atenuação alcançados pelo sistema de Jeon e pelo sistema proposto. (Linha irregular escura) sistema de Jeon. (Linha irregular cinza) sistema proposto.

Ainda nesse exemplo, a complexidade computacional dos sistemas de ANC simulados é a mesma do exemplo anterior (veja Tabela 5). Apesar de ser computacionalmente mais complexo do que os sistemas de Xiao, o sistema proposto apresenta um melhor comportamento no período em que a frequência e a amplitude do componente senoidal do ruído indesejado variam. Em relação ao sistema de Jeon, o sistema proposto apresenta um nível de atenuação similar com a vantagem de ser computacionalmente menos complexo. Assim, no cenário adotado, o sistema proposto é o que apresenta o melhor compromisso entre desempenho e complexidade computacional.

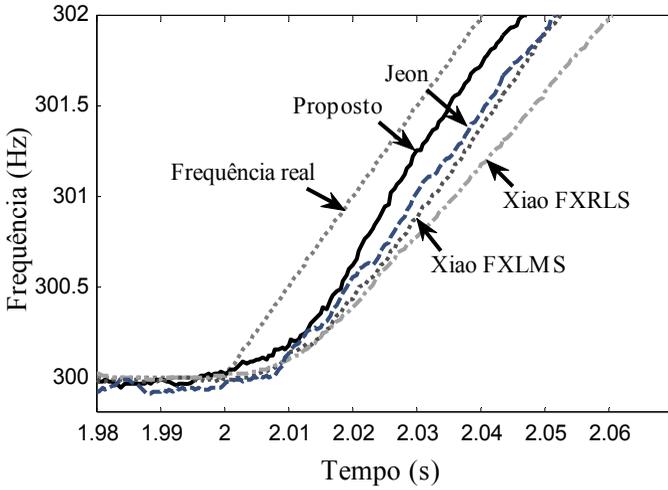


Figura 4.11. Exemplo 02. Frequências estimadas na região do início da transição da frequência  $f_d(n)$ .

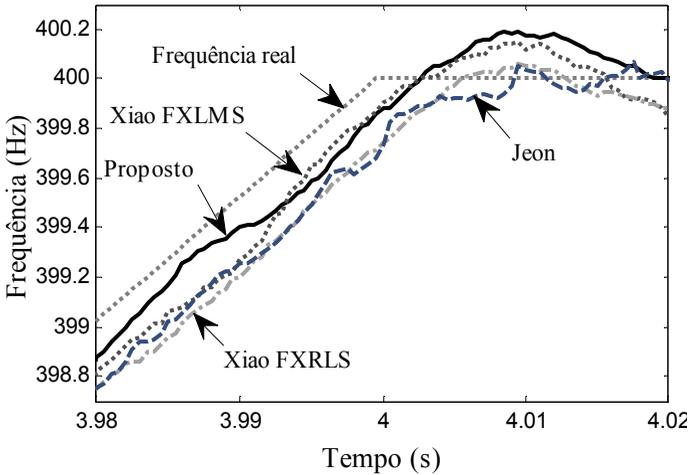


Figura 4.12. Exemplo 02. Frequências estimadas na região do final da transição da frequência  $f_d(n)$ .

### 4.3 Exemplo 03

Neste exemplo, adota-se um ruído indesejado  $d(n)$  constituído por três componentes senoidais harmonicamente relacionados somados a um ruído de medição. Assim o sinal  $d(n)$  é modelado como

$$d(n) = \sum_{q=1}^3 A_{d,q}(n) \cos \left[ \sum_{i=0}^n \omega_{d,q}(i) + \phi_{d,q} \right] + v(n) \quad (4.5)$$

com

$$\omega_{d,q}(n) = q\omega_{d,1}(n) \quad (4.6)$$

onde  $\omega_{d,1}(n)$  é a frequência do componente senoidal fundamental do ruído indesejado,  $\phi_{d,q}$ , a fase inicial do  $q$ -ésimo componente senoidal de  $d(n)$ , e  $v(n)$ , o ruído de medição, modelado como um ruído gaussiano branco com variância dada por

$$\sigma_v^2(n) = \frac{1}{10^{SNR/10}} \sum_{q=1}^3 \frac{A_{d,q}^2(n)}{2} \quad (4.7)$$

sendo SNR a razão sinal-ruído do sinal  $d(n)$  e  $A_{d,q}(n)$ , a amplitude do  $q$ -ésimo componente senoidal do ruído indesejado. Nesse exemplo, adota-se SNR = 30 dB. Ainda, considera-se que  $\phi_{d,q}$  é uma variável aleatória com distribuição uniforme no intervalo  $[0, 2\pi)$ . Para a frequência fundamental do ruído indesejado, adota-se a mesma dinâmica do exemplo anterior, veja (4.3). O comportamento da amplitude de cada componente senoidal de  $d(n)$  é dado por

$$A_{d,q}(n) = \frac{1}{q} e^{\xi \frac{2\pi}{f_s} [f_d(n) - f_d(0)]} \quad (4.8)$$

onde  $f_d$  é dado por (4.3),  $f_s = 2,5$  KHz,  $q$  denota o índice do componente senoidal, e  $\xi$ , uma constante de proporcionalidade. Nesse exemplo, utiliza-se  $\xi = 2,5$ .

Nas simulações realizadas, o sistema de Xiao que opera com algoritmo FxLMS utiliza os seguintes parâmetros:  $\mu_1 = \mu_2 = \mu_3 = 10^{-2}$ ,

$\mu_{c,1} = 10^{-3}$ ,  $\mu_{c,2} = 7,5 \times 10^{-3}$ ,  $\mu_{c,3} = 2 \times 10^{-2}$  e  $\Delta\omega = \pi/15$ . Para o sistema de Xiao, operando com o algoritmo FxRLS, utiliza-se  $\lambda_1 = \lambda_2 = \lambda_3 = 0,95$ ,  $\delta_1 = \delta_2 = \delta_3 = 0,1$ ,  $\mu_{c,1} = 2,5 \times 10^{-3}$ ,  $\mu_{c,2} = 5 \times 10^{-3}$ ,  $\mu_{c,3} = 2 \times 10^{-3}$  e  $\Delta\omega = \pi/15$ . O sistema de Jeon emprega a seguinte configuração:  $\mu_1 = \mu_2 = \mu_3 = 2 \times 10^{-2}$ ,  $N_d = 10$ ,  $\delta = 10^{-4}$ ,  $\lambda = 0,9$ ,  $N_1 = 1$ ,  $\tilde{\mu} = 10^{-8}$  e  $\Delta = 7$ . Para o sistema proposto utiliza-se  $\mu_1 = \mu_2 = \mu_3 = 2 \times 10^{-2}$ ,  $L_{\max} = 30$ ,  $K = 100$ ,  $\alpha = 3$  e  $\rho = 0,99$ . No sistema convencional é utilizado  $\mu_1 = \mu_2 = \mu_3 = 2 \times 10^{-2}$ . Aqui, o termo sistema convencional refere-se ao sistema de ANC apresentado na Seção 2.2.3 que não possui mecanismo de correção do descasamento de frequência.

Na Figura 4.13, são ilustrados os níveis de atenuação obtidos pelo sistema convencional em cenários nos quais a frequência fundamental de  $d(n)$  é medida com desvio de  $-5\%$  e isenta de erro. Observa-se dessa figura que o sistema convencional apresenta uma forte degradação de desempenho no cenário em que a frequência fundamental de  $d(n)$  é medida com erro. Por outro lado, para a situação na qual a frequência  $\omega_{d,1}(n)$  é isenta de erro, o sistema convencional alcança um nível de atenuação do ruído muito próximo de 30 dB, com apenas uma leve redução de desempenho na região de início da transição da frequência e da amplitude dos componentes senoidais de  $d(n)$ . Tal comportamento ocorre, pois, conforme descrito em (2.41) e (2.42), nessa região de transição, os filtros adaptativos abandonam o regime permanente e passam a rastrear as características de amplitude e na fase do caminho secundário na frequência variante  $\omega_{d,q}(n)$  de cada canal.

