

VITOR MATEUS MORAES

UMA PROPOSTA PARA SÍNTESE DE
CONTROLADOR PARA UMA CLASSE DE
SISTEMAS DE CONTROLE VIA REDE

FLORIANÓPOLIS
2010

UNIVERSIDADE FEDERAL DE SANTA
CATARINA

PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM
ENGENHARIA DE AUTOMAÇÃO E
SISTEMAS

UMA PROPOSTA PARA SÍNTESE DE
CONTROLADOR PARA UMA CLASSE DE
SISTEMAS DE CONTROLE VIA REDE

Dissertação submetida à
Universidade Federal de Santa Catarina
como parte dos requisitos para a
obtenção do grau de Mestre em Engenharia
de Automação e Sistemas.

VITOR MATEUS MORAES

Florianópolis, Junho de 2010.

UMA PROPOSTA PARA SÍNTESE DE CONTROLADOR PARA UMA CLASSE DE SISTEMAS DE CONTROLE VIA REDE

Vitor Mateus Moraes

‘Esta Dissertação foi julgada adequada para a obtenção do título de Mestre em Engenharia de Automação e Sistemas, Área de Concentração em *Controle, Automação e Sistemas*, e aprovada em sua forma final pelo Programa de Pós-Graduação em Engenharia de Automação e Sistemas da Universidade Federal de Santa Catarina.’

Eugênio de Bona Castelan Neto, Dr.
Orientador

Ubirajara Franco Moreno, Dr.
Co-orientador

José Eduardo Ribeiro Cury, Dr.
Coordenador do Programa de Pós-Graduação em Engenharia de Automação e Sistemas

Banca Examinadora:

Eugênio de Bona Castelan Neto, Dr.

Ubirajara Franco Moreno, Dr.

Edson Roberto De Pieri, Dr.

Marcelo Ricardo Stemmer, Dr.

Ricardo Hiroshi Caldeira Takahashi, Dr.

Para Alfredo e Átila.

AGRADECIMENTOS

Em especial agradeço a Deus, por tudo.

Aos meus pais, Mateus e Regina, que mesmo à distância sempre motivaram e acreditaram na realização deste mestrado. Sem vocês este trabalho não seria possível.

À Flávia e Robson, pelo incentivo e por tolerar as invasões de primavera.

Aos meus amigos, pela presença.

Aos professores Mário e Roberto, pelo apoio para o ingresso no mestrado.

Aos meus orientadores Eugênio e Ubirajara, pelo suporte e auxílio nas dificuldades encontradas e no desenvolvimento deste trabalho.

Aos meus colegas do Departamento de Automação e Sistemas, pelos vários momentos compartilhados.

Ao nosso grupo de estudos de energia cinética, pelos anos de amizade e treinamento que tivemos juntos.

Ao Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico, pelo suporte financeiro.

Resumo da Dissertação apresentada à UFSC como parte dos requisitos necessários para obtenção do grau de Mestre em Engenharia de Automação e Sistemas.

UMA PROPOSTA PARA SÍNTESE DE CONTROLADOR PARA UMA CLASSE DE SISTEMAS DE CONTROLE VIA REDE

Vitor Mateus Moraes

Junho/2010

Orientador: Eugênio de Bona Castelan Neto, Dr.

Co-orientador: Ubirajara Franco Moreno, Dr.

Área de Concentração: Controle, Automação e Sistemas.

Palavras-chave: sistema de controle via rede, desigualdades matriciais lineares, controle robusto.

Número de Páginas: xxiv + 61

Sistemas controlados através de redes de comunicação podem ter o desempenho prejudicado devido aos atrasos ocorridos durante a troca de informações entre os componentes do sistema de controle. Usualmente, o compartilhamento do meio de transmissão faz com que estes atrasos sejam variantes no tempo, tornando difíceis a análise e o projeto de controladores que garantam a estabilidade e performance desejados ao processo.

De forma geral, o estudo deste tipo de sistemas está relacionado a diferentes áreas de conhecimento, abrangendo desde teoria de controle até as teorias de sistemas de tempo-real e redes de comunicação. Neste trabalho, são abordadas questões relacionadas ao controle e à estabilidade do sistema em malha fechada, assumindo como requisitos básicos algumas características desejadas quanto ao comportamento temporal do sistema de controle via rede. Assim, considera-se a utilização de mensagens que contenham informações temporais relacionadas aos eventos do sistema.

No estudo apresentado, faz-se uso de uma representação matemática na forma politópica adicionada de uma incerteza limitada por norma e de uma função de Lyapunov dependente de parâmetro para demonstração de uma condição de estabilidade do sistema em malha fechada, robusta em relação aos atrasos induzidos pela rede de comunicação. Baseando-se nesta condição, propõe-se um método para projeto de controladores por realimentação de estados com ganhos variantes. Ambos os casos, condição de estabilidade e metodologia de projeto, são descritos em termos de desigualdades matriciais lineares. Exemplos numéricos e simulações são apresentados demonstrando a eficácia dos métodos propostos.

Abstract of Dissertation presented to UFSC as a partial fulfillment of the requirements for the degree of Master in Automation and Systems Engineering.

A CONTROLLER DESIGN PROPOSITION FOR A CLASS OF NETWORKED CONTROL SYSTEMS

Vitor Mateus Moraes

June/2010

Advisor: Eugênio de Bona Castelan Neto, Dr.

Co-advisor: Ubirajara Franco Moreno, Dr.

Area of Concentration: Control, Automation and Systems

Keywords: networked control system, linear matrix inequalities, robust control.

Number of Pages: xxiv + 61

Control systems through communication networks may have its performance impaired due to delays in the exchange of information between the components of the control system. Usually, sharing the transmission medium causes these delays to be time varying, making difficult the analysis and design of controllers that guarantee closed loop stability and desired performance.

Overall, the study of such systems is related to different areas of knowledge, covering from control theory to the real-time systems and communication networks theories. In this work, closed-loop control and stability issues are treated, assuming as basic requirements some desired characteristics about temporal behavior of the networked control system. Thus, the use of messages containing temporal informations related to system events is considered.

In the present study, a state space mathematical representation of the system is used, and a discrete-time polytopic form with an additive norm bounded uncertainty is considered. Thus, a parameter dependent Lyapunov function can be used to demonstrate a stability condition of the closed loop

system, robust with respect to delays induced by the communication network. Based in such robust stability condition, a method for designing state-feedback controllers with variable gains is proposed. The stability condition and proposed design methodology are described in terms of linear matrix inequalities. Numerical examples and simulations are presented to demonstrate the effectiveness of the proposed methods.

Sumário

1	Introdução	1
1.1	Caracterização do Problema	3
1.2	Proposta do Trabalho	5
1.3	Organização do Documento	6
2	Sistemas de Controle via Rede	7
2.1	Características Gerais do NCS	7
2.1.1	Atrasos entre Eventos	9
2.1.2	Estampas de Tempo	11
2.1.3	Protocolo MAC e Escalonabilidade de Mensagens	11
2.2	Representação Matemática do Processo Controlado	12
2.2.1	Modelo em Tempo Discreto com Atraso	13
2.2.2	Atrasos Maiores do que um Período de Amostragem	14
2.3	Conclusão	15
3	Modelo Politópico Adicionado de uma Incerteza Limitada por Norma	17
3.1	Reescrevendo as Incertezas Exponenciais	17
3.1.1	Politopo de Matrizes	19
3.1.2	Limitação por Norma	21
3.1.3	Representação Politópica Adicionada de uma Incerteza Limitada por Norma	21
3.2	Conclusão	22

4	Estabilidade e Estabilização do NCS	23
4.1	Sistema Aumentado	24
4.1.1	Lei de Controle por Realimentação de Estados	24
4.1.2	Restrição por Norma	25
4.2	Estabilidade do Sistema em Malha Fechada	26
4.2.1	Condição de Estabilidade Robusta	26
4.2.2	Análise de Estabilidade Robusta	27
4.3	Síntese de Controle via LMI	28
4.3.1	Realimentação de Estados a Ganhos Variantes	29
4.3.2	Realimentação de Estados a Ganho Constante	30
4.4	Cálculo dos Ganhos e Complexidade Computacional	30
4.5	Cálculo dos Ganhos Considerando $\tau_{max} > T$	32
4.6	Conclusão	33
5	Resultados Numéricos e Simulações	35
5.1	Ferramentas Computacionais	35
5.1.1	Ambiente de Simulação (<i>TrueTime</i>)	36
5.2	Exemplo Numérico	37
5.2.1	Processo a ser Controlado	37
5.2.2	Sistema de Controle e Rede de Comunicação	38
5.2.3	Qualidade de Controle	39
5.2.4	Resultados Numéricos	39
5.2.5	Simulações	40
5.3	Comparações com Abordagem Utilizada em [21]	43
5.4	Atrasos Maiores do que um Período de Amostragem	46
5.5	Conclusão	48

6	Conclusão	49
A	Decomposição LU	51
B	Lema da Projeção	53
C	Abordagem Utilizada em [21]	55

Lista de Abreviaturas

CAN	do inglês <i>Controller Area Network</i>
FLDP	Função de Lyapunov Dependente de Parâmetro
IAE	Integral do Erro Absoluto (do inglês <i>Integral of the Absolute Error</i>)
LMI	Desigualdades Matriciais Lineares (do inglês <i>Linear Matrix Inequalities</i>)
LTI	Linear Invariante no Tempo (do inglês <i>Linear Time Invariant</i>)
MAC	Controle de Acesso ao Meio (do inglês <i>Multiple-Access Control</i>)
MADB	Limite Máximo Permitido para o Atraso (do inglês <i>Maximum Allowable Delay Bound</i>)
MIMO	Sistema Multivariável (do inglês <i>Multi-Input Multi-Output</i>)
NCS	Sistema de Controle via Rede (do inglês <i>Networked Control System</i>)
QoC	Qualidade de Controle (do inglês <i>Quality of Control</i>)
SDP	Programação Semi-Definida (do inglês <i>Semi-Definite Programming</i>)
SISO	Sistema Monovariável (do inglês <i>Single-Input Single-Output</i>)

Notações

\Re	Conjunto dos números reais
\Re^n	Espaço vetorial real n -dimensional
$\Re^{n \times m}$	Espaço das matrizes com elementos reais de dimensão $n \times m$
A'	Transposta da matriz A
A^{-1}	Inversa da matriz A
$He(A)$	$He(A) = A + A'$, para uma matriz $A \in \Re^{n \times m}$
$\ A\ $	Norma euclidiana da matriz A , ou Valor singular máximo de A : $\ A\ = \sqrt{\lambda_{max}(A'A)}$
I	Matriz identidade de dimensão apropriada
$*$	Bloco simétrico com relação à diagonal principal de uma matriz simétrica
$diag(A, B)$	Matriz bloco diagonal $\begin{bmatrix} A & 0 \\ 0 & B \end{bmatrix}$

Lista de Figuras

1.1	Topologias de sistemas de controle via rede.	3
1.2	Sistemas de controle compartilhando o mesmo barramento de rede.	4
1.3	Sistema de Controle via Rede.	5
2.1	Sistemas de controle compartilhando o mesmo barramento de rede.	8
2.2	Sistema de controle via rede, múltiplos sensores.	9
2.3	Esperas aleatórias para envio de mensagens através da rede de comunicação.	10
2.4	Atrasos aleatórios na transmissão de dados.	10
2.5	Efeito do atraso no sinal de controle aplicado ao processo.	13
2.6	Sinal de controle na ocorrência de atrasos maiores do que um período de amostragem.	15
3.1	Incerteza exponencial - politopo convexo com 3 vértices.	18
3.2	Incerteza exponencial - politopo convexo da figura 3.1 adicionado de uma restrição por norma.	19
5.1	Simulação de um NCS na ferramenta TrueTime.	37
5.2	Pêndulo invertido sobre um carro [34].	38
5.3	Atrasos ocorridos durante simulação, sequência de atrasos (a).	41
5.4	Dinâmica dos estados do sistema, sequência de atrasos (a), $(-\mathbb{K}_{\tau_k}, -K)$	41
5.5	Sinal de controle, sequência de atrasos (a).	42
5.6	Atrasos ocorridos durante simulação, sequência de atrasos (b).	42

5.7	Dinâmica dos estados do sistema, sequência de atrasos (b) , $(-\mathbb{K}_{\tau_k}, --K)$..	43
5.8	Sinal de controle, sequência de atrasos (b)	43
5.9	Comparação dos valores relativos de $V(x_k, \tau_k)$ ao longo das trajetórias dos estados das figuras 5.4 e 5.7.	44
5.10	Dinâmica dos estados do sistema, comparação com abordagem utilizada em [21], $(-\mathbb{K}(\tau_k), --K, \dots K_H)$	45
5.11	Sinal de controle, comparação com abordagem utilizada em [21].	46
5.12	Atrasos ocorridos durante simulação, $\tau_{max} > T$	47
5.13	Dinâmica dos estados do sistema, $\tau_{max} > T$, $(-\mathbb{K}_{\tau_k}, --K)$	47

Lista de Tabelas

4.1	Número de variáveis escalares e de linhas do sistema de equações.	32
5.1	Valores numéricos mínimos obtidos para o coeficiente de contração.	40
5.2	Qualidade de Controle.	42
5.3	QoC, comparação com abordagem utilizada em [21].	45
5.4	QoC, $\tau_{max} > T$	47

Capítulo 1

Introdução

Um sistema de controle via rede (NCS, do inglês *Networked Control Systems*) é aquele no qual os dispositivos responsáveis pelo controle de algum processo, também chamado de planta, trocam informações entre si utilizando mensagens enviadas através uma rede de comunicação. A crescente utilização deste tipo de sistema nas mais diversas áreas, tem proporcionado um correspondente avanço em pesquisas relacionadas ao tema [2]. Algumas aplicações típicas envolvem, por exemplo: robótica móvel, circuitos automotivos, processos industriais, automação residencial, cirurgia remota, entre outras.

Em [18] são apontados alguns dos principais problemas encontrados em NCSs, dentre os quais destacam-se: os atrasos de tempo devido a transmissão de dados pela rede, as perdas de informações (perdas de pacotes) e a necessidade de transmissão de múltiplos pacotes. Ainda nesse mesmo artigo é apresentada uma compilação de trabalhos referentes à estabilidade em sistemas de controle via rede (veja também [19] e [47]).

Grande parte dos estudos encontrados na literatura relacionados à análise de estabilidade e síntese de controladores para NCS utilizam a teoria de Lyapunov, diferenciando-se umas das outras pelo modo como as incertezas do modelo são tratadas e/ou pelas funções de Lyapunov utilizadas. Um dos objetivos nesse sentido é a obtenção de técnicas menos conservadoras para a obtenção do limite máximo permitido para o atraso (MADB, do inglês *Maximum Allowable Delay Bound*), como por exemplo em [26], onde uma função de Lyapunov-Krasovskii é utilizada. Mais trabalhos relacionados ao MADB podem ser encontrados em [50, 51].

Outros estudos que buscam soluções a partir da utilização de funções de Lyapunov-Krasovskii podem ser encontrados em [16, 53]. É usual nesses trabalhos incluir os atrasos variantes no tempo na função de Lyapunov, evitando assim a necessidade de se considerar incertezas nas matrizes do sistema, como nos casos onde são utilizados modelos em tempo discreto para o NCS, como por exemplo em [49]. Em alguns trabalhos recentes [21, 24],

representações do sistema discreto incerto a partir de aproximações em séries de Taylor são utilizadas, permitindo o uso de abordagens baseadas na teoria de politopos convexos e funções de Lyapunov dependentes de parâmetro.

Em [37] os atrasos são representados de acordo com uma distribuição estocástica, o que permite uma abordagem para cálculo de um controle estocástico ótimo. Este método fornece uma melhor aproximação no que diz respeito à natureza e comportamento dos atrasos e normalmente fornece melhor performance. No entanto, encontrar a relação que descreve os atrasos pode ser de grande dificuldade. Outros trabalhos que também propõem controles ótimos estocásticos podem ser encontrados em [30, 46].

Uma proposta diferente para análise de estabilidade é descrita em [25], onde condições de estabilidade são descritas no domínio da frequência para sistemas SISO, baseada no teorema do pequeno ganho. A análise relacionada é aplicável para sistemas com pequenos e grandes atrasos, pois a discretização do sistema é baseada em um sistema sem atraso.

Recentemente, procedimentos de *co-design* [41] para projetos de controladores e implementação de sistemas controlados via rede, também vêm sendo explorados [38, 43]. Este tipo de abordagem requer estudos mais aprofundados das características de sistemas de tempo real, como por exemplo da utilização da rede de comunicação. Um dos objetivos considerados nesses estudos é a possibilidade de adaptação dinâmica dos períodos de amostragem. Isto pode ser realizado com base no regime de funcionamento da planta, como em [39, 42], ou de acordo com o escalonamento de mensagens na rede de comunicação [27].

Algumas métricas para avaliação de desempenho do sistema em malha fechada também são usualmente consideradas em procedimentos de *co-design*. Como exemplos, podem ser citados os trabalhos apresentados em [32], baseado no conceito de margem de *jitter* [8], e [35], onde é utilizado o conceito de qualidade de controle (QoC, do inglês *Quality of Control*). Em [11] é apresentada uma comparação entre essas duas métricas, fazendo uso de um conjunto de plantas e controladores compartilhando uma mesma rede de comunicação.

Um fator importante no estudo de sistemas de controle via rede corresponde a modelagem do sistema, como discutida em [10, 13], e que pode ser considerada como uma das fontes de conservadorismo na obtenção de resultados, devido à representação utilizada para caracterizar a dinâmica do sistema em malha fechada na presença de incertezas decorrentes da utilização da rede. Em [20] é apresentada uma representação mista de sistema politópico e restrição por norma a fim de se reduzir esse conservadorismo, e por isso esta representação será também utilizada no decorrer do presente documento.

