

**UNIVERSIDADE FEDERAL DE SANTA CATARINA  
DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA MECÂNICA**

João Victor Borges dos Santos

**CONTRIBUIÇÕES PARA O PROJETO DE MANIPULADORES  
PARALELOS ATRAVÉS DA SÍNTESE DO TIPO**

Florianópolis

2011



João Victor Borges dos Santos

**CONTRIBUIÇÕES PARA O PROJETO DE MANIPULADORES  
PARALELOS ATRAVÉS DA SÍNTESE DO TIPO**

Dissertação submetida ao Programa de Pós-Graduação em Engenharia Mecânica para a obtenção do Grau de Mestre em Engenharia Mecânica.

Orientador: Prof. Daniel Martins, Dr. Eng.

Coorientador: Roberto Simoni, Dr. Eng.

Florianópolis

2011

Catálogo na fonte elaborada pela biblioteca da  
Universidade Federal de Santa Catarina

A ficha catalográfica é confeccionada pela Biblioteca Central.

Tamanho: 7cm x 12 cm

Fonte: Times New Roman 9,5

Maiores informações em:

<http://www.bu.ufsc.br/design/Catalogacao.html>

João Victor Borges dos Santos

**CONTRIBUIÇÕES PARA O PROJETO DE MANIPULADORES  
PARALELOS ATRAVÉS DA SÍNTESE DO TIPO**

Esta Dissertação foi julgada aprovada para a obtenção do Título de “Mestre em Engenharia Mecânica”, e aprovada em sua forma final pelo Programa de Pós-Graduação em Engenharia Mecânica.

Florianópolis, 08 de Julho 2011.

---

Júlio César Passos, Dr.

Coordenador do Programa de Pós-Graduação em Engenharia Mecânica

---

Prof. Daniel Martins, Dr. Eng.

Orientador

---

Roberto Simoni, Dr. Eng.

Coorientador

**Banca Examinadora:**

---

Prof. Edson Roberto De Pieri, Dr.

Presidente

---

Prof. Aníbal Alexandre Campos Bonilla, Dr. Eng.

---

Prof. Henrique Simas, Dr. Eng.

---

Prof. Rodrigo de Souza Vieira, Dr. Eng.



Este trabalho é dedicado ao meu avô José Durval Alcântara da Cruz (*in memoriam*), ao meu pai João Silva dos Santos e a minha mãe Claudiomar Borges dos Santos.





## AGRADECIMENTOS

Primeiramente a Deus por tudo que me deu.

Ao meu pai João Silva dos Santos e a minha mãe Claudiomar Borges dos Santos pela ajuda e apoio que sempre me deram. Por me proporcionarem tudo do bom e do melhor. Graças a Deus e aos meus pais nunca me faltou nada. Sem a ajuda que eles sempre me deram eu não teria chegado onde estou. Agradeço a Deus sempre que posso pelos pais que tenho. Muito obrigado por tudo.

Aos meus orientadores Prof. Daniel Martins e Prof. Roberto Simoni por terem me guiado nessa jornada importante da minha vida. Sem a orientação e os ensinamentos dos meus orientadores, eu não conseguiria finalizar meu mestrado.

Aos meus companheiros de estudo Victor Carreto e Frank Ajata pela amizade e por tudo que passamos juntos dentro e fora da universidade.

Aos meus companheiros de diversão, por todas as nossas aventuras na ilha da magia: Dudu Mocelin, Duda, Aldinho, Dudu Whisky, Duarte, Olavo, Nolasco, Tiagão, Riad, Cassiano, Elmer, Ribas, Edvandro, Cristiano, Facundo, Toscano, Henrique, Joelma, Gabi, Adele entre outros. Sem nossos momentos de lazer, eu com certeza não teria tantas boas lembranças desses anos de mestrado.

Aos colegas do Laboratório de Robótica Professor Raul Guenther da UFSC.

À CAPES pelo apoio financeiro.



*"Toda grande realização foi, primeiramente e por algum tempo, apenas um sonho."*

Napoleon Hill



## RESUMO

A *Síntese do Tipo* é uma fase fundamental para o projeto de manipuladores paralelos. Esse processo de síntese consiste em uma abordagem sistemática, na qual um método é utilizado para gerar todas as possíveis estruturas mecânicas que sejam capazes de realizar um tipo de movimento. A *Síntese do Tipo* apresenta duas etapas principais: **(1)** Geração de pernas e **(2)** Montagem de manipuladores paralelos. A *geração de pernas* consiste em gerar cadeias cinemáticas que possuam tipos de movimentos de saída específicos. Essas cadeias cinemáticas são compostas por elos e juntas que apresentam configurações geométricas determinadas. Para a *montagem dos manipuladores paralelos*, as pernas geradas na primeira etapa são utilizadas. O movimento de saída que cada manipulador apresentará, ao final de sua montagem, dependerá do tipo de perna utilizado e do posicionamento de fixação das pernas. Neste trabalho será apresentada uma revisão dos principais métodos de síntese do tipo existentes, e as soluções de pernas geradas por cada método serão classificadas e organizadas utilizando uma única notação. Será apresentado também um novo método de síntese do tipo para a fase de geração de pernas. O algoritmo implementado para esse novo método combina características de algoritmos genéticos e teoria de helicoides. As soluções geradas pelo algoritmo foram comparadas com os resultados encontrados na literatura e, com isso, o método proposto foi validado.

**Palavras-chave:** Síntese do Tipo. Manipuladores Paralelos. Geração de Pernas. Algoritmos Genéticos. Teoria de Helicoides.



## ABSTRACT

The *Type Synthesis* is a fundamental phase in the design of parallel manipulators. This synthesis process consists of a systematic approach, in which a method is used to generate all possible mechanical structures that are capable of performing a kind of movement. The *Type Synthesis* presents two main steps: **(1)** Generation of limbs and **(2)** Assembly of parallel manipulators. The *generation of limbs* consists of generating kinematic chains that have type of movements of specific output. These kinematic chains are composed by links and joints that have settings geometric determined. For the *assembly of parallel manipulators*, the limbs generated in the first step are used. The output motion of each manipulator, at the end of its assembly, will depend on the type of the limb used and on the fixing of the limbs. In this work will be presented a review of the main methods of type synthesis, and the solutions of limbs generated by the methods will be sorted and organized using a single notation. It will be also presented a new method of type synthesis for the generation of limbs phase. The algorithm implemented for this new method combines features of genetic algorithms and screw theory. The solutions generated by the algorithm were compared with the results from the literature and, with that, the proposed method was validated.

**Keywords:** Type Synthesis. Parallel Manipulators. Generation of Limbs. Genetic Algorithm. Screw Theory.





## LISTA DE FIGURAS

Figura 1	Tipos de Juntas. . . . .	29
Figura 2	Juntas obtidas pela combinação de juntas com 1-DoF. . . . .	30
Figura 3	Tipos de cadeia cinemática. . . . .	31
Figura 4	Estrutura serial e estrutura paralela. . . . .	32
Figura 5	Manipuladores híbridos. . . . .	32
Figura 6	Mecanismos paralelos: (a) Mecanismo de Gouth (SICILIANO; KHATIB, 2008) (b) Plataforma de Stewart (MERLET, 2006). . . . .	33
Figura 7	Plataforma de Stewart. . . . .	34
Figura 8	Representação da Plataforma de Stewart com juntas de 1-DoF. . . . .	36
Figura 9	Geometria de um helicóide. . . . .	41
Figura 10	Combinação linear de um sistema-1- $\$_{\infty}$ com um sistema-2- $\$_{\infty}$ (KONG; GOSSELIN, 2007b). . . . .	42
Figura 11	Helicóides recíprocos. . . . .	43
Figura 12	Sistema de helicóides recíprocos de: (a) junta rotativa (b) junta prismática (KONG; GOSSELIN, 2007b). . . . .	44
Figura 13	Exemplo de unidades composicionais. . . . .	45
Figura 14	Passos do método de síntese do tipo proposta por Kong e Gosselin (2006b). . . . .	46
Figura 15	Exemplo de geradores mecânicos para o subgrupo de deslocamentos {T}. . . . .	49
Figura 16	Manipulador Paralelo com cinco pernas. . . . .	50
Figura 17	Exemplo de estrutura genética com seis genes. . . . .	52
Figura 18	Código genético de um elo $i$ e exemplos de elos com diferentes códigos genéticos. . . . .	54
Figura 19	Diagrama de atividades da Morfologia Evolucionária. . . . .	56
Figura 20	Etapas da Morfologia Evolucionária na geração de mecanismos. . . . .	57
Figura 21	Exemplo de montagem de pernas. . . . .	60
Figura 22	Estrutura genética atribuída a um helicóide $i$ . . . . .	80
Figura 23	Presença de genes dominantes. . . . .	81
Figura 24	Exemplo de configurações entre dois helicóides de acordo com a estrutura genética do helicóide $i$ . . . . .	82
Figura 25	Exemplo para demonstrar o conceito “ <i>joint in the bag equiva-</i>	

<i>lence</i> ”	85
Figura 26 Exemplo de movimento de saída planar.	85
Figura 27 Exemplo de mutação.	86
Figura 28 Grupo de helicoides em relação ao sistema fixo de referência $O-(X,Y,Z)$ .	93
Figura 29 Representação por helicoides de uma perna com movimento de saída planar.	97
Figura 30 Perna $R\perp R$ gerada pela <i>Morfologia Evolucionária</i> .	115
Figura 31 Exemplificação do problema de intercambialidade.	115
Figura 32 Helicoides para a representação da perna $R\perp R$ no novo método.	116
Figura 33 Fase de montagem de um manipulador paralelo.	119
Figura 34 Manipulador montado com pernas do tipo $P\perp R\parallel C$ .	120
Figura 35 Manipulador montado com pernas do tipo $C\perp R\parallel R$ e $C\perp P\perp\perp R$ .	121
Figura 36 Manipulador montado com pernas do tipo $R\parallel R\perp R\parallel R\perp R$ .	122
Figura 37 Manipulador montado com pernas do tipo $R\perp P\perp\dot{U}\dot{R}$ .	123
Figura 38 Manipulador montado com pernas do tipo $(\dot{R}\dot{R})\dot{P}\perp R\parallel R$ .	123
Figura 39 Manipulador montado com pernas do tipo $P\perp P\perp\dot{U}\dot{R}$ .	124
Figura 40 Manipulador montado com pernas do tipo $R\parallel R\perp\dot{C}\dot{R}$ .	125
Figura 41 Manipulador montado com pernas do tipo $P\perp R\parallel R\dot{R}$ .	126
Figura 42 Manipulador montado com pernas do tipo $R\parallel R\parallel R\perp R\parallel R$ .	127

## LISTA DE TABELAS

Tabela 1	Abordagens de Síntese do Tipo.....	40
Tabela 2	Subgrupos de deslocamentos (LI; HUANG; HERVÉ, 2004a).	48
Tabela 3	Comparação das etapas de síntese de cada método.....	58
Tabela 4	Simbologia utilizada na representação das soluções.....	60
Tabela 5	Pernas com dois movimentos translacionais.....	61
Tabela 6	Pernas com dois movimentos rotacionais.....	62
Tabela 7	Pernas com um movimento translacional e um movimento rotacional.....	63
Tabela 8	Pernas que podem produzir os seguintes movimentos: uma rotação e uma translação ou duas translações.....	63
Tabela 9	Pernas com três movimentos translacionais.....	64
Tabela 10	Pernas com dois movimentos rotacionais e um movimento translacional.....	65
Tabela 11	Pernas com dois movimentos translacionais e um movimento rotacional.....	66
Tabela 12	Pernas com três movimentos rotacionais.....	66
Tabela 13	Pernas com três juntas que possuem bases múltiplas de movimentos.....	67
Tabela 14	Pernas com três movimentos translacionais e um movimento rotacional.....	68
Tabela 15	Pernas com dois movimentos translacionais e dois movimentos rotacionais.....	71
Tabela 16	Pernas com três movimentos rotacionais e um movimento translacional.....	71
Tabela 17	Pernas com quatro juntas que possuem bases múltiplas de movimentos.....	72
Tabela 18	Pernas com três movimentos translacionais e dois movimentos rotacionais.....	73
Tabela 19	Pernas com três movimentos rotacionais e dois movimentos translacionais.....	75
Tabela 20	Pernas que podem produzir três movimentos translacionais e dois movimentos rotacionais ou dois movimentos translacionais e três movimentos rotacionais.....	76
Tabela 21	Bibliografia consultada na etapa de classificação de pernas. . .	78

Tabela 22	Possíveis características atribuídas a um helicóide <i>i</i> .....	81
Tabela 23	Todos os possíveis códigos genéticos gerados através de mutações.....	89
Tabela 24	Indicação dos genes recessivos que deverão ser desconsiderados pela presença do gene dominante. ....	90
Tabela 25	Elementos primários que serão utilizados para a montagem das soluções. ....	91
Tabela 26	Pernas com dois movimentos translacionais.....	100
Tabela 27	Pernas com dois movimentos rotacionais. ....	101
Tabela 28	Pernas com um movimento translacional e um movimento rotacional. ....	102
Tabela 29	Pernas com três movimentos translacionais. ....	103
Tabela 30	Pernas com dois movimentos rotacionais e um movimento translacional.....	104
Tabela 31	Pernas com dois movimentos translacionais e um movimento rotacional. ....	105
Tabela 32	Pernas com três movimentos rotacionais.....	106
Tabela 33	Pernas com três movimentos translacionais e um movimento rotacional. ....	108
Tabela 34	Pernas com dois movimentos rotacionais e dois movimentos translacionais. ....	109
Tabela 35	Pernas com três movimentos rotacionais e um movimento translacional.....	111
Tabela 36	Pernas com dois movimentos rotacionais e três movimentos translacionais.....	113
Tabela 37	Pernas com três movimentos rotacionais e dois movimentos translacionais.....	114

## LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS

DoF	Graus de Liberdade (Degrees of Freedom) . . . . .	28
EM	Morfologia Evolucionária (Evolutionary Morphology) . . . . .	52
CAD	Desenho Auxiliado por Computador (Computer Aided Design) . . . . .	130



## LISTA DE SÍMBOLOS

R	Junta Rotativa . . . . .	29
P	Junta Prismática . . . . .	29
H	Junta Helicoidal . . . . .	29
U	Junta Universal . . . . .	29
C	Junta Cilíndrica . . . . .	30
S	Junta Esférica . . . . .	30
E	Junta Planar . . . . .	30
M	Mobilidade . . . . .	35
$\lambda$	Graus de liberdade do espaço onde o mecanismo se encontra . . . . .	35
$n$	Número de elos . . . . .	35
$j$	Número de juntas . . . . .	35
$f_i$	Quantidade de graus de liberdade da junta $i$ . . . . .	35
$h$	Passo do helicóide . . . . .	40
\$	Helicóide . . . . .	40
\$ <sub>0</sub>	Helicóide com passo 0 . . . . .	41
\$ <sub><math>h</math></sub>	Helicóide com passo finito $h$ . . . . .	41
\$ <sub><math>\infty</math></sub>	Helicóide com passo infinito . . . . .	41
$I_3$	Matriz identidade $3 \times 3$ . . . . .	42
$O_3$	Matriz nula $3 \times 3$ . . . . .	42
$\xi$	Heligiro . . . . .	43
$\zeta$	Heliforça . . . . .	43
$\xi_0$	Heligiro de passo 0 . . . . .	43
$\zeta_0$	Heliforça de passo 0 . . . . .	43
$\xi_\infty$	Heligiro de passo infinito . . . . .	44
$\zeta_\infty$	Heliforça de passo infinito . . . . .	44
D	Grupo de deslocamentos . . . . .	47
G	Subgrupo de deslocamento . . . . .	49
$L(i, j)$	Movimentos permitidos entre os corpos $i$ e $j$ . . . . .	50
$\Phi$	Objetivos de projeto . . . . .	53
E	Elementos constituintes . . . . .	53
$O_t$	Operadores morfológicos aplicados a cada geração $t$ . . . . .	53
$\Psi_t$	Critério de evolução de uma geração $t$ para uma geração $t+1$ . . . . .	53

$\Sigma_t$	Conjunto de soluções de cada geração $t$ . . . . .	53
$l$	Critério de parada. . . . .	53
$\perp$	Existe um ângulo de exatamente $90^\circ$ entre os eixos das juntas . . .	60
$\parallel$	Os eixos das juntas são paralelos . . . . .	60
$\dagger$	Existe um ângulo genérico ( $0 < x < 90^\circ$ ) entre os eixos das juntas	60
$\nexists$	Não existe ou não foi encontrado trabalho referente ao movimento	60
$\emptyset$	A solução não foi encontrada ou não é gerada pelo método. . . . .	60
$\gamma$	Ângulo entre os eixos dos helicoides . . . . .	80
$a$	Define se o eixo de dois helicoides se intersectam ou não . . . . .	80
$C_{ij}$	Conectividade entre os elos $i j$ . . . . .	84
$Q$	Matriz de helicoides . . . . .	96
$S(x)$	Vetor utilizado para representar o tipo de movimento de saída da solução $x$ . . . . .	96
$S(d)$	Vetor utilizado para representar o tipo de movimento de saída de- sejado . . . . .	96
$r$	Quantidade de componentes não nulas do vetor $S(x)$ . . . . .	96



## SUMÁRIO

<b>1 INTRODUÇÃO</b> .....	27
1.1 CONCEITOS BÁSICOS DA ÁREA DE MECANISMOS .....	28
1.1.1 Classificação de manipuladores pela estrutura cinemática ...	31
1.2 MANIPULADORES PARALELOS .....	33
1.2.1 Características de manipuladores paralelos .....	33
1.2.2 Mobilidade de manipuladores paralelos .....	35
1.2.3 Mobilidade instantânea e mobilidade <i>full-cycle</i> .....	36
1.3 JUSTIFICATIVA E OBJETIVOS DO TRABALHO .....	37
1.4 ESTRUTURA DA DISSERTAÇÃO .....	38
<b>2 REVISÃO BIBLIOGRÁFICA</b> .....	39
2.1 SÍNTESE DO TIPO DE MANIPULADORES PARALELOS ....	39
2.1.1 Abordagem da Cadeia Virtual e teoria de helicoides .....	39
2.1.2 Abordagem dos Subgrupos de Deslocamentos .....	47
2.1.3 Morfologia Evolucionária e algoritmos genéticos .....	51
2.2 CONCLUSÕES DO CAPÍTULO .....	58
<b>3 CLASSIFICAÇÃO E COMPARAÇÃO DE PERNAS</b> .....	59
3.1 PERNAS COM DUAS JUNTAS .....	61
3.1.1 Pernas com dois movimentos translacionais (2T) .....	61
3.1.2 Pernas com dois movimentos rotacionais (2R) .....	61
3.1.3 Pernas com um movimento rotacional e um movimento transla- cional (1R1T) .....	62
3.1.4 Pernas com bases múltiplas de movimentos (2 juntas) .....	63
3.2 PERNAS COM TRÊS JUNTAS .....	63
3.2.1 Pernas com três movimentos translacionais (3T) .....	64
3.2.2 Pernas com dois movimentos rotacionais e um movimento translacional (2R1T) .....	64
3.2.3 Pernas com um movimento rotacional e dois movimentos translacionais (1R2T) .....	65
3.2.4 Pernas com três movimentos rotacionais (3R) .....	66
3.2.5 Pernas com bases múltiplas de movimentos (3 juntas) .....	67
3.3 PERNAS COM QUATRO JUNTAS .....	67
3.3.1 Pernas com um movimento rotacional e três movimentos translacionais - movimento <i>Schönflies</i> (1R3T) .....	67
3.3.2 Pernas com dois movimentos rotacionais e dois movimentos translacionais (2R2T) .....	69
3.3.3 Pernas com três movimentos rotacionais e um movimento translacional (3R1T) .....	70

3.3.4 Pernas com bases múltiplas de movimentos (4 juntas) . . . . .	71
3.4 PERNAS COM CINCO JUNTAS . . . . .	72
3.4.1 Pernas com dois movimentos rotacionais e três movimentos translacionais (2R3T) . . . . .	72
3.4.2 Pernas com três movimentos rotacionais e dois movimentos translacionais (3R2T) . . . . .	74
3.4.3 Pernas com bases múltiplas de movimentos (5 juntas) . . . . .	76
3.5 CONCLUSÕES DO CAPÍTULO . . . . .	76
<b>4 NOVO MÉTODO PARA A SÍNTESE DO TIPO . . . . .</b>	<b>79</b>
4.1 ESTRUTURA GENÉTICA DAS SOLUÇÕES . . . . .	79
4.1.1 Tipos de estrutura dos genes . . . . .	83
4.2 PARÂMETROS DE PROJETO . . . . .	83
4.2.1 Tipos de juntas e relação angular entre os eixos dos helicoides	83
4.2.2 Mobilidade desejada . . . . .	83
4.2.3 Conectividade e tipo de movimento desejado . . . . .	84
4.3 OPERADORES GENÉTICOS . . . . .	85
4.4 FUNCIONAMENTO DO ALGORITMO . . . . .	86
4.4.1 Elementos primários . . . . .	88
4.4.2 Geração das soluções . . . . .	88
4.4.3 Cálculo das componentes dos helicoides . . . . .	92
4.4.4 Critério de seleção . . . . .	95
4.5 CONCLUSÕES DO CAPÍTULO . . . . .	98
<b>5 GERAÇÃO DE PERNAS . . . . .</b>	<b>99</b>
5.1 PERNAS COM DUAS JUNTAS . . . . .	99
5.1.1 Pernas com dois movimentos translacionais (2T) . . . . .	99
5.1.2 Pernas com dois movimentos rotacionais (2R) . . . . .	100
5.1.3 Pernas com um movimento rotacional e um movimento translacional (1R1T) . . . . .	100
5.2 PERNAS COM TRÊS JUNTAS . . . . .	102
5.2.1 Pernas com três movimentos translacionais (3T) . . . . .	102
5.2.2 Pernas com dois movimentos rotacionais e um movimento translacional (2R1T) . . . . .	103
5.2.3 Pernas com um movimento rotacional e dois movimentos translacionais (1R2T) . . . . .	103
5.2.4 Pernas com três movimentos rotacionais (3R) . . . . .	105
5.3 PERNAS COM QUATRO JUNTAS . . . . .	106
5.3.1 Pernas com três movimentos translacionais e um movimento rotacional (movimento <i>Schönflies</i> ) (1R3T) . . . . .	106
5.3.2 Pernas com dois movimentos rotacionais e dois movimentos translacionais (2R2T) . . . . .	107

<b>5.3.3 Pernas com três movimentos rotacionais e um movimento translacional (3R1T)</b> .....	110
5.4 PERNAS COM CINCO JUNTAS .....	111
<b>5.4.1 Pernas com dois movimentos rotacionais e três movimentos translacionais (2R3T)</b> .....	112
<b>5.4.2 Pernas com três movimentos rotacionais e dois movimentos translacionais (3R2T)</b> .....	112
5.5 BASES MÚLTIPLAS DE MOVIMENTOS E O PROBLEMA DE INTERCAMBIALIDADE .....	114
5.6 CONCLUSÕES DO CAPÍTULO .....	117
<b>6 MONTAGEM DE MANIPULADORES PARALELOS</b> .....	119
6.1 MANIPULADORES COM 3-DOF .....	119
6.2 MANIPULADORES COM 4-DOF .....	121
6.3 MANIPULADORES COM 5-DOF .....	124
6.4 CONCLUSÕES DO CAPÍTULO .....	126
<b>7 CONCLUSÕES DO TRABALHO</b> .....	129
7.1 DIFICULDADES ENCONTRADAS AO LONGO DO TRABALHO	130
7.2 PROPOSTA PARA TRABALHOS FUTUROS .....	130
<b>Referências Bibliográficas</b> .....	133



## 1 INTRODUÇÃO

Os robôs manipuladores foram desenvolvidos para realizar tarefas que normalmente são atribuídas a seres humanos (DASGUPTA; MRUTHYUN-JAYA, 2000). Em meados da década de 60, houve um crescimento considerável na produção industrial. Nessa época, os manipuladores foram aplicados na indústria para substituir o ser humano em situações consideradas de risco (GARCIA et al., 2007).

Os manipuladores seriais foram os primeiros a serem construídos e, até os dias atuais, ainda são a classe de robô mais encontrada no meio industrial. Em geral, eles apresentam uma estrutura semelhante ao braço humano, constituída por diversos corpos rígidos conectados por juntas ativas (motorizadas). Esse tipo de manipulador possui um amplo espaço de trabalho, mas sofre de baixa rigidez e erro de posicionamento relativamente grande (TSAI, 1999). Além disso, cada elo da cadeia cinemática do manipulador serial deve ser projetado de forma a suportar os demais subseqüentes, o que normalmente resulta em estruturas mecânicas pesadas e volumosas, comprometendo o comportamento dinâmico do robô (BONANI, 2010).

Devido às deficiências apresentadas pelos manipuladores seriais, alguns pesquisadores desenvolveram novos tipos de estruturas cinemáticas para robôs. Minsky (1972) e Hunt (1978) propuseram estruturas mecânicas paralelas, com a finalidade de suprir as necessidades mecânicas apresentadas pelas estruturas seriais. Entretanto, naquela época os projetos de tais estruturas eram baseados na engenhosidade dos pesquisadores e não seguiam uma abordagem sistemática de projeto (MERLET, 2006).

Atualmente, a fase de projeto conceitual de manipuladores paralelos representa um dos temas mais desafiadores da área da robótica (GOGU, 2008, 2009, 2010) e vem recebendo bastante atenção de pesquisadores e de profissionais do meio industrial. Nesse contexto, surgiram abordagens sistemáticas para projetar novas estruturas mecânicas de manipuladores paralelos (KONG; GOSSSELIN, 2007b; GOGU, 2008; SIMONI, 2010).

A fase de projeto conceitual de manipuladores paralelos pode ser dividida basicamente em três etapas (MERLET, 2005):

- Síntese do Número;
- Síntese do Tipo;
- Síntese Dimensional.

A **Síntese do Número** consiste em determinar a quantidade de elos e juntas que resulte em uma cadeia cinemática com mobilidade desejada. A

**Síntese do Tipo** consiste em determinar todos os tipos possíveis de mecanismos que sejam capazes de realizar um movimento desejado no elo de saída (efetuador final). A **Síntese Dimensional** consiste em determinar as dimensões e proporções dos elos de um mecanismo a fim de alcançar um melhor desempenho. Esses processos de síntese afetam drasticamente o desempenho que pode ser obtido pelo robô (MERLET, 2005).

O foco desta dissertação é o processo de *Síntese do Tipo*. Essa fase de projeto é dividida em duas etapas fundamentais:

1. **Geração de pernas<sup>1</sup>** : Essa etapa consiste na geração de pernas que possuem tipos de movimentos de saída específicos. Essas pernas são cadeias cinemáticas compostas por elos e juntas que apresentam configurações geométricas determinadas.
2. **Montagem de Manipuladores:** Nessa etapa, as pernas geradas são utilizadas para a montagem de manipuladores paralelos. O movimento de saída que cada manipulador paralelo apresentará, ao final de sua montagem, dependerá do tipo de perna utilizada e do posicionamento de fixação das pernas.

A realização deste trabalho de pesquisa está concentrada na etapa de *Geração de pernas*. Primeiramente será feita uma revisão dos principais métodos de síntese do tipo. Em seguida será feita uma busca das soluções geradas por cada método estudado. Essa busca será realizada somente em trabalhos publicados na literatura. Posteriormente, será proposto e implementado um novo método de síntese do tipo para a etapa de geração de pernas de manipuladores paralelos. Após a implementação, o método proposto será validado comparando as soluções geradas com as soluções encontradas na literatura. Antes de expor todos os objetivos do trabalho, alguns conceitos importantes da área de projeto conceitual de mecanismos serão apresentados.

## 1.1 CONCEITOS BÁSICOS DA ÁREA DE MECANISMOS

Uma *cadeia cinemática* é definida como um conjunto de elos (corpos rígidos) conectados por juntas (pares cinemáticos) (IONESCU, 2003). O número de graus de liberdade (DoF) que a cadeia cinemática possui vai depender da quantidade de elos e juntas e do tipo de junta que ela apresenta ( TSAI, 1999). A Figura 1 apresenta os tradicionais tipos de juntas:

---

<sup>1</sup>Nesta dissertação a palavra “perna” será utilizada para traduzir os termos em inglês “limb” e “leg”.

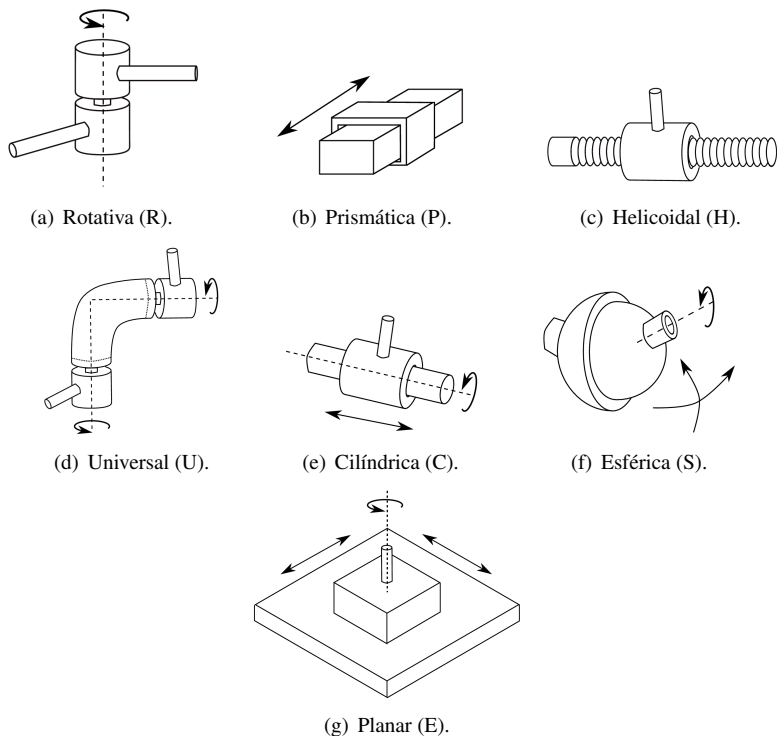


Figura 1 – Tipos de Juntas.

*Rotativa (R)* - Permite que um elemento rotacione em relação a outro em torno de um eixo. Esse tipo de junta possui um grau de liberdade (1-DoF);

*Prismática (P)* - Permite que um elemento translade em relação a outro através de um eixo. Esse tipo de junta possui um grau de liberdade (1-DoF);

*Helicoidal (H)* - Permite que um elemento rotacione e translade de forma dependente em relação a um mesmo eixo. Esse tipo de junta possui um grau de liberdade (1-DoF);

*Universal (U)* - É a combinação de duas juntas rotativas que se intersectam a  $90^\circ$ . Esse tipo de junta possui dois graus de liberdade (2-DoF);

*Cilíndrica (C)* - Permite que um elemento rotacione e translate de forma independente em relação a um mesmo eixo. Esse tipo de junta possui dois graus de liberdade (2-DoF) ;

*Esférica (S)* - Permite que um elemento rotacione livremente em relação a outro em torno do centro de uma esfera. Esse tipo de junta possui três graus de liberdade (3-DoF) ;

*Planar (E)* - Permite duas translações de um elemento em um plano de contato, assim como uma rotação em torno de um eixo normal ao plano de contato. Esse tipo de junta possui três graus de liberdade (3-DoF).

As juntas que possuem mais de 1-DoF podem ser obtidas pela combinação de juntas de 1-DoF, como ilustrado na Figura 2. A junta esférica é cinematicamente equivalente a três juntas rotativas não coplanares que se intersectam em um mesmo ponto (Figura 2(a)). A equivalência cinemática de uma junta cilíndrica pode ser obtida por uma junta rotativa que possui o eixo paralelo (ou coincidente) com o eixo de uma junta prismática (Figura 2(b)). Já a equivalência cinemática da junta planar pode ser obtida por duas juntas prismáticas não colineares, paralelas a um mesmo plano, e uma junta rotativa que possui o eixo normal ao plano onde as juntas prismáticas se encontram (Figura 2(c)).

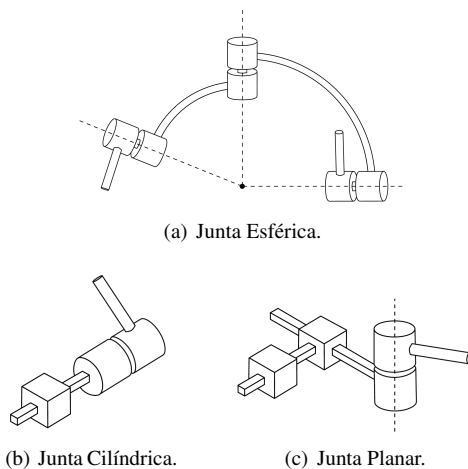


Figura 2 – Juntas obtidas pela combinação de juntas com 1-DoF.



### 1.1.1 Classificação de manipuladores pela estrutura cinemática

Uma cadeia cinemática pode ser classificada em três tipos: *cadeia aberta*, *cadeia fechada* e *cadeia híbrida*.

Em uma cadeia aberta existe somente um caminho que liga um elo a outro. Já na cadeia fechada existem pelo menos dois caminhos que ligam um elo a outro. Em outras palavras, cada elo da cadeia é conectado a no mínimo outros dois elos e, portanto, a cadeia fechada apresenta circuitos fechados (*loops* fechados). A combinação de cadeias abertas e fechadas resultam nas cadeias cinemáticas híbridas. A Figura 3 apresenta os tipos de cadeias cinemáticas descritos.

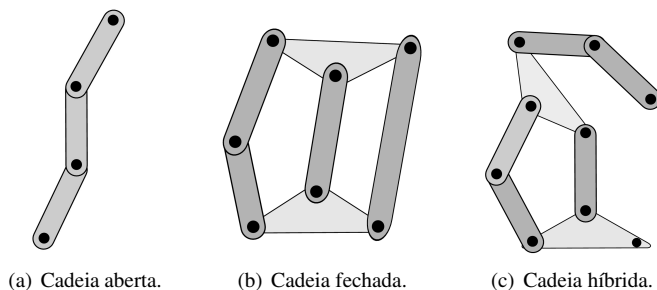


Figura 3 – Tipos de cadeia cinemática.

Se em uma cadeia cinemática existe um elo fixo *base* e um *elo de saída*, onde pode ser fixado um efetuador, então o conceito de *robô manipulador* pode ser utilizado. Considerando o tipo de cadeia cinemática que o manipulador apresenta, ele pode ser classificado em *serial*, *paralelo* e *híbrido*.

A estrutura cinemática de robôs seriais possui uma série de juntas atuadas que conectam a base ao efetuador final. Esse tipo de manipulador apresenta grande espaço de trabalho e alta destreza, mas sofre de baixa rigidez e de erro de posicionamento relativamente grande (TSAI, 1999).

A estrutura cinemática de robôs paralelos é constituída por um elo de saída e por uma base fixa que são conectados por no mínimo duas cadeias cinemáticas<sup>1</sup> independentes (MERLET, 2006). Esse tipo de manipulador é capaz de atingir alta rigidez e força. No entanto, os manipuladores paralelos apresentam um espaço de trabalho restrito e destreza baixa (TSAI, 1999;

<sup>1</sup> As cadeias cinemáticas em questão são as pernas do manipulador paralelo e são constituídas por juntas ativas e juntas passivas.

CAMPOS; BUDDE; HESSELBACH, 2008). A Figura 4 ilustra as estruturas cinemáticas de manipuladores seriais e paralelos.