Na Figura 4.14, são mostrados os níveis de atenuação obtidos pelos sistemas de Xiao. Observa-se que esses sistemas de ANC apresentam convergência lenta no início da operação. Nota-se ainda que o sistema de Xiao, operando com algoritmo FxLMS, diverge quando as frequências  $\omega_{d,q}(n)$  e as amplitudes  $A_{d,q}(n)$  variam. Na Figura 4.11, verifica-se ainda que o sistema, operando com algoritmo FxRLS, alcança adequados níveis de atenuação do ruído indesejado apenas quando  $\omega_{d,q}(n)$  e  $A_{d,q}(n)$  são constantes. Durante o período de transição dessas variáveis, tal sistema apresenta uma queda abrupta de desempenho.

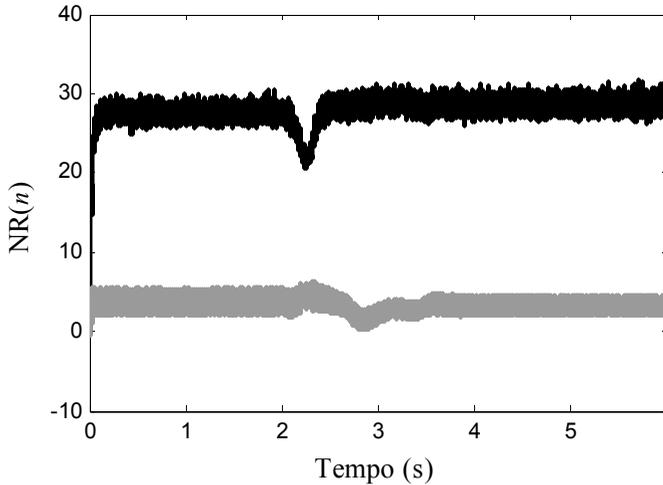


Figura 4.13. Exemplo 03. Níveis de atenuação do ruído indesejado alcançados pelo sistema convencional. (Linha irregular escura) sistema convencional operando no cenário em que a frequência do componente senoidal de  $d(n)$  é isenta de erro. (Linha sólida cinza) sistema convencional operando na situação em que a frequência é medida com erro de  $-5\%$ .

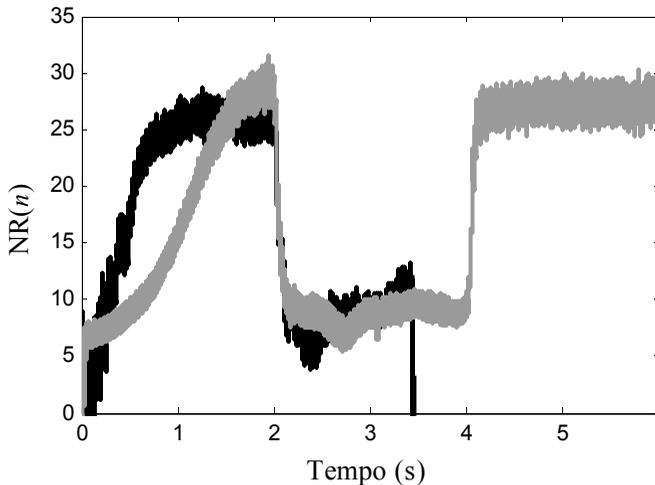


Figura 4.14. Exemplo 03. Níveis de atenuação do ruído indesejado obtidos pelos sistemas de Xiao. (Linha irregular escura) sistema de Xiao operando com algoritmo FxLMS. (Linha irregular cinza) sistema de Xiao operando com algoritmo FxRLS.

Na Figura 4.15, as atenuações alcançadas pelo sistema de Jeon e pelo sistema proposto são mostradas. Observa-se que o sistema de Jeon apresenta um adequado nível de atenuação do ruído indesejado apenas quando  $d(n)$  é estacionário. Por outro lado, no período de transição das variáveis  $\omega_{d,q}(n)$  e  $A_{d,q}(n)$ , tal sistema apresenta uma importante degradação de desempenho. Constata-se ainda que o sistema proposto exibe uma melhor característica de convergência do que o sistema de Jeon, além de um melhor desempenho no período em que  $d(n)$  é não estacionário. Adicionalmente, o máximo nível de atenuação alcançado pelo sistema proposto é similar ao obtido pelo sistema de Jeon nos períodos em que  $\omega_{d,q}(n)$  e  $A_{d,q}(n)$  são constantes.

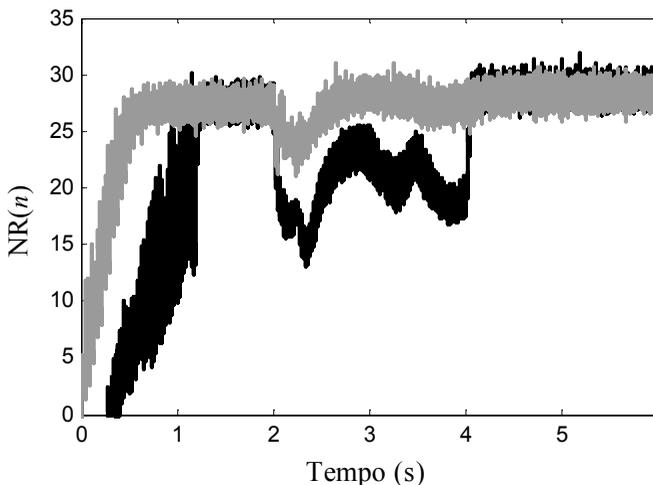


Figura 4.15. Exemplo 03. Níveis de atenuação obtidos pelo sistema de Jeon e pelo sistema proposto. (Linha irregular escura) sistema de Jeon. (Linha irregular cinza) sistema proposto.

Na Tabela 6, é apresentada a complexidade computacional (a cada iteração) requerida pelos sistemas de ANC robustos ao descasamento de frequência avaliados nesse exemplo. Observa-se, por meio dessa tabela, que o sistema de Jeon é o que apresenta a maior complexidade computacional entre os sistemas simulados. Nota-se ainda que o sistema proposto exige menos do que um terço das operações aritméticas requeridas pelo sistema de Jeon, sendo, no entanto, computacionalmente mais complexo do que os sistemas de Xiao. Por

fim, no cenário avaliado, o sistema proposto é o que possui o melhor compromisso entre desempenho e complexidade computacional.

Tabela 6 – Complexidade computacional dos sistemas de ANC avaliados no Exemplo 03

Sistema de ANC	Operações aritméticas			
	Multiplicações	Adições	Divisões	Raízes quadrada
Xiao FxLMS	123	110	0	0
Xiao FxRLS	189	146	3	0
Jeon	1131	1059	33	1
Proposto	267	291	9	0

#### 4.4 Exemplo 04

Neste exemplo, é considerado um cenário em que o sistema proposto não opera satisfatoriamente, visando verificar seus principais problemas e limitações. Os parâmetros considerados são os mesmos do exemplo anterior, com excessão da frequência e da amplitude dos componentes senoidais do ruído primário. Aqui, o ruído primário é composto por três componentes senoidais harmonicamente relacionados com frequências fixas em 300, 600 e 900 Hz. A amplitude de cada componente senoidal é

$$A_{d,q}(n) = (1,4)^{q-1} \quad (4.9)$$

onde  $q = 1, 2, 3$  é o índice do componente senoidal do ruído. A partir de (4.9), constata-se que o componente fundamental do ruído primário é aquele que possui a menor amplitude. Tal característica tem um importante impacto no desempenho do sistema proposto, uma vez que o filtro passa-faixa adotado não elimina completamente os componentes senoidais de  $\hat{d}(n)$  com frequência acima da frequência fundamental. Em outras palavras, o sinal  $\hat{d}_1(n)$  fornecido pelo filtro passa-faixa ao estimador de frequência será composto também por componentes senoidais com frequências de 600 e 900 Hz, dificultando sobremaneira a estimativa da frequência fundamental (300 Hz) do ruído primário.

