UNIVERSIDADE FEDERAL DE SANTA CATARINA
CENTRO DE CIÊNCIAS FÍSICAS E MATEMÁTICAS

ETNOMATEMÁTICA COM GEOMETRIA SONA DESPERTANDO O PENSAMENTO MATEMÁTICO DOS ESTUDANTES EM SALA DE AULA

ELIZANGELA GONÇALVES DE ARAUJO

Florianópolis – SC

2004

ELIZANGELA GONÇALVES DE ARAUJO

ETNOMATEMÁTICA

DESPERTANDO O PENSAMENTO MATEMÁTICO DOS ESTUDANTES EM SALA DE AULA

Trabalho de Conclusão de Curso apresentada ao Curso de Graduação em Licenciatura em Matemática da Universidade Federal de Santa Catarina, como requisito parcial à obtenção do título de Licenciada em Matemática.

Orientador: Prof. Dr. Maurice Jacques Bazin
Co–Orientador: Prof.Dr.Méricles Thadeu Moretti

Florianópolis – SC

2004

Esta monografia foi julgada adequada como **TRABALHO DE CONCLUSÃO DE CURSO** no Curso de Matemática – Habilitação Licenciatura e aprovada em sua forma final pela Banca Examinadora designada pela Portaria nº 77/SCG/04.

Profª Carmem Suzane Comitre Gimenez

Professora da disciplina

Banca Examinadora

Profº Dr. Maurice Jacques Bazin

Prof.Dr.Méricles Thadeu Moretti

Prof. Dr. Maria Oly Pey

Com carinho, respeito e admiração dedico este trabalho aos meus pais, Marinho (*in memoriam*) e Evanilda, pelo amor e dedicação dados durante toda minha vida.

AGRADECIMENTOS

Agradeço primeiramente a Deus pelo dom da vida e pelos pais e amigos que Ele me deu.

Teria muitas pessoas a agradecer, faltariam folhas e também correria o risco de esquecer alguns nomes, mas algumas foram muito especiais durante a minha graduação e o meu trabalho final, este não posso deixar de citar, dentre eles estão:

Minha Mãe e Eron, que muito me ajudaram, seja ouvindo meus choros ou me levando ao médico depois de uma descarga de estresses em virtude de alguma prova.

Marizeu Paduan, uma pessoa que foi muito importante durante praticamente toda a graduação, sempre me dando força e acreditando no meu potencial.

Aos amigos da Pastoral Universitária, sempre me acolhendo com amor, respeito e muito entusiasmo, por todas as nossas discussões e jogatinas o meu muito obrigado.

Aos amigos da graduação, Edson, Déia, Edi, Cris kusma, Ju Zacchi, Né, Lídio, Cleber, João Garopaba, e todos que de certa forma me ajudaram muito a descobrir o gosto pela Matemática e pela educação.

As meninas da secretária, Silvia e Iara, pelos chás e por toda a dedicação que sempre tiveram a nós estudantes de matemática, aposto que muitos alunos continuam no curso devido as suas recepções calorosas e ao Alcino pela ajuda na parte de informática.

Armando Lisboa, pela sua disposição e ajuda para encontrar um orientador para mim, e por tudo que me ensinou.

Ao meu orientador Maurice Bazin, por toda paciência e disposição de tempo que sempre dispôs.

Enfim agradeço a todos quede uma forma ou de outra muito me ajudaram.

"Não se pode ensinar tudo a alguém, pode-se apenas ajudá-lo a encontrar por si mesmo".(Galileu Galilei)

SUMÁRIO

RESUMO

O presente trabalho foi desenvolvido com o propósito de mostrar aos futuros e atuais educadores matemáticos que podemos fazer uma matemática diferente. Utilizando desenhos da cultura Africana da região de Lunda, estaremos enfatizando os conceitos geométricos e aritméticos embutidos na sua construção. Descrevo meus planos para aplicar a geometria dos desenhos Sona numa turma de 5ª série e a minha prática, assim como, avalio os resultados a partir da nossa expectativa inicial de tornar nossos estudantes mais críticos e investigativos.

INTRODUÇÃO

Observando os alunos do ensino fundamental e médio, percebo o baixo nível de aproveitamento e a infelicidade que resulta do ensino por aulas de matemática.

Muitos dos alunos e professores sentem medo desta disciplina e a vêem como algo difícil e sem ligação com o prazer e com a vida, mas educadores conscientes reconhecem a importância do ensino da matemática a partir de materiais concretos e de relacioná-lo com a vida.

A etnomatemática vem ao encontro desta tomada de consciência, traz cultura, história e o mais importante, uma alternativa à "Matemática Moderna" que está ainda intrínseca à prática de muitos educadores.

Neste trabalho pretendo levar aos alunos do ensino fundamental um pouco de etnomatemática, apresentando-lhes a matemática do povo Tckohwe da África equatorial, levando-os à investigação e construindo com eles um pensamento crítico e lógico, pesquisando e investigando o estudante aprende pensar por si próprio.

Apresentarei a matemática numa atividade recreativa do povo Tchokwe, fazendo desenhos Sona, descobrindo com eles as regras de construção dos desenhos e suas propriedades: quantas linhas fechadas são necessárias à construção dos desenhos, quais as simetrias das figuras, são perguntas que abrirão temas e conceitos da matemática escolar habitual, com razão e prazer.

CAPITULO I - HISTÓRIA DOS TCHOKWE-LUNDA

Segundo Paulus Gerdes[1], a cultura Tchokwe pertence a um grande círculo cultural de caráter bastante uniforme, que engloba todo leste de Angola, o noroeste da Zâmbia e zonas circunvizinhas do Zaire (Figura 1).

Os Tchokwe (em português Quiocos) tem uma organização matrimonial matrilinear e habitam a região chamada de Lunda.

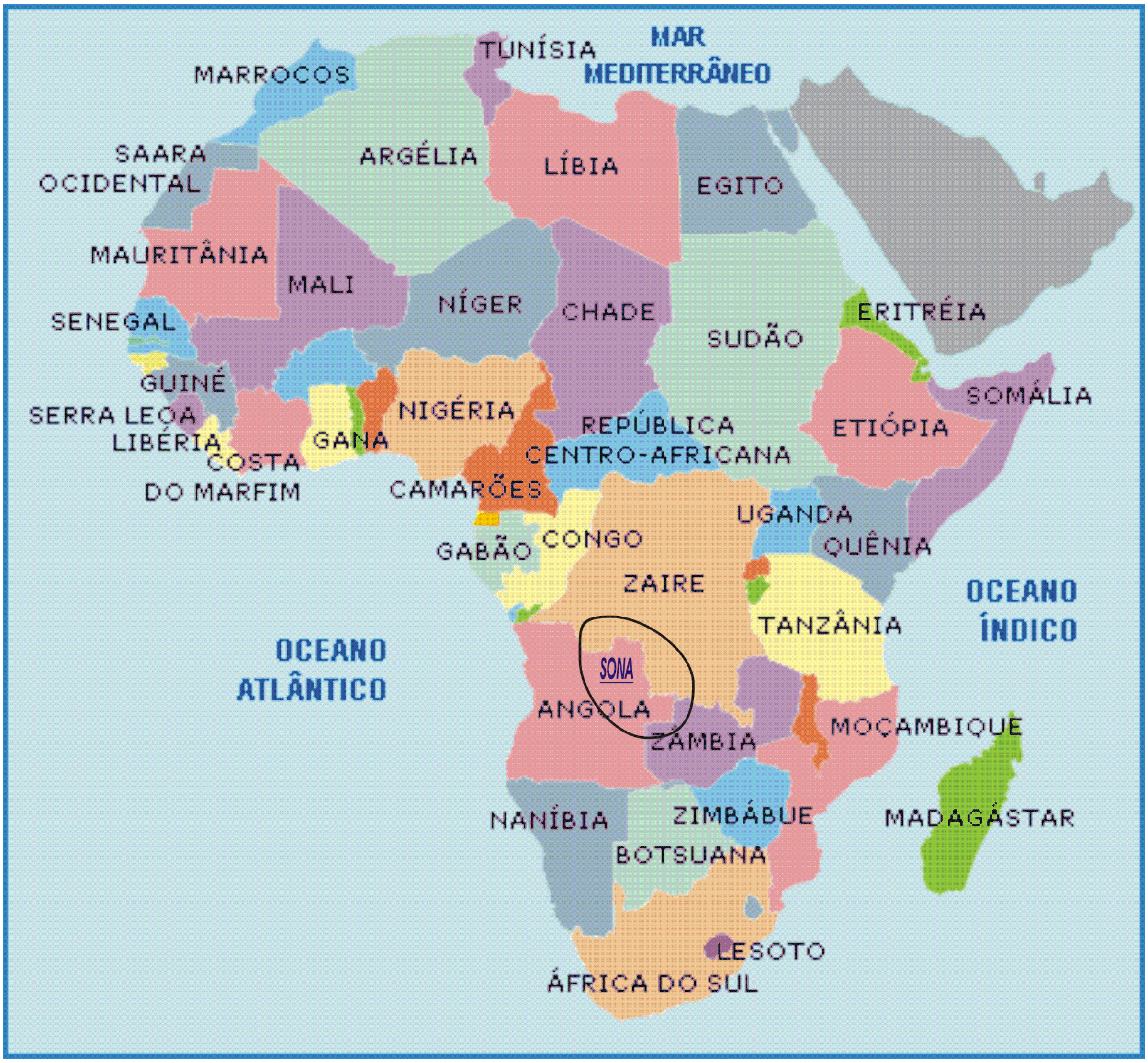


Figura 1. Região habitada pelos Tchokwe

[1] Paulos Gerdes – Matemático e Antropólogo do Instituto Pedagógico de Moçambique.