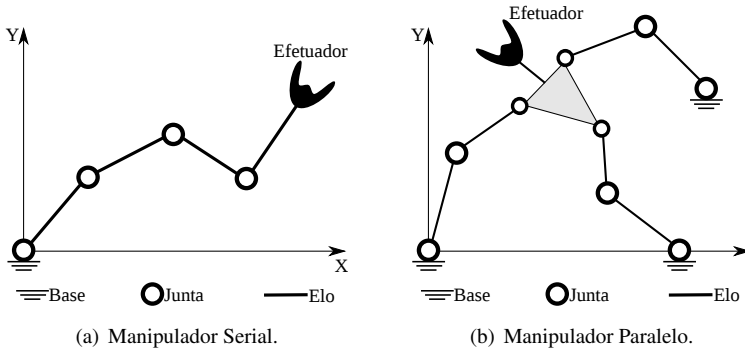


Figura 4 – Estrutura serial e estrutura paralela.

A combinação de cadeias cinemáticas abertas e fechadas ou a combinação de cadeias cinemáticas fechadas, origina a arquitetura híbrida. Esse tipo de estrutura combina vantagens e desvantagens de mecanismos seriais e paralelos. A Figura 5 apresenta exemplos de manipuladores com estrutura cinemática híbrida.

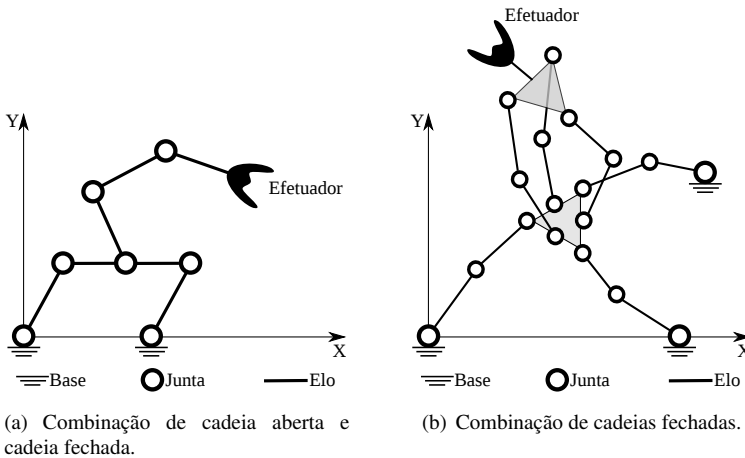


Figura 5 – Manipuladores híbridos.

## 1.2 MANIPULADORES PARALELOS

Em 1947, Gouth estabeleceu os princípios básicos de um mecanismo com cadeia cinemática fechada que permitia o posicionamento e a orientação de uma plataforma móvel, com a finalidade de testar o desgaste de pneus. Em 1955, ele construiu o protótipo dessa máquina. No ano de 1965, Stewart apresentou um robô paralelo com seis graus de liberdade (6-DoF), utilizado para simulação de voo, conhecido como *Plataforma de Stewart* (SICILIANO; KHATIB, 2008). A Figura 6 mostra o mecanismo paralelo proposto por Gouth e o mecanismo de Stewart.

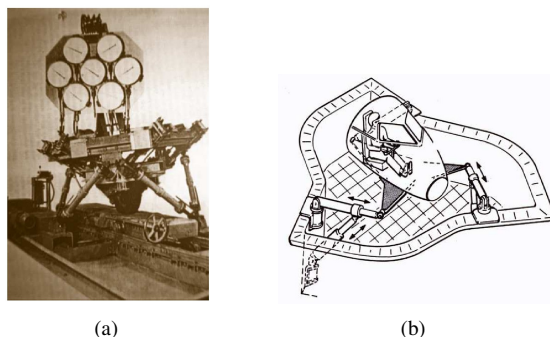


Figura 6 – Mecanismos paralelos: (a) Mecanismo de Gouth (SICILIANO; KHATIB, 2008) (b) Plataforma de Stewart (MERLET, 2006).

Após a *Plataforma de Stewart* ter sido proposta em 1965, esse mecanismo se tornou bastante conhecido na década de 1980 evoluindo para um tema de pesquisa bastante popular. Na década de 1990, houve um crescimento contínuo na pesquisa de mecanismos paralelos e da *Plataforma de Stewart* (DASGUPTA; MRUTHYUNJAYA, 2000). O simulador de voo apresentado por Stewart foi o primeiro passo para os manipuladores paralelos ( TSAI, 2001) e até os dias atuais diversos trabalhos referenciam esse mecanismo. A Figura 7 apresenta em detalhes a *Plataforma de Stewart*.

### 1.2.1 Características de manipuladores paralelos

Um manipulador paralelo é composto por uma plataforma móvel que é conectada a uma base (fixa) por no mínimo duas pernas, ou seja, possui uma

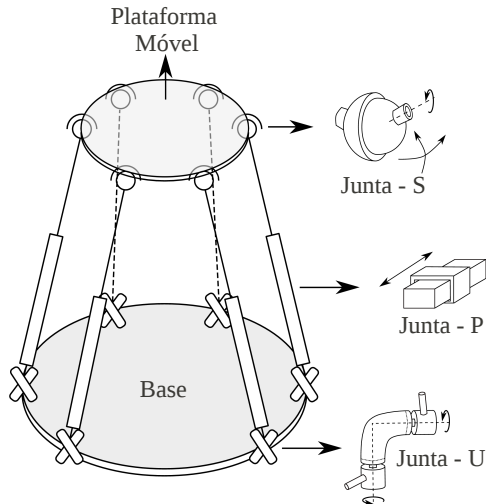


Figura 7 – Plataforma de Stewart.

estrutura mecânica paralela (MERLET, 2006; GOGU, 2008). A plataforma móvel pode alcançar até três translações e três rotações independentes.

A quantidade de pernas de um manipulador paralelo é de preferência igual ao número de graus de liberdade, de tal forma que cada perna é controlada por um atuador (TSAI, 2001). Esses atuadores são normalmente montados sobre ou próximo à base fixa do manipulador, o que possibilita o alcance de velocidades superiores aos manipuladores seriais. Além disso, a estrutura mecânica paralela suporta pesos superiores à estrutura serial, pois ocorre a distribuição das cargas por todas as pernas do manipulador. Outra vantagem da estrutura paralela é em relação ao erro de posicionamento do efetuator final que é dividido entre as pernas (enquanto que na estrutura serial os erros são somados por apresentarem atuadores conectados em série).

Por outro lado, as estruturas paralelas também possuem desvantagens em relação às estruturas seriais. O manipulador paralelo possui um espaço de trabalho mais restrito e são impossibilitados de contornarem obstáculos devido a interferência das pernas que podem colidir. Outro ponto negativo desse tipo de manipulador é a perda de rigidez que pode ocorrer em posições singulares. Nessas situações a mobilidade do manipulador aumenta ou diminui e o manipulador se torna incontrolável (MERLET, 2006). O controle e a programação de um manipulador paralelo também são mais complexos em relação aos manipuladores seriais.

## 1.2.2 Mobilidade de manipuladores paralelos

A Mobilidade (M) ou graus de liberdade (DoF) de uma cadeia cinemática é a quantidade de parâmetros independentes necessários para especificar de forma unívoca a configuração da cadeia cinemática, com respeito a um elo escolhido como referência ( TSAI, 2001; IONESCU, 2003; GOGU, 2008). A mobilidade é o principal parâmetro estrutural de um manipulador paralelo, além de ser um conceito fundamental na modelagem cinemática de mecanismos (GOGU, 2009).

A mobilidade é usada para indicar a quantidade de parâmetros independentes na modelagem de robôs e também para determinar o número de atuadores necessários para controlar a estrutura cinemática ( TSAI, 1999). O cálculo da mobilidade pode ser obtido pelo critério geral da mobilidade dado por:

$$M = \lambda(n - j - 1) + \sum_{i=1}^j f_i \quad (1.1)$$

onde  $\lambda$  são os graus de liberdade do espaço onde o mecanismo se encontra (por exemplo,  $\lambda=6$  no espaço e  $\lambda=3$  no plano),  $n$  é o número de elos,  $j$  é o número de juntas e  $f_i$  é a quantidade de graus de liberdade da junta  $i$  (HUNT, 1978; TSAI, 2001; MERLET, 2006). Como as juntas que possuem mais de 1-DoF podem ser substituídas pela combinação de juntas com apenas 1-DoF, então a equação 1.1 pode ser escrita da seguinte maneira:

$$M = \lambda(n - j - 1) + j \quad (1.2)$$

**Exemplo** (SIMONI, 2010). A figura 8 mostra duas representações da Plataforma de Stewart. A primeira representação é o manipulador com as suas respectivas juntas com  $f_i$ -DoF (prismática (1-DoF), universal (2-DoF) e esférica (3-DoF)). Neste caso,  $\lambda=6$ ,  $n=14$ ,  $j=18$ ,  $f_1=6$ ,  $f_2=6$  e  $f_3=6$ . Aplicando a equação 1.1 tem-se  $M=6(14 - 18 - 1) + 36 = 6$ , como esperado. Na segunda representação o manipulador de Stewart é ilustrado com juntas de 1-DoF, ou seja, as juntas universais e esféricas foram substituídas por juntas simples de 1-DoF. Neste caso,  $\lambda=6$ ,  $n=32$ ,  $j=36$ . Aplicando a equação 1.2 tem-se  $M=6(32 - 36 - 1) + 36 = 6$ , como esperado.

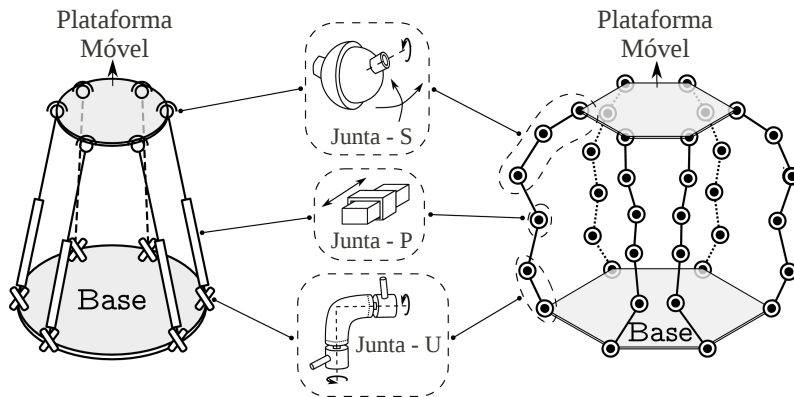


Figura 8 – Representação da Plataforma de Stewart com juntas de 1-DoF.

As Equações 1.1 e 1.2 são bastante conhecidas na área de mecanismos e são utilizadas para o cálculo rápido da mobilidade de um grande número de manipuladores paralelos. No entanto, em alguns casos essas equações falham. Na literatura existem inúmeras versões de equações sugeridas para o cálculo rápido da mobilidade, porém, esse “*cálculo rápido*” ainda é um problema em aberto na área de mecanismos e necessita investigação. O estudo mais recente a respeito das fórmulas para o cálculo da mobilidade é encontrado em (GOGU, 2005b, 2008).

### 1.2.3 Mobilidade instantânea e mobilidade *full-cycle*

No processo de síntese do tipo, um problema importante é como identificar mecanismos com mobilidade instantânea e mecanismos com mobilidade *full-cycle* (HUANG; LI, 2003). Um mecanismo paralelo é dito *full-cycle* se as suas propriedades e mobilidade não se alteram após sofrer um determinado movimento, caso contrário o mecanismo é dito instantâneo (HUANG; LI, 2002a). Por exemplo, se um mecanismo possui 3-DoF translacionais em um momento, e em outro momento possui 2-DoF translacionais e 1-DoF rotacional, então o mecanismo é instantâneo.

A mobilidade *full-cycle* representa o valor mínimo da mobilidade instantânea e é um parâmetro que caracteriza todas as configurações do manipulador, exceto em situações de singularidade. A Equação 1.1 é baseada somente na topologia do mecanismo e em alguns casos o resultado do cálculo pode ser incorreto. Portanto, a mobilidade obtida pela Equação 1.1 é

normalmente instantânea.

### 1.3 JUSTIFICATIVA E OBJETIVOS DO TRABALHO

A classe de robôs manipuladores paralelos foi escolhida para o desenvolvimento do trabalho. Essa área de pesquisa, apesar de ter crescido bastante nos últimos anos, ainda possui inúmeros problemas em aberto e vem cada vez mais chamando a atenção de pesquisadores da área de mecanismos.

Os primeiros trabalhos sobre manipuladores paralelos se concentravam somente no tradicional mecanismo de 6 graus de liberdade (6-DoF) proposto por Gouth e Stewart (ítem 1.2). Porém, na última década os manipuladores paralelos com baixa mobilidade (menos que 6-DoF) começaram a ser o foco de pesquisadores da área (KONG; GOSSELIN, 2006b, 2007b; LI; HUANG; HERVÉ, 2004a). É verdade que um manipulador tradicional de 6-DoF pode ser aplicado em qualquer operação que necessite de até 5-DoF, no entanto, a utilização de manipuladores com baixa mobilidade seria suficiente e traria ainda outros benefícios como: projeto estrutural mais simples, custo de operação e produção reduzido, projeto de controle simplificado entre outras vantagens (HUANG; LI, 2003, 2002a, 2002b).

O foco desta dissertação está na etapa de *Síntese do Tipo*, visando a classe de manipuladores paralelos com até 5-DoF (baixa mobilidade). Os objetivos principais do trabalho são:

- Realizar um estudo comparativo das principais abordagens presentes na literatura, referentes à síntese do tipo;
- Coletar as soluções de pernas geradas por cada abordagem de síntese do tipo;
- Propor e implementar um algoritmo para o processo de geração de pernas para a montagem de manipuladores paralelos;
- Comparar os resultados gerados pelo algoritmo com os resultados das outras abordagens estudadas.

Ao final deste trabalho, espera-se obter uma ferramenta útil para o grupo de pesquisa envolvido, que sirva não apenas como auxílio para futuros projetos de pesquisa do grupo mas que possibilite também o projeto e a construção de manipuladores paralelos e mecanismos.

## 1.4 ESTRUTURA DA DISSERTAÇÃO

O Capítulo 2 apresenta a revisão bibliográfica. Neste capítulo serão apresentadas as principais abordagens de síntese do tipo presentes na literatura.

No Capítulo 3 são apresentadas as soluções geradas por cada método de síntese estudado no Capítulo 2. Após uma busca exaustiva em trabalhos publicados na literatura, as soluções geradas por cada abordagem estudada foram separadas e classificadas de acordo com o tipo de movimento de saída que elas apresentam e pela quantidade de graus de liberdade de cada solução.

O Capítulo 4 apresenta a nova abordagem de síntese do tipo proposta neste trabalho de pesquisa. Essa abordagem consiste em um algoritmo que possui características semelhantes aos algoritmos genéticos, e que utiliza alguns recursos da teoria de helicoides para a representação e seleção das soluções geradas.

O Capítulo 5 apresenta as soluções geradas pelo método de síntese do tipo proposto neste trabalho. Essas soluções foram separadas e classificadas de acordo com o tipo de movimento de saída que elas apresentam e pela quantidade de graus de liberdade de cada solução.

O Capítulo 6 apresenta alguns exemplos de manipuladores paralelos montados com algumas das soluções apresentadas no Capítulo 5. O objetivo do Capítulo 6 é mostrar a etapa posterior à este trabalho que consiste no projeto de manipuladores paralelos, isto é, a montagem.

O Capítulo 7 apresenta as conclusões do trabalho. Algumas observações referentes ao trabalho também serão mencionadas.



## 2 REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

A *síntese do tipo* é uma abordagem sistemática para projeto de mecanismos e manipuladores paralelos, na qual um método é utilizado com o objetivo de gerar todas as estruturas mecânicas possíveis com um determinado desempenho cinemático. Neste capítulo serão apresentados os principais métodos de síntese do tipo.

### 2.1 SÍNTESE DO TIPO DE MANIPULADORES PARALELOS

Determinar todas as possíveis arquiteturas mecânicas de manipuladores paralelos, que podem produzir um determinado tipo de movimento na plataforma móvel, é um problema desafiador (SICILIANO; KHATIB, 2008). A síntese do tipo de manipuladores paralelos consiste em gerar todas as possíveis estruturas mecânicas que possibilitem um determinado movimento da plataforma móvel em relação à base do manipulador (KONG; GOSSSELIN, 2007b). Esse processo de síntese é basicamente dividido em duas etapas:

- 1. Geração de pernas:** Consiste na geração de pernas que possuam determinados movimentos de saída. Os tipos de juntas e a relação geométrica que essas juntas apresentam, uma em relação às outras na cadeia cinemática, são fundamentais na realização dessa etapa.
- 2. Montagem de Manipuladores:** Nessa etapa, as pernas geradas são utilizadas para a montagem de manipuladores paralelos. As pernas são fixadas entre a base e a plataforma móvel a fim de possibilitar o movimento desejável na plataforma móvel do manipulador.

A Tabela 1 apresenta as abordagens mais citadas de síntese do tipo e seus respectivos autores. A maioria dos trabalhos é baseada na teoria de helicoides, subgrupos de deslocamentos e morfologia evolucionária, que é a abordagem mais recente introduzida por Gogu (2005a, 2008, 2009, 2010). A seguir, serão apresentados os principais métodos de síntese do tipo.

#### 2.1.1 Abordagem da Cadeia Virtual e teoria de helicoides

A teoria de helicoides foi rigorosamente formulada por Mozzi (1763) e sistematizada por BALL (1900). Um helicóide<sup>1</sup> pode ser utilizado para

---

<sup>1</sup>A palavra “*helicóide*” é a tradução do termo em inglês “*screw*”.

Tabela 1 – Abordagens de Síntese do Tipo.

<b>Síntese do Tipo</b>	
Abordagem	Referências
Teoria de Helicoides	(HUANG; LI, 2002a), (HUANG; LI, 2002b), (HUANG; LI, 2003), (KONG; GOSSELIN, 2004), (KONG; GOSSELIN, 2005), (KONG; GOSSELIN, 2006b), (KONG; GOSSELIN, 2006a), (KONG; GOSSELIN, 2007b)
Subgrupos de Deslocamentos	(HERVÉ, 1978), (HERVÉ; SPARACINO, 1991), (SPARACINO; HERVÉ, 1993), (HERVÉ, 1994), (HERVÉ, 1999), (LI; HUANG; HERVÉ, 2004b)
Morfologia Evolucionária	(GOGU, 2005a), (GOGU, 2008), (GOGU, 2009), (GOGU, 2010)

representar o movimento de um corpo no espaço. Pode-se afirmar que um helicóide é um elemento geométrico composto por um eixo direcionado e por um parâmetro escalar com unidades de comprimento chamado de passo ( $h$ ). Se a reta direcionada é representada por um vetor normalizado, o helicóide é chamado de *helicóide normalizado* (CAMPOS, 2004) (Figura 9) e pode ser definido da seguinte maneira:

$$\mathcal{H} = \begin{bmatrix} \mathcal{H}_F \\ \mathcal{H}_S \end{bmatrix} = \begin{cases} \begin{bmatrix} s \\ s \times r + hs \end{bmatrix}, & \text{se } h \text{ é finito} \\ \begin{bmatrix} 0 \\ s \end{bmatrix}, & \text{se } h \rightarrow \infty \end{cases} \quad (2.1)$$

onde  $s$  é um vetor unitário no eixo do helicóide  $\mathcal{H}$ ,  $r$  é um vetor dirigido a partir de qualquer ponto do eixo do helicóide à origem do sistema de referência O-XYZ e  $h$  é o *passo*. Na notação acima o helicóide apresenta dois componentes vetoriais ou seis componentes escalares.

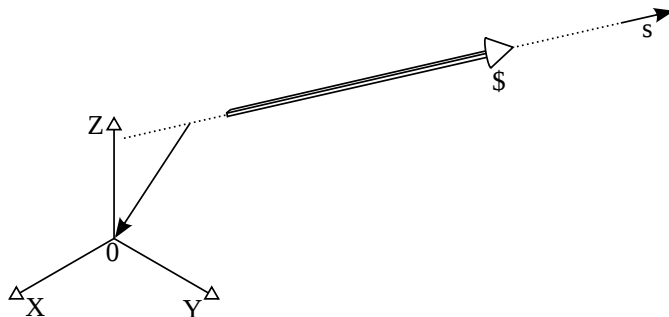


Figura 9 – Geometria de um helicoides.

### Sistema de helicoides

Um sistema de helicoides de ordem  $n$  ( $0 \leq n \leq 6$ ) é formado por  $n$  helicoides linearmente independentes. Esse sistema também compreende todos os helicoides linearmente dependentes aos  $n$  helicoides linearmente independentes.

Um sistema de helicoides de ordem  $n$  é também chamado de sistema- $n$  e qualquer conjunto de  $n$  helicoides linearmente independentes, contido em um sistema- $n$ , forma uma base desse sistema. O sistema-1 de helicoides consiste obviamente de apenas um helicoides. Considerando o eixo de coordenadas  $x$  ao longo do helicoides, a base canônica do sistema-1 seria:

$$\$_\alpha = (1, 0, 0; h_\alpha, 0, 0). \quad (2.2)$$

Se o passo  $h_\alpha$  é igual a 0, então o helicoides modela uma junta rotativa (o helicoides se torna uma linha). Por outro lado se o passo  $h_\alpha$  é igual a  $\infty$ , então o helicoides modela uma junta prismática e seria melhor representado como um vetor livre  $(0, 0, 0; 1, 0, 0)$  em qualquer linha paralela ao eixo  $x$  (DAVIDSON; HUNT, 2004).

As notações  $\$_0$ ,  $\$_h$  e  $\$_\infty$  são utilizadas para representar um helicoides com passo 0, um helicoides com passo finito  $h$  e um helicoides com passo  $\infty$ , respectivamente. Mais informações a respeito de sistemas de helicoides podem ser encontradas em Kong e Gosselin (2007b) e Gibson e Hunt (1990a, 1990b).

A combinação linear de dois sistemas de helicoides é composta por todas as combinações lineares de todos os helicoides bases dos dois sistemas. A ordem do sistema resultante é no máximo igual a soma da ordem dos dois

outros sistemas. A Figura 10 ilustra um exemplo de combinação linear entre dois sistemas de helicoides. No *caso a* o sistema resultante tem apenas dois helicoides bases, por ter sido originado a partir de sistemas linearmente dependentes. Já no *caso b* o sistema resultante possui três helicoides bases, por ter sido originado a partir de dois sistemas linearmente independentes.

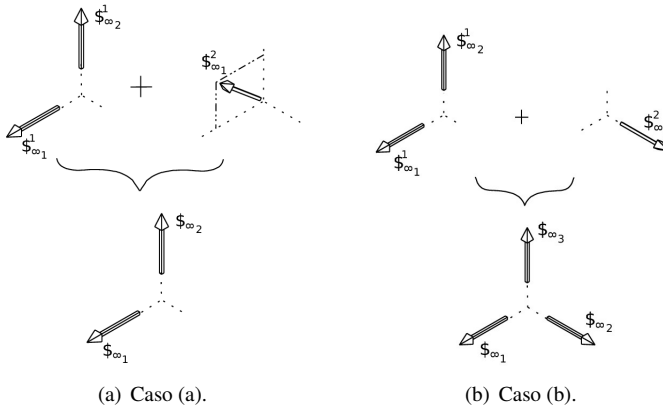


Figura 10 – Combinação linear de um sistema-1- $\mathcal{S}_O$  com um sistema-2- $\mathcal{S}_O$  (KONG; GOSSSELIN, 2007b).

## Reciprocidade de helicoides

Dois helicoides,  $\mathcal{S}_a$  e  $\mathcal{S}_b$ , são recíprocos se eles satisfazem a seguinte condição (SIMONI; MARTINS, 2009):

$$\mathcal{S}_a \circ \mathcal{S}_b = \mathcal{S}_{aF} \cdot \mathcal{S}_{bS} + \mathcal{S}_{bF} \cdot \mathcal{S}_{aS} = \mathcal{S}_a^T \Pi \mathcal{S}_b = [ \Pi \mathcal{S}_a ]^T \mathcal{S}_b = 0 \quad (2.3)$$

considerando que

$$\Pi = \begin{bmatrix} 0_3 & I_3 \\ I_3 & 0_3 \end{bmatrix}$$

onde  $I_3$  é uma matriz identidade  $3 \times 3$  e  $0_3$  é uma matriz nula  $3 \times 3$ . Matematicamente, a condição de reciprocidade pode ser derivada como (ver Figura 11):

$$\begin{cases} \text{sem restrição} & \text{se } h_1 \text{ e } h_2 \text{ são ambos } \infty \\ \cos\lambda = 0 & \text{se } h_1 \text{ ou } h_2 \text{ é } \infty \\ (h_1 + h_2)\cos\lambda - r_{12}\text{sen}\lambda = 0 & \text{se } h_1 \text{ e } h_2 \text{ são ambos finito} \end{cases} \quad (2.4)$$

onde  $r_{12}$  é a distância existente a partir do eixo do helicóide  $\$1$  até o eixo do helicóide  $\$2$  e  $\lambda$  é o ângulo entre os eixos desses helicóides.

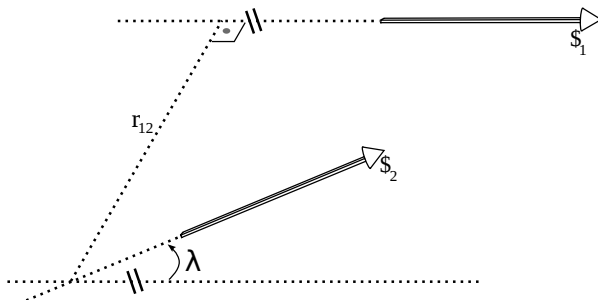


Figura 11 – Helicóides recíprocos.

A partir da Equação 2.4 é possível concluir que (KONG; GOSELIN, 2007b):

- (a) dois  $\$_{\infty}$  são sempre recíprocos;
- (b) um  $\$_{\infty}$  é recíproco a um  $\$0$  se, e somente se, seus eixos são perpendiculares;
- (c) dois  $\$0$  são recíprocos se, e somente se, seus eixos são coplanares.

### Sistema heligiro e sistema heliforça

O movimento instantâneo relativo entre dois elos é representado por um sistema de helicóides chamado de *sistema heligiro* da cadeia cinemática. A restrição de um elo por outro elo, em uma cadeia cinemática, é representado pelo sistema de helicóides recíproco do *sistema heligiro*, chamado de *sistema heliforça*.

Considerando  $\xi$  sendo um *heligiro* em um *sistema heligiro*, e  $\zeta$  sendo uma *heliforça* em um *sistema heliforça*, a relação entre os dois sistemas de helicóides recíprocos é obtida se baseando no critério de reciprocidade apresentado anteriormente:

- o eixo de um  $\xi_0$  (heligiro de passo 0) é coplanar com o eixo de qualquer  $\zeta_0$  (heliforça de passo 0);

- a direção de um  $\xi_\infty$  (heligiro de passo infinito) é perpendicular ao eixo de qualquer  $\zeta_0$  (heliforça de passo 0);
- o eixo de um  $\xi_0$  (heligiro de passo 0) é perpendicular à direção de qualquer  $\zeta_\infty$  (heliforça de passo infinito).

A Figura 12 apresenta os sistemas de helicoides recíprocos em uma junta rotativa e em uma junta prismática. Considerando um sistema- $n$  de helicoides, existe apenas um único sistema recíproco de ordem  $6 - n$  que compreende todos os helicoides recíprocos do sistema original. Na Figura 12 por exemplo, o movimento de ambas as juntas é representado por um sistema-1 de helicoides (sistema heligiro) e os helicoides recíprocos (sistema heliforça) formam um sistema-5.

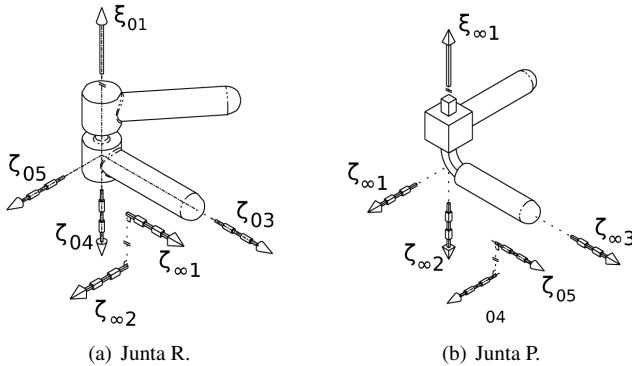


Figura 12 – Sistema de helicoides recíprocos de: (a) junta rotativa (b) junta prismática (KONG; GOSSELIN, 2007b).

Kong e Gosselin (2007b) consideram para a síntese do tipo determinados conjuntos de juntas chamados de *unidades composicionais*. Esses conjuntos de juntas têm como principal característica apresentar um sistema de heliforças específico, ou seja, o sistema heliforça de cada *unidade composicional* possui um número específico de heliforças com passo 0 e heliforças com passo  $\infty$ . As unidades composicionais são utilizadas na montagem dos manipuladores paralelos através do método da cadeia virtual que será apresentado na próxima seção. A Figura 13 mostra alguns exemplos de unidades composicionais. A *Unidade Planar* (Figura 13(a)) pode ser composta por juntas R e P, contanto que os eixos de todas as juntas R sejam paralelos uns com os outros e as direções das juntas P sejam perpendiculares aos eixos das

juntas R. A *Unidade Esférica* (Figura 13(b)) é composta por duas juntas R ou mais, onde os eixos de todas as juntas são concorrentes, ou seja, todos os eixos se intersectam sempre em um mesmo ponto. A *Unidade Espacial Translacional* (Figura 13(c)) pode ser composta por três ou mais juntas P, as quais possuem direções que não são paralelas a um mesmo plano.

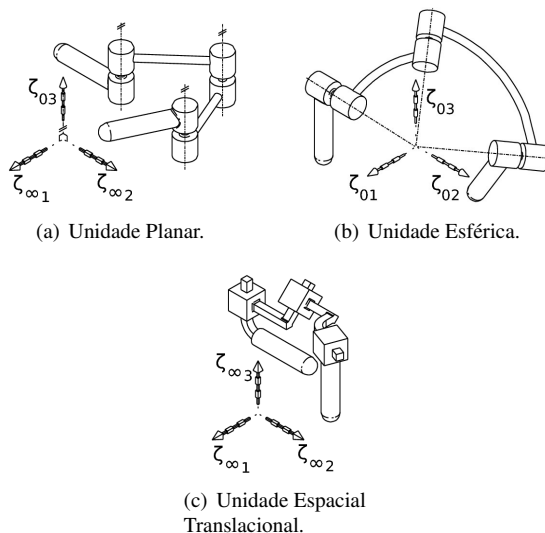


Figura 13 – Exemplo de unidades composicionais.

### Descrição da abordagem da Cadeia Virtual para a síntese do tipo

A abordagem da cadeia virtual é baseada na teoria de helicoides. A abordagem em questão foi proposta por Kong e Gosselin (2004, 2005, 2006a) e é apresentada de forma completa e detalhada em Kong e Gosselin (2007b). Esse método de síntese pode ser resumido nos seguintes passos:

**Passo 1.** Determinar o sistema de heliforças do mecanismo desejado (Figura 14(a));

O movimento desejado que o manipulador paralelo deverá apresentar é definido e, conseqüentemente, o sistema heligiro é conhecido. Através do critério de reciprocidade, o sistema heliforça é obtido.

**Passo 2.** Determinar uma cadeia virtual com o mesmo sistema de heliforças

do mecanismo desejado (Figura 14(b)); Conforme Kong e Gosselin (2004, 2005, 2006a), o padrão de movimento que o manipulador paralelo deve apresentar pode ser completamente representado por uma *cadeia virtual*, seja ela serial ou paralela. Nessa etapa, uma cadeia virtual simples (composta apenas por juntas rotativas e/ou juntas prismáticas) é criada.

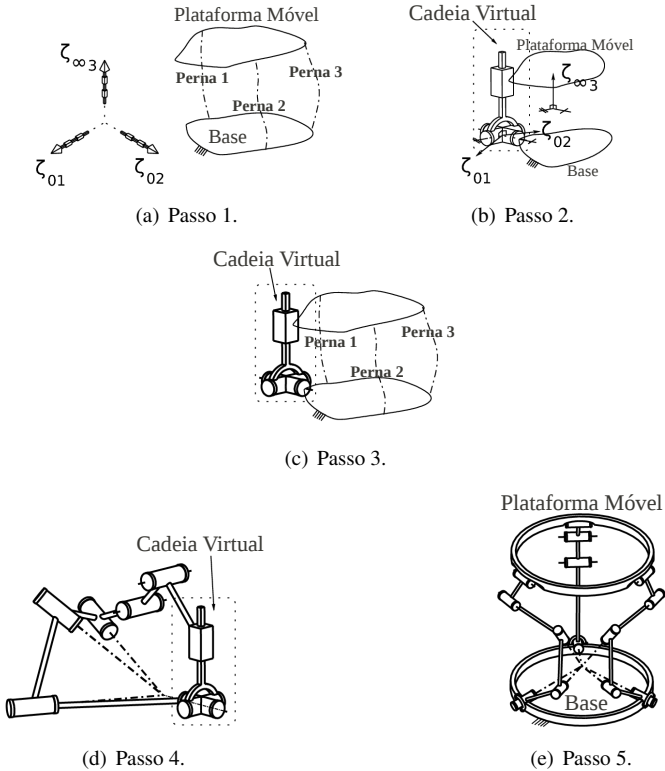


Figura 14 – Passos do método de síntese do tipo proposta por Kong e Gosselin (2006b).

**Passo 3.** Fixar a cadeia virtual entre a base e a plataforma móvel do manipulador (Figura 14(c));

A cadeia virtual criada no passo anterior é fixada entre a base e a plataforma móvel do manipulador paralelo. É importante ressaltar que o sistema heliforça da cadeia virtual e o sistema heliforça do manipulador



desejado devem estar exatamente alinhados, levando em consideração um sistema de coordenadas fixo.

**Passo 4.** Fazer a síntese do tipo de cada perna (Figura 14(d));

Nesse passo, cada perna do manipulador paralelo e a mesma cadeia virtual constituirão uma cadeia cinemática fechada com determinados graus de liberdade. As pernas do manipulador serão sintetizadas combinando determinadas unidades composicionais ( Figura 13<sup>1</sup>) e considerando o sistema heliforça da cadeia virtual, que representa as restrições de movimento da plataforma móvel. O sistema heliforça resultante, da combinação das unidades composicionais, deverá ser idêntico ao sistema heliforça da cadeia virtual ou deverá estar contido no sistema heliforça da cadeia virtual.

**Passo 5.** Retirar a cadeia virtual da cadeia cinemática para se obter o mecanismo paralelo desejado (Figura 14(e)).

A cadeia virtual, que estava fixada entre a base e a plataforma móvel do manipulador, é retirada e o manipulador paralelo é obtido.

A Figura 14 ilustra os passos descritos anteriormente do método de síntese do tipo proposto por Kong e Gosselin (2004, 2005, 2006a). Para um estudo mais detalhado consultar Kong e Gosselin (2007b).

### 2.1.2 Abordagem dos Subgrupos de Deslocamentos

Os movimentos que um corpo rígido apresenta no espaço podem ser representados por um conjunto  $\{D\}$  de deslocamentos. Esse conjunto  $\{D\}$  é constituído por todos os movimentos possíveis que um corpo pode apresentar no espaço tridimensional e é chamado de *Grupo de Lie* (LI; HUANG; HERVÉ, 2004a, 2004b). Todos os subconjuntos contidos nesse grupo  $\{D\}$  de deslocamentos são chamados de *subgrupos de deslocamentos*. A Tabela 2 apresenta todos os subgrupos de deslocamentos enumerados por Hervé (1978).