Para o sistema de Xiao, operando com o algoritmo FxLMS, adotam-se os seguintes parâmetros:  $\mu_1 = \mu_2 = \mu_3 = 5 \times 10^{-3}$ ,  $\mu_{c,1} = \mu_{c,2} = \mu_{c,3} = 3 \times 10^{-3}$ , e  $\Delta\omega = \pi/15$ . Para o sistema de Xiao, operando com algoritmo FxRLS, adota-se a seguinte configuração:  $\mu_{c,1} = \mu_{c,3} = 10^{-3}$ ,  $\mu_{c,2} = 5 \times 10^{-3}$ ,  $\Delta\omega = \pi/15$ ,  $\lambda_1 = \lambda_2 = \lambda_3 = 0,95$  e  $\delta_1 = \delta_2 = \delta_3 = 0,1$ . Para o sistema de Jeon são considerados os seguintes parâmetros:  $\mu_1 = \mu_2 = \mu_3 = 1,5 \times 10^{-2}$ ,  $N_d = 10$ ,  $\delta = 10^{-4}$ ,  $\lambda = 0,9$ ,  $N_I = 1$ ,  $\tilde{\mu} = 9 \times 10^{-10}$  e  $\Delta = 7$ . Para o sistema proposto é usada a seguinte configuração:  $L_{\max} = 30$ ,  $K = 100$ ,  $\alpha = 3$ ,  $\rho = 0,99$ , e  $\mu_1 = \mu_2 = \mu_3 = 1,5 \times 10^{-2}$ .

Na Figura 4.16, são mostrados os níveis de atenuação ao longo do tempo alcançados pelos sistemas de Xiao. Nota-se que os sistemas de Xiao conseguem obter uma satisfatória atenuação do ruído primário, com uma pequena desvantagem do sistema operando com o algoritmo FxLMS em termos de taxa de convergência.

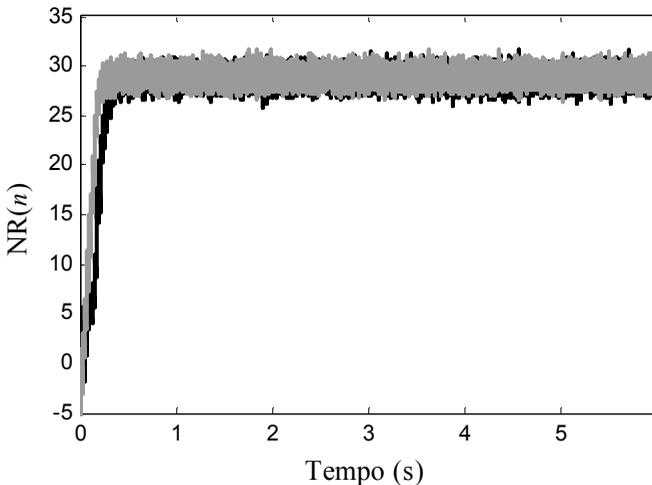


Figura 4.16. Exemplo 04. Níveis de atenuação obtidos pelos sistemas de Xiao. (Linha irregular escura) sistema de Xiao operando com algoritmo FxLMS. (Linha irregular cinza) sistema de Xiao operando com algoritmo FxRLS.

Na Figura 4.17, são apresentadas as atenuações alcançadas pelo sistema de Jeon e pelo sistema proposto. Observa-se que o sistema de

Jeon consegue alcançar um nível de atenuação do ruído próximo de 30 dB, com uma convergência mais lenta do que as observadas nos sistemas de Xiao. Com respeito ao sistema proposto, observa-se que ele não é capaz de atenuar de forma adequada o ruído indesejado para o cenário considerado. Esse resultado é consequência de uma não adequada estimativa da frequência  $\omega_{d,1}(n)$ .

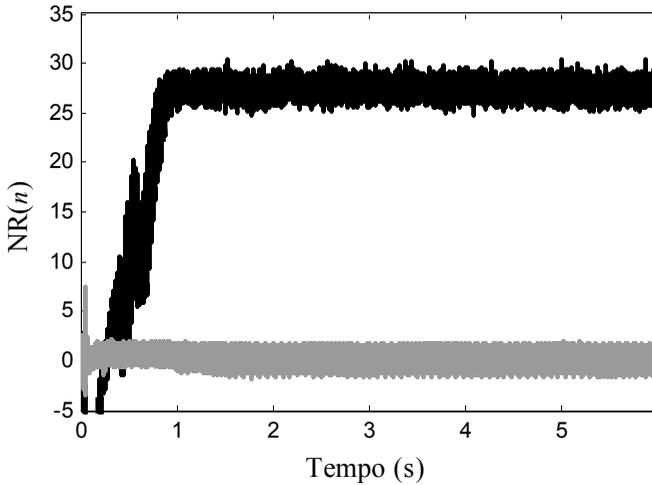


Figura 4.17. Exemplo 04. Níveis de atenuação obtidos pelo sistema de Jeon e pelo sistema proposto. (Linha irregular escura) sistema de Jeon. (Linha irregular cinza) sistema proposto.

Nesse exemplo, a complexidade computacional dos sistemas de ANC é a mesma do exemplo anterior (veja Tabela 6). Com base nos níveis de atenuação alcançados e na complexidade computacional exigida, conclui-se que os sistemas de Xiao são aqueles que apresentam os melhores resultados para o cenário considerado.

#### 4.5 Exemplo 05

Neste exemplo, um cenário similar ao apresentado no Exemplo 03 é considerado. Assim, o ruído  $d(n)$  é composto por um ruído de medição e por três componentes senoidais harmonicamente relacionados. As principais diferenças são as características adotadas para as frequências e as amplitudes dos componentes senoidais do ruído.

Na Figura 4.18, a característica da frequência fundamental do ruído  $d(n)$  é ilustrado (para facilitar a interpretação, a frequência está representada em Hz e em função do tempo). Para determinar as amplitudes dos componentes senoidais de  $d(n)$ , considera-se

$$A_{d,q}(n) = e^{\xi \frac{2\pi}{f_s} [f_{d,1}(n) - f_{d,1}(0)]} \quad (4.10)$$

onde  $\xi$  é uma constante de proporcionalidade,  $f_{d,1}(n)$ , a frequência do componente senoidal fundamental do ruído  $d(n)$  e  $f_s$ , a frequência de amostragem. Nesse exemplo, adota-se  $\xi = 8$  e  $f_s = 2,5$  kHz. Na Figura 4.19, a característica das amplitudes dos componentes senoidais que compõem o ruído  $d(n)$  é mostrada. As características adotadas nesse exemplo para as frequências e amplitudes são semelhantes a um dos casos considerados em [42]. Ainda nesse cenário, a variância do ruído de medição  $v(n)$  é computada através de (4.7). Nesse exemplo, adota-se uma razão sinal-ruído igual a 30 dB. Para os parâmetros  $\phi_d$  e  $f_s$  são utilizados os mesmos valores adotados no Exemplo 04.

Nas simulações realizadas, o sistema de Xiao, operando com algoritmo FxLMS, utiliza os seguintes parâmetros:  $\mu_1 = \mu_2 = \mu_3 = 10^{-2}$ ,  $\mu_{c,1} = 10^{-3}$ ,  $\mu_{c,2} = 7,5 \times 10^{-3}$ ,  $\mu_{c,3} = 9 \times 10^{-3}$  e  $\Delta\omega = \pi/15$ . Para o sistema de Xiao, operando com o algoritmo FxRLS, utiliza-se:  $\lambda_1 = \lambda_2 = \lambda_3 = 0,95$ ,  $\delta_1 = \delta_2 = \delta_3 = 0,1$ ,  $\mu_{c,1} = \mu_{c,2} = \mu_{c,3} = 10^{-3}$  e  $\Delta\omega = \pi/15$ . No sistema de Jeon são considerados os seguintes parâmetros:  $\mu_1 = \mu_2 = \mu_3 = 2 \times 10^{-2}$ ,  $N_d = 10$ ,  $\delta = 10^{-4}$ ,  $\lambda = 0,9$ ,  $N_1 = 1$ ,  $\tilde{\mu} = 10^{-8}$  e  $\Delta = 7$ . Para o sistema proposto, a seguinte configuração é utilizada:  $L_{\text{máx}} = 50$ ,  $K = 100$ ,  $\alpha = 4$ ,  $\rho = 0,99$ , e  $\mu_1 = \mu_2 = \mu_3 = 2 \times 10^{-2}$ .

