

UNIVERSIDADE FEDERAL DE SANTA CATARINA  
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM  
ENGENHARIA MECÂNICA

MODELAÇÃO DE ESCOAMENTOS TURBULENTOS SOB A  
AÇÃO DE ROTAÇÃO ALTERNADA

Dissertação submetida à

UNIVERSIDADE FEDERAL DE SANTA CATARINA

para a obtenção do grau de

MESTRE EM ENGENHARIA MECÂNICA

ROGER SCHIPMANN EGER

Florianópolis, Março de 2010.



UNIVERSIDADE FEDERAL DE SANTA CATARINA  
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM  
ENGENHARIA MECÂNICA

MODELAÇÃO DE ESCOAMENTOS TURBULENTOS SOB A AÇÃO DE  
ROTAÇÃO ALTERNADA

ROGER SCHIPMANN EGER

Esta dissertação foi julgada adequada para a obtenção do título de

MESTRE EM ENGENHARIA

ESPECIALIDADE ENGENHARIA MECÂNICA

Área de Concentração de Engenharia e Ciências Térmicas

sendo aprovada em sua forma final.

---

Prof. César José Deschamps, Ph.D. - Orientador

---

Prof. Eduardo Alberto Fancello, D.Sc. - Coordenador do Curso

BANCA EXAMINADORA

---

Prof. António Fabio Carvalho da Silva, Dr.Eng. - Presidente

---

Prof. Saulo Güths, Dr.

---

Prof. Selene Maria de Arruda Guelli Ulson de Souza, Dr.Eng.



Para meus pais Eriberto e Rita,  
por todo amor e dedicação  
e meus irmãos James e Rubem,  
por, além de irmãos, serem meus amigos do peito.



## Agradecimentos

---

A Deus acima de tudo;

A toda minha família e amigos;

Ao CNPq e à Electrolux do Brasil, pelo apoio financeiro durante o período de desenvolvimento deste trabalho;

Ao professor César José Deschamps, por sua amizade e brilhante capacidade de orientar nas ocasiões em que me encontrava sem rumo;

Aos membros da banca avaliadora deste trabalho, bem como aos demais professores do Programa de Pós-Graduação em Engenharia Mecânica da UFSC;

A todos os colegas do POLO, que, durante esses dois anos de trabalho, passaram por desafios e aprendizados semelhantes aos meus e me ajudaram a seguir em frente. Em especial ao André Morriesen pelo imenso e indispensável auxílio na parte experimental deste trabalho, um exemplo de companheirismo e prontidão em compartilhar seu conhecimento;

Por fim, a toda equipe do POLO.





*“Talento é quando um atirador atinge um alvo que os outros  
não conseguem.  
Gênio é quando um atirador atinge um alvo que os outros não vêem.”*  
Arthur Schopenhauer

## Sumário

---

SUMÁRIO .....	X
ÍNDICE DE FIGURAS.....	XII
ÍNDICE DE TABELAS.....	XVI
LISTA DE SÍMBOLOS.....	XVII
RESUMO .....	XIX
ABSTRACT.....	XX
<b>1 INTRODUÇÃO .....</b>	<b>1</b>
1.1 Contexto.....	1
1.2 Motivação .....	4
1.3 Objetivo Geral.....	4
1.4 Estrutura do Trabalho.....	5
<b>2 REVISÃO BIBLIOGRÁFICA.....</b>	<b>6</b>
2.1 Introdução .....	6
2.2 Escoamentos sob Rotação em Tanques Cilíndricos.....	6
2.3 Escoamentos em Processos de Misturas .....	10
2.4 Objetivos Específicos.....	17
<b>3 MODELO MATEMÁTICO.....</b>	<b>18</b>
3.1 Introdução .....	18
3.2 Equações Governantes .....	18
3.2.1 Equação da Conservação da Massa.....	18
3.2.2 Equação da Conservação da Quantidade de Movimento.....	18
3.3 Modelação da Turbulência.....	20
3.3.1 Introdução.....	20
3.3.2 Médias de Reynolds .....	20
3.3.3 Modelos de Turbulência.....	22
3.3.4 Modelo SST.....	23
3.3.5 Função-Parede .....	26
<b>4 METODOLOGIA DA SIMULAÇÃO .....</b>	<b>28</b>
4.1 Introdução .....	28
4.2 Discretização das Equações .....	28
4.3 Funções Interpolação .....	31
4.4 Arranjo de Malha .....	33
4.5 Sistema Linear Acoplado e Solução Numérica.....	34
4.6 Sistema de Referência Rotativo .....	35
4.7 Modelo Bifásico.....	35

5	PROCEDIMENTO EXPERIMENTAL .....	38
5.1	Introdução.....	38
5.2	Bancada Experimental.....	38
5.3	Sistemas de Anemometria .....	40
5.4	Sistema de Anemometria Mini-CTA.....	41
5.4.1	Calibração de velocidade .....	43
5.5	Procedimento de Medição .....	46
5.6	Processamento dos Dados .....	48
6	RESULTADOS .....	50
6.1	Introdução.....	50
6.2	Validação da Solução Numérica .....	51
6.2.1	Testes de Refino de Malha.....	51
6.2.2	Refino de Tempo.....	59
6.2.3	Comparação com Dados Experimentais .....	60
6.3	Influência do Propulsor .....	66
6.3.1	Campo de Velocidade.....	66
6.3.2	Turbulência .....	68
6.3.3	Parâmetros Globais do Escoamento .....	75
6.4	Influência da Velocidade Angular.....	78
6.4.1	Campo de Velocidade.....	78
6.4.2	Turbulência .....	80
6.4.3	Parâmetros Globais do Escoamento .....	82
6.5	Influência do nível de líquido.....	84
6.5.1	Campo de Velocidade.....	84
6.5.2	Turbulência .....	86
6.5.3	Parâmetros Globais do Escoamento .....	86
6.5.4	Comentários finais.....	91
7	CONCLUSÕES .....	92
8	REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS .....	95
	ANEXO I (ROTINAS MATLAB).....	99
	Processar_Dados_Medicao .....	99
	Ajustar_Ciclos_e_Calcular_Desvio_Padrão .....	101
	Plotar_Contornos .....	103

## Índice de Figuras

---

Figura 1.1 - Exemplo de aplicação com escoamentos sob rotação (tanque de agitação) – (a) Dispositivo de agitação para mistura e homogeneização; (b) Misturador tipo "frame"; (c) Misturador tipo âncora; (d) Misturador tipo espiral; (e) Misturador tipo borboleta .....	1
Figura 1.2 - Exemplo de aplicação de escoamentos sob rotação (ciclone) – (a) Desenho esquemático funcional do ciclone; (b) Ciclone real.....	2
Figura 1.3 - Exemplo de aplicação com escoamentos sob rotação (lavadora de roupas) – (a) Lavadora de roupas vertical; (b) Escoamento no interior da lavadora .....	3
Figura 1.4 - Exemplo de aplicação com escoamentos sob rotação (tanque de sedimentação) – (a) Tanque de sedimentação; (b) Campo de velocidades e de concentração obtidos através de simulação numérica..	3
Figura 2.1 - Geometria do escoamento; reproduzido de Takagi <i>et al.</i> (1997).....	6
Figura 2.2 – Formação e desenvolvimento de regiões de recirculação; reproduzido de Xue <i>et al.</i> (1999) .....	8
Figura 2.3 – Curvas de Número de Reynolds Crítico – (a) fundo e topo com rotação de mesmo sentido; (b) topo e fundo girando em sentidos contrários – Reproduzido de Shen <i>et al.</i> (2006).....	9
Figura 2.4 – Estruturas randômicas no plano meridional – (1) CTAC 100ppm e (2) CTAC 200ppm – Reproduzido de Feng-Chen <i>et al.</i> (2007) .....	10
Figura 2.5 – Geometria utilizada no estudo e resultado experimental (reproduzido de Boyer <i>et al.</i> , 1997) .....	11
Figura 2.6 – Campo de $\varepsilon$ próximo às pás da turbina para $Re = 25000$ (reproduzido de Baldi <i>et al.</i> , 2004) .....	12
Figura 2.7 – Evolução da concentração normalizada no plano central do reservatório em função do número de revoluções da turbina – (a) 1, (b) 3, (c) 5, (d) 10, (e) 15 – Reproduzido de Yeoh <i>et al.</i> (2005).....	14
Figura 2.8 – Simulações realizadas por Chenxu e Sundaram (2005)....	15
Figura 2.9 – Linhas de corrente para diferentes números de Reynolds e de Oldroyd – Reproduzido de Savreux <i>et al.</i> (2007).....	16
Figura 3.1 - Valores médios e flutuações de escoamentos turbulentos .	21
Figura 4.1 – Elementos da malha e volume de controle .....	29
Figura 4.2 – Elemento de malha de profundidade unitária .....	30
Figura 4.2 – Elemento hexaédrico .....	32
Figura 5.1 – (a) Sistema de posicionamento para o sensor de velocidade; (b) reservatório e servo motor .....	38

Figura 5.2 – Desenho esquemático do domínio de medição (dimensões em cm).....	39
Figura 5.3 – Sonda DANTEC 55R13 (adaptado de DANTEC, 2008)..	42
Figura 5.4 – Diagrama do sistema de anemometria – adaptado de Morriesen (2009).....	42
Figura 5.5 – Calibrador DANTEC 90H10 .....	44
Figura 5.6 – Exemplo de curva de calibração adimensionalizada.....	44
Figura 5.7 – Ciclos de rotação aplicados ao tanque .....	46
Figura 5.8 – Posicionamento relativo tanque-traversa no início de cada aquisição.....	47
Figura 5.9 – Sinal em Volts adquirido no ponto 16.....	48
Figura 5.10 – Sinal de velocidade no ponto 16 e média móvel e auto-espectro dos sinais .....	49
Figura 5.11 – Médias dos ciclos em cada ponto de medição.....	49
Figura 6.1 – Geometria utilizada nos experimentos – (a) Reservatório real; (b) Modelo computacional .....	50
Figura 6.2 – Diferentes geometrias de propulsores analisadas – (a) 2; (b) 3 e (c) 4 lombadas .....	50
Figura 6.3 – Malha utilizada nos testes de refino .....	52
Figura 6.4 – Curva de rotação .....	53
Figura 6.5 – Refino junto às paredes e valores de $y^+$ .....	54
Figura 6.6 – Taxa de deformação volumétrica .....	56
Figura 6.7 – Taxa de deformação volumétrica adimensionalizada .....	56
Figura 6.8 – Malhas utilizadas nos testes de refino.....	58
Figura 6.9 – Análise de refino de tempo .....	59
Figura 6.10 – Comparação entre resultados de torque numéricos e experimentais para curvas de rotação de diferentes amplitudes: (a) 60 rpm; (b) 80 rpm; (c) 100 rpm .....	62
Figura 6.11 – Comparação entre velocidades obtidas numérica e experimentalmente referentes aos pontos de medição 1, 2, 3 e 4.....	63
Figura 6.12 – Comparação entre velocidades obtidas numérica e experimentalmente referentes aos pontos de medição 5, 6, 7 e 8.....	64
Figura 6.13 – Comparação entre velocidades obtidas numérica e experimentalmente referentes aos pontos de medição: (a) - 9, 10, 11 e 12 e (b) - 13, 14, 15 e 16 .....	65
Figura 6.14 – Contornos de velocidade experimentais e simulados em: (a) 0,5 s e (b) 2,6 s.....	67
Figura 6.15 – Transiente da velocidade média volumétrica para tanques com 2, 3 e 4 <i>bumps</i> .....	68

Figura 6.16 – Pontos do ciclo onde os campos das propriedades são analisados .....	69
Figura 6.17 – Transiente do campo de velocidade em para tanques com: (a) 2, (b) 3 e (c) 4 lombadas .....	71
Figura 6.18 – Energia dissipada experimental e numérica em um ciclo para tanques com propulsores de 2 bumps sobre a superfície do fundo do tanque .....	72
Figura 6.19 – Transiente da dissipação da energia cinética turbulenta para diferentes propulsores .....	72
Figura 6.20 – Transiente da energia cinética turbulenta para tanques com diferentes geometrias .....	73
Figura 6.21 – Transiente do campo de energia cinética turbulenta para tanques com propulsores com: (a) 2, (b) 3 e (c) 4 lombadas sobre a superfície inferior .....	74
Figura 6.22 – Transiente da taxa de deformação para diferentes propulsores .....	75
Figura 6.23 – Torque resistivo do escoamento para cada tipo de propulsor .....	76
Figura 6.25 – Transiente do campo de taxa de deformação para tanques com propulsores com: (a) 2, (b) 3 e (c) 4 lombadas sobre a superfície inferior.....	77
Figura 6.25 – Transiente da superfície livre com a rotação do cesto. ...	78
Figura 6.26 – Transiente do campo de velocidade para diferentes amplitudes máximas dos perfis de rotação: (a) 60 RPM, (b) 80 RPM e (c) 100 RPM.....	79
Figura 6.27 – Transiente da energia cinética turbulenta para diferentes curvas de rotação.....	80
Figura 6.28 – Transiente da dissipação da energia cinética turbulenta para diferentes curvas de rotação .....	80
Figura 6.29 – Transiente do campo de energia cinética turbulenta para diferentes amplitudes máximas dos perfis de rotação: (a) 60 RPM, (b) 80 RPM e (c) 100 RPM.....	81
Figura 6.30 – Transiente do torque resistivo do escoamento para diferentes curvas de rotação.....	82
Figura 6.31 – Transiente da taxa de deformação média para diferentes curvas de rotação.....	82
Figura 6.32 – Transiente do campo de taxa de deformação para diferentes amplitudes máximas dos perfis de rotação: (a) 60 RPM, (b) 80 RPM e (c) 100 RPM.....	83
Figura 6.33 – Níveis de líquido – (a) 52 L, (b) 62 L e (c) 72 L .....	84

Figura 6.34 – Transiente do campo de velocidade para diferentes níveis de líquido: (a) 52 L, (b) 62 L e (c) 72 L .....	85
Figura 6.35 – Transiente do campo de energia cinética turbulenta para diferentes níveis de líquido: (a) 52 L, (b) 62 L e (c) 72 L .....	87
Figura 6.36 – Transiente da energia cinética turbulenta para diferentes níveis de líquido .....	88
Figura 6.37 – Transiente da dissipação da energia cinética turbulenta para diferentes níveis de líquido.....	88
Figura 6.38 – Transiente do torque do escoamento para diferentes níveis de líquido .....	89
Figura 6.39 – Transiente da taxa de deformação média para diferentes níveis de líquido .....	89
Figura 6.40 – Transiente do campo de taxa de deformação para diferentes níveis de líquido: (a) 52 L, (b) 62 L e (c) 72 L .....	90

## Índice de Tabelas

---

Tabela 3.1 - Coeficientes do Modelo BSL $k-\omega$ .....	25
Tabela 4.1 - Valores de $\Phi$ , $\Gamma\Phi$ e $S\Phi$ .....	29
Tabela 5.1 – Especificações técnicas do MiniCTA.....	41
Tabela 6.1 – Relação das malhas utilizadas no refino junto às paredes	52
Tabela 6.2 – Condições de contorno .....	53
Tabela 6.3 – Relação das malhas utilizadas nos testes de refino.....	55



## Lista de Símbolos

---

### Símbolos Convencionais

Símbolo	Descrição	Unidades
$\bar{U}_i$	Velocidade média na direção $i$	[m/s]
$\overline{u'_i u'_j}$	Tensor de Reynolds	[m <sup>2</sup> /s <sup>2</sup> ]
$M_\alpha$	Forças atuantes na interface da fase $\alpha$	[N]
$r_\alpha$	Fração volumétrica da fase $\alpha$	[ ]
$S_{ij}$	Tensor taxa de deformação	[1/s]
$u^*$	Velocidade de fricção	[m/s]
$V_i$	Volume	[m <sup>3</sup> ]
$y^+$	Afastamento adimensional em relação à parede	[ ]
$P_k$	Produção de energia cinética turbulenta	[N/m <sup>2</sup> ]
$U_i$	Velocidade instantânea na direção $i$	[m/s]
$u'_i$	Flutuação turbulenta na direção $i$	[m/s]
$x_i$	Posição no espaço na coordenada $i$	[m]
$D$	Diâmetro	[m]
$E$	Tensão	[V]
$H$	Coefficiente de transferência de calor por convecção	[W/m <sup>2</sup> °C]
$I$	Corrente elétrica	[A]
$L$	Comprimento	[m]
$Nu$	Número de Nusselt	[ ]
$Pr$	Número de Prandtl	[ ]
$R$	Resistência elétrica	[Ohm]
$Re$	Número de Reynolds	[ ]
$y$	Distância até a parede	[m]
$T$	Tensor de Cauchy	[N/m <sup>2</sup> ]
$f$	Forças de corpo por unidade de volume	[N/m <sup>3</sup> ]
$k$	Energia cinética turbulenta	[m <sup>2</sup> /s <sup>2</sup> ]

$p$	Pressão	[N/m <sup>2</sup> ]
$r$	Raio	[m]
$t$	Tempo	[s]

### Símbolos Gregos

Símbolo	Descrição	Unidades
$\delta_{ij}$	Delta de Kronecker	[ ]
$\mu_t$	Viscosidade turbulenta	[Pa s]
$\nu_{eff}$	Viscosidade cinemática efetiva	[m <sup>2</sup> /s]
$\nu_t$	Viscosidade cinemática turbulenta	[m <sup>2</sup> /s]
$\gamma$	Taxa de deformação	[1/s]
$\varepsilon$	Dissipação da energia cinética turbulenta	[m <sup>2</sup> /s <sup>2</sup> ]
$\mu$	Viscosidade molecular	[Pa s]
$\nu$	Viscosidade cinemática	[m <sup>2</sup> /s]
$\rho$	Massa específica	[kg/m <sup>3</sup> ]
$\omega$	Frequência turbulenta	[Hz]

## Resumo

---

Escoamentos sob efeito de rotação são processos amplamente utilizados em diversos ramos da indústria, como por exemplo, a química e a petroquímica, a metalúrgica, a farmacêutica, de alimentos e até mesmo em companhias de tratamento de água. Em algumas dessas indústrias, o desenvolvimento de novos produtos e materiais comumente inclui processos de mistura, que tiram partido do movimento de rotação do fluido para reduzir não-uniformidades na composição, temperatura e outras propriedades. No entanto, a complexidade destes escoamentos, devido às geometrias complexas e aos fluidos de trabalho, os quais muitas vezes não são newtonianos, faz com que a maioria das pesquisas nessa área se destine apenas ao estabelecimento de correlações empíricas para aplicações extremamente específicas. A falta de uma compreensão física detalhada destes escoamentos torna a concepção de sistemas e produtos otimizados uma tarefa muito difícil. O presente trabalho considera a simulação numérica do escoamento turbulento no interior de um reservatório cilíndrico, em rotação com alternância de sentido de movimento e com um perfil de seção triangular posicionado no fundo do reservatório. Resultados experimentais são também obtidos para complementar o estudo e para validar o modelo numérico. Os principais fenômenos físicos envolvidos são analisados, sendo dado destaque à influência de parâmetros de operação (geometria, velocidade de rotação e nível de líquido) sobre algumas variáveis importantes para a análise da qualidade do processo de mistura, tais como campo de velocidade, energia cinética turbulenta, taxa de deformação e torque resistivo. Observa-se que o reservatório com quatro ressaltos na superfície do fundo é o que sustenta as maiores magnitudes de velocidade no escoamento. Já a geometria com dois perfis triangulares no fundo é a que proporciona maiores níveis de turbulência e ao mesmo tempo a que demanda menos torque do motor. Além disso, comprova-se que um aumento na velocidade de rotação provoca aumentos na velocidade, turbulência, taxa de deformação e também no torque necessário para induzir o escoamento. Finalmente, demonstra-se a existência de um nível ótimo de líquido para o processo de mistura.

**Palavras-chave:** Escoamentos sob rotação. Processos de mistura. Turbulência.

## Abstract

---

Cylindrical reservoirs under rotary motion are widely used in several industries, such as chemical and petrochemical, metallurgical, pharmaceutical, food and even for wastewater treatment. In some of these technological areas, the development of new products and materials commonly comprises mixing processes, which take advantage of rotary motion to reduce non-uniformities in terms of composition, temperature and other properties. However, the complexity of the resulting flow field implies that most of the research related to this area is only intended to the establishment of empirical correlations for specific applications. In fact, the lack of a detailed physical understanding of these flows turns the design of optimal systems and products into a very difficult task. This paper presents the results of numerical simulations of turbulent flow in a cylindrical container under alternating rotary motion, with a triangular propeller attached to the bottom surface. Experimental results are also obtained to supplement the study and to validate the numerical model. The main physical phenomena involved are analyzed, with reference to the influence of operating variables (geometry, rotation speed and level of liquid) upon important parameters of the mixing processes, such as flow velocity field, turbulence kinetic energy, flow shear strain and resistive torque. It is observed that the reservoir with four bumps on the bottom surface generates the greatest flow velocities. Although the geometry with two bumps provides the highest turbulence levels, it is found to return the lowest resistive torque. Moreover, it is confirmed that higher angular speeds increase flow velocity, turbulence, shear rate and also the required torque to induce the flow. Finally, the present study shows that there exists an optimal fluid level for the mixing process.

**Keywords:** Rotating flows. Mixing processes. Turbulence.

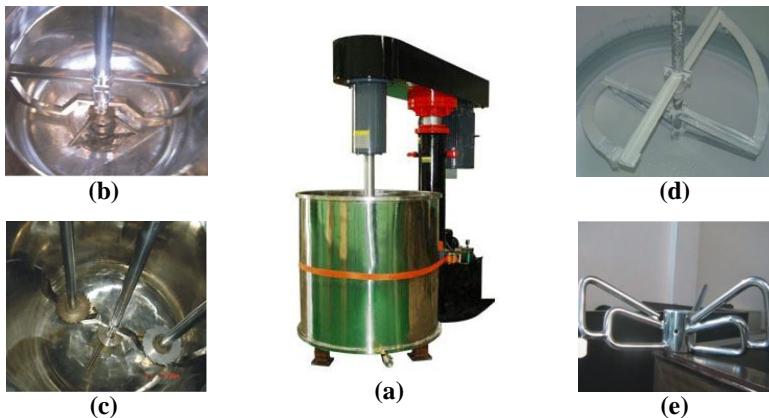
# 1 Introdução

---

## 1.1 Contexto

Escoamentos sob efeitos de rotação são largamente explorados pela indústria em seus diversos segmentos, como por exemplo: indústria química, petroquímica, farmacêutica, alimentícia, metalúrgica, bem como por companhias de tratamento da água.

Talvez uma das aplicações mais corriqueiras dos escoamentos rotativos na atualidade sejam os tanques de agitação, os quais são muito utilizados na indústria química, de fármacos e de alimentos. Estes tanques são utilizados, sobretudo, para promover misturas e homogeneização de substâncias e também para acelerar e otimizar reações químicas adicionando energia cinética à mistura. A Figura 1.1 mostra um desses tanques e diferentes modelos de propulsores.

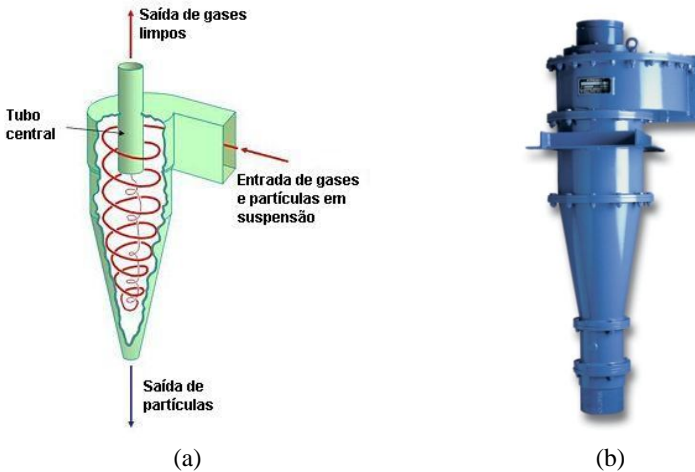


**Figura 1.1 - Exemplo de aplicação com escoamentos sob rotação (tanque de agitação) – (a) Dispositivo de agitação para mistura e homogeneização; (b) Misturador tipo "frame"; (c) Misturador tipo âncora; (d) Misturador tipo espiral; (e) Misturador tipo borboleta**

Os escoamentos sob efeito de rotação também estão presentes na indústria do petróleo, principalmente no tratamento da água extraída dos poços juntamente com os hidrocarbonetos, neste caso a água e o óleo são separados devido a sua diferença de densidade.

Outro processo que também tira vantagem da diferença de densidade das substâncias e do escoamento rotacional é a separação por ciclone. Este método consiste na remoção de partículas de um meio gasoso ou líquido sem o uso de filtros. Neste tipo de aplicação, um

escoamento rotativo de velocidade relativamente alta é estabelecido dentro de um reservatório cilíndrico ou cônico, o ar flui seguindo um padrão espiral do topo até o fundo afunilado do reservatório e depois sai do reservatório seguindo uma trajetória retilínea pelo centro do reservatório, conforme pode ser visto na Figura 1.2. A inércia das partículas de maior densidade no escoamento rotacional não permite que elas acompanhem o fluxo ascendente do fluido, fazendo com que elas caiam no fundo do reservatório e, então, sendo removidas do escoamento.



**Figura 1.2 - Exemplo de aplicação de escoamentos sob rotação (ciclone) – (a) Desenho esquemático funcional do ciclone; (b) Ciclone real**

Ciclones de grandes dimensões são utilizados em serrarias para extrair a poeira do ambiente. Comumente, ciclones também são encontrados em refinarias de petróleo para separar óleo e gases e também na indústria de cimento.

A aplicação dos escoamentos sob efeito de rotação mais presente no dia-a-dia das pessoas são as máquinas de lavar roupas, que podem ser verticais, conforme ilustrado na Figura 1.3, ou horizontais. Através do movimento de rotação dos agitadores centrais, ou, em alguns modelos, do próprio cesto, as lavadoras causam a agitação do fluido no seu interior. Este nível de agitação, assim como outras propriedades do escoamento, determina a qualidade do processo de lavagem de roupas. Embora possa parecer uma aplicação trivial, deve ser ressaltado que o processo de lavagem é um fenômeno físico extremamente complexo. De fato, a lavagem de roupas consiste em um escoamento turbulento e

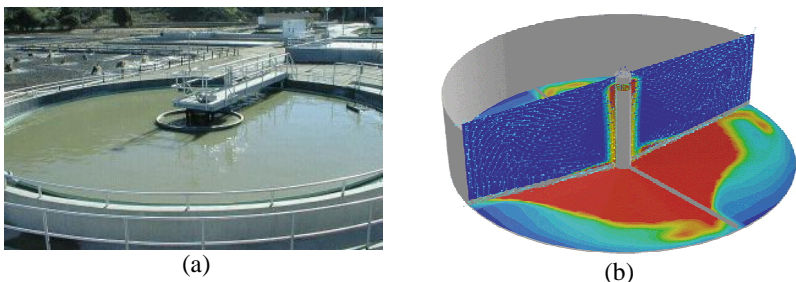
multifásico sob efeito de rotação. Há ainda a interação fluido-estrutura devido ao contato das roupas com o banho de lavação e também reações químicas pela presença de sabão e amaciante.

Nas estações de tratamento de água também podem ser encontrados escoamentos sob rotação, como, por exemplo, em tanques de sedimentação para a remoção de impurezas (Figura 1.4).

Como se pode perceber pelos exemplos de aplicações citados anteriormente, embora cada um com suas peculiaridades, a qualidade e a eficiência do processo dependerão de certas características do escoamento, tais como o campo de velocidade, a intensidade da turbulência, a taxa de deformação do escoamento.



**Figura 1.3 - Exemplo de aplicação com escoamentos sob rotação (lavadora de roupas) – (a) Lavadora de roupas vertical; (b) Escoamento no interior da lavadora**



**Figura 1.4 - Exemplo de aplicação com escoamentos sob rotação (tanque de sedimentação) – (a) Tanque de sedimentação; (b) Campo de velocidades e de concentração obtidos através de simulação numérica**

## 1.2 Motivação

Como já exposto, a fabricação e o desenvolvimento de novos materiais e produtos comumente envolvem processos de agitação e de mistura, empregados, principalmente, para reduzir não-uniformidades de propriedades, tais como composição e temperatura. A grande maioria das pesquisas nesses processos é direcionada ao estabelecimento de correlações empíricas para a qualidade da mistura em função dos diversos parâmetros geométricos e de operação do equipamento/misturador. A razão disto se deve à dificuldade da caracterização geométrica do escoamento no interior de misturadores, reatores ou lavadoras, assim como pelo tipo de fluido de trabalho que muitas vezes pode ser do tipo não-newtoniano.

A falta de uma compreensão física detalhada desses escoamentos torna difícil o projeto otimizado dos equipamentos, destinado à maximização da eficiência do processo de mistura e à redução de custos de fabricação.

Toda esta escassez de informação, aliada à elevada complexidade destes escoamentos, dificulta bastante a modelação do processo e limita a capacidade de se avaliar, controlar e aperfeiçoar a qualidade destes processos. Diante disto, a alternativa de análise geralmente adotada é a realização de investigações experimentais adequadas a cada processo, as quais são dispendiosas e demoradas.

De acordo com levantamentos de Harnby (1992) e Alvarez (2002) *apud* Lackey (2004), os Estados Unidos da América desperdiçam 10 bilhões de dólares por ano com processos ineficientes de mistura. Neste contexto, o desenvolvimento de novos equipamentos mais eficientes depende da capacidade de se avaliar a qualidade dos processos. Por isto a indústria está em constante busca por novas tecnologias e métodos de análise que possibilitem a criação de novos produtos com a utilização da menor quantidade possível de recursos.

## 1.3 Objetivo Geral

O presente trabalho considera a investigação de escoamentos turbulentos em reservatórios cilíndricos, sob o efeito de rotação induzida pela ação de um propulsor, comumente encontrados em misturadores industriais. A rotação simultânea do tanque e do propulsor a ele acoplado apresenta algumas vantagens, tais como maior simplicidade construtiva, menos problemas com vazamentos de fluido e menor custo.

Busca-se com esta análise o entendimento dos principais mecanismos físicos que afetam o fenômeno.



Os objetivos específicos do trabalho são apresentados ao final do capítulo 2, destinado à revisão bibliográfica, de forma a uma melhor apreciação da contribuição deste trabalho.

#### **1.4 Estrutura do Trabalho**

Em seqüência à presente introdução, o capítulo 2 apresenta uma revisão bibliográfica de diversos trabalhos sobre escoamentos sob efeito de rotação em diferentes tipos de aplicações. No capítulo 3, é descrito o modelo matemático utilizado na modelação dos mecanismos físicos envolvidos nos escoamentos contidos neste trabalho e no capítulo 4 apresenta-se a metodologia numérica empregada na solução desses modelos. Em seguida, no capítulo 5, são fornecidas informações detalhadas sobre o aparato e o procedimento adotados para a obtenção de dados experimentais para a validação dos resultados obtidos numericamente. No capítulo 6, referente aos resultados, analisa-se a influência de diversos parâmetros sobre as variáveis de maior relevância do escoamento. Finalmente, no capítulo 7, recapitulam-se os principais aspectos e contribuições do trabalho, apresentando-se também uma síntese das conclusões mais importantes e sugestões para trabalhos futuros.

