

TESE DE DOUTORADO

**MODELAGEM, CONTROLE E EMPREGO DE
ROBÔS EM PROCESSOS DE USINAGEM**

FELIPE BARRETO CAMPELO CRUZ



**UNIVERSIDADE FEDERAL DE SANTA CATARINA
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM
ENGENHARIA MECÂNICA**

**UNIVERSIDADE FEDERAL DE SANTA CATARINA
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM
ENGENHARIA MECÂNICA**

**MODELAGEM, CONTROLE E EMPREGO DE ROBÔS
EM PROCESSOS DE USINAGEM**

Tese submetida à

UNIVERSIDADE FEDERAL DE SANTA CATARINA

para a obtenção do grau de

DOUTOR EM ENGENHARIA MECÂNICA

FELIPE BARRETO CAMPELO CRUZ

Florianópolis, setembro 2010

**Catálogo na fonte pela Biblioteca Universitária
da
Universidade Federal de Santa Catarina**

C957m Cruz, Felipe Barreto Campelo

Modelagem, controle e emprego de robôs em processos de usinagem [tese] / Felipe Barreto Campelo Cruz ; orientador, Edson Roberto De Pieri, co-orientador, Daniel Martins. - Florianópolis, SC, 2010.

225 p.: il., grafs., tabs.

Tese (doutorado) - Universidade Federal de Santa Catarina, Centro Tecnológico. Programa de Pós-Graduação em Engenharia Mecânica.

Inclui referências

1. Engenharia mecânica. 2. Robótica. 3. Processos de usinagem. 4. Modelagem matemática. 5. Estratégias de controle. 6. Análise de estabilidade. I. De Pieri, Edson Roberto II. Martins, Daniel. III. Universidade Federal de Santa Catarina. Programa de Pós-Graduação em Engenharia Mecânica. IV. Título.

CDU 621

**UNIVERSIDADE FEDERAL DE SANTA CATARINA
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM
ENGENHARIA MECÂNICA**

**MODELAGEM, CONTROLE E EMPREGO DE ROBÔS
EM PROCESSOS DE USINAGEM**

FELIPE BARRETO CAMPELO CRUZ

Esta tese foi julgada adequada para a obtenção do título de

DOUTOR EM ENGENHARIA

**ESPECIALIDADE ENGENHARIA MECÂNICA
sendo aprovada em sua forma final.**

Edson Roberto De Pieri, Dr. – UFSC
Orientador

Daniel Martins, Dr. Eng. – UFSC
Co-Orientador

Eduardo Alberto Fancello, Dr. – UFSC
Coordenador do Programa de Pós-Graduação
em Engenharia Mecânica

Banca Examinadora:

Edson Roberto De Pieri, Dr. – UFSC – Presidente

Marcelo Becker, Dr. – USP – Relator

Aníbal Alexandre Campos Bonilla, Dr. Eng. – UDESC

Rolf Bertrand Schroeter, Dr. Eng. – UFSC

Henrique Simas, Dr. Eng. – UFSC

Eugenio de Bona Castelan Neto, Dr. – UFSC

Dedicatória

Aos meus pais, Luiz Carlos Campelo Cruz e Helade Barreto Campelo Cruz, familiares, amigos e colegas de trabalho que ajudaram a me proporcionar mais esta conquista em minha vida.

Agradecimentos

Primeiramente a Deus, que sempre está à frente de tudo em minha vida e que exalta minha força de onde muitas vezes não acredito ter.

Ao meu orientador, professor Edson Roberto De Pieri, e ao meu co-orientador, professor Daniel Martins, por terem assumido o compromisso em me orientar com indiscutível competência e seriedade e, principalmente, pelo forte apoio e incentivo ao longo de todo o período de realização desta tese.

Ao professor Raul Guenther (*In Memoriam*), na posição de orientador original desta tese de doutorado, com cujo conhecimento e larga experiência de pesquisador eu pude contar, mesmo que por um curto intervalo de tempo, e por ter sido o idealizador da escolha da linha de pesquisa deste trabalho.

Agradeço extensivamente à minha família e em especial ao meu pai pelo incentivo incondicional ao estudo, sem o qual, talvez, este trabalho não se concretizasse.

A minha namorada Helaine Cristina Rachadel pela companhia e dedicação ao longo destes anos.

A todos os colegas de trabalho que colaboraram direta ou indiretamente para que este trabalho se concretizasse.

A todos os meus amigos que residem em Florianópolis e proximidades pela agradável e indispensável companhia. Vocês foram e continuam sendo a minha família catarinense.

Finalmente, ao CNPq e ao Programa de Pós-Graduação em Engenharia Mecânica da UFSC pela oportunidade e pelo apoio indispensável.

“Ocupe seu tempo crescendo, desenvolvendo sua habilidade e seu talento. Não acumule fracassos e sim experiências. Tire proveito de seus erros e amplie seus conhecimentos. Dimensione seus problemas e não se deixe abater por eles. Você pode tudo o que quiser.”

Aristóteles Onassis

Resumo

MODELAGEM, CONTROLE E EMPREGO DE ROBÔS EM PROCESSOS DE USINAGEM – Atualmente os robôs são majoritariamente empregados em operações que não impõem restrições ao movimento de seus efetuadores. É o caso das tarefas envolvendo manipulação de materiais, pintura e soldagem. Na presença de restrições, como nas tarefas de usinagem, seu emprego é bem reduzido, decorrente das limitações científico-tecnológicas ainda existentes. Neste caso, além de realizar um movimento com restrição, o robô aplicará uma força originada pelo corte do material. O robô deverá ser capaz de realizar a remoção do material, dentro das especificações de projeto, sem que a força aplicada ultrapasse os limites físicos da ferramenta e do robô. Buscando atender a estas exigências operacionais, desenvolve-se neste trabalho um modelo matemático de caráter inédito, representativo das forças de interação que se manifestam entre o robô e o meio, que, trabalhando em conjunto com algumas estratégias de controle pré-selecionadas, garanta o cumprimento da tarefa requisitada. O modelo matemático desenvolvido é válido para uma diversidade de ferramentas cortantes que possuam as três componentes ortogonais de força definidas no espaço cartesiano. Como exemplos destas ferramentas têm-se o rebolo, a fresa de disco de dentes retos e a fresa de topo com haste cilíndrica, todas consideradas ao longo do texto no intuito de auxiliar no desenvolvimento do modelo. Os objetivos desta tese são a síntese deste modelo, assim como das estratégias de controle de rigidez e por impedância, além da análise de estabilidade do sistema em malha fechada com cada uma destas estratégias de controle.

Palavras chaves: Robótica, processos de usinagem, modelagem matemática, estratégias de controle e análise de estabilidade.

Abstract

MODELING, CONTROL AND USE OF ROBOTS IN MACHINING PROCESSES – Nowadays the robots are currently employed in operations that do not impose constraints to the displacement of their end effectors. It is the case of tasks involving material handling, painting and welding. In the presence of constraints, such as those on machining tasks, they are rarely used, because of the still existing scientific-technological limitations. In this case, in addition to performing a constrained displacement, the robot will apply a force originated by the cut of the material. The robot should be able to perform the removal of material, within the design specifications, without allowing the applied force to exceed the physical limits of the tool and the robot. Looking to meet these operational demands, a novel mathematical model, representative of the interaction forces that arise between the robot and the environment, is developed, which, working in conjunction with some pre-selected control strategies, ensures the achievement of the requested task. The mathematical model developed is valid for a diversity of cutting tools that have the three orthogonal components of force defined in Cartesian space. As examples of these tools one has the grinding wheel, the peripheral mill and the endmill with cylindrical shank, all considered throughout the text in order to assist in the development of the model. The goals of this thesis are the synthesis of this model, as well as the control strategies of compliance and impedance, beyond the stability analysis of the closed loop system with each of these control strategies.

Keywords: Robotics, machining processes, mathematical modeling, control strategies and stability analysis.

Lista de Figuras

<i>Figura 1.1 – Projeto mecânico e protótipo do ROBOTURB.....</i>	<i>46</i>
<i>Figura 1.2 - Protótipo do ADVOCUT.....</i>	<i>47</i>
<i>Figura 1.3 – Protótipo do ROBOTWARE MACHINING FC.....</i>	<i>48</i>
<i>Figura 2.1 - Direção dos movimentos de corte, de avanço e efetivo de corte em operações de: (a) fresamento; (b) torneamento.....</i>	<i>54</i>
<i>Figura 2.2 - Componentes da força total de usinagem geradas sobre uma fresa (Adaptada de (FERRARESI, 1970)).....</i>	<i>56</i>
<i>Figura 2.3 - Perspectiva e respectivas vistas ortográficas da 1ª opção de decomposição da F_u.....</i>	<i>58</i>
<i>Figura 2.4 - Perspectiva e respectivas vistas ortográficas da 2ª opção de decomposição da F_u.....</i>	<i>58</i>
<i>Figura 2.5 - Caso particular de usinagem ortogonal (FERRARESI, 1970). ...</i>	<i>59</i>
<i>Figura 2.6 - Forças agindo sobre a ferramenta durante um processo de corte: (a) Movimento discordante da ferramenta; (b) Movimento concordante da ferramenta (Adaptada de (DUELEN et. al., 1992)).....</i>	<i>61</i>
<i>Figura 2.7.a - Forças exercidas pela ferramenta sobre o meio durante um processo de corte quando esta ataca com o primeiro quadrante (Adaptada de (DUELEN et. al., 1992)).</i>	<i>66</i>
<i>Figura 2.7.b - Forças exercidas pela ferramenta sobre o meio durante um processo de corte quando esta ataca com o segundo quadrante (Adaptada de (DUELEN et. al., 1992)).</i>	<i>66</i>
<i>Figura 2.7.c - Forças exercidas pela ferramenta sobre o meio durante um processo de corte quando esta ataca com o terceiro quadrante (Adaptada de (DUELEN et. al., 1992)).</i>	<i>67</i>
<i>Figura 2.7.d - Forças exercidas pela ferramenta sobre o meio durante um processo de corte quando esta ataca com o quarto quadrante (Adaptada de (DUELEN et. al., 1992)).....</i>	<i>67</i>
<i>Figura 2.8 - Forças exercidas por uma fresa de topo sobre o meio durante um processo de corte.</i>	<i>68</i>
<i>Figura 2.9 - Ferramenta de corte realizando uma operação de usinagem de superfícies.</i>	<i>73</i>
<i>Figura 2.10 – Proposta de representação das forças de interação.....</i>	<i>76</i>
<i>Figura 3.1 – Diagrama de blocos do controle de posição PD com compensação da gravidade (SCIATICCO e SICILIANO, 2004).</i>	<i>89</i>
<i>Figura 3.2 – Desenho esquemático de um robô sob a ação do método de controle de força através do braço (ERLBACHER, 2005).</i>	<i>90</i>

<i>Figura 3.3 – Diagrama de blocos do controle por impedância (SCIAVICCO e SICILIANO, 2004).....</i>	<i>96</i>
<i>Figura 3.4 – Diagrama de blocos do controle de força com uma malha interna de posição (SCIAVICCO e SICILIANO, 2004).....</i>	<i>99</i>
<i>Figura 3.5 – Diagrama de blocos do controle de força com uma malha interna de velocidade (SCIAVICCO e SICILIANO, 2004).....</i>	<i>101</i>
<i>Figura 3.6 – Diagrama de blocos do controle paralelo de força e posição (SCIAVICCO e SICILIANO, 2004).....</i>	<i>102</i>
<i>Figura 3.7 – Diagrama de blocos do controle híbrido de força e posição (ou velocidade) (SCIAVICCO e SICILIANO, 2004).....</i>	<i>105</i>
<i>Figura 3.8 – Desenho esquemático de um robô sob a ação de um controle independente (ERLBACHER, 2005).....</i>	<i>111</i>
<i>Figura 3.9 – Efeito de se mudar a orientação do efetuator do robô (ERLBACHER, 2005).....</i>	<i>112</i>
<i>Figura 3.10 – Dispositivo passivo de força (ERLBACHER, 2005).....</i>	<i>112</i>
<i>Figura 3.11 – Dispositivo ativo de força (ERLBACHER, 2005).....</i>	<i>113</i>
<i>Figura 3.12 – PushCorp, Inc. AFD100-1 Ferramenta ativa de força (ERLBACHER, 2005).....</i>	<i>114</i>
<i>Figura 3.13 – Ferramenta com dois atuadores pneumáticos integrados (CHUNG e KIM, 2005).....</i>	<i>116</i>
<i>Figura 4.1 – Comportamento dinâmico do efetuator de um robô rígido em operações de acabamento de superfícies de peças por usinagem: (a) Ferramenta com eixo orientado paralelamente à geometria final desejada para a superfície da peça; (b) Ferramenta com eixo orientado perpendicularmente à geometria final desejada para a superfície da peça (Adaptada de (KAZEROONI, 1988b)).</i>	<i>132</i>
<i>Figura 4.2 – Comportamento dinâmico necessário para que o efetuator de um robô rígido sem um sensoriamento suficientemente eficaz realize operações de acabamento de superfícies de peças por usinagem: (a) Ferramenta com eixo orientado paralelamente à geometria final desejada para a superfície da peça; (b) Ferramenta com eixo orientado perpendicularmente à geometria final desejada para a superfície da peça (Adaptada de (KAZEROONI, 1988b)).</i>	<i>133</i>
<i>Figura 5.1 - Ferramenta de corte realizando uma operação de usinagem de superfícies.....</i>	<i>140</i>
<i>Figura 5.2 - Modelo representativo da camada de material a ser removida durante o processo de usinagem da superfície.</i>	<i>140</i>
<i>Figura 5.3 - Sinais de posição, velocidade e aceleração desejadas ao longo da direção tangencial.</i>	<i>141</i>

<i>Figura 5.4 - Sinais de posição, velocidade e aceleração desejadas ao longo da direção binormal.</i>	141
<i>Figura 5.5 - Sinais de posição, velocidade e aceleração desejadas ao longo da direção normal.</i>	142
<i>Figura 5.6 - (a) Geometria do meio; (b) Perfil de velocidade desejada ao longo da direção tangencial.</i>	143
<i>Figura 5.7 - Robô Inter: (a) Foto; (b) Desenho esquemático de elos e juntas.</i>	144
<i>Figura 5.8 - Comportamento assumido pelo menor dos autovalores da matriz $\bar{N}_2(\bar{x}_e, \dot{x}, \ddot{x})$.</i>	150
<i>Figura 5.9 - Componentes da matriz de ganhos Λ.</i>	152
<i>Figura 5.10 - Componentes da matriz de ganhos K_D.</i>	152
<i>Figura 5.11 - Perfil remanescente da camada de material após um passe da ferramenta.</i>	153
<i>Figura 5.12 - Sinais de posição, velocidade e aceleração reais ao longo da direção tangencial.</i>	154
<i>Figura 5.13 - Sinais de posição, velocidade e aceleração reais ao longo da direção binormal.</i>	154
<i>Figura 5.14 - Sinais de posição, velocidade e aceleração reais ao longo da direção normal.</i>	155
<i>Figura 5.15 - Sinais de erro de posição, velocidade e aceleração ao longo da direção tangencial.</i>	155
<i>Figura 5.16 - Sinais de erro de posição, velocidade e aceleração ao longo da direção binormal.</i>	156
<i>Figura 5.17 - Sinais de erro de posição, velocidade e aceleração ao longo da direção normal.</i>	156
<i>Figura 5.18 - Sinais de controle.</i>	157
<i>Figura 5.19 - Componentes de força.</i>	157
<i>Figura 5.20 - Componentes de força reais.</i>	158
<i>Figura 5.21 - Componentes da matriz de ganhos K_p.</i>	159
<i>Figura 5.22 - Componentes da matriz de ganhos K_D.</i>	159
<i>Figura 5.23 - Componentes da matriz de ganhos M_d.</i>	160
<i>Figura 5.24 - Perfil remanescente da camada de material após um passe da ferramenta.</i>	161
<i>Figura 5.25 - Sinais de posição, velocidade e aceleração reais ao longo da direção tangencial.</i>	162
<i>Figura 5.26 - Sinais de posição, velocidade e aceleração reais ao longo da direção binormal.</i>	162
<i>Figura 5.27 - Sinais de posição, velocidade e aceleração reais ao longo da direção normal.</i>	163

<i>Figura 5.28 - Sinais de erro de posição, velocidade e aceleração ao longo da direção tangencial.</i>	<i>163</i>
<i>Figura 5.29 - Sinais de erro de posição, velocidade e aceleração ao longo da direção binormal.</i>	<i>164</i>
<i>Figura 5.30 - Sinais de erro de posição, velocidade e aceleração ao longo da direção normal.</i>	<i>164</i>
<i>Figura 5.31 - Sinais de controle.</i>	<i>165</i>
<i>Figura 5.32 - Componentes de força.</i>	<i>165</i>
<i>Figura 1 – Ensaio de compressão para obtenção da matriz de rigidez do meio.....</i>	<i>188</i>
<i>Figura 2 – Plataforma piezoelétrica de torneamento KISTLER 9257A.....</i>	<i>209</i>
<i>Figura 3 – Ensaio experimental: (a) Retificação empregando um rebolo; (b) Fresamento empregando uma fresa de disco de dentes retos; (c) Fresamento empregando uma fresa de topo.</i>	<i>210</i>
<i>Figura 4 – Rebolo para ferramentaria - linha FE 38 A.</i>	<i>211</i>
<i>Figura 5 – Fresa de disco de dentes retos.....</i>	<i>212</i>
<i>Figura 6 – Fresa de topo com haste cilíndrica.</i>	<i>213</i>

Lista de Tabelas

<i>Tabela 2.1 - Componentes da força total de usinagem.</i>	<i>57</i>
<i>Tabela 2.2 – Coeficientes de $C_A(x_e^c, x^c, \dot{x}^c)$.</i>	<i>80</i>
<i>Tabela 2.3 – Análise comparativa dos modelos representativos das forças de interação em processos de usinagem de superfícies.....</i>	<i>81</i>
<i>Tabela 1 – Características técnicas da plataforma piezoelétrica de torneamento KISTLER 9257A.....</i>	<i>209</i>
<i>Tabela 2 – Características técnicas e construtivas do rebolo.....</i>	<i>211</i>
<i>Tabela 3 – Características técnicas e construtivas da fresa de disco de dentes retos.....</i>	<i>212</i>
<i>Tabela 4 – Características técnicas e construtivas da fresa de topo com haste cilíndrica.</i>	<i>213</i>

Lista de Abreviaturas

CAD	<i>Computer Aided Design</i> – Projeto Assistido por Computador.
CAM	<i>Computer Aided Manufacturing</i> – Fabricação Assistida por Computador.
CN	Comando Numérico.
CNC	Comando Numérico Computadorizado.
DOF	<i>Degrees of Freedom</i> – Graus de Liberdade.
E.J	Espaço de Junta.
E.O	Espaço Operacional.
FLC	Controle nebuloso.
MTF	Manipulador com transmissões flexíveis.
P	Controlador Proporcional.
PD	Controlador Proporcional e Derivativo.
PI	Controlador Proporcional e Integral.
PID	Controlador Proporcional, Integral e Derivativo.
RCID	<i>Robotic Controlled Impedance Device</i> – Dispositivo Robótico para Controle da Impedância.
TDOF	Controle de dois graus de liberdade.
VSC	Controle a estrutura variável.

Lista de Símbolos

Variáveis e Parâmetros:

a	Magnitude da profundidade de corte.
\mathbf{a}_d^r	Referência de aceleração expressa no sistema de coordenadas $O - \mathbf{x}_r \mathbf{y}_r \mathbf{z}_r$.
$\mathbf{B}(\mathbf{q})$	Matriz de inércia, definido no espaço das juntas.
$C - \mathbf{x}_t \mathbf{x}_b \mathbf{x}_n$	Sistema de coordenadas cuja origem é o ponto de contato (C) da ferramenta com o meio (peça).
C	Ponto de contato da ferramenta com o meio (peça). Este ponto é considerado único para um dado instante de tempo e é a partir de um sistema de coordenadas tendo este ponto como origem ($C - \mathbf{x}_t \mathbf{x}_b \mathbf{x}_n$) que se define todas as componentes do comportamento dinâmico do sistema e da força resultantes da tarefa realizada.
$\mathbf{C}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}})$	Matriz dos efeitos centrífugos e de Coriolis, definido no espaço das juntas.
$\mathbf{C}_A(\mathbf{x}_e, \mathbf{x}, \dot{\mathbf{x}})$	Matriz, função das variáveis de estado do sistema, que define uma parcela da relação existente entre \mathbf{h}_A e a dinâmica do robô.
\mathbf{C}_F	Matriz diagonal cujos elementos estabelecem as ações de controle que devem ser realizadas sobre a força ao longo das direções de interesse do espaço operacional.
d	Magnitude da largura da seção de corte.
d_b	Distância vertical entre a origem do sistema de coordenadas da base e a primeira junta.
d_t	Distância vertical entre a extremidade da ferramenta em contato com o meio e a extremidade final do robô.
e	Magnitude da energia específica do material.
\mathbf{F}	Matriz dos coeficientes de atrito viscoso, definido no espaço das juntas.
\mathbf{F}_a	Força ativa.

F_a	Força axial.
F_{ap}	Força de apoio.
F_b	Componente binormal da força total de usinagem.
F_c	Força de corte.
F_c	Magnitude da força de corte.
F_e	Força efetiva de corte.
F_f	Força de avanço.
F_n	Componente normal da força total de usinagem.
F_p	Força passiva ou força de profundidade.
F_r	Força de compressão ou força radial.
F_r	Magnitude da força radial.
F_t	Componente tangencial da força total de usinagem.
F_u	Força total de usinagem.
g	Aceleração da gravidade.
$g(\mathbf{q})$	Vetor de torques gravitacionais, definido no espaço das juntas.
\mathbf{h}	Vetor das forças generalizadas de contato.
\mathbf{h}_A	Modelo proposto para o vetor das forças de interação e dos momentos.
\mathbf{h}_{Ad}	Vetor das forças generalizadas desejadas de contato.
\mathbf{h}^r	Força expressa no sistema de coordenadas $O - \mathbf{x}_r, \mathbf{y}_r, \mathbf{z}_r$.
\mathbf{h}_d^r	Referência de força expressa no sistema de coordenadas $O - \mathbf{x}_r, \mathbf{y}_r, \mathbf{z}_r$.
\mathbf{h}_a^r	Restrições artificiais de forças generalizadas, definidas no sistema de coordenadas $O - \mathbf{x}_r, \mathbf{y}_r, \mathbf{z}_r$.
\mathbf{h}_n^r	Restrições naturais de forças generalizadas, definidas no sistema de coordenadas $O - \mathbf{x}_r, \mathbf{y}_r, \mathbf{z}_r$.
\mathbf{h}_{Rig}	Modelo para o vetor das forças de interação quando o meio é considerado elástico e desacoplado. Tal modelo é descrito em termos da rigidez do meio.

$\mathbf{h}_{x_2y_2}$	Componente de força, representativa da força ativa, resultante de todas as forças pertencentes ao plano de trabalho. Válida quando a ferramenta apresenta seu eixo orientado perpendicularmente à geometria final desejada para a superfície do meio (peça).
\mathbf{h}_{x_2}	Componente tangencial à geometria final desejada para a superfície do meio (peça) de $\mathbf{h}_{x_2y_2}$.
\mathbf{h}_{y_2}	Componente binormal à geometria final desejada para a superfície do meio (peça) de $\mathbf{h}_{x_2y_2}$.
$\mathbf{h}_{z_1x_1}$	Componente de força resultante de todas as forças pertencentes a um plano perpendicular ao plano de trabalho. Válida quando a ferramenta apresenta seu eixo orientado perpendicularmente à geometria final desejada para a superfície do meio (peça).
\mathbf{h}_{x_1}	Componente tangencial à geometria final desejada para a superfície do meio (peça) de $\mathbf{h}_{z_1x_1}$.
\mathbf{h}_{z_1}	Componente normal à geometria final desejada para a superfície do meio (peça) de $\mathbf{h}_{z_1x_1}$.
$\mathbf{h}_{z_2x_2}$	Componente de força, representativa da força ativa, resultante de todas as forças pertencentes ao plano de trabalho. Válida quando a ferramenta apresenta seu eixo orientado paralelamente à geometria final desejada para a superfície do meio (peça).
\mathbf{h}_{x_2}	Componente tangencial à geometria final desejada para a superfície do meio (peça) de $\mathbf{h}_{z_2x_2}$.
\mathbf{h}_{z_2}	Componente normal à geometria final desejada para a superfície do meio (peça) de $\mathbf{h}_{z_2x_2}$.
$\mathbf{h}_{x_1y_1}$	Componente de força resultante de todas as forças pertencentes a um plano perpendicular ao plano de trabalho. Válida quando a ferramenta apresenta seu eixo orientado paralelamente à geometria final desejada para a superfície do meio (peça).
\mathbf{h}_{x_1}	Componente tangencial à geometria final desejada para a superfície do meio (peça) de $\mathbf{h}_{x_1y_1}$.

\mathbf{h}_{y1}	Componente binormal à geometria final desejada para a superfície do meio (peça) de \mathbf{h}_{x1y1} .
I_i , $i = 0,1$	Momentos de inércia dos centros de massa dos elos do robô.
$\mathbf{J}(\mathbf{q})$	Matriz Jacobiana geométrica.
$\mathbf{J}_A(\mathbf{q})$	Matriz Jacobiana analítica.
$\mathbf{K}(\mathbf{q})$	Função de cinemática direta.
$\mathbf{K}_A(\mathbf{x})$	Matriz diagonal de ordem (6×6) , composta por elementos não negativos, representativa da rigidez do meio.
$\mathbf{K}_{A\%}(\mathbf{x})$	Porcentagem da matriz $\mathbf{K}_A(\mathbf{x})$.
\mathbf{K}_D	Matriz diagonal definida positiva composta por ganhos proporcionais ao erro de velocidade.
\mathbf{K}_F	Matriz diagonal definida positiva composta por ganhos proporcionais ao erro de força.
\mathbf{K}_I	Matriz diagonal definida positiva composta por ganhos que integram o erro de força.
\mathbf{K}_p	Matriz diagonal definida positiva composta por ganhos proporcionais ao erro de posição.
K_z	Magnitude da força específica de corte.
K_l	Fator de proporcionalidade.
l_{ci} , $i = 0,1$	Distâncias dos centros de massa dos elos aos eixos de juntas.
l_i , $i = 0,1$	Comprimentos dos elos do robô.
m_i , $i = 0,1,2,3$	Massas dos elos do robô.
$\overline{\mathbf{M}}$	Matriz simétrica definida positiva, presente na função de Lyapunov candidata.
\mathbf{M}_d	Matriz diagonal definida positiva composta por ganhos proporcionais ao erro de aceleração.
$O - \mathbf{x}_y \mathbf{z}$	Sistema de coordenadas da base.
$O - \mathbf{x}_r \mathbf{y}_r \mathbf{z}_r$	Sistema de coordenadas da restrição.
$O_s - \mathbf{x}_s \mathbf{y}_s \mathbf{z}_s$	Sistema de coordenadas acoplado ao sensor de força.
\mathbf{P}_c	Potência de corte.
\mathbf{P}_u	Potência de usinagem.
P_y	Profundidade de corte imposta na direção binormal.

P_z	Profundidade de corte imposta na direção normal.
\mathbf{q}	Vetor contendo as variáveis de posição das juntas.
r	Raio da ferramenta.
\mathbf{R}_i^j	Matriz de rotação que transforma grandezas definidas em um sistema de coordenadas “i” qualquer para grandezas definidas em outro sistema de coordenadas “j” qualquer.
t	Vetor de tempo.
$\mathbf{T}_A(\mathbf{x})$	Matriz de transformação.
\mathbf{u}	Vetor do sinal de controle, definido no espaço operacional.
\mathbf{v}_c	Velocidade de corte.
\mathbf{v}_e	Velocidade efetiva de corte.
\mathbf{v}_f	Velocidade de avanço.
v_f	Magnitude da velocidade de avanço.
\mathbf{v}_u	Velocidade de usinagem.
\mathbf{v}^r	Velocidade expressa no sistema de coordenadas $O - \mathbf{x}_r \mathbf{y}_r \mathbf{z}_r$.
\mathbf{v}_d^r	Referência de velocidade expressa no sistema de coordenadas $O - \mathbf{x}_r \mathbf{y}_r \mathbf{z}_r$.
\mathbf{v}_a^r	Restrições artificiais de velocidades generalizadas, definidas no sistema de coordenadas $O - \mathbf{x}_r \mathbf{y}_r \mathbf{z}_r$.
\mathbf{v}_n^r	Restrições naturais de velocidades generalizadas, definidas no sistema de coordenadas $O - \mathbf{x}_r \mathbf{y}_r \mathbf{z}_r$.
V	Função de Lyapunov candidata.
\mathbf{x}	Vetor de coordenadas generalizadas de posição e orientação da extremidade da ferramenta acoplada ao manipulador.
\mathbf{x}_d	Vetor desejado das coordenadas generalizadas de posição e orientação da extremidade da ferramenta acoplada ao manipulador.
\mathbf{x}_e	Vetor de coordenadas generalizadas de posição e orientação do meio indeformado e em repouso.

\mathbf{x}_t	Eixo direcional tangente à geometria final desejada para a superfície do meio (peça).
\mathbf{x}_b	Eixo direcional binormal à geometria final desejada para a superfície do meio (peça).
\mathbf{x}_n	Eixo direcional normal à geometria final desejada para a superfície do meio (peça).
\mathbf{x}_F	Referência de posição a ser relacionada a um erro de força.
$\dot{\mathbf{x}}_r, \sigma$	Variáveis de referência para o seguimento de trajetória.
z	Número de dentes ou pontos de contato da ferramenta com o meio (peça) cortando ao mesmo tempo.
β	Ângulo do atrito.
γ	Ângulo do chanfro frontal da ferramenta.
η	Ângulo da direção efetiva de corte, definido como sendo o ângulo entre as direções de corte e efetiva de corte.
λ	Ângulo de hélice da fresa de topo.
λ	Autovalor.
Λ	Matriz de ganhos simétrica, definida e positiva, a ser escolhida pelo projetista.
ξ	Taxa da força de corte.
ρ	Vetor de erros.
Σ	Matriz diagonal, definida no sistema de coordenadas $O - \mathbf{x}_r, \mathbf{y}_r, \mathbf{z}_r$, denominada matriz de seleção.
τ	Vetor do sinal de controle, definido no espaço das juntas.
φ	Ângulo da direção de avanço.
ϕ	Posição angular instantânea do gume da ferramenta.
ϕ_a	Posição angular média do gume da ferramenta.
ω	Velocidade angular da ferramenta.
ω	Magnitude da velocidade angular da ferramenta.
ω_b	Largura de banda de passagem operacional, determinada em função do espectro de frequências referente à aspereza da superfície e da velocidade translacional desejada para o robô ao longo desta superfície.

ω_r

Largura de banda de passagem onde ocorrem as vibrações e as incertezas no posicionamento da extremidade do robô.

Símbolos e Funções:

Δ	Diferença.
$\hat{(*)}$	Estimativa de $(*)$.
$\tilde{(*)}$	Erro de $(*)$.
$\dot{(*)}$	Derivada primeira de $(*)$.
$\ddot{(*)}$	Derivada segunda de $(*)$.
$\dddot{(*)}$	Derivada terceira de $(*)$.
$\bar{(*)}$	Coefficientes $(*)$ definidos no espaço operacional.
$(*)^{-1}$	Inversa de $(*)$.
$(*)^T$	Transposta de $(*)$.
$(*)_{min}$	Valor mínimo de $(*)$.
$(*)_{max}$	Valor máximo de $(*)$.
$(*)_{\infty}$	Valor de regime permanente de $(*)$.
$sign((*) _i)$	<i>Função sinal</i> : indica o sinal da grandeza $(*)$ na direção da componente i , onde $i = p^c, \theta^c$ ou ψ^c , todas componentes de \mathbf{x}^c .

Índices:

$(*)_x$	Componente de $(*)$ na direção do eixo \mathbf{x} .
$(*)_y$	Componente de $(*)$ na direção do eixo \mathbf{y} .
$(*)_z$	Componente de $(*)$ na direção do eixo \mathbf{z} .
$(*)_t$	Componente tangencial de $(*)$.

- $(*)_b$ Componente binormal de $(*)$.
- $(*)_n$ Componente normal de $(*)$.
- $(*)_d$ Valor desejado de $(*)$.
- $(*)_e$ Variáveis $(*)$ referentes ao meio.
- $(*)_r$ Variáveis $(*)$ de referência para o seguimento de trajetória.
- $(*)^c$ Variáveis e parâmetros $(*)$ definidos no sistema de coordenadas $C - \mathbf{x}_t \mathbf{x}_b \mathbf{x}_n$.

Sumário

1	INTRODUÇÃO	33
1.1	EMPREGO DE ROBÔS MANIPULADORES	33
1.1.1	<i>O contexto do desenvolvimento desta tese.....</i>	<i>38</i>
1.2	O PROBLEMA.....	51
1.3	OBJETIVO DA TESE	51
1.4	ESTRUTURA DO TRABALHO	52
2	FORÇAS NA USINAGEM DE SUPERFÍCIES.....	53
2.1	DESCRIÇÃO DAS FORÇAS DE USINAGEM	53
2.2	MODELOS REPRESENTATIVOS DA FORÇA ATIVA	60
2.3	PROPOSTA DE MODELO REPRESENTATIVO DA FORÇA ATIVA	63
2.4	MODELO CLÁSSICO REPRESENTATIVO DAS FORÇAS DE INTERAÇÃO.....	73
2.5	PROPOSTA DE MODELO REPRESENTATIVO DAS FORÇAS DE INTERAÇÃO EM PROCESSOS DE USINAGEM DE SUPERFÍCIES.....	74
2.6	CONCLUSÕES DO CAPÍTULO	83
3	MÉTODOS DE CONTROLE DE INTERAÇÃO	85
3.1	CONTROLE SEM INTERAÇÃO COM O MEIO	85
3.2	CONTROLE COM INTERAÇÃO COM O MEIO	89
3.2.1	<i>Controle de força através do braço.....</i>	<i>90</i>
3.2.1.1	Controle de rigidez.....	91
3.2.1.2	Controle por impedância	93
3.2.1.3	Controle de força com uma malha interna de posição	96
3.2.1.4	Controle de força com uma malha interna de velocidade	100
3.2.1.5	Controle paralelo de força e posição	101
3.2.1.6	Controle híbrido de força e posição (ou velocidade)	103
3.2.2	<i>Análise do controle de força através do braço.....</i>	<i>108</i>
3.2.3	<i>Controle de força através de uma ferramenta.....</i>	<i>109</i>
3.2.3.1	Controle independente.....	110
3.2.3.2	Controle coordenado	116
3.2.4	<i>Análise do controle de força através de uma ferramenta....</i>	<i>117</i>
3.3	CONCLUSÕES DO CAPÍTULO	118
4	CONTROLE DA INTERAÇÃO EM OPERAÇÕES DE USINAGEM DE SUPERFÍCIES.....	119
4.1	CONTROLE DE RIGIDEZ ADAPTADO AO SEGUIMENTO DE TRAJETÓRIA.....	119

4.1.1	<i>Controle de rigidez adaptado ao seguimento de trajetória aplicado em operações de usinagem de superfícies</i>	124
4.1.1.1	Análise de estabilidade	128
4.2	CONTROLE POR IMPEDÂNCIA APLICADO EM OPERAÇÕES DE USINAGEM DE SUPERFÍCIES	130
4.2.1	<i>Análise de estabilidade</i>	136
4.3	CONCLUSÕES DO CAPÍTULO	138
5	SIMULAÇÕES E ANÁLISE DOS RESULTADOS	139
5.1	DESCRIÇÃO DO EXPERIMENTO	139
5.2	DESCRIÇÃO DO ROBÔ	143
5.3	COMPORTAMENTO DO ROBÔ SUBMETIDO AO CONTROLE DE RIGIDEZ ADAPTADO AO SEGUIMENTO DE TRAJETÓRIA	148
5.3.1	<i>Resultados</i>	151
5.4	COMPORTAMENTO DO ROBÔ SUBMETIDO AO CONTROLE POR IMPEDÂNCIA	158
5.4.1	<i>Resultados</i>	159
5.5	CONCLUSÕES DO CAPÍTULO	166
6	CONCLUSÕES FINAIS E PROPOSTAS PARA TRABALHOS FUTUROS	167
	REFERÊNCIAS	175
	APÊNDICE A – ENSAIOS DE COMPRESSÃO	187
	APÊNDICE B – SINTONIA DOS GANHOS PARA O CONTROLE DE RIGIDEZ ADAPTADO AO SEGUIMENTO DE TRAJETÓRIA	189
	ANEXO A – TERMINOLOGIA GERAL ADOTADA PARA OS CONCEITOS DE USINAGEM	205
	ANEXO B – MODELO DA PLATAFORMA PIEZOELÉTRICA UTILIZADA E EXPERIMENTOS REALIZADOS	209
	ANEXO C – CARACTERÍSTICAS TÉCNICAS E CONSTRUTIVAS DAS FERRAMENTAS EMPREGADAS NOS EXPERIMENTOS	211
	ANEXO D – FUNDAMENTOS DA TEORIA DE LYAPUNOV	215
	ANEXO E – ESPAÇO DE JUNTA E ESPAÇO OPERACIONAL	221
	ANEXO F – TEOREMA DE GERSHGORIN	225

1 INTRODUÇÃO

O controle de robôs manipuladores se desenvolveu muito nos últimos anos, aí incluídos os esforços relativos ao controle da força de contato do efetuador do robô com o meio. No entanto, ainda há um longo caminho a ser percorrido no que se refere às diversas aplicações que levem em conta interações significativas do robô com o meio. Considerações quanto à possibilidade da existência de dinâmicas não modeladas, de flexibilidade estrutural do robô, de incertezas paramétricas tanto do robô quanto do meio e da incidência de perturbações sobre o sistema robô/meio, são alguns dos tópicos que ainda exigem pesquisas mais aprofundadas. Neste trabalho desenvolve-se um modelo matemático representativo das forças de interação que se manifestam entre o robô e o meio e investiga-se a adequação de alguns controladores que realizem o controle simultâneo de força e posição ao cumprimento de determinadas tarefas de usinagem.

1.1 Emprego de robôs manipuladores

A robótica teve sua origem industrial na necessidade de manipular materiais perigosos, sem expor o operador a situações de risco. Este problema foi resolvido através do emprego de manipuladores mecânicos mestre-escravo aprimorados anos mais tarde com a inclusão de servomotores elétricos. Nesses manipuladores, o operador guiava o manipulador mestre com a sua mão e sentia as forças de contato experimentadas pelo manipulador escravo que eram refletidas através das juntas de ambos os dispositivos (WHITNEY, 1987).

Nos anos que se seguiram, o projeto e a automação destes manipuladores foram se aprimorando, o que possibilitou sua aplicação em diversas áreas do conhecimento, tanto da indústria quanto das ciências médicas (SICILIANO e KHATIB, 2008). Contudo, apesar da variedade de manipuladores e de suas aplicações, o uso mais comum dos robôs ainda se caracteriza pela execução de tarefas repetitivas onde uma sequência de movimentos desejados é pré-estabelecida pelo usuário. De um modo geral, pode-se afirmar que as aplicações de robôs visam, principalmente, as tarefas tediosas, repetitivas, perigosas, ou que exigem perícia, força ou destreza além da capacidade humana (SPONG, 1996).

Do ponto de vista da interação com o meio, as aplicações robóticas podem ser divididas em duas categorias (GORINEVSKY *et. al.*, 1997):

- as que se caracterizam por uma interação fraca com o meio, para as quais é suficiente controlar o movimento do efetuador do robô, fa-

zendo-o seguir uma trajetória pré-estabelecida (caso típico da pintura a spray e da soldagem a ponto);

➤ as que apresentam significativa interação com o meio (caso típico das operações de usinagem) que demandam, além do controle do movimento, o controle das forças e momentos gerados sobre o robô, em consequência das restrições ao movimento impostas pelo meio.

Várias pesquisas que se enquadram na primeira categoria de aplicações robóticas têm sido realizadas visando o planejamento de trajetórias e a prevenção de colisões (JARITZ e SPONG, 1996). Muitos métodos de controle têm sido propostos e testados na prática. Os mais comumente empregados são os chamados controladores clássicos PD e PID por apresentarem simplicidade em seu projeto (BARRIENTOS *et. al.*, 2000; RAMIREZ *et. al.*, 2000). Tais controladores, no entanto, são geralmente incapazes de garantir um desempenho adequado em termos de resposta, apresentando erros de seguimento nas trajetórias devido à presença de perturbações, dinâmicas não modeladas, ruídos e atrito. Em vista disso, controladores avançados (lineares e não-lineares) têm sido propostos para suprir as deficiências destes controladores clássicos: controladores baseados na dinâmica inversa (SCIAVICCO e SICILIANO, 2004), controladores com estrutura variável (UTKIN, 1992; YOUNG *et. al.*, 1999), controladores adaptativos (VILLANI *et al.*, 2000), controladores nebulosos (SANDRI e CORREIA, 1999) e controladores baseados em redes neurais (KIGUCHI e FUKUDA, 1997; PASSOLD, 2003) são alguns exemplos.

A segunda categoria de aplicações, por sua vez, apresenta um nível de complexidade maior que o da primeira. Tal afirmação fica evidente pelo número e diversidade de sensores requeridos para executar este tipo de tarefa com precisão. Em geral, estas tarefas exigem, pelo menos, a inclusão de sensores de força.

O uso de sensores de força pode aliviar as exigências quanto à precisão da posição do efetuador do robô e à descrição da geometria da superfície de contato. Os sensores de visão apresentam benefícios semelhantes, não possibilitando, porém, o controle da força aplicada. Outras vantagens obtidas com a inclusão dos sensores de força são (GORINEVSKY *et. al.*, 1997):

- a execução de tarefas com segurança, pois podem detectar colisões com obstáculos;
- a manipulação de cargas frágeis;
- a pesagem, a determinação do centro de massa e a identificação de peças;

- o seguimento de um contorno (é o caso das operações de soldagem e de polimento de peças);
- a realização de tarefas que envolvam restrições (é o caso das operações de montagem);
- a execução de tarefas em que haja necessidade de controlar a força aplicada (é o caso das operações de usinagem);
- a cooperação entre robôs, que também é um problema de movimento sujeito a restrições.

Ao contrário do que ocorre com o controle de posição, no controle de força, devido à dificuldade de dispor de robôs equipados com sensores de força e com arquitetura aberta de controle, a grande maioria dos métodos de controle propostos são teóricos e os principais testes são realizados por simulação.

As primeiras publicações para a análise e a implementação do controle simultâneo de força e posição foram o controle híbrido (RAIBERT e CRAIG, 1981), baseado no trabalho de Mason (1981), e o controle por impedância (HOGAN, 1985).

Inicialmente ambos os métodos foram considerados ideais, assumiram que a geometria do meio era perfeitamente conhecida e que as restrições impostas eram de natureza puramente cinemática (ou geométrica), ou seja, contatos rígidos. Porém, na prática, isto não costuma acontecer (EPPINGER e SEERING, 1986, 1987, 1992; VOLPE e KHOSLA, 1994) já que a dinâmica do meio é menos conhecida que a dinâmica do robô, sendo necessário assumir erros na modelagem geométrica do meio.

Essas estratégias de controle, assim como outras, possuem em comum o fato de que para o êxito da execução da tarefa precisa-se do conhecimento adequado da dinâmica do meio assim como da geometria de contato. Esta característica está ligada ao fato de que o desenvolvimento de tarefas onde o manipulador interage com o meio, pode ou não implicar na troca de energia. Se o meio impõe restrições puramente cinemáticas (ou geométricas) sobre o movimento do efetuador do robô, somente um balanço estático de forças e torques acontece durante o contato (supondo que não existe atrito). Estes tipos de considerações na modelagem implicam a não transferência de energia (McCLAMROCH e WANG, 1988; YOSHIKAWA, 1987). De outra forma, a troca de energia entre o robô e o meio é tratada considerando-se um modelo de impedância para a interação dinâmica (CHIAVERINI *et. al.*, 1994; EPPINGER e SEERING, 1986; HOGAN, 1985).

Os controladores do tipo PID também foram empregados para o con-

trole de força em ambientes rígidos ou apresentando alguma flexibilidade (FERRETI *et. al.*, 1995; KAZEROONI, 1990; RAMIREZ *et. al.*, 2000; ROCCO, 1996; SANTIBAÑEZ e KELLY, 1997). Alguns destes estudos tiveram um enfoque apenas teórico, outros exploraram também o lado experimental. Um estudo completo envolvendo a parte experimental sobre a estabilidade no controle de força para controladores clássicos foi feito por Volpe e Khosla (1993). Da mesma forma foram feitos estudos de estabilidade para sistemas controlados por estratégias de controle híbrido (DOULGERI, 1999; GOLDSMITH, 1999; WEN e MURPHY, 1991).

A partir destes trabalhos, a compreensão do problema do movimento do robô submetido a restrições foi substancialmente melhorada. Em De Luca e Manes (1991a, 1991b) foi publicada uma modelagem que generaliza o controle híbrido e o controle por impedância para diferentes tarefas, considerando restrições cinemáticas (ou geométricas) e dinâmicas ao mesmo tempo. Este modelo foi desenvolvido considerando um sistema de equações para o robô e outro sistema de equações para o ambiente onde é executada a tarefa. Em Manes (1993a, 1993b) faz-se uma análise e síntese de controladores clássicos tipo PID para sistemas submetidos a restrições cinemáticas. Em De Luca e Manes (1994) são empregados também controladores clássicos junto com a dinâmica inversa, adicionando agora restrições dinâmicas.

Baseados nesta nova modelagem, foram propostos controladores robustos do tipo estrutura variável para compensar perturbações externas e incertezas no modelo quando este fica sujeito a restrições cinemáticas (ou geométricas) (AMARAL *et. al.*, 1998, 2000a) e dinâmicas (AMARAL *et. al.*, 2000b).

Li *et. al.* (2000) empregam novamente a modelagem de De Luca e Manes para o projeto de controladores PID considerando incertezas.

Vargas *et. al.* (2001) também fazem uso do modelo de De Luca e Manes e utilizam um controlador avançado na estrutura de dois graus de liberdade, para compensar incertezas no modelo e perturbações externas. Em Vargas (2005) é realizada uma análise e síntese de mais duas estratégias de controle, totalizando três, todas fundamentadas na modelagem de De Luca e Manes e contemplando aspectos de robustez e compensação de atrito nas juntas: controle de dois graus de liberdade (TDOF), controle a estrutura variável (VSC) e controle nebuloso (FLC). Esta análise levou em consideração aspectos teóricos e experimentais.

Outras imperfeições tais como o atrito devido à interação com o meio, a flexibilidade nas juntas e nos elos, as não-linearidades, o conhe-

cimento impreciso do ambiente e dos parâmetros construtivos do robô, a medição de ruído e as perturbações externas também necessitam ser consideradas e tratadas teórico e experimentalmente (DE SHUTTER *et al.*, 1997).

Visando oferecer soluções a estes problemas, técnicas adicionais como o controle paralelo de Chiaverini e Sciavicco (1993) e o controle híbrido de impedância de Robert e Spong (1988), além da metodologia de Zhang *et al.* (2005) e Pan e Zhang (2008), foram propostas.

Alguns exemplos de trabalhos que pertencem ao âmbito de pesquisa da segunda categoria, ou seja, às aplicações robóticas apresentando significativa interação com o meio, são: 1) (BROOME *et al.*, 1993) onde se realiza a inspeção da soldagem em instalações submarinas por meio de um sistema robotizado, cujo objetivo é detectar fendas nas tubulações. Para que isto seja possível, o contato deve ser mantido, apesar das perturbações e/ou irregularidades na superfície de contato, havendo real necessidade do controle da força de interação; 2) (DE SILVA e GU, 1995) onde se emprega um robô manipulador para remover cabeças de peixes para fins de controle de qualidade. A operação é feita mediante o monitoramento (controle) da impedância durante o processo de corte. Por meio desta monitoração, evita-se que o produto seja embalado com parte da cabeça, além de reduzir a perda de carne decorrente de um corte mal feito; 3) (WHITCOMB *et al.*, 1997) onde foram testados diferentes controladores em um robô industrial, incluindo um controlador adaptativo baseado no modelo, para realizar uma tarefa que consiste em desenhar um círculo em um plano inclinado, ou seja, uma tarefa que exige um controle simultâneo da força e da posição.

Trabalhos como o de Passold (2003) e Ramirez (2003), que seguem uma linha experimental, foram desenvolvidos para tratar o problema do controle de posição e velocidade de robôs manipuladores rígidos e com flexibilidades nas juntas, constituindo-se em contribuições importantes.

Ferretti *et al.* (2000, 2004) apresentam um controlador por impedância para robôs industriais. Atenção especial foi dada aos aspectos que qualificam um robô industrial, incluindo o controle descentralizado de posição PID, a flexibilidade torsional e o atrito nas juntas. Diversos resultados experimentais obtidos em um robô industrial com seis graus de liberdade (6-DOF), equipado com um sensor de força/torque, são apresentados. Os experimentos mostram a eficácia do método proposto em diversas condições, incluindo o contato com uma superfície extremamente rígida e o momento de transição entre as situações sem contato e com contato.

Karan (2005) sintetiza uma estratégia de controle para controlar simultaneamente a posição e a força de um robô manipulador em contato com um meio apresentando um comportamento dinâmico com características elásticas. O controle assume que a força de interação entre o robô e o meio é modelada adequadamente por um modelo linear de segunda ordem com coeficientes constantes e sua implementação exige apenas o conhecimento dos valores limites dos parâmetros do meio. É mostrado que, em caso de uma modelagem precisa da dinâmica do robô, a estratégia de controle garante uma convergência assintótica dos erros ao longo de trajetórias nominais caracterizadas por forças de interação e velocidades constantes e pré-estabelecidas.

Em Katsura *et. al.* (2007) é abordada a questão da dificuldade de se manter um contato estável com o meio quando se emprega sensores de força. Esta dificuldade surge em virtude de dois fatores: a falta de rigidez na estrutura mecânica desses sensores de força e a largura limitada da banda passante para os sinais de força medidos. Para solucionar esta questão de instabilidade no controle de força, implementa-se um observador de perturbações ao invés de um sensor de força. O observador de perturbações consegue observar a força externa sem o emprego de sensores de força. Quando se opta por implementar no robô o observador de perturbações ao invés de um sensor de força, o sistema de controle de força deixa de apresentar um mecanismo complacente entre o robô e o meio. Neste caso, uma vez que o robô consegue detectar as informações do meio diretamente, uma largura maior da banda passante dos sinais de força pode ser obtida. Resultados experimentais comprovam a viabilidade do método proposto.

Prótese de membros humanos, cirurgia assistida por robô e limpeza de detritos tóxicos são mais algumas aplicações robóticas em que existe uma significativa interação entre robô e meio (SICILIANO e KHATIB, 2008).

1.1.1 O contexto do desenvolvimento desta tese

A crescente demanda de produção, a melhoria e redução de custos de sistemas de medição, em particular, dos sensores, têm permitido expandir o uso de robôs além das aplicações tradicionais. Todos os dias, novas aplicações robóticas podem ser encontradas na literatura e na mídia, sendo que a grande maioria destas se concentra no âmbito industrial, realizando vários tipos de tarefas, tais como: soldagem, pintura, movimentação de peças/objetos e materiais etc. Em um cenário de crescimento econômico global, qualquer solução sustentável que aumente a produ-

tividade e reduza o custo final é bem-vinda.

A indústria de manufatura, em geral, tem procurado trabalhar de forma cada vez mais eficiente e econômica no que se refere à usinagem dos materiais.

Um passo decisivo para se atingir tal objetivo foi a aplicação de máquinas-ferramentas de comando numérico computadorizado (CNC). Nestas condições, o trabalho passou a ter maior flexibilidade, principalmente na manufatura de pequenos e médios lotes de peças de formas complexas e de alta precisão.

A evolução da microeletrônica provocou um acentuado desenvolvimento nas características construtivas das máquinas-ferramentas de comando numérico, que possibilitam uma alta rigidez para absorver elevados esforços de corte durante as operações de usinagem tais como o desbaste, garantindo a devida precisão nos trabalhos de acabamento. Com isto, consegue-se maior produtividade e melhor qualidade do produto.

Por outro lado, no campo da programação, sentiu-se uma significativa evolução, permitindo uma maior facilidade e rapidez na elaboração do programa de comando numérico (CN). A programação foi ampliada pelo uso de ciclos fixos, subprogramas e funções que executam os cálculos geométricos complexos, simplificando bastante o trabalho de programação.

Devido às facilidades de programação e operação, a utilização de máquinas-ferramentas de comando numérico passou a se difundir nas indústrias de manufatura em geral, quer sejam de pequeno, médio ou grande porte.

Estas facilidades abriram portas também para a pesquisa no que tange as operações de usinagem em seus mais diferentes aspectos.

Em Boeira (2002) foram realizadas a modelagem e simulações do processo de formação do cavaco em operações de fresamento externo, aplicadas na usinagem de munhões do virabrequim, no intuito de estimar os esforços que ocorrem durante o processo de corte e estudou-se a influência da variação da espessura de usinagem na força de usinagem e no mecanismo de desgaste da ferramenta.

Em Mangoni (2004) foram desenvolvidos procedimentos teóricos e experimentais para a determinação de forças no fresamento frontal. Essas forças são empregadas como dados de entrada para uma análise dinâmica por elementos finitos de peças de baixa rigidez submetidas aos esforços alternados do processo de fresamento, com o objetivo de determinar parâmetros de usinagem que reduzam vibrações. Desta forma,

esses parâmetros podem ser revistos e corrigidos antes do processo ter início.

Polli (2005), por sua vez, pesquisa a importância relativa dos parâmetros de corte e das características dinâmicas dos sistemas resultantes de diferentes combinações de montagem (ferramentas, porta-ferramentas e eixos-árvores) sobre a estabilidade dinâmica do fresamento de topo a altas velocidades. São analisados os processos de desbaste com fresas de topo reto e topo toroidal, e acabamento com fresas de topo reto e topo esférico. As características dinâmicas dos sistemas são determinadas por testes de impacto. As peças são consideradas rígidas. A avaliação da estabilidade é feita a partir dos parâmetros de textura das peças usinadas e da análise dos sinais de pressão sonora, força e deslocamento medidos durante o processo. Também são realizadas simulações computacionais a partir de modelos do processo. Os resultados obtidos são expressivos e mostram-se relevantes aos processos de usinagem analisados.

Mesmo frente a esse progresso conquistado no âmbito da usinagem, ainda existe a necessidade de máquinas de usinagem com preços acessíveis.

Segundo Bone *et. al.* (1991) e Kazerooni (1988a), as operações de acabamento de superfícies, por exemplo, representam as etapas envolvendo o maior custo no processo de manufatura. Estas podem chegar a representar 35% do custo total.

Em virtude das limitações e das dificuldades ainda não contornadas, muitas das tarefas de usinagem continuam sendo realizadas manualmente por falta de um conceito de máquina-ferramenta apropriado, econômico e tecnicamente adequado, o que torna a tarefa complexa e demoradamente demorada. A rebarbação de peças de alumínio fundido sob pressão ou em coquilhas, por exemplo, ainda é feita manualmente.

Diante dessa demanda por máquinas de usinagem com preços acessíveis, muitas empresas de tecnologia da manufatura que trabalham com processos de usinagem, vislumbram no uso de robôs industriais um potencial bastante promissor para aplicações na área (ALLEN *et. al.*, 2010; BOGUE, 2009; PAN e ZHANG, 2008; WANG *et. al.*, 2008; ZHANG *et. al.*, 2005). As empresas estão sendo atraídas pela elevada flexibilidade de aplicação, com custos de aquisição relativamente baixos dos robôs industriais, comparados com as máquinas-ferramentas convencionais.

Wang *et. al.* (2008) realizam uma revisão bibliográfica, focando na questão dos recentes esforços realizados no desenvolvimento de tecno-

logias habilitadas para o controle de força e que servem de base metodológica para um conjunto de aplicações que incluem montagem, polimento, rebarbação e fresamento, dentre outras. Para cada processo, um controle de força diferenciado é fornecido e verificado através de resultados experimentais e aplicações industriais do mundo real.

Pan e Zhang (2008) também realizam um trabalho de revisão bibliográfica que considera as questões críticas e as metodologias a serem adotadas para melhorar o desempenho de robôs industriais flexíveis em processos de usinagem. São abordadas tanto as questões de programação quanto os problemas vinculados ao controle do processo. Estes últimos são tratados com uma nova metodologia que consiste na modelagem da rigidez, na compensação da deformação em tempo real e na remoção controlada de material de forma a garantir a eficiência do processo e a qualidade final do produto. Uma solução completa obtida através do emprego de um controle de força ativa é apresentada para destacar vários problemas que costumam se manifestar durante processos de usinagem robótica. Por fim, alguns resultados experimentais são apresentados, os quais comprovam a existência de benefícios e melhorias obtidos com o emprego de robôs, indicando o surgimento de uma aplicação prática e promissora para robôs industriais e que ainda não está disponível no mercado atual.

Em Bogue (2009) é feita uma revisão de tecnologias robóticas empregadas no acabamento de superfícies, assim como de suas aplicações e estudos de caso. Inicialmente se considera o desenvolvimento de tecnologias automatizadas para o acabamento de superfícies e, em seguida, discute-se a adequação dos sistemas robóticos ao cumprimento de tarefas pertencentes a esta categoria. O trabalho reforça a afirmativa de que as tarefas de acabamento realizadas por robôs têm crescido e estão sendo adotadas por um número cada vez maior de indústrias, incluindo os mercados aeroespacial, automotivo, médico, dentre outros. A demanda crescente do mercado consumidor traz fortes indícios de que, na próxima década, as tarefas de acabamento surgirão como uma aplicação prioritária dos robôs. Em Bogue (2009) destacam-se, ainda, os principais benefícios e vantagens desta tecnologia, a saber: melhoria da produtividade e da qualidade final do produto, redução de custos e níveis reduzidos de rejeição.

Allen *et. al.* (2010) tem por objetivo dar uma visão geral dos desenvolvimentos no domínio das ferramentas especializadas e dos sistemas de usinagem com ênfase particular em operações de manutenção e de usinagem realizadas *in situ*. As dificuldades de se executar a manuten-

ção em sistemas de larga escala (grande porte) são apresentadas juntamente com os potenciais benefícios que a usinagem realizada *in situ* pode trazer a estas aplicações. As possíveis vantagens e desvantagens das diversas tecnologias descritas são discutidas. O artigo vai além para comentar sobre o potencial de uma nova abordagem que combina algumas das tecnologias apresentadas para produzir ferramentas de pequeno porte que realizam tarefas *in situ*, executando operações de usinagem sobre peças de grandes dimensões. Estes sistemas podem oferecer uma maior versatilidade em operações de usinagem para fins de manutenção *in situ*, quando comparados às máquinas-ferramentas projetadas para uma única operação de reparo. Além disso, a opção pelo uso desta micro tecnologia resulta em uma redução dos custos envolvidos e das colisões com o meio.

Tarefas envolvendo o emprego de robôs para realizar determinadas operações de usinagem tais como polimento, corte, perfuração e montagem, já foram alvos de estudo no que tange o controle da interação entre robô e meio (DARIO *et. al.*, 1996; SHERIDAN, 1987).

Outras operações de usinagem, tais como esmerilhamento e chanframento, podem ser verificadas em Jinno *et. al.* (1995).

O controle por impedância é empregado em Her e Kazerooni (1991), Kazerooni *et. al.* (1986b), Kazerooni (1988a, 1988b) e Kazerooni e Her (1988) para a realização de tarefas de acabamento de superfícies por usinagem. A estratégia de controle consiste em dotar o manipulador robótico com uma impedância elevada na direção normal e uma impedância reduzida na direção tangencial à geometria desejada para a superfície da peça. Uma impedância elevada na direção normal faz com que o sistema robótico resista às forças de usinagem e permaneça próximo à trajetória desejada, enquanto que uma impedância reduzida na direção tangencial permite que a velocidade de avanço da ferramenta seja ajustada aos limites operacionais da componente tangencial de força necessária para realizar a operação de corte.

Zuhars e Hsia (1995) realizaram um estudo semelhante a este, onde se utilizou um robô para o fresamento de peças de composições heterogêneas (diversos materiais), o que foi conseguido através de um controle da velocidade de corte em função da força exercida na ponta da ferramenta, e acabaram por contribuir com este foco de pesquisa. Os autores afirmam que, por meio desta estratégia, a tarefa de fresamento é cumprida sem que se corra o risco de danificar a ferramenta por esforço excessivo.

Em Bone *et. al.* (1991) um sistema de controle baseado em um efe-

tuador ativo para rebarbação robótica é implementado com sucesso em um robô PUMA-560. O sistema de controle em questão permite obter um chanfro com o mínimo de rugosidade na superfície final e uma profundidade de corte controlada. Vários algoritmos de controle são analisados com este intuito. O desempenho de cada controlador é avaliado com base nas variações de força que se manifestam e na rugosidade da superfície final.

Em Duelen *et. al.* (1992) são discutidos o desenvolvimento, a implementação e os testes de desempenho de um controlador híbrido de posição e força aplicado para a remoção de metal usando robôs industriais. São apresentadas, também, melhorias do esquema de controle desenvolvido, resultantes de testes experimentais. A aplicação deste esquema de controle proposto é demonstrada e verificada experimentalmente.