#### Gerador mecânico

Um *gerador mecânico* tem a finalidade de produzir um certo tipo de movimento entre dois elos de uma mesma cadeia cinemática. Cada subgrupo de deslocamentos possui um ou mais geradores mecânicos, que podem ser desde uma junta simples, até conjuntos complexos compostos por várias juntas. Considerando, por exemplo, o subgrupo de deslocamentos  $\{T\}$

---

<sup>1</sup>Todas as *unidades composicionais* podem ser encontradas em Kong e Gosselin (2007b).

Tabela 2 – Subgrupos de deslocamentos (LI; HUANG; HERVÉ, 2004a).

Dimensão	Subgrupo	Descrição	Junta
0	$\{E\}$	Sem deslocamento	
1	$\{T(v)\}$	Translações paralelas ao vetor $v$	Prismática (P)
	$\{R(N,u)\}$	Rotação em torno do eixo determinado pelo vetor $u$ e pelo ponto $N$	Rotativa (R)
	$\{H(N,u,p)\}$	Movimento helicoidal determinado pelo eixo $(N,u)$ e pelo passo $p$	Helicoidal (H)
2	$\{T(P_{vw})\}$	Translação em duas direções distintas no plano $P_{vw}$ formado pelos vetores $v$ e $w$	
	$\{C(N,v)\}$	Movimento cilíndrico determinado pelo eixo $(N,v)$	Cilíndrica (C)
3	$\{T\}$	Translações em direções de três vetores distintos	
	$\{G(u)\}$	Movimento planar determinado pela normal $u$	Planar (E)
	$\{S(N)\}$	Rotações em torno de $N$ . Movimento esférico	Esférica (S)
	$\{Y(w,p)\}$	Dois translações independentes na direção de dois vetores distintos normal à $w$ e movimento helicoidal com passo $p$ paralelo à $w$	
4	$\{X(w)\}$	Rotação em torno do eixo paralelo a $w$ assim como translações na direção de três vetores distintos	
6	$\{D\}$	Três translações independentes e três rotações independentes	

(da Tabela 2), o qual compreende três translações em direções de três vetores distintos, esse subgrupo pode ser representado pelos geradores mecânicos mostrados na Figura 15.

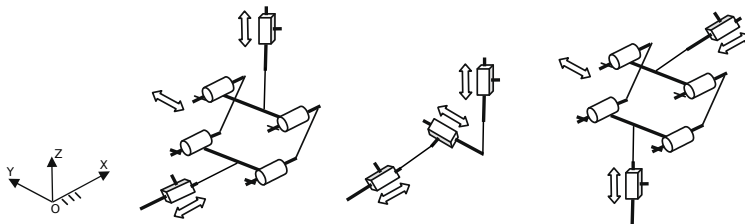


Figura 15 – Exemplo de geradores mecânicos para o subgrupo de deslocamentos  $\{T\}$ .

### Operações em subgrupos de deslocamentos

Existem dois tipos de operações em subgrupos de deslocamentos: a intersecção e o produto. Considerando  $G_1, G_2, \dots, G_n$  sendo  $n$  subgrupos de deslocamentos, a intersecção e o produto desses  $n$  subgrupos de deslocamentos são denotados por  $G_1 \cap G_2 \cap \dots \cap G_n$  e  $G_1 \bullet G_2 \bullet \dots \bullet G_n$  (KONG; GOSSELIN, 2007b). Ambas as operações são associativas e a intersecção é comutativa, ou seja:

- i)  $G_1 \cap G_2 = G_2 \cap G_1$ ;
- ii)  $(G_1 \cap G_2) \cap G_3 = G_1 \cap (G_2 \cap G_3)$ ;
- iii)  $(G_1 \bullet G_2) \bullet G_3 = G_1 \bullet (G_2 \bullet G_3)$ .

### Vínculo cinemático (“Kinematic Bond”)

O vínculo cinemático entre dois corpos rígidos  $i$  e  $j$  é o conjunto de deslocamentos relativos permitidos entre esses corpos. Esse conjunto de deslocamentos é realizado através de um *gerador mecânico*.

Considerando uma cadeia cinemática serial composta pelos elos 1,2,3, ...,  $i$ , o movimento que pode ser produzido no elo  $i$ , em relação ao elo 1, é formado pelo produto dos subgrupos de deslocamentos contidos entre esses elos.

Por exemplo, considerando uma cadeia serial RPS<sup>1</sup> conectando dois elos  $i$  e  $j$ , o movimento existente entre os elos é dado por:

$$\{L(i, j)\} = \{R(A, u)\} \bullet \{T(w)\} \bullet \{S(N)\}$$

onde  $\{L(i, j)\}$  é o vínculo cinemático (entre os elos  $i$  e  $j$ ) e RPS é o gerador mecânico de  $\{L(i, j)\}$  (LI; HUANG; HERVÉ, 2004b).

Considerando uma cadeia cinemática constituída por um único circuito fechado, ao se escolher dois corpos rígidos nessa cadeia fechada são obtidas duas cadeias seriais que ligam os dois corpos escolhidos. Os subconjuntos de deslocamentos que representam o vínculo cinemático, entre o par de corpos escolhidos, são obtidos através da intersecção dos conjuntos que representam as duas cadeias seriais. A partir desse conceito é que os manipuladores paralelos são gerados pela abordagem dos subgrupos de deslocamentos.

A Figura 16 mostra um manipulador paralelo montado com cinco pernas. O vínculo cinemático  $L$ , o qual representa os movimentos que a plataforma móvel pode apresentar em relação à base fixa, é obtido através da intersecção de todos os vínculos cinemáticos das cinco pernas que estão fixadas no manipulador, ou seja:

$$L(i, j) = L_1(i, j) \cap L_2(i, j) \cap L_3(i, j) \cap L_4(i, j) \cap L_5(i, j)$$

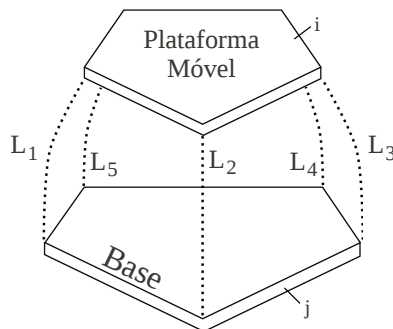


Figura 16 – Manipulador Paralelo com cinco pernas.

<sup>1</sup>A cadeia serial RPS é constituída por: uma junta rotativa, uma junta prismática e uma junta esférica, respectivamente.

## **Descrição da abordagem dos Subgrupos de Deslocamentos para a síntese do tipo**

O movimento padrão da plataforma móvel de um manipulador paralelo é descrito por um vínculo cinemático  $L$ , o qual é obtido através da intersecção dos vínculos cinemáticos correspondentes à cada perna  $L_i$  ( $i=1,2,\dots,n$ ), onde  $n$  é a quantidade de pernas:

$$L = L_1 \cap L_2 \cap \dots \cap L_n.$$

A síntese de manipuladores paralelos através da abordagem dos subgrupos de deslocamentos pode ser resumida da seguinte maneira (HERVÉ; SPARACINO, 1991; SPARACINO; HERVÉ, 1993; HERVÉ, 1999):

1. Primeiramente, é necessário identificar o movimento final que a plataforma deverá apresentar. Tal movimento desejado deve ser decomposto em alguns dos subgrupos de deslocamentos apresentados na Tabela 2.
2. Posteriormente, os subgrupos obtidos na etapa anterior são utilizados para obter os possíveis vínculos cinemáticos.
3. Em seguida, para cada vínculo cinemático, geradores mecânicos são criados. Em outras palavras, as pernas do manipulador são geradas.
4. E então, o manipulador paralelo é montado com as pernas obtidas na etapa anterior. O vínculo cinemático  $L$ , o qual representa os movimentos que a plataforma móvel pode apresentar em relação à base fixa, é obtido através da intersecção dos vínculos cinemáticos de cada perna utilizada na montagem do manipulador.

### **2.1.3 Morfologia Evolucionária e algoritmos genéticos**

A Morfologia Evolucionária é uma abordagem de síntese do tipo proposta recentemente por Gogu (2005a, 2008, 2009, 2010). Essa abordagem se baseia em algumas características de algoritmos genéticos e é utilizada para a geração de pernas de manipuladores paralelos. Antes de descrever a abordagem em questão, será apresentado um breve resumo sobre algoritmos genéticos.

## Algoritmos genéticos

Os algoritmos genéticos são métodos de busca e otimização baseados no conceito de seleção natural das espécies proposta por Charles Darwin. Esses algoritmos utilizam processos genéticos de organismos biológicos para achar soluções ótimas ou sub-ótimas para um determinado problema. Para isso, cada possível solução de um problema é tratada como um indivíduo (ser vivo) que possui uma estrutura genética. Cada estrutura genética é constituída por um conjunto de parâmetros (genes) responsáveis por atribuir diversas características para a solução, como mostra a Figura 17. As características do indivíduo dependerão dos valores dos alelos de cada gene pertencente à estrutura genética. Por exemplo, considerando o alfabeto binário (0, 1) para a representação dos alelos de um mesmo gene, se na estrutura genética de um indivíduo existe o gene referente a sua cor de cabelo, o alelo “0” poderia atribuir a cor de cabelo preta e o alelo “1” a cor de cabelo branca.

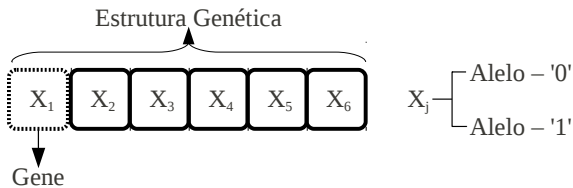


Figura 17 – Exemplo de estrutura genética com seis genes.

Os indivíduos são então submetidos a um processo evolucionário que envolve avaliação, seleção, recombinação (*crossover*) e mutação, com a finalidade de se obter o conjunto de soluções (população) para o problema.

## Morfologia Evolucionária

Apesar da Morfologia Evolucionária não ser utilizada para a otimização de problemas, essa abordagem possui algumas características semelhantes aos algoritmos genéticos.

O algoritmo proposto por Gogu (2005a) é definido como uma 6-tupla

$$EM_t = (\Phi, E, O_t, \Psi_t, \Sigma_t, l)$$

aplicada em cada geração  $t$  do processo de formação das soluções, no qual:

- $\Phi=(\Phi_1,\dots,\Phi_n)$  - (objetivos de projeto) Representam as características que a solução final deve apresentar.
- $E=(\varepsilon_1,\dots,\varepsilon_n)$  - (elementos constituintes) São usados para construir as soluções ao longo do processo morfológico evolucionário.
- $O_t=(o_1,\dots,o_n)$  - (operadores morfológicos) Os seguintes operadores são aplicados a cada geração  $t$ :
  - **(re)combinação** - Combina as soluções de uma geração  $t$  com os elementos constituintes para gerar a geração  $t+1$ .
  - **mutação** - Modifica a variabilidade das soluções no processo.
  - **migração** - Introduz mais variabilidade no processo de geração de soluções.
  - **seleção** - Elimina as soluções que não estão evoluindo e as soluções incompatíveis com os objetivos de projeto.
- $\Psi_t=(\tau_1,\dots,\tau_n)$  - O critério de evolução, de uma geração  $t$  para uma geração  $t+1$ , permite a eliminação de soluções que não evoluíram e evita a proliferação desse tipo de geração.
- $\Sigma_t=(\sigma_1,\dots,\sigma_n)$  - Conjunto de soluções de cada geração  $t$ .
- $l : l_i \rightarrow \{\text{verdadeiro}, \text{falso}\}$  - (critério de parada) Quando o conjunto final de soluções é obtido, o critério de parada termina o algoritmo.

Na Morfologia Evolucionária, cada elo da cadeia cinemática possui um *código genético* composto por quatro *genes*. Os valores atribuídos aos genes (0 ou 1) determinam a presença ou a ausência de uma determinada característica. Por exemplo, considerando o gene  $KP_i$  (Figura 18) responsável pelo tipo de junta que conecta os elos  $i$  e  $i+1$ , o alelo 1 indica que a junta é rotativa e o alelo 0 indica que a junta é prismática. Em uma mesma cadeia cinemática, as características geométricas apresentadas por um elo  $i$ , em relação ao elo  $i+1$ , dependem do valor dos alelos atribuídos aos genes. Os valores dos alelos são mudados através de mutações ocorridas ao longo do processo de geração das soluções.

Outro aspecto importante é o tipo de estrutura que os genes apresentam. Tais estruturas podem ser do tipo unária ou do tipo binária, dependendo dos objetivos de projeto requeridos pelo usuário. Por exemplo, o gene responsável pelo tipo de junta que o elo deverá apresentar, terá estrutura unária se o usuário requerir a presença apenas de juntas rotativas, no conjunto de soluções finais, e não será possível mudá-lo através de mutações. A Figura 18 apresenta a estrutura genética de um elo  $i$  e alguns exemplos da geometria que

os elos podem apresentar dependendo do valor dos alelos de seus códigos genéticos.

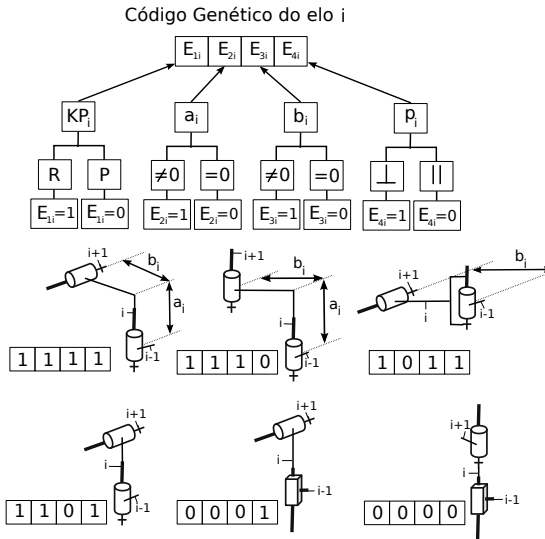


Figura 18 – Código genético de um elo  $i$  e exemplos de elos com diferentes códigos genéticos.

A abordagem da Morfologia Evolucionária gera as pernas dos manipuladores paralelos a partir dos requisitos de projeto requeridos pelo usuário. Primeiramente, o algoritmo identifica a estrutura genética (se é binária ou não) dos elementos que serão utilizados para montar as soluções, chamados de *elementos constituintes*. Então, o algoritmo inicia a montagem das soluções combinando os elementos constituintes e realizando mutações da estrutura genética de cada elo para gerar todas as possíveis soluções. A Figura 19 apresenta o diagrama de atividades da Morfologia Evolucionária. O processo completo de síntese é ilustrado na Figura 20 e pode ser descrito da seguinte maneira:

**Etapa 1.** Os elementos constituintes são escolhidos. Esses elementos serão as peças utilizadas pelo algoritmo para montar os mecanismos;

**Etapa 2.** Os elementos constituintes são combinados entre si para gerar pernas simples;



- Etapa 3.** As soluções obtidas até o momento são recombinadas entre si e também com os elementos constituintes obtidos na Etapa 1, com o objetivo de gerar circuitos fechados;
- Etapa 4.** Os circuitos fechados obtidos na Etapa 3 serão utilizados como elementos constituintes juntos com os elementos obtidos na Etapa 1. A partir desse momento, o algoritmo combinará os circuitos fechados com os elementos simples para gerar novas soluções;
- Etapa 5.** Novas soluções são obtidas combinando os circuitos fechados com os elementos simples e recombinando essas soluções, até que os objetivos de projeto sejam alcançados. Essa é a etapa final do algoritmo;
- Etapa 6.** E por fim, as soluções geradas pela Morfologia Evolucionária são utilizadas na montagem de diversos manipuladores paralelos.

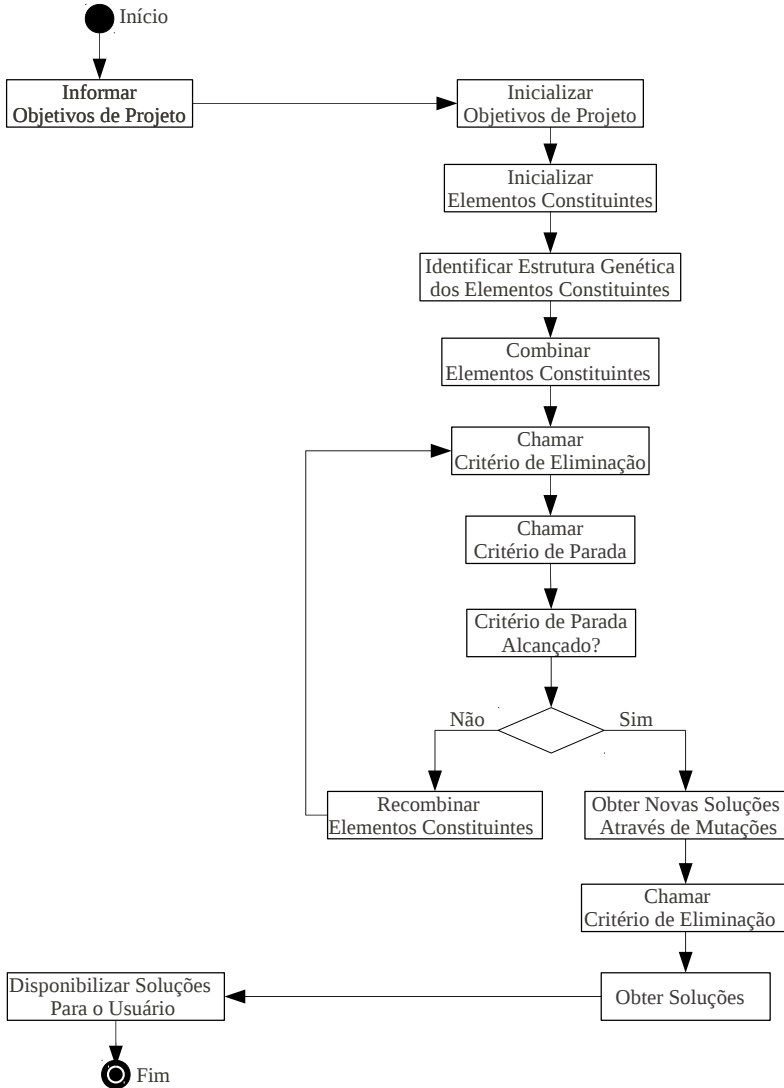


Figura 19 – Diagrama de atividades da Morfologia Evolucionária.

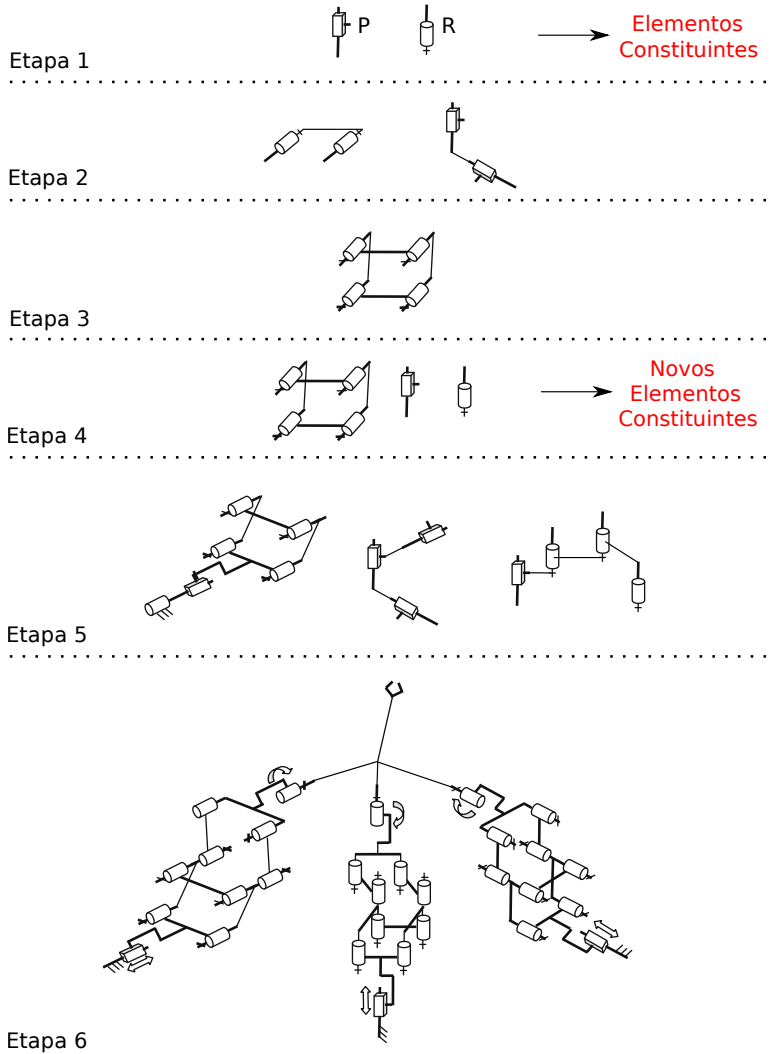


Figura 20 – Etapas da Morfologia Evolucionária na geração de mecanismos.

## 2.2 CONCLUSÕES DO CAPÍTULO

Neste capítulo foi apresentado o estado da arte em síntese do tipo de manipuladores paralelos utilizando as principais abordagens existentes. Primeiramente, foi realizado um estudo sobre manipuladores paralelos e, em seguida, as principais abordagens referentes a síntese do tipo foram mostradas. O processo de síntese do tipo é basicamente dividido em duas etapas em todas as abordagens: (1) geração de pernas e (2) montagem dos manipuladores paralelos. A grande diferença é o critério de classificação das pernas obtidas na primeira etapa e a maneira de obtenção do manipulador paralelo na segunda etapa. De acordo com a Tabela 3, as fases de síntese do tipo de cada abordagem podem ser relacionadas da seguinte maneira:

**Etapa 1.** Enquanto a *Abordagem dos Subgrupos de Deslocamentos* e a *Morfologia evolucionária* classificam as pernas de acordo com o movimento que pode ser gerado no elo de saída, a *Abordagem da Cadeia Virtual* classifica pela restrição (sistema heliforça) dos movimentos do elo de saída de cada perna.

**Etapa 2.** Na etapa de montagem das pernas entre a base e a plataforma móvel do manipulador paralelo, a *Morfologia Evolucionária* e a *Abordagem dos Subgrupos de Deslocamentos* utilizam a intersecção dos movimentos de saída de cada perna, a fim de possibilitar o movimento desejado na plataforma móvel. Já a *Abordagem da Cadeia Virtual*, combina as restrições (heliforças) de movimento de cada perna com a finalidade de restringir os movimentos indesejáveis da plataforma móvel.

Tabela 3 – Comparação das etapas de síntese de cada método.

Abordagem	Etapa 1	Etapa 2
	Geração de Pernas	Montagem do Manipulador
<b>Cadeia Virtual</b>	sistema heliforça resultante da perna	combinação dos sistemas de heliforças de todas as pernas
<b>Subgrupos de Deslocamentos</b>	representação do movimento de saída por subgrupos de deslocamentos	intersecção dos subgrupos de deslocamentos de todas as pernas
<b>Morfologia Evolucionária</b>	movimento de saída da perna (espacialidade)	intersecção dos movimentos de saída das pernas

### 3 CLASSIFICAÇÃO E COMPARAÇÃO DE PERNAS

Em um manipulador paralelo, os possíveis movimentos que a plataforma móvel pode realizar em relação a base fixa podem ser representados por um sistema de helicoides. Como apresentado no Capítulo 2, um helicóide chamado heligiro ( $\xi$ ) representa o movimento instantâneo de um corpo em relação à outro. A base canônica de um sistema heligiro pode ser utilizada para representar os graus de liberdade da plataforma móvel. O sistema heligiro de um manipulador que apresenta 6-DoF, por exemplo, é representado pelo seguinte sistema:

$$T : \begin{cases} \xi_0 = (1\ 0\ 0; 0\ 0\ 0) & \xi_{\infty} = (0\ 0\ 0; 1\ 0\ 0) \\ \xi_0 = (0\ 1\ 0; 0\ 0\ 0) & \xi_{\infty} = (0\ 0\ 0; 0\ 1\ 0) \\ \xi_0 = (0\ 0\ 1; 0\ 0\ 0) & \xi_{\infty} = (0\ 0\ 0; 0\ 0\ 1) \end{cases} \quad (3.1)$$

Os três primeiros heligiros ( $\xi_0$ ) na Equação 3.1 representam três rotações distintas em torno dos eixos  $x$ ,  $y$  e  $z$ , respectivamente. Já os três últimos heligiros ( $\xi_{\infty}$ ) representam três translações ao longo dos eixos  $x$ ,  $y$  e  $z$ , respectivamente. Neste capítulo, as pernas geradas por cada abordagem serão separadas de acordo com o tipo e quantidade de heligiros presentes na base de seus sistemas de helicoides, o que permitirá uma melhor percepção das diferenças nas soluções geradas por cada abordagem de síntese do tipo.

Para a representação das soluções será utilizada a notação apresentada na Tabela 4. Tal notação é referente aos tipos de juntas presentes em cada perna e à geometria entre seus respectivos eixos (entre as juntas  $i$  e  $i+1$ ).

Quando existirem mais de duas juntas em uma mesma cadeia cinemática, a junta  $i+2$  deverá apresentar sua relação geométrica em relação à junta  $i$  quando necessário. Por exemplo, a notação  $R \perp P \perp \parallel H$  (Figura 21 (a)) indica que o eixo da junta  $R$  é perpendicular ao eixo da junta  $P$  e o eixo da junta  $H$ , além de ser perpendicular ao eixo da junta  $P$ , é paralelo ao eixo da junta  $R$ . As intersecções dos eixos das juntas também deverão ser consideradas. Por exemplo, a notação  $P \perp P \perp \perp \bar{R} \perp \bar{R} \bar{R}$  (Figura 21 (b)) indica que o eixo das juntas  $R$  se intersectam em um mesmo ponto.

Tabela 4 – Simbologia utilizada na representação das soluções.

Notação	Descrição
P	Junta prismática
R	Junta Rotativa
H	Junta Helicoidal
$\perp$	Existe um ângulo de exatamente $90^\circ$ entre os eixos das juntas $i$ e $i+1$
$\parallel$	Os eixos das juntas $i$ e $i+1$ são paralelos
$\nmid$	Existe um ângulo genérico ( $0 < x < 90^\circ$ ) entre os eixos das juntas $i$ e $i+1$
$\acute{R}\parallel\acute{H}$	Os eixos das juntas 'R' e 'H' são coaxiais
$\acute{R}\acute{R}$	Os eixos das juntas se intersectam em um mesmo ponto
(PPP)	Todas as combinações possíveis de ângulos ( $\perp$ e $\nmid$ ) entre as juntas
$\#$	Não existe ou não foi encontrado trabalho referente ao tipo de movimento
$\emptyset$	A solução referente ao tipo de movimento não foi encontrada ou não é gerada pelo método

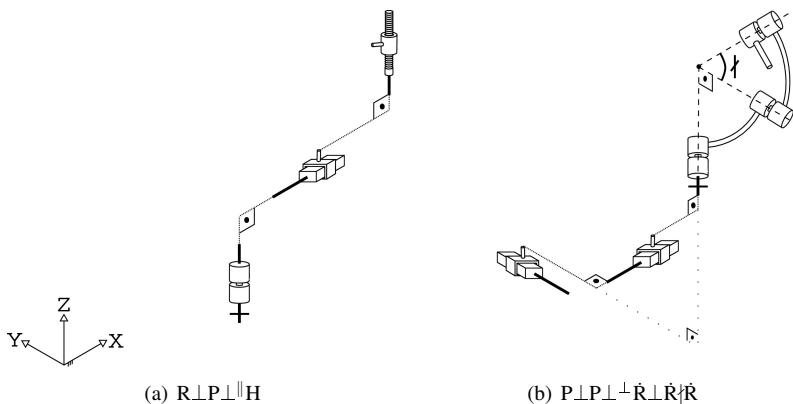


Figura 21 – Exemplo de montagem de pernas.

### 3.1 PERNAS COM DUAS JUNTAS

Esse tipo de perna é utilizado na construção de manipuladores paralelos que necessitam de no máximo dois movimentos distintos na plataforma móvel. A base de seu sistema heligiro apresenta apenas dois helicoides linearmente independentes, os quais podem representar os seguintes movimentos: duas translações ortogonais, duas rotações ortogonais ou a combinação de uma translação e uma rotação.

#### 3.1.1 Pernas com dois movimentos translacionais (2T)

A base do sistema heligiro desse tipo de perna pode ser representada pelo seguinte sistema:

$$T_1 : \begin{cases} \xi_{\infty} = (0\ 0\ 0; 1\ 0\ 0) \\ \xi_{\infty} = (0\ 0\ 0; 0\ 1\ 0) \end{cases} \quad (3.2)$$

O sistema de helicoides apresentado na Equação 3.2 é constituído por dois heligiros de passo infinito ( $\xi_{\infty}$ ), os quais representam duas translações distintas do elo de saída em relação à base fixa.

A Tabela 5 apresenta as soluções geradas por cada abordagem de síntese do tipo, que pertencem a essa classe de perna. Não foi encontrado nenhum trabalho referente à *Abordagem da Cadeia Virtual* que apresentasse esse tipo de solução.

Tabela 5 – Pernas com dois movimentos translacionais.

Arranjo de Juntas das Abordagens			Obs.
Cadeia Virtual	Morfologia Evolucionária	Subgrupos de Deslocamentos	
#	P⊥P	P⊥P	
#	∅	P P	

#### 3.1.2 Pernas com dois movimentos rotacionais (2R)

A base do sistema heligiro desse tipo de perna pode ser representada pelo seguinte sistema:

$$T_1 : \begin{cases} \xi_0 = (1\ 0\ 0; 0\ 0\ 0) \\ \xi_0 = (0\ 1\ 0; 0\ 0\ 0) \end{cases} \quad (3.3)$$

O sistema de helicoides apresentado na Equação 3.3 é constituído por dois heligiros de passo zero ( $\xi_0$ ), os quais representam duas rotações em torno de dois eixos distintos. Esses movimentos podem ser realizados pelo elo de saída em relação à base fixa.

A Tabela 6 apresenta as soluções geradas por cada abordagem de síntese do tipo, que pertencem a essa classe de perna. Não foi encontrado nenhum trabalho referente à *Abordagem da Cadeia Virtual* que apresentasse esse tipo de solução.

Tabela 6 – Pernas com dois movimentos rotacionais.

Arranjo de Juntas das Abordagens			Obs.
Cadeia Virtual	Morfologia Evolucionária	Subgrupos de Deslocamentos	
$\#$	$\dot{R} \perp \dot{R}$	$\dot{R} \perp \dot{R}$	(a)(b)
$\#$	$\emptyset$	$\dot{R} \nparallel \dot{R}$	(a)

(a) - Os eixos das juntas 'R' se intersectam em um mesmo ponto.

(b) - Equivalente à junta universal.

### 3.1.3 Pernas com um movimento rotacional e um movimento translacional (1R1T)

A base do sistema heligiro desse tipo de perna pode ser representada por um dos seguintes sistemas:

$$T_1 : \begin{cases} \xi_0 = (1\ 0\ 0; 0\ 0\ 0) \\ \xi_\infty = (0\ 0\ 0; 0\ 1\ 0) \end{cases} \quad (3.4)$$

$$T_2 : \begin{cases} \xi_0 = (1\ 0\ 0; 0\ 0\ 0) \\ \xi_\infty = (0\ 0\ 0; 1\ 0\ 0) \end{cases} \quad (3.5)$$

Ambos os sistemas de helicoides são constituídos por um heligiro de passo zero ( $\xi_0$ ) e por um heligiro de passo infinito ( $\xi_\infty$ ). A Equação 3.4 representa uma rotação e uma translação em eixos distintos, que o elo de saída pode realizar em relação à base fixa. Já a Equação 3.5 representa uma translação ao longo do mesmo eixo de rotação.

A Tabela 7 apresenta as soluções geradas por cada abordagem de síntese do tipo, que pertencem a essa classe de perna. Não foi encontrado nenhum trabalho referente à *Abordagem da Cadeia Virtual* que apresentasse esse tipo de solução.



Tabela 7 – Pernas com um movimento translacional e um movimento rotacional.

Arranjo de Juntas das Abordagens			Obs.
Cadeia Virtual	Morfologia Evolucionária	Subgrupos de Deslocamentos	
$\#$	$P \parallel R$	$P \parallel R$	(b)
$\#$	$\emptyset$	$P \parallel H$	(b)
$\#$	$\emptyset$	$\acute{H} \parallel \acute{R}, \acute{H} \parallel \acute{H}$	(a)(b)
$\#$	$P \perp R$	$P \perp R$	

(a) - Os eixos das juntas são coaxiais.

(b) - Equivalente à junta cilíndrica.

### 3.1.4 Pernas com bases múltiplas de movimentos (2 juntas)

Pernas com bases múltiplas de movimentos são aquelas que podem produzir mais de um tipo de movimento. Por exemplo, a perna  $R \perp P$  pode produzir uma translação e uma rotação ou apenas duas translações. Gogu (2008) apresenta diversos tipos de pernas com bases múltiplas de movimentos. A Tabela 8 apresenta pernas com duas juntas que possuem as características mencionadas.

Uma observação importante é que somente a *Morfologia Evolucionária* gera pernas com bases múltiplas de movimentos. Portanto, as tabelas referentes às soluções com essas características (ao longo do capítulo) não apresentarão a indicação das outras abordagens estudadas.

Tabela 8 – Pernas que podem produzir os seguintes movimentos: uma rotação e uma translação ou duas translações.

Abordagem	Arranjo de juntas	Obs.
Morfologia Evolucionária	$R \perp P, R \parallel R, R \perp R$	(a)
		(b)

(a) - O eixo de uma junta 'R' não se intersecta com o eixo de outra junta 'R'.

(b) - Pernas com bases múltiplas de movimentos.

## 3.2 PERNAS COM TRÊS JUNTAS

Esse tipo de perna é utilizado na construção de manipuladores paralelos que necessitam de no máximo três movimentos distintos na plataforma móvel. A base de seu sistema heligiro apresenta apenas três helicoides linear-

mente independentes, os quais podem representar os seguintes movimentos: três translações ortogonais, duas rotações e uma translação, uma rotação e duas translações ou três rotações ortogonais.

### 3.2.1 Pernas com três movimentos translacionais (3T)

A base do sistema heligiro desse tipo de perna pode ser representada pelo seguinte sistema:

$$T_1 : \begin{cases} \xi_{x0} = (0\ 0\ 0; 1\ 0\ 0) \\ \xi_{y0} = (0\ 0\ 0; 0\ 1\ 0) \\ \xi_{z0} = (0\ 0\ 0; 0\ 0\ 1) \end{cases} \quad (3.6)$$

O sistema de helicoides apresentado na Equação 3.6 é constituído por três heligiros de passo infinito ( $\xi_{x0}$ ), os quais representam três translações ao longo de três eixos distintos. Esses movimentos podem ser realizados pelo elo de saída em relação à base fixa.

A Tabela 9 apresenta as soluções geradas por cada abordagem de síntese do tipo, que pertencem a essa classe de perna.

Tabela 9 – Pernas com três movimentos translacionais.

Arranjo de Juntas das Abordagens			Obs.
Cadeia Virtual	Morfologia Evolucionária	Subgrupos de Deslocamentos	
P P P	⊙	P P P	(a)
P⊥P P	⊙	P⊥P P	
P⊥P⊥ <sup>⊥</sup> P	P⊥P⊥ <sup>⊥</sup> P	P⊥P⊥ <sup>⊥</sup> P	

(a) - As direções das juntas 'P' não podem ser todas paralelas a um mesmo plano.