1.1 Caracterização do Problema

Em sistemas de controle via rede, devido às garantias temporais críticas exigidas, é comum a utilização de redes de comunicação confiáveis que façam uso de protocolos deterministas de acesso ao meio [22, 31]. Em outras palavras, é requisitado à rede garantia de entrega de pacotes em um determinado tempo limite. Neste tipo de rede considera-se que, em regime normal de funcionamento, não ocorrem perdas de pacotes, o atraso é limitado e este limite pode ser determinado. Consequentemente, se as mensagens enviadas através dessa rede forem adequadamente escalonadas, todos os requisitos temporais, *deadlines*, serão cumpridos [48]. Tradicionalmente, cabos são utilizados como meio de transmissão devido a respectiva confiabilidade, contrário ao que ocorre nas redes sem fio, onde problemas relacionados à transmissão de dados são mais comuns [54].

Na figura 1.1 são mostradas algumas topologias possíveis de NCSs, onde as topologias 1 e 2 são implementações tradicionais, com controladores, sensores e atuadores assumindo nodos independentes na rede. No entanto, também existem aplicações onde utilizam-se sensores ou atuadores com maior capacidade de processamento, capazes de executar também a função de controlador, que correspondem as topologias 3 e 4.

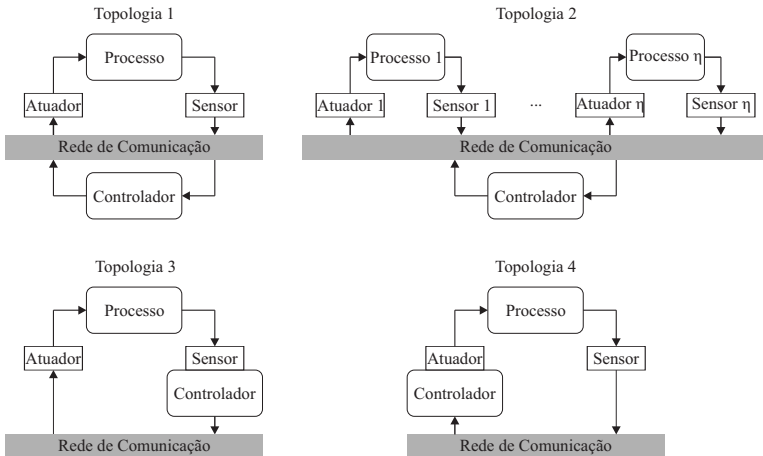


Figura 1.1: Topologias de sistemas de controle via rede.

Independentemente da topologia utilizada, uma das principais vantagens em se utilizar uma rede de comunicação, para a troca de informações entre os componentes do sistema de controle, é a possibilidade de compartilhamento do meio onde trafegam as mensagens (o barramento de rede) entre componentes de diferentes sistemas, e até mesmo com

outras tarefas¹ que necessitam de uma comunicação via rede. Assim, elimina-se a necessidade de múltiplos cabos de conexões entre os dispositivos, consequentemente facilitando a manutenção e reduzindo o custo de implementação [52].

No entanto, um aspecto negativo decorrente desse compartilhamento é a ocorrência de atrasos de tempo aleatórios entre os instantes de amostragem e atuação de um sistema específico. Como consequência, problemas de desempenho podem ocorrer, por vezes ocasionando até a perda de estabilidade do sistema controlado e, portanto, técnicas tradicionais para projeto de controladores podem não ser aplicáveis.

Ainda com relação ao desempenho do sistema em malha fechada, de acordo com [36], a utilização de mensagens contendo estampas de tempo (do inglês *time-stamping*) pode ser vantajosa. Essas mensagens permitem a obtenção de informações adicionais, correspondentes aos instantes de tempo da ocorrência de eventos de medição e atuação do sistema, além das informações básicas dos valores amostrados e do sinal de controle.

No caso da estampa de tempo da amostragem, existe a possibilidade desta ser enviada pelo sensor na mesma mensagem que contém os valores amostrados. Já as estampas de tempo referentes aos instantes de atuação, nos casos onde o controlador é descentralizado ou incorporado ao sensor (topologias 1, 2 e 3 na fig 1.1), o atuador a envia contida em uma mensagem de reconhecimento ao controlador, chamada ACK (do inglês, *acknowledgement*).

Na figura 1.2 é mostrada uma topologia genérica de um conjunto de sistemas de controle onde existe compartilhamento do meio. Observe que as setas indicam o sentido de tráfego das informações pelo sistema, e as linhas pontilhadas representam as mensagens enviadas através da rede de comunicação. Também estão representadas as mensagens de reconhecimento enviadas pelos atuadores para os controladores.

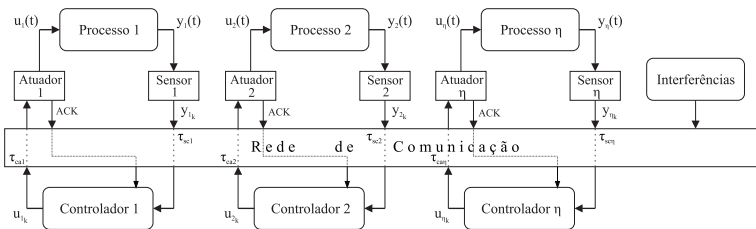


Figura 1.2: Sistemas de controle compartilhando o mesmo barramento de rede.

Dessa forma, o problema de sistemas de controle via rede, que necessitem de um comportamento de tempo real e que façam uso de mensagens de estampa de tempo, pode ser resumido em duas etapas. A primeira consiste de uma análise de escalonabilidade das

¹No decorrer deste documento, estas outras tarefas serão tratadas como interferências.

mensagens que trafegam na rede. A segunda é dependente da lei de controle utilizada, que deve ser projetada de modo a garantir a estabilidade do sistema em malha fechada, além de eventuais requisitos adicionais relacionados ao desempenho.

1.2 Proposta do Trabalho

O principal objetivo deste trabalho é propor um método para síntese de controladores por realimentação de estados a ganhos variantes, que garanta a estabilidade, a robustez e o desempenho do NCS em malha fechada na presença de atrasos de tempo aleatórios entre os eventos de medição e atuação. O método proposto é definido a partir de uma função de Lyapunov dependente de parâmetro, na qual é adicionado um parâmetro relacionado ao desempenho temporal.

De forma geral, o problema é tratado considerando-se controladores descentralizados e independentes, de modo que diferentes processos são controlados por diferentes controladores, como mostrado na figura 1.3. A rede de comunicação é confiável e faz uso de algum protocolo de acesso ao meio determinista. Ainda na figura 1.3, estão representados os atrasos induzidos pela utilização da rede de comunicação devido ao envio das mensagens do sensor para o controlador e do controlador para o atuador, τ_{sc} e τ_{ca} respectivamente, e pelo cálculo da lei de controle realizado pelo controlador, τ_{cc} .

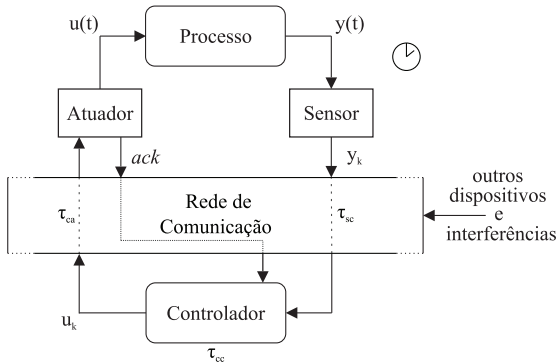


Figura 1.3: Sistema de Controle via Rede.

Para o estudo apresentado neste documento, são considerados atrasos aleatórios e estampas de tempo são utilizadas, permitindo o cálculo do atraso total entre os instantes de medição e atuação. Estes valores dos atrasos são usados como parâmetros na definição do ganho para cálculo do sinal de controle. Considera-se para isso, a sincronização de relógios entre os dispositivos do sistema de controle.

O desenvolvimento do método proposto segue uma linha similar à apresentada em [21]. Os resultados são descritos em termos de LMIs [3] e podem ser resolvidos com a utilização de *SDP solvers* (*SemiDefinite Programming Solver*).

1.3 Organização do Documento

O documento está organizado da seguinte forma:

- no capítulo 2 são apresentadas as características do sistema de controle via rede, os efeitos ocasionados pelo uso de uma rede de comunicação para transmissão de informações entre os componentes do sistema de controle, e uma representação matemática em tempo discreto para o sistema controlado via rede;
- no capítulo 3 as incertezas exponenciais do modelo matemático apresentado no segundo capítulo, são reescritas em uma forma politópica adicionada de uma limitação por norma;
- no capítulo 4 são apresentados os métodos para análise de estabilidade e estabilização do sistema de controle via rede a partir de uma realimentação de estados considerando ganhos variantes e ganho constante, este último como uma condição particular do primeiro;
- no capítulo 5 são mostrados exemplos numéricos, demonstrando a eficácia do método proposto, considerando diversas condições de atrasos e configurações para o cálculo dos ganhos de realimentação, e também são apresentadas simulações realizadas para alguns dos resultados obtidos;
- finalmente, no capítulo 6 são apresentadas algumas considerações finais relacionadas à realização deste trabalho, bem como propostas para trabalhos futuros.

Capítulo 2

Sistemas de Controle via Rede

Neste capítulo são descritas as características de um sistema de controle via rede (NCS), no qual ocorrem trocas de informações temporais entre os componentes do sistema através de mensagens com estampas de tempo. Para o desenvolvimento apresentado neste trabalho considera-se que existe sincronização de relógios entre os diversos componentes, dessa forma os dados contidos nessas mensagens podem ser utilizadas pelo controlador.

Além disso, considera-se que o barramento da rede de comunicação seja compartilhado por vários sistemas de controle ou até mesmo por outros dispositivos. Esse compartilhamento do meio de comunicação ocasiona atrasos variantes no tempo durante a troca de informações entre os componentes do sistema de controle. Portanto, neste capítulo também são feitas considerações relacionadas a este atraso.

Por fim, a representação matemática em tempo discreto do processo controlado é apresentada, considerando-se dois casos possíveis de atrasos: atraso máximo menor do que um período de amostragem e atraso máximo maior do que um período de amostragem.

2.1 Características Gerais do NCS

Para o presente trabalho admite-se um conjunto de processos cujos respectivos sistemas de controle compartilham o mesmo meio de transmissão, como representado na figura 2.1. Observa-se que o meio de transmissão pode ainda ser utilizado por outras tarefas, que no decorrer deste documento serão tratadas como interferências.

Cada sistema de controle é composto de sensores, atuadores e um controlador digital, e são consideradas as seguintes características de funcionamento para cada um destes componentes¹:

¹Estampas de tempo são melhor detalhadas na seção 2.1.2

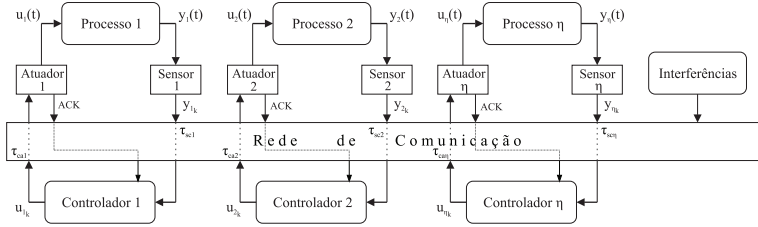


Figura 2.1: Sistemas de controle compartilhando o mesmo barramento de rede.

- *sensor*: realiza a leitura dos estados da planta a cada intervalo de amostragem T , constante, enviando logo em seguida uma mensagem ao controlador contendo as informações amostradas e uma estampa de tempo do instante da amostragem;
- *atuador*: funciona como um segurador de ordem zero, e sempre que recebe uma mensagem do controlador atualiza o valor do sinal de controle aplicado à planta utilizando a nova informação e envia para o controlador uma mensagem de reconhecimento (*ACK*), a qual contém uma estampa de tempo do instante da atuação;
- *controlador digital*: possui funcionamento regido a eventos, sendo dois possíveis: recebimento de uma mensagem proveniente do atuador e recebimento de uma mensagem proveniente do sensor. O primeiro implica no cálculo do próximo sinal de controle a ser aplicado, enquanto que o segundo faz com que o controlador envie ao atuador este novo valor, previamente calculado. Observa-se que este comportamento está diretamente relacionado com a estrutura considerada neste trabalho para o cálculo do sinal de controle, visto que este requer a informação temporal proveniente do atuador de modo a definir parâmetros do controlador variante (tal lei de controle será mostrada no capítulo 4).

Adicionalmente, quando da existência de múltiplos sensores para um mesmo processo (figura 2.2), deve-se especificar ainda uma das seguintes condições para o funcionamento do controlador: *i*) envio do sinal de controle ao atuador quando do recebimento da primeira mensagem de amostragem do período atual; ou *ii*) envio do sinal de controle ao atuador apenas quando todas as amostragens referentes ao período atual forem recebidas.

Observa-se que, para ambas as condições, os métodos de análise e síntese que serão apresentados são válidos, uma vez que devem ser dadas garantias de escalabilidade e entrega das mensagens (rede determinística) e devido à estrutura proposta para a lei de controle.

Ainda com relação à lei de controle a ser utilizada, faz-se necessário que o controlador possua uma memória para armazenamento dos dados recebidos assim como dos sinais

de controle mais recentes. A razão disto será mostrada posteriormente quando da definição dessa lei de controle.

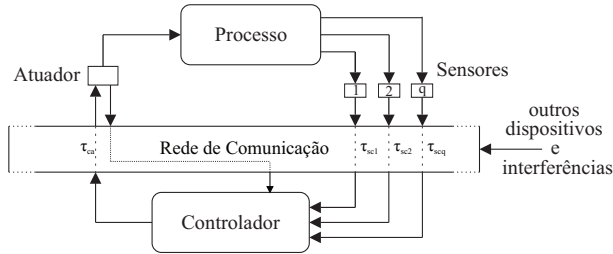


Figura 2.2: Sistema de controle via rede, múltiplos sensores.

Quanto à rede de comunicação, devido as exigências de garantias de sistemas de tempo real, considera-se a utilização de redes confiáveis, que façam uso de protocolos de controle de acesso ao meio com comportamento determinístico [22, 31]. Por redes de comunicação confiáveis entende-se que, em regime de funcionamento normal, não ocorrem perdas de pacotes e, com a utilização de protocolos deterministas, uma vez que os dispositivos acessando o meio compartilhado sejam corretamente escalonados, todos os *deadlines* das mensagens transmitidas serão respeitados [48].

2.1.1 Atrasos entre Eventos

A utilização de uma rede de comunicação para troca de informações entre os componentes do sistema de controle implica em um atraso de tempo τ entre os eventos de medição e atuação. Este atraso pode ser decomposto em três parcelas: $\tau = \tau_{sc} + \tau_{ca} + \tau_{cc}$. A primeira, τ_{sc} , correspondente ao tempo gasto no envio da mensagem do sensor para o controlador. A segunda, τ_{ca} , ao tempo gasto no envio da mensagem do controlador para o atuador. A terceira parcela, τ_{cc} , corresponde ao tempo gasto pelo controlador durante o cálculo da lei de controle.

Como o meio de transmissão é compartilhado por diversos componentes de diferentes processos, eventualmente algum dispositivo poderá tentar transmitir uma mensagem mas não conseguirá acesso ao meio imediatamente, sendo necessário aguardar a liberação do mesmo pelo outro dispositivo. Este efeito de espera pode ser visualizado na figura 2.3, onde é mostrada uma situação em que três dispositivos compartilham uma mesma rede: um sensor, um controlador e um terceiro dispositivo qualquer (que aqui será chamado de interferência).

Nessas condições, observa-se que são três as possíveis situações dos dispositivos com relação à rede:

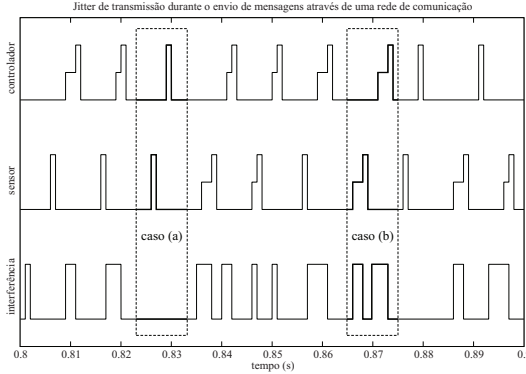


Figura 2.3: Esperas aleatórias para envio de mensagens através da rede de comunicação.

1. sinal em nível alto: dispositivo está transmitindo dados;
2. sinal em nível baixo: dispositivo está ocioso ;
3. sinal em nível médio: o dispositivo possui dados prontos para serem enviados, mas está aguardando pois o barramento está sendo utilizado por outro dispositivo.

No gráfico da figura 2.3 também estão destacadas duas ocorrências distintas para o atraso e que podem ser melhor observadas na figura 2.4, são elas:

- *caso (a), mínimo atraso possível:* corresponde ao tempo gasto na transmissão das duas mensagens pela rede somado ao tempo gasto pelo controlador no cálculo da lei de controle;
- *caso (b), atrasos aleatórios:* corresponde ao mínimo atraso possível somado as esperas aleatórias, também chamadas de *jitter* de transmissão.

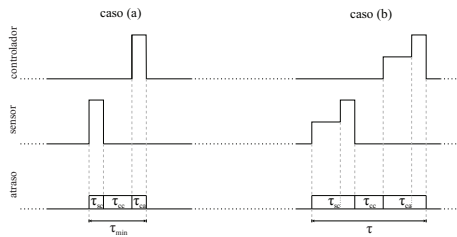


Figura 2.4: Atrasos aleatórios na transmissão de dados.

Assim, para o cálculo do atraso total durante um ciclo medição-atuação, faz-se necessário acrescentar o valor dessas esperas. Isto pode ser feito nas próprias parcelas, τ_{sc}

e τ_{ca} , de acordo com a ocorrência. Ressalta-se que devido às esperas serem variantes no tempo, o mesmo ocorre com o atraso total τ .

Outra observação a ser feita é com relação ao tempo gasto para o cálculo da lei de controle. Apesar de estar representado pela parcela τ_{cc} no cálculo do atraso total, de acordo com o funcionamento definido para o controlador, sendo este baseado na lei de controle a ser proposta, este tempo não é relevante, pois ocorre durante o intervalo que o controlador está aguardando pelo evento de disparo para envio da mensagem ao atuador, isto é, não influencia no atraso total τ do ciclo medição-atuação.