Segundo Bastin[2], foi por volta de 1600 que aristocratas Lundas chegaram ao planalto montanhoso da Serra de Musamba, no Centro de Angola. Os emigrantes tomaram o nome de Tchokwe, sendo Tchokwe um afluente do Lungwe-Bungo, que deságua no rio Zambeze. De acordo com a tradição oral das famílias dos chefes, eles vieram do atual Zaire/Congo.

Por volta de 1860, iniciaram-se as emigrações para o Norte e Sul, sendo que os principais motivos das emigrações foram as doenças e a fome. No período anterior à ocupação colonial, as mulheres e os cativos (escravos) trabalhavam na agricultura e os homens dedicavam-se à caça. O artesanato era muito aperfeiçoado, sobretudo o de ferro, cobre e tecido de palmas e outros entrelaçados. Os forjadores, tecelões, escultores, pintores e desenhadores pertenciam à elite social. O desenvolvimento da sua própria produção permitia aos Tchokwe o comércio com os vizinhos.

A cultura Tchokwe é conhecida pela sua arte decorativa, que abrange desde ornamentação de esteiras e cestos entrelaçados, trabalho em ferro, cerâmica, esculturas, tatuagens, até pinturas nas paredes das casas e desenhos na areia chamados de Sona (figura 2).

Com a penetração colonial, travou-se a produção, iniciou-se um declíneo cultural e muito dos conhecimentos foram perdidos. Hoje, alguns pesquisadores tentam restaurar esta cultura e este conhecimento. A maior coleção de Sona e a mais importante foi publicada em 1983 por Fontinha[3]. A tradição dos desenhos Sona quase se perdeu totalmente, pois, como era uma cultura oral e muitos dos Akwa Kuta Sona (mestres de areias) já morreram, não se sabe mais como fazer alguns desenhos.

Gerdes descreveu assim a arte Tchokwe:

> “Os Tchokwe cultivam uma singular arte ornamental que, imperceptivelmente, se transforma em jogo. Elas estão nas paredes das casas e nas areias lisas das aldeias, padrões de fita trançadas particulares que trepam por pontos de cor vermelha ou por buracos imprimidos na areia”.

---

[2] BASTIN, Marie-Louise. Museu do Dundo - 1961
[3] FONTINHA, M. Desenhos na areia dos Quiocos do Nordeste de Angola - 1983

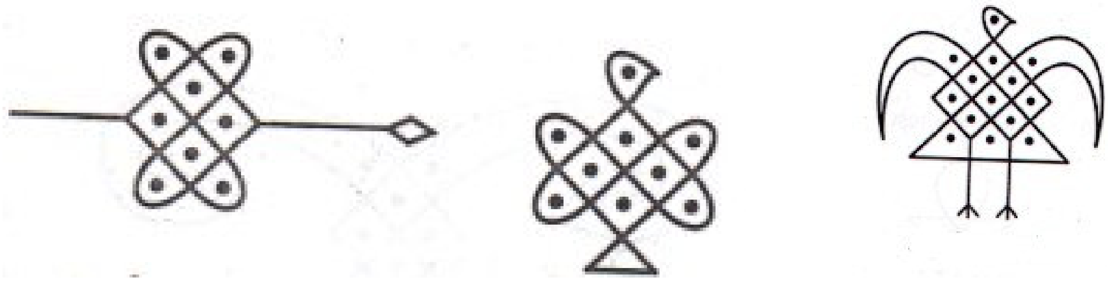


Figura 2 - Desenho Tchokwe

O curioso é que os povos vizinhos da região Lunda desconhecem completamente estes desenhos, provavelmente por que não viveram as fases intensas da Mukanda e do Mugonge, rituais de passagem que são específicos da tradição do grupo Lunda-Quiocos.

GEOMETRIA SONA

A Geometria Sona analisa e reconstitui conhecimentos inerentes à tradição dos desenhos chamados Sona. O Significado e a construção dos desenhos mais complicados é transmitido por especialistas, os "Akwa Kuta Sona" (conhecedores de desenhos), na areia alisada das aldeias.

Para os Akwa Kuta Sona, existe um ritual para a construção dos desenhos:

1. Têm que limpar e alisar o solo
2. Depois, para marcar os pontos, os Tchokwe utilizam-se dos dedos indicadores e anelares, com a extremidade estendida (Figura 3).

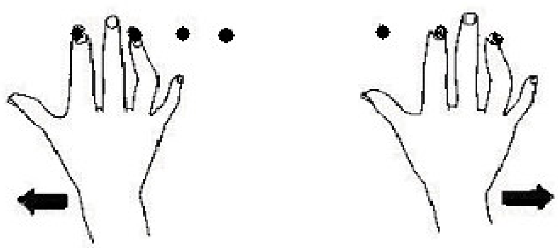


Figura 3. Construção dos Sonas (Gerdes, P. 1994)

3. Ao marcar os pontos seguindo da direita para a esquerda e para garantir a mesma distância entre dois pontos consecutivos de uma fila, mantém a ponta do dedo anelar no último ponto marcado no solo, enquanto marca um novo ponto com o indicador. Quando se move para direita, usa o dedo anelar para marcar os novos pontos. Para marcar os pontos para cima e para baixo, procede-se da mesma forma (Figura 4).

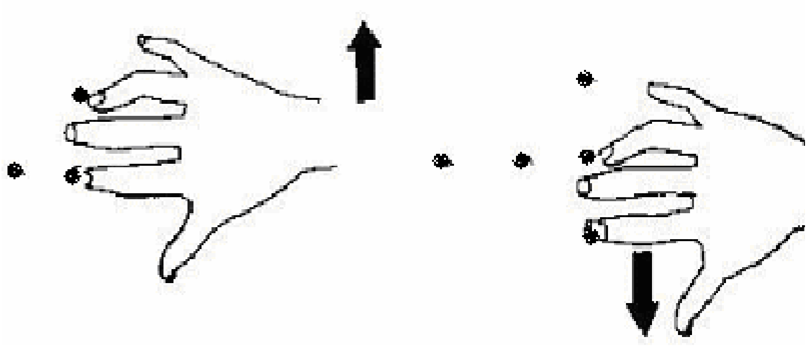


Figura 4. Construção dos Sona (Gerdes, P. 1994)

4. Dependendo do desenho, às vezes, é necessário marcar pontos adicionais nos centros dos quadrados da rede de pontinhos (Figura 5).

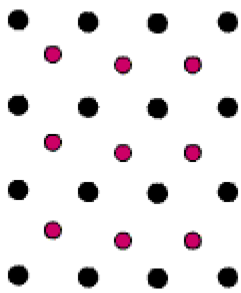


Figura 5. Etapas da construção dos Sona

Desta forma, os quiocos marcam a areia para começar suas histórias.

ALGUMAS HISTÓRIAS

O caçador e o cão:

Conta um velho narrador que certo caçador chamado Tshipinda foi à caça levando o cão Kawa e apanhou uma cabra-do-mato. De volta à aldeia, o caçador dividiu a carne com Calala, o dono do cão, sendo que, Kawa ficou apenas com os ossos. Depois de algum tempo, voltou Tshipinda a pedir os serviços do cão, mas ele recusou-se a ajudá-lo. Disse ao caçador que levasse Calala, pois era com ele que costumava dividir a carne.

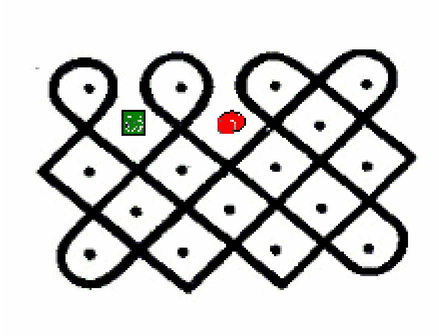


Figura 6. Neste desenho, o quadrado verde representa o caçador e o círculo vermelho o cão (Gerdes, P. 1994)

O galo e a raposa

O galo Kanga e a raposa Mukuza pretendiam a mesma mulher. Pediram-na em casamento a seu pai, que exigiu de ambos pagamento adiantado. Eles concordaram prontamente. De repente, correu o boato de que a prometida havia falecido. Kanga irrompeu num choro inconsolável, enquanto Mukuza apenas lamentava ter perdido o pagamento adiantado. Então o pai, que a propósito tinha espalhado o boato para ver quem merecia sua filha, entregou-a ao galo, que revelou ter bom coração.

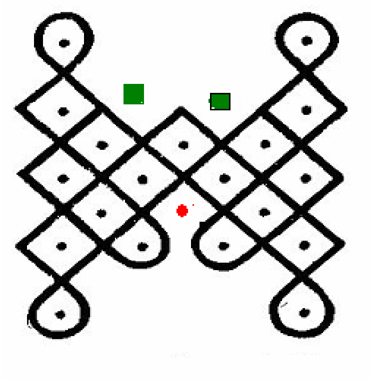


Figura 7. Neste desenho, o ponto vermelho representa a filha e os quadrados verdes os pretendentes (Gerdes, P. 1994)

MONOLINEARIEDADE COMO VALOR CULTURAL

Segundo Gerdes (1994), 60% dos desenhos Sona são monolinear, ou seja, são compostos por uma única linha. Uma parte da linha pode apenas cruzar-se com uma outra, mas nunca pode passar novamente aonde já foi desenhado. Podemos supor que a monolineariedade tinha um alto valor e talvez tenha constituído um ideal ou norma cultural.

SIMETRIA E MONOLINEARIEDADE: VALORES COMPLEMENTARES

Dos muitos desenhos, observa-se por um lado que 86% dos padrões monolineares são também simétricos. Por sua vez 60% dos simétricos são monolineares, ao todo 46% dos sona são simultaneamente simétricos e monolineares, o que parece refletir uma escolha.

SIMETRIA E MONOLINEARIEDADE: CONFLITO DE VALORES

Conforme o desenhador, o desenho pode ser simétrico e não ser monolinear, como pode ser monolinear e não possuir eixos de simetria.