## 2 Revisão Bibliográfica

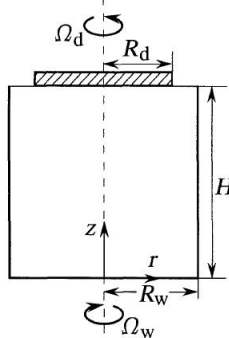
### 2.1 Introdução

Como dito anteriormente, os escoamentos sob efeito de rotação estão presentes em uma série de aplicações industriais e até mesmo no cotidiano das pessoas. Para cada tipo de aplicação a rotação do escoamento pode ter uma ação diferente, seja aumentando a eficiência de processos de mistura, aumentando a transferência de calor, ou, no caso de ciclones e hidrociclones, separando fases mais pesadas das mais leves, através do efeito da força centrípeta.

A seguir, apresenta-se uma revisão bibliográfica com os trabalhos de maior relevância encontrados na literatura dentro do escopo da presente dissertação. Inicialmente serão apresentados estudos sobre escoamentos confinados em cilindros e, na seqüência, alguns trabalhos com aplicações mais diretas em processos de mistura.

### 2.2 Escoamentos sob Rotação em Tanques Cilíndricos

Takaji *et al.* (1997) analisaram numericamente o campo de velocidade do escoamento confinado em um reservatório cilíndrico, que podia ser induzido pela rotação do próprio tanque, pela rotação de sua tampa ou por ambos e em qualquer sentido. Através de simulações, os autores previram os efeitos do sentido e da magnitude da rotação, tanto do cilindro quanto da tampa, no campo de velocidade.



**Figura 2.1 - Geometria do escoamento; reproduzido de Takagi *et al.* (1997)**

A figura 2.1 mostra esquematicamente a geometria do escoamento em estudo, onde  $H$  é a altura do reservatório e  $R_w$  e  $R_d$  são, respectivamente, os raios do tanque e da tampa. Verificou-se uma boa concordância entre resultados numéricos e dados experimentais. Para a situação de tanque estacionário e tampa rotativa, Takaji *et al.* (1997) observaram a formação de duas zonas de recirculação estacionária,

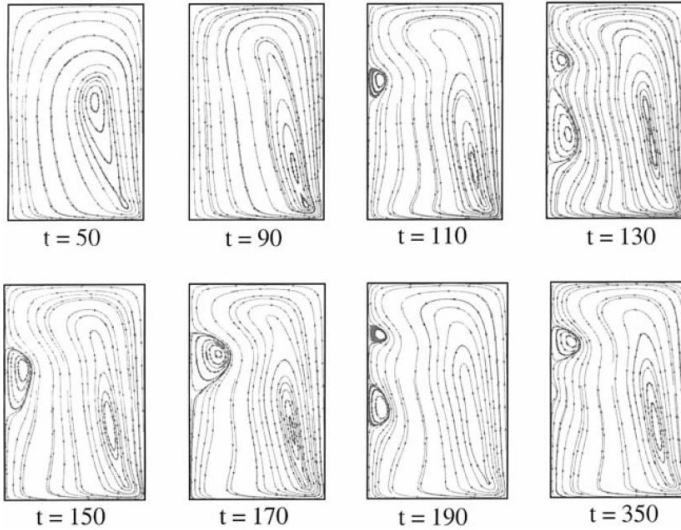
ambas no fundo do reservatório, sendo uma no centro e outra na extremidade. Adicionalmente, verificaram a independência do escoamento em relação à altura do reservatório  $z$ .

Em uma linha de estudo semelhante, Chang e Jae (1999) simularam o escoamento de um fluido newtoniano em um tanque cilíndrico estático com uma tampa rotativa, demonstrando como a vorticidade influencia na ocorrência de regiões de recirculação estacionária. Mais tarde, em uma complementação a este trabalho, Chang *et al.* (2001) estudaram o caso de um escoamento confinado em um reservatório cilíndrico gerado também pela rotação da superfície superior do tanque. Neste último trabalho é avaliado também o efeito da variação da densidade do fluido em função da temperatura. Os resultados indicaram que o campo de velocidade dos escoamentos avaliados é altamente influenciado pelo fator de inversão de densidade  $\gamma$ , conforme dado pela Eq. (2.1).

$$\gamma = \frac{(T_m - T_b)}{(T_t - T_b)} \quad (2.1)$$

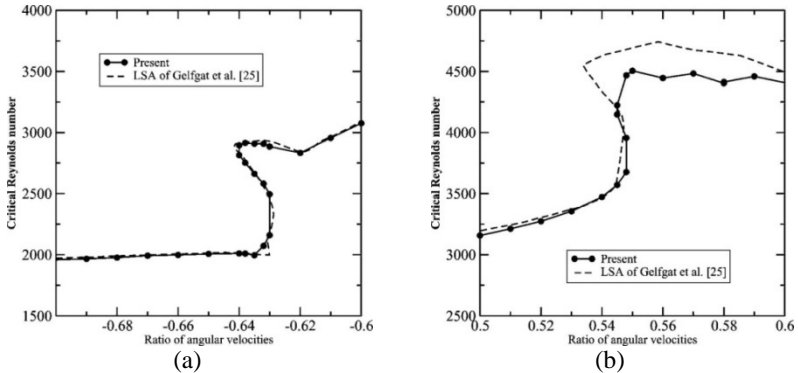
onde  $T_b$  é a temperatura no fundo do reservatório,  $T_t$  é a temperatura no topo do tanque e  $T_m$  é a temperatura que proporciona a máxima densidade ao fluido.

Xue *et al.* (1999) reproduziram numericamente, em regime permanente e transiente, o escoamento de fluido confinado em um tanque cilíndrico estacionário induzido pela rotação da superfície do fundo do reservatório. As simulações foram realizadas sem a utilização da hipótese de simetria axial. Os fluidos considerados pelos autores foram tanto do tipo newtoniano quanto não-newtoniano. Comparando-se os resultados numéricos com os dados experimentais, os autores observaram uma excelente concordância para ambos os tipos de fluido. Xue *et al.* (1999) descreveram também o processo transiente de formação e desenvolvimento de regiões de recirculação estacionária, de acordo com a Figura 2.2.



**Figura 2.2 – Formação e desenvolvimento de regiões de recirculação; reproduzido de Xue *et al.* (1999)**

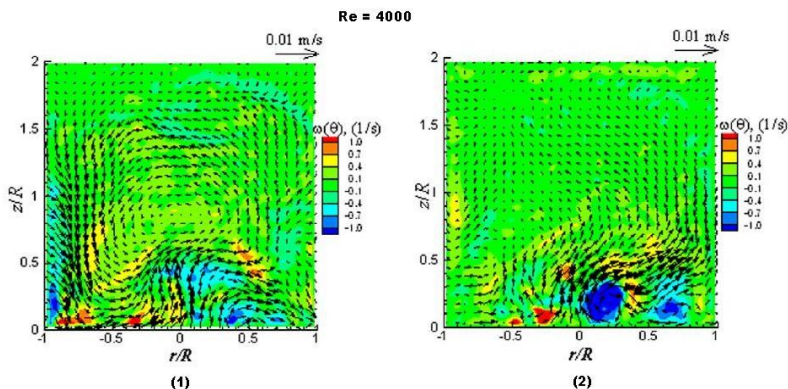
Shen *et al.* (2006) utilizaram o método dos volumes finitos para estudar o escoamento em um reservatório cilíndrico mantido pela rotação das superfícies do fundo e do topo. O intuito foi analisar a estabilidade em regime permanente, bem como a ordem de grandeza das instabilidades oscilatórias destes escoamentos. Resultados foram obtidos para geometrias com razão de aspecto, altura/diâmetro, de 1,5 e comparados com outros disponíveis na literatura obtidos através do método espectral de Galerkin. Os resultados obtidos através do método dos volumes finitos confirmaram os da análise de estabilidade linear prevendo a formação de uma forma em S na curva de número de Reynolds crítico, conforme apresentado na Figura 2.3.



**Figura 2.3 – Curvas de Número de Reynolds Crítico – (a) fundo e topo com rotação de mesmo sentido; (b) topo e fundo girando em sentidos contrários – Reproduzido de Shen *et al.* (2006)**

Com o intuito de chegar a um nível de melhor compreensão dos fenômenos físicos envolvidos em hidrociclones, Doby *et al.* (2007) construíram um aparato experimental composto por um tanque cilíndrico fechado por uma tampa que podia ser colocada em rotação, induzindo, desta forma, um escoamento rotacional no interior do tanque, o qual foi capaz de reproduzir alguns efeitos também presentes em hidrociclones. Os autores resolveram o escoamento numericamente, obtendo uma boa concordância entre os resultados e os dados experimentais, exceto na região próxima às paredes do reservatório, devido a um tratamento não adequado para a descrição do efeito da parede.

Feng-Chen *et al.* (2007) realizaram um estudo experimental sobre a quebra da simetria do escoamento em um reservatório cilíndrico induzido pela rotação constante de seu fundo, com a presença de superfície livre. Os fluidos de interesse deste estudo foram do tipo newtoniano (água) e não-newtoniano (soluções de CTAC e NaSaI a 30, 100 e 200 ppm) viscoelásticos. Medições através de velocimetria por imagem de partícula (PIV) para as soluções de 100 e 200 ppm de CTAC, relativamente mais viscosas, revelaram que o escoamento não alcança o regime permanente sob as condições de teste avaliadas, ou seja, números de Reynolds entre 750 e 4000. Nenhuma estrutura organizada de vórtices foi observada como no caso da água.



**Figura 2.4 – Estruturas randômicas no plano meridional – (1) CTAC 100ppm e (2) CTAC 200ppm – Reproduzido de Feng-Chen *et al.* (2007)**

A razão principal do interesse por escoamentos confinados em cilindros é o fato de os mesmos serem de fácil reprodução experimental e fornecerem informações importantes sobre os mecanismos físicos em processos com escoamentos sob efeito de rotação. Uma avaliação mais completa sobre escoamentos confinados em reservatórios cilíndricos pode ser encontrada em Lackey (2004), com uma descrição detalhada de mecanismos físicos como, por exemplo, o desenvolvimento do “*vortex breakdown bubbles*”, aqui denominadas regiões de recirculação estacionária.

### 2.3 Escoamentos em Processos de Misturas

Como já destacado anteriormente, a maior aplicação industrial dos escoamentos sob efeitos de rotação está nos processos de mistura. Na seqüência são citados alguns trabalhos com aplicação relacionada a este segmento específico da indústria, que fornecem uma visão geral sobre os avanços que vêm sendo feitos.

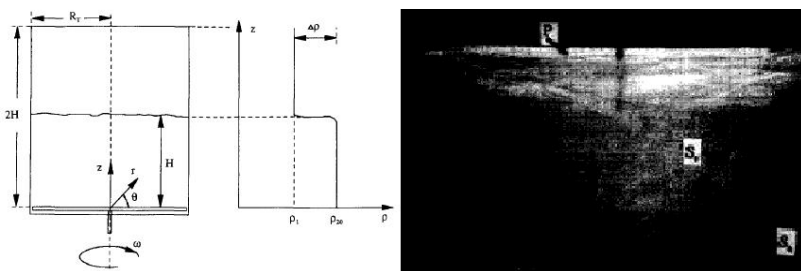
Xuereb e Bertrand (1996) resolveram o escoamento com rotação em um reator cilíndrico com 4 aletas distribuídas em suas paredes laterais, gerado por um propulsor central composto por três lâminas. O reator foi preenchido por um fluido não-newtoniano cuja viscosidade é função do tempo, representando assim adequadamente reações de polimerização. O código computacional FLUENT foi utilizado na resolução das equações hidrodinâmicas, as propriedades reológicas do fluido foram modeladas com a utilização do modelo *power-law* (lei de potência) e a turbulência descrita com o modelo k-ε. Xuereb e Bertrand (1996) concluíram que os padrões de escoamento são bastante diferentes

dependendo do regime, se laminar ou turbulento. No caso de escoamento laminar, há o aparecimento de zonas de estagnação, nas quais o processo de mistura é prejudicado. A potência dissipada foi calculada através da integração da dissipação da energia cinética da turbulência,  $\epsilon$ , no volume do reservatório e apresentou boa concordância com dados os experimentais.

Boyer *et al.* (1997) realizaram experimentos com o objetivo de avaliar o processo de mistura entre dois fluidos inicialmente separados por sua diferença de densidade em um tanque cilíndrico, mediante a presença de um disco girando com velocidade angular constante no fundo do reservatório. Os resultados mostraram que, para números de Reynolds suficientemente elevados, o padrão do escoamento e o mecanismo da mistura dependem apenas do número de Richardson, descrito pela Eq. (2.2).

$$Ri = \frac{g'H}{(\omega R_T)^2} \quad (2.2)$$

onde  $g'$  é a gravidade reduzida,  $H$  o nível do fluido mais denso,  $\omega$  a rotação do disco no fundo do reservatório e  $R_T$  é o raio do tanque.

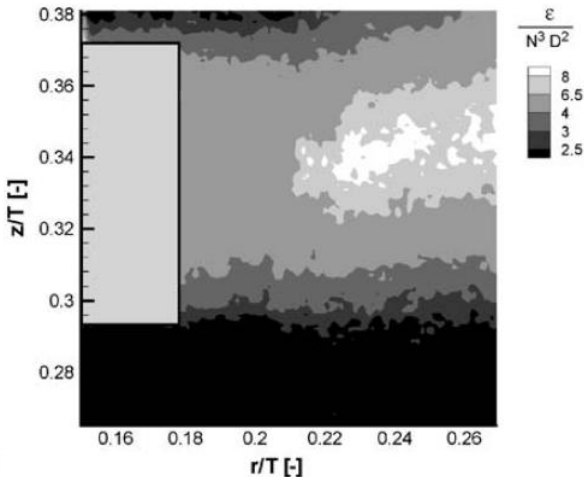


**Figura 2.5 – Geometria utilizada no estudo e resultado experimental (reproduzido de Boyer *et al.*, 1997)**

Aubin *et al.* (2004) analisaram numericamente o efeito de parâmetros de modelação nas seguintes propriedades do escoamento: velocidade média, energia cinética turbulenta, e também em grandezas globais como o número de circulação e o número de potência. A análise foi realizada para um misturador cilíndrico com quatro aletas distribuídas a 90° umas das outras e um propulsor de 6 pás inclinadas a 45°, considerando a água como fluido de trabalho. Os resultados foram validados através de dados experimentais obtidos com um sistema de velocimetria por laser Doppler (LDV), indicando que os esquemas de discretização de primeira ordem tendem a subestimar consideravelmente a energia cinética turbulenta. Aubin *et al.* (2004) restringiram a análise

aos modelos de turbulência  $k-\varepsilon$  e RNG  $k-\varepsilon$ , os quais produziram resultados bastante semelhantes tanto para as velocidade médias quanto para a energia cinética turbulenta. Os números de potência apresentaram boa concordância com os dados experimentais, mas os números de circulação calculados apresentaram valores superestimados.

Tendo em vista que valores confiáveis da dissipação da energia turbulenta,  $\varepsilon$ , são de suma importância para a otimização de processos de mistura, Baldi e Yianneskis (2004) desenvolveram uma estratégia de obtenção experimental destes valores através da medição de grandezas turbulentas. Este estudo foi concebido em tanque cilíndrico com uma turbina do tipo Rushton de seis pás e as medições realizadas com a utilização da técnica de PIV bi e tridimensional. Os resultados foram comparados com diversos outros disponíveis na literatura e se mostraram bastante similares.



**Figura 2.6 – Campo de  $\varepsilon$  próximo às pás da turbina para  $Re = 25000$  (reproduzido de Baldi *et al.*, 2004)**

Estudos sobre a acurácia dos resultados de dissipação da energia cinética turbulenta são escassos na literatura. Segundo investigação feita por Baldi *et al.* (2004), simulações numéricas realizadas com a aplicação de modelos de turbulência baseados em médias de Reynolds costumam subestimar os valores totais de  $\varepsilon$  em até 50%, enquanto que a utilização da técnica de simulação de grandes escalas (LES) fornece maior acurácia, embora superestimando esses valores em até 15%.

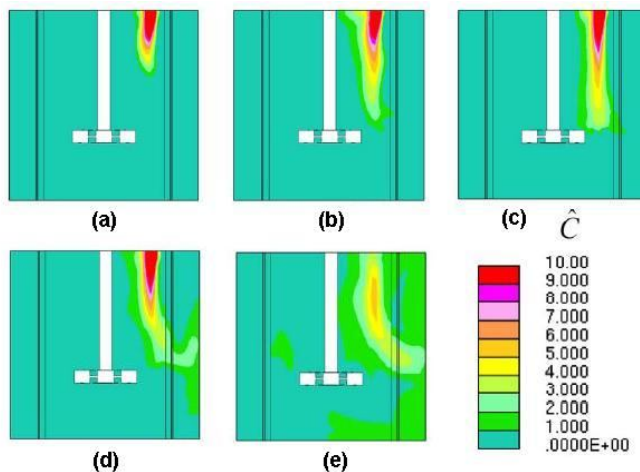
Montante *et al.* (2005) realizaram um estudo comparativo com o intuito de identificar as potencialidades dos códigos comerciais de



mecânica dos fluidos computacional CFX e Fluent na predição do tempo de mistura através de curvas de homogeneização. Costuma-se definir o tempo de mistura como o tempo necessário ao processo para atingir 95% de homogeneidade. O objeto do estudo foi o escoamento de fluidos newtonianos e não-newtonianos em dois tanques cilíndricos de diferentes dimensões, agitados por turbinas de pás inclinadas. Para a verificação dos resultados foram realizadas medições com três fluidos: água, solução aquosa de polivinilpirrolidona (reologia newtoniana) e uma solução pseudo-plástica de Carbomer™.

Nas simulações realizadas por Montante *et al.* (2005), o fenômeno da turbulência foi tratado através do modelo RNG k- $\epsilon$ . Um ponto crítico na modelação deste tipo de processo, de acordo com os autores, é a escolha do número de Schmidt turbulento,  $\sigma_t$ . Este último é utilizado como fator de ajuste devido às incertezas na predição da viscosidade turbulenta,  $\mu_t$ , que determina a parcela do mecanismo de dispersão do substrato no soluto devido à turbulência. Os resultados numéricos apresentaram valores muito semelhantes aos experimentais para todos os fluidos avaliados. Por outro lado, os resultados mostraram-se extremamente dependentes do número de Schmidt turbulento, enquanto que outros parâmetros de simulação, tais como o esquema de discretização e a localização dos pontos de injeção, mostraram-se insignificantes.

Em um trabalho semelhante, Yeoh *et al.* (2005) investigaram numericamente, através da simulação de grandes escalas (LES), o tempo de mistura também em um reservatório cilíndrico, mas desta vez agitado por um propulsor do tipo Rushton. Os resultados obtidos foram satisfatórios, apresentando uma diferença máxima de 18% em relação aos dados disponíveis na literatura. Os autores conseguiram prever não somente o tempo de mistura, mas também zonas de estagnação e não-homogeneidades de mistura. A Figura 2.7 mostra a dispersão do soluto em função do número de rotações da turbina.



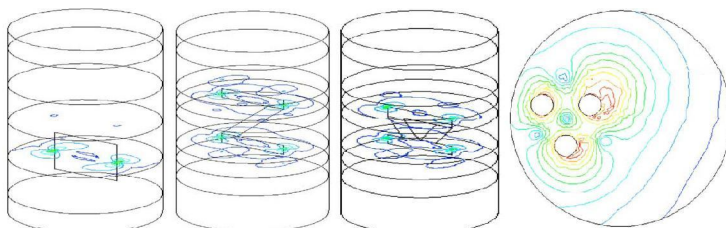
**Figura 2.7 – Evolução da concentração normalizada no plano central do reservatório em função do número de revoluções da turbina – (a) 1, (b) 3, (c) 5, (d) 10, (e) 15 – Reproduzido de Yeoh *et al.* (2005)**

Alliet-Gaubert *et al.* (2006) analisaram numericamente o escoamento em agitadores industriais de múltiplos estágios, utilizados primeiramente para resfriar resinas altamente viscosas, como epóxi ou poliéster e, em um segundo momento, na emulsificação indireta (processo de inversão de fase). O objetivo do estudo foi verificar se o escoamento em tanques com configurações geométricas diferentes proporciona boa distribuição da energia e uma mistura eficiente. Os escoamentos foram comparados em termos de potência dissipada, número de escoamento axial (*axial flow number*), circulação e linhas de trajetória. A potência dissipada, dada pela integração da dissipação turbulenta no volume, dá uma idéia da energia necessária ao processo. O número de escoamento axial identifica a influência da geometria na eficiência dos estágios do agitador. Os perfis de velocidade são utilizados para a verificação da consistência da solução numérica. Por fim, o mapeamento de partículas é empregado para facilitar o entendimento do comportamento tridimensional do escoamento, mais especificamente para indicar se os estágios estão concatenados entre si. Todas estas variáveis juntas compõem uma ótima ferramenta de avaliação da eficiência do processo de mistura.

Visando adquirir conhecimentos a serem utilizados na otimização de processos industriais de mistura, Dular *et al.* (2006) simularam o escoamento de um fluido não newtoniano, gerado por um propulsor de

seis lâminas planas em um tanque cilíndrico. Os principais objetivos foram a determinação da forma do vórtice sob a lâmina e da superfície livre entre a mistura e o ar, assim como o campo de velocidades. Os resultados numéricos do modelo foram comparados com dados experimentais obtidos através de LDV, apresentando boa concordância, mas com as velocidades tangenciais apresentando valores inferiores aos medidos. O vórtice sobre a lâmina observado no experimento também foi detectado numericamente, bem como o formato da interface ar-mistura. Finalmente, os valores calculados de torque foram menores que os observados experimentalmente.

Recentemente, Chenxu e Sundaram (2005) e Kumaresan e Jyeshtharaj (2006) avaliaram numericamente a eficiência do processo de mistura em reservatórios cilíndricos de acordo com o padrão do escoamento resultante. Com este objetivo, Chenxu *et al.* (2005) estudaram quatro tipos diferentes de misturadores, para avaliar qual configuração seria a mais eficiente: uma lâmina retangular, uma lâmina em Z, duas lâminas em Z e três pinos rotativos, de acordo com a Figura 2.8.



**Figura 2.8 – Simulações realizadas por Chenxu e Sundaram (2005)**

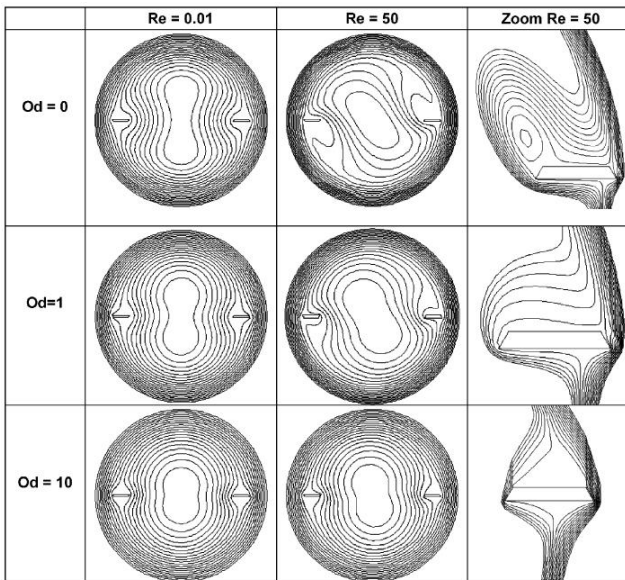
Por outro lado, Kumaresan e Jyeshtharaj (2006) investigaram a influência da geometria de diversos tipos de pás na eficiência dos misturadores, avaliando-as em termos da velocidade média do escoamento, energia cinética turbulenta, dissipação máxima de energia cinética turbulenta, taxa de deformação média e tensões normais de Reynolds.

A taxa de deformação média afeta a viscosidade aparente de fluidos não-newtonianos, assim como a qualidade da mistura e o fenômeno de transferência de massa. Como esta não é uma grandeza fácil de caracterizar, Pérez *et al.* (2006) realizaram uma análise teórica e estabeleceram uma relação entre a velocidade angular do propulsor e a taxa de deformação média do fluido no reservatório. A correlação se mostrou válida para escoamentos laminares e turbulentos, tanto para fluidos newtonianos quanto para fluidos não newtonianos,

Savreux *et al.* (2007) analisaram numericamente o escoamento em um tanque cilíndrico para a mistura de fluidos viscoplásticos. O objetivo principal foi mostrar os efeitos de plasticidade desses fluidos que ocasionalmente geram zonas rígidas, prejudicando o processo de mistura e aumentando o consumo de energia. Em suas análises bidimensionais, os autores avaliaram a qualidade do processo de mistura através do registro das trajetórias de partículas. A Figura 2.9 mostra algumas linhas de corrente obtidas na simulação em função de diferentes números de Reynolds e de Oldroyd. Este último é uma medida da viscoelasticidade do fluido não-newtoniano, sendo definido por:

$$Od = \frac{\tau_0}{K \left( 2\pi\omega \frac{R_l}{l} \right)^2} \quad (2.3)$$

onde  $\tau_0$  é a tensão necessária para deformar o fluido,  $K$  é o índice de consistência do fluido,  $\omega$  é a velocidade angular do propulsor,  $R_l$  é a a distância entre o centro e o propulsor e  $l$  é a largura deste último.



**Figura 2.9 – Linhas de corrente para diferentes números de Reynolds e de Oldroyd – Reproduzido de Savreux *et al.* (2007)**

## 2.4 Objetivos Específicos

Com base nas informações obtidas na revisão bibliográfica, fica clara a existência de algumas lacunas no entendimento dos principais fenômenos físicos envolvidos nos escoamentos sob rotação e, conseqüentemente, em suas principais aplicações.

Em se tratando de processos de mistura, o fator determinante para o elevado número de pesquisas realizadas e em andamento é a busca por parâmetros mais eficazes para a caracterização do desempenho dos processos. Dentre estes parâmetros estão a identificação de zonas mortas, onde a mistura é prejudicada, a energia cinética turbulenta,  $k$ , e a dissipação da energia cinética turbulenta,  $\varepsilon$ . Outro parâmetro que se acredita ter uma influência significativa na eficiência do processo de mistura é a taxa de deformação, pois além de dar uma idéia do cisalhamento entre as camadas de fluido, também está presente no termo de produção da turbulência, conforme destacado no primeiro termo do lado direito da Eq. (2.4). Sendo assim, a taxa de deformação atua no sentido de aumentar a turbulência do escoamento.

$$\frac{\partial \left( \frac{1}{2} \overline{q^2} \right)}{\partial t} = -\overline{u_i u_j} \left[ \frac{\partial \overline{U_i}}{\partial x_j} \right] - \overline{\varepsilon} \quad (2.4)$$

$$- \frac{\partial}{\partial x_j} \left\{ \frac{1}{2} \overline{q^2} \overline{U_j} - \overline{u_j \left( \frac{1}{2} q^2 + \frac{p}{\rho} \right)} \right.$$

$$\left. - \nu u_i \left( \frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right) \right\}$$

A obtenção de uma melhor compreensão dos principais mecanismos físicos que afetam estes fenômenos é a principal meta deste trabalho, a qual se pretende atingir através do atendimento dos seguintes objetivos específicos:

- i) Análise numérica do escoamento turbulento em misturadores nos quais o propulsor é acoplado ao fundo do reservatório.
- ii) Obtenção de dados experimentais para esta configuração de misturador em diferentes condições de operação.
- iii) Investigação da modelação de turbulência mais adequada para descrever o escoamento turbulento sob a ação de rotação alternada.
- iv) Determinação da influência de parâmetros de operação, tais como altura de líquido, amplitude da rotação e geometria do propulsor, sobre o escoamento.

### 3 Modelo Matemático

---

#### 3.1 Introdução

Este capítulo contém as equações fundamentais utilizadas para a descrição matemática dos fenômenos físicos envolvidos em escoamentos sob ação de rotação. Primeiramente são apresentadas as equações de conservação da massa e da quantidade de movimento e as hipóteses assumidas para as suas formulações. Posteriormente é introduzido o conceito de turbulência, seguido das equações Reynolds e de uma descrição do modelo de turbulência SST.

#### 3.2 Equações Governantes

##### 3.2.1 Equação da Conservação da Massa

De acordo com a lei da conservação da massa para volumes de controle, a diferença entre a massa que sai e a massa que entra em um volume de controle corresponde à variação da massa no interior deste mesmo volume. Isto pode ser expresso matematicamente pela seguinte equação:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_i} (\rho U_i) = 0 \quad (3.1)$$

onde  $\rho$  é a massa específica e  $U_i$  é a componente de velocidade na direção  $i$  do sistema de coordenadas. As variáveis  $t$  e  $x_i$  representam as coordenadas temporais e espaciais, respectivamente, sendo que o índice  $i$  pode variar de 1 a 3 para um sistema de coordenadas tridimensional. Assumindo-se a hipótese de fluido incompressível, a variação da densidade torna-se igual a zero e a Eq. (3.1) pode ser simplificada expressa por:

$$\frac{\partial U_i}{\partial x_i} = 0 \quad (3.2)$$

##### 3.2.2 Equação da Conservação da Quantidade de Movimento

A taxa de variação da quantidade de movimento linear de uma porção de fluido é igual à resultante das forças que agem sobre o fluido. Esta relação pode ser escrita da seguinte forma:

$$\frac{\partial}{\partial t} (\rho U_i) + \frac{\partial}{\partial x_j} (\rho U_i U_j) = \frac{\partial T_{ij}}{\partial x_j} + \rho f_i \quad (3.3)$$

onde  $f_i$  representa as forças de corpo por unidade de volume e  $T_{ij}$  o tensor de Cauchy, o qual pode ser decomposto em duas parcelas:

$$T_{ij} = -p\delta_{ij} + \tau_{ij} \quad (3.4)$$

uma referente à pressão e outra devido às tensões viscosas. A esta última dá-se o nome de tensor tensão viscosa. O símbolo  $\delta_{ij}$  na Eq. (3.4) é o delta de Kronecker, definido como:

$$\delta_{ij} = \begin{cases} 1 & \text{para } i = j \\ 0 & \text{para } i \neq j \end{cases} \quad (3.5)$$

Papanastasiou *et al.* (2000), didaticamente subdividem o tensor tensão da seguinte forma, tornando mais fácil a sua compreensão:

$$T_{ij} = -p_H\delta_{ij} - p_E\delta_{ij} + \tau_{ij}^N + \tau_{ij}^{SH} \quad (3.6)$$

$$\begin{aligned} [Tens\tilde{a}o] \\ [Total] \end{aligned} = \begin{bmatrix} Tens\tilde{a}o \\ Normal \\ Hidroest\tilde{a}tica \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} Tens\tilde{a}o \\ Normal \\ Extra \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} Tens\tilde{a}o \\ Normal \\ Viscosa \end{bmatrix} \\ + \begin{bmatrix} Tens\tilde{a}o \\ de Cisalhamento \\ Viscosa \end{bmatrix}$$

Para um fluido Newtoniano, pode-se afirmar que:

$$T_{ij} = -p\delta_{ij} + \mu \left( \frac{\partial U_i}{\partial x_j} + \frac{\partial U_j}{\partial x_i} - \frac{2}{3} \frac{\partial U_k}{\partial x_k} \delta_{ij} \right) \quad (3.7)$$

onde  $\mu$  refere-se à viscosidade molecular.