2.1.2 Estampas de Tempo

Mensagens de estampa de tempo são geradas sempre que ocorre um novo evento no sistema. Por exemplo, quando o atuador recebe uma nova mensagem do controlador e aplica o novo sinal de controle à planta (evento de atuação), o dispositivo registra o instante exato em que o sinal de controle foi alterado e ao enviar a mensagem de reconhecimento inclui esta informação temporal. De modo similar, o sensor quando efetua uma nova medição registra o instante em que esta ocorreu, havendo ainda a possibilidade de enviar os valores amostrados e a estampa de tempo no mesmo pacote, dependendo apenas do tamanho estipulado para este.

Estas informações podem ser utilizada pelo controlador de diversas formas, como por exemplo: *i*) calcular o período de tempo decorrido entre os instantes de ocorrência de eventos do sistema; ou *ii*) determinar o quão antiga é uma mensagem. Importante observar a necessidade de uso de sincronização de relógios entre os vários dispositivos do sistema de controle para que os cálculos mencionados possam ser realizados. Na maioria das redes, a carga extra introduzida pelas mensagens de estampa de tempo e sincronização de relógios é irrelevante em comparação com a carga total da rede [36].

Para este trabalho, mensagens de estampa de tempo são utilizadas no cálculo do atraso τ , ocorrido entre os instantes de medição e atuação de um determinado ciclo, visando a sua utilização como parâmetro para o cálculo dos ganhos variantes de uma lei de controle por realimentação de estados.

2.1.3 Protocolo MAC e Escalonabilidade de Mensagens

Devido à necessidade de garantias de tempo real críticas impostas pelas características do sistema de controle, faz-se necessário definir algumas políticas quanto à utilização da

rede de comunicação. Estas políticas estão estritamente relacionadas com o acesso ao meio de transmissão da rede de comunicação, por parte dos dispositivos que a utilizam.

Como base para este trabalho, considera-se a implementação de protocolos de controle de acesso ao meio, ou protocolos MAC (do inglês *Multiple-Access Control*, que sejam deterministas. Na ocorrência de colisões, ou seja mais de um dispositivo tentando acessar o meio de transmissão ao mesmo tempo, as informações não são perdidas, e os atrasos, por mais que sejam aleatórios, são limitados e estes limites podem ser calculados. Em [54] (ver também referências neste) são abordadas características e detalhes de algumas das principais redes de comunicação e respectivos protocolos utilizados em ambiente industrial.

De modo geral, os protocolos MAC tentam resolver o mesmo problema: ordenar, ou organizar e permitir, o acesso ao recurso compartilhado, o meio de transmissão, de uma maneira eficiente tal que objetivos de desempenho sejam alcançados. Esse processo de ordenação é chamado de escalonamento. De acordo com o protocolo MAC utilizado, técnicas correspondentes de análise da escalonabilidade [4, 31] das mensagens que trafegam na rede devem ser utilizadas ainda em fase de projeto. Esta análise permite verificar se todos os requisitos temporais, *deadlines*, de um determinado conjunto de mensagens são satisfeitos. Assim, caso necessário, ajustes com relação às taxas de transmissão ou ainda nos períodos de amostragem dos processos controlados devem ser feitos, de modo a ter todos os *deadlines* respeitados.

2.2 Representação Matemática do Processo Controlado

Neste trabalho considera-se que os processos a serem controlados possuem comportamento linear invariante no tempo (LTI, do inglês *Linear Time Invariant*), e suas dinâmicas podem ser descritas por equações no espaço de estados, tais que:

$$\begin{aligned} \dot{x}(t) &= Mx(t) + Nu(t) \\ y(t) &= Cx(t) \end{aligned} \tag{2.1}$$

onde $x(t) \in \mathfrak{R}^n$ é o vetor de estados, $u(t) \in \mathfrak{R}^m$ é o vetor de entradas, $y(t)$ é o vetor de saídas, $M \in \mathfrak{R}^{n \times n}$, $N \in \mathfrak{R}^{n \times m}$ e $C \in \mathfrak{R}^{q \times n}$.

Para se projetar um controlador digital, faz-se necessário representar em tempo discreto o processo a ser controlado [14]. Além disso, em sistemas de controle via rede, o modelo matemático deve considerar as incertezas devido aos atrasos ocorridos entre os instantes de ocorrência dos eventos do sistema. No modelo apresentado nesta seção, os atrasos são considerados aleatórios, não possuindo restrições com relação a taxa de variação no tempo.

2.2.1 Modelo em Tempo Discreto com Atraso

A representação em tempo discreto do sistema (2.1) com relação aos instantes de amostragem, é dada por:

$$\begin{aligned} x_{k+1} &= A_d x_k + B_d u_k \\ y_k &= C_d x_k \end{aligned} \quad (2.2)$$

onde

$$A_d = e^{MT}, \quad B_d = \int_0^T e^{Ms} ds N, \quad C_d = C.$$

Note que a representação (2.2) não considera o efeito ocasionado pelo atraso τ_k , ocorrido entre os instantes de medição e de atuação do k -ésimo período. Este efeito está relacionado com o valor do sinal de controle aplicado ao processo durante este período, e pode ser observado na figura 2.5 (as setas indicam os instantes de atuação). Dessa forma, para o intervalo de tempo $t \in [kT, (k+1)T]$, quando o atraso não for maior do que um período de amostragem, o valor de $u(t)$ é igual à:

$$u(t) = \begin{cases} u_{k-1}, & t \in [kT, kT + \tau_k] \\ u_k, & t \in [kT + \tau_k, (k+1)T] \end{cases} \quad (2.3)$$

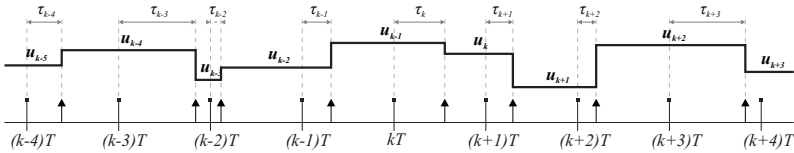


Figura 2.5: Efeito do atraso no sinal de controle aplicado ao processo.

Como este efeito não pode ser negligenciado, pois influencia diretamente na dinâmica do sistema, faz-se necessário uma nova representação [44]:

$$x_{k+1} = A_d x_k + \Gamma_1 u_{k-1} + \Gamma_0 u_k \quad (2.4)$$

onde

$$\begin{aligned} \Gamma_0 &= \int_0^{T-\tau_k} e^{Ms} ds N \\ \Gamma_1 &= \int_{T-\tau_k}^T e^{Ms} ds N = B_d - \Gamma_0 \end{aligned} \quad (2.5)$$

representam incertezas exponenciais, uma vez que são dependentes do parâmetro τ_k , e este é variável no tempo.

2.2.2 Atrasos Maiores do que um Período de Amostragem

Dependendo da aplicação, e até mesmo das condições de utilização da rede de comunicação, pode ser necessário considerar atrasos maiores do que um período de amostragem, ou eventuais perdas de pacotes. Nesses casos a representação do sistema deve ser remodelada adequadamente, ainda em fase de projeto.

É importante salientar que alguns requisitos devem continuar sendo atendidos, e ainda outros acrescentados, para que o projeto do controlador possa ser realizado de forma adequada. Assim, deve-se:

1. conhecer o atraso máximo possível (ou o atraso máximo para o qual o controlador deverá ser projetado);
2. conhecer a quantidade máxima de pacotes consecutivos que podem ser perdidos (ou, da mesma forma que o atraso, a quantidade para a qual o controlador será projetado);
3. definir uma política de taxa de atualização do sinal de controle por período T (quantidade máxima de atuações por período de amostragem);
4. definir uma política de descarte de mensagens antigas, caso necessário.

De posse desses parâmetros, pode-se representar o sistema em uma forma semelhante à anterior (2.4), definida para o caso de atrasos menores de um período de amostragem. A diferença está no conjunto de valores possíveis que o sinal de controle pode assumir durante o período $t \in [kT, (k+1)T]$, isto é:

$$u(t) \in \{u_k, u_{k-1}, \dots, u_{k-\delta}\} \quad (2.6)$$

onde δ corresponde a um número inteiro e positivo, o qual define o múltiplo do período de amostragem referente ao limite máximo para o atraso, $0 < \tau_{min} \leq \tau_k \leq \tau_{max} < \delta T$.

Dessa forma, o modelo do sistema passa a ser descrito pela equação:

$$x_{k+1} = A_d x_k + \Gamma_\delta u_{k-\delta} + \dots + \Gamma_1 u_{k-1} + \Gamma_0 u_k \quad (2.7)$$

onde

$$\Gamma_i = \int_{T-t_i}^{T-t_{0i}} e^{Ms} ds N, \quad \forall i = 0, \dots, \delta \quad (2.8)$$

representam as incertezas exponenciais, com t_{0i} e t_{1i} os instantes, relativos ao k -ésimo período, em que u_{k-i} é aplicado ao processo e substituído por um novo sinal de controle, respectivamente.

Na figura 2.6 pode ser observado um exemplo onde o máximo atraso possível é maior do que o período de amostragem, porém menor do que duas vezes este período, isto é, $T < \tau_{max} < 2T$.

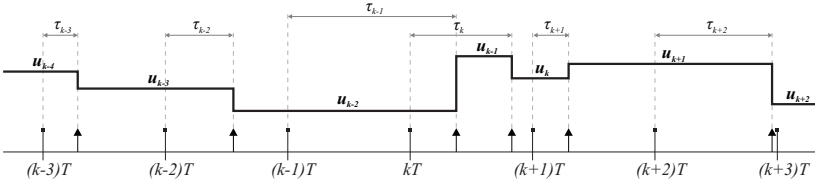


Figura 2.6: Sinal de controle na ocorrência de atrasos maiores do que um período de amostragem.

2.3 Conclusão

Neste capítulo foram apresentadas as principais características de funcionamento dos dispositivos de um sistema de controle via rede, sendo considerada a utilização de mensagens de estampa de tempo e ocorrência de atrasos aleatórios devido ao tráfego de informações através da rede de comunicação. Foram definidos alguns pré-requisitos básicos de forma a permitir o projeto de uma lei de controle com ganhos variantes dependentes dos atrasos.

Também foi apresentado o modelo matemático em tempo discreto com relação aos instantes de amostragem, onde está incluído o efeito ocasionado pelo atraso devido a utilização da rede de comunicação para troca de informações entre os componentes do sistema de controle. Com base nas equações desse modelo, no decorrer deste documento pressupõe-se entrada única para o sistema, ou no caso de múltiplas entradas, os instantes de atuação são sincronizados. Salienta-se que outra possível representação para o sistema em tempo discreto seria com relação aos eventos de atuação, mas esta não será tratada neste documento.

Capítulo 3

Modelo Politópico Adicionado de uma Incerteza Limitada por Norma

O modelo em tempo discreto (2.4) contém incertezas exponenciais, as quais definem matrizes dependentes do parâmetro τ_k . A presença dessas incertezas, descritas pela equação (2.5), ou de forma mais genérica por (2.8), dificultam a análise e o projeto de controladores quando o parâmetro τ_k é variante no tempo e seu comportamento é completamente desconhecido.

Para a demonstração dos cálculos apresentados neste capítulo, são considerados apenas atrasos máximos não superiores a um período de amostragem, isto é $0 < \tau_{min} \leq \tau \leq \tau_{max} \leq T$, o que corresponde a assumir um *deadline* também igual a T para as mensagens que trafegam na rede.

Desse modo, tendo conhecimento dos limites de τ , neste capítulo é apresentada uma representação matemática que combina duas abordagens tradicionalmente utilizadas na teoria de controle robusto [20, 23]: politopos convexos e incertezas limitadas por norma. A razão para se utilizar esta combinação advém do fato de se tentar representar as incertezas exponenciais de uma forma menos conservadora.

3.1 Reescrevendo as Incertezas Exponenciais

O desenvolvimento mostrado nesta seção considera a representação do sistema em tempo discreto (2.4), o qual possui matrizes incertas dependentes do parâmetro τ_k . Os cálculos apresentados são referentes apenas à matriz incerta Γ_0 , pois as equações correspondentes à Γ_1 podem ser deduzidas a partir da relação $\Gamma_1 = B_d - \Gamma_0$.

A incerteza exponencial Γ_0 definida em (2.5) pode ser reescrita na forma de uma série de Taylor [14]:

$$\Gamma_0(\tau_k) = \sum_{i=1}^{\infty} \frac{M^{i-1}}{i!} (T - \tau_k)^i N \quad (3.1)$$

para a qual pode-se calcular uma aproximação de ordem h :

$$\Gamma_0^h(\tau_k) = \sum_{i=1}^h \frac{M^{i-1}}{i!} (T - \tau_k)^i N \quad (3.2)$$

Dessa forma, a matriz incerta original pode ser reescrita como uma soma dessa aproximação com uma incerteza residual, resultando em:

$$\Gamma_0(\tau_k) = \Gamma_0^h(\tau_k) + \Delta_{\Gamma_0}(\tau_k) \quad (3.3)$$

Observa-se que, para o cálculo da aproximação, fixando-se o período de amostragem T , quanto maior for a ordem h menor será o resíduo $\Delta_{\Gamma_0}(\tau_k)$. Por outro lado, fixando-se o valor de h , aumentando T , aumenta-se a incerteza residual. Esse resíduo não pode ser desprezado e também deve estar representado no modelo. Para tanto, considere inicialmente apenas a primeira parcela da soma (3.3), que corresponde à aproximação por série de Taylor. Esta parcela, que é dependente do parâmetro variante τ_k , pode ser representada como pertencente a um politopo convexo:

$$\Gamma_0^h(\tau_k) = \sum_{i=1}^{h+1} \mu_i(\tau_k) \Gamma_{0i}^h$$

onde: $\sum_{i=1}^{h+1} \mu_i(\tau_k) = 1$, $\mu_i(\tau_k) > 0 \forall i = 1, \dots, h+1$ e as matrizes Γ_{0i}^h correspondem aos vértices desse politopo. O cálculo para definição desses vértices é mostrado com maiores detalhes na seção 3.1.1.

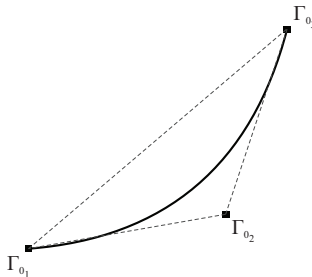


Figura 3.1: Incerteza exponencial - politopo convexo com 3 vértices.

Devido ao fato de se ignorar $\Delta_{\Gamma_0}(\tau_k)$, possíveis valores para $\Gamma_0(\tau_k)$ também podem acabar sendo negligenciados. Observe por exemplo a figura 3.1, onde é mostrado, de forma simplificada, um polítopo com 3 vértices e uma função exponencial.

Então, pode-se somar à representação politópica uma segunda parcela na forma de uma incerteza limitada por norma, onde¹:

$$\left\| \Delta_{\Gamma_0}(\tau_k) \right\| \leq \xi_0$$

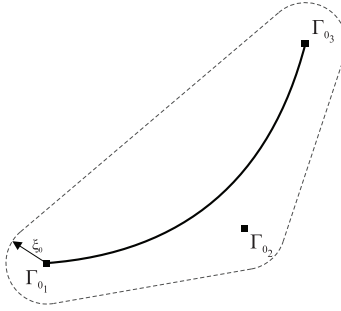


Figura 3.2: Incerteza exponencial - polítopo convexo da figura 3.1 adicionado de uma restrição por norma.

Essa combinação é mostrada, também de forma simplificada, na figura 3.2 utilizando-se a mesma função exponencial e os mesmos três vértices da figura 3.1, porém adicionando-se a condição de restrição por norma devido à incerteza residual $\Delta_{\Gamma_0}(\tau_k)$. Observe que nestas condições, todos os valores possíveis da função estão englobados.

Para as próximas subseções é tomado como ponto de partida a equação (3.3). Primeiramente demonstra-se o cálculo para definição dos vértices do polítopo que envolve a primeira parcela. Na sequência, é demonstrado o cálculo de um limitante superior para a incerteza residual, definido a partir de uma restrição por norma.

3.1.1 Polítopo de Matrizes

Considere a aproximação definida pela equação (3.2). De modo geral esta matriz pode ser interpretada como uma função polinomial dependente de parâmetro:

$$\Gamma_0^h(\tau_k) = (\alpha_k \Lambda_1 + \alpha_k^2 \Lambda_2 + \dots + \alpha_k^h \Lambda_h) N \quad (3.4)$$

¹A limitação por norma é mostrada com maiores detalhes na seção 3.1.2

onde $\Lambda_i = \frac{M^{i-1}}{i!}$, $i = 1, \dots, h$ e o parâmetro incerto $\alpha_k = T - \tau_k$ é limitado e positivo: $0 < \underline{\alpha} \leq \alpha_k \leq \bar{\alpha}$. Então, é possível encontrar um politopo convexo com $(h + 1)$ vértices que envolve a matriz polinomial $\Gamma_0^h(\tau_k)$, isto é, existem parâmetros $\mu_i(\tau_k)$

$$\sum_{i=1}^{h+1} \mu_i(\tau_k) = 1, \mu_i(\tau_k) > 0 \forall i = 1, \dots, h + 1 \quad (3.5)$$

tais que

$$\Gamma_0^h(\tau_k) = \sum_{i=1}^{h+1} \mu_i(\tau_k) \Gamma_{0i}^h \quad (3.6)$$

onde Γ_{0i}^h representam os vértices do politopo e são obtidos através de uma interpolação polinomial da função (3.4) tal que:

$$\begin{aligned} \Gamma_{01} &= (\underline{\alpha}\Lambda_1 + \underline{\alpha}^2\Lambda_2 + \dots + \underline{\alpha}^h\Lambda_h) N \\ \Gamma_{02} &= (\bar{\alpha}\Lambda_1 + \bar{\alpha}^2\Lambda_2 + \dots + \bar{\alpha}^h\Lambda_h) N \\ &\vdots \\ \Gamma_{0(h+1)} &= (\bar{\alpha}\Lambda_1 + \bar{\alpha}^2\Lambda_2 + \dots + \bar{\alpha}^h\Lambda_h) N \end{aligned} \quad (3.7)$$

onde $\underline{\alpha} = T - \tau_{max}$ e $\bar{\alpha} = T - \tau_{min}$.