Para os Akwa Tuka Sona a monolineariedade e a simetria são muito importante, pois quando você consegue os dois é sinal que você já é um grande mestre de desenho nas areias.

Poderia ser que desenhos encontrados hoje e que não são monolineares sejam o resultado de alguma perda na técnica tradicional. Gostaríamos então de nos perguntar: poderiamos transformar um desenho 2-linear em monolinear?

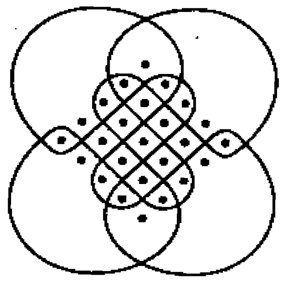


Figura 8**. Sako rya uyanga:** desenho com 2 eixos de simetria perpendiculares entre si; compõe-se de duas linhas fechadas (Gerdes, P. 1994)

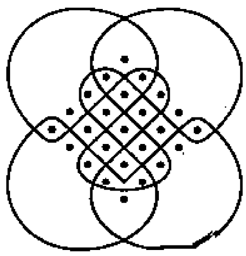


Figura 9. **Sako rya uyanga:** desenho com 1 eixo de simetria; compõe-se de uma linha fechada (Gerdes, P. 1994)

Qual é a regra para esta transformação? De acordo com Gerdes "Quando se 'cortam' duas linhas fechadas no seu ponto de intersecção e cada uma de ambas as extremidades assim obtidas da primeira curva se liga a uma da segunda, então se transita das duas iniciais para uma única curva fechada" (Gerdes,P, Geometria Sona, p.24) (Figura 10).

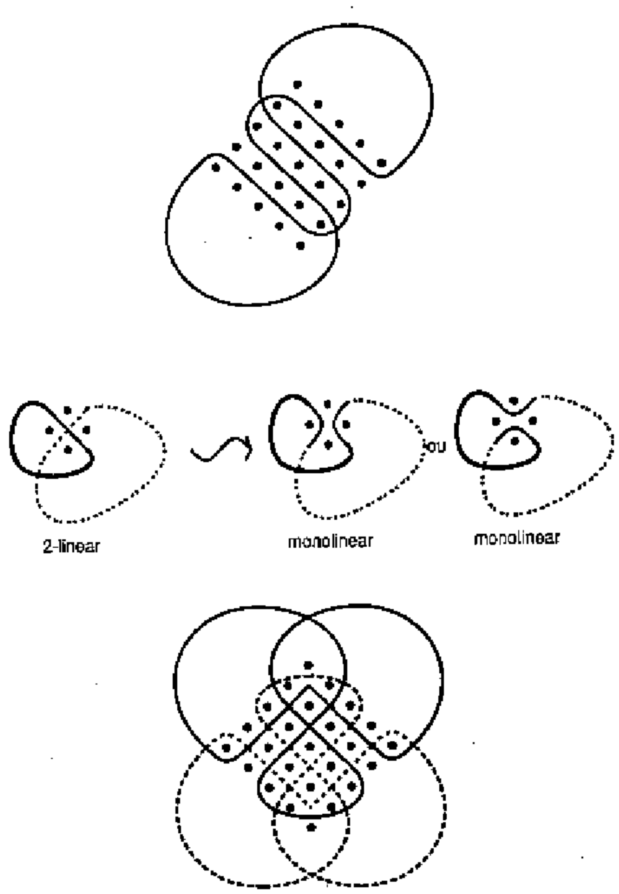


Figura 10. Transformação (Gerdes, P. 1994)

SIMETRIA E ASSIMETRIA

Em alguns desenhos, a assimetria se faz necessária, podendo-se ter como exemplo o desenho do conto “Sambálu” (Figura 11). Já outros precisam de simetria rotacional e isto tem relação com o conto e a cultura, pois, para os desenhadores, um mesmo conto tem desenhos com pequenas diferenças, estas são geralmente a simetria e assimetria da figura.

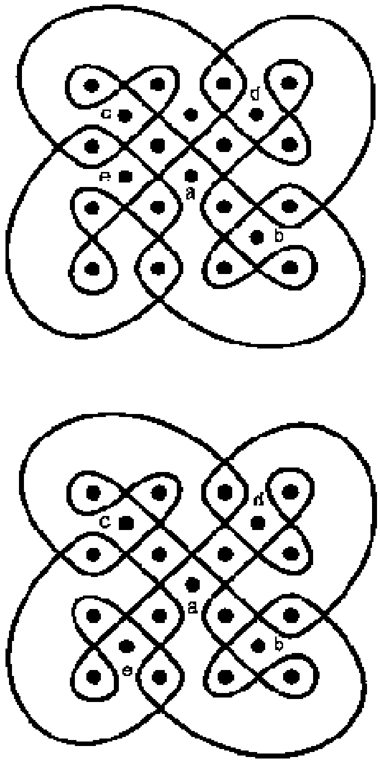


Figura 11. Desenho do conto “Sambálu” (Gerdes, P. 1994)

CLASSES E ALGORÍTMOS

Podemos classificar os Sonas de acordo com as suas dimensões e métodos de construção. Segundo Gerdes (1994) a maioria dos desenhos são da classe dos *Padrões de Fita Trançada.*

Um desenho chama-se padrão de fita trançada, quando as linhas pelas quais é composto correspondem às tiras duma fita trançada, fazendo ângulo de 45º com as bordas. (Figura 12).

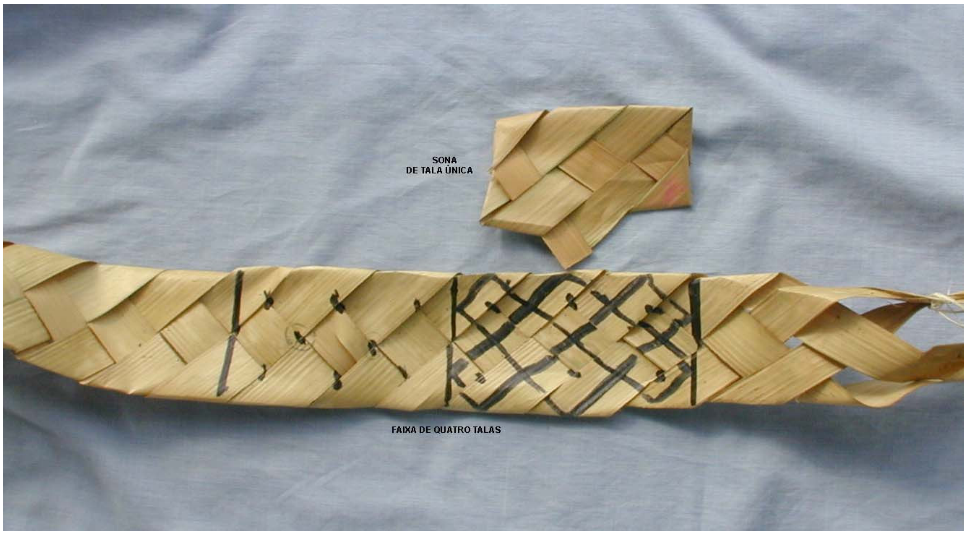


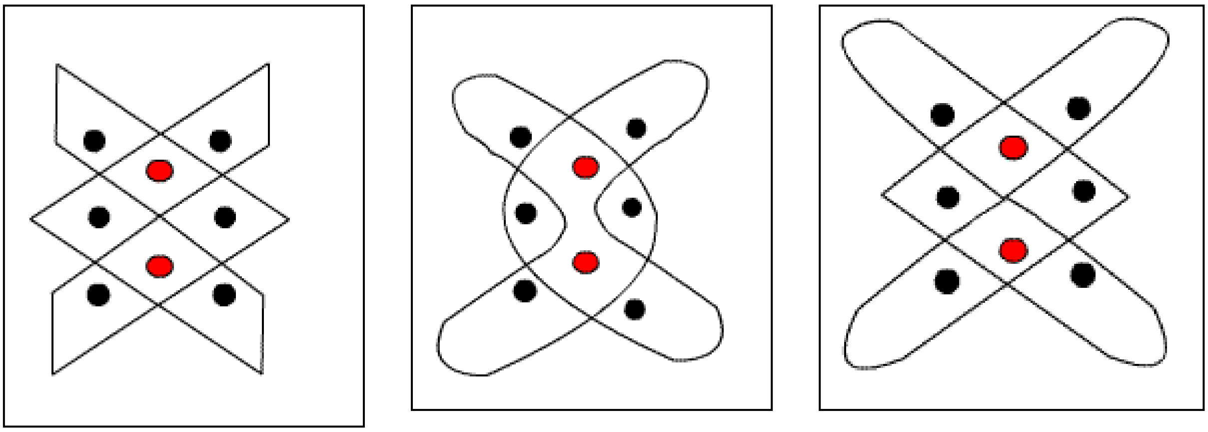
Figura 12. Padrões de Fita Trançada

Podemos dividir os padrões de fita trançada em 4 classes, onde f_1 e c_1 indicam o número de filas e colunas principais dos pontos de rede e f_2 e c_2 o número de filas e colunas acrescidos à rede principal.

As dimensões das redes de referencia são dadas por f_1 x c_1.

CLASSE	CARACTERISTICA
A	$f_1 = f_2 + 1$ **ou** $c_1 = c_2 + 1$
B	$f_1 = f_2$ **e** $c_1 = c_2 + 1$
	$f_1 = f_2 + 1$ **e** $c_1 = c_2$
C	$f_1 = f_2$ **e** $c_1 = c_2$
D	$f_1 = f_2 - 1$ **e** $c_1 = c_2 + 1$
	$f_1 = f_2 + 1$ **ou** $c_1 = c_2 - 1$

O padrão de fita trançada pode ser retilíneo, curvilíneo ou misto (figura 13).