Na Figura 4.20, são mostrados os níveis de atenuação obtidos pelos sistemas de Xiao. Observa-se que ambos os sistemas de Xiao alcançam níveis de atenuação semelhantes. Nos períodos de transição mais lenta (da frequência e amplitude), o sistema de Xiao, operando com algoritmo FxRLS, é o mais bem comportado. Nesses períodos, tal sistema exibe uma maior atenuação e uma menor oscilação no nível de cancelamento do ruído indesejado. Nos períodos de transição rápida (da frequência e amplitude), ambos os sistemas de Xiao apresentam uma importante degradação de desempenho.

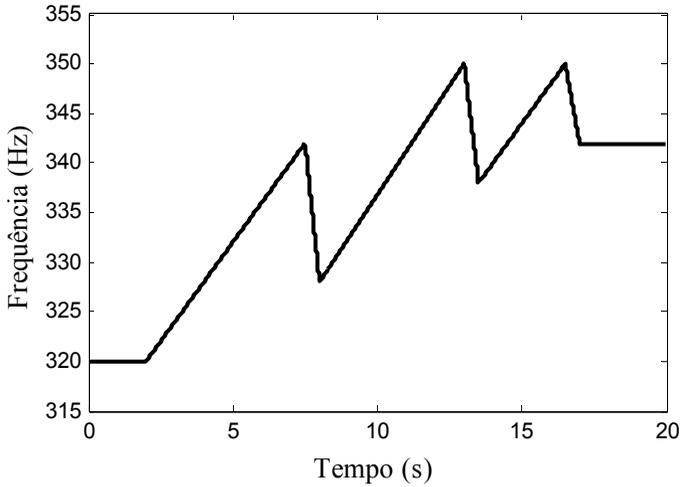


Figura 4.18. Exemplo 05. Característica da frequência do componente senoidal fundamental do ruído  $d(n)$ .

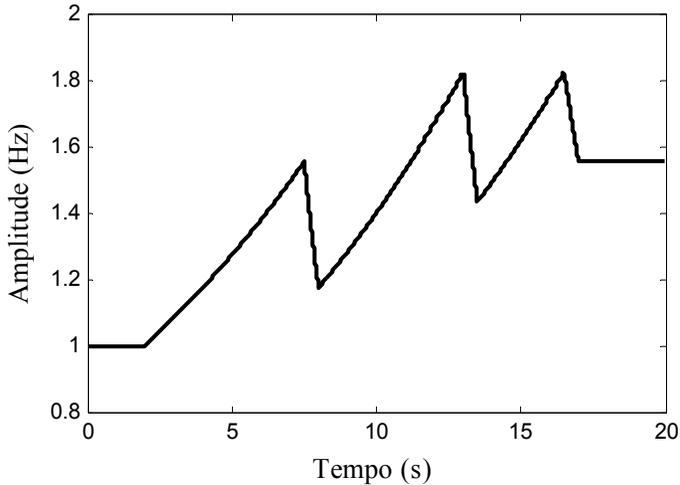


Figura 4.19. Exemplo 05. Característica das amplitudes dos componentes senoidais do ruído  $d(n)$ .

Na Figura 4.21, são mostrados os níveis de atenuação obtidos pelo sistema de Jeon e pelo sistema proposto. Constata-se que o sistema de Jeon apresenta, nos instantes de variação lenta (da frequência e

amplitude), níveis de atenuação próximos ao máximo possível (30 dB). Observa-se ainda que o sistema proposto alcança, após 5 segundos, um nível de atenuação próximo ao apresentado pelo sistema de Jeon. Nos períodos de transição rápida (da frequência e amplitude), os sistemas de Jeon e o proposto apresentam uma degradação de desempenho pouco relevante. Por fim, conclui-se que, no cenário considerado, o sistema proposto e o sistema de Jeon apresentam melhor desempenho (no que diz respeito ao nível de atenuação do ruído) do que os sistemas de Xiao.

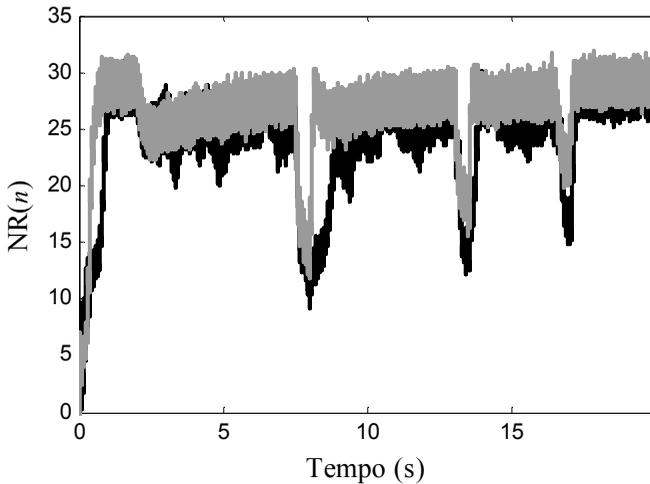


Figura 4.20. Exemplo 05. Níveis de atenuação obtidos pelos sistemas de Xiao. (Linha irregular escura) sistema de Xiao operando com algoritmo Fxlms. (Linha irregular cinza) sistema de Xiao operando com algoritmo Fxrls.

Como a complexidade computacional dos sistemas avaliados é a mesma do exemplo anterior (veja Tabela 6), verifica-se que o sistema proposto é o que apresenta o melhor compromisso entre desempenho e complexidade computacional.

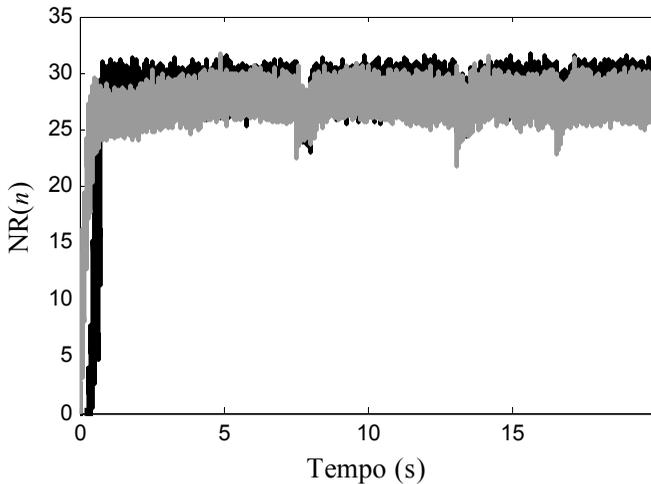


Figura 4.21. Exemplo 05. Níveis de atenuação obtidos pelo sistema de Jeon e pelo sistema proposto. (Linha irregular escura) sistema de Jeon. (Linha irregular cinza) sistema proposto.

## 4.6 Conclusões

Neste capítulo, foram comparados, através de simulações, os desempenhos dos sistemas de ANC robustos ao descasamento de frequência descritos nesta dissertação. Em tais simulações, procurou-se variar o número de componentes senoidais do ruído  $d(n)$ , além das características da amplitude e da frequência. Procurou-se também considerar cenários em que o sistema de ANC proposto não apresenta o melhor desempenho, com o objetivo de identificar suas limitações. Com os resultados obtidos, é possível concluir que o sistema proposto é especialmente indicado para cenários em que o ruído  $d(n)$  possui componentes senoidais com amplitude e frequência variantes no tempo, sendo o seu componente fundamental o de maior potência. No próximo capítulo serão apresentadas as considerações finais desta dissertação.



## Considerações Finais

Neste trabalho, foi realizado um estudo sobre o problema de descasamento de frequência em sistemas de ANC voltados para atenuação de ruídos de banda estreita. Neste capítulo, os principais pontos apresentados nesta dissertação são discutidos e algumas propostas de trabalhos futuros são sugeridas.

### 5.1 Sumário e discussão dos resultados

Conforme discutido nesta dissertação, o controle ativo de ruído se apresenta como uma alternativa eficiente às técnicas passivas para redução de ondas sonoras, principalmente as de baixa frequência. Dentre as diversas topologias de sistemas de ANC encontradas na literatura e utilizadas em aplicações práticas, destacam-se aquelas que são usadas exclusivamente para atenuação de ruídos de banda estreita. Tais topologias, entretanto, apresentam uma importante degradação de desempenho quando os sinais de referência são gerados com frequências distintas daquelas que compõem o ruído indesejado. Na literatura, esse problema é denominado descasamento de frequência (*frequency mismatch*).