Equivalentemente, considerando algumas notações auxiliares:

$$\phi_1 = \begin{bmatrix} \underline{\alpha}^h I \\ \vdots \\ \underline{\alpha}^2 I \\ \underline{\alpha} I \end{bmatrix}, \quad \phi_2 = \begin{bmatrix} \underline{\alpha}^h I \\ \vdots \\ \underline{\alpha}^2 I \\ \underline{\alpha} I \end{bmatrix}, \quad \dots, \quad \phi_{h+1} = \begin{bmatrix} \bar{\alpha}^h I \\ \vdots \\ \bar{\alpha}^2 I \\ \bar{\alpha} I \end{bmatrix}$$

os vértices (3.7) do politopo são dados por:

$$\Gamma_{0i}^h = \begin{bmatrix} \frac{M^{h-1}}{h!} & \dots & \frac{M}{2!} & I \end{bmatrix} \phi_i N \quad (3.8)$$

para $i = 1, \dots, h + 1$.

Os valores dos parâmetros de ponderação $\mu_i(\tau_k)$, definidos em (3.5), correspondem à solução para o sistema linear:

$$\begin{bmatrix} 1 & 1 & \dots & 1 & 1 \\ \underline{\alpha} & \bar{\alpha} & \dots & \bar{\alpha} & \bar{\alpha} \\ \underline{\alpha}^2 & \underline{\alpha}^2 & \dots & \bar{\alpha}^2 & \bar{\alpha}^2 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ \underline{\alpha}^h & \underline{\alpha}^h & \dots & \underline{\alpha}^h & \bar{\alpha}^h \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mu_1(\tau_k) \\ \mu_2(\tau_k) \\ \vdots \\ \mu_{h+1}(\tau_k) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ \alpha_k \\ \alpha_k^2 \\ \vdots \\ \alpha_k^h \end{bmatrix} \quad (3.9)$$

Estes valores podem ser facilmente calculados através de alguma técnica matemática para

resolução de sistemas lineares, como por exemplo decomposição LU (vide Apêndice A), resultando nas seguintes relações:

$$\begin{aligned}\mu_1(\tau_k) &= 1 - \frac{\alpha_k - \underline{\alpha}}{\bar{\alpha} - \underline{\alpha}} \\ \mu_i(\tau_k) &= \frac{\alpha_k^{i-1} - \underline{\alpha}^{i-1}}{\bar{\alpha}^{i-1} - \underline{\alpha}^{i-1}} - \sum_{j=i+1}^{h+1} \mu_j(\tau_k), \quad \forall i = 2, \dots, h \\ \mu_{h+1}(\tau_k) &= \frac{\alpha_k^h - \underline{\alpha}^h}{\bar{\alpha}^h - \underline{\alpha}^h}\end{aligned}\tag{3.10}$$

3.1.2 Limitação por Norma

Dadas as incertezas residuais $\Delta_{\Gamma_i}(\tau_k)$, $i \in \{0, 1\}$, como τ_k é limitado, essas diferenças também são limitadas e então é possível reescrevê-las como restrições por norma [17]:

$$\|\Delta_{\Gamma_i}(\tau_k)\| \leq \xi_i, \quad i \in \{0, 1\}\tag{3.11}$$

Esta definição possibilita o cálculo de um limitante superior ξ_i , para cada incerteza residual. Este limitante é obtido a partir de:

$$\xi_i = \sup_{\tau_{min} \leq \tau \leq \tau_{max}} \|\Gamma_i(\tau) - \Gamma_i^h(\tau)\|\tag{3.12}$$

Uma forma de se estimar o valor de ξ_i consiste em calcular (3.12) para j valores de τ , uniformemente distribuídos no intervalo $[\tau_{min}, \tau_{max}]$. Observe que quanto maior o j escolhido para este cálculo, melhor será a estimativa obtida. Este procedimento é utilizado para o desenvolvimento dos resultados propostos para análise de estabilidade e projeto de controladores, que serão demonstrados no próximo capítulo.

3.1.3 Representação Politépica Adicionada de uma Incerteza Limitada por Norma

Finalmente, fazendo uso da representação politópica, referente às aproximações calculadas para as incertezas exponenciais, e dos resíduos dessas aproximações, o sistema em tempo discreto incerto resulta em:

$$x_{k+1} = A_d x_k + \left(\sum_{i=1}^{h+1} \mu_i(\tau_k) \Gamma_{1i}^h + \Delta_{\Gamma_1}(\tau_k) \right) u_{k-1} + \left(\sum_{i=1}^{h+1} \mu_i(\tau_k) \Gamma_{0i}^h + \Delta_{\Gamma_0}(\tau_k) \right) u_k\tag{3.13}$$

onde as componentes $\Delta_{\Gamma_0}(\tau_k)$ e $\Delta_{\Gamma_1}(\tau_k)$ podem ser interpretadas como incertezas limitadas por norma.

3.2 Conclusão

A forma de representação do sistema em tempo discreto apresentada neste capítulo é utilizada no intuito de se reduzir o conservadorismo quando consideradas incertezas no modelo. No caso de sistemas de controle via rede, essas incertezas são introduzidas pelos atrasos de tempo entre os eventos de medição e atuação.

Para a abordagem proposta no presente documento, de acordo com as considerações feitas para o sistema de controle e para a rede de comunicação, os limites mínimo e máximo possíveis para τ são conhecidos, e portanto, a representação apresentada neste capítulo pode ser utilizada no estudo da estabilidade e projeto de controladores em NCSs.

Capítulo 4

Estabilidade e Estabilização do NCS

Neste capítulo é apresentado um estudo da estabilidade de uma classe de sistemas de controle via rede. Com base neste estudo propõe-se um método para síntese de controladores por realimentação de estados a ganhos variantes, onde o atraso ocorrido entre os instantes de medição e atuação é utilizado como parâmetro para determinação desses ganhos.

Os resultados propostos foram motivados no trabalho de [21] e referências neste, mas foram desenvolvidos fazendo uso:

- da estruturação da incerteza residual através de uma matriz E ;
- de um critério de desempenho temporal para malha fechada λ ;
- da possibilidade de determinação de ganhos dependentes de parâmetro.

Cabe salientar que nesta dissertação é considerado o modelo em tempo discreto com relação aos eventos de medição, o que permite a utilização do atraso τ_k como parâmetro para o cálculo do sinal de controle, enquanto que em [21] faz-se uso de um modelo em tempo discreto com relação aos eventos de atuação.

Primeiramente os resultados são demonstrados considerando atrasos máximos não superiores a um período de amostragem, seguidos de um algoritmo geral para obtenção dos ganhos a serem utilizados e de uma análise da complexidade numérica do método proposto. Por último, é apresentada uma seção onde é abordado o caso de atrasos maiores do que um período de amostragem.

4.1 Sistema Aumentado

Visando o projeto de um controlador dependente de parâmetro, o qual corresponde ao atraso ocorrido entre os eventos de medição e atuação, considera-se a representação em tempo discreto do sistema no espaço de estados, na forma politópica adicionada de uma incerteza limitada por norma (3.13), considerando um vetor de estados aumentado:

$$z_{k+1} = \mathbb{A}^h(\tau_k)z_k + Bv_k + E\Delta(\tau_k)z_k \quad (4.1)$$

onde $z_k = [x'_k \quad u'_{k-1} \quad u'_k]'$ é o vetor de estados aumentado, com dimensão $z_k \in \mathfrak{R}^p$, $p = n+2m$, $v_k = u_{k+1}$, $v_k \in \mathfrak{R}^m$, $B \in \mathfrak{R}^{p \times m}$, $E \in \mathfrak{R}^{p \times n}$, $\mathbb{A}^h(\tau_k) = \sum_{i=1}^{h+1} \mu_i(\tau_k)A_i^h$, com $A_i^h \in \mathfrak{R}^{p \times p}$:

$$A_i^h = \begin{bmatrix} A_d & \Gamma_{1i}^h & \Gamma_{0i}^h \\ 0 & 0 & I \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ I \end{bmatrix},$$

$$\Delta(\tau_k) = \begin{bmatrix} 0 & \Delta\Gamma_1(\tau_k) & \Delta\Gamma_0(\tau_k) \end{bmatrix}, \quad E = \begin{bmatrix} I \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}.$$

4.1.1 Lei de Controle por Realimentação de Estados

O sinal de controle, aplicado ao sistema (4.1), é calculado por uma realimentação de estados com ganhos variantes, dependentes do parâmetro τ_k . Este parâmetro corresponde ao atraso ocorrido entre os instantes de medição e atuação referentes ao k -ésimo ciclo medição-atuação. Para essa lei de controle, como τ_k somente pode ser obtido após o final do respectivo ciclo, define-se a seguinte relação:

$$v_k = u_{k+1} = \mathbb{K}(\tau_k)z_k \quad (4.2)$$

onde

$$\mathbb{K}(\tau_k) = \sum_{i=1}^{h+1} \mu_i(\tau_k)K_i$$

com $K_i \in \mathfrak{R}^{m \times p}$.

É importante salientar que o fato de se utilizar a lei de controle dada pela equação (4.2), permite ao controlador efetuar os cálculos necessários para definição do próximo sinal de controle em um intervalo de tempo livre, enquanto aguarda o evento de disparo para envio da informação para o atuador.

Ademais, a lei de controle utiliza informações dos estados da planta e das ações de controle utilizadas no instante anterior e no instante corrente. Assim, a matriz de ganhos pode ser particionada com relação aos estados do sistema aumentado, de tal forma que:

$$\mathbb{K}(\tau_k) = \left[\mathbb{K}_x(\tau_k) \quad \mathbb{K}_1(\tau_k) \quad \mathbb{K}_0(\tau_k) \right] \quad (4.3)$$

e, conseqüentemente:

$$K_i = \left[K_{xi} \quad K_{1i} \quad K_{0i} \right].$$

Assim, pode-se reescrever o sistema em malha fechada como:

$$z_{k+1} = \left(\mathbb{H}^h(\tau_k) + E\Delta(\tau_k) \right) z_k \quad (4.4)$$

onde $\mathbb{H}^h(\tau_k) = \sum_{i=1}^{h+1} \mu_i(\tau_k) H_i^h$, e as matrizes $H_i^h \in \mathfrak{R}^{p \times p}$ são dadas por:

$$H_i^h = \begin{bmatrix} A_d & \Gamma_{1i}^h & \Gamma_{0i}^h \\ 0 & 0 & I \\ K_{xi} & K_{1i} & K_{0i} \end{bmatrix}.$$

4.1.2 Restrição por Norma

Para o sistema em malha fechada (4.4), observa-se que a parcela $\Delta(\tau_k)$ corresponde à uma matriz que contém apenas incertezas residuais, resultantes das aproximações utilizadas, que são limitadas enquanto τ_k também for limitado. É possível então, representar esta parcela como uma restrição por norma, da mesma forma que em (3.11), isto é:

$$\left\| \Delta(\tau_k) \right\| \leq \gamma \quad (4.5)$$

sendo γ o limitante superior desta norma obtido a partir de [21]:

$$\gamma = \sup_{\tau_{min} \leq \tau \leq \tau_{max}} \left\| \begin{bmatrix} 0 & \Gamma_1(\tau) - \Gamma_1^h(\tau) & \Gamma_0(\tau) - \Gamma_0^h(\tau) \end{bmatrix} \right\|. \quad (4.6)$$

O cálculo deste limitante pode ser realizado do modo descrito para (3.12).

4.2 Estabilidade do Sistema em Malha Fechada

Para estudo da estabilidade do sistema aumentado em malha fechada (4.4) e para se reduzir o conservadorismo inerente à utilização de Funções de Lyapunov constantes ou independentes de parâmetros, considera-se uma Função de Lyapunov Dependente de Parâmetro (FLDP) do tipo:

$$\mathbb{V}(z_k, \tau_k) = z_k' \mathbb{P}(\tau_k) z_k \quad (4.7)$$

com $\mathbb{P}(\tau_k) = \sum_{i=1}^{h+1} \mu_i(\tau_k) P_i$, $P_i = P_i' > 0$, $P_i \in \mathfrak{R}^{p \times p}$.

Então, para que o sistema (4.4) seja robustamente estável e atenda à uma condição de desempenho temporal, descrita na forma de um coeficiente de contração, a relação (4.8) deve ser verificada.

Definição 4.1. *Seja $\lambda \in (0, 1]$. O sistema é robustamente assintoticamente estável, com um coeficiente de contração λ , se:*

$$\Delta \mathbb{V}(z_k, \tau_k) = \mathbb{V}(z_{k+1}, \tau_{k+1}) - \lambda \mathbb{V}(z_k, \tau_k) < 0 \quad (4.8)$$

$\forall z_k \in \mathfrak{R}^p, z \neq 0$ e $\forall \tau_k \in [\tau_{min}, \tau_{max}]$.

4.2.1 Condição de Estabilidade Robusta

Baseando-se na Definição 4.1, e de acordo com a FLDP previamente descrita, define-se o Lema seguinte para que o sistema em malha fechada (4.4) seja robustamente assintoticamente estável.

Lema 4.2 (Estabilidade Robusta). *Seja $\lambda \in (0, 1]$ e considere que a incerteza $\Delta(\tau_k)$ satisfaz a restrição (4.5). Então o sistema incerto em malha fechada (4.4) é robustamente assintoticamente estável, com um coeficiente de contração λ , se existe uma matriz simétrica positiva definida $\mathbb{P}(\tau_k)$ e uma matriz $\mathbb{U}(\tau_k)$ tais que:*

$$\begin{bmatrix} \Omega & 0 \\ 0 & \mathbb{P}(\tau_{k+1}) \end{bmatrix} + He \left(\begin{bmatrix} 0 \\ \mathbb{U}(\tau_k) \end{bmatrix} \right) \left[\left(\mathbb{H}^h(\tau_k) + E\Delta(\tau_k) \right) \quad -I \right] < 0. \quad (4.9)$$

onde

$$\Omega = -\lambda \mathbb{P}(\tau_k) + \gamma^2 I - (E\Delta(\tau_k))'(E\Delta(\tau_k)).$$

Demonstração: De acordo com a FLDP definida e utilizando (4.4) e (4.8), a estabilidade

robusta do sistema em malha fechada é garantida se¹:

$$[\mathbb{H}^h + E\Delta]' \mathbb{P}_+ [\mathbb{H}^h + E\Delta] - \lambda \mathbb{P} < 0, \quad \forall (E\Delta)'(E\Delta) - \gamma^2 I \leq 0 \quad (4.10)$$

A desigualdade (4.10) pode ser reescrita na forma:

$$\begin{bmatrix} I \\ (\mathbb{H}^h + E\Delta) \end{bmatrix}' \begin{bmatrix} -\lambda \mathbb{P} & 0 \\ 0 & \mathbb{P}_+ \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I \\ (\mathbb{H}^h + E\Delta) \end{bmatrix} < 0, \quad \forall (E\Delta)'(E\Delta) - \gamma^2 I \leq 0 \quad (4.11)$$

Assim, fazendo uso do Lema da Projeção (vide Apêndice B) e da extensão II proposta em [40], define-se: $\mathcal{X} = [(\mathbb{H}^h + E\Delta) \quad -I]$, $\mathcal{Z} = \begin{bmatrix} -\lambda \mathbb{P} & 0 \\ 0 & \mathbb{P}_+ \end{bmatrix}$ e $\mathcal{V} = [0 \quad I]$, de tal forma que

$$\mathcal{V}'_N \mathcal{Z} \mathcal{V}_N < 0$$

seja equivalente a $\mathbb{P} > 0$, onde \mathcal{V}_N é uma matriz cujas colunas formam uma base do espaço nulo de \mathcal{V} . Então (4.11) é equivalente à:

$$\begin{bmatrix} -\lambda \mathbb{P} & 0 \\ 0 & \mathbb{P}_+ \end{bmatrix} + He \left(\begin{bmatrix} 0 \\ \mathbb{U} \end{bmatrix} [(\mathbb{H}^h + E\Delta) \quad -I] \right) < 0, \quad \forall (E\Delta)'(E\Delta) - \gamma^2 I \leq 0 \quad (4.12)$$

onde $\mathcal{U} = \mathbb{U} \in \mathfrak{R}^{p \times p}$ corresponde a uma matriz auxiliar.

Finalmente, se verificada a restrição por norma [12]:

$$(E\Delta)'(E\Delta) - \gamma^2 I \leq 0,$$

e fazendo:

$$\begin{bmatrix} -\lambda \mathbb{P} & 0 \\ 0 & \mathbb{P}_+ \end{bmatrix} + He \left(\begin{bmatrix} 0 \\ \mathbb{U} \end{bmatrix} [(\mathbb{H}^h + E\Delta) \quad -I] \right) - \begin{bmatrix} \Pi & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} < 0 \quad (4.13)$$

onde $\Pi = (E\Delta)'(E\Delta) - \gamma^2 I$, a desigualdade (4.9) também é verificada. \square

4.2.2 Análise de Estabilidade Robusta

Considerando a condição de estabilidade determinada pelo Lema 4.2, define-se uma condição em termos de LMI para análise da estabilidade robusta do sistema em malha fechada como descrita pelo Corolário 4.3.

¹Por simplicidade de notação os termos (τ_k) serão omitidos nas próximas equações e os termos (τ_{k+1}) serão substituídos pelo índice $+$.

Corolário 4.3 (Análise de Estabilidade Robusta). *Seja $\lambda \in (0, 1]$ e γ calculado por (4.6). O sistema (4.4) é robustamente assintoticamente estável, com um coeficiente de contração λ , se existem matrizes simétricas positivas definidas $P_i \in \mathfrak{R}^{p \times p}$ e uma matriz $U \in \mathfrak{R}^{p \times p}$, que verificam:*

$$\begin{bmatrix} -\lambda P_i + \gamma^2 I & H_i^{h'} U' & 0 \\ * & P_j - U - U' & UE \\ * & * & -E'E \end{bmatrix} < 0 \quad (4.14)$$

para $i, j = 1, \dots, h + 1$.