Em Ferretti *et. al.* (1999) descreve-se o esquema de controle triangular de força e posição, juntamente com sua aplicação em uma tarefa de rebarbação. O controle triangular fornece um projeto simplificado de um controle de força com uma malha interna de posição. Nenhuma informação quanto ao modelo dinâmico do manipulador robótico é exigida. Seu desempenho em tarefas de rebarbação, conforme solicitado, é limitado em virtude das grandes perturbações de força que, por ventura, se manifestam. No entanto, fica comprovado, através de um conjunto de resultados experimentais, que o sistema de controle é capaz de seguir com sucesso a geometria tridimensional do contorno, mantendo a força de contato pré-estabelecida.

Em Hsu e Fu (2000) é proposto um projeto de controle híbrido de força e posição para robôs manipuladores, com base no controle *fuzzy* adaptativo, para solucionar problemas tais como a complexidade do processo de rebarbação e o desconhecimento com respeito aos robôs manipuladores. Para demonstrar a eficácia do método, o mesmo é aplicado para o controle de um braço robótico industrial em tarefas de rebarbação.

Em Chung e Kim (2005); Kim e Chung (2006) e Kim *et. al.* (2008) realiza-se a modelagem e o controle de um manipulador robótico rígido com uma nova ferramenta de rebarbação acionada pneumaticamente e que assume configurações distintas: uma composta por um único atuador pneumático e uma câmara passiva que fica responsável por garantir

a complacência¹ necessária para reduzir as vibrações causadas pela compressibilidade do ar e outra que integra dois atuadores pneumáticos no intuito de otimizar a ação de corte (duplica a ação de corte). Um método de controle coordenado é desenvolvido pela decomposição do sistema de rebarbação robótica em dois subsistemas: o braço robótico e a ferramenta de rebarbação. Adota-se um método de controle descentralizado, no qual controladores independentes são projetados para os dois subsistemas. Resultados de simulação mostram que o sistema de rebarbação robótica desenvolvido otimiza significativamente a precisão da operação de rebarbação.

Ziliani *et. al.* (2005, 2007) tratam da implementação de uma metodologia mecatrônica para a rebarbação robótica de peças com superfície planar de geometria desconhecida, realizada por um manipulador industrial. Esta metodologia é baseada no uso de uma lei de controle híbrido de força e velocidade e no projeto de uma ferramenta de rebarbação. Resultados experimentais, obtidos com um manipulador robótico industrial SCARA com dois graus de liberdade, mostram a eficácia do método proposto.

Em Pires (2007) descreve-se o desenvolvimento de uma estratégia de controle de força indireta projetada para operar com aplicações de rebarbação robótica industrial. Uma vez que modelos precisos do meio são difíceis de se obter, uma estratégia simples foi projetada para obter os parâmetros relevantes do meio de forma a permitir alcançar um desempenho julgado satisfatório para a aplicação. Conseqüentemente, o sistema implementa uma estratégia de controle de força indireta, o que permite: utilizar os controladores de robôs atuais e explorar a capacidade computacional de computadores pessoais (PC's) externos e as características avançadas de sensores de força/torque modernos.

Lippiello *et. al.* (2007) apresentam uma arquitetura aberta para o controle realimentado em tempo real por sinais provenientes de sensores de uma célula robótica industrial composta por dois braços robóticos. Esta nova arquitetura de controle permite que esquemas de controle avançados sejam desenvolvidos e testados nos robôs de forma individual

¹ É necessário diferenciar os conceitos de complacência e de rigidez. A primeira deve ser interpretada como uma característica que pode ser imposta ao sistema e controlada quando necessário, fornecendo ao manipulador a capacidade de tolerar ou se adequar a diferentes magnitudes de esforços que se manifestam em virtude do contato mantido entre ele e o meio em questão. A última, por sua vez, é uma característica intrínseca a cada elemento formador do sistema, independente de haver ou não contato.

ou na célula robótica composta pelos dois braços robóticos.

Em Giblin *et. al.* (2007) é apresentada uma nova teoria de manipulação para controle de movimentos complacentes de um manipulador robótico. Nesta abordagem, os dados de força e posição são agrupados em um único conjunto de "realimentação de movimento", pela substituição dos erros de força por quantidades de movimento virtual, ou de "realimentação de força", pela substituição dos erros de posição por quantidades de força virtual. Os torques das juntas são então ajustados com base nos sinais realimentados. O esforço computacional é significativamente reduzido e o esquema de controle se mostra mais estável nas proximidades das configurações singulares do manipulador. As aplicações desta teoria são demonstradas por simulação, tanto com robôs seriados, quanto com robôs paralelos.

Existem três trabalhos atuais que merecem destaque: o projeto *Roboturb* (em fase de elaboração)², o projeto *Advocut* (ABELE *et. al.*, 2007) e o projeto *Robotware Machining FC* (em fase de elaboração)³.

O projeto *Roboturb* é um projeto nacional, que tem como objetivo principal automatizar a recuperação das superfícies das pás dos rotores de turbinas Francis que se encontram erodidas pela cavitação. Este projeto surgiu no intuito de permitir a retirada dos operadores de um ambiente de trabalho confinado e insalubre, de reduzir o tempo e o material empregado na recuperação e, conseqüentemente, de reduzir o custo da recuperação. Em outras palavras, melhorar o processo como um todo.

Esse sistema automatizado foi primeiramente concebido de forma a apresentar, como elemento central, um robô manipulador sobre trilhos, exposto na Figura 1.1, que, montado sobre a pá da turbina, movimenta as ferramentas que executam as tarefas de recuperação.

² ROBOTURB. Disponível em: <<http://www.robotica.ufsc.br>>. Acesso em: 1 abr. 2005.

³ ROBOTWARE MACHINING FC. Disponível em: <www.abb.com/robotics> e/ou <<http://www.abb.com/product/seitp327/873c03c9fbb0bacfc125728b002fe2e0.aspx>>. Acesso em: 1 maio 2007.

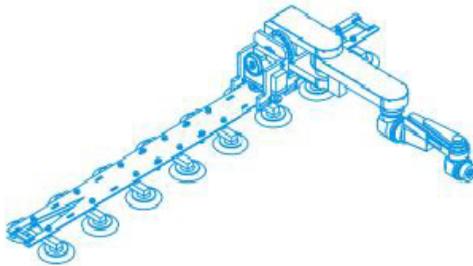


Figura 1.1 – Projeto mecânico e protótipo do Roboturb.

Atualmente o robô possui sete movimentos independentes e coordenados que lhe permitem realizar os movimentos necessários à medição da superfície erodida após a preparação inicial, feita manualmente, e os movimentos para a aplicação automática das camadas de solda. Para tanto, um sensor laser e uma tocha de soldagem foram especialmente desenvolvidos para o processo automatizado de medição e soldagem. Tudo isso é feito em um ambiente confinado entre as pás da turbina, sem apresentar colisões com as suas superfícies.

Em sua nova fase, o projeto prevê o emprego deste robô ou, caso se mostre necessário, de outro robô apresentando uma arquitetura mais eficaz e robusta, na automatização das operações de usinagem das superfícies destas pás realizada pós-soldagem, cujo objetivo é tornar a superfície recuperada o mais próximo possível do perfil original de projeto.

O projeto integrado *Advocut*, por sua vez, de nacionalidade alemã, exposto na Figura 1.2, está sendo desenvolvido para operar na área de tecnologia da manufatura. Esse projeto tem como objetivo aliar as vantagens de uma cinemática específica em relação à flexibilidade e custos com as vantagens de máquinas-ferramentas tradicionais. Os itens na mira do *Advocut* são precisão e qualidade de usinagem, em um conceito novo de máquina-ferramenta altamente integrada.



Figura 1.2 - Protótipo do Advocut.

Esse projeto realizou, ainda, uma pesquisa de mercado, especialmente na área automobilística, e selecionou os componentes cujas etapas de manufatura poderiam ser executadas com maior eficiência com o auxílio dos robôs industriais. O foco do projeto na usinagem restringe-se à limpeza e rebarbação dos materiais fundidos. Outros processos, como fresamento e furação, embora sejam teoricamente realizáveis, na maioria dos casos ainda não foram colocados em prática em razão das elevadas forças e momentos de usinagem que se manifestam.

Por fim, o projeto *Robotware Machining FC*, exposto na Figura 1.3, foi desenvolvido para otimizar a automação das operações de acabamento e de limpeza das superfícies de peças por esmerilhamento. O robô em questão recebeu dois programas distintos. O primeiro, *Pressão FC*, permite ao robô esmerilhar ou polir peças, mantendo uma pressão constante entre a ferramenta e a peça. O segundo, *Velocidade Variável FC*, capacita o robô a desbastar as superfícies de peças com uma velocidade controlada, reduzindo-a sempre que o volume de material com o qual a ferramenta se deparar tornar-se excessivo. Os benefícios obtidos com

este projeto são vários:

- Qualidade do produto e resultados do processo otimizados;
- Tempo de programação reduzido;
- Tempo do ciclo operacional reduzido (tarefas realizadas com uma maior rapidez);
- Vida útil da ferramenta prolongada.

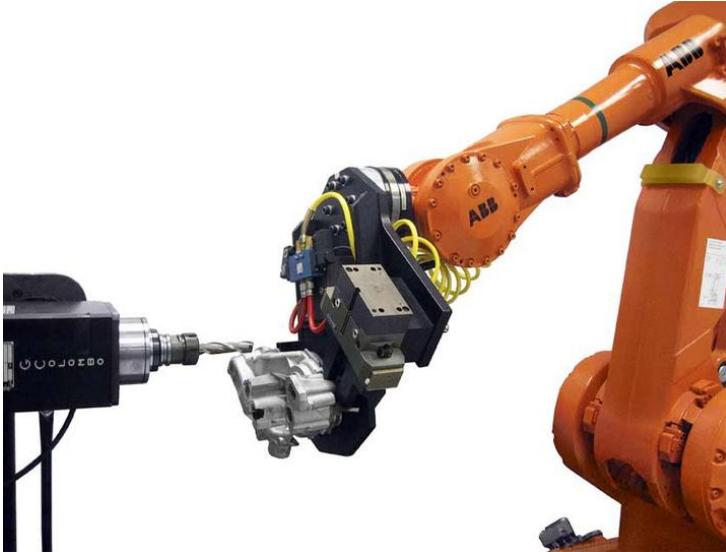


Figura 1.3 – Protótipo do Robotware Machining FC.

Nos últimos anos, verificou-se um forte crescimento desta linha de pesquisa.

Em Rodella e Silva (2008) realizou-se um estudo da aplicação de um braço robótico em processos de fresamento de peças de geometria complexa, processos estes realizados através do emprego de *softwares* CAD-CAM e soluções de programação de robôs industriais.

Uma estratégia para melhorar o desempenho dos atuais robôs industriais é apresentada por Lopes e Almeida (2008). Esta estratégia envolve a cooperação de dois manipuladores robóticos: o primeiro é um dispositivo robótico para controle da impedância (RCID – *Robotic controlled impedance device*), que é um pequeno manipulador paralelo com seis graus de liberdade (6-DOF) que realiza um controle de força e impedância dentro de uma largura de banda elevada, e o segundo é um robô industrial. A combinação em série destes dois manipuladores se comporta como um único manipulador apresentando o controle de força e

impedância desempenhado pelo RCID e o controle de posição e seguimento de trajetória desempenhado pelo robô industrial. Resultados experimentais obtidos em tarefas típicas envolvendo o contato do efetuator-final com meios de geometria e rigidez desconhecidas são apresentados e mostram que os comportamentos assumidos pela posição, impedância e seguimento de força apresentam bom desempenho e estão de acordo com o esperado para o cumprimento das tarefas solicitadas.

Em Liao *et. al.* (2008) é apresentada uma nova abordagem para a modelagem e o controle de um processo automatizado de polimento e rebarbação que utiliza uma ferramenta complacente acoplada ao efetuator do robô. Esta ferramenta possui um eixo pneumático que pode ser estendido e retraído por três atuadores pneumáticos para proporcionar a complacência necessária à ferramenta e ao processo. Por integração de um sensor de pressão com um encoder linear, esta ferramenta pode ser usada tanto para o polimento quanto para a rebarbação. Para o controle das operações de polimento, a pressão da ferramenta é pré-programada com base na geometria da peça dada e um controlador PID é aplicado para regular a pressão com base em sinais provenientes de sensores de pressão. Para o controle das operações de rebarbação, outro controlador PID é aplicado, desta vez para regular o comprimento da ferramenta através da detecção da extensão da ferramenta. Os dois métodos de controle foram testados e implementados em um robô de polimento e rebarbação e os resultados experimentais obtidos demonstram a eficácia dos mesmos.

Em Choi *et. al.* (2008) é apresentado um método de controle das forças de interação, sem o uso de sensores de força, para a realização de tarefas de rebarbação através do emprego de dois braços robóticos. A escolha por realizar uma manipulação através de dois braços robóticos se justifica pelo aumento da destreza do movimento na tarefa de rebarbação quando comparada à da manipulação realizada por um único braço robótico. No planejamento do movimento, as 12 coordenadas Lagrangianas do sistema são decompostas em 9 graus de liberdade (9-DOF) para o movimento livre e 3 graus de liberdade (3-DOF) para o movimento limitado apresentando restrições. Desta forma, o sistema composto pelos dois braços robóticos pode ser modelado como um único robô cinematicamente redundante. A tarefa principal é controlar os 9-DOF referentes ao movimento do sistema e a tarefa secundária é controlar as forças de interação e o movimento relativo entre os dois braços robóticos. A viabilidade e eficácia do modelo sugerido para representar as forças de interação são mostradas através de simulações que descre-

vem a tarefa de rebarbação solicitada. A comprovação experimental permanece como proposta para trabalhos futuros.

Em Barasuol (2008) e Barasuol *et. al.* (2009, 2010) é estudado o problema do controle de força em robôs manipuladores com transmissões flexíveis (MTF's) empregados em tarefas de usinagem de superfícies. Duas estratégias de controle de força indireto para manipuladores rígidos são estendidas para manipuladores com transmissões flexíveis: o controle de rigidez e o controle por impedância. Um modelo de forças para a tarefa de usinagem de superfície é proposto para o estudo da estabilidade e desempenho de ambas as estratégias de controle. Buscando a implementação prática destes controladores, dois observadores de estado - um observador de estados baseado na aceleração e outro baseado em torques de distúrbio - são apresentados para estimar as variáveis dos elos e das forças de contato com o objetivo de evitar a necessidade da instrumentação completa do manipulador. O desempenho das estratégias de controle e dos observadores é avaliado, frente à tarefa de usinagem de superfícies, pela análise dos resultados obtidos em simulação.

Olsson *et. al.* (2009) fazem referência à funcionalidade do controle de força apresentando uma largura de banda elevada. Os autores desenvolvem sistemas robóticos para realizar tarefas de furação e que forneçam um desempenho aprimorado, empregando apenas sistemas padrão sem a necessidade excessiva de *hardware* extra e técnicas de calibração. A coerência e a viabilidade da análise são comprovadas experimentalmente através de um método apresentado no próprio artigo e os resultados obtidos comprovam a eficácia deste método sendo que a idéia conceitual por trás do controle de força realizado mostra-se útil também na descrição de muitas outras aplicações robóticas que requerem controle de sinais realimentados provenientes de sensores externos.

Tomando por base os exemplos expostos anteriormente, verifica-se que o controle simultâneo do movimento e da força de contato é desejável e necessário para a execução bem sucedida de tarefas em que o robô interage de forma significativa com o meio, pois, em muitas destas tarefas a descrição do contato é complexa. Deve-se salientar, também, que o meio pode impedir completamente o movimento do robô em algumas direções (meio definido como um conjunto de restrições geométricas, isto é, caracterizado por rigidez infinita), deformar-se segundo a equação de uma mola (linear ou não-linear) ou ainda oferecer oposição dinâmica (linear ou não-linear) em uma ou mais direções. Em todas estas situações, um controle da força de contato é essencial para o sucesso da tarefa e para a integridade do sistema.

1.2 O problema

As operações de desbaste ou de acabamento de superfícies envolvem a remoção de material por usinagem que dão origem a uma força denominada *força total de usinagem*. Em virtude desta força, ocorrem forças de reação sobre o robô, decorrentes de uma forte interação entre a peça sendo usinada e a ferramenta acoplada a sua extremidade. Nestes casos, além de realizar um movimento com restrição, o robô deverá aplicar uma força de compensação, em virtude da força originada sobre ele pelo corte do material.

Diante da existência destas dinâmicas não modeladas, verifica-se que a concepção de uma solução alternativa para as máquinas-ferramentas, ou seja, o emprego de robôs industriais em operações de usinagem está condicionado a uma série de desvantagens que restringem a sua aplicação prática. As desvantagens são:

- Precisão ineficiente de posicionamento e de deslocamento;
- Ajuste dinâmico insuficiente com relação às grandes massas a serem movimentadas e às elevadas potências necessárias para o acionamento;
- Modelagem dinâmica do sistema complexa em virtude do desconhecimento das dinâmicas do robô e das forças geradas decorrentes da interação entre a ferramenta acoplada a extremidade do robô e a peça as quais dependem do processo de usinagem e da ferramenta empregada;
- Falta de possibilidades ergonômicas de simulação e programação *off-line*;
- Rigidez insuficiente dos robôs para a realização de tarefas desta categoria.

1.3 Objetivo da tese

Frente ao problema contextualizado, o objetivo desta tese é realizar uma modelagem de caráter inovador que permita ao robô executar operações de desbaste ou de acabamento de superfícies por usinagem de forma controlada, onde o material excedente das superfícies das peças é removido para que, desta forma, se atinjam os seus perfis originais de projeto. O robô deverá ser capaz de realizar a remoção do material, dentro das especificações de projeto, sem que a força aplicada ultrapasse os limites físicos da ferramenta, do robô e da peça a ser usinada. O robô deverá, portanto, executar movimentos controlando as forças resultantes de sua interação com a peça.

Como objetivos específicos, visando a obtenção de uma modelagem

que melhor se adéque à tarefa a ser realizada, têm-se:

- Estabelecer um modelo matemático para as forças de interação que ocorrem durante as operações de usinagem analisadas e que re-presente, de forma aproximada, os fenômenos do contato entre robô e meio e da remoção de material por usinagem;
- Sintetizar um controlador de robôs para operações de usinagem que considere:
 - As forças de interação e suas incertezas paramétricas;
 - As incertezas paramétricas do robô.

1.4 Estrutura do trabalho

O Capítulo 2 descreve de forma sucinta as forças presentes em determinados processos de usinagem, no intuito de obter o modelo matemático representativo das forças de interação entre robô e meio que, por sua vez, é uma parte integrante e fundamental da modelagem realizada. Na continuação, o Capítulo 3 trata dos métodos de controle de interação existentes. O Capítulo 4, por sua vez, faz uma análise teórica da aplicabilidade de alguns destes métodos sob o ponto de vista da usinagem de superfícies. Tal análise possibilita verificar o desempenho do sistema quando submetido a cada um destes métodos de controle, além do projeto dos ganhos dos respectivos controladores. Por fim, no Capítulo 5 são apresentados os resultados obtidos via simulação e sua comparação com alguns dados experimentais, seguido do Capítulo 6 com as conclusões do trabalho. A documentação desta tese encerra-se com as referências bibliográficas, com os Apêndices A e B contendo dados sobre ensaios de compressão e detalhes sobre a análise de estabilidade desenvolvida no Capítulo 4 e com os Anexos A, B, C, D, E e F apresentando diversos conceitos necessários à compreensão do texto.

2 FORÇAS NA USINAGEM DE SUPERFÍCIES

Este capítulo traz uma descrição sucinta e específica das forças presentes em determinados processos de usinagem, assim como dos parâmetros relevantes para a sua determinação, com o objetivo de desenvolver um modelo matemático representativo das forças de interação que se manifestam entre o robô e o meio. Tal descrição tem início na Seção 2.1, onde as parcelas da força total de usinagem, atuantes na ferramenta e significativas para o processo, são detalhadas. A Seção 2.2, por sua vez, destaca alguns modelos presentes na literatura representativos da parcela mais significativa da força total de usinagem, seguida da Seção 2.3, onde se propõem algumas modificações sobre um destes modelos, dando origem a um modelo de comportamento mais abrangente. Na Seção 2.4 apresenta-se um modelo matemático clássico, representativo das forças de interação e que se encontra presente na literatura, seguida da Seção 2.5, onde se exhibe a nova proposta de modelo matemático para representar as forças de interação oriundas dos processos de usinagem de superfícies sendo analisados. Por fim, a Seção 2.6 lista algumas conclusões tomadas com base neste capítulo.

2.1 Descrição das forças de usinagem

Segundo Stemmer (2007), as publicações e normas antigas referentes aos processos de usinagem sempre se restringiram às definições e nomenclatura dos ângulos da ferramenta simples de corte para torneamento. A norma alemã DIN 768, de outubro de 1930, usada como referência em diversos países do mundo, constituía um exemplo destas normas de aplicação limitada. Numerosos esforços foram feitos para estabelecer conceitos e definições de validade geral e que permitissem um estudo unificado de todas as ferramentas de corte usadas nos diversos processos de usinagem.

A sistemática e os conceitos da nova norma se apóiam no caso geral do processo de usinagem, no qual a direção de avanço não é perpendicular à direção de corte, o que conduziu à introdução de um novo conceito fundamental, ou seja, o do *ângulo da direção de avanço* φ , definido como sendo o ângulo entre a direção de corte e a direção de avanço. O caso do torneamento, usado normalmente como exemplo didático, é, na realidade, um caso particular em que $\varphi = 90^\circ$ (conforme Figura 2.1).

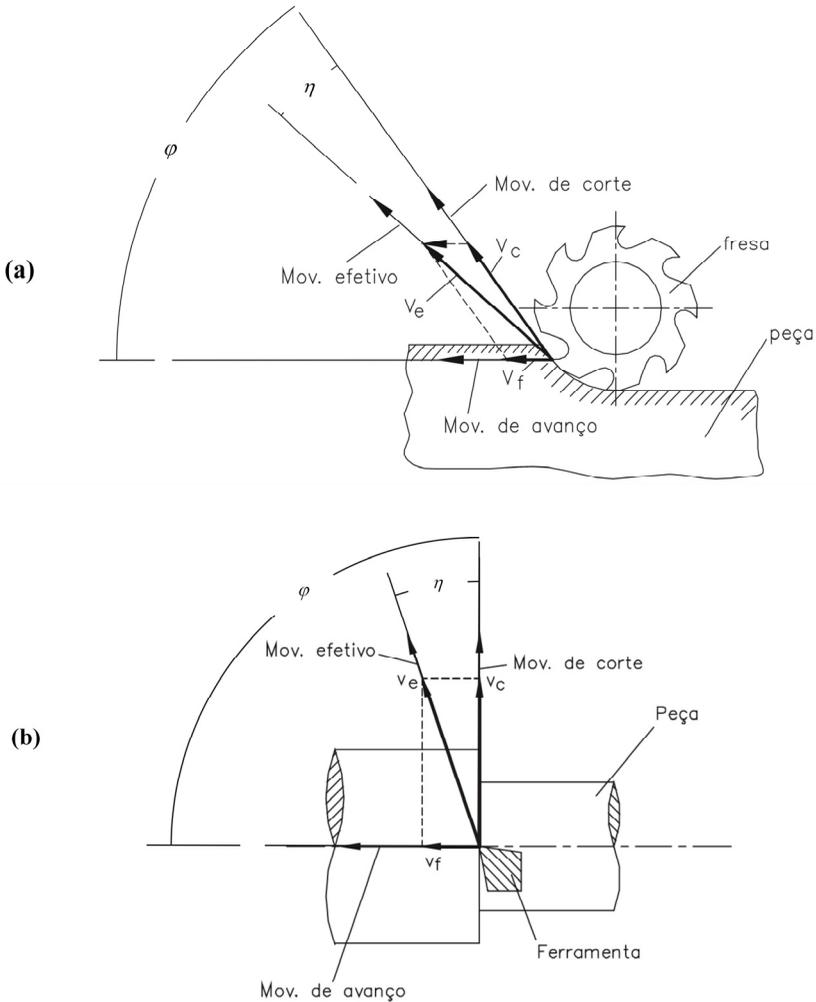


Figura 2.1 - Direção dos movimentos de corte, de avanço e efetivo de corte em operações de: (a) fresamento; (b) torneamento.

Além disto, a introdução do conceito de *movimento resultante (efetivo) de corte*, como sendo a soma geométrica dos movimentos de corte e de avanço, leva aos novos conceitos, também expostos na Figura 2.1, de *direção resultante (efetiva) de corte*, dada pela direção da *velocidade resultante (efetiva) de corte*, e de *ângulo da direção resultante (efetiva) de corte* η , como sendo o ângulo entre a direção de corte e a direção resultante (efetiva) de corte. Embora este ângulo seja desprezível na

maioria dos casos, o conceito esclarece importantes correlações geométricas, como é o caso da diferença existente entre os ângulos pertencentes ao *sistema de referência da ferramenta na mão* daqueles pertencentes ao *sistema de referência da ferramenta em trabalho (efetivo)*. Os ângulos definidos com respeito ao primeiro dos sistemas mencionados referem-se à ferramenta considerada isoladamente e servem essencialmente para a fabricação, afiação e medição da ferramenta. Já aqueles definidos com respeito ao último dos sistemas mencionados referem-se à ação recíproca da ferramenta e da peça e descrevem assim o processo de usinagem.

Esta cinemática do processo de usinagem constitui o principal fundamento para a nova forma de encarar as ferramentas. Daí decorre que o plano mais importante para a definição da geometria da usinagem é o plano que contém as direções de corte e de avanço da ferramenta, passando pelo ponto de referência do gume. Este plano é denominado de *plano de trabalho* e é nele que se realizam todos os movimentos que tomam parte na formação do cavaco.

Todos os estudos conduziram às normas DIN 6580 de abril de 1963 e DIN 6581 de maio de 1966, as quais foram o ponto de partida para a norma ISO 3002 – 1977. Alguns acréscimos e aprimoramentos conduziram a DIN 6584 e a ISO 3002/1, ambas de 1982, sendo a última a norma comumente aceita por uma parcela considerável do mundo industrial moderno. Vale ressaltar que as definições desta norma se aplicam a todos os processos de usinagem.

Buscando esclarecer quaisquer dúvidas que cheguem a se manifestar em virtude da terminologia adotada, descreve-se no Anexo A os termos de usinagem empregados ao longo do texto.

No que tange a mecânica do processo de corte tem-se que, no caso geral do processo de usinagem, a força total que atua entre a ferramenta e a peça durante o processo de usinagem é uma força espacial, que pode ser considerada como formada por componentes:

- geométricas, decorrentes da decomposição vetorial da força total segundo eixos quaisquer arbitrários;
- físicas, devidas a ações físicas específicas em certas direções (atrito, empuxo, cisalhamento etc.), cuja ação simultânea produz a força total.

Na realidade, esta força total, denominada de *força total de usinagem* F_u , definida como sendo a força total que atua sobre o gume durante a usinagem, é decorrente da ação combinada de várias forças que agem nas diversas áreas de contato entre a peça e a ferramenta. A norma ISO

3002/1 considera, no intuito de simplificar a representação das forças envolvidas em um processo de usinagem, que estas atuam sobre um único ponto de referência, escolhido sobre a parte ativa do gume principal e definido no plano de trabalho. Recomenda-se que este ponto seja localizado numa posição que divide ao meio o comprimento da parte ativa do gume principal. A força total de usinagem depende ainda de uma série de fatores combinados, e uma variação de suas componentes se manifesta em função das *condições de trabalho*: material da peça (meio) e da ferramenta; área da seção de corte; geometria e posição angular do gume da ferramenta; estado de afiação da ferramenta; lubrificação, velocidades de avanço e de corte, dentre outras.

Momentos decorrentes da escolha do ponto de atuação da força total de usinagem não são considerados aqui.

Segundo a literatura (FERRARESI, 1970; MANGONI, 2004; STEMMER, 2007) e as normas que regem o assunto (DIN 6580, 1963; DIN 6581, 1966; DIN 6584, 1982; ISO 3002, 1977; ISO 3002/1, 1982), a força total de usinagem costuma ser decomposta segundo dois sistemas de eixos coordenados distintos (descritos pelas cores azul e verde), conforme esquematizado na Figura 2.2:

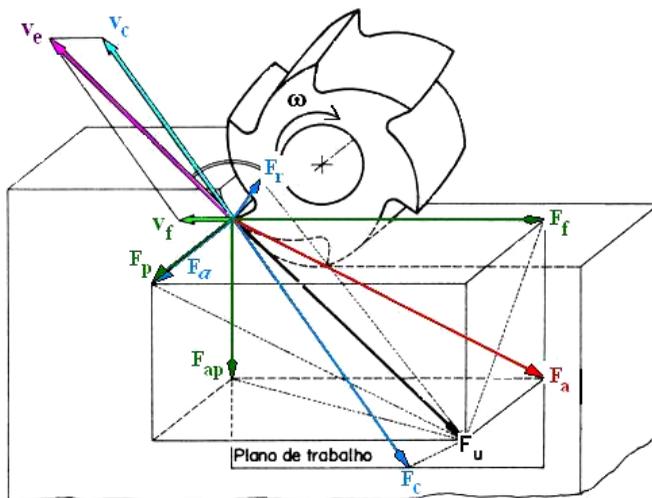


Figura 2.2 - Componentes da força total de usinagem geradas sobre uma fresa (Adaptada de Ferraresi (1970)).

cujas componentes aparecem detalhadas na Tabela 2.1:

Tabela 2.1 - Componentes da força total de usinagem.

F_a	Força ativa (projeção de F_u sobre o plano de trabalho).
F_a	Força axial (projeção de F_u ao longo de uma direção paralela ao eixo da ferramenta, tomada sobre o ponto de referência).
F_c	Força de corte (projeção de F_u sobre a direção de corte, dada pela direção da velocidade de corte v_c).
F_f	Força de avanço (projeção de F_u sobre a direção de avanço, dada pela direção da velocidade de avanço v_f).
F_e	Força efetiva de corte (projeção de F_u sobre a direção efetiva de corte, dada pela direção da velocidade efetiva de corte v_e , onde $v_e = v_c + v_f$).
F_r	Força de compressão ou força radial (projeção de F_u sobre uma direção perpendicular à direção efetiva de corte).
F_{ap}	Força de apoio (projeção de F_u sobre uma direção perpendicular à direção de avanço).
F_p	Força passiva ou força de profundidade (projeção de F_u sobre uma direção perpendicular ao plano de trabalho).

Portanto, a partir da Figura 2.2 podem-se extrair as seguintes relações que descrevem as possíveis e usuais decomposições para a força total de usinagem F_u :

$$F_u = F_f + F_p + F_{ap} \quad (2.1)$$

ou

$$F_u = F_c + F_r + F_a \quad (2.2)$$

e cujas representações em perspectiva e respectivas vistas ortográficas são dadas pela Figura 2.3 e pela Figura 2.4.

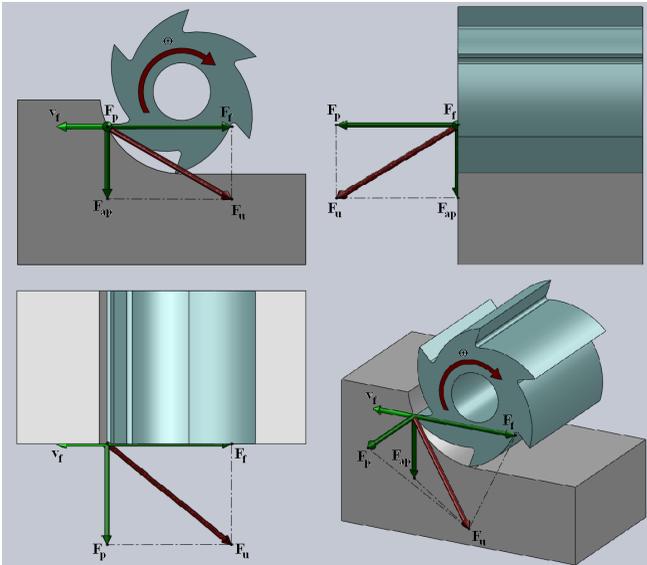


Figura 2.3 - Perspectiva e respectivas vistas ortográficas da 1ª opção de decomposição da F_u .

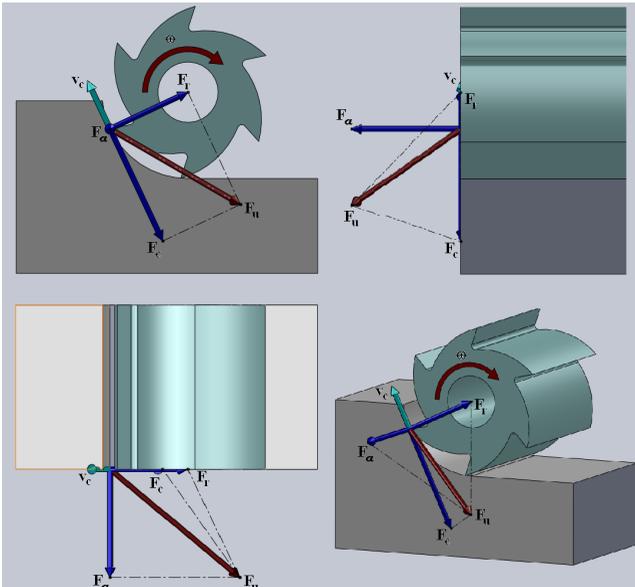


Figura 2.4 - Perspectiva e respectivas vistas ortográficas da 2ª opção de decomposição da F_u .

Como no caso geral o sistema de forças atuantes na ferramenta é tridimensional, isto impossibilita a representação das componentes de força num plano, dificultando a análise das correlações entre as várias componentes da força total de usinagem. Procurando contornar este problema, apresenta-se na Figura 2.5 um caso particular de usinagem ortogonal:

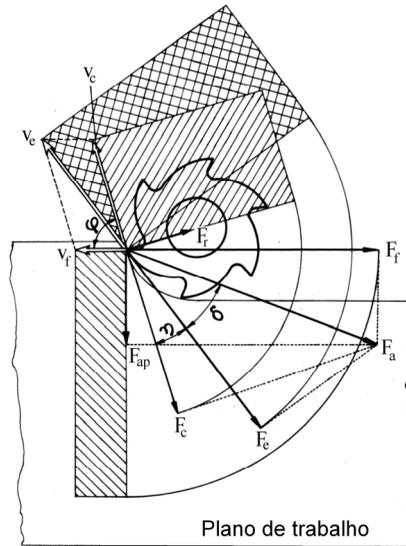


Figura 2.5 - Caso particular de usinagem ortogonal (FERRARESI, 1970).

a partir do qual pode-se extrair a seguinte relação de decomposição da força total de usinagem, que no caso coincide com a força ativa F_a :

$$F_a = F_c + F_r \quad (2.3)$$

Destaca-se ainda o fato de que todas as componentes da força total de usinagem situadas no plano de trabalho contribuem para a potência de usinagem P_u e dentre estas componentes, a mais significativa, contribuindo com a maior parcela da potência de usinagem, é a força efetiva de corte F_c .

Com base nesta afirmação e considerando o fato de que nos casos analisados a força efetiva de corte F_c coincide com a força de corte F_c , condição esta satisfeita sempre que o ângulo η entre v_c e v_c for desprezível, é comum considerar a potência de corte P_c aproximadamente

igual à potência de usinagem P_u , ou seja:

$$P_c \cong P_u \quad (2.4)$$

Por outro lado, as componentes da força total de usinagem situadas fora do plano de trabalho podem não contribuir para a potência de usinagem, mas isto não implica que estas componentes de força possam ser desprezadas na análise do processo e no desenvolvimento do modelo matemático representativo destas forças.

Diante da dificuldade de determinar diretamente a força total de usinagem, costumava-se fazer uso da *potência de usinagem* P_u em conjunto com a *velocidade de usinagem* v_u , que são mais facilmente mensuradas, para estimar indiretamente a força total de usinagem, assim como cada uma de suas componentes. Tais forças eram obtidas mediante a divisão das componentes da potência de usinagem pela respectiva componente da velocidade de usinagem (FERRARESI, 1970).

Outra possibilidade, de caráter puramente experimental, para a determinação da força total de usinagem e de suas componentes é através do emprego de uma plataforma piezoelétrica. Este foi o recurso utilizado no presente trabalho para a determinação da grandeza, da direção e do sentido assumido por estas forças, cujos resultados estão expostos no Capítulo 5. O modelo da plataforma piezoelétrica utilizada nos experimentos assim como uma foto dos experimentos realizados são mostrados no Anexo B. Dependendo do modelo da plataforma piezoelétrica, esta pode inclusive fornecer os momentos relativos aos conjugados de forças.

Em Li *et. al.* (2009) é proposto um novo modelo de sensor piezoelétrico de seis componentes força/torque com uma estrutura de apoio de quatro pontos. Neste trabalho são realizadas ainda pesquisas em arranjos espaciais de elementos sensitivos de força para serem utilizados no projeto deste novo sensor.

2.2 Modelos representativos da força ativa

Segundo König e Klocke (1997), pesquisadores como Kienzle, Kronenberg e Altintas, dentre outros, criaram métodos e modelos que têm por objetivo simular as forças de corte, fato este motivado pela relativa complexidade do fenômeno. Os modelos, em sua maioria, levam em consideração a geometria da ferramenta, características do material a ser usinado, as condições de corte, deformações eventuais na ferramenta e o nível de vibrações presentes no processo. Geralmente os modelos são

simplificados, isto é, nem sempre levam em consideração todas as variáveis atuantes no corte, o que de fato seria inviável.

Para fins de desenvolvimento do modelo matemático, representativo das forças de interação que se manifestam entre o robô e o meio, as componentes da força total de usinagem pertencentes ao plano de trabalho foram resumidas à força ativa F_a que, como definida anteriormente, trata-se da projeção de F_u sobre o plano de trabalho.

Sem maiores prejuízos, a condição exposta na Equação (2.3) foi considerada para representar F_a em todos os processos de usinagem analisados.

De acordo com a Equação (2.3), esta componente de F_u pode ser decomposta ortogonalmente em outras duas componentes vetoriais de força. A Figura 2.6 ilustra esta decomposição de forças com maior clareza.

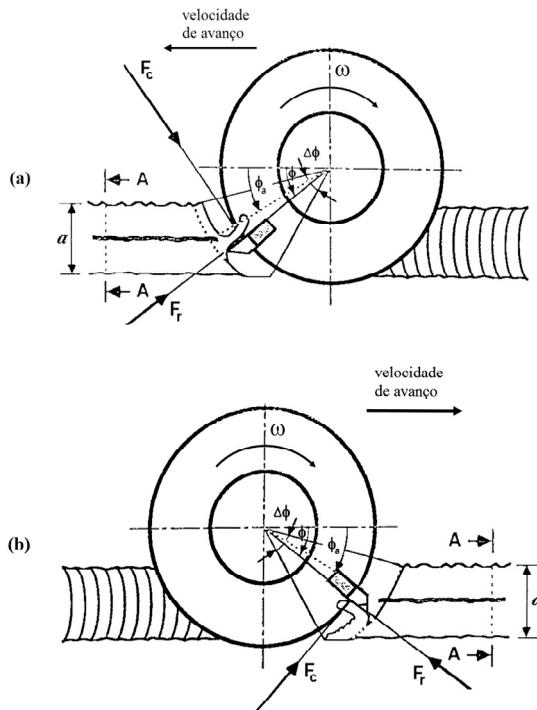


Figura 2.6 - Forças de reação agindo sobre a ferramenta durante um processo de corte: (a) Movimento discordante da ferramenta; (b) Movimento concordante da ferramenta (Adaptada de Duelen *et. al.* (1992)).

Segundo esta decomposição, associa-se ao ponto de contato, considerado único, uma força de corte F_c agindo tangencialmente à superfície da ferramenta no sentido contrário ao da sua velocidade angular ω e uma força radial F_r agindo na direção normal à superfície da ferramenta.

A magnitude F_c da força de corte pode ser expressa, segundo Ziliani *et. al.* (2005, 2007), como:

$$F_c = \frac{ead}{\omega} v_f \quad (2.5)$$

onde e representa a magnitude da energia específica do material, a e d são respectivamente as magnitudes da profundidade de corte e da largura da seção de corte, v_f é a magnitude da velocidade de avanço (ou seja, a magnitude da velocidade da ferramenta ao longo de uma direção tangente à geometria final desejada para a superfície da peça) e ω é a magnitude da velocidade angular da ferramenta.

Esta mesma magnitude da força de corte pode ser expressa ainda, segundo Duelen *et. al.* (1992), como:

$$F_c = K_c v_f \quad (2.6)$$

com

$$K_c = \frac{K_z z a d \cos \phi}{\omega r \cos \phi_a} \quad (2.7)$$

onde K_z representa a magnitude da força específica de corte, r é o raio da ferramenta, z é o número de dentes ou pontos de contato da ferramenta com o meio (peça) cortando ao mesmo tempo e ϕ e ϕ_a são respectivamente as posições angulares instantânea e média do gume.

A magnitude F_r da força radial, por sua vez, é usualmente assumida como sendo proporcional à magnitude da força de corte e, segundo Ziliani *et. al.* (2005, 2007), pode ser dada por:

$$F_r = \tan(\beta + \gamma) F_c \quad (2.8)$$

onde β e γ são respectivamente os ângulos do atrito e do chanfro frontal da ferramenta.

Duelen *et. al.* (1992), em contrapartida, estabelecem uma relação empírica para a magnitude desta componente de força radial expressa

por:

$$F_r = \xi F_c \quad (2.9)$$

onde ξ é a taxa da força de corte que depende das condições de trabalho já mencionadas no início deste capítulo.

2.3 Proposta de modelo representativo da força ativa

Inicia-se esta seção propondo uma pequena alteração, porém significativa, sobre o coeficiente K_c fornecido na Equação (2.7):

$$\bar{K}_c = \frac{\bar{K}_z ad}{\omega \text{sign}(\omega|_i) r} \text{sign}(\cos \phi_{a|i}) \quad (2.10)$$

onde:

$$\bar{K}_z = \frac{K_z \cos \phi}{\cos \phi_a} \quad (2.11)$$

e o termo $\text{sign}(\left. \begin{smallmatrix} * \\ * \end{smallmatrix} \right|_i)$ indica o sinal da grandeza (*) na direção da componente i , sendo $i = \mathcal{A}^c$ ou \mathcal{V}^c , ambas componentes angulares de posição do vetor \mathbf{x}^c , a ser definido posteriormente na Equação (2.50). O valor de i a ser considerado na Equação (2.10) irá depender da orientação assumida pelo eixo da ferramenta que poderá ser paralela ou perpendicular à geometria final desejada para a superfície do meio (peça).

Esta nova formulação de K_c , batizada de \bar{K}_c , surge como uma primeira contribuição desta tese, onde se optou por agregar um termo a mais à expressão, $\text{sign}(\cos \phi_{a|i})$, com base no quadrante ativo da ferramenta, ou seja, aquele quadrante que mantém contato com o meio, no intuito de induzir direção e sentido às componentes de força. Além disso, optou-se por trabalhar com $\omega \text{sign}(\omega|_i)$ ao invés de ω no intuito de se levar em consideração o sentido de rotação da ferramenta.

Se por simplificação, segundo a norma ISO 3002/1, for considerado que existe um único dente ou ponto de contato da ferramenta com o meio (peça), tem-se $z = 1$ e a Equação (2.10) passa a ser descrita por:

$$\bar{K}_c = \frac{\bar{K}_z ad}{\omega \text{sign}(\omega|_i) r} \text{sign}(\cos \phi_{a|i}) \quad (2.12)$$

Sem maiores prejuízos à descrição do comportamento dinâmico do sistema, considera-se, assim como Duelen *et. al.* (1992), um valor médio para representar o comportamento de ϕ ($\phi = \phi_a$), embora se saiba que a profundidade das rebarbas varie diretamente com esse ângulo. Como resultado direto desta consideração, obtém-se também um valor médio para F_c . Sob o ponto de vista prático, a consideração $\phi = \phi_a$ é até mais conveniente para fins de projeto da lei de controle, pois fornece um modelo linearizado em torno de uma trajetória nominal, o qual não provoca variações bruscas na dinâmica do sistema, resultando em um sistema mais estável.

Além disso, como parte do modelo proposto, verifica-se que a força ativa exercida pela ferramenta sobre o meio (peça) também pode ser decomposta de forma semelhante àquela da Figura 2.6 ou ainda segundo uma nova decomposição ortogonal, onde aparece uma componente de força tangencial F_t , exercida na direção de movimento da ferramenta, tangente à geometria final desejada para a superfície do meio (peça), e uma componente de força normal F_n ou binormal F_b , dependendo da orientação assumida pelo eixo da ferramenta (paralelo ou perpendicular à geometria final desejada para a superfície do meio (peça)), exercida em uma direção perpendicular à primeira, ou seja:

$$\mathbf{F}_a = \mathbf{F}_t + \mathbf{F}_n \quad (2.13)$$

ou

$$\mathbf{F}_a = \mathbf{F}_t + \mathbf{F}_b \quad (2.14)$$

A componente tangencial da força ativa é aproximadamente proporcional à taxa de remoção e à composição do material (KAZEROONI, 1988b). Por sua vez, a taxa de remoção do material é uma função do produto entre a área da seção de corte, que varia com a posição, e a velocidade de avanço da ferramenta. Pode-se, portanto, esperar grandes variações desta componente da força ativa. Sabe-se ainda que se o material do meio (peça) apresentar uma composição homogênea, a componente tangencial da força ativa varia, de forma proporcional, simplesmente com respeito ao volume de material a ser removido.

Por outro lado, o valor da componente normal ou binormal da força ativa varia diretamente com a profundidade de corte.

De qualquer forma é importante que fique claro que, independente da força ativa ser composta por uma componente tangencial e outra normal ou uma tangencial e outra binormal, sempre se terá a presença

destas três componentes na análise espacial do processo, mesmo que uma delas seja nula. A componente que não fizer parte da decomposição ortogonal da força ativa representará a componente da força total de usinagem pertencente a um plano perpendicular ao plano de trabalho.

Vale lembrar que esse material excedente pode ser bastante descontínuo, de composição heterogênea e apresentar grandes variações em suas dimensões, o que dificulta bastante a determinação destas componentes de força.

Com base na Equação (2.3) e na afirmação feita anteriormente de que a força efetiva de corte \mathbf{F}_c é a componente mais significativa da potência de usinagem e fazendo uso ainda da consideração de que $\mathbf{F}_e = \mathbf{F}_c$ sempre que o ângulo η entre \mathbf{v}_e e \mathbf{v}_c for desprezível ($\eta = 0$) (FERRARESI, 1970; STEMMER, 2007), é possível assumir, daqui por diante, que a força ativa \mathbf{F}_a é igual à própria força de corte \mathbf{F}_c , resultando para as Equações (2.13) e (2.14):

$$\mathbf{F}_a = \mathbf{F}_e = \mathbf{F}_c = \mathbf{F}_t + \mathbf{F}_n \quad (2.15)$$

$$\mathbf{F}_a = \mathbf{F}_e = \mathbf{F}_c = \mathbf{F}_t + \mathbf{F}_b \quad (2.16)$$

Desta forma, optando-se por fundamentar os modelos matemáticos destas componentes vetoriais de \mathbf{F}_a com base em um modelo semelhante ao de Duelen *et. al.* (1992)⁴, obtém-se para a componente tangencial:

$$\mathbf{F}_t = \text{sen} \phi_a \bar{K}_c \mathbf{v}_f \quad (2.17)$$

enquanto que para a componente normal, ou binormal se for o caso, obtém-se:

$$\mathbf{F}_n = -\cos \phi_a \bar{K}_c \mathbf{v}_f \quad (2.18)$$

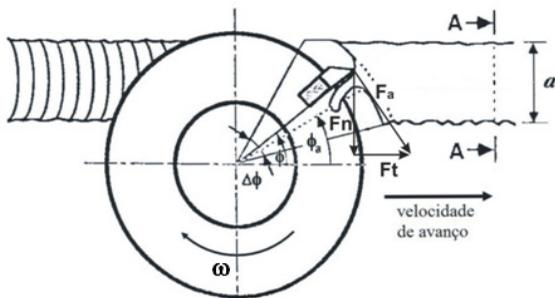
ou

$$\mathbf{F}_b = -\cos \phi_a \bar{K}_c \mathbf{v}_f \quad (2.19)$$

O termo $\text{sign}(\cos \phi_{a|i})$ agregado à expressão de \bar{K}_c , dada pela Equ-

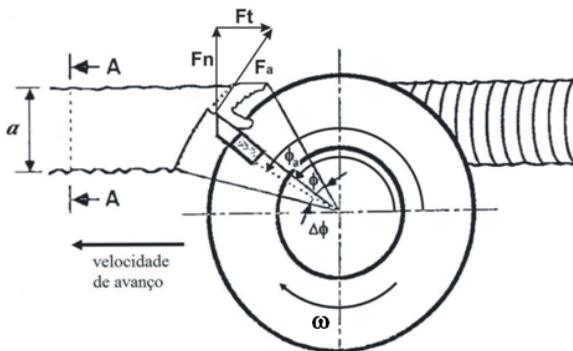
⁴ Optou-se por utilizar o modelo de Duelen *et. al.* (1992) como ponto de partida para a concepção do modelo proposto, em virtude do maior número de parâmetros que este apresenta quando comparado ao modelo de Ziliani *et. al.* (2005, 2007).

ção (2.10), permite, conforme mencionado anteriormente, que as Equações (2.17), (2.18) e (2.19) representem qualquer direção e sentido assumido por estas componentes de força, independente do movimento relativo manifestado entre ferramenta e meio (concordante ou discordante). A Figura 2.7 ilustra as possibilidades de ocorrência, todas satisfeitas por estas equações, quando se considera o sentido horário (positivo) de rotação da ferramenta. Resultados coerentes também são obtidos quando se considera o sentido anti-horário (negativo) de rotação da ferramenta.



(a)

Figura 2.7.a - Forças exercidas pela ferramenta sobre o meio durante um processo de corte quando esta ataca com o primeiro quadrante (Adaptada de Duelen *et. al.* (1992)).



(b)

Figura 2.7.b - Forças exercidas pela ferramenta sobre o meio durante um processo de corte quando esta ataca com o segundo quadrante (Adaptada de Duelen *et. al.* (1992)).

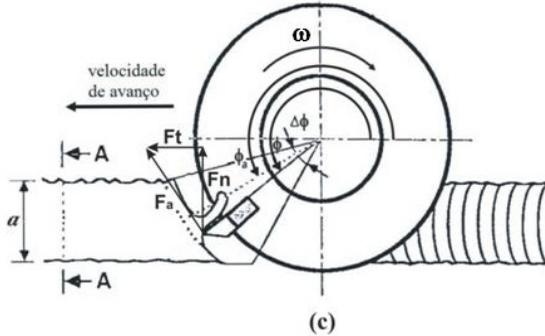


Figura 2.7.c - Forças exercidas pela ferramenta sobre o meio durante um processo de corte quando esta ataca com o terceiro quadrante (Adaptada de Duelen *et. al.* (1992)).

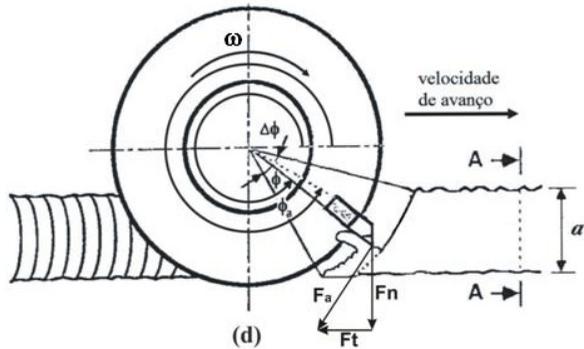


Figura 2.7.d - Forças exercidas pela ferramenta sobre o meio durante um processo de corte quando esta ataca com o quarto quadrante (Adaptada de Duelen *et. al.* (1992)).

Caso o movimento resulte discordante, conforme exposto na Figura 2.7.a e Figura 2.7.c, F_t estará orientada na mesma direção e sentido da velocidade de avanço enquanto que F_n , ou F_b se for o caso, estará orientada da superfície do meio (peça) para a ferramenta em uma direção perpendicular à da velocidade de avanço.

As forças de reação que atuam sobre a ferramenta possuem sentidos contrários a estes. Note que, neste caso, a força normal ou binormal de reação tende a puxar a ferramenta para dentro da superfície do meio (peça).

Por outro lado, se o movimento relativo entre ferramenta e meio (peça) apresentar um comportamento concordante, conforme exposto na Figura 2.7.b e Figura 2.7.d, F_t passa a apontar no sentido contrário ao da velocidade de avanço e F_n , ou F_b se for o caso, fica orientada da

ferramenta para a superfície do meio (peça) em uma direção perpendicular à da velocidade de avanço.

A força normal ou binormal de reação que atua sobre a ferramenta tem, como mencionado anteriormente, sentido oposto ao da força normal ou binormal exercida sobre o meio (peça) e, com isso, a ferramenta tende, neste caso, a se afastar do meio à medida que é empurrada por ele.

Para finalizar a descrição do modelo matemático desenvolvido, representativo da força total de usinagem, resta destacar a formulação assumida pela terceira componente da força total de usinagem que não faz parte da decomposição ortogonal da força ativa, além de evidenciar qual o efeito que esta terceira componente de força tem sobre as outras duas já descritas anteriormente. A Figura 2.8 auxilia na compreensão desta formulação apresentada a seguir.

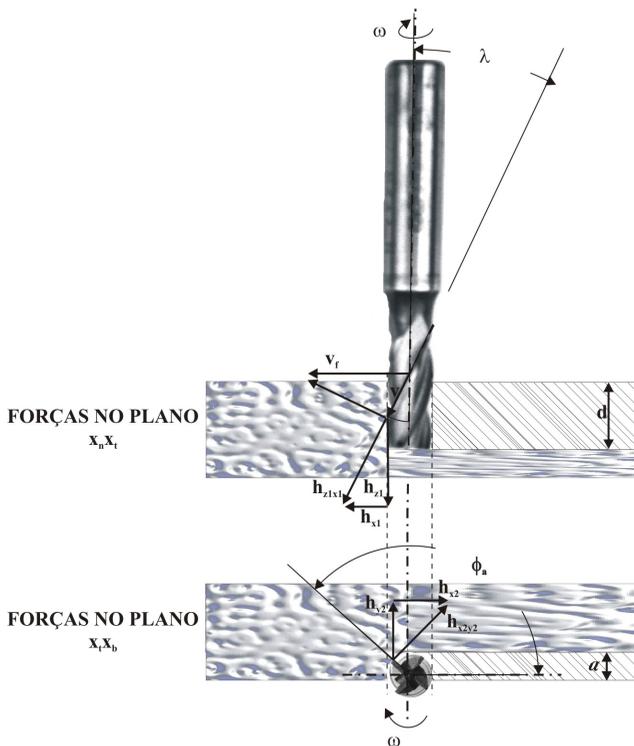


Figura 2.8 - Forças exercidas por uma fresa de topo sobre o meio durante um processo de corte.

A Figura 2.8 é uma representação, meramente ilustrativa, das vistas ortográficas de um processo de corte envolvendo um corpo de prova

qualquer como o meio e uma fresa de topo como ferramenta com eixo orientado perpendicularmente à geometria final desejada para a superfície deste meio. Esta figura evidencia as direções e os sentidos assumidos por cada uma das componentes da força total de usinagem ou força de interação sendo consideradas. Tais componentes, conforme vem sendo descrito e de acordo com a Figura 2.8, são representadas pelos seguintes modelos matemáticos:

➤ Forças no plano $\mathbf{x}_t \mathbf{x}_b$:

Para esta orientação particular do eixo da ferramenta, esse plano fica sobreposto ao plano de trabalho e pode, portanto, ser considerado como tal. As forças pertencentes a este plano podem ser expressas por uma única componente dada por $\mathbf{h}_{x_2y_2}$ e que, de acordo com o que já foi exposto anteriormente, diz respeito à força ativa expressa pela Equação (2.16). Logo, tem-se:

$$\mathbf{F}_a = \mathbf{h}_{x_2y_2} = \mathbf{F}_c \quad (2.20)$$

Assim como \mathbf{F}_a , $\mathbf{h}_{x_2y_2}$ também pode sofrer uma decomposição ortogonal fornecendo componentes de força análogas a \mathbf{F}_t e \mathbf{F}_b , dadas respectivamente por:

$$\mathbf{h}_{x_2} = K_{t2} \mathbf{v}_f \quad (2.21)$$

e

$$\mathbf{h}_{y_2} = K_{b2} \mathbf{v}_f \quad (2.22)$$

onde

$$K_{t2} = \text{sen} \phi_a \bar{K}_c \quad (2.23)$$

e

$$K_{b2} = -\cos \phi_a \bar{K}_c \quad (2.24)$$

➤ Forças no plano $\mathbf{x}_n \mathbf{x}_t$:

Este plano está disposto perpendicularmente ao plano de trabalho corrente e as forças a ele pertencentes também podem ser expressas por uma única componente dada pela Equação (2.25):

$$\mathbf{h}_{z_1x_1} = K_1 \mathbf{v} \quad (2.25)$$

onde

$$\mathbf{v} = \mathbf{v}_f \text{sen} \lambda \quad , \quad 0 \leq \lambda \leq 90^\circ$$

sendo que λ representa o ângulo de hélice da fresa de topo dado no Anexo C e K_1 é um fator de proporcionalidade que sempre assume um valor constante e positivo e que depende das condições operacionais do sistema. A decomposição ortogonal da Equação (2.25) fornece:

$$\mathbf{h}_{z1} = K_{t1} \mathbf{v}_f \quad (2.26)$$

e

$$\mathbf{h}_{z1} = K_{n1} \mathbf{v}_f \quad (2.27)$$

onde

$$K_{t1} = K_1 \text{sen}^2 \lambda \quad (2.28)$$

e

$$K_{n1} = \pm K_1 \text{sign} \left(\mathbf{v}_f \Big|_{p_i^c} \right) \text{sen} \lambda \cos \lambda \quad (2.29)$$

É importante destacar que K_{t1} é sempre positivo, o que implica \mathbf{h}_{z1} sempre orientada no mesmo sentido que \mathbf{v}_f , e que K_{n1} , para a orientação do eixo da ferramenta descrita na Figura 2.8, possui sinal contrário ao de \mathbf{v}_f , o que é garantido pela presença do termo $-\text{sign} \left(\mathbf{v}_f \Big|_{p_i^c} \right)$, implicando que \mathbf{h}_{z1} estará orientada no sentido negativo do eixo direcional

\mathbf{x}_n . O termo $\pm \text{sign} \left(\mathbf{v}_f \Big|_{p_i^c} \right)$ deve ser interpretado de forma idêntica ao daquele termo de mesma natureza presente na Equação (2.10), sendo que, neste caso, $i = p_i^c$, que também é uma componente do vetor \mathbf{x}^c a ser definido posteriormente na Equação (2.50), e a grandeza em análise é \mathbf{v}_f . Optando-se por trabalhar com o eixo da ferramenta orientado no sentido positivo do eixo direcional \mathbf{x}_n (ferramenta de ponta-cabeça), utiliza-se $+\text{sign} \left(\mathbf{v}_f \Big|_{p_i^c} \right)$ ao invés de $-\text{sign} \left(\mathbf{v}_f \Big|_{p_i^c} \right)$ na Equação (2.29).

Caso a ferramenta apresente seu eixo orientado paralelamente à ge-

ometria final desejada para a superfície do meio, as componentes de força descritas pelas Equações (2.20) a (2.29) trocam de planos e assumem respectivamente as seguintes formulações matemáticas:

➤ Forças no plano $\mathbf{x}_n \mathbf{x}_t$:

Neste caso, esse passa a ser o plano coincidente com o plano de trabalho e as componentes de força a ele pertencentes podem ser expressas por uma nova componente única de força dada por \mathbf{h}_{z2x2} e que, assim como no caso anterior, diz respeito à força ativa, sendo que expressa pela Equação (2.15). Logo, tem-se:

$$\mathbf{F}_a = \mathbf{h}_{z2x2} = \mathbf{F}_c \quad (2.30)$$

Assim como \mathbf{F}_a , \mathbf{h}_{z2x2} também pode sofrer uma decomposição ortogonal fornecendo componentes de força análogas a \mathbf{F}_t e \mathbf{F}_n dadas respectivamente por:

$$\mathbf{h}_{x2} = K_{t2} \mathbf{v}_f \quad (2.31)$$

e

$$\mathbf{h}_{z2} = K_{n2} \mathbf{v}_f \quad (2.32)$$

onde

$$K_{t2} = \text{sen} \phi_a \bar{K}_c \quad (2.33)$$

e

$$K_{n2} = -\text{cos} \phi_a \bar{K}_c \quad (2.34)$$

➤ Forças no plano $\mathbf{x}_t \mathbf{x}_b$:

Este plano, por sua vez, fica disposto perpendicularmente ao plano de trabalho corrente e as componentes de força a ele pertencentes podem novamente ser expressas por uma única componente de força dada agora pela Equação (2.35):

$$\mathbf{h}_{x1y1} = K_1 \mathbf{v} \quad (2.35)$$

onde K_1 e \mathbf{v} mantêm suas definições dadas para o caso anterior envolvendo uma ferramenta com eixo orientado perpendicularmente à geometria final desejada para a superfície do meio.