Retilíneo **Curvilíneo** **Misto**

Figura 13. Tipos de padrão de fita transada

Classe A

De todos os desenhos na areia do tipo padrões de fita trançada, o mais encontrado é o da classe A

Algoritmo de padrões de fita trançada Classe A

$\mathbf{f_1 = f_2 + 1}$ **ou** $\mathbf{c_1 = c_2 + 1}$

Na maioria das vezes, os desenhos da classe A possuem dimensões que são de dois números consecutivos e todos estes Sonas são monolineares (sem contar os pequenos segmentos auxiliares acrescentados nos casos de patas e caudas).

Classe B

A classe B possui o seguinte algoritmo geométrico:

$\mathbf{f_1 = f_2}$ **e** $\mathbf{c_1 = c_2 + 1}$ **ou** $\mathbf{f_1 = f_2 + 1}$ **e** $\mathbf{c_1 = c_2}$

Um exemplo de um Sona da classe B é demonstado na figura 14.

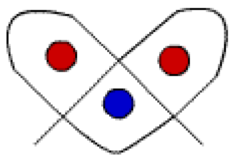


Figura 14. Exemplo de Sona da classe B

Esta figura possui o seguinte algoritmo geométrico:

$\mathbf{f_1 = f_2}$ e

$\mathbf{c_1 = c_2 + 1}$**,** em que

$\mathbf{f_1 = f_2 = 1}$ e $\mathbf{c_1 = c_2 + 1 = 2}$

Todos os Sonas pertencentes à classe B (Figura 15) são monolineares e correspondem à rede de pontos quadrada, das quais se retirou a primeira fila, a última fila, a primeira coluna ou a última coluna. Esta situação leva a supor que, pelo menos, alguns "Akwa Kuta Sona" sabiam que estes padrões eram monolineares. Poucos desenhos Sona da classe B não seguem este padrão:

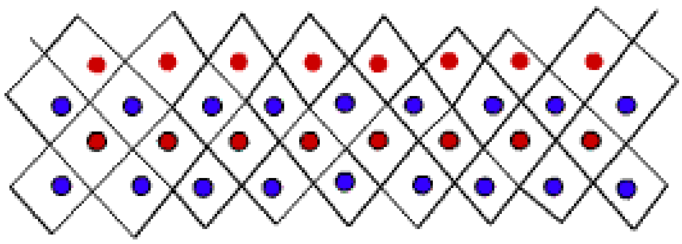


Figura 15. Desenho de dimensão 2x9 - monolinear

Esta figura apresenta o seguinte padrão:

$\mathbf{f_1 = 2}$

$\mathbf{f_2 = 2}$

$\mathbf{c_1 = 9}$

$\mathbf{c_2 = 9}$

Classe C e D

Sona baseado em padrões de fita trançada das classes C e D são relativamente raros. As características dos algoritmos das classes C e D seriam:

Classe C: $\mathbf{f_1 = f_2}$ **e** $\mathbf{c_1 = c_2}$

Classe D: $\mathbf{f_1 = f_2 - 1}$ **e** $\mathbf{c_1 = c_2 + 1}$ **ou**

$\mathbf{f_1 = f_2 + 1}$ **e** $\mathbf{c_1 = c_2 - 1}$

As figuras 16 e 17 nos traz exemplos da classe D:

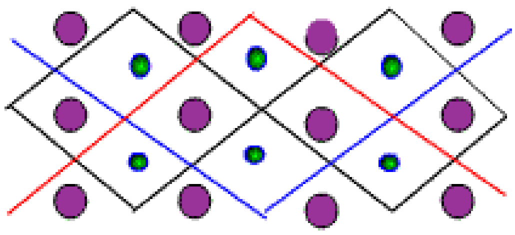


Figura 16. Exemplo da classe D

Esta figura é um desenho 3-Linear, em que:

$f_1 = 3$

$f_2 = 2$

$c_1 = 4$

$c_2 = 3$

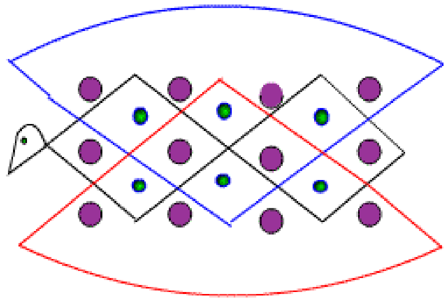


Figura17. Exemplo da Classe D

Esta figura é um Desenho 3-Linear, em que:

$f_1 = 3$

$f_2 = 2$

$c_1 = 4$

$c_2 = 3$

Dentre este padrões de fita trançada, temos outras classes:

. Padrões de fita trançada no seio dos Bushongo (Bakuba);

. Casal deitado;

. Porco-espinho;

. Galinha em fuga;

. Fogo;

. Árvores de culto ancestrais;

. Cabeça de elefante;

CAPITULO II - MEU PLANO INICIAL PARA ENSINAR MATEMÁTICA A PARTIR DOS DESENHOS SONA

A professora contará um pouco sobre o histórico da região (que se encontra no primeiro capitulo). Será apresentado aos estudantes o conto Kalunga em uma cartolina quadriculada colocado no quadro.

Conto: Kalunga (BASTIN, Marie-Louise.1961)

Kalunga para os Tchokwe significa Deus. Um dia Kalunga foi visitado pelo sol e então lhe deu de presente um galo. O sol cuidou de seu galo e quando novamente foi visitar Kalunga ele levou seu galo junto e por ter cuidado do galo Kalunga lhe deu uma recompensa: “Como você cuidou do seu galo, você nunca morrerá, todos os dias irá brilhar no céu, até a eternidade”.

Kalunga foi visitado, então, pela lua que, por sua vez, também recebeu um galo de presente, do qual cuidou muito. Quando foi visitar Kalunga novamente, também levou seu galo e por ter cuidado dele recebeu também uma recompensa: “Como você cuidou do seu galo, você nunca morrerá, todos as noites irá brilhar no céu, até a eternidade”.

E, por último, o homem foi visitar Kalunga, que lhe deu também um galo para ele cuidar. Porém, o homem teve fome e matou seu galo e comeu-o.

Quando ele foi visitar Kalunga, este lhe perguntou: “O que você fez com o galo que eu lhe dei?”.

O homem lhe respondeu: “Tive fome e eu o comi”.

Kalunga, então lhe disse: “Como você matou o galo, então não terás vida eterna, também morreras como o galo”.

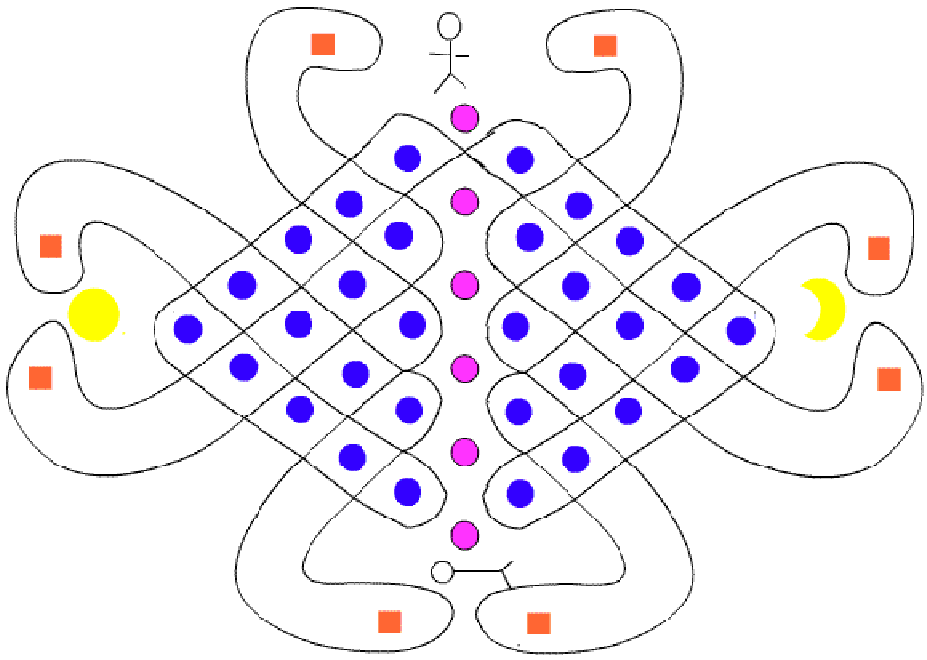


Figura 18. Desenho Sona representando Kalunga

Discussão com a turma sobre o conto:

. O que ele significa para eles (estudantes)?

. Por que será que foi inventado este conto?

. Como eles e como nós repassamos contos?

. Como fazer para que, apesar de sabermos que um dia vamos morrer, vivermos bem e em harmonia? (Trazer a questão moral, pois os estudantes desta turma não se respeitam mutuamente).

Vamos nos juntar em grupos e começaremos por observar o desenho, como ele foi construído e quais as técnicas dele para nos ajudar a nós mesmos desenhá-lo.

Com papel quadriculado, os estudantes tentarão fazer o desenho sem ajuda da professora, apenas observando o desenho e discutindo com os colegas.

SIMETRIA NOS DESENHOS SONA

Os Tchokwe gostam muito que seus desenhos possuam algumas simetrias. A professora apresenta o que é simetria. Segundo o minidicionário da Língua Portuguesa Silveira Bueno, simetria é a “correspondência em grandezas, forma e posição relativa de partes que estão em lados opostos de uma linha ou plano médio; harmonia resultante de certas combinação e proporções regulares’’.

Encontramos a simetria bilateral, a qual Bueno se refere, em muitos lugares na natureza, em objetos e desenhos.

Alguns exemplos de elementos simétricos estão apresentados na figura 19:

Figura 19. Exemplos de elementos simétricos

Além de todos estes exemplos citados, também podemos perceber a simetria em nosso corpo (Figura 20). É como se existisse um espelho refletindo a outra parte.