Demonstração: Para cada j , multiplicando cada desigualdade correspondente por μ_i , para $i = 1, \dots, h + 1$, e realizando a combinação convexa correspondente e, em seguida, multiplicando cada desigualdade restante por μ_j , para $j = 1, \dots, h + 1$, também realizando a combinação convexa correspondente, obtém-se:

$$\begin{bmatrix} -\lambda \mathbb{P} + \gamma^2 I & \mathbb{H}^{h'} U' & 0 \\ * & \mathbb{P}_+ - U - U' & UE \\ * & * & -E'E \end{bmatrix} < 0 \quad (4.15)$$

Pré- e pós- multiplicando (4.15) por $\begin{bmatrix} I & 0 & \Delta' \\ 0 & I & 0 \end{bmatrix}$ e sua transposta, respectivamente, obtém-se:

$$\begin{bmatrix} -\lambda \mathbb{P} + \gamma^2 I - (E\Delta)'(E\Delta) & (\mathbb{H}^h + (E\Delta))' U' \\ * & \mathbb{P}_+ - U - U' \end{bmatrix} < 0 \quad (4.16)$$

Esta última relação, garante a verificação da inequação (4.9), para um caso particular, onde a matriz auxiliar dependente de parâmetro \mathbb{U} corresponde a uma matriz auxiliar U constante. Isto conclui a demonstração. \square

4.3 Síntese de Controle via LMI

O método apresentado nesta seção é baseado no Corolário 4.3, e visa principalmente o cálculo de ganhos de realimentação de estados dependentes de parâmetro, $\mathbb{K}(\tau_k)$, que estabiliza o sistema aumentado (4.1).

A utilização de uma lei de controle desse tipo objetiva uma melhoria do desempenho temporal determinada pelo coeficiente de contração λ , em comparação a uma lei de controle

por realimentação de estados a ganho constante. Observa-se que a obtenção de ganho constante também é possível, sendo facilmente deduzida a partir do primeiro caso.

4.3.1 Realimentação de Estados a Ganhos Variantes

A proposição seguinte determina uma condição para o cálculo dos ganhos de realimentação de estados, de modo que o sistema em malha fechada atenda os requisitos de estabilidade e de desempenho temporal, como definido pela equação (4.8).

Proposição 4.4 (Estabilização - ganhos variantes). *Sejam $\lambda \in (0, 1]$ e γ calculado por (4.6). Se existem matrizes simétricas positivas definidas $Q_i \in \mathfrak{R}^{p \times p}$ e matrizes $S \in \mathfrak{R}^{p \times p}$ e $Y_i \in \mathfrak{R}^{m \times p}$, que verificam:*

$$\begin{bmatrix} -\lambda Q_i & S'A_i^{h'} + Y_i'B' & 0 & \gamma S' \\ * & Q_j - S - S' & E & 0 \\ * & * & -E'E & 0 \\ * & * & * & -I \end{bmatrix} < 0 \quad (4.17)$$

para $i, j = 1, \dots, h + 1$, então os ganhos de realimentação de estados dados por:

$$K_i = Y_i S^{-1} \quad (4.18)$$

são tais que o sistema em malha fechada (4.4) é assintoticamente estável.

Demonstração: Supondo que seja encontrada uma resposta factível para as LMIs (4.17), de $(-S - S') < 0$, tem-se que S é invertível. Definindo $U = (S^{-1})'$ e $P_i = UQ_iU'$, e pré- e pós- multiplicando as desigualdades (4.17) por $\text{diag}(U, U, I, I)$ e sua transposta, respectivamente, e substituindo $K_i = Y_i S^{-1}$, obtém-se:

$$\begin{bmatrix} -\lambda P_i & (A_i^{h'} + K_i'B')U' & 0 & \gamma I \\ * & P_j - U - U' & UE & 0 \\ * & * & -E'E & 0 \\ * & * & * & -I \end{bmatrix} < 0 \quad (4.19)$$

Aplicando o complemento de Schur e substituindo $H_i^h = A_i^h + BK_i$, verifica-se que:

$$\begin{bmatrix} -\lambda P_i + \gamma^2 I & H_i^{h'} U' & 0 \\ * & P_j - U - U' & UE \\ * & * & -E'E \end{bmatrix} < 0$$

para $i, j = 1, \dots, h + 1$, que corresponde à (4.14). \square

4.3.2 Realimentação de Estados a Ganho Constante

A obtenção de ganho constante pode ser útil em casos onde a utilização de ganhos variantes não puder ser implementada, por exemplo quando não for possível a utilização de estampas de tempo. Assim, para o cálculo de ganho constante

$$\mathbb{K}(\tau_k) = K, \quad \forall \tau_k \in [\tau_{min}, \tau_{max}], \quad (4.20)$$

as LMIs a serem utilizadas podem ser facilmente deduzidas a partir de (4.17), sendo necessário apenas substituir as matrizes Y_i por uma matriz Y constante para todos os vértices do politopo, resultando na proposição que segue.

Proposição 4.5 (Estabilização - ganho constante). *Sejam $\lambda \in (0, 1]$ e γ calculado por (4.6). Se existem matrizes simétricas positivas definidas $Q_i \in \mathfrak{R}^{p \times p}$ e matrizes $S \in \mathfrak{R}^{p \times p}$ e $Y \in \mathfrak{R}^{m \times p}$, que verificam:*

$$\begin{bmatrix} -\lambda Q_i & S'A_i^{h'} + Y'B' & 0 & \gamma S' \\ * & Q_j - S - S' & E & 0 \\ * & * & -E'E & 0 \\ * & * & * & -I \end{bmatrix} < 0 \quad (4.21)$$

para $i, j = 1, \dots, h+1$, então o ganho de realimentação de estados dado por

$$K = YS^{-1} \quad (4.22)$$

é tal que o sistema em malha fechada (4.4) com $\mathbb{K} = K = [K_x \quad K_1 \quad K_0]$ é assintoticamente estável.

Demonstração: a demonstração segue o mesmo raciocínio utilizado para (4.17). \square

4.4 Cálculo dos Ganhos e Complexidade Computacional

Nesta seção são apresentados os passos de como se obter os ganhos de realimentação a serem utilizados para o sistema de controle via rede e é realizada uma análise da complexidade numérica das LMIs utilizadas em ambos os casos considerados para os ganhos.

Parte-se do princípio de que as equações no espaço de estado, em tempo contínuo, dos processos a serem controlados são conhecidas e que a condição de controlabilidade é atendida. A partir disso, deve-se:

1. definir a topologia completa do sistema, determinando inclusive todos os componentes que acessam a rede para transmissão e/ou recebimento de dados;
2. definir os períodos de amostragem e realizar uma análise de escalonabilidade de acordo com o método utilizado para controle de acesso ao meio, reajustando-se T de acordo com o necessário e/ou permitido pelos dispositivos e processos (nesta etapa também são atribuídas as prioridades de acesso ao meio para cada componente, caso o protocolo MAC utilizado forneça esta possibilidade);
3. representar o processo a ser controlado em tempo discreto, fazendo uso de equações no espaço de estado com um vetor de estados aumentado;
 - 3.1 calcular as aproximações das incertezas exponenciais;
 - 3.2 calcular os vértices dos politopos que envolvem as incertezas exponenciais;
 - 3.3 calcular o limitante superior para a norma das incertezas residuais;
4. calcular os ganhos da lei de controle utilizando algum *SDP-solver* de acordo com o desejado:
 - (a) ganhos variantes; ou
 - (b) ganho constante.

Caso não seja encontrada uma solução factível para o conjunto de LMIs, correspondente ao tipo de ganho escolhido, uma alternativa que pode ser testada na tentativa de encontrar uma solução para o problema é retornar ao item 3 e aumentar ordem h utilizada para o cálculo das aproximações das incertezas exponenciais.

Para a análise da complexidade numérica dos métodos propostos para cálculo dos ganhos considera-se apenas uma instância de execução dos passos anteriormente determinados. Essa complexidade é definida em função da dimensão do vetor de estados do sistema (n), e da ordem de aproximação das matrizes incertas do sistema em tempo discreto (h). Lembrando que: para o sistema aumentado, considerando $\tau_{max} \leq T$, a dimensão do vetor de estados do sistema aumentado é dada por $p = n + 2m$; e que a quantidade de vértices do politopo é dada por $N_v = h + 1$.

A complexidade computacional de problemas formulados em termos de LMIs está associada ao número W de variáveis escalares e também com o número L de linhas do sistema de equações. Com a utilização de métodos de pontos interiores, o tempo necessário para se resolver um problema é proporcional à W^3L [28].

Na tabela 4.1 são mostrados os valores obtidos de W e L para ambos os tipos de ganhos possíveis com o método proposto neste trabalho. Como pode ser observado, a

Tabela 4.1: Número de variáveis escalares e de linhas do sistema de equações.

	W (variáveis escalares)	L (linhas)
$\mathbb{K}(\tau_k)$	$\frac{N_v p(p+3)}{2} + p^2$	$N_v^2(3p+n) + N_v p$
K	$\frac{N_v p(p+1)}{2} + p^2 + p$	$N_v^2(3p+n) + N_v p$

complexidade numérica para obtenção dos ganhos variantes é um pouco maior, porém não havendo uma diferença significativamente grande. No entanto, considerando a complexidade de implementação, deve-se levar em conta a necessidade de envio de mensagens de reconhecimento pelos atuadores para que o controlador possa calcular os valores dos parâmetros μ_i , o que é feito uma vez a cada ciclo, embora este cálculo seja realizado durante o tempo que o processador do controlador está desocupado.

4.5 Cálculo dos Ganhos Considerando $\tau_{max} > T$

Quando considerados atrasos maiores do que o período de amostragem, a utilização da representação politópica adicionada de uma incerteza limitada por norma resulta em uma equação similar à (3.13). No entanto, há complicações na aplicação dessa representação ao modelo em tempo discreto apresentado na seção 2.2.2. Basicamente, partindo-se da equação (2.7), chega-se a um sistema aumentado da seguinte forma:

$$z_{k+1} = \mathbb{A}^h(\tau_k)z_k + Bv_k + E\Delta(\tau_k)z_k \quad (4.23)$$

onde $z_k = [x'_k \ u'_{k-\delta} \ \dots \ u'_{k-1} \ u'_k]^t$ é o novo vetor de estados, e possui dimensão $z_k \in \mathfrak{R}^p$, $p = n + m(\delta + 1)$, $v_k \in \mathfrak{R}^m$, $B \in \mathfrak{R}^{p \times m}$, $E \in \mathfrak{R}^{p \times n}$, $\mathbb{A}^h(\tau_k) = \sum_{i=1}^{N_v} \mu_i(\tau_k)A_i^h$, com $A_i^h \in \mathfrak{R}^{p \times p}$ e

$$A_i^h = \begin{bmatrix} A_d & \Gamma_{\delta i}^h & \dots & \Gamma_{1i}^h & \Gamma_{0i}^h \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & I & 0 \\ 0 & 0 & \dots & 0 & I \\ 0 & 0 & \dots & 0 & 0 \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} 0 \\ \vdots \\ 0 \\ I \end{bmatrix},$$

$$\Delta(\tau_k) = \begin{bmatrix} 0 & \Delta\Gamma_{\delta}(\tau_k) & \dots & \Delta\Gamma_1(\tau_k) & \Delta\Gamma_0(\tau_k) \end{bmatrix}, \quad E = \begin{bmatrix} I \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \end{bmatrix}.$$

Assim, a matriz de ganhos utilizada para realimentação de estados também é expandida, resultando em uma lei de controle $u_{k+1} = \mathbb{K}(\tau_k)$ onde:

$$\mathbb{K}(\tau_k) = \begin{bmatrix} \mathbb{K}_x(\tau_k) & \mathbb{K}_\delta(\tau_k) & \cdots & \mathbb{K}_1(\tau_k) & \mathbb{K}_0(\tau_k) \end{bmatrix}$$

Aplicando o mesmo conceito para o cálculo do limite superior γ da norma $\|\Delta(\tau_k)\|$:

$$\gamma = \sup_{\tau_{min} \leq \tau \leq \tau_{max}} \left\| \begin{bmatrix} 0 & \Gamma_\delta(\tau) - \Gamma_\delta^h(\tau) & \cdots & \Gamma_1(\tau) - \Gamma_1^h(\tau) & \Gamma_0(\tau) - \Gamma_0^h(\tau) \end{bmatrix} \right\|$$

Dessa forma, a utilização das Proposições 4.4 e 4.5 para o cálculo de ganhos de realimentação de estados conforme desejado, de modo a garantir a estabilidade do sistema em malha fechada, seria possível. Nesse ponto, verifica-se que existe uma dificuldade extra na definição dos vértices para cada matriz incerta. Apesar de o cálculo de Γ_0 permanecer o mesmo, a relação $\Gamma_1 = B_d - \Gamma_0$ não pode mais ser utilizada, pois na verdade, quando $\tau > T$, $B_d - \Gamma_0 = \Gamma_1 + \cdots + \Gamma_\delta$. Além disso, delimitar os intervalos de integração para os quais as matrizes $\Gamma_1, \dots, \Gamma_\delta$ devem ter os vértices computados, com relação ao vértice já calculado de Γ_0 , é uma tarefa árdua. A mesma dificuldade reflete-se para a definição dos limitantes superiores das incertezas residuais. Além disso, a quantidade total dos vértices cresce a medida que maiores atrasos são considerados, pois faz-se necessário realizar todas as combinações possíveis entre os vértices de cada incerteza Γ_i , $i = 0, \dots, \delta$. Como consequência disso, esta seção deve ser interpretada como motivadora para estudos futuros.

4.6 Conclusão

Neste capítulo foi estudado o problema de estabilidade em sistemas de controle via rede, sendo demonstrada uma condição para análise de estabilidade robusta baseada na utilização de uma Função de Lyapunov Dependente de Parâmetro. A partir desta condição foi proposto um método para cálculo de controladores por realimentação de estados com ganhos variantes. Esses ganhos podem ser dependentes do atraso ocorrido entre os eventos do sistema. O cálculo de ganho constante foi apresentado como um caso particular.

A obtenção dos valores numéricos dos ganhos da lei de controle pode ser facilmente realizada com a utilização de ferramentas algorítmicas baseadas em métodos de pontos interiores, cuja complexidade numérica, referente a metodologia de projeto proposta, também foi apresentada neste capítulo.

Capítulo 5

Resultados Numéricos e Simulações

No presente capítulo são apresentados resultados numéricos obtidos a partir da aplicação da metodologia proposta neste trabalho a um sistema de um pêndulo sobre um carro controlado via rede. Várias configurações de funcionamento e condições desejáveis, relacionadas à garantias de estabilidade do sistema na presença de atrasos, são consideradas.

Resultados de simulações, realizadas para algumas dessas condições, são mostrados, considerando-se tanto ganhos variantes quanto ganho constante e comparando-os entre si. Além disso, é apresentada uma comparação com a abordagem utilizada em [21]. Como critério de avaliação do desempenho do sistema de controle utiliza-se o valor obtido em cada caso para o coeficiente de contração e uma métrica de Qualidade de Controle (QoC, do inglês *Quality of Control*) [33].

Inicialmente as ferramentas computacionais utilizadas para cálculo e simulação são brevemente descritas, bem como o conceito de QoC utilizado para análise dos resultados obtidos. Em seguida são fornecidas as características do processo a ser controlado e do sistema de controle simulado. Após, apresentam-se os resultados numéricos e simulações, com respectivas considerações.

5.1 Ferramentas Computacionais

Para obtenção dos resultados deste capítulo foram utilizadas as seguintes ferramentas computacionais:

1. *Yalmip* [29]: interface para descrição do problema matemático considerado e chamada do *SDP-solver* a ser utilizado;
2. *SeDuMi* [45]: *SDP-solver* utilizado para busca de soluções factíveis para as LMIs;

3. *TrueTime* [7]: ferramenta de co-simulação para sistemas de controle via rede.

5.1.1 Ambiente de Simulação (*TrueTime*)

A ferramenta *TrueTime* facilita a co-simulação de execução de tarefas de controle (em núcleos de tempo real), transmissões via rede, e dinâmicas de processos em tempo contínuo. Alguns exemplos de aplicações que podem ser simuladas através dessa ferramenta são: controle distribuído, sincronização de relógios, coordenação dos nodos de uma rede. O funcionamento ocorre em conjunto com o simulador Simulink[®], integrante da plataforma computacional Matlab[®], fazendo uso de suas funções e blocos [9].

Ao usuário é requisitada a configuração dos blocos dos dispositivos do sistema de controle (tarefas executadas em núcleos de tempo real) e da rede de comunicação, para definir o comportamento geral do sistema a ser simulado. Dois tipos de rede são suportados: redes cabeadas e redes wireless. Para o primeiro tipo, seis protocolos de comunicação podem ser utilizados: CSMA/CD (por exemplo *Ethernet*), CSMA/AMP (por exemplo CAN), Round Robin (por exemplo Token Bus), FDMA, TDMA (por exemplo TTP), e *Switched Ethernet*. Para redes sem fios, dois protocolos estão disponíveis: IEEE 802.11b/g (WLAN), e IEEE 802.15.4 (ZigBee).

Para os exemplos apresentados neste capítulo, considera-se a utilização do protocolo CSMA/AMP (do inglês, *Carrier Sense Multiple Access with Arbitration on Message Priority*), devido às características deterministas. De acordo com este protocolo, se a rede estiver ocupada, o componente que tentar enviar uma mensagem, esperará até que o meio esteja livre. Se alguma colisão ocorrer, a mensagem de mais alta prioridade será transmitida. Todos os nodos da rede possuem um identificador único, que serve para definição das prioridades das mensagens.

As informações referentes à rede de comunicação, que são utilizadas nos exemplos, compreendem: escalonamento das mensagens do meio compartilhado (barramento de rede), estampas de tempo, e identificadores de origens das mensagens recebidas em um determinado nodo. Maiores detalhes, sobre estas e outras características, podem ser verificados no manual da ferramenta [9]. Na figura 5.1 é mostrada uma tela do ambiente de simulação, onde está representado um controle via rede, sendo possível identificar o processo controlado, sensor, atuador, controlador digital e uma interferência, gerada de forma a proporcionar atrasos aleatórios no envio de mensagens através da rede.

