

**UNIVERSIDADE FEDERAL DE SANTA CATARINA  
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM  
ENGENHARIA MECÂNICA**

**DETERMINAÇÃO DE PONTOS DE OPERAÇÃO PARA  
CONJUNTOS VÁLVULA-CILINDRO PNEUMÁTICOS**

**Dissertação submetida à**

**UNIVERSIDADE FEDERAL DE SANTA CATARINA**

**para a obtenção do grau de**

**MESTRE EM ENGENHARIA MECÂNICA**

**LIDIANE GONÇALVES DE OLIVEIRA**

**Florianópolis, dezembro de 2009**



**UNIVERSIDADE FEDERAL DE SANTA CATARINA  
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM  
ENGENHARIA MECÂNICA**

**DETERMINAÇÃO DE PONTOS DE OPERAÇÃO PARA  
CONJUNTOS VÁLVULA-CILINDRO PNEUMÁTICOS**

**LIDIANE GONÇALVES DE OLIVEIRA**

**Esta dissertação foi julgada adequada para a obtenção do título de**

**MESTRE EM ENGENHARIA**

**ESPECIALIDADE ENGENHARIA MECÂNICA  
sendo aprovada em sua forma final.**

---

**Prof. Victor Juliano De Negri, Dr. Eng. - Orientador**

---

**Prof. Eduardo Alberto Fancello, Dr. Sc. - Coordenador do Curso**

**BANCA EXAMINADORA**

---

**Prof. Arno Bollmann, Dr. Ing.**

---

**Prof. Edson Roberto De Pieri, Dr.**

---

**Prof. Eduardo André Perondi, Dr. Eng.**



**“Amém! O louvor, a glória, a  
sabedoria, a ação de graças, a  
honra, o poder e a força  
pertencem ao nosso Deus pelos  
séculos dos séculos. Amém!”**

**Ap 7,12**



**À minha amada família.**



## AGRADECIMENTOS

Ao amado da minha alma, meu supremo bem, Jesus.

À minha amada família, que com o seu nada tudo me deu: amor, carinho, respeito, apoio, força, integridade e muita coragem para nunca desistir dos meus sonhos.

Ao Professor Victor Juliano De Negri pela preciosa orientação, paciência e por, em muitos momentos, ter acreditado neste trabalho mais que eu mesma.

Aos amigos e colegas da Universidade Federal de Santa Catarina, principalmente aos amigos do LASHIP pela amizade, incentivo, paciência e colaboração durante o desenvolvimento deste trabalho.

À empresa CAMOZZI pela colaboração e financiamento prestados.

À CAPES pelo fomento deste trabalho, sem o qual ele não poderia ser realizado.

Ao POSMEC pela oportunidade de crescimento pessoal e profissional indispensáveis.



## SUMÁRIO

LISTA DE FIGURAS.....	xvii
LISTA DE TABELAS.....	xxv
SIMBOLOGIA.....	xxvii
RESUMO.....	xxxii
ABSTRACT.....	xxxiii
1. Introdução.....	1
1.1 Por que Pneumática?.....	1
1.2 Pneumática Atual.....	3
1.3 Motivação, Objetivo e Contribuições.....	5
1.4 Organização da Dissertação.....	6
2. Sistemas Pneumáticos.....	9
2.1 Introdução.....	9
2.1.1 Atuador Pneumático.....	10
2.1.2 Válvulas Direcionais.....	12
2.1.3 Servoválvula.....	14
2.1.4 Transdutor de Posição.....	17
2.2 Sistemas de Atuação Discretos (on-off).....	17
2.3 Sistemas de Atuação Contínuos: Posicionadores Pneumáticos.....	19
2.3.1 Características do Sistemas Pneumáticos de Posicionamento.....	20
3. Projeto de Sistemas Pneumáticos.....	23
3.1 Introdução.....	23
3.2 Dimensionamento dos Sistemas Pneumáticos.....	25
3.2.1 Válvula.....	27
3.2.2 Cilindro.....	29

3.2.3 Pressão de Suprimento.....	30
3.2.4 Fatores Dinâmicos.....	30
4. Modelagem de Sistemas Pneumáticos.....	33
4.1 Introdução.....	33
4.2 Modelo Matemático Não-Linear.....	35
4.3 Modelo da Válvula.....	35
4.3.1 Vazão Mássica Através de um Orifício.....	36
4.3.2 Vazão Mássica para a Válvula.....	38
4.4 Dinâmica das Pressões no Cilindro.....	40
4.5 Carregamento Dinâmico.....	41
4.5.1 Atrito no Cilindro.....	42
4.5.1.1 O Modelo do Coeficiente de Atrito Viscoso Variável.....	43
4.5.2 Efeito Batente.....	45
5. Determinação das Relações das Razões de Pressão nas Câmaras de Cilindros Pneumáticos.....	49
5.1 Introdução.....	49
5.2 Análise Matemática da Vazão.....	51
5.2.1 Cilindro Simétrico.....	53
5.2.1.1 Avanço do Cilindro Simétrico.....	54
5.2.1.1.1 CONDIÇÃO I: $(p_A/p_S > b)$ e $(p_0/p_B > b)$ .....	55
5.2.1.1.2 CONDIÇÃO II: $(p_A/p_S > b)$ e $(p_0/p_B \leq b)$ .....	59
5.2.1.1.3 CONDIÇÃO III: $(p_A/p_S \leq b)$ e $(p_0/p_B > b)$ .....	61
5.2.1.1.4 CONDIÇÃO IV: $(p_A/p_S \leq b)$ e $(p_0/p_B \leq b)$ .....	63
5.2.1.2 Recuo do Cilindro Simétrico.....	65

5.2.1.2.1 CONDIÇÃO I: $(p_B/p_S > b)$ e $(p_0/p_A > b)$ .....	65
5.2.1.2.2 CONDIÇÃO II: $(p_B/p_S > b)$ e $(p_0/p_A \leq b)$ .....	69
5.2.1.2.3 CONDIÇÃO III: $(p_B/p_S \leq b)$ e $(p_0/p_A > b)$ ....	71
5.2.1.2.4 CONDIÇÃO IV: $(p_B/p_S \leq b)$ e $(p_0/p_A \leq b)$ .....	73
5.2.2 Cilindro Assimétrico.....	75
5.2.2.1 Avanço do Cilindro Assimétrico.....	75
5.2.2.1.1 CONDIÇÃO I: $(p_A/p_S > b)$ e $(p_0/p_B > b)$ .....	76
5.2.2.1.2 CONDIÇÃO II: $(p_A/p_S > b)$ e $(p_0/p_B \leq b)$ .....	80
5.2.2.1.3 CONDIÇÃO III: $(p_A/p_S \leq b)$ e $(p_0/p_B > b)$ ....	82
5.2.2.1.4 CONDIÇÃO IV: $(p_A/p_S \leq b)$ e $(p_0/p_B \leq b)$ .....	83
5.2.2.2 Recuo do Cilindro Assimétrico.....	86
5.2.2.2.1 CONDIÇÃO I: $(p_B/p_S > b)$ e $(p_0/p_A > b)$ .....	86
5.2.2.2.2 CONDIÇÃO II: $(p_B/p_S > b)$ e $(p_0/p_A \leq b)$ .....	90
5.2.2.2.3 CONDIÇÃO III: $(p_B/p_S \leq b)$ e $(p_0/p_A > b)$ ....	92
5.2.2.2.4 CONDIÇÃO IV: $(p_B/p_S \leq b)$ e $(p_0/p_A \leq b)$ .....	93
5.3 Análise Matemática da Equação do Movimento.....	103
5.3.1 Equação do Movimento para Cilindro Simétrico em Avanço.....	104
5.3.2 Equação do Movimento para Cilindro Simétrico em Recuo.....	105
5.3.3 Equação do Movimento para Cilindro Assimétrico em Avanço.....	106

5.3.4 Equação do Movimento para Cilindro Assimétrico em Recuo.....	106
6. Elucidação dos Resultados.....	109
6.1 Introdução.....	109
6.2 Estudo de Casos.....	112
6.2.1 Estudo de Caso I: Válvula e Cilindro Simétrico.....	112
6.2.2 Estudo de Caso II: Válvula e Cilindro Assimétrico.....	114
7. Conclusões e Recomendações Futuras.....	117
Referências Bibliográficas.....	121
Apêndices.....	133
Apêndice A - Levantamento do Mapa de Atrito dos Cilindros.....	135
A.1. Identificação dos Parâmetros do Modelo de Atrito.....	135
Apêndice B - Simulação Analítica das Equações.....	141
B.1. Curvas do Comportamento das Razões de Pressão.....	141
B.1.1. Cilindro Simétrico em Avanço.....	141
B.1.1.1. CONDIÇÃO I: $(p_A/p_S > b)$ e $(p_0/p_B > b)$ .....	141
B.1.1.2. CONDIÇÃO II: $(p_A/p_S > b)$ e $(p_0/p_B \leq b)$ .....	142
B.1.1.3. CONDIÇÃO III: $(p_A/p_S \leq b)$ e $(p_0/p_B > b)$ .....	142
B.1.1.4. CONDIÇÃO IV: $(p_A/p_S \leq b)$ e $(p_0/p_B \leq b)$ .....	143
B.1.2. Cilindro Simétrico em Recuo.....	143
B.1.2.1. CONDIÇÃO I: $(p_B/p_S > b)$ e $(p_0/p_A > b)$ .....	143
B.1.2.2. CONDIÇÃO II: $(p_B/p_S > b)$ e $(p_0/p_A \leq b)$ .....	143
B.1.2.3. CONDIÇÃO III: $(p_B/p_S \leq b)$ e $(p_0/p_A > b)$ .....	144
B.1.2.4. CONDIÇÃO IV: $(p_B/p_S \leq b)$ e $(p_0/p_A \leq b)$ .....	144

B.1.3. Cilindro Assimétrico em Avanço.....	145
B.1.3.1. CONDIÇÃO I: $(p_A/p_S > b)$ e $(p_0/p_B > b)$ .....	145
B.1.3.2. CONDIÇÃO II: $(p_A/p_S > b)$ e $(p_0/p_B \leq b)$ .....	145
B.1.3.3. CONDIÇÃO III: $(p_A/p_S \leq b)$ e $(p_0/p_B > b)$ .....	146
B.1.3.4. CONDIÇÃO IV: $(p_A/p_S \leq b)$ e $(p_0/p_B \leq b)$ .....	146
B.1.4. Cilindro Assimétrico em Recuo.....	147
B.1.4.1. CONDIÇÃO I: $(p_B/p_S > b)$ e $(p_0/p_A > b)$ .....	147
B.1.4.2. CONDIÇÃO II: $(p_B/p_S > b)$ e $(p_0/p_A \leq b)$ .....	147
B.1.4.3. CONDIÇÃO III: $(p_B/p_S \leq b)$ e $(p_0/p_A > b)$ .....	148
B.1.4.4. CONDIÇÃO IV: $(p_B/p_S \leq b)$ e $(p_0/p_A \leq b)$ .....	148
B.2. Curvas Associadas (CONDIÇÃO I + CONDIÇÃO II).....	149
B.2.1. Cilindro Simétrico em Avanço.....	149
B.2.2. Cilindro Simétrico em Recuo.....	149
B.2.3. Cilindro Assimétrico em Avanço.....	150
B.2.4. Cilindro Assimétrico em Recuo.....	151
B.3. Pontos de Operação (Equação da vazão + Equação do movimento).....	151
B.3.1. Cilindro Simétrico em Avanço.....	151
B.3.2. Cilindro Simétrico em Recuo.....	156
B.3.3. Cilindro Assimétrico em Avanço.....	161
B.3.4. Cilindro Assimétrico em Recuo.....	167
Apêndice C - Parâmetros e Modelos Utilizados na Simulação em MATLAB.....	175
C.1. Rotina para Simulação do Cilindro Simétrico.....	175

C.2. Rotina para Simulação do Cilindro Assimétrico.....	179
C.3. Diagramas de Blocos.....	183

## LISTA DE FIGURAS

Figura 2-1 - Configuração típica de um sistema pneumático (ADI, 2008).....	10
Figura 2-2 - Cilindro de simples ação em corte (BEATER, 2007).....	11
Figura 2-3 - Simbologia da servoválvula.....	14
Figura 2-4 - Válvula de controle direcional proporcional em corte (BEATER, 2007).....	15
Figura 2-5 - Curvas típicas dos ganhos de pressão para os diferentes tipos de centro (MERRITT, 1967).....	16
Figura 2-6 - Cilindro controlado por uma válvula 5/3 vias.....	18
Figura 2-7 - Cilindro em movimento de avanço.....	19
Figura 2-8 - Cilindro em movimento de recuo.....	19
Figura 2-9 - Posicionador pneumático (MENDOZA, 2006).....	20
Figura 4-1 - Vazão mássica através de uma válvula em função da razão de pressões (DE NEGRI, 2001).....	38
Figura 4-2 - Representação das vazões.....	39
Figura 4-3 - Modelos de atrito (ÅSTRÖM, 1999).....	43
Figura 4-4 - Trajetórias do modelo de atrito (GOMES, 1995).....	44
Figura 4-5 - Modelo matemático das forças atuantes no cilindro pneumático.....	46
Figura 5-1 - Notação básica dos parâmetros do cilindro simétrico em avanço.....	54
Figura 5-2 - Gráfico de $(p_A/p_S) \times (p_0/p_B)$ para a Condição I – Equação (5.9).....	57
Figura 5-3 - Gráfico de $(p_A/p_S) \times (p_0/p_B)$ para a Condição I – Equação (5.10).....	57
Figura 5-4 - Gráfico de $(p_0/p_B) \times (p_A/p_S)$ para a Condição I – Equação (5.11).....	58

Figura 5-5 - Gráfico de $(p_0/p_B) \times (p_A/p_S)$ para a Condição I – Equação (5.12).....	58
Figura 5-6 - Gráfico de $(p_A/p_S) \times (p_0/p_B)$ para a Condição I – Equação (5.9) ampliado.....	59
Figura 5-7 - Gráfico de $(p_0/p_B) \times (p_A/p_S)$ para a Condição I – Equação (5.11) ampliado.....	59
Figura 5-8 - Gráfico de $(p_0/p_B) \times (p_A/p_S)$ para a Condição II – Equação (5.16).....	61
Figura 5-9 - Gráfico de $(p_0/p_B) \times (p_A/p_S)$ para a Condição II – Equação (5.17).....	61
Figura 5-10 - Gráfico de $(p_A/p_S) \times (p_0/p_B)$ para as Condições I e II, do cilindro simétrico no avanço.....	64
Figura 5-11 - Gráfico de $(p_0/p_B) \times (p_A/p_S)$ para as Condições I e II, do cilindro simétrico no avanço.....	64
Figura 5-12 - Relação das razões de pressão nas câmaras dos cilindros pneumáticos simétricos para diferentes valores da razão de pressão crítica ( $b$ ) no de avanço.....	65
Figura 5-13 - Gráfico de $(p_B/p_S) \times (p_0/p_A)$ para a Condição I – Equação (5.30).....	68
Figura 5-14 - Gráfico de $(p_B/p_S) \times (p_0/p_A)$ para a Condição I – Equação (5.31).....	68
Figura 5-15 - Gráfico de $(p_0/p_A) \times (p_B/p_S)$ para a Condição I – Equação (5.32).....	68
Figura 5-16 - Gráfico de $(p_0/p_A) \times (p_B/p_S)$ para a Condição I – Equação (5.33).....	68

Figura 5.17 - Gráfico de $(p_B/p_S) \times (p_0/p_A)$ para a Condição I – Equação (5.30) ampliado.....	69
Figura 5-18 - Gráfico de $(p_0/p_A) \times (p_B/p_S)$ para a Condição I – Equação (5.32) ampliado.....	69
Figura 5-19 - Gráfico de $(p_0/p_A) \times (p_B/p_S)$ para a Condição II – Equação (5.37).....	71
Figura 5-20 - Gráfico de $(p_0/p_A) \times (p_B/p_S)$ para a Condição II – Equação (5.38).....	71
Figura 5-21 - Gráfico de $(p_B/p_S) \times (p_0/p_A)$ para as Condições I e II, do cilindro simétrico no recuo.....	74
Figura 5-22 - Gráfico de $(p_0/p_A) \times (p_B/p_S)$ para as Condições I e II, do cilindro simétrico no recuo.....	74
Figura 5-23 - Relação das razões de pressão nas câmaras dos cilindros pneumáticos simétricos para diferentes valores da razão depressão crítica ( $b$ ) no recuo.....	75
Figura 5-24 - Notação básica dos parâmetros no cilindro assimétrico no avanço.....	76
Figura 5-25 - Gráfico de $(p_A/p_S) \times (p_0/p_B)$ para a Condição I – Equação (5.51).....	78
Figura 5-26 - Gráfico de $(p_A/p_S) \times (p_0/p_B)$ para a Condição I – Equação (5.52).....	78
Figura 5-27 - Gráfico de $(p_0/p_B) \times (p_A/p_S)$ para a Condição I – Equação (5.53).....	79
Figura 5-28 - Gráfico de $(p_0/p_B) \times (p_A/p_S)$ para a Condição I – Equação (5.54).....	79

Figura 5-29 - Gráfico de $(p_A/p_S) \times (p_0/p_B)$ para a Condição I – Equação (5.51) ampliado.....	80
Figura 5-30 - Gráfico de $(p_0/p_B) \times (p_A/p_S)$ para a Condição I – Equação (5.53) ampliado.....	80
Figura 5-31 - Gráfico de $(p_0/p_B) \times (p_A/p_S)$ para a Condição II – Equação (5.58).....	82
Figura 5-32 - Gráfico de $(p_0/p_B) \times (p_A/p_S)$ para a Condição II – Equação (5.59).....	82
Figura 5-33 - Gráfico de $(p_A/p_S) \times (p_0/p_B)$ para as Condições I e II, do cilindro assimétrico no avanço.....	85
Figura 5-34 - Gráfico de $(p_0/p_B) \times (p_A/p_S)$ para as Condições I e II, do cilindro assimétrico no avanço.....	85
Figura 5-35 - Relação das razões de pressão nas câmaras dos cilindros pneumáticos assimétricos para diferentes valores da razão de pressão crítica ( $b$ ) no avanço.....	86
Figura 5-36 - Gráfico de $(p_B/p_S) \times (p_0/p_A)$ para a Condição I – Equação (5.72).....	88
Figura 5-37 - Gráfico de $(p_B/p_S) \times (p_0/p_A)$ para a Condição I – Equação (5.73).....	88
Figura 5-38 - Gráfico de $(p_0/p_A) \times (p_B/p_S)$ para a Condição I – Equação (5.74).....	89
Figura 5-39 - Gráfico de $(p_0/p_A) \times (p_B/p_S)$ para a Condição I – Equação (5.75).....	89
Figura 5-40 - Gráfico de $(p_B/p_S) \times (p_0/p_A)$ para a Condição I – Equação (5.72) ampliado.....	89

Figura 5-41 - Gráfico de $(p_0/p_A) \times (p_B/p_S)$ para a Condição I – Equação (5.74) ampliado.....	89
Figura 5-42 - Gráfico de $(p_0/p_A) \times (p_B/p_S)$ para a Condição II – Equação (5.79).....	91
Figura 5-43 - Gráfico de $(p_0/p_A) \times (p_B/p_S)$ para a Condição II – Equação (5.80).....	91
Figura 5-44 - Gráfico de $(p_B/p_S) \times (p_0/p_A)$ para as Condições I e II, do cilindro assimétrico no recuo.....	94
Figura 5-45 - Gráfico de $(p_0/p_A) \times (p_B/p_S)$ para as Condições I e II, do cilindro assimétrico no recuo.....	94
Figura 5-46 - Relação das razões de pressão nas câmaras dos cilindros pneumáticos assimétricos para diferentes valores da razão de pressão crítica ( $b$ ) no recuo.....	95
Figura 5-47 - Relação das razões de pressão nas câmaras dos cilindros pneumáticos, em função da razão de áreas do cilindro assimétrico no avanço, para uma válvula com razão de pressão crítica ( $b$ ) de 0,12.....	98
Figura 5-48 - Relação das razões de pressão nas câmaras dos cilindros pneumáticos, em função da razão de áreas do cilindro assimétrico no recuo, para uma válvula com razão de pressão crítica ( $b$ ) de 0,12.....	98
Figura 5-49 - Relação das razões de pressão nas câmaras dos cilindros pneumáticos, em função da razão de áreas do cilindro assimétrico no avanço, para uma válvula com razão de pressão crítica ( $b$ ) de 0,21.....	99

Figura 5-50 - Relação das razões de pressão nas câmaras dos cilindros pneumáticos, em função da razão de áreas do cilindro assimétrico no recuo, para uma válvula com razão de pressão crítica $(b)$ de 0,21.....	99
Figura 5-51 - Relação das razões de pressão nas câmaras dos cilindros pneumáticos, em função da razão de áreas do cilindro assimétrico no avanço, para uma válvula com razão de pressão crítica $(b)$ de 0,23.....	100
Figura 5-52 - Relação das razões de pressão nas câmaras dos cilindros pneumáticos, em função da razão de áreas do cilindro assimétrico no recuo, para uma válvula com razão de pressão crítica $(b)$ de 0,23.....	100
Figura 5-53 - Relação das razões de pressão nas câmaras dos cilindros pneumáticos, em função da razão de áreas do cilindro assimétrico no avanço, para uma válvula com razão de pressão crítica $(b)$ de 0,26.....	101
Figura 5-54 - Relação das razões de pressão nas câmaras dos cilindros pneumáticos, em função da razão de áreas do cilindro assimétrico no recuo, para uma válvula com razão de pressão crítica $(b)$ de 0,26.....	101
Figura 5-55 - Relação das razões de pressão nas câmaras dos cilindros pneumáticos, em função da razão de áreas do cilindro assimétrico no avanço, para uma válvula com razão de pressão crítica $(b)$ de 0,528.....	102
Figura 5-56 - Relação das razões de pressão nas câmaras dos cilindros pneumáticos, em função da razão de áreas do cilindro assimétrico no recuo,	

para uma válvula com razão de pressão crítica $(b)$ de 0,528.....	102
Figura 6-1 - Ponto de operação de uma atuador pneumático, de válvula de 100NI/min e cilindro simétrico de 125mm, submetido a carregamento de 3000N em avanço.....	110
Figura 6-2 - Posição e velocidade do êmbolo do atuador.....	111
Figura 6-3 - Pressão absoluta nas câmaras do cilindro.....	111
Figura 6-4 - Pontos de operação do atuador pneumático composto por cilindro simétrico no avanço.....	112
Figura 6-5 - Pontos de operação do atuador pneumático composto por cilindro simétrico no recuo.....	112
Figura 6-6 - Razões de pressão para diferentes cursos do cilindro.....	113
Figura 6-7 - Razões de pressão para diferentes cursos do cilindro – ampliado.....	113
Figura 6-8 - Pontos de operação do atuador pneumático composto por cilindro assimétrico no avanço.....	115
Figura 6-9 - Pontos de operação do atuador pneumático composto por cilindro assimétrico no recuo.....	115
Figura A-1 - Conjunto válvula e cilindro simétrico.....	135
Figura A-2 - Conjunto válvula e cilindro assimétrico.....	135
Figura A-3 - Mapa estático do atrito para cilindro pneumático simétrico.....	137
Figura A-4 - Mapa estático do atrito para cilindro pneumático assimétrico.....	137
Figura C-1 - Diagrama de blocos geral representativo do sistema pneumático.....	184
Figura C-2 - Conteúdo do bloco representativo da equação de vazão da válvula na via A.....	185

Figura C-3 - Conteúdo do bloco representativo da equação de vazão da válvula na via B.....	186
Figura C-4 - Conteúdo do bloco representativo da equação da continuidade do cilindro no volume A.....	187
Figura C-5 - Conteúdo do bloco representativo da equação da continuidade do cilindro no volume B.....	188
Figura C-6 - Conteúdo do bloco representativo da equação do movimento.....	189
Figura C-7 - Conteúdo do bloco representativo do modelo de atrito do cilindro.....	190

## LISTA DE TABELAS

Tabela 2-1 - Diâmetro externo normalizado para cilindros pneumáticos, em mm.....	11
Tabela 2-2 - Configurações típicas das válvulas de controle direcional (ISO 1219-1, 2006 e ISO 1219-2, 1995).....	13
Tabela 5-1 - Condições de escoamento na válvula para o movimento de avanço do cilindro.....	52
Tabela 5-2 - Condições de escoamento na válvula para o movimento de recuo do cilindro.....	53
Tabela 5-3 - Relação de áreas dos cilindros mini ISO (ISO 6432, 1985).....	96
Tabela 5-4 - Relação de áreas dos cilindros normalizados (ISO 6431, 1992).....	96
Tabela 5-5 - Parâmetros das sevoválvulas comercialmente disponíveis pela Festo (FESTO, 2007).....	97
Tabela 5-6 - Resumo das equações que determinam as relações das razões das pressões nas câmaras dos cilindros pneumáticos.....	108
Tabela A-1 - Coeficientes dos polinômios do cilindro simétrico.....	137
Tabela A-2 - Coeficientes dos polinômios do cilindro assimétrico.....	138
Tabela A-3 - Velocidades limites para cilindro simétrico.....	138
Tabela A-4 - Velocidades limites para cilindro assimétrico.....	138
Tabela A-5 - Força de atrito estático para cilindro simétrico.....	139
Tabela A-6 - Força de atrito estático para cilindro assimétrico.....	139



## SIMBOLOGIA

### Alfabeto Grego

$\gamma$	Razão dos calores específicos	
$\rho$	Massa específica	[kg/m <sup>3</sup> ]
$\rho_1$	Massa específica na entrada do orifício	[kg/m <sup>3</sup> ]
$\rho_2$	Massa específica na saída do orifício	[kg/m <sup>3</sup> ]
$\rho_A$	Massa específica na câmara A do cilindro	[kg/m <sup>3</sup> ]
$\rho_B$	Massa específica na câmara B do cilindro	[kg/m <sup>3</sup> ]
$\rho_0$	Massa específica nas condições de referência	[kg/m <sup>3</sup> ]

### Alfabeto Latino

$A$	Área de passagem na superfície de controle	[m <sup>2</sup> ]
$A_1$	Área equivalente ao orifício de controle 1	[m <sup>2</sup> ]
$A_2$	Área equivalente ao orifício de controle 2	[m <sup>2</sup> ]
$A_A$	Área do êmbolo A do cilindro	[m <sup>2</sup> ]
$A_B$	Área do êmbolo B do cilindro	[m <sup>2</sup> ]
$A_C$	Área útil do pistão	[m <sup>2</sup> ]
$Ae_1$	Área do orifício de entrada 1	[m <sup>2</sup> ]
$Ae_2$	Área do orifício de entrada 2	[m <sup>2</sup> ]
$As_1$	Área do orifício de saída 1	[m <sup>2</sup> ]
$As_2$	Área do orifício de saída 2	[m <sup>2</sup> ]
$A_h$	Área da seção transversal da haste do cilindro	[m <sup>2</sup> ]
$b$	Razão de pressões crítica – ISO 6358	
$B_e$	Coefficiente de amortecimento equivalente	
$C$	Condutância sônica da válvula – ISO 6358	[m <sup>5</sup> /N s]
$C_p$	Calor específico	[J/kg K]
$d_c$	Diâmetro do cilindro	[m]
$d_h$	Diâmetro da haste do cilindro	[m]
$dx$	Velocidade do cilindro	[m/s]
$F$	Força teórica na haste	[N]

$F_{at}$	Força de atrito do cilindro	[N]
$F_{ext}$	Força externa	[N]
$F_{imp}$	Força de impacto no fim de curso do cilindro	[N]
$F_{sn}$	Força de atrito estática no sentido negativo	[N]
$F_{sp}$	Força de atrito estática no sentido positivo	[N]
$F_{total}$	Força total	[N]
$f_{vi}$	Coefficiente de atrito viscoso variável	
$k_e$	Constante da mola	[N/m]
$L$	Curso do cilindro	[m]
$m$	Massa	[kg]
$m_c$	Massa da carga	[kg]
$M$	Massa inercial	[kg]
$p$	Pressão	[Pa]
$p_1$	Pressão montante	[Pa]
$p_2$	Pressão jusante	[Pa]
$p_A$	Pressão na câmara A do cilindro	[Pa]
$p_B$	Pressão na câmara B do cilindro	[Pa]
$p_0$	Pressão atmosférica	[Pa]
$p_s$	Pressão na linha de suprimento	[Pa]
$qm$	Vazão mássica de um gás através de um orifício	[kg/s]
$qm_1$	Vazão mássica na entrada do volume de controle	[kg/s]
$qm_2$	Vazão mássica na saída do volume de controle	[kg/s]
$qm_A$	Vazão mássica da válvula para a câmara A do cilindro	[kg/s]
$qm_B$	Vazão mássica da válvula para a câmara B do cilindro	[kg/s]
$qme_1$	Vazão mássica que entra no orifício 1	[kg/s]
$qme_2$	Vazão mássica que entra no orifício 2	[kg/s]
$qms_1$	Vazão mássica que sai do orifício 1	[kg/s]
$qms_2$	Vazão mássica que sai do orifício 2	[kg/s]
$R$	Constante universal dos gases	[kg J/K]

$r_A$	Relação de áreas do cilindro	
$T$	Temperatura absoluta medida no volume de controle	[K]
$T_1$	Temperatura do ar a montante	[K]
$T_2$	Temperatura do ar a jusante	[K]
$T_A$	Temperatura do ar na câmara A do cilindro	[K]
$T_B$	Temperatura do ar na câmara B do cilindro	[K]
$T_S$	Temperatura do ar na linha de suprimento	[K]
$T_0$	Temperatura do ar nas condições de referência	[K]
$U^s$	Tensão do transdutor de posição	[V]
$U^v$	Tensão do solenóide da válvula	[V]
$U^z$	Tensão de referência	[V]
$V$	Volume do fluido	[m <sup>3</sup> ]
$v$	Velocidade do fluido	[m/s]
$v_1$	Velocidade do fluido na entrada do orifício de controle	[m/s]
$v_2$	Velocidade do fluido na saída do orifício de controle	[m/s]
$V_A$	Volume na câmara A do cilindro	[m <sup>3</sup> ]
$V_B$	Volume na câmara B do cilindro	[m <sup>3</sup> ]
$V_{A0}$	Volume morto na câmara A do cilindro	[m <sup>3</sup> ]
$V_{B0}$	Volume morto na câmara B do cilindro	[m <sup>3</sup> ]
$x$	Posição do êmbolo	[m]
$\dot{x}$	Velocidade de deslocamento	[m/s]
$\dot{x}_0$	Velocidade de <i>stick</i>	[m/s]
$\dot{x}_i$	Velocidade de deslocamento no instante $i$	[m/s]
$\dot{x}_{\text{lim}}$	Velocidade limite	[m/s]
$\ddot{x}$	Aceleração	[m/s <sup>2</sup> ]
$x^v$	Deslocamento do carretel da válvula	[m]



## RESUMO

Tradicionalmente, o uso da pneumática em aplicações industriais e de automação está centrado em movimentos fixados por paradas mecânicas. Este tipo de atuação tem encontrado grande sucesso nestas aplicações, mas, no entanto, para movimento onde o posicionamento desejado é uma posição fixa qualquer ao longo do curso do cilindro, os sistemas de atuação elétricos ou hidráulicos são geralmente empregados. O atrito e a compressibilidade do ar conduzem a não-linearidades que tornam os sistemas pneumáticos difíceis de controlar em aplicações de posicionamento variável e, com isso, compromete parâmetros de desempenho, tais como tempo de resposta e erro de posicionamento. Contudo, devido ao seu baixo custo relativo, simplicidade e a disponibilidade de ar comprimido na maior parte dos ambientes industriais, os posicionadores pneumáticos têm sido propostos como uma alternativa aos sistemas de posicionamento hidráulicos de baixa potência. Por esta razão, muitos pesquisadores trabalham na melhoria do desempenho dos sistemas pneumáticos. Os fabricantes de componentes pneumáticos vêm, também, promovendo a premissa do alto desempenho. A nova tecnologia dos componentes oferece um maior desempenho, mas se considera, neste trabalho, que a chave do sucesso para os sistemas pneumáticos reside no projeto do sistema. Esta dissertação consiste no estudo inicial para a evolução do dimensionamento dos sistemas pneumáticos. O ponto de partida deste estudo concentra-se na determinação do comportamento das relações das razões de pressão nas câmaras de cilindros pneumáticos de simples e dupla ação, tanto no avanço como no recuo do cilindro. Estas equações determinam as curvas dos pontos de operação do conjunto válvula e cilindro em diferentes situações de carregamento sob condições operacionais de regime permanente. A validação do equacionamento matemático é cumprida, confrontando com os resultados da simulação dinâmica em ambiente MATLAB/Simulink<sup>®</sup>, usando o modelo do sistema com parâmetros de operação.