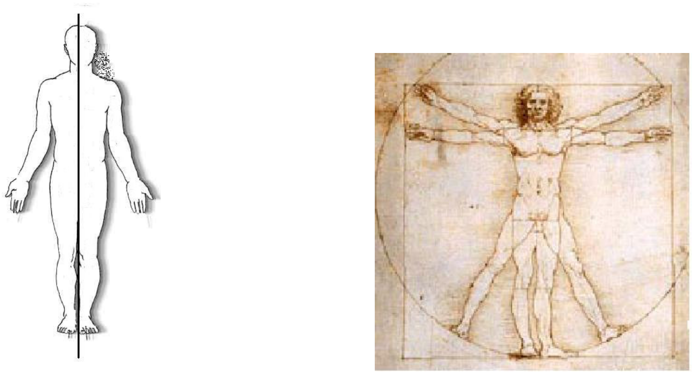


Figura 20. Simetria presente no corpo

Para descobrirmos as simetrias dos desenhos Sona, vamos desenhar alguns desenhos em papel manteiga para descobrir seus eixos de simetrias.

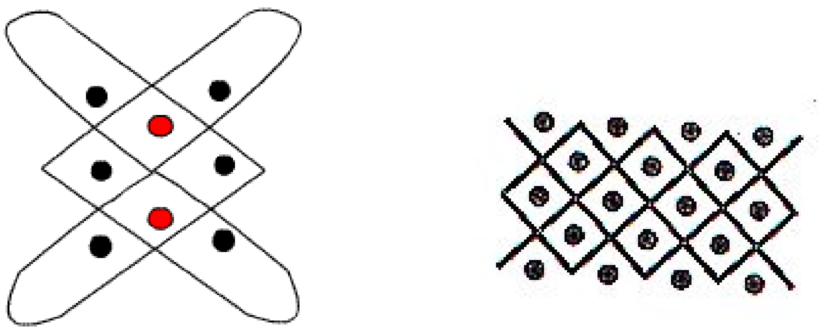


Figura 21. Figuras com eixos de simetria

Todos estes desenhos possuem dois eixos de simetria, sendo eles perpendiculares entre si e se cruzam ao meio. Mas isto não é uma regra, pois podemos ter outros tipos de simetrias, como a simetria de apenas um eixo horizontal ou vertical ou obliquo; também podemos ter uma simetria rotacional, a qual devemos trabalhar mais tarde.

RITMO DOS DESENHOS - A PROCURA DE "REGRAS"

Observemos os desenhos de Leoa e de Cágado (figuras 22 e 23):

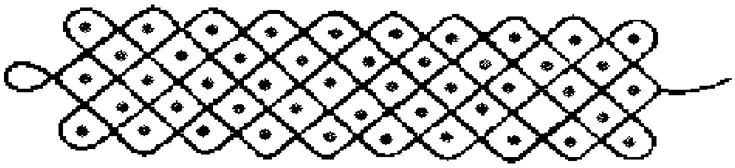


Figura 22. Desenho de Leoa (GERDES, P. 1994)

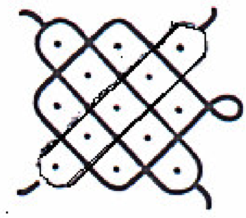


Figura 23. Desenho de Cágado (GERDES, P. 1994)

No caso da Leoa, temos 3 linhas por 10 colunas e falamos que é uma rede de dimensão 3 x10. Para desenhá-la, foi preciso apenas uma linha fechada para abraçar todos os seus pontos, enquanto o cágado, com dimensão 3x3, foi preciso 3 linhas fechadas para abraçar todos os seus pontos.

Apesar das diferenças das dimensões das redes e do número de linhas fechadas, os desenhos possuem uma característica semelhante quando são desenhados. Qual é esta característica? O que eles tem em comum?

A característica do que os dois desenhos possuem é que eles são desenhados com o mesmo **ritmo.**

Vamos compreender melhor o que é este ritmo. Observemos os mesmos desenhos, porém agora executados com cantos retos (Figura 24).

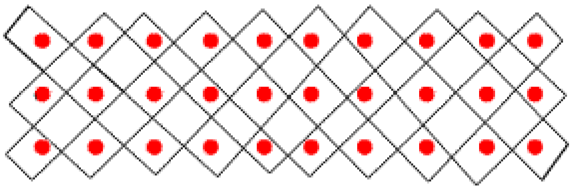


Figura 24. Desenhos com cantos retos

Percebemos que os desenhos são feitos de maneira muito semelhante, sempre seguindo a mesma lógica.

Pensemos agora em uma mesa de bilhar: como acontece o movimento de uma bolinha?

Figura 25. Mesa de bilhar

Ao ser empurrado sob um ângulo de 45º, a bolinha, ao encontrar a outra borda, refletirá sob o mesmo ângulo, continuando seu trajeto. Assim podemos descrever um **ritmo constante** (Figura 26).

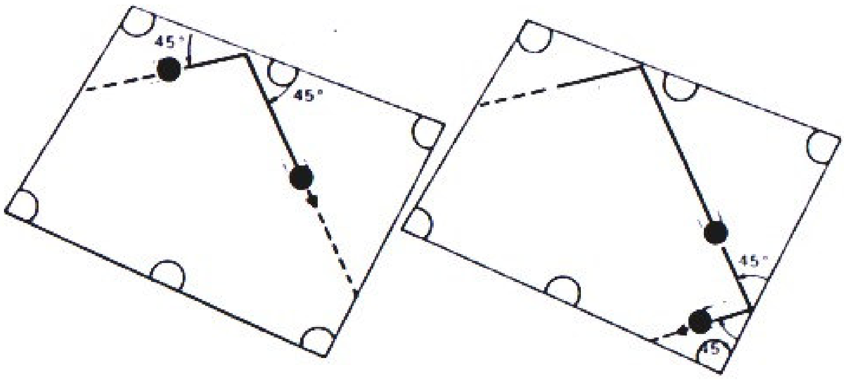


Figura 26. Ritmo constante descrito pela bola de bilhar

Em sala, vamos afastar as carteiras e, com uma bola de tênis, vamos fazer o teste, jogando a bola sob um ângulo de 45º, onde tentaremos descrever seu caminho com giz no chão, para podermos seguir a reflexão da bola.

REGRAS DE REFLEXÃO

Introduzir a idéia de que, quando estamos falando de reflexão, podemos pensar como se estivesse um espelho refletindo as linhas raio-de-luz que estamos desenhando.

Quantas linhas são necessárias para construir um desenho?

Para desenhar o Sona, os Tchokwe fazem primeiro a rede e, conforme as dimensões da rede, eles já sabem quantas linhas fechadas são necessárias para a construção do desenho. Eles, ao verem uma rede 2x6, dizem prontamente que são necessárias 2 linhas fechadas para a construção.

Porém, se quisermos desenhar uma Leoa de 5x7, quantas linhas são necessárias? Eles respondem: apenas uma linha fechada.

O que eles calculam nas suas cabeças? Como eles conseguem fazer isto? Qual será a função que eles usam, pois as coisas dependem uma das outras?

Em dupla vamos fazer algumas investigações.

Os estudantes construíram redes de 2xn, com n $\in$ N.

Nas redes com 2 filas, quando existem 2,4,6, (...) pontinhos na fila, precisa-se de 2 linhas fechadas para abraçar todos os pontinhos. Quando temos 1,3,5, (...) precisa-se apenas de 1 linha fechada.

Que relação tem o fato de que quando temos 2,4,6, (...), temos 2 linhas fechadas e quando temos 1,3,5, (...), precisamos de apenas 1 linha fechada para abraçar todos os pontos? Se nossas redes tivessem outras dimensões o que será que acontece?

Vamos construir desenho com dimensões 3xn, com n $\in$ N. O que observamos nestes desenhos? E o que acontece nos desenhos com dimensões 4xn, com n $\in$ N?

A partir dos desenhos feitos, vamos fazer uma tabela para podermos analisar melhor qual a função utilizada para a construção dos desenhos.

Número de Filas	Número de Colunas	Número de Linhas Fechadas
2	1	1
2	2	2
2	3	1
2	4	2
2	5	1
3	1	1
3	2	1
3	3	3
3	4	1
3	5	1
3	6	3
4	1	1
4	2	2
4	3	1
4	4	4
4	6	2
4	8	4

Na rede 3xn, com $n \in N$, observamos que quando n é múltiplo de 3, temos 3 linhas. Na rede 4xn, com $n \in N$, quando n é múltiplo de 4 temos 2 possibilidades, 2 ou 4 linhas fechadas.

Ainda está difícil? Vamos ajudar!

Nosso problema é o seguinte: conhecemos dois números (o número de filas e o número de colunas da rede de pontinhos) e, a partir deles, queremos obter um terceiro número: o número de linhas fechadas necessárias para fazer o desenho completo. Temos muitas formas de obtermos um número a partir de outros dois.

Com a tabela feita, podemos chegar no número de linhas fechadas usando as dimensões, ou seja, o número de linhas e o número de colunas. Vamos tentar.

Sejam:

c = número de colunas.
f = número de filas.
φ (c.f) a função entre c e f que resultará no número de linhas fechadas.
φ = phi = f, em que φ é o f do alfabeto grego e em nosso trabalho será usado para representar a função.

Então, vamos tentar as operações habituais:

. Se a função é a soma: φ (c.f) ≠ número de linhas fechadas.
. Se subtrairmos: φ (c.f) ≠ número de linhas fechadas.
. Se multiplicarmos: φ (c.f) ≠ número de linhas fechadas.
. Se dividirmos: φ (c.f) ≠ número de linhas fechadas.

Utilizando as operações, percebemos que a função φ (c.f) ≠ número de linhas fechadas. Precisamos achar uma função φ (c.f) = número de linhas fechadas.