Como neste trabalho utilizar-se-á a hipótese de fluidos incompressíveis, o tensor de Cauchy sofre mais uma simplificação e assume a forma mostrada na Eq. (3.8).

$$T_{ij} = -p\delta_{ij} + \mu \left( \frac{\partial U_i}{\partial x_j} + \frac{\partial U_j}{\partial x_i} \right) \quad (3.8)$$

Inserindo-se a Eq. (3.8) na Eq. (3.3), obtém-se a equação de Navier-Stokes para escoamentos incompressíveis de fluidos Newtonianos.

$$\rho \left( \frac{\partial U_i}{\partial t} + \frac{\partial (U_i U_j)}{\partial x_j} \right) = -\frac{\partial p}{\partial x_i} + \frac{\partial}{\partial x_j} \left[ \mu \left( \frac{\partial U_i}{\partial x_j} + \frac{\partial U_j}{\partial x_i} \right) \right] + \rho f_i \quad (3.9)$$

A equação acima e a equação da conservação da massa constituem a base para a solução dos escoamentos contidos neste trabalho.

### 3.3 Modelação da Turbulência

#### 3.3.1 Introdução

Praticamente todos os escoamentos de interesse na engenharia são escoamentos turbulentos. A principal característica dos escoamentos turbulentos é que o fluido se movimenta de maneira caótica com variações abruptas tanto espaciais quanto temporais.

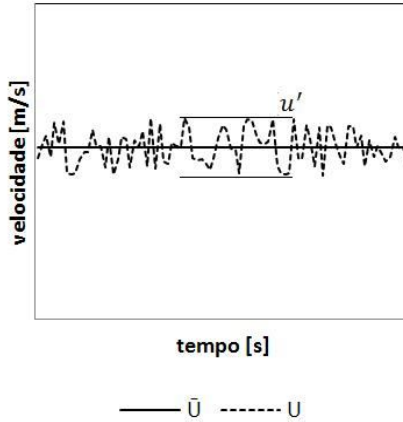
Mesmo com as características tridimensionais, transientes e aleatórias inerentes ao fenómeno da turbulência, as equações de Navier-Stokes continuam válidas. Desta forma, as equações governantes poderiam ser resolvidas, um procedimento usualmente referenciado como Simulação Numérica Direta (DNS - Direct Numerical Simulation). Entretanto, para a solução numérica desses escoamentos seriam necessárias discretizações espacial e temporal extremamente refinadas, devido às pequenas escalas de comprimento e de tempo das menores escalas de movimento turbulento. Desta forma, mesmo com todo o avanço computacional dos dias atuais, a solução direta de escoamentos turbulentos complexos continua sendo uma tarefa inviável. Por este motivo é necessário modelar os efeitos da turbulência e, para este propósito, existem basicamente duas alternativas:

- i) Simulação de Grandes Escalas (LES – Large Eddy Simulation): A idéia principal da simulação de grandes escalas é separar as pequenas das grandes escalas. Isto pode ser entendido como um processo de “filtragem”, no qual as grandes escalas são resolvidas diretamente e apenas as pequenas escalas precisam ser modeladas. Mesmo sendo muito mais econômica computacionalmente do que a DNS, a LES ainda é impraticável para a maioria das situações de engenharia.
- ii) Modelos Baseados nas Médias de Reynolds (RANS – Reynolds Averaged Navier-Stokes Equations): Do ponto de vista da engenharia, o maior interesse está nos parâmetros médios do escoamento turbulento. Por este motivo, os modelos baseados nas médias de Reynolds são os mais difundidos e buscam descrever o comportamento estocástico dos escoamentos turbulentos através de relações de fechamento, como será descrito a seguir.

#### 3.3.2 Médias de Reynolds

Reynolds propôs em 1895 que a velocidade instantânea de um fluido ( $U$ ) fosse expressa como a soma de uma velocidade média ( $\bar{U}$ ) e uma flutuação ( $u'$ ) em torno da média, como ilustrado na Figura 3.1.





**Figura 3.1 - Valores médios e flutuações de escoamentos turbulentos**

$$U_i = \bar{U}_i + u'_i \quad (3.10)$$

A introdução desta decomposição para as variáveis instantâneas, Eq. (3.10), e as subseqüentes médias das equações de Navier-Stokes resulta nas equações de Reynolds, que, de acordo com Versteeg e Malalasekera (1995), podem ser escritas como:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_i} (\rho \bar{U}_i) = 0 \quad (3.11)$$

$$\frac{\partial}{\partial t} (\rho \bar{U}_i) + \frac{\partial}{\partial x_j} (\rho \bar{U}_j \bar{U}_i) \quad (3.12)$$

$$= -\frac{\partial p}{\partial x_i} + \frac{\partial}{\partial x_j} \left[ \mu \left( \frac{\partial \bar{U}_i}{\partial x_j} - \overline{\rho u'_i u'_j} \right) \right] + \rho f_i$$

$$\frac{\partial}{\partial t} (\rho \bar{H}) + \frac{\partial}{\partial x_i} (\bar{U}_i \rho \bar{H}) = \frac{\partial}{\partial x_i} \left( k \frac{\partial \bar{T}}{\partial x_i} \right) - \frac{\partial}{\partial x_i} (\overline{\rho u'_i h'}) \quad (3.13)$$

Tendo em vista que todas as análises feitas neste trabalho são para escoamentos na ausência de transferência de calor, a equação da energia, Eq. (3.13), será desconsiderada.

Em engenharia, comumente, utilizam-se valores médios para a resolução de grande parte dos problemas. Isto se deve principalmente à praticidade que este tipo de análise proporciona e também à facilidade de obtenção desses valores. No caso dos escoamentos turbulentos, quando se aplicam as médias sobre as equações de Navier-Stokes, despreza-se toda a informação instantânea das flutuações, ao passo que

seis novas variáveis são criadas,  $\overline{u'_i u'_j}$ , denominadas tensões de Reynolds.

O produto das flutuações de velocidade,  $\overline{u'_i u'_j}$ , também denominado de tensor de Reynolds, pode ser interpretado fisicamente como a contribuição de transferência de quantidade de movimento devido às escalas de movimento turbulentas. A introdução do tensor de Reynolds leva a um sistema com mais incógnitas do que equações e, assim, necessitam-se de expressões para a sua avaliação, geralmente referenciadas como modelos de turbulência.

Neste trabalho, empregam-se modelos baseados no conceito de viscosidade turbulenta, introduzido primeiramente por Boussinesq (1877) e generalizado por Kolmogorov (1942). Esta hipótese assume que se pode relacionar o tensor de Reynolds à taxa de deformação do escoamento médio através de um coeficiente de difusão turbulento numa analogia a relações constitutivas adotadas para o escoamento laminar de um fluido Newtoniano.

$$\overline{u'_i u'_j} = \nu_t \left( \frac{\partial \bar{U}_i}{\partial x_j} + \frac{\partial \bar{U}_j}{\partial x_i} \right) - \frac{2}{3} k \delta_{ij} \quad (3.14)$$

onde  $\nu_t$  é a viscosidade turbulenta e  $k$  é a energia cinética turbulenta e é definida como a variância das flutuações de velocidade.

Substituindo-se a Eq. (3.14) na equação de Reynolds, Eq (3.12), obtém-se:

$$\begin{aligned} \frac{\partial \bar{U}_i}{\partial t} + \bar{U}_j \frac{\partial \bar{U}_i}{\partial x_j} = & -\frac{1}{\rho} \frac{\partial}{\partial x_i} \left( p + \frac{2}{3} \rho k \right) \\ & + \frac{\partial}{\partial x_j} \left[ \nu_{eff} \left( \frac{\partial \bar{U}_i}{\partial x_j} + \frac{\partial \bar{U}_j}{\partial x_i} \right) \right] + f_i \end{aligned} \quad (3.15)$$

onde  $\nu_{eff}$  é a viscosidade efetiva, que é definida por:

$$\nu_{eff} = \nu + \nu_t \quad (3.16)$$

A Eq. (3.15) só pode ser resolvida se o valor da viscosidade turbulenta,  $\nu_t$ , for conhecido. A avaliação do valor de  $\nu_t$  varia de acordo com o modelo de turbulência adotado.

### 3.3.3 Modelos de Turbulência

Há diversos tipos de modelos de turbulência que podem ser utilizados para o fechamento ao sistema de equações formado pelas

equações (3.15) e (3.11). Davidson (2003), em um compêndio sobre modelos de turbulência, organiza os modelos por ordem de complexidade da seguinte maneira:

- i) Modelos Algébricos: Uma equação algébrica é usada no cálculo de uma viscosidade turbulenta.
- ii) Modelos a uma Equação: Neste tipo de aproximação a viscosidade turbulenta é expressa como o produto de uma escala de velocidade por uma escala de comprimento da turbulência. A energia cinética turbulenta é usada para definir a escala de velocidade e é obtida através da solução de uma equação de transporte. A escala de comprimento turbulenta é calculada através de uma expressão algébrica.
- iii) Modelos a duas Equações: As escalas de velocidade e de comprimento são obtidas através da solução de duas equações do transporte, cada uma para um escalar turbulento.
- iv) Modelos de Tensões de Reynolds: Neste tipo de modelo, uma equação de transporte é derivada e empregada para o cálculo direto do tensor de Reynolds. Desta forma, não é necessário o uso do conceito de viscosidade turbulenta. Mesmo assim, as equações não formam um sistema fechado e algumas aproximações devem ser introduzidas.

Neste trabalho optou-se pela utilização de modelos de viscosidade a duas equações, por uma questão de custo computacional e acurácia dos resultados. Dentre os modelos a duas equações foi dada preferência ao SST, pois o mesmo é mais adequado para a solução de escoamentos com gradientes adversos de pressão. O modelo RNG k- $\epsilon$  foi usado para fins de comparação.

### 3.3.4 Modelo SST

O modelo SST é uma versão adaptada do modelo BSL (Baseline k- $\omega$ ) e consiste em um híbrido formado pelo modelo k- $\omega$  junto às paredes e pelo modelo k- $\epsilon$  nas demais regiões.

As equações do modelo k- $\omega$  são as seguintes:

$$\frac{\partial(\rho k)}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_j}(\rho \bar{U}_j k) = \frac{\partial}{\partial x_j} \left[ \left( \mu + \frac{\mu_t}{\sigma_{k1}} \right) \frac{\partial k}{\partial x_j} \right] + P_k - \beta' \rho k \omega \quad (3.17)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial(\rho\omega)}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_j}(\rho\bar{U}_j\omega) & \quad (3.18) \\ & = \frac{\partial}{\partial x_j} \left[ \left( \mu + \frac{\mu_t}{\sigma_{\omega 1}} \right) \frac{\partial \omega}{\partial x_j} \right] + \alpha_1 \frac{\omega}{k} P_k - \beta_1 \rho \omega^2 \end{aligned}$$

onde  $\omega$  é a frequência turbulenta.

E as da versão modificada do k- $\epsilon$  são escritas da seguinte forma:

$$\frac{\partial(\rho k)}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_j}(\rho\bar{U}_j k) = \frac{\partial}{\partial x_j} \left[ \left( \mu + \frac{\mu_t}{\sigma_{k2}} \right) \frac{\partial k}{\partial x_j} \right] + P_k - \beta' \rho k \omega \quad (3.19)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial(\rho\omega)}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_j}(\rho\bar{U}_j\omega) & \quad (3.20) \\ & = \left( \frac{\partial}{\partial x_j} \left[ \left( \mu + \frac{\mu_t}{\sigma_{\omega 2}} \right) \frac{\partial \omega}{\partial x_j} \right] \right. \\ & \quad \left. + 2\rho \frac{1}{\sigma_{\omega 2} \omega} \frac{\partial k}{\partial x_j} \frac{\partial \omega}{\partial x_j} + \alpha_2 \frac{\omega}{k} P_k - \beta_2 \rho \omega^2 \right) \end{aligned}$$

As Eqs. (3.17) e (3.18) são então multiplicadas por uma função  $F_1$  e as Eqs. (3.19) e (3.20), referentes à versão modificada do modelo k- $\epsilon$ , são multiplicadas por uma outra função  $1 - F_1$ . As equações para k e  $\omega$  são então somadas resultando no modelo BSL.

$$\frac{\partial(\rho k)}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_j}(\rho\bar{U}_j k) = \frac{\partial}{\partial x_j} \left[ \left( \mu + \frac{\mu_t}{\sigma_{k3}} \right) \frac{\partial k}{\partial x_j} \right] + P_k - \beta' \rho k \omega \quad (3.21)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial(\rho\omega)}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_j}(\rho\bar{U}_j\omega) & \quad (3.22) \\ & = \left( \frac{\partial}{\partial x_j} \left[ \left( \mu + \frac{\mu_t}{\sigma_{\omega 3}} \right) \frac{\partial \omega}{\partial x_j} \right] \right. \\ & \quad \left. + (1 - F_1) 2\rho \frac{1}{\sigma_{\omega 2} \omega} \frac{\partial k}{\partial x_j} \frac{\partial \omega}{\partial x_j} + \alpha_3 \frac{\omega}{k} P_k \right. \\ & \quad \left. - \beta_3 \rho \omega^2 \right) \end{aligned}$$

Os coeficientes deste novo modelo são uma combinação linear dos coeficientes correspondentes dos dois modelos dos quais foi derivado.

$$\Phi_3 = F_1 \Phi_1 + (1 - F_1) \Phi_2 \quad (3.23)$$

A função  $F_1$  é igual à unidade junto a superfícies sólidas e seu valor reduzido até chegar a zero em regiões afastadas. Fazendo desta

forma, o modelo BSL torna-se igual ao modelo k- $\omega$  junto à parede e igual ao modelo k- $\epsilon$  em regiões afastadas. Em regiões intermediárias, o modelo assume uma versão híbrida formada pela combinação dos dois modelos supracitados.

De acordo com o código comercial ANSYS CFX (2006), os coeficientes presentes no modelo BSL são os seguintes:

**Tabela 3.1 - Coeficientes do Modelo BSL k- $\omega$**

$\beta'$	$\alpha_1$	$\beta_1$	$\sigma_{k1}$	$\sigma_{\omega 1}$	$\alpha_2$	$\beta_2$	$\sigma_{k2}$	$\sigma_{\omega 2}$
0,09	0,556	0,075	2	2	0,44	0,0828	1	1,168

O modelo BSL não é capaz de prever corretamente a separação do escoamento junto de superfícies lisas. Segundo Menter (1993), a principal razão desta deficiência é que tanto o modelo k- $\epsilon$  quanto o modelo k- $\omega$  desconsideram o transporte das tensões de Reynolds, o que proporciona valores superestimados para a viscosidade turbulenta.

Para contornar este problema o modelo SST adota uma formulação para a viscosidade turbulenta com um limitador que previne que este parâmetro seja superestimado. No modelo SST, a viscosidade turbulenta é definida da seguinte forma:

$$v_t = \frac{a_1 k}{\max(a_1 \omega, SF_2)} \quad (3.24)$$

A função  $F_2$  possui um papel semelhante ao de  $F_1$ , mas neste caso  $F_2$  serve para restringir o limitador de  $v_t$  à camada limite. S é um invariante da taxa de deformação.

As funções  $F_1$  e  $F_2$  têm suas formulações baseadas na distância do ponto à superfície mais próxima e são definidas da seguinte forma:

$$F_1 = \tanh \left\{ \left[ \min \left( \max \left( \frac{\sqrt{k}}{\beta' \omega y'}, \frac{500\nu}{y^2 \omega} \right) \frac{4\rho k}{CD_{k\omega} \sigma_{\omega 2} y^2} \right) \right]^4 \right\} \quad (3.25)$$

onde  $y$  é a distância até a parede mais próxima e:

$$CD_{k\omega} = \max \left( 2\rho \frac{1}{\sigma_{\omega 2} \omega} \frac{\partial k}{\partial x_j} \frac{\partial \omega}{\partial x_j}, 10^{-10} \right) \quad (3.26)$$

$$F_2 = \tanh \left\{ \left[ \max \left( \frac{2\sqrt{k}}{\beta' \omega y}, \frac{500\nu}{y^2 \omega} \right) \right]^2 \right\} \quad (3.27)$$

A presença de  $y$  na formulação do modelo SST implica na necessidade da resolução de uma equação adicional para a obtenção deste termo. A distância entre o ponto e a parede mais próxima é obtida através da resolução da seguinte equação:

$$y = -|\nabla\varphi| + \sqrt{|\nabla\varphi|^2 + 2\varphi} \quad (3.28)$$

onde  $y$  é a distância à parede mais próxima a cada elemento e  $\varphi$  é uma variável genérica cujo valor é igual a zero junto às paredes.

### 3.3.5 Função-Parede

Na região muito próxima das paredes, o escoamento é dominado pela difusão viscosa e assume um aspecto laminar. Para a solução do escoamento até a parede são necessários modelos para baixos números de Reynolds. No entanto, devido aos gradientes elevados das propriedades do escoamento junto a paredes sólidas, este tipo de abordagem requer uma malha computacional extremamente refinada junto à parede, o que eleva consideravelmente o custo computacional. Para se contornar este inconveniente, relações semi-empíricas, denominadas de funções-parede, são normalmente empregadas para avaliar a influência da parede sobre um ponto mais afastado do escoamento, sem a necessidade de uma malha muito refinada.

As funções-parede são baseadas no perfil logarítmico de velocidade, válido para regiões próximas à parede e situadas entre  $30 < y^+ < 400$ . O perfil logarítmico pode ser descrito conforme mostra a Eq. (3.29).

$$\bar{U} = \frac{u^*}{\kappa} \ln(y^+) + C \quad (3.29)$$

sendo que  $\kappa$  é a constante de von Karman,  $C$  é uma constante dependente da rugosidade da parede e  $y^+$  é uma medida adimensional do afastamento em relação à parede definida como:

$$y^+ = \frac{y \sqrt{\frac{\tau_\omega}{\rho}}}{\nu} \quad (3.30)$$

onde  $\tau_\omega$  é a tensão de cisalhamento junto à parede e  $y$  a distância até a parede.

O uso dessas relações implica na hipótese de que o escoamento junto às paredes se comporta sempre como um escoamento completamente turbulento.

Neste trabalho utilizou-se o tratamento de parede automático disponível no código computacional ANSYS CFX para os modelos baseados em  $\omega$ . A vantagem desta alternativa está no fato de que, através de uma formulação que mescla o uso de funções-parede com modelos para baixos Reynolds, diminui-se o erro na estimativa da espessura da camada limite, que pode chegar a 25% quando se utilizam funções parede convencionais. Bardina *et al.* (1997) demonstraram o desempenho superior do modelo SST em uma série de estudos de validação.

## 4 Metodologia da Simulação

---

### 4.1 Introdução

Os métodos numéricos de simulação, atualmente bastante difundidos, constituem-se na alternativa mais eficiente de solução para as equações diferenciais citadas no capítulo anterior. Dentre os métodos numéricos destacam-se o método de elementos finitos (MEF) e o método dos volumes finitos (MVF).

Em ambos os casos o domínio de interesse é subdividido em um número finito de partes menores, denominadas volumes de controle, e as grandezas de interesse são calculadas de forma aproximada em cada um desses volumes. Costumeiramente o MEF é preferido para a solução de problemas da área estrutural enquanto que o MVF é principal escolha na área de mecânica dos fluidos.

A vantagem do método dos volumes finitos em relação aos demais métodos na solução de problemas envolvendo escoamentos de fluidos está na suas características conservativas, que advém do fato de as equações algébricas são obtidas através de balanços de conservação em volumes elementares.

No desenvolvimento deste trabalho utilizou-se o método dos volumes finitos, o qual foi empregado através da utilização do código comercial ANSYS CFX Release 11.0. No decorrer deste capítulo são dados mais detalhes sobre o método aplicado.

### 4.2 Discretização das Equações

Todas as equações citadas até o momento neste trabalho podem, através de manipulações algébricas, assumir a forma da seguinte equação de transporte para uma propriedade genérica  $\Phi$ .

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho\Phi) + \frac{\partial}{\partial x_i}(\rho\bar{U}_i\Phi) = \frac{\partial}{\partial x_i}\left(\Gamma^\Phi \frac{\partial\Phi}{\partial x_i}\right) + S^\Phi \quad (4.1)$$

onde  $\Phi$ ,  $\Gamma^\Phi$  e  $S^\Phi$  podem assumir os valores apresentados na Tabela 4.1.

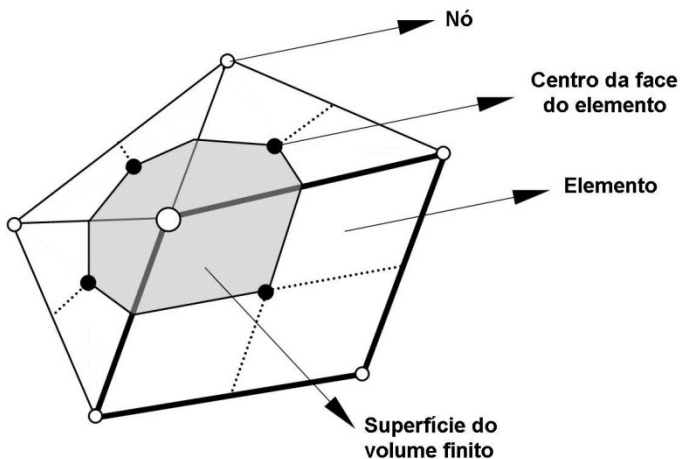
Os valores de  $\Phi$ ,  $\Gamma^\Phi$  e  $S^\Phi$  na equação (4.1) variam de acordo com equação de transporte sendo considerada. Por exemplo, fazendo-se  $\Phi$  igual a 1 e  $\Gamma^\Phi$  e  $S^\Phi$  iguais a zero, recupera-se a equação da conservação da massa.



**Tabela 4.1- Valores de  $\Phi$ ,  $\Gamma^\Phi$  e  $S^\Phi$** 

Equação de conservação	$\Phi$	$\Gamma^\Phi$	$S^\Phi$
Massa Global	1	0	0
Quantidade de movimento em x	$\bar{U}_i$	$\mu_{eff}$	$B_i + \frac{\partial}{\partial x_i} \left( \mu_{eff} \frac{\partial \bar{U}_i}{\partial x_j} \right) - \frac{\partial p}{\partial x_i}$
Massa de um componente	C	$\rho D$	0

A discretização de uma determinada equação de transporte consiste em se realizar a sua integração sobre um volume de controle de forma que os balanços de todas as propriedades sejam satisfeitos. A Figura 4.1 exemplifica o arranjo de malha utilizado no ANSYS CFX através quatro elementos de profundidade unitária.

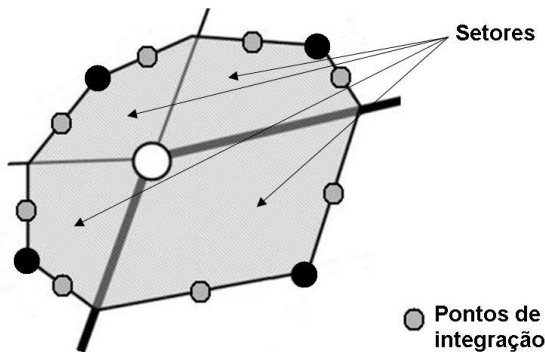
**Figura 4.1 – Elementos da malha e volume de controle**

Como se pode perceber através da Figura 4.1, os volumes de controle no CFX não são exatamente os volumes definidos pela malha. Na verdade, os volumes têm seus centros nos nós da malha e suas arestas são formadas interligando-se os centros das arestas dos elementos com os centróides das suas respectivas faces.

Procedendo-se a integração da Eq. (4.1) em um volume de controle e aplicando-se o teorema da divergência para transformar as integrais volumétricas em integrais de superfície, obtém-se:

$$\frac{d}{dt} \int_V \rho \Phi dV + \int_s \rho \bar{U}_i \Phi dn_i = \int_s \left( \Gamma \Phi \frac{\partial \Phi}{\partial x_i} \right) dn_i + \int_V S \Phi dV \quad (4.2)$$

onde  $V$  e  $s$  denotam, respectivamente, volume e superfície. Por outro lado,  $dn_i$  são as componentes diferenciais do vetor normal às superfícies dos volumes de controle. Para se obter uma solução numérica para a Eq. (4.2), é necessário que se tenham valores finitos para cada uma de suas parcelas, os quais são obtidos conforme descrito a seguir.



**Figura 4.2 – Elemento de malha de profundidade unitária**

Considerando os elementos genéricos apresentados na Figura 4.2, o cálculo das integrais volumétricas é realizado estimando-se apropriadamente seus valores discretos em cada setor dos elementos e então integrando estes valores em seus respectivos volumes de controle. Já fluxos superficiais são obtidos calculando-se seus valores nos pontos de integração através de uma expansão em séries de Taylor e então integrando estes fluxos sobre as superfícies que circundam seus respectivos volumes de controle.

Quanto à discretização temporal, a formulação utilizada no ANSYS CFX é totalmente implícita. Depois de feitas estas considerações, e adotando-se a convenção de não se usar sobrescrito para o instante de tempo  $t + \Delta t$ , a Eq. (4.2) torna-se:

$$V \left( \frac{\rho \Phi - \rho^o \Phi^o}{\Delta t} \right) + \sum_{pi} \dot{m}_{pi} \Phi_{pi} = \sum_{pi} \left( \Gamma^\Phi \frac{\partial \Phi}{\partial x_i} \Delta n_i \right)_{pi} + \bar{S}^\Phi V \quad (4.3)$$

com:

$$\dot{m}_{pi} = (\rho \bar{U}_i \Delta n_i)_{pi} \quad (4.4)$$

sendo que  $V$  refere-se ao volume de controle,  $\Delta t$  ao intervalo de tempo,  $\Delta n_i$  são os vetores normais às superfícies de controle e  $\dot{m}_{pi}$  é o fluxo de massa por através de uma superfície de controle. O subscrito “pi” significa ponto de integração e o sobrescrito “o” refere-se a um instante de tempo anterior.

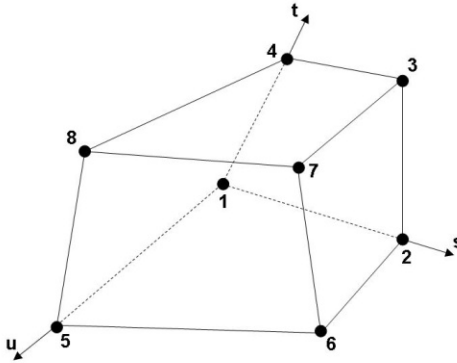
### 4.3 Funções Interpolação

A função de interpolação temporal utilizada corresponde a um esquema de Euler de segunda ordem (*Second order backward Euler scheme*), o qual é um esquema robusto e não impõe limitação ao passo de tempo (*timestep*), embora possa gerar oscilações não físicas na solução. Para evitar este problema, utiliza-se um esquema modificado para a solução das equações das variáveis que requerem mais cuidados, como a fração volumétrica, por exemplo, cujos valores não podem sair do intervalo entre 0 e 1.

Para a avaliação tanto dos termos advectivos e difusivos é necessário lançar mão de funções de interpolação. No ANSYS CFX os termos difusivos são calculados através da utilização de funções de forma, de maneira semelhante ao que é feito no método dos elementos finitos. Estas funções de forma são utilizadas para se calcular as derivadas espaciais de todos os termos difusivos. Seja, por exemplo, a derivada da propriedade genérica  $\Phi$  na direção  $x$  em um ponto de integração qualquer:

$$\left. \frac{\partial \Phi}{\partial x} \right|_{pi} = \sum_n \left. \frac{\partial N_n}{\partial x} \right|_{pi} \Phi_n \quad (4.5)$$

O somatório no lado direito da Eq. (4.5) é feito sobre todas as funções de forma de cada elemento. Neste trabalho as malhas utilizadas são todas compostas por elementos hexaédricos, conforme a Figura 4.2.



**Figura 4.2 – Elemento hexaédrico**

E as funções de forma tri-lineares utilizadas para estes elementos são as seguintes:

$$\begin{aligned}
 N_1(s, t, u) &= (1-s)(1-t)(1-u) & N_5(s, t, u) &= (1-s)(1-t)u \\
 N_2(s, t, u) &= s(1-t)(1-u) & N_6(s, t, u) &= s(1-t)u \\
 N_3(s, t, u) &= st(1-u) & N_7(s, t, u) &= stu \\
 N_4(s, t, u) &= (1-s)t(1-u) & N_8(s, t, u) &= (1-s)tu
 \end{aligned} \tag{4.6}$$

Dependendo da função de interpolação utilizada no tratamento dos termos de advecção podem ser adicionados erros de truncamento dissipativos (difusão numérica) e não dissipativos (oscilações numéricas). Quando se utiliza o esquema de diferenças centrais é comum a ocorrência de oscilações numéricas nas proximidades de gradientes elevados. A difusão numérica ocasiona uma atenuação dos gradientes reais da propriedade em questão e é associada a erros de truncamento devido a esquemas de baixa ordem de precisão, tais como o esquema *upwind*.

Neste trabalho, os termos relacionados ao transporte advectivo são calculados através de um esquema de alta ordem de precisão disponível no código ANSYS CFX, e referenciado como *high resolution*. De acordo com esse esquema, a interpolação de uma propriedade genérica  $\Phi_{pi}$  no ponto de integração é fornecida por:

$$\Phi_{pi} = \Phi_{up} + \beta \nabla \Phi \cdot \Delta \vec{r} \tag{4.7}$$

com  $\Phi_{up}$  sendo o valor da propriedade no nó a jusante,  $\vec{r}$  o um vetor do nó a jusante ao ponto de integração e  $\nabla \Phi$  é o gradiente nodal da propriedade genérica no ponto de integração considerado.

No esquema *high resolution* valores para  $\beta$  são calculados localmente e  $\nabla\Phi$  é ajustado para o mesmo valor do gradiente da propriedade do nó à jusante. O cálculo de  $\nabla\Phi$  é feito de maneira que seus valores sejam os mais próximos possíveis de 1 sem que haja a introdução de oscilações numéricas ao resultado.

#### 4.4 Arranjo de Malha

O arranjo de malha utilizado no ANSYS CFX é do tipo co-localizado, ou seja, todas as variáveis são armazenadas no centro do mesmo volume de controle. Apesar de este esquema apresentar a vantagem de se ter todas as equações de transporte resolvidas para os mesmos volumes de controle, existem dois pontos fracos.

Segundo Maliska (2004), a primeira desvantagem é que as equações para a quantidade de movimento não incluem a pressão referente ao volume de controle onde as variáveis são armazenadas, fazendo com que esta seja avaliada com uma ordem de precisão mais baixa. Já a segunda e mais crítica desvantagem é a possibilidade de ocorrência de campos de pressão oscilatórios não detectados pelo gradiente de pressão e que podem estar desacoplados.