Palavras chave: projeto de sistemas pneumáticos, dinâmica das pressões, requisitos de projeto, simulação dinâmica.



## ABSTRACT

Traditionally, the use of air in industrial applications and automation focuses on movements set by mechanical stops. This type of activity has found great success in these applications, but, however, to move where the aspired positioning is any fixed position along the cylinder stroke, systems of electric or hydraulic actuation are generally used. The friction and compressibility of the air lead to nonlinearities which make the pneumatic control difficult positioning applications in variable and, therefore, committed performance parameters such as response time and positioning accuracy. However, due to its relatively low cost, simplicity and availability of compressed air in most industrial environments, pneumatic servo systems have been proposed as an alternative to hydraulics servo systems low power. For this reason, many researchers work on improving the performance of pneumatic systems. Manufacturers of pneumatic components are also promoting the premise of high performance. The new component technology provides a higher performance, but it is considered, in this study, that the secret to success for pneumatic systems is the design of the system. This dissertation is in the initial study for the evolution of the design of pneumatic systems. The bottom line of this study has a support in determining the proceeding of the relations of the reasons the pressure in the chambers of cylinders of single and double action, both in advance and the retreat of the cylinder. These equations determine the curves of the points of operation of the valve and cylinder in different situations of loading under operating conditions in steady state. The validation of the mathematical equations is fulfilled, comparing with the results of dynamic simulation using MATLAB/Simulink<sup>®</sup>, using the model system with operation parameters.

**Keywords:** pneumatic system design, dynamic pressures, design requirements, dynamic simulation.



# CAPÍTULO 1

## INTRODUÇÃO

Neste capítulo estão descritos os principais aspectos referentes à motivação para a realização do presente trabalho. Esta descrição engloba também uma breve introdução sobre a utilização de sistemas pneumáticos na indústria. Além disso, são apresentados os objetivos e a organização geral da dissertação.

### 1.1 Por que Pneumática?

Por que os sistemas de atuação pneumáticos são tão populares dentre as demais opções que o mercado oferece tais como os sistemas elétricos, que têm certamente uma resposta muito mais rápida aos sinais de controle, ou os sistemas mecânicos que podem ser mais econômicos, ou ainda os sistemas hidráulicos que podem atingir potências mais elevadas? A resposta encontra-se na combinação das vantagens oferecidas pelos sistemas pneumáticos tais como: não necessitar de linhas de retorno, ao contrário dos sistemas hidráulicos; elevada confiabilidade, principalmente por empregar poucas peças móveis; pouco espaço ocupado; forças, torques e velocidades variáveis, sobre uma escala útil extensa; facilidade no controle discreto e coordenação com outras funções da máquina/sistema; baixo custo; instalação e manutenção simples e a disponibilidade de uma larga escala de tamanhos e de capacidades. Outra vantagem, freqüentemente decisiva em algumas aplicações, é que estes tipos de dispositivos não geram centelhas podendo operar em ambientes classificados como atmosfera explosiva. Podem também ser usados sob condições de alta umidade sem nenhum perigo de choque elétrico. Pode-se, ainda, tirar bons proveitos dos sistemas pneumáticos quando estes são adicionados em máquinas que têm a eletricidade como fonte principal de energia, fornecendo funções suplementares como o acionamento automático (travar, fechar, abrir, etc.) de vários componentes ou dispositivos (GAST MANUFACTURING CORPORATION, 1986).

Em contrapartida, pode-se citar como inconvenientes dos sistemas pneumáticos de atuação a necessidade de um compressor e de

linhas da distribuição, comparado à conveniência da conexão direta dos motores elétricos em um sistema elétrico. Outro aspecto é a perda inevitável de energia ao converter a energia elétrica ou química em energia pneumática, que é usada então para realizar trabalho, que um motor desta natureza poderia realizar diretamente, evitando esta perda. E, naturalmente, os dispositivos pneumáticos não podem exercer a força e o torque como os dispositivos hidráulicos. Por isso, na maioria das aplicações práticas, se faz necessário uma avaliação da potência requerida pelo sistema, para se ponderar a relação entre o tamanho e o custo dos dispositivos pneumáticos com o custo básico de um sistema de geração e transmissão de potência hidráulica.

Em resumo, os sistemas elétricos, mecânicos, hidráulicos e pneumáticos têm, cada qual, suas aplicações mais adequadas. Assim como as demais tecnologias, as vantagens dos sistemas pneumáticos fazem com que estes sejam escolhidos em muitas aplicações.

Dentre os setores que aplicam a pneumática de forma intensiva para a automação, têm destaque (BOLLMANN, 1997):

- ✓ Setor de embalagem de produtos;
- ✓ Indústria de processamento de alimentos;
- ✓ Setor agrícola e agropecuário;
- ✓ Exploração mineral;
- ✓ Indústria química e petroquímica;
- ✓ Indústria de polímeros, com destaque para a termoformagem por sopro, onde o ar comprimido exerce a função de ferramenta de trabalho;
- ✓ Indústria metalúrgica;
- ✓ Setores de moveis e madeiras, papel, têxtil, couro, construção civil e trans-porte.

Além disso, graças às novas pesquisas e a disponibilidade de componentes inovadores, a pneumática prepara-se para abrir novos caminhos, passando a novos setores e aplicações. Avanços importantes são esperados nos seguintes setores (BELFORTE, 2000):

- ✓ Robótica;
- ✓ Manipulação pneumática;
- ✓ Ambientes perigosos;
- ✓ Veículos (automóveis, trens, navios);
- ✓ Agricultura;
- ✓ Têxtil;

- ✓ Sistemas de alta velocidade (rotativo e linear);
- ✓ Medição de vazão;
- ✓ Bioengenharia.

Em Moore e Pu (1996), Nouri *et al.* (2000), , Backé (2000), Stecki (2000), Stoll (2001) e Wang *et al* (2001) são encontradas informações sobre o desenvolvimento de novos componentes para sistemas hidráulicos e pneumáticos e sobre os desafios e perspectivas para o futuro das suas aplicações. Aplicações de atuadores pneumáticos em robôs para manipulação na agricultura são encontradas em Araki *et al* (1998), Takaiwa e Norisugu (1999) e em Yi *et al* (2000). Os atuadores pneumáticos são também utilizados em vários outros problemas de posicionamento como, por exemplo, no controle de posição em máquinas pesadas encontrada em Wang e Kim (2001) e Shih e Lu (1993).

Pneumática é, portanto, uma tecnologia vigorosa e crescente, devido à afluência continuada de componentes inovadores e a um forte foco em novas aplicações, onde existem perspectivas promissoras para abertura de novas áreas de desenvolvimento.

## 1.2 Pneumática Atual

Apesar de suas consideráveis vantagens e do seu consolidado emprego em diversas aplicações, a pneumática é mais comum para situações de posicionamento ponto-a-ponto, onde o movimento está centrado em duas posições e é, normalmente, fixado por paradas mecânicas, as quais são chamadas de aplicações do tipo *pick and place*, usando simples válvulas *on-off* de controle direcional, válvulas com dois possíveis estados, ou totalmente aberta ou totalmente fechada. Contudo, a introdução de válvulas proporcionais no fim da década de 1980 renovou o interesse em ampliar o potencial dos sistemas pneumáticos.

A introdução de cilindros de baixo atrito também impulsionou maior interesse. Vários pesquisadores trabalharam para melhorar o desempenho dos sistemas pneumáticos de posicionamento utilizando esta “nova” tecnologia, por exemplo Pu *et al* (1992) e Surgenor *et al* (1995). Porém estas investigações concentram-se principalmente na modelagem, caracterização e análise usando técnicas computacionais para simular alguns destes componentes disponíveis no mercado. Da mesma forma, uma grande parte dos estudos estão centrados na

modelagem e projeto de estratégias de controle através do qual se procura alcançar o posicionamento de alta precisão, como no controle da força do elemento atuador.

O uso da pneumática em sistemas de posicionamento é comum em diversos sistemas automáticos tais como: acionamentos de robôs industriais (ANDRIGHETTO *et al.*, 2005), manipulação e movimentação de material, máquinas industriais alimentícias, linhas de montagem e pequenas máquinas e sistemas automáticos utilizados em diferentes processos da manufatura (VIRVALO, 1995).

Para aplicações de pequeno e médio porte (até 1kW), dispositivos pneumáticos possuem melhor relação custo-benefício quando comparados a dispositivos elétricos e hidráulicos (HARRISON *et al.*, 1987). Visando à diminuição de custos, trabalhos vêm sendo desenvolvidos para aumentar a eficiência dos sistemas pneumáticos, principalmente através da diminuição do desperdício de ar comprimido. Este ar, após passar pelo circuito pneumático, geralmente é jogado para atmosfera. A reutilização do ar comprimido é pauta de trabalhos como Bachmann e Surgenor (1997) e Arinaga *et al.* (2000) que visam o reaproveitamento do ar de exaustão para realimentar a planta.

Em contraste com as vantagens descritas acima, encontra-se presente em sistemas pneumáticos de posicionamento um comportamento oscilatório proveniente do atrito nos atuadores e da compressibilidade do ar (ANDRIGHETTO *et al.*, 2005). Este comportamento é crítico principalmente em baixas velocidades de deslocamento (GUOLIANG e XUANYIN, 2003).

Devido a estes problemas, oriundos da compressibilidade do ar e do atrito, a maior dificuldade de desenvolver aplicações precisas utilizando esta tecnologia está no seu controle. Sistemas pneumáticos geralmente necessitam de bons modelos matemáticos que representem as não-linearidades inerentes ao sistema (BOBROW e McDONELL, 1998). Pesquisas sobre a compensação do atrito em atuadores pneumáticos já vem sendo desenvolvidas, como em Perondi (2002).

A evolução tecnológica, principalmente na eletrônica e no ramo de *software*, tem proporcionado recursos computacionais para o desenvolvimento de algoritmos mais complexos, sendo uma tendência do mercado de investir mais em soluções em *software* frente ao *hardware* (SUN MICROSYSTEMS, 2004).

Pesquisadores da área (PERONDI, 2002; RAJENDRAN e BOLTON, 2003), também propõem como solução para superar as

dificuldades encontradas no emprego dos sistemas pneumáticos de posicionamento, o desenvolvimento de algoritmos de controle. Estes algoritmos, que estão a cada dia mais sofisticados e complexos, necessitam de sistemas de controle digital com maior flexibilidade e poder de processamento matemático. Trabalhos anteriores, como Vieira (1998), demonstram a necessidade da utilização de frequências de controle maiores que 1kHz devido à rápida resposta dos sistemas pneumáticos.

Soluções comerciais utilizadas para o sistema de controle de posicionamento pneumático (PERONDI, 2002; VIEIRA, 1998; ANDRIGHETTO *et al.*, 2005) têm um alto custo que compromete a expansão das aplicações dos sistemas pneumáticos de posicionamento na indústria em problemas de precisão.

Embora componentes tecnologicamente novos ofereçam desempenho potencial maior e que as pesquisas em controle dos sistemas pneumáticos de posicionamento venham crescendo gradativamente, se percebe que a chave do sucesso dos sistemas pneumáticos de posicionamento encontra-se numa abordagem mais criteriosa da metodologia de projeto. Isso se dará à medida que se domine o comportamento e funcionamento dos sistemas pneumáticos de maneira mais minuciosa, visto que o adequado desempenho do sistema é fortemente dependente da validade de cada parâmetro das condições de operação do sistema: cilindro – pressões nas câmaras ( $p_A$  e  $p_B$ ), comportamento do atrito, carregamento; válvula – razão de pressão crítica ( $b$ ), condutância da válvula ( $C$ ), pressão à montante e à jusante.

### 1.3 Motivação, Objetivo e Contribuições

Diversos tipos de algoritmos de controle vêm sendo aplicados em sistemas pneumáticos de posicionamento. Muitos institutos em todo o mundo têm feito investigações sobre as aplicações do controle de posição a esses sistemas. Há, também, algumas empresas que oferecem soluções comerciais em sistemas pneumáticos de controle de posição. Porém, poucas informações têm sido publicadas sobre a influência do tamanho da válvula e do cilindro na concepção e desempenho destes sistemas, e pequeno é o entendimento acerca do comportamento e estimativa de alguns parâmetros que influenciam diretamente o comportamento dinâmico.

O trabalho documentado nesta dissertação, que tem por motivação o crescente interesse na utilização de sistemas pneumáticos em aplicações de posicionamento, objetiva investigar os dois principais aspectos do projeto de sistemas pneumáticos, ou seja, o dimensionamento da válvula e do cilindro, bem como, relatar informações sobre a influência dos parâmetros de projeto, não-linearidades e parâmetros de trabalho necessários para o dimensionamento e comportamento do sistema em diferentes aplicações.

O objetivo específico do presente projeto concentra-se em determinar o comportamento das relações das razões de pressão nas câmaras dos cilindros pneumáticos de simples e dupla ação, tanto no avanço como no recuo. Estas equações determinaram as curvas dos pontos de operação do conjunto válvula-cilindro em diferentes situações de carregamento sob condições operacionais em regime permanente.

Com os resultados obtidos neste trabalho pretendesse ter um melhor entendimento global do comportamento dos sistemas pneumáticos e almejasse o desenvolvimento de uma nova concepção e uma metodologia de dimensionamento de sistemas pneumáticos. Com um método de seleção de seus componentes, os sistemas pneumáticos de posicionamento estarão em melhores condições para competir com os sistemas elétricos e hidráulicos. Além disto, será possível, auxiliar os projetistas e usuários de sistemas pneumáticos de posicionamento que necessitem de um modelo satisfatório e simples, que seja também bastante preciso.

#### **1.4 Organização da Dissertação**

O trabalho é composto de sete capítulos, os quais apresentam o seguinte conteúdo:

Capítulo 1 - Descreve o tema de trabalho, seu objetivo, justificativa e a organização;

Capítulo 2 - Contém uma revisão da literatura sobre os sistemas pneumáticos;

Capítulo 3 – Traz uma visão panorâmica dos principais métodos de projeto de sistemas pneumáticos, suas características e o modo de obtenção de cada parâmetro do sistema de atuação (válvula/cilindro);

Capítulo 4 - Apresenta o modelo matemático para sistemas pneumáticos, considerações e simplificações;

Capítulo 5 - Expõe a metodologia de determinação das relações das razões de pressão nas câmaras dos cilindros pneumáticos;

Capítulo 6 – Analisa e confronta as curvas das relações das razões de pressão nas câmaras dos cilindros pneumáticos obtidas pelo equacionamento matemático com os resultados da simulação dinâmica em ambiente MATLAB/Simulink<sup>®</sup>;

Capítulo 7 - Apresenta um resumo dos resultados descritos nos capítulos anteriores, como também as recomendações relativas a trabalhos futuros.



## CAPÍTULO 2

### SISTEMAS PNEUMÁTICOS

Neste capítulo é apresentada uma revisão bibliográfica sobre sistemas pneumáticos, sua definição, atuação, elementos que o compõe, bem como os principais parâmetros que influenciam no projeto deste tipo de sistema nas diferentes aplicações.

#### 2.1 Introdução

Os sistemas pneumáticos utilizam a energia do ar comprimido. Por estar fundamentada em conceitos da física, da química e da matemática, pode-se sintetizar a pneumática como a ciência que estuda a utilização do ar atmosférico como fonte de energia, cabendo aos equipamentos pneumáticos e outros artefatos a transformação desta energia em trabalho. A pneumática abrange também o estudo sistemático da utilização do ar comprimido na tecnologia de acionamento, comando e controle de sistemas automáticos. Esses sistemas têm sido tradicionalmente empregados tanto em aplicações não industriais, como em instrumentos odontológicos e cirúrgicos, como em muitas aplicações industriais onde o movimento está centrado em duas posições e é normalmente fixado por paradas mecânicas. Com o avanço tecnológico, os sistemas pneumáticos são cogitados para aplicações industriais que envolvem o controle de posição (BACHMANN, 1997).

Tipicamente, uma vez que o meio de trabalho é o ar comprimido, um compressor é utilizado para fornecer ao reservatório o ar comprimido com a pressão de trabalho requerida. Uma válvula de alívio é incluída para limitar a pressão de operação a um valor máximo. Um filtro de ar é introduzido a jusante para coletar as impurezas do ar que contaminariam a válvula e o cilindro. Outro componente, ainda acoplado a jusante, é o regulador de pressão, que controla a pressão do reservatório e diminuir as oscilações causadas pelo compressor. Uma vez filtrado e regulado, o ar comprimido está pronto para ser utilizado como fluido de trabalho, alimentando o sistema e escoando nas válvulas direcionais pneumáticas.

A Figura 2-1 (ADI, 2008), apresenta os componentes necessários para operar um sistema pneumático básico com sucesso, seus respectivos componentes são: 1 compressor, 2 motor elétrico, 3 pressostato, 4 válvula de retenção, 5 reservatório, 6 manômetro, 7 purgador automático, 8 válvula de segurança, 9 secador de ar refrigerado, 10 filtro de linha; 1 retirada do condensado, 2 purgador automático, 3 unidade de tratamento do ar, 4 válvula direcional, 5 atuador, 6 controladores de velocidade.

Este sistema pneumático básico consiste de duas seções principais:

- ✓ Sistema de produção e distribuição de ar;
- ✓ Sistema de consumo de ar ou sistema pneumático propriamente dito.

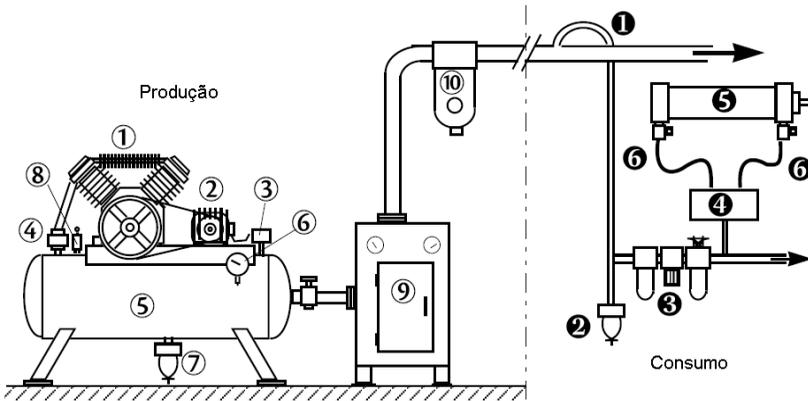


Figura 2-1 - Configuração típica de um sistema pneumático (ADI, 2008).

Os sistemas pneumáticos compreendem basicamente os seguintes subsistemas: atuador e válvula para sistemas *on/off* e atuador, servoválvula e transdutor de posição para sistemas de controle de posição.

### 2.1.1 Atuador Pneumático

É um elemento que, por meio de movimentos lineares ou rotativos, transforma a energia cinética gerada pelo ar pressurizado e

comprimido em energia mecânica, produzindo trabalho (FIALHO, 2003).

O atuador mais utilizado é o cilindro pneumático, que converte força fluida em mecânica, proporcionando um movimento em linha reta, suave e controlável (DRAPINSK, 1977). Um cilindro pneumático típico é apresentado em corte na Figura 2-2.

De maneira geral, os atuadores pneumáticos podem ser classificados em três grupos:

- ✓ Os que produzem movimentos lineares, representados pelos cilindros pneumáticos;
- ✓ Os que produzem movimentos rotativos, que utilizam o momento torçor contínuo, como motores rotativos pneumáticos;
- ✓ Os que produzem movimentos oscilantes, que utilizam os movimentos rotativos e lineares para a execução das tarefas, como, por exemplo, os osciladores.

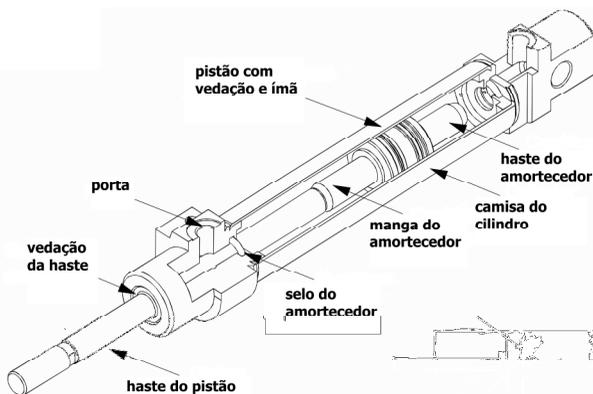


Figura 2-2 - Cilindro de simples ação em corte (BEATER, 2007).

Os cilindros lineares apresentam os seguintes diâmetros, em mm, normalizados conforme recomendação da ISO 6431/6432:

Tabela 2-1 - Diâmetro externo normalizado para cilindros pneumáticos, em mm.

8	10	12	16	20	25	32	40	50
63	80	100	125	140	160	200	250	320

Atuadores lineares pneumáticos possuem grande variedade de forma, tamanho e capacidade de carga. Quanto ao tipo de acionamento, existem dois tipos principais de configuração de atuadores lineares: cilindros de simples ação e cilindros de dupla ação. Os cilindros de simples ação, como os utilizando em Araki e Yin (1998), são conectados por uma única tubulação à válvula reguladora que controla a força unidirecional de atuação no êmbolo. A força contrária à atuação pneumática é geralmente realizada por um sistema de retorno por molas, podendo ser por gravidade também. Os cilindros de dupla ação são conectados a uma válvula direcional por meio de duas tubulações, uma de cada lado, que comandam a diferença de pressão no êmbolo, movimentando-o.

Os cilindros de dupla ação podem ainda ter as seguintes configurações:

- Cilindro de dupla ação com e sem haste passante;
- Cilindro duplex geminado/múltiplas posições;
- Cilindro de impacto;
- Cilindro duplex contínuo.

### 2.1.2 Válvulas Direcionais

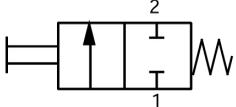
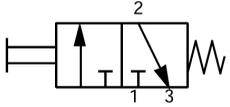
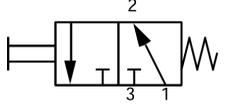
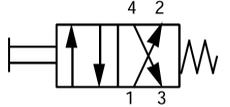
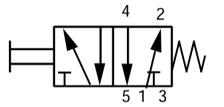
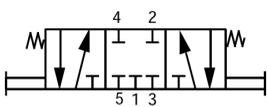
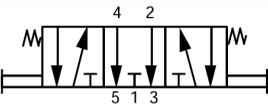
As válvulas de controle direcional são usadas principalmente para controlar a direção do escoamento entre os componentes de um circuito pneumático. Devido à resistência interna, as válvulas também estrangulam a passagem do ar, um efeito que normalmente não é bem vindo.

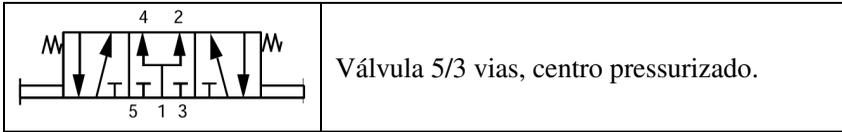
Existem vários modos de diferenciar as válvulas de controle direcional:

- ✓ Número de vias;
- ✓ Número de posições ou estados estáveis internos possíveis;
- ✓ Projeto interno, por exemplo, carretel;
- ✓ Tipo de acionamento, por exemplo, elétrico, pneumático ou manual.

As válvulas de controle direcionais são caracterizadas freqüentemente através de dois números: o número de vias seguido pelo número de posições (estados). São apresentadas algumas configurações típicas das válvulas de controle direcional e sua respectiva simbologia ISO (ISO 1219-1, 2006 e ISO 1219-2, 1995) na Tabela 2-2.

Tabela 2-2 - Configurações típicas das válvulas de controle direcional (ISO 1219-1, 2006 e ISO 1219-2, 1995).

Simbologia	Nome/Descrição
	<p>Válvula 2/2 vias, <i>on/off</i>, sem exaustão.</p>
	<p>Válvula 3/2 vias, normalmente fechada (NC), pressurização e exaustão pela câmara A do cilindro.</p>
	<p>Válvula 3/2 vias, normalmente aberta (NO), pressurização e exaustão pela câmara A do cilindro.</p>
	<p>Válvula 4/2 vias, comutável entre o lado A e B da câmara do cilindro com exaustão comum.</p>
	<p>Válvula 5/2 vias, comutável entre o lado A e B da câmara do cilindro com exaustão separada.</p>
	<p>Válvula 5/3 vias, centro fechado. Como a válvula 5/2 vias, mas com a posição intermediária totalmente desconectada.</p>
	<p>Válvula 5/3 vias, centro aberto. Como a válvula 5/2, mas com a saída da exaustão na posição intermediária.</p>



### 2.1.3 Servoválvula

A servoválvula é uma válvula que converte um sinal externo de controle analógico, de natureza elétrica, corrente ou tensão, e fornece uma saída analógica correspondente em energia fluídica, hidráulica ou pneumática.

As principais características das servoválvulas são: baixo consumo elétrico, baixos vazamentos, sem consumo de ar adicional para controle dos sistemas, insensível a contaminação e desempenho constante, mesmo com flutuações na rede de ar comprimido.

Na Figura 2-3 é apresentada a simbologia da servoválvula. Note o sensor e o controlador para a posição do carretel e as linhas adicionais abaixo e acima dos quadrados, estas linhas indicam que a posição do carretel é continuamente ajustável.

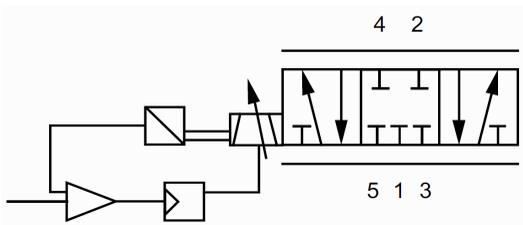


Figura 2-3 - Simbologia da servoválvula.