Como podemos observar na tabela, o número de linhas fechadas divide o número de linhas e o número de colunas, simultaneamente.

Quando temos uma rede de 4x6, o número que divide os número de filas e o número de colunas é 2. Então, podemos dizer que o 2 é divisor comum de 4 e 6.

Precisamos, desta forma, achar o divisor comum entre coluna e filas.

. φ (c.f) = divisor comum entre c e f .

Porém, como podemos ver na nossa tabela, quando temos uma rede de dimensão 4xn, com n $\in$ N, quando n é múltiplo de 4 temos 2 possibilidades, 2 ou 4 linhas fechadas e como saber qual será o número de linhas fechadas?

Parece ser sempre o Maior Divisor Comum entre c e f, logo a minha função que dá o número de linhas fechadas é:

. φ (c.f) = Maior Divisor Comum entre c e f. Ou seja,

. φ (c.f) = MDC (c,f)

Este resultado conclui a demonstração de que se pode chegar aos conceitos da matemática habitual, exata, exigente a partir de um trabalho de investigação real de coisas agradáveis.

Pensava estar pronta para o encaminhamento em sala de aula.

CAPITULO III - A GEOMETRIA SONA E UMA TENTATIVA DE DESPERTAR O PENSAMENTO MATEMÁTICO NOS ESTUDANTES EM SALA DE AULA

Em setembro de 2004 comecei a lecionar em uma turma de 5ª séria e em uma outra turma de 6ª série na Escola Básica Luiz Cândido da Luz, no bairro Ingleses, município de Florianópolis.

Conversando com meu orientador Maurice Bazin, resolvemos utilizar os nossos estudos sobre geometria Sona para oferecer esta pesquisa à classe da 5ª série.

No 1º dia de aula, dia 17/09/04, chegando em sala, me apresentei, dizendo meu nome, minha origem, que cursava Licenciatura em Matemática e iniciei a aula com o conto "Kalunga". Fiz a rede de pontos na lousa e comecei a desenhar e contar o conto.

Porém, os alunos não estavam habituados a fazerem matemática sem números. Muitos me perguntaram:

- A aula é de matemática ou de história?
- Você é professora de matemática ou de artes?
- Não iremos estudar os números decimais? A professora anterior nos disse que iríamos estudar os decimais.

Respondendo às perguntas, tentei transmitir que a matemática não é só números e contas, mas matemática também é vida e ela está sempre em nossa volta.

Apesar de tentar "fazer uma boa aula", a insistência dos estudantes para estudarem números decimais prevaleceu, pois eles se recusaram a participar da aula e deixaram claro que gostariam que a aula fosse semelhante à da professora anterior.

Com o pedido dos estudantes, percebi que não estavam preparados para tal mudança, refleti e achei mais sensato ensinar a eles, naquele momento, números decimais. Mas, mesmo assim, eu não queria fazer as aulas semelhantes às que eles tinham tido e insisti em desenvolver uma metodologia baseada no cotidiano deles.

A partir da segunda aula, começamos, então, a estudar os números decimais, com um enfoque diferente do que eles estavam habituados a ter.

Fizemos aulas práticas, pesquisa de campo nos supermercados, trabalhos em grupos e, com isso, conquistei a confiança da classe.

Após este trabalho, resolvi retornar às atividades sobre Geometria Sona. Retomei o planejamento das aulas, que consta no 2º Capítulo, e iniciei as atividades corpo a corpo, onde todos iriam aprender e ensinar.

RETOMADA DAS AULAS-ATIVIDADES DE PESQUISA DOS DESENHOS SONA.

Primeira Aula: 09/11/04

No primeiro momento, expliquei que estaríamos estudando a Geometria Sona, não apenas a geometria grega, habitualmente estudada nas escolas. Também apresentei os objetivos do trabalho, os quais seriam:

. Ter um espírito mais investigativo;

. Conhecer um pouco da história dos Tchokwe;

. Reconhecer a simetria nos desenhos Sona e nos objetos que nos cercam.

Estes objetivos foram apresentados no quadro, de forma clara e com a linguagem mais próxima da utilizada pelos estudantes. Após exposição dos objetivos, deu-se inicio às atividades propostas.

Com uma cartolina quadriculada pendurada no quadro, comecei a desenhar a rede de pontos, a contar o conto sobre Kalunga e a desenhar simultaneamente. Eles ficaram instigados, pois perceberam que a caneta não foi retirada do papel em nenhum momento e que a linha havia abraçado todos os pontos do desenho. Porém, alguns ainda questionaram:

- É aula de matemática ou de artes?

Com bom humor continuei a atividade. Encerrando o conto, houve uma discussão, onde muitos alunos não conseguiram entender o porquê da morte só do Homem e, entre eles mesmos, chegaram a conclusão de que o Homem muitas vezes é tão egoísta que acaba esquecendo de cuidar e amar as coisas que estão à sua disposição, querendo apenas tê-las e geralmente cuidando pouco delas. Também discutimos sobre respeito mútuo, pois a turma estava com problemas de relacionamento.

Eu pedi a eles que me contassem outros contos, alguns regionais e outros de adolescentes.

Após esta discussão do conto voltamos, à atividade, aos detalhes de pesquisa/descoberta.

Começamos a observar o ritmo e a regularidade do desenho, fazendo uma análise do desenho para após reproduzi-lo mais facilmente em papel quadriculado. Deixei os alunos livres para interatuar entre si. Não formei grupos, mas deixei espaço e tempo para cada um olhar o desenho do colega, para conversar e tirar dúvidas entre si.

Durante a reprodução do desenho Kalunga, os estudantes tiveram muitas dificuldades em desenhar a sua própria rede inicial de 6x6 pontos. Muitos desenhavam uma rede retangular, o que dificultava a execução do desenho.

Ao final da aula, apenas alguns alunos conseguiram perceber as relações presentes no desenho, suas regularidade, suas repetições e seu ritmo.

Segunda Aula: 16/11/04

Retomei a aula anterior, sendo que muitos dos alunos não conseguiam desenhar e ficaram intrigados com isso, pois para eles parecia um desenho tão fácil. Então, eu ajudei a desenhar o kalunga, passo a passo.

Na cartolina quadriculada pendurada no quadro, construímos a rede de dimensão 6x6, onde uma das diagonais não é abraçada por ponto algum, apenas serve de espelho (figura 18).

Colocamos os pontos extras, iniciamos o desenho, eu na cartolina e os alunos nos seus papéis quadriculados, observando o ritmo do desenho e suas regularidades.

Após termos feito o desenho Kalunga na cartolina quadriculada com toda a turma, formalizamos os grupo de trabalho (durante a execução do desenho na cartolina, muitos dos alunos já estavam em grupos) de três a quatro estudantes e começamos a construção em papel quadriculado.

Observamos as regularidades do desenho. Alguns alunos ainda não tinham conseguido fazer o desenho, mas com ajuda dos amigos, todos conseguiram, pois um explicava a construção ao outro na sua linguagem, usando várias ferramentas, entre elas, régua e caneta hidrocor.

Terminando o Kalunga, fizemos mais alguns desenhos, agora em papel manteiga para investigar a simetria das figuras, onde eles desenhavam e dobravam para verificar se seus desenhos estavam simétricos. Os alunos conseguiram entender bem o que é simetria bilateral quando dobravam seus papéis manteiga e verificavam que o desenho estava igual nos dois lados, descobrindo a simetria dos desenhos, questionando se todos os desenhos Sona são simétricos.

A partir disto, entramos nos assuntos “simetria” e “monolinearidade”, onde desenhei no quadro, à mão livre, alguns desenhos simétricos e monolineares, outros apenas simétricos, porém não monolineares, alguns monolineares e não simétricos e, por fim, alguns não monolineares nem simétricos (figura 17). Contei que, geralmente, quando não acontece simetria e monolinearidedade num desenho da cultura Tchokwe, isto é considerado um erro e leva os observadores a rir do desenhista.

Durante a atividade com papel manteiga, alguns alunos queriam desistir de fazer os desenhos, pois não conseguiam concentrar-se para desenhá-los e muitos tinham dificuldades na compreensão do desenho, pois o ritmo do desenho não estava tão explícito para eles.

Como atividade para casa, pedi para fazer uma coletânea de figuras simétricas, marcando os eixos de simetria nas figuras. Sugeri que eles procurassem simetria em figuras da natureza, em construções e em utensílios domésticos.