A decomposição ortogonal da Equação (2.35) fornece:

$$\mathbf{h}_{x1} = K_{t1} \mathbf{v}_f \quad (2.36)$$

e

$$\mathbf{h}_{y1} = K_{b1} \mathbf{v}_f \quad (2.37)$$

onde

$$K_{t1} = K_1 \text{sen}^2 \lambda \quad (2.38)$$

e

$$K_{b1} = \pm K_1 \text{sign} \left(\mathbf{v}_f \Big|_{p_f^e} \right) \text{sen} \lambda \cos \lambda \quad (2.39)$$

Resumindo, tem-se que K_1 , K_{t1} e K_{t2} são mantidos para ambas as orientações assumidas pelo eixo da ferramenta. As alterações ocorrem nas direções normal e binormal, onde, para o caso em que o eixo da ferramenta é paralelo à geometria final desejada para a superfície do meio, K_{b1} assume uma formulação idêntica à exposta anteriormente para K_{n1} , o qual deixa de existir. Se o eixo da ferramenta estiver orientado no sentido positivo do eixo direcional \mathbf{x}_b , utiliza-se $+\text{sign} \left(\mathbf{v}_f \Big|_{p_f^e} \right)$

na Equação (2.39), caso contrário, utiliza-se $-\text{sign} \left(\mathbf{v}_f \Big|_{p_f^e} \right)$. Além disso, de acordo com o que foi exposto anteriormente, sabe-se que a força ativa para esta orientação do eixo da ferramenta, passa a ser dada por:

$$\mathbf{F}_a = \mathbf{F}_t + \mathbf{F}_n$$

fazendo com que K_{b2} e \mathbf{h}_{y2} deixem de existir, dando lugar a expressões análogas denominadas K_{n2} e \mathbf{h}_{z2} , função de K_{n2} .

Em síntese, nas operações de usinagem de superfícies, a ferramenta de corte empregada opera com uma velocidade de avanço pré-estabelecida, agindo em uma direção tangencial à geometria final desejada para a superfície do meio (peça), e aplica uma força dentro de certos limites operacionais que, para efeito de análise, pode ser decomposta em direções consideradas convenientes, no caso, nas direções tangencial, binormal e normal à geometria final desejada para a superfície do

meio (peça). Desta forma, busca-se obter uma superfície do meio (peça) com a geometria desejada, previamente determinada, descrita na Figura 2.9.

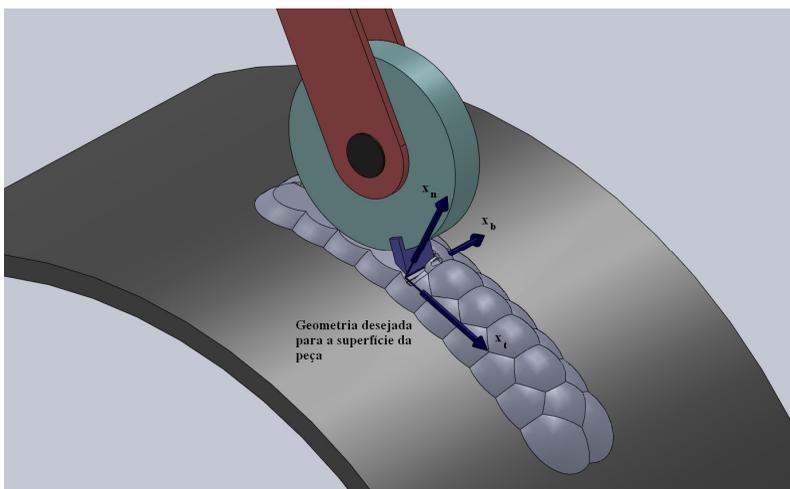


Figura 2.9 - Ferramenta de corte realizando uma operação de usinagem de superfícies.

2.4 Modelo clássico representativo das forças de interação

A dinâmica da interação entre manipulador e meio é influenciada pelas forças de contato. O estudo dessa dinâmica é facilitado por uma descrição analítica destas forças.

O contato real é um fenômeno distribuído no qual as características locais de ambos, manipulador e meio, estão envolvidas. Adicionalmente, efeitos do atrito entre as partes complicam imensamente a natureza do contato. Para propósitos de projeto da estratégia de controle e no intuito de destacar os aspectos fundamentais da interação, costuma-se usar modelos simples, porém significativos, do contato.

Em Sciavicco e Siciliano (2004) e Siciliano e Villani (1999) é apresentado um modelo para as forças de interação quando o meio é considerado elástico e desacoplado. Tal modelo é descrito em termos da rigidez do meio e é dado por:

$$\mathbf{h}_{\text{Rig}} = \mathbf{K}_A(\mathbf{x})(\mathbf{x} - \mathbf{x}_e) \quad (2.40)$$

onde $\mathbf{K}_A(\mathbf{x})$ é uma matriz diagonal de ordem (6×6) , composta por elementos não negativos, representando a rigidez do meio:

$$\mathbf{K}_A(\mathbf{x}) = \begin{bmatrix} K_{Ax}(\mathbf{x}) & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & K_{Ay}(\mathbf{x}) & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & K_{Az}(\mathbf{x}) & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (2.41)$$

e \mathbf{x} e \mathbf{x}_e , dados por:

$$\mathbf{x} = [p_x \quad p_y \quad p_z \quad \varphi \quad \vartheta \quad \psi]^T \quad (2.42)$$

e

$$\mathbf{x}_e = [p_{ex} \quad p_{ey} \quad p_{ez} \quad \varphi_e \quad \vartheta_e \quad \psi_e]^T \quad (2.43)$$

são respectivamente os vetores de coordenadas generalizadas de posição e orientação da extremidade da ferramenta acoplada ao manipulador e do meio indeformado e em repouso.

Todas estas grandezas estão definidas no espaço operacional (E.O) com respeito a um sistema de coordenadas fixo à base do robô.

Vale salientar que a matriz $\mathbf{K}_A(\mathbf{x})$ pode resultar semi-definida positiva uma vez que, dependendo das geometrias do meio e da ferramenta, podem existir direções nas quais o meio não restringe o movimento da ferramenta e, conseqüentemente, não impõe forças de reação nessas direções.

Para estabelecer o comportamento dinâmico e a magnitude assumidos pelos termos da matriz $\mathbf{K}_A(\mathbf{x})$, foram realizados dois ensaios de compressão sobre corpos de prova do meio. Os resultados obtidos estão expostos no Apêndice A.

Apresenta-se, a seguir, uma proposta de modelo matemático para as forças de interação presentes em operações de usinagem de superfícies.

2.5 Proposta de modelo representativo das forças de interação em processos de usinagem de superfícies

As tarefas de usinagem de superfícies são processos complexos que envolvem vários efeitos tais como atrito, deformação plástica e fratura, os quais são difíceis de serem descritos matematicamente.

Verifica-se, com base nas Seções 2.2 e 2.4, que os trabalhos existentes (DUELEN *et. al.*, 1992; SCIAVICCO e SICILIANO, 2004; SICILI-

ANO e VILLANI, 1999; ZILIANI *et. al.*, 2005, 2007) empregam modelos simplificados para descrever as forças envolvidas nas tarefas realizadas e acabam por não contemplar integralmente ou pelo menos satisfatoriamente todos os efeitos presentes.

É nesse quesito que o modelo proposto se diferencia dos demais. Propõe-se aqui, feitas as devidas modificações e considerações, uma fusão dos dois modelos mencionados anteriormente (DUELEN *et. al.*, 1992; SCIAVICCO e SICILIANO, 2004; SICILIANO e VILLANI, 1999).

Admite-se que uma parte considerável dos efeitos envolvidos em um processo de usinagem de superfícies pode ser representada por um modelo constituído de duas parcelas. A primeira representando um comportamento viscoso (atrito viscoso), resultante da análise feita na Seção 2.3 com base no modelo proposto por Duelen *et. al.* (1992), e a segunda representando um comportamento elástico (deformação elástica do sistema com base na rigidez do meio e considerando um manipulador rígido), fundamentada no modelo proposto por Sciavicco e Siciliano (2004) e Siciliano e Villani (1999). Dependendo da ferramenta empregada e das condições operacionais, estas parcelas tornam-se mais ou menos significativas. Ao final desta seção apresenta-se uma tabela comparativa, Tabela 2.3, entre alguns dos modelos disponíveis na literatura e representativos das forças de interação em processos de usinagem de superfícies, com o modelo sendo proposto nesta tese.

Conforme exposto anteriormente, admite-se que as forças ajam em um único ponto do espaço operacional, aqui denominado C (localizado sobre a peça). Considere um sistema de coordenadas cuja origem seja esse ponto e onde \mathbf{x}_t , \mathbf{x}_b e \mathbf{x}_n representam respectivamente as direções tangencial (definida pela direção da velocidade de avanço), binormal e normal à geometria final desejada para a superfície da peça. O sistema de coordenadas resultante é o mostrado na Figura 2.10.

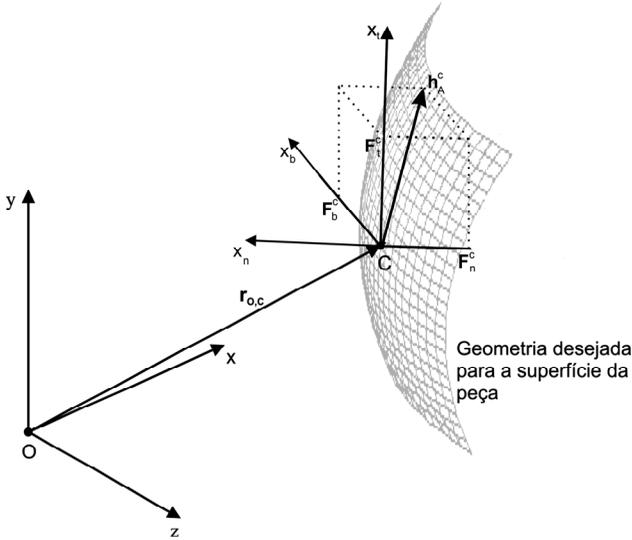


Figura 2.10 – Proposta de representação das forças de interação.

Neste sistema de coordenadas, o vetor das forças e dos momentos aplicados pelo manipulador é dado por:

$$\mathbf{h}_A^c = [F_t^c \quad F_b^c \quad F_n^c \quad M_t^c \quad M_b^c \quad M_n^c]^T \quad (2.44)$$

Sabe-se, no entanto, que forças agindo sobre um ponto não geram momentos em sua volta e, com isso, tem-se:

$$M_t^c = M_b^c = M_n^c = 0$$

ou seja, todos os momentos expostos na Equação (2.44) são nulos.

Com base nesta informação, o vetor das forças e dos momentos aplicados pelo manipulador passa a ser dado por:

$$\mathbf{h}_A^c = [F_t^c \quad F_b^c \quad F_n^c \quad 0 \quad 0 \quad 0]^T \quad (2.45)$$

Neste mesmo sistema de coordenadas, as magnitudes da profundidade de corte e da largura da seção de corte, representadas respectivamente por a e d , também sofrem simplificações em suas notações e passam a ser descritas por:

$$a = |p_b^c - p_{eb}^c| \quad (2.46)$$

e

$$d = |p_n^c - p_{en}^c| \quad (2.47)$$

caso o eixo da ferramenta esteja orientado em uma direção perpendicular à geometria final desejada para a superfície da peça e:

$$a = |p_n^c - p_{en}^c| \quad (2.48)$$

e

$$d = |p_b^c - p_{eb}^c| \quad (2.49)$$

caso o eixo da ferramenta esteja orientado em uma direção paralela à geometria final desejada para a superfície da peça.

Os termos p_b^c , p_n^c , p_{eb}^c e p_{en}^c representam respectivamente as componentes de posição nas direções binormal e normal à geometria final desejada para a superfície da peça dos vetores de coordenadas generalizadas de posição e orientação da extremidade da ferramenta acoplada ao manipulador e do meio indeformado e em repouso. Estes vetores também estão definidos com respeito a esse mesmo sistema de coordenadas (sistema C) e são dados respectivamente por:

$$\mathbf{x}^c = \begin{bmatrix} p_t^c & p_b^c & p_n^c & \varphi^c & \mathcal{G}^c & \psi^c \end{bmatrix}^T \quad (2.50)$$

e

$$\mathbf{x}_e^c = \begin{bmatrix} p_{et}^c & p_{eb}^c & p_{en}^c & \varphi_e^c & \mathcal{G}_e^c & \psi_e^c \end{bmatrix}^T \quad (2.51)$$

Sabendo que a velocidade de avanço \mathbf{v}_f é definida na direção tangencial deste sistema de coordenadas, esta pode ser expressa por:

$$\mathbf{v}_f = \dot{\mathbf{p}}_t^c \quad (2.52)$$

Diante do que foi exposto, pode-se concluir que as expressões resultantes representativas das componentes tangencial, binormal e normal da força total de usinagem atuante no meio são descritas por:

$$\mathbf{F}_t^c = (K_{t1} + K_{t2})\dot{\mathbf{p}}_t^c + K_{At\%}(\mathbf{x}^c)(\mathbf{p}_t^c - \mathbf{p}_{et}^c) \quad (2.53)$$

$$\mathbf{F}_b^c = K_{b2}\dot{\mathbf{p}}_t^c + K_{Ab\%}(\mathbf{x}^c)(\mathbf{p}_b^c - \mathbf{p}_{eb}^c) \quad (2.54)$$

e

$$\mathbf{F}_n^c = K_{n1}\dot{\mathbf{p}}_t^c + K_{An\%}(\mathbf{x}^c)(\mathbf{p}_n^c - \mathbf{p}_{en}^c) \quad (2.55)$$

caso o eixo da ferramenta esteja orientado em uma direção perpendicular à geometria final desejada para a superfície da peça e:

$$\mathbf{F}_t^c = (K_{t1} + K_{t2})\dot{\mathbf{p}}_t^c + K_{At\%}(\mathbf{x}^c)(\mathbf{p}_t^c - \mathbf{p}_{et}^c) \quad (2.56)$$

$$\mathbf{F}_b^c = K_{b1}\dot{\mathbf{p}}_t^c + K_{Ab\%}(\mathbf{x}^c)(\mathbf{p}_b^c - \mathbf{p}_{eb}^c) \quad (2.57)$$

e

$$\mathbf{F}_n^c = K_{n2}\dot{\mathbf{p}}_t^c + K_{An\%}(\mathbf{x}^c)(\mathbf{p}_n^c - \mathbf{p}_{en}^c) \quad (2.58)$$

caso o eixo da ferramenta esteja orientado em uma direção paralela à geometria final desejada para a superfície da peça, sendo que as componentes de $\mathbf{K}_{A\%}(\mathbf{x}^c)$ que se manifestam nestas expressões representam apenas uma porcentagem das componentes da matriz $\mathbf{K}_A(\mathbf{x}^c)$ original, análoga àquela dada pela Equação (2.41), e cujo valor (Apêndice A) irá depender das condições operacionais do processo de usinagem empregado. Em virtude da mudança no sistema de coordenadas têm-se: $K_{At}(\mathbf{x}^c) = K_{Ax}(\mathbf{x})$, $K_{Ab}(\mathbf{x}^c) = K_{Ay}(\mathbf{x})$ e $K_{An}(\mathbf{x}^c) = K_{Az}(\mathbf{x})$.

Usando uma notação matricial, o modelo de forças proposto pode ser escrito ainda como:

$$\mathbf{h}_A^c = \begin{bmatrix} F_t^c \\ F_b^c \\ F_n^c \\ M_t^c \\ M_b^c \\ M_n^c \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} K_{t1} + K_{t2} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ K_{b2} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ K_{n1} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{p}_t^c \\ \dot{p}_b^c \\ \dot{p}_n^c \\ \dot{\varphi}^c \\ \dot{\mathcal{G}}^c \\ \dot{\psi}^c \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} K_{At\%}(\mathbf{x}^c) & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & K_{Ab\%}(\mathbf{x}^c) & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & K_{An\%}(\mathbf{x}^c) & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} p_t^c - p_{et}^c \\ p_b^c - p_{eb}^c \\ p_n^c - p_{en}^c \\ \varphi^c - \varphi_e^c \\ \mathcal{G}^c - \mathcal{G}_e^c \\ \psi^c - \psi_e^c \end{bmatrix} \quad (2.59)$$

caso o eixo da ferramenta esteja orientado em uma direção perpendicular à geometria final desejada para a superfície da peça ou:

$$\mathbf{h}_A^c = \begin{bmatrix} F_t^c \\ F_b^c \\ F_n^c \\ M_t^c \\ M_b^c \\ M_n^c \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} K_{t1} + K_{t2} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ K_{b1} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ K_{n2} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{p}_t^c \\ \dot{p}_b^c \\ \dot{p}_n^c \\ \dot{\varphi}^c \\ \dot{\mathcal{G}}^c \\ \dot{\psi}^c \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} K_{At\%}(\mathbf{x}^c) & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & K_{Ab\%}(\mathbf{x}^c) & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & K_{An\%}(\mathbf{x}^c) & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} p_t^c - p_{et}^c \\ p_b^c - p_{eb}^c \\ p_n^c - p_{en}^c \\ \varphi^c - \varphi_e^c \\ \mathcal{G}^c - \mathcal{G}_e^c \\ \psi^c - \psi_e^c \end{bmatrix} \quad (2.60)$$

caso o eixo da ferramenta esteja orientado em uma direção paralela à geometria final desejada para a superfície da peça.

Independente da orientação assumida pelo eixo da ferramenta com respeito à geometria final desejada para a superfície da peça, o modelo de forças proposto pode ser reescrito de forma simplificada como:

$$\mathbf{h}_A^c = \mathbf{C}_A(\mathbf{x}_e^c, \mathbf{x}^c, \dot{\mathbf{x}}^c) \dot{\mathbf{x}}^c + \mathbf{K}_{A\%}(\mathbf{x}^c)(\mathbf{x}^c - \mathbf{x}_e^c) \quad (2.61)$$

onde $\mathbf{C}_A(\mathbf{x}_e^c, \mathbf{x}^c, \dot{\mathbf{x}}^c)$ é uma matriz, função das variáveis de estado do sistema, dada, segundo as Equações (2.59) e (2.60), respectivamente por:

$$\mathbf{C}_A(\mathbf{x}_e^c, \mathbf{x}^c, \dot{\mathbf{x}}^c) = \begin{bmatrix} K_{t1} + K_{t2} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ K_{b2} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ K_{n1} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (2.62)$$

ou

$$\mathbf{C}_A(\mathbf{x}_c^c, \mathbf{x}^c, \dot{\mathbf{x}}^c) = \begin{bmatrix} K_{t1} + K_{t2} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ K_{b1} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ K_{n2} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (2.63)$$

e que descreve uma parcela da relação existente entre \mathbf{h}_A^c e a dinâmica do robô, representativa do comportamento viscoso assumido pelo sistema. $\mathbf{K}_{A\%}(\mathbf{x}^c)$, por sua vez, conforme mencionado anteriormente, diz respeito a uma matriz percentual da matriz $\mathbf{K}_A(\mathbf{x}^c)$ original, análoga àquela dada pela Equação (2.41), e descreve a outra parcela da relação existente entre \mathbf{h}_A^c e a dinâmica do robô, representativa do comportamento elástico assumido pelo sistema. Por fim, os vetores \mathbf{x}^c e \mathbf{x}_c^c são dados pelas Equações (2.50) e (2.51).

Os coeficientes K_{t1} , K_{t2} , K_{b1} , K_{b2} , K_{n1} e K_{n2} que constituem a matriz $\mathbf{C}_A(\mathbf{x}_c^c, \mathbf{x}^c, \dot{\mathbf{x}}^c)$ são determinados a partir das relações descritas na Seção 2.3 e, para fins de esclarecimento, são resumidos na Tabela 2.2:

Tabela 2.2 – Coeficientes de $\mathbf{C}_A(\mathbf{x}_c^c, \mathbf{x}^c, \dot{\mathbf{x}}^c)$.

Coeficiente	Significado	Equação representativa
K_{t1}	Coeficiente que, multiplicado pela velocidade de avanço, fornece a componente da força axial tangente à geometria final desejada para a superfície do meio (peça).	$K_{t1} = K_1 \text{sen}^2 \lambda$
K_{t2}	Coeficiente que, multiplicado pela velocidade de avanço, fornece a componente da força ativa tangente à geometria final desejada para a superfície do meio (peça).	$K_{t2} = \text{sen} \phi_a \bar{K}_c$
K_{b1}	Coeficiente que, multiplicado pela velocidade de avanço, fornece a componente da força axial binormal à geometria final desejada para a superfície do meio (peça).	$K_{b1} = \pm K_1 \text{sign}(v_{\parallel p_x}) \text{sen} \lambda \cos \lambda$
K_{b2}	Coeficiente que, multiplicado pela velocidade de avanço, fornece a componente da força ativa binormal à geometria final desejada para a superfície do meio (peça).	$K_{b2} = -\cos \phi_a \bar{K}_c$
K_{n1}	Coeficiente que, multiplicado pela velocidade de avanço, fornece a componente da força axial normal à geometria final desejada para a superfície do meio (peça).	$K_{n1} = \pm K_1 \text{sign}(v_{\parallel p_x}) \text{sen} \lambda \cos \lambda$

Tabela 2.2 – Coeficientes de $C_A(\mathbf{x}_c^c, \mathbf{x}^c, \dot{\mathbf{x}}^c)$.

K_{n2}	Coeficiente que, multiplicado pela velocidade de avanço, fornece a componente da força ativa normal à geometria final desejada para a superfície do meio (peça).	$K_{n2} = -\cos\phi_a \bar{K}_c$
----------	------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------	----------------------------------

Em virtude da característica não-linear e multivariável da matriz $C_A(\mathbf{x}_c^c, \mathbf{x}^c, \dot{\mathbf{x}}^c)$, verifica-se, com base na Equação (2.61), que o modelo de forças proposto para representar a interação entre robô e meio também resulta não-linear. Além disso, verifica-se que o emprego desse modelo de forças na equação dinâmica do robô faz com que o sistema robô/meio resulte fisicamente acoplado. Esta última observação ficará mais clara no Capítulo 4.

Vale salientar que o modelo matemático desenvolvido serve para representar as forças presentes em processos de usinagem de superfícies e estas podem ser provenientes de uma diversidade de ferramentas bastando, para isso, que estas ferramentas se enquadrem nas características operacionais do modelo. Alguns exemplos de ferramentas são: o rebolo, a fresa de disco de dentes retos e a fresa de topo conforme mencionado anteriormente. No Anexo C são apresentadas as características técnicas e construtivas de cada uma destas ferramentas.

Por fim, a Tabela 2.3 destaca as principais diferenças existentes entre o modelo sendo proposto e três dos modelos encontrados na literatura, a saber, os modelos empregados em Duelen *et. al.* (1992), Ziliani *et. al.* (2005, 2007) e Sciavico e Siciliano (2004) e Siciliano e Villani (1999).

Tabela 2.3 – Análise comparativa dos modelos representativos das forças de interação em processos de usinagem de superfícies.

	Comportamento viscoso	Comportamento elástico	Análise espacial da força	Velocidade de avanço	Força de usinagem
Modelo proposto	$C_A(\mathbf{x}_c^c, \mathbf{x}^c, \dot{\mathbf{x}}^c)\dot{\mathbf{x}}^c$	$K_{A\%}(\mathbf{x}^c)(\mathbf{x}^c - \mathbf{x}_c^c)$	2D ou 3D	Constante	Limitada
Duelen <i>et. al.</i> (1992)	$\frac{K_z \text{zad} \cos\phi}{\omega r \cos\phi_a} v_f$		2D	Variável	Limitada
Ziliani <i>et. al.</i> (2005, 2007)	$\frac{ead}{\omega} v_f$		2D	Variável	Limitada
Sciavico e Siciliano (2004) e Siciliano e Villani (1999)		$K_A(\mathbf{x})(\mathbf{x} - \mathbf{x}_c)$	2D ou 3D		

Analisando a Tabela 2.3, verifica-se que todos os modelos, com exceção do modelo proposto, optam por representar as forças de interação levando em consideração que todos os efeitos possuem a mesma natureza, ou de um comportamento viscoso (atrito viscoso) ou de um comportamento elástico (deformação elástica do sistema com base na rigidez do meio e considerando um manipulador rígido). No entanto, o que se tem na realidade são as duas parcelas de natureza distinta manifestando-se simultaneamente e que, dependendo da ferramenta empregada e das condições operacionais, tornam-se mais ou menos significativas uma com respeito à outra. Como exemplo pode-se citar duas situações distintas e complementares, não necessariamente práticas, onde se verifica a coerência da afirmação feita, assim como do modelo sendo proposto. A primeira envolvendo uma velocidade angular da ferramenta relativamente alta quando comparada à velocidade de avanço e a segunda o caso contrário, onde a velocidade angular foi reduzida e a velocidade de avanço incrementada. No primeiro caso constata-se que os efeitos das forças de interação possuem um comportamento predominantemente viscoso enquanto que no segundo caso estes efeitos assumem um comportamento predominantemente elástico.

Além disso, dentre os modelos expostos na Tabela 2.3, o modelo proposto é um dos únicos que permitem realizar uma análise espacial (3D) das forças de interação e o único a considerar uma análise tridimensional do comportamento viscoso assumido por estas forças.

Existem ainda alguns efeitos, não mencionados na Tabela 2.3, provocados pelos termos agregados ao modelo apresentado em Duelen *et. al.* (1992), a saber: $sign(\cos\phi_{a|i})$ e $\omega sign(\omega_{|i})$.

Conforme mencionado anteriormente, o termo $sign(\cos\phi_{a|i})$ agregado à expressão de \bar{K}_c , dada pela Equação (2.10), é descrito com base no quadrante ativo da ferramenta, ou seja, aquele quadrante que mantém contato com o meio, e serve para induzir direção e sentido às componentes de força. Com isso, ele permite que as Equações (2.17), (2.18) e (2.19) representem qualquer direção e sentido assumido por estas componentes de força, independente do movimento relativo manifestado entre ferramenta e meio (concordante ou discordante). Já o termo $\omega sign(\omega_{|i})$, que aparece substituindo o termo ω na Equação (2.10), é empregado no intuito de se levar em consideração o sentido de rotação da ferramenta.

Para finalizar, diferentemente dos modelos de Duelen *et. al.* (1992) e Ziliani *et. al.* (2005, 2007) que adaptam a velocidade de avanço do robô

aos limites de força considerados toleráveis ao subsistema composto pelo robô e pela ferramenta, no modelo proposto tem-se acesso antecipado a uma estimativa das magnitudes esperadas para as componentes da força total de usinagem, obtidas em função de valores pré-selecionados das condições de trabalho e de referência para as variáveis de estado do sistema, de forma a permitir ao projetista abortar o processo caso alguma destas componentes da força total de usinagem supere a magnitude permitida. Desta forma garante-se não só a integridade do robô e da ferramenta como também da peça sendo submetida ao processo de usinagem empregado, visto que uma variação da velocidade de avanço, que, no caso, coincide com um dos estados do sistema, poderia acabar afetando a qualidade final da peça.

Com base no que foi discutido, constata-se que o modelo proposto contempla um número maior de situações e possíveis efeitos que porventura se manifestem, mostrando-se mais expressivo que os outros modelos aos quais foi comparado.

2.6 Conclusões do capítulo

Neste capítulo fez-se uma análise tanto das forças que atuam sobre o meio (peça) quanto das respectivas componentes da força de reação que surgem sobre a ferramenta cortante durante a realização de algumas tarefas de usinagem. Com base nesta análise, desenvolveu-se um modelo matemático representativo destas forças. Este modelo foi desenvolvido a partir de modelos preexistentes com os quais, ao final do capítulo, ele é comparado em termos de abrangência na descrição dos efeitos das forças de interação.

No intuito de garantir que este modelo represente de forma coerente as forças na tarefa sendo realizada, faz-se necessário um conhecimento sobre o comportamento global assumido por alguns de seus parâmetros e coeficientes, a saber: K_z , $\mathbf{K}_{A\%}(\mathbf{x})$, K_1 e \bar{K}_c . Os dois primeiros dizem respeito respectivamente à magnitude da força específica de corte e a uma matriz percentual da matriz de rigidez do meio $\mathbf{K}_A(\mathbf{x})$ e os dois últimos são fatores de proporcionalidade. Todos eles podem ser variáveis e estão presentes no cálculo de outros parâmetros que estabelecem as relações existentes entre as componentes de força e a dinâmica do manipulador. No presente trabalho estes coeficientes foram considerados constantes, sendo que, na realidade, eles representam as dinâmicas não modeladas da força de interação. Os resultados necessários para descrever os comportamentos globais de K_z , $\mathbf{K}_{A\%}(\mathbf{x})$, K_1 e \bar{K}_c só po-

dem ser obtidos mediante uma análise estatística e comportamental do modelo de forças desenvolvido e esta tarefa fica como proposta para trabalhos futuros.

A descrição deste modelo fez-se necessária para permitir tratar, nos capítulos posteriores, da análise do comportamento do sistema quando o modelo matemático de forças proposto é utilizado para representar as forças que se manifestam devido à interação entre robô e meio. Esta análise deve levar em consideração os limites operacionais do sistema e garantir que as condições de corte sejam satisfeitas dentro destes limites, zelando assim, pela integridade da peça e do equipamento. Algumas simulações são realizadas no intuito de comprovar e reforçar os resultados obtidos na análise teórica. Tais simulações mostram o comportamento do sistema quando o modelo de forças proposto é empregado em conjunto com algumas estratégias de controle. Antes, porém, são apresentados os métodos de controle de interação existentes.

3 MÉTODOS DE CONTROLE DE INTERAÇÃO

Segundo Erlbacher (2005), existem dois métodos de controle que consideram a interação do robô com o meio e que são aceitos e aplicados em operações de usinagem. No primeiro, denominado de controle de força *através do braço*, a força é aplicada usando o deslocamento controlado de todos os eixos do robô em conjunto. No segundo, conhecido como controle de força *através de uma ferramenta*, o robô é usado apenas para fins de locomoção e posicionamento e a força é aplicada e controlada através de uma ferramenta complacente auxiliar acoplada à extremidade do robô. A seguir são apresentadas as características de cada um destes métodos. Antes, porém, para efeito de uma melhor compreensão, faz-se uma breve menção às situações envolvendo o controle de robôs sem interação com o meio, visando detalhar o modelo matemático e as alterações que este irá sofrer em virtude das forças e momentos decorrentes da interação.

3.1 Controle sem interação com o meio

Segundo Sciavicco e Siciliano (2004), em situações onde o manipulador robótico pode mover-se livremente, sem oposição ou obstáculos, utiliza-se uma lei de controle de posição.

Para tanto, considera-se a dinâmica do manipulador rígido, definida no espaço das juntas, como sendo:

$$\mathbf{B}(\mathbf{q})\ddot{\mathbf{q}} + \mathbf{C}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}})\dot{\mathbf{q}} + \mathbf{F}\dot{\mathbf{q}} + \mathbf{g}(\mathbf{q}) = \boldsymbol{\tau} \quad (3.1)$$

a qual pode ser reescrita em função de $\mathbf{B}(\mathbf{q})\ddot{\mathbf{q}}$ como:

$$\mathbf{B}(\mathbf{q})\ddot{\mathbf{q}} = -\mathbf{C}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}})\dot{\mathbf{q}} - \mathbf{F}\dot{\mathbf{q}} - \mathbf{g}(\mathbf{q}) + \boldsymbol{\tau} \quad (3.2)$$

onde $(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}, \ddot{\mathbf{q}})$ são as variáveis das juntas, $\mathbf{B}(\mathbf{q})$ e $\mathbf{C}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}})$ são, respectivamente, as matrizes de inércia e dos efeitos centrífugos e de Coriolis, as quais satisfazem uma característica peculiar de que $\mathbf{B} - 2\mathbf{C}$ é uma matriz anti-simétrica, \mathbf{F} é uma matriz diagonal composta por elementos positivos representativos dos coeficientes de atrito viscoso, $\mathbf{g}(\mathbf{q})$ é o vetor de torques gravitacionais e $\boldsymbol{\tau}$ é o vetor do sinal de controle, definido no espaço das juntas.

Uma lei de controle $\boldsymbol{\tau}$ para este caso pode ser sintetizada usando diferentes técnicas. Na sequência será feito o projeto de uma lei de controle empregando o método de Lyapunov (Anexo D) através da considera-

ção da seguinte função candidata:

$$V(\dot{\mathbf{q}}, \tilde{\mathbf{x}}) = \frac{1}{2} \dot{\mathbf{q}}^T \hat{\mathbf{B}}(\mathbf{q}) \dot{\mathbf{q}} + \frac{1}{2} \tilde{\mathbf{x}}^T \mathbf{K}_p \tilde{\mathbf{x}} > 0 \quad (3.3)$$

onde $\hat{\mathbf{B}}(\mathbf{q})$ é uma estimativa da matriz $\mathbf{B}(\mathbf{q})$ e \mathbf{K}_p é uma matriz de ganhos proporcionais ao erro de posição a serem escolhidos no projeto do controlador. O vetor $\tilde{\mathbf{x}}$ é o erro de posição dado pela diferença entre os valores desejado e obtido da posição da ferramenta no espaço operacional para um determinado instante de tempo, ou seja:

$$\tilde{\mathbf{x}} = \mathbf{x}_d - \mathbf{x} \quad (3.4)$$

onde:

$$\mathbf{x}_d = [p_{dx} \quad p_{dy} \quad p_{dz} \quad \varphi_d \quad \mathcal{G}_d \quad \psi_d]^T \quad (3.5)$$

$$\mathbf{x} = [p_x \quad p_y \quad p_z \quad \varphi \quad \mathcal{G} \quad \psi]^T \quad (3.6)$$

A derivada primeira da Equação (3.3) resulta:

$$\dot{V} = \dot{\mathbf{q}}^T \hat{\mathbf{B}}(\mathbf{q}) \ddot{\mathbf{q}} + \frac{1}{2} \dot{\mathbf{q}}^T \dot{\hat{\mathbf{B}}}(\mathbf{q}) \dot{\mathbf{q}} + \tilde{\mathbf{x}}^T \mathbf{K}_p \dot{\tilde{\mathbf{x}}} \quad (3.7)$$

Considerando um movimento ponto-a-ponto, a velocidade desejada $\dot{\mathbf{x}}_d = 0$ e, neste caso, tem-se que:

$$\dot{\tilde{\mathbf{x}}} = -\dot{\mathbf{x}} = -\mathbf{J}_A(\mathbf{q}) \dot{\mathbf{q}}$$

onde $\mathbf{J}_A(\mathbf{q})$ é a matriz Jacobiana analítica (Anexo E).

A transposta de $\dot{\tilde{\mathbf{x}}}$ fornece:

$$\dot{\tilde{\mathbf{x}}}^T = -\dot{\mathbf{q}}^T \mathbf{J}_A^T(\mathbf{q})$$

resultando para a Equação (3.7):

$$\dot{V} = \dot{\mathbf{q}}^T \hat{\mathbf{B}}(\mathbf{q}) \ddot{\mathbf{q}} + \frac{1}{2} \dot{\mathbf{q}}^T \dot{\hat{\mathbf{B}}}(\mathbf{q}) \dot{\mathbf{q}} - \dot{\mathbf{q}}^T \mathbf{J}_A^T(\mathbf{q}) \mathbf{K}_p \tilde{\mathbf{x}} \quad (3.8)$$

Considerando que todos os parâmetros do sistema são precisamente conhecidos, ou seja, $\mathbf{B}(\mathbf{q}) = \hat{\mathbf{B}}(\mathbf{q})$, $\mathbf{C}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}) = \hat{\mathbf{C}}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}})$, $\mathbf{F} = \hat{\mathbf{F}}$ e $\mathbf{g}(\mathbf{q}) = \hat{\mathbf{g}}(\mathbf{q})$, e substituindo a Equação (3.2) na Equação (3.8), resulta:

$$\dot{V} = -\dot{\mathbf{q}}^T \mathbf{F}\dot{\mathbf{q}} + \dot{\mathbf{q}}^T (\boldsymbol{\tau} - \mathbf{g}(\mathbf{q}) - \mathbf{J}_A^T(\mathbf{q})\mathbf{K}_p\tilde{\mathbf{x}}) + \dot{\mathbf{q}}^T \left(\frac{1}{2}\dot{\mathbf{B}}(\mathbf{q}) - \mathbf{C}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}) \right) \dot{\mathbf{q}} \quad (3.9)$$

Uma vez que:

$$\dot{\mathbf{q}}^T \left(\frac{1}{2}\dot{\mathbf{B}}(\mathbf{q}) - \mathbf{C}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}) \right) \dot{\mathbf{q}} = \dot{\mathbf{q}}^T \left(\frac{\dot{\mathbf{B}}(\mathbf{q}) - 2\mathbf{C}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}})}{2} \right) \dot{\mathbf{q}} = \frac{1}{2} \dot{\mathbf{q}}^T \mathbf{N}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}) \dot{\mathbf{q}} = 0$$

como o objetivo é garantir $\dot{V} \leq 0$ na Equação (3.9), uma lei de controle $\boldsymbol{\tau}$ do tipo:

$$\boldsymbol{\tau} = \mathbf{g}(\mathbf{q}) + \mathbf{J}_A^T(\mathbf{q})\mathbf{K}_p\tilde{\mathbf{x}} - \mathbf{J}_A^T(\mathbf{q})\mathbf{K}_D\mathbf{J}_A(\mathbf{q})\dot{\mathbf{q}} \quad (3.10)$$

com \mathbf{K}_D representando uma matriz de ganhos proporcionais ao erro de velocidade, quando substituída na Equação (3.9) fornece:

$$\dot{V} = -\dot{\mathbf{q}}^T \mathbf{F}\dot{\mathbf{q}} - \dot{\mathbf{q}}^T \mathbf{J}_A^T(\mathbf{q})\mathbf{K}_D\mathbf{J}_A(\mathbf{q})\dot{\mathbf{q}} \quad (3.11)$$

que é, como esperado, uma função semi-definida negativa.

A última parcela da soma, do lado direito da igualdade da Equação (3.10), foi introduzida para melhorar o amortecimento do sistema.

Observa-se que, para qualquer trajetória descrita pelo sistema, a derivada primeira da função de Lyapunov candidata, dada pela Equação (3.11), decresce desde que $\dot{\mathbf{q}} \neq 0$. O sistema atinge, portanto, uma configuração de equilíbrio.

A lei de controle da Equação (3.10) executa uma ação de compensação não-linear das forças gravitacionais definidas no espaço das juntas e uma ação de controle linear PD no espaço operacional.

Como a Equação (3.11) envolve apenas a variável $\dot{\mathbf{q}}$ das juntas, de acordo com a teoria de Lyapunov, o sistema representado pela Equação (3.1), quando posto em malha fechada sobre a ação da lei de controle expressa pela Equação (3.10), resulta apenas estável, isto é, assegura-se que $\dot{\mathbf{q}} \rightarrow 0$ quando $t \rightarrow \infty$ sem, necessariamente garantir que $\tilde{\mathbf{x}} \rightarrow 0$ quando $t \rightarrow \infty$.

Sabe-se, entretanto, que o erro $\tilde{\mathbf{x}}$ tende para um valor constante. Para verificar se esse valor constante é nulo usa-se o teorema de La Salle (Anexo D).

Desta forma, considerando o sistema expresso pela Equação (3.1):

$$\mathbf{B}(\mathbf{q})\ddot{\mathbf{q}} + \mathbf{C}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}})\dot{\mathbf{q}} + \mathbf{F}\dot{\mathbf{q}} + \mathbf{g}(\mathbf{q}) = \boldsymbol{\tau}$$

em conjunto com a lei de controle expressa pela Equação (3.10):

$$\boldsymbol{\tau} = \mathbf{g}(\mathbf{q}) + \mathbf{J}_A^T(\mathbf{q})\mathbf{K}_p\tilde{\mathbf{x}} - \mathbf{J}_A^T(\mathbf{q})\mathbf{K}_D\mathbf{J}_A(\mathbf{q})\dot{\mathbf{q}}$$

resulta:

$$\mathbf{B}(\mathbf{q})\ddot{\mathbf{q}} + \mathbf{C}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}})\dot{\mathbf{q}} + \mathbf{F}\dot{\mathbf{q}} + \mathbf{g}(\mathbf{q}) = \mathbf{g}(\mathbf{q}) + \mathbf{J}_A^T(\mathbf{q})\mathbf{K}_p\tilde{\mathbf{x}} - \mathbf{J}_A^T(\mathbf{q})\mathbf{K}_D\mathbf{J}_A(\mathbf{q})\dot{\mathbf{q}} \quad (3.12)$$

Como $\dot{\mathbf{q}} \rightarrow 0$ quando $t \rightarrow \infty$, tem-se que $\ddot{\mathbf{q}} \rightarrow 0$ quando $t \rightarrow \infty$, e com isso resulta para a Equação (3.12) em uma situação de equilíbrio:

$$\mathbf{J}_A^T(\mathbf{q})\mathbf{K}_p\tilde{\mathbf{x}} = 0 \quad (3.13)$$

Considerando ainda, que a matriz Jacobiana é de posto completo, obtém-se:

$$\tilde{\mathbf{x}} = 0$$

$$\mathbf{x}_d - \mathbf{x} = 0$$

$$\mathbf{x} = \mathbf{x}_d \quad (3.14)$$

O sistema resultante é, portanto, de acordo com o teorema de La Salle, assintoticamente estável.

Uma implementação desta estratégia de controle está mostrada no diagrama de blocos da Figura 3.1, onde $\mathbf{K}(\mathbf{q})$ é uma função de cinemática direta.

Se as medições de \mathbf{x} e $\dot{\mathbf{x}}$ são feitas diretamente no espaço operacional (presença de sensores na extremidade do manipulador), $\mathbf{K}(\mathbf{q})$ e $\mathbf{J}_A(\mathbf{q})$, no diagrama de blocos da Figura 3.1, assumem valor unitário e passam a representar apenas funções indicativas de cinemática direta. Contudo, a medição de \mathbf{q} continua sendo necessária para atualizar os valores assumidos por $\mathbf{J}_A^T(\mathbf{q})$ e $\mathbf{g}(\mathbf{q})$.

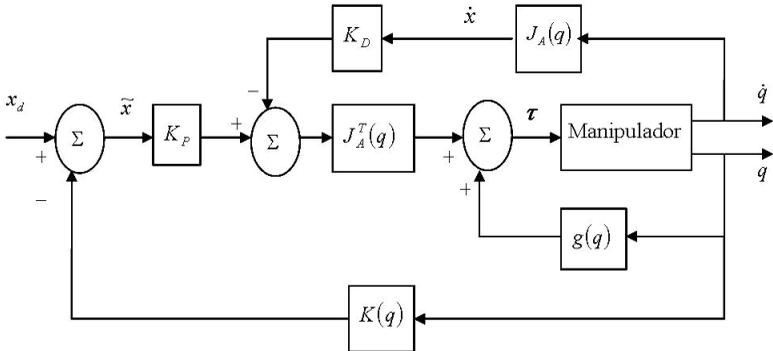


Figura 3.1 – Diagrama de blocos do controle de posição PD com compensação da gravidade (SCIAVICCO e SICILIANO, 2004).

3.2 Controle com interação com o meio

Em robótica, muitas tarefas requerem uma efetiva interação do robô com o ambiente, caracterizada por uma força de contato, como é o caso das tarefas sendo consideradas no presente trabalho, onde as operações de usinagem geram forças de reação sobre o efetuador do robô (ferramenta) devido ao processo de corte realizado. Nestes casos, torna-se necessário considerar estas forças de reação no modelo dinâmico que passa a ser descrito, segundo Sciavicco e Siciliano (2004), por:

$$\mathbf{B}(\mathbf{q})\ddot{\mathbf{q}} + \mathbf{C}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}})\dot{\mathbf{q}} + \mathbf{F}\dot{\mathbf{q}} + \mathbf{g}(\mathbf{q}) = \boldsymbol{\tau} - \mathbf{J}^T(\mathbf{q})\mathbf{h} \quad (3.15)$$

onde $\mathbf{J}(\mathbf{q})$ é a matriz Jacobiana geométrica (Anexo E) e \mathbf{h} é o vetor das forças generalizadas de contato, definido no espaço operacional e exercido pelo efetuador do robô sobre o meio.

Sabe-se ainda que a Equação (3.15) descreve a dinâmica de um manipulador perfeitamente rígido, o que, na prática, é impossível de se obter. Segundo Canudas De Wit *et. al.* (1997) e Readman (1994), se o robô não for suficientemente rígido, a *flexibilidade estrutural* pode gerar um erro em seu posicionamento. Esta flexibilidade costuma se manifestar nos elos, nas juntas e nas transmissões do robô. Este problema pode ser tratado através de uma metodologia (PAN e ZHANG, 2008; ZHANG *et. al.*, 2005), que consiste na modelagem da rigidez, na compensação da deformação em tempo real e na remoção controlada de material. Resultados experimentais mostram que o acabamento de superfícies é significativamente melhorado.

Outra questão a ser considerada é o controle da interação própria-

mente dita entre robô e meio, a qual exige um controle combinado do seguimento de trajetória, que procura ajustar a superfície da peça a uma superfície final previamente determinada, com o seguimento de força, que visa garantir as condições de corte, além do contato entre robô e meio e que deve permanecer dentro de certos limites operacionais, zelando assim, pela integridade da peça e do equipamento.

Buscando suprir estes requisitos, algumas estratégias de controle diferenciadas começaram a surgir, as quais serão abordadas a partir da próxima seção.

3.2.1 Controle de força através do braço

As estratégias que se enquadram nesse método de controle aparentam ser uma simples e natural extensão das estratégias de controle de posição para robôs. Elas procuram estabelecer uma analogia entre o comportamento do robô e o comportamento humano. A Figura 3.2 traz um desenho esquemático de um robô sob a ação do método de controle de força através do braço.

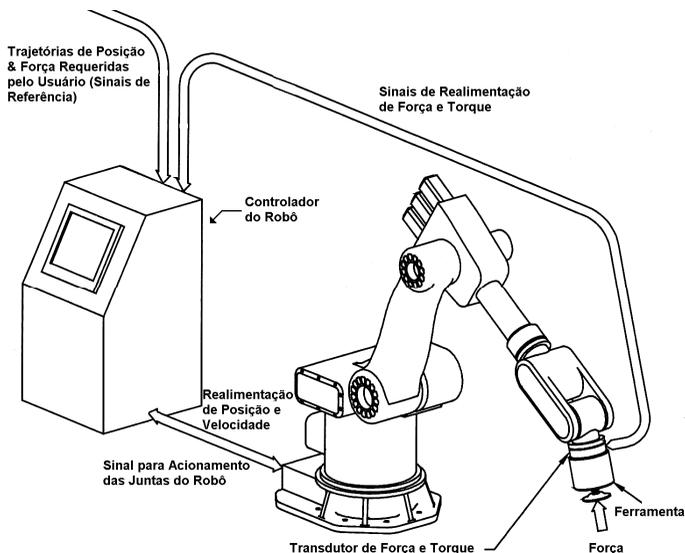


Figura 3.2 – Desenho esquemático de um robô sob a ação do método de controle de força através do braço (ERLBACHER, 2005).

Neste método de controle, para aplicar uma dada força, o robô empurra a ferramenta contra a superfície da peça e, no caso de existência de um transdutor de força e torque acoplado à extremidade do robô, é gerado um sinal de forças generalizadas. Este sinal de forças generalizadas

indica a magnitude das forças ao longo dos eixos x , y e z , além dos torques associados.

O controlador do robô recebe esse sinal de forças generalizadas e o compara com a força requerida pelo operador para determinar se existe ou não um erro de força. Com base neste erro de força, o robô terá que mudar sua posição relativa à superfície da peça de forma a incrementar ou aliviar a força aplicada. Este movimento de compensação visa eliminar o erro de força e manter a força requerida pelo operador. No caso de não existir um transdutor de força e torque para obter um sinal explícito de forças generalizadas, gera-se um sinal implícito destas forças com base nos erros de posição do robô. Neste caso, o sistema resulta acoplado, conforme será visto nas seções posteriores.

3.2.1.1 Controle de rigidez

Diferentemente do que se observa no controle de posição, onde não existem forças de interação, aqui, se $\mathbf{h} \neq 0$ na Equação (3.15), a lei de controle expressa pela Equação (3.10) já não garante mais que o efetuator do robô atinge a posição desejada \mathbf{x}_d . De fato, substituindo a Equação (3.10) na Equação (3.15), considerando que a matriz Jacobiana analítica é de posto completo e que uma situação de equilíbrio foi estabelecida de acordo com o teorema de La Salle, obtém-se:

$$\begin{aligned}\tilde{\mathbf{x}} &= \mathbf{K}_p^{-1} \mathbf{J}_A^{-T}(\mathbf{q}) \mathbf{J}^T(\mathbf{q}) \mathbf{h} \\ \tilde{\mathbf{x}} &= \mathbf{K}_p^{-1} \mathbf{T}_A^T(\mathbf{x}) \mathbf{h}\end{aligned}\quad (3.16)$$

ou ainda

$$\tilde{\mathbf{x}} = \mathbf{K}_p^{-1} \mathbf{h}_A \quad (3.17)$$

Com respeito à matriz de transformação $\mathbf{T}_A(\mathbf{x})$, dada por:

$$\mathbf{T}_A(\mathbf{x}) = \begin{bmatrix} \mathbf{I} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{T}(\mathbf{x}) \end{bmatrix} \quad (3.18)$$

e assumindo que a matriz \mathbf{K}_p é diagonal, verifica-se que a complacência linear, devido às componentes de força, é independente da postura do manipulador robótico, enquanto que a complacência angular, devido às componentes de momento, depende da configuração atual do manipulador robótico, descrita em termos da matriz de transformação $\mathbf{T}(\mathbf{x})$.

A Equação (3.16) mostra que, estabelecida a condição de equilíbrio, o manipulador robótico, sob a ação de um controle de posição, se comporta como uma mola no espaço operacional com complacência \mathbf{K}_p^{-1} em relação à força \mathbf{h} . A matriz \mathbf{K}_p^{-1} representa uma complacência ativa, uma vez que esta é executada no manipulador por uma ação de controle de posição. Portanto, quanto maior for \mathbf{K}_p , mais rígido resulta o manipulador robótico e menor será o erro de posicionamento.

Considerando, por exemplo, o modelo de forças proposto em Sciacivico e Siciliano (2004) e Siciliano e Villani (1999), onde o meio possui uma rigidez $\mathbf{K}_A(\mathbf{x})$ conforme apresentado na Equação (2.40), resulta para a Equação (3.17):

$$\tilde{\mathbf{x}} = \mathbf{K}_p^{-1} \mathbf{K}_A(\mathbf{x})(\mathbf{x} - \mathbf{x}_e) \quad (3.19)$$

onde

$$\mathbf{h}_A = \mathbf{h}_{\text{Rig}}$$

Atingido o valor de regime do vetor de posições generalizadas (\mathbf{x}_∞), resulta para o vetor erro de posições generalizadas do efetuador do robô, dado pela Equação (3.19):

$$\tilde{\mathbf{x}} = \mathbf{x}_d - \mathbf{x}_\infty = \mathbf{K}_p^{-1} \mathbf{K}_A(\mathbf{x})(\mathbf{x}_\infty - \mathbf{x}_e)$$

o qual pode ser reescrito em função de \mathbf{x}_∞ como:

$$\begin{aligned} [\mathbf{I} + \mathbf{K}_p^{-1} \mathbf{K}_A(\mathbf{x})] \mathbf{x}_\infty &= [\mathbf{x}_d + \mathbf{K}_p^{-1} \mathbf{K}_A(\mathbf{x}) \mathbf{x}_e] \\ \mathbf{x}_\infty &= [\mathbf{I} + \mathbf{K}_p^{-1} \mathbf{K}_A(\mathbf{x})]^{-1} [\mathbf{x}_d + \mathbf{K}_p^{-1} \mathbf{K}_A(\mathbf{x}) \mathbf{x}_e] \end{aligned} \quad (3.20)$$

Quanto ao valor de regime assumido pelo vetor das forças generalizadas de contato do manipulador sobre o meio (\mathbf{h}_{A_∞}), obtém-se com base na Equação (2.40):

$$\mathbf{h}_{A_\infty} = \mathbf{K}_A(\mathbf{x})(\mathbf{x}_\infty - \mathbf{x}_e)$$

$$\mathbf{h}_{A_\infty} = \mathbf{K}_A(\mathbf{x}) \left\{ [\mathbf{I} + \mathbf{K}_p^{-1} \mathbf{K}_A(\mathbf{x})]^{-1} [\mathbf{x}_d + \mathbf{K}_p^{-1} \mathbf{K}_A(\mathbf{x}) \mathbf{x}_e] - \mathbf{x}_e \right\}$$

$$\mathbf{h}_{A_\infty} = \mathbf{K}_A(\mathbf{x}) [\mathbf{I} + \mathbf{K}_p^{-1} \mathbf{K}_A(\mathbf{x})]^{-1} \left\{ [\mathbf{x}_d + \mathbf{K}_p^{-1} \mathbf{K}_A(\mathbf{x}) \mathbf{x}_e] - [\mathbf{I} + \mathbf{K}_p^{-1} \mathbf{K}_A(\mathbf{x})] \mathbf{x}_e \right\}$$

$$\mathbf{h}_{A\infty} = \mathbf{K}_A(\mathbf{x})[\mathbf{I} + \mathbf{K}_p^{-1}\mathbf{K}_A(\mathbf{x})]^{-1} \{ \mathbf{x}_d + [\mathbf{K}_p^{-1}\mathbf{K}_A(\mathbf{x}) - \mathbf{I} - \mathbf{K}_p^{-1}\mathbf{K}_A(\mathbf{x})]\mathbf{x}_e \}$$

$$\mathbf{h}_{A\infty} = \mathbf{K}_A(\mathbf{x})[\mathbf{I} + \mathbf{K}_p^{-1}\mathbf{K}_A(\mathbf{x})]^{-1}(\mathbf{x}_d - \mathbf{x}_e) \quad (3.21)$$

No controle de rigidez não existe controle explícito de força, sendo esta controlada indiretamente através de um erro de posição e de uma rigidez ativa (\mathbf{K}_p) definida pelo projetista. Em outras palavras, a força é uma reação ao movimento do efetuador do robô e não é controlada explicitamente, mas indiretamente por meio de um controle de posição.

Verifica-se através das Equações (3.20) e (3.21) que o controle da interação feito através do controle de rigidez é dependente do conhecimento de \mathbf{x}_e e de $\mathbf{K}_A(\mathbf{x})$ e do projeto de \mathbf{K}_p .

Pode-se observar que quando a rigidez do robô é menor que a rigidez do meio ($\mathbf{K}_p < \mathbf{K}_A(\mathbf{x})$), resulta um controle de força para o sistema, ou seja, o robô prioriza a força sob a pena da existência de um erro na posição assumida por seu efetuador. Por outro lado, caso a rigidez do robô seja maior que a do meio ($\mathbf{K}_p > \mathbf{K}_A(\mathbf{x})$), tem-se um controle de posição, onde a posição desejada passa a ser priorizada com relação à força.

Caso se deseje modificar as condições de operação e as tarefas de interação entre robô e meio, basta alterar a rigidez resultante desta interação. Esta alteração deve ser feita sobre a rigidez do manipulador (\mathbf{K}_p), visto que a rigidez do meio ($\mathbf{K}_A(\mathbf{x})$) é uma característica intrínseca que não pode ser modificada.

3.2.1.2 Controle por impedância

Esta estratégia faz uso de uma ação de controle por dinâmica inversa ou torque computado e é dada por:

$$\boldsymbol{\tau} = \hat{\mathbf{B}}(\mathbf{q})\mathbf{y} + \hat{\mathbf{n}}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}) \quad (3.22)$$

onde:

$$\hat{\mathbf{n}}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}) = \hat{\mathbf{C}}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}})\dot{\mathbf{q}} + \hat{\mathbf{F}}\dot{\mathbf{q}} + \hat{\mathbf{g}}(\mathbf{q}) \quad (3.23)$$

O controle por dinâmica inversa é denominado desta forma, uma vez que este é baseado no cálculo da dinâmica inversa do manipulador. Estabelece-se, aqui, um vetor de controle $\boldsymbol{\tau}$, como função dos estados do sistema, capaz de gerar uma relação de entrada/saída linear. Para tanto, realiza-se uma linearização global da dinâmica do manipulador, obtida

através de uma realimentação não-linear dos estados do sistema.

Tem-se então que, substituindo a Equação (3.22) na Equação (3.15), e considerando a Equação (3.23), resulta:

$$\mathbf{B}(\mathbf{q})\ddot{\mathbf{q}} + \mathbf{C}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}})\dot{\mathbf{q}} + \mathbf{F}\dot{\mathbf{q}} + \mathbf{g}(\mathbf{q}) = \hat{\mathbf{B}}(\mathbf{q})\mathbf{y} + \hat{\mathbf{C}}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}})\dot{\mathbf{q}} + \hat{\mathbf{F}}\dot{\mathbf{q}} + \hat{\mathbf{g}}(\mathbf{q}) - \mathbf{J}^T(\mathbf{q})\mathbf{h}$$

ou ainda:

$$\ddot{\mathbf{q}} = \mathbf{y} - \mathbf{B}^{-1}(\mathbf{q})\mathbf{J}^T(\mathbf{q})\mathbf{h} \quad (3.24)$$

assumindo que todos os parâmetros do sistema foram estimados com precisão, ou seja, que $\mathbf{B}(\mathbf{q}) = \hat{\mathbf{B}}(\mathbf{q})$, $\mathbf{C}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}) = \hat{\mathbf{C}}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}})$, $\mathbf{F} = \hat{\mathbf{F}}$ e $\mathbf{g}(\mathbf{q}) = \hat{\mathbf{g}}(\mathbf{q})$.

Definindo \mathbf{y} como:

$$\mathbf{y} = \mathbf{J}_A^{-1}(\mathbf{q})\mathbf{M}_d^{-1} \left[\mathbf{M}_d\ddot{\tilde{\mathbf{x}}} + \mathbf{K}_D\dot{\tilde{\mathbf{x}}} + \mathbf{K}_P\tilde{\mathbf{x}} - \mathbf{M}_d\dot{\mathbf{J}}_A(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}})\dot{\mathbf{q}} \right] \quad (3.25)$$

onde \mathbf{M}_d é uma matriz diagonal definida positiva e lembrando que:

$$\ddot{\mathbf{x}} = \mathbf{J}_A(\mathbf{q})\ddot{\mathbf{q}} + \dot{\mathbf{J}}_A(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}})\dot{\mathbf{q}} \quad (3.26)$$

e que

$$\mathbf{J}^T(\mathbf{q})\mathbf{h} = \mathbf{J}_A^T(\mathbf{q})\mathbf{h}_A \quad (3.27)$$

obtém-se da Equação (3.24), após manipulação algébrica:

$$\mathbf{M}_d\ddot{\tilde{\mathbf{x}}} + \mathbf{K}_D\dot{\tilde{\mathbf{x}}} + \mathbf{K}_P\tilde{\mathbf{x}} = \mathbf{M}_d \left[\mathbf{J}_A^{-T}(\mathbf{q})\mathbf{B}(\mathbf{q})\mathbf{J}_A^{-1}(\mathbf{q}) \right]^T \mathbf{h}_A = \mathbf{M}_d\mathbf{B}_A^{-1}\mathbf{h}_A \quad (3.28)$$

Esta última equação estabelece uma relação entre o vetor de forças resultantes $\mathbf{M}_d\mathbf{B}_A^{-1}\mathbf{h}_A$ e o vetor de deslocamentos $\tilde{\mathbf{x}}$ definidos no espaço operacional, através de uma impedância mecânica generalizada que pode ser atribuída a um sistema mecânico, caracterizado por uma matriz de massa \mathbf{M}_d , uma matriz de amortecimento \mathbf{K}_D e uma matriz de rigidez \mathbf{K}_P , que permitem especificar o comportamento dinâmico ao longo das direções de interesse do espaço operacional. No controle por impedância não existe controle explícito de força, sendo esta controlada indiretamente através dos erros de posição, velocidade e aceleração e de uma impedância ativa definida pelo projetista. Em outras palavras, a força é uma reação ao movimento do efetuador do robô e não é controlada explicitamente, mas indiretamente por meio de um controle de

posição. A presença de \mathbf{B}_A^{-1} na Equação (3.28) torna o sistema acoplado. Caso se deseje manter o sistema linear e desacoplado durante a interação com o meio, torna-se necessário medir a força de contato generalizada \mathbf{h} . Isto pode ser feito através do uso de sensores de força apropriados, que são montados usualmente no punho do manipulador. Neste caso, o movimento passa a ser uma reação da força aplicada pelo efetuador do robô, sendo esta comandada explicitamente, e a lei de controle passa a ser definida por:

$$\boldsymbol{\tau} = \hat{\mathbf{B}}(\mathbf{q})\mathbf{y} + \hat{\mathbf{n}}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}) + \mathbf{J}^T(\mathbf{q})\mathbf{h} \quad (3.29)$$

onde a última parcela do lado direito da igualdade na Equação (3.29) foi introduzida para compensar as forças de contato, tornando o manipulador infinitamente rígido com relação às forças externas. Considerando:

$$\mathbf{y} = \mathbf{J}_A^{-1}(\mathbf{q})\mathbf{M}_d^{-1} \left[\mathbf{M}_d \ddot{\tilde{\mathbf{x}}} + \mathbf{K}_D \dot{\tilde{\mathbf{x}}} + \mathbf{K}_P \tilde{\mathbf{x}} - \mathbf{M}_d \dot{\mathbf{J}}_A(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}})\dot{\mathbf{q}} - \mathbf{h}_A \right] \quad (3.30)$$

resulta para o modelo dinâmico em malha fechada:

$$\mathbf{B}(\mathbf{q})\ddot{\mathbf{q}} + \mathbf{C}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}})\dot{\mathbf{q}} + \mathbf{F}\dot{\mathbf{q}} + \mathbf{g}(\mathbf{q}) = \hat{\mathbf{B}}(\mathbf{q})\mathbf{y} + \hat{\mathbf{C}}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}})\dot{\mathbf{q}} + \hat{\mathbf{F}}\dot{\mathbf{q}} + \hat{\mathbf{g}}(\mathbf{q}) + \mathbf{J}^T(\mathbf{q})\mathbf{h} - \mathbf{J}^T(\mathbf{q})\mathbf{h}$$

ou ainda:

$$\ddot{\mathbf{q}} = \mathbf{y} \quad (3.31)$$

assumindo que todos os parâmetros do sistema foram, como mencionado anteriormente, estimados com precisão, ou seja, que $\mathbf{B}(\mathbf{q}) = \hat{\mathbf{B}}(\mathbf{q})$, $\mathbf{C}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}) = \hat{\mathbf{C}}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}})$, $\mathbf{F} = \hat{\mathbf{F}}$ e $\mathbf{g}(\mathbf{q}) = \hat{\mathbf{g}}(\mathbf{q})$.