### 3.2.2 Pernas com dois movimentos rotacionais e um movimento translacional (2R1T)

A base do sistema heligiro desse tipo de perna pode ser representada pelo seguinte sistema:

$$T_1 : \begin{cases} \xi_0 = (1\ 0\ 0; 0\ 0\ 0) \\ \xi_0 = (0\ 1\ 0; 0\ 0\ 0) \\ \xi_{x0} = (0\ 0\ 0; 1\ 0\ 0) \end{cases} \quad (3.7)$$

O sistema de helicoides apresentado na Equação 3.7 é constituído por dois heliembros de passo zero ( $\xi_0$ ) e um heliembro de passo infinito ( $\xi_\infty$ ), que representam duas rotações em torno de dois eixos distintos e uma translação ao longo de um dos eixos de rotação. Esses movimentos podem ser realizados pelo elo de saída em relação à base fixa.

A Tabela 10 apresenta as soluções geradas por cada abordagem de síntese do tipo, que pertencem a essa classe de perna.

Tabela 10 – Pernas com dois movimentos rotacionais e um movimento translacional.

Arranjo de Juntas das Abordagens			Obs.
Cadeia Virtual	Morfologia Evolucionária	Subgrupos de Deslocamentos	
$\dot{R}\perp\dot{R}\perp P$	$\dot{R}\perp\dot{R}\perp P$	$\dot{R}\perp\dot{R}\perp P$	(a)
$\emptyset$	$\dot{R}\parallel P\perp\dot{R}, P\parallel\dot{R}\perp\dot{R}$	$\dot{R}\parallel P\perp\dot{R}, P\parallel\dot{R}\perp\dot{R}$	(a)

(a) - Os eixos das juntas 'R' se intersectam em um mesmo ponto quando indicados.

### 3.2.3 Pernas com um movimento rotacional e dois movimentos translacionais (1R2T)

A base do sistema heliembro desse tipo de perna pode ser representada por um dos seguintes sistemas:

$$T_1 : \begin{cases} \xi_0 = (1\ 0\ 0; 0\ 0\ 0) \\ \xi_\infty = (0\ 0\ 0; 0\ 1\ 0) \\ \xi_\infty = (0\ 0\ 0; 0\ 0\ 1) \end{cases} \quad (3.8)$$

$$T_2 : \begin{cases} \xi_0 = (1\ 0\ 0; 0\ 0\ 0) \\ \xi_\infty = (0\ 0\ 0; 1\ 0\ 0) \\ \xi_\infty = (0\ 0\ 0; 0\ 1\ 0) \end{cases} \quad (3.9)$$

Ambos os sistemas de helicoides são constituídos por um heliembro de passo 0 ( $\xi_0$ ) e dois heliembros de passo infinito ( $\xi_\infty$ ). A Equação 3.8 representa o movimento conhecido como planar, o qual é constituído por duas translações independentes e uma rotação em torno de um eixo que é perpendicular ao plano de translação. Já a Equação 3.9 representa duas translações independentes e uma rotação em torno de um eixo paralelo ao plano de translação. A Tabela 11 apresenta as soluções geradas por cada abordagem de síntese do tipo, que pertencem a essa classe de perna.

Tabela 11 – Pernas com dois movimentos translacionais e um movimento rotacional.

Arranjo de Juntas das Abordagens			Obs.
Cadeia Virtual	Morfologia Evolucionária	Subgrupos de Deslocamentos	
$R\ R\ R$	$R\ R\ R$	$R\ R\ R$	(a)(b)
$\emptyset$	$P\perp P\perp\perp R, P\perp R\perp\perp P,$ $R\ R\perp P, R\perp P\perp\ R$	$P\perp P\perp\perp R, P\perp R\perp\perp P,$ $R\ R\perp P, R\perp P\perp\ R$	(a)(b)
$P\perp P\ R, P\perp P\perp\ R$	$P\perp P\ R, P\perp P\perp\ R$	$\emptyset$	(c)
$P\ P\ R, P\ P\ R$	$\emptyset$	$\emptyset$	(c)

(a) - O eixo de uma junta 'R' não se intersecta com o eixo de outra junta 'R'.

(b) - Movimento Planar.

(c) - O eixo das juntas 'R' e as direções das juntas 'P' são paralelas a um mesmo plano.

### 3.2.4 Pernas com três movimentos rotacionais (3R)

A base do sistema heligiro desse tipo de perna pode ser representada pelo seguinte sistema:

$$T_1 : \begin{cases} \xi_0 = (1\ 0\ 0; 0\ 0\ 0) \\ \xi_0 = (0\ 1\ 0; 0\ 0\ 0) \\ \xi_0 = (0\ 0\ 1; 0\ 0\ 0) \end{cases} \quad (3.10)$$

O sistema de helicoides apresentado na Equação 3.10 é constituído por três heligiros de passo zero ( $\xi_0$ ). Esses helicoides representam três rotações em torno de três eixos distintos (não coplanares), que o elo de saída pode realizar em relação à base fixa. A Tabela 12 apresenta as soluções geradas por cada abordagem de síntese do tipo, que pertencem a essa classe de perna.

Tabela 12 – Pernas com três movimentos rotacionais.

Arranjo de Juntas das Abordagens			Obs.
Cadeia Virtual	Morfologia Evolucionária	Subgrupos de Deslocamentos	
$\hat{R}\perp\hat{R}\perp\perp\hat{R}$	$\hat{R}\perp\hat{R}\perp\perp\hat{R}$	$\hat{R}\perp\hat{R}\perp\perp\hat{R}$	(a)
$\hat{R}\perp\hat{R}\  \hat{R}$	$\emptyset$	$\hat{R}\perp\hat{R}\  \hat{R}$	
$\hat{R}\  \hat{R}\  \hat{R}$	$\emptyset$	$\hat{R}\  \hat{R}\  \hat{R}$	(a)(b)

(a) - Os eixos das juntas 'R' se intersectam em um mesmo ponto.

(b) - Os eixos das juntas 'R' não podem ser todos paralelos a um mesmo plano.

### 3.2.5 Pernas com bases múltiplas de movimentos (3 juntas)

A Tabela 13 apresenta pernas com três juntas que possuem bases múltiplas de movimentos. É importante observar que as soluções foram classificadas em dois tipos diferentes de bases múltiplas de movimentos, na tabela em questão.

Tabela 13 – Pernas com três juntas que possuem bases múltiplas de movimentos.

Abordagem	Arranjo de Juntas	Obs.
Morfologia Evolucionária	$P\ R\perp P, R\perp P\perp\ P, R\ P\perp P$	(a)
	$P\ R\perp R, P\ R\ R, P\perp R\perp R, R\perp R\perp R, R\perp P\perp\perp R, R\ P\ R, R\ P\perp R$	(b)
	$\dot{R}\perp\dot{R}\ R, \dot{R}\perp P\ \dot{R}, \dot{R}\perp\dot{R}\ P$	(b)

(a) - Pernas que podem produzir: duas translações e uma rotação ou três translações.

(b) - Pernas que podem produzir: duas rotações e uma translação ou uma rotação e duas translações.

## 3.3 PERNAS COM QUATRO JUNTAS

Esse tipo de perna é utilizado na construção de manipuladores paralelos que necessitam de no máximo quatro movimentos distintos na plataforma móvel. A base de seu sistema heligiro apresenta quatro helicoides linearmente independentes, os quais podem representar os seguintes movimentos: uma rotação e três translações ortogonais (movimento *Schönflies*), duas rotações e duas translações ou três rotações ortogonais e uma translação.

### 3.3.1 Pernas com um movimento rotacional e três movimentos translacionais - movimento *Schönflies* (1R3T)

A base do sistema heligiro desse tipo de perna pode ser representada pelo seguinte sistema:

$$T_1 : \begin{cases} \xi_0 = (1\ 0\ 0; 0\ 0\ 0) \\ \xi_{\infty} = (0\ 0\ 0; 1\ 0\ 0) \\ \xi_{\infty} = (0\ 0\ 0; 0\ 1\ 0) \\ \xi_{\infty} = (0\ 0\ 0; 0\ 0\ 1) \end{cases} \quad (3.11)$$

O sistema de helicoides apresentado na Equação 3.11 é constituído por um heligi-ro de passo zero ( $\xi_0$ ) e três heligi-ros de passo infinito ( $\xi_{\infty}$ ). Esses he-licoides representam três translações distintas e uma rotação em torno de um dos eixos de translação. A Tabela 14 apresenta as soluções geradas por cada abordagem de síntese do tipo, que pertencem a essa classe de perna.

Tabela 14 – Pernas com três movimentos translacionais e um movimento rota-cional.

Obs.	Arranjo de Juntas	Abordagens		
		(1)	(2)	(3)
	$P  R  R  R, R  P  R  R$	•	•	•
	$P\perp P\perp   R  R, P\perp P  R  R, P  R\perp P\perp   R, P  R  R\perp P, R  P  R\perp P, R  P\perp P\perp   R$	•	•	•
	$P  R\perp P\perp \perp P, P\perp P\perp \perp P\perp \perp R, P\perp P\perp \perp P  R, P\perp P\perp \perp P\perp   R, P\perp P\perp \perp R  P, P\perp P\perp   R\perp P, P\perp P  R\perp P, P\perp R\perp P\perp   P$	•	•	•
(a)	$(PPP)\}H, (PP)\}H\{P$			•
(b)	$H\}P\}P\}H, H  P\}P\}H, H\}P\}P  H, H  P\perp P\perp H, H\}P\}P\}R,$			•
(c)	$H  P\}P\}R, H\}P\}P  R, H  P\perp P\perp   R$			•
	$R  R  R  H, R  R  H  R, R  R  H  H, R  H  R  H, R  H  H  R, H  R  R  H, H  H  H  R, H  H  R  H, H  H  H  H, P  R  R  H, P\}R  R  H, P  R  H  R, P\}R  H  R, P  H  R  R, P\}H  R  R, P  R  H  H, P\}R  H  H, P  H  R  H, P\}H  R  H, P  H  H  R, P\}H  H  R, P  H  H  H, P\}H  H  H, H  P  R  R, H\}P\}  R  R, R  P  H  R, R\}P\}  H  R, R  P  R  H, R\}P\}  R  H, H  P  H  R, H\}P\}  H  R, H  P  R  H, H\}P\}  R  H, R  P  H  H, R\}P\}  H  H, H\}P\}  H  H, H  P  H  H, P\perp P  R  H, P\perp P\perp   R  H, P\}P  R  H, P\}P  H  H, P\perp P\perp   H  H, P\perp P  R  H, P\}P  H  R, P\perp P\perp   H  R, P\perp P  H  R, P  R\}P\}  H, P\}R  P  H, P\perp R  P  H, P  R\perp P\perp   H, P  H\}P\}  R, P\}H  P  R, P\perp H  P  R, P  H\perp P\perp   R, P  H\}P\}  H, P\}H  P  H, P\perp H  P  H, P  H\perp P\perp   H, P  R  H\}P, P\}R  H  P, P  R  H\perp P, P\perp R  H  P, P  H  H\}P$			•
(c)	$P\}H  H\}P, P\}P\}  R  H, P\}P\}R  H, P\}P\}H  H, P\}P\}  H  H, P\}P\}H  R, P\}P\}  H  R, P\}R\}P\}  H, P\}H\}P\}  R, P\}H\}P\}  H, P\}R  H\}P$			•

*continua na próxima página...*

<i>...continuação da página anterior</i>			
(c)	$P\dot{H}\ \dot{H}P, P\dot{P}\ \dot{R}\ \dot{H}, P\dot{P}\ \dot{R}\ \dot{H}, P\dot{P}\ \dot{H}\ \dot{H}, P\dot{P}\ \dot{H}\ \dot{H}, P\dot{P}\ \dot{H}\ \dot{R}, P\dot{P}\ \dot{H}\ \dot{R}, P\dot{R}\ \dot{P}\ \dot{H}, P\dot{H}\ \dot{P}\ \dot{R}, P\dot{H}\ \dot{P}\ \dot{H}, P\dot{R}\ \dot{H}\dot{P}$		•
(a)	$(PPP)\dot{R}, (PP)\dot{R}\dot{P}$	•	•
(c)	$P\dot{R}\ \dot{R}\ \dot{R}, R\dot{P}\ \dot{R}\ \dot{R}, P\dot{R}\ \dot{R}\dot{P}, P\ \dot{R}\ \dot{R}\dot{P}, P\dot{P}\ \dot{R}\ \dot{R}, P\dot{P}\ \dot{R}\ \dot{R}, P\dot{P}\ \dot{R}\ \dot{R}, P\dot{R}\ \dot{P}\ \dot{R}, P\ \dot{R}\ \dot{P}\ \dot{R}, P\dot{R}\ \dot{P}\ \dot{R}$	•	•
(b)(c)	$R\dot{P}\ \dot{P}\dot{R}, R\ \dot{P}\dot{P}\dot{R}$	•	•
(a)	$(PPP)\dot{H}, (PP)\dot{H}\dot{P}$		•
(b)(c)	$H\dot{P}\ \dot{P}\dot{H}, H\ \dot{P}\dot{P}\ \dot{H}, H\dot{P}\ \dot{P}\ \dot{H}, H\ \dot{P}\perp\dot{P}\ \dot{H}, H\dot{P}\ \dot{P}\dot{R}, H\ \dot{P}\dot{P}\ \dot{R}, H\dot{P}\ \dot{P}\ \dot{R}, H\ \dot{P}\perp\dot{P}\ \dot{R}$		•
	$R\ \dot{R}\ \dot{R}\ \dot{H}, R\ \dot{R}\ \dot{H}\ \dot{R}, R\ \dot{R}\ \dot{H}\ \dot{H}, R\ \dot{H}\ \dot{R}\ \dot{H}, R\ \dot{H}\ \dot{H}\ \dot{R}, H\ \dot{R}\ \dot{R}\ \dot{H}, H\ \dot{H}\ \dot{H}\ \dot{R}, H\ \dot{H}\ \dot{R}\ \dot{H}, H\ \dot{H}\ \dot{H}\ \dot{H}, P\ \dot{R}\ \dot{R}\ \dot{H}, P\dot{R}\ \dot{R}\ \dot{H}, P\ \dot{R}\ \dot{H}\ \dot{R}, P\dot{R}\ \dot{H}\ \dot{R}, P\ \dot{H}\ \dot{R}\ \dot{R}, P\dot{H}\ \dot{R}\ \dot{R}, P\ \dot{R}\ \dot{H}\ \dot{H}, P\dot{R}\ \dot{H}\ \dot{H}, P\ \dot{H}\ \dot{R}\ \dot{H}, P\dot{H}\ \dot{R}\ \dot{H}, P\ \dot{H}\ \dot{H}\ \dot{R}, P\dot{H}\ \dot{H}\ \dot{R}, P\ \dot{H}\ \dot{H}\ \dot{H}, P\dot{H}\ \dot{H}\ \dot{H}, H\ \dot{P}\ \dot{R}\ \dot{R}, H\dot{P}\ \dot{R}\ \dot{R}, R\ \dot{P}\ \dot{H}\ \dot{R}, R\dot{P}\ \dot{H}\ \dot{R}, R\ \dot{P}\ \dot{R}\ \dot{H}, R\dot{P}\ \dot{R}\ \dot{H}, H\ \dot{P}\ \dot{H}\ \dot{R}, H\dot{P}\ \dot{H}\ \dot{R}, H\ \dot{P}\ \dot{R}\ \dot{H}, H\dot{P}\ \dot{R}\ \dot{H}, R\ \dot{P}\ \dot{H}\ \dot{H}, R\dot{P}\ \dot{H}\ \dot{H}, H\dot{P}\ \dot{H}\ \dot{H}, H\ \dot{P}\ \dot{H}\ \dot{H}, P\perp\dot{P}\ \dot{R}\ \dot{H}, P\perp\dot{P}\ \dot{R}\ \dot{H}, P\dot{P}\ \dot{R}\ \dot{H}, P\dot{P}\ \dot{H}\ \dot{H}, P\perp\dot{P}\ \dot{H}\ \dot{H}, P\perp\dot{P}\ \dot{R}\ \dot{H}, P\dot{P}\ \dot{H}\ \dot{R}, P\perp\dot{P}\ \dot{H}\ \dot{R}, P\perp\dot{P}\ \dot{H}\ \dot{R}, P\ \dot{R}\ \dot{P}\ \dot{H}, P\dot{R}\ \dot{P}\ \dot{H}, P\perp\dot{R}\ \dot{P}\ \dot{H}, P\ \dot{R}\ \dot{P}\ \dot{H}, P\ \dot{H}\ \dot{P}\ \dot{R}, P\dot{H}\ \dot{P}\ \dot{R}, P\perp\dot{H}\ \dot{P}\ \dot{R}, P\ \dot{H}\ \dot{P}\ \dot{R}, P\ \dot{H}\ \dot{P}\ \dot{H}, P\perp\dot{H}\ \dot{P}\ \dot{R}, P\ \dot{H}\ \dot{P}\ \dot{H}, P\dot{R}\ \dot{H}\ \dot{P}, P\ \dot{R}\ \dot{H}\ \dot{P}, P\perp\dot{R}\ \dot{H}\ \dot{P}, P\ \dot{H}\ \dot{H}\ \dot{P}$		•

(1) - Cadeia Virtual.

(2) - Morfologia Evolucionária.

(3) - Subgrupos de Deslocamentos.

(a) - Todas as combinações possíveis de ângulos entre as juntas 'P' ( $\|\$  e  $\dot{P}$ ) e as juntas 'P' não podem ser todas paralelas a um mesmo plano.

(b) - Todas as juntas 'R' e 'H' são paralelas umas com as outras.

(c) - As juntas 'P' não podem ser paralelas umas com as outras.

### 3.3.2 Pernas com dois movimentos rotacionais e dois movimentos translacionais (2R2T)

A base do sistema heligiro desse tipo de perna pode ser representada

por um dos seguintes sistemas:

$$T_1 : \begin{cases} \xi_0 = (1\ 0\ 0; 0\ 0\ 0) \\ \xi_0 = (0\ 1\ 0; 0\ 0\ 0) \\ \xi_\infty = (0\ 0\ 0; 1\ 0\ 0) \\ \xi_\infty = (0\ 0\ 0; 0\ 1\ 0) \end{cases} \quad (3.12)$$

$$T_2 : \begin{cases} \xi_0 = (1\ 0\ 0; 0\ 0\ 0) \\ \xi_0 = (0\ 0\ 1; 0\ 0\ 0) \\ \xi_\infty = (0\ 0\ 0; 1\ 0\ 0) \\ \xi_\infty = (0\ 0\ 0; 0\ 1\ 0) \end{cases} \quad (3.13)$$

Ambos os sistemas de helicoides são constituídos por dois heliembros de passo zero ( $\xi_0$ ) e por dois heliembros de passo infinito ( $\xi_\infty$ ). A Equação 3.12 representa duas translações planares e duas rotações pertencentes ao mesmo plano de translação. Já a Equação 3.13 representa duas translações planares e uma das rotações ortogonal ao plano de translação. Para essa classe de pernas, nenhum trabalho referente à *Abordagem da Cadeia Virtual* e à *Abordagem dos Subgrupos de Deslocamentos* foi encontrado nas referências pesquisadas. A Tabela 15 apresenta as soluções geradas pela *Morfologia Evolucionária*.

### 3.3.3 Pernas com três movimentos rotacionais e um movimento translacional (3R1T)

A base do sistema heliembro desse tipo de perna pode ser representada pelo seguinte sistema:

$$T_1 : \begin{cases} \xi_0 = (1\ 0\ 0; 0\ 0\ 0) \\ \xi_0 = (0\ 1\ 0; 0\ 0\ 0) \\ \xi_0 = (0\ 0\ 1; 0\ 0\ 0) \\ \xi_\infty = (0\ 0\ 0; 1\ 0\ 0) \end{cases} \quad (3.14)$$

O sistema de helicoides apresentado na Equação 3.14 é constituído por três heliembros de passo zero ( $\xi_0$ ) e um heliembro de passo infinito ( $\xi_\infty$ ). Esses helicoides representam três rotações em torno de três eixos distintos (não coplanares) e uma translação, que o elo de saída pode realizar em relação à base fixa. A Tabela 16 apresenta as soluções geradas por cada abordagem de síntese do tipo, que pertencem a essa classe de perna.



Tabela 15 – Pernas com dois movimentos translacionais e dois movimentos rotacionais.

Arranjo de Juntas das Abordagens			Obs.
Cadeia Virtual	Morfologia Evolucionária	Subgrupos de Deslocamentos	
$\emptyset$	$P \perp P \parallel \dot{R} \perp \dot{R}$ , $P \perp P \parallel \dot{R} \perp \dot{R}$ , $P \perp P \perp \perp \dot{R} \perp \dot{R}$ , $P \perp R \parallel \dot{R} \perp \dot{R}$ , $R \parallel R \parallel \dot{R} \perp \dot{R}$ , $R \perp P \perp \parallel \dot{R} \perp \dot{R}$	$\nexists$	(a)
$\emptyset$	$P \perp \dot{C} \perp \dot{R}$ , $R \perp P \perp C$	$\nexists$	(a)(b)
$\emptyset$	$P \perp R \parallel P \perp R$ , $P \perp R \perp P \perp \perp R$ , $R \parallel R \perp P \perp \perp R$ , $R \perp P \perp \perp P \parallel R$	$\nexists$	(c)
$R \perp P \perp \parallel R \perp \parallel R$	$R \perp P \perp \parallel R \perp \parallel R$	$\nexists$	
$R \parallel R \perp R \parallel R$ , $R \parallel R \parallel R \perp R$	$\emptyset$	$\nexists$	

(a) - Os eixos das juntas 'R' se intersectam em um mesmo ponto quando indicados.

(b) - 'C' é equivalente à junta cilíndrica ( $R \parallel P$  ou  $P \parallel R$ ).

(c) - O eixo de uma junta 'R' não se intersecta com o eixo de outra junta 'R'.

Tabela 16 – Pernas com três movimentos rotacionais e um movimento translacional.

Arranjo de Juntas das Abordagens			Obs.
Cadeia Virtual	Morfologia Evolucionária	Subgrupos de Deslocamentos	
$P \perp \dot{R} \perp \dot{R} \perp \perp \dot{R}$ , $P \parallel \dot{R} \perp \dot{R} \perp \perp \dot{R}$ , $\dot{R} \parallel P \perp \dot{R} \perp \perp \dot{R}$	$P \perp \dot{R} \perp \dot{R} \perp \perp \dot{R}$ , $P \parallel \dot{R} \perp \dot{R} \perp \perp \dot{R}$ , $\dot{R} \parallel P \perp \dot{R} \perp \perp \dot{R}$	$P \perp \dot{R} \perp \dot{R} \perp \perp \dot{R}$ , $P \parallel \dot{R} \perp \dot{R} \perp \perp \dot{R}$ , $\dot{R} \parallel P \perp \dot{R} \perp \perp \dot{R}$	(a)
$(\dot{R} \dot{R} \dot{R}) \setminus P$	$\emptyset$	$(\dot{R} \dot{R} \dot{R}) \setminus P$	(a)(b)

(a) - Os eixos das juntas 'R' se intersectam em um mesmo ponto.

(b) - Todas as combinações possíveis de ângulos entre as juntas 'R' ( $\perp$  e  $\setminus$ ) e o o eixo de todas as juntas 'R' não podem ser paralelos a um mesmo plano.

### 3.3.4 Pernas com bases múltiplas de movimentos (4 juntas)

A Tabela 17 apresenta pernas com quatro juntas que possuem bases múltiplas de movimentos. As soluções mencionadas podem produzir três

movimentos translacionais e um movimento rotacional ou dois movimentos translacionais e dois movimentos rotacionais.

Tabela 17 – Pernas com quatro juntas que possuem bases múltiplas de movimentos.

Abordagem	Arranjo de Juntas	Obs.
Morfologia Evolucionária	$P \parallel \dot{R} \perp \dot{R} \perp P, \dot{R} \perp \dot{R} \perp P \perp \perp R, \dot{R} \perp \dot{R} \parallel P \perp R, \dot{R} \perp \dot{R} \parallel P \parallel R, \dot{R} \perp \dot{R} \parallel R \perp R$	(a)(c)
	$P \perp P \perp \parallel R \perp R, P \perp P \parallel R \perp R, P \perp R \perp R \perp P, P \parallel R \perp P \perp R, P \perp R \parallel P \perp R, P \parallel R \perp R \perp \perp R, P \perp R \perp R \parallel R, P \parallel R \perp R \parallel R, R \perp P \perp \parallel P \perp R, R \parallel P \perp P \perp \perp R, R \perp P \perp \perp R \perp R, R \perp P \parallel R \perp R, R \perp P \perp \perp R \parallel R, R \parallel P \parallel R \perp R, R \parallel P \perp R \perp R, R \parallel P \perp R \parallel R, R \perp R \perp P \perp \parallel R, R \parallel R \parallel P \perp R, R \parallel R \perp R \perp R, R \perp R \perp R \perp R$	(b)(c)

(a) - Os eixos das juntas 'R' se intersectam em um mesmo ponto.

(b) - O eixo de uma junta 'R' não se intersecta com o eixo de outra junta 'R'.

(c) - Pernas que podem produzir três movimentos translacionais e um movimento rotacional ou dois movimentos translacionais e dois movimentos rotacionais.

### 3.4 PERNAS COM CINCO JUNTAS

Esse tipo de perna é utilizado na construção de manipuladores paralelos que necessitam de no máximo cinco movimentos distintos na plataforma móvel. A base de seu sistema heligiro apresenta cinco helicoides linearmente independentes, os quais podem representar os seguintes movimentos: duas rotações e três translações ortogonais ou três rotações ortogonais e duas translações.

#### 3.4.1 Pernas com dois movimentos rotacionais e três movimentos translacionais (2R3T)

A base do sistema heligiro desse tipo de perna pode ser representada pelo seguinte sistema:

$$T_1 : \begin{cases} \xi_0 = (1\ 0\ 0; 0\ 0\ 0) \\ \xi_0 = (0\ 1\ 0; 0\ 0\ 0) \\ \xi_{\infty} = (0\ 0\ 0; 1\ 0\ 0) \\ \xi_{\infty} = (0\ 0\ 0; 0\ 1\ 0) \\ \xi_{\infty} = (0\ 0\ 0; 0\ 0\ 1) \end{cases} \quad (3.15)$$

O sistema de helicoides apresentado na Equação 3.15 é constituído por dois heligiros de passo zero ( $\xi_0$ ) e três heligiros de passo infinito ( $\xi_{\infty}$ ). Esses helicoides representam três translações ortogonais e duas rotações em torno de dois eixos distintos. A Tabela 18 apresenta as soluções geradas por cada abordagem de síntese do tipo, que pertencem a essa classe de perna.

Tabela 18 – Pernas com três movimentos translacionais e dois movimentos rotacionais.

Obs.	Arranjo de Juntas	Abordagens		
		(1)	(2)	(3)
(a)	$R\ R\perp R\ R\ R,$ $R\ R\ R\perp R\perp\uparrow P,$ $R\ R\ R\uparrow P\perp R,$ $R\ R\uparrow P\ R\perp R,$ $R\uparrow P\ R\ R\perp R,$ $R\uparrow P\ R\ R\perp R,$ $P\uparrow R\ R\ R\perp R$	•		•
(b)(c)	$R\ R\perp R\uparrow(P),$ $R\ R\uparrow(P)\perp R\uparrow(P),$ $R\uparrow(P)\ R\perp R\uparrow(P),$ $(P)\uparrow R\ R\perp R\uparrow(P),$ $R\ R\uparrow(P)\uparrow R,$ $R\uparrow(P)\ R\uparrow(P)\perp R,$ $(P)\uparrow R\ R\uparrow(P)\perp R,$ $(P)\uparrow R\uparrow(P)\ R\perp R,$ $(PP)\uparrow R\ R\perp R$	•		•
(i)	$P\ R\perp P\perp\perp R\ P,$ $P\ R\perp P\ R\perp P,$ $P\ R\perp P\perp\perp P\ R,$ $P\ R\perp P\perp\perp P\ R,$ $P\perp R\perp P\perp\perp R\perp P,$ $P\perp R\perp P\ R\perp P,$ $P\perp R\ P\perp R\perp P,$ $P\perp R\ P\perp R\ P,$ $P\perp P\ R\perp P\perp R,$ $P\perp P\ R\perp P\perp\perp R,$ $P\perp P\ R\perp P\ R,$ $P\perp P\ R\perp P\ R,$ $P\perp R\perp P\perp\perp R\ R,$ $P\perp R\ P\perp P\ R,$ $P\perp R\ P\perp P\perp\perp R,$ $P\perp R\perp P\perp\perp P\ R,$ $P\perp R\perp P\perp\perp P\perp\perp R,$ $P\perp R\perp R\perp P\perp\perp R,$ $P\perp R\perp R\ R\ R,$ $P\perp\perp P\perp\perp P\perp\perp R\perp R,$ $P\perp P\perp\perp P\ R\perp R,$ $P\perp P\perp\perp P\ R\perp R,$ $P\perp P\perp\perp R\ P\perp R,$ $P\perp P\perp\perp R\ R\perp R,$ $P\ R\perp P\perp\perp R\perp R,$ $P\perp P\perp\perp R\perp R\ R,$ $P\perp R\ R\perp R\ R,$ $P\ R\ R\perp R\ P,$ $P\ R\ R\perp P\ R,$ $R\perp P\perp\perp R\ P\perp P,$ $R\ P\perp R\ P\perp P,$ $R\ P\perp R\perp P\perp\perp P,$ $R\perp P\ R\perp P\perp\perp P,$ $R\ P\perp P\perp\perp R\ P,$ $R\perp P\perp\perp P\ R\perp P,$ $R\perp P\perp\perp P\perp\perp R\perp P,$ $R\perp P\perp\perp P\perp\perp R\perp P,$ $R\ P\perp P\ R\perp P,$ $R\ P\perp P\perp\perp P\ R,$ $R\perp P\perp\perp P\perp\perp P\perp\perp R,$ $R\perp P\perp\perp P\perp\perp P\perp R,$ $R\perp P\perp\perp P\perp\perp P\ R,$ $R\perp R\perp P\perp P\perp\perp P,$ $R\perp R\ P\perp P\perp\perp P,$ $R\ P\ R\perp P\perp R,$ $R\ P\ R\perp P\ R,$ $R\ P\ R\perp R\perp P,$ $R\ P\ R\perp R\ P,$ $R\ R\perp R\perp P\perp P,$ $R\ R\ P\perp P\perp R,$ $R\ R\ P\perp P\ R,$ $R\ R\ P\perp R\ P,$ $R\ R\ P\perp R\perp P,$ $R\ P\perp P\perp\perp R\perp R,$ $R\perp P\perp\perp P\ R\perp R,$ $R\perp P\perp\perp R\ P\perp R$		•	
(c)(d)	$R\perp R\uparrow(PPP),$ $R\uparrow(P)\perp R\uparrow(PP),$ $(P)\uparrow R\perp R\uparrow(PP),$	•		•
(f)	$(PP)\uparrow R\perp R\uparrow(P),$ $(P)\uparrow R\uparrow(PP)\uparrow R,$ $(PP)\uparrow R\uparrow(P)\perp R,$ $(PPP)\uparrow R\perp R,$ $(P)\uparrow R\uparrow P\perp R\uparrow P$			•

*continua na próxima página...*

<i>...continuação da página anterior</i>			
(c)(d) (f)	$R\{PP\}R\{P\}, R\{PPP\}R, (P)\{R\}(PP)\{R\}$	•	•
(c)(e)	$R\{PP\}R\perp R$	•	•
	$P\ R\ R\ R\perp R$	•	•
	$R\ R\ R\perp R\perp\ P, R\ R\ R\ P\perp R, R\ R\ P\ R\perp R, R\ P\ R\ R\perp R,$	•	•
(g)	$R\perp R\ R\ R\perp R, R\ R\perp R\ R\perp R$	•	•
	Permutação de $\{P\ R\ R\perp R\ R\}$ , Permutação de $\{P\{R\ R\perp R\ R\}$	•	
(h)	$C\perp R\perp\ R\ R, C\ R\perp R\perp\ R, R\perp R\perp\ C\ R, P\perp C\perp\perp R\perp\ R, C\perp R\ P\perp\ P, C\perp R\perp\ R\perp\perp P, C\perp P\perp\perp R\perp\perp R, P\ R\perp C\perp\ R, R\ P\perp C\ R, C\perp C\perp\ R$		•

(1) - Cadeia Virtual.

(2) - Morfologia Evolucionária.

(3) - Subgrupos de Deslocamentos.

(a) - A junta 'P' não pode ser perpendicular ao conjunto de juntas 'R' que estão paralelas entre si.

(b) - As duas juntas 'P' não podem ser ambas perpendiculares ao conjunto de juntas 'R' que estão paralelas entre si.

(c) - Todas as combinações possíveis de ângulos ( $\perp$  e  $\{$ ) entre as juntas 'P' e também em relação às juntas 'R'.

(d) - As direções das juntas 'P' não podem ser todas paralelas a um mesmo plano.

(e) - Os eixos das duas primeiras juntas 'R' são paralelos.

(f) - Os eixos das juntas 'R' são perpendiculares entre si.

(g) - O eixo da primeira junta e o eixo da última junta são paralelos.

(h) - Junta 'C' é equivalente à:  $P\|R, P\|H, R\|H$  e  $H\|H$ .

(i) - Os eixos das juntas 'R' se intersectam em um mesmo ponto quando indicados.

### 3.4.2 Pernas com três movimentos rotacionais e dois movimentos translacionais (3R2T)

A base do sistema heligiro desse tipo de perna pode ser representada pelo seguinte sistema:

$$T_1 : \begin{cases} \xi_0 = (1\ 0\ 0; 0\ 0\ 0) \\ \xi_0^r = (0\ 1\ 0; 0\ 0\ 0) \\ \xi_0^s = (0\ 0\ 1; 0\ 0\ 0) \\ \xi_\infty = (0\ 0\ 0; 1\ 0\ 0) \\ \xi_\infty^r = (0\ 0\ 0; 0\ 1\ 0) \end{cases} \quad (3.16)$$

O sistema de helicoides apresentado na Equação 3.16 é constituído por três heligiros de passo zero ( $\xi_0$ ) e dois heligiros de passo infinito ( $\xi_\infty$ ). Esses helicoides representam três rotações em torno de três eixos distintos (não coplanares) e duas translações. A Tabela 19 apresenta as soluções geradas por cada abordagem de síntese do tipo, que pertencem a essa classe de perna.

Tabela 19 – Pernas com três movimentos rotacionais e dois movimentos translacionais.