As servoválvulas pneumáticas podem ser classificadas, da seguinte forma:

- ✓ Válvulas de controle de vazão;
- ✓ Válvulas de controle de pressão.

A válvula de controle direcional proporcional mostrada em corte na Figura 2-4 (BEATER, 2007), possui um sistema de controle da direção da vazão baseado em carretel deslizante (*spool*). Segundo Pinches e Callear (1996) este é o tipo mais comum de válvula utilizada

em posicionadores pneumáticos para a transmissão de potência para o atuador. Estas válvulas são classificadas pelo número de ressaltos de bloqueio do carretel deslizante e pelo número de vias de passagem da vazão.

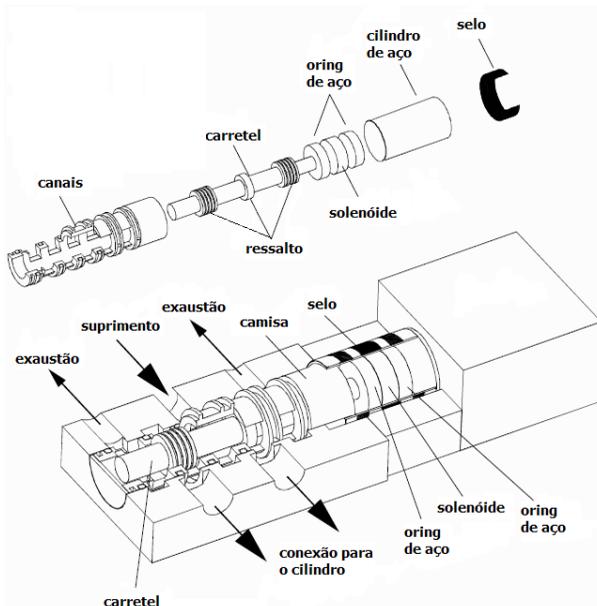


Figura 2-4 - Válvula de controle direcional proporcional em corte (BEATER, 2007).

Todas as válvulas direcionais necessitam de uma linha de suprimento, um retorno e, ao menos, uma linha para a carga. Assim, se o controle nas duas direções é necessário, as válvulas direcionais são sempre de 3 ou 4 vias. Devido às suas características construtivas, as válvulas de 3 vias são geralmente utilizadas para equilibrar as forças em sistemas com cilindros de haste simples (não passante).

Válvulas mais simples podem apresentar carretel com apenas um único ressalto de bloqueio. Normalmente, o número de ressaltos de bloqueio de uma válvula é 3 ou 4. Se a largura do ressalto de bloqueio é menor que a da abertura radial de passagem do fluido, a válvula é denominada de centro aberto (*underlapped*). Uma válvula de centro crítico (*zero lapped*) possui ressalto de bloqueio com largura próxima à largura de passagem. As válvulas de centro fechado ou com

sobreposição (*overlapped*) possuem carretel com ressalto de bloqueio maior que a largura de abertura radial quando a válvula está em posição neutra.

A Figura 2-5 (adaptada de MERRITT, 1967) apresenta, para cada tipo de centro (aberto, crítico ou fechado), as variações típicas da vazão volumétrica, através de uma válvula direcional em função do deslocamento do carretel de controle na região próxima à sua posição neutra (central).

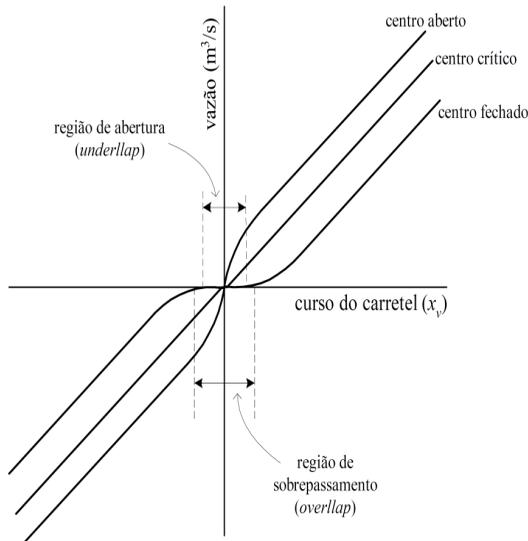


Figura 2-5 - Curvas típicas dos ganhos de pressão para os diferentes tipos de centro (MERRITT, 1967).

Existem duas configurações geralmente utilizadas para as servoválvulas nos sistemas pneumáticos de posicionamento. A primeira, menos utilizada, consiste na disposição de uma servoválvula reguladora para cada câmara do atuador. Isto implica na possibilidade de existência de um sinal de controle para cada servoválvula, como encontrado em Cruz (2003) e Lin *et al.* (1996), adicionando, assim, maior complexidade ao sistema de controle. A segunda configuração é mais comum e consiste no uso de uma servoválvula direcional que permite o controle da direção da vazão diretamente por um único sinal de controle, como encontrado em Perondi (2002), Vieira (1998), Pu *et al.* (1997), Virvalo (1995), entre outros. Segundo as especificações técnicas de

servoválvulas direcionais, esta é a mais indicada para casos de controle de posição (FESTO, 2007).

#### 2.1.4 Transdutor de Posição

Geralmente, quando uma medida é de natureza não elétrica e se faz necessária a conversão desta em um sinal elétrico, o dispositivo responsável por esta conversão é chamado de transdutor.

Um transdutor é utilizado não apenas para detectar uma medida, mas também para dar uma resposta de natureza elétrica correspondente a variável sob teste. Portanto, há transdutores que convertem sinais correspondentes à pressão, deslocamento, força, temperatura, etc, em sinais elétricos análogos às variáveis de estado (SILVA, 2000).

## 2.2 Sistemas de Atuação Discretos (on-off)

A maioria das aplicações de posicionamento com sistemas pneumáticos é realizada com sistemas de malha aberta, onde existem duas posições extremas da haste do cilindro.

A Figura 2-6 mostra uma configuração pneumática típica utilizando válvula direcional que controla a vazão de ar proveniente do suprimento para a câmara do cilindro, apresenta também os diferentes componentes da válvula e o cilindro em conjunto, com as respectivas simbologias a serem utilizadas nesta dissertação. A posição do carretel controla a abertura da válvula permitindo que o ar flua para cada câmara do cilindro  $A$  ou  $B$ . O ar é fornecido ao sistema a uma pressão de suprimento,  $p_s$ , que passa através dos orifícios de áreas  $Ae_1$  e  $Ae_2$  da válvula e sai para a atmosfera à pressão  $p_0$  através dos orifícios de áreas  $As_1$  e  $As_2$  da válvula, segundo a ação de controle  $U^v$  aplicada na válvula; fazendo com que o cilindro modifique as pressões  $p_A$  e  $p_B$  em suas respectivas câmaras que, segundo a posição  $x$  do êmbolo, teria os volumes  $V_A$  e  $V_B$ . Estas pressões atuam sobre as áreas  $A_A$  e  $A_B$  do êmbolo do cilindro, resultando numa força que modifica a posição inicial da massa  $M$ , que está submetida a uma força externa  $F_{ext}$ . Nas câmaras do cilindro temos, ainda, os volumes  $V_{A0}$  e  $V_{B0}$  que representam os volumes mínimos que permanecem em cada câmara

quando o êmbolo do cilindro está totalmente recuado em relação a cada uma delas, ou seja, é o volume morto. A válvula ilustrada têm 5 vias e permite 3 opções de posicionamento. Assim, esta se refere a uma válvula direcional 5/3 vias. Dependendo da posição do carretel da válvula, o pistão pode ser estendido ou retraído (Figura 2-7e Figura 2-8, respectivamente).

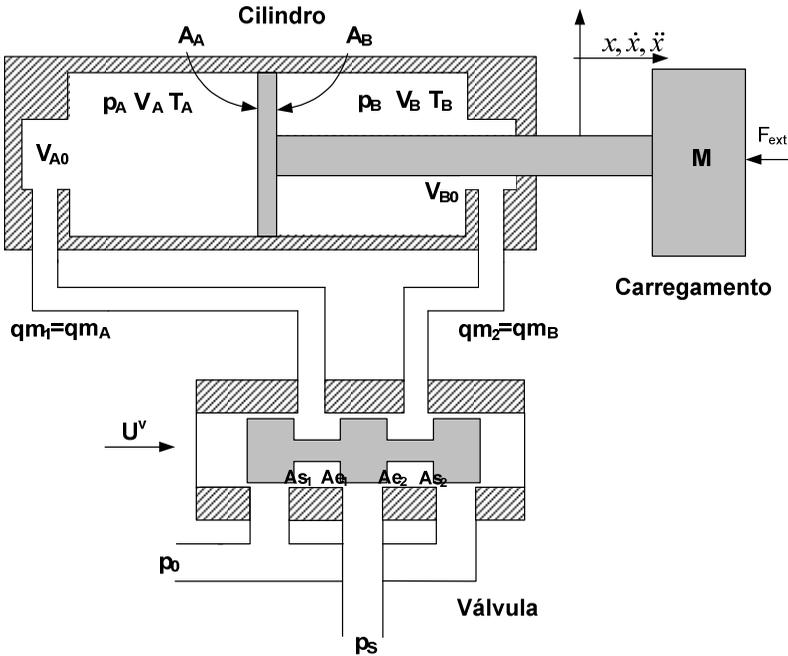


Figura 2-6 - Cilindro controlado por uma válvula 5/3 vias.

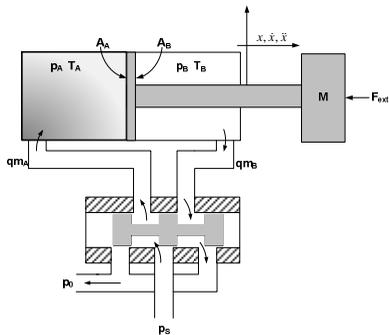


Figura 2-7 – Cilindro em movimento de avanço.

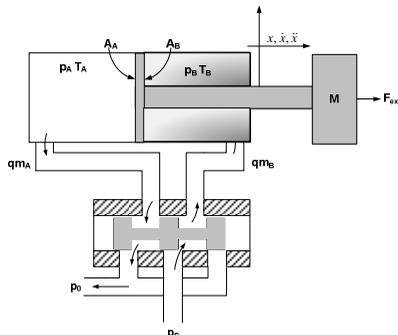


Figura 2-8 – Cilindro em movimento de recuo.

### 2.3 Sistemas de Atuação Contínuos: Posicionadores Pneumáticos

Os sistemas que possibilitam posicionar uma carga mecânica em uma dada localização, definida por uma coordenada  $(x, y, z)$ , são chamados de sistemas de posicionamento. Esta localização pode ser fixa ou variável no tempo, ou seja, uma função do tipo  $(x(t), y(t), z(t))$ , e nestes casos os sistemas de posicionamento são, algumas vezes, chamados de seguidores (PERONDI e GUNTHER, 2001). Um componente importante do sistema é o elemento que aplica a força sobre a carga mecânica para levá-la até a posição desejada. Este elemento é chamado de motor ou atuador e pode ser elétrico, hidráulico ou pneumático. Discussões sobre as características e aplicações de cada um desses atuadores podem ser encontradas em Martin (1995), Bollmann (1997) e também em Scavarda e Sesmat (1998).

Busca-se superar os problemas inerentes aos sistemas pneumáticos de posicionamento empregando técnicas de controle adequadas. Antigamente, grande parte dos controladores para estes sistemas era baseada em um modelo linear cuja função de transferência era obtida pela linearização da dinâmica da vazão mássica do ar na posição central do cilindro atuador. Os controladores baseados neste modelo eram relativamente limitados, com o ganho fixo e faixa restrita de aplicação. Pesquisadores da área, no que se refere aos controladores convencionais, têm apresentado, nos últimos anos, estratégias práticas para o controle de atuadores pneumáticos baseado em um controlador PID (Proporcional-Integral-Derivativo), combinado com a compensação de não-linearidades.

2.3.1 Características dos Sistemas Pneumáticos de Posicionamento

Apresentam-se aqui as características dos sistemas com acionamento pneumático, doravante, denominado posicionadores pneumáticos. Os elementos principais de um posicionador pneumático translacional estão esquematizados na Figura 2-9 (MENDOZA, 2006). O sistema consiste, basicamente, de uma servoválvula direcional que controla a vazão de ar na direção do cilindro e de um cilindro de dupla ação, cujo êmbolo é conectado a uma carga inercial ( $M$ ) que se deseja posicionar, e sobre a qual atuam as forças externas e de atrito.

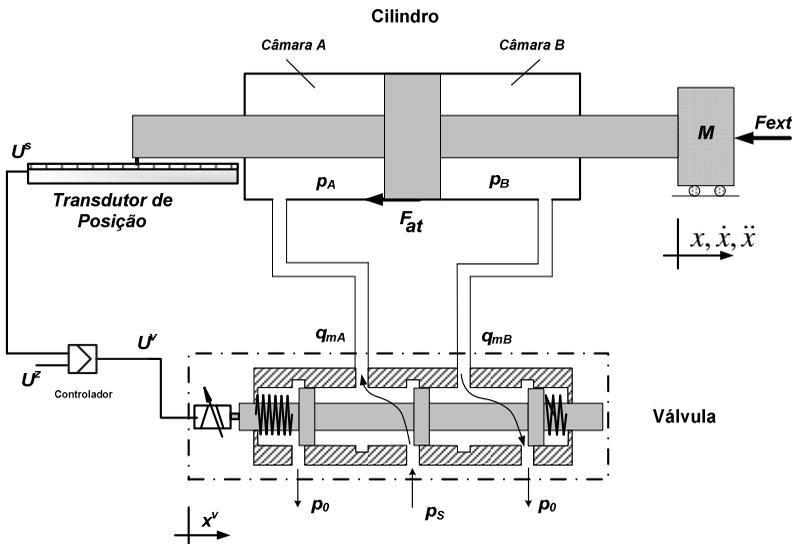


Figura 2-9 - Posicionador pneumático (MENDOZA, 2006).

A servoválvula é utilizada para direcionar o escoamento de ar sob pressão. Por exemplo, deslocando o carretel da servoválvula  $x^v$  para a direita, a câmara  $A$  é conectada com o reservatório e a câmara  $B$  é conectada com a atmosfera. Como a pressão de suprimento ( $p_s$ ) é maior de que  $p_A$ , surge uma vazão mássica de ar da válvula para a câmara  $A$  ( $q_{mA}$ ). Simultaneamente, como a pressão na câmara  $B$

( $p_B$ ) é maior de que a pressão atmosférica ( $p_0$ ) surge, então, uma vazão mássica de ar na câmara  $B$  para a atmosfera ( $qm_B$ ). Com isso, a pressão na câmara  $A$  aumenta e a pressão na câmara  $B$  diminui. A diferença de pressão gera a força que provoca o deslocamento da carga.

O deslocamento do carretel da válvula ( $x^v$ ) é, muitas vezes, provocado por uma tensão ( $U^v$ ) aplicada a um solenóide. Desta forma, a dinâmica deste sistema tem como entrada a tensão  $U^v$  e como saída o deslocamento  $x$  do êmbolo do cilindro (ou da massa  $M$  acoplada). Esta dinâmica compreende:

- ✓ A relação entre a tensão aplicada  $U^v$  (entrada) e o deslocamento  $x^v$  do carretel (dinâmica da válvula);
- ✓ As relações entre as aberturas na válvula (ocasionadas pelo deslocamento do carretel) e as vazões mássicas de ar através da válvula;
- ✓ As relações entre as vazões mássicas nas câmaras do cilindro e as pressões que elas provocam;
- ✓ A relação entre a diferença de pressões e o deslocamento do êmbolo  $x$  (saída).



## CAPÍTULO 3

### PROJETO DE SISTEMAS PNEUMÁTICOS

Neste capítulo é apresentada uma revisão bibliográfica dos métodos de projeto para o conjunto válvula-cilindro de atuadores pneumáticos empregados em aplicações do tipo *pick and place*, bem como o dimensionamento destes componentes para controle de posição.

#### 3.1 Introdução

Em processos de fabricação industrial é comum encontrar aplicações onde são necessários deslocamentos de peças em linhas de montagem ou entre estações de trabalho. Em alguns casos, estes deslocamentos são realizados por robôs, para que trajetórias mais complexas possam ser executadas, como nas aplicações de soldagem robotizada das indústrias automobilísticas.

Tradicionalmente, o uso da pneumática em aplicações industriais e de automação está centrado em movimentos fixados por paradas mecânicas. Este tipo de atuação tem encontrado grande sucesso nestas aplicações, no entanto, para movimento onde o posicionamento desejado é uma posição fixa qualquer ao longo do curso do cilindro, os sistemas de atuação elétricos ou hidráulicos são geralmente empregados.

Por muitos anos, os sistemas pneumáticos foram subestimados no universo do controle. Isto se deu, em parte, devido ao fato que um número grande de engenheiros não estavam familiarizados com a teoria dos sistemas pneumáticos. Sempre que o tópico de pneumáticas era exposto, a maioria dos engenheiros tendia a associar pneumática com garras e ação do tipo *on/off*. Muitos desconhecem a tecnologia dos sistemas pneumáticos de posicionamento que chegou ao mercado na década de 1980 e que logo depois, na década de 1990, começou a ganhar popularidade pelo seu desempenho semelhante aos sistemas elétricos e hidráulicos.

Tradicionalmente, a concepção de um sistema de automação pneumática era baseada, principalmente, na experiência do engenheiro projetista. Ou os componentes eram selecionados com base na regra onde os cilindros, válvulas e tubulações deveriam ter o mesmo diâmetro

das conexões. Este método, muitas vezes, resultava em superdimensionamento do sistema e, por vezes, no subdimensionamento (ZHOU, 2001).

Superdimensionar um sistema pneumático resultada em grandes componentes, aumento dos custos e consumo de ar. Com subdimensionamento, o tempo de posicionamento do cilindro será muito longo.

Embora existam muitos livros sobre pneumática, apenas pouco destes tratam do projeto do circuito e dimensionamento dos componentes pneumáticos. No fim da década de 1970 houve vários relatos sobre o projeto e análise de sistemas pneumáticos. Alguns deles deram origem à monogramas em que se calculava o curso, a velocidade do pistão ou o consumo de ar (ANDERSEN, 1967; HENNINGSON, 1975; JEBAR *et al.*, 1978; HENNIG, 1979). No entanto, o grande número de suposições e simplificações requeridas os tornou obsoletos na era dos potentes sistemas de simulação digital.

Existem diversos estudos na área de posicionamento pneumático, contudo uma grande parte deles apresenta seu enfoque em controle e são poucos os estudos sobre o dimensionamento, influência e características dos componentes, válvula e cilindro, conforme será visto ao longo deste texto.

Normalmente, têm-se as especificações de desempenho de uma aplicação, por exemplo, erro de posicionamento permitido, comprimento do curso, o tempo do curso, as exigências dinâmica (o mesmo comportamento ao longo curso inteiro, normalmente sem sobrepasso, sem oscilações), a carga inercial e suas variações. Em seguida, o acionamento pneumático e o controlador necessários são projetados de acordo com essas especificações (VIRVALO, 2007).

Exaustivos testes de simulação podem ajudar a dimensionar os sistemas pneumáticos para um melhor projeto com componentes de menores dimensões e pressão ideal, diminuindo custos e otimizando o projeto.

Os fabricantes de componentes pneumáticos vêm também promovendo a premissa do alto desempenho, com o desenvolvimento de novas técnicas de instrumentação e de componentes pneumáticos de precisão, tais como sensores digitais, servoválvula de alto desempenho, novos cilindros e tipos de vedações, aumentando significativamente a capacidade dos posicionadores pneumáticos em competir com os elétricos e hidráulicos em custo e desempenho (MOORE e PU, 1996)

Esta nova tecnologia dos componentes oferece um maior desempenho, mas se considera, neste trabalho, que a chave do sucesso para os sistemas pneumáticos reside no projeto do sistema.

### 3.2 Dimensionamento dos Sistemas Pneumáticos

O projeto de sistemas pneumáticos envolve diversas etapas, dentre elas, a seleção e a análise adequadas dos componentes são de suma importância, pois é nessa fase em que as necessidades iniciais são materializadas, permitindo a constatação das limitações atribuídas ao projeto (DE NEGRI, 2001a).

Dimensionar válvula e cilindro é um passo crítico no processo de projeto. Em pneumática, como em elétrica ou hidráulica, as saídas que interessam para a maioria das aplicações de posicionamento são força e velocidade. Enquanto o tamanho do cilindro determina a força útil disponível na haste do pistão do cilindro, a vazão da válvula por outro lado, limita a velocidade à qual o pistão pode se mover.

Muitos podem ser os métodos de projeto existentes para dimensionamento de sistemas pneumáticos, mas uma só é a metodologia, até hoje, conhecida e empregada pelos diversos fabricantes e projetistas da área. Na sua maioria, os circuitos são projetados levando em consideração apenas condições estáticas de projeto, visto que os sistemas pneumáticos apresentam diversas não-linearidades, tais como, histerese resultante da operação da válvula, elevada força de atrito entre as superfícies em contato do cilindro, zona morta (devido à região de *stick-slip* (*stiction zone*)) e o atraso na resposta do sistema (devido à compressibilidade do ar), o que torna complexo a obtenção de um modelo mais preciso.

Pode-se supor que uma das razões pelas quais os sistemas pneumáticos ainda não são largamente utilizados para aplicações de posicionamento não está tão ligada às limitações dos seus componentes, mas com a tradicional metodologia de projeto que se caracteriza pela natureza empírica do processo de concepção do sistema pneumático.

Tradicionalmente, o procedimento para dimensionar sistemas pneumáticos é o seguinte: 1) selecionar o comprimento do cilindro para acomodar a requerida operação de deslocamento da carga; 2) selecionar o diâmetro do cilindro tal que a força requerida seja satisfeita para a dada pressão de suprimento e posteriormente duplica-se o diâmetro do cilindro, como um fator de segurança; e 3) selecionar o tamanho da

válvula para a vazão requerida gerando a velocidade desejada no cilindro (BACHMANN, 1997).

A abordagem mencionada acima é em regime permanente, e é adequada para aplicações do tipo *pick and place*, onde paradas mecânicas podem compensar o mau comportamento transiente do sistema. A única consideração "dinâmica" é a da velocidade selecionada. Mas, em geral, a velocidade dos cilindros é mantida em valores baixos, a fim de manter o desgaste mecânico em níveis aceitáveis.

Haron *et al.* (1994) descreve o desenvolvimento de um sistema especialista, PNEUDES (PNEUmatic Design Expert System), aplicado ao dimensionamento de sistemas pneumáticos. Este sistema permite ao projetista o melhor dimensionamento do sistema a partir dos requisitos de projeto tais como: diâmetro do cilindro, carga de trabalho, etc.

Zhou (2001) apresenta uma ferramenta de *software*, Propneu, que auxilia o projetista a dimensionar sistemas pneumáticos a partir do desempenho requerido para o sistema. O projetista precisa saber quais os componentes que podem alcançar o desempenho exigido. Depois de projetado o sistema pneumático, o *software* simula o comportamento dinâmico e otimiza as configurações dos componentes.

A proposta de um método de modelagem para sistemas pneumático baseado em *bond-graph* está publicado em Wei *et al* (2001). De acordo com este método, é apresentado um modelo completo de dimensionamento para sistemas pneumáticos, tendo cinco funções principais que inclui o desenho do circuito pneumático, o projeto da unidade de produção de ar comprimido, o projeto do controle, simulação e modelo de seleção, também é desenvolvido.

Outros autores também propõem o desenvolvimento de ferramenta de *software* para o projeto, dimensionamento e análise dinâmica de sistemas pneumáticos em Hong e Tessmann (1996), Elsayw e O'Charoen (1998) e Lin-Chen *et al.* (2003).

Virvalo (1988, 1989 e 1995) estuda e comprova a possibilidade de utilização de componentes comerciais no projeto de posicionadores pneumáticos.

Há muitas aproximações para o dimensionamento de sistemas pneumáticos empregados em aplicações de posicionamento. Virvalo (1995, 2001) diz que há duas principais aproximações para a concepção da válvula e cilindro em sistemas pneumáticos de posicionamento. Na abordagem mais comum, o nível da pressão de suprimento é

primeiramente selecionado e em seguida as dimensões do cilindro, válvulas e outros equipamentos auxiliares são determinados, análogo ao método anteriormente mencionado. Depois disso a estrutura do controlador é selecionada e seus parâmetros são determinados com base na análise do sistema. Se for evidente, baseado na análise, que o sistema não funcionará, o projeto é reiniciado a partir do princípio novamente e assim por diante. O outro método descrito é baseado nas reais exigências do sistema que são centradas no erro de regime permanente, na rigidez, no tempo para deslocar a carga de um ponto a outro e no comportamento dinâmico. As especificações da aplicação incluem a massa nominal da carga, o comprimento do curso do cilindro, o tempo para um determinado curso, o erro de posição admissível, o sobrepasso e o comportamento dinâmico.

A simulação, procedimento para a modelagem e análise de um sistema eletropneumático é foco do artigo de Brun *et al.* (2001), para um caso específico, onde o estudo das leis de controle de posicionamento de um cilindro eletropneumático é implementado nos *softwares* Fluid Power (AMESim) e MATLAB/Simulink<sup>®</sup>, apresentando as vantagens e desvantagens das simulações.

Devido à inconsistência dos métodos de projeto de sistemas pneumáticos, os projetistas tendem a apenas cumprir superficialmente a função de projetar, o que leva ao superdimensionamento. Isto resulta em investimentos de equipamentos com custo excessivo e demanda um maior consumo de energia.

### 3.2.1 Válvula

Em pneumática, as válvulas têm uma influência significativa no comportamento dos sistemas.

Válvulas são dimensionadas de acordo com a vazão e a velocidade de resposta. É muito importante escolher o tamanho correto da válvula para um determinado cilindro e uma desejada velocidade de operação. Normalmente as servoválvulas são dimensionadas para a mínima vazão que ainda alcança a máxima velocidade do atuador necessária.

Em sistemas pneumáticos *on/off*, é sempre mais seguro superdimensionar a válvula para assegurar uma adequada capacidade de vazão. No entanto, em sistemas de controle de posição, superdimensionar a servoválvula gera ganho excessivo o que reduz a

estabilidade do controle. Válvulas subdimensionadas permitem um controle mais preciso, porém comprometendo a efetiva demanda da vazão (ABOU-FAYSSAL, 1997).

Dimensionar uma válvula consiste em determinar a máxima vazão que ela pode permitir passar através do seu orifício com a máxima pressão de suprimento e a exaustão para a atmosfera. Normalmente, uma aproximação da vazão pretendida pode ser obtida a partir da análise em regime permanente, se for conhecida a velocidade em que o pistão está supostamente se movendo. No entanto, esta abordagem é considerada, por muitos estudiosos, uma simplificação do sistema e também um caminho enganoso, visto que o deslocamento do pistão em regime permanente é quase inalcançável em cilindros pneumáticos considerando o comprimento do curso que, em geral, é relativamente curto.

As não-linearidades da válvula influenciam no erro de regime permanente dos sistemas, especialmente em aplicações de posicionamento. As não-linearidades mais severas, do ponto de vista da precisão são: histerese, zona morta, ponto zero de deslizamento e ganho de pressão da servoválvula. O desempenho aceitável do sistema pneumático de posicionamento está baseado em um bom controlador, alta capacidade de vazão e servoválvula com boa dinâmica.

A utilização de válvulas solenóides *on/off* para controle de velocidade e posição reduz o custo do equipamento, mas aumenta a complexidade dos seus sistemas de controle. Com as válvulas solenóides, por causa da limitação do tempo de resposta da válvula e de sua natureza discreta (*on/off*) o controle preciso do posicionamento é difícil de ser atingido.

Virvalo (2001) estudou experimentalmente a influência do tamanho da servoválvula no comportamento dos sistemas pneumáticos empregados em aplicações de posicionamento, concluindo que o tamanho da servoválvula tem pouca influência no desempenho dinâmica do sistema, se a velocidade não saturar, e que influencia notavelmente no erro de regime permanente.

Os modelos de servoválvula comumente encontrados desprezam a dinâmica da servoválvula e consideram que a área dos orifícios muda linearmente com o sinal de entrada. Desprezar a dinâmica da servoválvula é uma suposição amplamente aceitável, visto que a dinâmica da servoválvula é tipicamente mais rápida que a dinâmica de cilindro. Porém, a suposição de que a área dos orifícios varia

linearmente com o sinal de comando de entrada pode conduzir a grandes erros de modelagem próximos a posição central do carretel.

Harvey (2004) explicita que atualmente ao selecionar-se uma válvula para um sistema pneumático o projetista deve considerar diversos outros fatores relevantes ao dimensionamento e não apenas o coeficiente de vazão,  $CV$ , como era feito no passado, o que geralmente ocasionava superdimensionamento da válvula. O autor ressalta, ainda, que é necessário, ou é recomendado, um método mais preciso que conduza a uma melhor performance com o mínimo de custo para o sistema.