Substituindo a Equação (3.30) na Equação (3.31), resulta após manipulação algébrica:

$$\mathbf{M}_d \ddot{\tilde{\mathbf{x}}} + \mathbf{K}_D \dot{\tilde{\mathbf{x}}} + \mathbf{K}_P \tilde{\mathbf{x}} = \mathbf{h}_A \quad (3.32)$$

Pode-se verificar que o controle por impedância permite uma completa caracterização da dinâmica do sistema através de uma impedância ativa especificada pelas matrizes \mathbf{M}_d , \mathbf{K}_D e \mathbf{K}_P . Estas matrizes são normalmente tomadas como matrizes diagonais para facilitar o projeto.

O diagrama de blocos representativo do controle por impedância é dado pela Figura 3.3.

sição desejada, \mathbf{x}_d , tem-se uma força generalizada desejada, \mathbf{h}_{Ad} , como sinal de referência que, por sua vez, ainda entra na determinação de um segundo sinal de referência, \mathbf{x}_F , que é uma referência de posição a ser relacionada a um erro de força.

Considera-se novamente a lei de controle por dinâmica inversa, dada pela Equação (3.29), já mencionada no controle por impedância, só que, desta vez, \mathbf{y} é dada por:

$$\mathbf{y} = \mathbf{J}_A^{-1}(\mathbf{q})\mathbf{M}_d^{-1}[-\mathbf{K}_D\dot{\mathbf{x}} + \mathbf{K}_P(\mathbf{x}_F - \mathbf{x}) - \mathbf{M}_d\dot{\mathbf{J}}_A(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}})\dot{\mathbf{q}}] \quad (3.33)$$

onde:

$$\mathbf{x}_F = \mathbf{C}_F(\mathbf{h}_{Ad} - \mathbf{h}_A) \quad (3.34)$$

com \mathbf{C}_F representando uma matriz diagonal, cujos elementos estabelecem as ações de controle que devem ser realizadas ao longo das direções de interesse do espaço operacional.

Já se sabe do controle por impedância que para a lei de controle τ considerada, dada pela Equação (3.29), resulta para o modelo dinâmico do manipulador rígido em malha fechada a Equação (3.31):

$$\ddot{\mathbf{q}} = \mathbf{y}$$

Resta, portanto, substituir o novo \mathbf{y} , dado pela Equação (3.33), na Equação (3.31), o que irá fornecer:

$$\ddot{\mathbf{q}} = \mathbf{J}_A^{-1}(\mathbf{q})\mathbf{M}_d^{-1}[-\mathbf{K}_D\dot{\mathbf{x}} + \mathbf{K}_P(\mathbf{x}_F - \mathbf{x}) - \mathbf{M}_d\dot{\mathbf{J}}_A(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}})\dot{\mathbf{q}}]$$

$$\mathbf{M}_d(\mathbf{J}_A(\mathbf{q})\ddot{\mathbf{q}} + \dot{\mathbf{J}}_A(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}})\dot{\mathbf{q}}) = -\mathbf{K}_D\dot{\mathbf{x}} - \mathbf{K}_P\mathbf{x} + \mathbf{K}_P\mathbf{x}_F$$

$$\mathbf{M}_d\ddot{\mathbf{x}} + \mathbf{K}_D\dot{\mathbf{x}} + \mathbf{K}_P\mathbf{x} = \mathbf{K}_P\mathbf{x}_F \quad (3.35)$$

que mostra como a nova lei de controle realiza um controle de posição. Verifica-se que $\mathbf{x} \rightarrow \mathbf{x}_F$, com uma dinâmica especificada pela escolha das matrizes \mathbf{M}_d , \mathbf{K}_D e \mathbf{K}_P , quando $t \rightarrow \infty$. Nota-se também que esta lei de controle não adota as ações de compensação relativas à $\dot{\mathbf{x}}_F$ e à $\ddot{\mathbf{x}}_F$. De fato, conforme mencionado anteriormente, medidas de força são tipicamente corrompidas por ruídos e, portanto, uma ação derivativa não pode ser implementada na prática.

Fazendo uso da Equação (3.34), resulta para a Equação (3.35):

$$\mathbf{M}_d \ddot{\mathbf{x}} + \mathbf{K}_D \dot{\mathbf{x}} + \mathbf{K}_P \mathbf{x} = \mathbf{K}_P \mathbf{C}_F (\mathbf{h}_{Ad} - \mathbf{h}_A)$$

$$\mathbf{M}_d \ddot{\mathbf{x}} + \mathbf{K}_D \dot{\mathbf{x}} + \mathbf{K}_P \mathbf{x} + \mathbf{K}_P \mathbf{C}_F \mathbf{h}_A = \mathbf{K}_P \mathbf{C}_F \mathbf{h}_{Ad} \quad (3.36)$$

de onde se conclui que, caso \mathbf{C}_F seja representada por uma ação de controle simplesmente proporcional, então \mathbf{h}_A jamais alcançará \mathbf{h}_{Ad} . Adicionalmente, considerando o meio como elasticamente complacente, verifica-se que \mathbf{x}_e irá influenciar a força de interação inclusive no estado estacionário (regime permanente), conforme Equação (3.39) mostrada a seguir. Para tanto, tem-se que substituindo a Equação (2.40) na Equação (3.36) resulta:

$$\mathbf{M}_d \ddot{\mathbf{x}} + \mathbf{K}_D \dot{\mathbf{x}} + \mathbf{K}_P \mathbf{x} + \mathbf{K}_P \mathbf{C}_F \mathbf{K}_A (\mathbf{x} - \mathbf{x}_e) = \mathbf{K}_P \mathbf{C}_F \mathbf{h}_{Ad}$$

$$\mathbf{M}_d \ddot{\mathbf{x}} + \mathbf{K}_D \dot{\mathbf{x}} + \mathbf{K}_P \mathbf{x} + \mathbf{K}_P \mathbf{C}_F \mathbf{K}_A \mathbf{x} = \mathbf{K}_P \mathbf{C}_F \mathbf{K}_A \mathbf{x}_e + \mathbf{K}_P \mathbf{C}_F \mathbf{h}_{Ad}$$

$$\mathbf{M}_d \ddot{\mathbf{x}} + \mathbf{K}_D \dot{\mathbf{x}} + \mathbf{K}_P (\mathbf{I} + \mathbf{C}_F \mathbf{K}_A) \mathbf{x} = \mathbf{K}_P \mathbf{C}_F (\mathbf{K}_A \mathbf{x}_e + \mathbf{h}_{Ad}) \quad (3.37)$$

onde novamente

$$\mathbf{h}_A = \mathbf{h}_{Rig}$$

Assumindo que uma condição de regime (estado estacionário) foi estabelecida, resulta para a Equação (3.37):

$$(\mathbf{I} + \mathbf{C}_F \mathbf{K}_A) \mathbf{x}_\infty = \mathbf{C}_F (\mathbf{K}_A \mathbf{x}_e + \mathbf{h}_{Ad})$$

$$\mathbf{x}_\infty = (\mathbf{I} + \mathbf{C}_F \mathbf{K}_A)^{-1} \mathbf{C}_F (\mathbf{K}_A \mathbf{x}_e + \mathbf{h}_{Ad}) \quad (3.38)$$

Por fim, empregando a Equação (3.38) na Equação (2.40), que descreve um meio elasticamente complacente, resulta para o valor de regime assumido pelo vetor das forças generalizadas de contato do manipulador sobre o meio ($\mathbf{h}_{A\infty} = \mathbf{h}_{Rig\infty}$):

$$\mathbf{h}_{A\infty} = \mathbf{K}_A [(\mathbf{I} + \mathbf{C}_F \mathbf{K}_A)^{-1} \mathbf{C}_F (\mathbf{K}_A \mathbf{x}_e + \mathbf{h}_{Ad}) - \mathbf{x}_e]$$

ou ainda:

$$\mathbf{h}_{A\infty} = \mathbf{K}_A (\mathbf{I} + \mathbf{C}_F \mathbf{K}_A)^{-1} [\mathbf{C}_F (\mathbf{K}_A \mathbf{x}_e + \mathbf{h}_{Ad}) - (\mathbf{I} + \mathbf{C}_F \mathbf{K}_A) \mathbf{x}_e]$$

$$\mathbf{h}_{A\infty} = \mathbf{K}_A (\mathbf{I} + \mathbf{C}_F \mathbf{K}_A)^{-1} (\mathbf{C}_F \mathbf{h}_{Ad} - \mathbf{x}_e) \quad (3.39)$$

Se \mathbf{C}_F possui, além da ação de controle proporcional, uma ação de controle integral nas componentes de força generalizada, então é possível obter $\mathbf{h}_A = \mathbf{h}_{Ad}$ no estado estacionário e, ao mesmo tempo, rejeitar o efeito de \mathbf{x}_e sobre \mathbf{h}_A . Logo, uma escolha conveniente para \mathbf{C}_F é uma ação de controle proporcional-integral, PI, ou seja:

$$\mathbf{C}_F = \mathbf{K}_F + \mathbf{K}_I \int^t (\cdot) d\zeta \quad (3.40)$$

O diagrama de blocos representativo desta estratégia de controle é dado pela Figura 3.4 como segue:

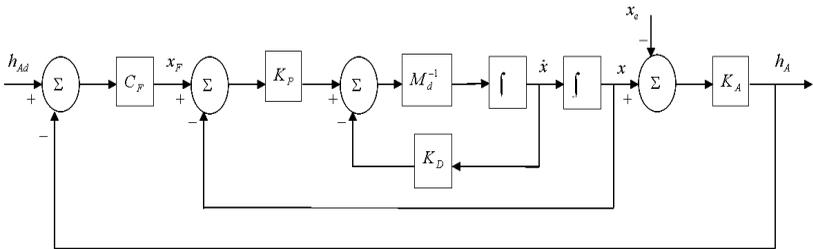


Figura 3.4 – Diagrama de blocos do controle de força com uma malha interna de posição (SCIAVICCO e SICILIANO, 2004).

O sistema dinâmico resultante das Equações (3.37) e (3.40) é de terceira ordem e, portanto, faz-se necessária uma escolha adequada das matrizes \mathbf{K}_D , \mathbf{K}_P , \mathbf{K}_F e \mathbf{K}_I com respeito às características do meio. Uma vez que os valores de rigidez do meio são tipicamente elevados, o peso das ações proporcional e integral deve ser contido e ponderado. A escolha de \mathbf{K}_F e \mathbf{K}_I influencia as margens de estabilidade e a largura da banda de passagem do sistema submetido a um controle de força.

Considerando que um equilíbrio estável é alcançado, onde $\mathbf{h}_{A\infty} = \mathbf{h}_{Ad}$, tem-se que:

$$\mathbf{K}_A \mathbf{x}_\infty = \mathbf{K}_A \mathbf{x}_e + \mathbf{h}_{Ad} \quad (3.41)$$

e, com isto, a Equação (3.37) assume a seguinte forma:

$$\mathbf{M}_d \ddot{\mathbf{x}}_\infty + \mathbf{K}_D \dot{\mathbf{x}}_\infty + \mathbf{K}_P \mathbf{x}_\infty = 0 \quad (3.42)$$

Vale salientar que uma estratégia de controle de força é significativa

apenas para aquelas direções do espaço operacional ao longo das quais forças de interação entre manipulador e meio possam, porventura, se manifestar.

3.2.1.4 Controle de força com uma malha interna de velocidade

A estratégia de controle anterior se repete, sendo que, neste caso, a malha de realimentação de posição foi aberta. Neste caso, a força de interação com o meio coincide, no estado estacionário, com o valor desejado, mesmo que se considere apenas uma ação de controle puramente proporcional. De fato, definindo:

$$\mathbf{y} = \mathbf{J}_A^{-1}(\mathbf{q})\mathbf{M}_d^{-1} \left[-\mathbf{K}_D\dot{\mathbf{x}} + \mathbf{K}_P\mathbf{x}_F - \mathbf{M}_d\dot{\mathbf{J}}_A(\mathbf{q},\dot{\mathbf{q}})\dot{\mathbf{q}} \right] \quad (3.43)$$

e sabendo que para a lei de controle $\boldsymbol{\tau}$ considerada, dada pela Equação (3.29), resulta para o modelo dinâmico do manipulador rígido em malha fechada a Equação (3.31), dada por:

$$\ddot{\mathbf{q}} = \mathbf{y}$$

resta, agora, substituir esse novo \mathbf{y} , dado pela Equação (3.43), na Equação (3.31), o que irá fornecer:

$$\ddot{\mathbf{q}} = \mathbf{J}_A^{-1}(\mathbf{q})\mathbf{M}_d^{-1} \left[-\mathbf{K}_D\dot{\mathbf{x}} + \mathbf{K}_P\mathbf{x}_F - \mathbf{M}_d\dot{\mathbf{J}}_A(\mathbf{q},\dot{\mathbf{q}})\dot{\mathbf{q}} \right]$$

$$\mathbf{M}_d \left(\mathbf{J}_A(\mathbf{q})\ddot{\mathbf{q}} + \dot{\mathbf{J}}_A(\mathbf{q},\dot{\mathbf{q}})\dot{\mathbf{q}} \right) = -\mathbf{K}_D\dot{\mathbf{x}} + \mathbf{K}_P\mathbf{x}_F$$

$$\mathbf{M}_d\ddot{\mathbf{x}} + \mathbf{K}_D\dot{\mathbf{x}} - \mathbf{K}_P\mathbf{x}_F = 0$$

$$\mathbf{M}_d\ddot{\mathbf{x}} + \mathbf{K}_D\dot{\mathbf{x}} + \mathbf{K}_P\mathbf{K}_F\mathbf{h}_A = \mathbf{K}_P\mathbf{K}_F\mathbf{h}_{Ad} \quad (3.44)$$

onde \mathbf{K}_F representa uma ação de controle puramente proporcional à força.

Considerando ainda que:

$$\mathbf{h}_A = \mathbf{h}_{Rig} = \mathbf{K}_A(\mathbf{x} - \mathbf{x}_e)$$

segundo a Equação (2.40), que define um meio elasticamente complacente, resulta para a dinâmica do sistema em malha fechada a seguinte expressão:

$$\mathbf{M}_d \ddot{\mathbf{x}} + \mathbf{K}_D \dot{\mathbf{x}} + \mathbf{K}_p \mathbf{K}_F \mathbf{K}_A \mathbf{x} = \mathbf{K}_p \mathbf{K}_F (\mathbf{K}_A \mathbf{x}_e + \mathbf{h}_{Ad}) \quad (3.45)$$

O diagrama de blocos representativo desta estratégia de controle é dado pela Figura 3.5 como segue:

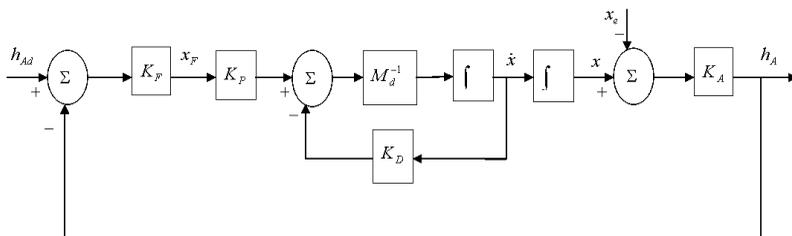


Figura 3.5 – Diagrama de blocos do controle de força com uma malha interna de velocidade (SCIAVICCO e SICILIANO, 2004).

Em uma situação de equilíbrio estável, continua valendo a relação expressa pela Equação (3.41):

$$\mathbf{K}_A \mathbf{x}_\infty = \mathbf{K}_A \mathbf{x}_e + \mathbf{h}_{Ad}$$

resultando para a dinâmica do sistema em malha fechada, dada pela Equação (3.45):

$$\mathbf{M}_d \ddot{\mathbf{x}}_\infty + \mathbf{K}_D \dot{\mathbf{x}}_\infty = 0 \quad (3.46)$$

Vale salientar que o projeto deste controle é simplificado quando comparado ao anterior, uma vez que o sistema resultante é de segunda ordem.

3.2.1.5 Controle paralelo de força e posição

Além do controle de força, esta estratégia objetiva um controle de posição. Ela recebe este nome em vista da presença de uma ação de controle de posição, $\mathbf{K}_p \tilde{\mathbf{x}}$, em paralelo com uma ação de controle de força, $\mathbf{K}_p \mathbf{C}_F (\mathbf{h}_{Ad} - \mathbf{h}_A)$.

Desta forma, o diagrama de blocos referente ao controle de força com uma malha interna de posição, exposto na Figura 3.4, pode ser modificado pela adição da referência \mathbf{x}_d ao somatório das posições, conforme Figura 3.6 a seguir:

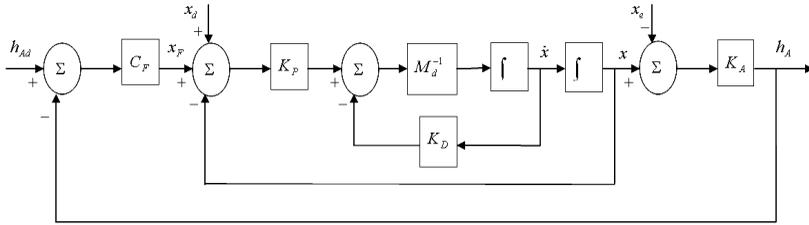


Figura 3.6 – Diagrama de blocos do controle paralelo de força e posição (SCIAVICCO e SICILIANO, 2004).

Isso corresponde a escolher:

$$\mathbf{y} = \mathbf{J}_A^{-1}(\mathbf{q})\mathbf{M}_d^{-1}[-\mathbf{K}_D\dot{\mathbf{x}} + \mathbf{K}_P(\tilde{\mathbf{x}} + \mathbf{x}_F) - \mathbf{M}_d\mathbf{J}_A(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}})\dot{\mathbf{q}}] \quad (3.47)$$

Considerando este valor de \mathbf{y} , expresso pela Equação (3.47), em conjunto com o modelo dinâmico do manipulador rígido em malha fechada, dado pela Equação (3.31), resultante do emprego da lei de controle da Equação (3.29), e considerando ainda um meio elasticamente complacente, segundo a Equação (2.40), obtém-se:

$$\ddot{\mathbf{q}} = \mathbf{J}_A^{-1}(\mathbf{q})\mathbf{M}_d^{-1}[-\mathbf{K}_D\dot{\mathbf{x}} + \mathbf{K}_P(\tilde{\mathbf{x}} + \mathbf{x}_F) - \mathbf{M}_d\mathbf{J}_A(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}})\dot{\mathbf{q}}]$$

$$\mathbf{M}_d(\mathbf{J}_A(\mathbf{q})\ddot{\mathbf{q}} + \dot{\mathbf{J}}_A(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}})\dot{\mathbf{q}}) = -\mathbf{K}_D\dot{\mathbf{x}} + \mathbf{K}_P\tilde{\mathbf{x}} + \mathbf{K}_P\mathbf{x}_F$$

$$\mathbf{M}_d\ddot{\mathbf{x}} + \mathbf{K}_D\dot{\mathbf{x}} + \mathbf{K}_P\mathbf{x} = \mathbf{K}_P\mathbf{x}_d + \mathbf{K}_P\mathbf{C}_F\mathbf{h}_{Ad} - \mathbf{K}_P\mathbf{C}_F\mathbf{h}_A$$

$$\mathbf{M}_d\ddot{\mathbf{x}} + \mathbf{K}_D\dot{\mathbf{x}} + \mathbf{K}_P\mathbf{x} = \mathbf{K}_P\mathbf{x}_d + \mathbf{K}_P\mathbf{C}_F\mathbf{h}_{Ad} - \mathbf{K}_P\mathbf{C}_F\mathbf{K}_A(\mathbf{x} - \mathbf{x}_e) \quad (3.48)$$

onde novamente

$$\mathbf{h}_A = \mathbf{h}_{Rig}$$

Para uma condição de equilíbrio, a Equação (3.48) fornece o seguinte resultado:

$$\mathbf{x}_\infty = \mathbf{x}_d + \mathbf{C}_F(\mathbf{K}_A(\mathbf{x}_e - \mathbf{x}_\infty) + \mathbf{h}_{Ad}) \quad (3.49)$$

Verifica-se, portanto, que, ao longo das direções fora do espaço coluna da matriz de rigidez do meio, $\mathcal{R}(\mathbf{K}_A)$, onde o movimento apresenta-se livre de restrições, a posição de referência \mathbf{x}_d é alcançada por \mathbf{x} . Por outro lado, para aquelas direções definidas no espaço coluna $\mathcal{R}(\mathbf{K}_A)$, onde o movimento apresenta-se restrito, \mathbf{x}_d é tratada como

uma perturbação adicional. A adoção de uma ação de controle integral, como mencionado no controle de força com uma malha interna de posição, garante que a força de referência \mathbf{h}_{Ad} seja alcançada no estado estacionário, a custo de um erro de posição em \mathbf{x} , dependendo da complacência do meio, ou seja:

$$\mathbf{h}_{A\infty} = \mathbf{C}_F^{-1} \tilde{\mathbf{x}} + \mathbf{h}_{Ad} \quad (3.50)$$

3.2.1.6 Controle híbrido de força e posição (ou velocidade)

O aspecto fundamental considerado por esta estratégia é o fato de que não é possível impor força e posição simultaneamente na mesma direção. Para tanto, realiza-se a partição do espaço operacional do manipulador robótico, com base nas restrições impostas pelo meio, em direções com puro controle de posição, para as quais o movimento é livre, e em direções com puro controle de força, onde o movimento resulta restrito. Isto é feito através de matrizes de seleção e implica que, em algumas direções, o sinal de referência deve ser de força e em outras, de posição. Não sendo possível impor força e posição simultaneamente na mesma direção, é preciso garantir que estes sinais de referência sejam compatíveis com a geometria do meio. O desacoplamento estrutural que ocorre nesta estratégia de controle evita o surgimento de interferências indesejadas entre os dois controladores.

Esta estratégia de controle descreve uma tarefa de interação entre manipulador e meio em termos das *restrições naturais e artificiais*⁵, expressas com referência a um sistema de coordenadas conveniente, denominado sistema de coordenadas da restrição. A estrutura de controle em questão utiliza as restrições artificiais para especificar os objetivos do sistema de controle e permite controlar apenas aquelas variáveis que não estão submetidas às restrições naturais. De fato, a ação de controle

⁵ Ao longo de cada grau de liberdade do espaço da tarefa, o meio impõe ou uma restrição de posição ou uma restrição de força ao efetuador do manipulador. Tais restrições são denominadas *restrições naturais*, uma vez que estas são determinadas diretamente pela geometria da tarefa. Por outro lado, ao longo de cada grau de liberdade do espaço da tarefa, o manipulador pode controlar apenas as variáveis que não estão submetidas às restrições naturais. Os valores de referência para estas variáveis são denominados *restrições artificiais*, uma vez que eles são impostos com relação à estratégia empregada para execução da tarefa em questão. É importante observar que as restrições naturais e as restrições artificiais são complementares, ou seja, se em uma dada direção existe uma restrição natural, não poderá haver uma restrição artificial de mesma natureza nesta mesma direção.

não deve jamais afetar as variáveis restritas pelo meio, de forma a evitar conflitos entre o controle e a interação com o meio, o que poderia levar a um comportamento inadequado do sistema.

A estratégia em questão recebe o nome de controle híbrido de força e posição (ou velocidade), visto que as restrições artificiais, por definição, envolvem tanto as variáveis de força quanto as de posição.

As restrições naturais são descritas por um conjunto de componentes vetoriais de velocidade e de forças generalizadas e definidas no sistema de coordenadas da restrição $O-x_r y_r z_r$. Tais restrições podem ser expressas por:

$$\Sigma \mathbf{v}^r = \mathbf{v}_n^r \quad (3.51)$$

$$(\mathbf{I} - \Sigma) \mathbf{h}^r = \mathbf{h}_n^r \quad (3.52)$$

onde \mathbf{v}_n^r e \mathbf{h}_n^r são as restrições naturais de velocidades (linear e angular) e forças (força e momento) generalizadas impostas pelo meio e Σ é uma matriz diagonal, também definida no sistema de coordenadas da restrição $O-x_r y_r z_r$ e, como mencionado anteriormente, denominada matriz de seleção, visto que ela permite selecionar a ação de controle apropriada para cada grau de liberdade da tarefa. Esta matriz é dada por:

$$\Sigma = \begin{bmatrix} \sigma_x & 0 & 0 \\ 0 & \sigma_y & 0 \\ 0 & 0 & \sigma_z \end{bmatrix} \quad (3.53)$$

onde σ_x , σ_y e σ_z são números binários aos quais se atribui valor 1 (um) se o movimento é livre na direção do respectivo eixo (x_r , y_r ou z_r) e 0 (zero) se o movimento é restrito. As matrizes Σ e $(\mathbf{I} - \Sigma)$ são complementares, uma vez que cada grau de liberdade possui uma única restrição natural, ou de velocidade, ou de força.

Uma vez definidas as restrições naturais, o conjunto de restrições artificiais pode ser expresso como:

$$(\mathbf{I} - \Sigma) \mathbf{v}^r = \mathbf{v}_a^r \quad (3.54)$$

$$\Sigma \mathbf{h}^r = \mathbf{h}_a^r \quad (3.55)$$

onde \mathbf{v}_a^r e \mathbf{h}_a^r representam as componentes de velocidades e forças generalizadas que são consideradas para descrever as restrições artificiais.

O diagrama de blocos geral representativo da estratégia de controle híbrido de força e posição (ou velocidade) é mostrado na Figura 3.7.

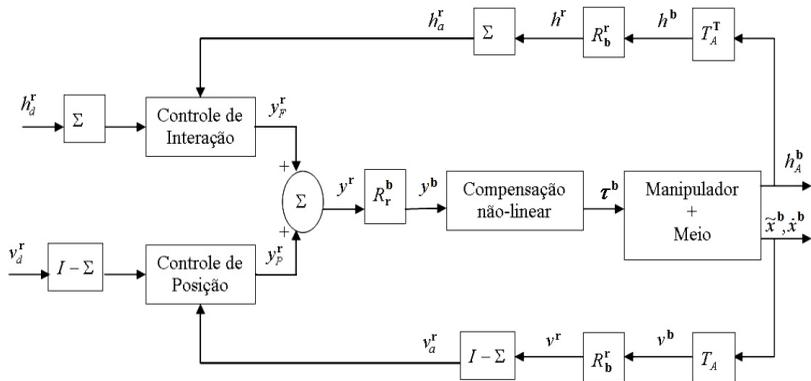


Figura 3.7 – Diagrama de blocos do controle híbrido de força e posição (ou velocidade) (SCI-AVICCO e SICILIANO, 2004).

Assume-se que todas as variáveis de saída necessárias para o controle de força e posição (ou velocidade), definidas no sistema de coordenadas da base $O-x_b y_b z_b$, estão disponíveis ($\tilde{\mathbf{x}}^b$, $\dot{\mathbf{x}}^b$ e \mathbf{h}_A^b). As referências de velocidade, \mathbf{v}_d^r , aceleração, \mathbf{a}_d^r , e força, \mathbf{h}_d^r , expressas no sistema de coordenadas da restrição $O-x_r y_r z_r$, também estão disponíveis como dados de entrada, uma vez que as restrições artificiais foram especificadas.

Primeiramente, faz-se necessário usar a matriz \mathbf{T}_A , dada pela Equação (3.18), e sua transposta para transformar $\tilde{\mathbf{x}}^b$, $\dot{\mathbf{x}}^b$ e \mathbf{h}_A^b em quantidades homogêneas àquelas das restrições artificiais, o que é obtido através de uma mudança na representação de suas orientações. As quantidades obtidas continuam expressas com referência ao sistema de coordenadas da base do manipulador ($O-x_b y_b z_b$). Portanto, faz-se necessário transformá-las em quantidades que possam ser expressas no sistema de coordenadas da restrição, $O-x_r y_r z_r$, onde a tarefa é naturalmente descrita. Isto é feito através da pré-multiplicação destas quantidades pela matriz de rotação \mathbf{R}_b^r .

Formalmente, a matriz \mathbf{T}_A^T opera, como descrito, na força \mathbf{h}_A^b . No entanto, geralmente o valor da força física \mathbf{h} já se encontra disponível devido ao emprego de sensores de força acoplados ao punho do manipulador. A força \mathbf{h} é definida com respeito a um sistema de coordenadas acoplado ao próprio sensor de força, $O_s - \mathbf{x}_s, \mathbf{y}_s, \mathbf{z}_s$, restando, portanto, transformá-la em uma quantidade que possa ser expressa no sistema de coordenadas da restrição $O - \mathbf{x}_r, \mathbf{y}_r, \mathbf{z}_r$.

As estratégias de controle de força e posição a serem empregadas no controle híbrido de força e posição (ou velocidade), podem ser selecionadas dentro de uma gama de estratégias existentes. O controle paralelo de força e posição é uma exceção e deve ser interpretado como uma solução alternativa para o controle híbrido de força e posição (ou velocidade).

Os vetores \mathbf{y}_F^r e \mathbf{y}_P^r , resultantes respectivamente dos blocos de controle de interação e posição, podem ser somados para gerar um sinal de controle único, \mathbf{y}^r , que expressa as ações de controle em todas as componentes da tarefa. Este vetor deve então, ser transformado do sistema de coordenadas da restrição para o sistema de coordenadas da base através da pré-multiplicação de suas componentes lineares e angulares pela matriz $\mathbf{R}_r^b = (\mathbf{R}_b^r)^T$.

Finalmente, dependendo das ações de controle empregadas, pode ser necessário desempenhar ações de compensação não-lineares parciais ou totais, tanto para a força, quanto para a posição.

A lei de controle resultante fornece os torques para o acionamento das juntas do manipulador.

As considerações feitas são fundamentadas em um planejamento perfeito da tarefa, ou seja, no conhecimento da geometria de contato e das dinâmicas do meio e do robô. Yoshikawa (2000) salienta esta necessidade e afirma que, diferentemente do que se observa no controle por impedância, nesta estratégia fazem-se necessários um conhecimento preciso quanto à geometria e a elasticidade do meio, além de um chaveamento entre diferentes modos de controle, força ou posição (velocidade), no momento do contato.

Em situações onde o controle híbrido tem que operar sob condições imperfeitas, no que tange o planejamento da tarefa a ser executada, o comportamento do sistema pode resultar instável.

Esta estratégia de controle, como mencionado anteriormente, é baseada na decomposição do espaço da tarefa em direções com puro controle

de movimento e direções com puro controle de força. No entanto, segundo De Schutter *et. al.* (1997), esta decomposição leva em consideração que as restrições são ideais, ou seja, contatos rígidos, sem atrito e com uma geometria perfeitamente conhecida, o que, na prática, não é possível de se obter.

O meio costuma ser caracterizado por sua impedância, a qual pode ser inercial, em situações onde o meio é empurrado, resistivo, para operações de deslizamento ou de usinagem (desbaste, rebarbação, esmerilhamento, polimento, torneamento etc.), ou capacitivo, caso apresente um comportamento tipo mola (exemplo: parede complacente). Geralmente essas dinâmicas do meio são menos conhecidas que as do robô e erros na geometria de contato modelada podem existir, resultando em movimento nas direções com controle de força e forças de contato nas direções com controle de posição, comportamento típico verificado nas tarefas de usinagem.

Logo, pode-se concluir que o comportamento da impedância em resposta a estas imperfeições mencionadas, as quais são usualmente negligenciadas nos projetos de controle híbrido, é de suma importância.

Desde a sua publicação, esta forma de controle vem sendo discutida, desenvolvida e modificada, não pelos seus fundadores, mas por seus seguidores. As críticas são, em especial, dirigidas à origem de sua concepção. A principal crítica feita a essa estratégia de controle é direcionada a sua inconsistência no aspecto cinemático.

O ataque mais sério é feito por Duffy (1990) que afirma que o controle híbrido é uma falácia e somente funciona para casos mais simples onde existe simetria. Os problemas relatados são a inconsistência dimensional, a dependência na escolha das unidades e a dependência na escolha da origem do sistema de coordenadas.

A dificuldade no projeto do controle híbrido surge na definição da matriz de seleção Σ , pois esta não pode ser obtida simplesmente por inspeção. Isto por ela não ser constante e sim uma função da posição do efetuador. Esta matriz deve ser calculada a cada instante.

O sistema de coordenadas da restrição deve ser, além de conveniente a tarefa, compatível com a geometria do meio, uma vez que é com respeito a ele, o sistema de coordenadas da restrição, que todas as restrições, naturais e artificiais, e a matriz de seleção Σ são expressas. Para tanto, faz-se necessário um perfeito conhecimento da geometria de contato, além das dinâmicas do meio e do robô.

Além destes problemas, o controle híbrido é baseado em uma concepção errônea de ortogonalidade. Ele é claro quando discutido no con-

texto \mathbb{R}^3 , mas para tarefas mais complexas envolvendo movimentos lineares e angulares, a validade da idéia fundamental, ortogonalidade dos graus de liberdade e sub-espacos restritos, deixa de existir.

Duffy (1990) também faz críticas a esse respeito e afirma que a concepção de ortogonalidade descrita no controle híbrido não é consistente.

Entretanto, muitas vezes, a importância da ortogonalidade é superestimada. Pode-se considerar que, para sistemas simétricos de configuração simples e com movimentos que envolvam baixas velocidades, o problema da ortogonalidade não tem tanto efeito sobre o controle a ponto de inviabilizá-lo.

A instabilidade cinemática atribuída ao controle híbrido também não chega a inviabilizá-lo. Ele continua se mostrando, dentro de certos limites operacionais, uma estratégia de controle muito poderosa e estável para controle de robôs em contato com o meio.

A formalização do controle híbrido para um manipulador sujeito apenas a restrições geométricas (ambientes puramente cinemáticos, sem a presença de dinâmicas, ou seja, ambientes rígidos), dispensando o uso de matrizes de seleção, está desenvolvida em Yoshikawa (1987) para o espaço da tarefa e em McClamroch e Wang (1988) para o espaço das juntas. Kankaanranta e Koivo (1988) fizeram um raciocínio semelhante e acabaram por contribuir também para esta formalização do controle híbrido.

De Luca e Manes (1994), por sua vez, desenvolveram uma nova formulação para o controle híbrido, mais abrangente que as anteriores, pois contempla a interação do manipulador com ambientes cinemáticos e/ou dinâmicos e flexíveis, além de facilitar a obtenção da lei de controle, pois as variáveis que se deseja controlar são explicitadas no modelo obtido.

3.2.2 Análise do controle de força através do braço

As características expostas e as críticas realizadas nesta seção se aplicam a todas as estratégias de controle de força baseadas no método de controle de força realizado *através do braço*.

Como o próprio nome sugere, o controle de força realizado *através do braço* deve ser capaz de vencer toda a inércia do manipulador robótico, a qual não costuma ser pequena, no intuito de obter a resposta esperada.

Erlbacher (2005) alega que a principal limitação deste método deve-se justamente ao fato de o robô não ser capaz de fornecer uma resposta física rápida o suficiente para eliminar o erro de força. Este limite torna-

se ainda mais evidente quando se utiliza um meio rígido. Segundo Erlbacher (2005), nestes casos, os limites físicos da resposta do manipulador robótico são facilmente extrapolados.

Para os casos em que não existe uma leitura do sinal de força, qualquer mudança na trajetória de forças implica em uma mudança na trajetória de posições e vice-versa, ou seja, o sistema resulta acoplado.

Segundo Chung e Kim (2005), este método é difícil de implementar em manipuladores robóticos industriais convencionais, visto que estes são geralmente projetados apenas para controle de posição.

Este método tem se mostrado melhor para trabalhar em aplicações envolvendo:

- baixas velocidades que respeitem os limites operacionais e estruturais dos servomotores e do robô como um todo, além de manter a força dentro dos limites desejados, evitando com isto, picos de força que tendem a danificar a superfície da peça;
- meios complacentes que reduzam a sensibilidade a erros de posição;
- peças com superfície plana.

Por fim, segundo Canudas De Wit *et. al.* (1997), Cheah, Kawamura e Arimoto (2003), Chung e Kim (2005), De Schutter *et. al.* (1997), Manes (1992) e Volpe (1990), apesar da diversidade de estratégias existentes que se baseiam no método de controle de força *através do braço*, pode-se restringir estas estratégias a apenas duas categorias: o *controle por impedância* (HOGAN, 1985; KAZEROONI *et. al.*, 1986a) e o *controle híbrido de força e posição (ou velocidade)* (CRAIG, 1986; RAIBERT e CRAIG, 1981).

3.2.3 Controle de força através de uma ferramenta

Neste método de controle, para aplicar uma dada força, o robô deve se mover de forma que a posição final assumida pela ponta da ferramenta resulte parcialmente dentro da peça, ou seja, ultrapasse os limites de sua superfície. A regulagem da força aplicada é feita com base na complacência da ferramenta (LIAO *et. al.*, 2008; LOPES e ALMEIDA, 2008).

Devido à configuração assumida por este método, pode-se empregá-lo tanto em robôs apresentando uma ferramenta complacente em sua extremidade como em equipamentos (ferramentas) complacentes e estacionários, fixos ao solo. Esta característica retrata a flexibilidade do método que permite ao robô ir de encontro à superfície da peça, através do emprego de ferramentas complacentes, ou levar a peça de encontro a

uma ferramenta complacente e estacionária fixa ao solo. No presente trabalho será analisado o emprego do primeiro caso mencionado, onde a ferramenta complacente, acoplada a extremidade do robô, é levada de encontro à peça.

Este método de controle se baseia na decomposição do sistema robótico em dois subsistemas: o robô, considerado rígido, e a ferramenta complacente. O primeiro é empregado apenas para fins de locomoção e posicionamento, enquanto que o segundo, um dispositivo de controle de força montado na extremidade do robô, aplica e controla a força, além de acrescentar um eixo de movimento ao sistema. Este eixo adicional de movimento fornece a complacência necessária para a compensação de erros no posicionamento do robô ou de material adicional inesperado que porventura apareça ao longo do trajeto a ser usinado, permitindo, com isto, a correta realização das operações de usinagem.

A seguir são analisadas as duas estratégias que compõem esse método de controle.

3.2.3.1 Controle independente

O controle independente é a primeira das estratégias que se baseia no desacoplamento do controle de força do controlador do robô e dos servomotores. Aqui, conforme mencionado anteriormente, o manipulador robótico é empregado apenas para fins de locomoção e posicionamento, enquanto que um dispositivo de força, responsável pela aplicação, medição e controle da força, pode ser alocado em uma posição estacionária ou fixo à extremidade do robô. Neste último caso, ilustrado pela Figura 3.8, o dispositivo de controle de força é uma ferramenta auxiliar que acrescenta um eixo de movimento (complacência) ao sistema.

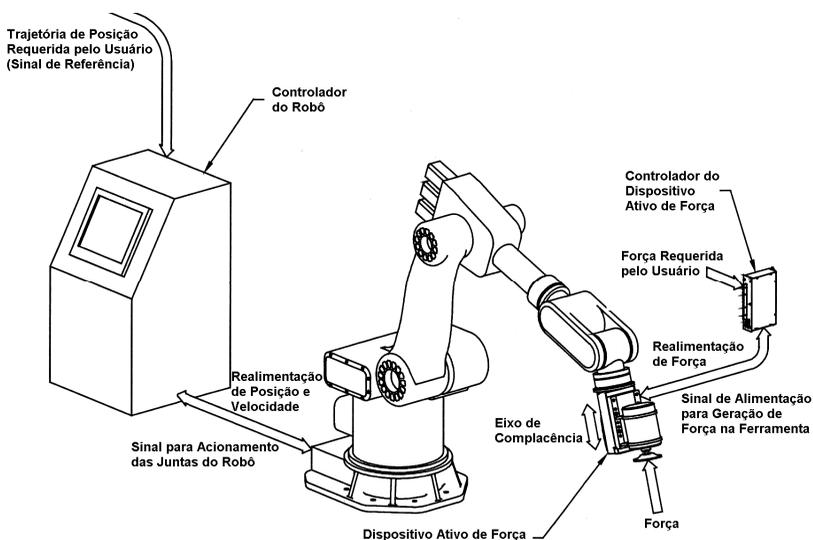


Figura 3.8 – Desenho esquemático de um robô sob a ação de um controle independente (ERLBACHER, 2005).

Buscando manter a força constante e compensar por erros de posição que porventura ocorram ao longo da direção de seu eixo de movimento, o dispositivo de força deve possuir algum meio de atuação. Uma sugestão para o acionamento desse dispositivo é o acionamento pneumático. Um valor reduzido da relação peso/força e uma excelente complacência natural devido à compressibilidade do ar fazem desse sistema uma escolha adequada para um acionamento eficaz.

Quando se acopla o dispositivo de controle de força à extremidade do manipulador robótico, observa-se que o eixo de complacência (eixo ao longo do qual a ferramenta se move) pode ter sua orientação no espaço modificada devido ao movimento do robô e com isso, faz-se necessário compensar as mudanças que ocorrem nos efeitos gravitacionais e inerciais.

A Figura 3.9 mostra o efeito de se mudar a orientação do efetuator do robô. Verifica-se que a magnitude da força aplicada pelo atuador deverá ser modificada dependendo da orientação assumida pelo eixo de complacência ou de movimento do carro porta-ferramenta, no intuito de compensar a força gravitacional (força peso), a qual está sempre orientada na direção vertical e apontada para baixo, e manter a força sobre a mÍdia cortante invariante. O tamanho relativo das flechas indica a magnitude da força que o atuador deve aplicar para cada uma das orientações ilustradas a seguir.

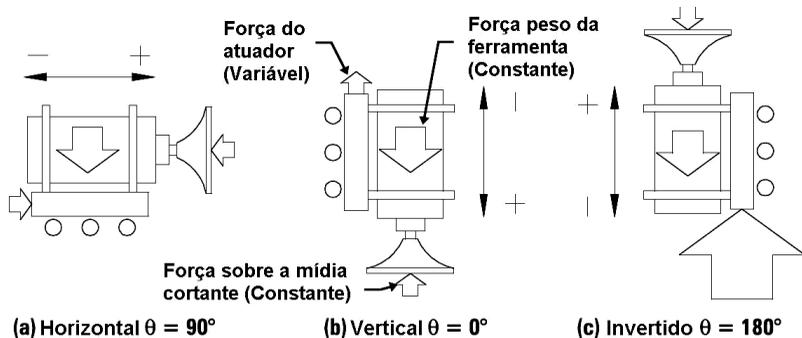


Figura 3.9 – Efeito de se mudar a orientação do efetuador do robô (ERLBACHER, 2005).

O controle de força destas ferramentas pode ser feito tanto de forma passiva quanto de forma ativa. O controle passivo de força é uma estratégia de controle em malha aberta utilizado em situações onde não se faz necessário compensar prováveis erros de força, decorrentes da variação da orientação do efetuador do robô. Por sua vez, o controle ativo de força é uma estratégia em malha fechada auto-ajustável, que permite reduzir prováveis erros de força, caso o efetuador do robô mude sua orientação.

No que diz respeito aos dispositivos pneumáticos de controle passivo de força, Figura 3.10, o ajuste dos reguladores em pressões específicas é realizado no intuito de se fornecer uma força constante (desejada) como sinal de saída.

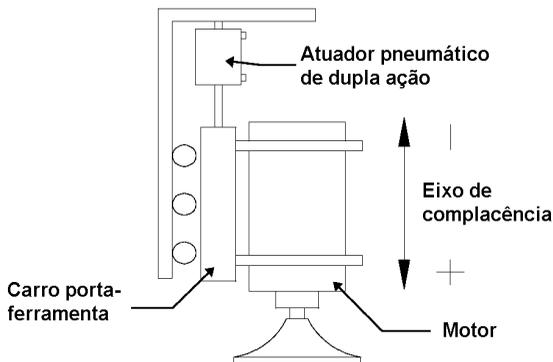


Figura 3.10 – Dispositivo passivo de força (ERLBACHER, 2005).

As pressões no atuador podem ser ajustadas para compensar os efeitos da gravidade, uma vez que estes estão sempre direcionados verticalmente para baixo, mas não existem formas de se determinar a força atual

sendo aplicada pelo dispositivo durante o processo, devido à mudança que ocorre na orientação do efetuator do robô. Logo, à medida que o dispositivo de força se move ao longo da superfície da peça, o carro porta-ferramenta associado a ele tende a se mover para cima e para baixo e com isto, a força sendo aplicada sofre variações. Conclui-se que a ausência de um transdutor para medição desta força dificulta bastante a obtenção de seu valor atual e que seu desconhecimento, mesmo que de forma parcial, pode gerar problemas. A superação destas dificuldades pode ser obtida através do emprego do controle ativo de força. Este controle difere do controle passivo de força devido à utilização de um controlador para gerenciar um sistema em malha fechada que continuamente monitora a força aplicada e corrige eventuais erros. A tecnologia ativa é baseada na leitura direta da força aplicada pelo atuador. Isto garante a obtenção de um sistema bem mais preciso que aquele resultante do método passivo que indiretamente aplica força baseada em medidas de pressão.

No controle ativo de força aplicado às operações automáticas de usinagem, a célula de carga, mostrada na Figura 3.11, permite um monitoramento contínuo da força sendo aplicada pelo atuador. Uma vantagem adicional do acoplamento em série de uma célula de carga é que qualquer atrito no atuador passa a ser incorporado ao sinal de saída de força possibilitando, desta forma, compensá-lo.

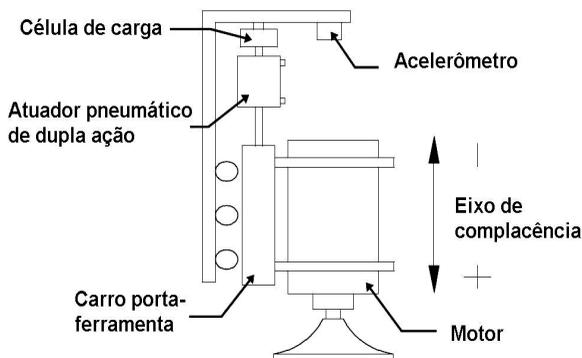


Figura 3.11 – Dispositivo ativo de força (ERLBACHER, 2005).

Quando submetidos ao controle ativo, os reguladores não visam manter a pressão constante e sim, aumentá-la ou diminuí-la no intuito de levar o erro de força para zero. O controle em malha fechada faz com que as pressões no atuador mudem baseadas no sinal do erro de força. O controlador do dispositivo ativo então calcula a pressão requerida pelo

atuador para corrigir o erro de força e com isto, alcançar a força desejada. O resultado final é que o dispositivo ativo fornece uma regulação precisa da força.

O dispositivo ativo deve compensar também os efeitos gravitacionais vinculados ao peso da ferramenta. Para tanto, pode-se incorporar ao dispositivo um acelerômetro de eixo único, fixo ao efetuador do robô. Esse acelerômetro, presente na ferramenta ativa da Figura 3.12, mede o ângulo de orientação ao longo do eixo de movimento do carro portaferramenta, usando o efeito da gravidade.

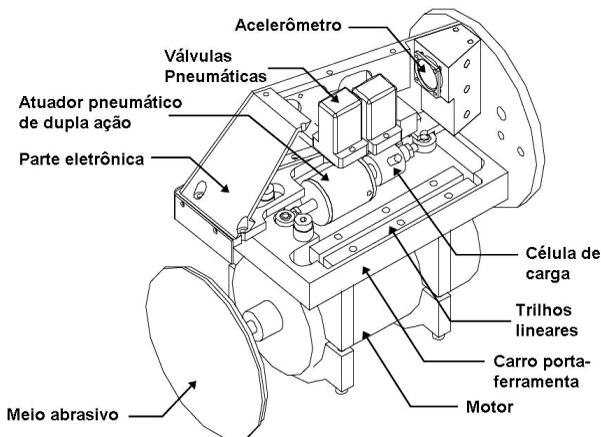


Figura 3.12 – PushCorp, Inc. AFD100-1 Ferramenta ativa de força (ERLBACHER, 2005).

Medindo diretamente a orientação do dispositivo, elimina-se a necessidade de adquirir informações quanto aos ângulos de junta a partir do controlador do robô. O acelerômetro fornece também um sinal de saída contínuo que não é dependente do tempo de resposta, característico do controlador do robô. Isto significa que o sinal do acelerômetro pode ser lido a cada milésimo de segundo ou até mais rápido, resultando em uma força menos variável sobre as superfícies de contorno.

Outra vantagem importante de se acoplar um acelerômetro no efetuador do robô é a leitura direta dos efeitos inerciais induzidos pelo movimento deste sobre a peça.

Os dispositivos ativos de força existentes funcionam com base em um controlador que usa o sinal de força requerida pelo usuário e a transmite automaticamente para a peça com uma precisão de $\pm 0,44N$. Esse controlador permite ainda características adicionais de processamento devido a uma taxa de atualização bem mais rápida do que a obtida com controladores robóticos atuais. Nas aplicações mais simples,

onde a força permanece constante ao longo do processo, um usuário pode impor o valor diretamente no controlador ativo e operar o robô de forma completamente separada (independente). Se o processamento da peça requer níveis diferentes de força em pontos distintos da trajetória do robô, então o controlador ativo deve ser conectado ao controlador do robô. O usuário pode salvar valores de força em diferentes pontos no programa do robô e então, mandar os sinais de força para o controlador ativo baseado na trajetória do efetuador do robô sobre a peça.

No que diz respeito ao comportamento dinâmico do sistema submetido à ação de uma lei de controle independente, tem-se que o subsistema composto pelo manipulador robótico deve ser tratado como um robô rígido sob a ação de uma força e que, conforme mencionado e analisado na Seção 3.2.1.1, apresenta um comportamento estável quando seu controlador é proporcional derivativo. Por outro lado, a força agindo sobre o robô provoca um erro de posicionamento, o qual é dado pela Equação (3.16). Uma análise mais detalhada desta equação também é feita na Seção 3.2.1.1.

É importante lembrar que, se o robô não for suficientemente rígido, a *flexibilidade estrutural* pode gerar um erro em seu posicionamento (CANUDAS DE WIT *et. al.*, 1997; READMAN, 1994). Esta flexibilidade costuma se manifestar nos elos, nas juntas e nas transmissões do robô. Conforme mencionado anteriormente, Seção 3.2, este problema pode ser tratado através de uma metodologia (PAN e ZHANG, 2008; ZHANG *et. al.*, 2005) que consiste na modelagem da rigidez, na compensação da deformação em tempo real e na remoção controlada de material.

A análise de estabilidade do dispositivo de força, por sua vez, está vinculada à observação do comportamento dinâmico de seu atuador pneumático submetido à ação de uma força que necessita ser controlada. Em virtude da complacência associada a esse dispositivo, gera-se um erro de posição sobre ele como consequência das variações de força que ocorrem, decorrentes das variações não previstas da superfície da peça. Este erro no posicionamento necessita ser compensado e, para tanto, realimentado ao manipulador robótico, o qual é o responsável direto pela locomoção e posicionamento da ferramenta.

Uma possível solução seria a aplicação de um controle coordenado que segue uma filosofia semelhante à do controle independente, sendo que, neste caso, existe uma comunicação entre as dinâmicas dos subsistemas envolvidos no intuito de se corrigir esses erros de posição. Tal estratégia de controle é brevemente discutida na próxima seção.

3.2.3.2 Controle coordenado

O controle coordenado, como mencionado na seção anterior, é uma evolução do controle independente, onde os dois subsistemas, robô e ferramenta, possuem uma comunicação que visa corrigir os erros de posição provocados pela ferramenta devido a sua complacência e às variações de força que ocorrem, decorrentes das variações não previstas da superfície da peça.

Esta estratégia de controle é empregada em Chung e Kim (2005), Kim e Chung (2006) e Kim *et. al.* (2008). Os artigos em questão tratam da modelagem e do controle de um manipulador robótico rígido com uma nova ferramenta de rebarbação acionada pneumaticamente e que assume configurações distintas: uma composta por um único atuador pneumático e uma câmara passiva que garante a complacência necessária para reduzir as vibrações causadas pela compressibilidade do ar e outra que integra dois atuadores pneumáticos no intuito de otimizar a ação de corte (duplica a ação de corte). A última das ferramentas mencionadas aparece ilustrada na Figura 3.13.

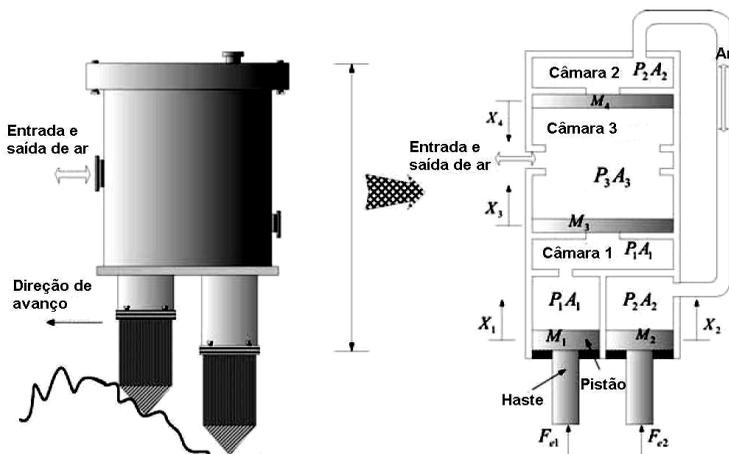


Figura 3.13 – Ferramenta com dois atuadores pneumáticos integrados (CHUNG e KIM, 2005).

O manipulador robótico é comandado para seguir uma trajetória desejada que é modificada com base na posição assumida pelo segundo pistão da ferramenta projetada. Esta, por sua vez, adota um esquema de controle realimentado ativo, desenvolvido para fornecer a complacência necessária ao processo de rebarbação robótica no intuito de acomodar as forças de interação.

No que diz respeito ao funcionamento da ferramenta, tem-se que o

primeiro gume, associado ao primeiro pistão, fica responsável pela remoção do material e o segundo gume, associado ao segundo pistão, atenta para eliminar o material remanescente que não foi removido no passe do primeiro gume. Ainda assim, caso o material não seja completamente removido, esse é incorporado à trajetória desejada para efeito de compensação.

Equações de restrição são obtidas em termos das variáveis de posição e derivadas duas vezes para obter uma relação em termos das acelerações que, por sua vez, integra os controladores independentes no intuito de provar a estabilidade do sistema.

Uma realimentação não-linear é adotada no projeto deste controle coordenado no intuito de se obter um sistema com uma dinâmica perfeitamente linearizada e um desacoplamento adequado entre os sinais de entrada e saída. Tal processo de linearização considera um conhecimento perfeito da geometria de contato, visto que o sinal de realimentação dinâmica não-linear é função da mesma.

O sistema robótico resultante considera não só a interação ao longo da ferramenta, como do manipulador e da peça e casa a dinâmica da ferramenta com o projeto de controle que considera explicitamente as informações do processo de rebarbação.

Três configurações distintas da ferramenta são consideradas e testadas em conjunto com o manipulador robótico: a rígida, a com um único atuador pneumático e a com dois atuadores pneumáticos integrados. É feito então, um estudo comparativo para avaliar o desempenho do manipulador robótico no processo de rebarbação com cada uma dessas três ferramentas. Resultados de simulação mostram que o sistema robótico desenvolvido reduz a vibração do robô e melhora significativamente a precisão da operação de rebarbação.

3.2.4 Análise do controle de força através de uma ferramenta

As características expostas e as críticas realizadas nesta seção se aplicam a todas as estratégias de controle de força baseadas no método de controle de força realizado *através de uma ferramenta*.

Verifica-se que o tempo de resposta é minimizado comparado ao do método de controle de força *através do braço*, em consequência da pequena carga inercial a ser vencida, a qual, neste caso, se resume à massa da ferramenta. Em decorrência desta resposta física mais rápida do robô, o erro de força gerado é amenizado, fazendo com que os valores projetado e real resultem mais próximos um do outro.

A aplicação deste método em manipuladores robóticos industriais

convencionais, os quais, como mencionado anteriormente, são geralmente projetados visando apenas o controle de posição, é mais viável do que a aplicação do método de controle de força *através do braço*, em virtude da decomposição que ocorre no sistema robótico e da descentralização do controle. Estes fatores possibilitam aproveitar esses manipuladores, simplesmente pela adoção de uma estratégia de controle desta categoria em conjunto com uma ferramenta ativa, o que, no caso dos métodos clássicos de controle (através do braço), não é tão fácil de se conseguir.

O método em questão já não exige mais que o meio seja complacente (uma limitação importante), como observado no método de controle de força *através do braço*, visto que a ferramenta já garante a complacência necessária para a realização das operações de usinagem.

Uma limitação deste método são os erros de posição gerados na ferramenta, em virtude de sua complacência, consequentes da tentativa de se manter uma força de contato constante. Esses erros de posição significam que a ferramenta sofreu um desvio de sua trajetória programada e que um novo passe se faz necessário para garantir a completa remoção da parcela de material excedente.

Deve-se salientar que a ferramenta acoplada ao robô só poderá operar em posições intermediárias do curso de seu atuador. De fato, se os extremos do atuador forem alcançados, ou a ferramenta fica incapaz de imprimir uma força ou ela perde toda a sua complacência, tornando o sistema infinitamente rígido.

3.3 Conclusões do capítulo

Neste capítulo foram apresentadas diferentes estratégias de controle no intuito de fornecer ao leitor um panorama daquilo que pode ser feito em termos do controle de força, seja a partir do manipulador robótico ou de uma ferramenta ativa. Entretanto, diante das conclusões tomadas com respeito à formulação, ao emprego e às limitações de cada uma das estratégias de controle mencionadas neste capítulo, apenas duas serão exploradas nos capítulos posteriores no que tange sua aplicação em tarefas de usinagem de superfícies. Estas são: o controle de rigidez (Seção 3.2.1.1) e o controle por impedância (Seção 3.2.1.2). O controle coordenado seria uma terceira possibilidade de ser explorada, mas em virtude do alto custo envolvido na aquisição do dispositivo (ferramenta) ativo, necessário para a implementação da estratégia, esta ficará como sugestão para trabalhos futuros.

4 CONTROLE DA INTERAÇÃO EM OPERAÇÕES DE USINAGEM DE SUPERFÍCIES

O objetivo deste capítulo é adaptar alguns dos métodos de controle da interação apresentados no Capítulo 3 a casos envolvendo também o controle do seguimento de trajetória e posteriormente analisar suas influências sobre o sistema em tarefas de usinagem de superfícies. Com este intuito, os controladores deverão capacitar o robô a realizar, de forma combinada, um seguimento de trajetória, ajustando a superfície da peça a um perfil final previamente determinado no planejamento da tarefa⁶, e um seguimento de força, que garanta as condições de corte, além do contato entre robô e meio, e que esteja dentro de certos limites operacionais, zelando assim, pela integridade da peça e do equipamento. Diante disso, com base nos experimentos realizados e levando-se em conta o modelo de forças proposto no Capítulo 2, sintetizaram-se alguns controladores que permitem ao robô a realização de algumas tarefas de usinagem de superfícies.

4.1 Controle de rigidez adaptado ao seguimento de trajetória

Quando se incorpora o seguimento de trajetória ao controle de rigidez que, anteriormente, no Capítulo 3, estava desenvolvido apenas para o controle ponto-a-ponto, verifica-se que a estratégia de controle sofre modificações com base no conceito da Passividade⁷ (CANUDAS DE WIT *et. al.*, 1997; SLOTINE e LI, 1991). Esta nova formulação do controle de rigidez, para que seja mais facilmente compreendida, faz uso da dinâmica do sistema definida no espaço operacional. Partindo da equação dinâmica definida no espaço de juntas, expressa pela Equação (3.1):

$$\mathbf{B}(\mathbf{q})\ddot{\mathbf{q}} + \mathbf{C}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}})\dot{\mathbf{q}} + \mathbf{F}\dot{\mathbf{q}} + \mathbf{g}(\mathbf{q}) = \boldsymbol{\tau}$$

⁶ O planejamento da tarefa envolve o planejamento da trajetória, o projeto do controlador (especificação dos ganhos) e, no caso da interação com o meio, a posição e as propriedades deste.

