



**Pedro Guilherme Oliveira Castanheira**

Licenciado em Ciências da Engenharia Mecânica

## **Projeto de uma montagem para estudo do efeito de Magnus em túnel aerodinâmico de sopro**

Dissertação para obtenção do Grau de Mestre em  
Engenharia Mecânica

Orientador: Prof. Doutor Daniel Cardoso Vaz,  
Professor Auxiliar, DEMI/FCT/UNL.

Júri:

Presidente: Doutor João Mário Burguete Botelho Cardoso,  
Professor Auxiliar, DEMI/FCT/UNL.

Arguentes: Doutora Raquel Albuquerque Soares Brás de Almeida,  
Professor Auxiliar, DEMI/FCT/UNL.

Vogais: Prof. Doutor Daniel Cardoso Vaz,  
Professor Auxiliar, DEMI/FCT/UNL.



FACULDADE DE  
CIÊNCIAS E TECNOLOGIA  
UNIVERSIDADE NOVA DE LISBOA

**Março, 2019**



**Pedro Guilherme Oliveira Castanheira**

Licenciado em Ciências da Engenharia Mecânica

**Projeto de uma montagem para estudo do efeito de  
Magnus em túnel aerodinâmico de sopro**

Dissertação para obtenção do Grau de Mestre em  
Engenharia Mecânica

Orientador: Prof. Doutor Daniel Cardoso Vaz,  
Professor Auxiliar, DEMI/FCT/UNL

Júri:

Presidente: Doutor João Mário Burguete Botelho Cardoso,  
Professor Auxiliar, DEMI/FCT/UNL.

Arguentes: Doutora Raquel Albuquerque Soares Brás de Almeida,  
Professor Auxiliar, DEMI/FCT/UNL

Vogais: Prof. Doutor Daniel Cardoso Vaz,  
Professor Auxiliar, DEMI/FCT/UNL.

**Março, 2019**

## **Projeto de uma montagem para estudo do efeito de Magnus em túnel aerodinâmico de sopro**

Copyright © Pedro Guilherme Oliveira Castanheira, Faculdade de Ciências e Tecnologia, Universidade Nova de Lisboa.

A Faculdade de Ciências e Tecnologia e a Universidade Nova de Lisboa têm o direito, perpétuo e sem limites geográficos, de arquivar e publicar esta dissertação através de exemplares impressos reproduzidos em papel ou de forma digital, ou por qualquer outro meio conhecido ou que venha a ser inventado, e de a divulgar através de repositórios científicos e de admitir a sua cópia e distribuição com objectivos educacionais ou de investigação, não comerciais, desde que seja dado crédito ao autor e editor.

*À minha família, namorada e amigos*



## Agradecimentos

Começo por agradecer ao meu orientador, o Professor Daniel Vaz, por todas as orientações e conselhos que me foi transmitindo ao longo da dissertação.

À Professora Raquel Almeida pela disponibilidade em ter concedido uma sessão de esclarecimentos bastante proveitosa.

À Faculdade de Ciências e Tecnologias e a todo o seu corpo docente, por todos os ensinamentos e boas recordações que levo para a vida.

À minha família, à minha namorada e à minha gata, por estarem sempre presentes.

E a todos os meus amigos...





## Resumo

---

Com a aquisição de um novo túnel aerodinâmico subsónico do tipo sopro de circuito aberto, do Laboratório de Mecânica de Fluidos e Termodinâmica Aplicada (LMFTA), da Faculdade de Ciências e Tecnologias da Universidade Nova de Lisboa, que tem como área de secção de saída da tubeira  $600 \times 400 \text{ mm}^2$ , surgiu a oportunidade de projetar uma nova montagem experimental para estudo do efeito de Magnus, de um cilindro em rotação em torno do seu eixo de revolução.

Desta forma projetou-se a estrutura de uma balança aerodinâmica de dois componentes, exterior ao escoamento do túnel, em que os elementos fundamentais para medição das forças aerodinâmicas são duas hastes verticais e quatro hastes horizontais em aço. As hastes verticais foram dimensionadas para fletirem num troço de menor espessura, onde serão colados extensómetros e assim medir a força de arrasto  $F_D$ . Já as hastes horizontais têm um perfil uniforme onde serão colados os extensómetros que medem a flexão da haste, associada à força de sustentação  $F_L$ . Os extensómetros, em ambas as hastes, serão colados em faces opostas, em Meia Ponte de Wheatstone, e ligados em série.

Tendo em conta os resultados existentes do efeito de Magnus e o objetivo de obter resultados experimentais para um rácio de velocidades compreendido entre  $1 < a\omega/U_\infty < 8$ , dimensionou-se a balança para medir forças de arrasto e de sustentação que tomem valores de  $F_D < 27 \text{ N}$  e de  $F_L < 70 \text{ N}$ . Para tal, é possível regular a velocidade de rotação do cilindro até 10000 rpm e a velocidade do escoamento de ar do túnel aerodinâmico entre  $5 \text{ m/s} < U_\infty < 25 \text{ m/s}$ .

Os extensômetros estão ligados a um conversor A/D de 24 bits que dita que a balança tenha uma resolução de 0,005 N para a força de arrasto e de 0,01 N para a força de sustentação.

**Palavras-chave:** balança aerodinâmica de dois componentes; efeito de Magnus; cilindro em rotação; túnel aerodinâmico subsônico do tipo sopro de circuito aberto.

## Abstract

---

With the acquisition of a new blow-type subsonic open circuit wind tunnel, from the Laboratório de Mecânica de Fluidos e Termodinâmica Aplicada (LMFTA), of Faculdade de Ciências e Tecnologias da Universidade Nova de Lisboa which has an exit section area of  $600 \times 400 \text{ mm}^2$ , emerged the opportunity of projecting a new experimental set up to study the Magnus effect of a rotating cylinder about its axis of revolution.

With this, was possible to project a structure of a two-component aerodynamic balance, exterior of the tunnel outflow in which the fundamental elements for aerodynamic forces measurement are two vertical stems and four horizontal steel stems. The vertical stems have been dimensioned to flex in a section of smaller thickness, where the strain gauges are placed and thus measure the drag force  $F_D$ . The horizontal stems have a uniform shape where the strain gauges that measure the flexion of the stems associated to the lift force  $F_L$  will be placed. The strain gauges on both rods will be attached on opposite faces, in half Wheatstone's Bridge, and connected in series.

Considering the existing results of the Magnus Effect and the objective of obtaining experimental results for a velocity ratio between  $1 < a\omega/U_\infty < 8$ , the scale was dimensioned to measure drag and lift forces that take values of  $F_D < 27 \text{ N}$  and of  $F_L < 7 \text{ 0N}$ . In order to do this, it is possible to regulate the rotation speed of the cylinder up to 10000 rpm and the aerodynamic tunnel air flow velocity between  $5 \text{ m/s} < U_\infty < 25 \text{ m/s}$ .

The strain gauges are connected to a 24-bit A/D converter which dictates that the scale has a resolution of 0,005 N to drag forces and 0,01 N to lift forces.

**Keywords:** two-component aerodynamic balance; Magnus effect; rotating cylinder; blow-type subsonic open-circuit wind-tunnel

---

# Índice

<b>1</b>	<b>INTRODUÇÃO.....</b>	<b>1</b>
1.1	MOTIVAÇÃO E OBJETIVOS .....	1
1.2	ORGANIZAÇÃO DA TESE .....	3
<b>2</b>	<b>REVISÃO BIBLIOGRÁFICA .....</b>	<b>5</b>
2.1	EFEITO DE MAGNUS – CILINDRO EM ROTAÇÃO.....	5
2.2	ANTERIOR MONTAGEM EXPERIMENTAL DO LMFTA.....	8
2.3	INTENSIDADE TURBULENTA.....	9
2.4	TÚNEL AERODINÂMICO DE SOPRO.....	10
2.5	EFEITO DE BLOCAGEM .....	13
2.6	EXTENSOMETRIA.....	14
2.6.1	<i>Relação tensão-deformação .....</i>	<i>15</i>
2.6.2	<i>Princípio dos extensómetros.....</i>	<i>16</i>
2.6.3	<i>Princípio da Ponte de Wheatstone .....</i>	<i>17</i>
2.6.4	<i>Ligação em meia ponte.....</i>	<i>19</i>
2.7	FLEXÃO EM REGIME ELÁSTICO .....	20
2.8	CARACTERÍSTICAS DE SISTEMAS DE MEDIÇÃO .....	22
2.8.1	<i>Precisão e exatidão.....</i>	<i>23</i>
2.8.2	<i>Resolução.....</i>	<i>23</i>
<b>3</b>	<b>MATERIAIS E MÉTODOS .....</b>	<b>25</b>
3.1	CILINDRO.....	25
3.2	MOTOR.....	27
3.3	ESTRUTURA DA BALANÇA .....	29
3.3.1	<i>Haste de arrasto.....</i>	<i>29</i>
3.3.2	<i>Haste de sustentação .....</i>	<i>35</i>

<b>4</b>	<b>RESULTADOS E DISCUSSÃO .....</b>	<b>37</b>
4.1	DIMENSIONAMENTO DO CILINDRO .....	38
4.1.1	<i>Veio do cilindro .....</i>	<i>39</i>
4.2	FORÇA DE ARRASTO E SUSTENTAÇÃO .....	40
4.3	DIMENSIONAMENTO DO MOTOR.....	42
4.4	CONVERSORES A/D.....	43
4.4.1	<i>Haste de arrasto.....</i>	<i>44</i>
4.4.2	<i>Haste de sustentação.....</i>	<i>45</i>
4.5	DIMENSIONAMENTO DA HASTE DE ARRASTO .....	46
4.5.1	<i>Hipótese 1 – Aço .....</i>	<i>49</i>
4.5.2	<i>Hipótese 2 – Alumínio.....</i>	<i>52</i>
4.5.3	<i>Suporte motor .....</i>	<i>56</i>
4.6	DIMENSIONAMENTO DA HASTE DE SUSTENTAÇÃO .....	56
4.6.1	<i>Hipótese 1 – Aço .....</i>	<i>58</i>
4.6.2	<i>Hipótese 2 – Alumínio.....</i>	<i>60</i>
4.7	LATERAIS DA CÂMARA DE TESTES .....	62
4.8	COMPONENTES COMERCIAIS .....	63
4.8.1	<i>Rolamentos.....</i>	<i>63</i>
4.8.2	<i>Elementos de ligação .....</i>	<i>64</i>
4.8.3	<i>Tubos .....</i>	<i>65</i>
4.9	PROJETO – DESENHO DE CONJUNTO .....	66
<b>5</b>	<b>CONCLUSÃO.....</b>	<b>67</b>
<b>6</b>	<b>REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS.....</b>	<b>71</b>

# Índice de Figuras

FIGURA 1.1 - ESQUEMA DA MONTAGEM.....	2
FIGURA 2.1 - DIAGRAMA DO EFEITO DE MAGNUS [2].....	6
FIGURA 2.2 – COMPILAÇÃO DE GRÁFICOS DOS <b>CD</b> e <b>CL</b> OBTIDOS POR DIFERENTES AUTORES. ....	8
FIGURA 2.3 - REPRESENTAÇÃO ESQUEMÁTICA DA ANTIGA INSTALAÇÃO EXPERIMENTAL (DIMENSÕES EM MM) [5]....	9
FIGURA 2.4 - VISTA DE ALÇADO E DE PLANTA DO PROJETO DO NOVO TÚNEL AERODINÂMICO [7].....	11
FIGURA 2.5 – ISOLINHAS DE VELOCIDADE PARA UM JATO À SAÍDA DE UMA TUBEIRA [5].....	13
FIGURA 2.6 – ISOLINHA DE VELOCIDADE PARA O ESCOAMENTO UNIFORME NO JATO À SAÍDA DA TUBEIRA .....	14
FIGURA 2.7 - CURVA TENSÃO – EXTENSÃO [8].....	15
FIGURA 2.8 - EXTENSÓMETRO DO TIPO “FOIL” [8].....	16
FIGURA 2.9 - CIRCUITO ELÉTRICO DA PONTE DE WHEATSTONE [8].....	18
FIGURA 2.10 - ESQUEMA DA LIGAÇÃO DE EXTENSÓMETROS EM MEIA PONTE, COLADOS EM FACES OPOSTAS, EM SÉRIE [8].....	20
FIGURA 2.11 – DEFORMAÇÃO DE UMA PEÇA LINEAR POR FLEXÃO [9].....	21
FIGURA 2.12 – REPRESENTAÇÃO DA LINHA NEUTRA E DO RAIOS DE CURVATURA DE UMA PEÇA LINEAR SUJEITA A FLEXÃO [9].....	21
FIGURA 2.13 – ESQUEMÁTICO DE UMA VIGA ENCASTRADA SUJEITA A FLEXÃO [9].....	22
FIGURA 2.14 - REPRESENTAÇÃO ILUSTRATIVA DE PRECISÃO E EXATIDÃO .....	23
FIGURA 2.15 - GRÁFICO ILUSTRATIVO DA RESOLUÇÃO DE UM SISTEMA DE LEITURA DIGITAL.....	24
FIGURA 3.1 – ESQUEMÁTICO DA FORÇA RESULTANTE APLICADA NO CILINDRO .....	26
FIGURA 3.2 – ESQUEMÁTICO DA FORÇA APLICADA NA HASTE DE ARRASTO.....	29
FIGURA 3.3 – DIAGRAMA DE CORPO LIVRE DO CONJUNTO VEIO – CILINDRO NO PLANO OXY .....	30
FIGURA 3.4 - DIAGRAMA DE FORÇAS DA SIMPLIFICAÇÃO DA HASTE DE ARRASTO.....	30
FIGURA 3.5 –DIAGRAMA DA FLECHA DO TROÇO AC .....	31
FIGURA 3.6 - DIAGRAMA DA FLECHA DO TROÇO CB .....	31
FIGURA 3.7 - DIAGRAMA DA FLECHA DO TROÇO AC DEVIDA À DEFLEXÃO DO TROÇO CB.....	32
FIGURA 3.8 - DIAGRAMA DA FLECHA TOTAL DA HASTE DE ARRASTO.....	32
FIGURA 3.9 - ESQUEMÁTICO DAS FORÇAS QUE CONTRIBUEM PARA A DEFLEXÃO DA HASTE DE ARRASTO: A) NA IMINÊNCIA DE FLETIR E B) OCORRE FLEXÃO.....	34
FIGURA 3.10 – ESQUEMÁTICO DA FORÇA APLICADA NA HASTE DE SUSTENTAÇÃO .....	36

FIGURA 3.11 - DIAGRAMA DA FLECHA TOTAL DA HASTE DE SUSTENTAÇÃO.....	36
FIGURA 4.1 - VISTA ISOMÉTRICA DO CONJUNTO CILINDRO + VEIO .....	39
FIGURA 4.2 - VISTA ISOMÉTRICA DO PORMENOR DAS EXTREMIDADES DO VEIO DO CILINDRO.....	40
FIGURA 4.3 – GRÁFICO DAS CURVAS ESCOLHIDAS DOS <b>CD e CL</b> PARA PROJETO .....	40
FIGURA 4.4 – MOTOR DA MARCA MOOG, MODELO BS12-20ZAB-03TFO [12].....	43
FIGURA 4.5 – COMPILAÇÃO DE GRÁFICOS PARA $\epsilon xBD = 3,22 \times 10 - 4$ - HIPÓTESE 1. A) $x = 0,020$ M, B) $x = 0,025$ M, C) $x = 0,030$ M .....	51
FIGURA 4.6 - COMPILAÇÃO DE GRÁFICOS PARA $\epsilon xBD = 1,61 \times 10 - 4$ - HIPÓTESE 1. A) $x = 0,080$ M, B) $x = 0,100$ M, C) $x = 0,130$ M.....	51
FIGURA 4.7 – COMPILAÇÃO DE GRÁFICOS PARA $\epsilon xBD = 3,22 \times 10 - 4$ - HIPÓTESE 2. A) $x = 0,025$ M, B) $x = 0,030$ M, C) $x = 0,035$ M .....	53
FIGURA 4.8 - COMPILAÇÃO DE GRÁFICOS PARA $\epsilon xBD = 1,61 \times 10 - 4$ - HIPÓTESE 2. A) $x = 0,100$ M, B) $x = 0,200$ M, C) $x = 0,300$ M.....	54
FIGURA 4.9 – VISTA ISOMÉTRICA DA HASTE DE ARRASTO ESQUERDA E DIREITA.....	55
FIGURA 4.10 - VISTA EXPLODIDA DO ELEMENTO DE LIGAÇÃO DA HASTE DE ARRASTO À HASTE DE SUSTENTAÇÃO ....	55
FIGURA 4.11 - VISTA EXPLODIDA DA LIGAÇÃO DO MOTOR À HASTE DE ARRASTO ESQUERDA.....	56
FIGURA 4.12 – GRÁFICO QUE RELACIONA AS EQUAÇÕES (4.17) E (4.18) – HIPÓTESE 1.....	59
FIGURA 4.13 - GRÁFICO QUE RELACIONA AS EQUAÇÕES (4.17) E (4.18) – HIPÓTESE 2.....	61
FIGURA 4.14 – VISTA EXPLODIDA DA MONTAGEM DA HASTE DE SUSTENTAÇÃO NO SUPORTE .....	62
FIGURA 4.15 – VISTA PORMENORIZADA DA CÂMARA DE ENSAIOS .....	63
FIGURA 4.16 - VISTA EXPLODIDA DA LIGAÇÃO FEITA POR CAVILHA, ENTRE A HASTE DE ARRASTO E O SUPORTE .....	64
FIGURA 4.17 - VISTA PORMENORIZADA DA LIGAÇÃO POR CHAVETA ENTRE O CILINDRO E O VEIO.....	65
FIGURA 4.18 – VISTA DE FRENTE DO MODELO CAD DA MONTAGEM DO EFEITO DE MAGNUS PARA UM CILINDRO EM ROTAÇÃO.....	66



## Índice de Tabelas

TABELA 1 – CARACTERÍSTICAS DOS TUBOS E FIGURA DE MÉRITO .....	38
TABELA 2 – VALORES MÁXIMOS E MÍNIMOS DAS FORÇAS DE ARRASTO E DE SUSTENTAÇÃO .....	41
TABELA 3 – DIMENSÕES DO CILINDRO E DO VEIO .....	42
TABELA 4 – POTÊNCIA E BINÁRIO NECESSÁRIOS PARA RODAR O CONJUNTO CILINDRO + VEIO.....	42
TABELA 5 – RESOLUÇÃO DO CONVERSOR A/D DE 20 E 24 BITS – HASTE DE ARRASTO.....	45
TABELA 6 - RESOLUÇÃO DO CONVERSOR A/D DE 20 E 24 BITS – HASTE DE SUSTENTAÇÃO.....	46

## Nomenclatura

$F_L$	Força de sustentação (N)
$F_D$	Força de arrasto (N)
$U_\infty$	Velocidade do escoamento uniforme (m/s)
$\omega$	Velocidade de rotação do cilindro (rad/s)
$a\omega/U_\infty$	Rácio de velocidades do cilindro
$C_L$	Coefficiente de sustentação
$C_D$	Coefficiente de arrasto
$\Gamma$	Escoamento em torno de um cilindro circular com circulação ( $\text{m}^2/\text{s}$ )
$\rho$	Massa volúmica ( $\text{kg}/\text{m}^3$ )
$\sigma_e$	Tensão de cedência (MPa)
$E$	Módulo de Young (GPa)
$\varepsilon$	Extensão
$I$	Momento de inércia ( $\text{kg} \cdot \text{m}^2$ )
$I_1$	Momento de inércia de área ( $\text{m}^4$ )
$K$	<i>Gage factor</i>
$U_0$	Tensão de entrada do extensómetro (V)
$U_S$	Tensão de saída do extensómetro (V)

$\delta$	Flecha (m)
$A$	Área projetada do cilindro (m <sup>2</sup> )



# 1

## 1 Introdução

O Laboratório de Mecânica de Fluidos e Termodinâmica Aplicada (LMFTA) tem várias montagens experimentais para trabalhos didáticos, sendo que uma dessas montagens está num túnel aerodinâmico de sopro de reduzidas dimensões – área de secção da saída da tubeira de  $120 \times 180 \text{ mm}^2$  e que permite o estudo do efeito de Magnus, num cilindro em rotação em torno do seu eixo. No entanto, devido à escala e à própria construção da montagem, esta apresenta limitações que não permitem obter medições das forças de arrasto e de sustentação, em que seja possível retirar resultados dos coeficientes de arrasto e de sustentação coerentes com a bibliografia existente. É importante salientar que, nesta montagem experimental, apenas é possível medir  $F_L$ , e que até estes resultados apenas correspondem a uma pequena gama de rácios de velocidade  $a\omega/U_\infty$ , por não ser possível variar a velocidade do escoamento  $U_\infty$  e as velocidades de rotação do cilindro  $\omega$  serem reduzidas. Existem, ainda, perturbações no escoamento associadas à escala do túnel aerodinâmico, e à relação entre as dimensões do cilindro e a as dimensões da secção do túnel, onde é realizada a montagem experimental.

### 1.1 Motivação e objetivos

Com a conceção do novo túnel aerodinâmico de sopro do LMFTA, que apresenta uma secção de saída da tubeira bastante superior ao anterior, tendo uma área de secção de  $600 \times 400 \text{ mm}^2$ , surge a oportunidade de se desenvolverem novos projetos laboratoriais na área da aerodinâmica, existindo então o interesse em fazer uma nova montagem experimental que colmatasse as lacunas da antiga.

Esta dissertação tem como objetivo o projeto da referida montagem experimental, a instalar à saída da tubeira do novo túnel aerodinâmico, sendo que a balança que irá medir as forças será montada externamente à zona de escoamento uniforme, para que exista o mínimo de perturbação às linhas de corrente do escoamento. Esta terá acoplada a ela um cilindro oco de alumínio posto em rotação, com um motor elétrico, que também será escolhido conforme os requisitos de projeto.

Este novo sistema tem de ser capaz de medir as duas componentes da força aerodinâmica a que o cilindro está sujeito, a força de arrasto  $F_D$ , que é paralela às linhas de corrente do escoamento de ar uniforme à saída da tubeira, e a força de sustentação  $F_L$ , que é normal à força de arrasto e ao eixo de revolução do cilindro. Para tal, projetou-se uma balança de dois componentes, composta por extensómetros colados em hastes horizontais e verticais, em faces opostas, com uma ligação em Meia Ponte de Wheatstone em série, obtendo-se um sistema que apenas é sensível a esforços de flexão.

A resolução desta balança aerodinâmica será imposta pelo conversor que irá discretizar e converter o sinal de analógico para digital.

A principal dificuldade deste projeto está em conseguir tornar independentes as medições da força de sustentação e de arrasto, o que implica criar um sistema de medição de forças que seja o mais exato possível, com uma boa precisão, e com uma resolução que seja coerente com as forças a medir.

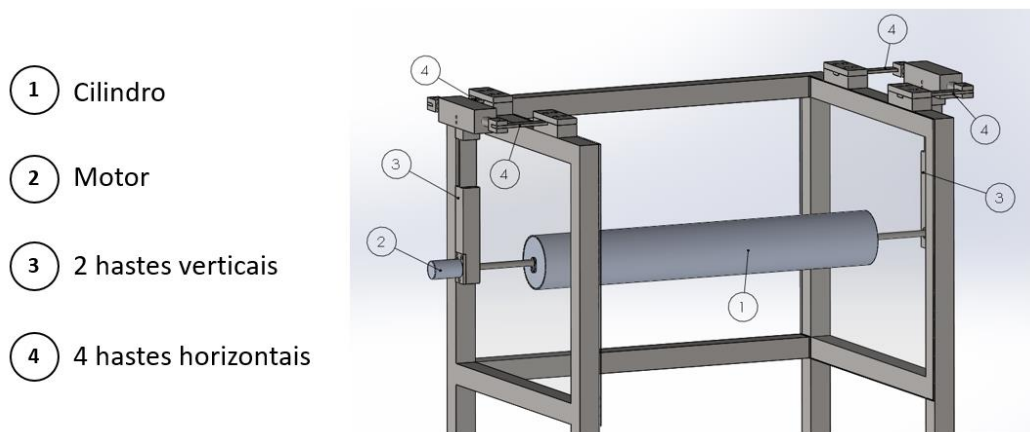


Figura 1.1 - Esquema da montagem

## 1.2 Organização da tese

A presente dissertação encontra-se dividida em 5 capítulos, sendo eles: Introdução, Revisão Bibliográfica, Materiais e Métodos, Resultados e Discussão e, por último, Conclusão.

No capítulo 1 é feita uma primeira abordagem sobre o que se pretende fazer ao longo da dissertação e quais os seus objetivos.

No capítulo 2 começa-se por explicar o efeito de Magnus, sendo de seguida apresentados os resultados experimentais já existentes e que servirão de base para este projeto. Apresenta-se também a anterior montagem existente no laboratório e as características e elementos do túnel aerodinâmico de sopro para o qual iremos projetar a montagem. É projetada a distância a que o cilindro se encontra da saída da tubeira. Explica-se, ainda, o conceito de extensometria e a ligação dos extensómetros a usar na balança aerodinâmica. Conclui-se o capítulo com o conceito de flexão em regime elástico e com as características de um sistema de medição.

No capítulo 3 são apresentadas as metodologias e as simplificações usadas para dimensionar o cilindro, o motor e as hastes de sustentação e de arrasto.

No capítulo 4 apresentam-se e discutem-se os resultados e as escolhas tomadas no dimensionamento dos diversos componentes. Começa-se por dimensionar o cilindro e as forças máximas que se pretendem medir. De seguida é escolhido o motor que faz rodar o cilindro, e são calculadas as dimensões das hastes de arrasto e de sustentação, para além da resolução das forças medidas em cada uma das hastes, sendo para isso escolhido o conversor A/D. Por fim, escolhem-se os elementos comerciais necessários ao projeto como é o caso dos rolamentos e dos elementos de ligação.

No capítulo 5 descreve-se o projeto e analisa-se os resultados obtidos. Por último, são apresentadas as sugestões para trabalho futuro.





# 2

## 2 Revisão Bibliográfica

Neste capítulo começa por se apresentar o efeito de Magnus e os resultados experimentais obtidos para o caso de um cilindro em rotação, sendo estes resultados compilados graficamente. É explicada a montagem já existente no LMFTA, num túnel de pequenas dimensões, e as suas desvantagens. De seguida é apresentado o túnel, para o qual foi projetada esta montagem experimental, salientando as suas características e explicando os diversos elementos que o constituem. Como os extensómetros serão o elemento sensor a utilizar neste projeto serão explicados o seu princípio, o funcionamento e o tipo de ligação a ser utilizado. Por fim, são explicados o conceito de flexão para uma viga em regime elástico, e os conceitos de resolução e precisão, que serão tidos em conta no dimensionamento da balança aerodinâmica.

### 2.1 Efeito de Magnus – cilindro em rotação

As primeiras observações do Efeito de Magnus datam de 1853, ano em que o físico alemão Heinrich Gustav Magnus elaborou os primeiros estudos deste fenómeno aerodinâmico. [1]

Este fenómeno pode ser observado num cilindro em rotação, imerso num escoamento uniforme, transversal ao seu eixo, que origina uma força perpendicular ao escoamento e ao seu eixo de rotação. Para entender este efeito, é necessário notar que, por atrito viscoso, a rotação do cilindro arrasta consigo as camadas de fluido que lhe são adjacentes, ficando, assim, o fluido, na vizinhança do cilindro, animado de rotação, sendo que a

componente da velocidade destas camadas será tangencial ao raio do cilindro. Este efeito faz aumentar a velocidade do escoamento, nas zonas em que a velocidade do fluido e a velocidade tangencial do cilindro têm o mesmo sentido, em sentido oposto, quando estas duas velocidades têm sentidos contrários, a velocidade do fluido diminui. Através da equação de Bernoulli podemos concluir que a zona do escoamento onde a velocidade é menor estará a uma pressão mais elevada, e na zona do escoamento onde a velocidade é maior, a pressão será mais baixa. Esta diferença de pressões cria uma força perpendicular ao escoamento e ao seu eixo de rotação, orientada no sentido da zona de maior pressão, para a zona de menor pressão. Esta força é designada por força de sustentação. [2]

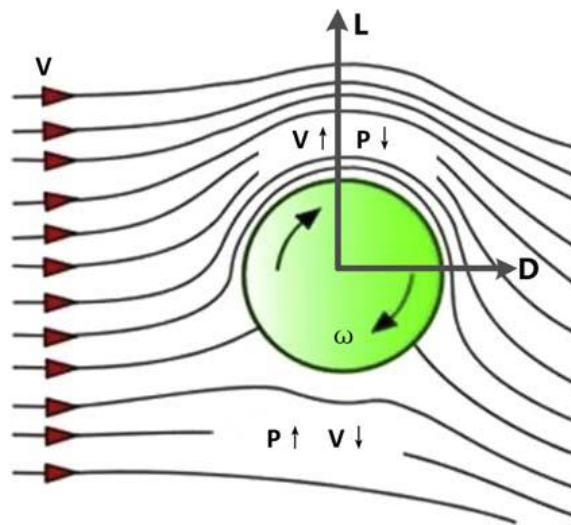


Figura 2.1 - Diagrama do Efeito de Magnus [2]

A força de sustentação  $F_L$  gerada num cilindro rotativo, imerso num fluido ideal com escoamento uniforme, devido ao Efeito de Magnus, pode ser calculada com base no Teorema de Kutta-Joukowski [1]:

$$F_L = l\rho U_\infty \Gamma \quad (2.1)$$

- $\rho$  – Massa volúmica o fluido
- $U_\infty$  - Velocidade do escoamento uniforme
- $l$  – Comprimento do cilindro

O parâmetro  $\Gamma$  representa a circulação do cilindro e pode ser expressa da seguinte forma:

$$\Gamma = 2\pi a^2 \omega \quad (2.2)$$

- $a$  – Raio do cilindro
- $\omega$  – Velocidade angular do cilindro

Substituindo o parâmetro da circulação  $\Gamma$  (2.2) na equação de  $F_L$  (2.1).

$$F_L = 2\pi a^2 \rho l \omega U_\infty \quad (2.3)$$

As seguintes equações dizem respeito aos coeficientes de sustentação  $C_L$  e de arrasto  $C_D$ .

$$C_L = \frac{2F_L}{A\rho U_\infty^2} \quad (2.4)$$

$$C_D = \frac{2F_D}{A\rho U_\infty^2} \quad (2.5)$$

As pesquisas relativas ao efeito de Magnus, num cilindro em rotação, revelaram que é complicada a medição de forças aerodinâmicas incidentes sobre um cilindro rotativo [1]. Tais pesquisas revelaram a existência de gráficos adimensionais, como os que estão compilados na Figura 2.2, que condensam os resultados experimentais, e que definem os coeficientes de sustentação  $C_L$  e de arrasto  $C_D$  em função do rácio de velocidades  $a\omega/U_\infty$ . Estes gráficos surgiram com o intuito de se poder comparar os resultados experimentais do efeito de Magnus de diferentes cilindros, com diferentes velocidades de rotação e de diferentes velocidades de escoamento.