Obs.	Arranjo de Juntas	Abordagens		
		(1)	(2)	(3)
	$P \perp P \perp \perp \dot{R} \perp \dot{R} \perp \dot{R}, P \perp P \perp \parallel \dot{R} \perp \dot{R} \perp \dot{R}, P \perp P \parallel \dot{R} \perp \dot{R} \perp \dot{R}$	•	•	•
(a)	$P \dot{\perp} P \dot{\perp} (\dot{R} \dot{R} \dot{R}), P \perp P \dot{\perp} (\dot{R} \dot{R} \dot{R}), P \dot{\perp} P \perp R \dot{\perp} (\dot{R} \dot{R}), P \perp P \perp R \dot{\perp} (\dot{R} \dot{R}),$ $R \perp P \dot{\perp} P \dot{\perp} (\dot{R} \dot{R}), R \perp P \perp P \dot{\perp} (\dot{R} \dot{R}), P \perp R \perp P \dot{\perp} (\dot{R} \dot{R}),$ $P \perp R \perp \perp P \dot{\perp} (\dot{R} \dot{R}), R \parallel R \perp P \dot{\perp} (\dot{R} \dot{R}), R \perp P \perp \parallel R \dot{\perp} (\dot{R} \dot{R}),$ $P \perp R \parallel R \dot{\perp} (\dot{R} \dot{R}), R \parallel R \dot{\perp} (\dot{R} \dot{R} \dot{R}), R \perp P \dot{\perp} (\dot{R} \dot{R} \dot{R}), R \parallel R \parallel R \dot{\perp} (\dot{R} \dot{R}),$ $P \perp R \dot{\perp} (\dot{R} \dot{R} \dot{R}), R \dot{\perp} \dot{R} \dot{\perp} \perp P \dot{\perp} (\dot{R} \dot{R})$	•		•
(b)	$P \dot{\perp} \dot{R} \dot{\perp} P \dot{\perp} (\dot{R} \dot{R}), P \dot{\perp} \dot{R} \dot{\perp} \perp P \dot{\perp} (\dot{R} \dot{R})$			•
(c)	$R \perp P \dot{\perp} \dot{R} \dot{\perp} \perp P \dot{\perp} \dot{R}, R \perp P \dot{\perp} \dot{R} \dot{\perp} \perp P \dot{\perp} \dot{R}, P \perp R \dot{\perp} \dot{R} \dot{\perp} P \dot{\perp} \dot{R}, R \parallel R \dot{\perp} \dot{R} \dot{\perp} \perp P \dot{\perp} \dot{R},$			•
(d)	$P \dot{\perp} C \dot{\perp} (\dot{R} \dot{R}), P \perp C \dot{\perp} (\dot{R} \dot{R}), R \dot{\perp} \dot{C} \dot{\perp} (\dot{R} \dot{R}), R \perp \dot{C} \dot{\perp} (\dot{R} \dot{R}),$			
(e)	$R \perp P \dot{\perp} \perp \dot{C} \dot{\perp} \dot{R}, R \perp P \perp \perp \dot{C} \dot{\perp} \dot{R}, R \parallel R \perp \dot{C} \dot{\perp} \dot{R}, P \perp R \perp \perp \dot{C} \dot{\perp} \dot{R},$ $P \perp R \perp \perp \perp \dot{C} \dot{\perp} \dot{R}, R \parallel \dot{U} \dot{\perp} (\dot{R} \dot{R}), R \parallel R \parallel \dot{U} \dot{\perp} \dot{R}, R \perp P \perp \dot{U} \dot{\perp} \dot{R},$ $P \perp R \parallel \dot{U} \dot{\perp} \dot{R}, P \perp \dot{U} \dot{\perp} (\dot{R} \dot{R}), P \dot{\perp} P \perp \dot{U} \dot{\perp} \dot{R}, P \perp P \perp \dot{U} \dot{\perp} \dot{R},$ $R \parallel \dot{U} \dot{\perp} P \dot{\perp} \dot{R}, P \perp \dot{U} \dot{\perp} P \dot{\perp} \dot{R}, \dot{U} \parallel P \dot{\perp} (\dot{R} \dot{R})$			

(1) - Cadeia Virtual.

(2) - Morfologia Evolucionária.

(3) - Subgrupos de Deslocamentos.

(a) - Todas as combinações possíveis de ângulos entre as juntas 'R' ( $\dot{\perp}$  e  $\perp$ ) e os eixos de todas as juntas 'R' não podem ser paralelas a um mesmo plano (para  $\dot{R} \dot{R} \dot{R}$ ).

(b) - O eixo das juntas 'R' e as direções das juntas 'P' são paralelas a um mesmo plano (somente as três primeiras juntas).

(c) - As direções de todas as juntas 'P' são paralelas a um mesmo plano.

(d) - Junta 'C' é equivalente à  $P \parallel R$  ou  $R \parallel P$ .

(e) - Junta 'U' é equivalente à  $\dot{R} \perp \dot{R}$  (Ex.:  $P \parallel \dot{U} \perp \dot{R} \rightarrow P \parallel R \perp \dot{R} \perp \dot{R}$ , sendo que os eixos das duas primeiras juntas 'R' também se intersectam).

### 3.4.3 Pernas com bases múltiplas de movimentos (5 juntas)

A Tabela 20 apresenta pernas com cinco juntas que possuem bases múltiplas de movimentos. As soluções mencionadas podem produzir três movimentos translacionais e dois movimentos rotacionais ou dois movimentos translacionais e três movimentos rotacionais.

Tabela 20 – Pernas que podem produzir três movimentos translacionais e dois movimentos rotacionais ou dois movimentos translacionais e três movimentos rotacionais.

Abordagem	Arranjo de Juntas	Obs.
Morfologia Evolucionária	$P \perp P \perp \parallel R \perp \dot{R} \perp \dot{R}$ , $P \perp P \parallel R \perp \dot{R} \perp \dot{R}$ , $P \parallel R \perp P \perp \dot{R} \perp \dot{R}$ , $P \parallel \dot{R} \perp \dot{R} \perp P \parallel R$ , $P \parallel \dot{R} \perp \dot{R} \perp P \perp R$ , $P \perp R \parallel P \perp \dot{R} \perp \dot{R}$ , $P \parallel R \perp R \parallel \dot{R} \perp \dot{R}$ , $P \perp R \perp R \parallel \dot{R} \perp \dot{R}$ , $P \parallel R \perp R \perp \dot{R} \perp \dot{R}$ , $R \parallel P \perp P \perp \dot{R} \perp \dot{R}$ , $R \perp P \perp \parallel P \perp \dot{R} \perp \dot{R}$ , $\dot{R} \perp \dot{R} \perp P \parallel \dot{R} \perp \dot{R}$ , $\dot{R} \perp \dot{R} \perp P \perp \parallel \dot{R} \perp \dot{R}$ , $\dot{R} \perp \dot{R} \perp P \perp \perp \dot{R} \perp \dot{R}$ , $R \perp R \perp R \parallel P \perp R$ , $R \parallel P \perp R \perp \dot{R} \perp \dot{R}$ , $R \parallel P \perp R \parallel \dot{R} \perp \dot{R}$ , $R \perp P \parallel R \perp \dot{R} \perp \dot{R}$ , $R \perp P \perp \perp R \perp \dot{R} \perp \dot{R}$ , $R \perp P \perp \perp R \parallel \dot{R} \perp \dot{R}$ , $R \perp P \parallel R \parallel \dot{R} \perp \dot{R}$ , $\dot{R} \perp \dot{R} \parallel R \perp \dot{R} \perp \dot{R}$ , $\dot{R} \perp \dot{R} \parallel P \parallel \dot{R} \perp \dot{R}$ , $R \parallel R \perp R \parallel \dot{R} \perp \dot{R}$ , $\dot{R} \perp \dot{R} \parallel R \perp R \parallel R$ , $\dot{R} \perp \dot{R} \parallel R \perp \dot{R} \perp \dot{R}$ , $R \parallel R \perp R \perp \dot{R} \perp \dot{R}$ , $R \perp R \perp R \parallel \dot{R} \perp \dot{R}$ , $R \perp R \perp R \perp \dot{R} \perp \dot{R}$ , $R \parallel R \parallel \dot{R} \perp \dot{R} \perp R$	(a)
	$P \perp R \perp R \perp P \parallel R$ , $R \parallel R \perp R \perp R \parallel R$ , $R \perp R \perp R \perp R \parallel R$	(b)

(a) - Os eixos das juntas 'R' se intersectam em um mesmo ponto quando indicados (Ex.:  $\dot{R} \perp \dot{R} \perp \perp \dot{R} \perp \dot{R}$  → as duas primeiras juntas se intersectam em um ponto distinto das duas últimas juntas).

(b) - O eixo de uma junta 'R' não se intersecta com o eixo de outra junta 'R'.

### 3.5 CONCLUSÕES DO CAPÍTULO

A importância da síntese do tipo é enfatizada por vários autores da área de mecanismos (HUANG; LI, 2003; QINCHUAN; ZHEN; HERVÉ, 2004; KONG; GOSSELIN, 2004; MERLET, 2006; GOGU, 2008; JINGJUN et al., 2010). A maioria dos trabalhos referentes à esse processo de síntese é focada em uma das seguintes abordagens: teoria de helicoides, subgrupos de deslocamentos ou morfologia evolucionária. Os resultados gerados por cada abordagem estão publicados na literatura com notações diferentes, o que dificulta a percepção das diferenças entre os métodos.

Neste capítulo foram apresentadas as soluções geradas por cada abor-

dagem de síntese do tipo pesquisada nas referências do trabalho. Tais soluções foram agrupadas e organizadas utilizando uma mesma notação, diferente dos resultados encontrados na literatura que estão separados e com notações distintas.

Para a organização das soluções referentes à cada abordagem de síntese estudada, foi utilizada a base canônica de um sistema de helicoides (sistema heligiro ( $\xi$ )) para representar os graus de liberdade do elo de saída de cada perna. As pernas foram agrupadas em tabelas de acordo com a quantidade de rotações e translações que o elo de saída apresenta em relação ao elo base. Após a etapa de coleta e classificação das soluções presentes na literatura, foi possível identificar as diferenças nos resultados gerados por cada abordagem de síntese.

Dentre as três abordagens estudadas, a *Abordagem dos Subgrupos de Deslocamentos* é o método que gera mais soluções para pernas simples (sem *circuitos fechados*). Além das juntas rotativas (R) e prismáticas (P), essa abordagem considera o uso de juntas helicoidais (H) na montagem das soluções e possibilita também a geração de pernas que possuam ângulo genérico e ângulo reto entre as juntas. Isso com certeza aumenta, de forma considerável, a quantidade de soluções em relação às outras abordagens de síntese.

A *Morfologia Evolucionária* não gera soluções com juntas helicoidais (H) e também não possibilita a montagem de soluções que apresentam ângulos genéricos entre as juntas. No entanto, é a única abordagem que gera soluções com bases múltiplas de movimentos, que são aquelas que podem produzir mais de um tipo de movimento no elo de saída da perna.

A *Abordagem da Cadeia Virtual* possibilita a geração de soluções que possuam ângulo genérico e ângulo reto entre as juntas. No entanto, essa abordagem também não utiliza junta helicoidal (H) na montagem das soluções. Outra característica importante em relação à essa última abordagem é a impossibilidade da geração de pernas que apresentam somente dois graus de liberdade (2-DoF).

A Tabela 21 apresenta todos os trabalhos consultados referentes à cada abordagem de síntese. A classificação das soluções utilizadas ao longo do capítulo é o mesmo utilizado na tabela em questão, e consiste na quantidade de rotações e translações que as pernas podem gerar no elo de saída em relação ao elo base.

Tabela 21 – Bibliografia consultada na etapa de classificação de pernas.

Tipos de Movimentos	Abordagem		
	Cadeia Virtual	Morfologia Evolucionária	Subgrupos de Deslocamentos
2T	∅	(GOGU, 2008)	(JINGJUN et al., 2010)
2R	∅	(GOGU, 2008)	(JINGJUN et al., 2010)
1R1T	∅	(GOGU, 2008)	(LI; HUANG; HERVÉ, 2004b)
3T	(KONG; GOSSELIN, 2007b),(KONG; GOSSELIN, 2007a)	(GOGU, 2008)	(JINGJUN et al., 2010)
2R1T	(KONG; GOSSELIN, 2006b)	(GOGU, 2008)	(QINCHUAN; ZHEN; HERVÉ, 2004)
1R2T	(KONG; GOSSELIN, 2007b)	(GOGU, 2008)	(LI; HUANG; HERVÉ, 2004b), (HUYNH; HERVÉ, 2005), (JINGJUN et al., 2010)
3R	(KONG; GOSSELIN, 2007b)	(GOGU, 2008)	(HUYNH; HERVÉ, 2005), (JINGJUN et al., 2010)
3R1T	(KONG; GOSSELIN, 2007b), (KONG; GOSSELIN, 2006a)	(GOGU, 2008)	(JINGJUN et al., 2010)
2R2T	(KONG; GOSSELIN, 2007b)	(GOGU, 2008)	∅
1R3T	(KONG; GOSSELIN, 2007b), (KONG; GOSSELIN, 2004)	(GOGU, 2008), (GOGU, 2007)	(HERVÉ; SPARACINO, 1991), (LI; HERVÉ, 2009), (SALGADO et al., 2007)
2R3T	(KONG; GOSSELIN, 2007b)	(GOGU, 2008)	(LI; HERVÉ, 2009)
3R2T	(KONG; GOSSELIN, 2007b)	(GOGU, 2008)	(LI; HUANG; HERVÉ, 2004b), (HUYNH; HERVÉ, 2005)



## 4 NOVO MÉTODO PARA A SÍNTESE DO TIPO

O estudo das principais abordagens referentes à síntese do tipo foi importante para identificar suas respectivas peculiaridades e tipos de soluções geradas. Após o entendimento das abordagens existentes na literatura, foi elaborado um novo método de síntese do tipo para a fase de geração de pernas de manipuladores paralelos. Apesar do método proposto neste trabalho não ser utilizado para a otimização de problemas, ele possui diversas características semelhantes aos algoritmos genéticos (ver Seção 2.1.3), e também utiliza a teoria de helicoides para a representação e seleção das soluções geradas. Neste capítulo, será apresentado o novo método.

### 4.1 ESTRUTURA GENÉTICA DAS SOLUÇÕES

Como citado anteriormente, um helicóide é um elemento geométrico composto por uma reta e por um passo. As características referentes ao passo de um helicóide  $i$  definem o tipo de junta que o helicóide em questão representará. Por exemplo:

- se o passo é zero, então o helicóide modela uma junta rotativa;
- se o passo é infinito, então o helicóide modela uma junta prismática;
- se o passo é finito, então o helicóide modela uma junta helicoidal.

Em relação a reta de um helicóide  $i$ , podem ser atribuídas algumas características geométricas, quando este helicóide  $i$  é comparado com outro helicóide (helicóide  $j$ ). Por exemplo:

- o helicóide  $i$  é perpendicular ao helicóide  $j$ ;
- o helicóide  $i$  é paralelo ao helicóide  $j$ ;
- o helicóide  $i$  apresenta um ângulo genérico em relação ao helicóide  $j$ ;
- o helicóide  $i$  intersecta (ou não intersecta) o helicóide  $j$ .

No método proposto, os helicoides serão utilizados para a representação de juntas com um grau de liberdade (1-DoF). Para a montagem das soluções geradas pelo método, serão utilizadas juntas rotativas (R), juntas prismáticas (P) e juntas helicoidais (H). Cada junta é tratada pelo algoritmo como um helicóide e apresenta sua própria estrutura genética que traz informações importantes como: o passo do helicóide (para estabelecer o tipo de

junta), o ângulo entre os eixos dos helicoides (entre os helicoides  $i$  e  $i-1$ ) e se os eixos desses helicoides se intersectam.

Para a representação das soluções geradas pelo método proposto, será atribuído uma estrutura genética aos helicoides que modelam as juntas em cada solução de perna. Essa estrutura tem a finalidade de identificar o tipo de junta e suas características geométricas em relação às outras juntas de uma mesma perna. A Figura 22 mostra a estrutura genética atribuída a cada helicoide no processo evolucionário. Tal estrutura é formada por cinco genes responsáveis pelas seguintes características:

- $\gamma$  - Consiste no ângulo entre os eixos dos helicoides  $i$  e  $i-1$ . Essa característica é atribuída pelos genes  $\gamma_1$  e  $\gamma_2$ . Sendo que o  $\gamma_2$  é dominante em relação ao  $\gamma_1$ , ou seja, quando houver a presença do gene  $\gamma_2$  uma certa característica será atribuída ao indivíduo independentemente do valor do gene recessivo  $\gamma_1$ . A Figura 23(a) ilustra a presença do gene dominante  $\gamma_2$ . O símbolo “#” representa a desconsideração do gene recessivo na presença do dominante.
- $h$  - É o passo que o helicoide  $i$  apresenta, definindo assim a representação de um tipo de junta. Essa característica é atribuída pelos genes  $h_1$  e  $h_2$ . Esse par de genes também possui a relação de dominância citada anteriormente. Quando existir a presença do gene  $h_2$  uma certa característica será atribuída ao indivíduo independentemente do valor do gene recessivo  $h_1$ . A Figura 23(b) ilustra a presença do gene dominante  $h_2$ . O símbolo “#” representa a desconsideração do gene recessivo na presença do dominante.
- $a$  - Define se o eixo de dois helicoides se intersectam ou não.

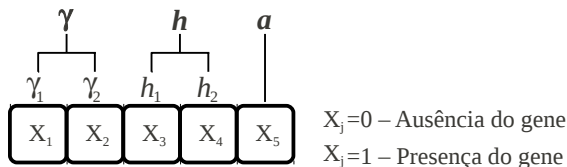


Figura 22 – Estrutura genética atribuída a um helicoide  $i$ .

Na Tabela 22 são mostradas todas as características possíveis que podem ser atribuídas a um helicoide de acordo com a presença ou ausência de cada gene pertencente à sua estrutura genética.

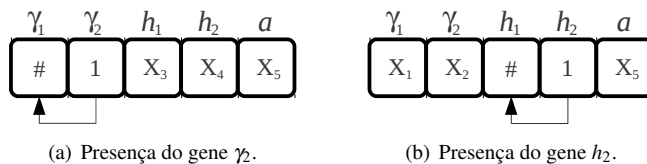


Figura 23 – Presença de genes dominantes.

Tabela 22 – Possíveis características atribuídas a um helicóide  $i$ .

Gene $\gamma$		Descrição
Recessivo $\gamma_1$	Dominante $\gamma_2$	
0	0	Os eixos dos helicóides $i$ e $i-1$ são paralelos
1	0	Existe um ângulo de exatamente $90^\circ$ entre os eixos dos helicóides $i$ e $i-1$
#	1	Existe um ângulo genérico ( $0^\circ < x < 90^\circ$ ) entre os eixos dos helicóides $i$ e $i-1$
Gene $h$		Descrição
Recessivo $h_1$	Dominante $h_2$	
0	0	Helicóide com passo 0 (junta (R))
1	0	Helicóide com passo infinito (junta (P))
#	1	Helicóide com passo finito aleatório (junta (H))
Gene $a$		Descrição
0		
1		Os eixos dos helicóides $i$ e $i-1$ não se intersectam

# - Representa a desconsideração do gene recessivo na presença do dominante.

A Figura 24 apresenta algumas configurações entre dois helicoides ( $i$  e  $i-1$ ) de acordo com os valores atribuídos aos genes da estrutura genética do helicóide  $i$ . O símbolo “#” representa a desconsideração do gene recessivo na presença do dominante.

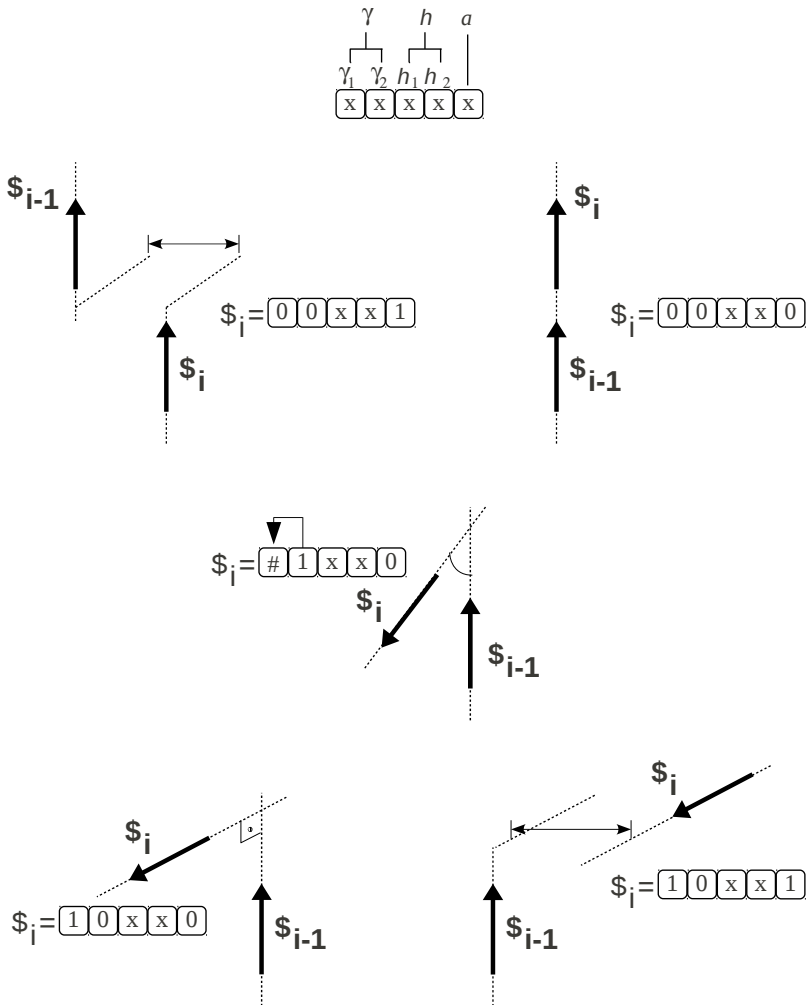


Figura 24 – Exemplo de configurações entre dois helicoides de acordo com a estrutura genética do helicóide  $i$ .

### 4.1.1 Tipos de estrutura dos genes

A estrutura dos genes é outro aspecto importante para o entendimento do método proposto. Tais estruturas podem ser do tipo unária ou do tipo binária, dependendo dos objetivos de projeto requeridos pelo usuário. A estrutura unária é aquela que apresenta somente um valor possível de alelo e não poderá sofrer mutações (mudanças de alelo). No entanto, a estrutura binária suporta valores de alelos distintos (0 ou 1), os quais são mudados através de mutações.

Considerando, por exemplo, os genes responsáveis pelo tipo de junta que o helicóide deverá representar, eles apresentarão estruturas unárias se o usuário requerir somente juntas prismáticas no conjunto de soluções finais, e não será possível mudá-los através de mutações.

## 4.2 PARÂMETROS DE PROJETO

Os parâmetros de projeto são as características que as soluções finais deverão apresentar ao final do processo de geração. Tais características são requeridas pelo usuário e utilizadas no algoritmo para a geração de soluções compatíveis ou eliminação de soluções incompatíveis. A seguir, os parâmetros de projeto serão apresentados.

### 4.2.1 Tipos de juntas e relação angular entre os eixos dos helicóides

O usuário deverá informar os tipos de juntas que serão utilizados na geração das soluções. É importante ressaltar que apenas juntas com um grau de liberdade (1-DoF) podem ser representadas por um helicóide. Então, o usuário terá como opções *juntas prismáticas*, *juntas rotativas* e *juntas helicoidais*.

Outro aspecto importante na geração das soluções é a relação angular entre os eixos dos helicóides, que podem apresentar: *somente ângulos retos ou nulos entre os eixos dos helicóides* ou *qualquer tipo de ângulo entre os eixos dos helicóides* ( $90^\circ$ ,  $0^\circ$  ou *ângulo genérico*).

### 4.2.2 Mobilidade desejada

Como citado no capítulo 2, a mobilidade (M) representa a quantidade de parâmetros independentes necessários para especificar de forma unívoca a

configuração de uma cadeia cinemática, com respeito a um elo de referência.

As soluções geradas pelo algoritmo são cadeias cinemáticas seriais simples (cadeias abertas) e, portanto, o cálculo da mobilidade de cada perna é dado por:

$$M = \sum_{i=1}^j f_i \quad (4.1)$$

onde  $j$  é o número de juntas e  $f_i$  é a quantidade de graus de liberdade da junta  $i$ . Sendo assim, a mobilidade ( $M$ ) de cada solução será a quantidade de juntas presentes na cadeia cinemática, pois somente juntas com um grau de liberdade (1-DoF) serão utilizadas na montagem das soluções.

### 4.2.3 Conectividade e tipo de movimento desejado

A conectividade  $C_{ij}$  entre dois elos  $i$  e  $j$  de uma cadeia cinemática é a mobilidade relativa entre os elos  $i$  e  $j$  (BELFIORE; BENEDETTO, 2000). O conceito “*joint in the bag equivalence*”, introduzido por Phillips (1984), facilita o entendimento da definição de conectividade. De acordo com tal conceito, todos os elos e juntas existentes entre dois elos  $i$  e  $j$  podem ser substituídos por uma única junta equivalente, e a mobilidade (ou DoF) dessa junta equivalente determina a conectividade  $C_{ij}$ . Deve ser lembrado que a quantidade de graus de liberdade de uma junta é limitada superiormente pela dimensão do sistema de helicoides  $\lambda$ . Conseqüentemente, uma junta (ou um corpo rígido) qualquer pode apresentar no máximo 3-DoF no plano ( $\lambda = 3$ ) ou no máximo 6-DoF no espaço ( $\lambda = 6$ ) (MARTINS; CARBONI, 2008).

A Figura 25 mostra um manipulador serial montado com cinco juntas rotativas e com os eixos paralelos entre si. De acordo com o conceito introduzido por Phillips (1984) e considerando o manipulador da Figura 25, a conectividade  $C_{05}$  entre os elos 0 e 5 pode ser obtida analisando somente o movimento que o efetuador apresenta em relação a base do manipulador, como se existisse somente uma única junta entre esses dois elos. Neste caso, a junta equivalente permite um movimento planar do elo de saída e, portanto, a conectividade  $C_{05}=3$ .

#### Tipo de movimento desejado

O tipo de movimento desejado consiste no movimento de saída que cada perna gerada deverá apresentar ao final do processo de geração. Considerando, por exemplo, a perna ilustrada na Figura 26, os tipos de movimen-

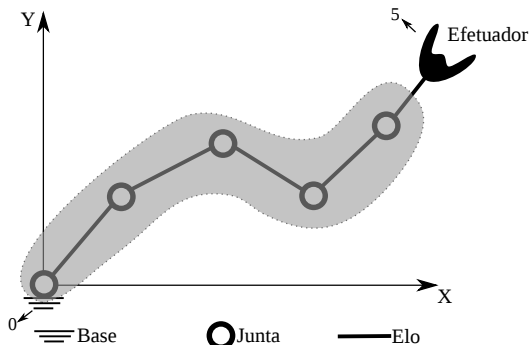


Figura 25 – Exemplo para demonstrar o conceito “*joint in the bag equivalence*”.

tos que esta solução apresenta em relação ao sistema fixo de coordenadas são: uma translação na direção do eixo  $x$ , uma translação na direção do eixo  $y$  e uma rotação em torno do eixo  $z$ .

No método proposto, o usuário deverá detalhar o tipo de movimento desejado, ou seja, será necessário especificar em quais direções as rotações e translações deverão ocorrer no movimento de saída produzido por cada solução de perna.

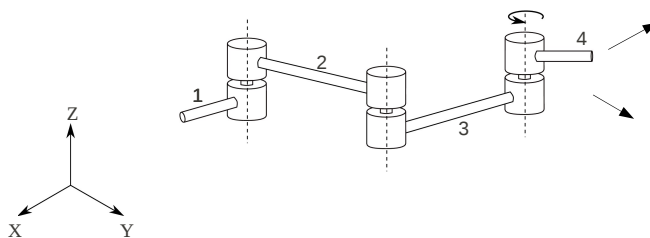


Figura 26 – Exemplo de movimento de saída planar.

#### 4.3 OPERADORES GENÉTICOS

Os operadores genéticos possuem funções específicas dentro do algoritmo e são fundamentais para o alcance das soluções. Para o método proposto

serão utilizados os seguintes operadores genéticos:

- **Mutação** - Esse operador tem a finalidade de trocar os alelos de um mesmo gene a fim de gerar indivíduos com características diferentes (Figura 27).
- **Combinação** - Combina os indivíduos para gerar outras soluções.
- **Seleção** - A função desse operador é eliminar os indivíduos que são incompatíveis com os requisitos de projeto no final do processo, ou seja, os indivíduos que não possuem as características esperadas. Esse operador tem a finalidade também de eliminar soluções indesejáveis, as quais surgem ao longo do processo.

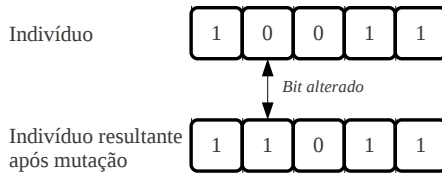


Figura 27 – Exemplo de mutação.

#### 4.4 FUNCIONAMENTO DO ALGORITMO

A estrutura geral do algoritmo do método proposto é apresentado no Algoritmo 1. As soluções são geradas de acordo com os seguintes passos:

- **Passo (1)** - O usuário deverá informar alguns parâmetros de projeto, como: tipos de juntas que serão utilizadas nas montagens das pernas, a mobilidade ( $M$ ) que cada perna deve apresentar, o tipo de movimento que o elo de saída de cada perna deve apresentar em relação ao elo base e a relação angular entre os eixos dos helicoides (somente soluções ortogonais ou soluções com qualquer tipo de ângulo).
- **Passo (2)** - De acordo com os parâmetros de projeto, a estrutura genética base será definida para todos os indivíduos do processo de geração de soluções. Nesse passo, os genes são especificados como unários ou binários com a finalidade de evitar o aparecimento de indivíduos com características indesejáveis. Considerando por exemplo o gene  $h_2$ , que



atribui a característica “*junta helicoidal*” ao helicóide, se o usuário de-  
sejar somente soluções com juntas rotativas e prismáticas, a estrutura  
do gene  $h_2$  será do tipo unária e não será possível mudar o alelo de 0  
para 1 através de mutação.

---

**Algoritmo 1:** Novo Método de Síntese do Tipo.

---

**Entrada:** Parâmetros de Projeto

**Saída:** Pernas com movimentos de saída específicos

**início**

(Passo 1.) Inicializar parâmetros de projeto;

(Passo 2.) Inicializar estrutura genética base;

(Passo 3.) Gerar todos os elementos primários através de  
mutações;

(Passo 4.) Selecionar elementos primários para gerar a 1ª  
população;

$t \leftarrow 1$ ;

(No Passo 5 o algoritmo entra no próximo *loop*);

**enquanto** ( $t < \text{Mobilidade Desejada}$ ) **faça**

(Passo 6.) Combinar elementos primários com a  
população ( $t-1$ ) para gerar a população ( $t$ );

**fim enquanto**

(Passo 7.) Calcular as componentes dos helicóides das  
soluções da população ( $t$ );

(Passo 8.) Avaliar população ( $t$ ) e eliminar soluções  
incompatíveis com os parâmetros de projeto;

**fim**

---

- **Passo (3)** - Após a definição da estrutura genética base, os **elementos primários** são gerados. Esses elementos serão utilizados pelo algoritmo como *peças* para a montagem de todas as soluções ao longo do processo (Seção 4.4.1).
- **Passo (4)** - A partir dos elementos primários a primeira população é criada. Para isso, o algoritmo seleciona alguns elementos primários para gerar a primeira população.
- **Passo (5)** - Em seguida, o algoritmo entra em um *loop* fechado até que todas as soluções apresentem a mobilidade ( $M$ ) requerida pelo usuário.
- **Passo (6)** - Dentro do *loop* fechado, o algoritmo faz todas as combinações possíveis dos **elementos primários** com a população ( $t-1$ ) para que a população ( $t$ ) seja gerada.

- **Passo (7)** - Após as soluções alcançarem a mobilidade (M) desejada, os helicoides de cada solução serão gerados de acordo com a estrutura genética de cada indivíduo.
- **Passo (8)** - E finalmente, o critério de seleção é aplicado na geração (t) e as soluções que não possuem todas as características desejadas são eliminadas.

#### 4.4.1 Elementos primários

Os elementos primários são utilizados para a montagem das soluções. O algoritmo utiliza esses elementos como *peças* para a geração das pernas dos manipuladores paralelos.

Para o entendimento de como os elementos primários são gerados, a Tabela 23 foi montada com todos os possíveis códigos genéticos gerados através de mutações. Todos esses indivíduos poderiam ser os elementos primários, mas é importante ressaltar que na presença do gene dominante, o gene recessivo deverá ser desconsiderado. Portanto, alguns indivíduos da Tabela 23 possuem códigos genéticos idênticos e deverão ser eliminados. Esses mesmos indivíduos são mostrados na Tabela 24 com os genes recessivos identificados pelo símbolo “#”, que indica a desconsideração do gene recessivo pela presença do gene dominante. Com isso é possível eliminar os indivíduos com códigos genéticos iguais. Por exemplo, os indivíduos \$<sub>2</sub> e \$<sub>6</sub> da Tabela 24 possuem as mesmas características e não será necessária a presença de ambos no conjunto dos elementos primários.

Outra observação importante é quanto aos helicoides que possuem passo infinito. Por se tratarem de vetores livres, o valor do gene  $a$  não será levado em consideração, ou seja, se o gene  $h_1$  for igual a 1 e o gene  $h_2$  for igual a 0, então o gene  $a$  deverá ser 0. Portanto, os indivíduos \$<sub>5</sub>, \$<sub>13</sub> e \$<sub>21</sub> (da Tabela 24) deverão ser eliminados. A Tabela 25 apresenta o conjunto dos elementos primários, após as eliminações necessárias de alguns indivíduos da Tabela 24.

#### 4.4.2 Geração das soluções

Para a geração das soluções, primeiramente o algoritmo seleciona alguns indivíduos do grupo dos elementos primários para criar a primeira população. Para o entendimento dessa etapa, as seguintes premissas deverão ser consideradas:

Tabela 23 – Todos os possíveis códigos genéticos gerados através de mutações.

$\$i$	Estrutura Genética				
	$\gamma_1$	$\gamma_2$	$h_1$	$h_2$	$a$
$\$0$	0	0	0	0	0
$\$1$	0	0	0	0	1
$\$2$	0	0	0	1	0
$\$3$	0	0	0	1	1
$\$4$	0	0	1	0	0
$\$5$	0	0	1	0	1
$\$6$	0	0	1	1	0
$\$7$	0	0	1	1	1
$\$8$	0	1	0	0	0
$\$9$	0	1	0	0	1
$\$10$	0	1	0	1	0
$\$11$	0	1	0	1	1
$\$12$	0	1	1	0	0
$\$13$	0	1	1	0	1
$\$14$	0	1	1	1	0
$\$15$	0	1	1	1	1
$\$16$	1	0	0	0	0
$\$17$	1	0	0	0	1
$\$18$	1	0	0	1	0
$\$19$	1	0	0	1	1
$\$20$	1	0	1	0	0
$\$21$	1	0	1	0	1
$\$22$	1	0	1	1	0
$\$23$	1	0	1	1	1
$\$24$	1	1	0	0	0
$\$25$	1	1	0	0	1
$\$26$	1	1	0	1	0
$\$27$	1	1	0	1	1
$\$28$	1	1	1	0	0
$\$29$	1	1	1	0	1
$\$30$	1	1	1	1	0
$\$31$	1	1	1	1	1

Tabela 24 – Indicação dos genes recessivos que deverão ser desconsiderados pela presença do gene dominante.

$\$i$	Estrutura Genética				
	$\gamma_1$ (Rec.)	$\gamma_2$ (Dom.)	$h_1$ (Rec.)	$h_2$ (Dom.)	$a$
$\$0$	0	0	0	0	0
$\$1$	0	0	0	0	1
$\$2$	0	0	#	1	0
$\$3$	0	0	#	1	1
$\$4$	0	0	1	0	0
$\$5$	0	0	1	0	1
$\$6$	0	0	#	1	0
$\$7$	0	0	#	1	1
$\$8$	#	1	0	0	0
$\$9$	#	1	0	0	1
$\$10$	#	1	#	1	0
$\$11$	#	1	#	1	1
$\$12$	#	1	1	0	0
$\$13$	#	1	1	0	1
$\$14$	#	1	#	1	0
$\$15$	#	1	#	1	1
$\$16$	1	0	0	0	0
$\$17$	1	0	0	0	1
$\$18$	1	0	#	1	0
$\$19$	1	0	#	1	1
$\$20$	1	0	1	0	0
$\$21$	1	0	1	0	1
$\$22$	1	0	#	1	0
$\$23$	1	0	#	1	1
$\$24$	#	1	0	0	0
$\$25$	#	1	0	0	1
$\$26$	#	1	#	1	0
$\$27$	#	1	#	1	1
$\$28$	#	1	1	0	0
$\$29$	#	1	1	0	1
$\$30$	#	1	#	1	0
$\$31$	#	1	#	1	1

# - Representa a desconsideração do gene recessivo na presença do dominante.

Tabela 25 – Elementos primários que serão utilizados para a montagem das soluções.