Para contornar esta deficiência, foram propostos na literatura alguns sistemas de ANC robustos ao problema de descasamento de frequência. Dentre essas propostas destacam-se os sistemas de Xiao e de Jeon, apresentados no Capítulo 3. Xiao *et al.* propuseram dois sistemas de ANC, um operando com algoritmo FxLMS e outro com FxRLS. Nesses sistemas, a redução do descasamento de frequência é realizada através da adaptação de coeficientes relacionados com a frequência dos sinais de referência. No sistema de Jeon, os autores utilizaram um estimador de frequência para o cálculo do período fundamental do ruído indesejado. Tal informação é usada na geração dos sinais de referência. Ainda no Capítulo 3, foi proposto um novo sistema de ANC com baixa sensibilidade ao descasamento de frequência, utilizando uma topologia similar à aplicada pelo sistema de Jeon, porém com um estimador de frequência de menor complexidade computacional.

No Capítulo 4, comparações de desempenho entre o sistema proposto no presente trabalho e os sistemas de Xiao e Jeon foram

realizadas com base em simulações efetuadas no ambiente de desenvolvimento Matlab®. Nessas simulações, cinco diferentes cenários de operação foram analisados, nos quais modificaram-se o número de componentes senoidais presentes no ruído indesejado e as características da frequência e da amplitude.

Com base nos resultados apresentados no Capítulo 4, em cenários nos quais o ruído indesejado é formado por componentes senoidais com amplitude e frequência fixas, os sistemas de Xiao apresentam o melhor compromisso entre desempenho e complexidade computacional. Nesses mesmos cenários, o sistema de ANC proposto e o sistema de Jeon apresentaram também adequados níveis de atenuação do ruído indesejado, porém demandando um maior número de operações aritméticas. Referente às situações em que o ruído indesejado é não estacionário, o sistema proposto nesta dissertação apresenta desempenho compatível (ou melhor) do que o sistema de Jeon, com a vantagem de possuir um menor custo computacional. Um cenário no qual o sistema proposto não apresenta um bom desempenho é quando o componente senoidal fundamental do ruído indesejado possui menor potência em relação aos demais componentes senoidais. Em tal situação, o filtro passa-faixa variante no tempo (utilizado no sistema proposto) não é capaz de atenuar completamente os componentes senoidais com frequência acima da fundamental. Isso implica que o sinal fornecido ao estimador de frequência possui interferências senoidais, reduzindo a precisão na estimativa da frequência. Porém, com exceção desta última situação, o sistema proposto pode ser visto como uma interessante alternativa quando se deseja a redução de ruídos de banda estreita, especialmente em casos não estacionários.

## 5.2 Sugestões para trabalhos futuros

Como ideias de trabalhos futuros, sugere-se que o sistema proposto nesta dissertação e os sistemas de Xiao e de Jeon sejam testados em aplicações práticas, visando assim uma análise de desempenho em condições reais de operação. Outra sugestão é desenvolvimento de uma abordagem alternativa ao filtro passa-faixa variante no tempo, usado no sistema proposto, dada a sua limitação nos cenários em que o componente fundamental do ruído indesejado possui menor potência (em relação aos componentes senoidais de maior frequência). Ainda, considerando que filtros adaptativos lineares não são capazes de reduzir o descasamento de frequência (sendo necessária a

---

aplicação de mecanismos externos), o desenvolvimento de algoritmos adaptativos não lineares para a redução dos efeitos oriundos de tal descasamento pode constituir um interessante trabalho de pesquisa para a área de controle ativo de ruído.



## Procedimento para Síntese de Sinais Senoidais

Uma das formas de sintetizar numericamente sinais senoidais se dá por meio de um procedimento de interpolação, o qual faz uso de informações provenientes de uma estrutura de dados do tipo *lookup table* [50], [51]. A denominação *lookup table*, refere-se a uma estrutura de dados que pode ser basicamente interpretada como uma tabela de mapeamento, que relaciona um dado argumento de entrada a um resultado. Particularmente, na *lookup table* considerada neste trabalho, são armazenados  $N$  conjuntos  $\{\theta_i, \cos(\theta_i)\}^1$ , com  $i = 0, \dots, N-1$ .

A partir do conjunto de valores  $\{\theta_i, \cos(\theta_i)\}$ , a função  $f(\theta) = \cos(\theta)$  pode ser representada, aproximadamente, através de diversas funções polinomiais de primeira ordem. Tal abordagem visa representar a função  $f(\theta) = \cos(\theta)$  por

$$f(\theta) \cong \hat{f}(\theta) = \cos(\theta_i) + \lambda_i(\theta - \theta_i) \quad (\text{A.1})$$

com

$$\lambda_i = \frac{\cos(\theta_i) - \cos(\theta_{i-1})}{\theta_i - \theta_{i-1}} \quad (\text{A.2})$$

onde  $\theta \in [\theta_{i-1}, \theta_i]$ . De forma semelhante, a função inversa  $f^{-1}(\theta)$  pode ser aproximada por

$$f^{-1}(\theta) \cong \hat{f}^{-1}(\theta) = \theta_i + \lambda_i^{-1}[f(\theta) - \cos(\theta_i)] \quad (\text{A.3})$$

onde  $f(\theta) \in [\cos(\theta_{i-1}), \cos(\theta_i)]$ .

Assim, baseado nas informações fornecidas pela *lookup table*, o valor da função  $f(\theta') = \cos(\theta')$  pode ser computado através do seguinte procedimento:

- 1) Calcular, para cada valor  $\theta'$ , o correspondente índice  $i$  na *lookup table*. Para tal, utiliza-se

$$i = \lfloor (\theta' - \theta_0) \eta \rfloor + 1 \quad (\text{A.4})$$

---

<sup>1</sup> Para sintetizar um sinal seno, deve-se armazenar  $N$  conjuntos  $\{\theta_i, \text{sen}(\theta_i)\}$ .

com

$$\eta = \frac{N-1}{\cos(\theta_{N-1}) - \cos(\theta_0)} \quad (\text{A.5})$$

onde  $\lfloor \cdot \rfloor$  denota o operador que retorna o menor inteiro mais próximo de seu argumento e  $\theta_0$  é fornecido pela *lookup table*. Em (A.4),  $\eta$  é uma constante e necessita ser computada apenas uma vez, podendo assim ser armazenada em memória para ser usada posteriormente.

- 2) Com o índice  $i$  calculado, computar o valor  $\cos(\theta')$  através de (A.1) e (A.2), considerando  $\theta = \theta'$ . Nessas equações os valores  $\theta_i$ ,  $\theta_{i-1}$ ,  $\cos(\theta_i)$  e  $\cos(\theta_{i-1})$  são fornecidos pela *lookup table* a partir do índice  $i$  dado por (A.4).

Assim, para sintetizar uma função cosseno basta realizar o procedimento apresentado anteriormente de forma recorrente, atualizando apenas o valor do argumento  $\theta'$  com um incremento  $\Delta\theta'$ . Nesse procedimento, em cada iteração, são necessárias apenas 2 multiplicações, 7 adições e 1 divisão. Como desvantagem da metodologia apresentada, pode-se considerar o espaço de memória usado pela *lookup table*. Para contornar tal problema, em geral, armazena-se apenas o primeiro quadrante da função cosseno.

Caso haja necessidade de se computar a função inversa, isto é, calcular o valor de  $\theta'$  a partir de  $\cos(\theta')$ , deve-se utilizar a seguinte função de mapeamento:

$$i = \lfloor [\cos(\theta') - \cos(\theta_0)]\eta^{-1} \rfloor + 1 \quad (\text{A.6})$$

onde  $\cos(\theta_0)$  é fornecido pela *lookup table* e  $\eta$  é dado por (A.5). Dessa forma, com o índice  $i$  calculado, o valor de  $\theta' = f^{-1}(\theta')$  é computado através de (A.3) e (A.2).