⁷ Os esquemas de controle baseados no conceito da Passividade surgiram como uma alternativa de projeto aos esquemas de controle baseados na teoria de Lyapunov. Esta nova formulação permite projetar estratégias de controle que exploram explicitamente as propriedades da passividade do modelo Lagrangiano. Em comparação com o método da dinâmica inversa, espera-se que os controladores baseados no conceito da Passividade resultem com características mais robustas, visto que estes não são baseados no cancelamento exato das não-linearidades do manipulador.

e empregando as relações cinemáticas entre o espaço operacional e o espaço de juntas, dadas pelas Equações (4.1) e (4.2):

$$\begin{aligned}\dot{\mathbf{x}} &= \mathbf{J}_A \dot{\mathbf{q}} \\ \dot{\mathbf{q}} &= \mathbf{J}_A^{-1} \dot{\mathbf{x}}\end{aligned}\quad (4.1)$$

$$\begin{aligned}\ddot{\mathbf{x}} &= \mathbf{J}_A \ddot{\mathbf{q}} + \dot{\mathbf{J}}_A \dot{\mathbf{q}} \\ \ddot{\mathbf{q}} &= \mathbf{J}_A^{-1} \ddot{\mathbf{x}} - \mathbf{J}_A^{-1} \dot{\mathbf{J}}_A \dot{\mathbf{q}} \\ \ddot{\mathbf{q}} &= \mathbf{J}_A^{-1} \ddot{\mathbf{x}} - \mathbf{J}_A^{-1} \dot{\mathbf{J}}_A \mathbf{J}_A^{-1} \dot{\mathbf{x}}\end{aligned}\quad (4.2)$$

resulta, após substituição:

$$\mathbf{B}(\mathbf{q})(\mathbf{J}_A^{-1} \ddot{\mathbf{x}} - \mathbf{J}_A^{-1} \dot{\mathbf{J}}_A \mathbf{J}_A^{-1} \dot{\mathbf{x}}) + \mathbf{C}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}) \mathbf{J}_A^{-1} \dot{\mathbf{x}} + \mathbf{F} \mathbf{J}_A^{-1} \dot{\mathbf{x}} + \mathbf{g}(\mathbf{q}) = \boldsymbol{\tau} \quad (4.3)$$

O sinal de controle $\boldsymbol{\tau}$, definido no espaço de juntas, mantém uma relação com o sinal de controle \mathbf{u} , definido no espaço operacional, através da seguinte expressão:

$$\boldsymbol{\tau} = \mathbf{J}_A^T \mathbf{u} \quad (4.4)$$

Substituindo a Equação (4.4) na Equação (4.3), resulta como expressão final para a dinâmica do sistema no espaço operacional:

$$\begin{aligned}\mathbf{J}_A^{-T} \mathbf{B}(\mathbf{q}) \mathbf{J}_A^{-1} \ddot{\mathbf{x}} + [\mathbf{J}_A^{-T} \mathbf{C}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}) \mathbf{J}_A^{-1} - \mathbf{J}_A^{-T} \mathbf{B}(\mathbf{q}) \mathbf{J}_A^{-1} \dot{\mathbf{J}}_A \mathbf{J}_A^{-1}] \dot{\mathbf{x}} + \\ \mathbf{J}_A^{-T} \mathbf{F} \mathbf{J}_A^{-1} \dot{\mathbf{x}} + \mathbf{J}_A^{-T} \mathbf{g}(\mathbf{q}) = \mathbf{u}\end{aligned}\quad (4.5)$$

ou ainda:

$$\overline{\mathbf{B}}(\mathbf{q}) \ddot{\mathbf{x}} + \overline{\mathbf{C}}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}) \dot{\mathbf{x}} + \overline{\mathbf{F}} \dot{\mathbf{x}} + \overline{\mathbf{g}}(\mathbf{q}) = \mathbf{u} \quad (4.6)$$

onde:

$$\begin{aligned}\overline{\mathbf{B}}(\mathbf{q}) &= \mathbf{J}_A^{-T} \mathbf{B}(\mathbf{q}) \mathbf{J}_A^{-1} \\ \overline{\mathbf{C}}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}) &= \mathbf{J}_A^{-T} \mathbf{C}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}) \mathbf{J}_A^{-1} - \mathbf{J}_A^{-T} \mathbf{B}(\mathbf{q}) \mathbf{J}_A^{-1} \dot{\mathbf{J}}_A \mathbf{J}_A^{-1} \\ \overline{\mathbf{F}} &= \mathbf{J}_A^{-T} \mathbf{F} \mathbf{J}_A^{-1}\end{aligned}$$

e

$$\bar{\mathbf{g}}(\mathbf{q}) = \mathbf{J}_A^{-T} \mathbf{g}(\mathbf{q})$$

Todos estes coeficientes dinâmicos, $\bar{\mathbf{B}}(\mathbf{q})$, $\bar{\mathbf{C}}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}})$, $\bar{\mathbf{F}}$ e $\bar{\mathbf{g}}(\mathbf{q})$, estão definidos no espaço operacional e representam, respectivamente, as matrizes de inércia, dos efeitos centrífugos e de Coriolis, dos coeficientes de atrito viscoso e o vetor de torques gravitacionais.

No caso de existir alguma interação do robô com o meio, a Equação (4.6) passa a ser expressa por:

$$\bar{\mathbf{B}}(\mathbf{q})\ddot{\mathbf{x}} + \bar{\mathbf{C}}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}})\dot{\mathbf{x}} + \bar{\mathbf{F}}\dot{\mathbf{x}} + \bar{\mathbf{g}}(\mathbf{q}) = \mathbf{u} - \mathbf{h}_A \quad (4.7)$$

onde \mathbf{h}_A , conforme exposto no Capítulo 3, descreve o vetor de forças e momentos generalizados, definido no espaço operacional, que se manifesta em virtude da interação existente entre robô e meio.

Estabelecida a dinâmica do sistema no espaço operacional com força aplicada, dada pela Equação (4.7), o primeiro passo a ser tomado para concretizar a nova formulação do controle de rigidez é definir as variáveis de referência de posição para o seguimento de trajetória:

$$\dot{\mathbf{x}}_r = \dot{\mathbf{x}}_d + \Lambda \tilde{\mathbf{x}} \quad (4.8)$$

$$\ddot{\mathbf{x}}_r = \ddot{\mathbf{x}}_d + \Lambda \dot{\tilde{\mathbf{x}}} \quad (4.9)$$

e

$$\boldsymbol{\sigma} = \dot{\mathbf{x}}_r - \dot{\mathbf{x}}$$

a qual, segundo a Equação (3.4), pode ser reescrita como:

$$\boldsymbol{\sigma} = \dot{\tilde{\mathbf{x}}} + \Lambda \tilde{\mathbf{x}} \quad (4.10)$$

onde Λ é uma matriz de ganhos simétrica, definida e positiva, a ser escolhida pelo projetista.

Admitindo que \mathbf{K}_D representa uma matriz de ganhos definida positiva, também especificada no projeto do controlador conforme exposto no Capítulo 3, e que $\hat{\bar{\mathbf{B}}}(\mathbf{q})$, $\hat{\bar{\mathbf{C}}}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}})$, $\hat{\bar{\mathbf{F}}}$ e $\hat{\bar{\mathbf{g}}}(\mathbf{q})$ são, respectivamente, estimativas das matrizes $\bar{\mathbf{B}}(\mathbf{q})$, $\bar{\mathbf{C}}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}})$, $\bar{\mathbf{F}}$ e $\bar{\mathbf{g}}(\mathbf{q})$, se for definido um sinal de controle:

$$\mathbf{u} = \hat{\mathbf{B}}(\mathbf{q})\ddot{\mathbf{x}}_r + \hat{\mathbf{C}}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}})\dot{\mathbf{x}}_r + \hat{\mathbf{F}}\dot{\mathbf{x}}_r + \hat{\mathbf{g}}(\mathbf{q}) + \mathbf{K}_D\boldsymbol{\sigma} \quad (4.11)$$

e este for empregado na dinâmica do sistema definida pela Equação (4.7), considerando ainda que todos estes coeficientes da dinâmica do sistema são precisamente conhecidos, ou seja, $\overline{\mathbf{B}}(\mathbf{q}) = \hat{\mathbf{B}}(\mathbf{q})$, $\overline{\mathbf{C}}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}) = \hat{\mathbf{C}}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}})$, $\overline{\mathbf{F}} = \hat{\mathbf{F}}$ e $\overline{\mathbf{g}}(\mathbf{q}) = \hat{\mathbf{g}}(\mathbf{q})$, resulta para a dinâmica do erro de seguimento em malha fechada:

$$\overline{\mathbf{B}}(\mathbf{q})(\ddot{\mathbf{x}}_r - \ddot{\mathbf{x}}) + \overline{\mathbf{C}}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}})(\dot{\mathbf{x}}_r - \dot{\mathbf{x}}) + \overline{\mathbf{F}}(\dot{\mathbf{x}}_r - \dot{\mathbf{x}}) + \mathbf{K}_D\boldsymbol{\sigma} = \mathbf{h}_A$$

$$\overline{\mathbf{B}}(\mathbf{q})\dot{\boldsymbol{\sigma}} + \overline{\mathbf{C}}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}})\boldsymbol{\sigma} + \overline{\mathbf{F}}\boldsymbol{\sigma} + \mathbf{K}_D\boldsymbol{\sigma} = \mathbf{h}_A \quad (4.12)$$

Seja a função de Lyapunov candidata,

$$V(\boldsymbol{\sigma}, \tilde{\mathbf{x}}) = \frac{1}{2}\boldsymbol{\sigma}^T \overline{\mathbf{B}}(\mathbf{q})\boldsymbol{\sigma} + \frac{1}{2}\tilde{\mathbf{x}}^T \overline{\mathbf{M}}\tilde{\mathbf{x}} > 0 \quad \forall \boldsymbol{\sigma}, \tilde{\mathbf{x}} \neq 0 \quad (4.13)$$

onde $\overline{\mathbf{M}}$ é uma matriz simétrica definida positiva e constante.

A derivada dessa função de Lyapunov candidata em relação ao tempo resulta:

$$\dot{V} = \frac{1}{2}\boldsymbol{\sigma}^T \dot{\overline{\mathbf{B}}}(\mathbf{q})\boldsymbol{\sigma} + \boldsymbol{\sigma}^T \overline{\mathbf{B}}(\mathbf{q})\dot{\boldsymbol{\sigma}} + \tilde{\mathbf{x}}^T \overline{\mathbf{M}}\dot{\tilde{\mathbf{x}}} \quad (4.14)$$

Substituindo o valor de $\overline{\mathbf{B}}(\mathbf{q})\dot{\boldsymbol{\sigma}}$, extraído da Equação (4.12), na Equação (4.14):

$$\dot{V} = \frac{1}{2}\boldsymbol{\sigma}^T \left(\dot{\overline{\mathbf{B}}}(\mathbf{q}) - 2\overline{\mathbf{C}}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}) \right) \boldsymbol{\sigma} - \boldsymbol{\sigma}^T (\overline{\mathbf{F}} + \mathbf{K}_D) \boldsymbol{\sigma} + \boldsymbol{\sigma}^T \mathbf{h}_A + \tilde{\mathbf{x}}^T \overline{\mathbf{M}}\dot{\tilde{\mathbf{x}}} \quad (4.15)$$

$$\dot{V} = -\boldsymbol{\sigma}^T \overline{\mathbf{F}} \boldsymbol{\sigma} - \left(\dot{\tilde{\mathbf{x}}}^T + \tilde{\mathbf{x}}^T \Lambda \right) \mathbf{K}_D \left(\dot{\tilde{\mathbf{x}}} + \Lambda \tilde{\mathbf{x}} \right) + \boldsymbol{\sigma}^T \mathbf{h}_A + \tilde{\mathbf{x}}^T \overline{\mathbf{M}}\dot{\tilde{\mathbf{x}}}$$

$$\dot{V} = -\boldsymbol{\sigma}^T \overline{\mathbf{F}} \boldsymbol{\sigma} - \tilde{\mathbf{x}}^T \mathbf{K}_D \dot{\tilde{\mathbf{x}}} - \tilde{\mathbf{x}}^T \Lambda \mathbf{K}_D \Lambda \tilde{\mathbf{x}} - \tilde{\mathbf{x}}^T \mathbf{K}_D \Lambda \tilde{\mathbf{x}} - \tilde{\mathbf{x}}^T \Lambda \mathbf{K}_D \dot{\tilde{\mathbf{x}}} + \boldsymbol{\sigma}^T \mathbf{h}_A + \tilde{\mathbf{x}}^T \overline{\mathbf{M}}\dot{\tilde{\mathbf{x}}}$$

e escolhendo $\overline{\mathbf{M}} = 2\Lambda \mathbf{K}_D$ resulta:

$$\dot{V} = -\boldsymbol{\sigma}^T \overline{\mathbf{F}} \boldsymbol{\sigma} - \tilde{\mathbf{x}}^T \mathbf{K}_D \dot{\tilde{\mathbf{x}}} - \tilde{\mathbf{x}}^T \Lambda \mathbf{K}_D \Lambda \tilde{\mathbf{x}} + \boldsymbol{\sigma}^T \mathbf{h}_A \quad (4.16)$$

O último termo do lado direito da igualdade da Equação (4.16) im-

possibilita afirmar que a expressão é definida negativa. Os demais termos são todos negativos, $\forall \boldsymbol{\sigma}, \tilde{\mathbf{x}}, \dot{\tilde{\mathbf{x}}} \neq 0$. Diante disto, analisa-se para que condições a Equação (4.16) resulta definida negativa para, desta forma, garantir a estabilidade do sistema em malha fechada.

Com este intuito, realiza-se uma decomposição do termo representativo da força, $\boldsymbol{\sigma}^T \mathbf{h}_A$, que fornece:

$$\begin{aligned}\boldsymbol{\sigma}^T \mathbf{h}_A &= (\dot{\tilde{\mathbf{x}}}^T + \tilde{\mathbf{x}}^T \Lambda) \mathbf{h}_A \\ \boldsymbol{\sigma}^T \mathbf{h}_A &= \dot{\tilde{\mathbf{x}}}^T \mathbf{h}_A + \tilde{\mathbf{x}}^T \Lambda \mathbf{h}_A\end{aligned}\quad (4.17)$$

a qual pode ser reescrita na forma matricial como:

$$\boldsymbol{\sigma}^T \mathbf{h}_A = \begin{bmatrix} \tilde{\mathbf{x}}^T & \dot{\tilde{\mathbf{x}}}^T \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Lambda \\ \mathbf{I} \end{bmatrix} \mathbf{h}_A \quad (4.18)$$

Definindo o vetor de erros como:

$$\boldsymbol{\rho}^T = \begin{bmatrix} \tilde{\mathbf{x}}^T & \dot{\tilde{\mathbf{x}}}^T \end{bmatrix}$$

e

$$\mathbf{F}_{AE} = \begin{bmatrix} \Lambda \\ \mathbf{I} \end{bmatrix} \mathbf{h}_A$$

a Equação (4.18) passa a ser dada por:

$$\boldsymbol{\sigma}^T \mathbf{h}_A = \boldsymbol{\rho}^T \mathbf{F}_{AE} \quad (4.19)$$

e a Equação (4.16), por sua vez, pode ser reescrita na forma matricial da seguinte maneira:

$$\dot{\mathbf{V}} = - \begin{bmatrix} \tilde{\mathbf{x}}^T & \dot{\tilde{\mathbf{x}}}^T \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Lambda(\bar{\mathbf{F}} + \mathbf{K}_D) \Lambda & \Lambda \bar{\mathbf{F}} \\ \bar{\mathbf{F}} \Lambda & \bar{\mathbf{F}} + \mathbf{K}_D \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \tilde{\mathbf{x}} \\ \dot{\tilde{\mathbf{x}}} \end{bmatrix} + \boldsymbol{\rho}^T \mathbf{F}_{AE} \quad (4.20)$$

ou ainda:

$$\dot{\mathbf{V}} = -\boldsymbol{\rho}^T \bar{\mathbf{N}}_1 \boldsymbol{\rho} + \boldsymbol{\rho}^T \mathbf{F}_{AE} \quad (4.21)$$

onde:

$$\bar{\mathbf{N}}_1 = \begin{bmatrix} \Lambda(\bar{\mathbf{F}} + \mathbf{K}_D)\Lambda & \Lambda\bar{\mathbf{F}} \\ \bar{\mathbf{F}}\Lambda & \bar{\mathbf{F}} + \mathbf{K}_D \end{bmatrix} \quad (4.22)$$

Como:

$$\boldsymbol{\rho}^T \bar{\mathbf{N}}_1 \boldsymbol{\rho} \geq \lambda_{\min}(\bar{\mathbf{N}}_1) \|\boldsymbol{\rho}\|^2 \quad (4.23)$$

$$-\boldsymbol{\rho}^T \bar{\mathbf{N}}_1 \boldsymbol{\rho} \leq -\lambda_{\min}(\bar{\mathbf{N}}_1) \|\boldsymbol{\rho}\|^2 \quad (4.24)$$

resultando para a Equação (4.21):

$$\dot{\mathbf{V}} \leq -\lambda_{\min}(\bar{\mathbf{N}}_1) \|\boldsymbol{\rho}\|^2 + \boldsymbol{\rho}^T \mathbf{F}_{AE} \quad (4.25)$$

$$\dot{\mathbf{V}} \leq -\lambda_{\min}(\bar{\mathbf{N}}_1) \|\boldsymbol{\rho}\|^2 + \|\boldsymbol{\rho}\| \|\mathbf{F}_{AE}\| \quad (4.26)$$

Se for garantido que:

$$-\lambda_{\min}(\bar{\mathbf{N}}_1) \|\boldsymbol{\rho}\|^2 + \|\boldsymbol{\rho}\| \|\mathbf{F}_{AE}\| \leq 0 \quad (4.27)$$

verifica-se, por consequência, que:

$$\dot{\mathbf{V}} \leq 0 \quad (4.28)$$

Resulta da Equação (4.27):

$$-\lambda_{\min}(\bar{\mathbf{N}}_1) \|\boldsymbol{\rho}\|^2 \leq -\|\boldsymbol{\rho}\| \|\mathbf{F}_{AE}\| \quad (4.29)$$

$$\|\boldsymbol{\rho}\| \geq \frac{\|\mathbf{F}_{AE}\|}{\lambda_{\min}(\bar{\mathbf{N}}_1)} \quad (4.30)$$

que diz que o erro obtido para o sistema em malha fechada, descrito pela Equação (4.12), tende a um conjunto residual de raio $\|\boldsymbol{\rho}\|$ que, por sua vez, representa a norma do vetor de erros, função de $\|\mathbf{F}_{AE}\|$, de alguns dos parâmetros da dinâmica do manipulador e dos ganhos do controlador. Em outras palavras, $\|\boldsymbol{\rho}\|$ define a fronteira de um conjunto residual de erros para o qual o sistema tende, quando $t \rightarrow \infty$ (GUENTHER *et al.*, 2006).

4.1.1 Controle de rigidez adaptado ao seguimento de trajetória aplicado em operações de usinagem de superfícies

Considera-se que a força de interação é ocasionada pela força total de usinagem e que o modelo representativo desta força a ser empregado é aquele definido no sistema de coordenadas C do ponto de contato entre ferramenta e meio, dado pela Equação (2.61), ou seja:

$$\mathbf{h}_A^c = \mathbf{C}_A(\mathbf{x}_e^c, \mathbf{x}^c, \dot{\mathbf{x}}^c) \ddot{\mathbf{x}}^c + \mathbf{K}_{A\%}(\mathbf{x}^c)(\mathbf{x}^c - \mathbf{x}_e^c) \quad (4.31)$$

onde, conforme descrito na Seção 2.5, \mathbf{x}^c é o vetor de coordenadas generalizadas de posição e orientação da extremidade da ferramenta aoplada ao manipulador e $\dot{\mathbf{x}}^c$ é a sua derivada em relação ao tempo. $\mathbf{C}_A(\mathbf{x}_e^c, \mathbf{x}^c, \dot{\mathbf{x}}^c)$, por sua vez, é uma matriz, função dos estados do sistema, que define parte da relação existente entre a força de interação \mathbf{h}_A^c e o comportamento dinâmico do manipulador, $\dot{\mathbf{x}}^c$ e \mathbf{x}^c , e que leva em consideração as condições de trabalho conforme descritas anteriormente. Por fim, $\mathbf{K}_{A\%}(\mathbf{x}^c)$ é uma matriz que descreve a rigidez do meio.

A dinâmica do sistema, que também passa a ser definida no sistema de coordenadas C do espaço operacional, tem forma semelhante à da Equação (4.7), ou seja:

$$\bar{\mathbf{B}}^c(\mathbf{q}^c) \ddot{\mathbf{x}}^c + \bar{\mathbf{C}}^c(\mathbf{q}^c, \dot{\mathbf{q}}^c) \dot{\mathbf{x}}^c + \bar{\mathbf{F}}^c \dot{\mathbf{x}}^c + \bar{\mathbf{g}}^c(\mathbf{q}^c) = \mathbf{u}^c - \mathbf{h}_A^c \quad (4.32)$$

onde $\bar{\mathbf{B}}^c(\mathbf{q}^c)$, $\bar{\mathbf{C}}^c(\mathbf{q}^c, \dot{\mathbf{q}}^c)$, $\bar{\mathbf{F}}^c$, $\bar{\mathbf{g}}^c(\mathbf{q}^c)$ e \mathbf{u}^c são respectivamente as matrizes de inércia, dos efeitos centrífugos e de Coriolis e dos coeficientes de atrito viscoso e os vetores dos efeitos gravitacionais e do sinal de controle, todos definidos no sistema de coordenadas C do espaço operacional.

Sem prejuízo para o entendimento, abandona-se no que segue o índice \mathbf{c} , ficando subentendido que as análises estão sendo realizadas no sistema de coordenadas do único ponto de contato entre ferramenta e meio. Assim, substituindo a Equação (4.31) na Equação (4.32), a dinâmica do sistema resulta:

$$\bar{\mathbf{B}}(\mathbf{q}) \ddot{\mathbf{x}} + \bar{\mathbf{C}}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}) \dot{\mathbf{x}} + \bar{\mathbf{F}} \dot{\mathbf{x}} + \bar{\mathbf{g}}(\mathbf{q}) = \mathbf{u} - \mathbf{C}_A(\mathbf{x}_e, \mathbf{x}, \dot{\mathbf{x}}) \ddot{\mathbf{x}} - \mathbf{K}_{A\%}(\mathbf{x})(\mathbf{x} - \mathbf{x}_e) \quad (4.33)$$

Empregando, como anteriormente, o sinal de controle dado pela Equação (4.11):

$$\mathbf{u} = \hat{\bar{\mathbf{B}}}(\mathbf{q}) \ddot{\mathbf{x}}_r + \hat{\bar{\mathbf{C}}}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}) \dot{\mathbf{x}}_r + \hat{\bar{\mathbf{F}}} \dot{\mathbf{x}}_r + \hat{\bar{\mathbf{g}}}(\mathbf{q}) + \mathbf{K}_D \boldsymbol{\sigma} \quad (4.34)$$

juntamente com as definições das Equações (4.8), (4.9) e (4.10) na dinâmica dada pela Equação (4.33), resulta para a dinâmica do erro em malha fechada:

$$\overline{\mathbf{B}}(\mathbf{q})\dot{\boldsymbol{\sigma}} + \overline{\mathbf{C}}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}})\boldsymbol{\sigma} + \overline{\mathbf{F}}\boldsymbol{\sigma} + \mathbf{K}_D\boldsymbol{\sigma} = \mathbf{C}_A(\mathbf{x}_e, \mathbf{x}, \dot{\mathbf{x}})\dot{\mathbf{x}} + \mathbf{K}_{A\%}(\mathbf{x})(\mathbf{x} - \mathbf{x}_e) \quad (4.35)$$

Observa-se que a Equação (4.35) resulta da hipótese de que todos os coeficientes da dinâmica do sistema são conhecidos podendo, portanto, serem empregados na lei de controle da Equação (4.34). Por outro lado, as discussões apresentadas no Capítulo 2 mostram que a matriz $\mathbf{C}_A(\mathbf{x}_e, \mathbf{x}, \dot{\mathbf{x}})$ possui parâmetros com grande nível de incerteza, não sendo razoável, portanto, considerar a utilização de uma estimativa da força de interação nesta lei de controle.

Lembrando que:

$$\mathbf{x} = \mathbf{x}_d - \tilde{\mathbf{x}}$$

e

$$\dot{\mathbf{x}} = \dot{\mathbf{x}}_d - \dot{\tilde{\mathbf{x}}}$$

a Equação (4.35) pode ainda ser escrita como:

$$\begin{aligned} & \overline{\mathbf{B}}(\mathbf{q})\dot{\boldsymbol{\sigma}} + \overline{\mathbf{C}}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}})\boldsymbol{\sigma} + \overline{\mathbf{F}}\boldsymbol{\sigma} + \mathbf{K}_D\boldsymbol{\sigma} + \mathbf{C}_A(\mathbf{x}_e, \mathbf{x}, \dot{\mathbf{x}})\dot{\tilde{\mathbf{x}}} + \mathbf{K}_{A\%}(\mathbf{x})\tilde{\mathbf{x}} \\ & = \mathbf{C}_A(\mathbf{x}_e, \mathbf{x}, \dot{\mathbf{x}})\dot{\mathbf{x}}_d + \mathbf{K}_{A\%}(\mathbf{x})(\mathbf{x}_d - \mathbf{x}_e) \end{aligned} \quad (4.36)$$

de onde se conclui que o processo dinâmico de interação que ocorre durante a usinagem, além de depender da posição desejada (\mathbf{x}_d) e da velocidade de avanço desejada ($\dot{\mathbf{x}}_d$), provoca um efeito sobre o amortecimento da dinâmica do erro em malha fechada através da parcela $\mathbf{C}_A(\mathbf{x}_e, \mathbf{x}, \dot{\mathbf{x}})\dot{\tilde{\mathbf{x}}}$ e uma compensação parcial do erro de posição provocado pela rigidez do meio ($\mathbf{K}_{A\%}(\mathbf{x})\tilde{\mathbf{x}}$).

Empregando, como anteriormente, uma função de Lyapunov candidata, análoga àquela dada pela Equação (4.13):

$$\mathbf{V}(\boldsymbol{\sigma}, \tilde{\mathbf{x}}) = \frac{1}{2}\boldsymbol{\sigma}^T \overline{\mathbf{B}}(\mathbf{q})\boldsymbol{\sigma} + \frac{1}{2}\tilde{\mathbf{x}}^T \overline{\mathbf{M}}\tilde{\mathbf{x}} > 0 \quad \forall \boldsymbol{\sigma}, \tilde{\mathbf{x}} \neq 0 \quad (4.37)$$

onde $\overline{\mathbf{M}} = 2\Lambda\mathbf{K}_D$, verifica-se que sua derivada, após substituição da dinâmica do erro em malha fechada, dada pela Equação (4.36), resulta:

$$\begin{aligned} \dot{\mathbf{V}} = & -\boldsymbol{\sigma}^T \bar{\mathbf{F}} \boldsymbol{\sigma} - \tilde{\mathbf{x}}^T \mathbf{K}_D \tilde{\dot{\mathbf{x}}} - \tilde{\mathbf{x}}^T \boldsymbol{\Lambda} \mathbf{K}_D \boldsymbol{\Lambda} \tilde{\mathbf{x}} - \boldsymbol{\sigma}^T \mathbf{C}_A(\mathbf{x}_e, \mathbf{x}, \dot{\mathbf{x}}) \tilde{\mathbf{x}} - \\ & \boldsymbol{\sigma}^T \mathbf{K}_{A\%}(\mathbf{x}) \tilde{\mathbf{x}} + \boldsymbol{\sigma}^T \mathbf{C}_A(\mathbf{x}_e, \mathbf{x}, \dot{\mathbf{x}}) \dot{\mathbf{x}}_d + \boldsymbol{\sigma}^T \mathbf{K}_{A\%}(\mathbf{x}) \mathbf{x}_d - \boldsymbol{\sigma}^T \mathbf{K}_{A\%}(\mathbf{x}) \mathbf{x}_e \end{aligned} \quad (4.38)$$

Usando uma notação matricial, a Equação (4.38) pode ainda ser escrita como:

$$\dot{\mathbf{V}} = -\boldsymbol{\rho}^T \bar{\mathbf{N}}_2(\mathbf{x}_e, \mathbf{x}, \dot{\mathbf{x}}) \boldsymbol{\rho} + \boldsymbol{\rho}^T \mathbf{F}_{AD}(\mathbf{x}_e, \mathbf{x}, \dot{\mathbf{x}}) \quad (4.39)$$

onde, conforme definido anteriormente, $\boldsymbol{\rho}$ é o vetor de erros dado por:

$$\boldsymbol{\rho}^T = \begin{bmatrix} \tilde{\mathbf{x}}^T & \tilde{\dot{\mathbf{x}}}^T \end{bmatrix}$$

$$\bar{\mathbf{N}}_2(\mathbf{x}_e, \mathbf{x}, \dot{\mathbf{x}}) = \begin{bmatrix} \boldsymbol{\Lambda}(\bar{\mathbf{F}} + \mathbf{K}_D) \boldsymbol{\Lambda} + \boldsymbol{\Lambda} \mathbf{K}_{A\%}(\mathbf{x}) & \boldsymbol{\Lambda} \left(\bar{\mathbf{F}} + \frac{1}{2} \mathbf{C}_A(\mathbf{x}_e, \mathbf{x}, \dot{\mathbf{x}}) \right) + \frac{1}{2} \mathbf{K}_{A\%}(\mathbf{x}) \\ \left(\bar{\mathbf{F}} + \frac{1}{2} \mathbf{C}_A^T(\mathbf{x}_e, \mathbf{x}, \dot{\mathbf{x}}) \right) \boldsymbol{\Lambda} + \frac{1}{2} \mathbf{K}_{A\%}(\mathbf{x}) & \bar{\mathbf{F}} + \mathbf{K}_D + \mathbf{C}_A(\mathbf{x}_e, \mathbf{x}, \dot{\mathbf{x}}) \end{bmatrix} \quad (4.40)$$

e

$$\mathbf{F}_{AD}(\mathbf{x}_e, \mathbf{x}, \dot{\mathbf{x}}) = \begin{bmatrix} \boldsymbol{\Lambda} \mathbf{K}_{A\%}(\mathbf{x}) & \boldsymbol{\Lambda} \mathbf{C}_A(\mathbf{x}_e, \mathbf{x}, \dot{\mathbf{x}}) \\ \mathbf{K}_{A\%}(\mathbf{x}) & \mathbf{C}_A(\mathbf{x}_e, \mathbf{x}, \dot{\mathbf{x}}) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{x}_d - \mathbf{x}_e \\ \dot{\mathbf{x}}_d \end{bmatrix} \quad (4.41)$$

A observação da matriz $\bar{\mathbf{N}}_2(\mathbf{x}_e, \mathbf{x}, \dot{\mathbf{x}})$ permite destacar que, caso o movimento apresentado pela ferramenta seja discordante com respeito à superfície de contato, onde a componente tangencial de $\mathbf{C}_A(\mathbf{x}_e, \mathbf{x}, \dot{\mathbf{x}})$ assume valores não-negativos, a interação tem um efeito estabilizador sobre o comportamento do sistema, visto que esta componente aparece na diagonal principal de $\bar{\mathbf{N}}_2(\mathbf{x}_e, \mathbf{x}, \dot{\mathbf{x}})$. Por outro lado, existem componentes de $\mathbf{C}_A(\mathbf{x}_e, \mathbf{x}, \dot{\mathbf{x}})$ que incidem fora da diagonal principal desta matriz e a interação acaba por provocar também efeitos desestabilizadores sobre o comportamento do sistema, dependendo do sinal e da grandeza assumida por estas componentes. No caso de um movimento concordante da ferramenta com respeito à superfície de contato, a componente tangencial de $\mathbf{C}_A(\mathbf{x}_e, \mathbf{x}, \dot{\mathbf{x}})$ assume valores não-positivos e a interação acaba provocando um efeito desestabilizador sobre o comportamento do sistema. As demais componentes de $\mathbf{C}_A(\mathbf{x}_e, \mathbf{x}, \dot{\mathbf{x}})$ que incidem fora da diagonal principal de $\bar{\mathbf{N}}_2(\mathbf{x}_e, \mathbf{x}, \dot{\mathbf{x}})$, dependendo do sinal e da grandeza assumida, podem ou não contribuir para a estabilidade do sistema.

Cabe ressaltar que tanto a matriz $\bar{\mathbf{N}}_2(\mathbf{x}_e, \mathbf{x}, \dot{\mathbf{x}})$ quanto o vetor $\mathbf{F}_{AD}(\mathbf{x}_e, \mathbf{x}, \dot{\mathbf{x}})$ são funções das variáveis de estado do sistema. Portanto a escolha de Λ e \mathbf{K}_D deve garantir simultaneamente que a matriz $\bar{\mathbf{N}}_2(\mathbf{x}_e, \mathbf{x}, \dot{\mathbf{x}})$ resulte definida positiva e que a parcela da Equação (4.39) contendo o vetor $\mathbf{F}_{AD}(\mathbf{x}_e, \mathbf{x}, \dot{\mathbf{x}})$ não impeça que a derivada da função de Lyapunov candidata assuma valores negativos de forma que a dinâmica do erro em malha fechada convirja para uma região onde o sistema resulte estável. A condição de matriz definida positiva para $\bar{\mathbf{N}}_2(\mathbf{x}_e, \mathbf{x}, \dot{\mathbf{x}})$ pode ser obtida, por exemplo, empregando-se o teorema de Gershgorin (Anexo F) aos termos desta matriz.

O desenvolvimento desta análise da estabilidade do sistema é feita na próxima seção no intuito de sintonizar ganhos para o controlador que garantam o cumprimento da tarefa solicitada.

4.1.1.1 Análise de estabilidade

Observando-se a Equação (4.39), verifica-se que a parcela contendo a matriz $\bar{\mathbf{N}}_2(\mathbf{x}_e, \mathbf{x}, \dot{\mathbf{x}})$ é dominante frente à parcela contendo o vetor $\mathbf{F}_{AD}(\mathbf{x}_e, \mathbf{x}, \dot{\mathbf{x}})$, visto que a primeira é uma função quadrática do vetor de erros $\boldsymbol{\rho}$. Desta forma, feita uma seleção adequada dos ganhos, pode-se garantir que o erro obtido para o sistema em malha fechada tende para um conjunto residual de raio $\|\boldsymbol{\rho}\|$, quando $t \rightarrow \infty$.

Uma vez verificado o efeito dominante da matriz $\bar{\mathbf{N}}_2(\mathbf{x}_e, \mathbf{x}, \dot{\mathbf{x}})$ sobre o comportamento da Equação (4.39), pode-se resumir a análise de estabilidade do sistema ao comportamento exclusivo desta matriz, ou seja, garantindo-se que a matriz $\bar{\mathbf{N}}_2(\mathbf{x}_e, \mathbf{x}, \dot{\mathbf{x}})$ resulta definida positiva, o sistema pode ser declarado estável.

Diante disso, considerando um processo de usinagem de superfícies realizado no espaço, pode-se reescrever a matriz $\bar{\mathbf{N}}_2(\mathbf{x}_e, \mathbf{x}, \dot{\mathbf{x}})$, dada pela Equação (4.40), como:

$$\bar{\mathbf{N}}_2(\mathbf{x}_e, \mathbf{x}, \dot{\mathbf{x}}) = \begin{bmatrix} \mathbf{n}_{11} & \mathbf{n}_{12} \\ \mathbf{n}_{21} & \mathbf{n}_{22} \end{bmatrix} \quad (4.42)$$

onde:

$$\mathbf{n}_{11} = \begin{bmatrix} \Lambda_t(\bar{f}_{11} + K_{Dt})\Lambda_t + \Lambda_t K_{At\%}(\mathbf{x}) & \Lambda_t \bar{f}_{12} \Lambda_b & \Lambda_t \bar{f}_{13} \Lambda_n \\ \Lambda_b \bar{f}_{21} \Lambda_t & \Lambda_b(\bar{f}_{22} + K_{Db})\Lambda_b + \Lambda_b K_{Ab\%}(\mathbf{x}) & \Lambda_b \bar{f}_{23} \Lambda_n \\ \Lambda_n \bar{f}_{31} \Lambda_t & \Lambda_n \bar{f}_{32} \Lambda_b & \Lambda_n(\bar{f}_{33} + K_{Dn})\Lambda_n + \Lambda_n K_{An\%}(\mathbf{x}) \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{n}_{22} = \begin{bmatrix} \bar{f}_{11} + K_{Dt} + C_{At}(\mathbf{x}_e, \mathbf{x}, \dot{\mathbf{x}}) & \bar{f}_{12} & \bar{f}_{13} \\ \bar{f}_{21} + C_{Ab}(\mathbf{x}_e, \mathbf{x}, \dot{\mathbf{x}}) & \bar{f}_{22} + K_{Db} & \bar{f}_{23} \\ \bar{f}_{31} + C_{An}(\mathbf{x}_e, \mathbf{x}, \dot{\mathbf{x}}) & \bar{f}_{32} & \bar{f}_{33} + K_{Dn} \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{n}_{12} = \begin{bmatrix} \Lambda_t \left(\bar{f}_{11} + \frac{1}{2} C_{At}(\mathbf{x}_e, \mathbf{x}, \dot{\mathbf{x}}) \right) + \frac{1}{2} K_{At\%}(\mathbf{x}) & \Lambda_t \bar{f}_{12} & \Lambda_t \bar{f}_{13} \\ \Lambda_b \left(\bar{f}_{21} + \frac{1}{2} C_{Ab}(\mathbf{x}_e, \mathbf{x}, \dot{\mathbf{x}}) \right) & \Lambda_b \bar{f}_{22} + \frac{1}{2} K_{Ab\%}(\mathbf{x}) & \Lambda_b \bar{f}_{23} \\ \Lambda_n \left(\bar{f}_{31} + \frac{1}{2} C_{An}(\mathbf{x}_e, \mathbf{x}, \dot{\mathbf{x}}) \right) & \Lambda_n \bar{f}_{32} & \Lambda_n \bar{f}_{33} + \frac{1}{2} K_{An\%}(\mathbf{x}) \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{n}_{21} = \begin{bmatrix} \left(\bar{f}_{11} + \frac{1}{2} C_{At}(\mathbf{x}_e, \mathbf{x}, \dot{\mathbf{x}}) \right) \Lambda_t + \frac{1}{2} K_{At\%}(\mathbf{x}) & \left(\bar{f}_{12} + \frac{1}{2} C_{Ab}(\mathbf{x}_e, \mathbf{x}, \dot{\mathbf{x}}) \right) \Lambda_b & \left(\bar{f}_{13} + \frac{1}{2} C_{An}(\mathbf{x}_e, \mathbf{x}, \dot{\mathbf{x}}) \right) \Lambda_n \\ \bar{f}_{21} \Lambda_t & \bar{f}_{22} \Lambda_b + \frac{1}{2} K_{Ab\%}(\mathbf{x}) & \bar{f}_{23} \Lambda_n \\ \bar{f}_{31} \Lambda_t & \bar{f}_{32} \Lambda_b & \bar{f}_{33} \Lambda_n + \frac{1}{2} K_{An\%}(\mathbf{x}) \end{bmatrix}$$

Empregando o teorema de Gershgorin (Anexo F) aos termos da matriz $\bar{\mathbf{N}}_2(\mathbf{x}_e, \mathbf{x}, \dot{\mathbf{x}})$:

$$\begin{aligned} & \left| \Lambda_t(\bar{f}_{11} + K_{Dt})\Lambda_t + \Lambda_t K_{At\%}(\mathbf{x}) \right| > \left| \Lambda_t \bar{f}_{12} \Lambda_b \right| + \left| \Lambda_t \bar{f}_{13} \Lambda_n \right| + \\ & \left| \Lambda_t \left(\bar{f}_{11} + \frac{1}{2} C_{At}(\mathbf{x}_e, \mathbf{x}, \dot{\mathbf{x}}) \right) + \frac{1}{2} K_{At\%}(\mathbf{x}) \right| + \left| \Lambda_t \bar{f}_{12} \right| + \left| \Lambda_t \bar{f}_{13} \right| \end{aligned} \quad (4.43)$$

$$\begin{aligned} & \left| \Lambda_b(\bar{f}_{22} + K_{Db})\Lambda_b + \Lambda_b K_{Ab\%}(\mathbf{x}) \right| > \left| \Lambda_b \bar{f}_{21} \Lambda_t \right| + \left| \Lambda_b \bar{f}_{23} \Lambda_n \right| + \\ & \left| \Lambda_b \left(\bar{f}_{21} + \frac{1}{2} C_{Ab}(\mathbf{x}_e, \mathbf{x}, \dot{\mathbf{x}}) \right) \right| + \left| \Lambda_b \bar{f}_{22} + \frac{1}{2} K_{Ab\%}(\mathbf{x}) \right| + \left| \Lambda_b \bar{f}_{23} \right| \end{aligned} \quad (4.44)$$

$$\begin{aligned} & \left| \Lambda_n (\bar{f}_{33} + K_{Dn}) \Lambda_n + \Lambda_n K_{An\%}(\mathbf{x}) \right| > \left| \Lambda_n \bar{f}_{31} \Lambda_t \right| + \left| \Lambda_n \bar{f}_{32} \Lambda_b \right| + \\ & \left| \Lambda_n \left(\bar{f}_{31} + \frac{1}{2} C_{An}(\mathbf{x}_e, \mathbf{x}, \dot{\mathbf{x}}) \right) \right| + \left| \Lambda_n \bar{f}_{32} \right| + \left| \Lambda_n \bar{f}_{33} + \frac{1}{2} K_{An\%}(\mathbf{x}) \right| \end{aligned} \quad (4.45)$$

$$\begin{aligned} & \left| \bar{f}_{11} + K_{Dt} + C_{At}(\mathbf{x}_e, \mathbf{x}, \dot{\mathbf{x}}) \right| > \left| \left(\bar{f}_{11} + \frac{1}{2} C_{At}(\mathbf{x}_e, \mathbf{x}, \dot{\mathbf{x}}) \right) \Lambda_t + \frac{1}{2} K_{At\%}(\mathbf{x}) \right| + \\ & \left| \left(\bar{f}_{12} + \frac{1}{2} C_{Ab}(\mathbf{x}_e, \mathbf{x}, \dot{\mathbf{x}}) \right) \Lambda_b \right| + \left| \left(\bar{f}_{13} + \frac{1}{2} C_{An}(\mathbf{x}_e, \mathbf{x}, \dot{\mathbf{x}}) \right) \Lambda_n \right| + \left| \bar{f}_{12} \right| + \left| \bar{f}_{13} \right| \end{aligned} \quad (4.46)$$

$$\begin{aligned} & \left| \bar{f}_{22} + K_{Db} \right| > \left| \bar{f}_{21} \Lambda_t \right| + \left| \bar{f}_{22} \Lambda_b + \frac{1}{2} K_{Ab\%}(\mathbf{x}) \right| + \\ & \left| \bar{f}_{23} \Lambda_n \right| + \left| \bar{f}_{21} + C_{Ab}(\mathbf{x}_e, \mathbf{x}, \dot{\mathbf{x}}) \right| + \left| \bar{f}_{23} \right| \end{aligned} \quad (4.47)$$

$$\begin{aligned} & \left| \bar{f}_{33} + K_{Dn} \right| > \left| \bar{f}_{31} \Lambda_t \right| + \left| \bar{f}_{32} \Lambda_b \right| + \left| \bar{f}_{33} \Lambda_n + \frac{1}{2} K_{An\%}(\mathbf{x}) \right| + \\ & \left| \bar{f}_{31} + C_{An}(\mathbf{x}_e, \mathbf{x}, \dot{\mathbf{x}}) \right| + \left| \bar{f}_{32} \right| \end{aligned} \quad (4.48)$$

e isolando cada um dos ganhos do sistema nas expressões resultantes, conforme Apêndice B, estabelecem-se as condições suficientes para que este sistema resulte estável, visto que, para este conjunto de ganhos, a matriz $\bar{\mathbf{N}}_2(\mathbf{x}_e, \mathbf{x}, \dot{\mathbf{x}})$, dada pela Equação (4.42), resulta definida positiva.

Estas expressões são posteriormente implementadas no Capítulo 5 com o intuito de simular e comprovar a validade do modelo desenvolvido para o sistema em malha fechada. A próxima seção faz uma análise semelhante à desta seção para o caso do sistema em malha fechada com um controle por impedância.

4.2 Controle por impedância aplicado em operações de usinagem de superfícies

O controle por impedância é empregado em Her e Kazerooni (1991), Kazerooni *et. al.* (1986b), Kazerooni (1988a, 1988b) e Kazerooni e Her (1988) para a realização de tarefas de acabamento de superfícies por usinagem. A estratégia de controle consiste em dotar o manipulador com uma impedância elevada (complacência reduzida) na direção normal ou binormal à geometria desejada para a superfície da peça, dependendo da

orientação assumida pelo eixo da ferramenta com respeito a esta superfície, e uma impedância reduzida (complacência elevada) na direção tangencial a esta superfície.

Uma impedância elevada na direção normal ou binormal se for o caso, faz com que o sistema robótico resista às forças de usinagem e permaneça próximo à trajetória desejada. Quanto maior for a impedância do sistema robótico na direção normal (ou binormal), menor será sua complacência nesta mesma direção e mais próximo resultará a superfície final da geometria desejada.

Por sua vez, uma impedância reduzida (complacência elevada) na direção tangencial permite que a velocidade de avanço da ferramenta seja ajustada aos limites operacionais da componente tangencial de força necessária para realizar a operação de corte, visto que, conforme Seção 2.3, esta força, para uma dada velocidade de avanço, é aproximadamente proporcional ao volume de material a ser removido. Portanto, quando a ferramenta de corte se depara com um volume de material mais acentuado, a força total de usinagem tende a aumentar e o manipulador deverá reduzir a componente tangencial de sua velocidade para manter a componente tangencial de força dentro de limites operacionais toleráveis. Isto implicará em um volume menor de material a ser removido por unidade de tempo, mas garantirá que os limites operacionais da força sejam respeitados. Se o projetista não acomodar estas forças através da especificação de um valor elevado de complacência na direção tangencial, as mesmas sofrerão um incremento como consequência do grande volume de material a ser removido da superfície da peça e, consequentemente, a ferramenta de corte poderá parar ou quebrar. Grandes forças de usinagem na direção tangencial podem gerar ainda, uma pequena deflexão na componente normal da posição da extremidade do manipulador, a qual pode acabar excedendo a tolerância permitida.

Diante destes comentários e uma vez definido um sistema de coordenadas no ponto de contato C , conforme exposto na Figura 2.10, conclui-se que, no projeto dos controladores por impedância, se for estabelecida uma largura de banda de passagem operacional ω_b , determinada em função do espectro de frequências referente à aspereza da superfície e da velocidade translacional desejada para o robô ao longo desta superfície, deve-se garantir que os valores assumidos pelas mesmas complacências na direção normal $(\|\delta\tilde{p}_n(j\omega)/\delta F_n(j\omega)\|)$ ou binormal $(\|\delta\tilde{p}_b(j\omega)/\delta F_b(j\omega)\|)$, dependendo da orientação assumida pelo eixo da ferramenta, resultem baixos e na direção tangencial $(\|\delta\tilde{p}_t(j\omega)/\delta F_t(j\omega)\|)$ resultem altos, para

todo ω pertencente à ω_b .

Este comportamento dinâmico está ilustrado na Figura 4.1.

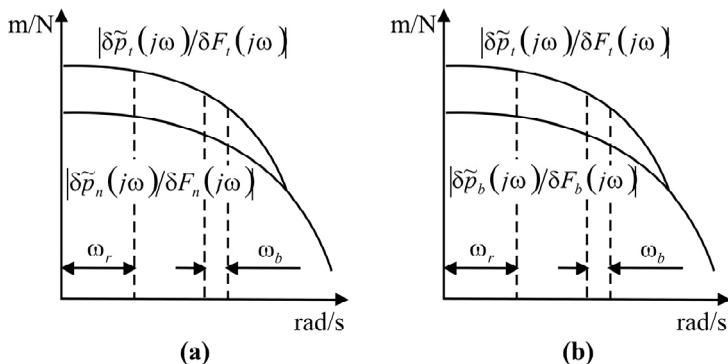


Figura 4.1 – Comportamento dinâmico do efetuador de um robô rígido em operações de acabamento de superfícies de peças por usinagem: (a) Ferramenta com eixo orientado paralelamente à geometria final desejada para a superfície da peça; (b) Ferramenta com eixo orientado perpendicularmente à geometria final desejada para a superfície da peça (Adaptada de Kazerooni (1988b)).

Para o caso envolvendo um manipulador rígido, consideradas as condições de trabalho, porém sem um sensoriamento suficientemente eficaz, assume-se que as vibrações do robô e as incertezas no posicionamento de sua extremidade ocorrem em uma largura de banda de passagem limitada denotada por ω_r . No intuito de compensar tais vibrações e incertezas no posicionamento do robô, faz-se necessário, portanto, manter a componente normal da complacência elevada (impedância reduzida) em todo este espectro de frequências ω_r .

Por outro lado, para realizar as operações de acabamento de superfícies por usinagem que, por sua vez, ocorrem no espectro de frequências ω_b , deve-se garantir a existência de uma complacência reduzida (impedância elevada) na direção normal à superfície.

Estes requisitos são satisfeitos se o efetuador do robô rígido for projetado com características dinâmicas como as mostradas na Figura 4.2.

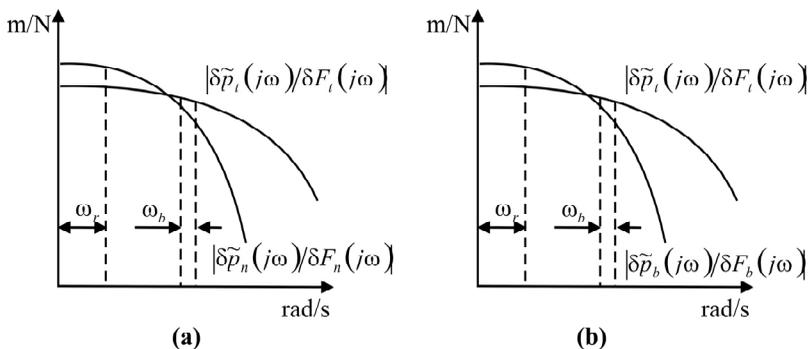


Figura 4.2 – Comportamento dinâmico necessário para que o efetivador de um robô rígido sem um sensoriamento suficientemente eficaz realize operações de acabamento de superfícies de peças por usinagem: (a) Ferramenta com eixo orientado paralelamente à geometria final desejada para a superfície da peça; (b) Ferramenta com eixo orientado perpendicularmente à geometria final desejada para a superfície da peça (Adaptada de Kazerooni (1988b)).

Como pode ser visto na Figura 4.2, a complacência na direção normal ou na direção binormal assume valores muito grandes para todos os $\omega \in \omega_r$ e muito pequenos para todos os $\omega \in \omega_b$. Enquanto que um valor elevado desta complacência no intervalo de frequências $(0, \omega_r)$ não permite que as oscilações do robô desenvolvam uma grande variação na componente normal ou binormal da força total de usinagem, um valor reduzido desta mesma complacência em ω_b irá tornar o efetivador extremamente rígido em resposta ao material da peça a ser removido.

A Figura 4.2 também mostra o comportamento dinâmico do efetivador ao longo da direção tangencial. Para todo $\omega \in \omega_b$, a complacência na direção tangencial assume valores grandes o suficiente para garantir a completa remoção da parcela de material excedente. Nota-se que a complacência normal ou binormal é sempre menor que a complacência tangencial para todo $\omega \in \omega_b$, ou seja:

$$|\delta\tilde{p}_n(j\omega)/\delta F_n(j\omega)| \ll |\delta\tilde{p}_t(j\omega)/\delta F_t(j\omega)| \quad \forall \quad \omega \in \omega_b \quad (4.49)$$

ou

$$|\delta\tilde{p}_b(j\omega)/\delta F_b(j\omega)| \ll |\delta\tilde{p}_t(j\omega)/\delta F_t(j\omega)| \quad \forall \quad \omega \in \omega_b \quad (4.50)$$

Através deste método de controle, garante-se que os diferentes valores de impedância (ou complacência) requisitados para as direções tangencial, normal e/ou binormal sejam obtidos para um sistema operando dentro de duas larguras de bandas de passagem limitadas e distintas.

Cabe salientar que, segundo Kazerooni (1988b), o comportamento dinâmico mostrado na Figura 4.2 só é possível através do emprego de uma ferramenta ativa, tipo a que foi exposta no controle independente apresentado no Capítulo 3.

Como uma última observação, para que se tenha estabilidade de um sistema composto por um meio e um robô em contato, deve existir alguma complacência inicial, seja no robô ou no meio.

O objetivo específico deste controlador proposto por Kazerooni é fornecer um compensador dinâmico estabilizante para cada direção ortogonal do efetuador, tal que a relação existente entre a posição da extremidade do robô e a força total de usinagem, para cada uma destas direções ortogonais, seja constante dentro de uma largura de banda de passagem limitada e conhecida. Her e Kazerooni (1991), Kazerooni *et. al.* (1986b), Kazerooni (1988a, 1988b) e Kazerooni e Her (1988) trazem uma descrição completa deste método de controle.

Vale salientar que o acoplamento das dinâmicas do robô, provocado pelas forças de interação, influencia a dinâmica do erro em malha fechada, tanto no que diz respeito à estabilidade quanto no que diz respeito ao desempenho do sistema.

A revisão bibliográfica realizada indica, no entanto, que esse acoplamento não costuma ser levado em consideração.

Esta é uma das principais justificativas pelas quais o desempenho do sistema em malha fechada com um controle por impedância apresenta resultados de simulação mais satisfatórios que em outras situações envolvendo controladores que não estão fundamentados na dinâmica inversa. Por outro lado, verifica-se que os resultados experimentais obtidos com esta estratégia, quase na totalidade dos casos, não costumam coincidir com os resultados da simulação.

A estratégia de controle por impedância a ser adotada neste trabalho é aquela já apresentada no Capítulo 3 e que já foi formulada para o seguimento de trajetória, visto que ela considera toda a dinâmica do sistema em sua lei de controle. Resta, portanto, empregar o modelo de forças proposto no Capítulo 2:

$$\mathbf{h}_A = \mathbf{C}_A(\mathbf{x}_e, \mathbf{x}, \dot{\mathbf{x}})\dot{\mathbf{x}} + \mathbf{K}_{A\%}(\mathbf{x})(\mathbf{x} - \mathbf{x}_e)$$

$$\mathbf{h}_A = \mathbf{C}_A(\mathbf{x}_e, \mathbf{x}, \dot{\mathbf{x}})\dot{\mathbf{x}}_d - \mathbf{C}_A(\mathbf{x}_e, \mathbf{x}, \dot{\mathbf{x}})\dot{\tilde{\mathbf{x}}} + \mathbf{K}_{A\%}(\mathbf{x})(\mathbf{x}_d - \mathbf{x}_e) - \mathbf{K}_{A\%}(\mathbf{x})\tilde{\mathbf{x}}$$

na dinâmica do erro em malha fechada, dada pela Equação (3.32), obtendo-se:

$$\begin{aligned} \mathbf{M}_d \ddot{\tilde{\mathbf{x}}} + (\mathbf{K}_D + \mathbf{C}_A(\mathbf{x}_e, \mathbf{x}, \dot{\mathbf{x}})) \dot{\tilde{\mathbf{x}}} + (\mathbf{K}_P + \mathbf{K}_{A\%}(\mathbf{x})) \tilde{\mathbf{x}} \\ = \mathbf{C}_A(\mathbf{x}_e, \mathbf{x}, \dot{\mathbf{x}}) \dot{\mathbf{x}}_d + \mathbf{K}_{A\%}(\mathbf{x})(\mathbf{x}_d - \mathbf{x}_e) \end{aligned} \quad (4.51)$$

Considerando um processo de usinagem de superfícies realizado no espaço e desprezando as componentes das matrizes e dos vetores que dão origem aos momentos visto que todos são nulos, a Equação (4.51) resulta:

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} M_{dt} & 0 & 0 \\ 0 & M_{db} & 0 \\ 0 & 0 & M_{dn} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \ddot{\tilde{p}}_t \\ \ddot{\tilde{p}}_b \\ \ddot{\tilde{p}}_n \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} K_{Dt} + C_{At}(\mathbf{x}_e, \mathbf{x}, \dot{\mathbf{x}}) & 0 & 0 \\ C_{Ab}(\mathbf{x}_e, \mathbf{x}, \dot{\mathbf{x}}) & K_{Db} & 0 \\ C_{An}(\mathbf{x}_e, \mathbf{x}, \dot{\mathbf{x}}) & 0 & K_{Dn} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{\tilde{p}}_t \\ \dot{\tilde{p}}_b \\ \dot{\tilde{p}}_n \end{bmatrix} + \\ \begin{bmatrix} K_{Pt} + K_{A\%}(\mathbf{x}) & 0 & 0 \\ 0 & K_{Pb} + K_{A\%}(\mathbf{x}) & 0 \\ 0 & 0 & K_{Pn} + K_{A\%}(\mathbf{x}) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \tilde{p}_t \\ \tilde{p}_b \\ \tilde{p}_n \end{bmatrix} \\ = \begin{bmatrix} C_{At}(\mathbf{x}_e, \mathbf{x}, \dot{\mathbf{x}}) & 0 & 0 \\ C_{Ab}(\mathbf{x}_e, \mathbf{x}, \dot{\mathbf{x}}) & 0 & 0 \\ C_{An}(\mathbf{x}_e, \mathbf{x}, \dot{\mathbf{x}}) & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{p}_{dt} \\ \dot{p}_{db} \\ \dot{p}_{dn} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} K_{A\%}(\mathbf{x}) & 0 & 0 \\ 0 & K_{A\%}(\mathbf{x}) & 0 \\ 0 & 0 & K_{A\%}(\mathbf{x}) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} p_{dt} - p_{et} \\ p_{db} - p_{eb} \\ p_{dn} - p_{en} \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (4.52)$$

onde:

$$\tilde{p}_t = p_{dt} - p_{et} \quad (4.53)$$

$$\tilde{p}_b = p_{db} - p_{eb} \quad (4.54)$$

$$\tilde{p}_n = p_{dn} - p_{en} \quad (4.55)$$

e, para este caso particular:

$$\mathbf{M}_d = \begin{bmatrix} M_{dt} & 0 & 0 \\ 0 & M_{db} & 0 \\ 0 & 0 & M_{dn} \end{bmatrix} \quad (4.56)$$

$$\mathbf{K}_D = \begin{bmatrix} K_{Dt} & 0 & 0 \\ 0 & K_{Db} & 0 \\ 0 & 0 & K_{Dn} \end{bmatrix} \quad (4.57)$$

$$\mathbf{K}_P = \begin{bmatrix} K_{Pt} & 0 & 0 \\ 0 & K_{Pb} & 0 \\ 0 & 0 & K_{Pn} \end{bmatrix} \quad (4.58)$$

$$\mathbf{K}_{A\%}(\mathbf{x}) = \begin{bmatrix} K_{At\%}(\mathbf{x}) & 0 & 0 \\ 0 & K_{Ab\%}(\mathbf{x}) & 0 \\ 0 & 0 & K_{An\%}(\mathbf{x}) \end{bmatrix} \quad (4.59)$$

$$\mathbf{C}_A(\mathbf{x}_e, \mathbf{x}, \dot{\mathbf{x}}) = \begin{bmatrix} C_{At}(\mathbf{x}_e, \mathbf{x}, \dot{\mathbf{x}}) & 0 & 0 \\ C_{Ab}(\mathbf{x}_e, \mathbf{x}, \dot{\mathbf{x}}) & 0 & 0 \\ C_{An}(\mathbf{x}_e, \mathbf{x}, \dot{\mathbf{x}}) & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (4.60)$$

4.2.1 Análise de estabilidade

Reescrevendo a Equação (4.52) em termos das variáveis de estado do sistema:

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \\ \dot{x}_3 \\ \dot{x}_4 \\ \dot{x}_5 \\ \dot{x}_6 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \frac{(K_{Pt} + K_{A\%t})(\mathbf{x})}{M_{dt}} & \frac{(K_{Dt} + C_{At}(\mathbf{x}_e, \mathbf{x}, \dot{\mathbf{x}}))}{M_{dt}} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{C_{Ab}(\mathbf{x}_e, \mathbf{x}, \dot{\mathbf{x}})}{M_{db}} & \frac{(K_{Pb} + K_{A\%b})(\mathbf{x})}{M_{db}} & \frac{K_{Db}}{M_{db}} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{C_{An}(\mathbf{x}_e, \mathbf{x}, \dot{\mathbf{x}})}{M_{dn}} & 0 & 0 & \frac{(K_{Pn} + K_{A\%n})(\mathbf{x})}{M_{dn}} & \frac{K_{Dn}}{M_{dn}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \\ x_5 \\ x_6 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \frac{C_{At}(\mathbf{x}_e, \mathbf{x}, \dot{\mathbf{x}})}{M_{dt}} \\ 0 \\ \frac{C_{Ab}(\mathbf{x}_e, \mathbf{x}, \dot{\mathbf{x}})}{M_{db}} \\ 0 \\ 0 \\ \frac{C_{An}(\mathbf{x}_e, \mathbf{x}, \dot{\mathbf{x}})}{M_{dn}} \end{bmatrix} \dot{p}_{dt} + \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ \frac{K_{A\%t}(\mathbf{x})}{M_{dt}} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{K_{A\%b}(\mathbf{x})}{M_{db}} & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{K_{A\%n}(\mathbf{x})}{M_{dn}} \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} p_{dt} - p_{et} \\ p_{db} - p_{eb} \\ p_{dn} - p_{en} \end{bmatrix}$$

verifica-se com base nos autovalores da matriz:

$$\begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ (K_{Pt} + K_{Ab\%}(\mathbf{x})) & (K_{Dt} + C_{At}(\mathbf{x}_e, \mathbf{x}, \dot{\mathbf{x}})) & 0 & 0 & 0 & 0 \\ M_{dt} & M_{dt} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & C_{Ab}(\mathbf{x}_e, \mathbf{x}, \dot{\mathbf{x}}) & (K_{Pb} + K_{Ab\%}(\mathbf{x})) & K_{Db} & 0 & 0 \\ 0 & M_{db} & M_{db} & M_{db} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & C_{An}(\mathbf{x}_e, \mathbf{x}, \dot{\mathbf{x}}) & 0 & 0 & (K_{Pn} + K_{An\%}(\mathbf{x})) & K_{Dn} \\ 0 & M_{dn} & 0 & 0 & M_{dn} & M_{dn} \end{bmatrix} \quad (4.61)$$

dados por:

$$\lambda_1 = \frac{-K_{Dn} + \sqrt{K_{Dn}^2 - 4M_{dn}(K_{Pn} + K_{An\%}(\mathbf{x}))}}{2M_{dn}} \quad (4.62)$$

$$\lambda_2 = \frac{-K_{Dn} - \sqrt{K_{Dn}^2 - 4M_{dn}(K_{Pn} + K_{An\%}(\mathbf{x}))}}{2M_{dn}} \quad (4.63)$$

$$\lambda_3 = \frac{-K_{Db} + \sqrt{K_{Db}^2 - 4M_{db}(K_{Pb} + K_{Ab\%}(\mathbf{x}))}}{2M_{db}} \quad (4.64)$$

$$\lambda_4 = \frac{-K_{Db} - \sqrt{K_{Db}^2 - 4M_{db}(K_{Pb} + K_{Ab\%}(\mathbf{x}))}}{2M_{db}} \quad (4.65)$$

$$\lambda_5 = \frac{-(K_{Dt} + C_{At}(\mathbf{x}_e, \mathbf{x}, \dot{\mathbf{x}})) + \sqrt{(K_{Dt} + C_{At}(\mathbf{x}_e, \mathbf{x}, \dot{\mathbf{x}}))^2 - 4M_{dt}(K_{Pt} + K_{At\%}(\mathbf{x}))}}{2M_{dt}} \quad (4.66)$$

$$\lambda_6 = \frac{-(K_{Dt} + C_{At}(\mathbf{x}_e, \mathbf{x}, \dot{\mathbf{x}})) - \sqrt{(K_{Dt} + C_{At}(\mathbf{x}_e, \mathbf{x}, \dot{\mathbf{x}}))^2 - 4M_{dt}(K_{Pt} + K_{At\%}(\mathbf{x}))}}{2M_{dt}} \quad (4.67)$$

que o sistema resulta estável, caso todos estes autovalores apresentem suas parcelas reais negativas. Respeitada esta condição e estabelecidas as especificações de projeto, realiza-se a sintonia dos ganhos \mathbf{M}_d , \mathbf{K}_D e \mathbf{K}_P .