Para contornar este problema é adotada uma metodologia semelhante à proposta por Rhie e Chow (1982). Esta estratégia baseia-se na introdução de uma pseudo-equação da quantidade de movimento para a velocidade em cada ponto de integração, como mostrado a seguir:

$$U_{i,pi} = \bar{U}_{i,pi} + f_{pi} \left( \left. \frac{\partial p}{\partial x_i} \right|_{pi} - \frac{\bar{\partial p}}{\partial x_i} \right) - c_{pi} f_{pi} (U_{i,pi}^o - \bar{U}_{i,pi}^o) \quad (4.8)$$

sendo:

$$f_{pi} = \frac{d_{pi}}{1 - c_{pi} d_{pi}} \quad (4.9)$$

$$c_{pi} = \frac{\rho}{\Delta t} \quad (4.10)$$

$$d_{pi} = -\frac{V}{A} \quad (4.11)$$

onde  $A$  é o coeficiente central da equação da quantidade de movimento excluindo-se o termo transiente.

#### 4.5 Sistema Linear Acoplado e Solução Numérica

O sistema linear de equações algébricas resultante da discretização das equações governantes pode ser escrito da seguinte forma:

$$\sum_{nb_i} a_i^{nb} \Phi_i^{nb} = b_i \quad (4.12)$$

onde  $\Phi$  é a solução do sistema,  $b$  é o lado direito das equações componentes do sistema e  $a$  são os coeficientes das equações. O subscrito  $i$  refere-se ao volume de controle em questão e o sobrescrito  $nb$  denota os volumes vizinhos, mas também inclui o coeficiente central de cada equação.

Quando se resolve o sistema para quantidades escalares, os termos  $a_i^{nb}$ ,  $\Phi_i^{nb}$  e  $b_i$  são números, todavia, em se tratando do sistema acoplado de equações envolvendo as equações da conservação da massa e as equações de Navier-Stokes para  $x$ ,  $y$  e  $z$ ,  $a_i^{nb}$  torna-se uma matrix (4x4) e os termos  $\Phi_i^{nb}$  e  $b_i$  tornam-se um vetor (4x1), de acordo com as Eqs. (4.13), (4.14) e (4.15).

$$a_i^{nb} = \begin{bmatrix} a_{uu} & a_{uv} & a_{uw} & a_{up} \\ a_{vu} & a_{vv} & a_{vw} & a_{vp} \\ a_{wu} & a_{wv} & a_{ww} & a_{wp} \\ a_{pu} & a_{pv} & a_{pw} & a_{pp} \end{bmatrix}_i^{nb} \quad (4.13)$$

$$\Phi_i^{nb} = \begin{bmatrix} u \\ v \\ w \\ p \end{bmatrix}_i^{nb} \quad (4.14)$$

$$b_i = \begin{bmatrix} b_u \\ b_v \\ b_w \\ b_p \end{bmatrix}_i^{nb} \quad (4.15)$$

onde  $u$ ,  $v$  e  $w$  são as componentes médias da velocidade e  $p$  é a pressão em cada nó.

As principais vantagens do acoplamento citado anteriormente são robustez, eficiência e simplicidade, enquanto que um de seus únicos inconvenientes é a grande capacidade de armazenamento requerida para os coeficientes.

O processo de solução numérica no ANSYS CFX consiste basicamente de duas operações, que são: Geração dos coeficientes e

solução do sistema de equações. Na solução do sistema linear, o código CFX utiliza a técnica *Incomplete Lower Upper* (ILU) acelerada por um método *Multigrid* algébrico. O método *Multigrid* ajuda a melhorar significativamente a convergência da solução numérica.

A vantagem da utilização do método *Multigrid* sobre os procedimentos de solução iterativos convencionais está na sua grande capacidade de reduzir erros cujos comprimentos de onda sejam da ordem de grandeza do domínio. Para alcançar este benefício, o algoritmo cria um grupo de malhas mais grosseiras a partir da malha mais refinada. Os sistemas de equações referentes às malhas grosseiras são então resolvidos e os resultados usados na inicialização da malha refinada. Informações mais detalhadas sobre os métodos ILU e *Multigrid* podem ser obtidas em Maliska (2004).

#### 4.6 Sistema de Referência Rotativo

Todos os escoamentos considerados neste trabalho são essencialmente rotativos, sendo assim, para um observador solidário ao movimento de rotação, há a presença de forças centrífugas e de coriolis. Para que estes efeitos sejam levados em consideração no ANSYS CFX, é necessário que se utilize a formulação de sistema de referência rotativo. Ao se aplicar este método, são adicionadas duas parcelas ao termo fonte das equações de balanço da quantidade de movimento, uma referente à força centrífuga, (4.16), e outra devido ao efeito coriolis, (4.17).

$$S_{centrifuga} = -\rho\omega \times (\omega \times r) \quad (4.16)$$

$$S_{coriolis} = -2\rho\omega \times U \quad (4.17)$$

onde  $r$  é o vetor posição e  $U$  a velocidade do sistema de referência.

#### 4.7 Modelo Bifásico

Os escoamentos simulados neste trabalho são, à exceção de alguns estudos de refino de malha, compostos por duas fases. Os modelos bifásicos considerados possuem uma fase água e outra fase ar. O ANSYS CFX oferece várias alternativas para a modelação de escoamentos multifásicos; neste trabalho optou-se pelo modelo homogêneo com superfície livre e campo turbulento homogêneo.

O equacionamento utilizado na solução de escoamentos multifásicos através do modelo homogêneo é semelhante ao utilizado em escoamentos de apenas uma fase, com a inclusão de alguns termos devido às fases adicionais. A equação da conservação da quantidade de

movimento para escoamentos com duas ou mais fases pode ser escrita de acordo com (4.18):

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial t} (r_\alpha \rho_\alpha \bar{U}_\alpha) + \nabla \cdot r_\alpha (r_\alpha (\rho_\alpha \bar{U}_\alpha \times \bar{U}_\alpha)) & \quad (4.18) \\ & = r_\alpha \nabla p_\alpha + \nabla \cdot \left( r_\alpha \mu_\alpha \left( \nabla \bar{U}_\alpha + (\nabla \bar{U}_\alpha)^T \right) \right) \\ & + \sum_{\beta=1}^{N_p} (\Gamma_{\alpha\beta}^+ \bar{U}_\beta - \Gamma_{\beta\alpha}^+ \bar{U}_\alpha) + S_{M\alpha} + M_\alpha \end{aligned}$$

onde  $S_{M\alpha}$  é um termo fonte relativo a forças externas,  $M_\alpha$  refere-se às forças que agem na interface da fase  $\alpha$  devido à presença das outras fases e  $r_\alpha$  é a fração volumétrica da fase  $\alpha$ . Ainda, o termo  $(\Gamma_{\alpha\beta}^+ \bar{U}_\beta - \Gamma_{\beta\alpha}^+ \bar{U}_\alpha)$  representa a transferência de quantidade de movimento devido à transferência de massa através da interface dos fluidos e a sigla  $N_p$  no somatório representa o número total de fases.

A equação da conservação da massa para múltiplas fases tem a seguinte forma:

$$\frac{\partial}{\partial t} (r_\alpha \rho_\alpha) + \nabla \cdot (r_\alpha \rho_\alpha \bar{U}_\alpha) = S_{MS\alpha} + \sum_{\beta=1}^{N_p} \Gamma_{\alpha\beta} \quad (4.19)$$

com  $S_{MS\alpha}$  e  $\Gamma_{\alpha\beta}$  sendo, respectivamente, um termo fonte para a massa e a vazão mássica por unidade de volume da fase  $\alpha$  para a  $\beta$ .

Dividindo-se a Eq. (4.19) pela densidade da fase  $\rho_\alpha$ , somando-se todas as fases e sabendo-se que:

$$\sum_{\alpha=1}^{N_p} r_\alpha = 1 \quad (4.20)$$

chega-se à Eq. (4.21):

$$\sum_{\alpha} \frac{1}{\rho_\alpha} \left( \frac{\partial \rho_\alpha}{\partial t} + \nabla \cdot (r_\alpha \rho_\alpha \bar{U}_\alpha) \right) = \sum_{\alpha} \frac{1}{\rho_\alpha} \left( S_{MS\alpha} + \sum_{\beta=1}^{N_p} \Gamma_{\alpha\beta} \right) \quad (4.21)$$

que é a equação resolvida pelo ANSYS CFX para a determinação das frações volumétricas de cada fase em cada volume de controle. Uma vez que nos casos simulados neste trabalho considera-se a hipótese de



escoamento incompressível e sem fontes ou sumidouros de massa, a Eq. (4.21) pode ser escrita simplificadamente conforme a Eq. (4.22).

$$\sum_{\alpha} \nabla \cdot (r_{\alpha} \bar{U}_{\alpha}) = 0 \quad (4.22)$$

Para se captar a transferência de massa, de calor ou de quantidade de energia entre as fases, é necessário que se conheça a superfície de contato entre as fases dentro de cada volume de controle. No CFX, esta superfície é caracterizada por uma área interfacial por unidade de volume denominada  $A_{\alpha\beta}$ .

Neste trabalho considerou-se que não há transferência de massa entre ar e água, sendo assim, o modelo mais apropriado para este tipo de escoamento é o de superfície livre. A função desta técnica, comumente denominada VOF (*Volume of Fluid*), é resolver e identificar a interface entre duas ou mais fases ou fluidos.

Na literatura há uma ampla variedade de algoritmos para a reconstrução da interface. O algoritmo utilizado pelo pacote computacional ANSYS CFX para este fim é do tipo SLIC (*Single Line Interface Construction*). Informações mais aprofundadas sobre o método VOF podem ser encontradas em Alves (2007).

## 5 Procedimento Experimental

---

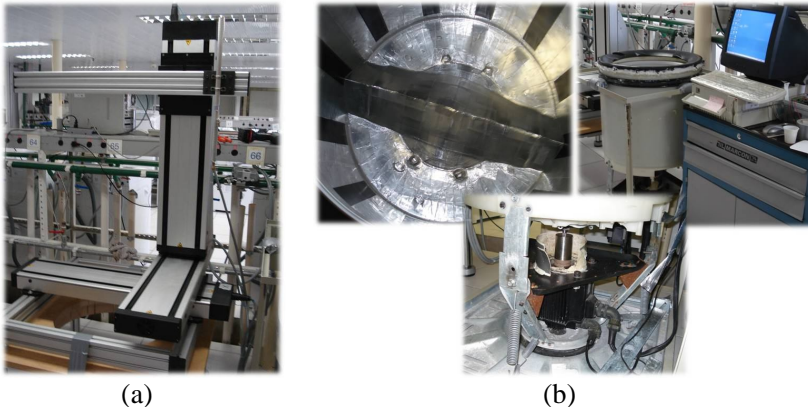
### 5.1 Introdução

A fim de se verificar os resultados obtidos numericamente, foi construída uma bancada capaz de fornecer os valores instantâneos da rotação do sistema, do torque necessário para se induzir o escoamento e também da velocidade do fluido sob rotação em vários pontos do domínio. Este capítulo apresenta detalhes da bancada experimental, da instrumentação empregada e do procedimento adotado nas medições.

### 5.2 Bancada Experimental

A bancada experimental foi constituída de duas partes principais:

- i) Sistema de anemometria acoplado a um sistema de posicionamento tridimensional, os quais foram adotados para a medição da velocidade do escoamento em diferentes posições (Figura 5.1a).
- ii) Tanque com propulsor triangular na superfície do fundo, acionado por um servo-motor dotado de célula de carga para medição do torque (figura 5.1b);



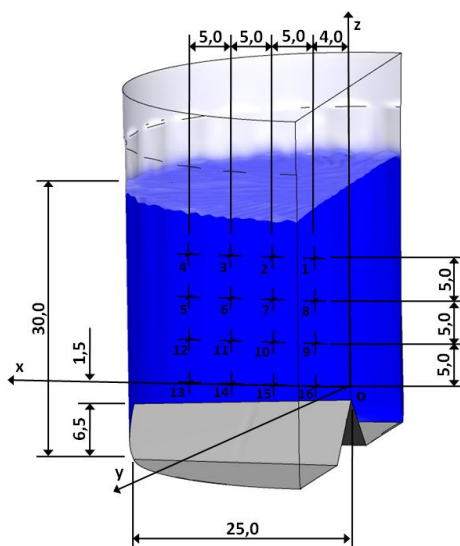
**Figura 5.1 – (a) Sistema de posicionamento para o sensor de velocidade; (b) reservatório e servo motor**

Antes da realização das medições, foram realizados alguns procedimentos preliminares para se garantir a segurança e a qualidade do experimento, tais como teste de estanqueidade do sistema e centralização e mapeamento da região mensurável pelo sistema sonda-travessa de maneira a se evitar um possível choque da sonda contra a superfície do tanque.

Visando-se a verificação da estanqueidade do equipamento, o tanque foi cheio até seu nível máximo com aproximadamente 62 litros de água, deixado em repouso e depois submetido à rotação. Não foram verificados quaisquer vazamentos sob estas condições. O nível máximo foi estabelecido de maneira a se poderem executar os ciclos de rotação sem que água fosse jogada pra fora do tanque.

A travessa utilizada para o posicionamento do sensor de anemometria oferece condições de movimentação em três eixos ortogonais com precisão de  $12,5 \mu\text{m}$ . Como a geometria de interesse apresenta simetria em relação ao plano yz, optou-se por realizar o mapeamento das velocidades em um plano xz.

No mapeamento da região apta a medições no interior do tanque, foi determinado como zero do sistema de posicionamento o ponto pertencente ao eixo central do tanque e distante  $8,0 \text{ cm}$  do fundo deste. Esta altura garante uma distância segura, de  $1,5 \text{ cm}$ , entre a sonda e a aresta superior do propulsor triangular. A Figura 5.2 mostra em detalhe o sistema de coordenadas adotado, bem como os pontos nos quais as medições foram feitas.



**Figura 5.2– Desenho esquemático do domínio de medição (dimensões em cm)**

Como se pode perceber pela Figura 5.2, os pontos 1, 8, 9 e 16 encontram-se posicionados a  $4 \text{ cm}$  do eixo de rotação. Esta decisão foi tomada devido ao fato de a magnitude das velocidades do escoamento no centro do tanque ser muito baixa. Os demais pontos foram

posicionados a 5 cm de distância uns dos outros tanto na vertical quanto na horizontal, cobrindo-se desta forma toda a área possível do plano de interesse.

### 5.3 Sistemas de Anemometria

Os métodos experimentais mais utilizados para a medição de velocidade em escoamentos são a anemometria de fio-quente (HWA – *Hot Wire Anemometry*), a velocimetria por laser-Doppler (LDV – *Laser Doppler Velocimetry*) e a velocimetria por imagem de partícula (PIV – *Particle Image Velocimetry*).

Na técnica PIV, a velocidade é calculada através da captura seqüencial de imagens de pequenas partículas que são adicionadas ao fluido e que ficam em suspensão no escoamento. A posição das partículas é subtraída da sua posição na imagem anterior e o resultado é dividido pelo intervalo de tempo entre as imagens.

Nos sistemas LDV, a intersecção de dois feixes de laser forma o volume de medição. Quando partículas adicionadas ao escoamento passam por este volume, elas provocam mudanças na luz capturada por um foto-detector, que tem componentes dos dois feixes de laser. Estas flutuações na intensidade da luz possuem frequência igual a da velocidade das partículas dividida pelo espaçamento da franja formada pela interferência dos feixes de laser.

A principal limitação ao uso da técnica LDV neste trabalho é a presença de uma superfície livre variável na interface ar-água, que causaria uma difração transiente dos feixes de laser, dificultando e/ou impossibilitando a formação dos planos de interferência ou franjas. Para se contornar este problema, o sistema poderia ser encapsulado dentro de uma câmara transparente e a prova de água de maneira que pudesse ser introduzido na água, o que possibilitaria a realização das medições. No entanto, isto causaria uma indesejada perturbação ao escoamento, a qual poderia até mesmo descaracterizá-lo.

A utilização de um sistema PIV foi prejudicada por problemas construtivos. Para o funcionamento desses sistemas é preciso que a câmara, que captura as imagens, e o laser, responsável pela emissão do plano de luz, que ilumina as partículas, fiquem inclinados 90° um em relação ao outro. Para tanto seria necessário que as paredes do tanque fossem transparentes, o que se mostrou inviável.

Sendo assim, optou-se pela utilização de um sistema de anemometria de fio-quente à temperatura constante (CTA – *Constant Temperature Anemometry*). Este método de medição, extremamente bem estabelecido, baseia-se na transferência de calor entre um sensor,

neste caso um filme de metal aquecido por efeito Joule, e o fluido ao seu redor. A taxa de transferência de calor dependerá do excesso de temperatura do sensor, das suas características físicas e geométricas e ainda da velocidade e das propriedades do fluido que o envolve.

No método CTA, a sonda é mantida eletronicamente a uma temperatura constante e mais quente que aquela do fluido onde ela estiver inserida. O escoamento do fluido retira calor do fio-quente através do mecanismo de convecção. Este calor perdido pela sonda é traduzido numa redução da sua temperatura. O sistema percebe esta oscilação, e, imediatamente promove um aumento na tensão fornecida ao sensor. Estas variações na tensão fornecida ao sensor são uma medida direta da potência dissipada pela sonda.

Assim, os dados de saída fornecidos pelo sistema em volts são empregados para determinar a potência dissipada pelo escoamento e, de forma indireta, valores de velocidade através de uma função de transferência obtida na calibração do sensor. A baixíssima inércia térmica destes sistemas permite que se meçam flutuações da ordem de centenas de quilohertz.

#### 5.4 Sistema de Anemometria Mini-CTA

As medições de velocidade realizadas neste trabalho foram executadas com um sistema de anemometria portátil da DANTEC, modelo 54T30, denominado MiniCTA, com as características listadas na Tabela 5.1.

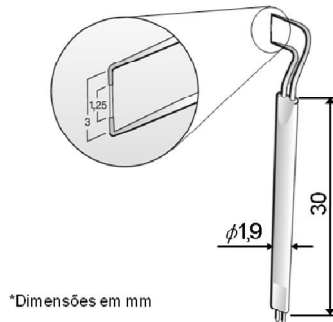
**Tabela 5.1 – Especificações técnicas do MiniCTA**

Sinal de saída	Entre 0 e 5V
Resposta em frequência	10 kHz
Compensação de tensão	Entre 0,9 e 2,2 V
Ganho do sinal	De 2 a 5 vezes
Impedância de saída	50 $\Omega$
Ruído no sinal de saída	Entre 1 e 2 mV
Desvio no sinal	1 $\mu$ V a cada 1 $^{\circ}$ C (saída do amplificador)

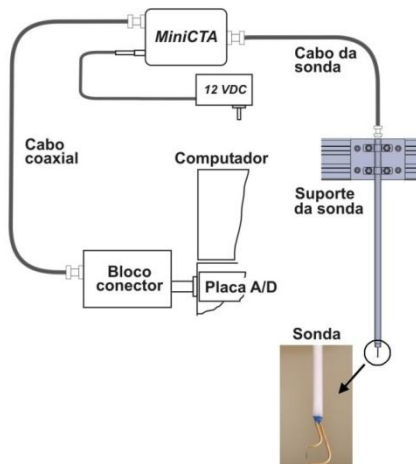
A sonda responsável pela aquisição do sinal corresponde ao modelo 55R13 da DANTEC, consistindo em uma fibra de quartzo de 70  $\mu$ m de diâmetro com um filme de níquel de 2  $\mu$ m de espessura depositado sobre sua superfície, protegido por uma camada adicional de 2  $\mu$ m de quartzo. A extensão total do sensor sustentado por hastes

recobertas por ouro nos terminais é de 3 mm, sendo que o comprimento sensível da sonda é de 1,25 mm, conforme Figura 5.3. Um desenho esquemático do sistema completo de anemometria pode ser visto na Figura 5.4.

Adicionalmente, foi adaptado um termopar próximo à sonda para o monitoramento da temperatura da água durante as medições e efetuar possíveis correções nas suas propriedades.



**Figura 5.3 – Sonda DANTEC 55R13 (adaptado de DANTEC, 2008)**



**Figura 5.4 – Diagrama do sistema de anemometria – adaptado de Morriesen (2009)**

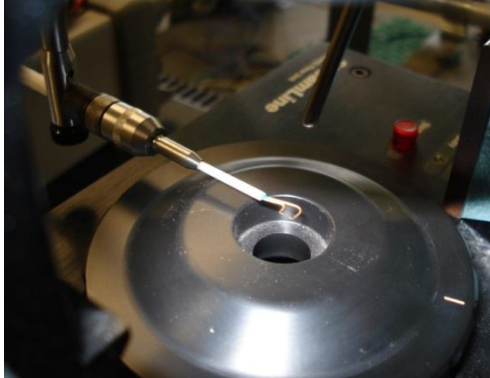
### 5.4.1 Calibração de velocidade

Como mencionado anteriormente, o sinal de saída do sensor de fio-quente é dado em Volts. Para se transformar este sinal para unidades de velocidade é necessário que se tenha uma função de transferência, obtida através de um processo de calibração.

A calibração consiste na exposição do sensor a um escoamento com velocidades conhecidas, na faixa de interesse, concomitantemente com a aquisição da tensão medida por este. O sinal em tensão é amostrado, então, em 512 pontos a uma taxa de aquisição de 1 kHz e a média desses valores é tida como um ponto de calibração. Repetindo-se este processo para vinte pontos distribuídos dentro do intervalo de velocidades em questão e ajustando-se uma curva com estes, obtém-se uma função de transferência  $U(E)$ , onde  $U$  é a velocidade instantânea e  $E$  a tensão medida pelo sensor.

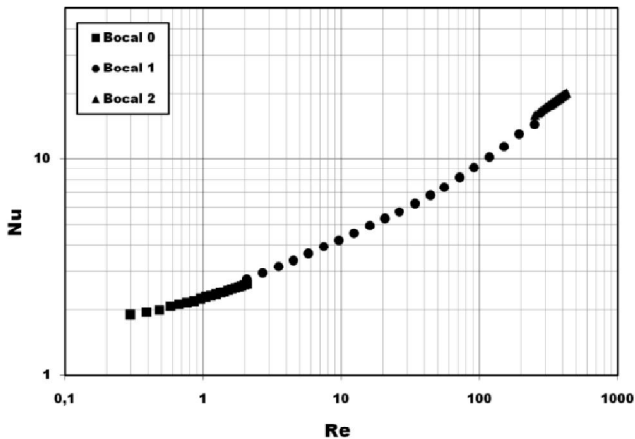
Para a calibração convencional do sensor, seria necessária a construção de um sistema de calibração especial para sondas que operam em água. Como esta tarefa requereria muitos recursos não disponíveis tais como: material, mão-de-obra, espaço físico, e, sobretudo tempo, optou-se pela utilização de uma nova metodologia de calibração descrita por Morriesen (2009), baseada no uso de relações adimensionais. Esta metodologia permite a calibração com ar, independentemente do fluido ao qual a sonda está destinada, e pode ser dividida nos três passos:

- i) **Calibração dos sensores em ar:** A calibração em ar foi realizada com a utilização do calibrador modelo 90H10 da DANTEC, mostrado na Figura 5.5. Para se cobrir a faixa de velocidades em água de 0 a 5 m/s, foi necessária a utilização de três bocais para diferentes faixas de velocidade em ar, sendo eles: Bocal 0, para velocidades de 0,05 a 0,50 m/s, Bocal 1, para velocidades de 0,50 a 60,00 m/s e Bocal 2, para velocidades de 60,00 a 100,00 m/s.



**Figura 5.5 – Calibrador DANTEC 90H10**

- ii) **Adimensionalização das curvas de calibração:** A calibração do sensor em ar fornece uma curva Tensão [V] vs. Velocidade [m/s]. O processo de adimensionalização das curvas de calibração consiste em se determinar as curvas de calibração em termos dos números adimensionais de Reynolds e Nusselt. O número de Reynolds é calculado com base na velocidade medida, e na densidade e viscosidade calculadas a partir da pressão e temperatura obtidas na calibração. Já o número de Nusselt é estimado a partir do coeficiente de transferência de calor por convecção, que, por sua vez, foi obtido iterativamente para cada ponto da calibração.



**Figura 5.6 – Exemplo de curva de calibração adimensionalizada**



- iii) **Ajuste de uma relação adimensional sobre os pontos de calibração:** Há diversas relações adimensionais disponíveis na literatura que visam ao estabelecimento de uma correlação simples e adequada para a transferência de calor para sensores de fio-quente. Devido a sua aplicabilidade a uma maior faixa de números de Reynolds e ao fato de ela ter sido obtida para três fluidos (ar, óleo e água), a relação aqui utilizada é a de Kramers (1946), apresentada por Bruun (1995):

$$Nu = 0,42Pr^{0,2} + 0,57Pr^{0,33}Re^{0,5} \quad (5.1)$$

As constantes da relação de Kramers são ajustadas para cada valor do número de Reynolds, com base no número de Nusselt obtido com a sua utilização e pelos dados experimentais.

Partindo-se da hipótese de que o processo de transferência de calor no sensor ocorre de maneira semelhante àquele que ocorreria no caso de um cilindro de comprimento infinito, a expressão que relaciona a potência dissipada com a taxa de transferência de calor por convecção pode ser escrita da seguinte forma:

$$I^2R = h\pi DL(T_{\text{fio}} - T_{\text{fluido}}) \quad (5.2)$$

onde  $I$  é a corrente elétrica que passa pela sonda,  $R$  é a resistência elétrica da sonda,  $h$  é o coeficiente de transferência de calor por convecção,  $D$  o diâmetro do fio,  $L$  o comprimento do sensor,  $T_{\text{fio}}$  é a temperatura do sensor e  $T_{\text{fluido}}$  a temperatura da água.

Dessa forma, para cada ponto de tensão obtido durante a calibração é possível obter um valor de Nusselt correspondente. O passo seguinte foi o ajuste da relação adimensional com as constantes referentes ao sensor utilizado neste trabalho, mostrada na Eq. (5.3).

$$Nu = 4,314Pr^{0,2} + 2,386Pr^{0,33}Re^{0,489} \quad (5.3)$$

Ao final, deduziu-se uma expressão dimensional para a sonda que relaciona a tensão lida na sonda com a velocidade da água. Para isso, utilizaram-se como valores de entrada a densidade e a viscosidade da água na temperatura ambiente ( $T_{\text{fluido}}$ ), e a faixa de tensão de trabalho do sistema de aquisição. Ajustando uma relação de potência para os valores dimensionais de tensão e velocidade chega-se à Eq. (5.4):

$$U = 7,851 \cdot 10^{-7} \cdot E^{7,569} \quad (5.4)$$

onde  $U$  é a velocidade em m/s e  $E$  a tensão em V medida pela sonda.

Informações mais aprofundadas sobre a metodologia de calibração apresentada, bem como avaliações criteriosas sobre seus aspectos mais importantes são apresentadas por Morriesen (2009).

## 5.5 Procedimento de Medição

Antes de se proceder a medição do campo de velocidades do fluido no interior do tanque com o sistema de anemometria, foi feito um conjunto de medições com a intenção de se determinar a parcela de torque referente apenas à resistência causada pelo escoamento ao movimento do tanque. Para tanto, os valores instantâneos do torque no motor foram medidos a partir da célula de carga presente no servomotor com o tanque vazio e também com o tanque cheio. Estas medições foram realizadas para as três curvas de rotação apresentadas na Figura 5.7.

Subtraindo-se o torque medido com o reservatório cheio dos valores obtidos com o mesmo vazio é possível isolar apenas o torque referente ao escoamento do fluido no interior do tanque excluindo-se inclusive perdas mecânicas na transmissão e/ou rolamentos do servomotor. Estes dados serão comparados com valores obtidos numericamente no capítulo 6.

Depois de obtidos os dados referentes ao torque, três conjuntos adicionais de dados foram obtidos, um para cada nível diferente de velocidade angular. A Figura 5.7 apresenta os três ciclos de rotação aos quais o tanque foi submetido durante os testes.

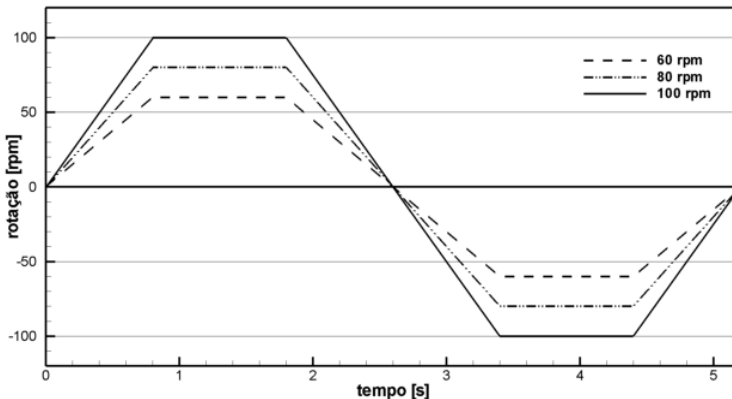
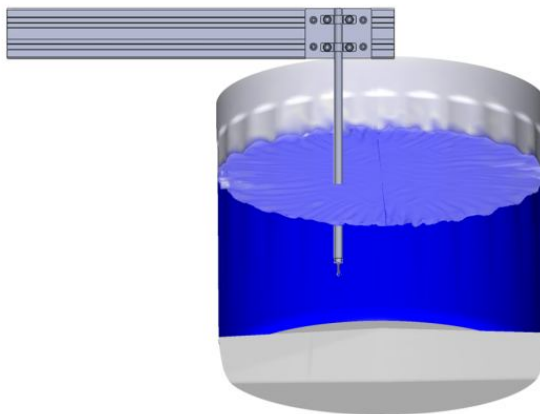


Figura 5.7 – Ciclos de rotação aplicados ao tanque

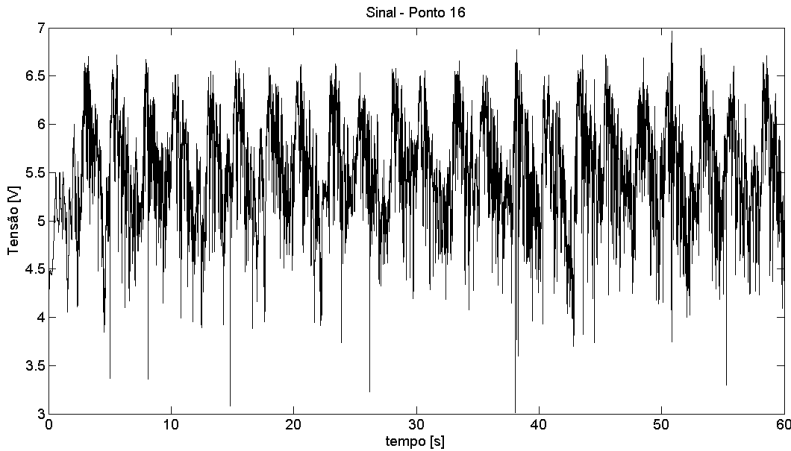
Cada um desses conjuntos contém informações dos 16 pontos de medição, indicados na Figura 5.2. As medições foram realizadas seguindo-se uma seqüência de três passos repetidos para cada ponto:

- i) O tanque foi rotacionado manualmente de forma que o propulsor triangular no fundo de reservatório ficasse alinhado com o eixo da travessa ao qual estava acoplado o suporte da sonda. Desta forma se garantiu que cada ciclo fosse iniciado sob as mesmas condições, conforme mostra a Figura 5.8;



**Figura 5.8 – Posicionamento relativo tanque-travessa no início de cada aquisição**

- ii) Em seguida, a sonda foi deslocada até a posição desejada e após a conclusão do deslocamento aguardou-se aproximadamente um minuto até a água entrar em repouso;
- iii) O servo-motor foi então acionado e o sinal registrado a uma taxa de 20 kHz durante 60 segundos, de forma que para cada ponto foram obtidos dados referentes a 11 ciclos. A Figura 5.9 mostra os dados do ponto 16, do grupo com amplitude máxima de 100 RPM, sem qualquer processamento.