$\$i$	Estrutura Genética				
	$\gamma_1$ (Rec.)	$\gamma_2$ (Dom.)	$h_1$ (Rec.)	$h_2$ (Dom.)	$a$
$\$0$	0	0	0	0	0
$\$1$	0	0	0	0	1
$\$2$	0	0	#	1	0
$\$3$	0	0	#	1	1
$\$4$	0	0	1	0	0
$\$8$	#	1	0	0	0
$\$9$	#	1	0	0	1
$\$10$	#	1	#	1	0
$\$11$	#	1	#	1	1
$\$12$	#	1	1	0	0
$\$16$	1	0	0	0	0
$\$17$	1	0	0	0	1
$\$18$	1	0	#	1	0
$\$19$	1	0	#	1	1
$\$20$	1	0	1	0	0
$\$26$	#	1	#	1	0
$\$27$	#	1	#	1	1

# - Representa a desconsideração do gene recessivo na presença do dominante.

1. Existe um sistema fixo de referência  $O$ -(X,Y,Z);
2. As componentes dos helicoides serão calculadas em relação ao sistema fixo de referência  $O$ -(X,Y,Z);
3. O primeiro helicóide de cada solução será paralelo a um dos eixos do sistema fixo de referência  $O$ -(X,Y,Z);
4. O eixo do primeiro helicóide de cada solução deverá passar pela origem do sistema fixo de referência  $O$ -(X,Y,Z).

Considerando as premissas mencionadas, é possível entender o processo de geração da primeira população. Entre os elementos primários apresentados na Tabela 25, os únicos indivíduos que podem fazer parte da primeira população são:  $\$0$ ,  $\$2$  e  $\$4$ . Uma observação importante é que os valores dos genes  $\gamma_1$ ,  $\gamma_2$  e  $a$  de cada um desses três indivíduos são nulos e, portanto, esses helicoides estarão alinhados com um dos eixos do sistema de referência  $O$ -(X,Y,Z) (premissas 3 e 4). A partir dessa primeira população,

o algoritmo gera as outras populações realizando combinações entre a população atual e os elementos primários.

Outra observação importante é que o algoritmo é robusto o suficiente para identificar as direções dos helicoides em cada solução. Isso é necessário para o cálculo das componentes dos helicoides. Quando existe somente soluções com os eixos das juntas ortogonais entre si, fica fácil entender que as direções dos eixos de todas as juntas de uma mesma solução são conhecidas, logo que o eixo da primeira junta é paralelo a um dos eixos do sistema de referência inicial (premissa 3). No entanto, quando as soluções apresentam também juntas com eixos em direções genéricas, o eixo da próxima junta com  $0^\circ$  ou com  $90^\circ$  será montado em relação à última junta paralela a um dos eixos do sistema de referência inicial. Por exemplo, considerando um helicóide  $\$2$  na direção  $x$  e um helicóide  $\$3$  em uma direção genérica. Se o próximo helicóide  $\$4$  adicionado apresentar  $90^\circ$  em relação ao anterior, o eixo desse helicóide apresentará  $90^\circ$  em relação à  $\$2$ , e não à  $\$3$ . Isso garante que as direções dos helicoides sejam conhecidas pelo algoritmo.

#### 4.4.3 Cálculo das componentes dos helicoides

Após a geração da última população, é necessário o cálculo das componentes dos helicoides de todas as soluções para possibilitar a avaliação e a seleção dessas soluções. Como citado anteriormente, um heligiro pode ser utilizado para descrever o movimento instantâneo relativo entre dois elos pertencentes a uma mesma cadeia cinemática. Neste caso o heligiro representa o movimento do elo  $i$  em relação ao elo  $i-1$ .

As soluções geradas pelo método proposto neste trabalho representam cadeias cinemáticas seriais (pernas) que são montadas utilizando juntas rotativas, juntas prismáticas e juntas helicoidais. Considerando a Equação 2.1 (Seção 2.1.1), quando o passo  $h$  é finito o helicóide modela uma junta helicoidal e é dado por:

$$\$ = \begin{bmatrix} s \\ s \times r + hs \end{bmatrix} \quad (4.2)$$

onde  $s$  é um vetor unitário no eixo do helicóide,  $r$  é um vetor dirigido a partir de qualquer ponto do eixo do helicóide à origem do sistema de referência O-XYZ (Figura 9) e  $h$  é o passo. No entanto, se o passo  $h$  é nulo o helicóide modela uma junta rotativa e é dado por:

$$\$ = \begin{bmatrix} s \\ s \times r \end{bmatrix} \quad (4.3)$$

onde  $s$  é um vetor unitário no eixo do helicóide  $\$, r$  é um vetor dirigido a partir de qualquer ponto do eixo do helicóide à origem do sistema de referência  $O$ -XYZ (Figura 9). Se o passo  $h$  é infinito o helicóide modela uma junta prismática e é dado por:

$$\$ = \begin{bmatrix} 0 \\ s \end{bmatrix} \quad (4.4)$$

onde  $s$  é um vetor unitário no eixo do helicóide  $\$$ .

O algoritmo utiliza a equação correta para a geração dos helicóides de acordo com a solução analisada. No entanto, para o método proposto neste trabalho não é necessário o cálculo exato das componentes do helicóide, somente é necessário identificar quais componentes, do helicóide analisado, são diferentes de zero. Na Figura 28 é mostrado um grupo de quatro helicóides ( $\$, \$2, \$3$  e  $\$4$ ) e um sistema fixo de referência  $O$ -(X,Y,Z).

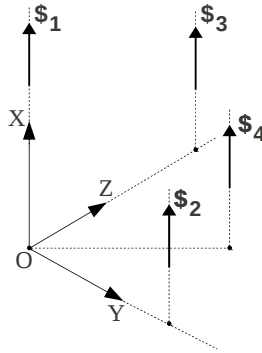


Figura 28 – Grupo de helicóides em relação ao sistema fixo de referência  $O$ -(X,Y,Z).

Considerando todos os helicóides da Figura 28 com passo finito  $h$ , é possível identificar quais componentes vetoriais dos helicóides são diferentes de zero, utilizando a Equação 4.2. Por exemplo, o eixo do helicóide  $\$1$  passa pela origem e, portanto, pode ser representado como:

$$\$1 = \begin{bmatrix} s \\ s \times r + h s \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a \\ 0 \\ 0 \\ l + h.a \\ 0 + h.0 \\ 0 + h.0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \times \\ 0 \\ 0 \\ \times \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}.$$

O eixo do helicóide  $\$2$  está no plano- $XY$  e é representado como:

$$\$2 = \begin{bmatrix} s \\ s \times r + hs \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a \\ 0 \\ 0 \\ l + h.a \\ 0 + h.0 \\ n + h.0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \times \\ 0 \\ 0 \\ \times \\ 0 \\ \times \end{bmatrix}.$$

O eixo do helicóide  $\$3$  está no plano- $XZ$  e é representado como:

$$\$3 = \begin{bmatrix} s \\ s \times r + hs \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a \\ 0 \\ 0 \\ l + h.a \\ m + h.0 \\ 0 + h.0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \times \\ 0 \\ 0 \\ \times \\ \times \\ 0 \end{bmatrix}.$$

O eixo do helicóide  $\$4$  é representado como:

$$\$4 = \begin{bmatrix} s \\ s \times r + hs \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a \\ 0 \\ 0 \\ l + h.a \\ m + h.0 \\ n + h.0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \times \\ 0 \\ 0 \\ \times \\ \times \\ \times \end{bmatrix}.$$

Considerando agora todos os helicóides da Figura 28 com passo  $h$  igual a zero, a Equação 4.3 é utilizada para identificar quais componentes dos helicóides são diferentes de zero. O helicóide  $\$1$  é representado como:

$$\$1 = \begin{bmatrix} s \\ s \times r \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \times \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}.$$

O eixo do helicóide  $\$2$  está no plano- $XY$  e é representado como:



$$\$2 = \begin{bmatrix} s \\ s \times r \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \times \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ \times \end{bmatrix}.$$

O eixo do helicóide  $\$3$  está no plano- $XZ$  e é representado como:

$$\$3 = \begin{bmatrix} s \\ s \times r \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ m \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \times \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ \times \\ 0 \end{bmatrix}.$$

O eixo do helicóide  $\$4$  é representado como:

$$\$4 = \begin{bmatrix} s \\ s \times r \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a \\ 0 \\ 0 \\ l \\ m \\ n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \times \\ 0 \\ 0 \\ \times \\ \times \\ \times \end{bmatrix}.$$

O cálculo das componentes de um helicóide que possui passo  $h$  infinito é realizado de forma mais simples, utilizando a Equação 4.4. Por se tratar de um vetor livre, as componentes desse tipo de helicóide só dependem da direção de seu eixo. Considerando todos os helicóides da Figura 28 com passo  $h$  igual a infinito, todos os helicóides são representados da seguinte maneira:

$$\$1 = \$2 = \$3 = \$4 = \begin{bmatrix} 0 \\ s \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ a \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ \times \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}.$$

#### 4.4.4 Critério de seleção

O critério de seleção é aplicado nos indivíduos da última geração para eliminar as soluções que não apresentam todas as características desejadas.

Essa função do algoritmo pode ser resumida nos seguintes passos:

1. O algoritmo monta a matriz de helicoides da solução;
2. O algoritmo verifica o posto da matriz de helicoides gerada ( $Rank(Q)$ );
3. O algoritmo julga a solução pelo *critério geral de seleção*, que consiste na verificação das seguintes condições:

$$Rank(Q) = M, \quad (4.5)$$

$$S(x)_{6 \times 1} = S(d)_{6 \times 1} \quad (4.6)$$

e

$$r = M \quad (4.7)$$

onde  $Q$  é a matriz de helicoides da solução,  $M$  é a mobilidade desejada,  $S(x)$  é o vetor utilizado para representar o tipo de movimento de saída da solução  $x$ ,  $S(d)$  é o vetor utilizado para representar o tipo de movimento de saída desejado e  $r$  é a quantidade de componentes não nulas do vetor  $S(x)$ . A Equação 4.5 é para verificar se o sistema de helicoides é linearmente independente.

Considerando a equação 4.7, as seguintes observações podem ser feitas:

- quando  $r$  for igual a  $M$  ( $r = M$ ) a conectividade da solução será igual ao valor da mobilidade, ou seja,  $C = M$ ;
- quando  $r$  for menor que  $M$  ( $r < M$ ), isso indica a presença de helicoides linearmente dependentes na solução analisada;
- quando  $r$  for maior que  $M$  ( $r > M$ ) a solução analisada apresentará movimentos acoplados<sup>1</sup>.

Outra observação importante é quanto as componentes dos vetores  $S(x)$  e  $S(d)$ . No algoritmo do novo método não será necessário identificar os valores exatos de cada componente, e sim identificar quais das componentes dos vetores  $S(x)$  e  $S(d)$  são diferentes de zero. Em outras palavras, a Equação 4.6 será verdadeira quando as mesmas componentes dos dois vetores forem diferentes de zero.

**Exemplo.** Neste exemplo será considerado que a mobilidade desejada é igual a três ( $M=3$ ) e o movimento de saída das soluções deverá ser do tipo planar

---

<sup>1</sup>A junta helicoidal apresenta movimentos acoplados. Quando essa junta se movimenta, ocorrem simultaneamente uma translação e uma rotação. Isso significa que a rotação e a translação são dependentes uma da outra.

$(S(d) = (R_x, 0, 0, 0, T_y, T_z)^T \rightarrow S(d) = (\times, 0, 0, 0, \times, \times)^T)$ . A Figura 29 mostra uma das soluções geradas pelo algoritmo. Os helicoides  $\$1$ ,  $\$2$  e  $\$3$  possuem passo  $h$  igual a zero e, portanto, representam três juntas rotativas. Quando o algoritmo aplica o critério de seleção nesta solução, a matriz dos helicoides é montada da seguinte maneira:

$$Q = [ \$1 \quad \$2 \quad \$3 ] = \begin{bmatrix} a_1 & a_2 & a_3 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & m_2 & m_3 \\ 0 & n_2 & n_3 \end{bmatrix}.$$

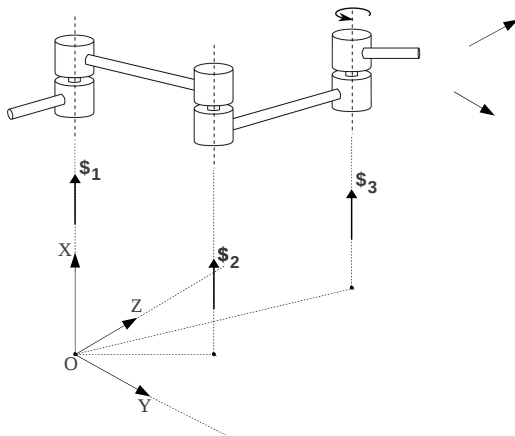


Figura 29 – Representação por helicoides de uma perna com movimento de saída planar.

Após a montagem da matriz de helicoides o algoritmo calcula o posto dessa matriz ( $\text{Rank}(Q)$ ) e aplica a Equação 4.5 para fazer a primeira verificação. Em seguida, o movimento de saída da solução é interpretado pelo algoritmo da seguinte maneira:

$$S(x) = \$_1 + \$_2 + \$_3 = \begin{bmatrix} a_1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} a_2 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ m_2 \\ n_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} a_3 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ m_3 \\ n_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \times \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ \times \\ \times \end{bmatrix}.$$

Então o algoritmo verifica se o movimento de saída da solução é o mesmo que o movimento de saída desejado (utilizando a Equação 4.6):

$$S(x) = S(d) \longrightarrow \begin{bmatrix} \times \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ \times \\ \times \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \times \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ \times \\ \times \end{bmatrix}.$$

A partir dos movimentos de saída  $S(x)$  da solução analisada, o algoritmo identifica o valor de  $r$  pela quantidade de componentes diferente de zero nesse vetor (neste exemplo  $r = 3$ ). Se todas as verificações forem verdadeiras o algoritmo guarda a solução que, ao final do processo, será disponibilizada ao usuário.

#### 4.5 CONCLUSÕES DO CAPÍTULO

Neste capítulo foi apresentado um novo método de síntese do tipo, o qual é utilizado na fase de geração de pernas de manipuladores paralelos. Tal método consiste de um algoritmo que apresenta características semelhantes aos algoritmos genéticos e, ao gerar as soluções, aplica a teoria de helicoides para a eliminação e seleção das soluções. O método proposto neste trabalho possui uma característica em comum com a *Morfologia Evolucionária*, apresentada no Capítulo 2. Tal característica consiste na presença de um código genético para atribuir determinadas características às soluções geradas. No entanto, a maneira de gerar e selecionar as soluções nesses dois métodos se diferem.

No próximo capítulo, os resultados gerados pelo novo método serão apresentados e comparados com os resultados coletados da literatura para que o algoritmo seja validado.

## 5 GERAÇÃO DE PERNAS

No Capítulo 3 foi realizada uma busca exaustiva na literatura com o objetivo de agrupar todas as soluções geradas pelas abordagens de síntese do tipo estudadas nas referências deste trabalho. Essa etapa foi importante para a identificação dos tipos de soluções geradas por cada método.

Este capítulo apresenta as soluções geradas pelo novo método de síntese do tipo apresentado no Capítulo 4. A mesma simbologia mostrada na Tabela 4 (capítulo 3) será utilizada para a representação dessas soluções, que foram classificadas e agrupadas em tabelas de acordo com o seu tipo de movimento de saída. Com isso, é possível identificar quais das soluções geradas pelo método proposto são alcançadas pelas abordagens de síntese estudadas, com a finalidade de validar o algoritmo.

### 5.1 PERNAS COM DUAS JUNTAS

Pernas com duas juntas podem ser classificadas de acordo com os seguintes movimentos de saída: duas translações ortogonais, duas rotações ortogonais ou a combinação de uma rotação e uma translação.

#### 5.1.1 Pernas com dois movimentos translacionais (2T)

A Tabela 26 apresenta as soluções geradas pelo método proposto, as quais possuem como movimento de saída duas translações ortogonais. As abordagens que alcançam essas soluções são indicadas com o símbolo “•”. Por exemplo, considerando as soluções mostradas na Tabela 26, a perna  $P \perp P$  é gerada somente pela *Morfologia Evolucionária* e pela *Abordagem dos Subgrupos de Deslocamentos*. As outras tabelas, apresentadas ao longo do capítulo, deverão ser interpretadas da mesma maneira.

Para o algoritmo proposto gerar as soluções mostradas na Tabela 26, os seguintes parâmetros de projeto foram requeridos:

- Juntas utilizadas para a montagem das soluções: junta rotativa (R), junta prismática (P) e junta helicoidal (H);
- Mobilidade desejada:  $M = 2$ ;
- Tipo de movimento de saída desejado:  
 $S(d) = (0, 0, 0, T_x, T_y, 0)^T \rightarrow S(d) = (0, 0, 0, \times, \times, 0)^T$ ;

- Relação angular: qualquer tipo de ângulo entre os eixos dos helicoides ( $90^\circ$ ,  $0^\circ$  ou ângulo genérico).

Tabela 26 – Pernas com dois movimentos translacionais.

Método Proposto		Abordagens		
Obs.	Arranjo de juntas	(1)	(2)	(3)
	P⊥P		•	•
	P P			•

(1) - Cadeia Virtual.

(2) - Morfologia Evolucionária.

(3) - Subgrupos de Deslocamentos.

### 5.1.2 Pernas com dois movimentos rotacionais (2R)

A Tabela 27 apresenta as soluções geradas pelo método proposto, as quais possuem como movimento de saída duas rotações ortogonais. As abordagens que alcançam essas soluções também são indicadas na tabela em questão.

Para o algoritmo proposto gerar essas soluções, os seguintes parâmetros de projeto foram requeridos:

- Juntas utilizadas para a montagem das soluções: junta rotativa (R), junta prismática (P) e junta helicoidal (H);
- Mobilidade desejada:  $M = 2$ ;
- Tipo de movimento de saída desejado:  
 $S(d) = (R_x, R_y, 0, 0, 0, 0)^T \rightarrow S(d) = (\times, \times, 0, 0, 0, 0)^T$ ;
- Relação angular: qualquer tipo de ângulo entre os eixos dos helicoides ( $90^\circ$ ,  $0^\circ$  ou ângulo genérico).

### 5.1.3 Pernas com um movimento rotacional e um movimento translacional (1R1T)

A Tabela 28 apresenta as soluções geradas pelo método proposto, as quais possuem como movimento de saída uma rotação e uma translação. As

Tabela 27 – Pernas com dois movimentos rotacionais.

Método Proposto		Abordagens		
		(1)	(2)	(3)
Obs.	Arranjo de juntas			
(a)	$\dot{R}\perp\dot{R}$		•	•
	$\dot{R}\dot{R}$			•

(1) - Cadeia Virtual.

(2) - Morfologia Evolucionária.

(3) - Subgrupos de Deslocamentos.

(a) - Equivalente à junta universal.

abordagens que alcançam essas soluções também são indicadas na tabela em questão.

Esse tipo de perna pode apresentar uma rotação em torno de um eixo e uma translação ao longo desse mesmo eixo, ou uma rotação em torno de um eixo e uma translação ao longo de outro eixo distinto. Portanto, para a geração de todas as soluções que apresentam esses tipos de movimentos, são necessárias duas vezes o funcionamento do algoritmo com parâmetros de projeto diferentes. Para o primeiro funcionamento, os seguintes parâmetros de projeto foram requeridos:

- Juntas utilizadas para a montagem das soluções: junta rotativa (R), junta prismática (P) e junta helicoidal (H);
- Mobilidade desejada:  $M = 2$ ;
- Tipo de movimento de saída desejado:  
 $S(d) = (R_x, 0, 0, T_x, 0, 0)^T \rightarrow S(d) = (\times, 0, 0, \times, 0, 0)^T$ ;
- Relação angular: qualquer tipo de ângulo entre os eixos dos helicoides ( $90^\circ$ ,  $0^\circ$  ou ângulo genérico).

Para o segundo funcionamento, os seguintes parâmetros de projeto foram requeridos:

- Juntas utilizadas para a montagem das soluções: junta rotativa (R), junta prismática (P) e junta helicoidal (H);
- Mobilidade desejada:  $M = 2$ ;
- Tipo de movimento de saída desejado:  
 $S(d) = (R_x, 0, 0, 0, T_y, 0)^T \rightarrow S(d) = (\times, 0, 0, 0, \times, 0)^T$ ;
- Relação angular: qualquer tipo de ângulo entre os eixos dos helicoides ( $90^\circ$ ,  $0^\circ$  ou ângulo genérico).

Tabela 28 – Pernas com um movimento translacional e um movimento rotacional.

Método Proposto		Abordagens		
Obs.	Arranjo de juntas	(1)	(2)	(3)
(a)	R  P		•	•
(a)(b)	$\hat{R}  \hat{H}, \hat{H}  \hat{H}, P  H$			•
	P⊥R		•	•
	R  R		•	

(1) - Cadeia Virtual.

(2) - Morfologia Evolucionária.

(3) - Subgrupos de Deslocamentos.

(a) - Equivalente à junta cilíndrica.

(b) - Os eixos das juntas são coaxiais quando indicados.

## 5.2 PERNAS COM TRÊS JUNTAS

Pernas com três juntas podem ser classificadas de acordo com os seguintes movimentos de saída: três translações ortogonais, duas rotações e uma translação, uma rotação e duas translações ou três rotações ortogonais.

### 5.2.1 Pernas com três movimentos translacionais (3T)

A Tabela 29 apresenta as soluções geradas pelo método proposto, as quais possuem como movimento de saída três translações ortogonais. As abordagens que alcançam essas soluções também são indicadas na tabela em questão.

Para o algoritmo proposto gerar essas soluções, os seguintes parâmetros de projeto foram requeridos:

- Juntas utilizadas para a montagem das soluções: junta rotativa (R), junta prismática (P) e junta helicoidal (H);
- Mobilidade desejada:  $M = 3$ ;
- Tipo de movimento de saída desejado:  
 $S(d) = (0, 0, 0, T_x, T_y, T_z)^T \rightarrow S(d) = (0, 0, 0, \times, \times, \times)^T$ ;
- Relação angular: qualquer tipo de ângulo entre os eixos dos helicoides ( $90^\circ$ ,  $0^\circ$  ou ângulo genérico).



Tabela 29 – Pernas com três movimentos translacionais.

Método Proposto		Abordagens		
Obs.	Arranjo de juntas	(1)	(2)	(3)
	$P \perp P \perp P$	•	•	•
	$P \perp P \nparallel P$	•		•
(a)	$P \nparallel P \nparallel P$	•		•

(1) - Cadeia Virtual.

(2) - Morfologia Evolucionária.

(3) - Subgrupos de Deslocamentos.

(a) - As direções das juntas 'P' não podem ser todas paralelas a um mesmo plano.

### 5.2.2 Pernas com dois movimentos rotacionais e um movimento translacional (2R1T)

A Tabela 30 apresenta as soluções geradas pelo método proposto, as quais possuem como movimento de saída duas rotações e uma translação. As abordagens que alcançam essas soluções também são indicadas na tabela em questão.

Para o algoritmo proposto gerar essas soluções, os seguintes parâmetros de projeto foram requeridos:

- Juntas utilizadas para a montagem das soluções: junta rotativa (R), junta prismática (P) e junta helicoidal (H);
- Mobilidade desejada:  $M = 3$ ;
- Tipo de movimento de saída desejado:  
 $S(d) = (R_x, R_y, 0, T_x, 0, 0)^T \rightarrow S(d) = (\times, \times, 0, \times, 0, 0)^T$ ;
- Relação angular: qualquer tipo de ângulo entre os eixos dos helicoides ( $90^\circ$ ,  $0^\circ$  ou ângulo genérico).

### 5.2.3 Pernas com um movimento rotacional e dois movimentos translacionais (1R2T)

A Tabela 31 apresenta as soluções geradas pelo método proposto, as quais possuem como movimento de saída uma rotação e duas translações. As abordagens que alcançam essas soluções também são indicadas na tabela em questão.

Tabela 30 – Pernas com dois movimentos rotacionais e um movimento translacional.

Método Proposto		Abordagens		
Obs.	Arranjo de juntas	(1)	(2)	(3)
	$\dot{R} \perp \dot{R} \perp \perp P$	•	•	•
	$\dot{R} \parallel P \perp \dot{R}, P \parallel \dot{R} \perp \dot{R}, \dot{R} \perp \dot{R} \parallel R, P \parallel R \perp R, R \perp R \perp \perp P, R \perp R \perp \parallel R, R \perp P \perp \perp R, R \parallel P \perp R$		•	
	$R \parallel R \perp R, R \parallel \dot{R} \dot{R}, \dot{R} \perp \dot{R} \perp \parallel R, R \perp \dot{R} \dot{R}, P \perp \dot{R} \dot{R}, \dot{R} \parallel P \dot{R}, \dot{R} \perp \dot{R} \perp \parallel P, \dot{R} \dot{R} \parallel P, \dot{R} \perp P \dot{R}, \dot{R} \perp P \parallel \dot{H}, \dot{R} \perp \dot{H} \parallel P, P \parallel \dot{R} \dot{R}, P \dot{R} \dot{R}, P \parallel \dot{H} \dot{R}, \dot{H} \parallel \dot{R} \perp R, H \parallel P \perp R, \dot{H} \parallel P \dot{R}, \dot{H} \perp \dot{R} \parallel R, H \perp R \parallel R, \dot{H} \parallel \dot{H} \perp R$			
(a)	$R \parallel \dot{H} \perp \dot{R}, R \parallel \dot{H} \dot{R}, H \parallel \dot{R} \perp \dot{R}, H \parallel \dot{H} \perp \dot{R}, H \parallel \dot{R} \dot{R}, H \parallel \dot{H} \dot{R}$			

(1) - Cadeia Virtual.

(2) - Morfologia Evolucionária.

(3) - Subgrupos de Deslocamentos.

(a) - Os eixos das duas primeiras juntas são coaxiais.

Esse tipo de perna pode apresentar duas translações independentes e uma rotação em torno de um eixo perpendicular ao plano de translação (movimento planar), ou duas translações independentes e uma rotação em torno de um eixo paralelo ao plano de translação. Portanto, para a geração de todas as soluções que apresentam esses tipos de movimentos, são necessárias duas vezes o funcionamento do algoritmo com parâmetros de projeto diferentes. Para o primeiro funcionamento, os seguintes parâmetros de projeto foram requeridos:

- Juntas utilizadas para a montagem das soluções: junta rotativa (R), junta prismática (P) e junta helicoidal (H);
- Mobilidade desejada:  $M = 3$ ;
- Tipo de movimento de saída desejado:  
 $S(d) = (R_x, 0, 0, 0, T_y, T_z)^T \rightarrow S(d) = (\times, 0, 0, 0, \times, \times)^T$ ;
- Relação angular: qualquer tipo de ângulo entre os eixos dos helicoides ( $90^\circ$ ,  $0^\circ$  ou ângulo genérico).

Para o segundo funcionamento, os seguintes parâmetros de projeto foram requeridos:

- Juntas utilizadas para a montagem das soluções: junta rotativa (R), junta prismática (P) e junta helicoidal (H);

- Mobilidade desejada:  $M = 3$ ;
- Tipo de movimento de saída desejado:  
 $S(d) = (R_x, 0, 0, T_x, T_y, 0)^T \rightarrow S(d) = (\times, 0, 0, \times, \times, 0)^T$ ;
- Relação angular: qualquer tipo de ângulo entre os eixos dos helicoides ( $90^\circ$ ,  $0^\circ$  ou ângulo genérico).

Tabela 31 – Pernas com dois movimentos translacionais e um movimento rotacional.

Obs.	Método Proposto	Abordagens		
		(1)	(2)	(3)
(a)	$R \parallel R \parallel R$	•	•	•
(a)	$P \perp P \perp \perp R, P \perp R \perp \perp P, R \parallel R \perp P, R \perp P \perp \parallel R$		•	•
	$P \parallel R \parallel R, R \parallel P \parallel R, P \parallel R \perp P$		•	
(a)(b)	$R \perp P \perp \perp P, P \perp R \perp \perp P$			
(c)	$P \perp P \parallel R, P \perp P \perp \parallel R$	•	•	
(c)	$P \perp P \parallel R, P \perp P \perp R$	•		
(c)	$R \parallel R \perp P, R \perp P \perp P, R \perp P \perp \parallel P, \acute{R} \parallel \acute{H} \perp P, P \parallel R \perp P, P \perp P \parallel H, P \parallel H \perp P, P \perp R \perp P, P \perp H \perp P, H \perp P \perp P, H \perp P \perp P, H \parallel R \perp P$			
	$\acute{R} \parallel \acute{H} \perp P, P \perp P \perp \parallel H, P \parallel H \perp P, P \perp \acute{R} \parallel \acute{H}, P \perp P \parallel H, P \perp \acute{H} \parallel \acute{H}, \acute{H} \parallel \acute{R} \parallel R, \acute{H} \parallel \acute{R} \perp P, H \parallel R \parallel P, H \parallel R \perp P, H \parallel P \perp P, H \parallel P \parallel R, H \perp P \perp \parallel R, \acute{H} \parallel \acute{H} \parallel R, \acute{H} \parallel \acute{H} \perp P$			

(1) - Cadeia Virtual.

(2) - Morfologia Evolucionária.

(3) - Subgrupos de Deslocamentos.

(a) - Movimento planar.

(b) - As direções das juntas 'P' são paralelas ao plano perpendicular à junta 'R'.

(c) - Os eixos das juntas 'R' e as direções das juntas 'P' são paralelas a um mesmo plano.

### 5.2.4 Pernas com três movimentos rotacionais (3R)

A Tabela 32 apresenta as soluções geradas pelo método proposto, as quais possuem como movimento de saída três rotações ortogonais. As abordagens que alcançam essas soluções também são indicadas na tabela em questão.

Para o algoritmo proposto gerar essas soluções, os seguintes parâmetros de projeto foram requeridos:

- Juntas utilizadas para a montagem das soluções: junta rotativa (R), junta prismática (P) e junta helicoidal (H);
- Mobilidade desejada:  $M = 3$ ;
- Tipo de movimento de saída desejado:  
 $S(d) = (R_x, R_y, R_z, 0, 0, 0)^T \rightarrow S(d) = (\times, \times, \times, 0, 0, 0)^T$ ;
- Relação angular: qualquer tipo de ângulo entre os eixos dos helicoides ( $90^\circ$ ,  $0^\circ$  ou ângulo genérico).

Tabela 32 – Pernas com três movimentos rotacionais.

Método Proposto		Abordagens		
Obs.	Arranjo de juntas	(1)	(2)	(3)
	$\dot{R} \perp \dot{R} \perp \perp \dot{R}$	•	•	•
	$\dot{R} \perp \dot{R} \dot{R}$	•		•
(a)	$\dot{R} \dot{R} \dot{R}$	•		•

(1) - Cadeia Virtual.

(2) - Morfologia Evolucionária.

(3) - Subgrupos de Deslocamentos.

(a) - Os eixos das juntas 'R' não podem ser todos paralelos a um mesmo plano.

### 5.3 PERNAS COM QUATRO JUNTAS

Pernas com quatro juntas podem ser classificadas de acordo com os seguintes movimentos de saída: uma rotação e três translações ortogonais (movimento *Schönflies*), duas rotações e duas translações ou três rotações ortogonais e uma translação.

#### 5.3.1 Pernas com três movimentos translacionais e um movimento rotacional (movimento *Schönflies*) (1R3T)

A Tabela 33 apresenta as soluções geradas pelo método proposto, as quais possuem como movimento de saída uma rotação e três translações ortogonais. As abordagens que alcançam essas soluções também são indicadas na tabela em questão.

Para o algoritmo proposto gerar essas soluções, os seguintes parâmetros de projeto foram requeridos:

- Juntas utilizadas para a montagem das soluções: junta rotativa (R), junta prismática (P) e junta helicoidal (H);
- Mobilidade desejada:  $M = 4$ ;
- Tipo de movimento de saída desejado:  
 $S(d) = (R_x, 0, 0, T_x, T_y, T_z)^T \rightarrow S(d) = (\times, 0, 0, \times, \times, \times)^T$ ;
- Relação angular: qualquer tipo de ângulo entre os eixos dos helicoides ( $90^\circ$ ,  $0^\circ$  ou ângulo genérico).

### 5.3.2 Pernas com dois movimentos rotacionais e dois movimentos translacionais (2R2T)

A Tabela 34 apresenta as soluções geradas pelo método proposto, as quais possuem como movimento de saída duas rotações e duas translações. A única abordagem que alcança parte dessas soluções também é indicada na tabela.

Esse tipo de perna pode apresentar duas translações planares e duas rotações pertencentes ao mesmo plano de translação, ou duas translações planares e uma rotação ortogonal ao eixo de translação (a outra rotação pertence ao plano de translação). Portanto, para a geração de todas as soluções que apresentam esses tipos de movimentos, são necessárias duas vezes o funcionamento do algoritmo com parâmetros de projeto diferentes. Para o primeiro funcionamento, os seguintes parâmetros de projeto foram requeridos:

- Juntas utilizadas para a montagem das soluções: junta rotativa (R), junta prismática (P) e junta helicoidal (H);
- Mobilidade desejada:  $M = 4$ ;
- Tipo de movimento de saída desejado:  
 $S(d) = (R_x, R_y, 0, T_x, T_y, 0)^T \rightarrow S(d) = (\times, \times, 0, \times, \times, 0)^T$ ;
- Relação angular: qualquer tipo de ângulo entre os eixos dos helicoides ( $90^\circ$ ,  $0^\circ$  ou ângulo genérico).

Para o segundo funcionamento, os seguintes parâmetros de projeto foram requeridos:

- Juntas utilizadas para a montagem das soluções: junta rotativa (R), junta prismática (P) e junta helicoidal (H);

- Mobilidade desejada:  $M = 4$ ;
- Tipo de movimento de saída desejado:  
 $S(d) = (R_x, 0, R_z, T_x, T_y, 0)^T \rightarrow S(d) = (\times, 0, \times, \times, \times, 0)^T$ ;
- Relação angular: qualquer tipo de ângulo entre os eixos dos helicoides ( $90^\circ$ ,  $0^\circ$  ou ângulo genérico).

Tabela 33 – Pernas com três movimentos translacionais e um movimento rotacional.