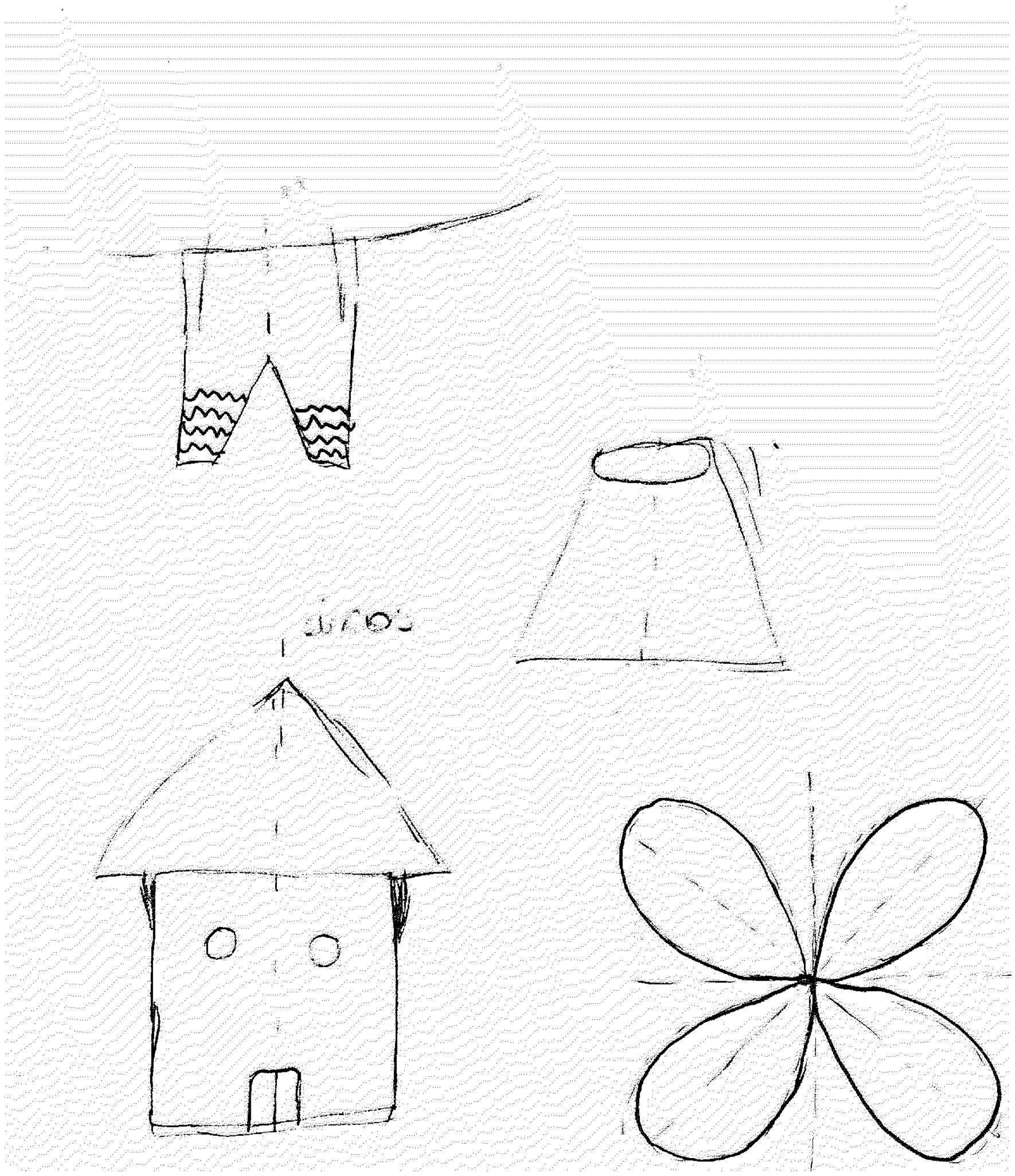


Figura 27 . Desenho de um dos alunos mostrando a simetria das figuras.

Terceira Aula: 19/11/04

No primeiro momento da aula, recolhi a atividade proposta na última aula, onde deveriam buscar figuras com simetria, coloquei-as no quadro e analisamos algumas. Uma das figuras que mais deu discussão foi a de um carro, onde alguns estudantes falavam que existia simetria e outros que não. Então, questionei por que não haveria de ter simetria. Os que defendiam a não simetria argumentavam que o carro internamente não tem simetria, pois o que tem do lado do motorista não existe no lado do caroneiro. O grupo que defendia a simetria do carro argumentava que estavam apenas verificando a simetria externamente.

Sendo assim, os dois grupos estavam certos, pois quando estão analisamos o carro por completo não existe simetria, mas quando analisamos o carro externamente podemos dizer que existe simetria. O mesmo acontece com nosso corpo, pois se analisarmos só externamente ele é simétrico, caso contrário, não existe simetria em nosso corpo, pois temos apenas um coração. Outras figuras foram analisadas e algumas possuíam além da simetria bilateral, também simetria rotacional, que não tínhamos encontrado, mas, mesmo assim, apareceu na fala de alguns estudantes, pois quando viram o desenho de uma flor, falaram:

- Se girarmos esta flor, ela parece ser a mesma. Isto é simetria professora?

Então, conversamos um pouco sobre simetria bilateral e rotacional.

No segundo momento, comecei a trabalhar com eles o ritmo do desenho. Começamos a desenhar a leoa e muitos estudantes não entenderam a questão da reflexão da linha, então fiz o cágado e alguns desenhos de dimensões 2 x n, com n pertencendo aos naturais.

Quando expus para os estudantes essa linguagem, eles tiveram dificuldades em entender o que significava uma rede de 2 x n, com n pertencendo aos naturais, então expliquei o que são os números naturais e a confusão acabou.

Retornando ao ritmo do desenho, após a construção dos desenhos propostos de dimensões 2 x n, os estudantes conseguiram compreender a reflexibilidade, onde as linhas sempre faziam 45 graus com uma fronteira que desenhamos com caneta hidrocor.

Após compreender o ritmo do desenho, voltamos a desenhar a leoa, pois eles não haviam conseguido construi-la antes.

Com a construção da leoa com cantos retos, ficou mais visível a regra para a construção de muitos desenhos Sona e, a partir disso, começamos a construção de vários desenhos Sona, com dimensões 2 x n, 3xn, 4 x n e 5 x n, com n pertencendo aos naturais.

Como não conseguimos terminar esta atividade, propus aos alunos que eles a fizessem em casa e trouxessem para a próxima aula.

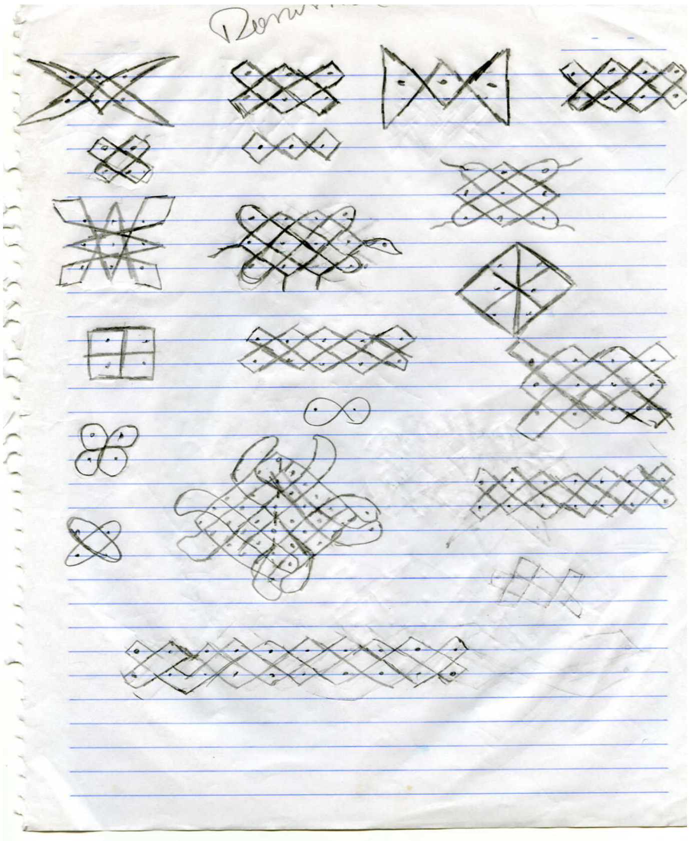


Figura 28 – Construção das redes pelos alunos

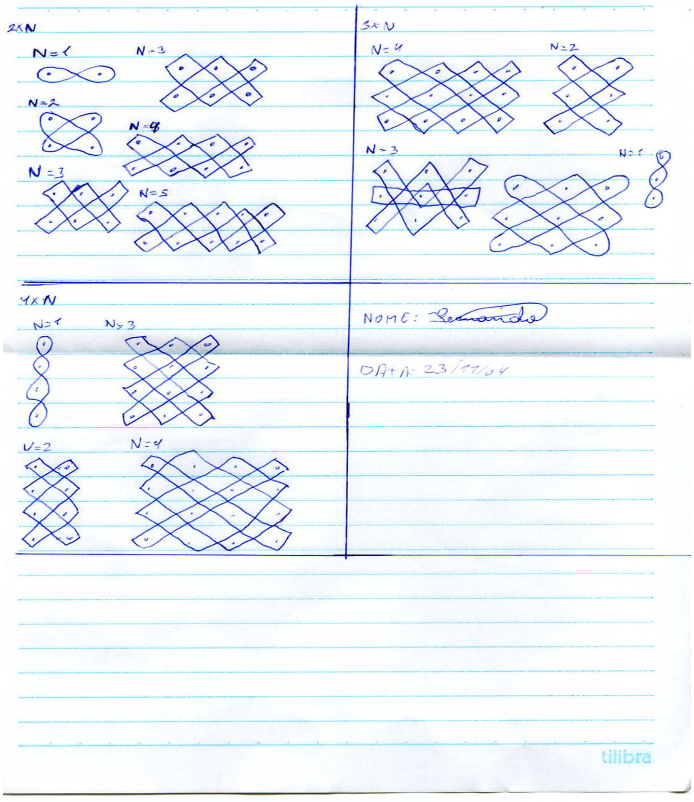


Figura 29 - Construção das redes pelos alunos

Quarta aula: 23/11/04

Iniciamos com a verificação dos desenhos feitos pelos alunos, sendo que muitos não fizeram e por isto construímos as redes no quadro à mão livre.

Enquanto eu fazia os desenhos no quadro, os estudantes construíam seus desenhos nos seus cadernos. A maioria dos estudantes construiu seus desenhos individualmente, pois como eles já tinham entendido o ritmo do desenho não precisaram da ajuda de seus colegas, apenas algumas dicas.

A atividade foi bem produtiva, pois todos estavam envolvidos, até os alunos que haviam faltado nas aulas anteriores.

Com os desenhos no quadro, construímos a tabela de coluna, fila e linhas para retirar a relação entre o número de colunas e filas, resultando no número de linhas utilizadas para construir os desenhos. Após construir a tabela, apresentei o seguinte conceito de função:

Sejam,

c = número de colunas;

f = número de filas;

φ (c.f) a função entre c e f que resultará no número de linhas fechadas.