**Figura 5.9 – Sinal em Volts adquirido no ponto 16**

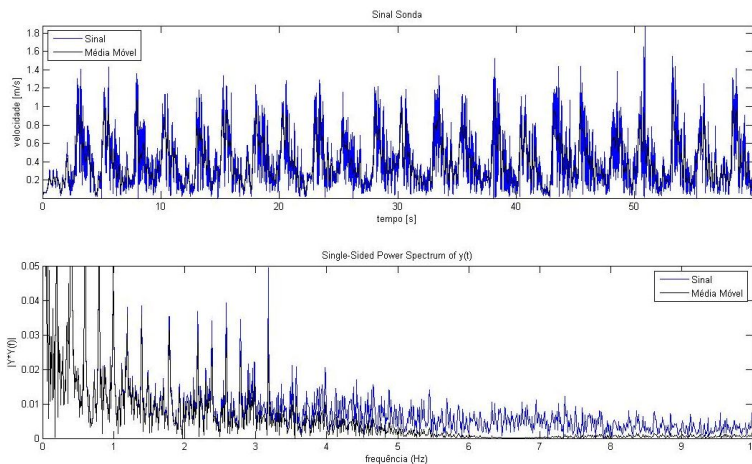
## 5.6 Processamento dos Dados

Em posse dos dados em Volts para todos os 16 pontos de cada conjunto de dados, realizou-se o tratamento dos mesmos, através de algumas rotinas programadas no software MATLAB R14, as quais estão descritas no anexo I deste trabalho.

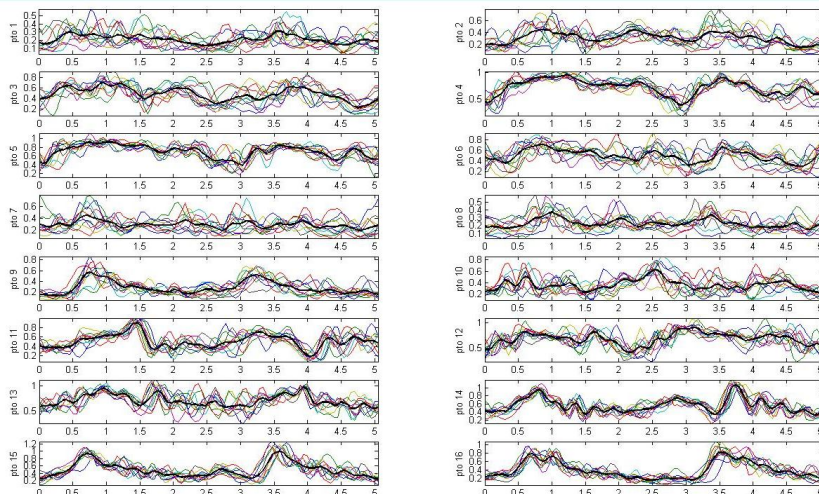
O primeiro passo foi fazer a conversão dos dados de valores de tensão em Volts para valores de velocidade em m/s, utilizando-se a Eq. (5.4). O sinal foi adquirido a uma taxa de aquisição de 20kHz e, desta forma, para cada ponto  $1,2 \times 10^6$  valores de velocidade foram obtidos.

Para se evitar distorções nos dados devido a ruídos que podem ser gerados tanto por vibração do sistema quanto por escalas turbulentas nas quais não se tem interesse, foi utilizado um filtro do tipo média-móvel de 3001 pontos, ou seja, a cada ponto foi atribuído o valor da média entre este e seus 1500 vizinhos da esquerda e os 1500 vizinhos da direita. De acordo com a Figura 5.10, percebe-se que o sinal foi atenuado para frequências acima de 5 Hz. Após isto, foram feitas as médias dos ciclos em cada ponto de medição. Como mostra a Figura 5.10, o primeiro ciclo precisa ser eliminado do conjunto, pois este contém informações do transiente inicial, ao longo do qual o escoamento parte do repouso e é acelerado pela rotação do tanque. De maneira semelhante, o final do último ciclo teve de ser ajustado em alguns pontos por estes poderem conter o início de um ciclo adicional adquirido devido a um possível atraso na interrupção da aquisição de dados, que foi feita manualmente. A Figura 5.11 mostra, através das

linhas pretas em destaque, os valores médios de velocidade obtidos em cada ponto de medição através do perfil de rotação de amplitude máxima igual a 100 RPM. Resultados semelhantes também foram obtidos para as curvas de rotação de amplitudes máximas iguais a 60 e 80 RPM.



**Figura 5.10 – Sinal de velocidade no ponto 16 e média móvel e auto-espectro dos sinais**

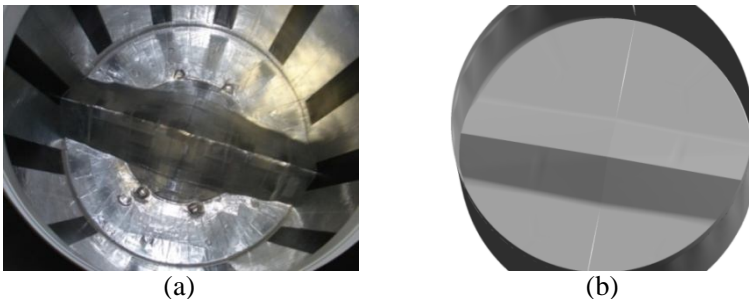


**Figura 5.11 – Médias dos ciclos em cada ponto de medição**

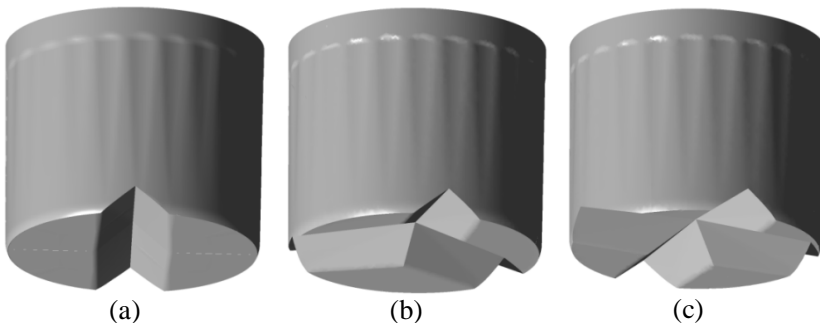
## 6 Resultados

### 6.1 Introdução

A fim de se oferecer um melhor entendimento da fenomenologia envolvida nos escoamentos sob rotação, este capítulo apresenta um conjunto de análises, através das quais se identifica o efeito de alguns parâmetros geométricos e operacionais sobre as principais propriedades do escoamento. O objeto do estudo desta dissertação são tanques cilíndricos de 0,52 m de diâmetro e 0,45 m de altura, com a presença de propulsores triangulares com 0,065 m de altura sobre a superfície do fundo destes, conforme ilustra a Figura 6.1. Os escoamentos em análise são induzidos pela rotação de todo o reservatório. Entre os parâmetros de operação que terão seus efeitos estudados estão a velocidade angular, o nível de líquido no reservatório e a geometria do propulsor (2, 3 e 4 lombadas, como mostra a Figura 6.2).



**Figura 6.1 – Geometria utilizada nos experimentos – (a) Reservatório real; (b) Modelo computacional**



**Figura 6.2 – Diferentes geometrias de propulsores analisadas – (a) 2; (b) 3 e (c) 4 lombadas**

O efeito de mudanças nestes parâmetros será avaliado para algumas propriedades do escoamento como, por exemplo, campo de velocidades, propriedades turbulentas, taxa de deformação e torque resultante.

A seguir é apresentado o procedimento de validação dos resultados numéricos, obtidos com o procedimento descrito nos capítulos 3 e 4. Depois disso, os resultados numéricos são comparados com dados experimentais de torque e velocidades instantâneos a fim de se verificar se o modelo numérico é capaz de representar adequadamente o escoamento no reservatório. Feito isso, são apresentados os principais resultados, acompanhados de discussões sobre os aspectos mais relevantes.

## **6.2 Validação da Solução Numérica**

O primeiro passo a ser dado no sentido de se obterem resultados confiáveis através de uma simulação numérica é a realização de uma análise de erros de truncamento devido às discretizações espacial e temporal. Esta análise deve levar em conta tanto o refino de malha, representado pelo tamanho dos elementos da malha, quanto o refino temporal, que é o avanço no tempo, em se tratando de uma simulação transiente.

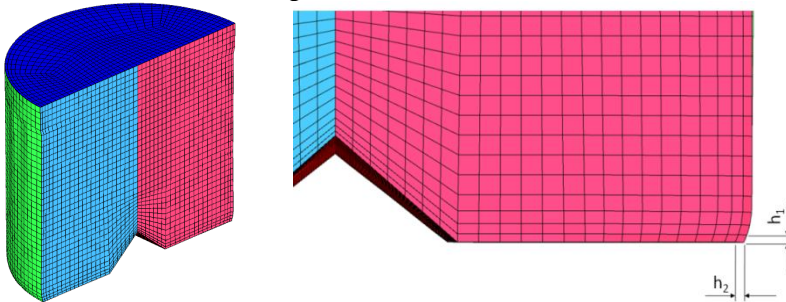
Uma solução numérica ideal deve ser independente da malha, isto é, se a malha for refinada, os resultados não devem sofrer alterações. Este objetivo é, via de regra, difícil de ser alcançado para simulações de interesse prático, pois quanto mais refinada for a malha, maior será o custo computacional da simulação, o que pode até mesmo inviabilizá-la. Quando o número de elementos da malha necessários à solução ideal se torna impeditivo, o que se procura fazer é uma relação de compromisso entre custo computacional e acurácia dos resultados. A seguir os testes de refino de malha realizados neste trabalho são mostrados em maior detalhe.

### **6.2.1 Testes de Refino de Malha**

O refino espacial foi realizado em duas etapas, primeiro determinou-se o tamanho ideal dos elementos próximos às paredes e em seguida dos demais elementos.

Inicialmente foi criada uma malha grosseira com as seguintes propriedades geométricas: o primeiro elemento junto às paredes tinha 5 mm na sua aresta perpendicular à parede (denotada por  $h_1$  e  $h_2$ ), e conforme se afasta das paredes, as arestas dos elementos sofrem um

aumento gradativo à taxa de 25% até alcançarem o tamanho médio de 12 mm, de acordo com a Figura 6.3.



**Figura 6.3 – Malha utilizada nos testes de refino**

Uma vez que a energia é transmitida ao escoamento através da rotação do cesto, é muito importante que o escoamento próximo às paredes sólidas seja resolvido com a maior exatidão possível.

A fim de se determinar o refino ideal de malha junto às paredes foram criadas 4 malhas com as quais realizou-se um conjunto de simulações, onde se utilizou como parâmetro de controle a variável  $y^+$  já definida anteriormente. De acordo com ANSYS CFX (2006), para se garantir que o tratamento automático de parede empregado junto com o modelo de turbulência SST esteja sendo utilizado adequadamente, os valores de  $y^+$  devem ser inferiores a 200.

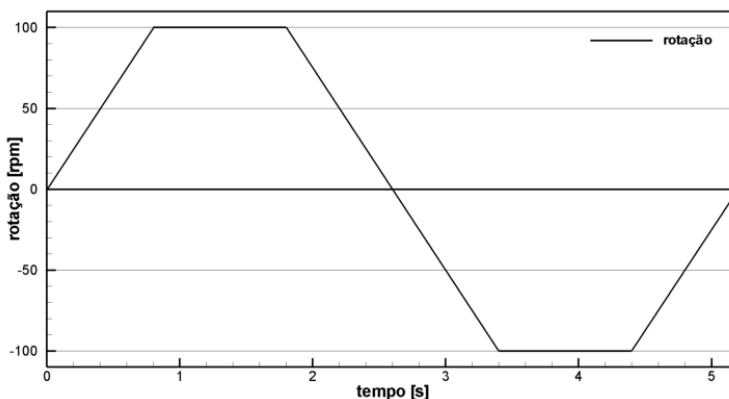
A Tabela 6.1 apresenta o número de nós em cada malha e os valores de  $h_1$  e  $h_2$  que são, respectivamente, as alturas perpendiculares à parede dos primeiros elementos adjacentes às paredes do fundo e da lateral do cesto.

Nestas simulações preliminares, optou-se pela utilização de um modelo simplificado, considerando a presença de apenas um fluido, neste caso, a água. A Figura 6.4 mostra a curva de rotação referente a um ciclo aplicada ao domínio.

**Tabela 6.1 – Relação das malhas utilizadas no refino junto às paredes**

Nome das malhas	Número de nós	$h_1$ [mm]	$h_2$ [mm]
ymais1	30932	5	5
ymais2	34554	3	3
ymais3	46698	1	1
ymais4	47460	1	0,75





**Figura 6.4 – Curva de rotação**

As condições de contorno aplicadas às fronteiras do domínio são apresentadas na Tabela 6.2. O período de um ciclo é de aproximadamente 5,2s. O *timestep* utilizado foi de 0,005s o que resultou em um total de 1040 intervalos de tempo por simulação.

O critério de convergência utilizado em cada iteração no tempo foi erro RMS menor que  $10^{-4}$ , ou um máximo de 10 iterações.

Na primeira simulação, quando da utilização da malha de refino grosseiro junto às paredes, os valores de  $y^+$  em praticamente toda a região das paredes ficaram acima do limite estabelecido de 200. Conforme se aumentou o refino da malha próximo às paredes os valores foram diminuindo até que se encontrou o tamanho ideal dos elementos nesta região. A Figura 6.5 mostra em detalhe a malha utilizada em cada uma das simulações assim como os valores de  $y^+$  obtidos para cada caso.

**Tabela 6.2 – Condições de contorno**

Fronteira	Condição de Contorno
Parede Lateral (WALL)	Parede - Não-escorregamento
Fundo (BOTTOM)	Parede - Não-escorregamento
Topo (TOP)	Parede - Deslizamento
Planos de Simetria (SYMM1 e SYMM2)	Interface com Periodicidade Rotacional

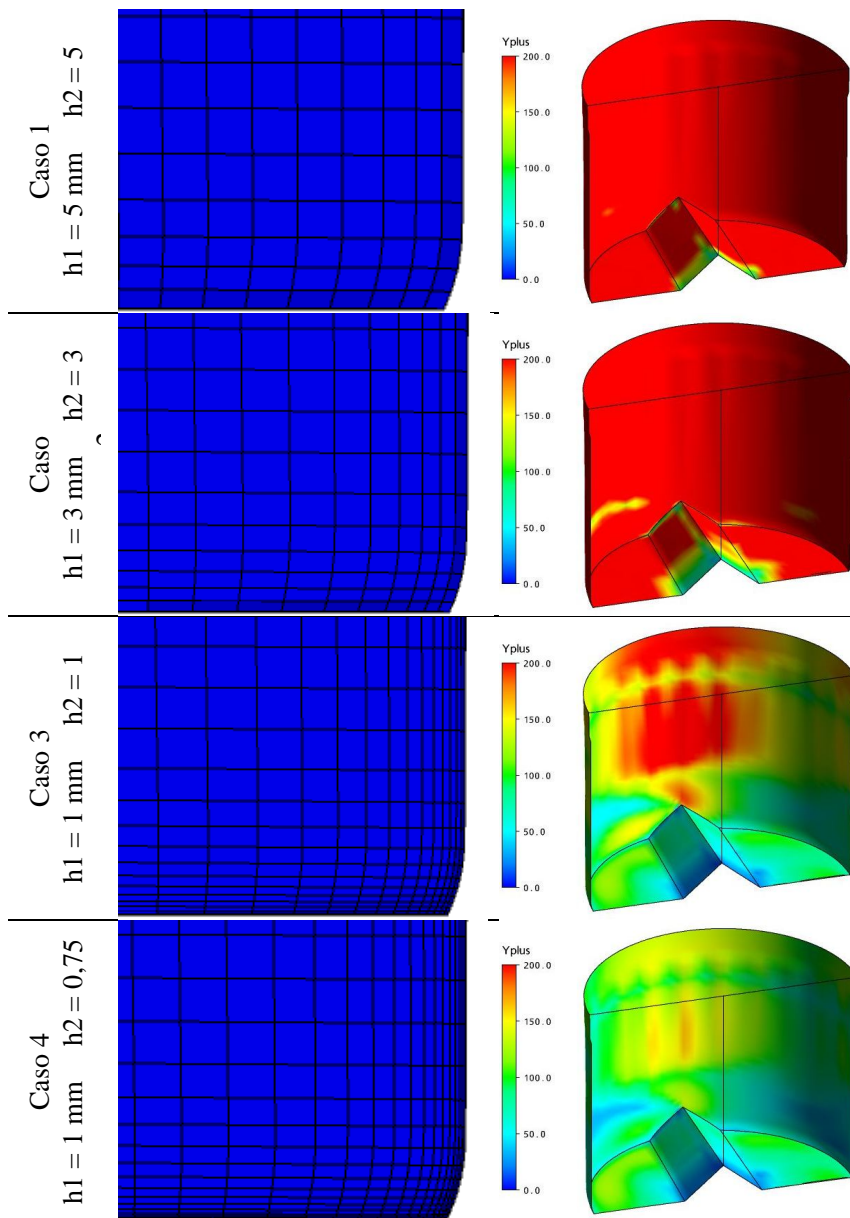


Figura 6.5 – Refino junto às paredes e valores de  $y^+$

Depois de determinado o tamanho ideal dos elementos nas proximidades das fronteiras sólidas do sistema, foi realizada uma otimização do tamanho do restante dos elementos do domínio, levando em consideração a acurácia da solução e o tempo de processamento computacional. Para tanto um novo conjunto de cinco malhas foi criado, utilizando-se em todas elas o refino especificado pelo caso 4 para a região das paredes e um refino crescente para os elementos centrais, de acordo com a Tabela 6.3.

**Tabela 6.3 – Relação das malhas utilizadas nos testes de refino**

Nome das malhas	Número de nós	$h_1$ [mm]	$h_2$ [mm]	Tamanho médio dos elementos [mm]	Número de processadores	Tempo de simulação
taxdef1	63648	1	0,75	10	2	15h 43min 51s
taxdef2	131577	1	0,75	8	4	17h 37min 49s
taxdef3	219648	1	0,75	6	4	1d 15h 42min 08s
taxdef4	779361	1	0,75	4	6	4d 6h 27min 42s
taxdef5	1654632	1	0,75	3	8	6d 8h 20 min 48s

As condições de contorno e parâmetros de simulação utilizados para a obtenção dos resultados a serem apresentados a seguir são as mesmas dos casos anteriores. Entretanto, o critério de avaliação da acurácia da solução neste caso foi baseado na média volumétrica da taxa de deformação do escoamento. A taxa de deformação pode ser escrita da seguinte forma:

$$\gamma = \left[ 2 \frac{\partial \bar{U}_i}{\partial x_j} S_{ij} \right]^{\frac{1}{2}} \quad (6.1)$$

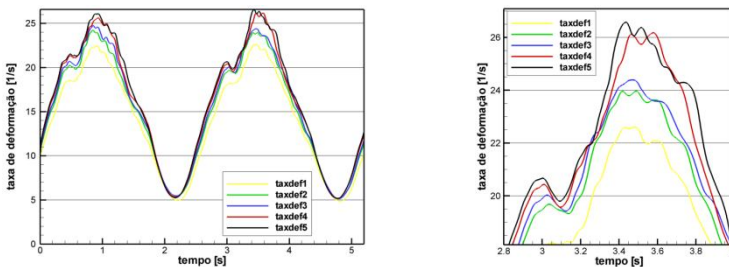
sendo  $S_{ij}$  o tensor taxa de deformação definido por:

$$S_{ij} = \frac{1}{2} \left( \frac{\partial \bar{U}_i}{\partial x_j} + \frac{\partial \bar{U}_j}{\partial x_i} \right) \quad (6.2)$$

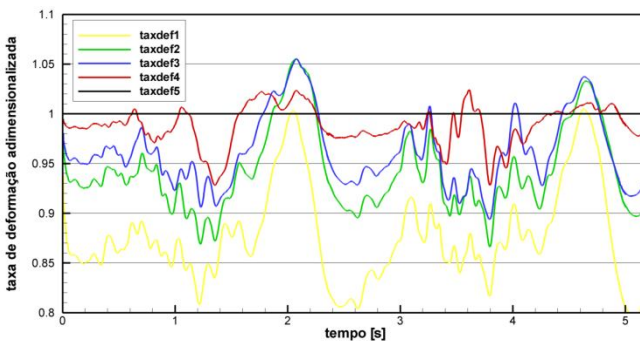
Optou-se pela taxa de deformação volumétrica para se avaliar a qualidade da solução por esta propriedade ter grande influência nos processos de mistura e ainda envolver todas as componentes do campo de velocidade convenientemente em um só termo.

Como se pode perceber através da Figura 6.6, conforme se aumenta o refino de malha, os valores médios da taxa de deformação também aumentam até que se atinge um nível de refinamento no qual aumentos adicionais não resultam em alterações significativas nos resultados. Este nível é alcançado pela malha denominada de "taxdef5" com 1.654.632 nós. Um número de elementos desta magnitude pode ser impeditivo devido ao elevado custo computacional resultante, especialmente em se tratando de simulações transientes multifásicas, as quais são o escopo deste trabalho.

Dividindo todos os resultados pelo obtido com a utilização da malha "taxdef5", considerado assim como referência, tem-se um indicativo do quanto se está perdendo em precisão nos resultados em troca de um menor tempo computacional, conforme mostra a Figura 6.7.



**Figura 6.6 – Taxa de deformação volumétrica**



**Figura 6.7 – Taxa de deformação volumétrica adimensionalizada**

Com a utilização da malha “taxdef3”, por exemplo, podem-se produzir resultados de taxa de deformação volumétrica com um erro máximo de 10% em um quarto do tempo necessário à simulação de um mesmo caso com a malha “taxdef5”. A Figura 6.8 mostra em detalhe o nível de refino das malhas utilizadas.

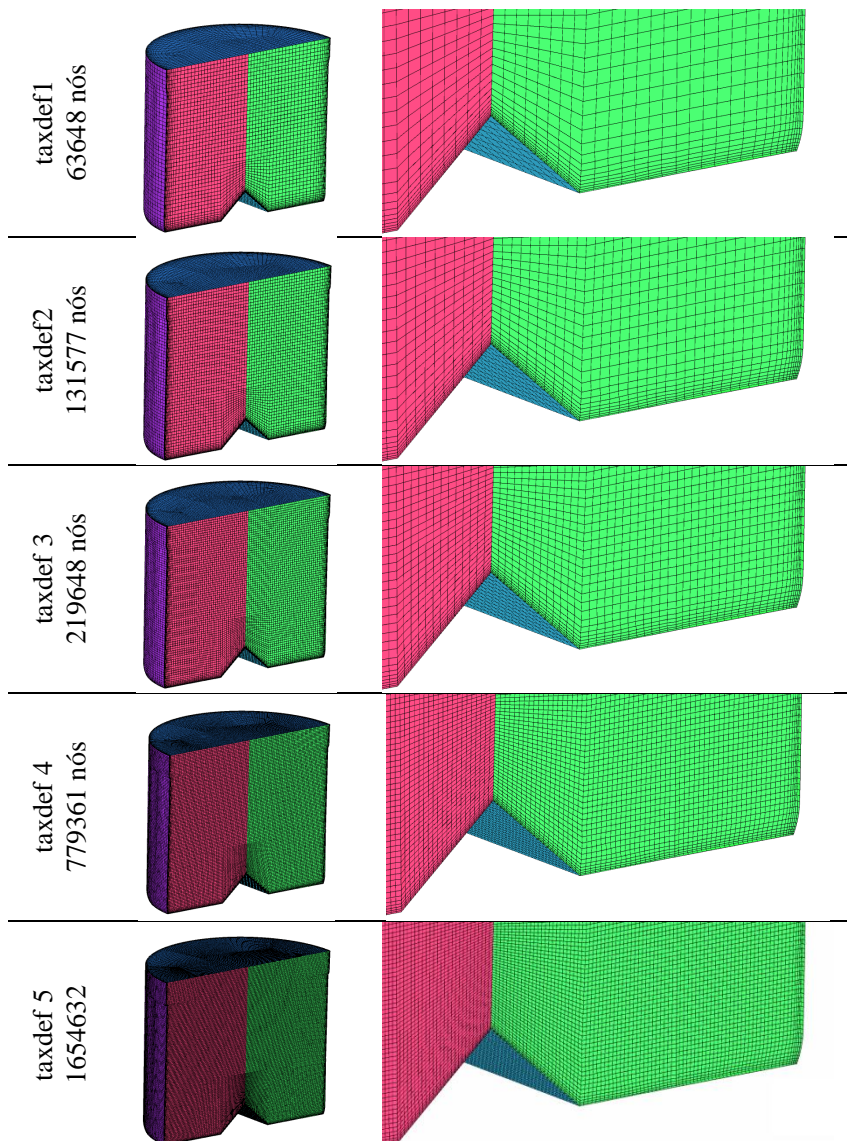


Figura 6.8 – Malhas utilizadas nos testes de refino

## 6.2.2 Refino de Tempo

Uma grandeza de grande importância em se tratando de escoamentos transientes, é o número de Courant, que pode ser definido como:

$$\text{Courant} = \frac{\bar{U}_i \Delta t}{\Delta x_i} \quad (6.3)$$

onde  $\Delta t$  é o passo no tempo utilizado na simulação e  $\Delta x_i$  é o tamanho da malha na direção  $i$ .

Quando se utilizam métodos numéricos explícitos para a resolução de escoamentos, a escolha do passo de tempo deve ser feita de forma a se manter o número de Courant suficientemente baixo para se evitar problemas de divergência da solução.

Devido ao fato de o ANSYS CFX ser um código implícito, não há necessidade de se ter baixos números de Courant para se garantir a estabilidade do processo de solução numérica. Entretanto, a fim de se verificar se o passo de tempo (*timestep*) utilizado não provoca a distorção do resultado através de erros de truncamento, é prudente a realização de testes de refino no tempo.

Com o intuito de se verificar qual o passo de tempo ideal, foram realizadas quatro simulações de 1 ciclo com a malha “taxdef3” de 219648 nós, semelhantes às descritas na seção anterior. O passo de tempo foi variado de 0,05s a 0,001s. A Figura 6.9 mostra os resultados encontrados para a taxa de deformação.

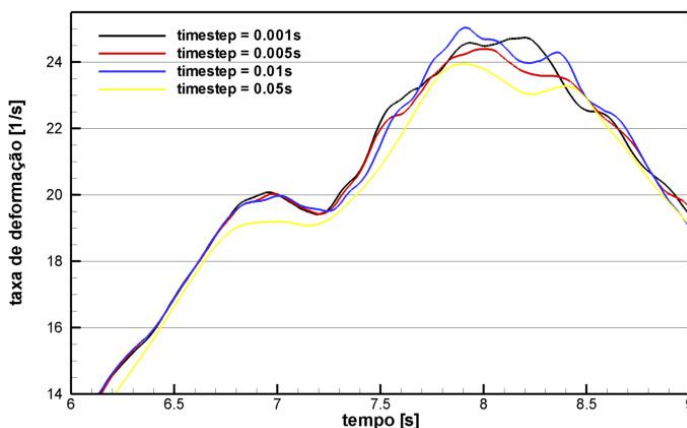


Figura 6.9 – Análise de refino de tempo

Como se pode perceber, a utilização de um passo de tempo menor do que 0,01s não proporciona a obtenção de resultados de maior acurácia. Com a utilização de um passo de tempo de 0,005s, por exemplo, obter-se-iam resultados semelhantes àqueles obtidos com um passo de tempo maior, porém às expensas de um tempo computacional muito maior.

Desta forma, visando-se ter uma relação elevada entre a acurácia dos resultados e o custo computacional, optou-se pela utilização da malha denominada *taxdef3* e do passo de tempo de 0,01s para a realização das análises complementares a serem apresentadas ainda neste capítulo. Esta combinação de refino de malha e de tempo permite que se obtenham resultados de boa qualidade, porém sem o consumo excessivo de recursos computacionais. As malhas utilizadas nos casos de geometrias com 3 e 4 lombadas foram feitas mantendo-se as mesmas características de malha.

As simulações numéricas presentes nesta dissertação foram realizadas em um cluster com processadores 2.33 GHz Intel Xeon Quad-Core, utilizando-se processamento paralelo com aproximadamente 75000 elementos por processador.

Tendo em vista que o período de cada ciclo é de 5,2 segundos e o passo de tempo utilizado é igual a 0,01s, cada ciclo requer a solução numérica de 520 instantes de tempo. Considerando-se a utilização de uma malha como a *taxdef3* com cerca de 220 mil volumes, o tempo total de processamento computacional foi de aproximadamente 35 horas por ciclo.

### **6.2.3 Comparação com Dados Experimentais**

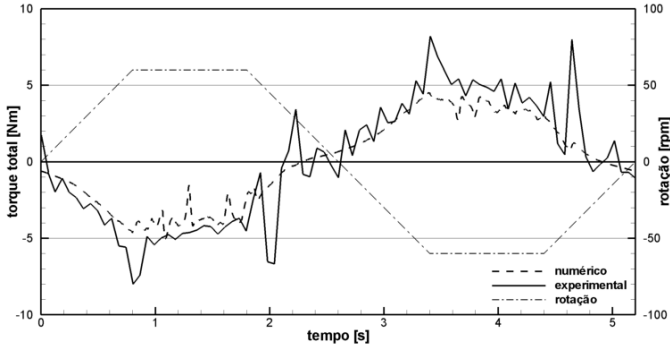
Na validação do modelo numérico, realizada através da comparação de resultados de simulações com outros obtidos experimentalmente, foram utilizados dois tipos de dados. O primeiro é o torque resistivo total causado pelo escoamento e é um resultado global, pois resulta do atrito viscoso do fluido contra as paredes do reservatório e do gradiente interno de pressão causado pelo propulsor triangular adaptado ao fundo do reservatório. O segundo tipo de dado utilizado foi o campo de velocidade no interior do reservatório e serve para verificar se o modelo numérico também é capaz de descrever localmente o escoamento.



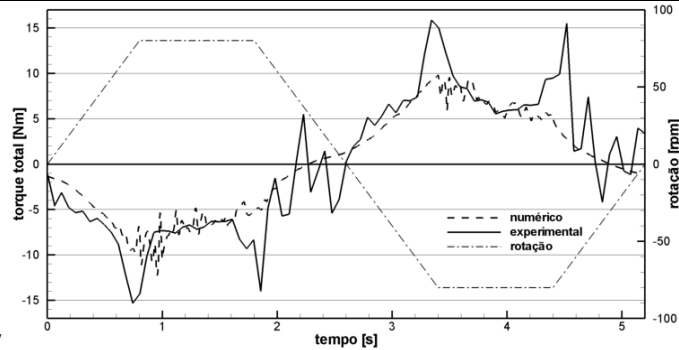
**i) Torque**

Uma vez que o torque é calculado através do campo de velocidades previsto pelo modelo numérico, a boa concordância entre os valores numéricos e experimentais, mostrada nos três gráficos da Figura 6.10, é um bom indicativo de que o escoamento tenha sido resolvido corretamente. Fica claro que independentemente da magnitude da rotação aplicada ao reservatório, o modelo numérico utilizado é capaz de calcular o torque resistivo com boa precisão.