Método Proposto		Abordagens		
Obs.	Arranjo de juntas	(1)	(2)	(3)
Todas as soluções presentes na tabela 14 (capítulo 3)		•	•	•
(a)	$R \perp P \perp \perp P \perp \perp H, H \perp P \perp \perp P \perp \perp H$			•
(b)	$P \perp R \parallel H \perp P, P \perp P \parallel H \perp P, P \perp H \parallel H \perp P, P \perp \acute{H} \parallel \acute{H} \perp P, P \perp \acute{R} \parallel \acute{H} \perp P$			•
	$R \parallel R \parallel \acute{R} \parallel \acute{H}, R \parallel R \perp P \parallel H, R \parallel \acute{R} \parallel \acute{H} \parallel R, R \parallel \acute{R} \parallel \acute{H} \perp P,$ $R \parallel \acute{R} \parallel \acute{H} \parallel H, R \parallel R \parallel \acute{H} \parallel \acute{R}, R \parallel R \parallel H \perp P, R \parallel R \parallel \acute{H} \parallel \acute{H},$ $R \parallel P \perp P \parallel H, R \perp P \perp \parallel \acute{R} \parallel \acute{H}, R \perp P \perp \parallel R \parallel H, R \perp P \perp \parallel P \parallel H,$ $R \perp P \perp \parallel \acute{H} \parallel \acute{R}, R \perp P \perp \parallel H \parallel R, R \perp P \perp \parallel H \perp \perp P,$ $R \perp P \perp \parallel \acute{H} \parallel \acute{H}, R \perp P \perp \parallel H \parallel H, \acute{R} \parallel \acute{H} \parallel R \perp P, \acute{R} \parallel \acute{H} \parallel R \parallel H,$ $\acute{R} \parallel \acute{H} \perp P \perp \perp P, \acute{R} \parallel \acute{H} \perp P \perp \parallel H, \acute{R} \parallel \acute{H} \parallel H \parallel R, \acute{R} \parallel \acute{H} \parallel H \perp P,$ $\acute{R} \parallel \acute{H} \parallel H \parallel H, R \parallel \acute{H} \parallel \acute{R} \perp P, R \parallel \acute{H} \parallel \acute{R} \parallel H, R \parallel H \parallel R \perp P,$ $R \parallel H \parallel \acute{R} \parallel \acute{H}, R \parallel H \perp P \perp \perp P, R \parallel H \perp P \perp \parallel H, R \parallel \acute{H} \parallel \acute{H} \parallel R,$ $R \parallel \acute{H} \parallel \acute{H} \perp P, R \parallel \acute{H} \parallel \acute{H} \parallel H, R \parallel H \parallel H \perp P, R \parallel H \parallel \acute{H} \parallel \acute{H},$ $P \perp P \perp \perp P \perp \perp H, P \perp P \perp \parallel H \perp \perp P, P \parallel H \perp P \perp \perp P,$ $P \parallel H \parallel H \perp P, P \perp R \parallel \acute{R} \parallel \acute{H}, P \perp R \parallel R \parallel H, P \perp R \perp \perp P \perp \parallel H,$ $P \perp \acute{R} \parallel \acute{H} \parallel H, P \perp R \parallel \acute{H} \parallel \acute{H}, P \perp R \parallel H \parallel H, P \perp P \perp \perp \acute{R} \parallel \acute{H},$ $P \perp P \perp \perp R \parallel H, P \perp P \perp \perp P \parallel H, P \perp P \perp \parallel \acute{H} \parallel \acute{H}, P \perp P \perp \perp H \parallel H,$ $P \perp P \perp \perp P \perp \parallel H, P \perp P \parallel H \parallel H, P \perp \acute{H} \parallel \acute{R} \parallel H, P \perp H \parallel \acute{R} \parallel \acute{H},$ $P \perp H \parallel R \parallel H, P \perp H \perp \perp P \perp \parallel H, P \perp \acute{H} \parallel \acute{H} \parallel H, P \perp H \parallel \acute{H} \parallel \acute{H},$ $P \perp H \parallel H \parallel H, \acute{H} \parallel \acute{R} \parallel R \parallel H, \acute{H} \parallel \acute{R} \perp P \perp \parallel H, \acute{H} \parallel \acute{R} \parallel H \parallel H,$ $H \parallel R \perp P \perp \parallel H, H \parallel \acute{R} \parallel \acute{H} \parallel H, H \perp P \perp \parallel \acute{H} \parallel \acute{H}, H \perp P \perp \parallel H \parallel H,$ $\acute{H} \parallel \acute{H} \parallel H \parallel H, H \parallel \acute{H} \parallel \acute{H} \parallel H$			•

(1) - Cadeia Virtual.

(2) - Morfologia Evolucionária.

(3) - Subgrupos de Deslocamentos.

(a) - Os eixos da primeira e da ultima junta são paralelas entre si.

(b) - As direções da primeira e da ultima junta são perpendiculares entre si.

Tabela 34 – Pernas com dois movimentos rotacionais e dois movimentos translacionais.

Método Proposto		Abordagens		
Obs.	Arranjo de juntas	(1)	(2)	(3)
	$\dot{R}  P\perp P  \dot{H}$ , $\dot{R}  P\perp\dot{H}  P$ , $P  \dot{R}\perp P  \dot{H}$ , $P  \dot{R}\perp\dot{H}  P$ , $\dot{H}  \dot{R}  \dot{R}\perp\dot{R}$ , $\dot{H}  \dot{R}  R\perp R$ , $\dot{H}  \dot{R}\perp R  P$ , $\dot{H}  \dot{R}\perp P  R$ , $H  \dot{R}  P\perp\dot{R}$ , $H  R  P\perp R$ , $H  \dot{R}\perp\dot{R}  R$ , $H  \dot{R}\perp\dot{R}  P$ , $H  R\perp R  R$ , $H  R\perp R  P$ , $H  \dot{R}\perp P  \dot{R}$ , $H  R\perp P  R$ , $H  P  \dot{R}\perp\dot{R}$ , $H  P  R\perp R$ , $H  P\perp R  P$ , $H  P\perp P  R$ , $\dot{H}\perp R  R  P$ , $\dot{H}\perp\dot{R}  P  R$ , $H\perp R  R  P$ , $H\perp R  P  R$ , $\dot{H}\perp P  \dot{R}  R$ , $H\perp P  R  R$ , $P  \dot{H}\perp\dot{R}  H$ , $P  \dot{H}\perp P  \dot{H}$ , $P  \dot{H}\perp\dot{H}  P$ , $\dot{H}  P\perp P  \dot{H}$ , $\dot{H}  \dot{H}  \dot{R}\perp\dot{R}$ , $\dot{H}  \dot{H}  R\perp R$ , $\dot{H}  \dot{H}\perp R  P$ , $\dot{H}  \dot{H}\perp P  R$ , $R\perp P\perp\perp P\perp\perp H$ , $H  R\perp R\perp R$ , $\dot{R}\perp P  \dot{H}\perp P$ , $H  R\perp P\perp\perp R$ , $\dot{R}\perp P  \dot{H}\perp P$ , $\dot{R}\perp\dot{H}  P\perp P$ , $\dot{R}\perp\dot{H}\perp\perp P\perp\perp P$ , $\dot{H}  P\perp\dot{R}  R$ , $\dot{H}  P\perp\dot{R}\perp R$ , $P  \dot{H}\perp\dot{R}\perp\perp P$ , $H  P\perp R  R$ , $H  P\perp R\perp R$ , $P\perp\dot{R}\perp\perp P  \dot{H}$ , $H  P\perp R\perp P$ , $H  P\perp P\perp\perp R$ , $\dot{H}\perp\dot{R}  R  R$ , $\dot{H}\perp\dot{R}\perp\perp R  P$ , $\dot{H}\perp\dot{R}\perp R\perp P$ , $\dot{H}  \dot{R}\perp R  R$ , $\dot{H}\perp\dot{R}\perp P  R$ , $\dot{H}  R\perp\dot{R}\perp\dot{R}$ , $H\perp R  R  R$ , $\dot{H}  \dot{R}\perp R\perp R$ , $H\perp\dot{R}\perp\dot{R}  R$ , $\dot{H}  \dot{R}\perp R\perp P$ , $H\perp\dot{R}\perp\dot{R}\perp P$ , $\dot{H}  \dot{R}\perp P\perp\perp R$ , $H\perp R\perp R  P$ , $H  R  \dot{R}\perp\dot{R}$ , $H\perp R\perp P\perp\perp R$ , $H  R  R\perp R$ , $H\perp R\perp P\perp\perp R$ , $H\perp P\perp\perp R  R$ , $H\perp P\perp\perp R\perp R$ , $H  \dot{R}\perp\dot{R}\perp R$ , $H\perp P\perp\perp P\perp\perp R$ , $H  \dot{R}\perp\dot{R}\perp P$ , $\dot{H}  \dot{H}\perp R\perp R$ , $\dot{H}  \dot{H}\perp R  R$ , $\dot{H}  \dot{H}\perp\dot{R}\perp\dot{R}$ , $\dot{H}  \dot{H}\perp R\perp P$ , $\dot{H}  \dot{H}\perp P\perp\perp R$ , $\dot{H}\perp\dot{R}  R\perp P$ , $H\perp R\perp P\perp\perp R$ , $\dot{H}\perp\dot{R}\perp R\perp R$ , $\dot{H}\perp\dot{R}\perp P\perp\perp R$ , $H\perp P\perp\perp R  R$ , $H\perp R  \dot{R}\perp\dot{R}$ , $H\perp P\perp\perp R\perp R$ , $H\perp R  R\perp R$ , $H\perp P\perp\perp\dot{R}\perp\dot{R}$ , $H\perp R  R\perp P$ , $H\perp P\perp\perp\dot{R}\perp\dot{R}$ , $H\perp\dot{R}\perp\dot{R}  P$ , $H\perp R\perp P\perp\perp P$ , $H\perp\dot{R}\perp\dot{R}\perp R$ , $H\perp R\perp R  R$ , $H\perp R\perp\dot{R}\perp\dot{R}$ , $H\perp R\perp R\perp R$ , $H\perp R\perp R\perp P$ , $H\perp\dot{R}\perp P  \dot{R}$ , $H\perp R\perp P  R$			
	$R  \dot{R}\perp\dot{R}  R$ , $R  \dot{R}\perp\dot{R}\perp R$ , $\dot{R}\perp\dot{R}\perp R\perp R$ , $R\perp\dot{R}\perp\dot{R}\perp R$ , $R  \dot{R}\perp\dot{R}\perp P$ , $\dot{R}\perp\dot{R}  R  P$ , $R  \dot{R}\perp\dot{R}  P$ , $\dot{R}\perp\dot{R}  R  P$ , $R\perp\dot{R}\perp\dot{R}  P$ , $\dot{R}\perp\dot{R}\perp R\perp P$ , $R\perp\dot{R}\perp\dot{R}\perp P$ , $R  \dot{R}  P\perp\dot{R}$ , $R  \dot{R}\perp P  \dot{R}$ , $R\perp\dot{R}  P\perp\dot{R}$ , $\dot{R}\perp P  \dot{R}  R$ , $\dot{R}  P\perp\dot{R}\perp R$ , $R  P\perp\dot{R}\perp\dot{R}$ , $\dot{R}  P\perp\dot{R}  P$ , $\dot{R}  P\perp\dot{R}\perp\perp P$ , $\dot{R}  P\perp P  \dot{R}$ , $P  \dot{R}\perp\dot{R}  P$ , $P\perp\dot{R}\perp\dot{R}\perp P$			
	$P  \dot{R}\perp\dot{R}\perp P$ , $\dot{R}\perp\dot{R}\perp P\perp\perp R$ , $\dot{R}\perp\dot{R}  P\perp R$ , $\dot{R}\perp\dot{R}  P  R$ , $\dot{R}\perp\dot{R}  R\perp R$ , $R  R  \dot{R}\perp\dot{R}$ , $\dot{R}\perp\dot{R}  R\perp P$ , $R\perp P\perp\perp\dot{R}\perp\dot{R}$ , $\dot{R}\perp\dot{R}\perp P\perp\perp P$ , $\dot{R}\perp\dot{R}  P\perp P$ , $\dot{R}\perp\dot{R}\perp P\perp\perp P$ , $\dot{R}\perp P  \dot{R}\perp P$		•	

*continua na próxima página...*

...continuação da página anterior

	$P \perp P \perp \parallel R \perp R, P \perp P \parallel R \perp R, P \perp R \perp R \perp P, P \parallel R \perp P \perp R,$ $P \perp R \parallel P \perp R, P \parallel R \perp R \perp \perp R, P \perp R \perp R \parallel R, P \parallel R \perp R \parallel R,$ $R \perp P \perp \parallel P \perp R, R \parallel P \perp P \perp \perp R, R \perp P \perp \perp R \perp R, R \perp P \parallel R \perp R,$ $R \perp P \perp \perp R \parallel R, R \parallel P \parallel R \perp R, R \parallel P \perp R \perp R, R \parallel P \perp R \parallel R,$ $R \perp R \perp P \perp \parallel R, R \parallel R \parallel P \perp R, R \parallel R \perp R \perp R, R \perp R \perp R \perp R,$ $R \perp P \perp \perp R \parallel P, R \parallel P \perp R \perp \perp P, R \perp P \perp \perp R \perp \perp P$		•	
	$R \perp R \parallel R \perp R, R \parallel R \perp R \perp P, R \perp R \parallel R \parallel P, R \perp R \parallel R \perp P,$ $R \perp R \perp R \perp P, R \parallel P \parallel R \perp R, R \perp R \perp \perp P \perp \perp R, R \perp R \perp P \perp \perp P,$ $R \parallel P \perp R \parallel P, R \parallel P \perp P \parallel R, P \parallel R \perp R \parallel P, P \parallel R \perp R \perp P$			
	$R \perp P \perp \parallel R \perp \parallel R$		•	•
	$R \parallel R \parallel R \perp R, R \parallel R \perp R \parallel R$		•	
(a)	$\dot{C} \perp \dot{C}, \dot{R} \parallel P \perp \dot{C}, P \parallel \dot{R} \perp \dot{C}, C \parallel \dot{R} \perp \dot{R}, C \parallel R \perp R, \dot{R} \parallel P \perp \dot{C},$ $\dot{C} \perp P \parallel \dot{H}, \dot{C} \perp \dot{H} \parallel P, \dot{R} \perp \dot{C} \perp P, \dot{C} \perp \dot{R} \perp P, \dot{C} \perp \dot{R} \parallel R, \dot{C} \perp \dot{R} \perp R,$ $H \parallel \dot{C} \perp \dot{R}$			

(1) - Cadeia Virtual.

(2) - Morfologia Evolucionária.

(3) - Subgrupos de Deslocamentos.

(a) - Junta 'C' equivalente à:  $\dot{R} \parallel \dot{H}, \dot{H} \parallel \dot{R}$  e  $\dot{H} \parallel \dot{H}$ .

### 5.3.3 Pernas com três movimentos rotacionais e um movimento translacional (3R1T)

A Tabela 35 apresenta as soluções geradas pelo método proposto, as quais possuem como movimento de saída três rotações ortogonais e uma translação. As abordagens que alcançam essas soluções também são indicadas na tabela em questão.

Para o algoritmo proposto gerar essas soluções, os seguintes parâmetros de projeto foram requeridos:

- Juntas utilizadas para a montagem das soluções: junta rotativa (R), junta prismática (P) e junta helicoidal (H);
- Mobilidade desejada:  $M = 4$ ;
- Tipo de movimento de saída desejado:  
 $S(d) = (R_x, R_y, R_z, T_x, 0, 0)^T \rightarrow S(d) = (\times, \times, \times, \times, 0, 0)^T$ ;
- Relação angular: qualquer tipo de ângulo entre os eixos dos helicoides ( $90^\circ$ ,  $0^\circ$  ou ângulo genérico).



Tabela 35 – Pernas com três movimentos rotacionais e um movimento translacional.

Método Proposto		Abordagens		
		(1)	(2)	(3)
(a)	$P \perp \dot{R} \perp \dot{R} \perp \perp \dot{R}, P \parallel \dot{R} \perp \dot{R} \perp \perp \dot{R}, \dot{R} \parallel P \perp \dot{R} \perp \perp \dot{R}$	•	•	•
	$(\dot{R}\dot{R}) \nmid P$	•	•	•
	$\dot{R} \perp \dot{R} \parallel P \perp R, \dot{R} \perp \dot{R} \parallel R \perp R$		•	
	$P \parallel R \perp R \perp \perp R, R \perp P \perp \perp R \perp R, R \parallel P \perp R \perp R, R \parallel R \perp R \perp R,$ $R \perp R \perp R \parallel R, R \perp R \perp R \perp R$		•	
(b)	$\dot{R} \perp \dot{R} \parallel \dot{R} \perp \dot{R}, \dot{H} \perp \dot{R} \parallel \dot{R} \perp \dot{R}, \dot{R} \perp \dot{R} \perp \perp \dot{R} \perp \dot{R}$			
(c)	$\dot{C} \perp \dot{R} \perp \perp \dot{R}, \dot{C} \perp \dot{R} \perp \perp R$			
	$\dot{R} \parallel P \perp \dot{R} \perp \perp R, R \parallel P \perp \dot{R} \perp \perp \dot{R}, \dot{R} \perp \dot{R} \perp \perp \dot{R} \parallel R,$ $\dot{R} \perp \dot{R} \perp \perp \dot{R} \perp \parallel R, \dot{R} \perp \dot{R} \perp \perp R \parallel R, \dot{R} \perp \dot{R} \perp \perp R \perp \parallel R,$ $\dot{R} \perp \dot{R} \perp \perp R \perp \perp P, \dot{R} \perp \dot{R} \perp \parallel P \perp \perp R, R \perp R \parallel R \perp R,$ $R \perp \dot{R} \perp \perp \dot{R} \parallel R, R \perp \dot{R} \perp \perp \dot{R} \perp \parallel R, R \perp R \perp \perp \dot{R} \perp \parallel \dot{R},$ $R \perp \dot{R} \perp \perp \dot{R} \perp \perp P, R \perp R \perp \perp R \perp \perp P, \dot{R} \perp \dot{R} \perp \perp P \parallel \dot{H},$ $\dot{R} \perp \dot{R} \perp \perp \dot{H} \parallel P, \dot{H} \parallel P \perp \dot{R} \perp \perp R, H \parallel P \perp \dot{R} \perp \perp \dot{R},$ $H \parallel P \perp R \perp \perp R, \dot{H} \perp \dot{R} \parallel R \perp R, H \perp R \parallel \dot{R} \perp \dot{R}, H \perp R \parallel R \perp R,$ $\dot{H} \parallel \dot{H} \perp \dot{R} \perp \perp \dot{R}, \dot{H} \parallel \dot{H} \perp R \perp \perp R, \dot{R} \perp \dot{R} \perp \perp \dot{R} \perp \perp R,$ $\dot{R} \perp \dot{R} \perp \perp R \perp \perp R, \dot{R} \perp \dot{R} \perp \perp R \perp \parallel P, P \parallel \dot{R} \perp \dot{R} \perp \perp R,$ $P \parallel R \perp \dot{R} \perp \perp \dot{R}, P \perp \dot{R} \perp \perp \dot{R} \perp \perp R, \dot{H} \parallel \dot{R} \perp \dot{R} \perp \perp \dot{R},$ $\dot{H} \parallel \dot{R} \perp R \perp \perp R, \dot{R} \perp P \parallel \dot{R} \perp R$			

(1) - Cadeia Virtual.

(2) - Morfologia Evolucionária.

(3) - Subgrupos de Deslocamentos.

(a) - Todas as combinações possíveis de ângulos ( $\perp$  e  $\nmid$ ) entre as juntas 'R' e os eixos das juntas 'R' não podem ser todos paralelos a um mesmo plano.

(b) - Os eixos das duas primeiras juntas se intersectam em um mesmo ponto e os eixos das duas últimas juntas se intersectam em outro ponto.

(c) - Junta cilíndrica 'C' equivalente à:  $\dot{R} \parallel \dot{H}, \dot{H} \parallel \dot{R}$  e  $\dot{H} \parallel \dot{H}$ .

## 5.4 PERNAS COM CINCO JUNTAS

Pernas com cinco juntas podem ser classificadas de acordo com os seguintes movimentos de saída: duas rotações e três translações ortogonais ou três rotações ortogonais e duas translações.

#### 5.4.1 Pernas com dois movimentos rotacionais e três movimentos translacionais (2R3T)

A Tabela 36 apresenta as soluções geradas pelo método proposto, as quais possuem como movimento de saída duas rotações e três translações ortogonais. As abordagens que alcançam essas soluções também são indicadas na tabela em questão.

Para o algoritmo proposto gerar essas soluções, os seguintes parâmetros de projeto foram requeridos:

- Juntas utilizadas para a montagem das soluções: junta rotativa (R), junta prismática (P) e junta helicoidal (H);
- Mobilidade desejada:  $M = 5$ ;
- Tipo de movimento de saída desejado:  
 $S(d) = (R_x, R_y, 0, T_x, T_y, T_z)^T \rightarrow S(d) = (\times, \times, 0, \times, \times, \times)^T$ ;
- Relação angular: qualquer tipo de ângulo entre os eixos dos helicoides ( $90^\circ$ ,  $0^\circ$  ou ângulo genérico).

#### 5.4.2 Pernas com três movimentos rotacionais e dois movimentos translacionais (3R2T)

A Tabela 37 apresenta as soluções geradas pelo método proposto, as quais possuem como movimento de saída três rotações ortogonais e duas translações. As abordagens que alcançam essas soluções também são indicadas na tabela em questão.

Para o algoritmo proposto gerar essas soluções, os seguintes parâmetros de projeto foram requeridos:

- Juntas utilizadas para a montagem das soluções: junta rotativa (R), junta prismática (P) e junta helicoidal (H);
- Mobilidade desejada:  $M = 5$ ;
- Tipo de movimento de saída desejado:  
 $S(d) = (R_x, R_y, R_z, T_x, T_y, 0)^T \rightarrow S(d) = (\times, \times, \times, \times, \times, 0)^T$ ;
- Relação angular: qualquer tipo de ângulo entre os eixos dos helicoides ( $90^\circ$ ,  $0^\circ$  ou ângulo genérico).

Tabela 36 – Pernas com dois movimentos rotacionais e três movimentos translacionais.

Método Proposto		Abordagens		
		(1)	(2)	(3)
Obs.	Arranjo de juntas	(1)	(2)	(3)
<b>Todas as soluções presentes na tabela 18 (capítulo 3)</b>		•	•	•
(a)	$\dot{C}\perp\dot{R}\parallel H\parallel H$ , $\dot{C}\perp\dot{R}\parallel H\perp P$ , $C\parallel\dot{H}\perp\dot{R}\perp P$ , $C\parallel\dot{H}\perp\dot{R}\parallel H$ , $C\parallel H\parallel\dot{H}\perp\dot{R}$ , $\dot{R}\perp\dot{C}\parallel H\perp P$ , $\dot{R}\perp\dot{C}\parallel H\parallel H$ , $\dot{R}\perp\dot{R}\perp P\perp\parallel C$ , $\dot{R}\perp\dot{R}\perp C\perp\parallel P$ , $\dot{R}\perp\dot{R}\perp C\parallel H$ , $\dot{R}\perp\dot{R}\parallel C\perp P$ , $\dot{R}\perp\dot{R}\parallel H\parallel C$ , $\dot{R}\perp\dot{R}\parallel C\parallel H$ , $\dot{R}\perp\dot{R}\parallel H\perp C$ , $R\perp P\perp\parallel\dot{C}\perp\dot{R}$ , $\dot{R}\perp\dot{C}\perp P\perp\perp P$ , $R\perp\dot{C}\perp\dot{R}\parallel H$ , $R\perp C\perp P\perp\perp P$ , $R\perp C\parallel H\perp P$ , $R\perp C\parallel H\parallel H$ , $R\perp P\perp\parallel P\perp\perp C$ , $R\perp P\perp\perp C\perp P$ , $R\perp P\perp\perp C\parallel H$ , $\dot{C}\perp\dot{R}\perp P\perp\parallel P$ , $R\parallel H\parallel\dot{H}\perp\dot{C}$ , $R\parallel H\parallel H\perp C$ , $P\perp\dot{C}\perp\dot{R}\parallel H$ , $P\perp\dot{C}\perp\dot{R}\perp P$ , $P\perp P\perp\parallel R\perp C$ , $P\perp\dot{R}\perp\dot{C}\parallel H$ , $P\perp R\perp C\parallel H$ , $P\perp R\parallel\dot{H}\perp\dot{C}$ , $P\perp R\parallel H\perp C$ , $\dot{H}\perp\dot{C}\parallel H\parallel H$ , $\dot{H}\perp\dot{R}\parallel C\parallel H$ , $\dot{H}\perp\dot{R}\parallel H\parallel C$ , $H\perp C\parallel H\parallel H$ , $R\parallel\dot{C}\perp\dot{R}\perp P$ , $R\parallel\dot{H}\perp\dot{C}\perp P$ , $R\parallel\dot{H}\perp\dot{C}\parallel H$ , $R\parallel\dot{H}\perp\dot{R}\parallel C$ , $R\parallel H\perp C\perp P$ , $R\parallel H\perp C\parallel H$ , $R\parallel H\perp P\perp\perp C$ , $R\parallel\dot{C}\perp\dot{R}\parallel H$ , $P\perp\dot{C}\perp\dot{R}\parallel H$ , $P\perp\dot{R}\perp\dot{R}\parallel C$ , $H\perp P\perp\perp C\parallel H$ , $R\parallel\dot{C}\perp\dot{R}\parallel H$			
	$\dot{R}\perp\dot{R}\parallel H\perp P\perp\perp P$ , $\dot{R}\perp\dot{R}\parallel H\perp P\perp\parallel P$ , $\dot{R}\perp\dot{R}\parallel H\parallel H\perp P$ , $\dot{R}\perp\dot{R}\parallel H\parallel H\parallel H$ , $R\parallel\dot{H}\perp\dot{R}\perp P\perp\perp P$ , $R\parallel\dot{H}\perp\dot{R}\parallel H\perp P$ , $R\parallel\dot{H}\perp\dot{R}\parallel H\parallel H$ , $R\parallel H\parallel\dot{H}\perp\dot{R}\perp P$ , $R\parallel H\parallel\dot{H}\perp\dot{R}\parallel H$ , $P\perp\dot{R}\perp\dot{R}\parallel H\perp P$ , $P\perp\dot{R}\perp\dot{R}\parallel H\parallel H$ , $P\perp R\parallel\dot{H}\perp\dot{R}\perp P$ , $P\perp R\parallel\dot{H}\perp\dot{R}\parallel H$ , $P\perp P\perp\parallel\dot{R}\perp\dot{R}\parallel H$ , $P\perp P\perp\perp\dot{R}\perp\dot{R}\parallel H$ , $\dot{H}\perp\dot{R}\parallel H\parallel H\parallel H$			
(a)	$\dot{C}\perp\dot{C}\parallel H$ , $\dot{C}\perp\dot{C}\perp P$ , $\dot{C}\perp\dot{R}\parallel C$ , $C\perp P\perp\perp C$ , $C\parallel\dot{H}\perp\dot{C}$ , $C\parallel H\perp C$ , $\dot{R}\perp\dot{C}\perp P\perp\perp P$ , $\dot{R}\perp\dot{C}\perp C$ , $R\perp\dot{C}\perp\dot{C}$ , $R\perp C\perp C$ , $C\perp C\perp P$ , $C\perp C\parallel H$ , $R\parallel\dot{C}\perp\dot{C}$ , $R\parallel C\perp C$			

(1) - Cadeia Virtual.

(2) - Morfologia Evolucionária.

(3) - Subgrupos de Deslocamentos.

(a) - Junta 'C' equivalente à:  $\dot{R}\parallel\dot{H}$ ,  $\dot{H}\parallel\dot{R}$  e  $\dot{H}\parallel\dot{H}$ .

Tabela 37 – Pernas com três movimentos rotacionais e dois movimentos translacionais.

Método Proposto		Abordagens		
Obs.	Arranjo de juntas	(1)	(2)	(3)
Todas as soluções presentes na tabela 19 (capítulo 3)		•	•	•
(a)	$P \perp C \perp R \perp \perp R$ , $P \perp R \perp R \perp \perp C$ , $C \perp R \perp \perp P \parallel H$ , $C \perp R \perp \perp H \parallel P$ , $C \perp R \perp \perp R \parallel P$ , $C \perp R \perp \perp P \parallel R$ , $C \perp R \perp \perp C$			
	$R \parallel P \perp R \perp \perp P \parallel H$ , $R \parallel P \perp R \perp \perp H \parallel P$ , $R \perp R \perp \perp H \parallel P \perp P$ , $R \perp R \perp \perp H \perp P \perp \parallel P$ , $P \parallel R \perp R \perp \perp P \parallel H$ , $P \parallel R \perp R \perp \perp H \parallel P$ , $P \perp R \perp R \perp \perp P \parallel H$ , $P \perp R \perp R \perp \perp H \parallel P$ , $P \parallel H \perp R \perp \perp P \parallel H$ , $P \parallel H \perp R \perp \perp H \parallel P$ , $H \parallel P \perp R \perp \perp P \parallel H$			

(1) - Cadeia Virtual.

(2) - Morfologia Evolucionária.

(3) - Subgrupos de Deslocamentos.

(a) - Junta 'C' equivalente à:  $R \parallel H$ ,  $H \parallel R$  e  $H \parallel H$ .

## 5.5 BASES MÚLTIPLAS DE MOVIMENTOS E O PROBLEMA DE INTERCAMBIALIDADE

Gogu (2008) apresenta em seu trabalho diversas soluções de pernas com bases múltiplas de movimentos. Pernas com essa característica possuem mais de um tipo de movimento de saída.

Após a classificação das soluções geradas por cada abordagem estudada, percebeu-se que somente a *Morfologia Evolucionária* gerou pernas com bases múltiplas de movimentos. Mesmo as soluções de pernas mais simples, as quais aparentemente poderiam ser geradas pelas outras abordagens de síntese do tipo, não foram encontradas em nenhum dos trabalhos consultados. Outro aspecto interessante é a ausência de comentários na literatura referentes às pernas com bases múltiplas de movimentos.

A partir de diversas observações e discussões do grupo de pesquisa envolvido neste trabalho, foi constatada a possibilidade de que algumas pernas com bases múltiplas de movimentos não serviriam para o projeto de manipuladores paralelos. Um exemplo é a perna do tipo  $R \perp R$  mostrada na Figura 30. De acordo com Gogu (2008), essa solução pode apresentar como movimento de saída um dos seguintes movimentos (em relação ao sistema de referência O-XYZ da figura):

- Duas translações;
- Uma rotação e uma translação.

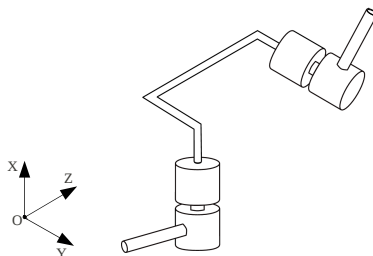
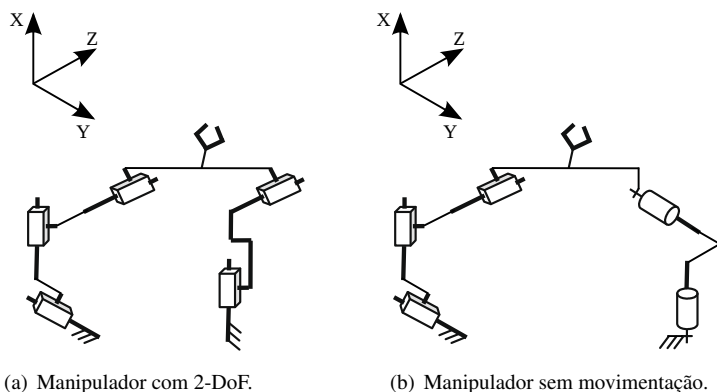


Figura 30 – Perna  $R\perp R$  gerada pela *Morfologia Evolucionária*.

A perna mostrada na Figura 30 não pode ser utilizada na montagem de manipuladores paralelos que apresentam como movimento de saída duas translações. Por exemplo, a Figura 31(a) mostra um manipulador com dois graus de liberdade montado com uma perna  $P\perp P\perp P$  e uma perna  $P\perp P$ . Tal manipulador apresenta como movimento de saída duas translações independentes. A perna  $R\perp R$  supostamente poderia substituir a perna  $P\perp P$  do manipulador, por apresentar também um movimento de saída composto por duas translações (GOGU, 2008). No entanto, se a perna  $P\perp P$  é intercambiada (substituída) por uma perna  $R\perp R$  será impossível movimentar o efetuador do manipulador (Figura 31(b)).



(a) Manipulador com 2-DoF.

(b) Manipulador sem movimentação.

Figura 31 – Exemplificação do problema de intercambialidade.

O mesmo problema de intercambialidade ocorre se a perna  $R\perp R$  fosse utilizada para substituir outra perna de um manipulador paralelo que apre-

senta como movimento de saída uma rotação e uma translação. Teoricamente seria possível a intercambialidade, mas na prática não é possível.

### Análise da perna R⊥R pelo novo método

A seguir, a perna R⊥R será analisada pelo novo método de síntese descrito no Capítulo 4. A *Abordagem dos Subgrupos de Deslocamentos* e a *Abordagem da Cadeia Virtual* não geram a solução em questão.

Considerando a perna R⊥R mostrada na Figura 32, o algoritmo implementado para o novo método interpreta a solução da seguinte maneira. Primeiramente, o algoritmo calcula as componentes dos helicoides  $\$1$  e  $\$2$  utilizando a Equação 4.3, como mostrado a seguir:

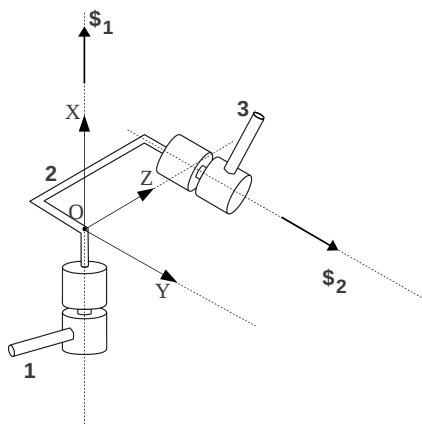


Figura 32 – Helicoides para a representação da perna R⊥R no novo método.

$$\$1 = \begin{bmatrix} s \\ s \times r \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \times \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

e

$$\$_2 = \begin{bmatrix} s \\ s \times r \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ b \\ 0 \\ l \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ \times \\ 0 \\ \times \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}.$$

Após identificar quais das componentes dos dois helicoides são diferentes de zero, o algoritmo obtém o helicoide  $S(x)$  da seguinte maneira:

$$S(x) = \$_1 + \$_2 = \begin{bmatrix} a_1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ b_2 \\ 0 \\ l_2 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \times \\ \times \\ 0 \\ \times \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

Ao aplicar o critério *geral de seleção*, o algoritmo descarta a perna  $R \perp R$ . Isso acontece porque a verificação dada pela Equação 4.7 ( $r = M$ ) não é satisfeita, já que neste caso  $r$  (quantidade de componentes não nulas do vetor  $S(x)$ ) é igual a três e a mobilidade é igual a dois ( $r \neq M$ ).

## 5.6 CONCLUSÕES DO CAPÍTULO

Neste capítulo foram mostradas as soluções geradas pelo novo método de síntese descrito no Capítulo 4. Essas soluções foram classificadas e organizadas de acordo com o seu tipo de movimento de saída e quantidade de graus de liberdade. Além disso, foi feita a validação do novo método através da comparação dos resultados gerados, pelo algoritmo implementado, com as soluções coletadas na literatura.

A perna do tipo  $R \perp R$  foi a única solução que o método proposto neste trabalho não conseguiu alcançar. A *Abordagem dos Subgrupos de Deslocamentos* e a *Abordagem da Cadeia Virtual* também não geram a solução em questão. Na Seção 5.5 foi mostrado por qual motivo uma perna  $R \perp R$  não pode ser utilizada na montagem de manipuladores paralelos (problema de intercambialidade), o que poderia justificar a ausência dessa solução, considerada simples, em trabalhos referentes à síntese do tipo na literatura. Durante o desenvolvimento deste trabalho, foi constatada também a possibilidade de que inúmeras pernas com bases múltiplas de movimentos poderiam apresentar o mesmo problema de intercambialidade da perna  $R \perp R$ . No entanto, não foi verificado se a existência de tal problema é verdadeira. Por-

tanto, apesar do algoritmo do novo método ter alcançado as pernas com bases múltiplas de movimentos geradas pela *Morfologia Evolucionária* (exceto a perna R⊥R), ainda é necessário verificar quais dessas soluções apresentam também o problema de intercambialidade.