### 3.2.2 Cilindro

Os cilindros pneumáticos são normalmente dimensionados com base na máxima força disponível. A força máxima é medida quando a válvula está completamente aberta. Assim, o pistão é submetido à máxima pressão de suprimento de um lado e a pressão atmosférica do outro. Deste modo, a força teórica de um cilindro ( $F$ ) é a área útil do pistão ( $A_C$ ) multiplicada pela pressão de suprimento aplicada ( $p_S$ ). Mas há vários fatores que podem diminuir a força real dependendo da aplicação.

Tentar dimensionar um cilindro para acomodar exatamente as necessidades iniciais de uma aplicação, especialmente, sem qualquer teste, pode ser um erro, pois uma vez que o equipamento seja construído, poderá ser muito caro fazer alterações para um atuador com maiores dimensões. Às vezes, a aplicação inteira ou o equipamento deve ser projetado novamente para acomodar no espaço exigido.

Cilindros assimétricos podem ser usados para aumentar a força no avanço do cilindro, mas eles são menos eficientes que um cilindro de grande diâmetro. A menos que se tenha necessidade de tempo ou exigências de limitação do consumo de ar, é uma boa idéia superdimensionar o cilindro. Muitos projetistas consideram que, se tratando do dimensionamento de cilindros pneumáticos, é uma boa regra, para um primeiro dimensionamento, selecioná-lo grande o suficiente para alcançar o dobro da força requerida.

Malloy (2000) fornece um guia rápido com orientações simples para determinar as especificações corretas do cilindro para atender às necessidades do projeto. Segundo o autor, é necessário ficar atento a dez tópicos: determinar da força; subtrair a área da haste, se aplicável; saber

a real pressão de suprimento; admitir atrito interno; saber a carga; acrescentar requisitos de velocidade; não esquecer-se de considerar o ângulo; considerar a energia cinética; considerar a possibilidade de ampliação e testar.

### 3.2.3 Pressão de Suprimento

A pressão de operação que deve ser empregada em um sistema pneumático depende do desempenho desejado para o sistema. Ao optar pela mais elevada pressão de suprimento possível obtém-se o máximo desempenho dinâmico, ou seja, o sistema desenvolve uma maior velocidade de resposta. Porém, a velocidade em regime permanente é independente do nível da pressão de suprimento, desde que a exaustão do ar comprimido ocorra em regime sônico saturado (válvula saturada), o nível da pressão de suprimento só afeta a aceleração.

O emprego de uma maior pressão de suprimento também melhora a precisão de posicionamento (BACHMANN, 1997). Contudo, devido à especificação dos componentes e a capacidade de fornecimento do compressor, a operação de sistemas pneumáticos a pressões absoluta acima do padrão industrial de 700kPa torna-se difícil.

É encorajador notar que utilizar altas pressões de suprimento ajuda a compensar os efeitos da compressibilidade do ar. Existem, atualmente, componentes que são capazes de operar a elevadas pressões de suprimento, mas eles não são tão difundidos. Já, o emprego de baixa pressão de suprimento favorece a parte econômica.

Assim, há um compromisso em relação à escolha da pressão de suprimento adequada. Se, por um lado, deve-se escolher a pressão de suprimento a fim de maximizar a eficiência, por outro, deve-se selecioná-la para aumentar o desempenho dinâmico, que corresponde à mais alta pressão de suprimento disponível.

### 3.2.4 Fatores Dinâmicos

Em se tratando de sistemas pneumáticos, um fator incontestável que afeta a dinâmica é a compressibilidade do meio de trabalho, o ar.

Em sistemas hidráulicos, uma pequena abertura na válvula irá causar um rápido aumento da pressão do cilindro. Conseqüentemente, os sistemas hidráulicos terem uma rápida resposta inicial enquanto os pneumáticos apresentam atraso. A fim de compensar os efeitos da

compressibilidade do ar, recomenda-se que os sistemas pneumáticos devem ser acionados utilizando a maior pressão de suprimento disponível (HITCHCOX 1996). Contudo, do ponto de vista de custo operacional, a recomendação é usar a menor pressão de suprimento possível.

Outro fator que influi no comportamento dinâmico é o carregamento. Como se sabe, os sistemas pneumáticos de atuação são de menor potência em relação ao acionamento hidráulico. Como mencionado anteriormente, esta potência é obtida com base na força nominal do atuador calculada simplesmente pelo produto da pressão em uma das câmaras pela área da seção transversal, multiplicada pela velocidade em regime permanente.

A baixa precisão dos sistemas pneumáticos pode, muitas vezes, ser atribuída ao efeito do atrito. Pequenos carregamentos, por exemplo, muito abaixo da classificação do cilindro, reduzem a quantidade de atrito induzido pela carga e, portanto, melhora a precisão em relação ao posicionamento do sistema. Deste modo, muitas vezes devido às exigentes especificações das aplicações dos posicionadores pneumáticos, o nível prático da potência de atuação pneumática deve, em determinadas circunstâncias, ser o menor possível para se obter uma aceitável precisão.



## CAPÍTULO 4

### MODELAGEM DE SISTEMAS PNEUMÁTICOS

O modelo de um posicionador pneumático é baseado nos conhecimentos básicos de pneumática e na informação comercial disponível nos catálogos dos componentes pneumáticos. Este capítulo se dedica à exposição do modelo não-linear do posicionador pneumático, a partir do modelo dinâmico de cada componente e o desenvolvimento de uma série de experimentos para a obtenção de seus parâmetros não disponíveis nos catálogos. O modelo do posicionador pneumático apresentado neste capítulo também será empregado na simulação.

#### 4.1 Introdução

A modelagem constitui-se, basicamente, na obtenção de um conjunto de equações que representa o funcionamento do sistema real. A modelagem matemática auxilia a aprofundar o conhecimento sobre a natureza dos fenômenos físicos envolvidos. Para que o modelo resultante seja viável numericamente e represente adequadamente o funcionamento do sistema físico, uma série de simplificações deve ser adotada para a obtenção do modelo do posicionador pneumático.

Similar aos sistemas hidráulicos, para modelar um sistema pneumático, necessita-se derivar dois conjuntos de equações: um conjunto de equações para o atuador e um conjunto de equações para a servoválvula. Estas equações caracterizam o comportamento dinâmico dos sistemas pneumáticos.

Muitos trabalhos na área de modelagem de posicionadores pneumáticos apresentam contribuições importantes, principalmente no que se refere à modelagem visando a sua utilização em simulações. Nouri *et al.* (2000), Lee *et al.* (2002) tratam do problema de modelagem e identificação de vários elementos de um posicionador pneumático, visando a construção de um modelo que possa ser utilizado em simulação e controle preciso. Nouri *et al.* (2000) desenvolvem um modelo empírico para relacionar a vazão através de orifícios com a pressão à montante e à jusante com a tensão de controle da servoválvula.

Baseando-se neste modelo, a função de vazão através da servoválvula é sistematicamente identificada.

Percebe-se a tendência dos pesquisadores da área (MARÉ *et al.* 2000; KAWASHIMA *et al.*, 2003; JANISZOWSKI, 2004; KAWASHIMA *et al.*, 2004; MENDOZA, 2006) em adotar o equacionamento da norma ISO (ISO 6358, 1989) para modelar a vazão nos orifícios das válvulas pneumáticas em detrimento às leis físicas. A norma ISO 6358 descreve as vazões em regime subsônico através de uma curva elíptica que depende dos parâmetros  $b$  (razão de pressão crítica) e  $C$  (condutância da válvula). Vieira (1998) e Han *et al.* (2001) exemplificam a aplicação dos procedimentos necessários à obtenção dos parâmetros  $b$  e  $C$ . Estes parâmetros alteram-se com a abertura da válvula, sendo, portanto, funções da tensão de controle da servoválvula.

Para os cilindros pneumáticos, Perondi (2002), Cruz (2003), Zorlu *et al.* (2003) e Karpenko *et al.* (2004), apresentam o modelo considerando o comportamento dinâmico dos gases nas câmaras através de um desenvolvimento teórico das leis de conservação da energia, massa e quantidade de movimento.

O modelo adotado neste trabalho para a representação da compensação do atrito é o modelo do coeficiente de atrito viscoso variável, proposto por Gomes (1995) e posteriormente utilizado por Gomes e Rosa (2003), Machado (2003) e Mendoza (2006).

O modelo isentrópico (adiabático e reversível) do processo termodinâmico nas câmaras do cilindro pneumático é o mais usado em aplicações de posicionamento (LIU e BOBROW, 1988), (LAI *et al.*, 1990), (BOBROW e JABBARI, 1991), (BACHMANN e SURGENOR, 1997), (PANDIAN *et al.*, 1998), (BOBROW e MCDONNELL, 1998). Alguns autores consideram o processo politrópico (PU *et al.* 1992), (BOURI *et al.*, 1994), (RICHARD e SCAVARDA, 1996). A energia cinética do fluxo de massa e os efeitos transientes da passagem de fluidos compressíveis em orifícios são desprezados em todos os estudos.

Em alguns trabalhos (BACHMANN e SURGENOR, 1997) e (PU *et al.*, 1997) procura-se melhorar a eficiência energética com a introdução de alterações no projeto do sistema que visam o reaproveitamento do ar de exaustão, que nos esquemas tradicionais é enviado diretamente à atmosfera. Estudos sobre a eficiência energética de posicionadores pneumáticos são também encontrados em Pu *et al.* (1997) e em Arinaga *et al.* (2000).

Conforme Wikander (1988), a determinação teórica do tipo de processo que ocorre durante a pressurização ou despressurização da câmara do atuador requer a solução analítica da transferência de calor entre o atuador e o meio, o que, em função das diversas variáveis envolvidas (coeficiente de condutibilidade térmica das paredes do atuador, temperatura do fluido no interior da câmara, temperatura atmosférica exterior, tempo de duração dos processos, dentre outros), não é realizável na prática.

No presente trabalho, as principais simplificações envolvidas são:

- ✓ A energia cinética do gás é desprezada;
- ✓ As diferenças de pressão por efeitos dissipativos ocorrem apenas nos orifícios de passagem na servoválvula;
- ✓ As temperaturas nas câmaras dos cilindros e da servoválvula assumem valores médios homogêneos iguais à temperatura de suprimento, que é considerada constante;
- ✓ O ar se comporta como um gás perfeito (a equação de estado dos gases é válida);
- ✓ Os calores específicos à pressão e volume constante não se alteram ao longo dos processos;
- ✓ O efeito da força da gravidade não é considerada;
- ✓ Os processos termodinâmicos nas câmaras são considerados isentrópicos;
- ✓ A condutância sônica da válvula ( $C$ ) é a mesma para ambos os lados da servoválvula independentemente da abertura (se positiva ou negativa) e do sentido do escoamento do ar.

## 4.2 Modelo Matemático Não-Linear

A obtenção do modelo não-linear do sistema se dará a partir do modelo da válvula, da dinâmica das pressões e do modelo da carga, levando-se em conta o centro subcrítico característico presente no carretel das válvulas proporcionais pneumáticas.

## 4.3 Modelo da Válvula

Desprezando a variação da vazão mássica do ar em função do deslocamento do carretel da válvula em função do tempo, pode-se

considerar que esta vazão é a mesma que em regime permanente, para as mesmas condições de pressão e área efetiva do orifício (BRUN *et al.*, 2000). Deste modo, o modelo da válvula pode se dividir em duas partes: uma primeira, correspondente à dinâmica do posicionamento de seu carretel, que depende fundamentalmente do sistema eletromecânico empregado. A segunda corresponde ao modelo da característica estática da vazão de ar através do orifício. A vazão de ar é uma função da temperatura do ar, da área efetiva do orifício e das pressões antes e depois do mesmo.

Neste trabalho é empregada uma válvula direcional proporcional FESTO MPYE-5 de vazão nominal padrão igual à 100NI/min com uma largura de banda de 100Hz, cuja dinâmica é perfeitamente desprezível frente à dinâmica do carregamento (BRUN *et al.*, 2000). O modelo da válvula incluirá apenas a característica estática da vazão de ar.

Para caracterizar a vazão de ar através dos orifícios da válvula, analisa-se, primeiramente, a vazão de ar por um orifício de área variável e, em seguida, essa análise é aplicada aos orifícios da válvula.

#### 4.3.1 Vazão Mássica Através de um Orifício

A vazão mássica de ar através de um orifício de área variável é uma função altamente não-linear dependendo, fundamentalmente, das pressões de entrada e saída do orifício e da área do mesmo. Na literatura, esta função é definida de diversas formas, com maior ou menor grau de precisão, cujos resultados finais são similares (ISO 6358, 1989), (BELGHARBI *et al.*, 1999), (TRESSLER *et al.*, 2002).

Um dos mais empregados atualmente é a aproximação que se faz pela norma internacional ISO 6358 por ser um modelo muito mais simples que os das leis físicas e com resultados matemáticos muito similares (JANISZOWSKI, 2004) e (KAWASHIMA *et al.*, 2004).

O modelo proposto pela norma ISO 6358 tem dois parâmetros para descrever a vazão mássica: a razão de pressões crítica  $b$  e a condutância  $C$  da válvula. Sendo assim, a vazão mássica de um gás através de um orifício, em quilogramas por segundo (kg/s), é dado por:

$$qm = \begin{cases} p_1 C \rho_0 \sqrt{\frac{T_0}{T_1}} \sqrt{1 - \left( \frac{p_2 - b}{1 - b} \right)^2} & \text{para } \frac{p_2}{p_1} > b \\ p_1 C \rho_0 \sqrt{\frac{T_0}{T_1}} & \text{para } \frac{p_2}{p_1} \leq b \end{cases} \quad (4.1)$$

Sendo  $p_1$  e  $p_2$  as pressões absolutas de entrada e saída do orifício (em Pa);  $C$  a condutância da válvula (em  $\text{m}^5/\text{Ns}$ );  $\rho_0$  a massa específica nas condições de referência (em  $\text{kg}/\text{m}^3$ );  $T_0$  a temperatura do ar nas condições de referência (em K);  $T_1$  a temperatura do ar a montante (em K) e  $b$  a razão de pressões crítica que define se a região de trabalho é supersônica ( $0 < \frac{p_2}{p_1} < b$ ) ou subsônica ( $\frac{p_2}{p_1} > b$ ).

Na norma ISO 6358 as condições de referência são definidas como:

- ✓ Temperatura  $T_0 = 273,15$  K;
- ✓ Pressão  $p_0 = 101,325$  kPa;
- ✓ Constante universal dos gases  $R = 288$  J/kg K;
- ✓ Umidade relativa 65%;
- ✓ Densidade  $\rho_0 = 1,185$  kg/m<sup>3</sup>.

A Figura 4-1 (DE NEGRI, 2001) apresenta o comportamento da vazão mássica em função da razão de pressões quando é modelado pela Equação (4.1), onde pode ser percebida a saturação do escoamento para razões de pressões inferiores a razão de pressões crítica.

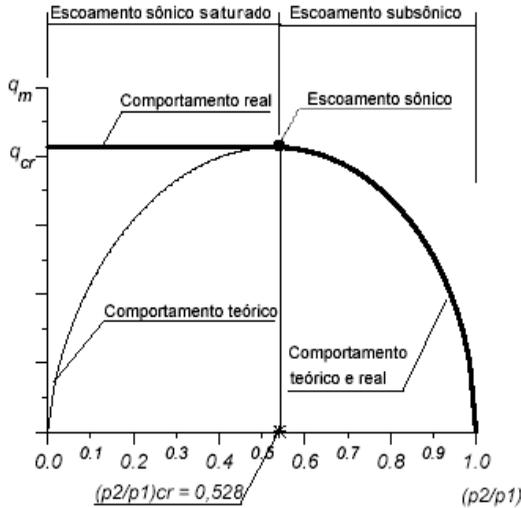


Figura 4-1 - Vazão mássica através de uma válvula em função da razão de pressões (DE NEGRI, 2001).

Segundo Beater (2007), a razão de pressões crítica  $b$ , depende, entre outras coisas, da geometria do orifício e apresenta, tipicamente, valores inferiores a 0,5. Para válvulas, usualmente estes valores são da ordem de 0,2 mas podem, ainda, assumir valores inferiores, tais como 0 (zero) por exemplo, para silenciadores ou válvulas de controle direcional proporcional (BALLARD, 1974), (WIKANDER, 1988).

Para Kawashima *et al.*, (2004), por exemplo, para a válvula Festo MPYE-5-1/8-HF, a razão de pressões crítica  $b$  têm um valor de 0,3, que difere do fornecido pelo catálogo do fabricante, que é 0,21 (FESTO, 2007).

### 4.3.2 Vazão Mássica para a Válvula

As válvulas reais podem apresentar dois tipos de centro dependendo da relação entre o comprimento do carretel e os orifícios da válvula, sendo centro aberto ou fechado. É necessária uma elevada precisão em sua construção para evitar este problema, especialmente quando se trata de válvulas para fluidos gasosos. As válvulas com centro fechado são aquelas cujos orifícios são menores que os segmentos do

carretel que cobre cada um, ficando totalmente fechados para certa faixa em torno da posição central do carretel da válvula. Esta configuração não tem fugas, mas introduz uma não-linearidade do tipo zona morta no sistema que dificulta sua manipulação. Por outro lado, as válvulas com centro aberto são aquelas cujos orifícios são maiores que os segmentos do carretel que os cobre, de forma que existe uma perda de pressão para certa faixa ao redor da posição central do carretel da válvula. Este tipo não tem o problema de zona morta, mas requer a compensação do vazamento em seu modelo (RODRÍGUEZ, 2007).

Apesar dos vazamentos serem considerados a maior origem de ineficiências nos sistemas pneumáticos (BACHMANN e SURGENOR, 1997), eles são modelados na servoválvula, a partir do conceito do ganho de pressão apenas em Virvalo (1995 e 1997), Richard e Scavarda (1996) e Vieira (1998). Somente Richard e Scavarda (1996) levam em conta os vazamentos no cilindro.

As válvulas para aplicações pneumáticas, geralmente possuem centro aberto, dado que o ar não é um bom lubrificante e, assim, também se diminui a sensibilidade à sujeira. No caso das válvulas Festo, ainda que o fabricante descreva como de centro fechado, o qual implicaria num ajuste ideal, se sabe que realmente tem um recobrimento negativo (RODRÍGUEZ, 2007).

Para modelar esta característica construtiva da válvula somente, deveria levar-se em conta que a vazão até as câmaras do cilindro depende de um par de orifícios independentes para cada câmara: os de entrada de áreas  $Ae_1$  e  $Ae_2$  e os de saída de áreas  $As_1$  e  $As_2$ , representados na Figura 4-2.

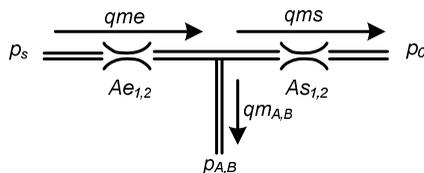


Figura 4-2 - Representação das vazões.

Tendo em conta as vazões de entrada e saída, as vazões até o cilindro serão:

$$qm_A = qme(p_s, p_A, Ae_1) - qms(p_0, p_A, As_1) \quad (4.2)$$

$$qm_B = qme(p_s, p_B, Ae_2) - qms(p_0, p_B, As_2)$$

As vazões de entrada e saída são calculadas segundo as equações (4.1), combinadas com as equações (4.2). Resta determinar as áreas em função da ação de controle, característica estática da válvula, para completar o modelo.

Neste trabalho, a determinação das pressões nas câmaras dos cilindros pneumáticos dá-se em regime permanente e com máxima abertura para válvula, donde se desconsidera o efeito da aberturas da válvula como uma função da ação de controle.

#### 4.4 Dinâmica das Pressões no Cilindro

Considerar o ar como um gás ideal e que as temperaturas e pressões dentro das câmaras do cilindro estão uniformemente distribuídas, e que as energias cinética e potencial são desprezadas (BRUN *et al.*, 2000), (RICHER *et al.*, 2000), é uma alternativa ao uso da equação de equilíbrio energético para a obtenção da dinâmica das pressões nas câmaras do cilindro. Este equacionamento baseia-se no princípio de conservação da massa no interior de um volume de controle nas câmaras do atuador.

Fazendo referência à conservação da massa nas câmaras de um cilindro, através da equação da continuidade para um escoamento compressível no volume de controle, considerando escoamento isentrópico e não havendo vazamento interno ou externo significativo entre as câmaras do cilindro determinam-se as vazões mássicas  $qm_A$  e  $qm_B$ , pelas Equações (4.3) e descritas abaixo:

$$qm_A = \frac{p_A}{RT_A} \frac{dV_A}{dt} + \frac{V_A}{RT_A \gamma_A} \frac{dp_A}{dt} \quad (4.3)$$

Na Equação (4.3), é conveniente representar o volume da câmara e sua variação no tempo em função da posição e velocidade do êmbolo do atuador Equações (4.4) e (4.5).

$$V_A = A_A x + V_{A0} \quad (4.4)$$

$$\frac{dV_A}{dt} = A_A \dot{x} \quad (4.5)$$

Pode-se obter a equação para a dinâmica da pressão na câmara  $A$  do cilindro isolando  $\frac{dp_A}{dt}$ , ou seja,

$$\frac{dp_A}{dt} = \frac{R\gamma_A T_A}{A_A x + V_{A0}} qm_A - \frac{A_A \gamma_A p_A}{A_A x + V_{A0}} \frac{dx}{dt} \quad (4.6)$$

A equação da continuidade para o volume da câmara  $B$  do cilindro pode ser escrita da seguinte forma:

$$qm_B = \frac{p_B}{RT_B} \frac{dV_B}{dt} - \frac{V_A}{RT_B \gamma_B} \frac{dp_B}{dt} \quad (4.7)$$

Realizado desenvolvimento semelhante ao procedido para a câmara  $A$ , a equação que descreve a dinâmica da pressão na câmara  $B$  do cilindro é dada por:

$$\frac{dp_B}{dt} = - \frac{R\gamma_B T_B}{A_B (L - x) + V_{B0}} qm_B + \frac{A_B \gamma_B p_B}{A_B (L - x) + V_{B0}} \frac{dx}{dt} \quad (4.8)$$

Onde  $L$  é o comprimento do curso útil do cilindro.

Alguns autores consideram a dinâmica que introduzem as tubulações desde a válvula até o cilindro. Este efeito se manifesta especialmente quando as tubulações são extensas (comprimento acima de 1m) e largas, o que acarreta um retardo e uma atenuação na vazão que chega às câmaras do cilindro (RICHER at al., 2000). Para os testes, simulados em MATLAB, este efeito pode ser desprezado perfeitamente, já que se supõem pequenas tubulações (0,5m de comprimento e de 0,005m de diâmetro).

#### 4.5 Carregamento Dinâmico

O comportamento dinâmico do pistão pode ser descrito fazendo-se um equilíbrio de forças no pistão do cilindro, expressando-se como segue:

$$p_A A_A - p_B A_B - p_0 A_h - F_{ext} - F_{at} = M \ddot{x} \quad (4.9)$$

Onde  $A_h$  é a área da seção transversal da haste do cilindro e  $F_{at}$  é a força de atrito. As pressões são absolutas e todas as variáveis e constantes são expressas no Sistema Internacional de Unidades (SI).

#### 4.5.1 Atrito no Cilindro

Em geral, o atrito é um fenômeno muito complexo, talvez seja a não-linearidade mais importante que é encontrada em qualquer sistema mecânico com partes móveis. Em sistemas pneumáticos, a principal fonte de atrito está no contato entre o anel de vedação e o cilindro, já em cilindros com haste o atrito também surge do contato da haste com a extremidade do cilindro e outros elementos de atrito secundário.

O atrito total (global) nos cilindros pneumáticos depende de muitos fatores, alguns dos quais também são dependentes do tempo. Certos fatores influenciam no comportamento do atrito e em sua magnitude, como: a construção dos componentes; a estrutura, o material e o desgaste das vedações (selos); o tipo e qualidade das superfícies de contato; a lubrificação; o nível de pressão e temperatura; a direção do movimento e velocidade do êmbolo.

Para projetar a compensação com precisão, o atrito deve ser identificado e modelado. No entanto, esta não é uma tarefa simples visto que, por um lado, não existe nenhum modelo de atrito universal e, por outro, a obtenção experimental do atrito não é direta.

Na modelagem, o atrito geralmente consiste da soma do atrito estático, atrito de Coulomb e atrito viscoso. De acordo com muitos resultados experimentais, o atrito como função de velocidade pode ser descrito como na Figura 4-3.

Há muitas pesquisas que estudam o comportamento do atrito em cilindros pneumáticos, mas os catálogos dos fabricantes e a literatura raramente discutem suas características. Um conhecimento mais aprofundado do atrito em cilindro pneumático e o desenvolvimento dos modelos matemáticos para representar este fenômeno de maneira apropriada contribuem para aumentar as possibilidades do uso de atuadores pneumáticos em tarefas de posicionamento e em robôs industriais.

Wang *et al.* (2002) e Guenther *et al.* (2006) são alguns dos autores que se destacam no trabalho com os modelos da força de atrito. Um modelo muito empregado da força de atrito como uma soma descontínua da força estática, do atrito de Coulomb e do atrito viscoso

pode ser visto na Figura 4-3(a). Os modelos mais complexos incluem o chamado efeito de *Stribeck* que reflete a inversão da relação força-velocidade, Figura 4-3 (b), este efeito ocorre em baixas velocidades e é difícil de identificar na prática (ÅSTRÖM, 1999).

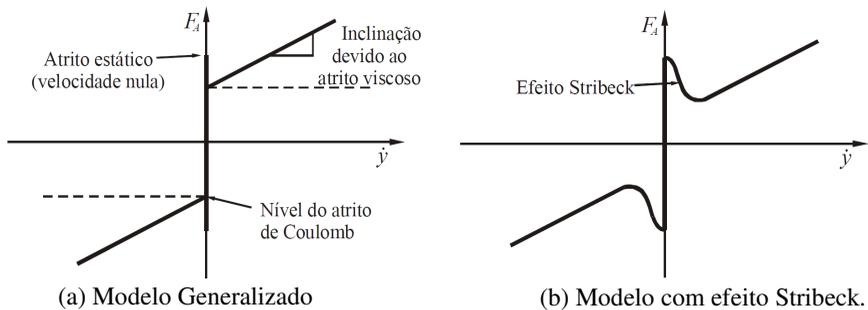


Figura 4-3 - Modelos de atrito (ÅSTRÖM, 1999).

#### 4.5.1.1 O Modelo do Coeficiente de Atrito Viscoso Variável

Nesta seção, descreve-se o Modelo do Coeficiente de Atrito Viscoso Variável, proposto por Gomes (1995) que é utilizado neste trabalho para estimar o atrito no cilindro pneumático. Este modelo representa o comportamento *stick-slip* através de trajetórias diferentes na região de *stick-slip* e descreve a força de atrito como um efeito dinâmico interno do sistema. Cabe ressaltar que, na prática, a região de *stick-slip* é definida por velocidades limites ( $\dot{x}_{lim}$ ), abaixo das quais não é possível deslocar o corpo com velocidade constante.

No Modelo do Coeficiente de Atrito Viscoso Variável, a força de atrito para velocidades acima da velocidade limite é obtida a partir do mapa estático do atrito, que define a relação entre a força de atrito e a velocidade relativa entre as superfícies em contato (curva "A" da Figura 4-4).

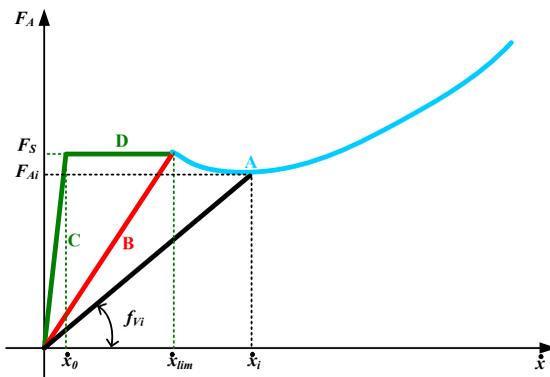


Figura 4-4 - Trajetórias do modelo de atrito (GOMES, 1995).

Para velocidades abaixo da velocidade limite, a força de atrito é representada pelas trajetórias "B", "C" e "D". No modo *slip* a força de atrito se comporta de acordo com a trajetória "B" e no modo *stick* de acordo com as trajetórias "C" e "D".

Os resultados experimentais, denominados Mapa de Atrito Estático, referentes aos cilindros utilizados estão expostos no Anexo A, das quais se extrai os parâmetros de atrito de Coulomb, coeficiente de atrito viscoso, velocidade limite e atrito estático, os quais são utilizados, juntamente com a velocidade de *stick*, na implementação do modelo representativo do atrito. A identificação dos parâmetros do modelo de atrito descrito é feito com base nos resultados do mapa de atrito estático; esse mapa é construído medindo a força aplicada para a realização de um movimento em velocidade constante e apresenta a relação entre a força de atrito e a velocidade relativa entre as superfícies em contacto.

No modelo apresentado, a força de atrito é descrita por:

$$F_{Ai} = f_{vi} \dot{x}_i \tag{4.10}$$

Onde  $\dot{x}_i$  é a velocidade de deslocamento no ponto de operação  $i$  e  $f_{vi}$  é o coeficiente de atrito viscoso variável, que por sua vez, é função da velocidade  $\dot{x}_i$  e da força aplicada  $g_i = (A_A - A_B) p_{\Delta i}$  correspondente.