Logo, uma sintonia válida para os ganhos deste sistema em malha fechada resulta das seguintes expressões:

$$K_{Dn} = 2\sqrt{M_{dn}(K_{Pn} + K_{An\%}(\mathbf{x}))} \quad (4.68)$$

$$K_{Db} = 2\sqrt{M_{db}(K_{Pb} + K_{Ab\%}(\mathbf{x}))} \quad (4.69)$$

$$K_{Dt} = 2\sqrt{M_{dt}(K_{Pt} + K_{At\%}(\mathbf{x}))} + C_{At}(\mathbf{x}_e, \mathbf{x}, \dot{\mathbf{x}}) \quad (4.70)$$

onde os ganhos M_{dn} , K_{Pn} , M_{db} , K_{Pb} , M_{dt} , K_{Pt} podem ser arbitrados pelo projetista.

Uma observação importante no que tange os autovalores expressos pelas Equações (4.62), (4.63), (4.64), (4.65), (4.66) e (4.67) é que estes definem, por completo, o comportamento dinâmico do erro do sistema em malha fechada. Isto implica que, se um destes autovalores apresentar sua parcela real positiva, o sistema resultará instável.

4.3 Conclusões do capítulo

Conforme exposto neste capítulo, constata-se que o controle de rigidez adaptado para o seguimento de trajetória e o controle por impedância surgem como soluções promissoras para aplicações robóticas envolvendo operações de usinagem de superfícies. Esta conclusão ficará comprovada no próximo capítulo, onde são apresentados os resultados obtidos via simulação dos modelos matemáticos desenvolvidos, representativos do sistema em malha fechada com cada uma dessas estratégias, assim como de alguns resultados obtidos experimentalmente para efeito de comparação com os da simulação.

5 SIMULAÇÕES E ANÁLISE DOS RESULTADOS

Neste capítulo são apresentados e analisados alguns resultados obtidos por simulação, representativos de uma operação de fresamento realizada por um robô, cujo comportamento apresentado é abrangente e capaz de descrever, de forma aproximada, qualquer outro processo de usinagem de superfície que chegue a utilizar o modelo de forças desenvolvido no Capítulo 2 como forma de representação das forças de interação. Para fins comparativos e de análise de desempenho, são consideradas duas estratégias de controle, a saber, controle de rigidez adaptado ao seguimento de trajetória e controle por impedância. Tais simulações computacionais visam ilustrar a aplicabilidade do método e fornecer uma prévia do comportamento esperado, na prática, pela implementação destas estratégias de controle, em conjunto com o modelo de forças desenvolvido, na descrição da dinâmica do manipulador robótico empregado para realizar tarefas de usinagem de superfícies. Além disso, são apresentados alguns resultados de experimentos realizados no maquinário do Laboratório de Usinagem e Comando Numérico (Usicon), vinculado ao Departamento de Engenharia Mecânica (EMC) da Universidade Federal de Santa Catarina (UFSC) para fins de comparação das magnitudes das componentes de força obtidas via simulação com valores que se espera obter na prática.

5.1 Descrição do experimento

O problema a ser enfrentado, na prática, consiste na usinagem de superfícies de peças objetivando a remoção do material excedente, conforme ilustrado na Figura 5.1.

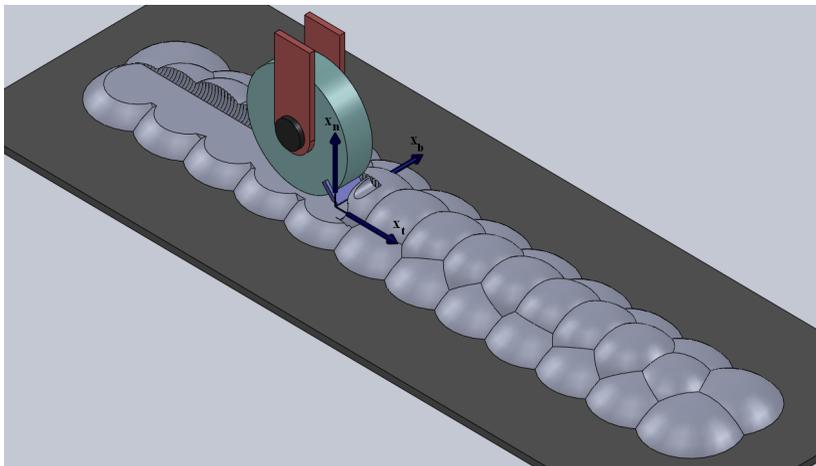


Figura 5.1 - Ferramenta de corte realizando uma operação de usinagem de superfícies.

O algoritmo desenvolvido fornece, dentre outras coisas, um modelo representativo desta camada de material a ser removida durante o processo de usinagem da superfície. Tal modelo consta de uma superfície plana sobre a qual existe uma saliência no formato trapezoidal, conforme ilustrado na Figura 5.2.

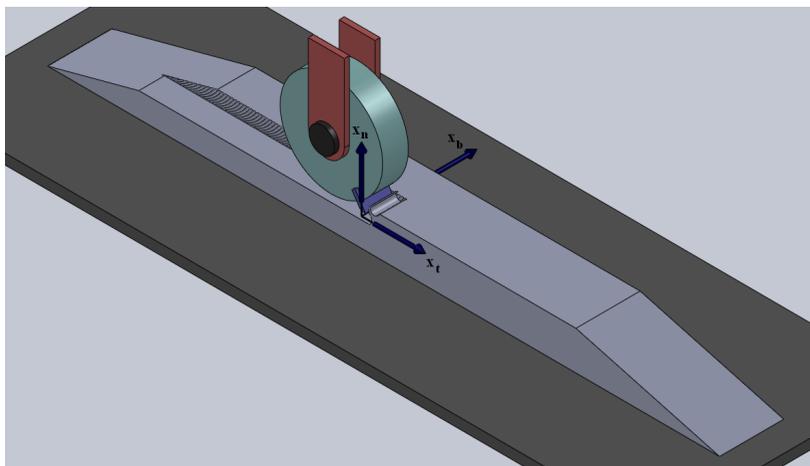


Figura 5.2 - Modelo representativo da camada de material a ser removida durante o processo de usinagem da superfície.

Para descrever o movimento do robô, foram gerados perfis para as componentes lineares dos sinais de posição, velocidade e aceleração

desejadas ao longo das direções tangencial, binormal e normal à geometria final desejada para a superfície da peça. Estes sinais apresentam o comportamento ilustrado pela Figura 5.3, Figura 5.4 e Figura 5.5.

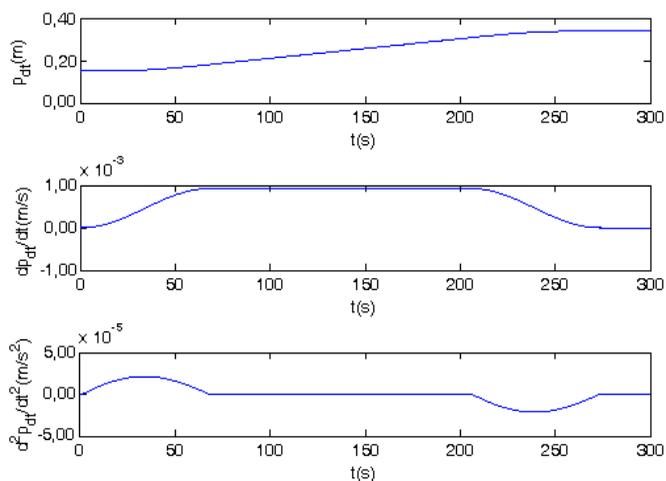


Figura 5.3 - Sinais de posição, velocidade e aceleração desejadas ao longo da direção tangencial.

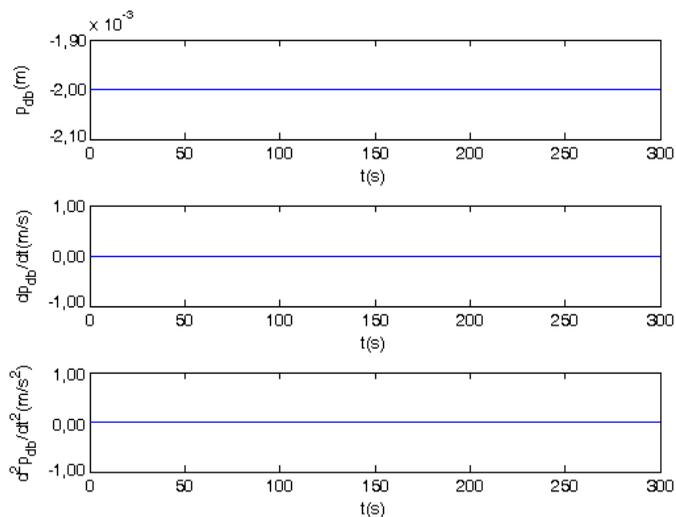


Figura 5.4 - Sinais de posição, velocidade e aceleração desejadas ao longo da direção binormal.

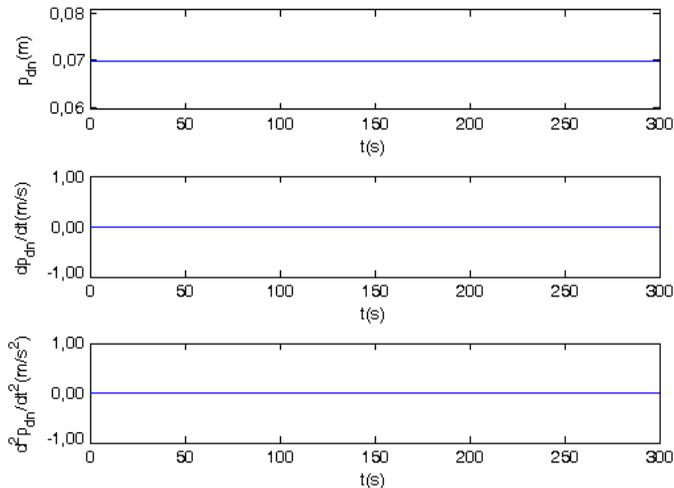


Figura 5.5 - Sinais de posição, velocidade e aceleração desejadas ao longo da direção normal.

Verifica-se, com base nestas figuras, que o tempo de execução da trajetória ($t_{máx}$) foi programado para 300,00 segundos. Ao longo da direção tangencial (\mathbf{x}_t) é desejado que o efetuator do robô apresente um movimento acelerado nos primeiros 68,52 segundos e um movimento de desaceleração, até a parada do robô, mais ao final do trajeto, também com duração de 68,52 segundos. Nos 136,67 segundos intermediários a estes dois períodos já mencionados, o robô deve manter uma velocidade constante. Por fim, complementando os 300,00 segundos de execução da trajetória, tem-se, ao final do trajeto, 26,29 segundos de uma completa ausência de movimento por parte do robô, tempo suficiente para que este se repositone a fim de realizar um novo passe sobre o meio. Já nas direções binormal (\mathbf{x}_b) e normal (\mathbf{x}_n), deseja-se que o efetuator do robô mantenha-se estático segundo uma posição pré-definida.

Determinadas estratégias de controle, como é o caso do controle de rigidez adaptado ao seguimento de trajetória, necessitam, para sua formulação, de sinais de referência diferenciados daqueles expostos na Figura 5.3, Figura 5.4 e Figura 5.5. Além dos sinais de posição, velocidade e aceleração desejadas ($\mathbf{x}_d, \dot{\mathbf{x}}_d, \ddot{\mathbf{x}}_d$), estes sinais de referência consideram em sua composição uma matriz de ganhos (Λ) e os erros de posição e velocidade ($\tilde{\mathbf{x}}, \dot{\tilde{\mathbf{x}}}$), ou seja:

$$\dot{\mathbf{x}}_r = \dot{\mathbf{x}}_d + \Lambda \tilde{\mathbf{x}} \quad (5.1)$$

$$\ddot{\mathbf{x}}_r = \ddot{\mathbf{x}}_d + \Lambda \dot{\tilde{\mathbf{x}}} \quad (5.2)$$

$$\boldsymbol{\sigma} = \dot{\mathbf{x}}_r - \dot{\mathbf{x}} = \dot{\tilde{\mathbf{x}}} + \Lambda \tilde{\mathbf{x}} \quad (5.3)$$

Conforme mencionado no início desta seção, a camada de material a ser removida durante o processo de usinagem da superfície está sendo representada através de um perfil trapezoidal.

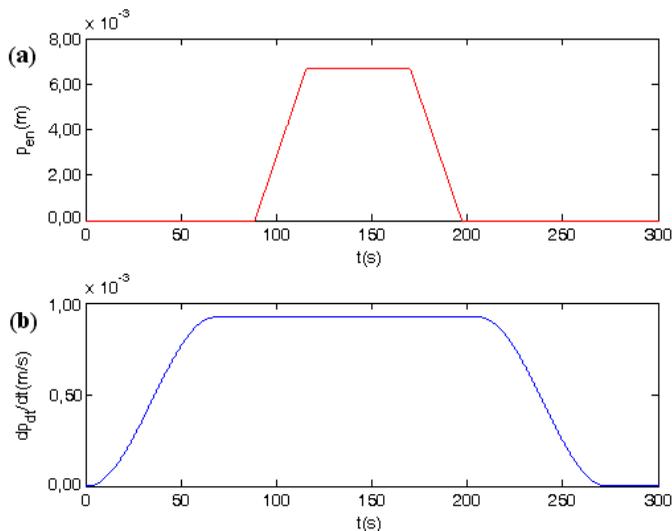


Figura 5.6 - (a) Geometria do meio; (b) Perfil de velocidade desejada ao longo da direção tangencial.

Verifica-se através da Figura 5.6 que esta camada de material a ser removida foi modelada para existir apenas na região onde o efetuador do robô apresenta velocidade de avanço constante, garantindo, com isto, um comportamento mais homogêneo da força de reação gerada sobre o robô.

5.2 Descrição do robô

O manipulador modelado foi um robô do tipo SCARA, chamado de Inter, construído para fins de pesquisa, cuja principal característica é ter uma arquitetura aberta, o que possibilita sua programação e implementação de algoritmos de controle e não somente a programação de trajetórias, como na maioria dos robôs industriais. A interface entre usuário e robô é feita através de um ambiente computacional chamado XOberon. Este robô, ilustrado na Figura 5.7, foi construído, sob encomenda da

UFSC, no Instituto de Robótica da Universidade Técnica Federal de Zurique (ETH), na Suíça.

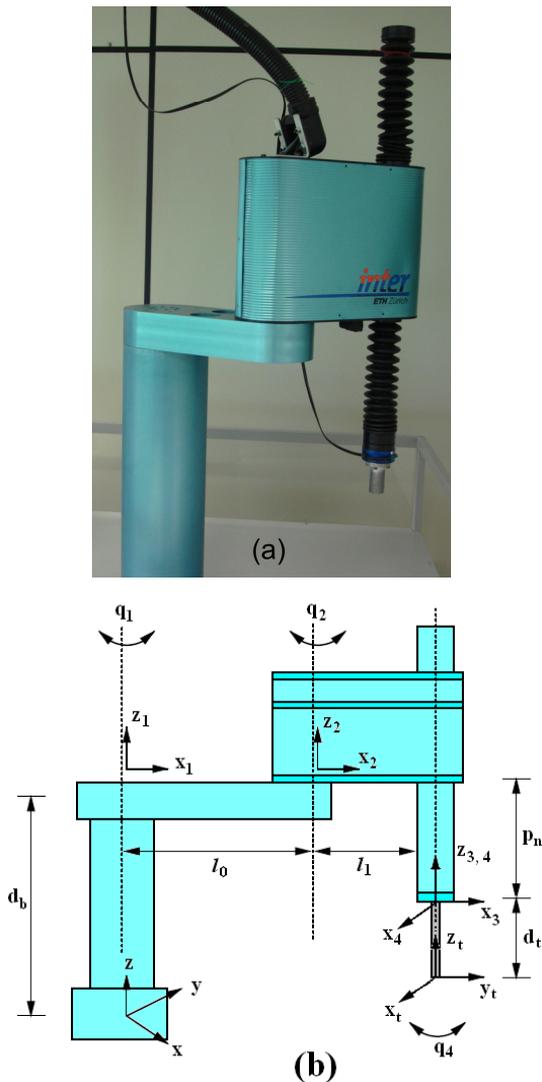


Figura 5.7 - Robô Inter: (a) Foto; (b) Desenho esquemático de elos e juntas.

Os comportamentos cinemático e dinâmico, referentes às suas três primeiras juntas, suficientes para descrever seu comportamento no espaço, são dados por:

$$q_1 = \text{atan2}(\text{sen}(q_1), \cos(q_1)) \quad (5.4)$$

$$q_2 = \text{atan2}(\text{sen}(q_2), \cos(q_2)) \quad (5.5)$$

$$q_3 = d_b - p_n - d_t \quad (5.6)$$

$$\mathbf{q} = [q_1 \quad q_2 \quad q_3]^T \quad (5.7)$$

onde:

$$\cos(q_1) = \frac{(l_0 + l_1 \cos(q_2))p_t + l_1 \text{sen}(q_2)p_b}{p_t^2 + p_b^2}$$

$$\text{sen}(q_1) = \frac{(l_0 + l_1 \cos(q_2))p_b - l_1 \text{sen}(q_2)p_t}{p_t^2 + p_b^2}$$

$$\cos(q_2) = \frac{p_t^2 + p_b^2 - l_0^2 - l_1^2}{2l_0 l_1}$$

$$\text{sen}(q_2) = \sqrt{1 - (\cos(q_2))^2}$$

e

$$\mathbf{B}(\mathbf{q})\ddot{\mathbf{q}} + \mathbf{C}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}})\dot{\mathbf{q}} + \mathbf{F}\dot{\mathbf{q}} + \mathbf{g}(\mathbf{q}) = \boldsymbol{\tau} \quad (5.8)$$

onde:

$$\mathbf{B}(\mathbf{q}) = \begin{bmatrix} b_{11} & b_{12} & 0 \\ b_{21} & b_{22} & 0 \\ 0 & 0 & m_2 + m_3 \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{C}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}) = \begin{bmatrix} -aux_2 \dot{q}_2 & -aux_2 (\dot{q}_1 + \dot{q}_2) & 0 \\ aux_2 \dot{q}_1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{F} = \begin{bmatrix} f_{11} & 0 & 0 \\ 0 & f_{22} & 0 \\ 0 & 0 & f_{33} \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{g}(\mathbf{q}) = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ (m_2 + m_3)\mathbf{g} \end{bmatrix}$$

$$\boldsymbol{\tau} = [\tau_1 \quad \tau_2 \quad \tau_3]^T$$

com:

$$I_0 = 0,23 \text{ kg} \cdot \text{m}^2$$

$$I_1 = 0,16 \text{ kg} \cdot \text{m}^2$$

$$m_0 = 11,40 \text{ kg}$$

$$m_1 = 19,50 \text{ kg}$$

$$m_2 = 2,00 \text{ kg}$$

$$m_3 = 1,50 \text{ kg}$$

$$l_0 = 0,250 \text{ m}$$

$$l_1 = 0,250 \text{ m}$$

$$l_{c0} = 0,118 \text{ m}$$

$$l_{c1} = 0,116 \text{ m}$$

$$d_b = 0,665 \text{ m}$$

$$d_t = 0,069 \text{ m}$$

$$g = 9,810 \text{ m/s}^2$$

$$f_{11} = 100,00 \text{ kg} \cdot \text{m}^2/\text{s}$$

$$f_{22} = 100,00 \text{ kg} \cdot \text{m}^2/\text{s}$$

$$f_{33} = 100,00 \text{ kg}/\text{s}$$

$$aux_1 = I_0 + I_1 + (m_1 + m_2 + m_3)l_0^2 + m_1l_{c1}^2 + (m_2 + m_3)l_1^2 + m_0l_{c0}^2$$

$$aux_2 = (m_1l_0l_{c1} + (m_2 + m_3)l_0l_1)\text{sen}(q_1)$$

$$b_{11} = aux_1 + 2(m_1l_0l_{c1} + (m_2 + m_3)l_1l_0)\text{cos}(q_1)$$

$$b_{21} = I_1 + (m_2 + m_3)l_1^2 + m_1l_{c1}^2 + (m_1l_0l_{c1} + (m_2 + m_3)l_1l_0)\text{cos}(q_1)$$

$$b_{12} = b_{21}$$

$$b_{22} = I_1 + m_1 l_{c1}^2 + (m_2 + m_3) l_1^2$$

Como a força é uma grandeza definida no espaço operacional, fica mais conveniente escrever a Equação (5.8), representativa da dinâmica do robô no espaço das juntas, também no espaço operacional. Para tanto, esta equação sofre algumas modificações com base nas relações cinemáticas entre o espaço operacional e o espaço das juntas e passa a ser dada, conforme exposto no Capítulo 4, por:

$$\bar{\mathbf{B}}(\mathbf{q})\ddot{\mathbf{x}} + \bar{\mathbf{C}}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}})\dot{\mathbf{x}} + \bar{\mathbf{F}}\dot{\mathbf{x}} + \bar{\mathbf{g}}(\mathbf{q}) = \mathbf{u} \quad (5.9)$$

onde:

$$\bar{\mathbf{B}}(\mathbf{q}) = \mathbf{J}_A^{-T} \mathbf{B}(\mathbf{q}) \mathbf{J}_A^{-1}$$

$$\bar{\mathbf{C}}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}) = \mathbf{J}_A^{-T} \mathbf{C}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}) \mathbf{J}_A^{-1} - \mathbf{J}_A^{-T} \mathbf{B}(\mathbf{q}) \mathbf{J}_A^{-1} \dot{\mathbf{J}}_A \mathbf{J}_A^{-1}$$

$$\bar{\mathbf{F}} = \mathbf{J}_A^{-T} \mathbf{F} \mathbf{J}_A^{-1}$$

$$\bar{\mathbf{g}}(\mathbf{q}) = \mathbf{J}_A^{-T} \mathbf{g}(\mathbf{q})$$

$$\mathbf{u} = \mathbf{J}_A^{-T} \boldsymbol{\tau}$$

sendo que:

$$\mathbf{J}_A = \begin{bmatrix} -l_0 \sin(q_1) - l_1 \sin(q_1 + q_2) & -l_1 \sin(q_1 + q_2) & 0 \\ l_0 \cos(q_1) + l_1 \cos(q_1 + q_2) & l_1 \cos(q_1 + q_2) & 0 \\ 0 & 0 & -1 \end{bmatrix}$$

Por fim, agregando o sinal da força à Equação (5.9), estabelece-se a dinâmica do robô definida no espaço operacional na presença de uma força externa:

$$\bar{\mathbf{B}}(\mathbf{q})\ddot{\mathbf{x}} + \bar{\mathbf{C}}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}})\dot{\mathbf{x}} + \bar{\mathbf{F}}\dot{\mathbf{x}} + \bar{\mathbf{g}}(\mathbf{q}) = \mathbf{u} - \mathbf{h}_A \quad (5.10)$$

Conforme apresentado no Capítulo 2, o modelo de forças desenvolvido representa as forças de interação que se manifestam em virtude da realização de tarefas de usinagem de superfícies, esteja o eixo da ferramenta orientado horizontalmente ou verticalmente à geometria final desejada para a superfície da peça. Além disso, este modelo pode ser adaptado a alguns tipos de ferramentas de corte, bastando para isso que

o princípio de funcionamento desta esteja de acordo com a modelagem realizada.

No presente trabalho, o algoritmo desenvolvido foi elaborado para comprovar a validade do modelo quando este é empregado para representar o comportamento aproximado do robô trabalhando em conjunto com uma fresa de topo como ferramenta, cujo perfil e geometria são abrangentes, capazes de descrever, também de forma aproximada, o comportamento de qualquer outra ferramenta que chegue a utilizar o modelo de forças como forma de representação das forças de interação. Optou-se por orientar o eixo da fresa de topo perpendicularmente à geometria final desejada para a superfície da peça por ser a orientação usualmente adotada para esta ferramenta.

Em uma primeira instância, será verificado o comportamento do robô quando este é submetido ao controle de rigidez adaptado ao seguimento de trajetória. Posteriormente se fará um raciocínio análogo utilizando o controle por impedância.

Antes, porém, de se empregar qualquer estratégia de controle, estabelecem-se profundidades de corte nas direções ortogonais a do avanço que se admite serem toleráveis ao processo de usinagem da superfície sendo empregado e aos consequentes limites de força permitidos.

Por fim, como consequência da estrutura assumida pelo algoritmo desenvolvido, verifica-se, nas simulações realizadas, que o movimento apresentado pela ferramenta com respeito à peça resulta discordante, embora o modelo de forças desenvolvido esteja preparado também para representar o comportamento das componentes de força quando o movimento apresentado pela ferramenta com respeito à peça for concordante.

5.3 Comportamento do robô submetido ao controle de rigidez adaptado ao seguimento de trajetória

Objetivando alcançar um comportamento para o sistema que esteja dentro das especificações de projeto e que, sobretudo, resulte estável, realizou-se um estudo que serve como base metodológica para a análise da resposta dinâmica do sistema, para a determinação de um conjunto residual do vetor de erros e para o projeto dos ganhos do controlador. Ao longo deste estudo, realizado no Capítulo 4, estabeleceu-se uma função de Lyapunov candidata cuja derivada, após substituição da dinâmica do erro em malha fechada, forneceu a seguinte expressão:

$$\dot{V} = -\boldsymbol{\rho}^T \bar{\mathbf{N}}_2(\mathbf{x}_e, \mathbf{x}, \dot{\mathbf{x}}) \boldsymbol{\rho} + \boldsymbol{\rho}^T \mathbf{F}_{AD}(\mathbf{x}_e, \mathbf{x}, \dot{\mathbf{x}}) \quad (5.11)$$

onde:

$$\boldsymbol{\rho}^T = \begin{bmatrix} \tilde{\mathbf{x}}^T & \dot{\tilde{\mathbf{x}}}^T \end{bmatrix}$$

$$\bar{\mathbf{N}}_2(\mathbf{x}_e, \mathbf{x}, \dot{\mathbf{x}}) = \begin{bmatrix} \Lambda(\bar{\mathbf{F}} + \mathbf{K}_D)\Lambda + \Lambda\mathbf{K}_{A\%}(\mathbf{x}) & \Lambda\left(\bar{\mathbf{F}} + \frac{1}{2}\mathbf{C}_A(\mathbf{x}_e, \mathbf{x}, \dot{\mathbf{x}})\right) + \frac{1}{2}\mathbf{K}_{A\%}(\mathbf{x}) \\ \left(\bar{\mathbf{F}} + \frac{1}{2}\mathbf{C}_A^T(\mathbf{x}_e, \mathbf{x}, \dot{\mathbf{x}})\right)\Lambda + \frac{1}{2}\mathbf{K}_{A\%}(\mathbf{x}) & \bar{\mathbf{F}} + \mathbf{K}_D + \mathbf{C}_A(\mathbf{x}_e, \mathbf{x}, \dot{\mathbf{x}}) \end{bmatrix} \quad (5.12)$$

$$\mathbf{F}_{AD}(\mathbf{x}_e, \mathbf{x}, \dot{\mathbf{x}}) = \begin{bmatrix} \Lambda\mathbf{K}_{A\%}(\mathbf{x}) & \Lambda\mathbf{C}_A(\mathbf{x}_e, \mathbf{x}, \dot{\mathbf{x}}) \\ \mathbf{K}_{A\%}(\mathbf{x}) & \mathbf{C}_A(\mathbf{x}_e, \mathbf{x}, \dot{\mathbf{x}}) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{x}_d - \mathbf{x}_e \\ \dot{\mathbf{x}}_d \end{bmatrix} \quad (5.13)$$

Conforme mencionado no Capítulo 4, tanto o vetor $\mathbf{F}_{AD}(\mathbf{x}_e, \mathbf{x}, \dot{\mathbf{x}})$ quanto a matriz $\bar{\mathbf{N}}_2(\mathbf{x}_e, \mathbf{x}, \dot{\mathbf{x}})$ são funções das variáveis de estado do sistema, além de algumas condições de trabalho, próprias do processo de usinagem e da ferramenta empregados. A escolha de Λ e \mathbf{K}_D deve, portanto, garantir simultaneamente que a matriz $\bar{\mathbf{N}}_2(\mathbf{x}_e, \mathbf{x}, \dot{\mathbf{x}})$ resulte definida positiva e que a parcela da Equação (5.11) contendo o vetor $\mathbf{F}_{AD}(\mathbf{x}_e, \mathbf{x}, \dot{\mathbf{x}})$ não impeça que a derivada da função de Lyapunov candidata assuma valores negativos. Desta forma garante-se que a dinâmica do erro em malha fechada irá convergir para uma região onde o sistema resulta estável.

Verifica-se que para as regiões onde o robô se move livremente sem sofrer a influência de forças externas, $\mathbf{C}_A(\mathbf{x}_e, \mathbf{x}, \dot{\mathbf{x}}) = 0$ e $\mathbf{K}_A(\mathbf{x}) = 0$. Para esta situação, o vetor $\mathbf{F}_{AD}(\mathbf{x}_e, \mathbf{x}, \dot{\mathbf{x}})$ também resulta nulo e a matriz $\bar{\mathbf{N}}_2(\mathbf{x}_e, \mathbf{x}, \dot{\mathbf{x}})$, dependendo do ajuste de ganhos realizado, pode resultar definida positiva, visto que ela é dependente também dos elementos da matriz $\bar{\mathbf{F}}$ que não são necessariamente todos positivos, pois esta é função da configuração atual do robô. Estas afirmações podem ser constatadas respectivamente através das Equações (5.12) e (5.13).

Por outro lado, para as regiões onde essas forças externas se mostram presentes, $\mathbf{C}_A(\mathbf{x}_e, \mathbf{x}, \dot{\mathbf{x}})$ e $\mathbf{K}_A(\mathbf{x})$ assumem valores não-nulos, dificultando a análise do comportamento dinâmico do sistema.

Em vista do que foi exposto, conclui-se que os coeficientes dinâmicos do modelo de forças, em especial $\mathbf{C}_A(\mathbf{x}_e, \mathbf{x}, \dot{\mathbf{x}})$, são os termos responsáveis pela vulnerabilidade do sistema a possíveis situações de instabilidade.

Observando-se a Equação (5.11), verifica-se que a parcela contendo a matriz $\bar{N}_2(\mathbf{x}_e, \mathbf{x}, \dot{\mathbf{x}})$ é dominante frente à parcela contendo o vetor $\mathbf{F}_{AD}(\mathbf{x}_e, \mathbf{x}, \dot{\mathbf{x}})$, visto que a primeira é uma função quadrática do vetor de erros $\boldsymbol{\rho}$. Desta forma, feita uma seleção adequada dos ganhos, pode-se garantir que o erro obtido para o sistema em malha fechada tende para um conjunto residual de raio $\|\boldsymbol{\rho}\|$, quando $t \rightarrow \infty$.

Uma vez verificado o efeito dominante da matriz $\bar{N}_2(\mathbf{x}_e, \mathbf{x}, \dot{\mathbf{x}})$ sobre o comportamento da Equação (5.11), pode-se resumir a análise de estabilidade do sistema ao comportamento exclusivo desta matriz, ou seja, garantindo-se que a matriz $\bar{N}_2(\mathbf{x}_e, \mathbf{x}, \dot{\mathbf{x}})$ resulta definida positiva, o sistema pode ser declarado estável. Esta característica é satisfeita sempre que todos os autovalores desta matriz resultarem positivos e tal comprovação, conforme apresentado no Capítulo 4, pode ser obtida empregando-se o teorema de Gershgorin (Anexo F) aos termos desta matriz.

Isolando os ganhos do sistema nas expressões decorrentes desta análise (Apêndice B), estabelecem-se condições suficientes para que estes ganhos forneçam uma matriz que resulte definida positiva e o sistema globalmente estável.

A Figura 5.8 ilustra o comportamento assumido pelo menor dos autovalores da matriz $\bar{N}_2(\mathbf{x}_e, \mathbf{x}, \dot{\mathbf{x}})$ à medida que os ganhos do sistema variam.

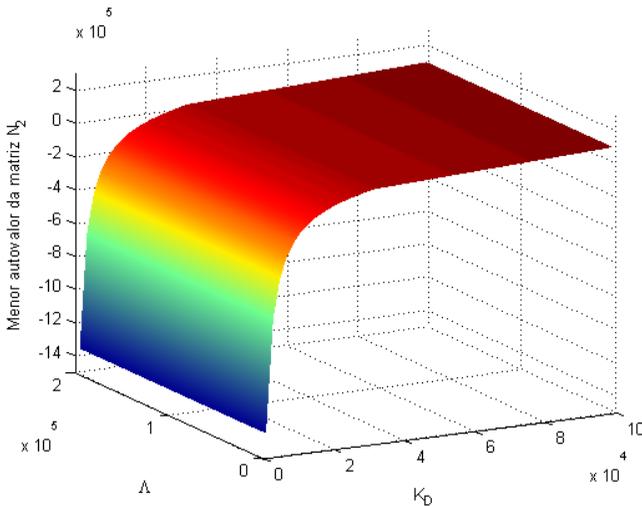


Figura 5.8 - Comportamento assumido pelo menor dos autovalores da matriz $\bar{N}_2(\mathbf{x}_e, \mathbf{x}, \dot{\mathbf{x}})$.

Através desta figura constata-se que, dependendo dos valores assumidos pelos ganhos, o sistema poderá ou não resultar estável.

Logo, considerando que o robô possui um comportamento cinemático e dinâmico descrito pelas Equações (5.4) à (5.10), que a força a qual está submetido é dada pela Equação (2.61) e que ele encontra-se sobre o comando de uma estratégia de controle de rigidez adaptado ao seguimento de trajetória, dada pela Equação (4.11), obtém-se, como resposta a um sinal com perfil de velocidades trapezoidal, resultados conforme expostos no próximo item.

No que diz respeito ao algoritmo desenvolvido para representar o comportamento dinâmico do sistema em malha fechada, quando este é submetido a essa estratégia de controle, tem-se que, feita a descrição do sistema como um todo e estabelecidas as condições operacionais, o algoritmo deverá selecionar o conjunto de ganhos de um dado instante, resultantes das expressões presentes no Apêndice B, que forneça o menor vetor de erros (ρ) verificado ao longo de todo o processo. Estes ganhos, por sua vez, são alimentados para o controlador para que o robô execute com precisão a tarefa solicitada.

A priori, os ganhos instantâneos, resultantes das expressões presentes no Apêndice B para cada instante de tempo, também poderiam ser utilizados. No entanto, é importante salientar que, sob um ponto de vista prático, esta não é uma opção interessante para os atuadores das juntas, que poderão estar sendo alimentados por sinais apresentando descontinuidades ou variações bruscas.

5.3.1 Resultados

A ferramenta utilizada, Figura 2.8 (presente também no Anexo C, Figura 6), apresenta as seguintes características:

- Raio (r) = 4,00mm ;
- Velocidade de rotação da ferramenta ($\dot{\theta}$) = 300rpm ;
- Ângulo de hélice (λ) = 26° ;
- Profundidade de corte imposta na direção binormal (P_y) = 2,00mm ;
- Profundidade de corte imposta na direção normal (P_z) = 5,00mm .

O meio, por sua vez, apresenta as seguintes características:

- Perfil trapezoidal, representativo de um cordão de solda;
- Composição homogênea;
- Ângulo de inclinação de 15°, tanto na entrada quanto na saída do perfil trapezoidal, tomado com respeito à geometria final desejada

para a superfície da peça;

➤ Largura, comprimento e altura do meio com perfil trapezoidal respectivamente iguais a $10,00\text{mm}$, $100,00\text{mm}$ e $6,70\text{mm}$.

Com base nestas características e nos ganhos selecionados (Figura 5.9 e Figura 5.10) resultantes das expressões presentes no Apêndice B:

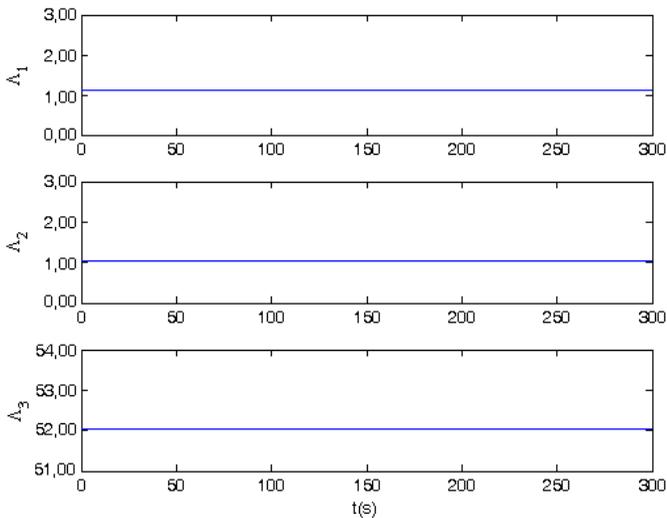


Figura 5.9 - Componentes da matriz de ganhos Λ .

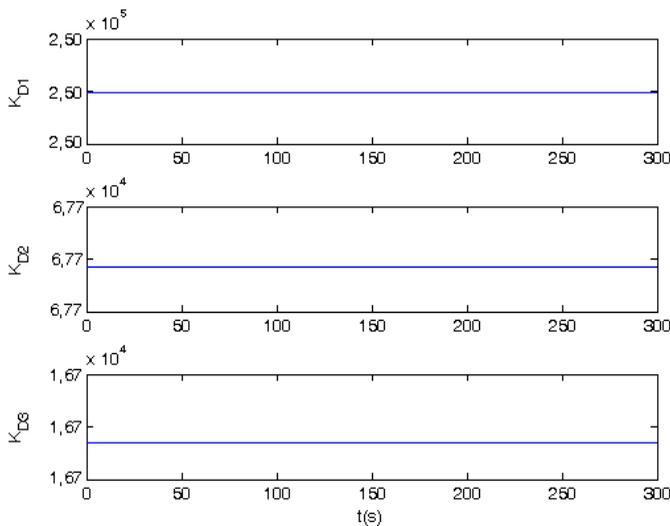


Figura 5.10 - Componentes da matriz de ganhos K_D .

obtém-se um comportamento para o sistema que pode ser descrito através dos gráficos mostrados a seguir.

Na Figura 5.11 verifica-se o perfil remanescente da camada de material após um passe da ferramenta. Conforme mencionado anteriormente, a camada original possuía $6,70\text{mm}$ de altura, representada pela linha tracejada na cor vermelha, e ficou com aproximadamente $1,70\text{mm}$ de altura, representada pela linha contínua na cor azul.

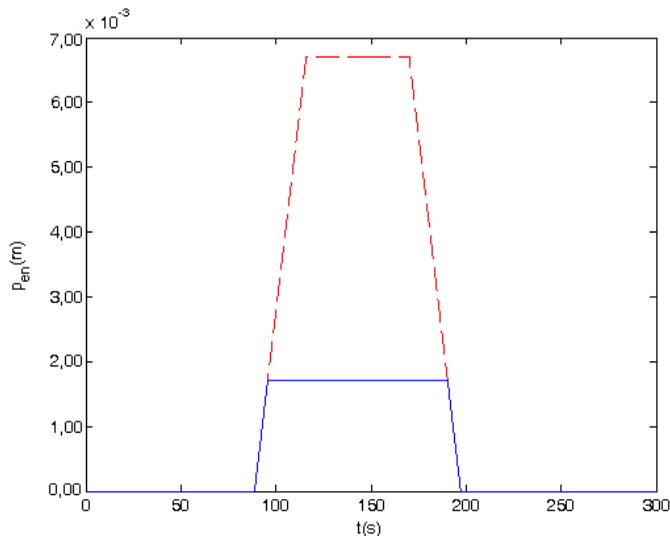


Figura 5.11 - Perfil remanescente da camada de material após um passe da ferramenta.

Para obter este perfil residual da camada de material, o robô deve realizar um movimento combinado nas direções x_t , x_b e x_n , buscando respeitar os respectivos valores de referência fornecidos pela Figura 5.3, Figura 5.4 e Figura 5.5. Os movimentos resultantes, representados por curvas com traçado contínuo na cor azul, podem ser vistos na Figura 5.12, Figura 5.13 e Figura 5.14, onde aparecem sobrepostos aos seus respectivos valores de referência descritos pelas curvas tracejadas na cor vermelha. Nos gráficos que seguem, salvo os casos em que o padrão de cores utilizado é especificado, a cor azul sempre fará referência aos valores obtidos e a cor vermelha aos valores de referência.

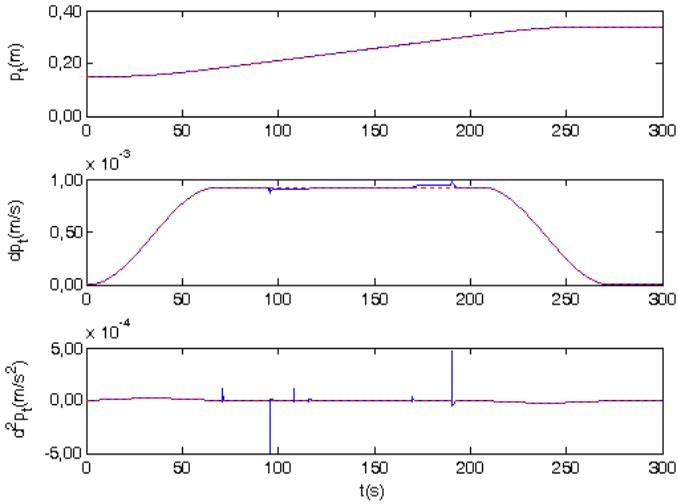


Figura 5.12 - Sinais de posição, velocidade e aceleração reais ao longo da direção tangencial.

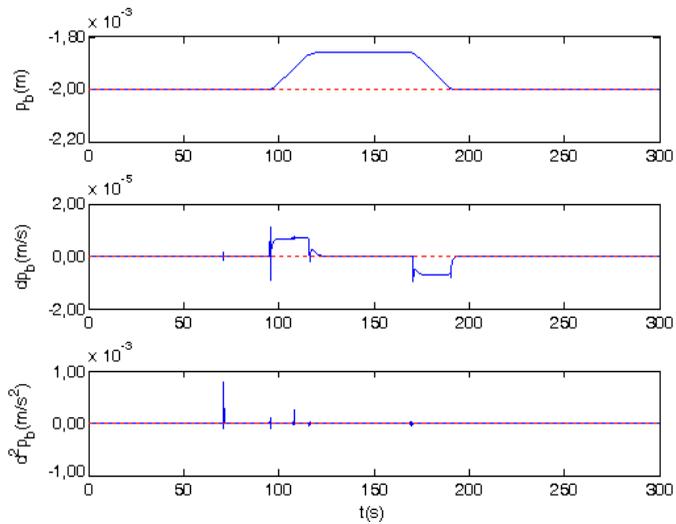


Figura 5.13 - Sinais de posição, velocidade e aceleração reais ao longo da direção binormal.

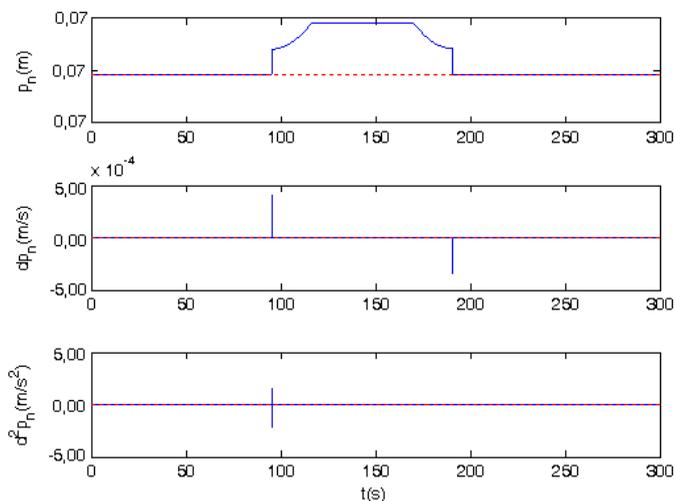


Figura 5.14 - Sinais de posição, velocidade e aceleração reais ao longo da direção normal.

Verifica-se que os desvios presentes nos sinais obtidos com respeito aos sinais de referência ocorrem somente nos momentos de transição entre as situações de contato ou não com o meio. Os erros gerados nestas respectivas direções podem ser vistos na Figura 5.15, Figura 5.16 e Figura 5.17.

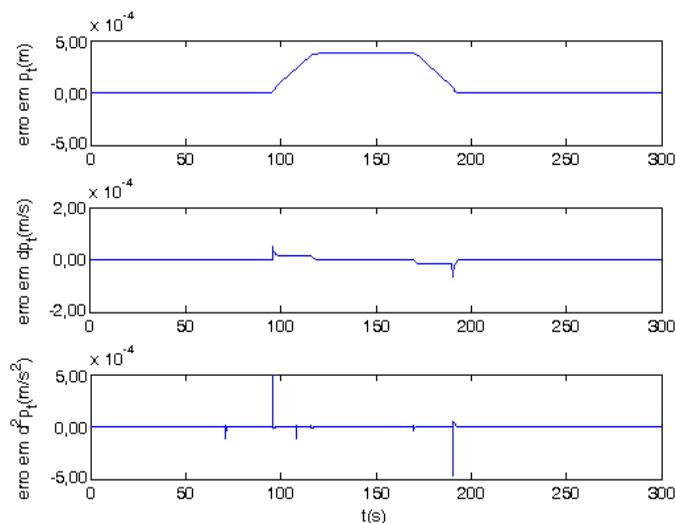


Figura 5.15 - Sinais de erro de posição, velocidade e aceleração ao longo da direção tangencial.

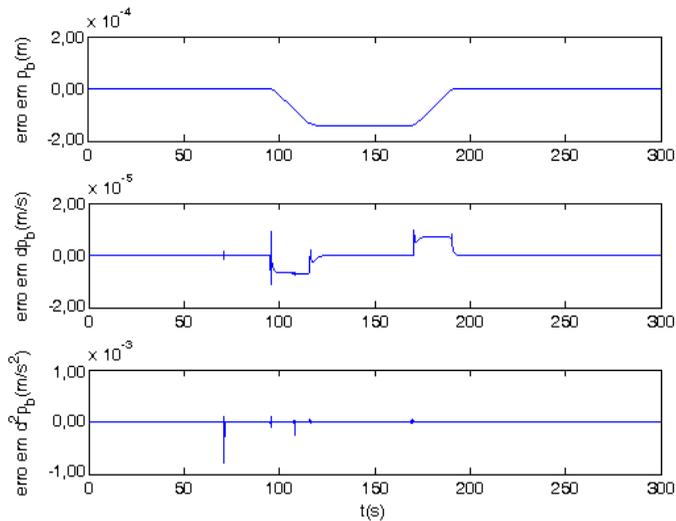


Figura 5.16 - Sinais de erro de posição, velocidade e aceleração ao longo da direção binormal.

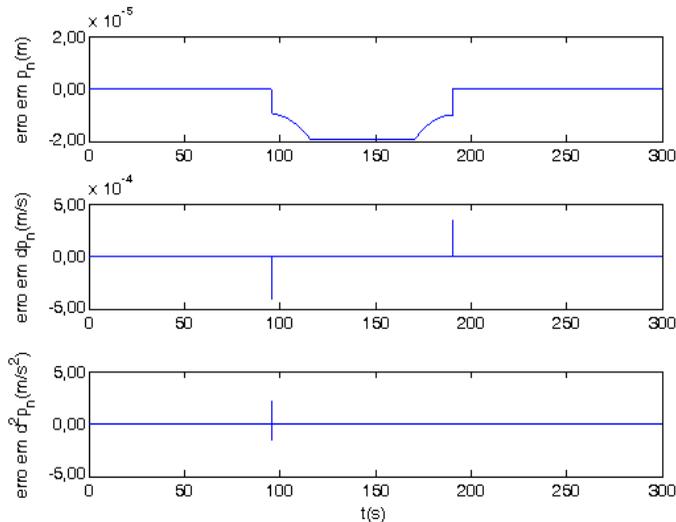


Figura 5.17 - Sinais de erro de posição, velocidade e aceleração ao longo da direção normal.

Esses movimentos, por sua vez, assim como as componentes das forças de interação entre robô e meio, descritas pela Figura 5.18, são consequência de alguns sinais de controle (torques) fornecidos aos atuadores das juntas 1, 2 e 3 do robô, os quais podem ser visualizados na Figura 5.19.

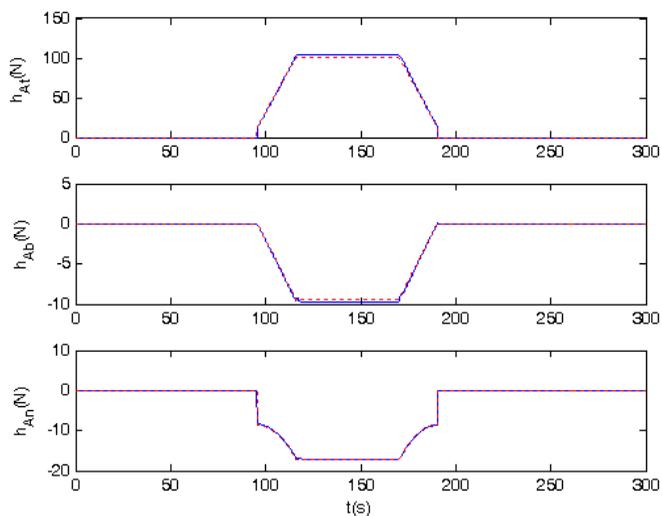


Figura 5.18 - Componentes de força.

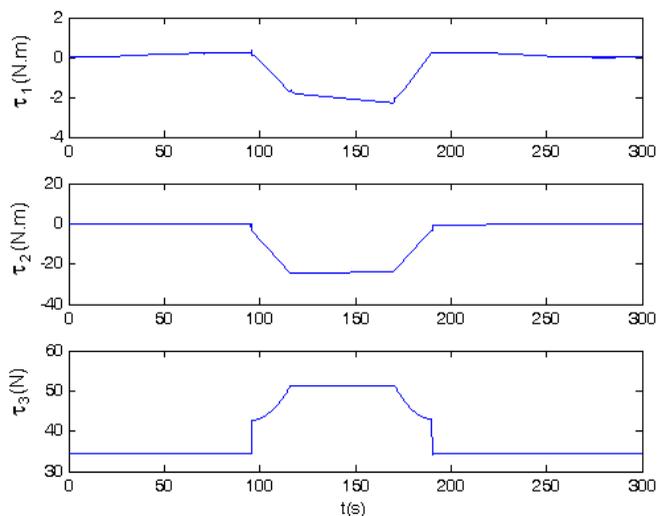


Figura 5.19 - Sinais de controle.

Verifica-se que as componentes de força realizadas pelo robô sobre o meio, dadas pela Figura 5.18, estão de acordo com as componentes de força reais obtidas experimentalmente com a fresadora universal pertencente ao Laboratório de Usinagem e Comando Numérico (Usicon), vinculado ao Departamento de Engenharia Mecânica (EMC) da Universidade Federal de Santa Catarina (UFSC). Estas componentes de força

reais estão sendo representadas na Figura 5.20 na cor vermelha e as magnitudes consideradas estão sendo descritas por curvas sobrepostas na cor azul que indicam o valor médio assumido por cada uma delas.

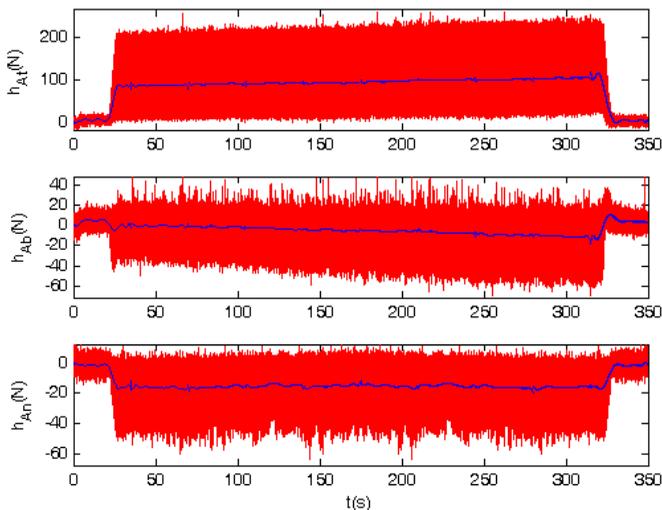


Figura 5.20 - Componentes de força reais.

Vale ressaltar que este comportamento para o robô, descrito pela Figura 5.12, Figura 5.13, Figura 5.14 e Figura 5.18, só é alcançado se ele for capaz de fornecer os sinais de controle (torques) necessários aos atuadores de suas juntas, os quais foram expostos na Figura 5.19.

5.4 Comportamento do robô submetido ao controle por impedância

Analogamente à Seção 5.3, porém substituindo a estratégia de controle de rigidez adaptado ao seguimento de trajetória por uma estratégia de controle por impedância, já apresentada no Capítulo 3, obtém-se, como resposta a um sinal com perfil de velocidades trapezoidal, os resultados conforme expostos no próximo item. Vale salientar que a estratégia de controle por impedância apresentada no Capítulo 3, dada pelas Equações (3.29) e (3.30), está descrita no espaço das juntas e, neste caso, deve-se fazer uso da Equação (3.15) para representar a dinâmica do sistema. Caso se deseje utilizar a Equação (5.10) para representar a dinâmica do sistema, a qual está definida no espaço operacional, faz-se necessário pré-multiplicar o sinal de controle resultante das Equações (3.29) e (3.30) pela matriz \mathbf{J}_A^{-T} .

5.4.1 Resultados

A ferramenta e o meio são os mesmos que foram empregados no caso anterior envolvendo o controle de rigidez adaptado ao seguimento de trajetória e, portanto mantém as características já descritas.

Os ganhos selecionados para o controlador assumem valores conforme expostos na Figura 5.21, Figura 5.22 e Figura 5.23.

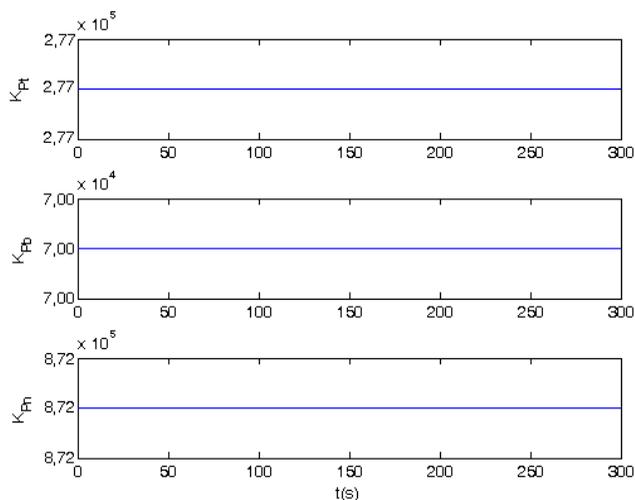


Figura 5.21 - Componentes da matriz de ganhos K_p .

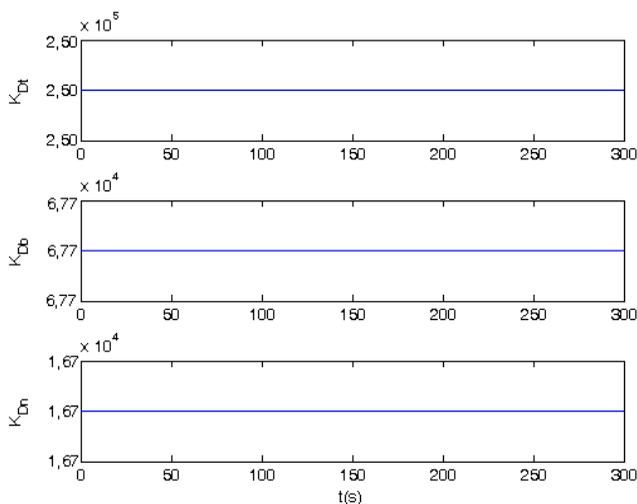


Figura 5.22 - Componentes da matriz de ganhos K_D .

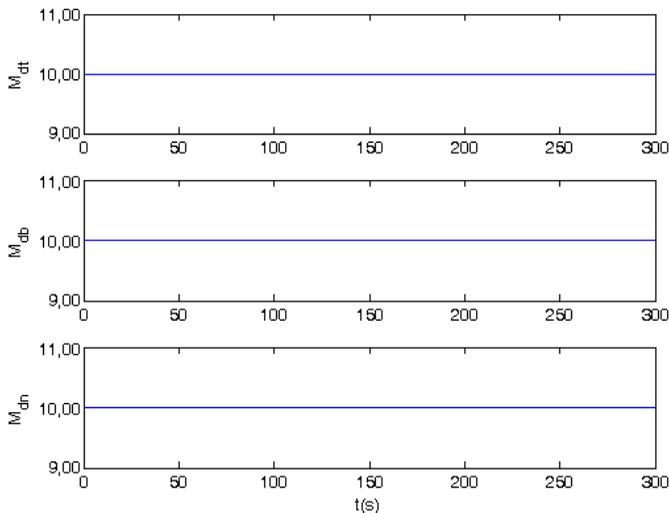


Figura 5.23 - Componentes da matriz de ganhos M_d .

Estes ganhos também foram obtidos como consequência de uma análise de estabilidade, conforme Seção 4.2.1, segundo a qual se as parcelas reais de todos os autovalores da matriz dada pela Equação (4.61) resultarem negativas, o sistema é declarado estável. A análise em questão mostra que as componentes das matrizes M_d e K_p podem ser arbitrárias e as componentes da matriz K_D surgem como consequência desta escolha.

Uma sintonia adaptativa para estes ganhos ao longo de todo o comportamento dinâmico do robô, também é possível, bastando que a análise de estabilidade continue a ser respeitada. As relações entre M_d , K_D e K_p são mantidas. No entanto, assim como foi manifestado para o controle de rigidez, é importante salientar que, sob um ponto de vista prático, esta não é uma opção interessante para os atuadores das juntas, que poderão estar sendo alimentados por sinais apresentando descontinuidades ou variações bruscas.

Verificadas estas condições para os ganhos, obtém-se um comportamento para o sistema que pode ser descrito através dos gráficos mostrados a seguir.

Na Figura 5.24 verifica-se o perfil remanescente da camada de material após um passe da ferramenta. Conforme mencionado anteriormente, a camada original possuía $6,70\text{mm}$ de altura, representada pela linha tracejada na cor vermelha, e ficou com aproximadamente $1,70\text{mm}$ de

altura, representada pela linha contínua na cor azul, resultado este, análogo ao obtido quando se emprega o controle de rigidez adaptado ao seguimento de trajetória (conforme Figura 5.11).

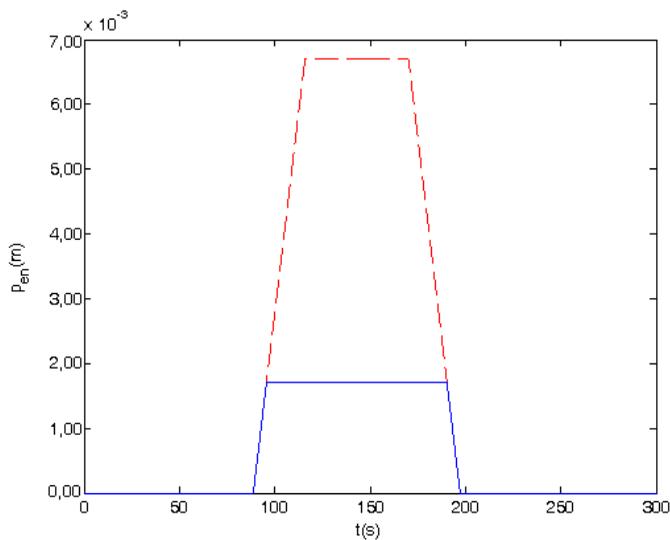


Figura 5.24 - Perfil remanescente da camada de material após um passe da ferramenta.

Para obter este perfil residual da camada de material, o robô deve realizar um movimento combinado nas direções x_t , x_b e x_n , buscando respeitar os respectivos valores de referência fornecidos pela Figura 5.3, Figura 5.4 e Figura 5.5. Os movimentos resultantes podem ser vistos na Figura 5.25, Figura 5.26 e Figura 5.27, onde aparecem sobrepostos aos seus respectivos valores de referência.