É importante comentar uma observação referente ao tipo de movimento de saída de cada solução gerada pelo algoritmo. As soluções encontradas na literatura serviram para a validação do método. Porém, o algoritmo também gerou diversas soluções que não foram encontradas em nenhum dos trabalhos consultados. Cada solução gerada passou por uma avaliação cuidadosa, com a finalidade de identificar e eliminar as soluções com mobilidade apenas instantânea. Esse tipo de solução apresenta um tipo de movimento de saída em um determinado momento, e ao sofrer alguma movimentação, o movimento de saída dessa solução sofre alteração ou desaparece. Considerando por exemplo a seguinte solução de perna

$$\dot{R}_x \perp P_y \perp \dot{R}_z$$

onde existem três juntas perpendiculares entre si, sendo que o eixo das duas juntas rotativas da extremidade se intersectam em um mesmo ponto. Quando a junta prismática for acionada, os eixos das duas juntas rotativas deixarão de se intersectar em um ponto em comum e o tipo de movimento de saída dessa solução será alterado. A quantidade de soluções com esse tipo de característica aumenta consideravelmente para 4-DoF e 5-DoF.



## 6 MONTAGEM DE MANIPULADORES PARALELOS

A etapa de geração de pernas consiste em determinar cadeias cinemáticas capazes de gerar um determinado tipo de movimento em seu elo de saída. Após a finalização dessa etapa, os manipuladores paralelos são montados. Na fase de montagem as pernas são fixadas entre a base e a plataforma do manipulador, afim de possibilitar o movimento desejável na plataforma móvel. A Figura 33 ilustra a montagem de um manipulador paralelo através da fixação de uma determinada perna entre sua base e sua plataforma móvel.

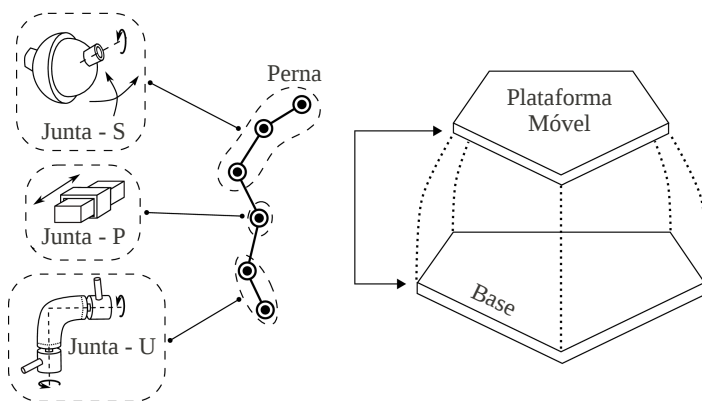


Figura 33 – Fase de montagem de um manipulador paralelo.

Neste capítulo serão mostrados exemplos de manipuladores paralelos montados com algumas das pernas geradas pelo método apresentado no Capítulo 4. Cada manipulador será classificado de acordo com a quantidade de graus de liberdade e pelo tipo de movimento em sua plataforma móvel. Todos os movimentos de saída do manipulador serão representados pela base canônica de um sistema de helicoides (sistema heligiro).

### 6.1 MANIPULADORES COM 3-DOF

Para a montagem de um manipulador paralelo com três graus de liberdade é necessário utilizar pernas com no mínimo 3-DoF. Um manipulador com essas características possui um sistema heligiro composto por três helicoides linearmente independentes. Esse sistema de helicoides representa três

movimentos distintos que a plataforma móvel pode realizar em relação à base fixa do manipulador.

A Figura 34 mostra um manipulador com três graus de liberdade, montado com três pernas do tipo  $P \perp R \parallel C$  (sendo que  $C$  é equivalente à  $R \parallel P$ ,  $H \parallel P$ ,  $\acute{R} \parallel \acute{H}$  ou  $\acute{H} \parallel \acute{H}$ ). Esse tipo de perna foi gerado pelo método proposto e pode ser encontrado na Tabela 33 (página 108). O movimento de saída referente ao manipulador é representado pelo seguinte sistema heligiro:

$$T_1 : \begin{cases} \xi_{\infty} = (0 \ 0 \ 0; 1 \ 0 \ 0) \\ \xi_{\infty} = (0 \ 0 \ 0; 0 \ 1 \ 0) \\ \xi_{\infty} = (0 \ 0 \ 0; 0 \ 0 \ 1) \end{cases} \quad (6.1)$$

o qual é constituído por três heligiros de passo infinito ( $\xi_{\infty}$ ). Esse sistema de helicoides representa três translações ao longo de três eixos distintos. O manipulador paralelo mostrado na Figura 34 pode ser encontrado em Gogu (2009) (página 126).

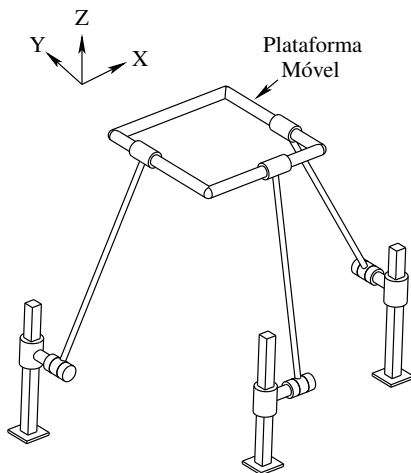


Figura 34 – Manipulador montado com pernas do tipo  $P \perp R \parallel C$ .

A Figura 35 mostra outro manipulador com três graus de liberdade, montado com duas pernas do tipo  $C \perp R \parallel R$  e uma perna do tipo  $C \perp P \perp R$  (sendo que  $C$  é equivalente à  $R \parallel P$ ,  $H \parallel P$ ,  $\acute{R} \parallel \acute{H}$  ou  $\acute{H} \parallel \acute{H}$ ). Esses tipos de pernas foram gerados pelo método proposto e podem ser encontrados na Tabela 34 (página 109). O movimento de saída referente ao manipulador é representado

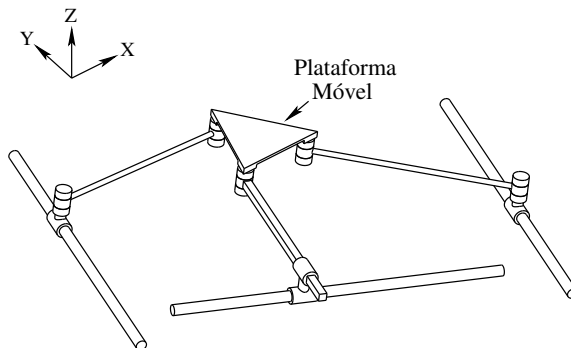


Figura 35 – Manipulador montado com pernas do tipo  $C \perp R \parallel R$  e  $C \perp P \perp \perp R$ .

pelo seguinte sistema heligiro:

$$T_1 : \begin{cases} \xi_0 = (0 \ 0 \ 1; 0 \ 0 \ 0) \\ \xi_\infty = (0 \ 0 \ 0; 1 \ 0 \ 0) \\ \xi_\infty = (0 \ 0 \ 0; 0 \ 1 \ 0) \end{cases} \quad (6.2)$$

o qual é constituído por um heligiro de passo zero ( $\xi_0$ ) e dois heligiros de passo infinito ( $\xi_\infty$ ). Esse sistema de helicoides representa o movimento conhecido como planar e envolve duas translações independentes e uma rotação em torno de um eixo que é perpendicular ao plano de translação. O manipulador paralelo mostrado na Figura 35 pode ser encontrado em Gogu (2010) (página 128).

## 6.2 MANIPULADORES COM 4-DOF

Para a montagem de um manipulador paralelo com quatro graus de liberdade é necessário utilizar pernas com no mínimo 4-DoF. Um manipulador com essas características possui um sistema heligiro composto por quatro helicoides linearmente independentes. Esse sistema de helicoides representa quatro movimentos distintos que a plataforma móvel pode realizar em relação à base fixa do manipulador.

A Figura 36 mostra um manipulador com quatro graus de liberdade, montado com quatro pernas do tipo  $R \parallel R \perp R \parallel R \perp R$ . Esse tipo de perna foi gerado pelo método proposto e pode ser encontrado na tabela 36 (página 113). O movimento de saída referente ao manipulador é representado pelo seguinte

sistema heligiro:

$$T_1 : \begin{cases} \xi_0 = (0\ 0\ 1; 0\ 0\ 0) \\ \xi_{\infty} = (0\ 0\ 0; 1\ 0\ 0) \\ \xi_{\infty} = (0\ 0\ 0; 0\ 1\ 0) \\ \xi_{\infty} = (0\ 0\ 0; 0\ 0\ 1) \end{cases} \quad (6.3)$$

o qual é constituído por um heligiro de passo zero ( $\xi_0$ ) e três heligiros de passo infinito ( $\xi_{\infty}$ ). Esse sistema de helicoides representam três translações distintas e uma rotação em torno de um dos eixos de translação. O manipulador paralelo mostrado na Figura 36 pode ser encontrado em Kong e Gosselin (2007b) (página 155).

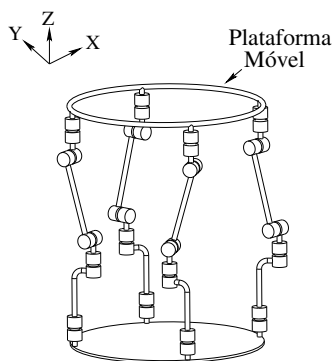


Figura 36 – Manipulador montado com pernas do tipo  $R||R\perp R||R\perp R$ .

A Figura 37 mostra outro manipulador com quatro graus de liberdade, montado com quatro pernas do tipo  $R\perp P\perp\dot{U}\perp R$  (sendo que  $U$  é equivalente à  $R\perp R$ ). Esse tipo de perna foi gerado pelo método proposto e pode ser encontrado na Tabela 37 (página 114). O movimento de saída referente ao manipulador é representado pelo seguinte sistema heligiro:

$$T_1 : \begin{cases} \xi_0 = (1\ 0\ 0; 0\ 0\ 0) \\ \xi_0 = (0\ 1\ 0; 0\ 0\ 0) \\ \xi_0 = (0\ 0\ 1; 0\ 0\ 0) \\ \xi_{\infty} = (0\ 0\ 0; 0\ 0\ 1) \end{cases} \quad (6.4)$$

o qual é constituído por três heligiros de passo zero ( $\xi_0$ ) e um heligiro de passo infinito ( $\xi_{\infty}$ ). Esse sistema de helicoides representa três rotações distintas e uma translação ao longo de um eixo. O manipulador paralelo mostrado na Figura 37 pode ser encontrado em Li, Huang e Hervé (2004a) (página 649).

A Figura 38 mostra outro exemplo de manipulador (com 4-DoF) que

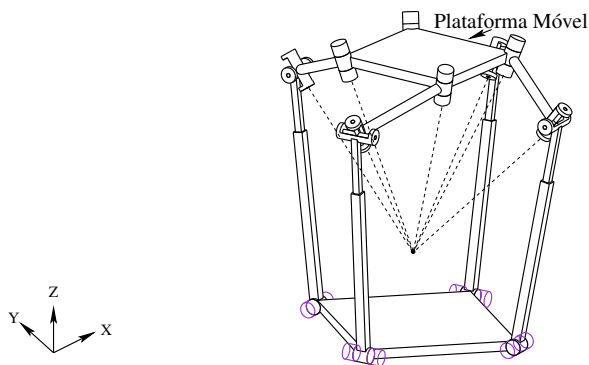


Figura 37 – Manipulador montado com pernas do tipo  $R\perp P\perp U\ddagger R$ .

possui o mesmo movimento de saída representado pelo sistema de helicoides da equação 6.4. Para a montagem desse manipulador foram utilizadas quatro pernas do tipo  $(\dot{R}\dot{R})\ddagger P\perp R\parallel R$ . Esse tipo de perna foi gerado pelo método proposto e pode ser encontrado na Tabela 37 (página 114). O manipulador paralelo mostrado na Figura 38 pode ser encontrado em Kong e Gosselin (2007b) (página 171).

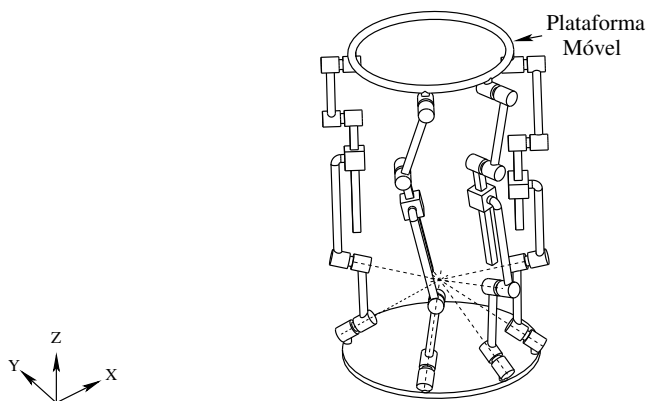


Figura 38 – Manipulador montado com pernas do tipo  $(\dot{R}\dot{R})\ddagger P\perp R\parallel R$ .

## 6.3 MANIPULADORES COM 5-DOF

Para a montagem de um manipulador paralelo com cinco graus de liberdade é necessário utilizar pernas com no mínimo 5-DoF. Um manipulador com essas características possui um sistema heligi-ro composto por cinco helicoides linearmente independentes. Esse sistema de helicoides representa cinco movimentos distintos que a plataforma móvel pode realizar em relação à base fixa do manipulador.

A Figura 39 mostra um manipulador com cinco graus de liberdade, montado com três pernas do tipo  $P \perp P \perp \dot{U} \parallel \dot{R}$  (sendo que  $U$  é equivalente à  $\dot{R} \perp \dot{R}$ ). Esse tipo de perna foi gerado pelo método proposto e pode ser encontrado na Tabela 37 (página 114). O movimento de saída referente ao manipulador é representado pelo seguinte sistema heligi-ro:

$$T_1 : \begin{cases} \xi_0 = (1\ 0\ 0; 0\ 0\ 0) \\ \xi_0 = (0\ 1\ 0; 0\ 0\ 0) \\ \xi_0 = (0\ 0\ 1; 0\ 0\ 0) \\ \xi_\infty = (0\ 0\ 0; 1\ 0\ 0) \\ \xi_\infty = (0\ 0\ 0; 0\ 1\ 0) \end{cases} \quad (6.5)$$

o qual é constituído por três heligiros de passo zero ( $\xi_0$ ) e dois heligiros de passo infinito ( $\xi_\infty$ ). Esse sistema de helicoides representa três rotações em torno de três eixos distintos (não coplanares) e duas translações. O manipulador paralelo mostrado na Figura 39 pode ser encontrado em Li, Huang e Hervé (2004b) (página 179).

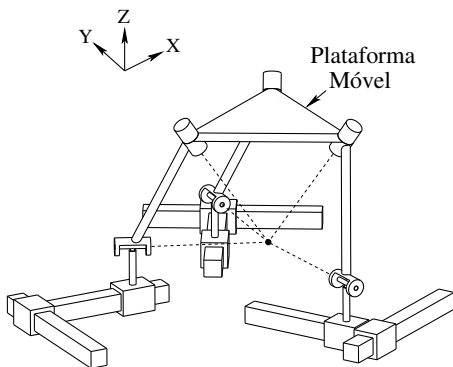


Figura 39 – Manipulador montado com pernas do tipo  $P \perp P \perp \dot{U} \parallel \dot{R}$ .

A Figura 40 mostra outro exemplo de manipulador (com 5-DoF) que possui o mesmo movimento de saída representado pelo sistema de helicoides da Equação 6.5. Para a montagem desse manipulador foram utilizadas três pernas do tipo  $R\|R\perp\dot{C}\}R$  (sendo que  $C$  é equivalente à  $R\|P$ ,  $H\|P$ ,  $R\|\dot{H}$  ou  $\dot{H}\|\dot{H}$ ). Esse tipo de perna foi gerado pelo método proposto e pode ser encontrado na Tabela 37 (página 114). O manipulador paralelo mostrado na Figura 40 pode ser encontrado em Li, Huang e Hervé (2004b) (página 179).

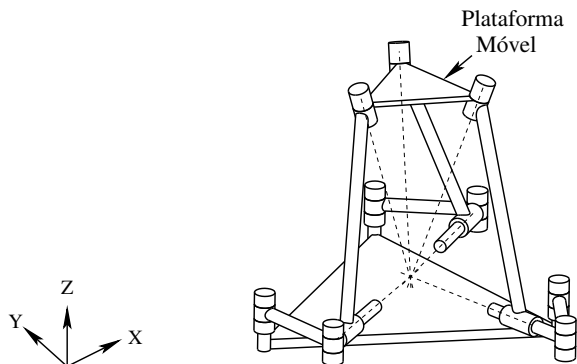


Figura 40 – Manipulador montado com pernas do tipo  $R\|R\perp\dot{C}\}R$ .

Na Figura 41 é mostrado outro exemplo de manipulador paralelo (com 5-DoF) que possui o mesmo movimento de saída representado pelo sistema de helicoides da Equação 6.5. Para a montagem desse manipulador foram utilizadas cinco pernas do tipo  $P\perp R\|R\}(\dot{R}\dot{R})$ . Esse tipo de perna foi gerado pelo método proposto e pode ser encontrado na Tabela 37 (página 114). O manipulador paralelo mostrado na Figura 41 pode ser encontrado em Kong e Gosselin (2007b) (página 210).

A Figura 42 mostra um manipulador paralelo com cinco graus de liberdade, montado com cinco pernas do tipo  $R\|R\|R\perp R\|R$ . Esse tipo de perna foi gerado pelo método proposto e pode ser encontrado na Tabela 36 (página 113). O movimento de saída referente ao manipulador é representado pelo seguinte sistema heligiro:

$$T_1 : \begin{cases} \xi_0 = (1\ 0\ 0; 0\ 0\ 0) \\ \xi_0 = (0\ 1\ 0; 0\ 0\ 0) \\ \xi_\infty = (0\ 0\ 0; 1\ 0\ 0) \\ \xi_\infty = (0\ 0\ 0; 0\ 1\ 0) \\ \xi_\infty = (0\ 0\ 0; 0\ 0\ 1) \end{cases} \quad (6.6)$$

o qual é constituído por dois heligiros de passo zero ( $\xi_0$ ) e três heligiros de

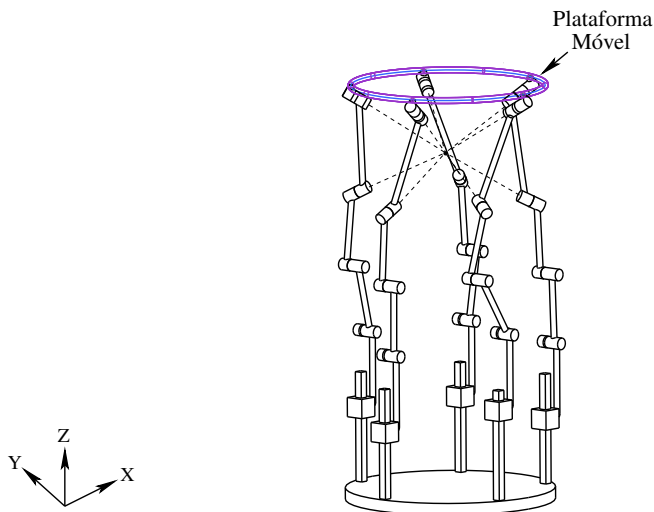


Figura 41 – Manipulador montado com pernas do tipo  $P \perp R \parallel R \{ \hat{R} \hat{R} \}$ .

passo infinito ( $\xi_x$ ). Esse sistema de helicoides representa três translações ortogonais e duas rotações em torno de dois eixos distintos. O manipulador paralelo mostrado na Figura 42 pode ser encontrado em Kong e Gosselin (2007b) (página 196).

#### 6.4 CONCLUSÕES DO CAPÍTULO

Neste capítulo foram mostrados exemplos de manipuladores paralelos montados com algumas pernas geradas pelo método proposto no Capítulo 4. Esses manipuladores foram escolhidos para possibilitar a comparação com manipuladores encontrados na literatura e foram separados de acordo com a quantidade de graus de liberdade presente em sua plataforma móvel. Os graus de liberdade de cada manipulador foram representados pela base canônica de um sistema de helicoides para identificar os movimentos que a plataforma móvel apresenta em relação à base fixa do manipulador.

Todos os manipuladores paralelos apresentados neste capítulo foram gerados por uma das abordagens de síntese estudadas ao longo deste trabalho. A fase de montagem dos manipuladores difere de acordo com o tipo de abordagem utilizada. No entanto, a ideia principal de todas as abordagens é a mesma e consiste na fixação de pernas entre a base e a plataforma móvel do manipulador paralelo, com o objetivo de possibilitar alguns movimentos e



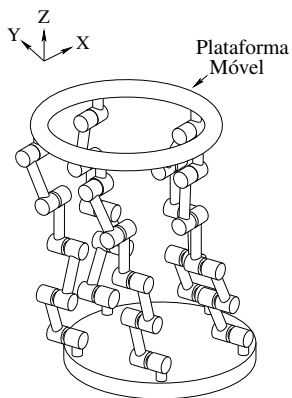


Figura 42 – Manipulador montado com pernas do tipo  $R||R||R\perp R||R$ .

restringir outros.

A maioria dos trabalhos encontrados na literatura apresenta manipuladores paralelos simétricos, tendo em vista a facilidade de projeto e controle. No entanto, uma possibilidade para trabalhos futuros é montar manipuladores paralelos assimétricos utilizando a coleção de pernas apresentada nesta dissertação.



## 7 CONCLUSÕES DO TRABALHO

Esta dissertação é o primeiro trabalho que apresenta com uma única notação, as soluções geradas pelas principais abordagens de síntese do tipo existentes na literatura. Tais soluções foram separadas e classificadas de acordo com o tipo de movimento de saída e pela quantidade de graus de liberdade. Assim, as tabelas apresentadas no Capítulo 5 constituem o estado da arte da síntese do tipo. Com todos os resultados padronizados, foi possível identificar as principais diferenças entre as soluções geradas por cada abordagem. Até a presente data, não foi encontrado nenhum trabalho semelhante na literatura de mecanismos.

Outra contribuição importante para o grupo de pesquisa envolvido foi a criação de um novo método para a geração de pernas de manipuladores paralelos. Esse novo método pode ser utilizado para o auxílio de futuros projetos do grupo, com o objetivo de gerar novas arquiteturas mecânicas de manipuladores paralelos e mecanismos. O algoritmo implementado, para a verificação do método proposto, foi validado através da comparação das soluções geradas com as soluções coletadas da literatura. Todas as pernas seriais geradas pelos métodos de síntese estudados foram alcançadas, com exceção do caso particular destacado e comentado na Seção 5.5.

Ao final deste trabalho todos os objetivos mencionados no Capítulo 1 foram alcançados.

1. Foi realizado um estudo comparativo das principais abordagens de síntese do tipo encontradas na literatura;
2. Foram coletadas as soluções de pernas geradas por cada abordagem de síntese estudada ao longo do trabalho. As pernas foram listadas utilizando a mesma notação, o que facilita a comparação e uniformiza todas as soluções das abordagens estudadas;
3. Foi proposto um novo método que combina características da *Morfologia Evolucionária* com a teoria de helicoides. O algoritmo referente ao método foi implementado para o processo de geração de pernas de manipuladores paralelos;
4. As soluções geradas pelo algoritmo implementado foram comparadas com as soluções geradas pelas outras abordagens de síntese estudadas e, então, o algoritmo foi validado.

## 7.1 DIFICULDADES ENCONTRADAS AO LONGO DO TRABALHO

A busca por resultados gerados por cada abordagem de síntese do tipo foi uma das dificuldades encontrada ao longo do trabalho. Além da procura exaustiva para encontrar trabalhos referentes às pernas com determinados tipos de movimentos, foi necessário entender as notações utilizadas em cada trabalho. Pois cada autor utiliza sua própria notação para a representação das soluções geradas por cada método, o que dificultou o agrupamento de todas as soluções apresentadas no Capítulo 3.

A fase de coleta dos resultados gerados pelo algoritmo implementado, referente ao método apresentado no Capítulo 4, foi a parte mais trabalhosa e delicada do trabalho. Como ainda não existe nenhuma interface de visualização das soluções, cada solução teve de ser decodificada e traduzida para a simbologia utilizada ao longo da dissertação. Isso ocasionou um gasto considerável de tempo e comprometeu o cronograma do projeto de pesquisa.

## 7.2 PROPOSTA PARA TRABALHOS FUTUROS

Como perspectivas para trabalhos futuros são sugeridas as seguintes tarefas:

- Criar uma interface simples para a visualização das soluções geradas pelo algoritmo proposto nesta dissertação. Tal interface poderia ser criada em um *software* auxiliar do tipo CAD<sup>1</sup>, para a geração automática dos modelos geométricos de cada solução.
- Integrar o algoritmo proposto neste trabalho com outras ferramentas computacionais apresentadas em outros trabalhos referente ao grupo de pesquisa envolvido. Por exemplo, no trabalho proposto por Simoni (2008) foi apresentado uma ferramenta computacional para a etapa de *Síntese do Número*. O algoritmo proposto nesta dissertação poderia complementar essa ferramenta computacional.
- Adaptar o novo método de síntese do tipo (detalhado no capítulo 4) para a geração de pernas com outras características, como: pernas redundantes e pernas com circuitos<sup>2</sup> fechados.
- Gerar novamente todas as soluções de pernas com 4-DoF e 5-DoF e, através de um software CAD auxiliar, analisar as soluções que não

---

<sup>1</sup>Desenho Auxiliado por Computador ("*Computer Aided Design* ").

<sup>2</sup>É importante ressaltar que somente a *Morfologia Evolucionária* gera pernas com circuitos fechados. No entanto, neste trabalho não foi considerado esse tipo de perna.

foram encontradas na literatura com a finalidade de identificar aquelas que possuem mobilidade instantânea. E com isso, validar novas estruturas mecânicas que ainda não foram publicadas.

- Analisar as pernas que possuem bases múltiplas de movimentos, geradas pela *Morfologia Evolucionária*, com o objetivo de verificar a existência do problema de intercambialidade em cada perna (consultar Seção 5.5).



## REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- BALL, R. S. A treatise on the theory of screws. *Cambridge: Cambridge University Press.*, 1900.
- BELFIORE, N. P.; BENEDETTO, A. D. Connectivity and redundancy in spatial robots. *The International Journal of Robotics Research.*, v. 19, n.12, p. 1245–1261, 2000.
- BONANI, E. G. Sistema de transmissão de movimento linear em uma junta cilíndrica robótica. *Revista Eletrônica de Educação e Tecnologia do SENAI-SP.*, v. 4, n. 9, 2010.
- CAMPOS, A.; BUDDE, C.; HESSELBACH, J. A type synthesis method for hybrid robot structures. *Mechanism and Machine Theory*, v. 43, p. 984–995, 2008.
- CAMPOS, A. A. B. *Cinemática Diferencial de Manipuladores Empregando Cadeias Virtuais*. Tese (Doutorado) — Universidade Federal de Santa Catarina, 2004.
- DASGUPTA, B.; MRUTHYUNJAYA, T. S. The stewart platform manipulator: a review. *Mechanism and Machine Theory*, v. 25, p. 15–40, 2000.
- DAVIDSON, J. K.; HUNT, K. H. *Robots and Screw Theory: applications of kinematics and statics to robotics*. New York: Oxford University Press, 2004.
- GARCIA, E. et al. The evolution of the robotics research. *IEEE Robotics and Automation Magazine*, p. 90–103, 2007.
- GIBSON, C. G.; HUNT, K. H. Geometry of screw systems - 1. Genesis and geometry. *Mechanism and Machine Theory*, v. 25, p. 1–10, 1990.
- GIBSON, C. G.; HUNT, K. H. Geometry of screw systems - 2. Classification of screw systems genesis of screw systems. *Mechanism and Machine Theory*, v. 25, p. 11–27, 1990.
- GOGU, G. Evolutionary morphology: A structured approach towards inventive engineering design. A. Bramley, D. Brissaud, D. Couellier and C. McMahon (eds.), *Advances in Integrated Design and Manufacturing in Mechanical Engineering*. Springer, Dordrecht, p. 389–402, 2005.

GOGU, G. Mobility of mechanisms: A critical review. *Mechanism and Machine Theory*, Elsevier, v. 40, n. 9, p. 1068–1097, 2005.

GOGU, G. Structural synthesis of fully-isotropic parallel robots with schönflies motions via theory of linear transformations and evolutionary morphology. *European Journal of Mechanics A/Solids*, v. 26, p. 242–269, 2007.

GOGU, G. *Structural synthesis of parallel robots: Part 1: Methodology*. Dordrecht: Springer, 2008.

GOGU, G. *Structural Synthesis of Parallel Robots: Part 2: Translational Topologies with Two and Three Degrees of Freedom*. Dordrecht: Springer, 2009.

GOGU, G. *Structural Synthesis of Parallel Robots: Part 3: Topologies with Planar Motion of the Moving Platform*. Dordrecht: Springer, 2010.

HERVÉ, J. M. Analyse structurelle des mécanismes par groupe des déplacements. *Mechanism and Machine Theory*, v. 13, p. 437–450, 1978.

HERVÉ, J. M. The mathematical group structure of the set of displacements. *Mechanism and machine theory*, v. 29, p. 73–81, 1994.

HERVÉ, J. M. The lie group of rigid body displacements, a fundamental tool for mechanism design. *Mechanism and Machine Theory*, v. 34, p. 719–730, 1999.

HERVÉ, J. M.; SPARACINO, F. Structural synthesis of parallel robots generating spatial translation. *International Conference in Advanced Robotics*, v. 1, p. 808–813, 1991.

HUANG, Z.; LI, Q. General methodology for type synthesis of symmetrical lower-mobility parallel manipulators and several novel manipulators. *The International Journal of Robotics Research*, v. 21, p. 131–145, 2002.

HUANG, Z.; LI, Q. Type synthesis principle of minor-mobility parallel manipulators. *SCIENCE IN CHINA (Series E)*, v. 45, p. 241–248, 2002.

HUANG, Z.; LI, Q. C. Type synthesis of symmetrical lower-mobility parallel mechanisms using the constraint-synthesis method. *The International Journal of Robotics Research*, v. 22, p. 59–79, 2003.

HUNT, K. Kinematic geometry of mechanisms. Clarendon Press, Oxford, 1978.



- HUYNH, P.; HERVÉ, J. M. Equivalent kinematic chains of three degree-of-freedom tripod mechanisms with planar-spherical bonds. *Journal of Mechanical Design*, v. 127, p. 95–102, 2005.
- IONESCU, T. Terminology for mechanisms and machine science. *Mechanism and Machine Theory*, v. 38, p. 597–1111, 2003.
- JINGJUN, Y. et al. Type synthesis of a class of spatial lower-mobility parallel mechanisms with orthogonal arrangement based on lie group enumeration. *Science China Press and Springer-Verlag Berlin Heidelberg*, v. 53, p. 388–404, 2010.
- KONG, X.; GOSSELIN, C. M. Type synthesis of 3T1R 4-DOF parallel manipulators based on screw theory. *IEEE TRANSACTIONS ON ROBOTICS AND AUTOMATION*, v. 20, p. 181–190, 2004.
- KONG, X.; GOSSELIN, C. M. Type synthesis of 5-DOF parallel manipulators based on screw theory. *Journal of Robotic Systems*, 2005.
- KONG, X.; GOSSELIN, C. M. Type synthesis of 4-DOF SP-equivalent parallel manipulators: A virtual chain approach. *Mechanism and Machine Theory*, v. 41, p. 1306–1319, 2006.
- KONG, X.; GOSSELIN, C. M. Type synthesis of three-DOF UP-equivalent parallel manipulators using a virtual-chain approach. *Advances in Robot Kinematics*, p. 123–132, 2006.
- KONG, X.; GOSSELIN, C. M. Type synthesis of 3-DOF linear translational parallel manipulators. *12th IFToMM World Congress, Besancon, June*, p. 18–21, 2007.
- KONG, X.; GOSSELIN, C. M. *Type Synthesis of Parallel Mechanisms*. Heidelberg: Springer Verlag, 2007.
- LI, Q.; HERVÉ, J. M. Structural shakiness of nonoverconstrained translational parallel mechanisms with identical limbs. *IEEE TRANSACTIONS ON ROBOTICS*, v. 25, p. 25–36, 2009.
- LI, Q.; HUANG, Z.; HERVÉ, J. M. Displacement manifold method for type synthesis of lower-mobility parallel mechanisms. *Science in China Ser. E Engineering & Materials Science No.6*, v. 47, p. 641–650, 2004.
- LI, Q.; HUANG, Z.; HERVÉ, J. M. Type synthesis of 3R2T 5-DOF parallel mechanisms using the lie group of displacements. *IEEE TRANSACTIONS ON ROBOTICS AND AUTOMATION*, v. 20, p. 173–180, 2004.

- MARTINS, D.; CARBONI, A. P. Variety and connectivity in kinematic chains. *Mechanism and Machine Theory*, v. 43, p. 1236–1252, 2008.
- MERLET, J.-P. Optimal design of robots. *INRIA Sophia Antipolis*, 2005.
- MERLET, J.-P. *Parallel Robots*. Dordrecht: Springer, 2006.
- MINSKY, M. Manipulator design vignettes. *Research Report 267, MIT AI Lab.*, 1972.
- MOZZI, G. Discorso matematico sopra il rotamiento momentaneo dei corpi. *naples: Stamperia di Donato Campo*, 1763.
- PHILLIPS, J. Freedom in machinery,. *Cambridge University Press, Cambridgeshire*, v. 1, 1984.
- QINCHUAN, L.; ZHEN, H.; HERVÉ, J. M. Displacement manifold method for type synthesis of lower-mobility parallel mechanisms. *Science in China Ser. E Engineering & Materials Science*, v. 47, p. 641–650, 2004.
- SALGADO, O. et al. Type synthesis of a family of 3T1R fully-parallel manipulators using a group-theoretic approach. *In: Proceedings of the 12th world congress in mechanism and machine science, Besancon, France*, p. 17–21, 2007.
- SICILIANO, B.; KHATIB, O. *Springer Handbook of Robotics*. Heidelberg: Springer-Verlag, 2008.
- SIMONI, R. *Síntese Estrutural de Cadeias Cinemáticas*. Dissertação (Mestrado) — Universidade Federal de Santa Catarina, 2008.
- SIMONI, R. *Contribuições para a enumeração e para a análise de mecanismos e manipuladores paralelos*. Tese (Doutorado) — Universidade Federal de Santa Catarina, 2010.
- SIMONI, R.; MARTINS, D. Type synthesis of low-dof parallel robots based on screw theory. *20th International Congress of Mechanical Engineering, November 15-20, Gramado, RS, Brazil*, 2009.
- SPARACINO, F.; HERVÉ, J. M. Synthesis of parallel manipulators using lie-groups y-star and h-robot. *IEEE/Tsukuba International Workshop on Advanced Robotics*, 1993.
- TSAI, L.-W. *Robot Analysis: The Mechanics of Serial and Parallel Manipulators*. New York: John Wiley & Sons, 1999.
- TSAI, L.-W. *Mechanical Design: Enumeration of Kinematic Structures According to Function*. Boca Raton, FL.: CRC Press, 2001.