Observando a Figura 2, verifica-se que os valores mais antigos (curvas a azul) obtidos para  $C_L$  e  $C_D$  [3] não ultrapassam valor de 4 para  $a\omega/U_\infty$ , contudo para os resultados experimentais mais recentes (curvas a verde) [4] existem valores de  $C_L$  para  $a\omega/U_\infty$  até 10. No caso do  $C_L$ , nos resultados obtidos pelos diferentes autores, não existe uma grande variação de valores, já que  $a\omega/U_\infty$  está compreendido entre 1 e 4, o que sugere que essas pequenas diferenças possam ocorrer por erros sistemáticos da própria montagem experimental de cada autor. Com a observação desta compilação de gráficos, verifica-se que os resultados têm divergido uns dos outros, principalmente no que diz respeito ao  $C_D$ , porque para além dos dois gráficos mais antigos (curvas azul e amarelo) apresentarem uma tendência crescente, os valores são significativamente diferentes. Em completa contradição com estes dois, surge o mais recente de  $C_D$ , pois segue uma tendência

decrecente, e é o único em que os valores não são experimentais, tendo sido obtidos através de CFD – *Computational Fluid Dynamics*.

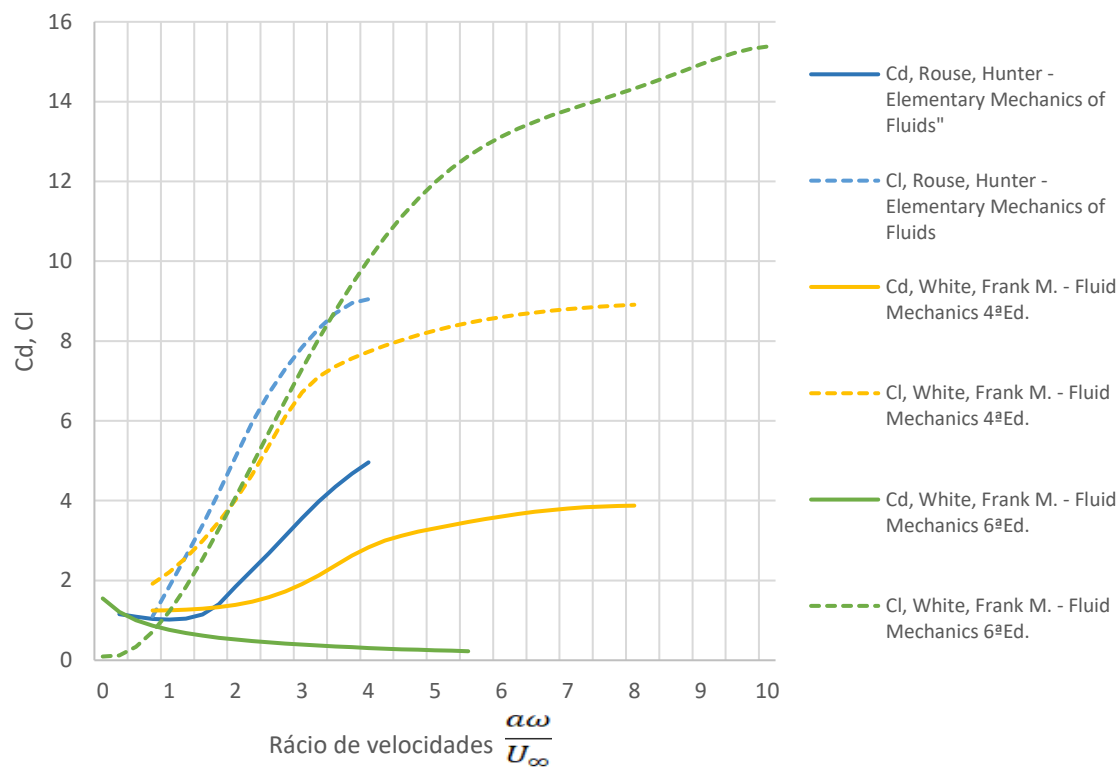


Figura 2.2 – Compilação de gráficos dos  $C_D$  e  $C_L$  obtidos por diferentes autores.

## 2.2 Anterior montagem experimental do LMFTA

O túnel aerodinâmico de sopro, em circuito aberto, onde a antiga instalação experimental, do Efeito de Magnus, está acoplada, no LMFTA, compreende um pequeno ventilador centrífugo, seguido de um difusor, de uma rede de uniformização do escoamento e de uma tubeira, com área de secção da saída de  $120 \times 180 \text{ mm}^2$ . Esta instalação encontra-se esquematizada na Figura 2.3.

A instalação experimental está montada numa zona posterior à tubeira e é constituída por um cilindro ( $D = 78 \text{ mm}$  e  $L = 118 \text{ mm}$ ), acionado por um berbequim que se encontra sobre uma balança digital. É de salientar que esta instalação apenas é capaz de

medir  $F_L$ , sendo que os valores obtidos de  $C_L$  são para rácios de velocidades próximos de 2.

Esta montagem apresenta algumas limitações intrínsecas, desde logo pela reduzida dimensão, que faz com que os efeitos de extremidade provoquem maiores perturbações ao escoamento e afetem a qualidade das medições efetuadas. O facto de o cilindro apresentar um diâmetro significativamente elevado (cerca de 45% da altura da secção de saída da tubeira) para a escala do túnel aerodinâmico, origina um aumento da intensidade turbulenta do escoamento.

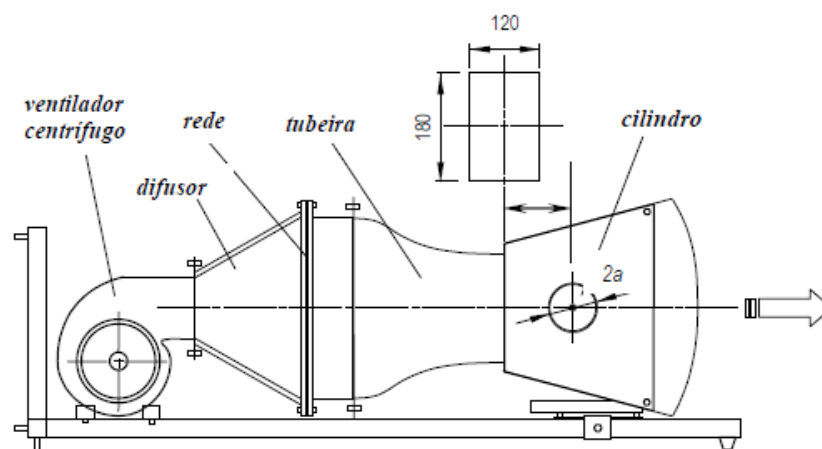


Figura 2.3 - Representação esquemática da antiga instalação experimental (dimensões em mm) [5]

## 2.3 Intensidade turbulenta

As dimensões dos vórtices ou turbilhões encontram-se limitadas superiormente pela dimensão do campo do escoamento, ou seja, da dimensão da secção total disponível para a passagem do escoamento e limitadas inferiormente pela ação difusiva da viscosidade molecular. O eixo contorcido, em torno do qual o fluido associado a um vórtice roda é apelidado de filamento.

A principal fonte de energia dos turbilhões provém do próprio escoamento, devido aos efeitos da viscosidade do escoamento, que origina o escorregamento do fluido sobre si mesmo. Desta forma os vórtices de maiores dimensões fornecem energia aos vórtices de menores escalas de tempo e de comprimento, e assim sucessivamente para escalas

cada vez mais pequenas, até se atingir o limiar, que segundo a lei de Kolmogorov, a ação difusiva da viscosidade impede os turbilhões de pequena escala de sobreviverem por um longo período de tempo, impossibilitando a geração de escalas infinitamente pequenas, o que implica que esta energia de pequena escala seja dissipada sobre a forma de calor. Assim, para que a turbulência num escoamento se mantenha, a taxa de fornecimento de energia ao escoamento deve ser no mínimo igual à taxa de dissipação de energia de pequena escala.

O objetivo de um túnel aerodinâmico é produzir um escoamento o mais uniforme possível à saída do convergente, tentando reduzir ao máximo a energia turbulenta no escoamento, quebrando os filamentos dos turbilhões. Quanto mais pequenos forem os filamentos destes turbilhões, menor será a energia turbulenta presente no escoamento e por consequência, mais uniforme será o escoamento médio. Interessa, então, medir a quantidade de turbulência presente num escoamento, sendo esta medida designada por intensidade turbulenta  $I_{turb}$  e obtida pela razão entre as flutuações de velocidade e a velocidade média do escoamento.

$$I_{turb} \equiv \frac{U'}{U_{Ref}} \quad (2.6)$$

Consideram-se intensidades turbulentas inferior a 1% como baixas, enquanto que valores superiores a 10% são considerados elevados.

Estudos computacionais feitos para um túnel aerodinâmico de sucção obtiveram resultados de intensidade turbulenta entre 1% e 5% [6]. Para o caso do túnel aerodinâmico para onde será projetada a montagem não foram encontrados resultados relativos a valores numéricos de intensidade turbulenta, mas tendo em conta que um túnel aerodinâmico de sopro tem maior intensidade turbulenta estima-se que seja menor que 10%.

## 2.4 Túnel aerodinâmico de sopro

O túnel aerodinâmico de sopro, em circuito aberto, do LMFTA, para o qual esta montagem está projetada, é constituído por um ventilador radial, uma união flexível, um

difusor, uma câmara de tranquilização, um convergente e pela estrutura de suporte. A secção de testes tem como área de secção  $600 \times 400 \text{ mm}^2$  e encontra-se à saída da tubeira. A altura da cota do centro da secção de saída da tubeira é de 1200 mm.

Estima-se que a velocidade máxima do escoamento  $U_{\infty_{máx}}$  à saída da tubeira é de 25 m/s.

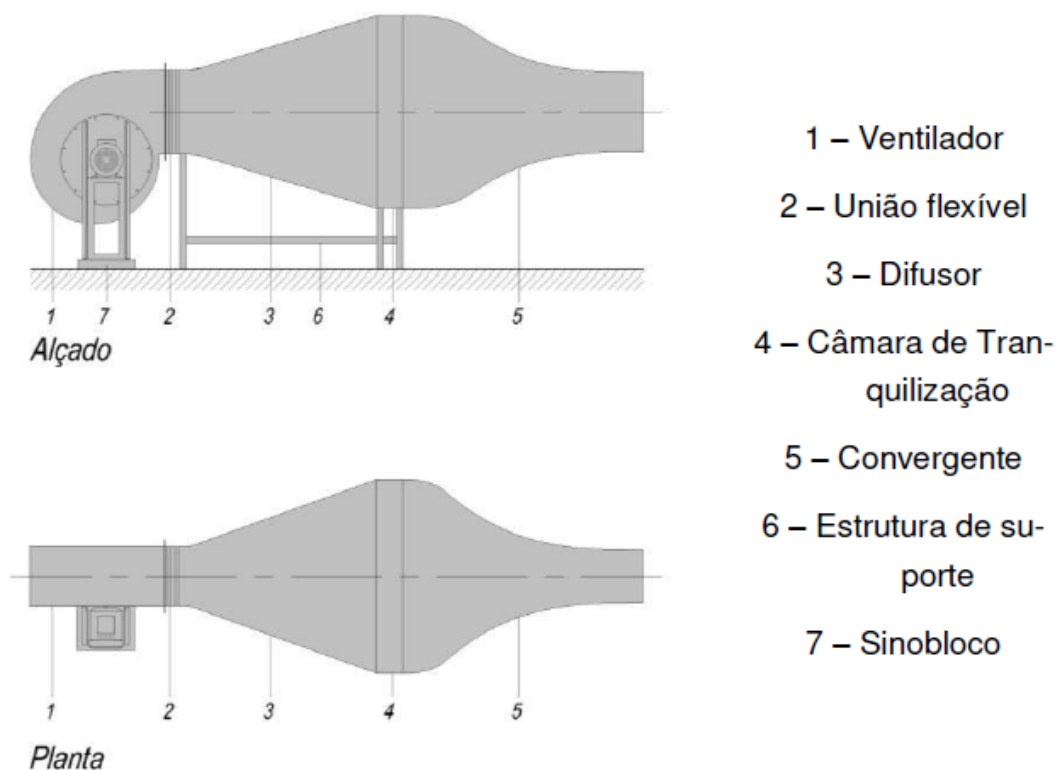


Figura 2.4 - Vista de alçado e de planta do projeto do novo túnel aerodinâmico [7]

Na Figura 2.4 está representado o túnel aerodinâmico e identificados os seus principais constituintes, que seguidamente serão explicados.

### 2.4.1.1 Ventilador

O ventilador radial, da marca F.lli Ferrari - Modelo FR-631, está localizado a montante da secção de testes, implicando que este seja um túnel aerodinâmico de sopro. É possível variar a velocidade do escoamento, pois o ventilador possui um variador de velocidades Siemens de 7,50 kW de 4 polos e 50 Hz. A velocidade máxima à saída do ventilador estimamos que seja de 20 m/s.

### **2.4.1.2 Sinobloco**

O sinobloco está montado na base do ventilador e tem como objetivo elevar a cota do centro da secção de saída do ventilador a 1200 mm em relação ao solo, e absorver as vibrações geradas pelo funcionamento do ventilador, e que poderiam propagar-se, através do pavimento, ao resto da estrutura.

### **2.4.1.3 União flexível**

União que faz a ligação do ventilador ao difusor, e tal como o sinobloco, tem como objetivo evitar a propagação direta das vibrações mecânicas do ventilador à restante estrutura.

### **2.4.1.4 Difusor**

O difusor consiste numa conduta divergente que está ligada à união flexível e à câmara de tranquilização. Este elemento tem como objetivo aumentar a área da secção, de forma a possibilitar, a jusante, a introdução de um convergente, que irá diminuir a intensidade turbulenta do escoamento, que vem muito perturbado à saída do ventilador.

O correto dimensionamento deste elemento é bastante importante, por ser essencial que o processo de aumento da pressão estática, associada ao aumento de área da secção da conduta, tenha uma boa eficácia, para evitar a introdução de turbulência ao escoamento.

### **2.4.1.5 Câmara de tranquilização**

Este elemento encontra-se entre o difusor e o convergente, possuindo uma secção de área constante.

Inclui redes que impõem uma perda de carga suficiente para que o escoamento, a montante, preencha toda a área disponível, isto é, para que o campo de velocidades fique mais uniformemente distribuído na secção. Só assim o convergente poderá ser eficaz.



### 2.4.1.6 Convergente

O último elemento do túnel aerodinâmico, antes da secção de teste, é o convergente, também designado por tubeira, e tem por objetivo acelerar o escoamento, desde a câmara de tranquilização até à secção de testes, com o intuito de quebrar os vórtices para que se tornem, sucessivamente, cada vez mais pequenos e assim conseguir-se diminuir a intensidade da turbulência no escoamento.

## 2.5 Efeito de Blocagem

O condicionamento das linhas de corrente afeta o comportamento do escoamento em torno do cilindro em estudo, resultando num aumento da velocidade do escoamento incidente e por consequência, um aumento dos valores medidos das forças aerodinâmicas.

Para contrariar o efeito de blocagem, utiliza-se uma câmara de ensaios aberta, sem tecto e sem base. No entanto, esta solução não simula perfeitamente as condições de escoamento desejado, verificando-se um pequeno efeito de “abertura” do escoamento ao sair do bocal. Como se pode ser na Figura 2.5, apesar na câmara de ensaios não ser limitada por um teto e uma base, existe uma zona do jato à saída do convergente em que o escoamento permanece praticamente uniforme. É para esta “zona potencial” que a montagem experimental será projetada à saída do convergente.

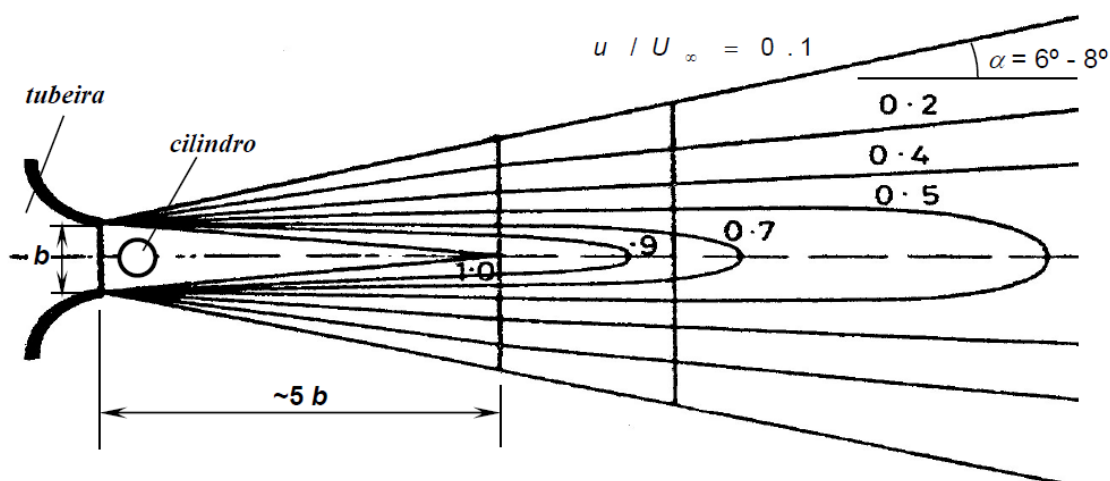
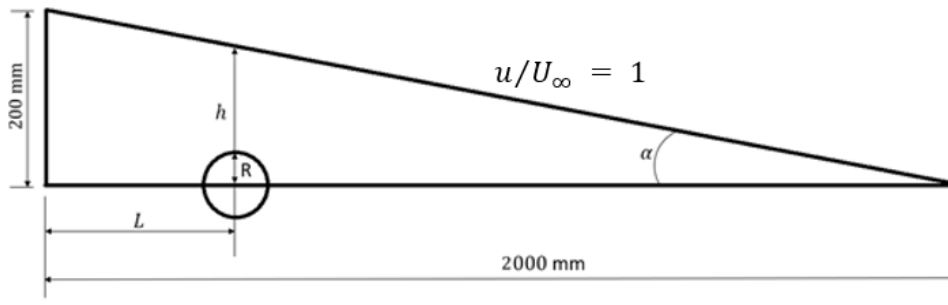


Figura 2.5 – Isolinhas de velocidade para um jato à saída de uma tubeira [5]

## Revisão Bibliográfica

Para calcular a distância  $L$  a que o cilindro tem de estar do bocal da tubeira construiu-se a Figura 2.6. Como o cilindro tem raio  $R$  e dista um comprimento  $L$  da saída da tubeira, assumindo que a altura da isolinha à linha média do escoamento uniforme é igual a  $h = 175$  mm, e recorrendo à semelhança de triângulos tem-se que:

$$L = 2000 - \frac{2000 \times 175}{200} = 250 \text{ mm}$$



**Figura 2.6 – Isolinha de velocidade para o escoamento uniforme no jato à saída da tubeira**

Assim, a montagem experimental será projetada de forma a que o cilindro se situe no centro do escoamento uniforme, a uma distância  $L = 250$  mm da saída da tubeira.

## 2.6 Extensometria

O extensómetro é um transdutor, que ao ser colado em corpos de prova, é capaz de medir deformações mecânicas, através da capacidade de variar linearmente a sua resistência elétrica em função da deformação a que está sujeito. Isto deve-se ao facto do extensómetro ser constituído por pequenos filamentos metálicos que ao serem tracionados ou comprimidos alteram a sua área de secção, que é inversamente proporcional à sua resistência elétrica. Assim, induzindo uma tensão de entrada no extensómetro e medindo a sua tensão de saída, consegue-se calcular a sua variação de resistência elétrica e consequentemente a sua deformação.

De acordo com o catálogo da marca HBM, os seus extensómetros são capazes de medir extensões até 5 %, existindo modelos com diferente resistência elétrica de 120  $\Omega$ , 350  $\Omega$ , 700  $\Omega$  e 1000  $\Omega$ .

### 2.6.1 Relação tensão-deformação

Os primeiros sistemas de medição de forças surgiram quando, no século XVII, o cientista Robert Hooke mostrou que o comprimento deformado de uma mola era proporcional à quantidade de força a que esta estaria sujeita. Desde então, com o evoluir das tecnologias, os sistemas de medição de forças têm progredido de forma a se efetuarem medições com maior precisão.

Como refere a Lei de Hooke, em regime elástico os materiais metálicos possuem a característica de terem proporcionalidade direta entre a tensão e a extensão para pequenas deformações. Os extensómetros utilizam essa característica do metal de que são feitos, para assim ser possível estabelecer uma relação linear entre a deformação elástica e a tensão a que são sujeitos.

$$\sigma = E\varepsilon \quad (2.7)$$

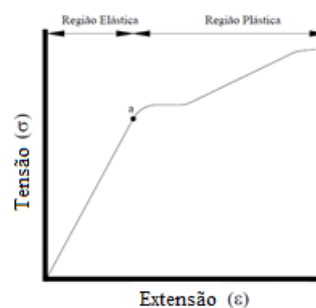


Figura 2.7 - Curva Tensão – Extensão [8]

Os materiais têm a capacidade de variar as suas dimensões quando sujeitos a forças de compressão ou de tração. A relação existente entre a variação do comprimento deformado  $\Delta l$  do material, e o seu comprimento inicial não deformado  $l$  designa-se por extensão.

$$\varepsilon = \frac{\Delta l}{l} \quad (2.8)$$

A equação (2.8) pode, também, ser escrita na forma diferencial:

$$\varepsilon = \frac{dl}{l} \quad (2.9)$$

## 2.6.2 Princípio dos extensómetros

O princípio dos extensómetros é baseado no facto de que os metais mudam a sua resistência elétrica quando sofrem uma deformação. Através da fórmula fundamental da resistência elétrica num fio metálico, obtém-se que:

$$R = \rho \frac{l}{A} \quad (2.10)$$

Onde:

- $A$  – Área da secção transversal do fio
- $\rho$  – Resistividade do material do fio
- $l$  – Comprimento do fio metálico

Assim, surge que a variação de resistência elétrica pode ser definida como a derivada da equação (2.10).

$$dR = \frac{\rho A dl + l A d\rho - l \rho dA}{A^2} \quad (2.11)$$

$$\frac{dR}{R} = \frac{dl}{l} + \frac{d\rho}{\rho} - \frac{dA}{A} \quad (2.12)$$

Os extensómetros do tipo *foil* apresentam uma secção transversal retangular, onde  $b$  é a largura da secção retangular e  $t$  a espessura da lâmina.

$$A = bt \quad (2.13)$$

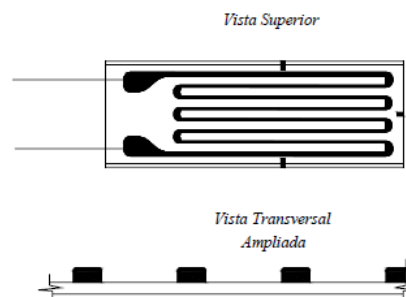


Figura 2.8 - Extensómetro do tipo “foil” [8]

Derivando a expressão da área da seção transversal da lâmina metálica tem-se:

$$\frac{dA}{A} = \frac{db}{b} + \frac{dt}{t} \quad (2.14)$$

Admitindo que o comprimento da lâmina metálica do extensómetro é alongado por uma força de tração, e que o material metálico é homogéneo e isotrópico, tendo ainda um comportamento linear elástico, pode-se concluir que:

$$\varepsilon_b = -\nu\varepsilon \quad (2.15)$$

Onde:

- $\nu$  – Coeficiente de Poisson da lâmina metálica

Simplificando a equação (2.14) de forma a obter uma equação relativa à extensão:

$$\frac{dA}{A} = \varepsilon_b + \varepsilon_t = -2\nu\varepsilon = -2\nu \frac{dl}{l} \quad (2.16)$$

A forma de medir a sensibilidade do extensómetro à deformação é designada por *Gage Factor* –  $K$ .

$$\frac{dR}{R} = K\varepsilon \quad (2.17)$$

Utilizando a expressão (2.16) e (2.17) e substituindo em (2.12), obtém-se

$$K = 1 + 2\nu + \frac{1}{\varepsilon} \frac{d\rho}{\rho} \quad (2.18)$$

Recorrendo ao catálogo de extensómetros da marca HBM, verifica-se que a liga metálica de que são feitos é Constantan, e que o  $K$  é aproximadamente igual a 2.

### 2.6.3 Princípio da Ponte de Wheatstone

Os instrumentos de medida de deformações incluem a ligação em ponte de Wheatstone, sendo os braços da ponte constituídos por extensómetros e resistências elétricas.

Esta ligação tem como objetivo transformar uma pequena mudança na resistência elétrica em uma variação de tensão elétrica.

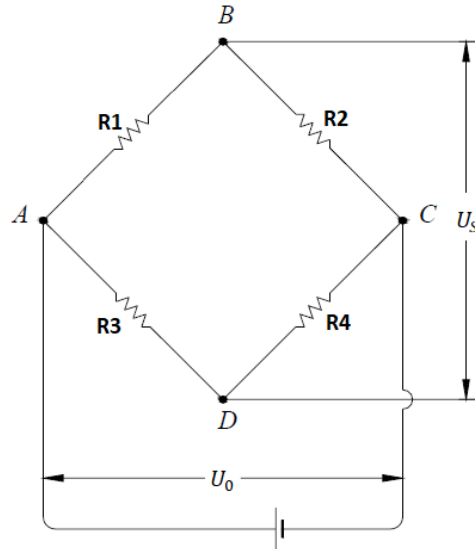


Figura 2.9 - Circuito elétrico da Ponte de Wheatstone [8]

Como representado na Figura 2.9, a tensão de saída  $U_S$  pode ser escrita da seguinte forma:

$$\begin{aligned}
 U_S &= \left( \frac{R_3}{R_3 + R_4} - \frac{R_1}{R_1 + R_2} \right) U_0 = \\
 &= \left( \frac{R_3 R_2 - R_1 R_4}{R_1 R_3 + R_2 R_3 + R_1 R_4 + R_2 R_4} \right) U_0
 \end{aligned}
 \tag{2.19}$$

Supondo que existe uma variação de  $R$  em cada braço da ponte, devida a uma deformação, e que a ponte, antes da deformação, estava balanceada com resistências  $R$ , pode-se então escrever que:

$$\begin{aligned}
 R_1 &= R + \Delta R_1 \\
 R_2 &= R + \Delta R_2 \\
 R_3 &= R + \Delta R_3 \\
 R_4 &= R + \Delta R_4
 \end{aligned}
 \tag{2.20}$$

Substituindo na equação (2.19) os valores das resistências em cada braço depois da deformação (2.20) e posterior simplificação, obtém-se:

$$U_S = \left( \frac{-\frac{\Delta R_1}{R} + \frac{\Delta R_2}{R} + \frac{\Delta R_3}{R} - \frac{\Delta R_4}{R}}{4 + 2\left(\frac{\Delta R_1}{R} + \frac{\Delta R_2}{R} + \frac{\Delta R_3}{R} + \frac{\Delta R_4}{R}\right)} \right) U_0 \quad (2.21)$$

Com a relação (2.17), pode reescrever-se (2.21) da seguinte forma:

$$\begin{aligned} U_S &= \left( \frac{-K\varepsilon_1 + K\varepsilon_2 + K\varepsilon_3 - K\varepsilon_4}{4 + 2(K\varepsilon_1 + K\varepsilon_2 + K\varepsilon_3 + K\varepsilon_4)} \right) U_0 = \\ &= \frac{KU_0}{4} \left( \frac{-\varepsilon_1 + \varepsilon_2 + \varepsilon_3 - \varepsilon_4}{1 + K\left(\frac{\varepsilon_1 + \varepsilon_2 + \varepsilon_3 + \varepsilon_4}{2}\right)} \right) \end{aligned} \quad (2.22)$$

Como as extensões consideradas são três ou quatro ordens de grandeza abaixo da unidade, pode assumir-se que:

$$1 + K\left(\frac{\varepsilon_1 + \varepsilon_2 + \varepsilon_3 + \varepsilon_4}{2}\right) \cong 1 \quad (2.23)$$

Assim, a equação (2.22) pode ser escrita como:

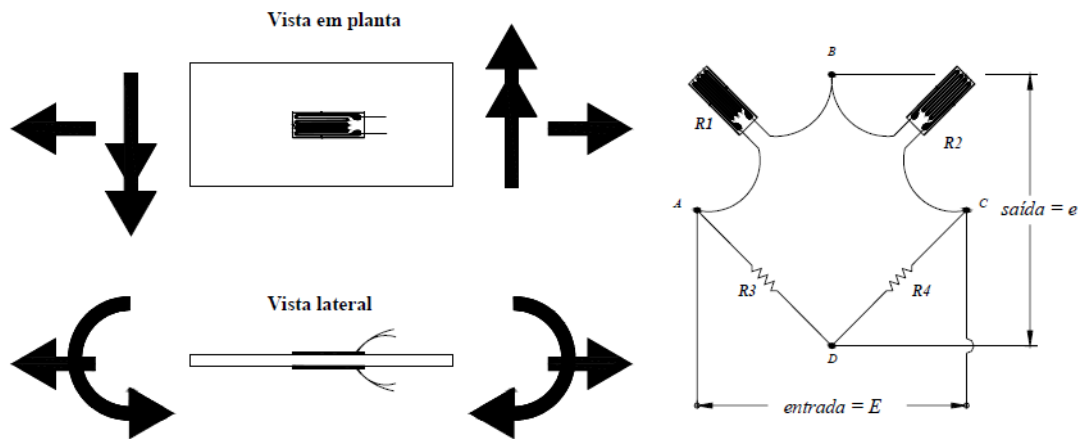
$$\frac{4U_S}{KU_0} = -\varepsilon_1 + \varepsilon_2 + \varepsilon_3 - \varepsilon_4 \quad (2.24)$$

### 2.6.4 Ligação em meia ponte

Para uma ligação em meia ponte de Wheatstone, através da equação (2.24) obtém-se:

$$U_S = \frac{K}{4} U_0 \left( (\varepsilon_{F_1} - \varepsilon_{F_2}) + (\varepsilon_{N_1} - \varepsilon_{N_2}) + (\varepsilon_{T_1} - \varepsilon_{T_2}) \right) \quad (2.25)$$

No entanto, como se pretende um sistema que apenas seja sensível a esforços de flexão, para além de a ligação ser em meia ponte de Wheatstone, os extensómetros têm de ser colados em faces opostas e ligados, um ao outro, em série.