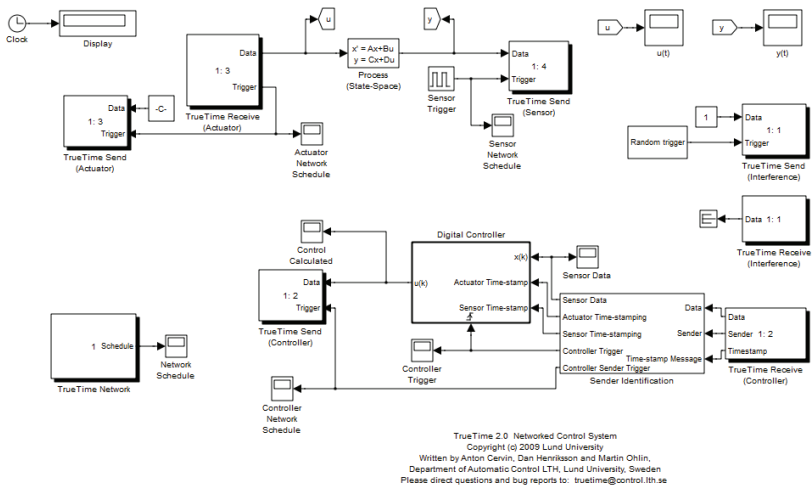


Figura 5.1: Simulação de um NCS na ferramenta TrueTime.

5.2 Exemplo Numérico

Para ilustrar o método proposto neste trabalho, é utilizado como exemplo um sistema consistindo de um pêndulo invertido sobre um carro, o mesmo utilizado em [21, 34]. Primeiramente é dada a descrição do sistema a ser controlado, na sequência as características da rede de comunicação utilizada são apresentadas bem como a métrica para avaliação do desempenho de controle. Finalmente, os resultados numéricos seguidos de simulação para alguns dos casos calculados.

5.2.1 Processo a ser Controlado

O sistema a ser controlado consiste de um pêndulo invertido, de comprimento l e massa m , que pode oscilar apenas em um plano vertical paralelo à direção de deslocamento do carro, de massa M , no qual está apoiado. Na figura 5.2 é mostrada uma visão de corte lateral deste sistema, onde g representa a aceleração da gravidade, θ o ângulo do pêndulo, e u a força fornecida ao carro pela ação de controle.

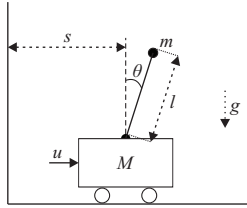


Figura 5.2: Pêndulo invertido sobre um carro [34].

As equações do sistema no espaço de estados são dadas por:

$$\begin{bmatrix} \dot{\theta} \\ \dot{\omega} \\ \dot{s} \\ \dot{v} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ \frac{(M+m)g}{Ml} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ -\frac{m g}{M} & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \theta \\ \omega \\ s \\ v \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ -\frac{1}{Ml} \\ 0 \\ \frac{1}{M} \end{bmatrix} u(t)$$

onde os estados do sistema correspondem: ao ângulo do pêndulo, θ , à velocidade angular, ω , à posição do carro, s , e à velocidade do carro, v . São dados do problema: a massa do carro, $M = 2kg$, a massa do pêndulo, $m = 0,1kg$, o comprimento do pêndulo, $l = 0,5m$ e a aceleração da gravidade, $g = 9,81m/s^2$.

O objetivo é encontrar uma lei de controle que balance o pêndulo invertido, na presença de uma perturbação ou condição inicial não nula, de modo a direcioná-lo e mantê-lo na posição de referência (vertical).

5.2.2 Sistema de Controle e Rede de Comunicação

O sistema de controle a ser utilizado consiste de um controlador digital, um atuador, e quatro sensores, cujos comportamentos são os considerados no capítulo 2. Considera-se ainda que o controlador somente envia a mensagem para o atuador após receber todos os valores das amostras do período de amostragem atual.

A rede de comunicação utilizada consiste de uma rede CAN [1], com taxa de transmissão de dados de $250Kbps$ e pacotes com tamanho de $108bits$. De acordo com essa taxa de transmissão, tamanho de pacotes e modo de funcionamento estabelecidos, o intervalo de tempo mínimo entre os instantes de medição e atuação é de $\tau_{min} = 2,16ms$. Além disso, para as simulações, uma interferência é gerada aleatoriamente, ocasionando atrasos variantes na comunicação através da rede.

5.2.3 Qualidade de Controle

O critério utilizado para avaliação do desempenho do controle é a métrica Qualidade de Controle, que pode ser definida em função do inverso do erro absoluto do sistema, do mesmo modo que em [5]:

$$QoC = \frac{1}{IAE} \quad (5.1)$$

ou seja, quanto menor for o erro absoluto, melhor é a qualidade do controle. Na equação (5.1), IAE corresponde à integral do erro absoluto (do inglês *Integral of the Absolute Error*), e é dada por:

$$IAE = \int_0^{\infty} |e(t)| dt \quad (5.2)$$

onde $e(t)$ é o erro do sistema e $|\cdot|$ denota uma norma apropriada. No caso exemplificado aqui, como o ponto de equilíbrio do sistema é zero, o erro do sistema é igual à saída do sistema.

Por simplicidade, as comparações e análises apresentadas levam em consideração três diferentes vetores de saída auxiliares:

$$\begin{aligned} y_1(t) &= \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} x(t) \\ y_2(t) &= \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} x(t) \\ y_3(t) &= \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} x(t) \end{aligned}$$

que corresponde aos estados referentes ao ângulo do pêndulo, $x_1(t) = \theta$, e à posição do carro, $x_3(t) = s$.

5.2.4 Resultados Numéricos

Os resultados apresentados nesta seção correspondem a possibilidade de se encontrar uma resposta factível para o problema de cálculo dos ganhos de realimentação, Proposição 4.4 no caso de ganhos variantes e Proposição 4.5 no caso de ganho constante. Os casos estudados estão apresentados na tabela 5.1, organizados de acordo com o tamanho do período de amostragem, o atraso máximo para o qual o controlador deve garantir a estabilidade do sistema e a ordem de aproximação das incertezas exponenciais. Os valores mostrados nesta tabela correspondem aos valores mínimos obtidos para o coeficiente de contração $\lambda_{\mathbb{K}(\tau_k)}$, no caso de ganhos variantes, e λ_K no caso de ganho constante.

Observa-se que, para cada um dos três casos estipulados de período de amostragem e atrasos máximos, os controladores a ganhos variantes apresentam um menor coeficiente de contração, o que deve implicar em um melhor desempenho temporal. Verifica-se também que o aumento da ordem de aproximação para o cálculo das matrizes incertas implica em menores valores de λ . No entanto, salienta-se que, para este exemplo, com $h > 3$ não ocorre melhora significativa. Também é válido observar que ganhos variantes permitem obter soluções factíveis em casos onde isto não foi possível com ganho constante.

Tabela 5.1: Valores numéricos mínimos obtidos para o coeficiente de contração.

h	$T = 90ms, \tau_{max} = 85ms$		$T = 80ms, \tau_{max} = 78ms$		$T = 60ms, \tau_{max} = 50ms$	
	λ_K	$\lambda_{\mathbb{K}(\tau_k)}$	λ_K	$\lambda_{\mathbb{K}(\tau_k)}$	λ_K	$\lambda_{\mathbb{K}(\tau_k)}$
1	<i>não factível</i>	<i>não factível</i>	<i>não factível</i>	<i>não factível</i>	<i>não factível</i>	0,9823
2	<i>não factível</i>	<i>não factível</i>	<i>não factível</i>	0,9807	0,8993	0,8664
3	0,8862	0,7832	0,8646	0,7667	0,7929	0,6947
4	0,8814	0,7755	0,8619	0,7611	0,7927	0,6936

5.2.5 Simulações

As simulações apresentadas são referentes ao caso destacado na tabela 5.1, isto é: período de amostragem $T = 80ms$, com atrasos máximo $\tau_{max} = 78ms$ e mínimo definido de acordo com a rede utilizada $\tau_{min} = 2,16ms$, aproximação de ordem $h = 3$ e coeficiente de contração: *i)* $\lambda_{\mathbb{K}(\tau_k)} = 0,7667$ para ganhos variantes; e *ii)* $\lambda_K = 0,8646$ para ganho constante.

Os valores obtidos para K_i correspondentes ao caso de realimentação com ganhos variantes, foram:

$$\begin{aligned} K_1 &= [116,96 \quad 25,98 \quad 7,93 \quad 10,54 \quad -1,31 \quad -0,45] \\ K_2 &= [116,87 \quad 25,96 \quad 7,93 \quad 10,53 \quad -0,31 \quad -1,45] \\ K_3 &= [116,74 \quad 25,93 \quad 7,91 \quad 10,52 \quad -0,08 \quad -1,68] \\ K_4 &= [116,66 \quad 25,91 \quad 7,90 \quad 10,50 \quad -0,05 \quad -1,71] \end{aligned}$$

No segundo, realimentação de estados com ganho constante, obteve-se:

$$K = [76,41 \quad 16,91 \quad 1,72 \quad 3,52 \quad -0,51 \quad -0,83].$$

A condição inicial escolhida para as simulações foi de $x_0 = [0,08 \quad 0 \quad 0 \quad 0]$, que equivale a uma inclinação de aproximadamente $4,58^\circ$. Duas seqüências aleatórias de atrasos

foram geradas de modo a ilustrar a estabilização do sistema em diferentes circunstâncias.

O comportamento dos estados $x(t)$ durante o período de simulação, para a primeira sequência de atrasos (figura 5.3), é mostrado na figura 5.4. Nesta figura pode ser observado que o sistema controlado por uma realimentação de estados com ganhos variantes, representado pelas linhas contínuas, converge mais rapidamente. Isto já era esperado devido ao valor obtido para o coeficiente de contração. A dinâmica dos estados quando o controlador a ganho constante é utilizado está representada pelas linhas tracejadas.

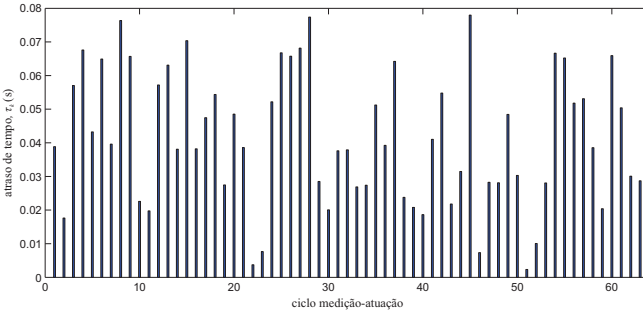


Figura 5.3: Atrasos ocorridos durante simulação, sequência de atrasos (a).

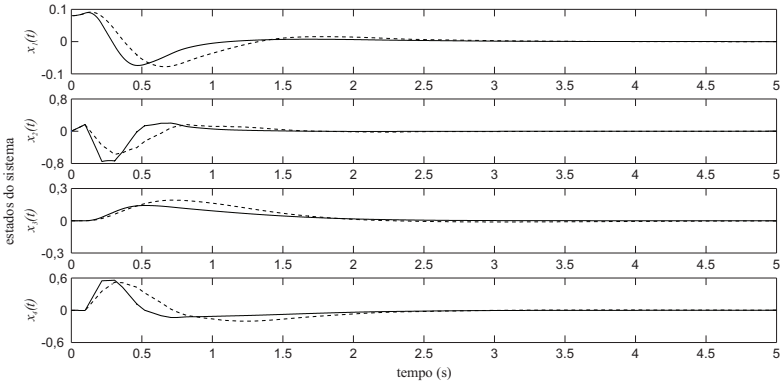


Figura 5.4: Dinâmica dos estados do sistema, sequência de atrasos (a), ($- \mathbb{K}_{T_k}$, $- - K$).

Observa-se que o melhor desempenho temporal obtido com a utilização de um controlador a ganhos variantes implica em um maior esforço do atuador, como pode ser visto na figura 5.5.

Para este primeiro caso simulado, os valores obtidos para a QoC de cada controlador são mostrados na tabela 5.2. Observa-se que para os três vetores de saída considerados, o

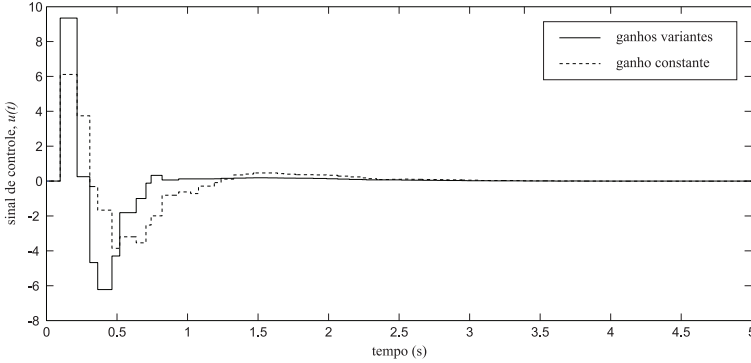


Figura 5.5: Sinal de controle, sequência de atrasos (a).

desempenho de controle obtido com a utilização de ganhos variantes foi melhor. Também na tabela 5.2 estão mostrados os valores obtidos para a Qualidade de Controle para a segunda sequência aleatória de atrasos (figura 5.6).

Tabela 5.2: Qualidade de Controle.

	Sequência de atrasos (a)			Sequência de atrasos (b)		
	$y_1(t)$	$y_2(t)$	$y_3(t)$	$y_1(t)$	$y_2(t)$	$y_3(t)$
$\mathbb{K}(\tau_k)$	17,5364	6,9379	5,9315	13,6552	4,7914	4,2176
K	12,1632	4,7078	4,0761	10,6209	1,5872	1,5156

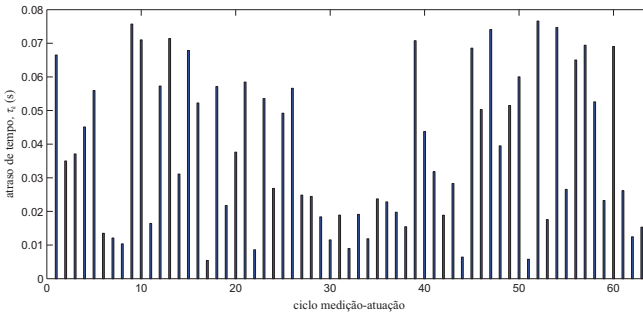


Figura 5.6: Atrasos ocorridos durante simulação, sequência de atrasos (b).

Na simulação realizada com esta segunda sequência de atrasos, mais uma vez ficou evidente o melhor desempenho temporal na dinâmica dos estados quando ganhos variantes

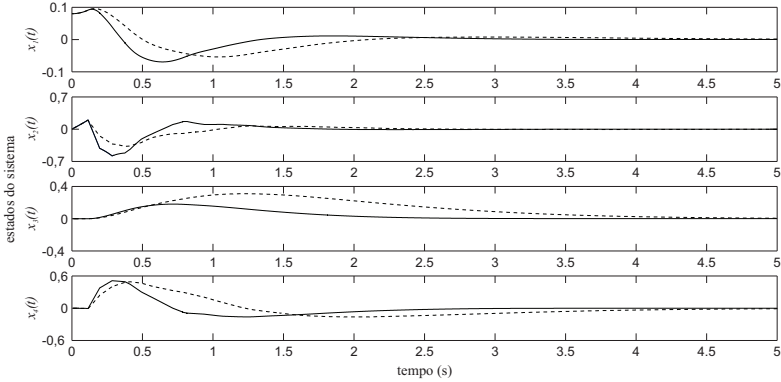


Figura 5.7: Dinâmica dos estados do sistema, sequência de atrasos (b), ($-\mathbb{K}_{\tau_k}$, $--K$).

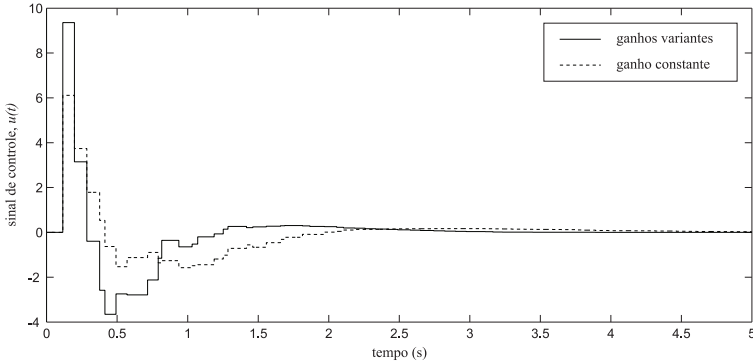


Figura 5.8: Sinal de controle, sequência de atrasos (b).

são utilizados. Este resultado pode ser visto na figura 5.7. Do mesmo modo que o esforço inicial requerido do atuador foi maior (figura 5.8).

Na figura 5.9 é mostrada uma comparação entre os valores relativos de $V(x_k, \tau_k)$ ao longo das trajetórias dos estados, para as duas sequências de atrasos simuladas. Nesta figura pode ser conferido o efeito da utilização do coeficiente de contração, que no caso estudado implica em $\frac{V(x_k, \tau_k)}{V(x_0, \tau_0)} \triangleq \frac{V_k}{V_0} < \lambda^k$.

5.3 Comparações com Abordagem Utilizada em [21]

Nesta seção são comparados resultados obtidos pelo método proposto neste documento com os resultados obtidos pela abordagem utilizada em [21] adicionada do mesmo

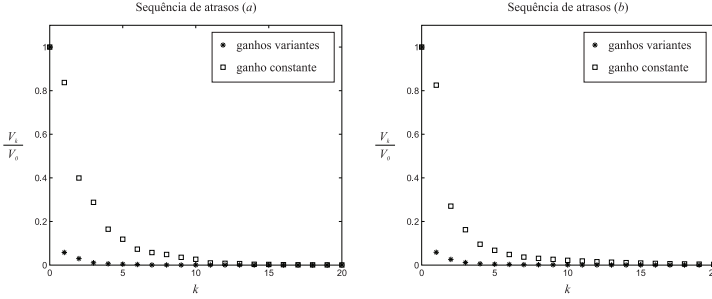


Figura 5.9: Comparação dos valores relativos de $V(x_k, \tau_k)$ ao longo das trajetórias dos estados das figuras 5.4 e 5.7.

termo correspondente ao coeficiente de contração definido na equação (4.8). Por simplicidade, as comparações relacionadas as simulações serão baseadas no vetor de saída auxiliar $y_3(t)$.