Sendo assim, se a velocidade for maior que a velocidade limite ( $\dot{x}_{lim}$ ), o coeficiente de atrito  $f_{vi}$  variará conforme a curva “A”. Porém, se a velocidade for menor que a velocidade limite e a força aplicada for maior do que a força de atrito estático  $F_S$ , o corpo estará no modo *slip* e o coeficiente de atrito  $f_{vi}$  é dado pela trajetória “B”. Contudo, se o corpo estiver no modo *stick*, o coeficiente de atrito  $f_{vi}$  variará de acordo com a trajetória “C” e “D”.

De forma geral, a Equação (4.10) pode ser escrita como:

$$F_A = f_v(\dot{x}, g)\dot{x} \quad (4.11)$$

Com isso, pode se escrever a força de atrito como um efeito dinâmico interno do sistema.

#### 4.5.2 Efeito Batente

Quando da utilização de um posicionador pneumático em malha fechada, é possível que, durante a transição de uma posição de referência para outra, o êmbolo do atuador atinja as posições extremas do curso, devido, por exemplo, a oscilações na resposta do sistema (VIEIRA, 1998).

Os cilindros pneumáticos apresentam o fenômeno de impacto em suas extremidades devido ao choque do êmbolo contra as paredes rígidas do fim de curso da camisa do cilindro pneumático. Deste modo, deve ser prevista a inclusão de elementos no modelo matemático que realizem adequadamente a restrição ao movimento do êmbolo do atuador. Isto é realizado através da introdução de duas componentes no sistema de forças que atua sobre o êmbolo do atuador, representadas na

Figura 4-5. Estas forças podem ser compreendidas como devidas à ação de batentes mecânicos instalados no fim do curso do atuador. A introdução destas componentes no sistema de forças tem por função zerar a aceleração do êmbolo do atuador quando forem atingidos os batentes mecânicos.

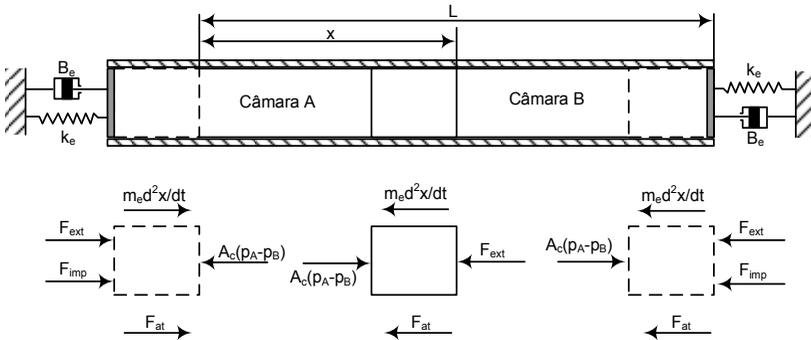


Figura 4-5 - Modelo matemático das forças atuantes no cilindro pneumático.

Nesta situação, estão representadas as forças presentes no êmbolo, incluindo a força de impacto no final do curso do cilindro, onde  $k_e$  é a constante da mola e representa a rigidez linear e não-linear dos vários elementos estruturais que compõem o cilindro e  $B_e$  é o coeficiente de amortecimento equivalente. O deslocamento, a velocidade e a aceleração são descritos em função da coordenada  $x$  e de suas derivadas temporais. Aplicando o princípio de D’lambert, a equação dinâmica do êmbolo é expressa como:

$$m_e \ddot{x} = \begin{cases} A_e(p_A - p_B) - F_{at} - F_{ext} - F_{imp} & \text{se } x < 0 \text{ ou } x > L \\ A_e(p_A - p_B) - F_{at} - F_{ext} & \text{se } 0 \leq x \leq L \end{cases} \quad (4.12)$$

Onde  $A_e(p_A - p_B)$  é a força efetiva no êmbolo devida à diferença de pressões nas câmaras  $A$  e  $B$  do cilindro,  $m_e$  é a massa do êmbolo,  $F_{ext}$  é a força da carga externa,  $F_{at}$  é a força de atrito e  $F_{imp}$  é a força de impacto nos fim de curso do cilindro.

A força de impacto é determinada mediante o modelo baseado na teoria elastoplástica dos materiais:

$$F_{imp} = \begin{cases} k_e x + B_e \dot{x} & \text{se } x < 0 \\ k_e (x - L) + B_e \dot{x} & \text{se } x > L \end{cases} \quad (4.13)$$

Como se pode perceber, este modelo origina um conjunto de duas equações diferenciais com separação de elemento.

Finalmente, o modelo dinâmico não-linear de um atuador pneumático, se resume com as Equações (4.1), (4.7), (4.8) e (4.9), incluindo o atrito e o efeito batente no carregamento.

A metodologia adotada para a obtenção dos modelos matemáticos, onde cada uma das equações que regem o comportamento funcional do sistema foi escrito em sua forma literal e o diagrama de blocos representativo do sistema em malha aberta está exposto no Apêndice C, juntamente com a rotina de parâmetros do sistema a ser simulado em ambiente MATLAB/Simulink<sup>®</sup>.



## **CAPÍTULO 5**

### **DETERMINAÇÃO DAS RELAÇÕES DAS RAZÕES DE PRESSÃO NAS CÂMARAS DE CILINDROS PNEUMÁTICOS**

A proposta deste capítulo é apresentar a obtenção do conjunto de equações que determina o comportamento das pressões nas câmaras dos cilindros pneumáticos de simples e dupla ação, em diversas situações de carregamento para o avanço e recuo.

#### **5.1 Introdução**

Num sistema pneumático típico, a posição do carretel da válvula controla a vazão que entra e sai de cada câmara do cilindro, o comportamento conjunto das vazões resulta numa pressão diferencial no pistão e, assim, impõe uma força sobre a carga. As variáveis (mensuráveis) de estado de um sistema deste tipo são, normalmente, as pressões em cada câmara do cilindro, que são necessárias para caracterizar o armazenamento da energia devido à compressibilidade de ar, a velocidade da carga, necessária para caracterizar a energia armazenada pela carga inercial, e a posição da carga, que é geralmente a saída desejada.

O comportamento desse tipo de sistema é caracterizado pela dinâmica não-linear entre a posição do carretel da válvula na entrada e a posição da haste do pistão na saída. Estas não-linearidades dinâmicas surgem, principalmente, a partir da compressibilidade do ar, o que dá origem a duas componentes não-lineares na equação dinâmica do sistema. A primeira é a relação não-linear que descreve a concordância de um gás ideal em cada lado do cilindro, e a segunda é a vazão mássica de saturação efetiva, que ocorre quando o fluido compressível flui através das transições de regime subsônico para o sônico.

Especificamente, no regime de escoamento subsônico, a vazão mássica através da válvula é uma função da queda de pressão através dela. Uma vez que o escoamento através da válvula torna-se sônico, as condições a jusante da válvula já não afetam o escoamento a montante porque perturbações de pressão transferem-se à velocidade do som, e

assim as mudanças da pressão a jusante não podem ser alteradas rápido o suficiente para afetar o escoamento a montante.

Se o escoamento é assumido isentrópico, então a transição de subsônico para escoamento sônico acontece a uma razão de pressão absoluta a montante para jusante de aproximadamente dois. Assim, quando a pressão a montante (absoluta) é pelo menos duas vezes a pressão a jusante (absoluta), o escoamento através da válvula torna-se sônico e a vazão mássica depende apenas da pressão a montante e não da queda de pressão através da válvula. Esta condição de dependência apenas da pressão a montante é chamado escoamento sônico, ou seja, vazão mássica saturada.

Acompanhar as mudanças de pressão dentro das câmaras do cilindro é importante. As pressões nas câmaras podem revelar muitas coisas sobre a natureza do escoamento. Na realidade, a condição de escoamento subsônico através dos orifícios da válvula depende exclusivamente da razão de pressão a jusante (saída da válvula) e a montante (entrada da válvula). Além disso, o conhecimento das pressões nas câmaras dos cilindros pode ser muito útil para propósitos de controle, tal como foi mencionado anteriormente. E ainda, o conhecimento do comportamento das pressões nas câmaras dos cilindros pneumáticos determina o ponto de operação em que o conjunto cilindro e válvula operam para determinada carga, auxiliando no dimensionamento de tais sistemas.

Dimensionar sistemas pneumáticos para a máxima eficiência é algo ainda indeterminado na área de projetos, visto que as não-linearidades inerentes a estes tipos de sistemas associado ao não conhecimento e não caracterização do seu comportamento de maneira minuciosa leva os profissionais da área ao recurso de métodos de projeto que se caracterizam pela natureza empírica do processo de concepção do sistema.

Na tentativa de desbravar este campo ainda inexplorado, com tantas questões a serem respondidas, é que se obtém o conjunto de equações que determinam o comportamento das pressões nas câmaras dos cilindros pneumáticos, de simples e dupla ação, tanto no avanço como no recuo do cilindro. As equações aqui obtidas e, até então, desconhecidas, formam a base para o desenvolvimento de uma sistematização dos sistemas pneumáticos. Estas equações determinam as curvas dos pontos de operação do conjunto válvula e cilindro em

diferentes situações de carregamento sob condições operacionais em regime permanente.

## 5.2 Análise Matemática da Vazão

A proposta desta seção é derivar o conjunto de equações que determinam a dinâmica das pressões nas câmaras dos cilindros pneumáticos.

De acordo com o modelo matemático descrito na seção anterior, a dinâmica da pressão para a câmara  $A$  do cilindro pneumático está expressa na Equação (4.6), aqui reproduzida:

$$\frac{dp_A}{dt} = \frac{R\gamma_A T_A}{A_A x + V_{A0}} qm_A - \frac{A_A \gamma_A p_A}{A_A x + V_{A0}} \frac{dx}{dt}$$

Assumindo que o sistema opera em regime permanente, ou seja, não havendo alterações significativas da pressão na câmara  $A$  ao longo do processo de trabalho, a Equação (4.6) se resume a:

$$v_A = \frac{qm_A}{A_A \rho_A} \quad (5.1)$$

Onde  $v_A$  é a velocidade do fluido na câmara  $A$  e  $\rho_A$  é a massa específica na câmara  $A$  do cilindro.

De modo análogo para o comportamento da pressão na câmara  $B$  do cilindro, partindo da Equação (4.8):

$$\frac{dp_B}{dt} = -\frac{R\gamma_B T_B}{A_B(L-x) + V_{B0}} qm_B + \frac{A_B \gamma_B p_B}{A_B(L-x) + V_{B0}} \frac{dx}{dt}$$

Chega-se:

$$v_B = \frac{qm_B}{A_B \rho_B} \quad (5.2)$$

Sendo  $v_B$  a velocidade do fluido na câmara  $B$  e  $\rho_B$  é a massa específica na câmara  $B$  do cilindro.

Estando a haste do cilindro pneumático, simétrico ou assimétrico, movendo-se, independente se em movimento de avanço ou recuo, com

uma velocidade constante, e sendo a velocidade  $v_A$  a mesma de  $v_B$ , iguala-se a Equação (5.1) à Equação (5.2):

$$\frac{qm_A}{\rho_A A_A} = \frac{qm_B}{\rho_B A_B} \tag{5.3}$$

Da Equação (4.1) que é a equação da vazão mássica dada pela ISO, a vazão depende das razões das pressões a montante ( $p_1$ ) e a jusante ( $p_2$ ) na válvula. Se esta razão for maior que a razão de pressões crítica, o escoamento é subsônico e dependente das pressões envolvidas. Contudo, se a razão das pressões a montante e a jusante for menor que a razão de pressão crítica, o escoamento não dependerá das razões de pressão, ou seja, o escoamento será sônico, conforme representado no gráfico da Figura 4-1.

Deste modo, a combinação da Equação (4.1) e com a Equação (5.3) resulta num conjunto de quatro casos possíveis. Assim, para determinar as razões de pressão nas câmaras dos cilindros pneumáticos, analisam-se as condições possíveis do escoamento numa dada operação do sistema. As Tabela 5-1 e Tabela 5-2 apresentam as condições de escoamento na válvula para o movimento de avanço e recuo, respectivamente, do cilindro pneumático.

Tabela 5-1 - Condições de escoamento na válvula para o movimento de avanço do cilindro.

P-A		B-T		Condições operacionais
Relação de Pressão	Tipo de Escoamento	Relação de Pressão	Tipo de Escoamento	
$\left(\frac{p_A}{p_S} \geq b\right)$	Subsônico	$\left(\frac{p_0}{p_B} \geq b\right)$	Subsônico	CONDIÇÃO I
$\left(\frac{p_A}{p_S} \geq b\right)$	Subsônico	$\left(\frac{p_0}{p_B} \leq b\right)$	Sônico	CONDIÇÃO II
$\left(\frac{p_A}{p_S} \leq b\right)$	Sônico	$\left(\frac{p_0}{p_B} \geq b\right)$	Subsônico	CONDIÇÃO III

$\left(\frac{p_A}{p_S} \leq b\right)$	Sônico	$\left(\frac{p_0}{p_B} \leq b\right)$	Sônico	CONDIÇÃO IV
---------------------------------------	--------	---------------------------------------	--------	-------------

Tabela 5-2 - Condições de escoamento na válvula para o movimento de recuo do cilindro.

P-B		A-T		Condições operacionais
Relação de Pressão	Tipo de Escoamento	Relação de Pressão	Tipo de Escoamento	
$\left(\frac{p_B}{p_S} \geq b\right)$	Subsônico	$\left(\frac{p_0}{p_A} \geq b\right)$	Subsônico	CONDIÇÃO I
$\left(\frac{p_B}{p_S} \geq b\right)$	Subsônico	$\left(\frac{p_0}{p_A} \leq b\right)$	Sônico	CONDIÇÃO II
$\left(\frac{p_B}{p_S} \leq b\right)$	Sônico	$\left(\frac{p_0}{p_A} \geq b\right)$	Subsônico	CONDIÇÃO III
$\left(\frac{p_B}{p_S} \leq b\right)$	Sônico	$\left(\frac{p_0}{p_A} \leq b\right)$	Sônico	CONDIÇÃO IV

Para facilitar a compreensão do estudo aqui proposto, o desenvolvimento da análise será dividida nas seções a seguir, de acordo com as situações possíveis encontradas para os tipos de cilindro tais como: simétrico e assimétrico; e para o movimento da haste do êmbolo: avanço e recuo.

### 5.2.1 Cilindro Simétrico

A análise do comportamento das pressões nas câmaras dos cilindros pneumáticos é iniciada com o estudo do cilindro simétrico linear, tanto para o movimento de avanço como de recuo, segundo tópicos a seguir:

5.2.1.1 Avanço do Cilindro Simétrico

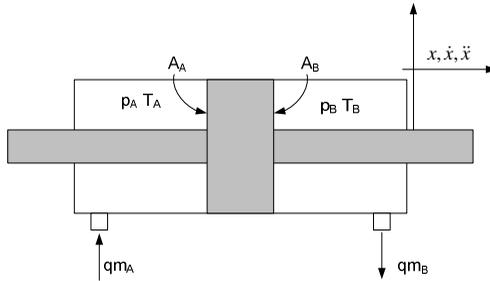


Figura 5-1 - Notação básica dos parâmetros do cilindro simétrico em avanço.

Das Equações (4.6) e (4.8), que determinam o comportamento dinâmico das pressões  $p_A$  e  $p_B$  nas respectivas câmaras  $A$  e  $B$  do cilindro, em regime permanente tem-se que a velocidade do fluido em cada câmara do cilindro é dada pelas Equações (5.1) e (5.2).

Estando o cilindro pneumático em avanço, como apresentado na Figura 5-1, e com a velocidade de aumento da câmara  $A$  igual à velocidade de diminuição da câmara  $B$ , têm-se:

$$v = \frac{qm_A}{\rho_A A_A} = \frac{qm_B}{\rho_B A_B} \tag{5.4}$$

Como, neste caso, os cilindros são simétricos, a área anular do pistão na câmara  $A$  é igual à área anular do pistão na câmara  $B$ , ( $A_A = A_B$ ), logo:

$$v = \frac{qm_A}{\rho_A} = \frac{qm_B}{\rho_B} \tag{5.5}$$

Substituindo a vazão mássica pela Equação (4.1), conforme as condições de escoamento possíveis, tem-se, abaixo, o desenvolvimento das quatro condições para a determinação as razões de pressão nas câmaras dos cilindros simétricos em avanço.

5.2.1.1.1 CONDIÇÃO I:  $(p_A/p_S > b)$  e  $(p_0/p_B > b)$

Na Condição I, o regime de escoamento é subsônico tanto entre as vias P e A (P-A) como B e T (B-T). Substituindo a Equação (4.1) na Equação (5.5), obtém-se:

$$p_S C \rho_0 \sqrt{\frac{T_0}{T_S}} \sqrt{1 - \left( \frac{p_A - b}{p_S} \right)^2} \frac{RT_A}{p_A} = p_B C \rho_0 \sqrt{\frac{T_0}{T_B}} \sqrt{1 - \left( \frac{p_0 - b}{p_B} \right)^2} \frac{RT_B}{p_B} \quad (5.6)$$

A condutância sônica da válvula ( $C$ ) é a razão entre a vazão mássica que passa pela válvula e o produto da pressão a montante  $p_1$  e a densidade mássica nas condições normalizadas quando o escoamento é sônico. Na prática, sabe-se que a condutância sônica da válvula varia de válvula para válvula, pois esta depende não apenas das características construtivas da mesma, mas, também, do acabamento superficial que esta recebe. Logo, cada válvula é única e o valor fornecido pelo catálogo do fabricante representa o valor médio estatístico da condutância sônica de certo número de válvulas com as mesmas características construtivas.

Na determinação desenvolvida neste trabalho é considerado que a condutância sônica da válvula ( $C$ ) para ambos os lados da servoválvula, independentemente da abertura (se positiva ou negativa) e do sentido do escoamento do ar, é a mesma.

Para as temperaturas nas câmaras dos cilindros e da servoválvula é assumido valores médios homogêneos iguais à temperatura de suprimento, que é considerada constante ao longo do ciclo de trabalho.

Após estas considerações, a Equação (5.6) é reescrita como segue:

$$\frac{p_S}{p_A} \sqrt{1 - \left( \frac{p_A - b}{p_S} \right)^2} = \sqrt{1 - \left( \frac{p_0 - b}{p_B} \right)^2} \quad (5.7)$$

Rearranjando,

$$\left(\frac{p_0}{p_B}\right)^2 - 2b\left(\frac{p_0}{p_B}\right) - \frac{2b}{\left(\frac{p_A}{p_S}\right)^2} + \frac{1}{\left(\frac{p_A}{p_S}\right)^2} + \frac{2b}{\left(\frac{p_A}{p_S}\right)} + 2b - 2 = 0 \quad (5.8)$$

É possível encontrar as raízes desta equação, que é um polinômio de 2º grau, aplicando a fórmula de Bháskara. A seguir são apresentadas as raízes em função de  $\left(\frac{p_0}{p_B}\right)$ , Equações (5.9) e (5.10) e, posteriormente, em função de  $\left(\frac{p_A}{p_S}\right)$ , Equações (5.11) e (5.12):

$$\frac{p_0}{p_B} = \frac{b\left(\frac{p_A}{p_S}\right) + \sqrt{b^2\left(\frac{p_A}{p_S}\right)^2 - 2b\left(\frac{p_A}{p_S}\right) - 2b\left(\frac{p_A}{p_S}\right) + 2b - 1 + 2\left(\frac{p_A}{p_S}\right)^2}}{\left(\frac{p_A}{p_S}\right)} \quad (5.9)$$

$$\frac{p_0}{p_B} = \frac{b\left(\frac{p_A}{p_S}\right) - \sqrt{b^2\left(\frac{p_A}{p_S}\right)^2 - 2b\left(\frac{p_A}{p_S}\right) - 2b\left(\frac{p_A}{p_S}\right) + 2b - 1 + 2\left(\frac{p_A}{p_S}\right)^2}}{\left(\frac{p_A}{p_S}\right)} \quad (5.10)$$

$$\frac{p_A}{p_S} = \frac{b + \sqrt{5b^2 - 4\left(\frac{p_0}{p_B}\right)b^2 + 2\left(\frac{p_0}{p_B}\right)b + 2\left(\frac{p_0}{p_B}\right)^2 b - \left(\frac{p_0}{p_B}\right)^2 - 6b + 2}}{2\left(\frac{p_0}{p_B}\right)b - \left(\frac{p_0}{p_B}\right)^2 - 2b + 2} \quad (5.11)$$

$$\frac{p_A}{p_S} = \frac{b - \sqrt{5b^2 - 4\left(\frac{p_0}{p_B}\right)b^2 + 2\left(\frac{p_0}{p_B}\right)b + 2\left(\frac{p_0}{p_B}\right)^2 b - \left(\frac{p_0}{p_B}\right)^2} - 6b + 2}{2\left(\frac{p_0}{p_B}\right)b - \left(\frac{p_0}{p_B}\right)^2 - 2b + 2} \quad (5.12)$$

Estes resultados estão plotados nos gráficos das Figuras 5-2, 5-3, 5-4 e 5-5, onde se adota o valor de  $b$  igual à 0,528 e os valores das razões de pressão assumidos estão sobre uma escala extensa de valores, que vão de 0 (zero) à 1 (um) e que são os valores possíveis para as razões de pressão, visto que as pressões absolutas variam entre a pressão atmosférica e a pressão de suprimento.

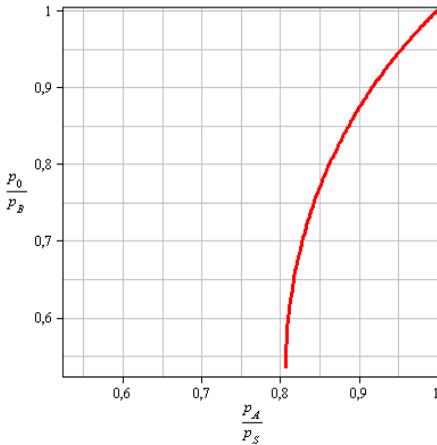


Figura 5-2 - Gráfico de  $\left(\frac{p_A}{p_S}\right) \times \left(\frac{p_0}{p_B}\right)$  para a Condição I – Equação (5.9).

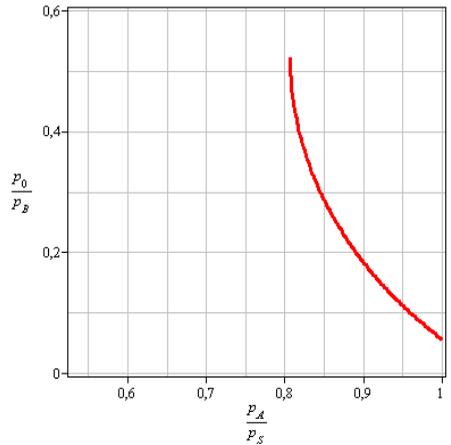


Figura 5-3 - Gráfico de  $\left(\frac{p_A}{p_S}\right) \times \left(\frac{p_0}{p_B}\right)$  para a Condição I – Equação (5.10).

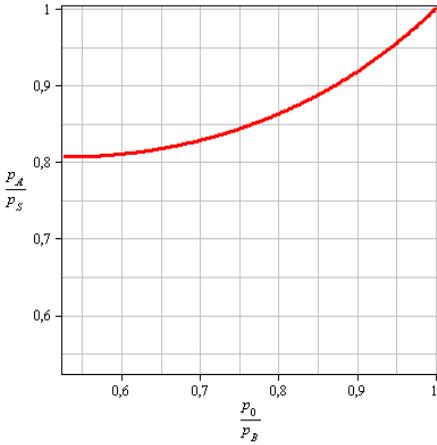


Figura 5-4 - Gráfico de  $\left(\frac{p_0}{p_B}\right) \times \left(\frac{p_A}{p_S}\right)$  para a Condição I – Equação (5.11).

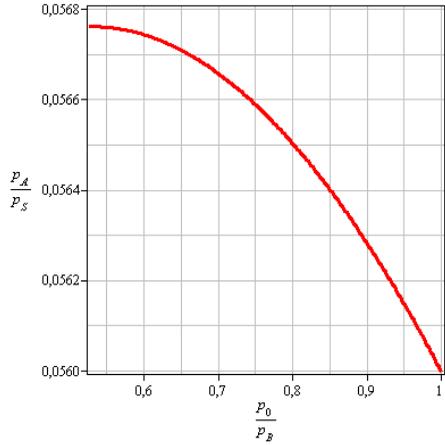


Figura 5-5 - Gráfico de  $\left(\frac{p_0}{p_B}\right) \times \left(\frac{p_A}{p_S}\right)$  para a Condição I – Equação (5.12).

Analisando a complementaridade entre as curvas dos gráficos acima obtidos das equações resultantes das raízes da equação de Bháskara para a Condição I em que o escoamento em ambas os lados do cilindro pneumático é subsônico, os únicos que são complementares são Figura 5-2 e Figura 5-4, reapresentados, ampliados, a seguir.

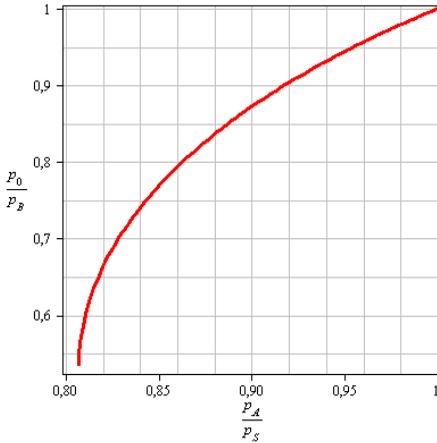


Figura 5-6 - Gráfico de  $(p_A/p_S) \times (p_0/p_B)$  para a Condição I – Equação (5.9) ampliado.

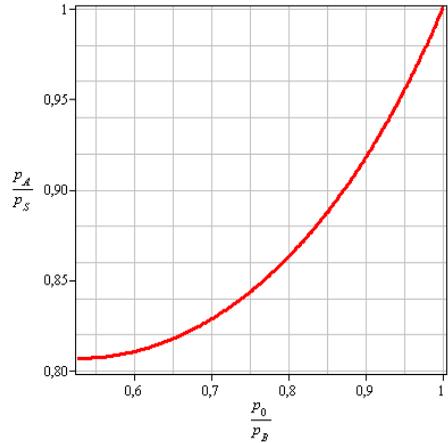


Figura 5-7 - Gráfico de  $(p_0/p_B) \times (p_A/p_S)$  para a Condição I – Equação (5.11) ampliado.

5.2.1.1.2 CONDIÇÃO II:  $(p_A/p_S > b)$  e  $(p_0/p_B \leq b)$

Quando o escoamento através da válvula é subsônico do suprimento para a câmara *A* do cilindro e sônico para a exaustão, com escoamento da câmara *B* do cilindro para a atmosfera, a relação das razões de pressão nas câmaras do cilindro pneumático é dada pelo desenvolvimento abaixo, similar ao apresentado para a Condição I.

Portanto,

$$p_S C \rho_0 \sqrt{\frac{T_0}{T_S}} \sqrt{1 - \left( \frac{p_A/p_S - b}{1 - b} \right)^2} \frac{RT_A}{p_A} = p_B C \rho_0 \sqrt{\frac{T_0}{T_B}} \frac{RT_B}{p_B} \quad (5.13)$$

Considerando que a condutância sônica da válvula (*C*) para ambos os lados da válvula independe do tamanho da área de abertura proveniente do deslocamento do carretel da válvula, a partir de um sinal de entrada e do sentido do escoamento do ar; e que a temperatura é constante ao longo do ciclo de trabalho, a Equação (5.13) fica:

$$\frac{p_s}{p_A} \sqrt{1 - \left( \frac{\frac{p_A}{p_s} - b}{1 - b} \right)^2} = 1 \quad (5.14)$$

Rearranjando os termos:

$$\left( \frac{p_A}{p_s} \right)^2 (-2 + 2b - b^2) + 2 \left( \frac{p_A}{p_s} \right) b - 2b + 1 = 0 \quad (5.15)$$

A seguir, são apresentadas as raízes desta equação:

$$\frac{p_A}{p_s} = \frac{b + \sqrt{6b^2 - 6b + 2 - 2b^3}}{2 - 2b + b^2} \quad (5.16)$$

$$\frac{p_A}{p_s} = \frac{b - \sqrt{6b^2 - 6b + 2 - 2b^3}}{2 - 2b + b^2} \quad (5.17)$$

Nas Figura 5-8 e Figura 5-9 são apresentadas as retas que determinam a relação das pressões nas câmaras dos cilindros pneumáticos para a Condição II. Nota-se que a relação das razões de pressão, para a situação de escoamento subsônico de P-A e sônico de B-T, independe dos valores das pressões envolvidas na exaustão, ou seja, o

valor assumido por  $\left( \frac{p_A}{p_s} \right)$  permanece constante para qualquer valor de

$\left( \frac{p_0}{p_B} \right)$ , ficando condicionado apenas ao valor da razão de pressão

crítica da válvula ( $b$ ) fornecida pelo fabricante da válvula, uma vez que o escoamento na exaustão atingiu regime sônico e a válvula saturou. A reta determinada pela Equação (5.16), representada na Figura 5-8,

apenas apresenta valor aceitável para a razão de pressão  $\left( \frac{p_A}{p_s} \right)$ .