**Figura 2.10 - Esquema da ligação de extensómetros em meia ponte, colados em faces opostas, em série [8]**

Sabe-se que para um corpo axissimétrico e homogéneo, sujeito a esforços de flexão, a deformação na sua superfície, em faces paralelas, será igual, mas com sinais contrários. Isto resulta de uma face estar sujeita a tensões de compressão e a outra face sujeita a tensões de tração. No que diz respeito às deformações, causadas por esforços normais e pela dilatação ou retração térmica, sabe-se que serão iguais e de sinal igual.

$$\begin{aligned}\varepsilon_{F_1} &= -\varepsilon_{F_2} \\ \varepsilon_{N_1} &= \varepsilon_{N_2} \\ \varepsilon_{T_1} &= \varepsilon_{T_2}\end{aligned}\tag{2.26}$$

Então, para este tipo de ligação, resulta que:

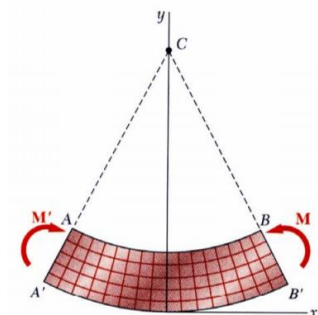
$$\begin{aligned}U_S &= \frac{K}{4} U_0 \left( (\varepsilon_{F_1} - (-\varepsilon_{F_1})) + (\varepsilon_{N_1} - \varepsilon_{N_1}) + (\varepsilon_{T_1} - \varepsilon_{T_1}) \right) = \\ &= \frac{K}{2} \varepsilon_{F_1} U_0\end{aligned}\tag{2.27}$$

## 2.7 Flexão em regime elástico

Esta hipótese admite que as secções de uma viga, perpendiculares ao seu eixo antes da deformação, permanecem planas e perpendiculares ao eixo da peça após a sua deformação.

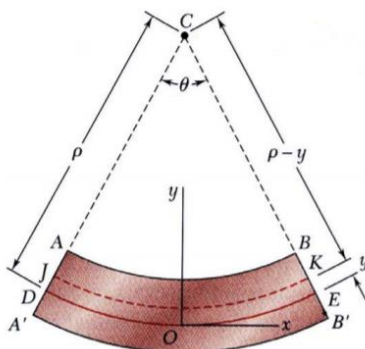


Considerando uma peça linear, de acordo com a hipótese de Bernoulli-Navier é possível relacionar a extensão de uma fibra paralela ao eixo da peça com o raio de curvatura associado à deformação do eixo.



**Figura 2.11 – Deformação de uma peça linear por flexão [9]**

Na Figura 2.11, como não existem esforços axiais aplicados, a variação do comprimento do eixo é nula, pelo que todas as extensões são devidas ao momento fletor. A secção da viga A-B está sujeita a tensões de compressão, o que implica a diminuição do seu comprimento, enquanto que a secção A'-B' está sujeita a tensões de tração, o que implica o aumento do seu comprimento.



**Figura 2.12 – Representação da linha neutra e do raio de curvatura de uma peça linear sujeita a flexão [9]**

Existe uma superfície, paralela ao plano XZ, onde a tensão será nula e que é designada por superfície neutra. Na Figura 2.12 está representado a traço contínuo a linha neutra DE, que designa a intercessão da superfície neutra com o plano da secção.

Considere-se que a linha neutra da viga, depois de deformada, tem comprimento  $L$  e que todas as outras linhas, paralelas a esta, têm comprimento  $L'$ , e que a origem do

referencial está localizada na intersecção da linha neutra com o plano vertical de simetria. Então, tendo em conta as considerações anteriores e a Figura 2.12, consegue-se obter a extensão  $\varepsilon_x$  das linhas paralelas à linha neutra, em função da curvatura da viga.

$$\varepsilon_x = \frac{L' - L}{L} = \frac{(\rho - y)\theta - \rho\theta}{\rho\theta} = -\frac{y}{\rho} \quad (2.28)$$

No regime elástico, a curvatura da superfície neutra é expressa por:

$$\frac{1}{\rho} = \frac{M(x)}{EI} \quad (2.29)$$

Assim, para o caso de uma viga encastrada e sujeita a uma força aplicada na sua extremidade (Figura 2.13), a equação (2.29) fica:

$$\frac{1}{\rho} = -\frac{Fx}{EI} \quad (2.30)$$

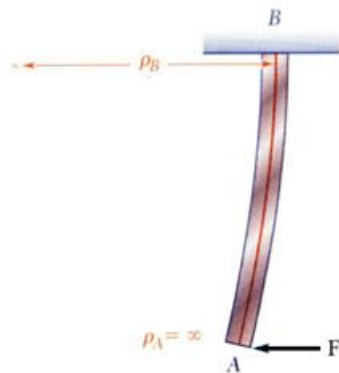


Figura 2.13 – Esquemático de uma viga encastrada sujeita a flexão [9]

Substituindo a equação (2.30) na equação (2.28), obtém-se a equação (2.31), que relaciona a extensão das linhas paralelas à linha neutra, com as características da viga encastrada e a força aplicada na sua extremidade livre.

$$\varepsilon_x = y \frac{M(x)}{EI} \quad (2.31)$$

## 2.8 Características de sistemas de medição

No projeto de uma balança aerodinâmica não interessa apenas a gama de valores que esta consegue medir, existem também outros parâmetros a levar em conta e que irão

definir a qualidade dos resultados obtidos. Para que as medições das forças sejam confiáveis e coerentes é preciso entender os conceitos de precisão, exatidão e resolução.

### 2.8.1 Precisão e exatidão

A exatidão de uma medição é um conceito qualitativo, que serve para caracterizar a capacidade de um instrumento de medição em dar respostas próximas dos valores reais. Já a precisão é um conceito que pode ser expresso quantitativamente, através do desvio padrão, e que designa a capacidade de um aparelho de medição em obter resultados semelhantes entre si, sob as mesmas condições de funcionamento. Observando a Figura 2.14 consegue-se perceber que para caracterizar uma medição de uma balança quanto à sua qualidade, é necessário ter em conta, em simultâneo, os conceitos de precisão e exatidão, sendo que caracterizar uma medição considerando apenas um dos conceitos, não atesta a balança quanto à qualidade da medição



**Figura 2.14 - Representação ilustrativa de precisão e exatidão**

### 2.8.2 Resolução

Numa balança, a resolução é a menor variação de força que será possível medir. Como neste projeto são utilizados extensómetros colados a hastes metálicas, previamente dimensionadas, a resolução deste sistema irá depender da capacidade do conversor que

## Revisão Bibliográfica

será utilizado na transformação do sinal de analógico para digital. Esta capacidade do conversor A/D está dependente do número de bits  $n$  que lhe estão associados.

$$Resolução = \frac{1}{2^n - 1} \quad (2.32)$$

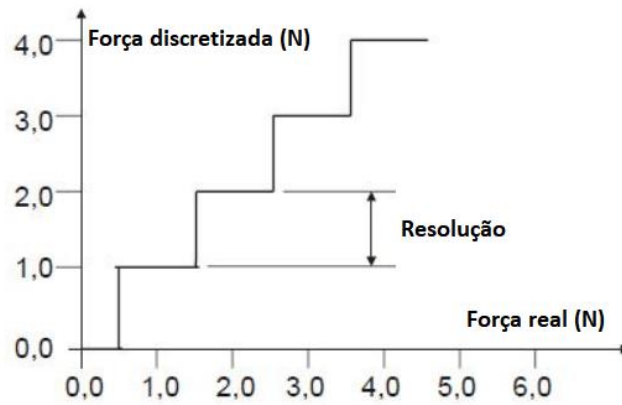


Figura 2.15 - Gráfico ilustrativo da resolução de um sistema de leitura digital

# 3

## 3 Materiais e métodos

Neste capítulo descreve-se as metodologias utilizadas no dimensionamento de toda a montagem experimental, onde se incluem o cilindro, o motor que faz girar o cilindro, as hastes de arrasto e de sustentação, que compõem a balança aerodinâmica e por último, a resolução das medições que serão efetuadas e que serão limitadas pelo conversor A/D escolhido.

### 3.1 Cilindro

A escolha do material do cilindro foi feita comparando tubos de diferentes materiais e dimensões, com base numa figura de mérito, que inclui aspetos relevantes para a montagem experimental. O cilindro fica sujeito às forças aerodinâmicas decorrentes do efeito de Magnus. O cilindro está solidário com um veio que passa pelo seu centro geométrico, que por sua vez está ligado ao motor que transmite movimento de rotação. O veio está ligado, através de rolamentos, a duas hastes verticais, que irão medir  $F_D$ .

Pode considerar-se o cilindro como uma viga bi-apoiada, de secção transversal constante, podendo-se estabelecer um critério de escolha do material do cilindro, que terá por base a flecha máxima.

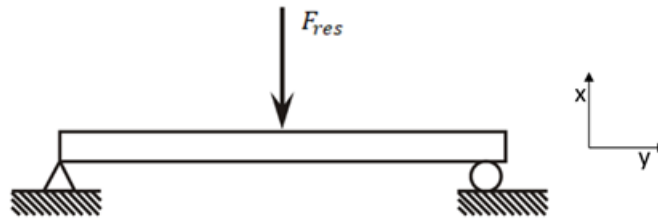


Figura 3.1 – Esquemático da força resultante aplicada no cilindro

$$\delta_{m\acute{a}x\ cilindro} = \frac{F_{res}l^3}{48EI_{yy}} \quad (3.1)$$

Para obter a flecha máxima do cilindro, a força que interessa ter em conta  e a força aerodinâmica máxima:

$$F_{res} = \sqrt{F_D^2 + F_L^2} \quad (3.2)$$

O cilindro será oco, para que a sua massa não seja demasiado elevada, e surjam, posteriormente, dificuldades na obtencao de um motor com capacidade para obter a rotacao desejada. Ao ser oco, o cilindro terá o momento de inércia de área de uma coroa circular, em que o diâmetro externo da coroa circular é representado por  $D$  e o diâmetro interno por  $d$ .

$$I_{yy} = \pi \frac{D^4 - d^4}{64} \quad (3.3)$$

Assim, a flecha máxima pode ser reescrita da seguinte forma:

$$\delta_{m\acute{a}x\ cilindro} = \frac{64F_{res}l^3}{48\pi E(D^4 - d^4)} \quad (3.4)$$

Como o objetivo é comparar cilindros de diferentes materiais, sujeitos às mesmas condições de funcionamento, as componentes da força resultante  $F$  e do comprimento do cilindro  $l$  serão constantes. Assim, as únicas variáveis que podem tomar valores diferentes são:  $E$  – Módulo de Young – depende do tipo de material e  $(D^4 - d^4)$  – depende do diâmetro do cilindro e da sua espessura. Desta forma, pode-se criar uma nova variável:

$$K = E(D^4 - d^4) \quad (3.5)$$

A variável  $K$  será o numerador da figura de mérito, e contém os elementos da equação (3.4) que não são constantes. Então, para que a flecha máxima dos cilindros em estudo seja mínima, é necessário que  $K$  tome valores elevados. No entanto, como o cilindro tem de ter uma massa reduzida para que o motor consiga impor a velocidade de rotação pretendida, a expressão (3.5) terá que ser dividida pela massa volúmica  $\rho$  do material em causa.

$$\frac{K}{\rho} = \frac{E(D^4 - d^4)}{\rho} \quad (3.6)$$

Como  $K$  terá de ter um valor elevado e  $\rho$  um valor reduzido então, de entre os cilindros seleccionados, o que tiver o quociente mais elevado da figura de mérito (3.6), será o que tem as dimensões e o material mais adequado ao projeto.

## 3.2 Motor

O motor irá estar fixo a uma das hastes de sustentação e tem como objetivo colocar o cilindro a rodar com uma velocidade que seja possível variar.

Para colocar o cilindro em rotação em torno do seu eixo será necessário calcular o momento de inércia que lhe é associado. Como foi referido na secção 3.1, o cilindro terá uma secção transversal de coroa circular, sendo o seu momento de inércia o seguinte:

$$I_{tubo} = \frac{1}{2} m_{tubo} (R_e^2 + R_i^2) = \frac{1}{2} (\rho L \pi (R_e^4 - R_i^4))_{tubo} \quad (3.7)$$

No topo do tubo serão soldadas duas chapas, de forma a criar um cilindro oco, sendo que o momento de inércia associado às chapas é:

$$I_{chapas} = \frac{1}{2} m_{chapas} R_{chapas}^2 = \frac{1}{2} (\rho L \pi R_i^4)_{chapas} \quad (3.8)$$

Como o cilindro terá de estar solidário a um veio, que por sua vez estará solidário ao veio do motor, é preciso ter em conta o seu momento de inércia.

$$I_{veio} = \frac{1}{2} m_{veio} R_{veio}^2 = \frac{1}{2} (\rho L \pi R^4)_{veio} \quad (3.9)$$

## Materiais e métodos

Com o intuito de calcular a potência do motor, é necessário ainda calcular o binário associado ao movimento do conjunto cilindro + veio, que irá depender da aceleração angular imposta (3.11) e do momento de inércia do conjunto (3.7), (3.8) e (3.9).

$$B_{cilindro+veio} = I_{cilindro+veio} \alpha = \frac{(\rho L \pi (R_e^4 - R_i^4))_{tubo} + 2(\rho L \pi R_i^4)_{chapas} + (\rho L \pi R^4)_{veio}}{2} \alpha \quad (3.10)$$

$$\alpha = \frac{d\omega}{dt} \quad (3.11)$$

Por fim, a potência vai então depender do binário associado ao conjunto cilindro + veio e da sua velocidade angular.

$$P_{cilindro+veio} = B_{cilindro+veio} \omega = \frac{(\rho L \pi (R_e^4 - R_i^4))_{tubo} + 2(\rho L \pi R_i^4)_{chapas} + (\rho L \pi R^4)_{veio}}{2} \frac{d\omega}{dt} \omega \quad (3.12)$$

Para além da potência associada à aceleração do cilindro, existirão também, perdas de potência associadas aos rolamentos, que serão montados nas hastes de arrasto, e por onde passará o veio do cilindro.

$$P_{perdas} = B_{perdas}(\omega) \omega \quad (3.13)$$

Somando a potência necessária para impor uma determinada rotação ao conjunto veio + cilindro, com a potência despendida nos rolamentos, devido à força de atrito, obtém-se a equação (3.14), que representa a potência do motor.

$$P_{motor} = P_{cilindro+veio} + P_{perdas} \quad (3.14) \\ = (B_{cilindro+veio} + B_{perdas}(\omega)) \omega$$

Com auxílio da ferramenta SKF *Bearing Calculator* [10], disponível gratuitamente no site da marca, verificou-se que a potência perdida nos rolamentos através do atrito era insignificante, podendo simplificar-se a equação (3.14).

$$P_{motor} = P_{cilindro+veio} = B_{cilindro+veio} \omega \quad (3.15)$$



## 3.3 Estrutura da balança

### 3.3.1 Haste de arrasto

A estrutura da balança que irá fletir, para ser possível medir  $F_D$  (utilizando extensómetros), é constituída por duas hastes verticais, montadas externamente e em lados opostos do escoamento. Ao longo da dissertação, estas hastes serão chamadas de haste de arrasto.

No projeto das hastes de arrasto optou-se que estas não tivessem um perfil uniforme, apresentando uma zona de menor espessura, tal como representado na Figura 3.2. Os extensómetros estarão colados no ponto B. A escolha por uma haste com esta particularidade deve-se ao facto de tentar minimizar a flecha na extremidade da haste, para que o cilindro se desloque o mínimo possível do centro do escoamento. Assim, a deformação da haste ocorrerá maioritariamente no troço de menor espessura.

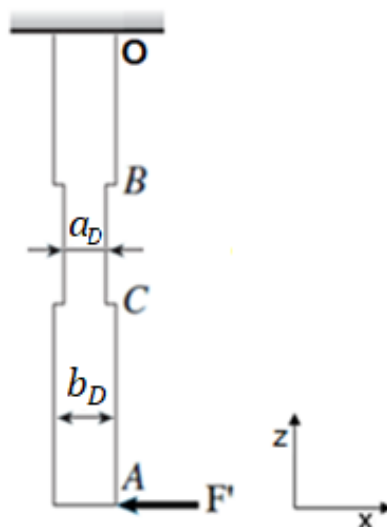


Figura 3.2 – Esquemático da força aplicada na haste de arrasto

Como a haste terá secções de diferentes espessuras, O momento de inércia de área do troço AC e BO será designado por  $I_{2D}$  e o momento de área do troço CB por  $I_{1D}$ .

Como se pode verificar na Figura 3.3, a força aplicada nas hastes é transmitida pelo veio do cilindro e como a estrutura de medição é composta por duas hastes iguais, cada uma delas está sujeita a uma força que será metade da força de sustentação.

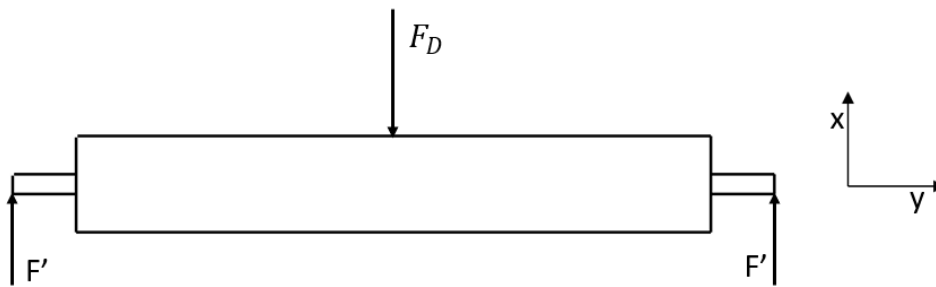


Figura 3.3 – Diagrama de corpo livre do conjunto veio – cilindro no plano Oxy

$$F' = \frac{F_D}{2} \quad (3.16)$$

No projeto das hastes de arrasto, apesar destas terem a configuração apresentada na Figura 3.2, admitir-se-á, para efeitos de simplificação de cálculos, que a haste está encastrada no ponto B, devido à quase totalidade da deflexão da haste ocorrer posteriormente a este ponto. Esta simplificação implica uma aproximação, que será cada vez mais próxima da realidade, quanto maior for a diferença entre a espessura  $a_D$  e  $b_D$  da haste.

Após esta simplificação, para projetar a haste utilizou-se a teoria de vigas, para uma viga encastrada, com secção não constante, submetida a uma carga concentrada (Figura 3.4).

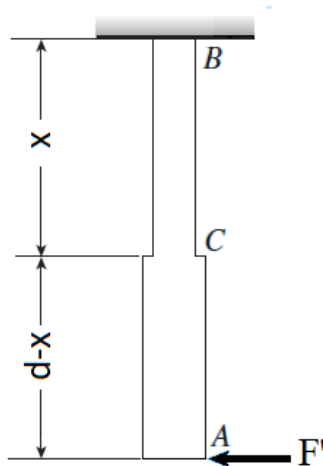


Figura 3.4 - Diagrama de forças da simplificação da haste de arrasto

Para calcular a equação da elástica da viga e a conseqüente deflexão máxima  $\delta_A$ , utilizaremos o método da sobreposição. Em primeiro lugar há que ter em conta que a

deflexão da viga consta de duas partes: a devida à flexão da parte AC e a devida à parte CB.

Para calcular a deflexão, devida à flexão da parte AC, temos que manter rígido o restante troço da viga, como representado na Figura 3.5.

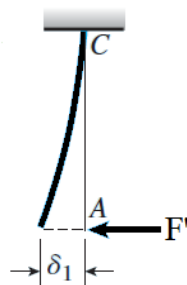


Figura 3.5 –Diagrama da flecha do troço AC

$$\delta_1 = \frac{F'(d - x)^3}{3EI_{2D}} \quad (3.17)$$

Para calcular a flecha devida à flexão da parte CB, interpreta-se este troço como uma viga encastrada (Figura 3.6), submetida a dois tipos de esforços: uma carga concentrada  $F'$  e um momento  $M = F'(d - x)$ .

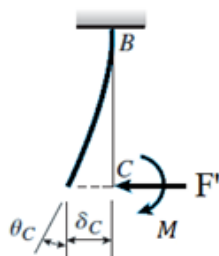


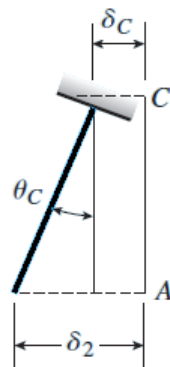
Figura 3.6 - Diagrama da flecha do troço CB

$$\delta_C = \frac{F'(d - x)x^2}{2EI_{1D}} + \frac{F'x^3}{3EI_{1D}} \quad (3.18)$$

Assim, a deflexão deste troço também vai contribuir para a deflexão do ponto A, pelo que é necessário calcular o ângulo de rotação  $\theta_C$  deste troço da viga.

$$\theta_C = \frac{F'(d - x)x}{EI_{1D}} + \frac{F'x^2}{2EI_{1D}} \quad (3.19)$$

No cálculo da deflexão, devido à flexão do troço CB, como o troço AC não está sujeito a nenhuma força, nem momento, permanecerá sem deformação (Figura 3.7).

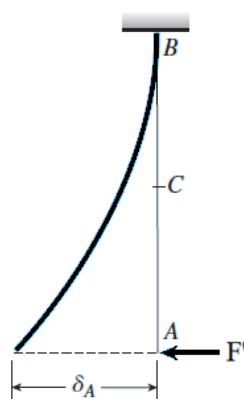


**Figura 3.7 - Diagrama da flecha do troço AC devida à deflexão do troço CB**

Desta forma, a flecha  $\delta_C$  e o ângulo de rotação  $\theta_C$  têm uma contribuição adicional para a deflexão da viga no ponto A.

$$\begin{aligned} \delta_2 &= \delta_C + \theta_C(d - x) = \\ &= \frac{F'(d - x)x^2}{2EI_{1D}} + \frac{F'x^3}{3EI_{1D}} + \left( \frac{F'(d - x)x}{EI_{1D}} + \frac{F'x^2}{2EI_{1D}} \right) (d - x) = \quad (3.20) \\ &= \frac{F'(d - x)x^2}{EI_{1D}} + \frac{F'(d - x)^2x}{EI_{1D}} + \frac{F'x^3}{3EI_{1D}} \end{aligned}$$

A deflexão total  $\delta_A$  do extremo livre da viga encastrada original (Figura 3.4) é igual à soma das deflexões  $\delta_1$  e  $\delta_2$ .



**Figura 3.8 - Diagrama da flecha total da haste de arrasto**

$$\delta_A = \delta_1 + \delta_2 = \quad (3.21)$$

$$= \frac{F'(d-x)^3}{3EI_{2D}} + \frac{F'(d-x)x^2}{EI_{1D}} + \frac{F'(d-x)^2x}{EI_{1D}} + \frac{F'x^3}{3EI_{1D}}$$

Concluída a obtenção da elástica da viga para o ponto A, é necessário saber qual a extensão sofrida em B, onde serão colados os extensómetros.

O troço CB tem secção transversal constante, o que implica que a distância da superfície à linha neutra será:

$$y = \frac{a_D}{2} \quad (3.22)$$

Assim, recorrendo à equação (2.31) obtém-se:

$$\varepsilon_{x_{BD}} = y \frac{M_B(x)}{EI_{1D}} = \frac{a_D}{2} \frac{M_B(x)}{EI_{1D}} \quad (3.23)$$

Como foi visto na Figura 3.6, o troço CB comporta-se como uma viga encastrada submetida a dois tipos de esforços: uma carga concentrada -  $F'$ , e um momento -  $M = F'(d-x)$ . Assim, pode-se escrever que o momento em torno do ponto B é:

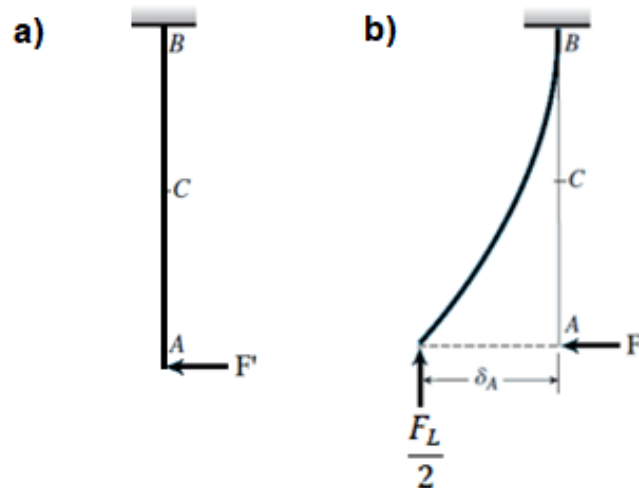
$$M_B(x) = F'x + M = F'd \quad (3.24)$$

Por fim, substituindo a equação (3.24) na equação (3.23) consegue-se relacionar  $F'$  com a extensão em B:

$$\varepsilon_{x_{BD}} = \frac{F'da_D}{2EI_{1D}} \quad (3.25)$$

### 3.3.1.1 Erro associado à deflexão

Como referido anteriormente, a haste de arrasto irá sofrer uma deflexão, associada à força de arrasto a que o cilindro está sujeito. No entanto, só no exato momento em que a haste começa a fletir ( $\delta_A = 0$ ), é que esta deflexão depende apenas de  $F_D$ . A partir do momento em que a haste começa a fletir ( $\delta_A > 0$ ), a deflexão também terá uma componente associada a  $F_L$ .



**Figura 3.9 - Esquemático das forças que contribuem para a deflexão da haste de arrasto: a) na iminência de fletir e b) ocorre flexão**

Portanto, quando  $\delta_A > 0$  a haste está sujeita a um momento fletor que depende das forças  $F_D$  e  $F_L$ , como representado na Figura 3.9 b).

$$M_B = F'd + \delta_A \frac{F_L}{2} \quad (3.26)$$

Desprezando-se o contributo da força de sustentação para o momento fletor em torno do ponto B, tem-se:

$$M_B' = F'd \quad (3.27)$$

Como na haste de arrasto apenas é pretendido medir forças de arrasto, a contribuição da força de sustentação para a extensão do troço CB não é desejável. Como é impossível evitar tal contribuição, visto que para a haste deformar no troço CB e ser possível efetuar a medição com os extensómetros, é preciso que  $\delta_A > 0$ . Então, terá de se minimizar a contribuição da  $F_L$ .

De forma a minimizar os efeitos da  $F_L$  na medição da extensão recorreu-se à expressão do erro relativo associado ao momento fletor a que a haste está sujeita.

$$e_{\text{devido à flecha}} = \frac{M_B - M_B'}{M_B'} = \frac{\delta_A \frac{F_L}{2}}{\frac{F_D}{2} d} \quad (3.28)$$

Para que este erro não tivesse relevância nas medições da força de arrasto, impôs-se que este não poderia exceder 1 %.

$$0.01 > e_{\text{devido à flecha}} = \frac{\delta_A \frac{F_L}{2}}{\frac{F_D}{2} d} \quad (3.29)$$

Da desigualdade (3.29) resulta um constrangimento para o dimensionamento da haste de arrasto:

$$d > 100 \delta_A \frac{F_L}{F_D} \quad (3.30)$$

Substituindo a equação (3.21) em (3.30) tem-se:

$$d > \frac{100F_L}{F_D} \left( \frac{F'(d-x)^3}{3EI_{2D}} + \frac{F'(d-x)x^2}{EI_{1D}} + \frac{F'(d-x)^2x}{EI_{1D}} + \frac{F'x^3}{3EI_{1D}} \right) \quad (3.31)$$

### 3.3.2 Haste de sustentação

A estrutura da balança que irá fletir, para ser possível medir  $F_L$  (utilizando extensômetros), é constituída por quatro hastes horizontais, montadas externamente e em lados opostos do escoamento, duas a duas. Ao longo da dissertação, estas hastes serão chamadas de haste de sustentação.