## Derivação de (3.63)-(3.69)

Neste apêndice, as equações usadas na atualização da janela de observação considerada no estimador de frequência utilizado no sistema de ANC proposto são derivadas. Conforme apresentado na Seção 3.3.2, a frequência fundamental do ruído primário pode ser estimada por

$$\hat{\omega}_{d,1}(n) = \cos \left[ \frac{N_{L(n)}(n)}{2P_{L(n)}(n)} \right] \quad (\text{B.1})$$

com

$$N_{L(n)}(n) = \hat{\mathbf{d}}_{1,L(n)}^T(n-1)[\hat{\mathbf{d}}_{1,L(n)}(n) + \hat{\mathbf{d}}_{1,L(n)}(n-2)] \quad (\text{B.2})$$

e

$$P_{L(n)}(n) = \hat{\mathbf{d}}_{1,L(n)}^T(n-1)\hat{\mathbf{d}}_{1,L(n)}(n-1) \quad (\text{B.3})$$

onde  $L(n)$  denota a dimensão da janela de observação no instante  $n$  [dada por (3.62)]. Em (B.2) e (B.3) os vetores  $\hat{\mathbf{d}}_{1,L(n)}(n)$ ,  $\hat{\mathbf{d}}_{1,L(n)}(n-1)$  e  $\hat{\mathbf{d}}_{1,L(n)}(n-2)$  são definidos como

$$\hat{\mathbf{d}}_{1,L(n)}(n) = [\hat{d}_1(n), \hat{d}_1(n-1), \dots, \hat{d}_1[n-L(n)+1]]^T, \quad (\text{B.4})$$

$$\hat{\mathbf{d}}_{1,L(n)}(n-1) = [\hat{d}_1(n-1), \hat{d}_1(n-2), \dots, \hat{d}_1[n-L(n)]]^T \quad (\text{B.5})$$

e

$$\hat{\mathbf{d}}_{1,L(n)}(n-2) = [\hat{d}_1(n-2), \hat{d}_1(n-3), \dots, \hat{d}_1[n-L(n)-1]]^T \quad (\text{B.6})$$

sendo  $\hat{d}_1(n)$  o sinal de saída do filtro passa-faixa variante no tempo (veja Figura 3.6). Note que, para o estimador de frequência dado por (B.1), a dimensão da janela de observação entre iterações consecutivas pode se manter constante, aumentar ou diminuir em  $\Delta$  amostras. Cada um desses casos é abordado na sequência.

### B.1 Atualização da janela com dimensão constante

No cenário em que  $L(n) = L(n-1)$ , a janela de observação do estimador de frequência (B.1) deve manter a sua dimensão constante. Nesse caso, a janela de observação é atualizada adicionando a amostra mais recente do sinal  $\hat{d}_1(n)$  e removendo a amostra mais antiga. Para essa situação, no instante  $n-1$ , a partir de (B.2) e (B.3) têm-se

$$\begin{aligned}
 N_{L(n-1)}(n-1) &= \hat{\mathbf{d}}_{1,L(n-1)}^T(n-2)[\hat{\mathbf{d}}_{1,L(n-1)}(n-1) + \hat{\mathbf{d}}_{1,L(n-1)}(n-3)] \\
 &= \hat{d}_1(n-2)[\hat{d}_1(n-1) + \hat{d}_1(n-3)] \\
 &\quad \dots + \hat{d}_1[n-L(n-1)]\{\hat{d}_1[n-L(n-1)+1] \\
 &\quad + \hat{d}_1[n-L(n-1)-1]\} + \hat{d}_1[n-L(n-1)-1] \\
 &\quad \{\hat{d}_1[n-L(n-1)] + \hat{d}_1[n-L(n-1)-2]\}
 \end{aligned} \tag{B.7}$$

e

$$\begin{aligned}
 P_{L(n-1)}(n-1) &= \hat{\mathbf{d}}_{1,L(n-1)}^T(n-2)\hat{\mathbf{d}}_{1,L(n-1)}(n-2) \\
 &= \hat{d}_1^2(n-2) + \dots + \hat{d}_1^2[n-L(n-1)] \\
 &\quad + \hat{d}_1^2[n-L(n-1)-1].
 \end{aligned} \tag{B.8}$$

Por sua vez, para o instante  $n$ , as expressões para  $N_{L(n)}(n)$  e  $P_{L(n)}(n)$  podem ser escritas como

$$\begin{aligned}
 N_{L(n)}(n) &= N_{L(n-1)}(n) = \hat{\mathbf{d}}_{1,L(n-1)}^T(n-1)[\hat{\mathbf{d}}_{1,L(n-1)}(n) + \hat{\mathbf{d}}_{1,L(n-1)}(n-2)] \\
 &= \hat{d}_1(n-1)[\hat{d}_1(n) + \hat{d}_1(n-2)] + \underbrace{\hat{d}_1(n-2)[\hat{d}_1(n-1)]}_{\text{contido em } \hat{N}_{L(n-1)}(n-1)} \\
 &\quad + \underbrace{\hat{d}_1(n-2) + \dots + \hat{d}_1[n-L(n-1)+1]}_{\text{contido em } \hat{N}_{L(n-1)}(n-1)} \{\hat{d}_1[n-L(n-1)+2] \\
 &\quad + \hat{d}_1[n-L(n-1)]\} + \underbrace{\hat{d}_1[n-L(n-1)]\{\hat{d}_1[n-L(n-1)+1] \\
 &\quad + \hat{d}_1[n-L(n-1)-1]\}}_{\text{contido em } \hat{N}_{L(n-1)}(n-1)} \\
 &\quad + \underbrace{\hat{d}_1[n-L(n-1)-1]}_{\text{contido em } \hat{N}_{L(n-1)}(n-1)}
 \end{aligned} \tag{B.9}$$

e

$$\begin{aligned}
P_{L(n)}(n) &= P_{L(n-1)}(n) = \hat{\mathbf{d}}_{1,L(n-1)}^T(n-1)\hat{\mathbf{d}}_{1,L(n-1)}(n-1) \\
&= \hat{d}_1^2(n-1) + \underbrace{\hat{d}_1^2(n-2) + \dots + \hat{d}_1^2[n-L(n-1)+1]}_{\text{contido em } \hat{N}_{L(n-1)}(n-1)} \\
&\quad + \underbrace{\hat{d}_1^2[n-L(n-1)]}_{\text{contido em } \hat{N}_{L(n-1)}(n-1)}.
\end{aligned} \tag{B.10}$$

Finalmente, mantendo apenas as informações comuns entre iterações consecutivas, de (B.7) e (B.9), obtém-se (3.63). De forma semelhante, de (B.8) e (B.10), tem-se (3.64).

## B.2 Atualização da janela com dimensão aumentada

Na situação em que  $L(n) = L(n-1) + \Delta$ , com  $\Delta > 0$ , o horizonte de observação do estimador de frequência deve ser aumentado em  $\Delta$  amostras do sinal  $\hat{d}_1(n)$ . Nesse caso, para o instante  $n$ , os termos  $N_{L(n)}(n)$  e  $P_{L(n)}(n)$  são dados por

$$\begin{aligned}
N_{L(n)}(n) &= N_{L(n-1)+\Delta}(n) = \hat{\mathbf{d}}_{1,L(n-1)+\Delta}^T(n-1)\hat{\mathbf{d}}_{1,L(n-1)+\Delta}(n-1) \\
&= \hat{d}_1(n-1)[\hat{d}_1(n) + \hat{d}_1(n-2)] + \underbrace{\hat{d}_1(n-2)[\hat{d}_1(n-1)]}_{\text{contido em } \hat{N}_{L(n-1)}(n-1)} \\
&\quad + \underbrace{\hat{d}_1(n-3)] \dots + \hat{d}_1[n-L(n-1)-1]\{\hat{d}_1[n-L(n-1)]\}}_{\text{contido em } \hat{N}_{L(n-1)}(n-1)} \\
&\quad + \underbrace{\hat{d}_1[n-L(n-1)-2]\}}_{\text{contido em } \hat{N}_{L(n-1)}(n-1)} + \hat{d}_1[n-L(n-1)-2] \\
&\quad \{\hat{d}_1[n-L(n-1)-1] + \hat{d}_1[n-L(n-1)-3]\} \\
&\quad \dots + \hat{d}_1[n-L(n-1)-\Delta]\{\hat{d}_1[n-L(n-1)-\Delta+1] \\
&\quad + \hat{d}_1[n-L(n-1)-\Delta-1]\}
\end{aligned} \tag{B.11}$$

e

$$\begin{aligned}
P_{L(n)}(n) &= P_{L(n-1)+\Delta}(n) = \hat{\mathbf{d}}_{L(n-1)+\Delta}^T(n-1)\hat{\mathbf{d}}_{L(n-1)+\Delta}(n-1) \\
&= \hat{d}_1^2(n-1) + \underbrace{\hat{d}_1^2(n-2) + \dots + \hat{d}_1^2[n-L(n-1)]}_{\text{contido em } P_{L(n)}(n)} \\
&\quad + \underbrace{\hat{d}_1^2[n-L(n-1)-1] + \dots + \hat{d}_1^2[n-L(n-1)-\Delta+1]}_{\text{contido em } P_{L(n)}(n)} \\
&\quad + \hat{d}_1^2[n-L(n-1)-\Delta].
\end{aligned} \tag{B.12}$$

Assim, comparando (B.11) com (B.7) e (B.12) com (B.8), pode-se mostrar que a atualização dos termos  $N_{L(n)}(n)$  e  $P_{L(n)}(n)$  pode ser realizada através de (3.65) e (3.66), respectivamente.