φ =phi = f, em que φ é o f do alfabeto grego e em nosso trabalho será usado para representar esta função.

Então, tentamos trabalhar as operações habituais para verificar se conseguimos descobrir a relação (a função φ):

. Se a função é a soma: φ (c.f) $\neq$ número de linhas fechadas.

. Se subtrairmos: φ (c.f) $\neq$ número de linhas fechadas.

. Se multiplicarmos: φ (c.f) $\neq$ número de linhas fechadas.

. Se dividirmos: φ (c.f) $\neq$ número de linhas fechadas.

Busquei com os estudantes uma função φ (c.f) = número de linhas fechadas. Observando na tabela, que o número de linhas fechadas divide o número de linhas e o número de colunas simultaneamente. Começamos a analisar com os estudantes cada linha da tabela no quadro:

Quando temos uma rede de 2x2, o número que divide os número de filas e o número de colunas é 2. Então, podemos dizer que o 2 é divisor comum de 2 e 2. Quando a rede é 2x4, o número que divide os número de filas e o número de colunas é 2. Então, podemos dizer que o 2 é divisor comum de 2 e 4, se temos 4x8, temos como divisor comum entre eles 2, 4, então temos mais que um número que divide simultaneamente 4 e 8. Como saber quando temos uma rede de dimensão 4 e 8, quantas linhas fechadas vamos precisar? Desenhamos um Sona de 4x8 e verificamos que para tal construção precisamos de 4 linhas.

Parece ser sempre o Maior Divisor Comum entre c e f, logo a minha função que dá o número de linhas fechadas é:

. φ (c.f) = Maior Divisor Comum entre c e f. Ou seja,

. φ (c.f) = MDC (c,f).

A partir desta informação, comecei a rever os desenhos no quadro e colocar o número de linhas ao lado dos desenhos, sendo que todos os alunos gostaram da atividade e começaram a rever os desenhos anteriores.

Com esta atividade, terminei o plano proposto no capitulo anterior, porém os alunos ainda terão continuação, pois retornarei aos primeiros desenhos e vamos verificar todos os conhecimentos adquiridos.

UMA AVALIAÇÃO PESSOAL

Foi durante a graduação, em um seminário na disciplina de Didática, que tomei conhecimento da existência da Etnomatemática. No começo, achei algo difícil de ser aplicado em sala de aula, algo meio utópico para o mundo real da educação na nossa ilha. Mas tentar fazer uma prática diferente da matemática na sala de aula era um belo desafio.

Quando penso em utopia, lembro-me de uma frase que é nosso lema na Pastoral Universitária: "*Uma realidade só nasce, onde antes uma utopia foi plantada*". A partir disso, resolvi conhecer um pouco mais sobre a Etnomatemática.

Ao decidir escrever sobre Etnomatemática, sabia que teria algumas dificuldades, pois na Universidade Federal de Santa Catarina, a professora que eu conhecia e poderia me orientar estava fazendo o Doutorado e eu não conhecia mais nenhum professor para me orientar nesta pesquisa-ação. Mesmo assim não desanimei.

Um professor amigo, que conheceu o Professor Maurice Bazin no CECCA (Centro de Estudos Cultura e Cidadania) lembrou do interesse deste pelas atividades matemáticas de outras civilizações. Conheci o meu então orientador e, a partir desta integração, comecei o meu trabalho.

No começo precisei buscar materiais e exemplos "etno", pois muito pouco eu conhecia de Etnomatemática. Após alguns meses de estudo e ajuda do Maurice, comecei a pensar o trabalho de forma prática, tanto na sua aplicabilidade em sala de aula como na sua utilização como cerne do meu Trabalho de Conclusão de Curso. No inicio estudamos muitas coisas que fazem parte das referências no fim do trabalho. Fomos "peneirando" e resolvemos estudar a Geometria Sona.

Quando resolvi aplicar em sala de aula, tive medo, por ser algo tão novo para mim. Mesmo assim, encarei o desafio. Quando entrei na sala da 5ª série e comecei a falar de uma coisa que eles nunca ouviram falar, como já relatado no texto, houve uma grande resistência da turma, devido aos estudantes terem muito pouca oportunidade de fazerem matemática, não apenas reproduzir o que a eles era pedido,

Penso que nós educadores falhamos muitas vezes, subestimando nossos estudantes e fazendo apenas o que nos foi ensinado durante nossos anos estudantis, "repassando conhecimentos” sem nos perguntar se isto podia ser útil para eles algum dia. Não que temos que só ensinar a matemática que usamos no nosso dia-a-dia, mas que devemos ensinar os nossos estudantes a serem investigadores e, quem sabe, levá-los a ter um espírito cientifico, o que realmente mudaria a nossa educação.

Confesso que fiquei bem frustrada quando tente pela primeira vez fazer etnomatemática e não consegui aplicar, pois achei que todo o problema estava comigo. Refleti e conversei com meus amigos e notei que, além de ser algo novo, para eles era algo complicado demais para entender, pois matemática para eles era só número e formas bem definidas e quando se deparavam com algo tão diferente, a cabeça deles entrava em “parafusos”.

Com essa reação deles percebi que a minha postura deveria ser diferente. Comecei a conquistar a confiança dos alunos e mostrar a eles que eu conhecia matemática e que não estava apenas brincando e que eu podia fazer até melhor do que eles estavam esperando. Estudamos os números decimais (o que eles pediam “fazer”) a partir da nossa matemática comercial, da nossa etnocontagem, nas etiquetas dos supermercados.

Durante todo esse processo, fui adquirindo mais confiança em mim e quando retomei a atividade tudo foi melhor. Os estudantes estavam mais abertos e eu não estava mais me sentindo insegura, pois, agora sim, eu conhecia a turma, seus hábitos e atitudes e as possíveis reações do grupo.

Para mim foi de grande importância este trabalho, pois percebo que a educação matemática pode e deve acontecer nas escolas. Nós, educadores, devemos começar a repensar a educação em sala de aula, pois muitos de nós ficamos na teoria e pouco fazemos para modificar este meio no qual estamos mergulhados.

Pensar em etnomatemática me remete a um prefácio do livro de Paulus Gerdes, onde D’Ambrosio escreve para ele:

“.... É importante reconhecer na Etnomatemática um programa de pesquisa que caminha juntamente com uma pratica escolar” (Gerdes, P. 1991).

Quando penso no que fiz durante este estudo para redigir este trabalho, fiz etnomatemática, pois não fiquei somente pesquisando, mas caminhei junto à pratica com dificuldades de iniciante e com força de iniciante.

Acredito neste programa e, no que depender da minha prática em sala de aula, sempre estarei fazendo-o e disseminando este programa entre meus companheiros de trabalho. A

Geometria Sona, para mim, foi algo lindo que eu aprendi e sempre levarei aos meus estudantes, seja eles na educação básica ou na educação superior.

CONCLUSÃO

Apesar de muitas vezes achar que a educação esta falida, procuro sempre pensar que posso fazer algo para torná-la diferente.

Com este trabalho pode-se concluir que nossos alunos possuem um grande potencial investigativo. Se nós educadores matemáticos estivermos dispostos a mudar nossa postura, poderiamos retirar este segmento da falência. Basta apenas investirmos um pouco do nosso tempo e força de vontade em fazer diferente.

A Geometria Sona é apenas um exemplo dos tantos que deram certo da etnomatemática nas salas de aula pelo mundo a fora. Nós temos o dever de levar esta novidade aos nossos estudantes, tornar nossas aulas mais atrativas e instigadoras, levando nossos estudantes a ser mais críticos, criativos e interessados na vivência intelectual chamada Matemática.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

D'AMBROSIO,Ubiratan. **Etnomatemática**: Elo entre as tradições e a modernidade. Belo Horizonte: Autênca, 2001. 112p. (Coleção Tendências em Educação Matemática) ISBN 85-7526-019-7.

GERDES, Paulus. **Etnomatemática**: Cultura, Matemática, Educação. Maputo, Moçambique: Instituto Superior Pedagógico, 1991. 116p. C.P. 915.

GERDES, Paulus. **Geometria Sona**: Reflexões sobre uma tradição de desenho em povos da África ao Sul do Equador. Maputo, Moçambique: Instituto Superior Pedagógico, 1993. 201p. Volume 1. Número de Registro: 091/FBM/92.

GERDES, Paulus. **Geometria Sona**: Reflexões sobre uma tradição de desenho em povos da África ao Sul do Equador. Maputo, Moçambique: Instituto Superior Pedagógico, 1993. 170p. Volume 2. Número de Registro: 091/FBM/92.

GERDES, Paulus. **Geometria Sona**: Reflexões sobre uma tradição de desenho em povos da África ao Sul do Equador. Maputo, Moçambique: Instituto Superior Pedagógico, 1993. 124p. Volume 3. Número de Registro: 091/FBM/92.

GERDES, Paulus. **Geometry From Africa**: Mathematical and Educatinal Explorations. Estados Unidos da América: The Mathematical Association of Ámerica, 1999. 210p. ISBN 0-88385-715-4.

GERDES**,** Paulus. **Cultura e o despertar do pensamento geométrico**: Maputo, Moçambique: Instituto Superior Pedagógico, 1991. 147p.

GERDES**,** Paulus. **Desenhos da Africa**. São Paulo: Scipione, 1990. 64p. ISBN 8526216570

GERDES, Paulus. **Pitagoras africano**: um estudo em cultura e educação matemática. Maputo, Moçambique: Instituto Superior Pedagógico, 1992. 103p.

FONTINHA, Mario. ***Desenhos na areia dos Quiocos do Nordeste de Angola***, Inst. de Invest. Cientif. Tropical, Lisboa, 1983

BASTIN, Marie-Louise. **Museu do Dundo**: subsídios para a história, arqueologia e etnografia dos povos da Lunda : art decoratif tshokwe. Lisboa: Companhia de Diamantes de Angola, 1961. 2v.