As hastes de sustentação irão suportar o peso de toda a estrutura da montagem experimental, o que implica que a haste de arrasto se encontra fletida quando a força de sustentação é nula. Então, para que durante a medição das forças de sustentação não exista uma força  $F_L$  que faça as hastes de arrasto não terem flexão, determinou-se que o peso da estrutura terá de ser maior do que a força de sustentação  $F_{L_{Máx}}$ . Cada haste de sustentação estará sujeita a uma força  $F''$ :

$$F'' = \frac{P}{4} \quad (3.32)$$

No projeto das hastes de sustentação optou-se que estas tivessem um perfil uniforme de secção retangular, tal como representado na Figura 3.10. Um perfil retangular implica que o momento de inércia da haste é:

$$I_{1L} = \frac{a_L^3 b_L}{12} \quad (3.33)$$

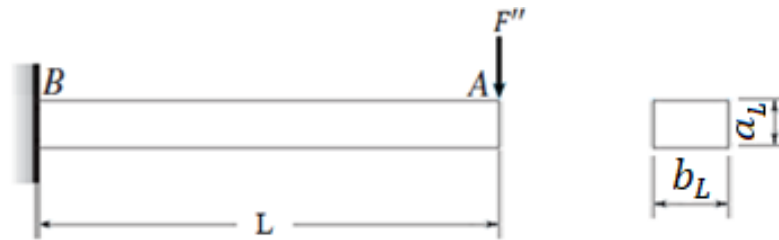


Figura 3.10 – Esquemático da força aplicada na haste de sustentação

Para projetar a haste de sustentação utilizou-se a teoria de vigas, para uma viga encastrada, com secção constante, submetida a uma carga concentrada no ponto A (Figura 3.11), sendo a equação da elástica a seguinte:

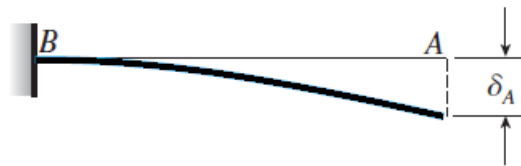


Figura 3.11 - Diagrama da flecha total da haste de sustentação

$$\delta_A = \frac{F'' L^3}{3EI_{1L}} \quad (3.34)$$

Como os extensómetros serão colados em B, é preciso saber qual a extensão à superfície das faces da haste. Assim, recorrendo à equação (2.31) obtém-se:

$$\varepsilon_{x_{BL}} = y \frac{M(x)}{EI_{1L}} = \frac{a_L}{2} \frac{F'' L}{EI_{1L}} \quad (3.35)$$



# 4

## 4 Resultados e discussão

Neste capítulo serão concretizadas as dimensões da estrutura da balança aerodinâmica, aplicando as metodologias apresentadas anteriormente e tendo em conta os requisitos de projeto, que também serão aqui abordados.

Como ponto de partida para o dimensionamento de toda a estrutura, começou por se dimensionar o cilindro, para que de seguida, com base nos resultados experimentais já existentes sobre o efeito de Magnus num cilindro em rotação, se pudessem calcular as forças máximas e mínimas de arrasto e de sustentação que a balança terá de ser capaz de medir. De seguida, será escolhido o motor que consiga impor ao cilindro a velocidade de rotação máxima de projeto.

Calculadas as forças máximas e mínimas de projeto, escolheu-se qual o conversor que transformará o sinal elétrico de saída, dos extensómetros, de analógico para digital, considerando que este terá de ter uma resolução que tenha um erro menor que 1% do valor da força medida.

Escolhidos os conversores A/D consegue-se calcular quais as extensões máximas que os troços das hastes de arrasto e de sustentação, onde estarão colados os extensómetros, terão de ter para que a medição tenha a resolução pretendida.

De seguida, dimensiona-se as estruturas que apoiam e ligam as hastes de arrasto e de sustentação.

Por último, procede-se à escolha dos elementos comerciais necessários à estrutura da balança como é o caso dos elementos de ligação, dos rolamentos e dos tubos.

## 4.1 Dimensionamento do cilindro

Para minimizar a turbulência no escoamento associada às extremidades do cilindro, este terá de ter um comprimento próximo da largura da secção de saída da tubeira. Como a tubeira tem 600 mm de largura, optou-se por dar uma folga de 1 mm entre as extremidades do cilindro e as paredes da secção de teste. Assim, o cilindro terá um comprimento de 598 mm.

Na escolha do diâmetro do cilindro considerou-se que esta dimensão não deveria ter um tamanho tão elevado quando comparado com a altura da secção de saída da tubeira, como acontece na montagem laboratorial já existente no LMFTA, em que o diâmetro do cilindro representa cerca de 45% da altura da saída da tubeira. A excessiva relação diâmetro do cilindro/altura de saída da tubeira origina um aumento da turbulência do escoamento. Assim, tendo em conta diâmetros de tubos comuns a vários materiais, decidiu-se que o tubo que constitui o cilindro terá 90 mm (22,5% da altura da saída da tubeira).

Na Tabela 1 estão condensadas as características dos tubos dos diferentes materiais tidos em conta na construção da figura de mérito.

**Tabela 1 – Características dos tubos e figura de mérito**

Material	$E$ (GPa)	$D_{ext}$ (m)	$d_{int}$ (m)	$e$ (mm)	$\rho$ (kg/m <sup>3</sup> )	$m$ (kg) para $l = 0,598m$	$\frac{E(D_{ext}^4 - d_{int}^4)}{\rho}$
Latão	97	0,0900	0,0862	1,9	$8,50 \times 10^3$	2,673	118,7
PVC	4	0,0900	0,0846	2,7	$1,45 \times 10^3$	0,642	39,7
Acrílico	3	0,0900	0,0840	3	$11,80 \times 10^3$	0,579	40,2
Alumínio	69	0,0900	0,0860	2	$2,70 \times 10^3$	0,893	278,8
Aço	207	0,0890	0,0850	2	$7,85 \times 10^3$	2,566	278,0

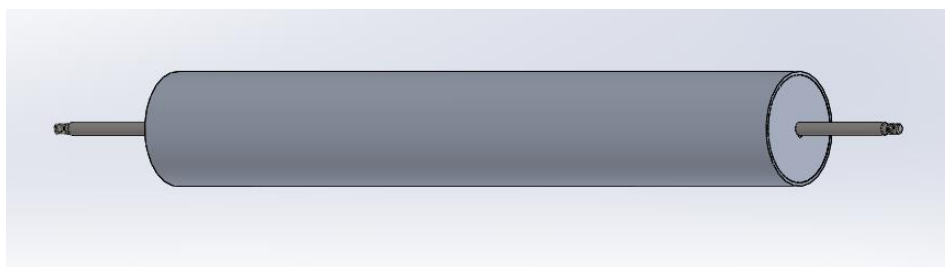
Analisando os resultados obtidos para a figura de mérito, verifica-se que a construção do cilindro em aço ou em alumínio seria a melhor escolha, no entanto optar-se-á pelo

## Resultados e discussão

alumínio, por este ter uma massa volúmica bastante inferior ao aço. A consideração pela massa volúmica menor como forma de optar entre o aço e o alumínio, prende-se com o facto de a massa volúmica ser diretamente proporcional ao momento de inércia que o motor terá de vencer para girar o cilindro, o que implicaria uma maior potência do motor, caso o cilindro fosse em aço.

O tubo de alumínio terá de ter nas suas extremidades duas chapas de alumínio soldadas ao tubo, pois serão estas chapas que serão o apoio do cilindro e que farão a ligação ao veio que transmitirá a rotação do motor.

As chapas de topo do cilindro terão 6 mm de espessura e um diâmetro de 86 mm, igual ao diâmetro interno do tubo.



**Figura 4.1 - Vista isométrica do conjunto cilindro + veio**

O desenho técnico do cilindro encontra-se em anexo com o número: 04.40557.

### 4.1.1 Veio do cilindro

O veio do cilindro estará ligado ao motor e ao cilindro, tendo sido escolhido como material de construção o aço AISI 1020.

Como o veio estará apoiado nas hastes de arrasto através de rolamentos (um em cada haste), no seu projeto teve-se em conta a montagem dos rolamentos, seguindo as regras patentes no catálogo da marca SKF [11]. As extremidades do veio serão roscadas para se apertarem os rolamentos com porcas.

O desenho técnico do veio do cilindro encontra-se em anexo com o número: 05.40557.

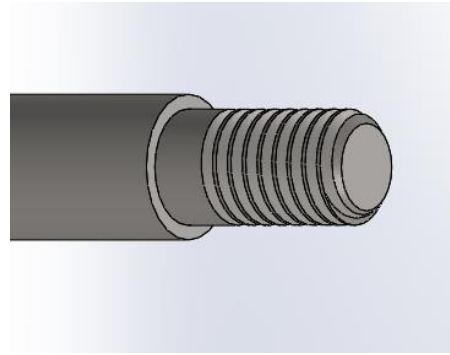


Figura 4.2 - Vista isométrica do pormenor das extremidades do veio do cilindro

## 4.2 Força de arrasto e sustentação

Para calcular as forças máximas e mínimas de arrasto e de sustentação de projeto recorreu-se aos resultados já existentes do efeito de Magnus num cilindro em rotação. Como já foi visto na secção 2.1, os resultados diferem bastante uns dos outros, no entanto para se estimarem as forças máximas de projeto escolheram-se as curvas representadas graficamente na Figura 4.3, devendo-se esta escolha ao facto de serem estas as curvas que contêm os resultados experimentais mais recentes. As curvas escolhidas não têm a mesma origem, devido à curva mais recente que representa o  $C_D$  não ter sido obtida experimentalmente.

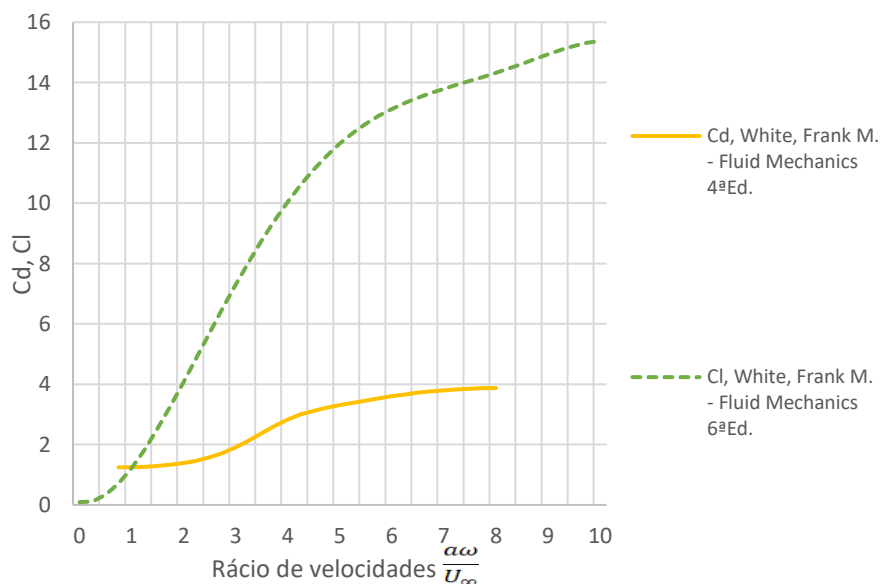


Figura 4.3 – Gráfico das curvas escolhidas dos  $C_D$  e  $C_L$  para projeto

## Resultados e discussão

Escolhidas as curvas que relacionam os coeficientes de sustentação e de arrasto com o rácio de velocidades, pode-se calcular as forças de arrasto e de sustentação máximas e mínimas através das equações (4.1) e (4.2). Analisando estas duas equações, verifica-se que, como as curvas de  $C_L$  e  $C_D$  são escritas em função de  $a\omega/U_\infty$  e são ambas crescentes, e que a força de sustentação aumenta com  $U_\infty^2$ , tem-se que  $F_L$  e  $F_D$  são máximos quando  $\omega_{Máx}$  e  $U_{\infty Máx}$  também são máximos, em oposição  $F_L$  e  $F_D$  são mínimos quando  $\omega_{Mín}$  e  $U_\infty$  também são mínimos.

$$C_L \left( \frac{a\omega}{U_\infty} \right) = \frac{2F_L}{A\rho U_\infty^2} \quad (4.1)$$

$$C_D \left( \frac{a\omega}{U_\infty} \right) = \frac{2F_D}{A\rho U_\infty^2} \quad (4.2)$$

Tendo em conta que o valor máximo da velocidade do escoamento uniforme é  $U_{\infty Máx} = 25\text{m/s}$  e que  $a_{cilindro} = 0,045\text{m}$ , então para se obter valores dos coeficientes de arrasto e sustentação para uma gama de rácios de velocidade de  $1 < a\omega/U_\infty < 8$ , conclui-se que o cilindro terá de atingir velocidades próximas de  $\omega \approx 10000\text{rpm}$ . Desta forma, assumindo que a velocidade máxima de rotação do cilindro é  $\omega_{Máx} = 10000\text{rpm}$ , construiu-se uma tabela que resume os valores máximos e mínimos das forças de sustentação e de arrasto, para a velocidade de rotação do cilindro e do escoamento pretendidas. Como se observa na Figura 4.3, os valores mínimos para o  $C_D$  surgem quando  $a\omega/U_\infty \cong 1$ . Assim, na construção da tabela, assumiu-se que os valores mínimos seriam para  $a\omega/U_\infty = 0,9$ .

**Tabela 2 – Valores máximos e mínimos das forças de arrasto e de sustentação**

	Valores máximos	Valores mínimos
$\omega$ (rpm)	10000	955
$U_\infty$ (m/s)	25	5
$a\omega/U_\infty$	1,80	0,9
$C_D$	1,34	1,25
$F_D$ (N)	27,07	1,01
$C_L$	3,45	1,01
$F_L$ (N)	69,54	0,80

As forças de projeto máximas de arrasto e de sustentação são:

- $F_{L_{Máx}} \cong 70 \text{ N}$
- $F_{D_{Máx}} \cong 27 \text{ N}$

### 4.3 Dimensionamento do motor

Como o cilindro e o veio já foram dimensionados anteriormente, para se escolher qual o motor mais adequado ao projeto, considerou-se que o motor terá de ser capaz de impor uma velocidade máxima de rotação ao conjunto cilindro + veio de  $\omega_{Máx} = 10000 \text{ rpm}$ . Assim, recorrendo às equações (3.10) e (3.15) construiu-se a Tabela 3, que compila a potência e o binário necessários para rodar o conjunto cilindro + veio, tendo em conta várias velocidades e acelerações angulares.

**Tabela 3 – Dimensões do cilindro e do veio**

	Tubo	Veio	Chapas de topo
$R_e$ (m)	0,0450	0,005	0,043
$R_i$ (m)	0,0430	—————	—————
L (m)	0,598	0,800	0,006
Massa (kg)	0,893	0,493	0,094

**Tabela 4 – Potência e binário necessários para rodar o conjunto cilindro + veio**

$\omega$ (rad/s)	1000	900	800	700	600	500	400	300
t (s)	30	30	30	30	30	30	30	30
$\alpha$ (rad/s <sup>2</sup> )	33,3	30,0	26,7	23,3	20	16,7	13,3	10
B (Nm)	0,0636	0,0533	0,0475	0,0417	0,0359	0,0302	0,0244	0,0186
$P_{cilindro+veio}$ (W)	63,65	47,97	38,01	29,21	21,56	15,08	9,75	5,58

Tendo em conta a velocidade máxima de rotação, o binário máximo e a potência máxima, escolheu-se o motor DC da marca Moog - modelo BS12-20ZAB-03TFO, estando as suas características em anexo.

## Resultados e discussão

- $\omega_{M\acute{a}x} = 10000 \text{ rpm}$
- $B_{M\acute{a}x} = 0,0636 \text{ Nm}$
- $P_{cilindro+veio_{M\acute{a}x}} = 63,65 \text{ W}$



Figura 4.4 – Motor da marca Moog, modelo BS12-20ZAB-03TFO [12]

## 4.4 Conversores A/D

Para o condicionamento e ampliação do sinal estudou-se qual seria a melhor resolução do conversor A/D a ser utilizado na balança aerodinâmica. Para isso foram elaboradas duas tabelas que condensam toda a informação relevante, uma para o conversor que estará ligado aos extensômetros colados nas hastes de arrasto e outra para o que estará ligado aos extensômetros colados nas hastes de sustentação. Estas tabelas servirão para comparar três conversores A/D de diferentes capacidades: 16 bits, 20 bits e 24 bits.

A equação (2.27) pode ser reescrita de forma a obter-se a extensão devida à flexão a que o extensómetro está sujeito, em função do *Gage Factor*, da tensão de entrada e de saída do extensómetro.

$$\varepsilon = \frac{2U_S}{KU_0} \quad (4.3)$$

A equação (4.4) permite obter a tensão mínima a que o conversor será sensível. Para isso foi necessário recorrer ao catálogo dos extensómetros da marca HBM e verificar que, para o modelo 1-LY13-6/120, a tensão a impor ao extensómetro é de 8 V, e o *Gage Factor* é igual a 2.

$$U_{Resolução} = \frac{8}{2^n - 1} \text{ (V/nível)} \quad (4.4)$$

Recorrendo à equação (4.3) e impondo que a tensão de saída dos extensómetros seja a tensão mínima a que o conversor é sensível, consegue-se calcular a extensão mínima que será possível mensurar  $\varepsilon_{resolução}$  com o conversor A/D seleccionado.

$$\varepsilon_{resolução} = \frac{2U_{Resolução}}{2 \times 8} ((\text{mm/mm})/\text{nível}) \quad (4.5)$$

Dividindo a extensão máxima de projeto permitida pela extensão de resolução, obtém-se a equação (4.6) que permite calcular a quantidade de níveis do conversor A/D para a extensão máxima de projeto.

$$N = \frac{\varepsilon_{xMáx}}{\varepsilon_{resolução}} (\text{nível}) \quad (4.6)$$

Sabendo a quantidade de níveis do conversor A/D para a extensão de projeto, e a força máxima aplicada na haste, consegue-se calcular a resolução da força.

Para a força de arrasto tem-se:

$$R_{FD} = \frac{\frac{F_{DMáx}}{2}}{N} \quad (4.7)$$

Para a força de sustentação tem-se:

$$R_{FL} = \frac{\frac{F_{LMáx}}{4}}{N} \quad (4.8)$$

#### 4.4.1 Haste de arrasto

Como visto na secção 4.2, o valor mínimo de interesse a ser medido pela haste de arrasto é de  $F_{DMin} = 1,01 \text{ N}$  ou seja, cada haste de arrasto estaria sujeita a  $F' = 0,505 \text{ N}$ . Assim, no sentido de se conseguirem medições de forças de arrasto com erros, associados à resolução do conversor, desprezáveis.

$$\text{erro resolução} > \frac{R_{FD}}{F_{DMin}} \quad (4.9)$$

Recorrendo à equação (4.9) considerou-se que o erro teria de ser menor do que 1% para o valor mínimo da força de arrasto a ser mensurada, resultando que:



## Resultados e discussão

$$R_{F_D} \leq 0,01 \times 0,505 = 0,005 \text{ N}$$

Tendo em conta valores de  $R_{F_D} \leq 0,005 \text{ N}$ , construiu-se a Tabela 5, que apresenta valores da extensão máxima de projeto, dependendo da resolução do conversor A/D e da resolução da força de arrasto  $R_{F_D}$  pretendidas.

**Tabela 5 – Resolução do conversor A/D de 20 e 24 bits – haste de arrasto**

Conversor A/D	Resolução do conversor	$\frac{F_{D_{Máx}}}{2}$ (N)	$R_{F_D}$ - Resolução da força de arrasto	$\varepsilon_{Máx_{B_D}}$
20 bits	$9,54 \times 10^{-7}$	13,5	0,0025	$5,15 \times 10^{-3}$
	$9,54 \times 10^{-7}$	13,5	0,005	$2,57 \times 10^{-3}$
24 bits	$5,96 \times 10^{-8}$	13,5	0,0025	$3,22 \times 10^{-4}$
	$5,96 \times 10^{-8}$	13,5	0,005	$1,61 \times 10^{-4}$

Os valores de  $\varepsilon_{Máx_{B_D}}$  calculados na Tabela 5 serão estudados na secção 4.5.1, e dependendo da extensão mais adequada para o dimensionamento da haste de arrasto, escolher-se-á a resolução do conversor A/D.

### 4.4.2 Haste de sustentação

Como visto na secção 4.2, o valor mínimo de interesse a ser medido para a força de sustentação é de  $F_L = 0,80 \text{ N}$ , no entanto como as hastes de sustentação suportam o peso de toda a estrutura, a deflexão máxima das hastes acontece quando  $F_L = 0 \text{ N}$ . Com base nos volumes e nas massas volúmicas dos componentes solidários com as hastes de sustentação estimou-se que o peso da estrutura é  $P \cong 80 \text{ N}$ , pelo que o valor mínimo da força que as hastes de sustentação terão de medir é:

$$F_{Mín} = \frac{P - F_{L_{Máx}}}{4} = \frac{80 - 70}{4} = 2,5 \text{ N}$$

Assim, para se conseguirem medições de forças de sustentação com erros, associados à resolução do conversor, desprezáveis.

$$\text{erro resolução} > \frac{R_{FL}}{F_{Min}} \quad (4.10)$$

Recorrendo à equação (4.10) considerou-se que o erro teria de ser menor do que 1% para o valor mínimo da força de sustentação a ser mensurada, resultando que:

$$R_{FL} \leq 0,01 \times 2,5 \text{ N} = 0,025 \text{ N}$$

Tendo em conta  $R_{FL} \leq 0,025 \text{ N}$ , construiu-se a Tabela 6, que apresenta valores da extensão máxima de projeto, dependendo da resolução do conversor A/D e da resolução da força de sustentação  $R_{FL}$  pretendidas.

**Tabela 6 - Resolução do conversor A/D de 20 e 24 bits – haste de sustentação**

Conversor A/D	Resolução do conversor	$\frac{P}{4}$ (N)	$R_{FL}$ - Resolução da força de sustentação	$\varepsilon_{MáxBL}$
20 bits	$9,54 \times 10^{-7}$	20	0,010	$1,91 \times 10^{-3}$
	$9,54 \times 10^{-7}$	20	0,025	$7,63 \times 10^{-4}$
24 bits	$5,96 \times 10^{-8}$	20	0,010	$1,19 \times 10^{-4}$
	$5,96 \times 10^{-8}$	20	0,025	$4,77 \times 10^{-5}$

Os valores de  $\varepsilon_{MáxBL}$  calculados na Tabela 6 serão estudados na secção 4.5.2, e dependendo da extensão mais adequada para o dimensionamento da haste de sustentação, escolher-se-á a resolução do conversor A/D.

## 4.5 Dimensionamento da haste de arrasto

Na secção 3.3.1 foi projetada a geometria das hastes de arrasto para que fosse possível medir a extensão no ponto B do troço de menor espessura da haste. Nesta secção

## Resultados e discussão

serão impostos requisitos estruturais, para de seguida tomar as decisões sobre o material que constituirá a haste e as suas dimensões.

A escolha do melhor perfil para as hastes de arrasto teve em consideração dois fatores. Em primeiro, que uma das hastes teria de ter acoplado o motor, pelo que seria preciso minimizar qualquer influência que o motor pudesse ter nos cálculos das deflexões das hastes, pelo facto de a zona onde o motor está fixo à haste ter um momento de inércia de área maior do que a restante secção AC. Em segundo, optou-se por escolher entre os perfis mais comuns de vigas metálicas (circular e quadrangular). Esta segunda consideração visa o aspeto económico, visto que quanto mais a barra original tiver de ser maquinada, para obedecer à geometria projetada para a haste, mais caro ficará a sua produção. Tendo em conta estes dois fatores, escolheu-se uma haste de perfil quadrangular, em detrimento do perfil circular. Assim, como representado na Figura 3.2, a área da secção dos troços OB e AC será  $b_D \times b_D$ , enquanto que o troço CB, como terá menor espessura, a área de secção será  $a_D \times b_D$ , o que implica que os momentos de inercia de área sejam:

$$I_{1D} = \frac{a_D^3 b_D}{12} \quad (4.11)$$

$$I_{2D} = \frac{b_D^4}{12} \quad (4.12)$$

Escolhido o perfil para cada secção pode-se, finalmente, obter a equação da extensão, à superfície do troço CB, em função dos seguintes parâmetros:  $d$ , comprimento CB da haste –  $x$ , espessura do troço CB –  $a_D$ , largura da secção quadrangular da haste –  $b_D$ , e do módulo de Young do material –  $E$ .

$$\varepsilon_{x_{BD}} = y \frac{M(x)}{EI_{1D}} = \frac{6F'd}{E a_D^2 b_D} \quad (4.13)$$

Reescrevendo a equação (4.13) em ordem a  $a$  tem-se:

$$a_D = \sqrt{\frac{6F'd}{\varepsilon_{x_{BD}} E b_D}} \quad (4.14)$$

Substituindo na equação (3.31) a equação da força a que cada haste de arrasto está sujeita (3.16) e os momentos de área  $I_{1D}$  e  $I_{2D}$ , obtém-se a seguinte desigualdade:

$$d > \frac{600F_L}{E} \left( \frac{(d-x)^3}{3b_D^4} + \frac{(d-x)x^2}{a_D^3 b_D} + \frac{(d-x)^2 x}{a_D^3 b_D} + \frac{x^3}{3a_D^3 b_D} \right) \quad (4.15)$$

Reescrevendo a equação (4.15) em ordem a  $a_D$ , tem-se que:

$$a_D > \sqrt[3]{\frac{(d-x)xd + \frac{x^3}{3}}{\frac{db_D E}{600F_L} - \left(\frac{(d-x)^3}{3b_D^3}\right)}} \quad (4.16)$$

Obtidas as equações (4.14) e (4.16), que serão essenciais ao dimensionamento da haste de arrasto, é necessário que as dimensões cumpram certos requisitos de projeto. Como já foi visto, a dimensão  $b_D$  tem que ter o mesmo tamanho que o diâmetro da secção circular do motor, o que implica que  $b_D = 0.030$  m. As hastes de arrasto serão dimensionadas para a flexão máxima a que estão sujeitas, que acontece quando a força que lhes é aplicada também é máxima, ou seja, quando  $F' = F_{D_{Máx}}/2 = 13,5$  N e  $F_L = 70$  N. Para a extensão  $\varepsilon_{x_{B_D}}$  usar-se-á os valores calculados na secção 4.4.1. Para a variável  $x$  escolher-se-ão valores superiores a 0,025 m, tendo em conta que o troço CB necessita de ter fácil acesso, para que na execução do projeto seja simples colar e fazer a ligação elétrica dos extensómetros.

Desta forma, as equações (4.14) e (4.16) passaram de um sistema complexo com diversas variáveis, para se tornarem em equações de duas variáveis com  $a_D$  em função de  $d$ . No entanto, como estas duas dimensões representam dimensões reais, não há interesse em que as variáveis  $a_D$  e  $d$  possam tomar valores excessivamente elevados. Assim, tendo em conta a altura da secção de saída da tubeira (0,400 m), e que o cilindro terá de se posicionar no centro do escoamento, impôs-se que  $d < 0,030$  m.

Em suma, os requisitos de projeto da haste de arrasto são:

- $b_D = 0.030$  m
- $F_{L_{Máx}} = 70$  N
- $F' = F_{D_{Máx}}/2 = 13,5$  N
- $0,025$  m  $< x \leq d$
- $d < 0,300$  m

## Resultados e discussão

De seguida, tendo em conta os requisitos anteriores, serão apresentados os resultados obtidos para o dimensionamento da haste de arrasto, para dois tipos de materiais metálicos:

- Hipótese 1 – Aço AISI 1020,
- Hipótese 2 – Liga de alumínio 1060.

### 4.5.1 Hipótese 1 – Aço

O aço escolhido como hipótese de material para projetar a haste de arrasto foi o AISI 1020, que tem como tensão limite de elasticidade e módulo de Young os seguintes valores:

$$\sigma_{e_{aço}} = 350 \text{ MPa}$$

$$E_{aço} = 186 \text{ GPa}$$

Para minimizar o risco de as hastes poderem plastificar, quando sujeitas a flexão, foi aplicado um coeficiente de segurança  $CS$  de 10%, obtendo-se a tensão limite de elasticidade admissível para este aço.

$$\sigma_{adm_{aço}} = \frac{\sigma_e}{CS} = \frac{350 \text{ MPa}}{1,1} = 318,18 \text{ MPa}$$

Recorrendo à lei de Hooke (2.7) é possível obter a extensão máxima admissível.

$$\varepsilon_{Máx_{aço}} = \frac{\sigma_{adm_{aço}}}{E_{aço}} = \frac{318,18 \times 10^6}{186 \times 10^9} = 1,71 \times 10^{-3}$$

De seguida estudar-se-á qual o conversor A/D e a melhor resolução da força para a haste de arrasto projetada, no caso de esta ser construída em aço.