### B.3 Atualização da janela com dimensão reduzida

No cenário em que  $L(n) = L(n-1) - \Delta$ , com  $\Delta > 0$ , o horizonte de observação do estimador de frequência deve ser reduzido em  $\Delta$  amostras do sinal  $\hat{d}_1(n)$ . Nessa situação, para o instante  $n$ , têm-se

$$\begin{aligned}
N_{L(n)}(n) &= N_{L(n-1)-\Delta}(n) = \hat{\mathbf{d}}_{1,L(n-1)-\Delta}^T(n-1)[\hat{\mathbf{d}}_{1,L(n-1)-\Delta}(n) \\
&\quad + \hat{\mathbf{d}}_{1,L(n-1)-\Delta}(n-2)] \\
&= \hat{d}_1(n-1)[\hat{d}_1(n) + \hat{d}_1(n-2)] + \hat{d}_1(n-2)[\hat{d}_1(n-1) \\
&\quad + \hat{d}_1(n-3)] + \dots + \hat{d}_1[n-L(n-1)+\Delta+1] \\
&\quad \{\hat{d}_1[n-L(n-1)+\Delta+2] + \hat{d}_1[n-L(n-1)+\Delta]\} \\
&\quad + \hat{d}_1[n-L(n-1)+\Delta] \{\hat{d}_1[n-L(n-1)+\Delta+1] \\
&\quad + \hat{d}_1[n-L(n-1)+\Delta-1]\}
\end{aligned} \tag{B.13}$$

e

$$\begin{aligned}
P_{L(n)}(n) &= P_{L(n-1)-\Delta}(n) = \mathbf{d}_{1,L(n-1)-\Delta}^T(n-1)\mathbf{d}_{1,L(n-1)-\Delta}(n-1) \\
&= \hat{d}_1^2(n-1) + \hat{d}_1^2(n-2) + \dots + \hat{d}_1^2[n-L(n-1)+\Delta+1] \\
&\quad + \hat{d}_1^2[n-L(n-1)+\Delta].
\end{aligned} \tag{B.14}$$

Por sua vez, para o instante anterior  $n-1$ , obtêm-se

$$\begin{aligned}
N_{L(n-1)}(n-1) &= \hat{\mathbf{d}}_{1,L(n-1)}^T(n-2)[\hat{\mathbf{d}}_{1,L(n-1)}(n-1) + \hat{\mathbf{d}}_{1,L(n-1)}(n-3)] \\
&= \underbrace{\hat{d}_1(n-2)[\hat{d}_1(n-1) + \hat{d}_1(n-3)]}_{\text{contido em } N_{L(n)}(n)} \\
&\quad \dots + \underbrace{\hat{d}_1[n-L(n-1) + \Delta]\{\hat{d}_1[n-L(n-1) + \Delta + 1]\}}_{\text{contido em } N_{L(n)}(n)} \\
&\quad + \underbrace{\hat{d}_1[n-L(n-1) + \Delta - 1]\}}_{\text{contido em } N_{L(n)}(n)} + \hat{d}_1[n-L(n-1) + \Delta - 1] \quad (\text{B.15}) \\
&\quad \{\hat{d}_1[n-L(n-1) + \Delta] + \hat{d}_1[n-L(n-1) + \Delta - 2]\} \\
&\quad \dots + \hat{d}_1[n-L(n-1) - 1]\{\hat{d}_1[n-L(n-1)] \\
&\quad + \hat{d}_1[n-L(n-1) - 2]\}
\end{aligned}$$

e

$$\begin{aligned}
P_{L(n-1)}(n-1) &= \hat{\mathbf{d}}_{1,L(n-1)}^T(n-2)\hat{\mathbf{d}}_{1,L(n-1)}(n-2) \\
&= \underbrace{\hat{d}_1^2(n-2) + \dots + \hat{d}_1^2[n-L(n-1) + \Delta]}_{\text{contido em } N_{L(n)}(n)} \quad (\text{B.16}) \\
&\quad + \hat{d}_1^2[n-L(n-1) + \Delta - 1] + \hat{d}_1^2[n-L(n-1) + \Delta - 2] \\
&\quad \dots + \hat{d}_1^2[n-L(n-1)] + \hat{d}_1^2[n-L(n-1) - 1].
\end{aligned}$$

Finalmente, por inspeção em (B.13)-(B.16), seguem (3.68) e (3.69).



## Referências Bibliográficas

- [1] S. M. Kuo and D. R. Morgan, *Active Noise Control Systems: Algorithms and DSP Implementations*, 1<sup>st</sup> ed. New-York: Wiley-Interscience, 1996.
- [2] S. J. Elliott and P. A. Nelson, “Active noise control,” *IEEE Signal Process. Mag.*, vol. 10, no. 4, pp. 12–35, Oct. 1993.
- [3] S. M. Kuo and D. R. Morgan, “Active noise control: A tutorial review,” *Proc. IEEE*, vol. 87, no. 6, pp. 943–973, Jun. 1999.
- [4] P. A. Nelson and S. J. Elliott, *Active Control of Sound*. San Diego, CA: Academic Press, 1993.
- [5] S. J. Elliott, “Down with noise,” *IEEE Spectr.*, vol. 36, no. 6, pp. 54–61, Jun. 1999.
- [6] S. P. Nagarkatti, “Keeping the noise down in confined spaces,” *IEEE Potentials*, vol. 20, no. 3, pp. 29–32, Aug. 2001.
- [7] P. Lueg, “Process of silencing sound oscillations,” U.S. Patent 2 043 416, Jun. 1993.
- [8] H. F. Olson and E. G. May, “Electronic sound absorber,” *J. Acoust. Soc. Amer.*, vol. 25, no. 6, pp. 1130–1136, Nov. 1953.
- [9] W. B. Conover, “Fighting noise with noise,” *Noise Control*, vol. 2, pp. 78–82, 1956.
- [10] C. R. Fuller and A. H. Von Flotow, “Active control of sound and vibration,” *IEEE Control Syst. Mag.*, vol. 15, no. 6, pp. 9–19, Dec. 1995.
- [11] K. Kido, “Reduction of noise by use of additional sound sources,” in *Proc. Inter-noise*, Sendai, Japan, Aug. 1975, pp. 647–650.
- [12] G. B. B. Chaplin and R. A. Smith, “Method of and apparatus for cancelling vibrations from a source of repetitive vibrations,” U.S. Patent 4 556 118, Mar. 1986.