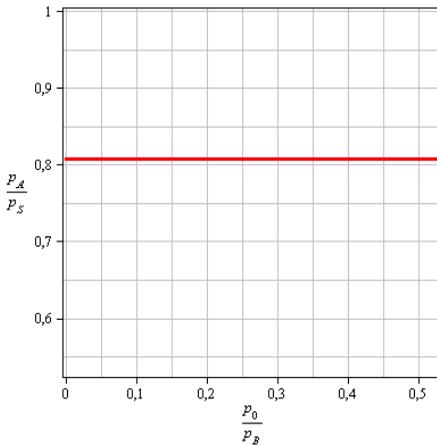


Figura 5-8 - Gráfico de  $(p_0/p_B) \times (p_A/p_S)$  para a Condição II – Equação (5.16).

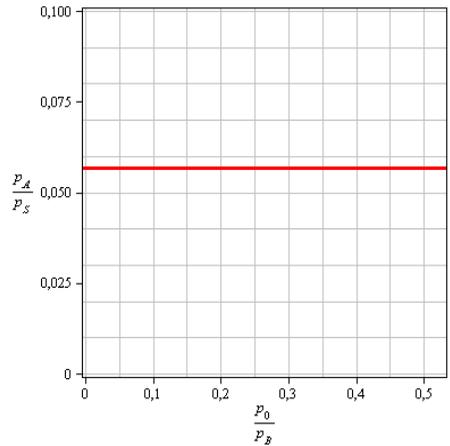


Figura 5-9 - Gráfico de  $(p_0/p_B) \times (p_A/p_S)$  para a Condição II – Equação (5.17).

### 5.2.1.1.3 CONDIÇÃO III: $(p_A/p_S \leq b)$ e $(p_0/p_B > b)$

Para a terceira Condição, onde a relação entre o escoamento em P-A dá-se em regime sônico e na via B-T ocorre em regime subsônico, o desenvolvimento é análogo aos dois anteriores.

Substituindo-se a equação da vazão mássica da ISO para o respectivo regime de escoamento na Equação (5.5), tendo-se:

$$p_S C \rho_0 \sqrt{\frac{T_0}{T_S}} \frac{RT_A}{p_A} = p_B C \rho_0 \sqrt{\frac{T_0}{T_B}} \sqrt{1 - \left( \frac{\frac{p_0}{p_B} - b}{1 - b} \right)^2} \frac{RT_B}{p_B} \quad (5.18)$$

Fazendo as simplificações, decorrentes das considerações anteriores, a Equação (5.18) é reescrita como segue:

$$\frac{p_S}{p_A} = \sqrt{1 - \frac{\left(\frac{p_0}{p_B} - b\right)^2}{1 - b}} \quad (5.19)$$

Desenvolvendo esta equação e rearranjando os termos, obtém-se:

$$\left(\frac{p_0}{p_B}\right)^2 - 2\left(\frac{p_0}{p_B}\right)b + \frac{1}{\left(\frac{p_A}{p_S}\right)^2} - \frac{2b}{\left(\frac{p_A}{p_S}\right)^2} + \frac{b^2}{\left(\frac{p_A}{p_S}\right)^2} - 1 + 2b = 0 \quad (5.20)$$

Para este polinômio, tem-se como raízes:

$$\frac{p_0}{p_B} = \frac{b\left(\frac{p_A}{p_S}\right) + \sqrt{b^2\left(\frac{p_A}{p_S}\right)^2 - b^2 + \left(\frac{p_A}{p_S}\right)^2 - 1 + 2b - 2b\left(\frac{p_A}{p_S}\right)^2}}{\left(\frac{p_A}{p_S}\right)} \quad (5.21)$$

$$\frac{p_0}{p_B} = \frac{b\left(\frac{p_A}{p_S}\right) - \sqrt{b^2\left(\frac{p_A}{p_S}\right)^2 - b^2 + \left(\frac{p_A}{p_S}\right)^2 - 1 + 2b - 2b\left(\frac{p_A}{p_S}\right)^2}}{\left(\frac{p_A}{p_S}\right)} \quad (5.22)$$

$$\frac{p_A}{p_S} = -\frac{b-1}{\sqrt{-\left(\frac{p_0}{p_B}\right)^2 + 2\left(\frac{p_0}{p_B}\right)b - 2b + 1}} \quad (5.23)$$

$$\frac{p_A}{p_S} = \frac{b-1}{\sqrt{-\left(\frac{p_0}{p_B}\right)^2 + 2\left(\frac{p_0}{p_B}\right)b - 2b + 1}} \quad (5.24)$$

Ao analisar estas equações, usando-se um *software* para solução analítica de equações, observa-se que nenhuma delas apresentam valores dentro dos limites estabelecidos, ou possíveis, para a relação das razões de pressão nas câmaras de cilindros pneumáticos simétricos. Portanto, estas equações foram descartadas da investigação.

#### 5.2.1.1.4 CONDIÇÃO IV: $(p_A/p_S \leq b)$ e $(p_0/p_B \leq b)$

Nesta Condição, onde as relações de pressão na entrada  $(p_A/p_S)$  e na saída  $(p_0/p_B)$  das câmaras do cilindro são menores que a razão de pressão crítica  $(b)$  da válvula, ocorre escoamento sônico em ambos os lados da válvula. Como em regime permanente, as velocidades de entrada e saída nas câmaras dos cilindros são iguais, substituindo a equação da vazão mássica da ISO na Equação (5.5), chega-se a seguinte relação:

$$p_S C \rho_0 \sqrt{\frac{T_0}{T_S}} \frac{RT_A}{p_A} = p_B C \rho_0 \sqrt{\frac{T_0}{T_B}} \frac{RT_B}{p_B} \quad (5.25)$$

Substituindo com as devidas considerações, a Equação (5.25) fica:

$$\frac{p_S}{p_B} = 1$$

Esta é a típica condição sem escoamento. Nesta condição, a pressão na câmara *B* do cilindro pneumático  $(p_B)$  e a pressão de suprimento  $(p_S)$  são iguais. Não há vazão na válvula da pressão de suprimento para o cilindro. Esta é uma condição onde o carregamento do pistão seria grande o suficiente para não haver movimento quando a válvula está totalmente aberta. Deste modo, esta Condição também foi descartada.

Logo, para a situação de um cilindro pneumático simétrico em avanço, apenas as Condições I e II estão dentro da região de valores aceitáveis para as razões de pressão. Nas Figuras 5-10 e 5-11 está apresentada a junção das duas condições, onde a curva em azul representa a curva da relação das razões de pressão sob a condição de

escoamento subsônico nas duas vias, e a reta em verde representa o caso em que na via de B-T tem-se escoamento sônico.

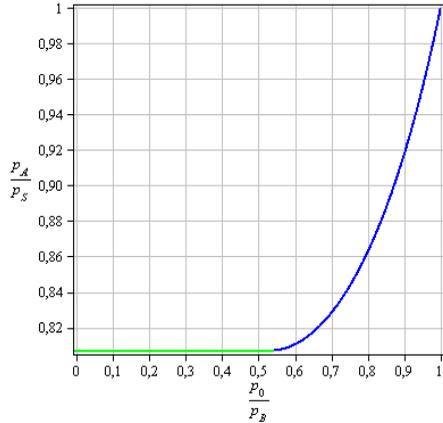
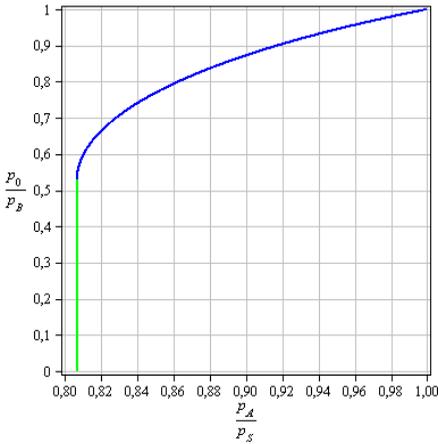


Figura 5-10 - Gráfico de  $(p_A/p_S) \times (p_0/p_B)$  para as Condições I e II, do cilindro simétrico no avanço.

Figura 5-11 - Gráfico de  $(p_0/p_B) \times (p_A/p_S)$  para as Condições I e II, do cilindro simétrico no avanço.

O efeito causado pela razão de pressão crítica da válvula ( $b$ ) no comportamento das pressões nas câmaras do cilindro está representado na Figura 5-12, onde se observa que ao reduzir o valor de ( $b$ ), a possibilidade de escoamento sônico na exaustão diminui e há uma maior possibilidade de alcançarem-se relações de pressão menores.

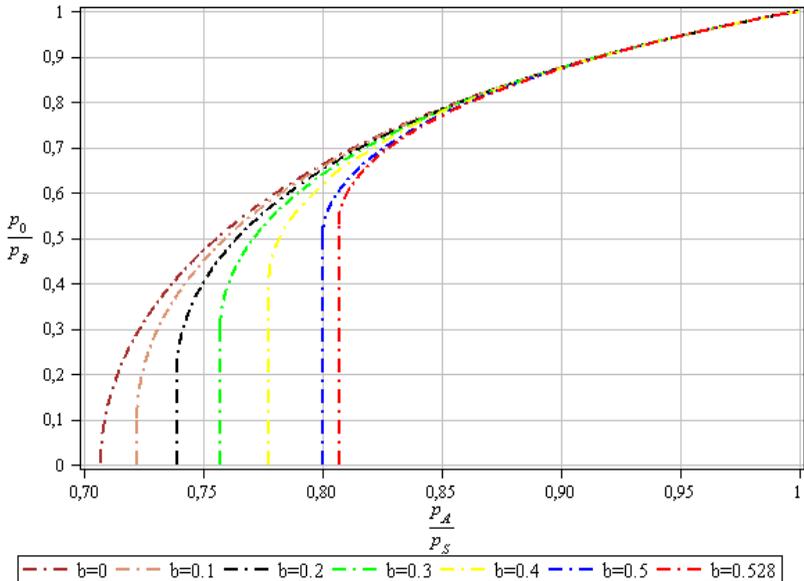


Figura 5-12 - Relação das razões de pressão nas câmaras dos cilindros pneumáticos simétricos para diferentes valores da razão de pressão crítica ( $b$ ) no de avanço.

### 5.2.1.2 Recuo do Cilindro Simétrico

As curvas obtidas para o recuo do cilindro são idênticas ao do avanço. Desenvolve-se o mesmo raciocínio para determinar a relação das razões de pressão nas câmaras do cilindro, ainda simétrico, no recuo, tem-se as relações das razões de pressão escritas como  $(p_B/p_S)$  e  $(p_0/p_A)$ , demonstradas nas equações, conforme as condições, a seguir.

#### 5.2.1.2.1 CONDIÇÃO I: $(p_B/p_S > b)$ e $(p_0/p_A > b)$

Da substituição da equação da vazão mássica, para a condição de escoamento subsônico em ambas as câmaras do cilindro na Equação (5.5), resulta:

$$p_S C \rho_0 \sqrt{\frac{T_0}{T_S}} \sqrt{1 - \left( \frac{p_B - b}{1 - b} \right)^2} \frac{RT_B}{p_B} = p_A C \rho_0 \sqrt{\frac{T_0}{T_A}} \sqrt{1 - \left( \frac{p_0 - b}{1 - b} \right)^2} \frac{RT_A}{p_A} \quad (5.27)$$

Considerando a temperatura constante ao longo do ciclo de trabalho e supondo a condutância sônica da válvula ( $C$ ) constante para qualquer abertura da válvula e igual para ambas as vias, a Equação (5.27) é reescrita como:

$$\frac{p_S}{p_B} \sqrt{1 - \left( \frac{p_B - b}{1 - b} \right)^2} = \sqrt{1 - \left( \frac{p_0 - b}{1 - b} \right)^2} \quad (5.28)$$

Desenvolvendo os termos e rearranjando a equação, chega-se:

$$\left( \frac{p_0}{p_A} \right)^2 - 2b \left( \frac{p_0}{p_A} \right) - \frac{2b}{\left( \frac{p_B}{p_S} \right)^2} + \frac{1}{\left( \frac{p_B}{p_S} \right)^2} + \frac{2b}{\left( \frac{p_B}{p_S} \right)} + 2b - 2 = 0 \quad (5.29)$$

Extraindo as raízes do polinômio, obtém-se:

$$\frac{p_0}{p_A} = \frac{b \left( \frac{p_B}{p_S} \right) + \sqrt{b^2 \left( \frac{p_B}{p_S} \right)^2 - 2b \left( \frac{p_B}{p_S} \right) - 2b \left( \frac{p_B}{p_S} \right)^2 + 2b - 1 + 2 \left( \frac{p_B}{p_S} \right)^2}}{\left( \frac{p_B}{p_S} \right)} \quad (5.30)$$

$$\frac{p_0}{p_A} = \frac{b \left( \frac{p_B}{p_S} \right) - \sqrt{b^2 \left( \frac{p_B}{p_S} \right)^2 - 2b \left( \frac{p_B}{p_S} \right) - 2b \left( \frac{p_B}{p_S} \right)^2 + 2b - 1 + 2 \left( \frac{p_B}{p_S} \right)^2}}{\left( \frac{p_B}{p_S} \right)} \quad (5.31)$$

$$\frac{p_B}{p_S} = \frac{b + \sqrt{5b^2 - 4\left(\frac{p_0}{p_A}\right)b^2 + 2\left(\frac{p_0}{p_A}\right)b + 2\left(\frac{p_0}{p_A}\right)^2} b - \left(\frac{p_0}{p_A}\right)^2 - 6b + 2}{2\left(\frac{p_0}{p_A}\right)b - \left(\frac{p_0}{p_A}\right)^2 - 2b + 2} \quad (5.32)$$

$$\frac{p_B}{p_S} = \frac{b - \sqrt{5b^2 - 4\left(\frac{p_0}{p_A}\right)b^2 + 2\left(\frac{p_0}{p_A}\right)b + 2\left(\frac{p_0}{p_A}\right)^2} b - \left(\frac{p_0}{p_A}\right)^2 - 6b + 2}{2\left(\frac{p_0}{p_A}\right)b - \left(\frac{p_0}{p_A}\right)^2 - 2b + 2} \quad (5.33)$$

Os gráficos das Figuras 5-13, 5-14, 5-15 e 5-16 representam o comportamento das relações das razões de pressão nas câmaras do cilindro, dentro da faixa de valores possíveis (0-1). Analisando as curvas, observa-se que a complementaridade entre as razões de pressão é alcançada nas Equações (5.30) e (5.32). As demais equações, além de não serem complementares, permitem que os valores das razões de pressão atinjam patamares baixos, que é o caso da Equação (5.33) e, portanto, estas foram, também, descartadas. Para melhor visualização, os gráficos das Figuras 5-13 e 5-15 são, novamente, apresentados em escala ampliada.

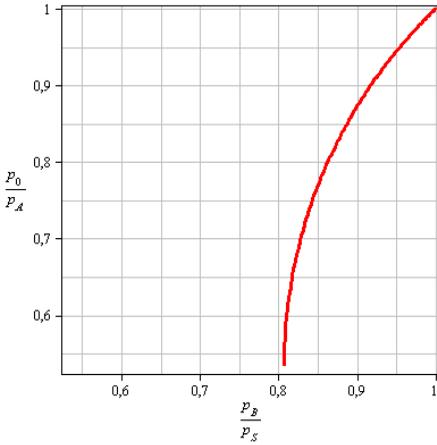


Figura 5-13 - Gráfico de  $(p_B/p_S) \times (p_0/p_A)$  para a Condição I – Equação (5.30).

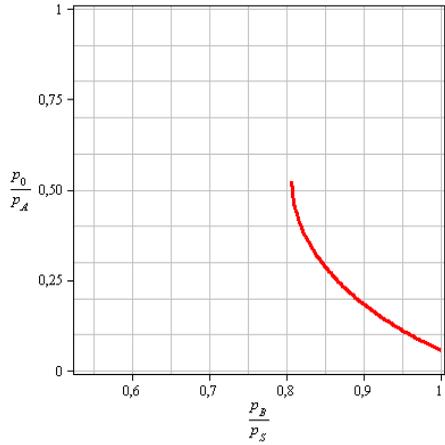


Figura 5-14 - Gráfico de  $(p_B/p_S) \times (p_0/p_A)$  para a Condição I – Equação (5.31).

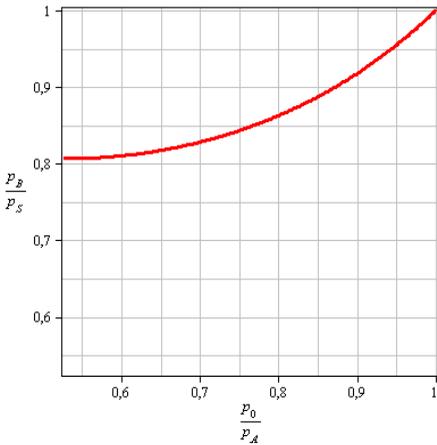


Figura 5-15 - Gráfico de  $(p_0/p_A) \times (p_B/p_S)$  para a Condição I – Equação (5.32).

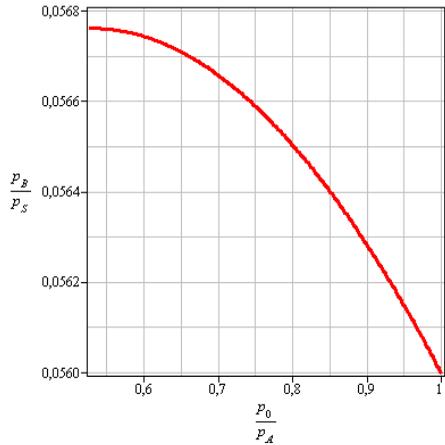


Figura 5-16 - Gráfico de  $(p_0/p_A) \times (p_B/p_S)$  para a Condição I – Equação (5.33).

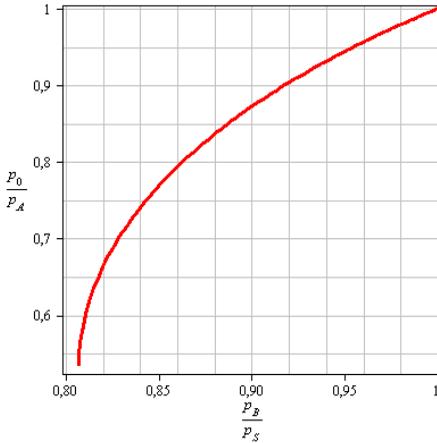


Figura 5-17 - Gráfico de  $(p_B/p_S) \times (p_0/p_A)$  para a Condição I – Equação (5.30) ampliado.

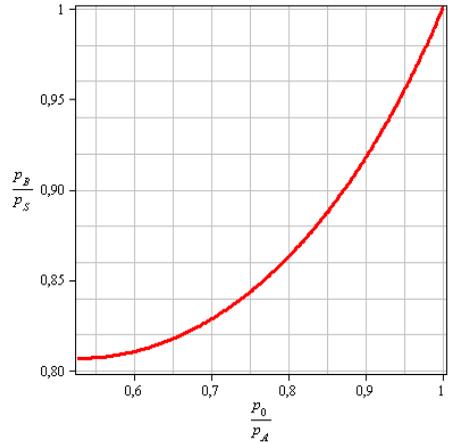


Figura 5-18 - Gráfico de  $(p_0/p_A) \times (p_B/p_S)$  para a Condição I – Equação (5.32) ampliado.

5.2.1.2.2 CONDIÇÃO II:  $(p_B/p_S > b)$  e  $(p_0/p_A \leq b)$

Para a Condição II, em que a vazão mássica de P-B é subsônico e na vias de A-T é sônico, substitui-se o termo da vazão correspondente ao modo de escoamento na equação da ISO, alcançando-se:

$$p_S C \rho_0 \sqrt{\frac{T_0}{T_S}} \sqrt{1 - \left( \frac{p_B - b}{p_S - b} \right)^2} \frac{RT_B}{p_B} = p_A C \rho_0 \sqrt{\frac{T_0}{T_A}} \frac{RT_A}{p_A} \quad (5.34)$$

Fazendo-se as considerações da temperatura e da condutância sônica da válvula ( $C$ ), a equação anterior então, pode ser reescrita:

$$\frac{p_S}{p_B} \sqrt{1 - \left( \frac{p_B - b}{p_S - b} \right)^2} = 1 \quad (5.35)$$

Esta equação corresponde a um polinômio de segunda ordem, conforme expressa a Equação

(5.36).

$$\left(\frac{p_B}{p_S}\right)^2 (-2 + 2b - b^2) + 2\left(\frac{p_B}{p_S}\right)b - 2b + 1 = 0 \quad (5.36)$$

Do polinômio são extraídas duas raízes, mostradas pelas Equações

(5.37) e

(5.38).

$$\frac{p_B}{p_S} = \frac{b + \sqrt{6b^2 - 6b + 2 - 2b^3}}{2 - 2b + b^2} \quad (5.37)$$

$$\frac{p_B}{p_S} = \frac{b - \sqrt{6b^2 - 6b + 2 - 2b^3}}{2 - 2b + b^2} \quad (5.38)$$

Note que estas equações determinam o valor de  $\frac{p_B}{p_S}$  como uma

função dependente apenas do valor da razão de pressão crítica da válvula, permanecendo constante para qualquer valor da razão de pressão na exaustão  $\left(\frac{p_0}{p_A}\right)$ . Através dos gráficos destas equações,

Figura 5-19 e Figura 5-20, observa-se, ainda, que o valor alcançado para a razão de pressões na Equação

(5.38) são de baixa magnitude. Logo, esta foi descartada como hipótese para o comportamento da razão de pressão na câmara do cilindro pneumático, quando este está submetido à circunstância que envolve a Condição II.

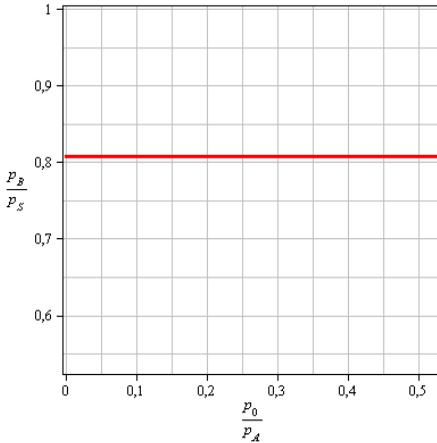


Figura 5-19 – Gráfico de  $(p_0/p_A) \times (p_B/p_S)$  para a Condição II – Equação (5.37).

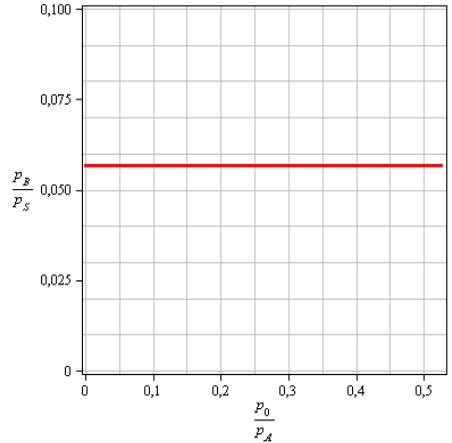


Figura 5-20 – Gráfico de  $(p_0/p_A) \times (p_B/p_S)$  para a Condição II – Equação (5.38).

5.2.1.2.3 CONDIÇÃO III:  $(p_B/p_S \leq b)$  e  $(p_0/p_A > b)$

Com a Condição III, não é diferente, substitui-se a equação da vazão mássica, dada pela Equação (4.1), na Equação (5.5). Sendo, nesta ocasião, o escoamento de P-B sônico e de A-T subsônico, é alcançada a seguinte equação:

$$p_S C \rho_0 \sqrt{\frac{T_0}{T_S}} \frac{RT_B}{p_B} = p_A C \rho_0 \sqrt{\frac{T_0}{T_A}} \sqrt{1 - \left( \frac{\frac{p_0}{p_A} - b}{1 - b} \right)^2} \frac{RT_A}{p_A} \quad (5.39)$$

Considerando as hipóteses simplificadoras, a equação anterior fica:

$$\frac{p_S}{p_B} = \sqrt{1 - \left( \frac{\frac{p_0}{p_A} - b}{1 - b} \right)^2} \quad (5.40)$$

Desenvolvendo a Equação (5.40), obtém-se uma equação de segundo grau, descrita abaixo:

$$\left(\frac{p_0}{p_A}\right)^2 - 2b\left(\frac{p_0}{p_A}\right) + \frac{1}{\left(\frac{p_B}{p_S}\right)^2} - \frac{2b}{\left(\frac{p_B}{p_S}\right)^2} + \frac{b^2}{\left(\frac{p_B}{p_S}\right)^2} - 1 + 2b = 0 \quad (5.41)$$

As raízes da Equação (5.41), são:

$$\frac{p_0}{p_A} = \frac{b\left(\frac{p_B}{p_S}\right) + \sqrt{b^2\left(\frac{p_B}{p_S}\right)^2 - b^2 + \left(\frac{p_B}{p_S}\right)^2 - 1 + 2b - 2b\left(\frac{p_B}{p_S}\right)^2}}{\left(\frac{p_B}{p_S}\right)} \quad (5.42)$$

$$\frac{p_0}{p_A} = \frac{b\left(\frac{p_B}{p_S}\right) - \sqrt{b^2\left(\frac{p_B}{p_S}\right)^2 - b^2 + \left(\frac{p_B}{p_S}\right)^2 - 1 + 2b - 2b\left(\frac{p_B}{p_S}\right)^2}}{\left(\frac{p_B}{p_S}\right)} \quad (5.43)$$

$$\frac{p_B}{p_S} = \frac{(b-1)}{\sqrt{-\left(\frac{p_0}{p_A}\right)^2 + 2\left(\frac{p_0}{p_A}\right)b - 2b + 1}} \quad (5.44)$$

$$\frac{p_B}{p_S} = \frac{-(b-1)}{\sqrt{-\left(\frac{p_0}{p_A}\right)^2 + 2\left(\frac{p_0}{p_A}\right)b - 2b + 1}} \quad (5.45)$$

Avaliando, por meio de simulação matemática, estas equações, obtidas para a suposição da Condição III e dentro da faixa de valores possíveis para as razões de pressão (0-1), se percebe que não existem correspondências entre as razões de pressão das câmaras A e B, dentro da faixa prevista para a obtenção de valores das razões de

pressão. Logo, a hipótese de escoamento sônico saturado da via de suprimento para a câmara  $B$  e escoamento subsônico da câmara  $A$  para a atmosfera não é algo possível de ocorrer e, então, a Condição III foi também desconsiderada.

#### 5.2.1.2.4 CONDIÇÃO IV: $(p_B/p_S \leq b)$ e $(p_0/p_A \leq b)$

No caso do escoamento, em ambas as vias, serem sônico saturado, a relação entre as vazões mássicas é:

$$p_S C \rho_0 \sqrt{\frac{T_0}{T_S}} \frac{RT_B}{p_B} = p_A C \rho_0 \sqrt{\frac{T_0}{T_A}} \frac{RT_A}{p_A} \quad (5.46)$$

Fazendo as considerações, obtém-se a seguinte relação:

$$\frac{p_S}{p_A} = 1$$

A razão de pressão determinada acima, pela Equação (5.47), não estabelece uma dependência entre a pressão à jusante ( $p_B$  ou  $p_0$ ) e a montante ( $p_S$  ou  $p_A$ ), que resultaria nas razões de pressão  $\left(\frac{p_0}{p_A}\right)$  ou

$\left(\frac{p_B}{p_S}\right)$ . Deste modo, a Condição IV também foi descartada da análise para a determinação da relação das razões de pressão nas câmaras dos cilindros.

Sendo assim, apenas as Condições I e II apresentam resultados satisfatórios. Unindo estas duas condições em um único gráfico, chegam-se às Figuras 5-21 e 5-22. Como se pode observar, o comportamento das pressões para o recuo é idêntico ao do avanço do cilindro, a menos das razões de pressão envolvidas que para o avanço

são dadas por  $\left(\frac{p_A}{p_S}\right)$  e  $\left(\frac{p_0}{p_B}\right)$ .

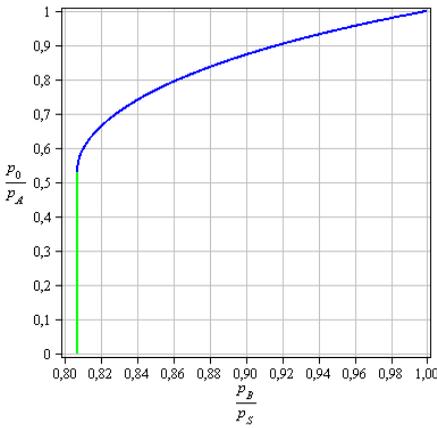


Figura 5-21 – Gráfico de  $(p_B/p_S) \times (p_0/p_A)$  para as Condições I e II, do cilindro simétrico no recuo.

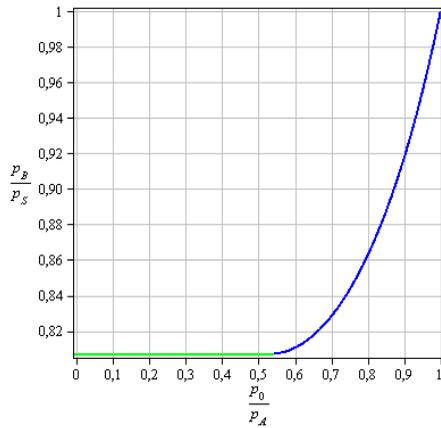


Figura 5-22 – Gráfico de  $(p_0/p_A) \times (p_B/p_S)$  para as Condições I e II, do cilindro simétrico no recuo.