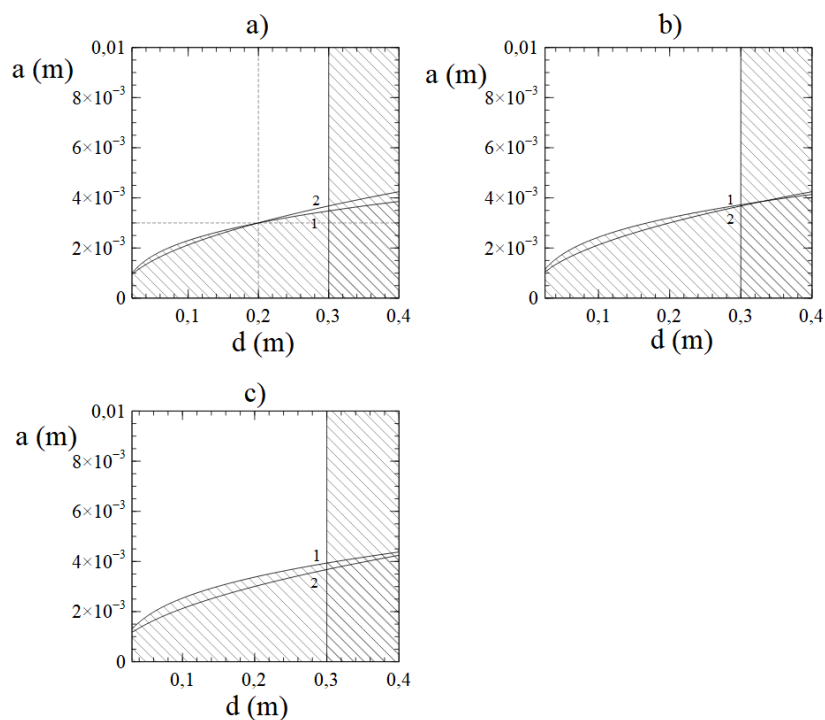
O conversor A/D de 20 bits necessitava que a haste de arrasto tivesse extensões de  $\varepsilon_{x_{B_D}} = 5,15 \times 10^{-3}$  ou  $\varepsilon_{x_{B_D}} = 2,57 \times 10^{-3}$  para obter as resoluções da força de arrasto  $R_{F_D}$  pretendidas, no entanto como esses valores são ambos mais altos do que a extensão máxima admissível do aço  $\varepsilon_{Máx_{aço}} = 1,71 \times 10^{-3}$ , então o conversor A/D de 20 bits não é opção para a hipótese de construção da haste em aço.

Escolhido o conversor A/D de 24 bits e tendo em conta que as extensões  $\varepsilon_{x_{B_D}} = 3,22 \times 10^{-4}$  e  $\varepsilon_{x_{B_D}} = 1,61 \times 10^{-4}$ , representar-se-á sobre a forma gráfica as equações (4.14) e (4.16), para cada uma das extensões, a fim de descobrir quais as melhores dimensões para as variáveis  $a_D$  e  $d$ . Nos seguintes gráficos a equação (4.14) tem como legenda o número 2, e a equação (4.16) o número 1.

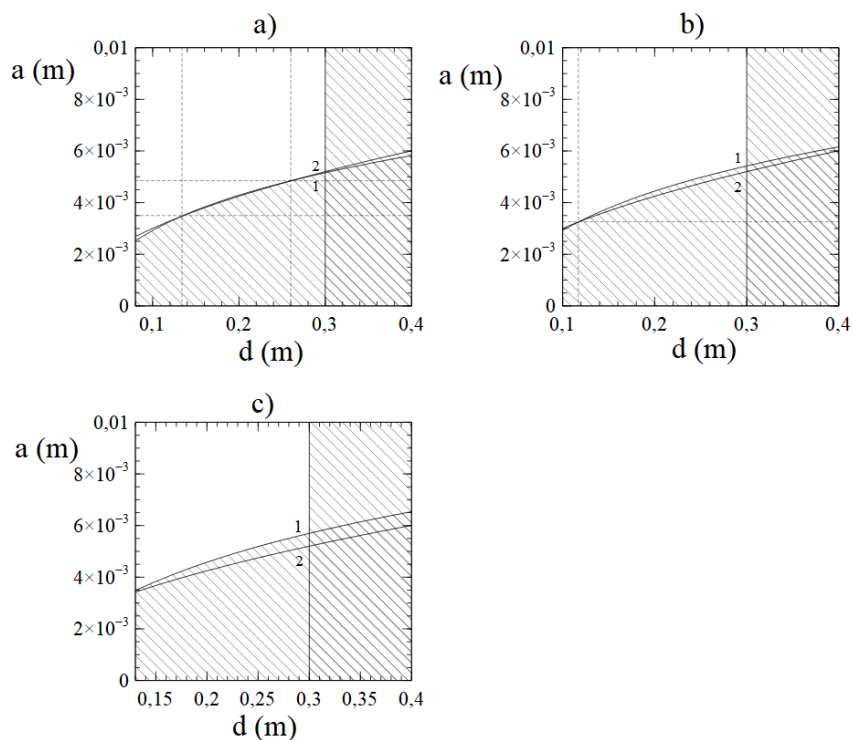
Analisando os resultados obtidos graficamente na Figura 4.5, verifica-se que para  $\varepsilon_{x_{B_D}} = 3,22 \times 10^{-4}$  não existe nenhum valor de  $x$  que cumpra a restrição imposta de  $0,025 \text{ m} < x \leq d$ , o que implica que a  $R_{F_D} = 0,0025 \text{ N}$  não é opção para a resolução da haste de arrasto.

Analisando os resultados obtidos graficamente na Figura 4.6, verifica-se que para  $\varepsilon_{x_{B_D}} = 1,61 \times 10^{-4}$  existe uma infinidade de valores  $x$  que cumpre a restrição imposta de  $0,025 \text{ m} < x \leq d$ , o que implica que a  $R_{F_D} = 0,005 \text{ N}$  é uma opção para a resolução da haste de arrasto. Por haver uma infinidade de possíveis valores de  $x$ , foram escolhidos para análise  $x = 0,080 \text{ m}$  e  $x = 0,100 \text{ m}$ . O gráfico c) já não é solução do problema, visto que  $d > 0,300 \text{ m}$ . No gráfico a), para  $x = 0,080 \text{ m}$ , existem duas soluções possíveis:  $a_D = 0,0035 \text{ m}$  e  $d = 0,134 \text{ m}$  ou,  $a_D = 0,0049 \text{ m}$  e  $d = 0,260 \text{ m}$ . Para o gráfico b) existe uma solução:  $a_D = 0,0033 \text{ m}$  e  $d = 0,117 \text{ m}$ .

## Resultados e discussão



**Figura 4.5 – Compilação de gráficos para  $\varepsilon_{x_{B_D}} = 3,22 \times 10^{-4}$  – Hipótese 1. a)  $x = 0,020$  m, b)  $x = 0,025$  m, c)  $x = 0,030$  m**



**Figura 4.6 - Compilação de gráficos para  $\varepsilon_{x_{B_D}} = 1,61 \times 10^{-4}$  – Hipótese 1. a)  $x = 0,080$  m, b)  $x = 0,100$  m, c)  $x = 0,130$  m**

### 4.5.2 Hipótese 2 – Alumínio

A liga de alumínio escolhida como hipótese de material para projetar a haste de arrasto foi a liga 1060, que tem como tensão limite de elasticidade e módulo de Young os seguintes valores:

$$\sigma_{e_{aluminio}} = 103 \text{ MPa}$$

$$E_{aluminio} = 68,9 \text{ GPa}$$

Aplicando um coeficiente de segurança  $CS$  de 10% tem-se que a tensão limite de elasticidade admissível para o alumínio é:

$$\sigma_{adm_{aluminio}} = \frac{103 \text{ MPa}}{1,1} = 93,64 \text{ MPa}$$

Recorrendo à lei de Hooke (2.7) é possível obter a extensão máxima admissível para o alumínio.

$$\varepsilon_{Máx_{aluminio}} = \frac{\sigma_{adm_{aluminio}}}{E_{aluminio}} = \frac{93,64 \times 10^6}{68,9 \times 10^9} = 1,36 \times 10^{-3}$$

De seguida estudar-se-á qual o conversor A/D e a melhor resolução da força para a haste de arrasto projetada, no caso de esta ser construída em alumínio.

Como visto anteriormente, na secção 4.5.1, o conversor A/D de 20 bits não é opção para a hipótese de construção da haste em aço.

Escolhido o conversor A/D de 24 bits e tendo em conta que as extensões  $\varepsilon_{x_{B_D}} = 3,22 \times 10^{-4}$  e  $\varepsilon_{x_{B_D}} = 1,61 \times 10^{-4}$ , representar-se-á sobre a forma gráfica as equações (4.14) e (4.16), para cada uma das extensões, a fim de descobrir quais as melhores dimensões para as variáveis  $a_D$  e  $d$ . Nos seguintes gráficos a equação (4.14) tem como legenda o número 2, e a equação (4.16) o número 1.

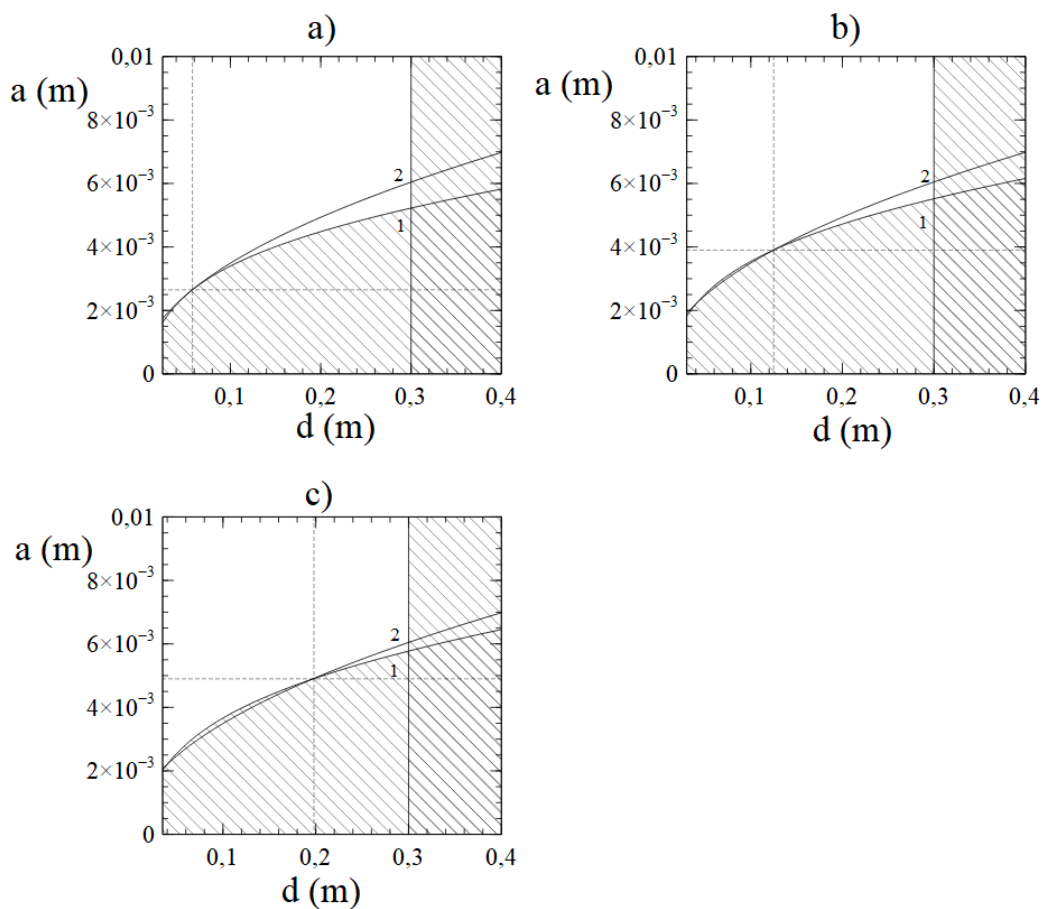
Analisando os resultados obtidos graficamente na Figura 4.7, verifica-se que para  $\varepsilon_{x_{B_D}} = 3,22 \times 10^{-4}$  existe uma infinidade de valores  $x$  que cumpre a restrição imposta de  $0,025 \text{ m} < x \leq d$ , o que implica que a  $R_{F_D} = 0,0025 \text{ N}$  é uma opção para a resolução da haste de arrasto. Por haver uma infinidade de possíveis valores de  $x$ , foram escolhidos para análise  $x = 0,025 \text{ m}$ ,  $x = 0,030 \text{ m}$  e  $x = 0,035 \text{ m}$ . No gráfico a) existe uma



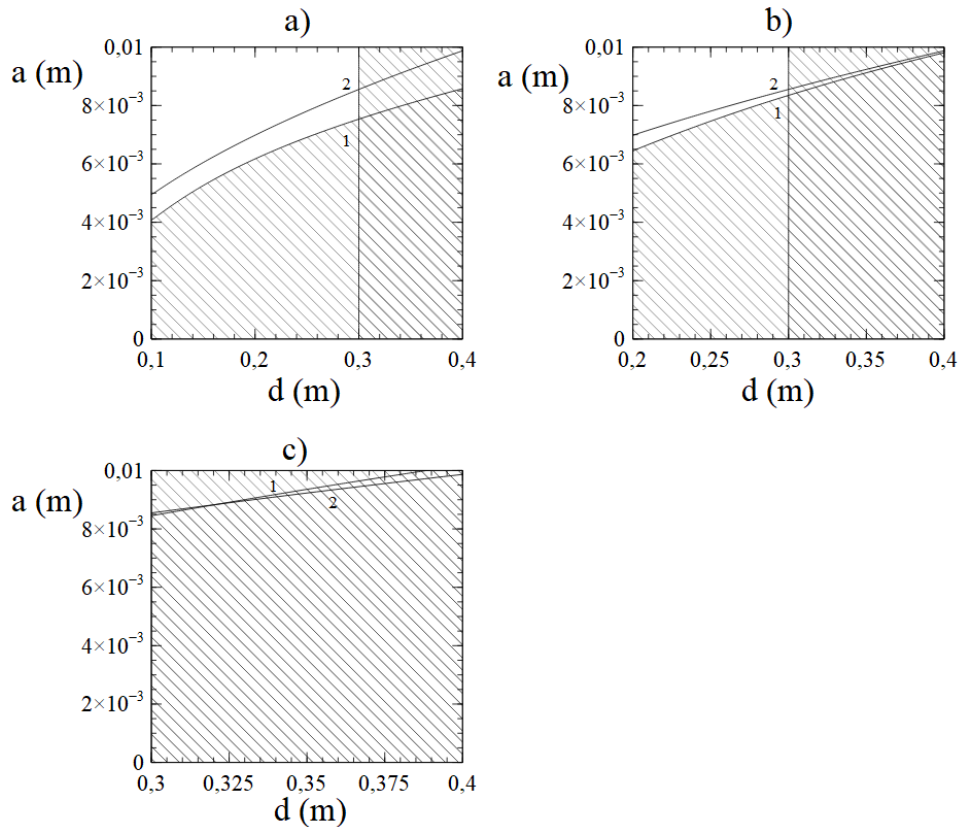
## Resultados e discussão

solução:  $a_D = 0,0027$  m e  $d = 0,058$  m. No gráfico b) a solução é:  $a_D = 0,0039$  m e  $d = 0,125$  m. E no gráfico c) a solução é:  $a_D = 0,0049$  m e  $d = 0,198$  m.

Analisando os resultados obtidos graficamente na Figura 4.8, verifica-se que para  $\varepsilon_{x_{B_D}} = 1,61 \times 10^{-4}$  não existe nenhum valor de  $x \leq d$  para  $d < 0,300$  m que solucione o problema, o que implica que a  $R_{F_D} = 0,005$  N não é opção para a resolução da haste de arrasto.



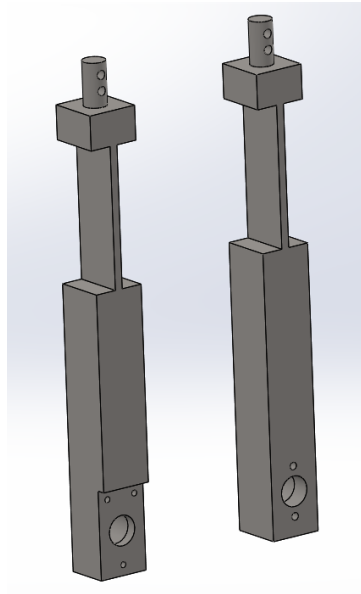
**Figura 4.7 – Compilação de gráficos para  $\varepsilon_{x_{B_D}} = 3,22 \times 10^{-4}$  – Hipótese 2. a)  $x = 0,025$  m, b)  $x = 0,030$  m, c)  $x = 0,035$  m**



**Figura 4.8 - Compilação de gráficos para  $\epsilon_{x_{B_D}} = 1,61 \times 10^{-4}$  - Hipótese 2. a)  $x = 0,100$  m, b)  $x = 0,200$  m, c)  $x = 0,300$  m**

Concluído o estudo das duas hipóteses construtivas da haste de arrasto, segue-se a escolha das dimensões e do material mais apropriado à sua construção. Levando em conta que uma das hastes terá fixo a ela o motor, e este terá uma massa ( $m_{Motor} = 125$  g) que não foi tida em conta na construção das equações, então para minimizar o efeito do peso do motor, optou-se por escolher a haste que tem a maior concentração de massa no troço AC. Como tal, escolheu-se a hipótese 1, em que o material escolhido é o aço AISI 1020, com as dimensões de  $x = 0,080$  m  $a_D = 0,0049$  m e  $d = 0,260$  m. Esta opção também visa o aspeto mais económico, visto que o preço do aço é mais barato do que o preço do alumínio.

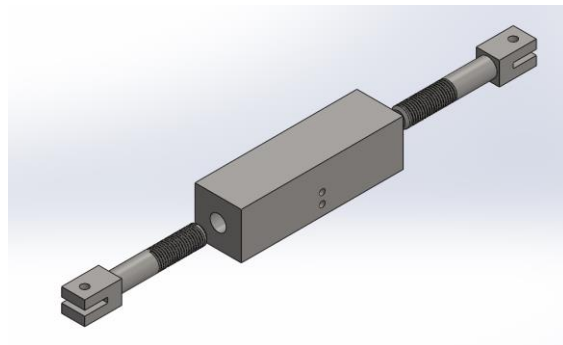
As hastes de arrasto foram dimensionadas tendo em conta uma secção AC constante, não contemplando que as hastes de arrasto terão um furo, onde serão montados os rolamentos e por onde passará o veio do cilindro. Este furo está localizado à distância  $d$ , ou seja, o ponto de aplicação da força de arrasto que foi considerado nos cálculos.



**Figura 4.9 – Vista isométrica da haste de arrasto esquerda e direita**

O desenho técnico da haste de arrasto esquerda encontra-se em anexo com o número: 07.40557. E o desenho técnico da haste de arrasto direita encontra-se em anexo com o número: 06.40557.

As hastes de arrasto estarão fixas a um suporte, que por sua vez estará fixo a duas hastes de sustentação. Na Figura 4.10 está representado este suporte.



**Figura 4.10 - Vista explodida do elemento de ligação da haste de arrasto à haste de sustentação**

O desenho técnico do bloco central do suporte da haste de arrasto encontra-se em anexo com o número: 09.40557. E o desenho técnico dos elementos roscado que ligam à haste de sustentação encontra-se em anexo com o número: 10.40557.

### 4.5.3 Suporte motor

Este elemento consiste numa chapa de aço AISI 1020 de 5 mm, com a furação necessária para fixar o motor ao suporte e o suporte à haste de arrasto esquerda. Este suporte implica que uma das hastes tenha uma zona de menor espessura, junto do furo por onde passa o veio do cilindro, como se pode observar na Figura 4.9. Para minimizar os efeitos causados por esta reentrância na haste de arrasto esquerda, determinou-se que o suporte do motor teria de ser construído com o mesmo material das hastes de arrasto.

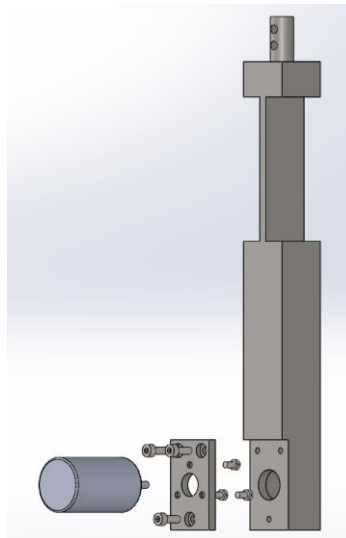


Figura 4.11 - Vista explodida da ligação do motor à haste de arrasto esquerda

O desenho técnico do suporte do motor encontra-se em anexo com o número: 08.40557.

## 4.6 Dimensionamento da haste de sustentação

Na secção 3.3.2 foi projetada a geometria das hastes de sustentação para ser possível medir a extensão à sua superfície, tendo sido criadas equações que regem o comportamento da haste quando ela está sujeita a uma carga concentrada na sua extremidade livre. Como já foi visto, as hastes de sustentação serão dimensionadas para a flexão máxima a que estão sujeitas, que acontece quando a força que lhes é aplicada também é máxima, ou seja, quando  $F'' = P/4 = 20 \text{ N}$ .

## Resultados e discussão

Reescrevendo a equação (3.35), que relaciona a extensão à superfície da haste, com a força que lhe é aplicada na extremidade livre, em ordem a  $L$  tem-se:

$$L = \frac{\varepsilon_{x_{BL}} E a_L^2 b_L}{6F''} \quad (4.17)$$

Fazendo o mesmo para a equação (3.34), que relaciona a força aplicada na extremidade livre com a flecha nessa mesma extremidade, obtém-se:

$$L = \sqrt[3]{\frac{\delta_{A_{M\acute{a}x}} E a_L^3 b_L}{4F''}} \quad (4.18)$$

Nesta secção serão impostos requisitos estruturais para ser possível dimensionar os restantes parâmetros dimensionais, e de seguida tomar as decisões sobre o material que constituirá a haste e as suas dimensões.

Como as hastes de arrasto foram dimensionadas para serem solidárias com as hastes de sustentação, então com a flexão da haste de sustentação, a haste de arrasto perde a sua verticalidade. Para minimizar esse efeito pretende-se que a flecha  $\delta_A$  seja bastante reduzida, pelo que serão estudados os casos para diferentes flechas máximas:  $\delta_{A_{M\acute{a}x_1}} = 1 \times 10^{-4}$  m,  $\delta_{A_{M\acute{a}x_2}} = 2 \times 10^{-4}$  m e  $\delta_{A_{M\acute{a}x_3}} = 5 \times 10^{-4}$  m.

Para que as hastes de sustentação não tenham um comprimento elevado desnecessário, impôs-se que  $L \leq 0,100$  m. Para a espessura  $a$  da haste escolheu-se que esta fosse  $a_L \leq 0,010$  m. Para facilitar a colagem dos extensómetros nas hastes de sustentação escolheu-se que a largura da haste será  $b_L = 0,020$  m.

Assim, tendo em conta as equações (4.17) e (4.18) e as extensões calculadas em 4.4.2, será possível calcular graficamente quais as dimensões mais adequadas para a haste e ainda o material de que serão feitas. Ao escolher-se a resolução da força de sustentação, também se escolhe a resolução do conversor A/D.

De seguida, tendo em conta os requisitos anteriores, serão apresentados os resultados obtidos para o dimensionamento da haste de arrasto, para dois tipos de materiais metálicos:

- Hipótese 1 – Aço AISI 1020,
- Hipótese 2 – Liga de alumínio 1060.

### 4.6.1 Hipótese 1 – Aço

Tomando em consideração a tensão de cedência admissível e a extensão máxima admissível para o aço AISI 1020, calculadas na secção 4.5.1

De seguida estudar-se-á qual o conversor A/D e a melhor resolução da força para a haste de sustentação projetada, no caso de esta ser construída em aço.

O conversor A/D de 20 bits necessitava que a haste de sustentação tivesse extensões de  $\varepsilon_{x_{BL}} = 1,91 \times 10^{-3}$  para uma resolução  $R_{FL} = 0,01$  N, ou  $\varepsilon_{x_{BL}} = 7,63 \times 10^{-4}$  para  $R_{FL} = 0,025$  N. Como a extensão máxima necessária para obter uma resolução da força de sustentação  $R_{FL} = 0,01$  N é maior que a extensão máxima admissível do aço  $\varepsilon_{Máx_{aço}} = 1,71 \times 10^{-3}$ , esta deixa de ser uma hipótese construtiva.

Para o caso do conversor A/D ser de 24 bits era necessário que a haste de sustentação tivesse extensões de  $\varepsilon_{x_{BL}} = 1,19 \times 10^{-4}$  para uma resolução  $R_{FL} = 0,01$  N, ou  $\varepsilon_{x_{BL}} = 4,77 \times 10^{-5}$  para  $R_{FL} = 0,025$  N.

Tendo em conta estas três hipóteses de extensões, representar-se-á sobre a forma gráfica as equações (4.17) e (4.18), para os diferentes valores de  $\delta_{A_{Máx}}$  arbitrados.

Nos seguintes gráficos a equação (4.18) tem como legenda o número 2), e a equação (4.17) o número 1).

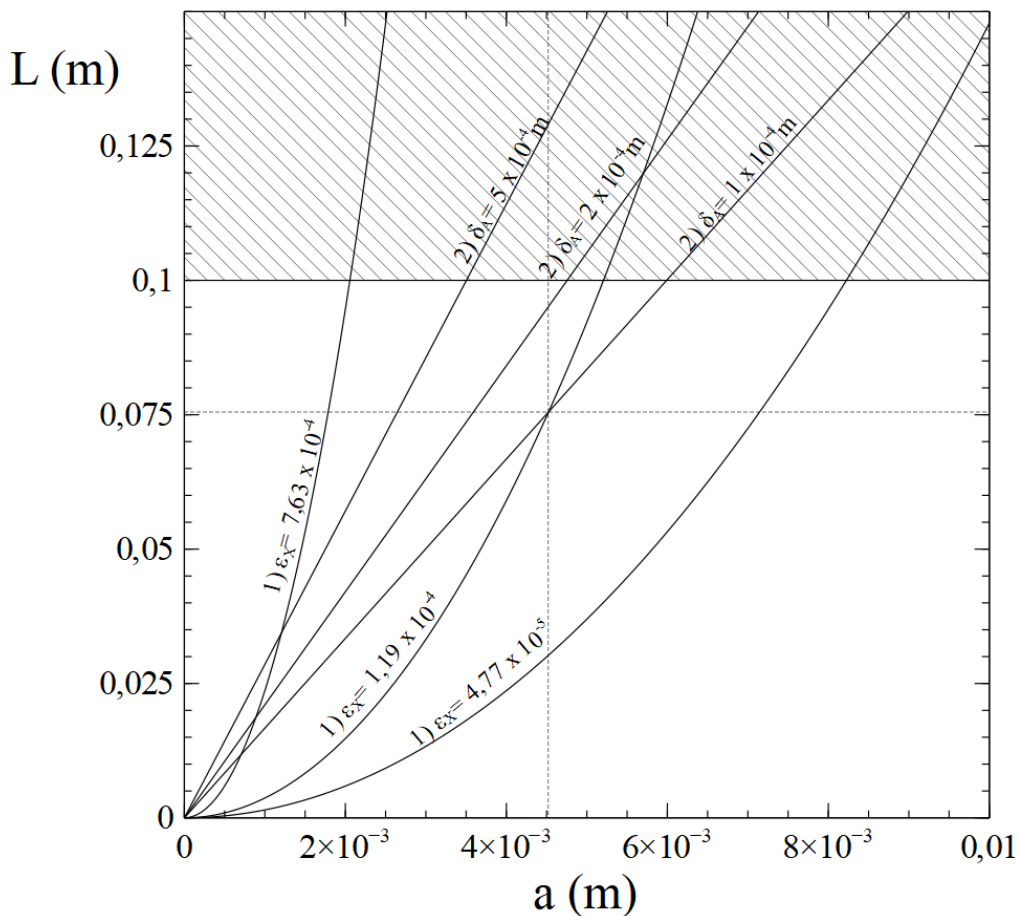


Figura 4.12 – Gráfico que relaciona as equações (4.17) e (4.18) – Hipótese 1

Analisando os resultados obtidos graficamente na Figura 4.12 verifica-se que para  $\varepsilon_{x_{BL}} = 1,19 \times 10^{-4}$  e  $\delta_A = 1 \times 10^{-4}$  existe um valor de  $a_L$  e  $L$  que pode ser escolhido como hipótese construtiva, o que implicaria uma resolução  $R_{FL} = 0,01$  N. Para  $\varepsilon_{x_{BL}} = 7,63 \times 10^{-4}$  existem três valores de  $a_L$  e  $L$  que podem ser considerados como hipóteses construtivas para a haste de sustentação ( $R_{FL} = 0,025$  N), no entanto quando comparados com o valor obtido para  $\varepsilon_{x_{BL}} = 1,19 \times 10^{-4}$ , estes tornam-se pouco interessantes, por apresentarem espessuras e comprimentos demasiado pequenos para a haste de sustentação.

### 4.6.2 Hipótese 2 – Alumínio

Tomando em consideração a tensão de cedência admissível e a extensão máxima admissível para a liga de alumínio 1060, calculadas na secção 4.5.2.

De seguida estudar-se-á qual o conversor A/D e a melhor resolução da força para a haste de sustentação projetada, no caso de esta ser construída em alumínio.