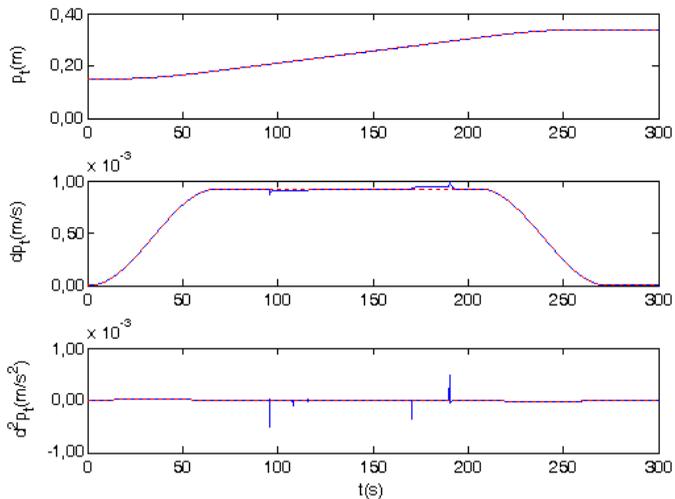


Figura 5.25 - Sinais de posição, velocidade e aceleração reais ao longo da direção tangencial.

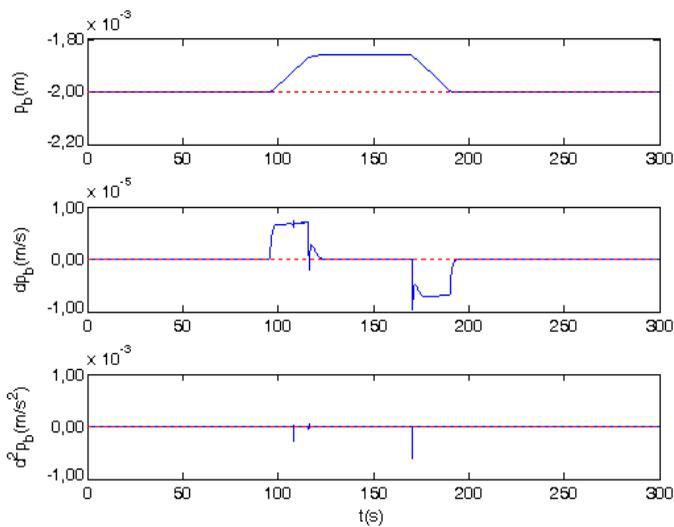


Figura 5.26 - Sinais de posição, velocidade e aceleração reais ao longo da direção binormal.

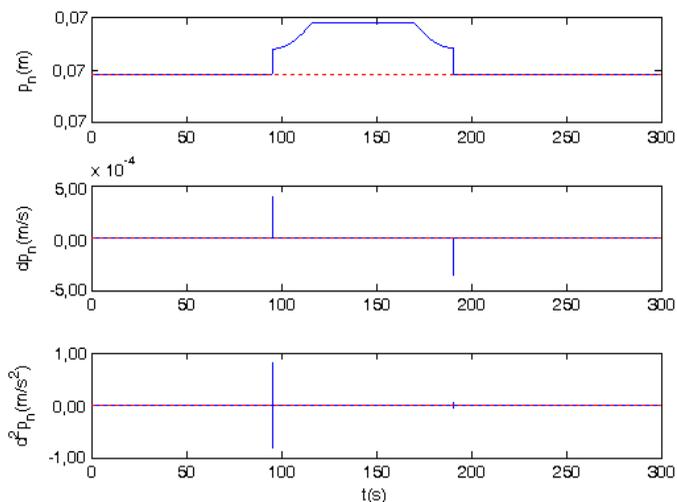


Figura 5.27 - Sinais de posição, velocidade e aceleração reais ao longo da direção normal.

Verifica-se que os desvios presentes nos sinais obtidos com respeito aos sinais de referência ocorrem somente nos momentos de transição entre as situações de contato ou não com o meio. Os erros gerados nestas respectivas direções podem ser vistos na Figura 5.28, Figura 5.29 e Figura 5.30.

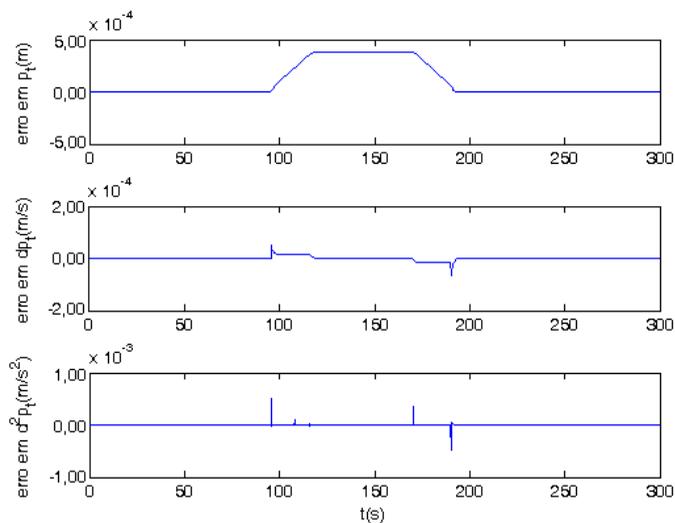


Figura 5.28 - Sinais de erro de posição, velocidade e aceleração ao longo da direção tangencial.

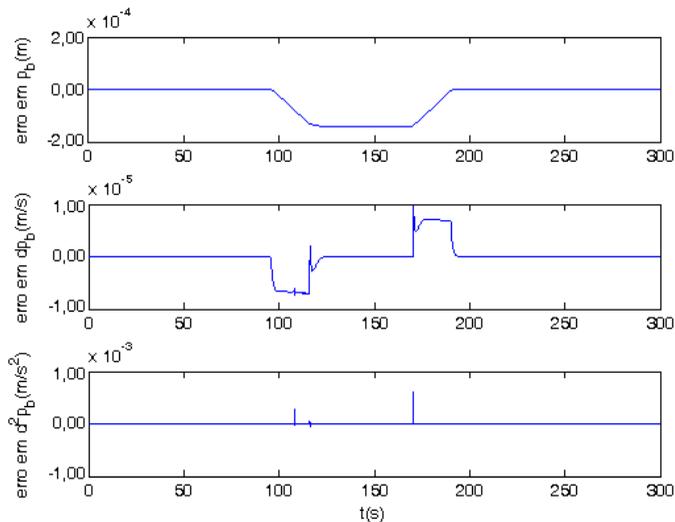


Figura 5.29 - Sinais de erro de posição, velocidade e aceleração ao longo da direção binormal.

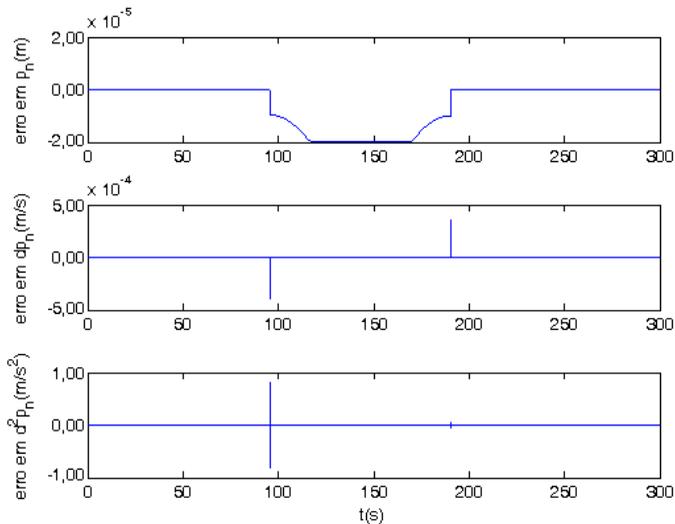


Figura 5.30 - Sinais de erro de posição, velocidade e aceleração ao longo da direção normal.

Esses movimentos, por sua vez, assim como as componentes das forças de interação entre robô e meio, descritas pela Figura 5.31, são consequência de alguns sinais de controle (torques) fornecidos aos atuadores das juntas 1, 2 e 3 do robô, os quais podem ser visualizados na Figura 5.32.

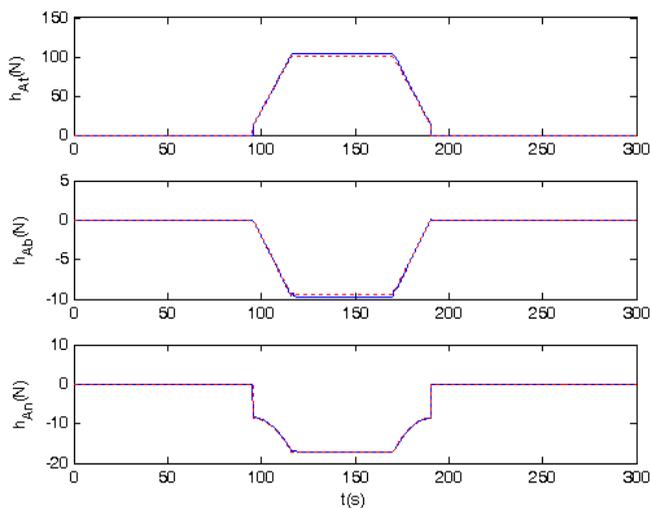


Figura 5.31 - Componentes de força.

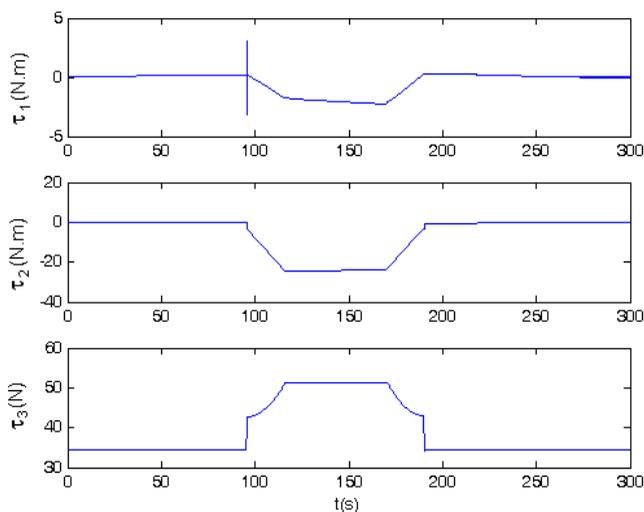


Figura 5.32 - Sinais de controle.

As componentes de força expostas na Figura 5.31 também estão de acordo com as componentes de força reais obtidas experimentalmente, já expostas na Figura 5.20.

Vale ressaltar que este comportamento para o robô, descrito pela Figura 5.25, Figura 5.26, Figura 5.27 e Figura 5.31, só é alcançado se ele for capaz de fornecer os sinais de controle (torques) necessários aos

atuadores de suas juntas, os quais foram expostos na Figura 5.32.

5.5 Conclusões do capítulo

No presente capítulo foram apresentados alguns resultados obtidos por simulação, representativos da dinâmica do sistema em malha fechada com duas estratégias de controle distintas, o controle de rigidez adaptado ao seguimento de trajetória e o controle por impedância, e que descrevem o comportamento do sistema quando este é submetido à influência de uma força externa vinculada a um processo de usinagem. Esta força, por sua vez, é representada pelo modelo proposto no Capítulo 2.

Ambas as estratégias de controle apresentaram resultados satisfatórios à tarefa de usinagem sendo analisada, garantindo a estabilidade do sistema, podendo ainda ser melhorados dependendo da aplicação e das tolerâncias impostas. Para isso, basta que os ganhos sejam incrementados dentro dos intervalos onde se verifica a estabilidade do sistema.

Vale destacar que as considerações e os conceitos sobre os quais cada uma destas estratégias de controle está fundamentada divergem. O controle de rigidez adaptado ao seguimento de trajetória, por exemplo, é fundamentado no conceito da passividade, conforme apresentado no Capítulo 4, e considera a existência de imprecisões na modelagem da dinâmica do sistema. Um dos principais causadores destas imprecisões é a indisponibilidade do sinal de força como sinal de realimentação para a dinâmica do sistema em malha-fechada e, por esta razão, o sistema resulta acoplado. Já o controle por impedância é fundamentado no conceito de dinâmica inversa ou torque computado, onde todas as dinâmicas, inclusive a força, são perfeitamente modeladas e compensadas. Neste caso, existe uma leitura e realimentação do sinal de força e, portanto, o sistema resulta desacoplado.

Outra informação pertinente a estas duas estratégias de controle diz respeito à complexidade das análises de estabilidade. Em virtude de o controle de rigidez resultar acoplado e considerar imprecisões na modelagem da dinâmica do sistema, estas acabam por aparecer nas relações que governam a sua estabilidade, dificultando sua análise. Esta dificuldade é retratada através de um modelo mais complexo que aquele resultante do controle por impedância o que acarreta em um incremento do esforço computacional necessário para cumprir a tarefa solicitada.

Diante destas informações, dependendo da precisão da modelagem realizada para o sistema e dos resultados que se espera obter, o projetista tem condições de optar pela estratégia de controle que ele julgar mais adequada.

6 CONCLUSÕES FINAIS E PROPOSTAS PARA TRABALHOS FUTUROS

O que se pode verificar através da revisão bibliográfica realizada é que atualmente os sistemas robóticos estão sendo empregados em tarefas cada vez mais complexas devido a diferentes exigências de produção e de qualidade dos produtos. Novas aplicações robóticas podem ser encontradas na literatura e na mídia, sendo que a grande maioria destas se concentra no âmbito industrial, realizando vários tipos de tarefas, tais como: soldagem, pintura, movimentação de peças/objetos e materiais etc. Portanto, em um cenário de crescimento econômico global, soluções que aumentem a produtividade e reduzam o custo final são sempre bem-vindas e abrem várias perspectivas de inovação e de avanços tecnológicos.

Ao longo do desenvolvimento desta tese de doutorado, houve um constante acompanhamento do progresso da linha de pesquisa a qual ela pertence e observou-se que o trabalho desenvolvido manteve seu ineditismo durante todo o período de sua realização, havendo inclusive um aumento significativo de publicações nesta linha de pesquisa nos últimos três anos.

Verificou-se que muitas empresas de tecnologia da manufatura que trabalham com processos de usinagem, vislumbram no uso de robôs industriais um potencial bastante promissor para aplicações na área (ALLEN *et. al.*, 2010; BOGUE, 2009; PAN e ZHANG, 2008; WANG *et. al.*, 2008; ZHANG *et. al.*, 2005).

Os resultados obtidos, em conjunto com as publicações referenciadas na revisão bibliográfica e pertencentes a esta linha de pesquisa, indicam que a aposta destas empresas por uma solução alternativa para as máquinas-ferramentas através do emprego de robôs industriais em operações de usinagem, está no caminho certo.

No que tange a síntese do controlador a ser empregado em robôs para realizar operações de usinagem, foi mencionado no capítulo introdutório que, em geral, as tarefas robóticas que apresentam significativa interação com o meio exigem, pelo menos, a inclusão de sensores de força. Devido à dificuldade de dispor de robôs equipados com sensores de força e com arquitetura aberta de controle, a grande maioria dos métodos de controle de força propostos são teóricos e os principais testes são realizados por simulação. Poucos são os trabalhos disponíveis, que realizando experimentações, colocam em evidência problemas do tipo atrito e perturbações externas tais como ocorrem na prática. Segundo o

presente trabalho, verificou-se que, dependendo da estratégia de controle adotada e de como ela é implementada, esta exigência pelo sensor de força deixa de existir. É o caso do controle de rigidez adaptado ao seguimento de trajetória apresentado.

Conforme pode ser verificado, o controle de rigidez adaptado ao seguimento de trajetória fornece resultados promissores para o sistema. No entanto, para obter resultados como estes, que descrevem um comportamento estável para o sistema, faz-se necessário, antes de mais nada, definir um conjunto residual para o vetor de erros que, por sua vez, depende da seleção feita para os ganhos do controlador, de alguns parâmetros do sistema e de algumas condições de trabalho vinculadas ao processo de usinagem empregado. É importante destacar que, através do emprego desta estratégia de controle, o comportamento dinâmico do sistema resulta acoplado em virtude da ausência do sinal de força e, por esta razão, surgem imprecisões no modelo dinâmico do sistema que dificultam a modelagem e o processamento da análise de estabilidade.

O controle por impedância, por sua vez, também apresenta resultados promissores para o sistema, sendo que a análise resulta mais simples, visto que esta estratégia de controle é fundamentada na dinâmica inversa ou torque computado e com isso os ganhos para o controlador são determinados mais facilmente. Nesta estratégia, além do conhecimento de todos os parâmetros do robô, é fornecido também o sinal de força, proveniente de sensores de força, que promove o desacoplamento do sistema.

Vale salientar que o acoplamento das dinâmicas do robô considerado neste trabalho, provocado pelas forças de interação, influencia a dinâmica do erro em malha fechada, tanto no que diz respeito à estabilidade quanto no que diz respeito ao desempenho do sistema. A revisão bibliográfica realizada indica que esse acoplamento não costuma ser levado em consideração, sendo este, portanto, mais uma contribuição importante deste trabalho.

Uma terceira possibilidade levantada para realizar o controle do sistema é o controle coordenado, mas em virtude do alto custo envolvido na aquisição do dispositivo (ferramenta) ativo, necessário para a implementação da estratégia, esta não pode ser analisada.

Allen *et. al.* (2010) dão uma visão geral dos desenvolvimentos no domínio das ferramentas especializadas. Estas podem oferecer uma maior versatilidade em operações de usinagem para fins de manutenção *in situ*, quando comparadas às máquinas-ferramentas projetadas para uma única operação de reparo. Além disso, a opção pelo uso desta micro

tecnologia resulta em uma redução dos custos envolvidos e das colisões com o meio. Bone *et. al.* (1991), Chung e Kim (2005), Kim e Chung (2006), Kim *et. al.* (2008), Liao *et. al.* (2008) e Lopes e Almeida (2008) são exemplos de trabalhos que adotam ferramentas ativas em conjunto com manipuladores robóticos industriais para realizar tarefas de usinagem.

Com respeito à representação do comportamento assumido pelo sistema, boa parte dos métodos de controle existente assume que a geometria do meio e do contato, assim como as restrições por eles impostas, são de natureza puramente cinemática (ou geométrica), ou seja, contatos rígidos. Além disso, costuma-se considerar que os efeitos dinâmicos envolvidos são perfeitamente conhecidos. Porém, na prática, isto não costuma acontecer (EPPINGER e SEERING, 1986, 1987, 1992; VOLPE e KHOSLA, 1994) já que a dinâmica do meio é menos conhecida que a dinâmica do robô, sendo necessário assumir, tanto teórico quanto experimentalmente (DE SHUTTER *et. al.*, 1997), erros na modelagem geométrica do meio, assim como outras imperfeições tais como: o atrito devido à interação mantida entre robô e meio, a flexibilidade nas juntas e nos elos do robô, as não-linearidades, o conhecimento impreciso do ambiente e de suas propriedades, além dos parâmetros construtivos do robô, a medição de ruído e as perturbações externas.

As estratégias de controle analisadas, assim como outras existentes, possuem em comum o fato de que, para o êxito da execução da tarefa, precisa-se do conhecimento adequado de todas essas características, as quais estão ligadas ao fato de que o desenvolvimento de tarefas onde o manipulador interage com o meio, pode ou não implicar na troca de energia, representada nesta tese por uma função de Lyapunov candidata.

Neste contexto, onde se requer uma modelagem mais refinada das características do sistema, existem alguns trabalhos que merecem destaque e que serviram de base para fundamentar o modelo de forças proposto: é o caso de Duellen *et. al.* (1992) e Ziliani *et. al.* (2005, 2007), onde são discutidos o desenvolvimento, a implementação e os testes de desempenho de um controlador híbrido de posição/velocidade e força aplicado para a remoção de metal usando robôs industriais.

Ambas as metodologias, conforme discutido ao longo do texto, apresentam modelos diferenciados para as forças de interação e mais refinados que os modelos usuais presentes na literatura (SCIAVICCO e SICILIANO, 2004; SICILIANO e VILLANI, 1999) e mostraram-se eficazes na realização dos testes que lhes foram impostos, o que pode ser verificado através de resultados experimentais. Entretanto, ao que tudo indica,

estes modelos não aparentam ser robustos a alterações nas condições de trabalho, visto que, conforme discutido na Seção 2.5, eles, diferentemente do modelo sendo proposto nesta tese, não exploram um número considerável de efeitos envolvidos em um processo de usinagem.

Apenas lembrando, o grande diferencial do modelo de forças proposto nesta tese é sua descrição tridimensional e sua estrutura que procura enquadrar boa parte destes efeitos do processo de usinagem em duas parcelas distintas de força: uma representando um comportamento viscoso (atrito viscoso), resultante da análise feita na Seção 2.3 com base no modelo proposto por Duelen *et. al.* (1992), e a segunda representando um comportamento elástico (deformação elástica do sistema com base na rigidez do meio e considerando um manipulador rígido), fundamentada no modelo proposto por Sciavicco e Siciliano (2004) e Siciliano e Villani (1999). Dependendo da ferramenta empregada e das condições operacionais, estas parcelas tornam-se mais ou menos significativas.

Conforme destacado no Capítulo 2, no intuito de garantir que o modelo de forças desenvolvido represente de forma coerente as forças presentes na tarefa sendo realizada, faz-se necessário um conhecimento sobre o comportamento global assumido pelos parâmetros e coeficientes K_z , $\mathbf{K}_{A\%}(\mathbf{x})$, K_1 e \bar{K}_c , que são os responsáveis diretos pelas magnitudes assumidas pelas parcelas de força do modelo proposto. Estas informações, entretanto, só podem ser obtidas mediante uma análise estatística e comportamental do modelo de forças desenvolvido.

Vale salientar que o modelo matemático desenvolvido, de caráter não-linear, é válido para representar as componentes de força provenientes de uma diversidade de ferramentas de corte, bastando, para isso, que estas se enquadrem nas características operacionais do modelo. Alguns exemplos de ferramentas são: o rebolo, a fresa de disco de dentes retos e a fresa de topo.

Este modelo pode ser empregado também para representar o sinal de força na equação dinâmica de um sistema qualquer realizando alguma das tarefas de usinagem já descritas, independente da estratégia de controle utilizada. Diante desta possibilidade, alguns trabalhos referenciados na revisão bibliográfica, como é o caso de Ferretti *et. al.* (2000, 2004), que não trabalham com um modelo representativo das forças de interação, pois fazem uso de sensores de força/torque, podem adotar o modelo de forças proposto e verificar se os resultados obtidos assumem valores que estejam de acordo com o esperado.

Segundo a revisão bibliográfica realizada, existem outros modelos

representativos das forças de usinagem e que, segundo seus autores, tiveram sua viabilidade e eficácia comprovadas através de resultados obtidos por simulações. É o caso de Choi *et. al.* (2008).

Com base na pesquisa realizada e nos conceitos formados ao longo do período desta tese, alguns trabalhos referenciados na revisão bibliográfica, embora coerentes, não se mostram, ao que tudo indica, aplicáveis sob o ponto de vista prático. É o caso do controle por impedância empregado em Her e Kazerooni (1991), Kazerooni *et. al.* (1986b), Kazerooni (1988a, 1988b) e Kazerooni e Her (1988) para a realização de tarefas de acabamento de superfícies por usinagem. A estratégia de controle consiste em dotar o manipulador robótico com uma impedância elevada na direção normal e uma impedância reduzida na direção tangencial à geometria final desejada para a superfície da peça. Segundo os autores, uma impedância elevada na direção normal faz com que o sistema robótico resista às forças de usinagem e permaneça próximo à trajetória desejada, enquanto que uma impedância reduzida na direção tangencial permite que a velocidade de avanço da ferramenta seja ajustada aos limites operacionais da componente tangencial de força necessária para realizar a operação de corte.

Sob o ponto de vista teórico e de controle do sistema, a estratégia proposta por Kazerooni parece funcional. Entretanto, se observada sob o ponto de vista prático, focando no processo como um todo, o fato de se variar a velocidade de avanço da ferramenta durante a realização da tarefa com o único intuito de ajustá-la aos limites operacionais da componente tangencial de força necessária para realizar a operação de corte, corre-se o risco de comprometer a qualidade final da peça, além da própria ferramenta que pode chegar a quebrar. Outros trabalhos citados na revisão bibliográfica e que também realizam este controle da componente tangencial de força com base na variação da velocidade de avanço são: Duelen *et. al.* (1992), Zuhars e Hsia (1995), Ziliani *et. al.* (2005, 2007) e o projeto *Robotware Machining FC* (em fase de elaboração)⁸.

Na modelagem realizada nesta tese, tem-se acesso antecipado a uma estimativa das magnitudes esperadas para as componentes da força total de usinagem, baseadas nas condições de trabalho e em valores de referência para os estados do sistema. Caso alguma destas forças supere as

⁸ ROBOTWARE MACHINING FC. Disponível em: <www.abb.com/robotics> e/ou <<http://www.abb.com/product/seitp327/873c03c9fbb0bacfc125728b002fe2e0.aspx>>. Acesso em: 1 maio 2007.

magnitudes permitidas, o projetista tem condições de abortar o processo e selecionar novas condições de trabalho que cumpram, sem maiores problemas, a tarefa solicitada. Deve-se destacar o fato de que, quando se emprega esta modelagem para representar o comportamento dinâmico do sistema, não existe, em momento algum, variações da velocidade de avanço ou da(s) profundidade(s) de corte da ferramenta.

Dentre os trabalhos atuais que se encontram em andamento, foi destacado o projeto *Roboturb* que passou por algumas etapas iniciais e que, em sua nova fase, prevê o emprego do robô desenvolvido ou, caso se mostre necessário, de outro robô apresentando uma arquitetura mais eficaz e robusta, na automatização das operações de usinagem das superfícies com as quais ele entra em contato, a saber, as pás dos rotores de turbinas Francis. Conforme mencionado anteriormente, o robô já é capaz de realizar os movimentos necessários à medição da superfície erodida e à aplicação automática das camadas de solda, tudo isso em virtude do sensor laser e da tocha de soldagem especialmente desenvolvidos para o processo automatizado de medição e soldagem. Considerando a estrutura atual disponível e sabendo que um mapeamento da superfície já é fornecida, o modelo de forças desenvolvido nesta tese aparece como forte candidato à solução desta nova fase do projeto *Roboturb* ou, pelo menos, como um ponto de partida.

Para concluir, verifica-se que os objetivos deste trabalho, tanto os gerais quanto os específicos, listados no capítulo inicial desta tese, foram alcançados: (1) A modelagem proposta para o comportamento dinâmico do sistema mostrou-se eficaz, fato este comprovado por simulação; (2) O modelo matemático desenvolvido mostrou-se abrangente e útil na descrição aproximada das componentes de força que surgem em virtude da interação entre robô e meio durante as operações de usinagem de superfícies mencionadas ao longo do texto; (3) As estratégias de controle selecionadas e adaptadas à tarefa realizada forneceram resultados satisfatórios à dinâmica do sistema em malha fechada; (4) Por fim, os diversos experimentos realizados serviram de base para que se desenvolvesse um entendimento dos fenômenos físicos envolvidos nos processos de usinagem analisados, além de auxiliar na obtenção e validação do modelo de forças desenvolvido.

Como propostas para trabalhos futuros, ficam como sugestões:

- Comprovar a viabilidade prática da modelagem proposta, tanto com o controle de rigidez adaptado ao seguimento de trajetória quanto com o controle por impedância;
- Estender a análise e/ou o modelo de forças para outras estratégias

de controle e para algumas metodologias mencionadas ao longo do texto, por exemplo: Duelen *et. al.* (1992) e Ziliani *et. al.* (2005, 2007);

- Comparar quanto à viabilidade, eficácia e robustez o modelo de forças proposto com outros modelos (CHOI *et. al.*, 2008) representativos do fenômeno;
- Realizar uma análise estatística e comportamental do modelo de forças desenvolvido para determinação do comportamento global assumido pelos parâmetros e coeficientes K_z , $\mathbf{K}_{A\%}(\mathbf{x})$, K_1 e \bar{K}_c ;
- Incluir a dinâmica da formação do cavaco ao modelo de forças desenvolvido e analisar a influência do emprego de fluidos refrigerantes;
- Otimizar o algoritmo através do desenvolvimento de um novo gerador de trajetórias, que seja mais abrangente e flexível à descrição de diferentes tarefas, e de uma interface gráfica mais amigável aos potenciais usuários do programa;
- Analisar o controle coordenado como uma potencial solução para o cumprimento das tarefas desta categoria (BONE *et. al.*, 1991; CHUNG e KIM, 2005; KIM e CHUNG, 2006; KIM *et. al.*, 2008; LIAO *et. al.*, 2008; LOPES e ALMEIDA, 2008).

REFERÊNCIAS

- ABELE, E.; WEIGOLD, M.; KULOK, M. Robôs industriais na usinagem: sonho ou maturidade do mercado? **MM – Máquinas e Metais**, [S.l.], Ano XLIII, n. 494, p. 34-49, mar. 2007.
- ALLEN, J.; AXINTE, D.; ROBERTS, P.; ANDERSON, R. A review of recent developments in the design of special-purpose machine tools with a view to identification of solutions for portable in situ machining systems. **International Journal of Advanced Manufacturing Technology**, London, UK, 2010.
- AMARAL, S. D.; DE PIERI, E. R.; GUENTHER, R. Controle a estrutura variável de robôs manipuladores em ambientes cinemáticos. In: CONGRESSO BRASILEIRO DE AUTOMÁTICA (CBA), XII, 1998, [S.l.]. **Anais...** [S.l:s.n], 1998. v. 3. p. 1113–1118.
- _____. Controle a estrutura variável de robôs manipuladores interagindo com ambientes cinemáticos. **Revista Controle e Automação**, [S.l.], v. 11, n. 2, p. 117–127, 2000.
- _____. Controle a estrutura variável de robôs manipuladores interagindo com ambientes cinemáticos e/ou dinâmicos. In: CONGRESSO BRASILEIRO DE AUTOMÁTICA (CBA), XIII, 2000, [S.l.]. **Anais...** [S.l:s.n], 2000. v. 1, n. 13. p. 348–352.
- ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. **NBR 6023**: Informação e documentação – Referências – Elaboração. Rio de Janeiro: ABNT, 2002.
- ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. **NBR 10520**: Informação e documentação – Citações em documentos – Apresentação. Rio de Janeiro: ABNT, 2002.
- ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. **NBR 14724**: Apresentação de trabalhos acadêmicos. Rio de Janeiro: ABNT, 2002.
- BARASUOL, V. **Controle de força indireto para manipuladores com transmissões flexíveis empregados em tarefas de esmerilhamento**. 2008. Dissertação (Mestrado em Engenharia Elétrica) – Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica (PPGEE), Centro Tecnológico, Universidade Federal de Santa Catarina (UFSC), Florianópolis.

BARASUOL, V.; DE PIERI, E. R.; CRUZ, F. B. C. An impedance control approach for machining tasks using elastic joint manipulators. In: INTERNATIONAL CONGRESS OF MECHANICAL ENGINEERING (COBEM), 20th, 2009, Gramado, RS, Brazil. **Proceedings...** Gramado, RS, Brazil: ABCM, 2009.

_____. A compliance control approach for machining tasks using elastic joint manipulators. In: PAN-AMERICAN CONGRESS OF APPLIED MECHANICS (PACAM), 11th, 2010, Foz do Iguaçu, PR, Brazil. **Proceedings...** Foz do Iguaçu, PR, Brazil: ABCM, 2010.

BARRIENTOS, A.; PEÑIN, L. F.; BALAGUER, C.; ARACIL, R. **Fundamentos de robótica**. [S.l.]: MacGraw-Hill, 2000.

BOGUE, R. Finishing robots: a review of technologies and applications. **Industrial Robot: An International Journal**, [S.l.], v. 36, n. 1, p. 6-12, 2009.

BOEIRA, A. M. G. **Modelagem e simulação do fresamento externo excêntrico de virabrequins**. 2002. Dissertação (Mestrado em Engenharia Mecânica) – Programa de Pós-Graduação em Engenharia Mecânica (PPGEM), Centro Tecnológico, Universidade Federal de Santa Catarina (UFSC), Florianópolis.

BONE, G. M.; ELBESTAWI, M. A.; LINGARKAR, R.; LIU, L. Force control for robotic deburring. **Transactions of the ASME - Journal of Dynamic Systems, Measurement, and Control**, [S.l.], v. 113, n. 3, p. 395-400, Sept. 1991.

BROOME, D. R.; WANG, Q.; GREIG, A. R. Adaptive compliant control for an inspection robot system. **Control theory and applications**, [S.l.], v. 140, n. 3, p. 191–197, May 1993.

CANUDAS DE WIT, C.; SICILIANO, B.; BASTIN (EDS), G. **Theory of robot control**. 2nd ed. [S.l.]: Springer-Verlag, 1997.

CHEAH, C. C.; KAWAMURA, S.; ARIMOTO, S. Stability of hybrid position and force control for robotic manipulator with kinematics and dynamics uncertainties. **Automatica**, [S.l.], v. 39, n. 5, p. 847-855, May 2003.

CHIAVERINI, S.; SCIAVICCO, L. The parallel approach to force/position control of robotic manipulators. **Robotics and automation**, [S.l.], v. 9, n. 4, p. 361–373, Aug. 1993.

CHIAVERINI, S.; SICILIANO, B.; VILLANI, L. Force/position regulation of compliant robot manipulators. **Automatic control**, [S.l.], v. 39, n. 3, p. 647–652, Mar. 1994.

CHOI, J. Y.; CHOI, Y.; YI, B.-J. Force sensor-less interaction force control in the deburring task using dual-arm manipulation. In: INTERNATIONAL CONFERENCE ON INTELLIGENT ROBOTS AND SYSTEMS, 2008, Nice, France. **Transactions...** Nice, France: IEEE/RSJ, Sept. 22-26 2008. p. 967-973.

CHUNG, J. H.; KIM, C. Modeling and control of a new robotic deburring system. **Robotica**, [S.l.], v. 24, n. 2, p. 229-237, Mar. 2005.

CRAIG, J. J. **Introduction to robotics: mechanics and control**. [S.l.]: Addison-Wesley Publishing Company, Inc., 1986.

DARIO, P.; GUGLIELMELLI, E.; CARROZA, M. C. Robotics for medical applications. **Robotics and Automation Magazine**, [S.l.], v. 1, n. 1, p. 45–56, 1996.

DE LUCA, A.; MANES, C. Hybrid force-position control for robots in contact with dynamic environment. In: IFAC SYMPOSIUM ON ROBOT CONTROL, 3rd, 1991, Vienna, Austria, v. 1, n. 1, p. 1–10.

_____. On the modeling of robots in contact with a dynamic environment. In: ADVANCED ROBOTICS, 5th, 1991, Pisa, Italy. [**International conference ...**] Pisa, Italy: [s.n.], 1991. v. 1. p. 568–574.

_____. Modeling of robots in contact with a dynamic environment. **Robotics and automation**, [S.l.], v. 10, n. 4, p. 542–548, Aug. 1994.

DE SCHUTTER, J.; BRUYNINCKX, H.; ZHU, W.-H.; SPONG, M. W. Force control: a bird's eye view. In: INTERNATIONAL WORKSHOP ON "CONTROL PROBLEMS IN ROBOTICS AND AUTOMATION: FUTURE DIRECTIONS", Dec. 1997, San Diego, CA, USA. **Proceedings...**[S.l.]: IEEE CSS/RAS, Aug. 1997. p. 1-14.

DE SILVA, C. W.; GU, J. H. On-line sensing and modeling of mechanical impedance in robotic food processing. In: SYSTEMS, MAN AND CYBERNETICS, 1995, [S.l.]. [**International conference ...**] [S.l.]: IEEE, 1995. v. 2. p. 1693–1698.

DEUTSCHES INSTITUT FÜR NORMUNG. **DIN 6580**: Terminology of chip removing; movements and geometry of the chip removing process. Germany: ANSI, Oct. 1985. Replaces DIN 6580, Apr. 1963.

DEUTSCHES INSTITUT FÜR NORMUNG. **DIN 6581**: Terminology of chip removing; reference systems and angles on the cutting part of the tool. Germany: ANSI, Oct. 1985. Replaces DIN 6581, May. 1966.

DEUTSCHES INSTITUT FÜR NORMUNG. **DIN 6584**: Terms of the cutting technique; forces, energy, work, power. Germany: ANSI, Oct. 1982.

DOULGERI, Z. Conditions for kinematic stability of position/force control for robots. **International Journal of Robotic Research**, [S.I.], v. 18, n. 2, p. 259–261, 1999.

DUELEN, G.; MÜNCH, H.; SURDILOVIC, D.; TIMM, J. Automated force control schemes for robotics deburring: development and experimental evaluation. In: INTERNATIONAL CONFERENCE ON INDUSTRIAL ELECTRONICS, CONTROL, INSTRUMENTATION, AND AUTOMATION – 'POWER ELECTRONICS AND MOTION CONTROL', 9-13 Nov. 1992, San Diego, CA, USA. **Proceedings...**[S.I]: IEEE, 1992. v. 2. p. 912-917.

DUFFY, J. The fallacy of modern hybrid control theory that is based on orthogonal complements of twist and wrench spaces. **Journal of Robotic Systems**, [S.I.], v. 7, n. 2, p. 139–144, 1990.

EPPINGER, S. D.; SEERING, W. P. On dynamic models of robot force control. In: INTERNATIONAL CONFERENCE ON ROBOTICS AND AUTOMATION, 1986, [S.I]. **Proceedings...** [S.I]: IEEE, 1986. v. 1, n. 1. p. 29–34.

_____. Understanding bandwidth limitations. In: INTERNATIONAL CONFERENCE ON ROBOTICS AND AUTOMATION, 1987, [S.I]. **Proceedings...** [S.I]: IEEE, 1987. v. 1, n. 1. p. 904–909.

_____. Three dynamic problems in robot force control. **Robotics and automation**, [S.I.], v. 8, n. 6, p. 751–758, Dec. 1992.

ERLBACHER, E. A. Force control basics. In: ROBOTIC GRINDING, DEBURRING AND FINISHING WORKSHOP, June 15-16 2005, St. Paul, Minnesota, USA. **Proceedings...**[S.I:s.n], 2005. p. 1-14.

FERRARESI, D. **Fundamentos da usinagem dos metais**. 1ª ed. São Paulo, SP: Edgard Blücher Ltda., 1970.

FERRETTI, G.; MAGNANI, G.; ROCCO, P. On the stability of the integral force control in case of contact with stiff surfaces. **Transactions**

of the ASME - Journal of Dynamic Systems, Measurement, and Control, [S.I], v. 117, n. 4, p. 547–553, 1995.

_____. Triangular force/position control with application to robotic deburring. **Machine Intelligence e Robotic Control**, [S.I], 1999.

_____. Impedance control for elastic joints industrial manipulators. **Robotics and automation**, [S.I], v. 20, n. 3, p. 488–498, June 2004.

FERRETTI, G.; MAGNANI, G.; ROCCO, P.; CECCONELLO, F.; ROSSETTI, G. Impedance control for industrial robots. In: INTERNATIONAL CONFERENCE ON ROBOTICS AND AUTOMATION, Apr. 2000, San Francisco, CA, USA. **Proceedings...**[S.I]: IEEE, 2000. p. 4027-4032.

GIBLIN, D. J.; ZONGLIANG, M.; KAZEROUNIAN, K. Target tracking manipulation theories for combined force and position control in open and closed loop manipulators. **Journal of Mechanical Design**, [S.I], v. 129, n. 3, p. 326-333, Mar. 2007.

GOLDSMITH, P. B. Global asymptotic stability of hybrid position/force control applied to compliant unilateral constraints. **Mechanism and Machine Theory**, [S.I], v. 34, n. 1, p. 1009–1021, 1999.

GORINEVSKY, D. M.; FORMALSKY, A. M.; SCHNEIDER, A. Y. **Force control of robotics systems**. New York: CRC Press, Inc., 1997.

GUENTHER, R.; PERONDI, E.; DE PIERI, E. R.; VALDIERO, A. C. Cascade controlled pneumatic positioning system with Lugre model based friction compensation. **Journal of the Brazilian Society of Mechanical Sciences and Engineering**, [S.I], v. 28, n. 1, p. 48–57, 2006.

HER, M. G.; KAZEROONI, H. Automated robotic deburring of parts using compliance control. **Transactions of the ASME - Journal of Dynamic Systems, Measurement, and Control**, [S.I], v. 113, p. 60-66, Mar. 1991.

HOGAN, N. Impedance control: an approach to manipulation: Part I – Theory, Part II – Implementation, Part III – Applications. **Transactions of the ASME - Journal of Dynamic Systems, Measurement, and Control**, [S.I], v. 107, p. 1-24, Mar. 1985.

HSU, F.-Y.; FU, L.-C. Intelligent robot deburring using adaptive fuzzy hybrid position/force control. **Robotics and automation**, [S.I], v. 16, n. 4, p. 325–335, Aug. 2000.

INTERNATIONAL ORGANIZATION FOR STANDARDIZATION. **ISO 3002/1**: Basic quantities in cutting and grinding. Part 1, Geometry of the active part of cutting tools. USA: ISO, 1982. Revisão da ISO 3002 de 1977.

JARITZ, A.; SPONG, M. W. An experimental comparison of robust control algorithms on a direct drive manipulator. **Control systems technology**, [S.l], v. 4, n. 6, p. 627–640, Nov. 1996.

JINNO, M.; OZAKI, F.; YOSHIMI, T.; TATSUNO, K.; TAKAHASHI, M.; KANDA, M.; TAMADA, Y.; NAGATAKI, S. Development of a force controlled robot for grinding, chamfering and polishing. In: INTERNATIONAL CONFERENCE ON ROBOTICS AND AUTOMATION, 1995, [S.l]. **Proceedings...** [S.l]: IEEE, 1995. p. 1455–1460.

KANKAANRANTA, R. K.; KOIVO, H. N. Dynamics and simulation of compliant motion of a manipulator. **Journal of Robotics and Automation**, [S.l], v. 4, n. 2, p. 163–173, Apr. 1988.

KARAN, B. Robust position-force control of robot manipulator in contact with linear dynamic environment. **Robotica**, [S.l], p. 799-803, Nov.-Dec. 2005.

KATSURA, S.; MATSUMOTO, Y.; OHNISHI, K. Modeling of force sensing and validation of disturbance observer for force control. **Industrial electronics**, [S.l], v. 54, n. 1, p. 530–538, Feb. 2007.

KAZEROONI, H.; SHERIDAN, T. B.; HOUP, P. K. Robust compliant motion for manipulators, part I: the fundamental concepts of compliant motion. **Journal of Robotics and Automation**, [S.l], v. 2, n. 2, p. 83-92, June 1986.

KAZEROONI, H.; BAUSCH, J. J.; KRAMER, B. M. An approach to automated deburring by robot manipulators. **Transactions of the ASME - Journal of Dynamic Systems, Measurement, and Control**, [S.l], v. 108, p. 354-359, Dec. 1986.

KAZEROONI, H. Automated robotic deburring using impedance control. **Control Systems Magazine**, [S.l], p. 21-25, Feb. 1988.

_____. Direct-drive active compliant end effector (active RCC). **Journal of Robotics and Automation**, [S.l], v. 4, n. 3, p. 324-333, June 1988.

_____. Contact instability of the direct drive robot when constrained by a rigid environment. **Automatic control**, [S.I.], v. 35, n. 6, p. 710–714, June 1990.

KAZEROONI, H; HER, M. G. Robotic deburring of two dimensional parts with unknown geometry. In: INTERNATIONAL SYMPOSIUM ON INTELLIGENT CONTROL, Aug. 1988, Arlington, VA, USA. **Proceedings...** [S.I.]: IEEE, 1988. p. 459-464.

KIGUCHI, K.; FUKUDA, T. Intelligent position/force controller for industrial robot manipulators-application of fuzzy neural networks. **Industrial electronics**, [S.I.], v. 44, n. 6, p. 753–761, Dec. 1997.

KIM, C.; CHUNG, J. H. Robust coordination control of a pneumatic deburring tool. **Journal of Robotic Systems**, [S.I.], 2006.

KIM, C.; CHUNG, J. H.; HONG, D. Coordination control of an active pneumatic deburring tool. **Robotics and Computer-Integrated Manufacturing**, [S.I.], p. 462-471, 2008.

LEWIS, F. L.; ABDALLAH, C. T.; DAWSON, D. M. **Control of robot manipulators**. New York, USA: Macmillan Publishing Company, 1993.

LI, Y.; HO, Y. K.; CHUA, C. S. Model based PID control of constrained robot in a dynamic environment with uncertainty. In: INTERNATIONAL CONFERENCE ON CONTROL APPLICATIONS, 2000, [S.I.]. **Proceedings...** [S.I.]: IEEE, 2000. v. 1, n. 1. p. 74–79.

LI, Y.-J.; ZHANG, J.; JIA, Z.-Y.; QIAN, M.; LI, H. Research on force-sensing element's spatial arrangement of piezoelectric six-component force/torque sensor. **Mechanical Systems and Signal Processing**, [S.I.], p. 2687-2698, 2009.

LIAO, L.; XI, F. (JEFF); LIU, K. Modeling and control of automated polishing/deburring process using a dual-purpose compliant toolhead. **International Journal of Machine Tools e Manufacture**, [S.I.], p. 1454-1463, 2008.

LIPPIELLO, V.; VILLANI, L.; SICILIANO, B. An open architecture for sensory feedback control of a dual-arm industrial robotic cell. **Industrial Robot: An International Journal**, [S.I.], v. 34, n. 1, p. 46-53, 2007.

LOPES, A.; ALMEIDA, F. A force-impedance controlled industrial robot using an active robotic auxiliary device. **Robotics and Computer-Integrated Manufacturing**, [S.l.], p. 299-309, 2008.

MANES, C. **Modelli di interazione robot-ambiente e controllo ibrido di posizione e forza**. 1992. Ph.D. Thesis – Università Degli Studi Di Roma, Roma.

_____. Constrained robot motion in presence of stiff and compliant contact. In: INTERNATIONAL CONFERENCE ON ROBOTICS AND AUTOMATION, 1993, [S.l.]. **Proceedings...** [S.l.]: IEEE, 1993. v. 1, n. 1. p. 1–8.

_____. Stable force-position control for robots during constrained motion. In: INTERNATIONAL SYMPOSIUM ON INTELLIGENT ROBOTICS, 1993, Bangalore, India. **Proceedings...** [S.l.:s.n.], 1993. v. 1, n. 1. p. 1–10.

MANGONI, C. **Determinação teórico-experimental de forças e análise dinâmica por elementos finitos no fresamento de peças com baixa rigidez**. 2004. Dissertação (Mestrado em Engenharia Mecânica) – Programa de Pós-Graduação em Engenharia Mecânica (PPGEM), Centro Tecnológico, Universidade Federal de Santa Catarina (UFSC), Florianópolis.

MASON, M. T. Compliance and force control for computer controlled manipulators. **Systems, man and cybernetics**, [S.l.], v. 11, n. 6, p. 418–432, June 1981.

McCLAMROCH, N. H.; WANG, D. Feedback stabilization and tracking of constrained robots. **Automatic control**, [S.l.], v. 33, n. 5, p. 419–426, May 1988.

OLSSON, T.; HAAGE, M.; KIHLMAN, H.; JOHANSSON, R.; NILSSON, K.; ROBERTSSON, A.; BJÖRKMAN, M.; ISAKSSON, R.; OSSBAHR, G.; BROGARDH, T. Cost-efficient drilling using industrial robots with high-bandwidth force feedback. **Robotics and Computer-Integrated Manufacturing**, [S.l.], p. 1-15, 2009.

PAN, Z.; ZHANG, H. Robotic machining from programming to process control: a complete solution by force control. **Industrial Robot: An International Journal**, [S.l.], v. 35, n. 5, p. 400-409, 2008.

PASSOLD, F. **Controle inteligente de máquinas: aplicação no controle de posição e força de um robô manipulador**. 2003. Tese (Doutorado

em Engenharia Elétrica) - Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica (PPGEEL), Centro Tecnológico, Universidade Federal de Santa Catarina (UFSC), Florianópolis.

PIRES, F. N. Force control experiments for industrial applications: a test case using an industrial deburring example. **Assembly Automation**, [S.l], v. 27, n. 2, p. 148-156, 2007.

POLLI, M. L. **Análise da estabilidade dinâmica do processo de fresamento a altas velocidades de corte**. 2005. Tese (Doutorado em Engenharia Mecânica) – Programa de Pós-Graduação em Engenharia Mecânica (PPGEM), Centro Tecnológico, Universidade Federal de Santa Catarina (UFSC), Florianópolis.

RAIBERT, M. H.; CRAIG, J. J. Hybrid position/force control of manipulators. **Transactions of the ASME - Journal of Dynamic Systems, Measurement, and Control**, [S.l], v. 102, p. 126-133, June 1981.

RAMIREZ, J. A.; CERVANTES, I.; KELLY, R. PID regulation of robot manipulators: stability and performance. **Systems and Control Letters**, [S.l], v. 41, n. 1, p. 73–83, 2000.

RAMIREZ, A. R. G. **Controle de posição de robôs manipuladores com transmissões flexíveis considerando a compensação de atrito**. 2003. Tese (Doutorado em Engenharia Elétrica) - Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica (PPGEEL), Centro Tecnológico, Universidade Federal de Santa Catarina (UFSC), Florianópolis.

READMAN, M. C. **Flexible joint robots**. USA: CRC Press, Inc., 1994.

ROBERT, J.; SPONG, M. W. Hybrid impedance control of robotic manipulators. **Journal of Robotics and Automation**, [S.l], v. 4, n. 5, p. 549–556, 1988.

ROCCO, P. Stability of PID control for industrial robot arms. **Robotics and automation**, [S.l], v. 12, n. 4, p. 606–614, Aug. 1996.

RODELLA, H. H. T.; SILVA, V. F. Estudo da aplicação do processo de fresamento utilizando braço de robô em peças de geometria complexa. In: 16º SIICUSP – SIMPÓSIO INTERNACIONAL DE INICIAÇÃO CIENTÍFICA DA UNIVERSIDADE DE SÃO PAULO, 2008, São Paulo, Brasil. **Proceedings...** São Paulo: [s.n], 2008.

SANDRI, S.; CORREIA, C. Lógica nebulosa. In: ESCOLA DE REDES NEURAI, V, 1999, INPE, São José dos Campos, SP, Brasil. [**Anais ...**]

São José dos Campos, SP, Brasil: Conselho Nacional de Redes Neurais, 1999. p. c073-c090.

SANTIBAÑEZ, V.; KELLY, R. Strict Lyapunov functions for control of robot manipulators. **Automatica**, [S.l.], v. 33, n. 4, p. 675–682, 1997.

SCIAVICCO, L.; SICILIANO, B. **Modeling and control of robot manipulators**. 2nd ed. Great Britain: Springer-Verlag London LTDA, 2004.

SHERIDAN, T. B. Telerobotics. **Automatica**, [S.l.], v. 25, n. 4, p. 487–507, 1987.

SICILIANO, B.; VILLANI, L. **Robot force control**. Norwell, Massachusetts, USA: Kluwer Academic Publishers (KAP), 1999.

SICILIANO, B.; KHATIB, O. **Springer handbook of robotics**. Berlin: Springer-Verlag, 2008.

SLOTINE, J.-J. E.; LI, W. **Applied nonlinear control**. USA: Prentice-Hall, 1991.

SPONG, M. W. **Motion control of robot manipulators**. USA: CRC Press, 1996. p. 1339–1350. Disponível em: <http://www.fm.tul.cz/~vaclav.zada/Robot_Control/control_handbook.pdf>. Acesso em: 03 mar. 2010.

STEMMER, C. E. **Ferramentas de corte**. 7^a ed. Florianópolis, Brasil: UFSC, 2007. v. I.

UTKIN, V. I. **Sliding modes in control and optimization**. New York, USA: Springer-Verlag Company, 1992.

VARGAS, F. J. T.; DE PIERI, E. R.; CASTELAN, E. B.; AMARAL, S. D. Force and position control of constrained industrial robots with two degrees of freedom controller. In: DINAME, IX, 2001, [S.l.]. **Proceedings...** [S.l.:s.n.], 2001. v. 1, n. 9. p. 201–206.

VILLANI, L.; NATALE, C.; SICILIANO, B.; DE WIT, C. C. An experimental study of adaptive force/position control algorithms for an industrial robot. **Control systems technology**, [S.l.], v. 8, n. 5, p. 777–786, Sept. 2000.

VOLPE, R. A. **Real and artificial forces in the control of manipulators: theory and experiments**. 1990. Ph.D. Thesis – Carnegie Mellon University, Pittsburgh.

VOLPE, R.; KHOSLA, P. A theoretical and experimental investigation of explicit force control strategies for manipulators. **Automatic control**, [S.l.], v. 38, n. 11, p. 1634–1650, Nov. 1993.

_____. Analysis and experimental verification of a fourth order plant model for manipulator force control. **Journal of Robotics and Automation**, [S.l.], v. 1, n. 2, p. 4–13, 1994.

WANG, J.; ZHANG, G.; ZHANG, H.; FUHLBRIGGE, T. Force control technologies for new robotic applications. In: TECHNOLOGIES FOR PRACTICAL ROBOT APPLICATIONS (TePRA), 2008, Woburn, MA. [International conference ...] Woburn, MA: IEEE, 2008. p. 143-149.

WEN, J. T.; MURPHY, S. Stability analysis of position and force control for robot arms. **Automatic control**, [S.l.], v. 36, n. 3, p. 365–371, Mar. 1991.

WHITCOMB, L. L.; ARIMOTO, S.; NANIWA, T.; OZAKI, F. Adaptive model-based hybrid control of geometrically constrained robot arms. **Robotics and automation**, [S.l.], v. 13, n. 1, p. 105–116, Feb. 1997.

WHITNEY, D. E. Historical perspective and state of the art in robot force control. **International Journal of Robotics Research**, [S.l.], v. 6, n. 1, p. 3–14, 1987.

YOSHIKAWA, T. Dynamic hybrid position/force control of robot manipulators – description of hand constraints and calculation of joint driving force. **Journal of Robotics and Automation**, [S.l.], v. 3, n. 5, p. 386–392, Oct. 1987.

_____. Force control of robot manipulators. In: INTERNATIONAL CONFERENCE ON ROBOTICS AND AUTOMATION (ICRA), 2000, San Francisco, CA. **Proceedings...** [S.l.]: IEEE, 2000. v. 1. p. 220-226.

YOUNG, K. D.; UTKIN, V. I.; ÖZGÜNER, U. A control engineer's guide to sliding mode control. **Control systems technology**, [S.l.], v. 7, n. 3, p. 328–342, May 1999.

ZHANG, H.; WANG, J.; ZHANG, G.; GAN, Z.; PAN, Z.; CUI, H.; ZHU, Z. Machining with flexible manipulator: toward improving robotic machining performance. In: INTERNATIONAL CONFERENCE ON ADVANCED INTELLIGENT MECHATRONICS, 2005, Monterey, CA, USA. **Proceedings...** [S.l.]: IEEE/ASME, 2005. p. 1127-1132.

ZILIANI, G.; LEGNANI, G.; VISIOLI, A. A mechatronic design for robotic deburring. In: INTERNATIONAL SYMPOSIUM ON INDUSTRIAL ELECTRONICS, June 20-23 2005, Dubrovnik, Croatia. **Proceedings...** [S.I]: IEEE, 2005. v. 4. p. 1575-1580.

ZILIANI, G.; VISIOLI, A.; LEGNANI, G. A mechatronic approach for robotic deburring. **Mechatronics**, [S.I], p. 431-441, 2007.

ZUHARS, J.; HSIA, T. C. Nonhomogeneous material milling using a robot manipulator with force controlled velocity. In: INTERNATIONAL CONFERENCE ON ROBOTICS AND AUTOMATION (ICRA), 1995, [S.I]. **Proceedings...** [S.I]: IEEE, 1995. p. 1461-1467.

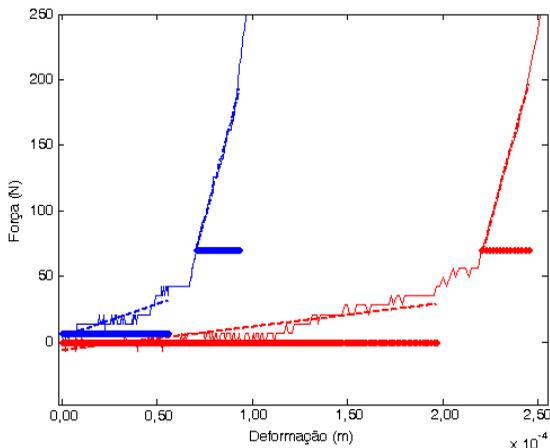


Figura 1 – Ensaio de compressão para obtenção da matriz de rigidez do meio.

O modelo matemático desenvolvido levou em consideração que o comportamento de $\mathbf{K}_A(\mathbf{x})$ é uniforme ao longo das três direções do espaço operacional. Desta forma, considerando que os valores obtidos para a rigidez do meio a partir da Figura 1 foram de 420250N/m para forças compreendidas entre 0 e 40N e de 5815375N/m para forças compreendidas entre 50 e 200N, resulta para $\mathbf{K}_A(\mathbf{x})$:

$$\mathbf{K}_A(\mathbf{x}) = \begin{bmatrix} 420250 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 420250 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 420250 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (1)$$

ou

$$\mathbf{K}_A(\mathbf{x}) = \begin{bmatrix} 5815375 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 5815375 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 5815375 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (2)$$

dependendo das magnitudes apresentadas pelas forças de interação.

APÊNDICE B – SINTONIA DOS GANHOS PARA O CONTROLE DE RIGIDEZ ADAPTADO AO SEGUIMENTO DE TRAJETÓRIA

A seguir são apresentadas as expressões que definem o intervalo dentro do qual Λ_t pode ser definido.