A razão de pressão crítica da válvula,  $(b)$ , influencia no comportamento das pressões nas câmaras dos cilindros, de modo que, ao diminuir o valor de  $b$ , as razões de pressão nas câmaras do cilindro trabalham apenas em regime subsônico, independentemente do ponto da curva, que é o caso em que  $b = 0$ . À medida que se aumenta o valor da razão de pressão crítica, a reta correspondente ao escoamento sônico passar a existir e aumenta seu valor proporcionalmente e igual ao valor de  $b$ , conforme representado nas curvas do gráfico da Figura 5-23.

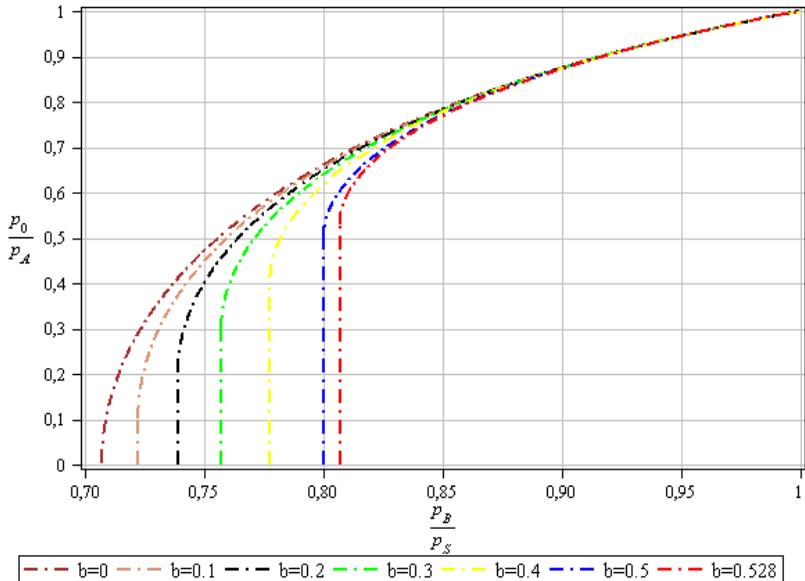


Figura 5-23 - Relação das razões de pressão nas câmaras dos cilindros pneumáticos simétricos para diferentes valores da razão de pressão crítica ( $b$ ) no recuo.

### 5.2.2 Cilindro Assimétrico

Para os cilindros assimétricos, os parâmetros que influenciam as relações de pressão são: a razão de pressão crítica da válvula ( $b$ ) e as áreas (razões de área  $r_A$ ).

O desenvolvimento para a determinação das relações das razões de pressão nas câmaras dos cilindros assimétricos é igual ao do cilindro simétrico, conforme é demonstrado nas seções a seguir:

#### 5.2.2.1 Avanço do Cilindro Assimétrico

Estando o cilindro pneumático em movimento de avanço, como apresentado na Figura 5-24 e sendo a velocidade do escoamento do ar em ambas as câmaras iguais analisam-se as seguintes condições, conforme Tabela 5-1.

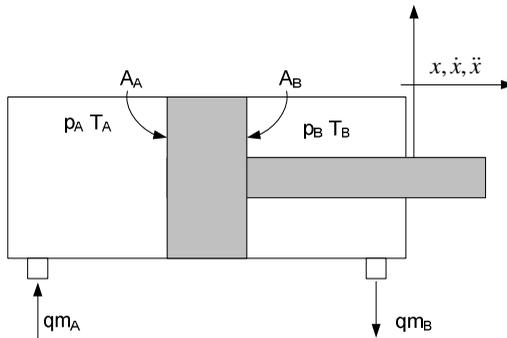


Figura 5-24 - Notação básica dos parâmetros no cilindro assimétrico no avanço.

5.2.2.1.1 CONDIÇÃO I:  $(p_A/p_S > b)$  e  $(p_0/p_B > b)$

Sendo o escoamento na Condição I, regime subsônico para ambas as câmaras, a substituição da equação da vazão mássica na Equação (5.3) resulta em:

$$p_S C \rho_0 \sqrt{\frac{T_0}{T_S}} \sqrt{1 - \left( \frac{p_A - b}{p_S} \right)^2} \frac{RT_A}{p_A A_A} = p_B C \rho_0 \sqrt{\frac{T_0}{T_B}} \sqrt{1 - \left( \frac{p_0 - b}{p_B} \right)^2} \frac{RT_B}{p_B A_B} \quad (5.48)$$

No desenvolvimento desta determinação, também é suposto que: a condutância sônica da válvula ( $C$ ) para ambos os lados da válvula independe do tamanho da área de abertura proveniente do deslocamento do carretel da válvula, a partir de um sinal de entrada e do sentido do escoamento do ar; e que a temperatura é constante ao longo do ciclo de trabalho. Desta forma a Equação (5.48) é reescrita como:

$$\frac{p_S}{p_A} \frac{A_B}{A_A} \sqrt{1 - \left( \frac{p_A - b}{p_S} \right)^2} = \sqrt{1 - \left( \frac{p_0 - b}{p_B} \right)^2} \quad (5.49)$$

Convenciona-se que, a relação das áreas das câmaras do cilindro é  $\frac{A_B}{A_A} = r_A$ . Expandindo e rearranjando os termos da equação acima, chega-se ao polinômio que descreve o comportamento das pressões para a Condição I.

$$\left(\frac{p_0}{p_B}\right)^2 - 2\left(\frac{p_0}{p_B}\right)b + 2b - 1 - r_A^2 + \frac{r_A^2}{\left(\frac{p_A}{p_S}\right)^2} - \frac{2br_A^2}{\left(\frac{p_A}{p_S}\right)^2} + \frac{2br_A^2}{\left(\frac{p_A}{p_S}\right)} = 0 \quad (5.50)$$

Deste polinômio extraem-se as raízes,

$$\frac{p_0}{p_B} = \frac{b\left(\frac{p_A}{p_S}\right) + \sqrt{b^2\left(\frac{p_A}{p_S}\right)^2 - r_A^2 + 2br_A^2 - 2b\left(\frac{p_A}{p_S}\right)^2 + \left(\frac{p_A}{p_S}\right)^2 + r_A^2\left(\frac{p_A}{p_S}\right)^2 - 2br_A^2\left(\frac{p_A}{p_S}\right)}}{\left(\frac{p_A}{p_S}\right)} \quad (5.51)$$

$$\frac{p_0}{p_B} = \frac{b\left(\frac{p_A}{p_S}\right) - \sqrt{b^2\left(\frac{p_A}{p_S}\right)^2 - r_A^2 + 2br_A^2 - 2b\left(\frac{p_A}{p_S}\right)^2 + \left(\frac{p_A}{p_S}\right)^2 + r_A^2\left(\frac{p_A}{p_S}\right)^2 - 2br_A^2\left(\frac{p_A}{p_S}\right)}}{\left(\frac{p_A}{p_S}\right)} \quad (5.52)$$

$$\frac{p_A}{p_S} = \frac{\left( br_A - \sqrt{b^2 r_A^2 - \left(\frac{p_0}{p_B}\right)^2} + 2\left(\frac{p_0}{p_B}\right)b + 2\left(\frac{p_0}{p_B}\right)b - 4\left(\frac{p_0}{p_B}\right)b^2 - 4b + 4b^2 + 1 + r_A^2 - 2br_A^2 \right) r_A}{-\left(\frac{p_0}{p_B}\right)^2 + 2\left(\frac{p_0}{p_B}\right)b - 2b + 1 + r_A^2} \quad (5.53)$$

$$\frac{p_A}{p_S} = \frac{\left( br_A - \sqrt{b^2 r_A^2 - \left(\frac{p_0}{p_B}\right)^2} + 2\left(\frac{p_0}{p_B}\right)b + 2\left(\frac{p_0}{p_B}\right)b - 4\left(\frac{p_0}{p_B}\right)b^2 - 4b + 4b^2 + 1 + r_A^2 - 2br_A^2 \right) r_A}{-\left(\frac{p_0}{p_B}\right)^2 + 2\left(\frac{p_0}{p_B}\right)b - 2b + 1 + r_A^2} \quad (5.54)$$

Para uma melhor compreensão do comportamento das razões de pressão nas câmaras dos cilindros assimétricos no avanço, descrito pelas Equações (5.51), (5.52), (5.53) e (5.54) e sob as Condições I de

escoamento, analisam-se as curvas geradas pelo *software* de solução analítica de equações, para uma razão de áreas do cilindro,  $r_A$ , de 0,75, que corresponde ao menor valor de relações de áreas para cilindros, dentro dos parâmetros dos cilindros normalizados. Como, na seção anterior, tem-se o desenvolvimento para o cilindro simétrico, que corresponde à  $r_A = 1$ , o estudo abrange toda a extensão de valores. Nas Figuras 5-25, 5-26, 5-27e 5-28, estão representadas as curvas para cada uma das raízes.

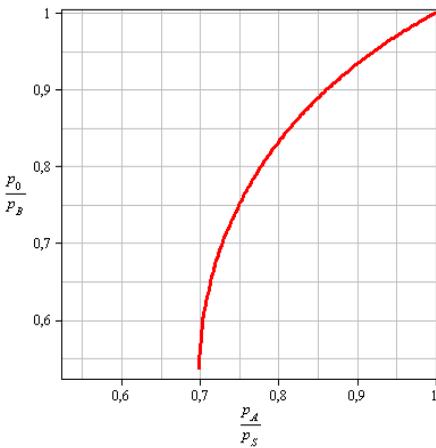


Figura 5-25 - Gráfico de  $(p_A/p_S) \times (p_0/p_B)$  para a Condição I – Equação (5.51).

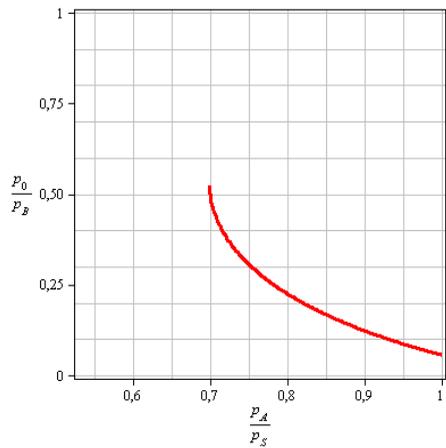


Figura 5-26 - Gráfico de  $(p_A/p_S) \times (p_0/p_B)$  para a Condição I – Equação (5.52).

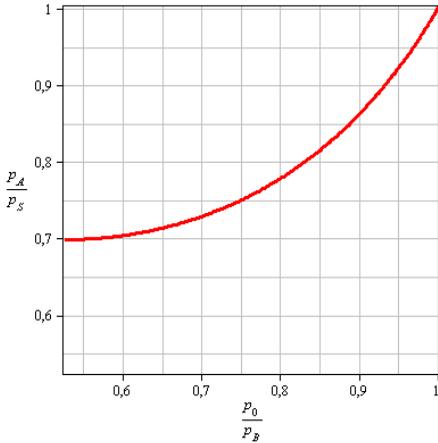


Figura 5-27 - Gráfico de  $(p_0/p_B) \times (p_A/p_S)$  para a Condição I – Equação (5.53).

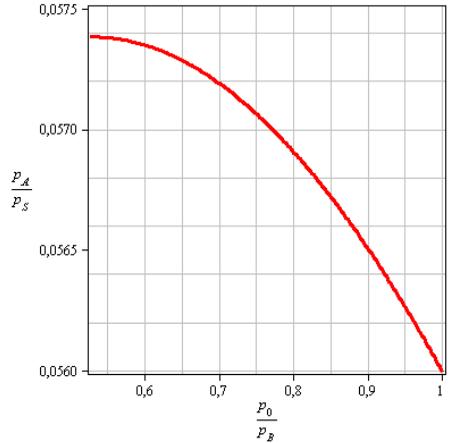


Figura 5-28 - Gráfico de  $(p_0/p_B) \times (p_A/p_S)$  para a Condição I – Equação (5.54).

É possível observar aqui que, no gráfico da Figura 5-28, os valores assumidos pela relação de pressões não correspondem à valores usuais, logo estes foram descartados. Buscando a complementaridade entre as curvas das razões de pressão,  $(p_A/p_S) \times (p_0/p_B)$  e reciprocamente  $(p_0/p_B) \times (p_A/p_S)$ , encontra-se as curvas das Figuras 5-25 e 5-27, que estão, novamente, plotadas nas Figuras 5-29 e 5-30, em escala de ampliação.

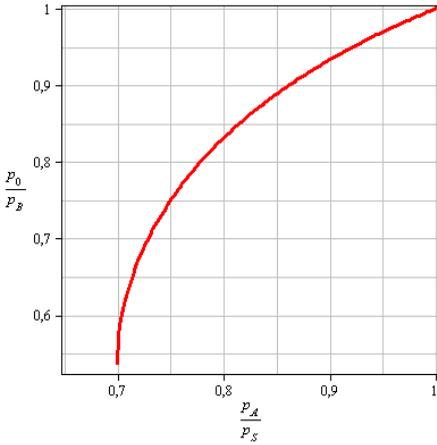


Figura 5-29 - Gráfico de  $(p_A/p_S) \times (p_0/p_B)$  para a Condição I – Equação (5.51) ampliado.

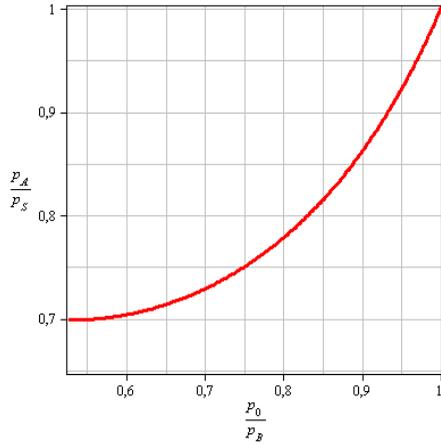


Figura 5-30 - Gráfico de  $(p_0/p_B) \times (p_A/p_S)$  para a Condição I – Equação (5.53) ampliado.

5.2.2.1.2 CONDIÇÃO II:  $(p_A/p_S > b)$  e  $(p_0/p_B \leq b)$

Com o escoamento na via P-A subsônica e na via B-T sônica saturada, a substituição na Equação (5.3) fornece a seguinte relação:

$$p_S C \rho_0 \sqrt{\frac{T_0}{T_S}} \sqrt{1 - \left( \frac{p_A - b}{p_S} \right)^2} \frac{RT_A}{p_A A_A} = p_B C \rho_0 \sqrt{\frac{T_0}{T_B}} \frac{RT_B}{p_B A_B} \quad (5.55)$$

Após as considerações de simplificação e a substituição de

$\frac{A_B}{A_A} = r_A$ , a Equação (5.55) é reescrita como:

$$\frac{p_S}{p_A} \sqrt{1 - \left( \frac{p_A - b}{p_S} \right)^2} \frac{A_B}{A_A} = 1 \quad (5.56)$$

Desenvolvendo a equação acima, chega-se ao polinômio representativo do comportamento das razões de pressão nas câmaras dos cilindros pneumáticos sob as Condições II, descrito na Equação(5.57):

$$\left(\frac{p_A}{p_S}\right)^2 (1 - 2b + b^2 + r_A^2) - 2\left(\frac{p_A}{p_S}\right) br_A^2 + 2br_A^2 - r_A^2 = 0 \quad (5.57)$$

Deste polinômio extraem-se as raízes:

$$\frac{p_A}{p_S} = \frac{\left(br_A + \sqrt{b^2 r_A^2 - 4b + 1 + 5b^2 - 2b^3 - 2br_A^2 + r_A^2}\right)r_A}{1 - 2b + b^2 + r_A^2} \quad (5.58)$$

$$\frac{p_A}{p_S} = \frac{\left(br_A - \sqrt{b^2 r_A^2 - 4b + 1 + 5b^2 - 2b^3 - 2br_A^2 + r_A^2}\right)r_A}{1 - 2b + b^2 + r_A^2} \quad (5.59)$$

Percebe-se que a relação extraída do polinômio estabelece dependência apenas com a razão de pressão crítica da válvula ( $b$ ) e com a razão de áreas do cilindro ( $r_A$ ). Com a representação gráfica das Equações (5.58) e (5.59), usando o *software* para simulação analítica, novamente assumindo  $r_A = 0,75$  e pressão de suprimento igual a 700kPa, encontra-se, na Figura 5-31 valores compatíveis com o esperado para o comportamento das razões de pressão, sendo estes últimos empregados na análise.

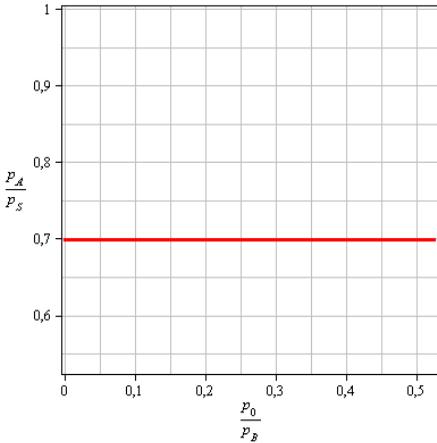


Figura 5-31 – Gráfico de  $(p_0/p_B) \times (p_A/p_S)$  para a Condição II – Equação (5.58).

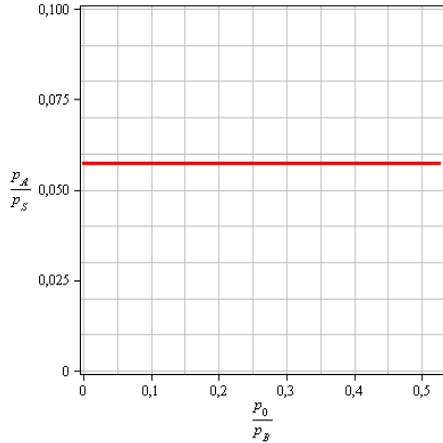


Figura 5-32 - Gráfico de  $(p_0/p_B) \times (p_A/p_S)$  para a Condição II – Equação (5.59).

5.2.2.1.3 CONDIÇÃO III:  $(p_A/p_S \leq b)$  e  $(p_0/p_B > b)$

Sob as condições de regime sônico na via P-A e subsônico de B-T, a equação da relação das pressões é descrita pela igualdade a seguir:

$$p_S C \rho_0 \sqrt{\frac{T_0}{T_S}} \frac{RT_A}{p_A A_A} = p_B C \rho_0 \sqrt{\frac{T_0}{T_B}} \sqrt{1 - \left( \frac{\frac{p_0}{p_B} - b}{1 - b} \right)^2} \frac{RT_B}{p_B A_B} \quad (5.60)$$

Fazendo as considerações pertinentes, temos:

$$\frac{p_S}{p_A} \frac{A_B}{A_A} = \sqrt{1 - \left( \frac{\frac{p_0}{p_B} - b}{1 - b} \right)^2} \quad (5.61)$$

Do desenvolvendo da Equação (5.61), obtém-se o polinômio:

$$\left(\frac{p_0}{p_B}\right)^2 - 2b\left(\frac{p_0}{p_B}\right) + \frac{r_A^2}{\left(\frac{p_A}{p_S}\right)^2} - \frac{2br_A^2}{\left(\frac{p_A}{p_S}\right)^2} + \frac{b^2r_A^2}{\left(\frac{p_A}{p_S}\right)^2} - 1 + 2b = 0 \quad (5.62)$$

Extraindo as raízes, têm-se as equações:

$$\frac{p_0}{p_B} = \frac{b\left(\frac{p_A}{p_S}\right) + \sqrt{b^2\left(\frac{p_A}{p_S}\right)^2 - 2b\left(\frac{p_A}{p_S}\right)^2 + \left(\frac{p_A}{p_S}\right)^2 - r_A^2 + 2br_A^2 + r_A^2\left(\frac{p_A}{p_S}\right)^2 - b^2r_A^2}}{\left(\frac{p_A}{p_S}\right)} \quad (5.63)$$

$$\frac{p_0}{p_B} = \frac{b\left(\frac{p_A}{p_S}\right) - \sqrt{b^2\left(\frac{p_A}{p_S}\right)^2 - 2b\left(\frac{p_A}{p_S}\right)^2 + \left(\frac{p_A}{p_S}\right)^2 - r_A^2 + 2br_A^2 + r_A^2\left(\frac{p_A}{p_S}\right)^2 - b^2r_A^2}}{\left(\frac{p_A}{p_S}\right)} \quad (5.64)$$

$$\frac{p_A}{p_S} = \frac{(b-1)r_A}{\sqrt{-\left(\frac{p_0}{p_B}\right)^2 + 2\left(\frac{p_0}{p_B}\right)b - 2b + 1}} \quad (5.65)$$

$$\frac{p_A}{p_S} = \frac{-(b-1)r_A}{\sqrt{-\left(\frac{p_0}{p_B}\right)^2 + 2\left(\frac{p_0}{p_B}\right)b - 2b + 1}} \quad (5.66)$$

Contudo, estas relações não assumem valores das razões de pressão dentro da faixa de valores possíveis (0-1). Concluindo-se que não é possível a ocorrência de escoamento sônico da via P-A e subsônico na exaustão, B-T, então estas equações foram desconsideradas da análise.

#### 5.2.2.1.4 CONDIÇÃO IV: $(p_A/p_S \leq b)$ e $(p_0/p_B \leq b)$

No caso de ocorrer escoamento sônico saturado em ambas as vias, Condição IV, a substituição da Equação (5.3) resulta em uma relação como a expressa a seguir:

$$p_S C \rho_0 \sqrt{\frac{T_0}{T_S}} \frac{RT_A}{p_A A_A} = p_B C \rho_0 \sqrt{\frac{T_0}{T_B}} \frac{RT_B}{p_B A_B} \quad (5.67)$$

Após as considerações, já citadas, a Equação (5.67) fica na forma:

$$\frac{p_A}{p_S} = r_A \quad (5.68)$$

Supondo escoamento supersônico para ambas as câmaras do cilindro, o que se obtém através do equacionamento é que a relação das razões de pressão independe de  $\frac{p_0}{p_B}$  e que a pressão na câmara A

( $p_A$ ) é diretamente proporcional a pressão de suprimento pela razão de áreas do cilindro. Porém, como os valores das razões de áreas do cilindro são valores compreendidos entre 0,75-1, isto corresponde a valores de razão de pressão também entre estes valores, o que contradiz com a condição inicial do escoamento nas vias ser sônico. Deste modo, esta relação não é satisfatória para a análise.

Da associação das Condições I e II, obtêm-se as relações das razões de pressão nas câmaras dos cilindros pneumáticos, desde o regime de escoamento subsônico até sônico, conforme ilustrado nas Figuras 5-33 e 5-34, onde a curva azul descreve a Condição I e a reta verde, a Condição II.

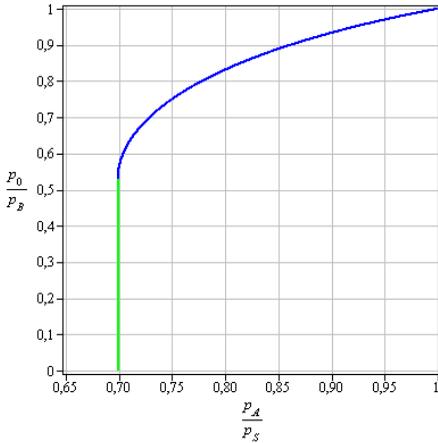


Figura 5-33 - Gráfico de  $(p_A/p_S) \times (p_0/p_B)$  para as Condições I e II, do cilindro assimétrico no avanço.

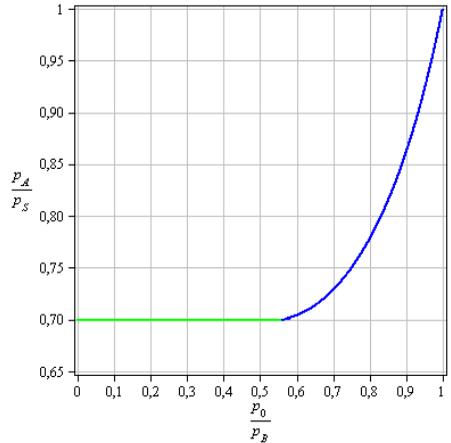


Figura 5-34 - Gráfico de  $(p_0/p_B) \times (p_A/p_S)$  para as Condições I e II, do cilindro assimétrico no avanço.

Na Figura 5-35 está representada a influência no comportamento das pressões nas câmaras dos cilindros, com a variação da razão de pressão crítica da válvula ( $b$ ), onde se observa um comportamento idêntico ao do cilindro simétrico em avanço e recuo, em que, ao diminuir o valor de  $b$ , as razões de pressão nas câmaras do cilindro trabalham apenas em regime subsônico, independentemente do ponto da curva, é o caso em que  $b = 0$ . A medida que aumenta-se o valor da razão de pressão crítica, a reta correspondente ao escoamento sônico vai surgindo e aumentando seu valor proporcionalmente e igual ao valor de  $b$ , conforme representado nas curvas do gráfico da Figura 5-35, a seguir.

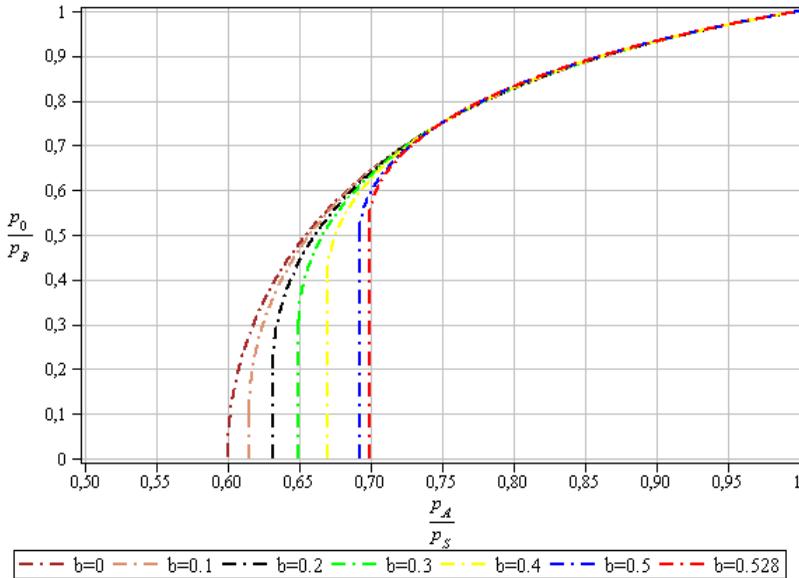


Figura 5-35 - Relação das razões de pressão nas câmaras dos cilindros pneumáticos assimétricos para diferentes valores da razão de pressão crítica ( $b$ ) no avanço.

### 5.2.2.2 Recuo do Cilindro Assimétrico

A proposta de obtenção das razões de pressão nas câmaras dos cilindros pneumáticos assimétricos no recuo é a mesma já realizada nas outras seções. Alterando apenas as pressões envolvidas nas razões  $(p_B/p_S)$  e  $(p_0/p_A)$  e o efeito das áreas sobre o comportamento da dinâmica das pressões, visto que a área de  $A$  é maior que a área de  $B$ , temos o desenvolvimento detalhado a seguir.