O conversor A/D de 20 bits necessitava que a haste de sustentação tivesse extensões de  $\varepsilon_{x_{B_L}} = 1,91 \times 10^{-3}$  para uma resolução  $R_{F_L} = 0,01$  N, ou  $\varepsilon_{x_{B_L}} = 7,63 \times 10^{-4}$  para  $R_{F_L} = 0,025$  N. Como a extensão máxima necessária para obter uma resolução da força de sustentação  $R_{F_L} = 0,01$  N é maior que a extensão máxima admissível do alumínio  $\varepsilon_{Máx_{alumínio}} = 1,36 \times 10^{-3}$ , esta deixa de ser uma hipótese construtiva.

Para o caso do conversor A/D ser de 24 bits era necessário que a haste de sustentação tivesse extensões de  $\varepsilon_{x_{B_L}} = 1,19 \times 10^{-4}$  para uma resolução  $R_{F_L} = 0,01$  N, ou  $\varepsilon_{x_{B_L}} = 4,77 \times 10^{-5}$  para  $R_{F_L} = 0,025$  N.

Tendo em conta estas três hipóteses de extensões, representar-se-á sobre a forma gráfica as equações (4.17) e (4.18), para os diferentes valores de  $\delta_{A_{Máx}}$  arbitrados.

Nos seguintes gráficos a equação (4.18) tem como legenda o número 2), e a equação (4.17) o número 1).

Analisando os resultados obtidos graficamente na Figura 4.13 tem-se que para  $\varepsilon_{x_{B_L}} = 7,63 \times 10^{-4}$  existem três valores de  $a_L$  e  $L$  que podem ser considerados como hipóteses construtivas para a haste de sustentação ( $R_{F_L} = 0,025$  N), no entanto o valor que apresenta as dimensões geométricas mais interessantes ( $a_L$  e  $L$  maiores) é a que também apresenta uma flecha na extremidade livre  $\delta_A$  mais elevada.



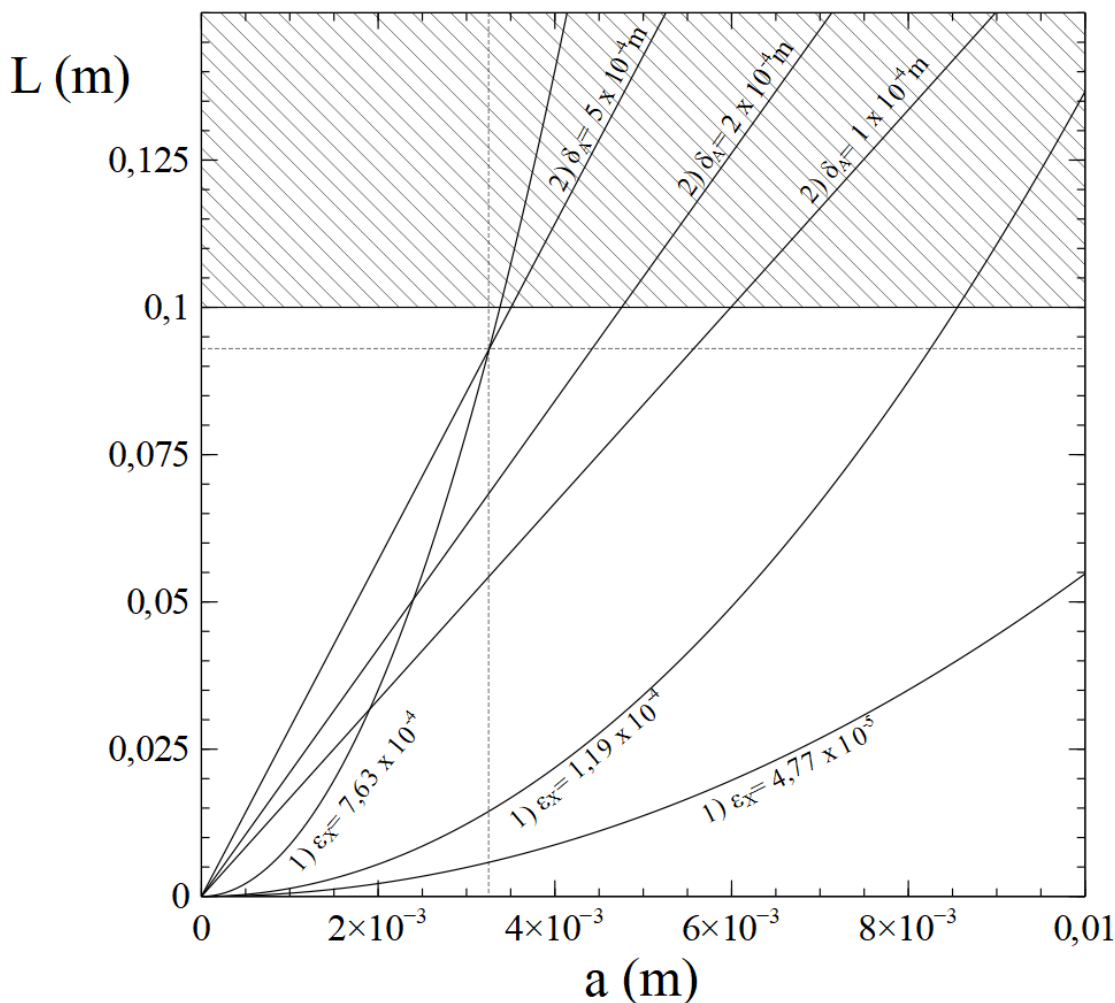
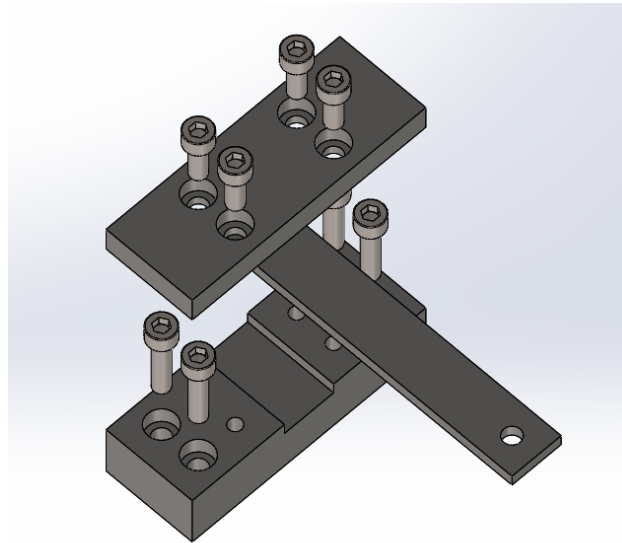


Figura 4.13 - Gráfico que relaciona as equações (4.17) e (4.18) – Hipótese 2

Concluído o estudo das duas hipóteses construtivas da haste de sustentação, segue-se a escolha das dimensões e do material mais apropriado à sua construção. Como tal, comparar-se-á as soluções obtidas para a hipótese 1 e para a hipótese 2. Então, respeitando as restrições impostas à partida, como a hipótese 1 – construção em aço AISI 1020 é a que apresenta uma solução com a  $\delta_A$  mais baixa e com a espessura da haste de arrasto  $a_L$  mais elevada, foi a hipótese escolhida para a construção da haste de sustentação. Assim, obtém-se que as dimensões escolhidas para a haste de arrasto são as seguintes:  $a_L = 0,0045$  m,  $L = 0,075$  m,  $b_L = 0,020$  m. A extensão máxima das hastes de sustentação será  $\varepsilon_{x_{B_L}} = 1,19 \times 10^{-4}$ , o que implica que a resolução da força de sustentação é de  $R_{F_L} = 0,01$  N e o conversor A/D escolhido é de 24 bits.

O desenho técnico das hastes de sustentação encontra-se em anexo com o número: 11.40557.

Para fixar cada uma das hastes de sustentação à câmara de ensaios, que por sua vez estará fixa ao túnel aerodinâmico e sobre o solo, projetou-se um suporte constituído por duas peças que serão ligadas através de parafusos, como se pode verificar na Figura 4.14.



**Figura 4.14 – Vista explodida da montagem da haste de sustentação no suporte**

Os desenhos técnicos destes suportes das hastes de sustentação encontram-se em anexo com os números: 12.40557 e 13.40557

## 4.7 Laterais da câmara de testes

Devido ao efeito de blocagem, abordado na secção 2.5, a câmara de testes apenas terá paredes laterais. O material de construção escolhido para as paredes da câmara de ensaios foi o acrílico, por ter um bom acabamento superficial e ser transparente, pelo que permite observar lateralmente o interior da câmara de testes, tal como se pode observar na Figura 4.15.

## Resultados e discussão

O desenho técnico do acrílico das paredes da câmara de testes encontra-se em anexo com o número: 14.40557.

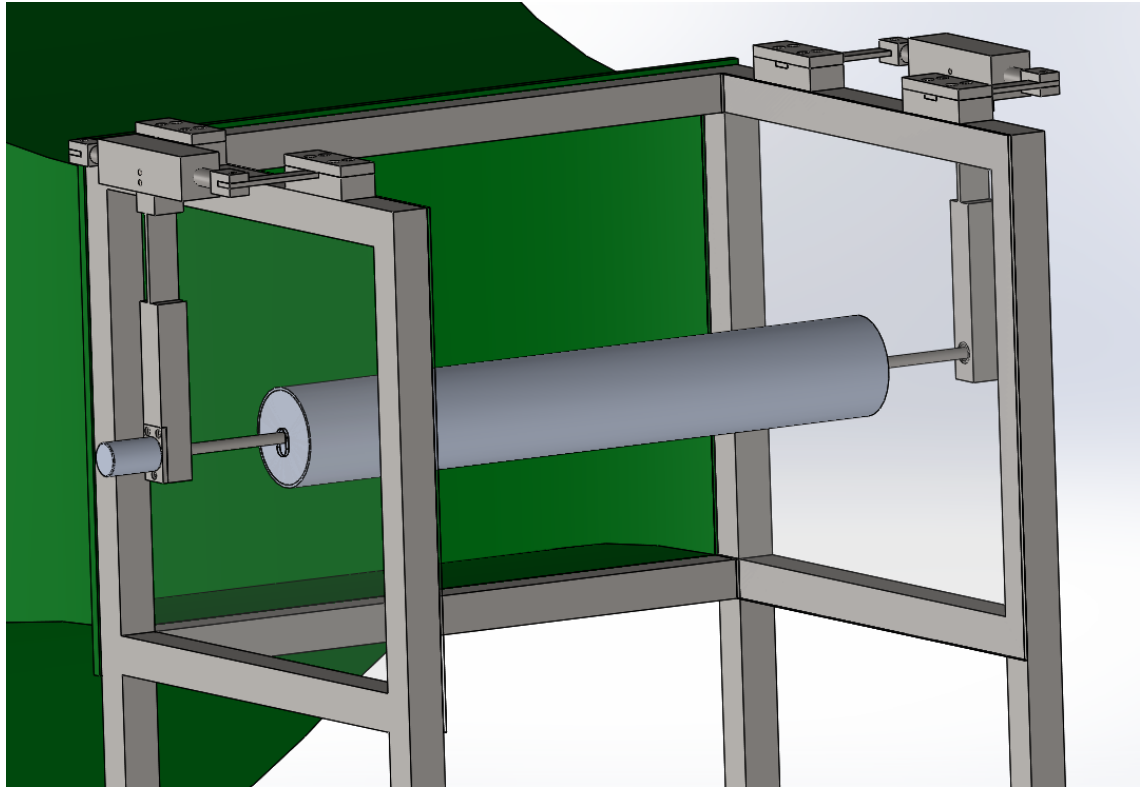


Figura 4.15 – Vista pormenorizada da câmara de ensaios

## 4.8 Componentes comerciais

### 4.8.1 Rolamentos

Para a escolha dos rolamentos das hastes de arrasto teve-se em consideração que estes teriam de suportar a velocidade máxima de rotação de projeto ( $\omega_{M\acute{a}x} = 10000$  rpm). Assim os rolamentos escolhidos são da marca SKF, do tipo *single row deep groove ball bearings* – 619/8.

Para os rolamentos não se desmontarem com a utilização, serão necessárias porcas para apertar a disco interno do rolamento ao veio. Para apertar o disco externo do

rolamento à haste de arrasto e ao suporte da haste de arrasto, será montado um fixador de rolamento, que através do atrito impede que o rolamento se desmonte.

## 4.8.2 Elementos de ligação

### 4.8.2.1 Cavilha

A ligação entre o suporte e a haste de arrasto será feita através de uma ligação por cavilha. Para o efeito escolheram-se duas cavilhas cilíndricas de aço – ISO 2338 com 5 mm de diâmetro e 40 mm de comprimento.

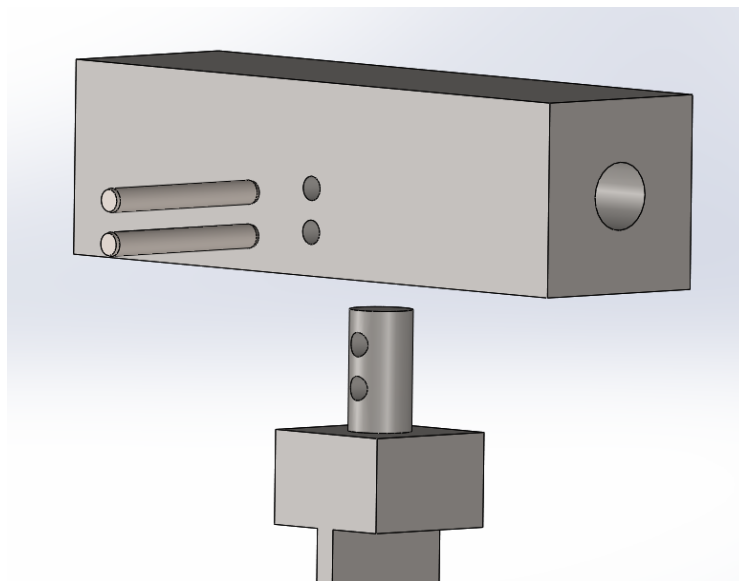
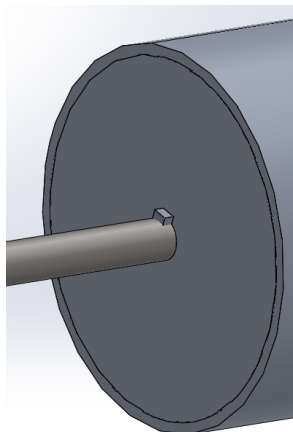


Figura 4.16 - Vista explodida da ligação feita por cavilha, entre a haste de arrasto e o suporte

### 4.8.2.2 Chavetas

A ligação do tubo ao veio do cilindro será feita através de uma ligação por chavetas.



**Figura 4.17 - Vista pormenorizada da ligação por chaveta entre o cilindro e o veio**

### **4.8.2.3 Parafusos**

A ligação do motor ao seu suporte será feita através de 3 parafusos M4 – ISO 1207 com 5 mm de comprimento.

No caso da ligação suporte do motor à haste arrasto esquerda será feita através de 3 parafusos M4 – ISO 4762 com 12 mm de comprimento.

Para cada um dos suportes das hastes de sustentação serão necessários 4 parafusos M6 – ISO 4762 com 16 mm de comprimento e 4 parafusos M6 – ISO 4762 com 20 mm de comprimento.

### **4.8.3 Tubos**

Para a construção da estrutura da câmara de testes pensou-se estrutura soldada, com tubo de aço de secção quadrada de  $35 \times 35$  mm, com espessura de 2 mm. Para esta construção são necessários tubos com os seguintes comprimentos:

- 6 tubos com 450 mm
- 4 tubos com 670 mm
- 4 tubos com 1500 mm

Como já referido anteriormente na secção 4.1, para a construção do cilindro também será necessário um tubo de alumínio de secção circular, com 598 mm de comprimento, com diâmetro de 90 mm e espessura de 2 mm.

## 4.9 Projeto – Desenho de conjunto

A Figura 4.18 mostra o modelo CAD da montagem do efeito de Magnus que se acabou de dimensionar.

Para que esta montagem conseguisse obter os resultados experimentais pretendidos para  $C_D$  e  $C_L$ , a balança aerodinâmica de dois componentes que foi projetada é capaz de medir forças de arrasto até 27 N com uma resolução de 0,005 N, e forças de sustentação até 70 N com uma resolução de 0,01 N. Para obter estas resoluções, os extensômetros têm de estar ligados a um conversor A/D de 24 bits.

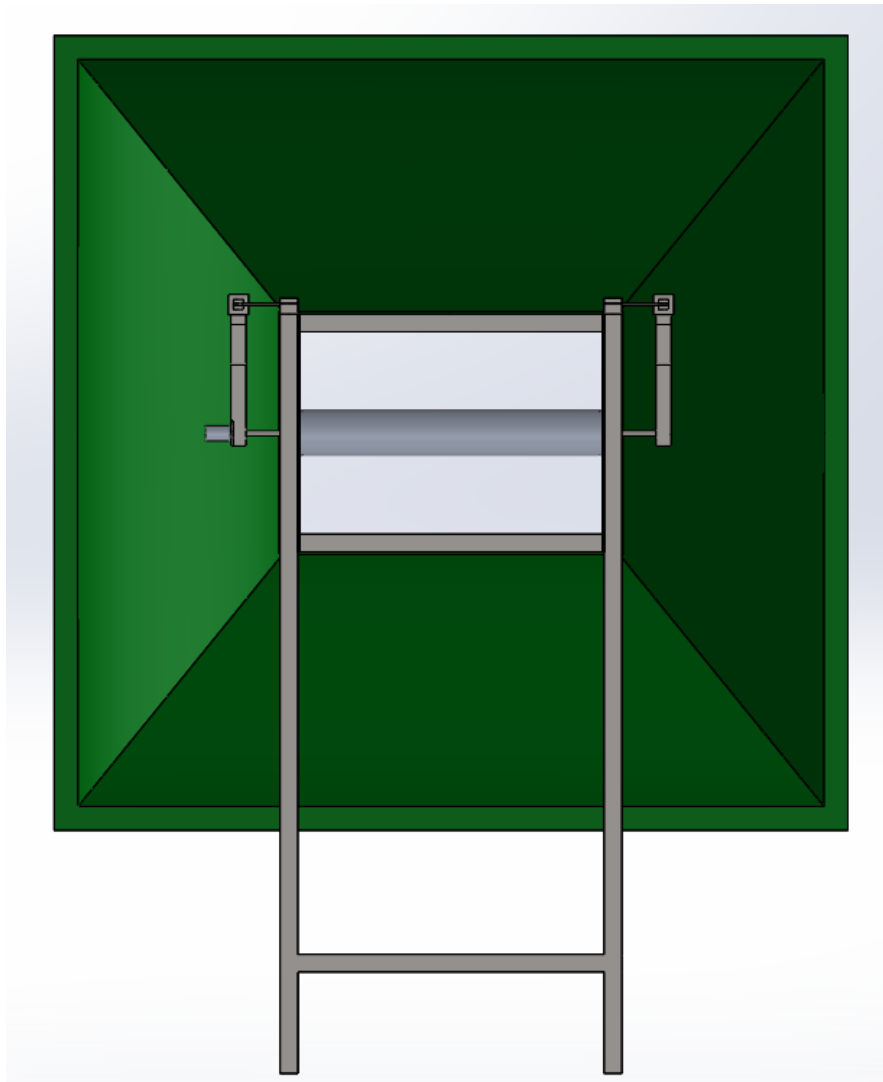


Figura 4.18 – Vista de frente do modelo CAD da montagem do efeito de Magnus para um cilindro em rotação



## 5 Conclusão

A presente dissertação centra-se no projeto de uma montagem do efeito de Magnus num cilindro em rotação, para o novo túnel aerodinâmico de sopro, em circuito aberto, do Laboratório de Mecânica de Fluidos e Termodinâmica Aplicada, da Faculdade de Ciências e Tecnologias da Universidade Nova de Lisboa.

Este projeto surgiu com a necessidade de dotar o laboratório de uma nova montagem que viesse colmatar limitações intrínsecas de uma anterior montagem existente num túnel aerodinâmico de pequena escala.

Neste projeto desenvolveu-se uma balança aerodinâmica de dois componentes capaz de medir as forças de arrasto e sustentação a que o cilindro, imerso no escoamento, está sujeito. A balança é constituída por duas hastes verticais de secção não constante, por onde passa o veio do cilindro e onde está acoplado o motor, e por quatro hastes horizontais de secção constante. As hastes verticais foram projetadas para medir a força de arrasto e as hastes horizontais a força de sustentação. A medição destas forças é possível devido à capacidade dos extensómetros de medir extensões à superfície dos corpos, sendo para isso colados em locais onde interessa medir as extensões na superfície das hastes.

No projeto das hastes recorreu-se à teoria de vigas para calcular as extensões dos locais onde estariam colados os extensómetros. No projeto das hastes de arrasto não se considerou as furações existentes na haste, nem a influência que a massa do motor poderia ter na flexão da haste por estar fixo a esta. Considerou-se, ainda, que o ponto de aplicação da força de arrasto na haste seria o centro do veio do cilindro.

Projetadas as equações que regem a flexão das hastes, estudou-se qual seria o material e as dimensões adequadas, tendo em conta a resolução pretendida para as forças

## Conclusão

de arrasto e sustentação. A escolha da resolução das forças implica a escolha do conversor A/D que discretiza a tensão elétrica, à saída dos extensômetros, num sinal digital, capaz de ser analisado de forma computadorizada.

Assim, projetou-se uma balança aerodinâmica capaz de medir forças de arrasto até 27 N com uma resolução de 0,005 N, e forças de sustentação até 70 N com uma resolução de 0,01 N, utilizando um conversor de 24 bits.

A maior dificuldade sentida a projetar esta montagem foi em garantir uma balança, em que as medições da força de arrasto e de sustentação fossem independentes uma da outra, sendo para isso necessário garantir a verticalidade da haste de arrasto.

## Sugestões para trabalhos futuros

Na sequência desta dissertação, em que se projetou uma balança aerodinâmica de dois componentes capaz de medir as forças de sustentação e de arrasto, de um cilindro com rotação imerso num escoamento, sugere-se que se estude a influência da intensidade turbulenta do escoamento nas medições das forças a que o cilindro está sujeito.

Concluído este projeto, sugere-se o estudo de hastes de sustentação e de arrasto de perfil retangular e uniforme, com um furo circular sobre o seu eixo de simetria, sendo que o eixo de revolução do furo seria paralelo à força de arrasto. Assim, para além de se conseguir uma configuração mais simples de produzir, consegue-se também, que junto do furo ocorra uma concentração de tensões elevada. Para se conseguir estimar a tensão máxima é necessário colar extensômetros lado a lado (ligados em meia ponte de Wheatstone) e espaçados de uma distância arbitrada, para que assim se consiga extrapolar o valor da tensão máxima [13], que ocorre sobre a circunferência do furo. Para se relacionar a tensão máxima com a tensão nominal existe um fator de concentração de tensões  $k_t$ , que é possível calcular através de expressões ou gráficos presentes na bibliografia [14].

Posteriormente à execução do projeto, pretende-se que se elaborem gráficos dos valores experimentais dos coeficientes de atrito e de sustentação em função do rácio de velocidades. Caso não se consigam atingir os valores pretendidos para o rácio de velocidades sugere-se que se utilize um cilindro com um diâmetro mais elevado, no entanto é preciso ter em conta que o aumento do diâmetro do cilindro pode provocar um aumento



das perturbações do escoamento em torno deste, e conseqüentemente um enviesamento das forças medidas.

## Conclusão

## 6 Referências bibliográficas

- [1] F. M. White, Fluid Mechanics 6th Edition, New York: Mc Graw Hill, 2011.
- [2] L. Liang, P. Zhao, S. Zhang, J. Yuan and Y. Wen, "Simulation and analysis of Magnus rotating roll stabilizer at low speed," *Elsevier, Ocean Engineering*, 2017.
- [3] H. Rouse, Elementary Mechanics of Fluids, New York: Dover Publications, Inc., 1946.
- [4] F. M. White, Fluid Mechanics 4th Edition, New York: Mc Graw Hill.
- [5] "Guia de Ensaio e de Relatório do Trabalho Laboratorial: Estudo do Efeito de Magnus num Cilindro em Rotação," UNL, Campus da Caparica, 2017.
- [6] L. Leifsson and S. Koziel, "Simulation-driven design of low-speed wind tunnel contraction," *Journal of Computational Science*, 2014.
- [7] G. M. D. E. Pereira, Tese de Mestrado: "Estudo CFD do Convergente de um Túnel Aerodinâmico", Faculdade de Ciências e Tecnologias, Universidade Nova de Lisboa, 2016.
- [8] R. Andolfato, J. Camacho and G. Brito, Manual: "Extensometria Básica", UNESP, 2004.
- [9] J. Beer and DeWolf, Mechanics of Materials 4th edition, New York: McGraw-Hill, 2005.
- [10] S. B. Calculator, SKF, [Online]. Available: <http://webtools3.skf.com/BearingCalc/>. [Accessed 20 01 1019].
- [11] Catálogo: Rolling Bearings, SKF, 2013.
- [12] M. C. Group, "Catálogo: Brushless DC Motor," [Online]. Available: <https://www.moog.com/products/motors-servomotors/brushless-motors/inside-rotor-brushless-dc-motors/high-performance.html>. [Accessed 05 02 2019].

## Conclusão

- [13] J. Avril, *Encyclopedie Vishay d'analyse des contraintes*, Vishay-Micromesures, 1976.
- [14] K. H. Rahi, "Design and Construction of a Strain Gauge," Research Gate, 2016.
- [15] L. P. Erm, "Development of a Two-Component Strain-Gauge-Balance Load-Measurement System for the DSTO Water Tunnel," Commonwealth of Australia, 2006.
- [16] L. P. Erm and P. Ferrarotto, "Development of a Five-Component Strain-Gauge Balance for the DSTO Water Tunnel," Commonwealth of Australia, 2009.
- [17] J. M. Gere and B. J. Goodno, *Mecânica dos Materiais 8ª Edição*, Cengage Learning, 2013.
- [18] C. M. Branco, *Mecânica dos Materiais 5ª Edição*, Fundação Calouste Gulbenkian, 2011.
- [19] L. V. Cunha, *Desenho Técnico 15ª Edição*, Fundação Calouste Gulbenkian.
- [20] J. Wilson, *Sensor Technology Handbook*, Oxford: Elsevier Inc., 2005.
- [21] J. B. Barlow, W. H. R. Jr. and A. Pope, *Low-speed wind tunnel testing 3rd Edition*, New York: John Wiley & Sons., 1999.
- [22] E. O. Doebelin, *Measurement Systems Application and Design 4th Edition*, Ohio: McGraw-Hill Publishing Company, 1990.
- [23] M. Sandu, A. Sandu and G. Ionascu, "Design of a compact six-component force and moment sensor for aerodynamic testing," *INCAS BULLETIN*, vol. 3, 2011.
- [24] P. A. Souza, Tese de Mestrado: "Instrumentação de uma balança aerodinâmica de três componentes para um túnel de vento do tipo sopro", Paraíba: Universidade Federal da Paraíba, 2017.
- [25] J. G. Webster, *The Measurement Instrumentation and Sensors Handbook*, New York: CRC Press LLC, 1999.
- [26] "Catálogo: Strain Gauges," [Online]. Available: <https://www.hbm.com/pt/2073/catalogo-pdf-strain-gauge/>. [Accessed 15 01 2019].
- [27] W. C. Young and R. G. Budynas, *Roark's Formulas for Stress and Strain 7th edition*, New York: McGraw-Hill, 2002.

## Series Y

With one measuring grid / linear strain gauge

### LY11

Linear strain gauge  
Temperature response matched to steel  
with  $\alpha = 10.8 \cdot 10^{-6}/K$

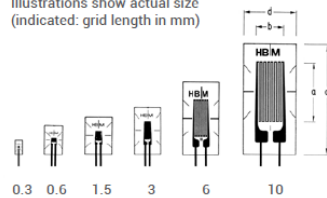
### LY13

Temperature response matched to aluminum  
with  $\alpha = 23 \cdot 10^{-6}/K$

### LY1x

Temperature response matched to customer's choice  
see page 16

Illustrations show actual size  
(indicated: grid length in mm)



Contents per package: 10 pcs.

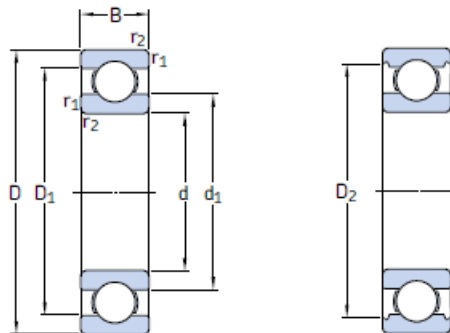
Types available from stock		Variants	Noml. resistance $\Omega$	Dimensions (mm)				Maximum excitation voltage <sup>(*)</sup> V	Sldr. terminals
Steel	Aluminum			Other	Measuring grid		Meas. grid carrier		
				a	b	c	d		
1-LY11-0.3/120		1-LY1x-0.3/120 <sup>(*)</sup>	120	0.3	0.9	2	1.2	0.6	LS 7
1-LY11-0.6/120	1-LY13-0.6/120	1-LY1x-0.6/120 <sup>(*)</sup>	120	0.6	1	5	3.2	1.5	LS 7
1-LY11-1.5/120	1-LY13-1.5/120	1-LY1x-1.5/120	120	1.5	1.2	6.5	4.7	2.5	LS 7
1-LY11-3/120	1-LY13-3/120	1-LY1x-3/120	120	3	1.6	8.5	4.5	4	LS 7
1-LY11-3/120A		1-LY1x-3/120A	120	3	1.6	8.5	4.5	4	LS 7
1-LY11-6/120	1-LY13-6/120	1-LY1x-6/120	120	6	2.7	13	6	8	LS 5
1-LY11-6/120A		1-LY1x-6/120A	120	6	2.7	13	6	8	LS 5
1-LY11-10/120	1-LY13-10/120	1-LY1x-10/120	120	10	4.6	18.5	9.5	13	LS 5
1-LY11-10/120A		1-LY1x-10/120A	120	10	4.6	18.5	9.5	13	LS 5
1-LY11-1.5/350	1-LY13-1.5/350	1-LY1x-1.5/350 <sup>(*)</sup>	350	1.5	1.2	5.7	4.7	4.5	LS 7
1-LY11-3/350	1-LY13-3/350	1-LY1x-3/350	350	3	1.6	8.5	4.5	7	LS 7
		1-LY1x-3/350A	350	3	1.6	8.5	4.5	7	LS 7
1-LY11-6/350	1-LY13-6/350	1-LY1x-6/350	350	6	2.8	13	6	13	LS 5
		1-LY1x-6/350A	350	6	2.8	13	6	13	LS 5
1-LY11-10/350		1-LY1x-10/350	350	10	5.0	18.5	9.5	23	LS 5
		1-LY1x-10/350A	350	10	5.0	18.5	9.5	23	LS 5

<sup>(\*)</sup> Maximum excitation voltage for ferritic steel. For other temperature response matchings, the corresponding value is printed on the data sheet included with delivery.