As configurações utilizadas para cálculo dos ganhos de realimentação e simulações são: período de amostragem $T = 80ms$, atraso mínimo $\tau_{min} = 10ms$ e atraso máximo $\tau_{max} = 75ms$. Nessas condições, com uma aproximação de ordem $h = 3$ e o método proposto no presente trabalho, os ganhos encontrados para uma realimentação de estados a ganhos variantes foram:

$$\begin{aligned} K_1 &= [135,55 \quad 30,14 \quad 11,59 \quad 13,98 \quad -1,41 \quad -0,58] \\ K_2 &= [135,15 \quad 30,05 \quad 11,54 \quad 13,93 \quad -0,47 \quad -1,52] \\ K_3 &= [134,88 \quad 29,99 \quad 11,51 \quad 13,89 \quad -0,25 \quad -1,73] \\ K_4 &= [135,14 \quad 30,05 \quad 11,54 \quad 13,92 \quad -0,23 \quad -1,76] \end{aligned}$$

com um coeficiente de contração $\lambda_{\mathbb{K}(\tau_k)} = 0,7332$. Para realimentação de estados a ganho constante os resultados foram:

$$K = [87,09 \quad 19,29 \quad 2,76 \quad 4,94 \quad -0,61 \quad -0,89].$$

com $\lambda_K = 0,8392$. Para as mesmas condições, mas utilizando uma ordem de aproximação $h = 5$, os valores obtidos para o ganho de realimentação de estados pela abordagem apresentada em [21] foram:

$$K_H = [56,16 \quad 12,41 \quad 0,60 \quad 1,75 \quad -0,78]$$

com um coeficiente de contração $\lambda_H = 0,9877$.

Novamente, para as simulações, uma interferência foi gerada de modo a ocasionar atrasos aleatórios, sendo a mesma sequência de atrasos para os três casos de ganhos considerados. As dinâmicas dos estados considerados no vetor de saída auxiliar $y_3(t)$ são mostradas na figura 5.10, onde linhas contínuas correspondem ao comportamento dos estados no caso de ganhos variantes, linhas tracejadas correspondem ao comportamento dos estados no caso de ganho constante e linhas pontilhadas correspondem ao comportamento dos estados no caso de ganho obtido pela abordagem utilizada em [21]. Verifica-se que o desempenho temporal observado está de acordo com os valores obtidos para os coeficientes de contração para cada tipo de ganho calculado.

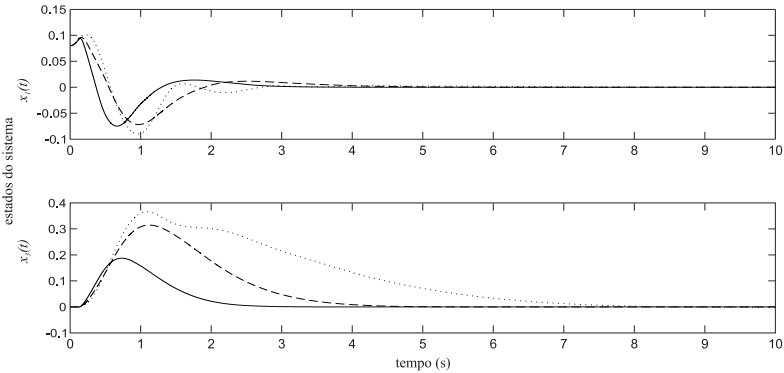


Figura 5.10: Dinâmica dos estados do sistema, comparação com abordagem utilizada em [21], ($- \mathbb{K}(\tau_k)$, $-- K$, $\dots K_H$).

De mesmo modo, com relação ao sinal de controle em cada situação, os resultados estão de acordo com os já demonstrados na seção anterior. De forma geral, o melhor desempenho temporal resulta num maior esforço solicitado ao controlador.

Para esses três tipos de controle simulados, considerando os vetor de saídas auxiliares definido anteriormente, os valores obtidos para a Qualidade de Controle podem ser conferidos na tabela 5.3.

Tabela 5.3: QoC, comparação com abordagem utilizada em [21].

	$y_1(t)$	$y_2(t)$	$y_3(t)$
$\mathbb{K}(\tau_k)$	12,9890	5,0331	4,3683
K	9,5147	1,8800	1,7709
K_H	9,3048	0,9114	0,8811

Nota-se que, novamente, a utilização de ganhos variantes, neste exemplo, além de

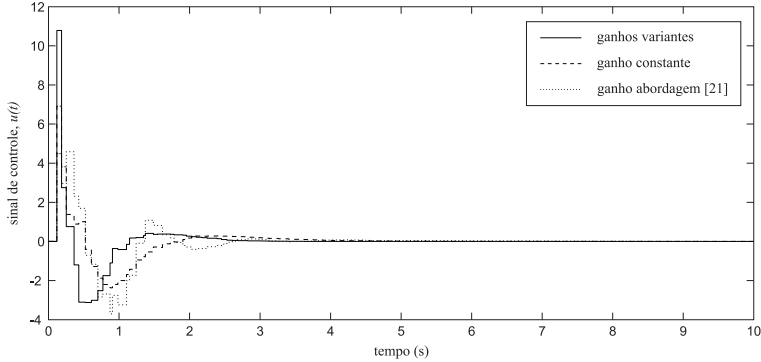


Figura 5.11: Sinal de controle, comparação com abordagem utilizada em [21].

garantir um melhor desempenho temporal dos estados do sistema, também fornece um melhor desempenho de controle. Quando comparados os resultados obtidos para ganho constante K e ganho K_H , verifica-se que ambos tem uma QoC semelhante no que diz respeito ao estado correspondente ao ângulo do pêndulo. No entanto, quando também é considerada a posição do carro, o ganho constante obtido pela Proposição 4.5 apresenta um melhor desempenho de controle.

Esses resultados podem estar relacionados com o fato de [21] utilizar uma representação em tempo discreto para o sistema com relação aos instantes de atuação. Como consequência disso, a matriz K_H de realimentação de estados possui um ganho a menos, comparada as matrizes K e $\mathbb{K}(\tau)$ obtidas utilizando a abordagem proposta nesta dissertação.

5.4 Atrasos Maiores do que um Período de Amostragem

Conforme mencionado anteriormente, devido às dificuldades para se tratar numericamente o sistema na forma de um politopo adicionado de uma incerteza limitada por norma, a aplicação do método proposto para casos onde $\tau > T$ não pode ser realizada considerando o sistema aumentado de forma adequada.

Apesar disso, uma terceira simulação foi realizada utilizando os ganhos calculados na seção 5.2.5 para $T = 80ms$ e $\tau_{max} = 78ms$, porém com a possibilidade de ocorrência de atrasos maiores do que um período de amostragem. Da mesma forma que nas simulações anteriores, interferências foram geradas aleatoriamente. A sequência de atrasos é mostrada na figura 5.12. Observe que até mesmo atrasos maiores do que $2T$ ocorreram durante o intervalo simulado.

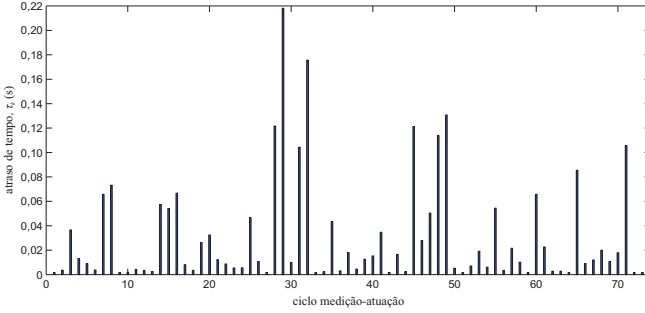


Figura 5.12: Atrasos ocorridos durante simulação, $\tau_{max} > T$.

A consequência desses grandes atrasos pode ser verificada na figura 5.13, onde linhas contínuas representam o sistema controlado a partir de uma realimentação a ganhos variantes e as linhas tracejadas o sistema controlado a partir de uma realimentação a ganho constante. Para ambas as condições de ganho houve uma degradação no desempenho com relação as demais simulações apresentadas (vide gráficos das figuras 5.4 e 5.7), no entanto a estabilidade do sistema foi mantida.

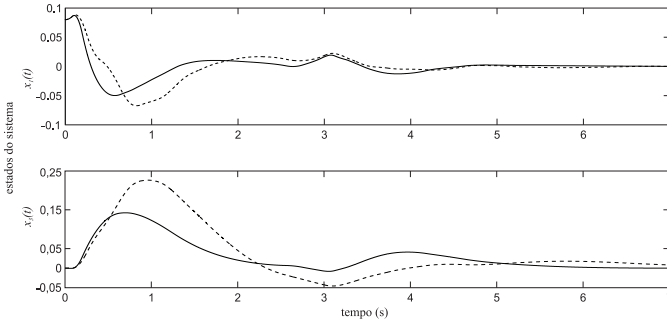


Figura 5.13: Dinâmica dos estados do sistema, $\tau_{max} > T$, $(- \mathbb{K}_{\tau_k}, - - K)$.

Com relação a Qualidade de Controle, os resultados obtidos nessa simulação estão mostrados na tabela 5.4.

Tabela 5.4: QoC, $\tau_{max} > T$.

	$y_1(t)$	$y_2(t)$	$y_3(t)$
$\mathbb{K}(\tau_k)$	13,3838	4,8005	4,2288
K	9,4179	2,8424	2,5843

5.5 Conclusão

Neste capítulo foram apresentados resultados numéricos para o cálculo de ganhos de realimentação de estados utilizando o método proposto neste documento. Comparações entre os dois tipos de ganhos possíveis foram feitas levando-se em conta os valores obtidos para o coeficiente de contração obtido em ambos os casos, o que equivale a comparar os controladores em termos de desempenho temporal. Nos gráficos referentes as simulações realizadas, o efeito de um menor valor para λ pode ser observado. Como era esperado, os sistemas que utilizaram controladores dependentes de parâmetro convergiram mais rapidamente para o ponto de equilíbrio. Além disso, pela métrica de QoC, verificou-se um desempenho de controle superior quando utilizado o controlador com ganhos variantes.

Também foi mostrada uma comparação com a abordagem utilizada em [21], adicionando à esta, o parâmetro de desempenho temporal. Além deste, também foi utilizado como ferramenta de avaliação dos resultados obtidos, mais especificamente desempenho do controle, a métrica de Qualidade de Controle. Novamente, os ganhos dependentes de parâmetros, obtiveram os melhores resultados.

Por fim, foi apresentada uma simulação onde atrasos maiores do que um período de amostragem poderiam ocorrer, mas utilizando os ganhos projetados para atrasos máximos menores do que T . Mesmo nessas condições, o sistema de controle demonstrou robustez para a sequência de atrasos gerada, mantendo a estabilidade do sistema.

Capítulo 6

Conclusão

Neste trabalho foi apresentado um estudo da estabilidade para uma classe de sistemas de controle via rede. Uma condição para análise de estabilidade robusta baseada em uma Função de Lyapunov Dependente de Parâmetro foi demonstrada. A partir desta condição, foi apresentado um método para projeto de controlador por realimentação de estados com ganhos variantes, onde estes são dependentes do atraso ocorrido entre os eventos de medição e atuação do sistema. Como caso particular, um segundo método foi descrito considerando o cálculo de ganho constante. Ainda no contexto do método proposto, este foi baseado na utilização de uma representação matemática em tempo discreto para o sistema na forma politópica adicionada de uma incerteza limitada por norma.

Uma breve análise da complexidade computacional do método proposto foi apresentada. Em termos de resolução das LMIs, considerando as duas possibilidades de projeto, não há muita diferença entre determinação dos ganhos variantes com relação a determinação de ganho constante. No entanto, observa-se a questão da complexidade de implementação no caso de ganhos variantes, onde é necessário que, para cada ciclo medição-atuação, o atuador envie uma mensagem de reconhecimento para o controlador, que utiliza esta informação para o cálculo do atraso (parâmetro utilizado para definir o valor da lei de controle).

A validade dos métodos apresentados foi demonstrada por exemplos numéricos e simulações. Para os resultados numéricos foram consideradas diversas configurações de período de amostragem, atrasos máximos e condições para os cálculos dos ganhos, buscando-se sempre o menor valor possível para o coeficiente de contração, ou seja, uma melhor performance temporal. Para as simulações foi escolhida uma configuração específica dentre aquelas para as quais os valores dos ganhos já haviam sido calculados, e foram aplicadas sequências distintas de atrasos aleatórios, de forma a verificar o comportamento dinâmico do sistema em diferentes situações. Comparações com a abordagem utilizada no trabalho

[21] também foram feitas e uma simulação comparando as dinâmicas do sistema em malha fechada foi apresentada.

Ainda com relação as simulações realizadas, uma verificação da robustez do sistema de controle considerando a possibilidade de atrasos maiores do que um período de amostragem foi apresentada. Para esta verificação, os ganhos de realimentação utilizados foram os mesmos calculados para a condição de atrasos máximos não superiores a um período de amostragem.

Para todos os casos de simulação apresentados, valores correspondentes à Qualidade de Controle foram fornecidos, calculados com base no inverso da Integral do Erro Absoluto. Essa métrica foi utilizada de modo a permitir uma comparação entre o desempenho da ação de controle em cada situação.

Uma dificuldade encontrada no trabalho está relacionada com a representação matemática utilizada para o sistema, quando atrasos maiores do que um período de amostragem foram considerados. Além disso, alguns dos requisitos feitos sobre as características e funcionamento do sistema de controle e a rede de comunicação geraram algumas ideias para expansão do estudo apresentado nesta dissertação. Assim, propõe-se como trabalhos futuros:

- aprofundar os estudos para situações de atrasos maiores do que um período de amostragem, relacionando esta possibilidade com a ocorrência em aplicações práticas;
- verificar a possibilidade de aplicação de métodos para projeto de controladores por realimentação dinâmica de saída, estudos já inicializados através do trabalho [6];
- estender o método proposto para o caso MIMO de modo que não seja necessário considerar instantes de atuação sincronizados entre diferentes atuadores;
- considerar a utilização de redes sem fio, principalmente para implementação na comunicação relacionada aos sensores;
- incluir condições de não linearidade às características do sistema, como por exemplo atuadores saturantes.

Apêndice A

Decomposição LU

Um sistema de equações lineares, utilizando matrizes e vetores, é escrito como:

$$Ax = b \tag{A.1}$$

onde A é uma matriz de coeficientes de dimensão $n \times n$, b é um vetor coluna de dimensão n , ambos com valores conhecidos, e x é um vetor coluna, de dimensão n , para o qual são procurados valores que solucionem o sistema.

O procedimento de decomposição LU consiste em decompor a matriz A como um produto de matrizes, de mesma dimensão, tal que:

$$A = LU$$

onde L indica uma matriz triangular inferior (do inglês *lower triangular matrix*), enquanto U corresponde a uma matriz triangular superior (do inglês *upper triangular matrix*). Escrevendo essas matrizes de forma explícita, têm-se:

$$\begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \cdots & a_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{n1} & a_{n2} & \cdots & a_{nn} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} l_{11} & 0 & \cdots & 0 \\ l_{21} & l_{22} & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ l_{n1} & l_{n2} & \cdots & l_{nn} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_{11} & u_{12} & \cdots & u_{1n} \\ 0 & u_{22} & \cdots & u_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots & u_{nn} \end{bmatrix}$$

Então, reescrevendo o sistema de equações (A.1) como:

$$Ax = (LU)x = L(Ux) = b$$

e fazendo $Ux = y$, a solução para x pode ser facilmente obtida em dois passos:

1. *resolver* $Ly = b$, *para* y , resultando em:

$$y_1 = \frac{b_1}{l_{11}}$$

$$y_i = \frac{1}{l_{ii}} \left(b_i - \sum_{j=1}^{i-1} l_{ij} y_j \right)$$

para $i = 2, \dots, n$;

2. *resolver* $Ux = y$, *para* x , resultando em:

$$x_n = \frac{y_n}{u_{nn}}$$

$$x_i = \frac{1}{u_{ii}} \left(y_i - \sum_{j=i+1}^n u_{ij} x_j \right)$$

para $i = n-1, \dots, 1$.

Para o caso particular apresentado na seção 3.1.1 para cálculo dos parâmetros de ponderação $\mu_i(\tau_k)$, têm-se que:

$$\begin{bmatrix} 1 & 1 & \cdots & 1 & 1 \\ \underline{\alpha} & \bar{\alpha} & \cdots & \bar{\alpha} & \bar{\alpha} \\ \underline{\alpha}^2 & \underline{\alpha}^2 & \cdots & \bar{\alpha}^2 & \bar{\alpha}^2 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ \underline{\alpha}^h & \underline{\alpha}^h & \cdots & \bar{\alpha}^h & \bar{\alpha}^h \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mu_1(\tau_k) \\ \mu_2(\tau_k) \\ \vdots \\ \mu_{h+1}(\tau_k) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ \alpha_k \\ \alpha_k^2 \\ \vdots \\ \alpha_k^h \end{bmatrix}$$

Aplicando a Decomposição LU na matriz A correspondente, obtém-se:

$$A = LU = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & \cdots & 0 & 0 \\ \underline{\alpha} & 1 & 0 & \cdots & 0 & 0 \\ \underline{\alpha}^2 & 0 & 1 & \cdots & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ \underline{\alpha}^h & 0 & 0 & \cdots & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & \cdots & 1 & 1 \\ 0 & \bar{\alpha} - \underline{\alpha} & \bar{\alpha} - \underline{\alpha} & \cdots & \bar{\alpha} - \underline{\alpha} & \bar{\alpha} - \underline{\alpha} \\ 0 & 0 & \bar{\alpha}^2 - \underline{\alpha}^2 & \cdots & \bar{\alpha}^2 - \underline{\alpha}^2 & \bar{\alpha}^2 - \underline{\alpha}^2 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 & \bar{\alpha}^h - \underline{\alpha}^h \end{bmatrix}$$

Resultando nos valores seguintes para os parâmetros $\mu_i(\tau_k)$:

$$\mu_1(\tau_k) = 1 - \frac{\alpha_k - \underline{\alpha}}{\bar{\alpha} - \underline{\alpha}}$$

$$\mu_i(\tau_k) = \frac{\alpha_k^{i-1} - \underline{\alpha}^{i-1}}{\bar{\alpha}^{i-1} - \underline{\alpha}^{i-1}} - \sum_{j=i+1}^{h+1} \mu_j(\tau_k), \quad \forall i = 2, \dots, h$$

$$\mu_{h+1}(\tau_k) = \frac{\alpha_k^h - \underline{\alpha}^h}{\bar{\alpha}^h - \underline{\alpha}^h}$$

Apêndice B

Lema da Projeção

Neste apêndice apresenta-se uma versão do Lema da Projeção [15], para o caso de matrizes dependentes de parâmetros e um sistema em tempo discreto:

$$\mathcal{H}(z) : \begin{cases} x_{k+1} = A_d(\tau)x_k + B_d(\tau)u_k \\ y_k = C_d x_k + D_d u_k \end{cases} \quad (\text{B.1})$$

onde $x \in \mathfrak{R}^p$ é o vetor de estados do sistema, $u \in \mathfrak{R}^m$ é o vetor de entradas de controle, $y \in \mathfrak{R}^q$ é o vetor de estados amostrados, $A_d(\tau) \in \mathfrak{R}^{p \times p}$, $B_d(\tau) \in \mathfrak{R}^{p \times m}$, $C_d \in \mathfrak{R}^{q \times p}$ e $D_d \in \mathfrak{R}^{q \times m}$.