- [13] D. P. Pfaff, N. S. Kapsokavathis, and N. A. Parks, “Method for actively attenuating engine generated noise,” U.S. Patent 5 146 505, Sep. 1992.
- [14] S. J. Elliott, I. M. Stothers, P. A. Nelson, A. M. McDonald, D. C. Quinn, and T. Saunders, “The active control of engine noise inside cars,” in *Proc. Inter-noise*, Avignon, France, Aug. 1988, pp. 987–990.
- [15] E. W. Ziegler and J. W. Gardner, “Active sound attenuation system for engine exhaust systems and the like,” U.S. Patent 5 097 923, Mar. 1992.
- [16] S. Johansson, I. Claesson, S. Nordebo, and P. Sjosten, “Evaluation of multiple reference active noise control algorithms on Dornier 328 aircraft data,” *IEEE Trans. Speech Audio Process.*, vol. 7, no. 4, pp. 473–477, Jul. 1999.
- [17] C. Teoh, K. Soh, R. Zhou, D. Tien, and V. Chan, “Active noise control of transformer noise,” in *Proc. of Int. Conf. Energy Management and Power Delivery*, Singapore, Mar. 1998, vol. 2, no. 1, pp. 747–753.
- [18] S. E. Craig and J. D. Angevine, “Active control of hum from large power transformers - the real world,” in *Proc. Recent Advances in Active Control of Sound Vibration*, Blacksburg, USA, Apr. 1993, pp. 279–290.
- [19] K. C. Zangi, “A new two-sensor active noise cancellation algorithm,” in *IEEE Int. Conf. Acoust., Speech, Signal Process.* (ICASSP), Minneapolis, USA, Apr. 1993, pp. 351–354.
- [20] Y. Hinamoto and H. Sakai, “A filtered-X LMS algorithm for sinusoidal reference signals—Effects of frequency mismatch,” *IEEE Signal Process. Lett.*, vol. 14, no. 4, pp. 259–262, Apr. 2007.
- [21] H. J. Jeon, T. G. Chang, and S. M. Kuo, “Analysis of frequency mismatch in narrowband active noise control,” *IEEE Trans. Audio, Speech, Lang. Process.*, vol. 18, no. 6, pp. 1632–1642, Aug. 2010.
- [22] G. B. B. Chaplin, R. A. Smith, and T. P. C. Bramer, “Method and apparatus for reducing repetitive noise entering the ear,” U.S. Patent 4 654 871, Mar. 1987.

- [23] M. T. Akhtar, M. Abe, and M. Kawamata, “On active noise control systems with online acoustic feedback path modeling,” *IEEE Trans. Audio, Speech, Lang. Process.*, vol. 15, no. 2, pp. 593–600, Feb. 2007.
- [24] B. Widrow, D. Shur, and S. Shaffer, “On adaptive inverse control,” in *Proc. 15th Asilomar Conf.*, Santa Clara, USA, Nov. 1981, pp. 185–189.
- [25] J. C. Burgess, “Active adaptive sound control in a duct: A computer simulation,” *J. Acoust. Soc. Amer.*, vol. 70, no. 3, pp. 715–726, Sep. 1981.
- [26] S. Haykin, *Adaptive Filter Theory*, 4<sup>th</sup> ed. Upper Saddle River, NJ: Prentice Hall, 2001.
- [27] L. J. Eriksson and M. C. Allie, “Use of random noise for on-line transducer modeling in an adaptive active attenuation system,” *J. Acoust. Soc. Amer.*, vol. 85, pp. 797–802, Feb. 1989.
- [28] M. Zhang, H. Lan, and W. Ser, “Cross-updated active noise control system with online secondary path modeling,” *IEEE Trans. Speech Audio Process.*, vol. 9, no. 5, pp. 598–602, Jul. 2001.
- [29] M. T. Akhtar, M. Abe, and M. Kawamata, “A new variable step size LMS algorithm-based method for improved online secondary path modeling in active noise control systems,” *IEEE Trans. Audio, Speech, Lang. Process.*, vol. 14, no. 2, pp. 720–726, Mar. 2006.
- [30] A. Carini and S. Malatini, “Optimal variable step-size NLMS algorithms with auxiliary noise power scheduling for feedforward active noise control,” *IEEE Trans. Audio, Speech, Lang. Process.*, vol. 16, no. 8, pp. 1383–1395, Nov. 2008.
- [31] E. W. Ziegler Jr, “Selective active cancellation system for repetitive phenomena,” U.S. Patent 4 878 188, Oct. 1989.
- [32] B. Widrow, J. R. Glover, J. M. McCool, J. Kaunitz, C. S. Williams, R. H. Hearn, J. R. Zeidler, E. J. Dong, and R. C. Goodlin, “Adaptive noise cancelling: Principles and applications,” *Proc. IEEE*, vol. 63, no. 12, pp. 1692–1716, Dec. 1975.

- [33] B. Widrow and S. D. Stearns, *Adaptive signal processing*, 1<sup>st</sup> ed. Englewood Cliffs, NJ: Prentice-Hall, 1985.
- [34] A. V. Oppenheim and R. W. Schaffer, *Discrete-time signal processing*, 2<sup>nd</sup> ed., Upper Saddle River, NJ: Prentice Hall, 1998.
- [35] J. Glover Jr, “Adaptive noise canceling applied to sinusoidal interferences,” *IEEE Trans. Acoust., Speech, Signal Process.*, vol. 25, no. 6, pp. 484–491, Dec. 1977.
- [36] S. J. Elliott and P. A. Nelson, “The application of adaptive filtering to the active control of sound and vibration,” *NASA STI/Recon Technical Report*, vol. 86, Sep. 1985.
- [37] Y. Xiao, L. Ma, K. Khorasani, and A. Ikuta, “A new narrowband active noise control system in the presence of sensor error,” in *Midwest Symp. Circuits Syst. (MWSCAS)*, Hiroshima, Japan, Jul. 2004, pp. 5–8.
- [38] Y. Xiao, L. Ma, K. Khorasani, and A. Ikuta, “A new robust narrowband active noise control system in the presence of frequency mismatch,” *IEEE Trans. Audio, Speech, Lang. Process.*, vol. 14, no. 6, pp. 2189–2200, Nov. 2006.
- [39] S. M. Kuo and S. P. Nallabolu, “Analysis and correction of frequency error in electronic mufflers using narrowband active noise control,” in *IEEE Int. Conf. Control Applicat. (CCA)*, Singapore, Oct. 2007, pp. 1353–1358.
- [40] Y. Xiao, L. Ma, K. Khorasani, A. Ikuta, and L. Xu, “A filtered-X RLS based narrowband active noise control system in the presence of frequency mismatch,” in *IEEE Int. Symp. Circuits Syst. (ISCAS)*, Kobe, Japan, May 2005, pp. 260–263.
- [41] Y. Xiao, L. Ma, R. K. Ward, and L. Xu, “Fast RLS Fourier analyzers in the presence of frequency mismatch,” in *IEEE Int. Symp. Circuits Syst. (ISCAS)*, Vancouver, Canada, May 2004, pp. 497–500.
- [42] H.-J. Jeon, T.-G. Chang, S. Yu, and S. M. Kuo, “A narrowband active noise control system with frequency corrector,” *IEEE Trans. Audio, Speech, Lang. Process.*, vol. 19, no. 4, pp. 990–1002, May 2011.

- [43] H.-J. Jeon and T.-G. Chang, “Iterative frequency estimation based on MVDR spectrum,” *IEEE Trans. Power Del.*, vol. 25, no. 2, pp. 621–630, Apr. 2010.
- [44] J. Benesty, J. Chen, and Y. Huang, “A generalized MVDR spectrum,” *IEEE Signal Process. Lett.*, vol. 12, no. 12, pp. 827–830, Dec. 2005.
- [45] J. Capon, “High-resolution frequency-wavenumber spectrum analysis,” *Proc. IEEE*, vol. 57, no. 8, pp. 1408–1418, Aug. 1969.
- [46] S. Dharanipragada, U. H. Yapanel, and B. D. Rao, “Robust feature extraction for continuous speech recognition using the MVDR spectrum estimation method,” *IEEE Trans. Audio, Speech, Lang. Process.*, vol. 15, no. 1, pp. 224–234, Jan. 2007.
- [47] Y. Xiao, “A new efficient narrowband active noise control system and its performance analysis,” *IEEE Trans. Audio, Speech, Lang. Process.*, vol. 19, no. 7, pp. 1865 – 1874, Sep. 2011.
- [48] A. Abdollahi and F. Matinfar, “Frequency estimation: a least-squares new approach,” *IEEE Trans. Power Del.*, vol. 26, no. 2, pp. 790–798, Apr. 2011.
- [49] S. M. Kay, *Fundamentals of Statistical Signal Processing, Volume I: Estimation Theory*, 1<sup>st</sup> ed. Upper Saddle River, NJ: Prentice Hall, 1993.
- [50] J. Denenberg, “Anti-noise—Quieting the environment with active noise cancellation technology,” *IEEE Potentials*, vol. 11, no. 2, pp. 36–40, Apr. 1992.