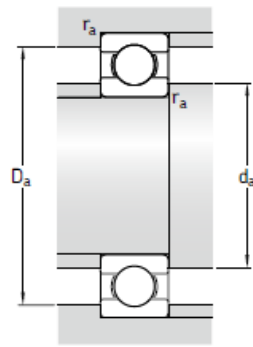
<sup>(\*)</sup> Types are only available with matching to aluminum, ferritic or austenitic steel

## Conclusão

### 1.1 Single row deep groove ball bearings d 3 – 10 mm



Principal dimensions			Basic load ratings		Fatigue load limit	Speed ratings		Mass	Designation
d	D	B	C	C <sub>0</sub>	P <sub>u</sub>	Reference speed	Limiting speed		
mm			kN		kN	r/min		kg	–
3	10	4	0,54	0,18	0,007	130 000	80 000	0,0015	623
4	9	2,5	0,423	0,116	0,005	140 000	85 000	0,0007	618/4
	11	4	0,624	0,18	0,008	130 000	80 000	0,0017	619/4
	12	4	0,806	0,28	0,012	120 000	75 000	0,0021	604
	13	5	0,936	0,29	0,012	110 000	67 000	0,0031	624
	16	5	1,11	0,38	0,016	95 000	60 000	0,0054	634
5	11	3	0,468	0,143	0,006	120 000	75 000	0,0012	618/5
	13	4	0,884	0,335	0,014	110 000	70 000	0,0025	619/5
	16	5	1,14	0,38	0,016	95 000	60 000	0,005	* 625
	19	6	2,34	0,95	0,04	80 000	50 000	0,0085	* 635
6	13	3,5	0,715	0,224	0,01	110 000	67 000	0,002	618/6
	15	5	0,884	0,27	0,011	100 000	63 000	0,0039	619/6
	19	6	2,34	0,95	0,04	80 000	50 000	0,0081	* 626
7	14	3,5	0,78	0,26	0,011	100 000	63 000	0,0022	618/7
	17	5	1,06	0,375	0,016	90 000	56 000	0,0049	619/7
	19	6	2,34	0,95	0,04	85 000	53 000	0,0076	* 607
	22	7	3,45	1,37	0,057	70 000	45 000	0,012	* 627
8	16	4	0,819	0,3	0,012	90 000	56 000	0,003	618/8
	19	6	1,46	0,465	0,02	85 000	53 000	0,0071	619/8
	22	7	3,45	1,37	0,057	75 000	48 000	0,012	* 608
	24	8	3,9	1,66	0,071	63 000	40 000	0,018	* 628
9	17	4	0,871	0,34	0,014	85 000	53 000	0,0034	618/9
	20	6	2,34	0,98	0,043	80 000	50 000	0,0076	619/9
	24	7	3,9	1,66	0,071	70 000	43 000	0,014	* 609
	26	8	4,75	1,96	0,083	60 000	38 000	0,02	* 629
10	19	5	1,72	0,83	0,036	80 000	48 000	0,0053	61800
	22	6	2,7	1,27	0,054	70 000	45 000	0,01	61900
	26	8	4,75	1,96	0,083	67 000	40 000	0,019	* 6000
	28	8	5,07	2,36	0,1	60 000	38 000	0,024	16100
	30	9	5,4	2,36	0,1	56 000	36 000	0,031	* 6200
	35	11	8,52	3,4	0,143	50 000	32 000	0,053	* 6300



Dimensions					Abutment and fillet dimensions			Calculation factors	
d	$d_1$	$D_1$	$D_2$	$r_{1,2}$ min.	$d_a$ min.	$D_a$ max.	$r_a$ max.	$k_r$	$f_0$
mm	-	-	-		mm			-	
3	5,2	7,5	8,2	0,15	4,2	8,8	0,1	0,025	7,5
4	5,2	7,5	-	0,1	4,6	8,4	0,1	0,015	6,5
	6,1	9	9,9	0,15	4,8	10,2	0,1	0,02	6,4
	6,1	9,9	-	0,2	5,4	10,6	0,2	0,025	10
	6,7	10,3	11,2	0,2	5,8	11,2	0,2	0,025	10
	8,4	12	13,3	0,3	6,4	13,6	0,3	0,03	8,4
5	6,8	9,2	-	0,15	5,8	10,2	0,1	0,015	7,1
	7,5	10,5	11,2	0,2	6,4	11,6	0,2	0,02	11
	8,4	12	13,3	0,3	7,4	13,6	0,3	0,025	8,4
	11,1	15,2	16,5	0,3	7,4	16,6	0,3	0,03	13
6	8	11	-	0,15	6,8	12,2	0,1	0,015	7
	8,2	11,7	13	0,2	7,4	13,6	0,2	0,02	6,8
	11,1	15,2	16,5	0,3	8,4	16,6	0,3	0,025	13
7	9	12	-	0,15	7,8	13,2	0,1	0,015	7,2
	10,4	13,6	14,3	0,3	9	15	0,3	0,02	7,3
	11,1	15,2	16,5	0,3	9	17	0,3	0,025	13
	12,1	17,6	19,2	0,3	9,4	19,6	0,3	0,025	12
8	10,5	13,5	-	0,2	9,4	14,6	0,2	0,015	7,5
	10,5	15,5	16,7	0,3	10	17	0,3	0,02	6,6
	12,1	17,6	19,2	0,3	10	20	0,3	0,025	12
	14,4	19,8	21,2	0,3	10,4	21,6	0,3	0,025	13
9	11,5	14,5	-	0,2	10,4	15,6	0,2	0,015	7,7
	11,6	16,2	17,5	0,3	11	18	0,3	0,02	12
	14,4	19,8	21,2	0,3	11	22	0,3	0,025	13
	14,8	21,2	22,6	0,3	11,4	23,6	0,3	0,025	12
10	12,7	16,3	-	0,3	12	17	0,3	0,015	15
	13,9	18,2	-	0,3	12	20	0,3	0,02	14
	14,8	21,2	22,6	0,3	12	24	0,3	0,025	12
	17	23,2	24,8	0,3	14,2	23,8	0,3	0,025	13
	17	23,2	24,8	0,6	14,2	25,8	0,6	0,025	13
	17,5	26,9	28,7	0,6	14,2	30,8	0,6	0,03	11

## Conclusão

Part Number*		BS12-20AB- <input type="checkbox"/> <input type="checkbox"/> <input type="checkbox"/> <input checked="" type="checkbox"/> <input checked="" type="checkbox"/> <input checked="" type="checkbox"/>			BS12-20ZAB- <input type="checkbox"/> <input type="checkbox"/> <input type="checkbox"/> <input checked="" type="checkbox"/> <input checked="" type="checkbox"/> <input checked="" type="checkbox"/>		
Winding Code**		01	02	03	01	02	03
L = Length	inches	2			1.485		
	millimeters	50.8			37.7		
Terminal Voltage	volts DC	12	24	24	12	24	24
Peak Torque	oz-in	35	35	35	35	35	35
	Nm	0.25	0.25	0.25	0.25	0.25	0.25
Continuous Stall Torque	oz-in	14	13	12	14	13	12
	Nm	.099	.092	.085	.099	.092	.085
Rated Speed	rpm	4750	5250	15000	4750	5250	15000
	rad/sec	497	550	1571	497	550	1571
Rated Torque	oz-in	12	11.6	10	12	11.6	10
	Nm	0.0847	0.0819	0.0706	0.0847	0.0819	0.0706
Rated Current	Amps	6.30	2.90	8	6.30	2.90	8
Rated Power	watts	42.2	45	110	42.2	45	110
Torque Sensitivity	oz-in/amp	1.99	4.28	1.42	1.99	4.28	1.42
	Nm/amp	0.0141	0.0302	0.0100	0.0141	0.0302	0.0100
Back EMF	volts/KRPM	1.47	3.16	1.05	1.47	3.16	1.05
	volts/rad/sec	0.0141	0.0302	0.0100	0.0141	0.0302	0.0100
Terminal Resistance	ohms	0.32	1.43	0.22	0.32	1.43	0.22
Terminal Inductance	mH	0.22	0.95	0.11	0.22	0.95	0.11
Motor Constant	oz-in/sq.rt.watts	3.52	3.58	3.03	3.52	3.58	3.03
	Nm/sq.rt.watts	0.02484	0.02527	0.02138	0.02484	0.02527	0.02138
Rotor Inertia	oz-in-sec <sup>2</sup> x10 <sup>-3</sup>	0.048	0.048	0.048	0.037	0.037	0.037
	g-cm <sup>2</sup>	3.4	3.4	3.4	2.6	2.6	2.6
Weight	oz	5.3	5.3	5.3	4.4	4.4	4.4
	g	150.5	150.5	150.5	125.0	125.0	125.0
# of Poles		6	6	6	6	6	6
Timing		120°	120°	120°	120	120°	120°
Mech. Time Constant	ms	0.5	0.5	0.7	0.4	0.4	0.6
Electrical Time Constant	ms	0.69	0.66	0.50	0.69	0.66	0.50
Thermal Resistivity	deg. C/watt	3.5	3.5	3.5	3.5	3.5	3.5
Speed/Torque Gradient	rpm/oz-in	109.3	105.6	147.6	109.3	105.6	147.6
No Load Speed	rpm	7480	7255	21900	7480	7255	21900
	rad/sec	783	760	2293	783	760	2293

### Notes:

1. Motor mounted to a 4 x 4 x 1/4 inches aluminum plate, still air.
2. Maximum winding temperature of 155°C.
3. Typical electrical specifications at 25°C.
4. Motor Terminal Voltages are representative only; motors may be operated at voltages other than those listed in the table. For assistance please contact our applications engineer.
5. Calculated (theoretical) speed/torque gradient.

\*Many other custom mechanical options are available – consult factory.

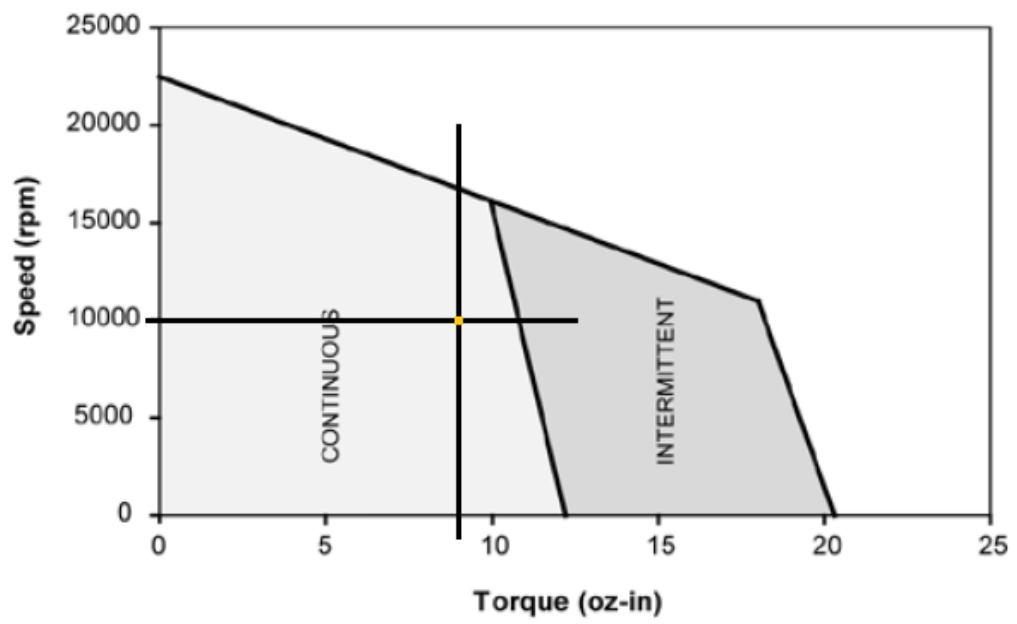
\*\*Many other winding options are available – consult factory.

Select your options below and place their code in its corresponding block as shown above.

<input checked="" type="checkbox"/> <b>TERMINATION</b>	<input checked="" type="checkbox"/> <b>FEEDBACK OPTIONS</b>	<input checked="" type="checkbox"/> <b>OTHER OPTIONS</b>
L – Leads (std)	H – Hall Effect (std)	D – Drive
C – Connector	R – Resolver	G – Gearhead
M – MS connector	S – Sensorless	E – Encoder



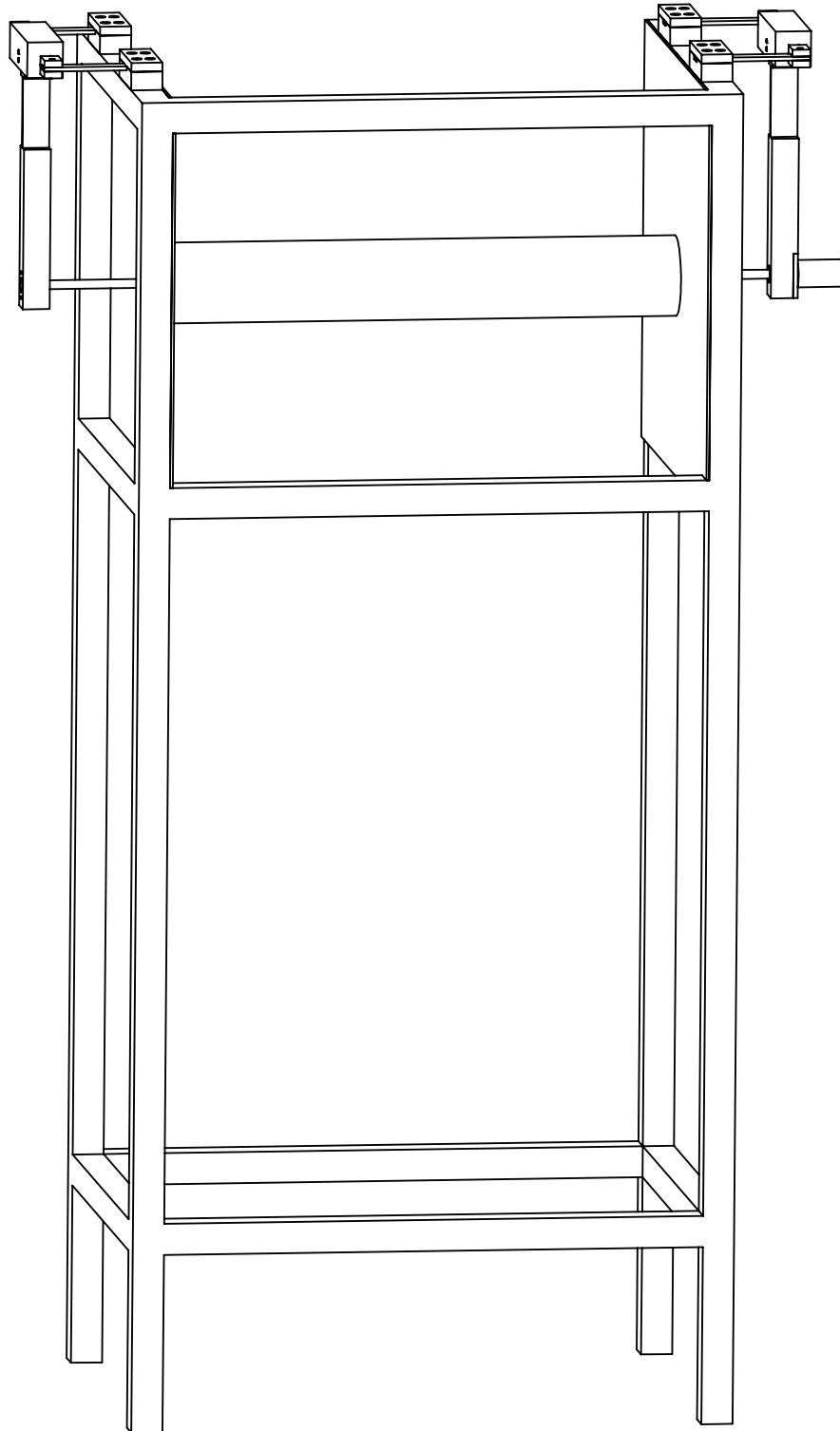
### BS12 -03: Continuous & Intermittent 24 Volt Winding





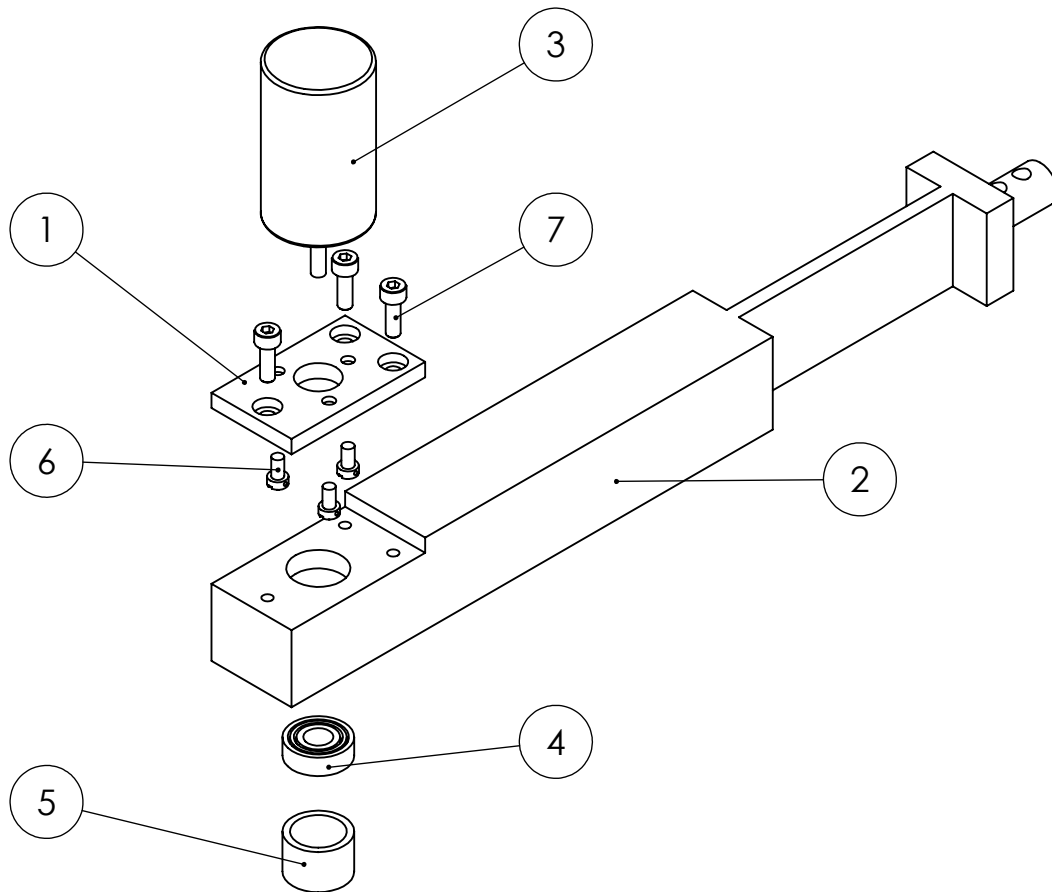
## **Desenhos**





	Escala 1:1		Rúbrica	Data	FCT-UNL
		Desenhou			
Material:		Verificou			Nome: Pedro Castanheira nº 40557
		Projectou			
Tolerância geral:		Fabricou			Desenho de conjunto
		Notas:			
			Folha	Desenho nº	Peso
				01.40557	Revisto



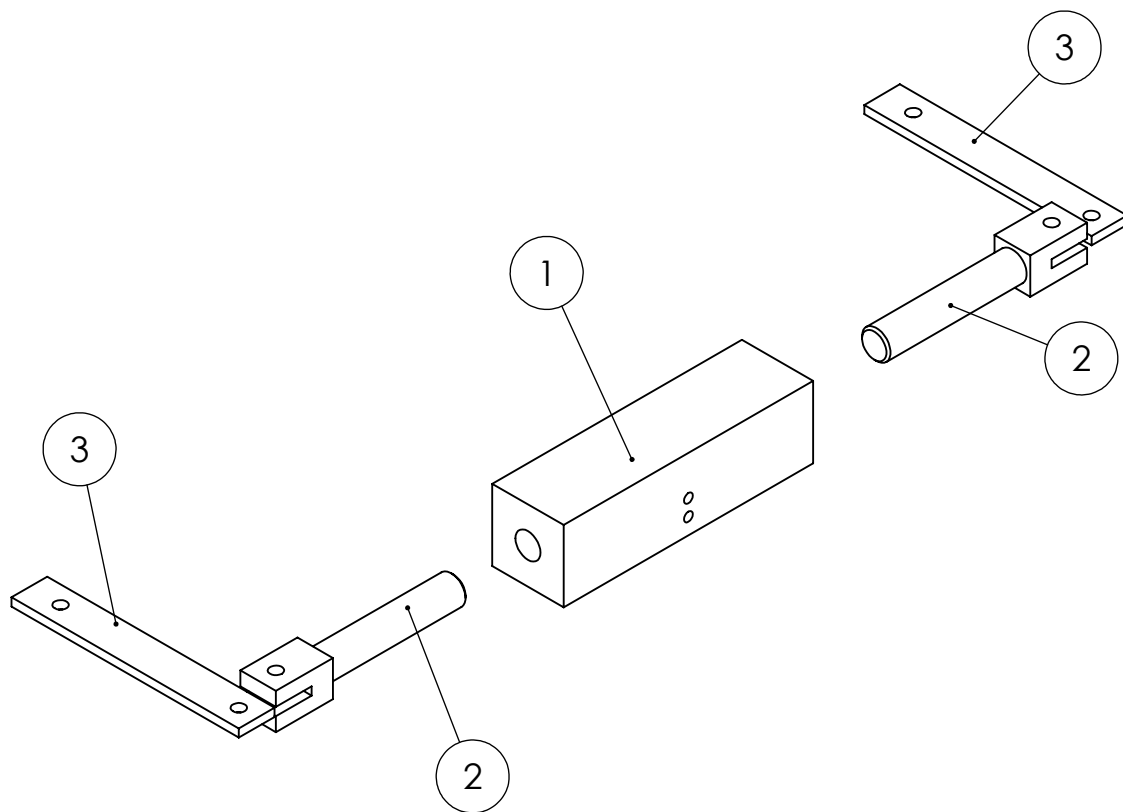


Referência	Designação	Nº do desenho	Quantidade
1	Apoio motor		1
2	Haste de arrasto esquerda		1
3	Motor Moog BS12-20AB-03		1
4	Rolamento SKF - single row deep groove ball - 8/19		1
5	Fixador rolamento 8/19		1
6	SD-FIMS 0.138-32x0.25x0.25-N		3
7	ISO 4762 M4 x 12 - 12N		3

	Escala 1:2		Rúbrica	Data	FCT-UNL			
	Material:	Desenhou			Nome: Pedro Castanheira nº 40557			
Verificou								
Tolerância geral:		Projectou			Vista explodida conjunto haste de arrasto			
		Fabricou						
		Notas:			Folha	Desenho nº	Peso	Revisto
						02.40557		



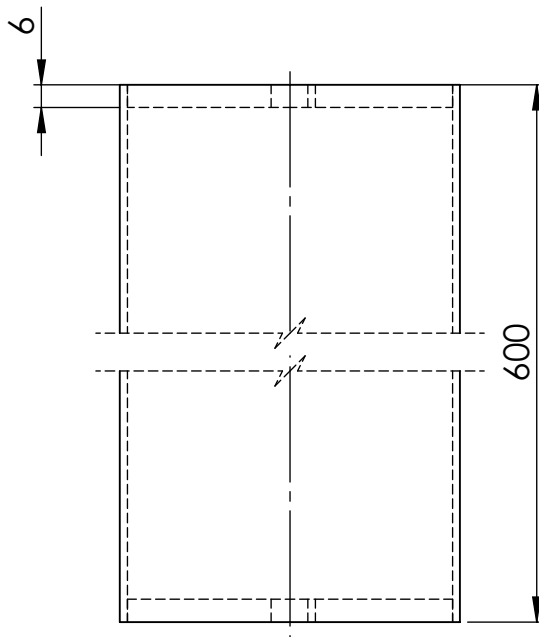
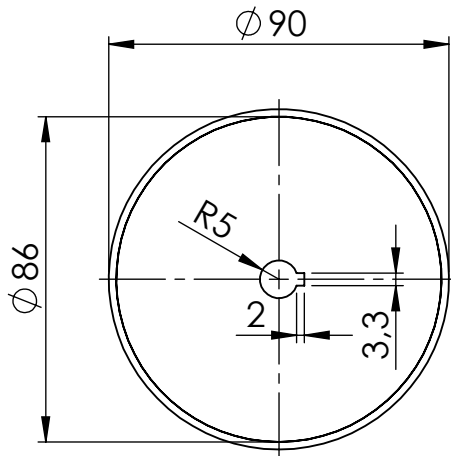




Referência	Designação	Nº do desenho	Quantidade
1	Apoio haste de arrasto		1
2	Veio - haste de sustentação		2
3	Haste de sustentação		2

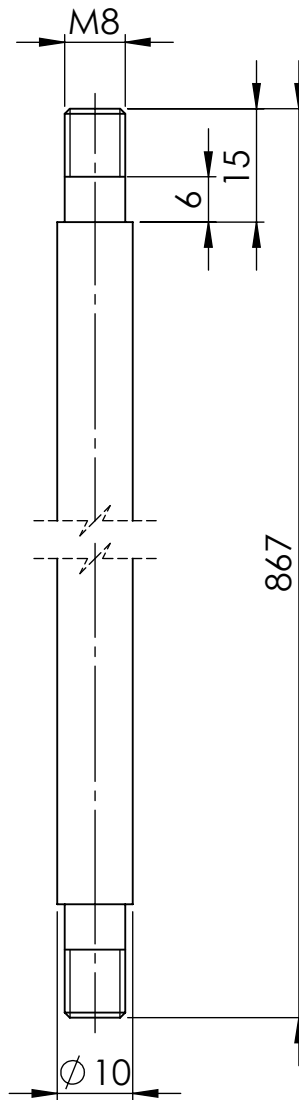
	Escala <b>1:3</b>		Rúbrica	Data	FCT-UNL			
Material:		Desenhou			Nome: Pedro Castanheira nº 40557			
		Verificou						
Tolerância geral:		Projectou			Vista explodida - Conjunto haste de sustentação			
		Fabricou						
		Notas:			Folha	Desenho nº	Peso	Revisto
						03.40557		