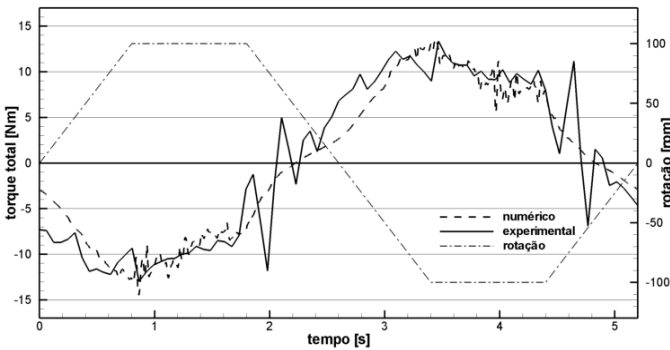
É importante salientar que os picos que aparecem aproximadamente nos tempos 2s e 4,5s nas curvas de torque experimental são decorrentes do circuito eletrônico responsável pelo controle do servo-motor, que não consegue fazer a inversão suave do sentido do movimento de rotação do dispositivo.



(a)



(b)



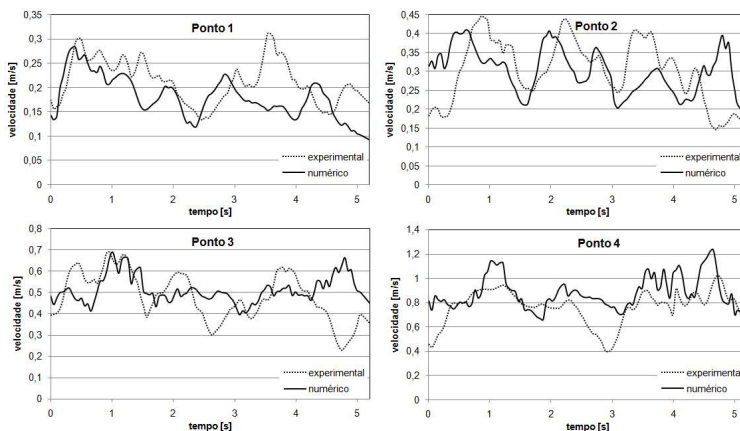
(c)

**Figura 6.10 – Comparação entre resultados de torque numéricos e experimentais para curvas de rotação de diferentes amplitudes: (a) 60 rpm; (b) 80 rpm; (c) 100 rpm**

## ii) Campo de velocidade

Os dados experimentais de módulo de velocidade obtidos através da sonda 55R13 da DANTEC referentes aos pontos 1, 2 e 3 foram os que apresentaram os maiores desvios-padrão quando do cálculo das médias de ciclo. Além disso, estes pontos não apresentaram concordância com os resultados numéricos. O motivo da discordância entre os valores numéricos e experimentais é provavelmente devido à proximidade desses pontos em relação à interface água-ar. Este é um aspecto que merece um estudo mais detalhado.

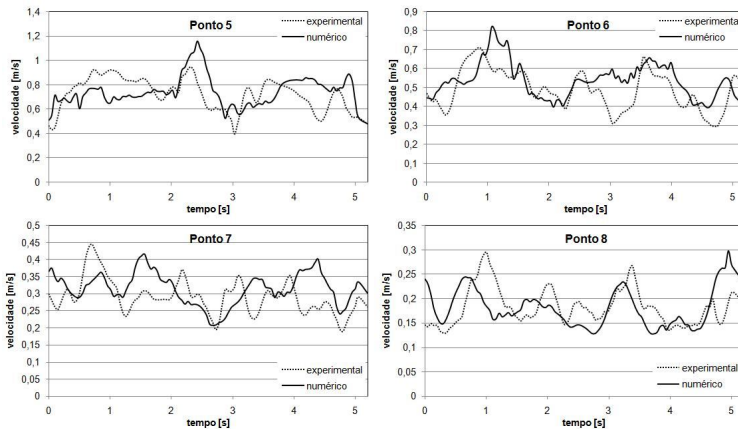
Naturalmente, parte da discordância pode estar associada a erros na previsão numérica da interface e, conseqüentemente, na velocidade do fluido nesta região. Já em se tratando dos dados experimentais, o alto desvio padrão observado entre os ciclos utilizados na obtenção das médias pode ser devido à interferência do próprio suporte da sonda utilizado no experimento, que pode ter influenciado o escoamento nesta região, criando esteiras e vórtices devido à pequena coluna de líquido sobre ele e também à menor amplitude da velocidade nestes pontos. Os resultados comparativos entre simulação e experimentos para os pontos de 1 a 4 podem ser observados na Figura 6.11.



**Figura 6.11 – Comparação entre velocidades obtidas numérica e experimentalmente referentes aos pontos de medição 1, 2, 3 e 4**

Percebe-se que o ponto 4 apresenta uma melhor correlação entre os dados medidos e os simulados, provavelmente devido ao fato de este estar localizado próximo à parede lateral do cesto, onde a magnitude da velocidade é maior e, por conseqüência, a influência do instrumento de medição sobre os resultados é menor.

A Figura 6.12 apresenta a comparação entre os resultados experimentais e os numéricos para os pontos 5, 6, 7 e 8, situados 5 cm abaixo dos pontos 1 a 4, conforme mostra a Figura 5.2. Percebe-se para estas posições uma melhor concordância entre ambos os resultados, quando comparada com aquela observada para os pontos da região próxima à interface água-ar. As magnitudes das velocidades medidas e calculadas são muito semelhantes, assim como seus perfis, à exceção de alguns pontos nos quais existe uma discrepância considerável como ocorre, por exemplo, no ponto 6 no instante 3s e no ponto 8 no instante 5s.

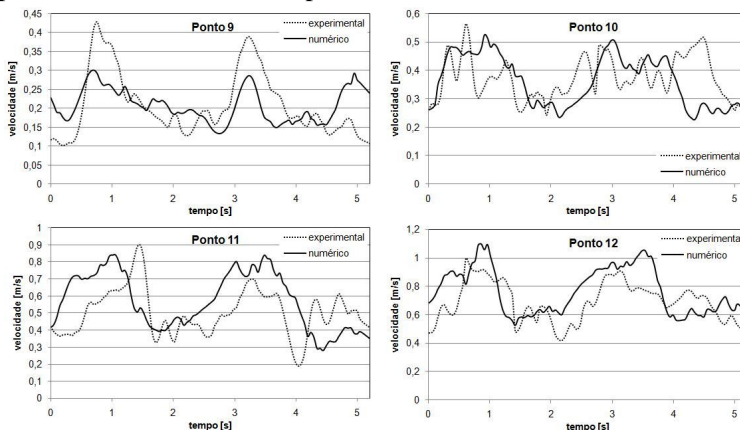


**Figura 6.12 – Comparação entre velocidades obtidas numérica e experimentalmente referentes aos pontos de medição 5, 6, 7 e 8**

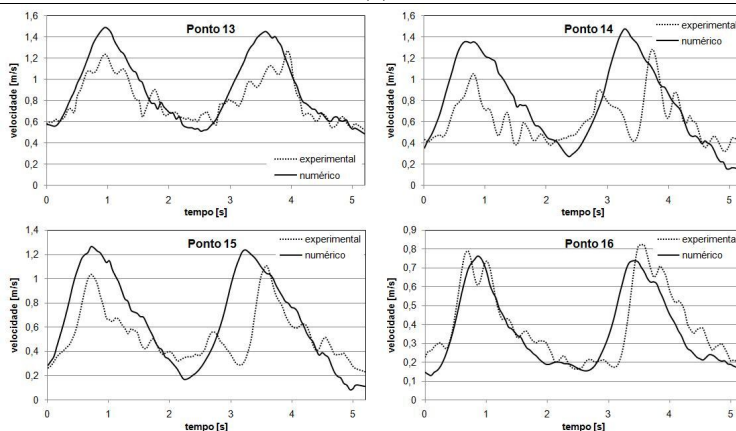
Os conjuntos de dados relativos aos pontos de medição mais próximo do fundo do reservatório, ou seja, aqueles que contem os pontos de 9 a 12 e de 13 a 16, apresentam os melhores níveis de concordância entre os dados numéricos e experimentais. O desvio padrão médio entre os ciclos utilizados na realização das médias destes pontos encontra-se no intervalo entre 0,17 e 0,25, enquanto que o do conjunto referente aos pontos 1 a 4 situa-se entre 0,28 e 0,42.

A melhor concordância entre os resultados experimentais e numéricos nesses pontos pode ser explicada pela maior proximidade em relação ao fundo do reservatório, fazendo com que, devido à presença do perfil que impulsiona o escoamento, os níveis de velocidade sejam mais elevados. Sendo assim, a presença da sonda e de seu suporte tende a causar perturbações no escoamento que não afetam tanto as medições, pois a ordem de grandeza destas perturbações tende a ter uma menor importância sobre o escoamento médio.

A Figura 6.13 traz os gráficos comparativos entre os dados obtidos através de simulação numérica e também experimentalmente para os pontos de medição de 9 a 16. Pode-se perceber claramente a melhor concordância entre os resultados numéricos e os dados experimentais, sobretudo nos pontos de 13 a 16.



(a)



(b)

**Figura 6.13 – Comparação entre velocidades obtidas numérica e experimentalmente referentes aos pontos de medição: (a) - 9, 10, 11 e 12 e (b) - 13, 14, 15 e 16**

Visando-se a uma complementação da comparação entre os valores de velocidade obtidos experimental e numericamente, tais resultados foram utilizados para a preparação de gráficos de contorno de

velocidade, mostrados na Figura 6.14 para os instantes de tempo 0,5 s e 2,6 s. Como pode ser percebido, embora não haja uma concordância completa, tanto a magnitude quanto a disposição das linhas são bastante coerentes entre os dois conjuntos de dados.

Tendo sido mostrado o nível de acurácia dos resultados numéricos, no restante deste capítulo será analisada a influência de diversos parâmetros sobre as variáveis mais importantes para a eficiência dos processos de mistura, tais como geometria, velocidade angular e nível de líquido no reservatório.

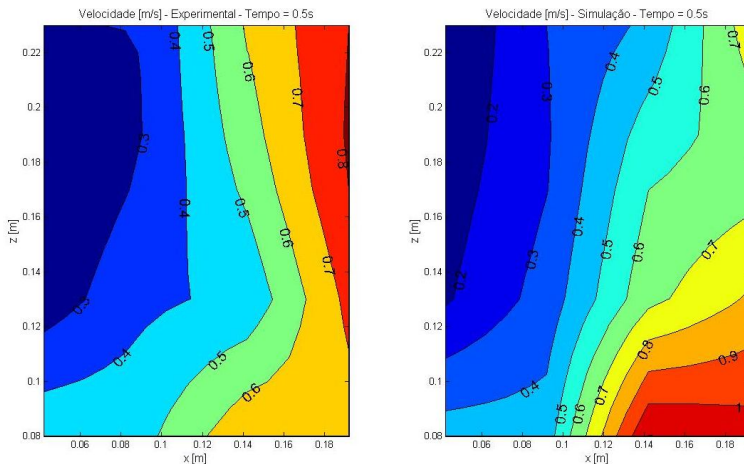
### **6.3 Influência do Propulsor**

Neste item será discutida uma série de aspectos relacionados a mudanças na geometria do propulsor do tanque. A geometria base com propulsor composto por duas lombadas triangulares, utilizada nas análises de refino de malha e de tempo realizadas anteriormente, será comparada com outras duas geometrias, uma com três e outra com quatro lombadas, conforme mostrado na Figura 6.2.

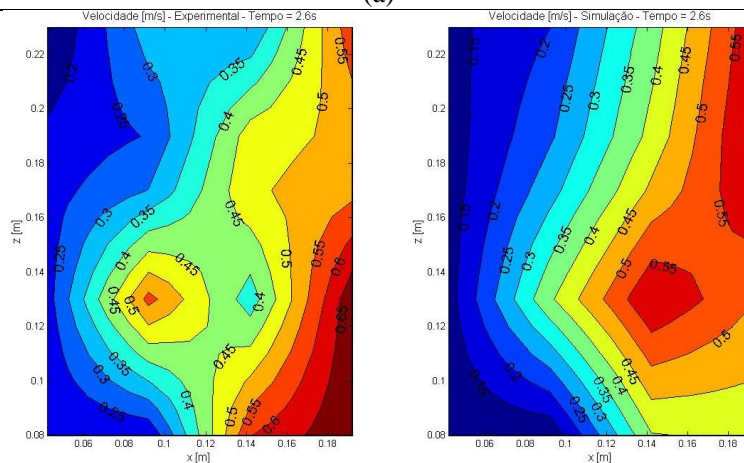
As características geométricas dos dispositivos de mistura são, provavelmente, as mais importantes e também as mais difíceis de tratar. Sua importância é decorrente do fato de que as geometrias do tanque e do propulsor definem a qualidade final da mistura no que tange ao efeito mecânico. O principal empecilho em se determinar a geometria ideal de um misturador reside na falta de um conhecimento mais completo da fenomenologia envolvida nestes escoamentos que possibilite a definição dos padrões geométricos mais indicados para cada aplicação. Atualmente o método mais empregado no projeto da geometria destes equipamentos é o de tentativa e erro. Ou seja, constroem-se protótipos e se realizam testes até a identificação do melhor caso. Esta alternativa não é viável em longo prazo, pois é extremamente dispendiosa e demorada.

#### **6.3.1 Campo de Velocidade**

O campo de velocidades, embora não proporcione uma indicação direta da qualidade do processo de mistura, afeta as outras variáveis de interesse, como taxa de deformação, quantidades turbulentas e torque resistivo. Através do campo de velocidades ainda se pode obter linhas de trajetória que auxiliam na identificação de zonas mortas, as quais são regiões de recirculação estacionária que prejudicam a qualidade da mistura e costumam ocorrer na presença de fluidos de alta viscosidade e não-newtonianos.



(a)



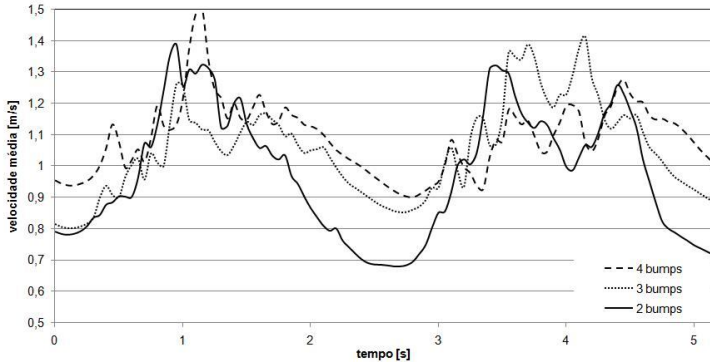
(b)

**Figura 6.14 – Contornos de velocidade experimentais e simulados em: (a) 0,5 s e (b) 2,6 s**

Aplicando-se a curva de rotação mostrada na Figura 6.4 aos reservatórios com propulsores de 2, 3 e 4 lombadas, obtém-se as curvas de velocidade média apresentadas na Figura 6.15. Estas médias foram calculadas através de uma ponderação no volume, de acordo com (6.4), para se evitar distorções causadas por regiões com maior densidade de volumes.

$$\bar{U} = \frac{\sum_{i=0}^n V_i \bar{U}_i}{\sum_{i=0}^n V_i} \quad (6.4)$$

Na expressão anterior,  $V_i$  refere-se ao volume de cada volume finito do domínio.



**Figura 6.15 – Transiente da velocidade média volumétrica para tanques com 2, 3 e 4 bumps**

De acordo com os resultados, o propulsor de 4 lombadas sustenta a magnitude média das velocidades em níveis mais altos durante a maior parte de cada ciclo. Isto só não se verifica nos instantes entre 0,8 e 1,8 s e 3,4 e 4,4 s quando o tanque gira com rotação constante e na sua amplitude máxima. Nestes intervalos as curvas de velocidade se entrelaçam. Isto ocorre quando os níveis máximos de rotação são atingidos e mantidos por algum tempo porque o fluido, através do efeito centrífugo, é forçado para as laterais do tanque formando uma superfície livre em forma de parábola. O nível da água sobe junto às paredes laterais até que porções de fluido se desprendem e caem novamente no interior do tanque.

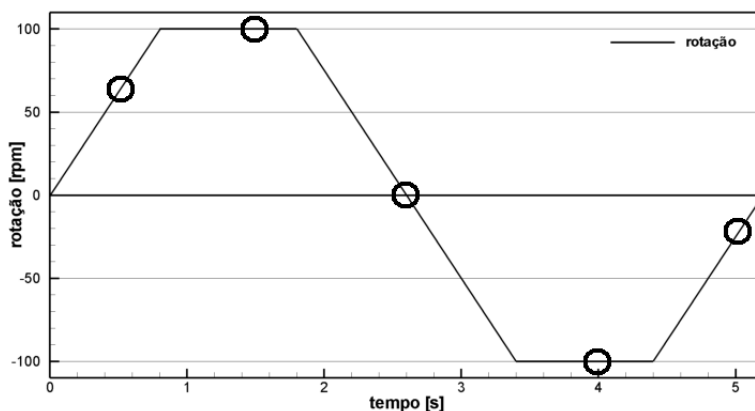
Para os instantes marcados na Figura 6.16, pode-se acompanhar o desenvolvimento do campo de velocidades no decorrer de um ciclo (a Figura 6.17). Nos instantes 1,5 e 4 s é possível notar a ocorrência do fenômeno da subida de fluido nas paredes laterais e as porções de fluido retornando ao escoamento, bem com a magnitude das velocidades e sua distribuição.

### 6.3.2 Turbulência

De acordo com Baldi e Yianneskis (2004), a dissipação da energia cinética turbulenta é um parâmetro muito importante, já que o mesmo permite prever a quantidade de energia necessária aos processos



de mistura. Baldi e Yianneskis (2004) ainda afirmam que os modelos baseados nas médias de Reynolds, como o utilizado neste trabalho, tendem a subestimar estes valores em 50%. No presente trabalho verificou-se o contrário, ou seja, o resultado numérico para a energia dissipada foi obtido como praticamente o dobro do dado experimental, conforme mostrado na Figura 6.18.



**Figura 6.16 – Pontos do ciclo onde os campos das propriedades são analisados**

A curva experimental da energia dissipada é obtida através da integração no tempo da curva de potência obtida da multiplicação entre as curvas de rotação e torque instantâneos. A curva simulada é obtida da integração no tempo da curva da dissipação da energia mecânica turbulenta. Como pode ser observado, os perfis experimental e numérico possuem certa similaridade, enquanto que as suas amplitudes apresentam uma discrepância considerável. A ocorrência desta diferença entre os valores simulados e numéricos da energia dissipada pode indicar que o modelo de turbulência utilizado está produzindo níveis exagerados de turbulência.

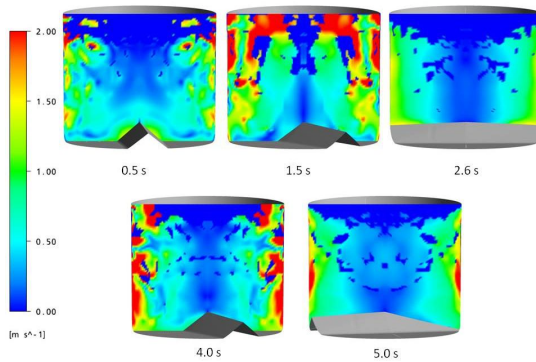
A energia cinética turbulenta e a dissipação da energia cinética turbulenta são obtidas em valores específicos, J/kg e W/kg. Os valores em joules e watts das variáveis  $K$  e  $\epsilon$  são obtidos através das Eqs. (6.5) e (6.6).

$$K = \sum_{i=0}^n ke_i \cdot X_i \cdot \rho \cdot V_i \quad (6.5)$$

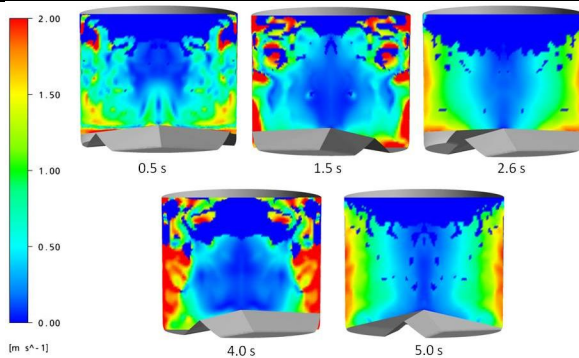
onde  $ke_i$  é a energia cinética turbulenta por unidade de massa em cada volume de controle  $i$ ,  $X_i$  a fração volumétrica de água no volume  $i$  e  $\rho$  a massa específica da água.

$$\varepsilon = \sum_{i=0}^n ed_i \cdot X_i \cdot \rho \cdot V_i \quad (6.6)$$

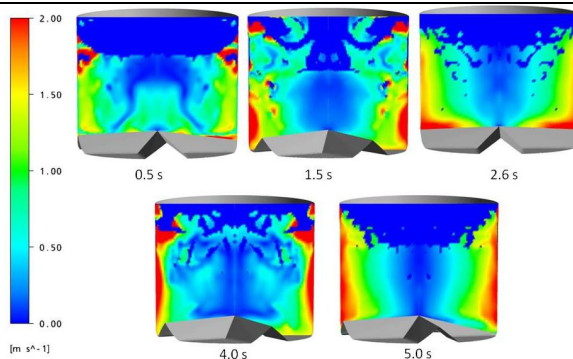
sendo que  $ed_i$  é a dissipação da energia cinética turbulenta por unidade de massa em cada volume de controle  $i$ .



(a)

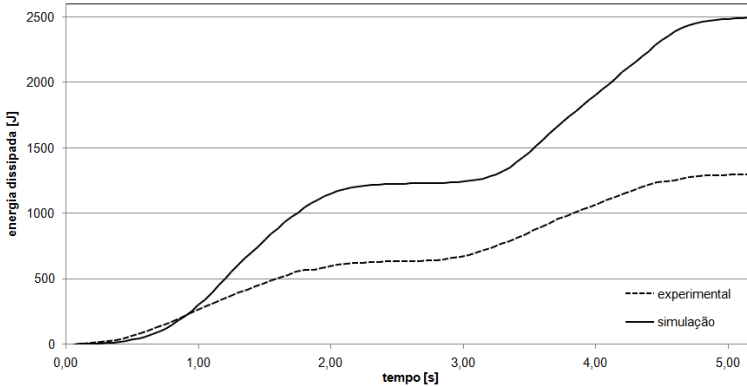


(b)



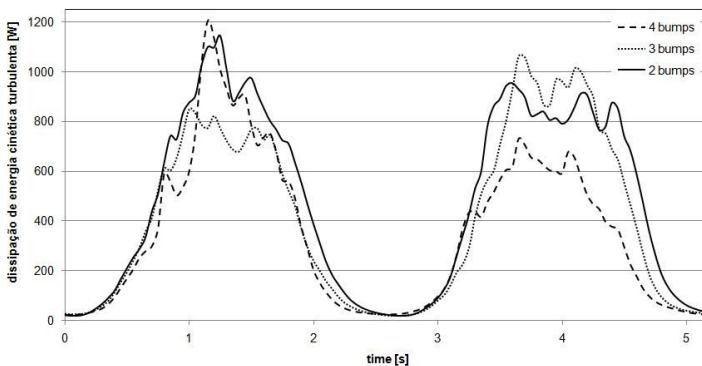
(c)

**Figura 6.17 – Transiente do campo de velocidade em para tanques com: (a) 2, (b) 3 e (c) 4 lombadas**



**Figura 6.18 – Energia dissipada experimental e numérica em um ciclo para tanques com propulsores de 2 bumps sobre a superfície do fundo do tanque**

Integrando-se duas vezes as curvas de dissipação da energia cinética turbulenta apresentadas na Figura 6.19, obtém-se a quantidade de energia necessária ao processo por ciclo. O reservatório com duas lombadas é o que consome mais energia, com 2495,35 joules por ciclo ao passo que os modelos com três e quatro lombadas consomem aproximadamente a mesma quantidade de energia, 2176,42 e 1838,13 joules, respectivamente.

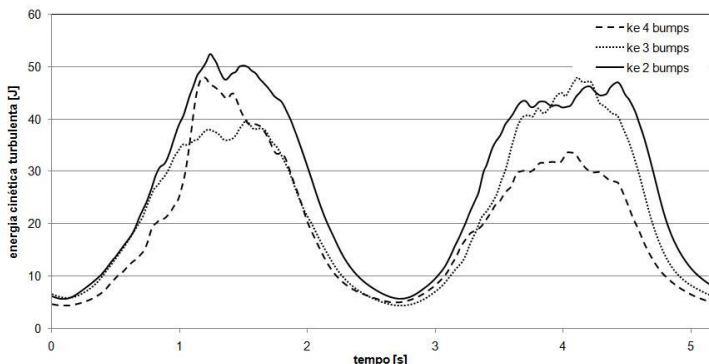


**Figura 6.19 – Transiente da dissipação da energia cinética turbulenta para diferentes propulsores**

A turbulência é, sem dúvida, um fator determinante para os processos de mistura, pois aumenta consideravelmente a dispersão do substrato na solução. Assim, quanto mais turbulento for o escoamento, maior será a sua capacidade de promover a homogeneização de

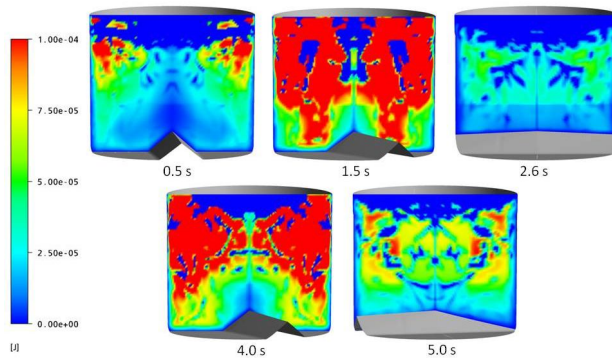
propriedades como, por exemplo, a concentração das fases nele contidas.

A energia cinética turbulenta dos escoamentos originados pelas diferentes geometrias de propulsor é mostrada na Figura 6.20. Como era de se esperar a geometria que dissipa a maior quantidade de energia, correspondente ao reservatório com 2 *bumps*, é aquela que produz os maiores níveis de turbulência.

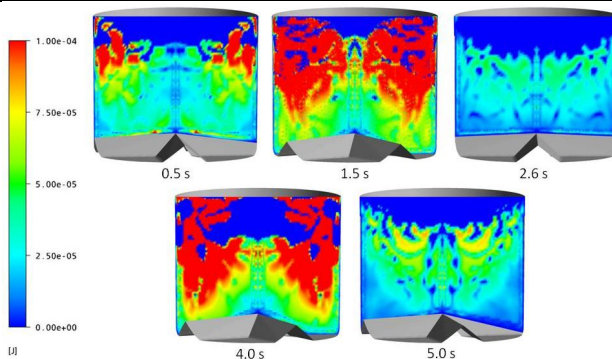


**Figura 6.20 – Transiente da energia cinética turbulenta para tanques com diferentes geometrias**

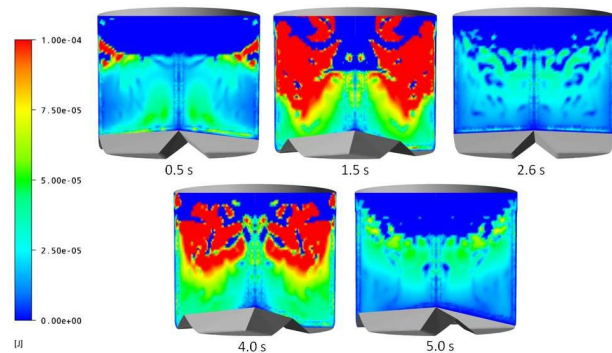
Na Figura 6.21 é apresentado o desenvolvimento dos campos transientes da energia cinética turbulenta para as três geometrias analisadas, podendo ser observadas as regiões onde a intensidade turbulenta é mais elevada. Verifica-se assim que os maiores níveis de energia cinética turbulenta não acontecem no centro do reservatório, onde as velocidades são baixas, nem na região muito próxima às paredes, onde os efeitos viscosos predominam. Os níveis turbulentos mais altos ocorrem próximo à interface água-ar, o que vai ao encontro daquilo que se observa na prática. Pois nesta região ocorre o desprendimento de porções de fluido e, ao mesmo tempo, porções que já haviam se desprendido se esparramam contra a superfície livre, causando ainda mais perturbações no escoamento e aumentando a turbulência.



(a)



(b)

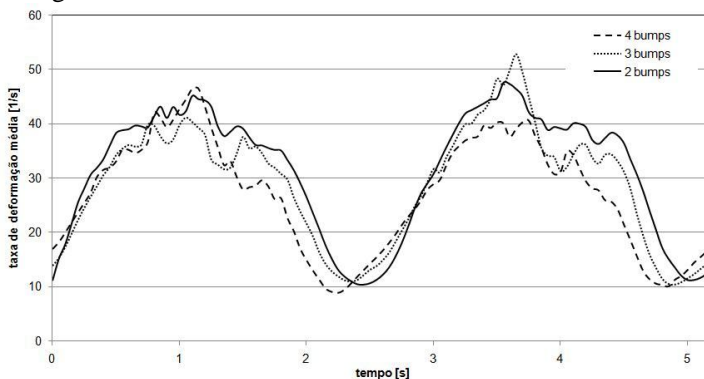


(c)

**Figura 6.21 – Transiente do campo de energia cinética turbulenta para tanques com propulsores com: (a) 2, (b) 3 e (c) 4 lombadas sobre a superfície inferior**

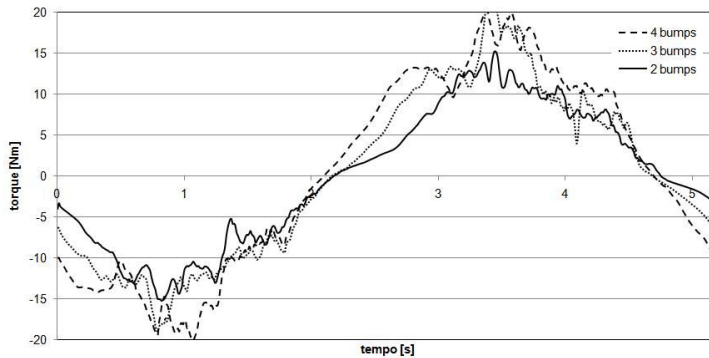
### 6.3.3 Parâmetros Globais do Escoamento

Como comentado anteriormente, uma quantidade de grande importância para os processos de mistura em geral é a taxa de deformação. Além de representar uma medida do esforço cisalhante entre camadas adjacentes, a taxa de deformação é um mecanismo de geração turbulência, como pode ser verificado na Eq. (2.4). Através da Figura 6.22 é possível notar que o propulsor com duas lombadas é o que proporciona os maiores níveis de taxa de deformação média. A Figura 6.25 mostra a evolução da taxa de deformação com o tempo para cada uma das geometrias analisadas neste estudo.