Lema B.1 (Lema da Projeção). *Dada uma matriz simétrica $\mathcal{Z}(\tau) \in \mathfrak{R}^{p \times p}$ e duas matrizes $\mathcal{X}(\tau)$ e $\mathcal{V}(\tau)$ com p colunas; existe uma matriz $\mathcal{U}(\tau)$ que satisfaz:*

$$\mathcal{X}'(\tau)\mathcal{U}(\tau)\mathcal{V}(\tau) + \mathcal{V}'(\tau)\mathcal{U}'(\tau)\mathcal{X}(\tau) + \mathcal{Z}(\tau) < 0 \quad (\text{B.2})$$

se e somente se as seguintes inequações, projeções em relação à $\mathcal{X}(\tau)$, são satisfeitas:

$$\mathcal{X}'_N(\tau)\mathcal{Z}(\tau)\mathcal{X}_N(\tau) < 0 \quad (\text{B.3})$$

$$\mathcal{V}'_N(\tau)\mathcal{Z}(\tau)\mathcal{V}_N(\tau) < 0 \quad (\text{B.4})$$

onde $\mathcal{X}_N(\tau)$ e $\mathcal{V}_N(\tau)$ são matrizes arbitrárias cujas colunas formam uma base do espaço nulo de $\mathcal{X}(\tau)$ e $\mathcal{V}(\tau)$, respectivamente.

Então, considerando o sistema em tempo discreto $\mathcal{H}(z)$, a seguinte condição, em termos de LMI, deve ser respeitada para que o sistema seja estável:

Todos os autovalores de A_d estão localizados dentro da região de estabilidade, correspondente ao círculo unitário para o caso de sistemas em tempo discreto, se existem

matrizes $\mathcal{P}(\tau) \in \mathfrak{R}^{p \times p}$ que satisfazem o seguinte conjunto de LMIs:

$$\mathcal{P}(\tau) > 0, \quad (\text{B.5})$$

$$\begin{bmatrix} I \\ A_d(\tau) \end{bmatrix}' \begin{bmatrix} -\mathcal{P}(\tau) & 0 \\ 0 & \mathcal{P}(\tau) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I \\ A_d(\tau) \end{bmatrix} < 0. \quad (\text{B.6})$$

Observe que a LMI (B.6) é uma forma generalizada de (B.3), onde:

$$\mathcal{X} = \begin{bmatrix} A_d(\tau) & -I \end{bmatrix},$$

$$\mathcal{Z} = \begin{bmatrix} -\mathcal{P}(\tau) & 0 \\ 0 & \mathcal{P}(\tau) \end{bmatrix}.$$

Assim (B.5) e (B.6) são equivalentes a (B.2).

Apêndice C

Abordagem Utilizada em [21]

Considere a seguinte representação em tempo discreto de um sistema com relação aos instantes em que eventos de atuação ocorrem:

$$x_{k+1} = A(\rho_k)x_k + B(\rho_k)u_k \quad (\text{C.1})$$

onde

$$A(\rho_k) = e^{M\rho_k}, \quad B(\rho_k) = \int_0^{\rho_k} e^{Ms} ds N$$

O parâmetro incerto ρ_k corresponde ao intervalo de tempo entre dois instantes de atuação distintos, é positivo, variante no tempo e limitado, $0 < \rho_{min} \leq \rho_k \leq \rho_{max}$, onde $\rho_{min} = T + \tau_{min} - \tau_{max}$, $\rho_{max} = T - \tau_{min} + \tau_{max}$, onde T corresponde ao período de amostragem. Para um dado ciclo k , $\rho_k = T - \tau_k + \tau_{k+1}$, considerando atrasos não superiores a um período de amostragem $\tau < T$.

Representando as incertezas exponenciais na forma politópica adicionadas de incertezas limitadas por norma, pode-se reescrever o sistema (C.1) como:

$$x_{k+1} = \left(\sum_{i=1}^{h+1} \mu_i(\rho_k) A_i^h + \Delta A^h(\rho_k) \right) x_k + \left(\sum_{i=1}^{h+1} \mu_i(\rho_k) B_i^h + \Delta B^h(\rho_k) \right) u_k \quad (\text{C.2})$$

onde $\sum_{i=1}^{h+1} \mu_i(\rho_k) = 1$, $\mu_i(\rho_k) > 0$, $\forall i = 1, \dots, (h+1)$.

Estabilizar o sistema (C.2) é equivalente a estabilizar o sistema aumentado:

$$z_{k+1} = A^{h+} z_k + B^{h+} v_k + \Theta^h(\rho_k) z_k \quad (\text{C.3})$$

onde $z = \begin{bmatrix} x_k \\ u_k \end{bmatrix}$,

$$\begin{aligned} A^{h+} &= \sum_{i=1}^{h+1} \mu_i(\rho_k) \begin{bmatrix} A_i^h & B_i^h \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \\ B^{h+} &= \begin{bmatrix} 0 \\ I \end{bmatrix}, \quad v_k = u_{k+1} \quad e \\ \Theta^h(\rho_k) &= \begin{bmatrix} \Delta A^h(\rho_k) & \Delta B^h(\rho_k) \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \end{aligned}$$

onde $\Theta^h(\rho_k)$ representa uma incerteza limitada por norma:

$$\|\Theta^h(\rho_k)\| \leq \zeta^{-\frac{1}{2}}$$

Para este sistema, busca-se uma lei de controle por realimentação de estados, tal que:

$$v_k = K z_k. \quad (\text{C.4})$$

Para se utilizar esta lei de controle, estampas de tempo são utilizadas de modo que seja permitido ao controlador calcular os valores referentes aos estados x_k no instante de atuação.

Teorema C.1. *Se existem matrizes simétricas $X_i > 0$, G e matrizes R , soluções das LMIs:*

$$\begin{bmatrix} \zeta^{-1}I - X_i & A_i^{h+}G + B^{h+}R & A_i^{h+}G + B^{h+}R \\ * & X_j - 2G & 0 \\ * & * & 2G - I \end{bmatrix} < 0 \quad (\text{C.5})$$

$\forall i, j = 1, \dots, h+1$, então o ganho de realimentação de estados que estabiliza o sistema (C.3), é dado por:

$$K = RG^{-1}.$$

Referências Bibliográficas

- [1] ISO 11898: 1993: Road vehicles – Interchange of digital information – Controller area network (CAN) for high-speed communication, 1993.
- [2] J. Baillieul and P.J. Antsaklis. Control and communication challenges in networked real-time systems. *Proceedings of the IEEE*, 95(1):9, 2007.
- [3] S. Boyd, L. El Ghaoui, E. Feron, and V. Balakrishnan. *Linear Matrix Inequalities in System and Control Theory*. Society for Industrial and Applied Mathematics, Philadelphia, USA, 1994.
- [4] A. Burns and A. Wellings. *Real-Time Systems and Programming Languages: Ada, Real-Time Java and C/Real-Time POSIX*. Addison-Wesley Educational Publishers Inc, USA, 2009.
- [5] G. Buttazzo, M. Velasco, and P. Marti. Quality-of-control management in overloaded real-time systems. *IEEE Transactions on Computers*, 56(2):253–266, 2007.
- [6] E.B. Castelan, V.J.S. Leite, M.F. Miranda, and V.M. Moraes. Synthesis of Output Feedback Controllers for a Class of Nonlinear Parameter-Varying Discrete-Time Systems Subject to Actuators Limitations, 2010. a ser publicado.
- [7] A. Cervin, D. Henriksson, B. Lincoln, J. Eker Eker, and K.-E. Årzén. How Does Control Timing Affect Performance? Analysis and Simulation of Timing Using Jitterbug and TrueTime. *IEEE Control Systems Magazine*, 23(3):16–30, 2003.
- [8] A. Cervin, B. Lincoln, J. Eker, K.-E. Årzén, and G. Buttazzo. The jitter margin and its application in the design of real-time control systems. In *Proceedings of the 10th International Conference on Real-Time and Embedded Computing Systems and Applications*, 2004.
- [9] A. Cervin, D. Henriksson, and M. Ohlin. TrueTime 2.0 - Reference Manual, 2009.
- [10] M.P. Cloosterman. *Control over Communication Networks: Modeling, Analysis, and Synthesis*. Phd thesis, Technische Universiteit Eindhoven, Eindhoven, Netherlands, 2008.

- [11] C.H. Costa, C.B. Montez, and U.F. Moreno. Analysis of evaluation metrics for networked control systems. In *IEEE International Conference on Emerging Technologies and Factory Automation*, pages 1096–1099, 2008.
- [12] P. Dorato and D. Vlack. *Robust control*. IEEE Press Piscataway, NJ, USA, 1987.
- [13] L. Drietas, G. Nikolakopoulos, and A. Tzes. On the modeling of networked controlled systems. In *Proceedings of the 15th Mediterranean Conference on Control and Automation, number Paper T*, volume 9, 2007.
- [14] G.F. Franklin, J.D. Powell, and M.L. Workman. *Digital Control of Dynamic Systems*. Prentice Hall, California, USA, 1997.
- [15] P. Gahinet and P. Apkarian. A Linear Matrix Inequality Approach to H_∞ Control. *International Journal of Robust and Nonlinear Control*, 4:421–448, 1994.
- [16] H. Gao, T. Chen, and J. Lam. A new delay system approach to network-based control. *Automatica*, 44(1):39–52, 2008.
- [17] G. Garcia, J. Bernussou, and D. Arzelier. Robust stabilization of discrete-time linear systems with norm-bounded time varying uncertainty. *Systems & Control Letters*, 22(5):327–339, 1994.
- [18] Y. Ge, L. Tian, and Z. Liu. Survey on the stability of networked control systems. *Journal of Control Theory and Applications*, 5(4):374–379, 2007.
- [19] J.P. Hespanha, P. Naghshabrizi, and Y. Xu. A survey of recent results in networked control systems. *Proceedings of the IEEE*, 95(1):138–162, 2007.
- [20] L. Hetel, J. Daafouz, and C. Iung. Stabilization of Arbitrary Switched Linear Systems With Unknown Time-Varying Delays. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 51(10):1668–1674, 2006.
- [21] L. Hetel, J. Daafouz, and C. Iung. LMI control design for a class of exponential uncertain systems with application to network controlled switched systems. *American Control Conference*, pages 1401–1406, 2007.
- [22] D. Hristu-Varsakelis and W.S. Levine. *Handbook of networked and embedded control systems*. Birkhauser, 2005.
- [23] M. Izák, D. Görgeš, and S. Liu. Stability and Control of Systems with Uncertain Time-Varying Sampling Period and Time Delay. In *Proceedings of the 17th IFAC World Congress*, pages 11514–11519, 2008.

- [24] M. Izák, D. Görges, and S. Liu. Stabilization of systems with variable and uncertain sampling period and time delay. *Nonlinear Analysis: Hybrid Systems*, 4(2):291–305, 2009.
- [25] C.Y. Kao and B. Lincoln. Simple stability criteria for systems with time-varying delays. *Automatica*, 40(8):1429–1434, 2004.
- [26] D.S. Kim, Y.S. Lee, W.H. Kwon, and H.S. Park. Maximum allowable delay bounds of networked control systems. *Control Engineering Practice*, 11(11):1301–1313, 2003.
- [27] D.S. Kim, D.H. Choi, and P. Mohapatra. Real-time scheduling method for networked discrete control systems. *Control Engineering Practice*, 17(5):564–570, 2009.
- [28] V.J.S. Leite, V.F. Montagner, P.J. Oliveira, R.C.L.F. Oliveira, D.C.W. Ramos, and P.L.D. Peres. Estabilidade robusta de sistemas lineares através de desigualdades matriciais lineares. *Sba: Controle & Automação Sociedade Brasileira de Automatica*, 15: 24–40, 2004.
- [29] J. Löfberg. YALMIP: A Toolbox for Modeling and Optimization in MATLAB. In *Proceedings of the CACSD Conference*, Taipei, Taiwan, 2004.
- [30] B. Lincoln and B. Bernhardsson. Optimal control over networks with long random delays. In *Proc. of the International Symposium on Mathematical Theory of Networks and Systems*, 2000.
- [31] J.W.S. Liu. *Real-time systems*. Prentice Hall, 2000.
- [32] M. Lluesma, A. Cervin, P. Balbastre, I. Ripoll, and A. Crespo. Jitter evaluation of real-time control systems. In *12th IEEE International Conference on Embedded and Real-Time Computing Systems and Applications, 2006. Proceedings*, pages 257–260, 2006.
- [33] P. Martí, J.M. Fuertes, G. Fohler, and K. Ramamritham. Improving Quality-of-Control Using Flexible Timing Constraints: Metric and Scheduling Issues. In *RTSS '02: Proceedings of the 23rd IEEE Real-Time Systems Symposium*, page 91, Washington, DC, USA, 2002. IEEE Computer Society. ISBN 0-7695-1851-6.
- [34] P. Marti. *Analysis and design of real-time control systems with time-varying control timing constraints*. PhD thesis, Automatic Control Department, Technical University of Catalonia, Catalonia, Spain, 2002.
- [35] P. Marti, J. Yezpez, M. Velasco, R. Villa, and J.M. Fuertes. Managing quality-of-control in network-based control systems by controller and message scheduling co-design. *IEEE transactions on Industrial Electronics*, 51(6):1159–1167, 2004.

- [36] J. Nilsson. *Real-time control systems with delay*. PhD thesis, Automatic Control Department, Lund Institute of Technology, Toulouse, France, 1998.
- [37] J. Nilsson, B. Bernhardsson, and B. Wittenmark. Stochastic analysis and control of real-time systems with random time delays* 1. *Automatica*, 34(1):57–64, 1998.
- [38] D.A. Perez, U.F. Moreno, and C.B. Montez. Codesign of CAN Networked Control Systems with Remote Controllers using Jitter Margin. In *IEEE Industrial Electronics, IECON 2006-32nd Annual Conference on*, pages 252–257, 2006.
- [39] D.A. Perez, U.F. Moreno, C.B. Montez, and T.L.M. Santos. Sampling period assignment for networked control systems based on the plant operation mode. In *VIII Simpósio Brasileiro de Automação Inteligente*, 2007.
- [40] G. Pipeleers, B. Demeulenaere, J. Swevers, and L. Vandenberghe. Extended LMI characterizations for stability and performance of linear systems. *Systems & Control Letters*, 58:510–518, 2009.
- [41] K.-E. Årzén, A. Cervin, J. Eker, and L. Sha. An Introduction to Control and Scheduling Co-Design. In *39th IEEE Conference on Decision and Control*, pages 12–15. Citeseer, 2000.
- [42] T.L.M. Santos, U.F. Moreno, and C.B. Montez. Determination of a sampling period upper limit that guarantees closed loop stability in controller area network. In *Proceedings of the 3rd International Workshop on Networked Control Systems: Tolerant to Faults*, 2007.
- [43] T.L.M. Santos, U.F. Moreno, C.B. Montez, and D.A. Perez. Using the pole placement approach in a co-design procedure for a networked control system. In *Proceedings of the 3rd IFAC Symposium on System, Structure and Control*, 2007.
- [44] K.J. Åström and B. Wittenmark. *Computer-Controlled Systems: Theory and Design*. Prentice Hall, 1997.
- [45] J.F. Sturm. Using SeDuMi 1.02, a MATLAB toolbox for optimization over symmetric cones. *Optimization Methods and Software*, 11-12:625–653, 1999.
- [46] Y.Y.D.X.M. Tan and X. Dai. Stochastic stability analysis and control of networked control systems with randomly varying long time-delays. In *Intelligent Control and Automation, 2004. WCICA 2004. Fifth World Congress on*, volume 2, 2004.
- [47] X. Tang and J. Yu. Networked control system: survey and directions. *Bio-Inspired Computational Intelligence and Applications*, pages 473–481, 2007.

- [48] K. Tindell, A. Burns, and A.J. Wellings. Analysis of hard real-time communications. *Real-Time Systems*, 9(2):147–171, 1995.
- [49] G. Xie and L. Wang. Stabilization of networked control systems with time-varying network-induced delay. In *43rd IEEE Conference on Decision and Control, 2004. CDC*, volume 4, 2004.
- [50] H. Yan, X. Huang, M. Wang, and H. Zhang. Delay-dependent stability criteria for a class of networked control systems with multi-input and multi-output. *Chaos, Solitons and Fractals*, 34(3):997–1005, 2007.
- [51] F. Yang and H. Fang. Control structure design of networked control systems based on maximum allowable delay bounds. *Journal of the Franklin Institute*, 346(6):626–635, 2009.
- [52] T.C. Yang. Networked control system: a brief survey. *IEE Proceedings-Control Theory and Applications*, 153(4):403–412, 2006.
- [53] D. Yue, Q.L. Han, and C. Peng. State feedback controller design of networked control systems. In *Control Applications, 2004. Proceedings of the 2004 IEEE International Conference on*, volume 1, 2004.
- [54] R. Zurawski. *The industrial communication technology handbook*. CRC Press, 2005.