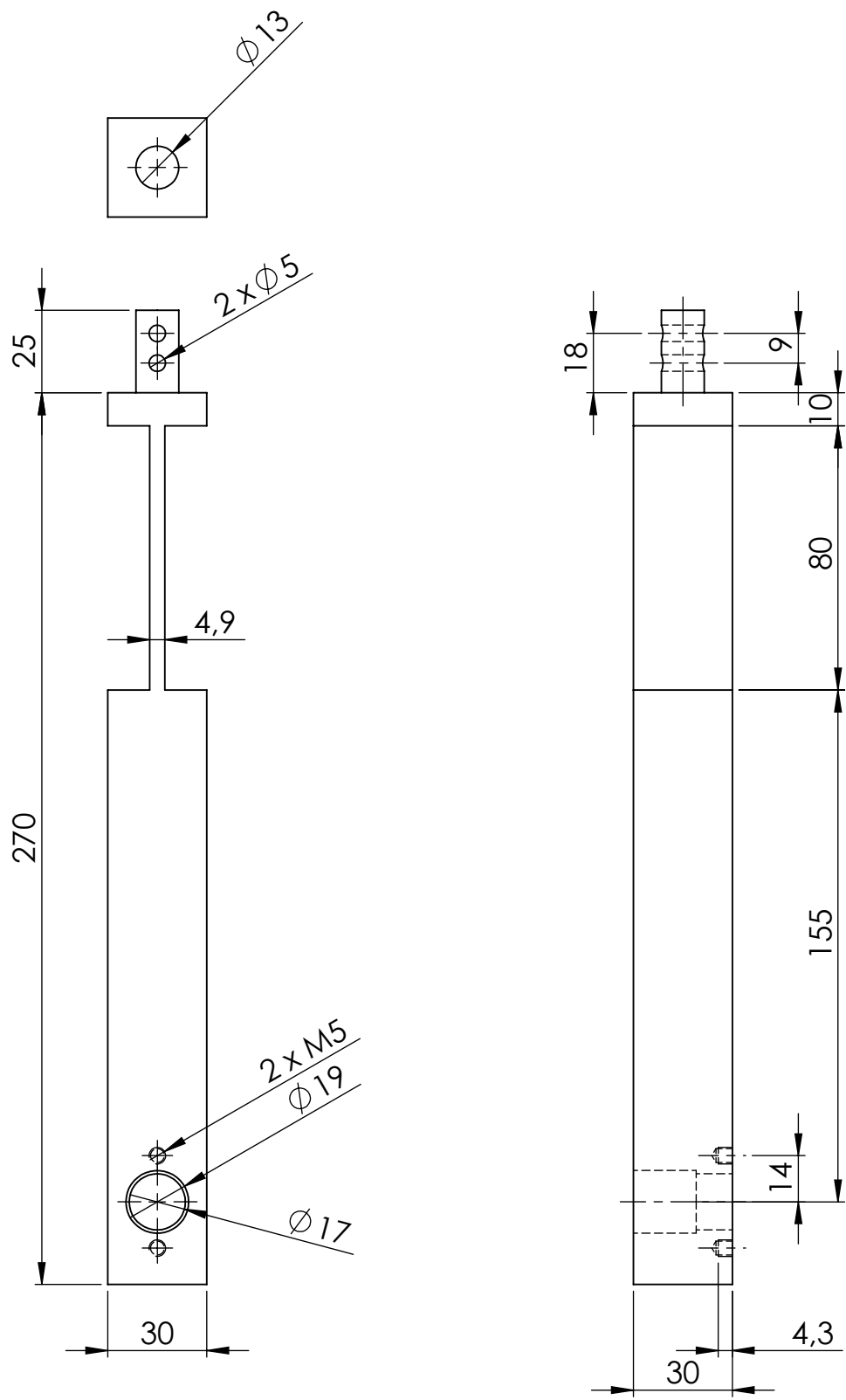
	Escala 1:2		Rúbrica	Data	FCT-UNL			
Material: <b>Alloy 1060</b>		Desenhou			Nome: Pedro Castanheira nº 40557			
		Verificou						
Tolerância geral:		Projectou			<b>Cilindro</b>			
		Fabricou						
		Notas:			Folha	Desenho nº	Peso	Revisto
						04.40557		





	Escala 1:1		Rúbrica	Data	FCT-UNL			
Material: AISI 1020		Desenhou			Nome: Pedro Castanheira nº 40557			
Tolerância geral: NP-265		Verificou			Eixo cilindro			
		Projectou						
		Fabricou			Folha			
		Notas:			Desenho nº		Peso	Revisto
					05.40557			

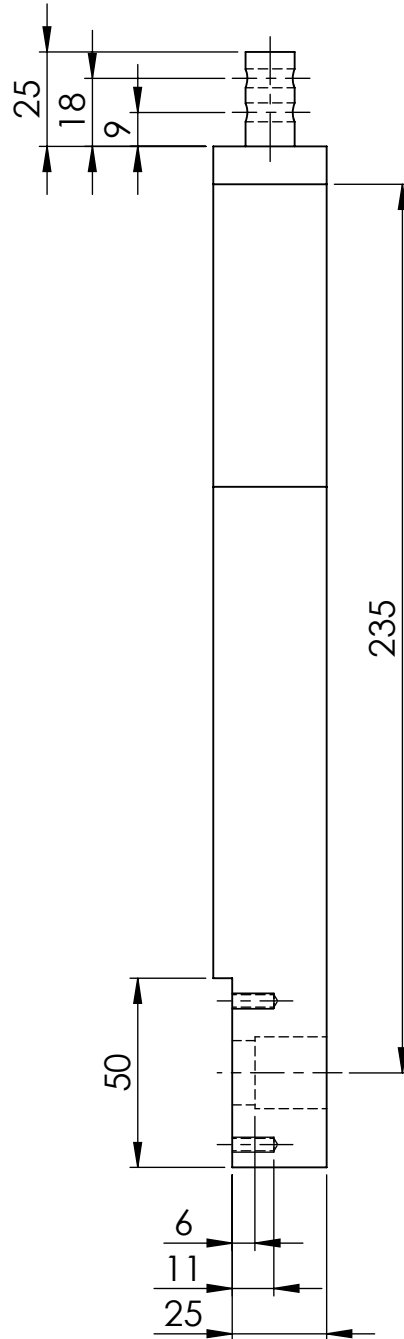
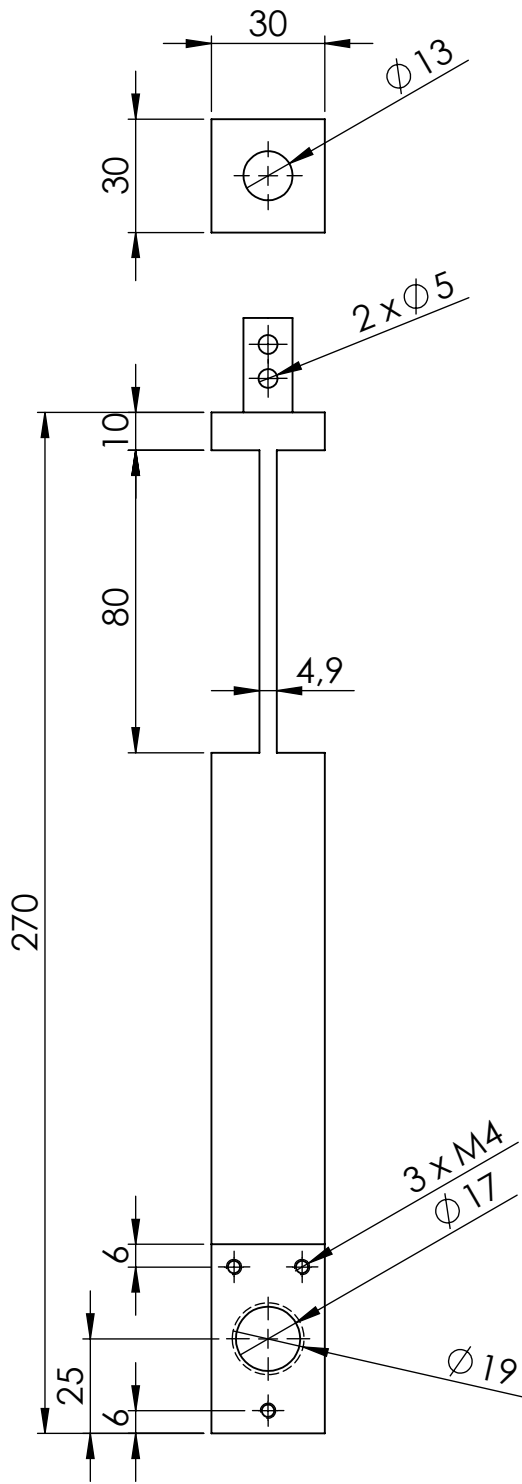




Escala 1:2	Desenhou	Rúbrica	Data	FCT-UNL			
	Verificou			Nome: Pedro Castanheira nº 40557			
Material: AISI 1020	Projectou			Haste arrasto - -direita			
Tolerância geral: NP-265	Fabricou						
	Notas:			Folha	Desenho nº	Peso	Revisto
					06.40557		

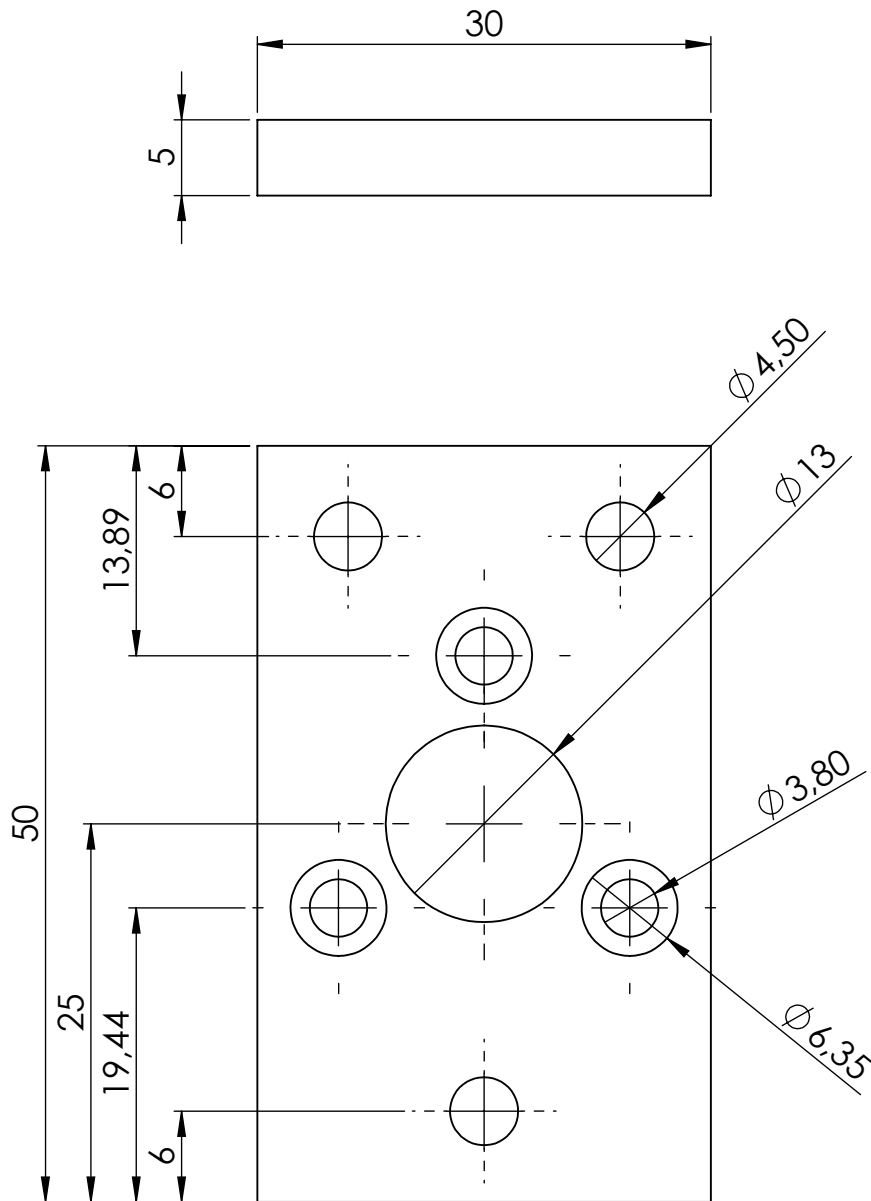






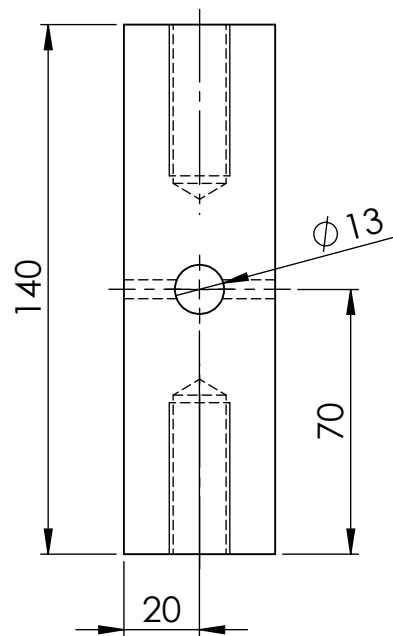
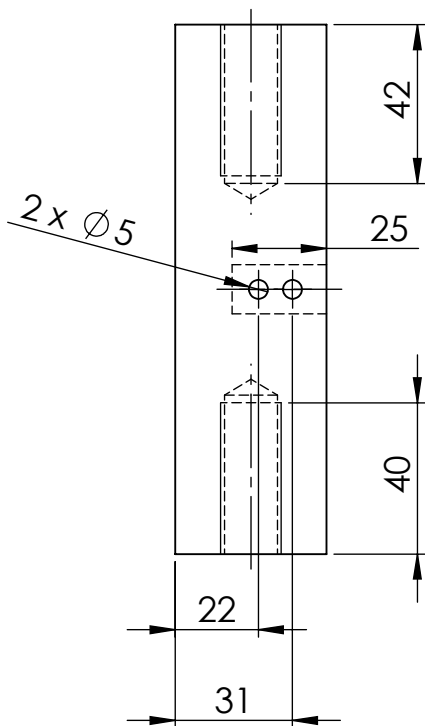
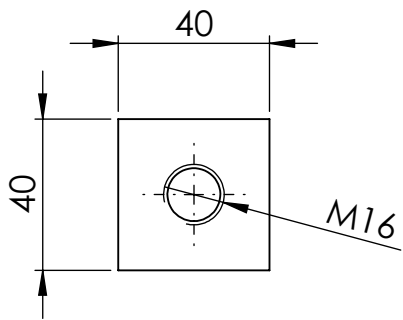
	Escala 1:2	Rúbrica	Data	FCT-UNL	
	Material: AISI 1020	Desenhou			
Tolerância geral: NP-265	Verificou			Nome: Pedro Castanheira nº 40557	
	Projectou			Haste arrasto - - esquerda	
	Fabricou				
	Notas:				Folha
					Desenho nº
					07.40557
					Peso
					Revisto





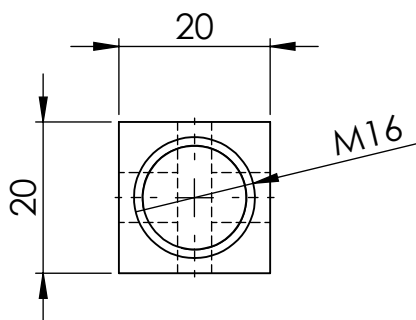
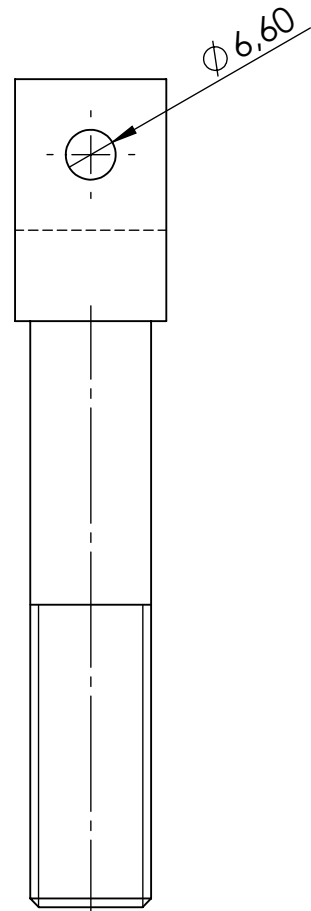
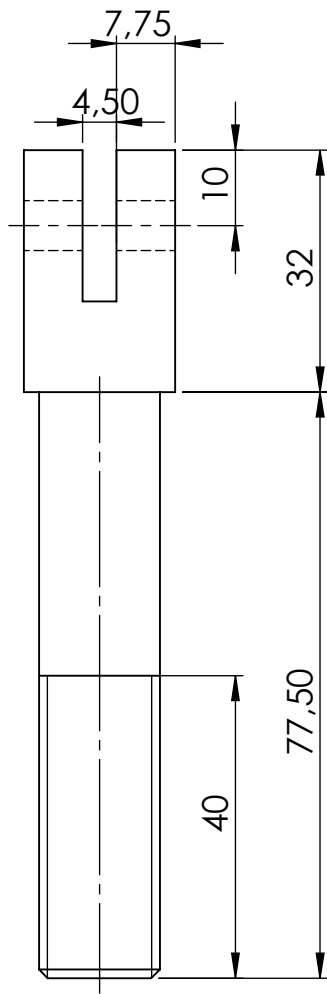
	Escala 2:1		Rúbrica	Data	FCT-UNL			
	Material:  AISI 1020	Desenhou			Nome: Pedro Castanheira nº 40557			
Verificou								
Tolerância geral:  NP-265		Projectou			Apoio motor			
	Fabricou							
		Notas:			Folha	Desenho nº	Peso	Revisto
						08.40557		





	Escala 1:2		Rúbrica	Data	FCT-UNL			
Material: AISI 1020		Desenhou			Nome: Pedro Castanheira nº 40557			
Tolerância geral: NP-265		Verificou			Apoio Haste arrasto			
		Projectou						
		Fabricou			Folha	Desenho nº	Peso	Revisto
		Notas:				09.40557		

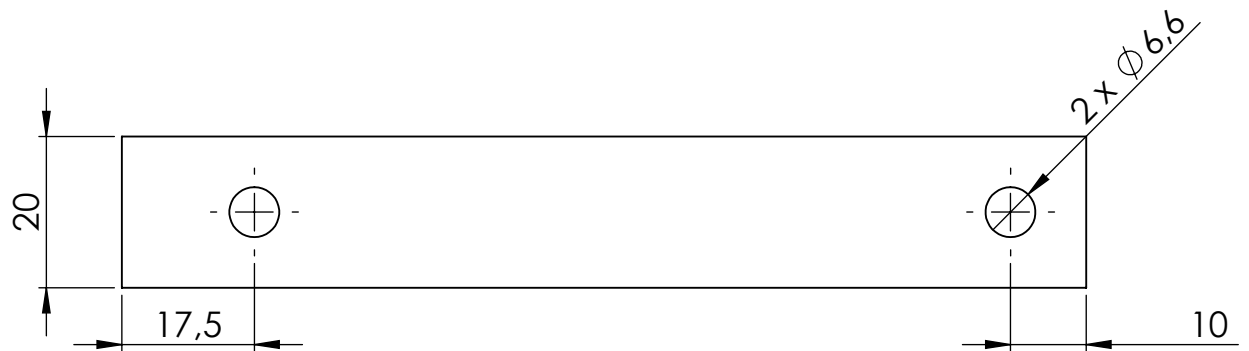
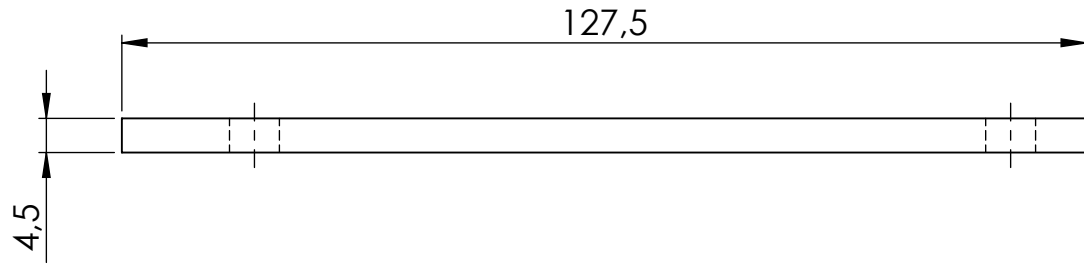




	Escala 1:1		Rúbrica	Data	FCT-UNL			
		Desenhou						
Material: AISI 1020		Verificou			Nome: Pedro Castanheira nº 40557			
		Projectou						
Tolerância geral: NP-265		Fabricou			<b>Veio - haste de sustentação</b>			
		Notas:				Folha	Desenho nº	Peso
						10.40557		

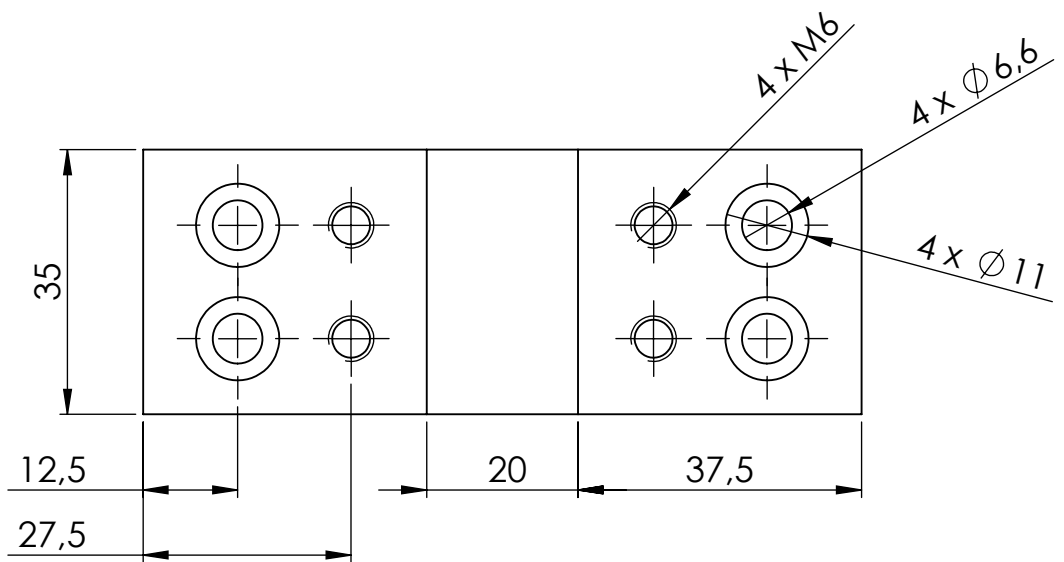
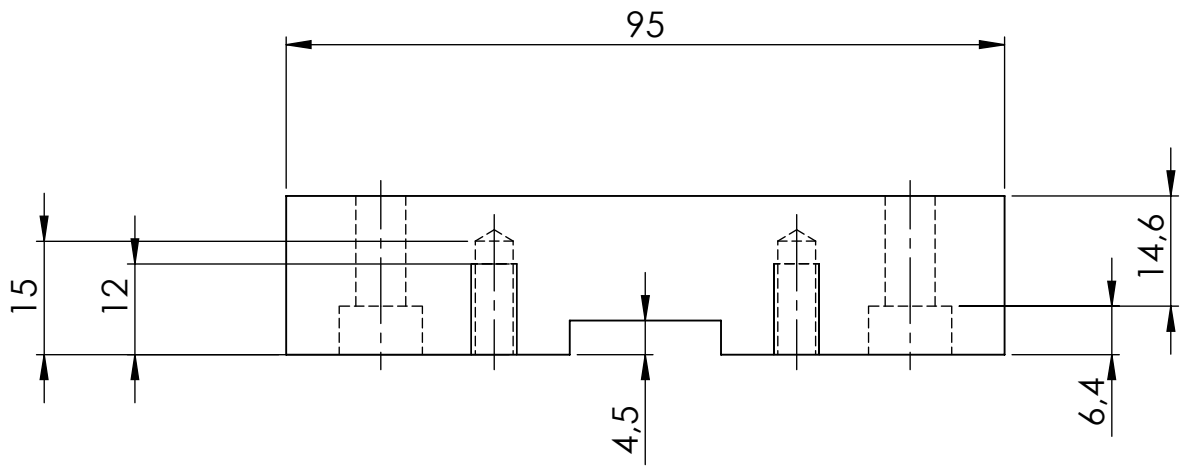






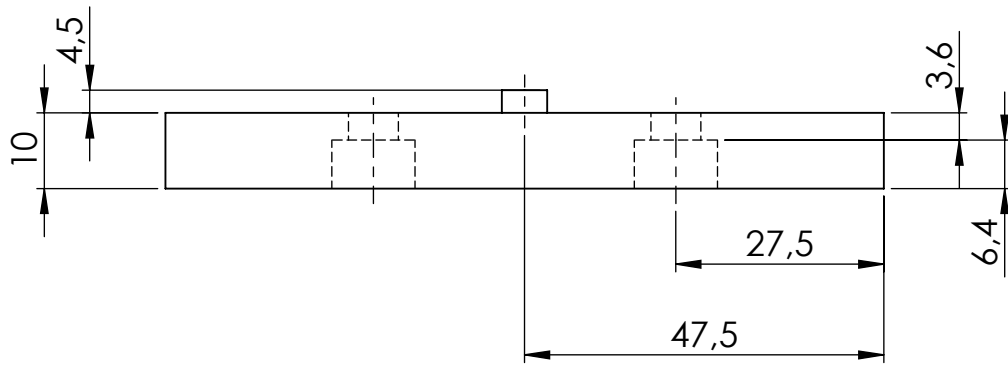
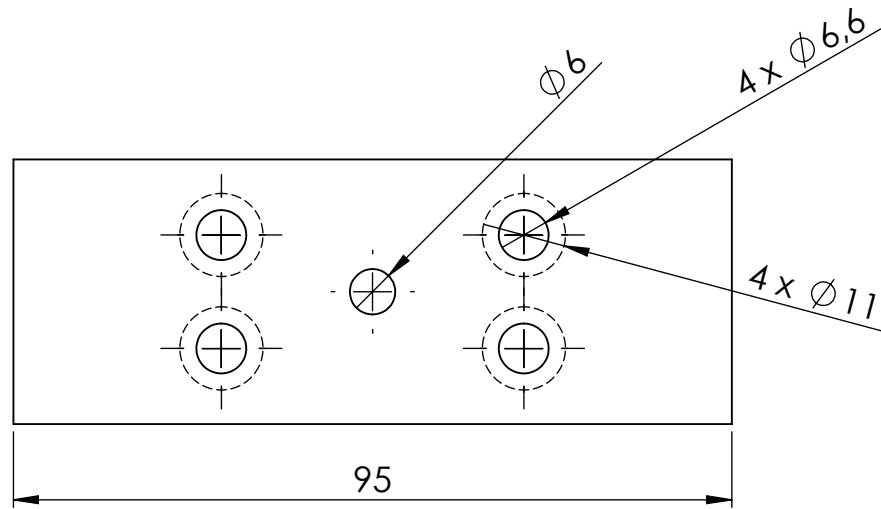
	Escala 1:1		Rúbrica	Data	FCT-UNL			
Material: AISI 1020		Desenhou			Nome: Pedro Castanheira nº 40557			
Tolerância geral: NP-265		Verificou			Haste sustentação			
		Projectou						
		Fabricou			Folha	Desenho nº	Peso	Revisto
		Notas:				11.40557		





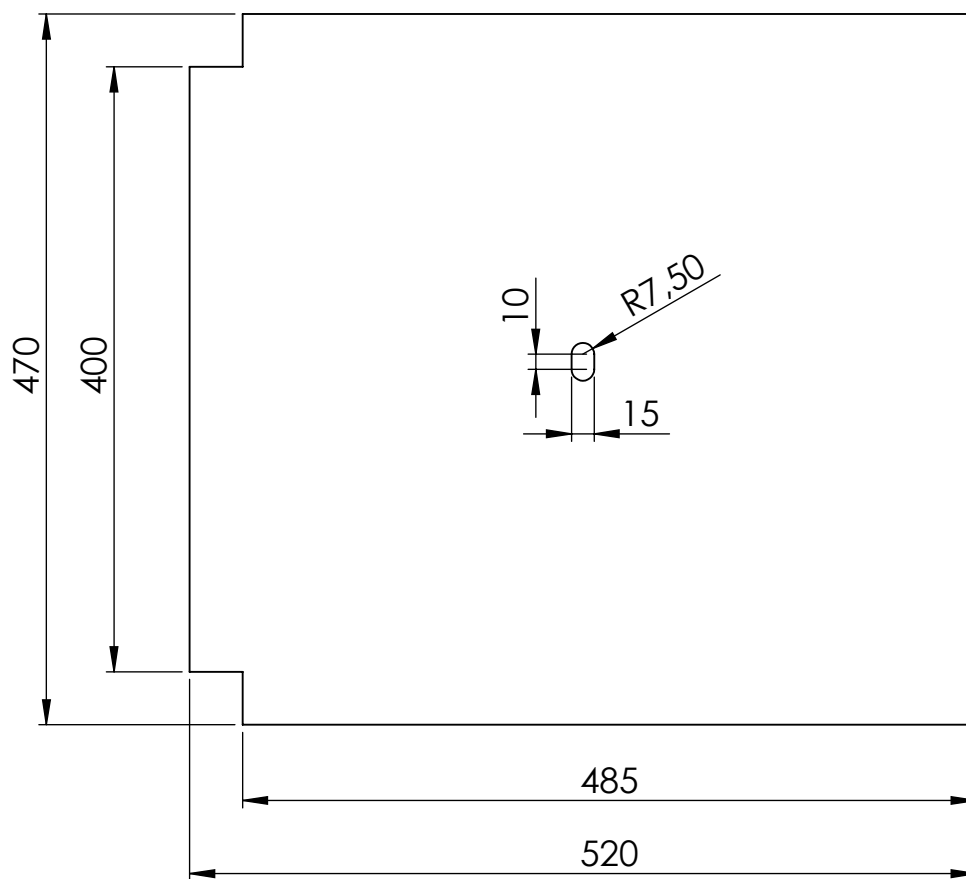
	Escala 1:1	Rúbrica	Data	FCT-UNL	
		Desenhou			
Material: AISI 1020		Verificou		Nome: Pedro Castanheira nº 40557	
Tolerância geral: NP-265		Projectou		Suporte inferior - - Haste sustentação	
		Fabricou			
		Notas:		Folha	Desenho nº
					12.40557
				Peso	Revisto





	Escala 1:1		Rúbrica	Data	FCT-UNL
Material:	AISI 1020	Desenhou			Nome: Pedro Castanheira nº 40557
		Verificou			
Tolerância geral:	NP-265	Projectou			Suporte superior - - Haste sustentação
		Fabricou			
		Notas:			Folha
					Desenho nº
					13.40557
					Peso
					Revisto





	Escala 1:5		Rúbrica	Data	FCT-UNL			
Material:	Acrílico	Desenhou			Nome: Pedro Castanheira nº 40557			
Tolerância geral:		Verificou						
		Projectou			Desenho de conjunto			
		Fabricou						
		Notas: Espessura: 3 mm			Folha	Desenho nº	Peso	Revisto
						14.40557		