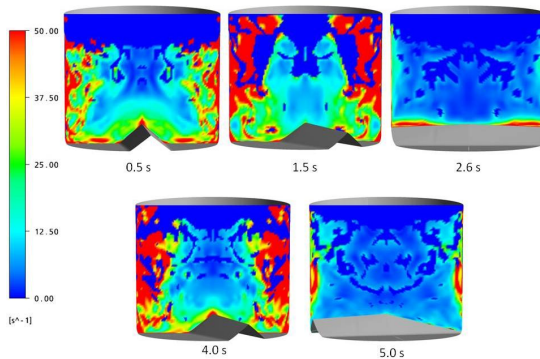
**Figura 6.22 – Transiente da taxa de deformação para diferentes propulsores**

De acordo com os resultados apresentados até aqui, o reservatório com duas lombadas no fundo se mostrou capaz de produzir maiores níveis de energia cinética turbulenta, bem como de proporcionar uma maior taxa de deformação média ao escoamento. Entretanto, ao contrário do que era de se esperar, este reservatório, mesmo apresentando maiores amplitudes das propriedades citadas acima, demanda menos torque que os demais, para uma mesma curva de velocidade angular.

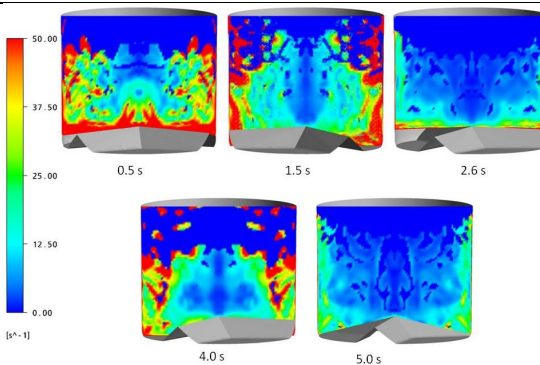


**Figura 6.23– Torque resistivo do escoamento para cada tipo de propulsor**

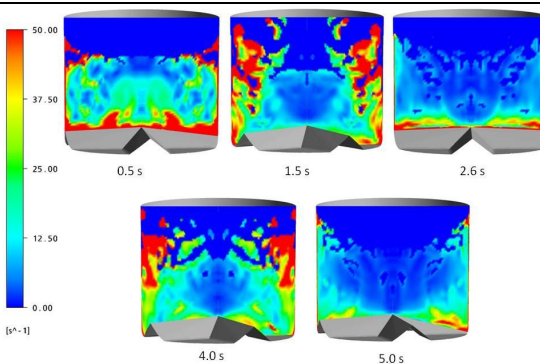




(a)



(b)



(c)

**Figura 6.25 – Transiente do campo de taxa de deformação para tanques com propulsores com: (a) 2, (b) 3 e (c) 4 lombadas sobre a superfície inferior**

## 6.4 Influência da Velocidade Angular

Para a análise numérica dos efeitos da velocidade angular sobre o escoamento, manteve-se a geometria e o nível de líquido constante, variando-se apenas a curva de rotação, de acordo com a Figura 5.7. O tanque utilizado para as simulações apresentadas neste item corresponde à geometria com duas lombadas, Figura 6.2 (a), carregado com 62 litros de água.

Como já era de se esperar, a rotação é o dado de entrada que causa as alterações mais pronunciadas nos campos de velocidade e de energia cinética turbulenta e na de taxa de deformação. A Figura 6.25 foi preparada com a finalidade de se ilustrar a forma e a variação da superfície livre com o movimento de rotação do reservatório, ela refere-se ao ciclo de rotação que atinge a rotação máxima de 60 RPM.

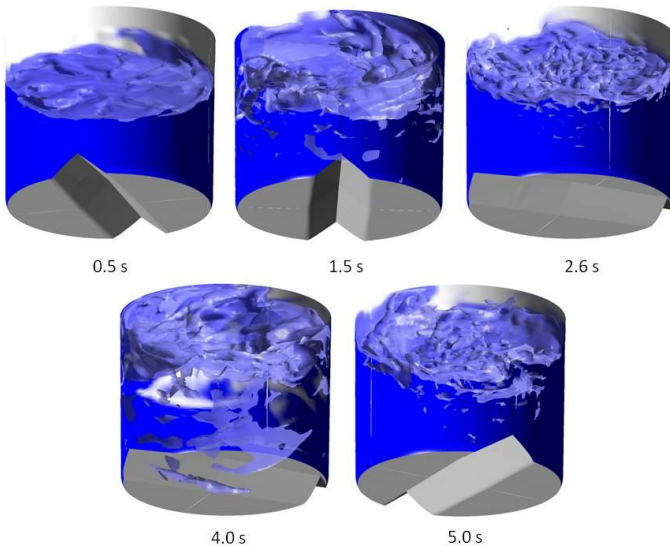
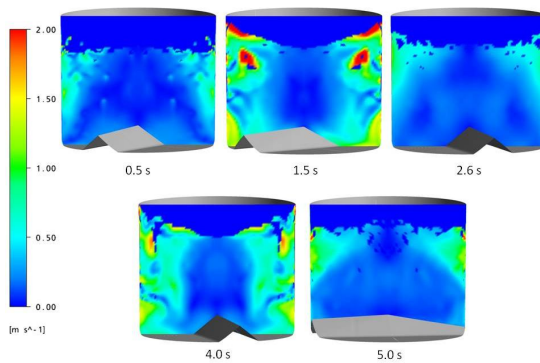


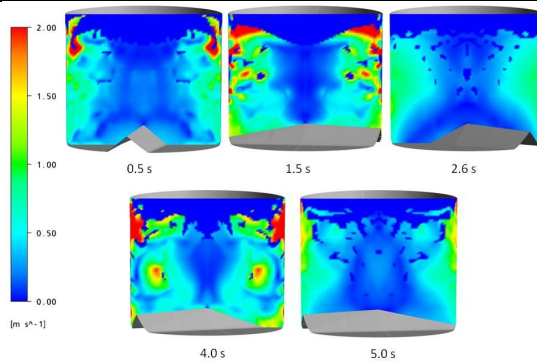
Figura 6.25 – Transiente da superfície livre com a rotação do cesto.

### 6.4.1 Campo de Velocidade

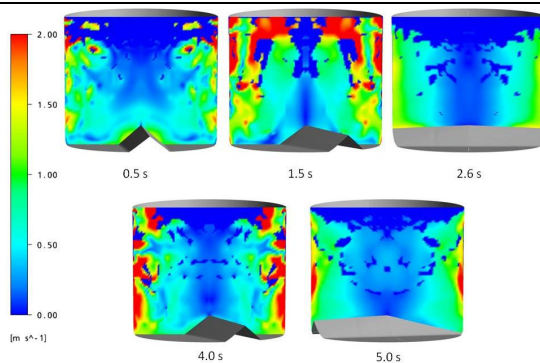
Pode-se perceber claramente através da observação dos campos de velocidade apresentados na Figura 6.26 que, conforme se aplica velocidades angulares mais acentuadas ao reservatório, aumenta-se também a velocidade do fluido em todo o domínio fluido. Estes níveis acentuados de velocidade produzem mais turbulência no escoamento e também provocam maiores gradientes de velocidade, aumentando assim também a taxa de deformação do escoamento.



(a)



(b)



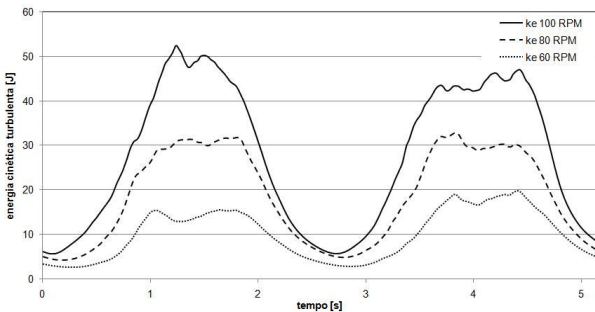
(c)

**Figura 6.26 – Transiente do campo de velocidade para diferentes amplitudes máximas dos perfis de rotação: (a) 60 RPM, (b) 80 RPM e (c) 100 RPM**

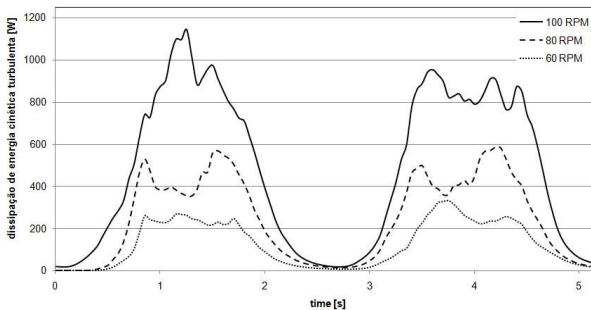
## 6.4.2 Turbulência

Neste caso, cada vez que a rotação é elevada a um nível superior, mais energia é fornecida ao escoamento, e, por conseguinte, ocorre uma maior dissipação desta energia através das pequenas escalas turbulentas. Este mecanismo, pelo qual o escoamento médio provê energia às maiores escalas e estas às menores, é conhecido como cascata de energia.

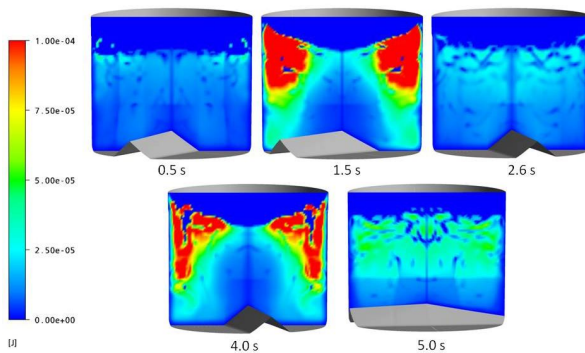
Como ilustrado na Figura 6.27, aumentos na velocidade de rotação do propulsor provocam acréscimos consideráveis na energia cinética turbulenta total do escoamento, o que implica numa maior homogeneidade do processo de mistura devido à maior difusão turbulenta já citada anteriormente. Este aumento nos níveis da energia cinética turbulenta pode ser visto em maior detalhe na Figura 6.29. Obviamente este acréscimo na eficiência do processo de mistura é condicionado a um maior gasto de energia, como mostra a Figura 6.28.



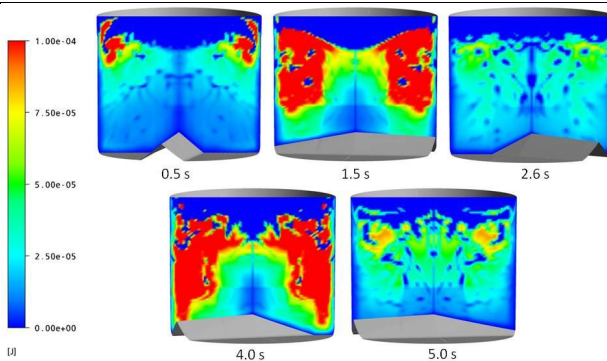
**Figura 6.27 – Transiente da energia cinética turbulenta para diferentes curvas de rotação**



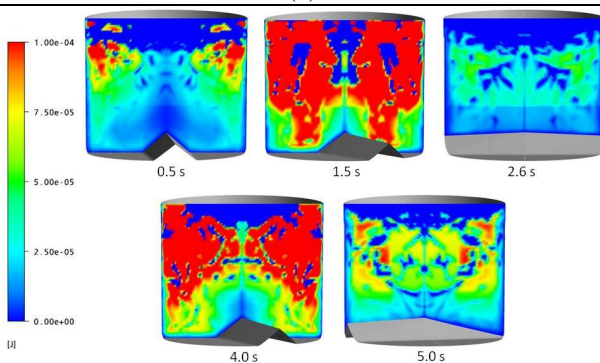
**Figura 6.28 – Transiente da dissipação da energia cinética turbulenta para diferentes curvas de rotação**



(a)



(b)

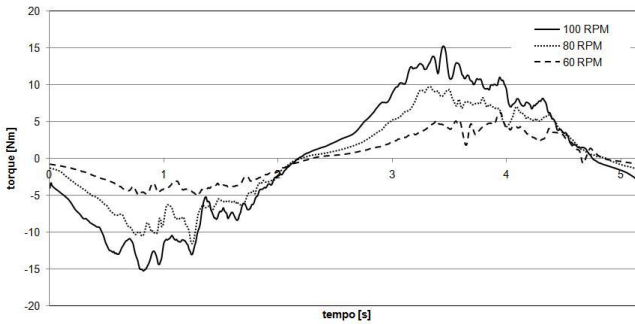


(c)

**Figura 6.29 – Transiente do campo de energia cinética turbulenta para diferentes amplitudes máximas dos perfis de rotação: (a) 60 RPM, (b) 80 RPM e (c) 100 RPM**

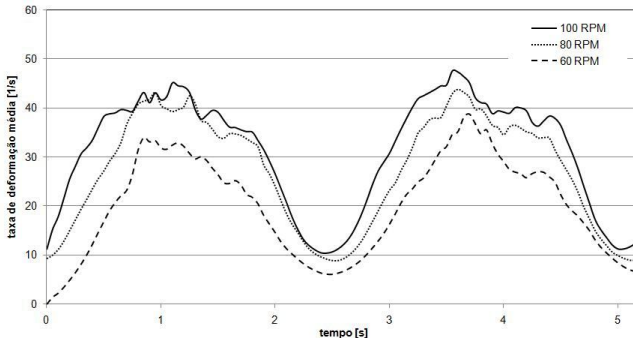
### 6.4.3 Parâmetros Globais do Escoamento

De acordo com o que se esperava, o torque necessário para se manter o escoamento a uma maior velocidade, capaz de gerar níveis de turbulência mais favoráveis ao processo de mistura, é tanto maior quanto mais elevada for a velocidade de rotação. Este aspecto pode ser observado na Figura 6.30.

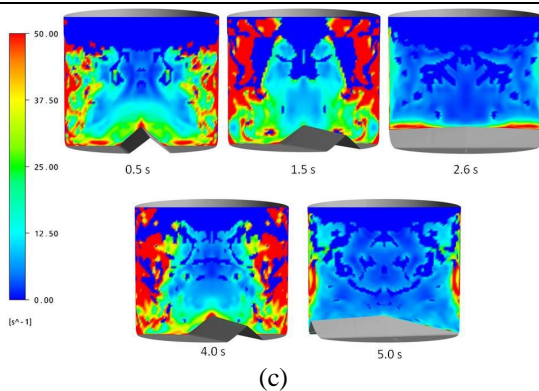
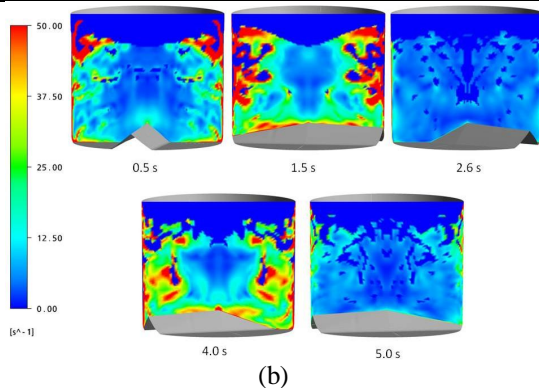
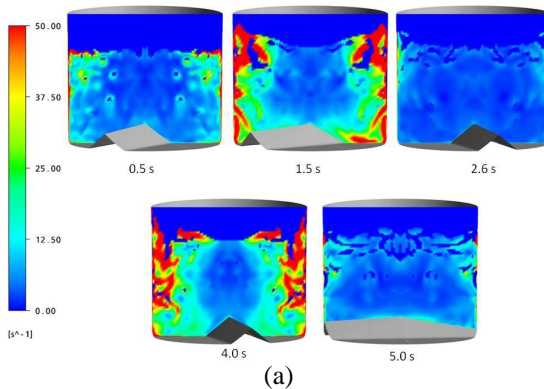


**Figura 6.30 – Transiente do torque resistivo do escoamento para diferentes curvas de rotação**

A taxa de deformação média, cuja importância já foi comentada, é muito suscetível a variações na velocidade de rotação e, conforme esta é aumentada, aumentos proporcionais são verificados na taxa de deformação média. Os valores médios, bem como os campos de taxa de deformação para cada uma das curvas de rotação simuladas numericamente podem ser vistos na Figura 6.31 e na Figura 6.32, respectivamente.



**Figura 6.31 – Transiente da taxa de deformação média para diferentes curvas de rotação**



**Figura 6.32 – Transiente do campo de taxa de deformação para diferentes amplitudes máximas dos perfis de rotação: (a) 60 RPM, (b) 80 RPM e (c) 100 RPM**

## 6.5 Influência do nível de líquido

Todas as simulações anteriores foram feitas considerando-se um volume de 62 litros de água. Para se avaliar as alterações causadas pelo nível de líquido, foram realizadas três simulações adicionais utilizando-se a curva de rotação de amplitude máxima de 100 RPM e com os seguintes volumes de água no reservatório: 52, 62 e 72 litros, conforme ilustrado pela Figura 6.33.

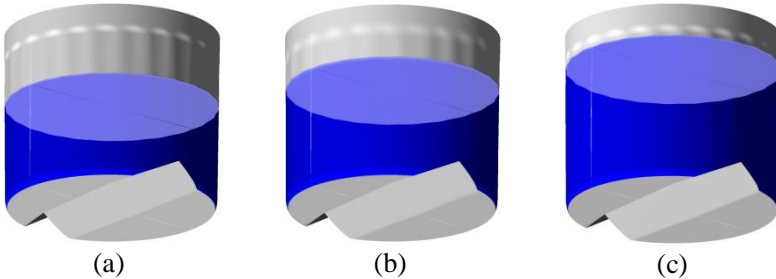


Figura 6.33 – Níveis de líquido – (a) 52 L, (b) 62 L e (c) 72 L

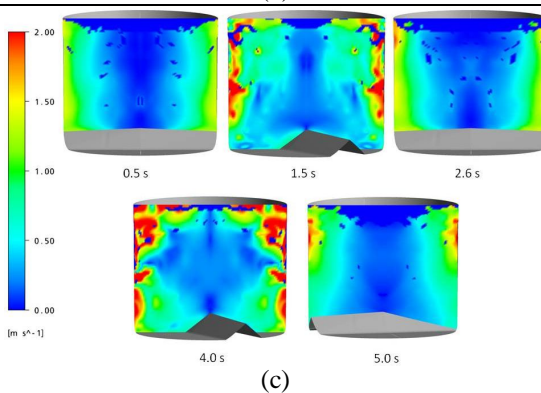
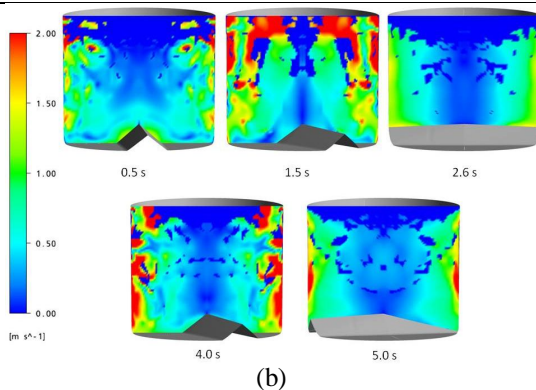
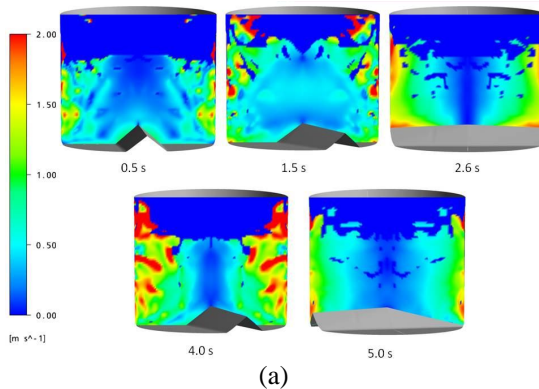
### 6.5.1 Campo de Velocidade

Os campos de velocidade para cada um dos três níveis de líquido considerados são apresentados na Figura 6.34. Como se pode perceber, os níveis de magnitude de velocidade diminuem conforme se aumenta o volume de líquido no reservatório. Este fato pode ser explicado pelo aumento da massa no reservatório, o que aumenta a inércia do escoamento. Desta forma, mantendo-se a mesma rotação, é necessário mais tempo para se transferir energia ao escoamento quando há mais massa no tanque.

Outra constatação é que, conforme se aumenta o volume de líquido no reservatório, a forma parabólica da superfície livre entre o ar e a água tende a ficar mais achatada e mais bem definida, com menos respingos.

Como será visto mais a frente, a variação na inércia gerada pela adição ou retirada de massa do reservatório pode provocar aumentos ou diminuições nos níveis de velocidade do escoamento. Estas mudanças podem causar alterações significativas às demais variáveis de interesse. Sendo assim, sabendo-se que a eficiência dos processos de mistura depende sobremaneira destas variáveis, é muito interessante que se investigue e se encontre o nível de líquido ótimo para cada processo.





**Figura 6.34 – Transiente do campo de velocidade para diferentes níveis de líquido: (a) 52 L, (b) 62 L e (c) 72 L**

### 6.5.2 Turbulência

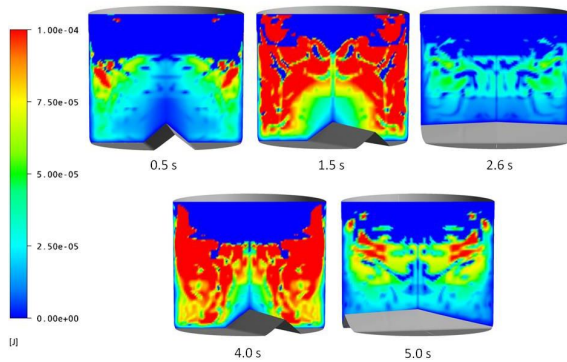
Os campos de energia cinética turbulenta gerados para cada nível de líquido considerado são mostrados em cinco intervalos de tempo na Figura 6.35. A soma dos valores locais de energia cinética turbulenta fornece as curvas de energia cinética turbulenta total, apresentadas na Figura 6.36.

Percebe-se que o escoamento com 62 litros de água é o que fornece os maiores níveis de energia cinética turbulenta. Como os níveis de velocidade diminuem com o aumento da massa, era de se esperar que o escoamento de 52 litros produzisse os maiores picos de energia. Acontece que, embora este seja mais turbulento, ele possui menos massa e isto é a explicação de os valores obtidos serem mais baixos. O mesmo acontece com a dissipação da energia cinética turbulenta mostrados na Figura 6.37.

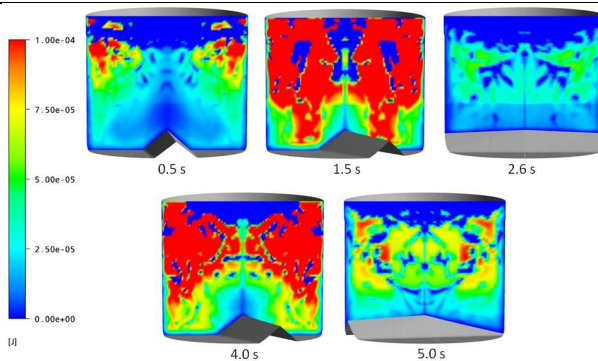
### 6.5.3 Parâmetros Globais do Escoamento

Mantendo-se a mesma curva de rotação e variando-se apenas a quantidade de fluido no interior do reservatório, obtiveram-se resultados semelhantes de torque resistivo do escoamento (Figura 6.38). O que ocorre é que conforme se aumenta a quantidade de fluido no reservatório, a velocidade que este atinge, mantida a curva de rotação, é menor. Sendo assim, as configurações com 52 e 72 litros produziram níveis semelhantes de torque, pois a primeira produz maiores níveis de velocidade com menos massa e a segunda gera níveis menores de velocidade, porém possui maior massa.

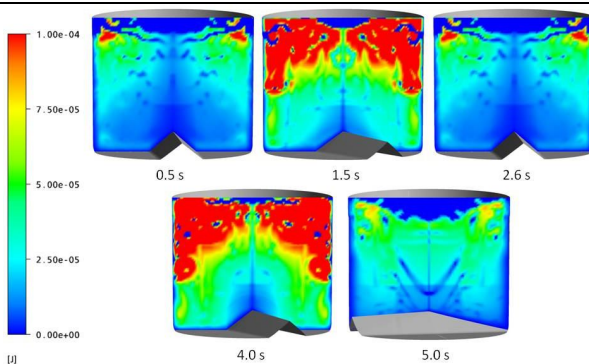
Os valores médios da taxa de deformação calculados para os escoamentos com 52, 62 e 72 litros foram praticamente os mesmos, conforme se pode ver na Figura 6.39. Observando-se a Figura 6.40, onde são apresentados os valores locais da taxa de deformação, fica clara a semelhança entre os níveis locais de taxa de deformação, justificando os valores médios.



(a)

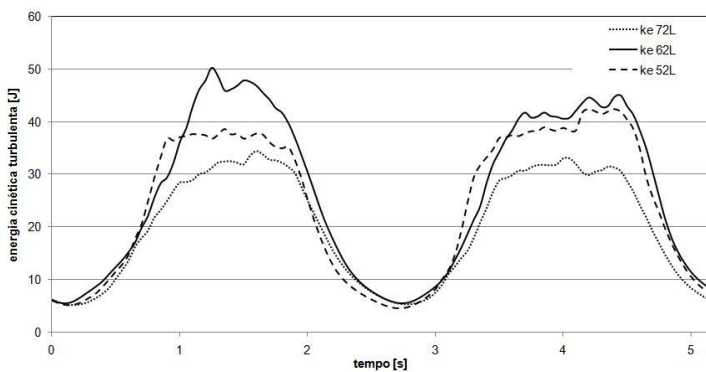


(b)

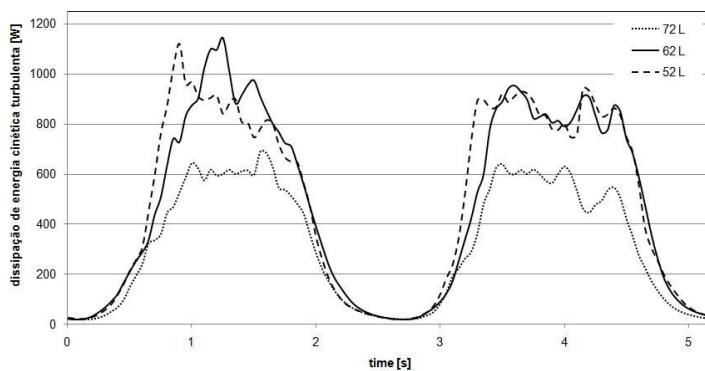


(c)

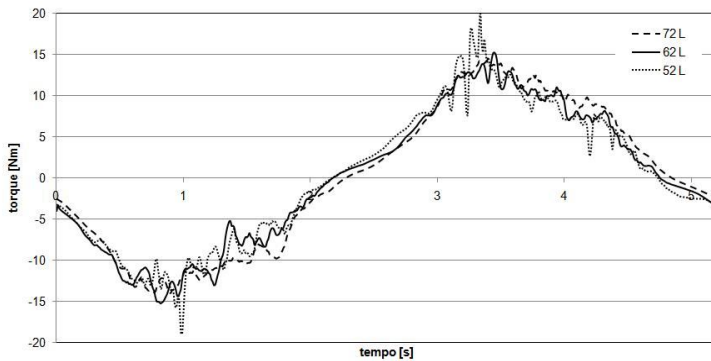
**Figura 6.35 – Transiente do campo de energia cinética turbulenta para diferentes níveis de líquido: (a) 52 L, (b) 62 L e (c) 72 L**



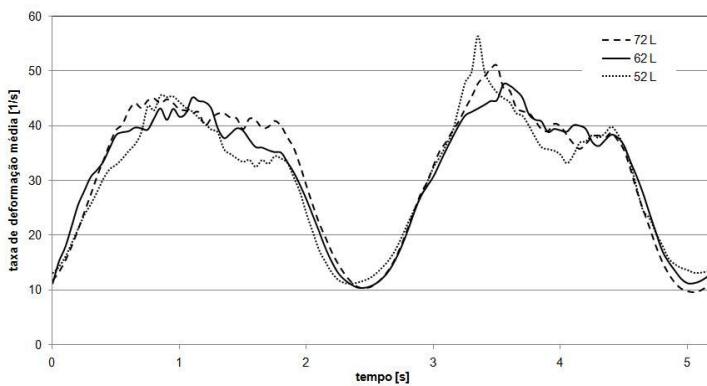
**Figura 6.36 – Transiente da energia cinética turbulenta para diferentes níveis de líquido**



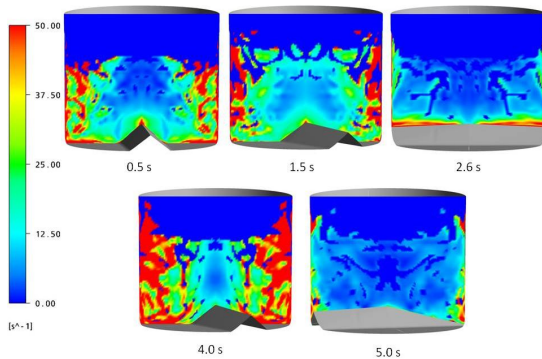
**Figura 6.37 – Transiente da dissipação da energia cinética turbulenta para diferentes níveis de líquido**



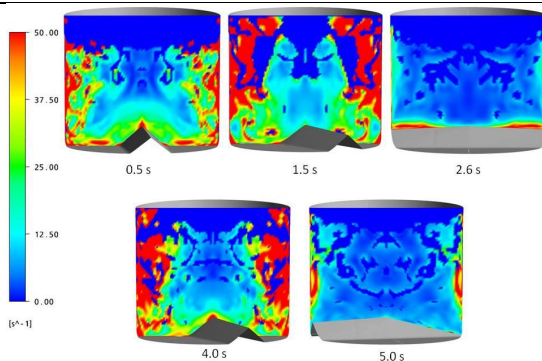
**Figura 6.38 – Transiente do torque do escoamento para diferentes níveis de líquido**



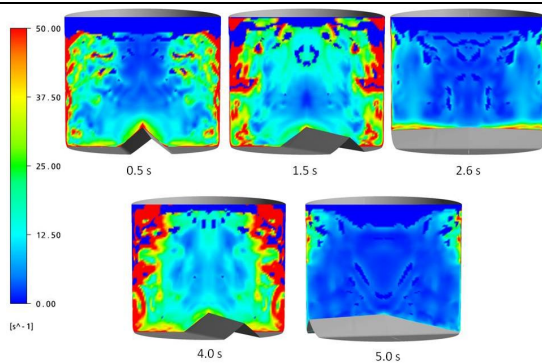
**Figura 6.39– Transiente da taxa de deformação média para diferentes níveis de líquido**



(a)



(b)



(c)

**Figura 6.40 – Transiente do campo de taxa de deformação para diferentes níveis de líquido: (a) 52 L, (b) 62 L e (c) 72 L**

#### **6.5.4 Comentários finais**

Como foi visto neste capítulo, tanto a geometria do reservatório, quanto sua velocidade de rotação e o seu nível de líquido exercem uma influência significativa sobre as principais propriedades do escoamento no seu interior. Desta forma, para a obtenção de processos de mistura eficientes e econômicos, é muito importante que se encontrem valores ótimos para estes parâmetros.