Isolando Λ_t na Equação (4.43) obtém-se:

$$\Lambda_t > \frac{num_1}{den_1} \quad (3)$$

onde:

$$num_1 = |\bar{f}_{12}\Lambda_b| + |\bar{f}_{13}\Lambda_n| + \left| \left(\bar{f}_{11} + \frac{1}{2}C_{At} \right) + \frac{1}{2} \frac{K_{At}(\mathbf{x})}{\Lambda_t} \right| + |\bar{f}_{12}| + |\bar{f}_{13}| - K_{At}(\mathbf{x})$$

e

$$den_1 = (\bar{f}_{11} + K_{Dt})$$

Isolando Λ_t na Equação (4.44) obtém-se:

caso \bar{f}_{21} seja negativo resulta:

$$\Lambda_t > \frac{num_2}{den_2} \quad (4)$$

onde:

$$num_2 = -\left| \Lambda_b (\bar{f}_{22} + K_{Db}) \Lambda_b + \Lambda_b K_{Ab}(\mathbf{x}) \right| + \left| \Lambda_b \bar{f}_{23} \Lambda_n \right| + \left| \Lambda_b \left(\bar{f}_{21} + \frac{1}{2}C_{Ab} \right) \right| + \left| \Lambda_b \bar{f}_{22} + \frac{1}{2}K_{Ab}(\mathbf{x}) \right| + \left| \Lambda_b \bar{f}_{23} \right|$$

e

$$den_2 = \Lambda_b |\bar{f}_{21}|$$

caso \bar{f}_{21} seja positivo resulta:

$$\Lambda_t < \frac{num_3}{den_3} \quad (5)$$

onde:

$$\begin{aligned} num_3 = & \left| \Lambda_b (\bar{f}_{22} + K_{Db}) \Lambda_b + \Lambda_b K_{Ab}(\mathbf{x}) \right| - \left| \Lambda_b \bar{f}_{23} \Lambda_n \right| - \left| \Lambda_b \left(\bar{f}_{21} + \frac{1}{2} C_{Ab} \right) \right| - \\ & \left| \Lambda_b \bar{f}_{22} + \frac{1}{2} K_{Ab}(\mathbf{x}) \right| - \left| \Lambda_b \bar{f}_{23} \right| \end{aligned}$$

e

$$den_3 = \Lambda_b |\bar{f}_{21}|$$

Isolando Λ_t na Equação (4.45) obtém-se:

caso \bar{f}_{31} seja negativo resulta:

$$\Lambda_t > \frac{num_4}{den_4} \quad (6)$$

onde:

$$\begin{aligned} num_4 = & - \left| \Lambda_n (\bar{f}_{33} + K_{Dn}) \Lambda_n + \Lambda_n K_{An}(\mathbf{x}) \right| + \left| \Lambda_n \bar{f}_{32} \Lambda_b \right| + \left| \Lambda_n \left(-|\bar{f}_{31}| + \frac{1}{2} C_{An} \right) \right| + \\ & \left| \Lambda_n \bar{f}_{32} \right| + \left| \Lambda_n \bar{f}_{33} + \frac{1}{2} K_{An}(\mathbf{x}) \right| \end{aligned}$$

e

$$den_4 = \Lambda_n |\bar{f}_{31}|$$

caso \bar{f}_{31} seja positivo resulta:

$$\Lambda_t < \frac{num_5}{den_5} \quad (7)$$

onde:

$$\begin{aligned} num_5 = & \left| \Lambda_n (\bar{f}_{33} + K_{Dn}) \Lambda_n + \Lambda_n K_{An}(\mathbf{x}) \right| - \left| \Lambda_n \bar{f}_{32} \Lambda_b \right| - \left| \Lambda_n \left(|\bar{f}_{31}| + \frac{1}{2} C_{An} \right) \right| - \\ & \left| \Lambda_n \bar{f}_{32} \right| - \left| \Lambda_n \bar{f}_{33} + \frac{1}{2} K_{An}(\mathbf{x}) \right| \end{aligned}$$

e

$$den_5 = \Lambda_n |\tilde{f}_{31}|$$

Isolando Λ_t na Equação (4.46) obtém-se:

caso $\left(\tilde{f}_{11} + \frac{1}{2}C_{At}\right)$ seja positivo resulta:

$$0 < \Lambda_t < \frac{num_6}{den_6} \quad (8)$$

onde:

$$num_6 = |\tilde{f}_{11} + K_{Dt} + C_{At}| - \left| \left(\tilde{f}_{12} + \frac{1}{2}C_{Ab} \right) \Lambda_b \right| - \left| \left(\tilde{f}_{13} + \frac{1}{2}C_{An} \right) \Lambda_n \right| - |\tilde{f}_{12}| - |\tilde{f}_{13}| - \frac{1}{2}K_{At}(\mathbf{x})$$

e

$$den_6 = \left(\tilde{f}_{11} + \frac{1}{2}C_{At} \right)$$

caso $\left(\tilde{f}_{11} + \frac{1}{2}C_{At}\right)$ seja negativo e $\Lambda_t > -\frac{K_{At}(\mathbf{x})}{2\left(\tilde{f}_{11} + \frac{1}{2}C_{At}\right)}$ resulta:

$$\Lambda_t > \frac{num_7}{den_7} \quad (9)$$

onde:

$$num_7 = |\tilde{f}_{11} + K_{Dt} + C_{At}| - \left| \left(\tilde{f}_{12} + \frac{1}{2}C_{Ab} \right) \Lambda_b \right| - \left| \left(\tilde{f}_{13} + \frac{1}{2}C_{An} \right) \Lambda_n \right| - |\tilde{f}_{12}| - |\tilde{f}_{13}| - \frac{1}{2}K_{At}(\mathbf{x})$$

e

$$den_7 = \left(\tilde{f}_{11} + \frac{1}{2}C_{At} \right)$$

caso $\left(\bar{f}_{11} + \frac{1}{2}C_{At}\right)$ seja negativo e $\Lambda_t < -\frac{K_{At}(\mathbf{x})}{2\left(\bar{f}_{11} + \frac{1}{2}C_{At}\right)}$ resulta:

$$0 < \Lambda_t < \frac{num_8}{den_8} \quad (10)$$

onde:

$$num_8 = -\left|\bar{f}_{11} + K_{Dt} + C_{At}\right| + \left|\left(\bar{f}_{12} + \frac{1}{2}C_{Ab}\right)\Lambda_b\right| + \left|\left(\bar{f}_{13} + \frac{1}{2}C_{An}\right)\Lambda_n\right| + \left|\bar{f}_{12}\right| + \left|\bar{f}_{13}\right| - \frac{1}{2}K_{At}(\mathbf{x})$$

e

$$den_8 = \left(\bar{f}_{11} + \frac{1}{2}C_{At}\right)$$

Isolando Λ_t na Equação (4.47) obtém-se:

caso \bar{f}_{21} seja negativo resulta:

$$\Lambda_t > \frac{num_9}{den_9} \quad (11)$$

onde:

$$num_9 = -\left|\bar{f}_{22} + K_{Db}\right| + \left|\bar{f}_{22}\Lambda_b + \frac{1}{2}K_{Ab}(\mathbf{x})\right| + \left|\bar{f}_{23}\Lambda_n\right| + \left|\bar{f}_{21} + C_{Ab}\right| + \left|\bar{f}_{23}\right|$$

e

$$den_9 = \left|\bar{f}_{21}\right|$$

caso \bar{f}_{21} seja positivo resulta:

$$\Lambda_t < \frac{num_{10}}{den_{10}} \quad (12)$$

onde:

$$num_{10} = |\bar{f}_{22} + K_{Db}| - \left| \bar{f}_{22}\Lambda_b + \frac{1}{2}K_{Ab}(\mathbf{x}) \right| - |\bar{f}_{23}\Lambda_n| - |\bar{f}_{21} + C_{Ab}| - |\bar{f}_{23}|$$

e

$$den_{10} = |\bar{f}_{21}|$$

Isolando Λ_t na Equação (4.48) obtém-se:

caso \bar{f}_{31} seja negativo resulta:

$$\Lambda_t > \frac{num_{11}}{den_{11}} \quad (13)$$

onde:

$$num_{11} = -|\bar{f}_{33} + K_{Dn}| + |\bar{f}_{32}\Lambda_b| + \left| \bar{f}_{33}\Lambda_n + \frac{1}{2}K_{An}(\mathbf{x}) \right| + |\bar{f}_{31}| + C_{An} + |\bar{f}_{32}|$$

e

$$den_{11} = |\bar{f}_{31}|$$

caso \bar{f}_{31} seja positivo resulta:

$$\Lambda_t < \frac{num_{12}}{den_{12}} \quad (14)$$

onde:

$$num_{12} = |\bar{f}_{33} + K_{Dn}| - |\bar{f}_{32}\Lambda_b| - \left| \bar{f}_{33}\Lambda_n + \frac{1}{2}K_{An}(\mathbf{x}) \right| - |\bar{f}_{31}| + C_{An} - |\bar{f}_{32}|$$

e

$$den_{12} = |\bar{f}_{31}|$$

A seguir são apresentadas as expressões que definem o intervalo dentro do qual Λ_b pode ser definido.

Isolando Λ_b na Equação (4.43) obtém-se:

caso \bar{f}_{12} seja negativo resulta:

$$\Lambda_b > \frac{num_{13}}{den_{13}} \quad (15)$$

onde:

$$num_{13} = -|\Lambda_t(\bar{f}_{11} + K_{Dt})\Lambda_t + \Lambda_t K_{At}(\mathbf{x})| + |\Lambda_t \bar{f}_{13} \Lambda_n| + \\ \left| \Lambda_t \left(\bar{f}_{11} + \frac{1}{2} C_{At} \right) + \frac{1}{2} K_{At}(\mathbf{x}) \right| + |\Lambda_t \bar{f}_{12}| + |\Lambda_t \bar{f}_{13}|$$

e

$$den_{13} = \Lambda_t |\bar{f}_{12}|$$

caso \bar{f}_{12} seja positivo resulta:

$$\Lambda_b < \frac{num_{14}}{den_{14}} \quad (16)$$

onde:

$$num_{14} = |\Lambda_t(\bar{f}_{11} + K_{Dt})\Lambda_t + \Lambda_t K_{At}(\mathbf{x})| - |\Lambda_t \bar{f}_{13} \Lambda_n| - \\ \left| \Lambda_t \left(\bar{f}_{11} + \frac{1}{2} C_{At} \right) + \frac{1}{2} K_{At}(\mathbf{x}) \right| - |\Lambda_t \bar{f}_{12}| - |\Lambda_t \bar{f}_{13}|$$

e

$$den_{14} = \Lambda_t |\bar{f}_{12}|$$

Isolando Λ_b na Equação (4.44) obtém-se:

$$\Lambda_b > \frac{num_{15}}{den_{15}} \quad (17)$$

onde:

$$num_{15} = |\bar{f}_{21} \Lambda_t| + |\bar{f}_{23} \Lambda_n| + \left| \bar{f}_{21} + \frac{1}{2} C_{Ab} \right| + \left| \bar{f}_{22} + \frac{1}{2} \frac{K_{Ab}(\mathbf{x})}{\Lambda_b} \right| + |\bar{f}_{23}| - K_{Ab}(\mathbf{x})$$

e

$$den_{15} = (\bar{f}_{22} + K_{Db})$$

Isolando Λ_b na Equação (4.45) obtém-se:
caso \bar{f}_{32} seja negativo resulta:

$$\Lambda_b > \frac{num_{16}}{den_{16}} \quad (18)$$

onde:

$$num_{16} = -\left| \Lambda_n (\bar{f}_{33} + K_{Dn}) \Lambda_n + \Lambda_n K_{An}(\mathbf{x}) \right| + \left| \Lambda_n \bar{f}_{31} \Lambda_l \right| + \left| \Lambda_n \left(\bar{f}_{31} + \frac{1}{2} C_{An} \right) \right| + \left| \Lambda_n \bar{f}_{32} \right| + \left| \Lambda_n \bar{f}_{33} + \frac{1}{2} K_{An}(\mathbf{x}) \right|$$

e

$$den_{16} = \Lambda_n \left| \bar{f}_{32} \right|$$

caso \bar{f}_{32} seja positivo resulta:

$$\Lambda_b < \frac{num_{17}}{den_{17}} \quad (19)$$

onde:

$$num_{17} = \left| \Lambda_n (\bar{f}_{33} + K_{Dn}) \Lambda_n + \Lambda_n K_{An}(\mathbf{x}) \right| - \left| \Lambda_n \bar{f}_{31} \Lambda_l \right| - \left| \Lambda_n \left(\bar{f}_{31} + \frac{1}{2} C_{An} \right) \right| - \left| \Lambda_n \bar{f}_{32} \right| - \left| \Lambda_n \bar{f}_{33} + \frac{1}{2} K_{An}(\mathbf{x}) \right|$$

e

$$den_{17} = \Lambda_n \left| \bar{f}_{32} \right|$$

Isolando Λ_b na Equação (4.46) obtém-se:

caso $\left(\bar{f}_{12} + \frac{1}{2} C_{Ab} \right)$ seja negativo resulta:

$$\Lambda_b > \frac{num_{18}}{den_{18}} \quad (20)$$

onde:

$$num_{18} = -|\bar{f}_{11} + K_{Dt} + C_{At}| + \left| \left(\bar{f}_{11} + \frac{1}{2} C_{At} \right) \Lambda_t + \frac{1}{2} K_{At}(\mathbf{x}) \right| + \left| \left(\bar{f}_{13} + \frac{1}{2} C_{An} \right) \Lambda_n \right| + |\bar{f}_{12}| + |\bar{f}_{13}|$$

e

$$den_{18} = \left| \bar{f}_{12} + \frac{1}{2} C_{Ab} \right|$$

caso $\left(\bar{f}_{12} + \frac{1}{2} C_{Ab} \right)$ seja positivo resulta:

$$\Lambda_b < \frac{num_{19}}{den_{19}} \quad (21)$$

onde:

$$num_{19} = |\bar{f}_{11} + K_{Dt} + C_{At}| - \left| \left(\bar{f}_{11} + \frac{1}{2} C_{At} \right) \Lambda_t + \frac{1}{2} K_{At}(\mathbf{x}) \right| - \left| \left(\bar{f}_{13} + \frac{1}{2} C_{An} \right) \Lambda_n \right| - |\bar{f}_{12}| - |\bar{f}_{13}|$$

e

$$den_{19} = \left| \bar{f}_{12} + \frac{1}{2} C_{Ab} \right|$$

Isolando Λ_b na Equação (4.47) obtém-se:

$$0 < \Lambda_b < \frac{num_{20}}{den_{20}} \quad (22)$$

onde:

$$num_{20} = |\bar{f}_{22} + K_{Db}| - |\bar{f}_{21}\Lambda_t| - |\bar{f}_{23}\Lambda_n| - |\bar{f}_{21} + C_{Ab}| - |\bar{f}_{23}| - \frac{1}{2}K_{Ab}(\mathbf{x})$$

e

$$den_{20} = \bar{f}_{22}$$

Isolando Λ_b na Equação (4.48) obtém-se:

caso \bar{f}_{32} seja negativo resulta:

$$\Lambda_b > \frac{num_{21}}{den_{21}} \quad (23)$$

onde:

$$num_{21} = -|\bar{f}_{33} + K_{Dn}| + |\bar{f}_{31}\Lambda_t| + \left| \bar{f}_{33}\Lambda_n + \frac{1}{2}K_{An}(\mathbf{x}) \right| + |\bar{f}_{31} + C_{An}| + |\bar{f}_{32}|$$

e

$$den_{21} = |\bar{f}_{32}|$$

caso \bar{f}_{32} seja positivo resulta:

$$\Lambda_b < \frac{num_{22}}{den_{22}} \quad (24)$$

onde:

$$num_{22} = |\bar{f}_{33} + K_{Dn}| - |\bar{f}_{31}\Lambda_t| - \left| \bar{f}_{33}\Lambda_n + \frac{1}{2}K_{An}(\mathbf{x}) \right| - |\bar{f}_{31} + C_{An}| - |\bar{f}_{32}|$$

e

$$den_{22} = |\bar{f}_{32}|$$

A seguir são apresentadas as expressões que definem o intervalo dentro do qual Λ_n pode ser definido.

Isolando Λ_n na Equação (4.43) obtém-se:

caso \bar{f}_{13} seja negativo resulta:

$$\Lambda_n > \frac{num_{23}}{den_{23}} \quad (25)$$

onde:

$$num_{23} = -\left|\Lambda_t(\bar{f}_{11} + K_{Dt})\Lambda_t + \Lambda_t K_{At}(\mathbf{x})\right| + \left|\Lambda_t \bar{f}_{12} \Lambda_b\right| + \left|\Lambda_t\left(\bar{f}_{11} + \frac{1}{2}C_{At}\right) + \frac{1}{2}K_{At}(\mathbf{x})\right| + \left|\Lambda_t \bar{f}_{12}\right| + \left|\Lambda_t \bar{f}_{13}\right|$$

e

$$den_{23} = \Lambda_t \left| \bar{f}_{13} \right|$$

caso \bar{f}_{13} seja positivo resulta:

$$\Lambda_n < \frac{num_{24}}{den_{24}} \quad (26)$$

onde:

$$num_{24} = \left|\Lambda_t(\bar{f}_{11} + K_{Dt})\Lambda_t + \Lambda_t K_{At}(\mathbf{x})\right| - \left|\Lambda_t \bar{f}_{12} \Lambda_b\right| - \left|\Lambda_t\left(\bar{f}_{11} + \frac{1}{2}C_{At}\right) + \frac{1}{2}K_{At}(\mathbf{x})\right| - \left|\Lambda_t \bar{f}_{12}\right| - \left|\Lambda_t \bar{f}_{13}\right|$$

e

$$den_{24} = \Lambda_t \left| \bar{f}_{13} \right|$$

Isolando Λ_n na Equação (4.44) obtém-se:

caso \bar{f}_{23} seja negativo resulta:

$$\Lambda_n > \frac{num_{25}}{den_{25}} \quad (27)$$

onde:

$$num_{25} = -\left| \Lambda_b (\bar{f}_{22} + K_{Db}) \Lambda_b + \Lambda_b K_{Ab}(\mathbf{x}) \right| + \left| \Lambda_b \bar{f}_{21} \Lambda_t \right| + \left| \Lambda_b \left(\bar{f}_{21} + \frac{1}{2} C_{Ab} \right) \right| + \left| \Lambda_b \bar{f}_{22} + \frac{1}{2} K_{Ab}(\mathbf{x}) \right| + \left| \Lambda_b \bar{f}_{23} \right|$$

e

$$den_{25} = \Lambda_b \left| \bar{f}_{23} \right|$$

caso \bar{f}_{23} seja positivo resulta:

$$\Lambda_n < \frac{num_{26}}{den_{26}} \quad (28)$$

onde:

$$num_{26} = \left| \Lambda_b (\bar{f}_{22} + K_{Db}) \Lambda_b + \Lambda_b K_{Ab}(\mathbf{x}) \right| - \left| \Lambda_b \bar{f}_{21} \Lambda_t \right| - \left| \Lambda_b \left(\bar{f}_{21} + \frac{1}{2} C_{Ab} \right) \right| - \left| \Lambda_b \bar{f}_{22} + \frac{1}{2} K_{Ab}(\mathbf{x}) \right| - \left| \Lambda_b \bar{f}_{23} \right|$$

e

$$den_{26} = \Lambda_b \left| \bar{f}_{23} \right|$$

Isolando Λ_n na Equação (4.45) obtém-se:

$$\Lambda_n > \frac{num_{27}}{den_{27}} \quad (29)$$

onde:

$$num_{27} = \left| \bar{f}_{31} \Lambda_t \right| + \left| \bar{f}_{32} \Lambda_b \right| + \left| \bar{f}_{31} + \frac{1}{2} C_{An} \right| + \left| \bar{f}_{32} \right| + \left| \bar{f}_{33} + \frac{1}{2} \frac{K_{An}(\mathbf{x})}{\Lambda_n} \right| - K_{An}(\mathbf{x})$$

e

$$den_{27} = (\bar{f}_{33} + K_{Dn})$$

Isolando Λ_n na Equação (4.46) obtém-se:

caso $\left(\bar{f}_{13} + \frac{1}{2}C_{An}\right)$ seja positivo resulta:

$$0 < \Lambda_n < \frac{num_{28}}{den_{28}} \quad (30)$$

onde:

$$num_{28} = \left| \bar{f}_{11} + K_{Dt} + C_{At} \right| - \left| \left(\bar{f}_{11} + \frac{1}{2}C_{At} \right) \Lambda_t + \frac{1}{2}K_{At}(\mathbf{x}) \right| - \left| \left(\bar{f}_{12} + \frac{1}{2}C_{Ab} \right) \Lambda_b \right| - |\bar{f}_{12}| - |\bar{f}_{13}|$$

e

$$den_{28} = \left(\bar{f}_{13} + \frac{1}{2}C_{An} \right)$$

caso $\left(\bar{f}_{13} + \frac{1}{2}C_{An}\right)$ seja negativo resulta:

$$0 < \Lambda_n < \frac{num_{29}}{den_{29}} \quad (31)$$

onde:

$$num_{29} = -\left| \bar{f}_{11} + K_{Dt} + C_{At} \right| + \left| \left(\bar{f}_{11} + \frac{1}{2}C_{At} \right) \Lambda_t + \frac{1}{2}K_{At}(\mathbf{x}) \right| + \left| \left(\bar{f}_{12} + \frac{1}{2}C_{Ab} \right) \Lambda_b \right| + |\bar{f}_{12}| + |\bar{f}_{13}|$$

e

$$den_{29} = \left(\bar{f}_{13} + \frac{1}{2}C_{An} \right)$$

Isolando Λ_n na Equação (4.47) obtém-se:

caso \bar{f}_{23} seja negativo resulta:

$$\Lambda_n > \frac{num_{30}}{den_{30}} \quad (32)$$

onde:

$$num_{30} = -|\bar{f}_{22} + K_{Db}| + |\bar{f}_{21}\Lambda_t| + \left| \bar{f}_{22}\Lambda_b + \frac{1}{2}K_{Ab}(\mathbf{x}) \right| + |\bar{f}_{21} + C_{Ab}| + |\bar{f}_{23}|$$

e

$$den_{30} = |\bar{f}_{23}|$$

caso \bar{f}_{23} seja positivo resulta:

$$\Lambda_n < \frac{num_{31}}{den_{31}} \quad (33)$$

onde:

$$num_{31} = |\bar{f}_{22} + K_{Db}| - |\bar{f}_{21}\Lambda_t| - \left| \bar{f}_{22}\Lambda_b + \frac{1}{2}K_{Ab}(\mathbf{x}) \right| - |\bar{f}_{21} + C_{Ab}| - |\bar{f}_{23}|$$

e

$$den_{31} = |\bar{f}_{23}|$$

Isolando Λ_n na Equação (4.48) obtém-se:

$$0 < \Lambda_n < \frac{num_{32}}{den_{32}} \quad (34)$$

onde:

$$num_{32} = |\bar{f}_{33} + K_{Dn}| - |\bar{f}_{31}\Lambda_t| - |\bar{f}_{32}\Lambda_b| - |\bar{f}_{31} + C_{An}| - |\bar{f}_{32}| - \frac{1}{2}K_{An}(\mathbf{x})$$

e

$$den_{32} = \bar{f}_{33}$$

A seguir são apresentadas as expressões que definem o intervalo dentro do qual K_{Dt} pode ser definido.

Isolando K_{Dt} na Equação (4.43) obtém-se:

$$K_{Dt} > \frac{num_{33}}{den_{33}} - \bar{f}_{11} \quad (35)$$

onde:

$$num_{33} = \left| \Lambda_t \bar{f}_{12} \Lambda_b \right| + \left| \Lambda_t \bar{f}_{13} \Lambda_n \right| + \left| \Lambda_t \left(\bar{f}_{11} + \frac{1}{2} C_{At} \right) + \frac{1}{2} K_{At}(\mathbf{x}) \right| + \left| \Lambda_t \bar{f}_{12} \right| + \left| \Lambda_t \bar{f}_{13} \right| - \Lambda_t K_{At}(\mathbf{x})$$

e

$$den_{33} = \Lambda_t^2$$

Isolando K_{Dt} na Equação (4.46) obtém-se:

caso $K_{Dt} > -C_{At} - \bar{f}_{11}$ resulta:

$$K_{Dt} > \left| \left(\bar{f}_{11} + \frac{1}{2} C_{At} \right) \Lambda_t + \frac{1}{2} K_{At}(\mathbf{x}) \right| + \left| \left(\bar{f}_{12} + \frac{1}{2} C_{Ab} \right) \Lambda_b \right| + \left| \left(\bar{f}_{13} + \frac{1}{2} C_{An} \right) \Lambda_n \right| + \left| \bar{f}_{12} \right| + \left| \bar{f}_{13} \right| - \bar{f}_{11} - C_{At} \quad (36)$$

caso $K_{Dt} < -C_{At} - \bar{f}_{11}$ resulta:

$$0 < K_{Dt} < \left| \left(\bar{f}_{11} + \frac{1}{2} C_{At} \right) \Lambda_t + \frac{1}{2} K_{At}(\mathbf{x}) \right| + \left| \left(\bar{f}_{12} + \frac{1}{2} C_{Ab} \right) \Lambda_b \right| + \left| \left(\bar{f}_{13} + \frac{1}{2} C_{An} \right) \Lambda_n \right| + \left| \bar{f}_{12} \right| + \left| \bar{f}_{13} \right| - \bar{f}_{11} - C_{At} \quad (37)$$

A seguir são apresentadas as expressões que definem o intervalo dentro do qual K_{Db} pode ser definido.

Isolando K_{Db} na Equação (4.44) obtém-se:

$$K_{Db} > \frac{num_{36}}{den_{36}} - \bar{f}_{22} \quad (38)$$

onde:

$$\begin{aligned} num_{36} = & \left| \Lambda_b \bar{f}_{21} \Lambda_t \right| + \left| \Lambda_b \bar{f}_{23} \Lambda_n \right| + \left| \Lambda_b \left(\bar{f}_{21} + \frac{1}{2} C_{Ab} \right) \right| + \left| \Lambda_b \bar{f}_{22} + \frac{1}{2} K_{Ab}(\mathbf{x}) \right| + \\ & \left| \Lambda_b \bar{f}_{23} \right| - \Lambda_b K_{Ab}(\mathbf{x}) \end{aligned}$$

e

$$den_{36} = \Lambda_b^2$$

Isolando K_{Db} na Equação (4.47) obtém-se:

$$K_{Db} > \left| \bar{f}_{21} \Lambda_t \right| + \left| \bar{f}_{22} \Lambda_b + \frac{1}{2} K_{Ab}(\mathbf{x}) \right| + \left| \bar{f}_{23} \Lambda_n \right| + \left| \bar{f}_{21} + C_{Ab} \right| + \left| \bar{f}_{23} \right| - \bar{f}_{22} \quad (39)$$

A seguir são apresentadas as expressões que definem o intervalo dentro do qual K_{Dn} pode ser definido.

Isolando K_{Dn} na Equação (4.45) obtém-se:

$$K_{Dn} > \frac{num_{38}}{den_{38}} - \bar{f}_{33} \quad (40)$$

onde:

$$\begin{aligned} num_{38} = & \left| \Lambda_n \bar{f}_{31} \Lambda_t \right| + \left| \Lambda_n \bar{f}_{32} \Lambda_b \right| + \left| \Lambda_n \left(\bar{f}_{31} + \frac{1}{2} C_{An} \right) \right| + \left| \Lambda_n \bar{f}_{32} \right| + \\ & \left| \Lambda_n \bar{f}_{33} + \frac{1}{2} K_{An}(\mathbf{x}) \right| - \Lambda_n K_{An}(\mathbf{x}) \end{aligned}$$

e

$$den_{38} = \Lambda_n^2$$

Isolando K_{Dn} na Equação (4.48) obtém-se:

$$K_{Dn} > \left| \bar{f}_{31} \Lambda_t \right| + \left| \bar{f}_{32} \Lambda_b \right| + \left| \bar{f}_{33} \Lambda_n + \frac{1}{2} K_{An}(\mathbf{x}) \right| + \left| \bar{f}_{31} + C_{An} \right| + \left| \bar{f}_{32} \right| - \bar{f}_{33} \quad (41)$$

Além de respeitar todas estas relações descritas no Apêndice B, os ganhos Λ 's e K_D 's jamais poderão assumir valores negativos e os Λ 's deverão assumir valores que sejam preferencialmente maiores ou iguais a 1 para que os ganhos proporcionais do controlador resultem maiores ou iguais aos ganhos derivativos.

ANEXO A – TERMINOLOGIA GERAL ADOTADA PARA OS CONCEITOS DE USINAGEM

Segundo Stemmer (2007), a terminologia geral para alguns dos conceitos de usinagem empregados nesta tese é dada por:

- *Superfície a usinar* é a superfície da peça a ser removida pela usinagem.
- *Superfície usinada* é a superfície desejada, produzida pela ação da ferramenta de corte.
- *Superfície transitória* é a parte da superfície produzida na peça pelo gume da ferramenta e removida durante o curso seguinte de corte, durante a rotação seguinte da peça ou da ferramenta ou pelo gume seguinte.
- *Eixo da ferramenta* é a linha reta imaginária com relações geométricas definidas com as superfícies de locação usadas para a fabricação e afiação da ferramenta ou para fixar a ferramenta na sua utilização. Geralmente o eixo da ferramenta é a linha de centro da haste ou do furo da ferramenta.
- *Partes ativas* são as partes funcionais ou cortantes da ferramenta e que compreendem os elementos produtores de cavacos, definidos mais adiante: os gumes, as faces e os flancos. No caso de ferramentas multicortantes, cada dente tem uma parte ativa.
- *Cunha* é a porção da parte ativa da ferramenta incluída entre a face e o flanco. Pode ser associada tanto com o gume principal como com o gume secundário que também serão definidos mais adiante.
- *Face* é a superfície sobre a qual o cavaco escoa. Quando a face é composta de várias superfícies inclinadas uma em relação às outras, estas são designadas como primeira face, segunda face etc., a partir do gume. Estas superfícies podem ser chamadas de chanfros e, salvo indicação em contrário, são sempre associadas ao gume principal.
- *Flanco* é a superfície ou as superfícies da cunha voltadas à correspondente superfície transitória da peça. Quando o flanco é composto de várias superfícies inclinadas uma em relação às outras, estas são designadas como primeiro flanco, segundo flanco etc., a partir do gume. Estas superfícies podem ser chamadas de chanfros e, salvo indicação em contrário, são sempre associadas ao gume principal.
- *Gume* é a aresta formada pela face e pelo flanco, destinada a efetuar o corte.
- *Gume principal* é toda a parte do gume que começa no ponto em que o ângulo de direção do gume da ferramenta κ_r é zero e do qual

peelo menos uma parte é projetada para produzir a superfície transitória na peça. No caso de ferramentas com uma quina viva, na qual o valor κ_r pode ser considerado passando por zero, o gume principal começa nesta quina. No caso de ferramentas nas quais o valor κ_r não decresce até zero em qualquer ponto do gume, todo o gume deve ser considerado como o gume principal da ferramenta, como por exemplo, no caso da fresa periférica cilíndrica.

- *Gume secundário* é o restante do gume, se houver, começando no ponto em que o ângulo de direção do gume κ_r é zero, mas seguindo em direção contrária a do gume principal da ferramenta. Ele não é previsto para produzir qualquer superfície transitória na peça.
- *Quina* é a parte relativamente pequena dos gumes, na qual se encontram os gumes principal e secundário.
- *Ângulo de direção do gume da ferramenta* κ_r é o ângulo entre o plano do gume da ferramenta P_s e o plano de trabalho convencional P_f , medido no plano de referência da ferramenta P_r . Estes planos, dentre outros, são definidos a seguir.
- *Sistema de planos de referência da ferramenta na mão* é necessário para definir a geometria da ferramenta quando esta é considerada isolada do meio e serve essencialmente para a sua fabricação, afiação e medição.
- *Sistema de planos de referência da ferramenta em trabalho (efetivo)* é necessário para especificar a geometria da ferramenta, quando ela está realizando uma operação de corte, ou seja, quando existe uma ação recíproca entre ferramenta e peça.
- *Plano de referência da ferramenta* P_r é um plano que passa no ponto selecionado do gume, escolhido de modo a ser ou paralelo ou perpendicular a um plano ou eixo da ferramenta, conveniente para local ou orientar a ferramenta para a sua fabricação, afiação ou medição.
- *Plano de trabalho convencional* P_f é um plano que passa no ponto selecionado do gume, disposto perpendicularmente ao plano de referência da ferramenta P_r e escolhido de modo a ser ou paralelo ou perpendicular a um plano ou um eixo da ferramenta conveniente para local ou orientar a ferramenta para a sua fabricação, afiação ou medição.
- *Plano passivo da ferramenta* P_p é um plano que passa pelo ponto selecionado do gume e é perpendicular tanto ao plano de referência da ferramenta P_r como ao plano convencional de trabalho P_f .
- *Plano do gume da ferramenta* P_s é um plano tangente ao gume no

ponto selecionado e perpendicular ao plano de referência da ferramenta P_r . Observação: Se o gume da ferramenta é perpendicular à direção de avanço, os planos P_s e P_p coincidem.

- *Plano normal ao gume* P_n é um plano perpendicular ao gume passando no ponto selecionado.
- *Plano ortogonal da ferramenta* P_o é um plano que passa no ponto selecionado e é perpendicular ao plano de referência da ferramenta P_r e ao plano do gume P_s . Observações: 1. Quando o gume é perpendicular à direção de avanço, os planos P_o e P_r coincidem; 2. Quando o gume é paralelo à superfície de referência da ferramenta P_r , os planos P_o e P_n coincidem.
- *Plano ortogonal da face da ferramenta* P_g é um plano que passa pelo ponto selecionado do gume e é perpendicular tanto à face A_γ como ao plano de referência da ferramenta P_r . Observação: Se o gume for paralelo ao plano de referência da ferramenta P_r , os planos P_g e P_n coincidem.
- *Plano ortogonal do flanco da ferramenta* P_b é um plano que passa pelo ponto selecionado do gume e é perpendicular tanto ao flanco A_α como ao plano de referência da ferramenta P_r . Observação: Se o gume for paralelo ao plano de referência da ferramenta P_r , os planos P_b , P_o e P_n coincidem.
- *Plano de referência efetivo* P_{re} é um plano que passa pelo ponto selecionado do gume e é perpendicular à direção resultante (efetiva) de corte.
- *Plano de trabalho* P_{fe} é um plano que passa pelo ponto selecionado do gume e contém simultaneamente as direções dos movimentos de corte e de avanço, definidos mais adiante. Este plano é, em consequência, perpendicular ao plano de referência efetivo P_{re} .
- *Plano passivo efetivo* P_{pe} é um plano passando pelo ponto selecionado do gume e perpendicular tanto ao plano de referência efetivo P_{re} como ao plano de trabalho P_{fe} .
- *Plano efetivo do gume* P_{se} é um plano tangente ao gume no ponto selecionado e perpendicular ao plano de referência efetivo P_{re} . Este plano contém, portanto, a direção resultante de corte, definida mais adiante.
- Plano normal ao gume P_{ne} é um plano idêntico à P_n , ou seja, independente de estar definido no sistema de planos de referência da ferramenta na mão ou no sistema de planos de referência da ferramenta em trabalho (efetivo), este plano mantém suas propriedades.
- *Plano ortogonal efetivo* P_{oe} é um plano que passa pelo ponto se-

lecionado do gume e é perpendicular tanto ao plano de referência P_{re} como ao plano efetivo do gume P_{se} .

- *Movimento de corte* corresponde ao movimento principal produzido manualmente ou pela máquina-ferramenta, com o objetivo de provocar um deslocamento relativo entre a ferramenta e a peça, forçando material da peça sobre a face da ferramenta. Usualmente, o movimento de corte absorve a parte mais ponderável da energia consumida num processo de usinagem.
- *Direção do movimento de corte* é a direção instantânea do movimento de corte, no ponto selecionado do gume.
- *Velocidade de corte* v_c é a velocidade instantânea do movimento principal, do ponto selecionado do gume em relação à peça.
- *Movimento de avanço* é o movimento produzido manualmente ou pela máquina-ferramenta, com o objetivo de provocar um deslocamento relativo adicional entre a peça e a ferramenta, o qual, quando somado ao movimento de corte, leva à remoção repetida ou contínua de cavacos e à geração de uma superfície usinada com as características geométricas desejadas. Este movimento absorve usualmente uma pequena proporção da potência total necessária para executar as operações de usinagem.
- *Direção do movimento de avanço* é a direção instantânea do movimento de avanço do ponto selecionado do gume em relação à peça.
- *Velocidade de avanço* v_f é a velocidade instantânea do movimento de avanço do ponto selecionado do gume em relação à peça.
- *Movimento resultante (efetivo) de corte* é o movimento resultante dos movimentos de corte e de avanço.
- *Direção resultante (efetiva) de corte* é a direção instantânea do movimento resultante (efetivo) de corte, no ponto selecionado do gume, em relação à peça.
- *Velocidade resultante (efetiva) de corte* v_e é a velocidade instantânea do movimento resultante da ferramenta em relação à peça.
- *Ângulo da direção de avanço* φ é o ângulo entre as direções dos movimentos de avanço e de corte. Este ângulo é medido no plano de trabalho P_{fe} .
- *Ângulo da direção resultante (efetiva) de corte* η é o ângulo entre a direção do movimento de corte e a direção resultante (efetiva) de corte. Este ângulo é medido no plano de trabalho P_{fe} .

ANEXO B – MODELO DA PLATAFORMA PIEZOELÉTRICA UTILIZADA E EXPERIMENTOS REALIZADOS



Figura 2 – Plataforma piezoelétrica de torneamento KISTLER 9257A.

Tabela 1 – Características técnicas da plataforma piezoelétrica de torneamento KISTLER 9257A.

Plataforma Piezoelétrica 9257A	
Fabricante: Kistler Instrumente AG	
Aplicação: Torneamento	
Sensibilidade (pC/N):	
F_f	7,82
F_p	7,85
F_c	3,72
Faixas de Medição:	
F_f, F_p	0 – 15
F_c	0 – 30
Linearidade:	
F_f, F_p	0,3%
F_c	0,5%

Para a realização dos experimentos foram selecionados dois processos de usinagem e três ferramentas em particular: a retificação, cuja ferramenta é um rebolo, e o fresamento, cujas ferramentas adotadas foram a fresa de disco de dentes retos e a fresa de topo. A Figura 3 traz imagens dos três tipos de ensaios realizados.

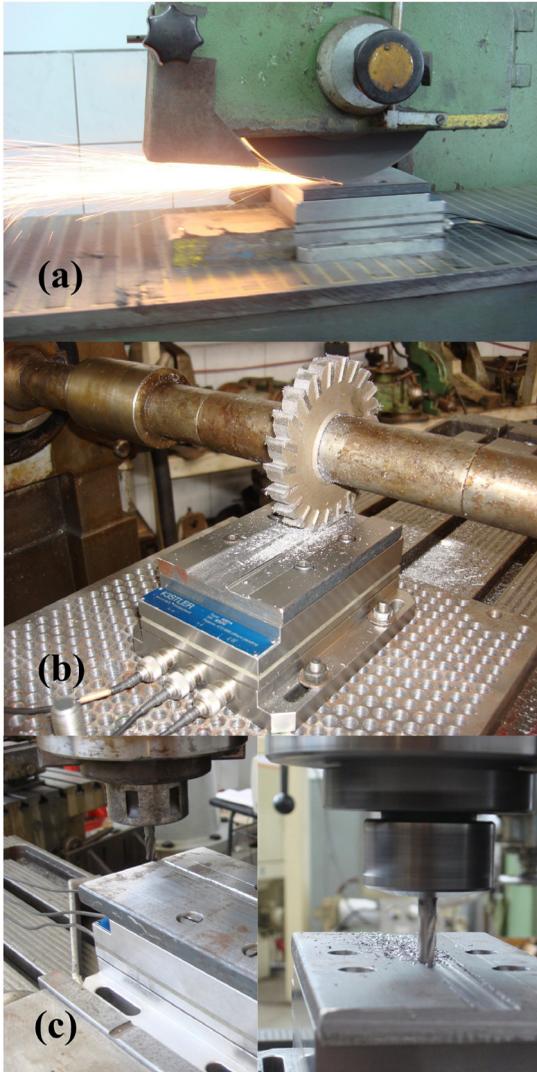


Figura 3 – Ensaio experimentais: (a) Retificação empregando um rebolo; (b) Fresamento empregando uma fresa de disco de dentes retos; (c) Fresamento empregando uma fresa de topo.

ANEXO C – CARACTERÍSTICAS TÉCNICAS E CONSTRUTIVAS DAS FERRAMENTAS EMPREGADAS NOS EXPERIMENTOS



Figura 4 – Rebolo para ferramentaria - linha FE 38 A.

Tabela 2 – Características técnicas e construtivas do rebolo.

Material do rebolo	Dimensões	Especificação
Óxido de alumínio branco	Diâmetro externo $\phi 304,80mm$ Diâmetro interno $\phi 76,20mm$ Largura $25,40mm$	FE 38A 46K

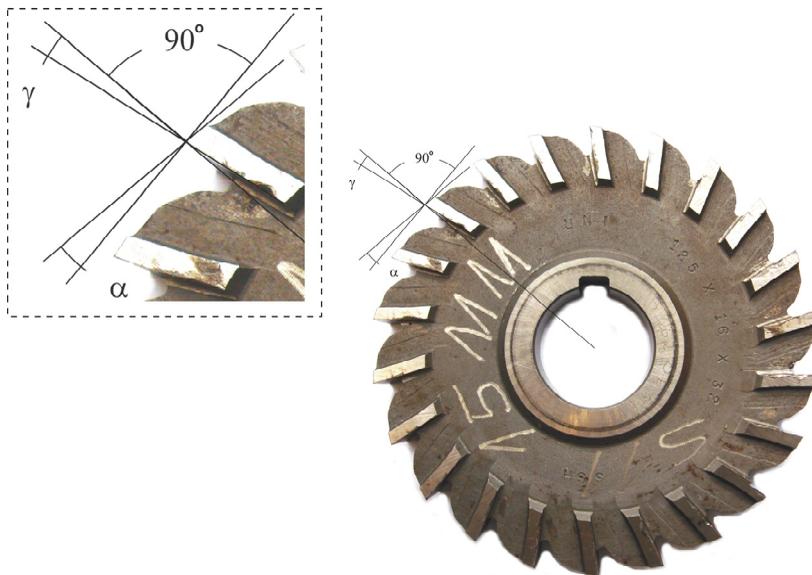


Figura 5 – Fresa de disco de dentes retos.

Tabela 3 – Características técnicas e construtivas da fresa de disco de dentes retos.

Material da fresa de disco de dentes retos	Dimensões
22 pastilhas de metal duro	Diâmetro externo $\phi 125,00mm$ Diâmetro interno $\phi 32,00mm$ Largura $16,00mm$ Ângulo de saída $(\gamma) = 8^\circ$ Ângulo de incidência $(\alpha) = 10^\circ$

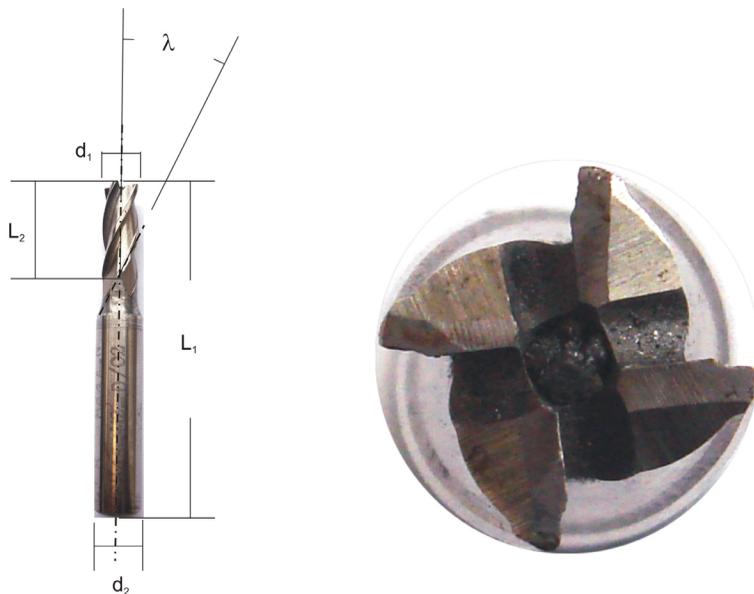


Figura 6 – Fresa de topo com haste cilíndrica.

Tabela 4 – Características técnicas e construtivas da fresa de topo com haste cilíndrica.

Modelo	Material da fresa de topo	Dimensões	Nº de gumes
DIN 844 NA Fabricante INDAÇO	Aço rápido	Diâmetro de corte (d_1) = $\phi 8,00mm$ Diâmetro da base de fixação (d_2) = $\phi 10,00mm$ Comprimento útil (L_2) = $19,00mm$ Comprimento total (L_1) = $69,00mm$ Ângulo de hélice (λ) = 26°	4

ANEXO D – FUNDAMENTOS DA TEORIA DE LYAPUNOV

Método direto de Lyapunov:

A filosofia básica do *método direto de Lyapunov* é a extensão matemática de uma observação física fundamental: se a energia total de um sistema mecânico (ou elétrico) é continuamente dissipada, então o sistema, seja linear ou não-linear, deve eventualmente convergir para um ponto de equilíbrio. Portanto, constata-se que a estabilidade de um sistema pode ser determinada através da observação da variação de uma única função escalar (função “tipo energia”).

Comparando as definições de estabilidade e de energia mecânica, concluem-se algumas relações existentes entre seus conceitos:

- Energia zero corresponde ao ponto de equilíbrio ($\mathbf{x} = 0, \dot{\mathbf{x}} = 0$);
- Estabilidade assintótica implica na convergência da energia mecânica para zero;
- A instabilidade está relacionada ao crescimento da energia mecânica.

Estas relações indicam que as propriedades de estabilidade do sistema podem ser caracterizadas pela variação de sua energia mecânica, interpretada como uma grandeza escalar, que, por sua vez, reflete indiretamente a magnitude do vetor de estados.

A função tipo energia tem duas propriedades. A primeira é uma propriedade da própria função: ela é estritamente positiva a não ser que as duas variáveis de estado sejam iguais a zero. A segunda propriedade está associada com a equação dinâmica do sistema: a função é monotonicamente decrescente quando as variáveis \mathbf{x} e $\dot{\mathbf{x}}$ variam de acordo com a equação dinâmica do sistema.

No método direto de Lyapunov, a primeira propriedade é formalizada pela noção de *funções definidas positivas* e a segunda é formalizada pelas funções denominadas *funções de Lyapunov*.

Definição: Uma função escalar contínua $V(\mathbf{x})$ é dita ser *localmente definida positiva* se $V(0)=0$ e, para pontos definidos dentro de uma bola \mathbf{B}_{R_0} ,

$$V(\mathbf{x}) > 0 \quad \forall \quad \mathbf{x} \neq 0 \quad (42)$$

Se $V(0)=0$ e a propriedade dada pela Equação (42) se mantém para todo o espaço de estados, então $V(\mathbf{x})$ é dita ser *globalmente definida*

positiva.

Esta definição implica que a função $V(\mathbf{x})$ possui um único valor mínimo na origem 0.

Uma vez que \mathbf{x} deve satisfazer as equações de estado autônomas⁹, \dot{V} depende única e exclusivamente de \mathbf{x} .

Definição: Se em uma bola \mathbf{B}_{r_0} a função $V(\mathbf{x})$ é definida positiva e possui derivadas parciais contínuas e, se sua derivada no tempo ao longo de qualquer trajetória do estado do sistema autônomo for semi-definida negativa, ou seja,

$$\dot{V}(\mathbf{x}) \leq 0 \quad (43)$$

então $V(\mathbf{x})$ é dita ser uma função de Lyapunov para este sistema autônomo.

Em resumo, o procedimento básico do método direto de Lyapunov é, dado um sistema cujo comportamento dinâmico é representado por um conjunto de equações diferenciais não-lineares, gerar uma função escalar “tipo energia” para a dinâmica do sistema e examinar a variação no tempo desta função escalar. Desta forma, conclusões podem ser tomadas com respeito à estabilidade do conjunto de equações diferenciais representativas da dinâmica do sistema sem a necessidade de recorrer a definições de estabilidade mais complexas.

Teoremas do ponto de equilíbrio:

As relações entre as funções de Lyapunov e a estabilidade de sistemas são feitas precisas em um número de teoremas definidos no método direto de Lyapunov. Tais teoremas usualmente possuem versões locais e globais. As versões locais são baseadas em propriedades de estabilidade definidas na vizinhança do ponto de equilíbrio e usualmente envolvem uma função localmente definida positiva.

Teorema de Lyapunov para estabilidade local:

⁹ Um sistema dinâmico não-linear é denominado autônomo se sua equação de estados não for explicitamente dependente do tempo, ou seja, se esta puder ser escrita como $\dot{\mathbf{x}} = f(\mathbf{x})$. Caso contrário, o sistema é denominado não-autônomo.

Teorema: Se dentro de uma bola \mathbf{B}_{R_0} existe uma função escalar $V(\mathbf{x})$ com suas primeiras derivadas parciais contínuas tal que:

- $V(\mathbf{x})$ é localmente definida positiva em \mathbf{B}_{R_0} ;
- $\dot{V}(\mathbf{x})$ é localmente semi-definida negativa em \mathbf{B}_{R_0} .

então o ponto de equilíbrio 0 é estável. Se a derivada $\dot{V}(\mathbf{x})$ for localmente definida negativa em \mathbf{B}_{R_0} ao invés de localmente semi-definida negativa em \mathbf{B}_{R_0} , então a estabilidade passa a ser assintótica.

Teorema de Lyapunov para estabilidade global:

O teorema anterior se aplica à análise local da estabilidade. Para obter a estabilidade assintótica global de um sistema, além de expandir a bola \mathbf{B}_{R_0} de forma a representar todo o espaço de estados, faz-se necessário satisfazer uma condição adicional na função $V(\mathbf{x})$. Esta deve ser *radialmente ilimitada*, ou seja, $V(\mathbf{x}) \rightarrow \infty$ quando $\|\mathbf{x}\| \rightarrow \infty$. A razão de se ter $V(\mathbf{x})$ radialmente ilimitada é para garantir que as curvas (ou superfícies) de contorno correspondam a curvas fechadas, pois, caso contrário, as trajetórias do estado podem se afastar do ponto de equilíbrio. Com base nestas informações, obtém-se um teorema que descreve para que condições o sistema resulta globalmente estável.

Teorema: Assuma que existe uma função escalar V do estado \mathbf{x} com derivadas de primeira ordem contínuas tal que:

- $V(\mathbf{x})$ é definida positiva;
- $\dot{V}(\mathbf{x})$ é definida negativa;
- $V(\mathbf{x}) \rightarrow \infty$ quando $\|\mathbf{x}\| \rightarrow \infty$.

então o ponto de equilíbrio 0 é globalmente assintoticamente estável.

Por fim, é importante enfatizar que os teoremas nas análises de Lyapunov são todos teoremas suficientes, mas não determinantes. Isto significa que, para uma determinada escolha de $V(\mathbf{x})$, se as condições de $\dot{V}(\mathbf{x})$ não forem satisfeitas, nenhuma conclusão poderá ser tomada com respeito à estabilidade ou instabilidade do sistema e, portanto, uma nova função de Lyapunov candidata deverá ser proposta.

Teoremas de um conjunto invariante:

A estabilidade assintótica de um sistema de controle é usualmente uma propriedade muito importante de ser determinada. No entanto, os teoremas de equilíbrio descritos anteriormente são difíceis de serem empregados no intuito de satisfazer esta propriedade. A razão disso é que a derivada de primeira ordem da função de Lyapunov candidata, $\dot{V}(\mathbf{x})$, costuma ser apenas semi-definida negativa. Neste tipo de situação, ainda é possível tomar conclusões quanto à estabilidade assintótica de um sistema através do emprego dos teoremas de um conjunto invariante, atribuídos a La Salle.

O conceito principal nestes teoremas é àquele de conjunto invariante, uma generalização do conceito de ponto de equilíbrio.

Os teoremas de um conjunto invariante permitem também estender o conceito de uma função de Lyapunov para descrever a convergência para comportamentos dinâmicos mais gerais que o ponto de equilíbrio, por exemplo, a convergência para um ciclo limite.

Vale salientar que estes teoremas de um conjunto invariante são válidos apenas para sistemas autônomos.

Definição: Um conjunto \mathbf{G} é um conjunto invariante para um sistema dinâmico se toda trajetória do sistema que começa em um ponto definido em \mathbf{G} permanece em \mathbf{G} eternamente.

Apresentam-se, a seguir, versões locais e globais dos teoremas de um conjunto invariante.

Teorema de um conjunto invariante local:

Considere um sistema autônomo da forma $\dot{\mathbf{x}} = f(\mathbf{x})$, com f representando uma função contínua, e seja $V(\mathbf{x})$ uma função escalar com primeiras derivadas parciais contínuas. Assuma que:

- Para algum $l > 0$, a região Ω_1 , definida por $V(\mathbf{x}) < l$, é limitada;
- $\dot{V}(\mathbf{x}) \leq 0$ para todo \mathbf{x} definido em Ω_1 .

Nomeando por \mathbf{R} o conjunto de pontos definidos em Ω_1 que fornecem $\dot{V}(\mathbf{x}) = 0$ e fazendo com que \mathbf{M} represente o maior conjunto invariante em \mathbf{R} , verifica-se que, toda solução \mathbf{x} originando em Ω_1 tende para \mathbf{M} na medida em que $t \rightarrow \infty$.

Corolário: Considere um sistema autônomo da forma $\dot{\mathbf{x}} = f(\mathbf{x})$, com

f representando uma função contínua, e seja $V(\mathbf{x})$ uma função escalar com primeiras derivadas parciais contínuas. Assuma que em uma determinada vizinhança Ω da origem:

- $V(\mathbf{x})$ é localmente definida positiva;
- $\dot{V}(\mathbf{x})$ é localmente semi-definida negativa;
- O conjunto \mathbf{R} definido por $\dot{V}(\mathbf{x})=0$ não contém nenhuma outra trajetória de $\dot{\mathbf{x}} = f(\mathbf{x})$ além da trajetória trivial $\mathbf{x} \equiv 0$.

então o ponto de equilíbrio 0 é assintoticamente estável. Além disso, a maior região Ω_1 , definida por $V(\mathbf{x}) < l$, dentro de Ω é um domínio de atração do ponto de equilíbrio.

Note que:

- Este corolário substitui a condição de função definida negativa para $\dot{V}(\mathbf{x})$, exigida pelo teorema de Lyapunov para a estabilidade assintótica local, por uma condição de função semi-definida negativa para $\dot{V}(\mathbf{x})$, combinada com uma terceira condição nas trajetórias definidas em \mathbf{R} ;
- A maior região Ω_1 dentro de Ω é um domínio de atração do ponto de equilíbrio, mas não necessariamente o domínio de atração total, visto que a função $V(\mathbf{x})$ não é única;
- O conjunto Ω não é necessariamente um domínio de atração. O corolário em questão não garante que Ω seja invariante: algumas trajetórias originando em Ω , mas fora de Ω_1 , podem acabar fora de Ω .

O teorema de um conjunto invariante local e seu corolário podem ser estendidos para um resultado global, obtido pela expansão de Ω , de forma que este passe a representar todo o espaço de estados, e pela satisfação de uma condição adicional na função $V(\mathbf{x})$, de forma que esta passe a ser *radialmente ilimitada*, ou seja, $V(\mathbf{x}) \rightarrow \infty$ quando $\|\mathbf{x}\| \rightarrow \infty$.

Teorema de um conjunto invariante global:

Considere um sistema autônomo da forma $\dot{\mathbf{x}} = f(\mathbf{x})$, com f representando uma função contínua, e seja $V(\mathbf{x})$ uma função escalar com primeiras derivadas parciais contínuas. Assuma que:

- $\dot{V}(\mathbf{x}) \leq 0$ para todo o espaço de estados;

➤ $V(\mathbf{x}) \rightarrow \infty$ quando $\|\mathbf{x}\| \rightarrow \infty$.

Nomeando por \mathbf{R} o conjunto de todos os pontos que fornecem $\dot{V}(\mathbf{x})=0$ e fazendo com que \mathbf{M} represente o maior conjunto invariante em \mathbf{R} , verifica-se que, toda solução \mathbf{x} converge de forma assintótica e global para \mathbf{M} na medida em que $t \rightarrow \infty$.

Conforme mencionado anteriormente, diversas funções de Lyapunov podem existir para um dado sistema e, portanto, diversos conjuntos invariantes associados podem ser derivados.

ANEXO E – ESPAÇO DE JUNTA E ESPAÇO OPERACIONAL

Se uma tarefa for especificada para o efetuador do robô, faz-se necessário determinar sua posição e orientação, eventualmente como uma função do tempo (trajetória). Isto é fácil no que tange a posição. Por outro lado, a especificação da orientação com base nos vetores unitários $\mathbf{n}(\mathbf{q})$, $\mathbf{s}(\mathbf{q})$ e $\mathbf{a}(\mathbf{q})$ mostra-se difícil, uma vez que suas nove componentes devem garantir as restrições de ortonormalidade impostas por $\mathbf{R}^T \mathbf{R} = \mathbf{I}$ a cada instante de tempo, onde \mathbf{R} representa a matriz de rotação.

O problema de se descrever a orientação do efetuador do robô admite uma solução natural se uma das representações mínimas for adotada (ex: ângulos de Euler).

Desta forma, é possível descrever a postura do robô em termos de um vetor \mathbf{x} de ordem $m \times 1$, com $m \leq n$, em que n representa o número de graus de liberdade do robô, ou seja:

$$\mathbf{x} = \begin{bmatrix} \mathbf{p} \\ \boldsymbol{\varphi} \end{bmatrix} \quad (44)$$

onde \mathbf{p} e $\boldsymbol{\varphi}$ descrevem respectivamente as componentes de posição e orientação do efetuador do robô.

As três componentes da função $\boldsymbol{\varphi} (\varphi, \vartheta, \psi)$ são obtidas mediante cálculo dos vetores unitários $\mathbf{n}(\mathbf{q})$, $\mathbf{s}(\mathbf{q})$ e $\mathbf{a}(\mathbf{q})$ da matriz de rotação \mathbf{R} . As equações que permitem determinar os ângulos de Euler a partir dos vetores unitários são apresentadas em Sciavicco e Siciliano (2004).

Esta representação da posição e da orientação expressa na Equação (44) permite descrever uma tarefa para o efetuador do robô em termos de um número reduzido de parâmetros independentes.

O vetor \mathbf{x} é definido no espaço em que o robô opera. Por este motivo, esse espaço é denominado *espaço operacional*.

Por outro lado, o espaço em que as n variáveis de junta:

$$\mathbf{q} = \begin{bmatrix} q_1 \\ \vdots \\ q_n \end{bmatrix} \quad (45)$$

são expressas é denominado *espaço de junta*. Tem-se $q_i = \vartheta_i$ caso a junta seja de revolução e $q_i = d_i$ caso a junta seja prismática.

Por último, a relação que estabelece a dependência entre esses dois

conjuntos de variáveis é dada pela seguinte equação de cinemática direta:

$$\mathbf{x} = \mathbf{K}(\mathbf{q}) \quad (46)$$

onde $\mathbf{K}(\mathbf{q})$ é uma função vetorial de ordem $m \times 1$, geralmente não-linear.

Matrizes Jacobianas analítica e geométrica:

A relação cinemática diferencial que estabelece a dependência entre as velocidades definidas no *espaço de junta* e no *espaço operacional* é denominada matriz Jacobiana.

A matriz Jacobiana analítica é àquela calculada através de uma técnica analítica.

A velocidade translacional do sistema de coordenadas com origem fixa ao efetuador do robô tomada com respeito ao sistema de coordenadas com origem na base é dada por:

$$\dot{\mathbf{p}} = \frac{\partial \mathbf{p}}{\partial \mathbf{q}} \dot{\mathbf{q}} = \mathbf{J}_p(\mathbf{q}) \dot{\mathbf{q}} \quad (47)$$

A velocidade rotacional desse mesmo sistema de coordenadas com origem fixa ao efetuador do robô, também com respeito ao sistema de coordenadas com origem na base é dada por:

$$\dot{\boldsymbol{\phi}} = \frac{\partial \boldsymbol{\phi}}{\partial \mathbf{q}} \dot{\mathbf{q}} = \mathbf{J}_\phi(\mathbf{q}) \dot{\mathbf{q}} \quad (48)$$

Logo, a equação cinemática diferencial obtida através de uma técnica analítica (matriz Jacobiana analítica) é dada por:

$$\dot{\mathbf{x}} = \begin{bmatrix} \dot{\mathbf{p}} \\ \dot{\boldsymbol{\phi}} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{J}_p(\mathbf{q}) \\ \mathbf{J}_\phi(\mathbf{q}) \end{bmatrix} \dot{\mathbf{q}} = \mathbf{J}_A(\mathbf{q}) \dot{\mathbf{q}} \quad (49)$$

Diferenciando a Equação (46):

$$\dot{\mathbf{x}} = \dot{\mathbf{K}}(\mathbf{q}) = \frac{\partial \mathbf{K}(\mathbf{q})}{\partial \mathbf{q}} \dot{\mathbf{q}} \quad (50)$$

e comparando a expressão obtida com a Equação (49), conclui-se que:

$$\mathbf{J}_A(\mathbf{q}) = \frac{\partial \mathbf{K}(\mathbf{q})}{\partial \mathbf{q}} \quad (51)$$

$\mathbf{J}(\mathbf{q})$ e $\mathbf{J}_A(\mathbf{q})$ são diferentes, visto que a orientação da primeira é dada por $\boldsymbol{\omega}$ e a da segunda é dada por $\dot{\boldsymbol{\phi}}$.

De um ponto de vista físico, o significado de $\boldsymbol{\omega}$ é mais intuitivo que o de $\dot{\boldsymbol{\phi}}$. As três componentes de $\boldsymbol{\omega}$ representam as componentes da velocidade angular com respeito ao sistema de coordenadas da base. As três componentes de $\dot{\boldsymbol{\phi}}$, por sua vez, representam componentes não-ortogonais da velocidade rotacional, definidas com respeito aos eixos de um sistema de coordenadas que varia à medida que a orientação do efetuador do robô varia.

A vantagem de se utilizar a matriz Jacobiana analítica está no fato de que, enquanto a integral de $\dot{\boldsymbol{\phi}}$ ao longo do tempo fornece $\boldsymbol{\phi}$, a integral de $\boldsymbol{\omega}$ não admite uma interpretação física clara.

É possível estabelecer uma relação entre as velocidades angular $\boldsymbol{\omega}$ e rotacional $\dot{\boldsymbol{\phi}}$ para um dado conjunto de ângulos de orientação e, por consequência, é possível também estabelecer uma relação entre as matrizes Jacobianas analítica e geométrica. Em vista da Equação (49) e considerando ainda que:

$$\mathbf{v} = \begin{bmatrix} \dot{\mathbf{p}} \\ \boldsymbol{\omega} \end{bmatrix} = \mathbf{J}(\mathbf{q})\dot{\mathbf{q}} \quad (52)$$

e

$$\mathbf{v} = \begin{bmatrix} \mathbf{I} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{T}(\boldsymbol{\phi}) \end{bmatrix} \dot{\mathbf{x}} = \mathbf{T}_A(\boldsymbol{\phi})\dot{\mathbf{x}} \quad (53)$$

obtém-se, após manipulação algébrica:

$$\mathbf{J}(\mathbf{q}) = \mathbf{T}_A(\boldsymbol{\phi})\mathbf{J}_A(\mathbf{q}) \quad (54)$$

No que diz respeito ao emprego de uma ou de outra matriz Jacobiana (analítica ou geométrica), a primeira é utilizada sempre que se trabalhar com grandezas diferenciais de variáveis e a última sempre que se trabalhar com grandezas apresentando algum sentido físico, mas sempre definidas no *espaço operacional*.

ANEXO F – TEOREMA DE GERSHGORIN

Seja $\mathbf{A} = [a_{ij}]$ uma matriz de ordem $n \times n$ real e simétrica, com:

$$a_{ii} > 0 \quad \forall i = 1, \dots, n \quad (55)$$

$$a_{ii} > \sum_{\substack{j=1 \\ i \neq j}}^n |a_{ij}| \quad \forall i = 1, \dots, n \quad (56)$$

Então \mathbf{A} é uma matriz definida positiva.

Demonstração: Segundo o Teorema de Gershgorin (LEWIS *et. al.*, 1993), tem-se que:

$$|\lambda - a_{ii}| \leq \sum_{\substack{j=1 \\ i \neq j}}^n |a_{ij}| \quad \forall i = 1, \dots, n \quad (57)$$

Se a Equação (55) é satisfeita, a Equação (57) pode ser reescrita como:

$$-\sum_{\substack{j=1 \\ i \neq j}}^n |a_{ij}| + a_{ii} \leq \lambda \leq \sum_{\substack{j=1 \\ i \neq j}}^n |a_{ij}| + a_{ii} \quad \forall i = 1, \dots, n \quad (58)$$

Adicionalmente, se a Equação (56) é satisfeita, tem-se que:

$$-\sum_{\substack{j=1 \\ i \neq j}}^n |a_{ij}| + a_{ii} > 0 \quad \forall i = 1, \dots, n \quad (59)$$

e consequentemente:

$$\lambda > 0 \quad (60)$$

Como todos os autovalores λ da matriz \mathbf{A} são positivos, a matriz resulta definida positiva.