Neste trabalho foi apresentada a maneira como a geometria afeta o escoamento em tanques cilíndricos sob rotação, identificando-se, entre três geometrias bem definidas, aquela que proporciona o processo de mistura mais eficiente. Ou seja, gera maiores níveis de energia cinética turbulenta, ao mesmo tempo em que demanda menos torque.

Demonstrou-se também a existência de um nível ótimo de líquido e comprovou-se que maiores rotações aumentam a qualidade da mistura à custa de um maior consumo de energia.

## 7 Conclusões

---

Como discutido na introdução deste trabalho, escoamentos sob efeito de rotação são processos cuja aplicação ocorre em, praticamente, todos os ramos da indústria. Estes escoamentos estão presentes, por exemplo, nas indústrias química, petroquímica, de fármacos, de cosméticos, metalúrgica, alimentícia, dentre várias outras. Outro aspecto que ficou claro com a revisão bibliográfica, apresentada no capítulo 2, é a falta de um entendimento mais detalhado sobre a fenomenologia física envolvida nestes processos.

Geralmente, os escoamentos sob rotação costumam ser empregados em processos que requerem agitação, com a finalidade de reduzir e, se possível, até mesmo anular não-uniformidades de propriedades dos compostos fluidos envolvidos, como concentração, temperatura, etc. A falta de um conhecimento mais completo sobre os mecanismos físicos envolvidos nestes processos tem uma série de implicações práticas prejudiciais ao desenvolvimento de novos produtos e processos e à manutenção dos já existentes, pois torna difícil o projeto de equipamentos mais eficientes. Mesmo sendo os escoamentos rotativos detentores de tanta importância, praticamente todo o estudo disponível na literatura aberta refere-se ao estabelecimento de correlações empíricas, em demasiado específicas, para a qualidade dos processos de mistura. Vale a pena ressaltar que, segundo Harnby (1992) e Alvarez (2002) apud Lackey (2004), a indústria americana gasta cerca de 10 bilhões de dólares anualmente devido a processos ineficientes de mistura.

Levando o exposto em consideração, e com o objetivo de responder algumas das questões existentes no campo dos processos de mistura, este trabalho investigou numericamente escoamentos sob efeito de rotação em reservatórios cilíndricos com propulsores em forma de lombadas triangulares posicionadas na superfície do fundo do tanque. Todos os escoamentos foram induzidos pela rotação do reservatório como um todo, permitindo uma simplificação da geometria do problema.

Os métodos numéricos de simulação, atualmente bastante difundidos, constituem-se na alternativa mais eficiente de solução de escoamentos que envolvam características físicas e geométricas complexas. A possibilidade de se adotarem códigos computacionais para a simulação de problemas de interesse industrial vem aumentando proporcionalmente ao desenvolvimento e disponibilização de recursos mais elevados de processamento dos computadores modernos.



A fim de complementar a validação da solução numérica e fornecer subsídios para o entendimento do escoamento, uma bancada experimental foi preparada para levantamento de dados experimentais para o campo de velocidade e também para o torque resistivo do escoamento. A bancada foi composta de um sistema de anemometria acoplado a uma travessa de posicionamento tridimensional, bem como de um servo-motor montado sob o reservatório dotado de célula de carga para medição do torque. O sistema de anemometria foi calibrado através de um procedimento recentemente descrito por Morriesen (2009), o qual possibilita a calibração da sonda de fio-quente em ar e o seu emprego subsequente em outros fluidos. Os resultados numéricos de torque apresentaram uma ótima concordância com os dados experimentais, mas os campos de velocidade, embora com boa concordância com dados experimentais em algumas posições, tiveram alguma discrepância principalmente nos pontos de medição mais próximos da superfície livre, a qual sofreu perturbação do aparato de experimental.

Após a validação dos resultados numéricos, verificada através de testes de discretização espacial e temporal, complementada pela comparação com dados experimentais, várias simulações foram realizadas visando averiguar a influência de fatores como a geometria do propulsor, a velocidade de rotação e o nível de líquido sobre a qualidade dos processos de mistura.

Observou-se que a geometria de propulsor com 4 perfis triangulares é a que, na média, eleva o escoamento aos maiores níveis de velocidade. Por outro lado, o propulsor com apenas 2 perfis é o que garante os maiores níveis de energia cinética turbulenta e também de taxa de deformação média, caracterizando-se como a geometria que levaria a um processo de mistura mais eficiente. Mesmo sendo o mais eficiente, o propulsor com duas lombadas é o que requer menos torque para sua rotação, o que mostra ser possível a definição de uma geometria que proporcione um processo mais eficiente e com menor demanda de energia.

Em relação à velocidade de rotação, como já era esperado, maiores níveis de rotação impõem maiores níveis de velocidade ao escoamento e, por conseqüência, maiores níveis de energia cinética turbulenta, de taxa de deformação e de torque. Sendo assim, quanto maior o nível de rotação, melhor a qualidade do processo de mistura, porém tanto maior será o consumo de energia.

O terceiro parâmetro analisado foi o nível de líquido. Esta análise mostrou que há um nível de líquido ótimo para o mecanismo de mistura. Dentre os níveis de líquido estudados aqui, o que apresentou o melhor potencial foi o de 62 litros, sendo capaz de produzir maiores níveis de energia cinética turbulenta do que quando preenchido com 52 e 72 litros. Já as outras propriedades analisadas como taxa de deformação e torque, não apresentaram variações significativas.

A contribuição deste trabalho está no estudo do escoamento turbulento em misturadores de geometria simples, composto por propulsores em forma de lombadas triangulares acopladas ao fundo de um reservatório cilíndrico. As variáveis de maior relevância para os processos de mistura, como campo de velocidades, energia cinética turbulenta, dissipação da energia cinética turbulenta e taxa de deformação, foram analisadas. A influência de alguns parâmetros de operação, como nível de líquido, velocidade de rotação e geometria do propulsor, sobre as variáveis citadas anteriormente foi determinada. O conhecimento gerado, além de auxiliar o desenvolvimento de processos e equipamentos mais eficientes no que tange aos processos de mistura, pode ser estendido a várias aplicações tecnológicas, como por exemplo.

Como sugestão para trabalhos futuros, sugere-se a investigação do efeito dos parâmetros de operação analisados neste trabalho considerando a utilização de fluidos não-newtonianos comumente empregados na indústria. Outro desenvolvimento também muito importante seria a imposição de curvas de torque, e não de rotação, como dado de entrada para as simulações. Isto caracterizaria melhor a rotação dos propulsores, pois a mesma é induzida por motores elétricos cuja potência máxima é conhecida. Desta forma, a rotação imposta pelos motores depende diretamente do carregamento originado pelo escoamento.

## 8 Referências Bibliográficas

---

ALLIET-GAUBERT, M., SARDEING, R., XUEREB, C., HOBBS, P., LETELLIER, B., SWAELS, P., **CFD analysis of industrial multi-staged stirred vessels**, Chemical Engineering and Processing, Vol. 45, pp 415 – 427, 2006.

ALVES, M.V.C., **Análise e modelagem do bombeamento de óleo em compressores herméticos alternativos para refrigeração doméstica**, Dissertação de Mestrado em Engenharia Mecânica, Departamento de Engenharia Mecânica, Universidade Federal de Santa Catarina, Florianópolis, 2007.

ANSYS, Inc., **ANSYS CFX-Solver theory guide**, Release 11.0, USA, 2006.

AUBIN, J., FLETCHER, D. F., XUEREB, C., **Modeling turbulent flow in stirred tanks with CFD: the influence of the modeling approach, turbulence model and numerical scheme**, Experimental Thermal and Fluid Science, Vol. 28, pp 431 – 445, 2004.

BALDI, S., YIANNESKIS, M., **On the quantification of energy dissipation in the impeller stream of a stirred vessel from fluctuating velocity gradient measurements**, Chemical Engineering Science, Vol. 59, pp 2659 – 2671, 2004.

BARDINA, J.E., HUANG, P.G., COAKLEY, T.J., **Turbulence modeling validation testing and development**, NASA Technical Memorandum 110446, 1997.

BOUSSINESQ, J., **Essai la thórie des aux courantes**, Mem. Presentes Acad. Sci., Vol. 23, pp 46, 1877.

BOYER, D., DAVIES, P., GUO, Y., **Mixing of a two-layer stratified fluid by a rotating disk**, Fluid Dynamics Research, Vol. 21, pp 381 – 401, 1997.

BRUUN, H. H., **Hot-Wire Anemometry: Principles and Signal Analysis**, New York, EUA: Oxford University Press Inc. 1995. 507p.

CHANG, H. L., JAE, M. H., HO, S. K., **Flow of a fluid near its density maximum in a differentially rotating cylinder**, International Journal of Heat and Fluid Flow, Vol. 22, pp 433-439, 2001.

CHANG, H. L., JAE, M. H., **Flow of a stratified fluid in a cylinder with a rotating lid**, International Journal of Heat and Fluid Flow, Vol. 20, pp 26 – 33, 1999.

CHENXU, Y., SUNDARAM, G., **Performance evaluation of different model mixers by numerical simulation**, Journal of Food Engineering, Vol. 71, pp 295 – 303, 2005.

DANTEC Dynamics, **Miniature CTA – Installation & User's guide**, Dinamarca, 2002. 9p.

DANTEC Dynamics, **Probes for hot-wire anemometry**, disponível em: <http://www.dantecdynamics.com>. Acesso em dezembro de 2008.

DAVIDSON, L., **An introduction to turbulence models**, Chalmers University of Technology, Publication 97/2, 2003.

DOBY, M. J., NOWAKOWSKI, A. F., NOWAK, E., DYAKOWSKI, T., **Numerical and experimental examination of swirl flow**, Minerals Engineering, Vol. 20, pp 361–367, 2007.

DULAR, M., BAJCAR, T., SLEMENIK-PERŠE, L., ŽUMER, M., ŠIROK, B., **Numerical simulation and experimental study of non-newtonian mixing flow with a free surface**, Brazilian Journal of Chemical Engineering, Vol. 23, pp. 473 – 486, 2006.

FENG-CHEN, L., MASAMICHI, O., KAWAGUCHI, Y., OSHIMA, N., OSHIMA, M., **Experimental study on symmetry breaking in a swirling free-surface cylinder flow influenced by viscoelasticity**, Experimental Thermal and Fluid Science, Vol. 31, pp 237 – 248, 2007.

KOLMOGOROV, A. N., **Equations of turbulent flow of an incompressible viscous liquid**, Journal of Physics - USSR 6 (5), pp 227-228, 1942.

KUMARESAN, T., JYESHTHARAJ, B., **Effect of impeller design on the flow pattern and mixing in stirred tanks**, Chemical Engineering Journal, Vol. 115, pp 173 – 193, 2006.

LACKEY, T. C., **Numerical Investigation of Chaotic Advection in Three-Dimensional Experimentally Realizable Rotating Flows**, Tese de Doutorado em Engenharia Civil e Ambiental, Departamento de Engenharia Civil e Ambiental, Instituto de Tecnologia da Geórgia, Geórgia, 2004.

MALISKA, C. R., **Transferência de calor e mecânica dos fluidos computacional**, 2. ed., LTC, Rio de Janeiro, 2004.

MENTER, F.R., **Zonal two equation  $k-\omega$  turbulence models for aerodynamic flows**, AIAA Paper 93-2906, 1993.

MONTANTE, G., MOŠŤĚK, M., JAHODA, M., Magelli, F., **CFD simulations and experimental validation of homogenization curves and mixing time in stirred Newtonian and pseudo plastic liquids**, Chemical Engineering Science, Vol. 60, pp 2427 – 2437, 2005.

MORRIESEN, A., **Investigação experimental do transiente térmico na câmara de sucção de compressores de refrigeração doméstica**, Dissertação de Mestrado em Engenharia Mecânica, Departamento de Engenharia Mecânica, Universidade Federal de Santa Catarina, Florianópolis, 2009.

PAPANASTASIOU, T. C., GEORGIU, C. G., ALEXANDROU, A. N., **Viscous fluid flow**, CRC Press, Florida, 2000.

PÉREZ, J. A. S., PORCEL, E. M. R., LÓPEZ, J. L. C., SEVILLA, J. M. F., CHISTI, Y., **Shear rate in stirred tank and bubble column bioreactors**, Chemical Engineering Journal, Vol. 124, pp 1 – 5, 2006.

RHIE, C.M., CHOW, W.L., **A numerical study of the turbulent flow past an isolated airfoil with trailing edge separation**, AIAA Paper 82-0998, 1982.

SAVREUX, F., JAY, P., MAGNIN, A., **Viscoplastic fluid mixing in a rotating tank**, Chemical Engineering Science, Vol. 62, pp 2290 – 2301, 2007.

SHEN, W. Z., SØRENSEN, J. N., MICHELSEN, J. A., **Numerical study of swirling flow in a cylinder with rotating top and bottom**, PHYSICS OF FLUIDS, Vol. 18, 064102, 2006.

TAKAJI, I., AKIMASA, Y., FUMIMARU, O., **Fluid flow in a rotating cylindrical container with a rotating disk at the fluid surface**, Fluid Dynamics Research, Vol. 21, pp 417– 430, 1997.

VERSTEEG, H. K., MALALASEKERA, W., **An introduction to computational fluid dynamics**, Longman Scientific & Technical, Nova York, 1995.

XUE S.C., PHAN-THIEN N., TANNER R.I., **Fully three-dimensional, time-dependent numerical simulations of Newtonian and**

**viscoelastic swirling flows in a confined cylinder**, J. Non-Newtonian Fluid Mech., Vol. 87, pp 337–367, 1999.

XUEREB, C., BERTRAND, J., **3-D hydrodynamics in a tank stirred by a double-propeller system and filled with a liquid having evolving rheological properties**, Chemical Engineering Science, Vol. 51, Vol. 10, pp 1725 – 1734, 1996.

YEOH, S.L., PAPADAKIS, G., YIANNESKIS, M., **Determination of mixing time and degree of homogeneity in stirred vessels with large eddy simulation**, Chemical Engineering Science, Vol. 60, pp 2293 – 2302, 2005.

## Anexo I (rotinas MATLAB)

---

### Processar\_Dados\_Medicao

Rotina escrita em MATLAB e utilizada para ler os dados de tensão obtidos nas medições em Volts e transformá-los em valores de velocidades em m/s através da aplicação da curva de calibração sobre estes. Além disso, foi aplicado um filtro do tipo média móvel para reduzir o ruído adquirido com o sinal pela sonda.

```
clear all;
close all;
clc;
%-----
%Programa Usado Para Tratar Dados da Medição
%-----
%Ler Dados
A = dlmread('med_100/MED100_P16.csv', '');
%-----
%Correlacao
Sinal1 = 7.8513E-07*A(:,2).^(7.56918);
Sinal1MM = smooth(Sinal1,3001,'moving');
%-----
%Transformada de Fourier
%-----
Fs = 20000; % frequencia de amostragem
T = 1/Fs; % tempo de amostragem
L = 1200000; % comprimento do sinal
time = (0:L-1)*T; % vetor tempo
%-----
figure(1)
subplot(2,1,1)
plot(time(1:1200000),Sinal1(1:1200000));hold on
plot(time(1:1200000),Sinal1MM(1:1200000),'k')
title('Sinal Sonda')
xlabel('tempo [s]')
ylabel('velocidade [m/s]')
axis tight
h = legend('Sinal','Média Móvel',2);
set(h,'Interpreter','none')
%-----
NFFT = 2^nextpow2(L); % Next power of 2 from length of y
Y = fft(Sinal1,NFFT)/L;
Y2 = fft(Sinal1MM,NFFT)/L;
f = Fs/2*linspace(0,1,NFFT/2+1);
```

```

% Power Spectrum
Py = Y.* conj(Y);
Py2 = Y2.* conj(Y2);
% Plotar auto-espectro do sinal
subplot(2,1,2)
plot(f,2*abs(Y(1:NFFT/2+1)));hold on
plot(f,2*abs(Y2(1:NFFT/2+1)), 'k')
title('Single-Sided Power Spectrum of y(t)')
axis([0 10 0 0.05])
xlabel('frequência (Hz)')
ylabel('|Y*Y(f)|')
h = legend('Sinal','Média Móvel',2);
set(h,'Interpreter','none')
%-----
%Diminuir Resolucao dos Dados
%-----
aux=0;
for i=1:1000:1200000
    aux=aux+1;
    Sinal2(aux)=Sinal1MM(i);
    tempo(aux)=A(i,1);
end
%-----
%Gravar Dados
%-----
dlmwrite('med_100_edited5/MED100_P16.csv',Sinal2, ';')
dlmwrite('med_100_edited5/tempo.csv',tempo, ';')
%-----
%Plotar Dados
%-----
figure(2)
plot(A(:,1),Sinal1, 'b');hold on
plot(A(:,1),Sinal1MM, 'k', 'LineWidth',2);
title('Sinal Sonda')
axis tight
ylabel('velocidade [m/s]')
xlabel('tempo [s]')
axis([0 10 0 1.5])
h = legend('Sinal','Média Móvel',2);
set(h,'Interpreter','none')

```



## **Ajustar\_Ciclos\_e\_Calcular\_Desvio\_Padrão**

Rotina empregada para ajustar os ciclos, separando o sinal adquirido em 10 ciclos e calculando a média e o desvio padrão dos mesmos.

```

clear all;
close all;
clc;
%-----
%Ler Dados de Medição
%-----
DATA(:,1) = dlmread('med_100_edited5/MED100_P01.csv', ');
DATA(:,2) = dlmread('med_100_edited5/MED100_P02.csv', ');
DATA(:,3) = dlmread('med_100_edited5/MED100_P03.csv', ');
DATA(:,4) = dlmread('med_100_edited5/MED100_P04.csv', ');
DATA(:,5) = dlmread('med_100_edited5/MED100_P05.csv', ');
DATA(:,6) = dlmread('med_100_edited5/MED100_P06.csv', ');
DATA(:,7) = dlmread('med_100_edited5/MED100_P07.csv', ');
DATA(:,8) = dlmread('med_100_edited5/MED100_P08.csv', ');
DATA(:,9) = dlmread('med_100_edited5/MED100_P09.csv', ');
DATA(:,10) = dlmread('med_100_edited5/MED100_P10.csv', ');
DATA(:,11) = dlmread('med_100_edited5/MED100_P11.csv', ');
DATA(:,12) = dlmread('med_100_edited5/MED100_P12.csv', ');
DATA(:,13) = dlmread('med_100_edited5/MED100_P13.csv', ');
DATA(:,14) = dlmread('med_100_edited5/MED100_P14.csv', ');
DATA(:,15) = dlmread('med_100_edited5/MED100_P15.csv', ');
DATA(:,16) = dlmread('med_100_edited5/MED100_P16.csv', ');
DATA(:,17) = dlmread('med_100_edited5/tempo.csv', ');
%-----
%Encontrar Medias de Ciclo e Ajustar Final dos Ciclos
%-----
periodo=5.2; %<-ajustar periodo do ciclo
final(1)=1163;% 1163
final(2)=1120;% 1120
final(3)=1120;% 1120
final(4)=1128;% 1128
final(5)=1131;% 1131
final(6)=1130;% 1130
final(7)=1129;% 1129
final(8)=1155;% 1155
final(9)=1156;% 1156
final(10)=1165;% 1165
final(11)=1185;% 1177
final(12)=1190;% 1190

```

```

final(13)=1132;% 1132
final(14)=1196;% 1196
final(15)=1199;% 1199
final(16)=1199;% 1199
delta=round(periodo/0.05);
tempo=linspace(0,periodo,delta);
for i=1:1:16
    for j=1:1:delta
        B3(j,i) = DATA(final(i)-10*delta+j,i);
        B4(j,i) = DATA(final(i)-9*delta+j,i);
        B5(j,i) = DATA(final(i)-8*delta+j,i);
        B6(j,i) = DATA(final(i)-7*delta+j,i);
        B7(j,i) = DATA(final(i)-6*delta+j,i);
        B8(j,i) = DATA(final(i)-5*delta+j,i);
        B9(j,i) = DATA(final(i)-4*delta+j,i);
        B10(j,i) = DATA(final(i)-3*delta+j,i);
        B11(j,i) = DATA(final(i)-2*delta+j,i);
        B12(j,i) = DATA(final(i)-1*delta+j,i);
    end

media(:,i)=(B3(:,i)+B4(:,i)+B5(:,i)+B6(:,i)+B7(:,i)+B8(:,i)+B9(:,i)+B10(:,i)+B11(:,i)+B12(:,i))
/10;
end
%-----
%Plotar Dados
%-----
figure(1)
for w=1:16
    subplot(8,2,w)

plot(tempo,B3(:,w),tempo,B4(:,w),tempo,B5(:,w),tempo,B6(:,w),tempo,B7(:,w),tempo,B8(:,w)
,tempo,B9(:,w),tempo,B10(:,w),tempo,B11(:,w),tempo,B12(:,w));hold on
plot(tempo,media(:,w), 'k', 'LineWidth',2)
axis tight
desvpad(:,w)=std([(B3(:,w)./media(:,w)) (B4(:,w)./media(:,w)) (B5(:,w)./media(:,w))
(B6(:,w)./media(:,w)) (B7(:,w)./media(:,w)) (B8(:,w)./media(:,w)) (B9(:,w)./media(:,w))
(B10(:,w)./media(:,w)) (B11(:,w)./media(:,w)) (B12(:,w)./media(:,w))],0,2);
erro(w)=100*mean(desvpad(:,w));
str1 = num2str(w);
str2 = num2str(erro(w));
out = ['pto ' str1];
out2 = ['erro = ' str2 '%'];
ylabel(out);
xlabel(out2);
end

```

```

str3=num2str(mean(erro));
out3 = ['erro médio = ' str3 '%'];
subplot(8,2,1)
title(out3);

```

### **Plotar Contornos**

Rotina escrita em MATLAB para plotar os contornos de velocidades em determinados instantes de tempo para comparar dados experimentais e numéricos.

```

clear all;
close all;
clc;
%-----
%Ler Dados Simulados e Experimentais
%-----
load('medido_100_medias_com_correlacao.mat');
load('medias_sim.mat');

tempo=media(:,1);
A(:,1)=media(:,2);
A(:,2)=media(:,3);
A(:,3)=media(:,4);
A(:,4)=media(:,5);
A(:,5)=media(:,6);
A(:,6)=media(:,7);
A(:,7)=media(:,8);
A(:,8)=media(:,9);
A(:,9)=media(:,10);
A(:,10)=media(:,11);
A(:,11)=media(:,12);
A(:,12)=media(:,13);
A(:,13)=media(:,14);
A(:,14)=media(:,15);
A(:,15)=media(:,16);
A(:,16)=media(:,17);

M(:,1)=media_sim(:,1);
M(:,2)=media_sim(:,2);
M(:,3)=media_sim(:,3);
M(:,4)=media_sim(:,4);
M(:,5)=media_sim(:,5);
M(:,6)=media_sim(:,6);
M(:,7)=media_sim(:,7);
M(:,8)=media_sim(:,8);

```

```

M(:,9)=media_sim(:,9);
M(:,10)=media_sim(:,10);
M(:,11)=media_sim(:,11);
M(:,12)=media_sim(:,12);
M(:,13)=media_sim(:,13);
M(:,14)=media_sim(:,14);
M(:,15)=media_sim(:,15);
M(:,16)=media_sim(:,16);
%-----
%Definir Posições no Espaço
%-----
X(1,1:4) = [0.042 0.092 0.142 0.192];
X(2,1:4) = [0.042 0.092 0.142 0.192];
X(3,1:4) = [0.042 0.092 0.142 0.192];
X(4,1:4) = [0.042 0.092 0.142 0.192];

Y(1,1:4) = [0.23 0.23 0.23 0.23];
Y(2,1:4) = [0.18 0.18 0.18 0.18];
Y(3,1:4) = [0.13 0.13 0.13 0.13];
Y(4,1:4) = [0.08 0.08 0.08 0.08];

XI(1,1:16) = [0.042 0.052 0.062 0.072 0.082 0.092 0.102 0.112 0.122 0.132 0.142 0.152 0.162
0.172 0.182 0.192];
XI(2,1:16) = [0.042 0.052 0.062 0.072 0.082 0.092 0.102 0.112 0.122 0.132 0.142 0.152 0.162
0.172 0.182 0.192];
XI(3,1:16) = [0.042 0.052 0.062 0.072 0.082 0.092 0.102 0.112 0.122 0.132 0.142 0.152 0.162
0.172 0.182 0.192];
XI(4,1:16) = [0.042 0.052 0.062 0.072 0.082 0.092 0.102 0.112 0.122 0.132 0.142 0.152 0.162
0.172 0.182 0.192];
XI(5,1:16) = [0.042 0.052 0.062 0.072 0.082 0.092 0.102 0.112 0.122 0.132 0.142 0.152 0.162
0.172 0.182 0.192];
XI(6,1:16) = [0.042 0.052 0.062 0.072 0.082 0.092 0.102 0.112 0.122 0.132 0.142 0.152 0.162
0.172 0.182 0.192];
XI(7,1:16) = [0.042 0.052 0.062 0.072 0.082 0.092 0.102 0.112 0.122 0.132 0.142 0.152 0.162
0.172 0.182 0.192];
XI(8,1:16) = [0.042 0.052 0.062 0.072 0.082 0.092 0.102 0.112 0.122 0.132 0.142 0.152 0.162
0.172 0.182 0.192];
XI(9,1:16) = [0.042 0.052 0.062 0.072 0.082 0.092 0.102 0.112 0.122 0.132 0.142 0.152 0.162
0.172 0.182 0.192];
XI(10,1:16) = [0.042 0.052 0.062 0.072 0.082 0.092 0.102 0.112 0.122 0.132 0.142 0.152
0.162 0.172 0.182 0.192];
XI(11,1:16) = [0.042 0.052 0.062 0.072 0.082 0.092 0.102 0.112 0.122 0.132 0.142 0.152
0.162 0.172 0.182 0.192];
XI(12,1:16) = [0.042 0.052 0.062 0.072 0.082 0.092 0.102 0.112 0.122 0.132 0.142 0.152
0.162 0.172 0.182 0.192];

```

XI(13,1:16) = [0.042 0.052 0.062 0.072 0.082 0.092 0.102 0.112 0.122 0.132 0.142 0.152 0.162 0.172 0.182 0.192];

XI(14,1:16) = [0.042 0.052 0.062 0.072 0.082 0.092 0.102 0.112 0.122 0.132 0.142 0.152 0.162 0.172 0.182 0.192];

XI(15,1:16) = [0.042 0.052 0.062 0.072 0.082 0.092 0.102 0.112 0.122 0.132 0.142 0.152 0.162 0.172 0.182 0.192];

XI(16,1:16) = [0.042 0.052 0.062 0.072 0.082 0.092 0.102 0.112 0.122 0.132 0.142 0.152 0.162 0.172 0.182 0.192];

YI(1,1:16) = [0.23 0.23 0.23 0.23 0.23 0.23 0.23 0.23 0.23 0.23 0.23 0.23 0.23 0.23 0.23 0.23];

YI(2,1:16) = [0.22 0.22 0.22 0.22 0.22 0.22 0.22 0.22 0.22 0.22 0.22 0.22 0.22 0.22 0.22 0.22];

YI(3,1:16) = [0.21 0.21 0.21 0.21 0.21 0.21 0.21 0.21 0.21 0.21 0.21 0.21 0.21 0.21 0.21 0.21];

YI(4,1:16) = [0.20 0.20 0.20 0.20 0.20 0.20 0.20 0.20 0.20 0.20 0.20 0.20 0.20 0.20 0.20 0.20];

YI(5,1:16) = [0.19 0.19 0.19 0.19 0.19 0.19 0.19 0.19 0.19 0.19 0.19 0.19 0.19 0.19 0.19 0.19];

YI(6,1:16) = [0.19 0.19 0.19 0.19 0.19 0.19 0.19 0.19 0.19 0.19 0.19 0.19 0.19 0.19 0.19 0.19];

YI(7,1:16) = [0.17 0.17 0.17 0.17 0.17 0.17 0.17 0.17 0.17 0.17 0.17 0.17 0.17 0.17 0.17 0.17];

YI(8,1:16) = [0.16 0.16 0.16 0.16 0.16 0.16 0.16 0.16 0.16 0.16 0.16 0.16 0.16 0.16 0.16 0.16];

YI(9,1:16) = [0.15 0.15 0.15 0.15 0.15 0.15 0.15 0.15 0.15 0.15 0.15 0.15 0.15 0.15 0.15 0.15];

YI(10,1:16) = [0.14 0.14 0.14 0.14 0.14 0.14 0.14 0.14 0.14 0.14 0.14 0.14 0.14 0.14 0.14 0.14];

YI(11,1:16) = [0.13 0.13 0.13 0.13 0.13 0.13 0.13 0.13 0.13 0.13 0.13 0.13 0.13 0.13 0.13 0.13];

YI(12,1:16) = [0.12 0.12 0.12 0.12 0.12 0.12 0.12 0.12 0.12 0.12 0.12 0.12 0.12 0.12 0.12 0.12];

YI(13,1:16) = [0.11 0.11 0.11 0.11 0.11 0.11 0.11 0.11 0.11 0.11 0.11 0.11 0.11 0.11 0.11 0.11];

YI(14,1:16) = [0.10 0.10 0.10 0.10 0.10 0.10 0.10 0.10 0.10 0.10 0.10 0.10 0.10 0.10 0.10 0.10];

YI(15,1:16) = [0.09 0.09 0.09 0.09 0.09 0.09 0.09 0.09 0.09 0.09 0.09 0.09 0.09 0.09 0.09 0.09];

YI(16,1:16) = [0.08 0.08 0.08 0.08 0.08 0.08 0.08 0.08 0.08 0.08 0.08 0.08 0.08 0.08 0.08 0.08];

% instante de tempo

j=100;

B(1,1:4)=[A(j,1) A(j,2) A(j,3) A(j,4)];

B(2,1:4)=[A(j,8) A(j,7) A(j,6) A(j,5)];

B(3,1:4)=[A(j,9) A(j,10) A(j,11) A(j,12)];

B(4,1:4)=[A(j,16) A(j,16) A(j,14) A(j,13)];

BM(1,1:4)=[M(j,1) M(j,2) M(j,3) M(j,4)];

BM(2,1:4)=[M(j,8) M(j,7) M(j,6) M(j,5)];

BM(3,1:4)=[M(j,9) M(j,10) M(j,11) M(j,12)];

BM(4,1:4)=[M(j,16) M(j,16) M(j,14) M(j,13)];

%-----

```
%Plotar Dados
%-----
figure(1)
subplot(1,2,1)
ZI=interp2(X,Y,B,XI,YI);
[C,h] = contourf(XI,YI,ZI);
title(['Velocidade [m/s] - Experimental - Tempo = ',num2str(tempo(j),2),'s'],'FontSize',12)
xlabel('x [m]','FontSize',12)
ylabel('z [m]','FontSize',12)
clabel(C,h,'FontSize',15)

subplot(1,2,2)
MI=interp2(X,Y,BM,XI,YI);
[C,h] = contourf(XI,YI,MI);
title(['Velocidade [m/s] - Simulação - Tempo = ',num2str(tempo(j),2),'s'],'FontSize',12)
xlabel('x [m]','FontSize',12)
ylabel('z [m]','FontSize',12)
clabel(C,h,'FontSize',15)
```