#### 5.2.2.2.1 CONDIÇÃO I: $(p_B/p_S > b)$ e $(p_0/p_A > b)$

Na Condição I, o regime de escoamento é subsônico, tanto entre as vias P e B (P-B), como A e T (A-T), substituindo a Equação (4.1) na Equação (5.5), obtém-se:

$$p_S C \rho_0 \sqrt{\frac{T_0}{T_S}} \sqrt{1 - \left( \frac{p_B - b}{1 - b} \right)^2} \frac{RT_B}{p_B A_B} = p_A C \rho_0 \sqrt{\frac{T_0}{T_A}} \sqrt{1 - \left( \frac{p_0 - b}{1 - b} \right)^2} \frac{RT_A}{p_A A_A} \quad (5.69)$$

Considerando a temperatura constante, ao longo do ciclo de trabalho, que a condutância sônica da válvula ( $C$ ) é igual para qualquer

abertura da válvula e que  $\frac{A_B}{A_A} = r_A$ , temos:

$$\frac{p_S}{p_B} \frac{1}{r_A} \sqrt{1 - \left( \frac{p_B - b}{1 - b} \right)^2} = \sqrt{1 - \left( \frac{p_0 - b}{1 - b} \right)^2} \quad (5.70)$$

Rearranjando a Equação (5.70):

$$\left( \frac{p_0}{p_A} \right)^2 r_A^2 - 2 \left( \frac{p_0}{p_A} \right) b r_A^2 + 2 b r_A^2 - 1 - r_A^2 + \frac{1}{\left( \frac{p_B}{p_S} \right)^2} - \frac{2b}{\left( \frac{p_B}{p_S} \right)^2} + \frac{2b}{\left( \frac{p_S}{p_S} \right)} = 0 \quad (5.71)$$

Deste polinômio é possível chegar às raízes seguintes:

$$\frac{p_0}{p_A} = \frac{b r_A \left( \frac{p_B}{p_S} \right) + \sqrt{b^2 r_A^2 \left( \frac{p_B}{p_S} \right)^2 - 1 + 2b - 2b r_A^2 \left( \frac{p_B}{p_S} \right)^2 + \left( \frac{p_B}{p_S} \right)^2} + r_A^2 \left( \frac{p_B}{p_S} \right)^2 - 2b \left( \frac{p_B}{p_S} \right)}{r_A \left( \frac{p_B}{p_S} \right)} \quad (5.72)$$

$$\frac{p_0}{p_A} = \frac{b r_A \left( \frac{p_B}{p_S} \right) - \sqrt{b^2 r_A^2 \left( \frac{p_B}{p_S} \right)^2 - 1 + 2b - 2b r_A^2 \left( \frac{p_B}{p_S} \right)^2 + \left( \frac{p_B}{p_S} \right)^2} + r_A^2 \left( \frac{p_B}{p_S} \right)^2 - 2b \left( \frac{p_B}{p_S} \right)}{r_A \left( \frac{p_B}{p_S} \right)} \quad (5.73)$$

$$\frac{p_B}{p_S} = \frac{b + \sqrt{b^2 - r_A^2 \left( \frac{p_0}{p_A} \right)^2 + 2b r_A^2 \left( \frac{p_0}{p_A} \right)^2 + 2b r_A^2 \left( \frac{p_0}{p_A} \right)^2 - 4b^2 r_A^2 \left( \frac{p_0}{p_A} \right)^2 - 4b r_A^2 + 4b^2 r_A^2 + 1 + r_A^2 - 2b}}{-r_A^2 \left( \frac{p_0}{p_A} \right)^2 + 2b r_A^2 \left( \frac{p_0}{p_A} \right)^2 - 2b r_A^2 + 1 + r_A^2} \quad (5.74)$$

$$\frac{p_B}{p_S} = \frac{b - \sqrt{b^2 - r_A^2 \left(\frac{p_0}{p_A}\right)^2 + 2br_A^2 \left(\frac{p_0}{p_A}\right) + 2br_A^2 \left(\frac{p_0}{p_A}\right) - 4b^2 r_A^2 \left(\frac{p_0}{p_A}\right) - 4br_A^2 + 4b^2 r_A^2 + 1 + r_A^2 - 2b}}{-r_A^2 \left(\frac{p_0}{p_A}\right)^2 + 2br_A^2 \left(\frac{p_0}{p_A}\right) - 2br_A^2 + 1 + r_A^2} \quad (5.75)$$

Os gráficos das Figuras 5-36, 5-37, 5-38 e 5-39 representam o comportamento das relações das razões de pressão nas câmaras do cilindro, dentro da faixa de valores possíveis (0-1). Analisando as curvas, observa-se que a complementaridade entre as razões de pressão é alcançada nas Equações (5.72) e (5.74), as demais equações além de não serem complementares, fornecem valores das razões de pressão que atingem patamares baixos dos valores da razão de pressão crítica da válvula, utilizado na simulação analítica das equações, o que não satisfaz a condição inicial, em que os escoamentos são considerados subsônicos. Logo as Equações (5.73) e (5.75) foram desconsideradas. Para melhor visualização, os gráficos das Figuras 5-36 e 5-38 são, novamente, apresentados em escala ampliada nas Figuras 5-40 e 5-41.

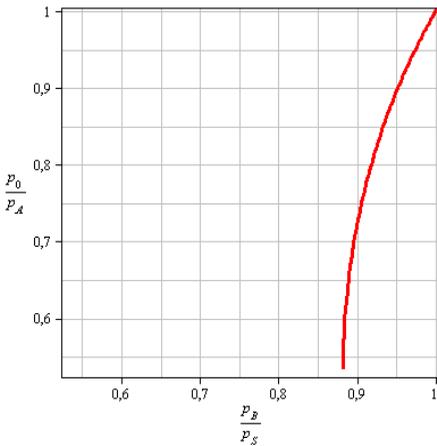


Figura 5-36 - Gráfico de  $(p_B/p_S) \times (p_0/p_A)$  para a Condição I – Equação (5.72).

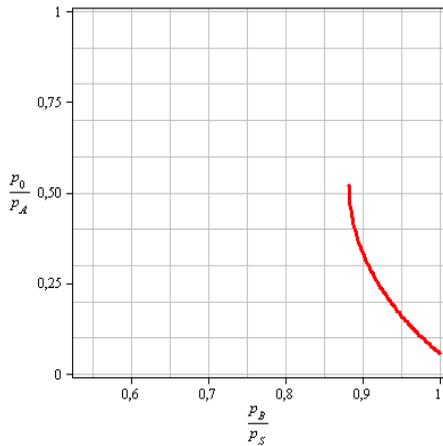


Figura 5-37 - Gráfico de  $(p_B/p_S) \times (p_0/p_A)$  para a Condição I – Equação (5.73).

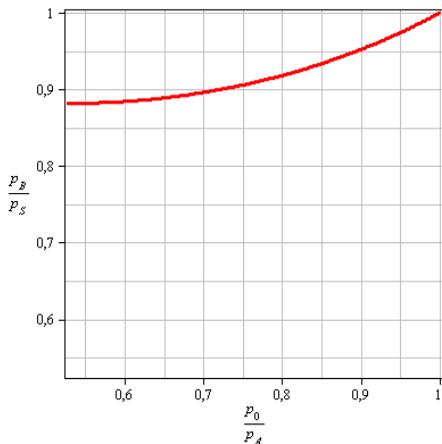


Figura 5-38 - Gráfico de  $(p_0/p_A) \times (p_B/p_S)$  para a Condição I – Equação (5.74).

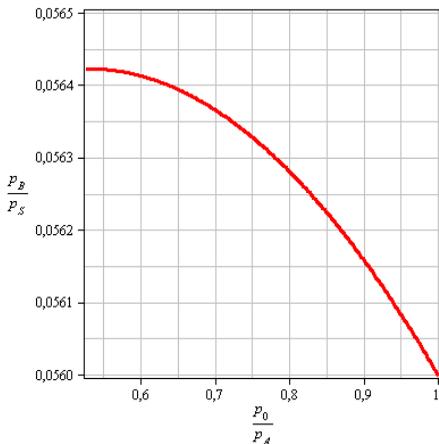


Figura 5-39 - Gráfico de  $(p_0/p_A) \times (p_B/p_S)$  para a Condição I – Equação (5.75).

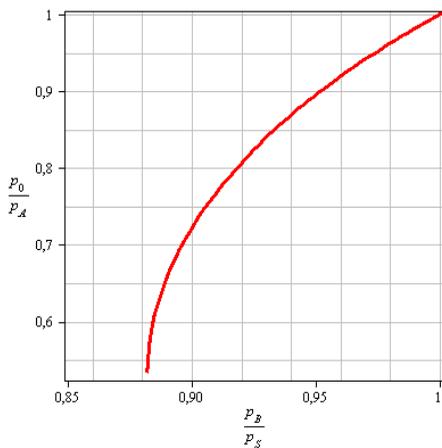


Figura 5-40 - Gráfico de  $(p_B/p_S) \times (p_0/p_A)$  para a Condição I – Equação (5.72) ampliado.

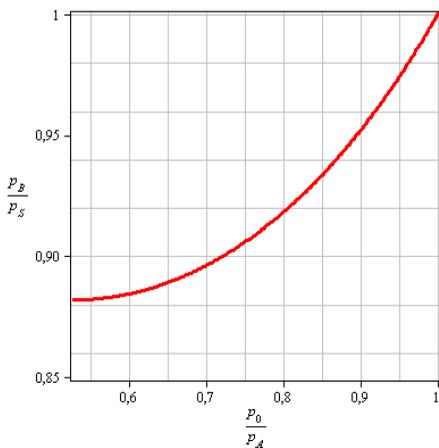


Figura 5-41 - Gráfico de  $(p_0/p_A) \times (p_B/p_S)$  para a Condição I – Equação (5.74) ampliado.

5.2.2.2.2 CONDIÇÃO II:  $(p_B/p_S > b)$  e  $(p_0/p_A \leq b)$

Da igualdade abaixo, se retira a representação da relação das razões de pressão nas câmaras do cilindro, caso o escoamento seja regido pelas Condições II.

$$p_S C \rho_0 \sqrt{\frac{T_0}{T_S}} \sqrt{1 - \left( \frac{p_B - b}{p_S} \right)^2} \frac{RT_B}{p_B A_B} = p_A C \rho_0 \sqrt{\frac{T_0}{T_A}} \frac{RT_A}{p_A A_A} \quad (5.76)$$

Com as considerações, chega-se:

$$\frac{p_S}{p_B} \sqrt{1 - \left( \frac{p_B - b}{p_S} \right)^2} \frac{1}{r_A} = 1 \quad (5.77)$$

Desenvolvendo os termos e reestruturando a Equação (5.77), obtém-se um polinômio de segunda ordem, como exposto a seguir:

$$\left( \frac{p_B}{p_S} \right)^2 (r_A^2 - 2br_A^2 + b^2r_A^2 + 1) - 2b \left( \frac{p_B}{p_S} \right) + 2b - 1 = 0 \quad (5.78)$$

As raízes deste polinômio são:

$$\frac{p_B}{p_S} = \frac{b + \sqrt{b^2 - 4br_A^2 + r_A^2 + 5b^2r_A^2 - 2b^3r_A^2 - 2b + 1}}{r_A^2 - 2br_A^2 + b^2r_A^2 + 1} \quad (5.79)$$

$$\frac{p_B}{p_S} = \frac{b - \sqrt{b^2 - 4br_A^2 + r_A^2 + 5b^2r_A^2 - 2b^3r_A^2 - 2b + 1}}{r_A^2 - 2br_A^2 + b^2r_A^2 + 1} \quad (5.80)$$

Os gráficos, a seguir, ilustram o comportamento das Equações (5.79) e (5.80).

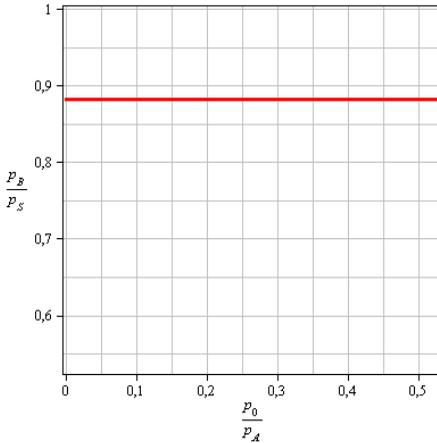


Figura 5-42 - Gráfico de  $\left(\frac{p_0}{p_A}\right) \times \left(\frac{p_B}{p_S}\right)$  para a Condição II – Equação (5.79).

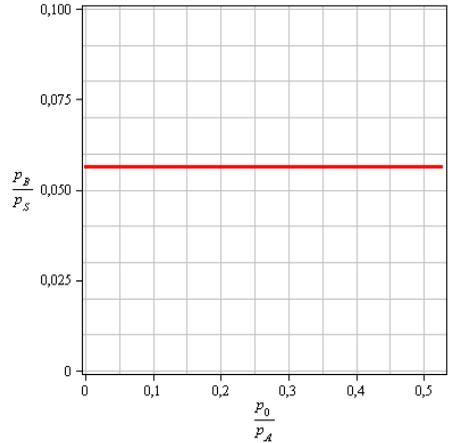


Figura 5-43 - Gráfico de  $\left(\frac{p_0}{p_A}\right) \times \left(\frac{p_B}{p_S}\right)$  para a Condição II – Equação (5.80).

Observa-se que a relação das razões de pressão, nesta condição, são retas. Note que, a relação das razões de pressão, para a situação de escoamento subsônico de P-B e sônico de A-T, independem dos valores das pressões envolvidas na exaustão, ou seja, o valor assumido por  $\left(\frac{p_B}{p_S}\right)$  permanece constante para qualquer valor de  $\left(\frac{p_0}{p_A}\right)$ , ficando condicionado apenas ao valor da razão de pressão crítica da válvula ( $b$ ), fornecida pelo fabricante da válvula e da razão de áreas do cilindro, uma vez que o escoamento na exaustão atingiu regime sônico e a válvula saturou. Apenas a reta determinada pela Equação (5.79), representada na Figura 5-42, apresenta valor aceitável para a razão de pressão  $\left(\frac{p_B}{p_S}\right)$ .

5.2.2.2.3 CONDIÇÃO III:  $(p_B/p_S \leq b)$  e  $(p_0/p_A > b)$

Se o escoamento for tal que na via de P-B tenha-se regime sônico e de A-T regime subsônico, a Equação (5.5) fica como segue:

$$p_S C \rho_0 \sqrt{\frac{T_0}{T_S}} \frac{RT_B}{p_B A_B} = p_A C \rho_0 \sqrt{\frac{T_0}{T_A}} \sqrt{1 - \left( \frac{p_0 - b}{p_A} \right)^2} \frac{RT_A}{p_A A_A} \quad (5.81)$$

Com as considerações, pode-se reescrever a Equação (5.81), assim:

$$\frac{p_S}{p_B} \frac{1}{A_A} = \sqrt{1 - \left( \frac{p_0 - b}{p_A} \right)^2} \quad (5.82)$$

Da Equação (5.82) obtém-se o polinômio que descreve o comportamento das pressões nas câmaras:

$$\left( \frac{p_0}{p_A} \right)^2 r_A^2 - 2br_A^2 \left( \frac{p_0}{p_A} \right) + \frac{1}{\left( \frac{p_B}{p_S} \right)^2} - \frac{2b}{\left( \frac{p_B}{p_S} \right)^2} + \frac{b^2}{\left( \frac{p_B}{p_S} \right)^2} - r_A^2 + 2br_A^2 = 0 \quad (5.83)$$

Removendo suas raízes, tem-se:

$$\frac{p_0}{p_A} = \frac{br_A \left( \frac{p_B}{p_S} \right) + \sqrt{b^2 r_A^2 \left( \frac{p_B}{p_S} \right)^2 - 2br_A^2 \left( \frac{p_B}{p_S} \right)^2 - 1 + 2b + r_A^2 \left( \frac{p_B}{p_S} \right)^2 - b^2}}{r_A \left( \frac{p_B}{p_S} \right)} \quad (5.84)$$

$$\frac{p_0}{p_A} = \frac{br_A \left( \frac{p_B}{p_S} \right) - \sqrt{b^2 r_A^2 \left( \frac{p_B}{p_S} \right)^2 - 2br_A^2 \left( \frac{p_B}{p_S} \right)^2 - 1 + 2b + r_A^2 \left( \frac{p_B}{p_S} \right)^2 - b^2}}{r_A \left( \frac{p_B}{p_S} \right)} \quad (5.85)$$

$$\frac{p_B}{p_S} = \frac{(-1+b)}{\left( \sqrt{-\left(\frac{p_0}{p_A}\right)^2 + 2\left(\frac{p_0}{p_A}\right)b - 2b + 1} \right) r_A} \quad (5.86)$$

$$\frac{p_B}{p_S} = \frac{-(-1+b)}{\left( \sqrt{-\left(\frac{p_0}{p_A}\right)^2 + 2\left(\frac{p_0}{p_A}\right)b - 2b + 1} \right) r_A} \quad (5.87)$$

Avaliando estas equações, por meio de simulação analítica das equações, com uma razão de áreas de 0,75 e pressão de suprimento de 700kPa, dentro da faixa de valores possíveis para as razões de pressão (0-1), se percebe que não há correspondências entre as razões de pressão das câmaras *A* e *B*, dentro da faixa prevista para a obtenção de valores das razões de pressão. Logo, a hipótese de escoamento sônico saturado da via de suprimento para a câmara *B* e escoamento subsônico da câmara *A* para a atmosfera, não é algo possível de ocorrer e então, a Condição III é rejeitada.

#### 5.2.2.2.4 CONDIÇÃO IV: $(p_B/p_S \leq b)$ e $(p_0/p_A \leq b)$

Caso os regimes de escoamento em ambas as vias atinjam o limite sônico saturado, a igualdade entre as vazões mássicas é dada por:

$$p_S C \rho_0 \sqrt{\frac{T_0}{T_S}} \frac{RT_B}{p_B A_B} = p_A C \rho_0 \sqrt{\frac{T_0}{T_A}} \frac{RT_A}{p_A A_A} \quad (5.88)$$

Com as considerações a Equação

(5.88) fica:

$$\frac{p_B}{p_S} = \frac{1}{r_A} \quad (5.89)$$

Como os valores das razões de área das câmaras dos cilindros normalizados estão compreendidos entre 0,75 à 1, os valores possíveis

para  $\frac{P_B}{P_S}$  nesta condição estão acima de 1 (um), o que corresponde a escoamento subsônico, logo, sendo a condição inicial regime de escoamento sônico para ambas as câmaras, a Condição IV não é satisfeita.

Combinando as duas situações, onde se tem a relação das razões de pressão, ou seja, Equações (5.72) com (5.79) e (5.74), também com (5.79), chega-se as curvas dos gráficos representados nas Figuras 5-44 e 5-45, que são complementares.

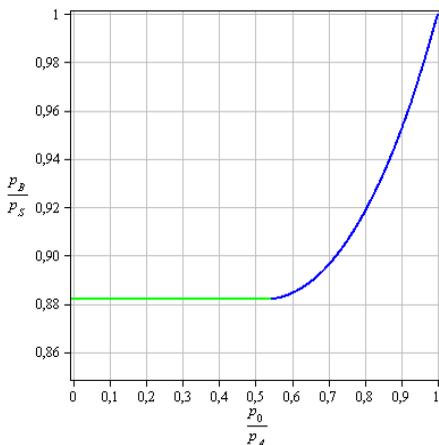
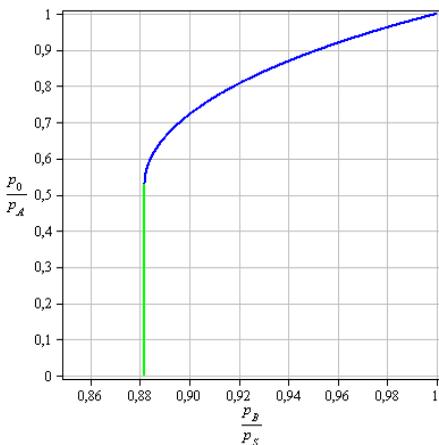


Figura 5-44 - Gráfico de  $\left(\frac{p_B}{p_S}\right) \times \left(\frac{p_0}{p_A}\right)$  para as Condições I e II, do cilindro assimétrico no recuo.

Figura 5-45 - Gráfico de  $\left(\frac{p_0}{p_A}\right) \times \left(\frac{p_B}{p_S}\right)$  para as Condições I e II, do cilindro assimétrico no recuo.

A influência da razão de pressão crítica da válvula ( $b$ ) no comportamento das pressões ( $p_A$  e  $p_B$ ) nas câmaras dos cilindros pneumáticos também pode ser analisada através destas equações. A curva da Figura 5-46 mostra esta interferência. Sendo assim, quanto maior for a razão de pressão crítica da válvula, maior será a região de escoamento sônico.

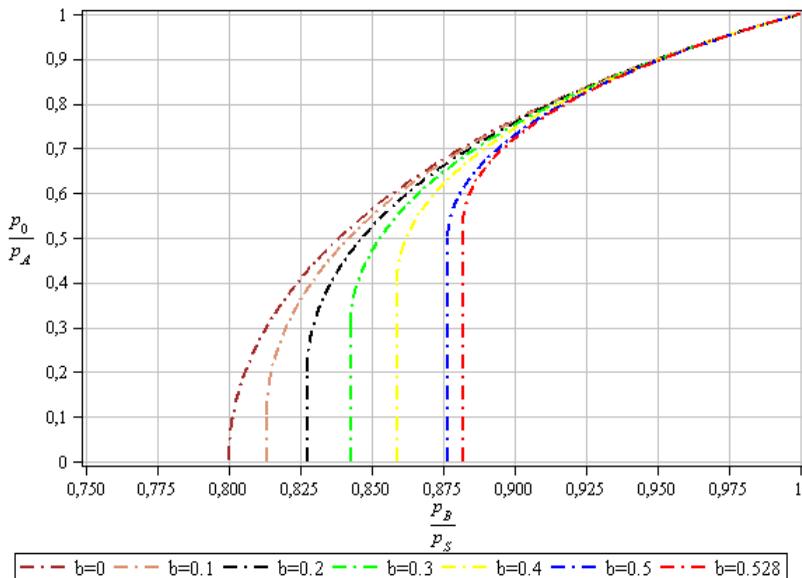


Figura 5-46 - Relação das razões de pressão nas câmaras dos cilindros pneumáticos assimétricos para diferentes valores da razão de pressão crítica ( $b$ ) no recuo.

São nove os diâmetros normalizados dos cilindros pneumáticos, no entanto, calculando suas respectivas razões de área, tem-se apenas oito diferentes razões. Como o comportamento das razões de pressão nas câmaras dos cilindros pneumáticos assimétricos depende destas razões de área e, também, das razões de pressão crítica da válvula  $b$ , sendo que das válvulas comercialmente disponíveis analisa-se quatro valores distintos para  $b$ , então, tem-se um conjunto de quatro gráficos para cada válvula e cada gráfico composto de nove curvas correspondentes à razão de área dos cilindros, considerando também o cilindro simétrico,  $r_A = 1$ . Este comportamento está ilustrado nas Figura 5-46 a Figura 5-56.

As Tabela 5-3 e Tabela 5-4 apresentam, dentre os diâmetros normalizados ISO para cilindros pneumáticos, as relações de área dos cilindros comercialmente disponíveis. Na Tabela 5-5, têm-se os parâmetros das servoválvulas comercialmente disponíveis e analisadas nos gráficos.

Tabela 5-3 - Relação de áreas dos cilindros mini ISO (ISO 6432, 1985).

<b>Cilindros Mini ISO</b>				
$d_C$ [mm]	$d_h$ [mm]	$A_A$ [mm <sup>2</sup> ]	$A_B$ [mm <sup>2</sup> ]	$r_A$
10	4	7,8540E-05	6,5973E-05	<b>0,8400</b>
12	6	1,1310E-04	8,4823E-05	<b>0,7500</b>
16	6	2,0106E-04	1,7279E-04	<b>0,8594</b>
20	8	3,1416E-04	2,6389E-04	<b>0,8400</b>
25	10	4,9087E-04	4,1233E-04	<b>0,8400</b>

Tabela 5-4 - Relação de áreas dos cilindros normalizados (ISO 6431, 1992).

<b>Cilindros Normalizados</b>				
$d_C$ [mm]	$d_h$ [mm]	$A_A$ [mm <sup>2</sup> ]	$A_B$ [mm <sup>2</sup> ]	$r_A$
32	12	0,0008	0,0007	<b>0,8594</b>
40	16	0,0013	0,0011	<b>0,8400</b>
50	20	0,0020	0,0016	<b>0,8400</b>
63	20	0,0031	0,0028	<b>0,8992</b>
80	25	0,0050	0,0045	<b>0,9023</b>
100	25	0,0079	0,0074	<b>0,9375</b>
125	32	0,0123	0,0115	<b>0,9345</b>
160	40	0,0201	0,0188	<b>0,9375</b>
200	40	0,0314	0,0302	<b>0,9600</b>

Comercialmente, se pode encontrar servoválvulas pneumáticas disponíveis em cinco tamanhos diferentes, classificadas por sua vazão, com um correspondente  $C$  e relação de pressões  $b$ , como representado na Tabela abaixo:

Tabela 5-5 - Parâmetros das sevoválvulas comercialmente disponíveis pela Festo (FESTO, 2007).

Modelo	Vazão [Nl/min]	$C$ [ $m^5/Ns$ ]	$b$
MPYE-5-M5	100	$4,5 \times 10^{-9}$	0,21
MPYE-5-1-8-LF	350	$1,65 \times 10^{-8}$	0,12
MPYE-5-1-8-HF	700	$3,1 \times 10^{-8}$	0,26
MPYE-5-1-4	1400	$6,25 \times 10^{-8}$	0,23
MPYE-5-3-8	2000	$9 \times 10^{-8}$	0,21

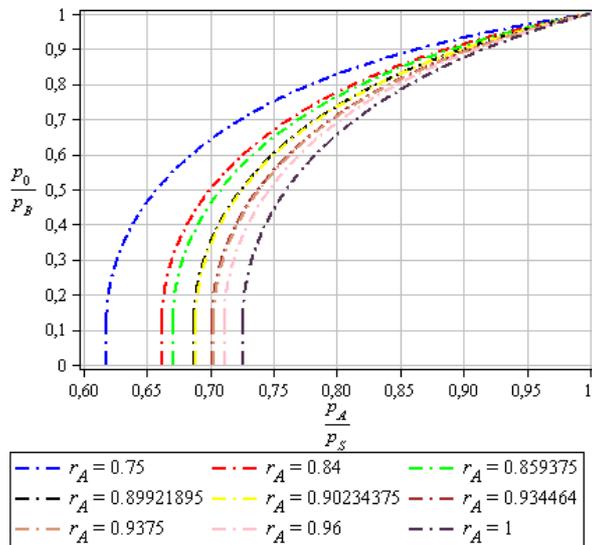


Figura 5-47 - Relação das razões de pressão nas câmaras dos cilindros pneumáticos, em função da razão de áreas do cilindro assimétrico no avanço, para uma válvula com razão de pressão crítica ( $b$ ) de 0,12.

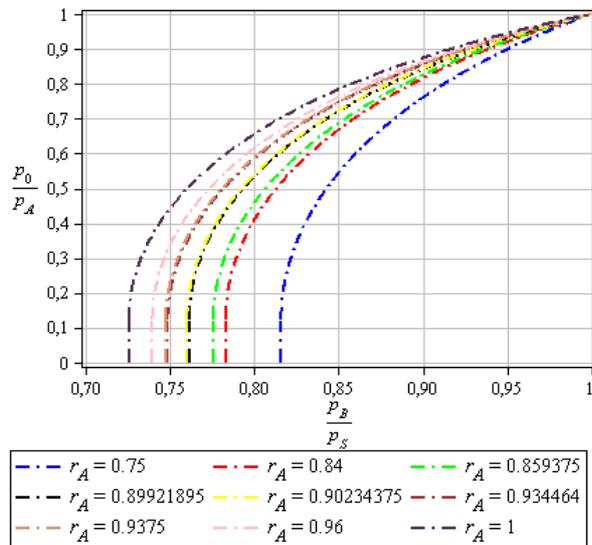


Figura 5-48 - Relação das razões de pressão nas câmaras dos cilindros pneumáticos, em função da razão de áreas do cilindro assimétrico no recuo, para uma válvula com razão de pressão crítica ( $b$ ) de 0,12.

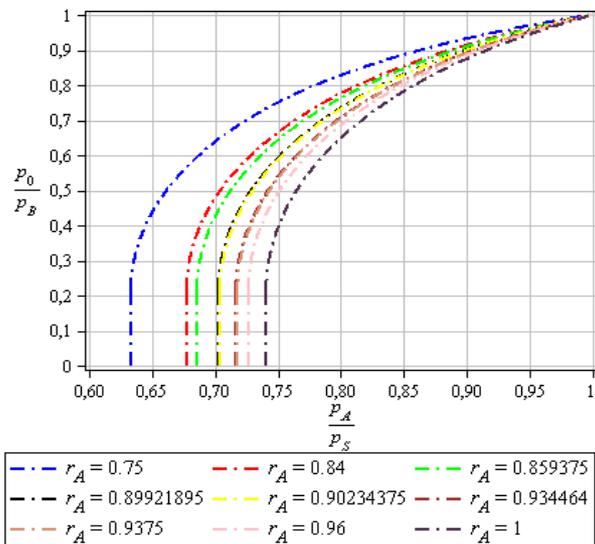


Figura 5-49 - Relação das razões de pressão nas câmaras dos cilindros pneumáticos, em função da razão de áreas do cilindro assimétrico no avanço, para uma válvula com razão de pressão crítica ( $b$ ) de 0,21.

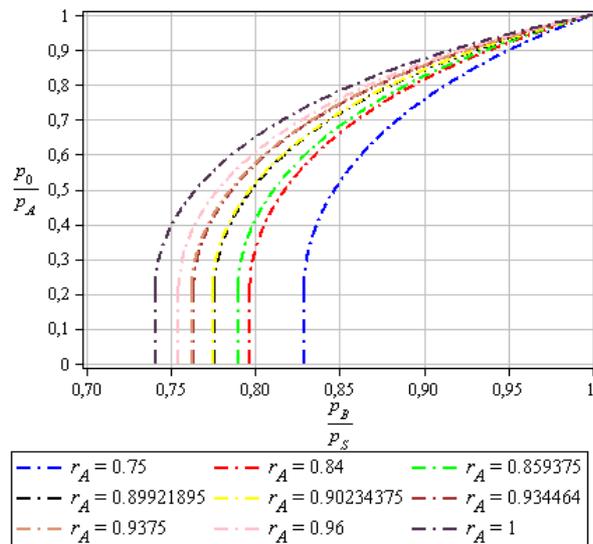


Figura 5-50 - Relação das razões de pressão nas câmaras dos cilindros pneumáticos, em função da razão de áreas do cilindro assimétrico no recuo, para uma válvula com razão de pressão crítica ( $b$ ) de 0,21.

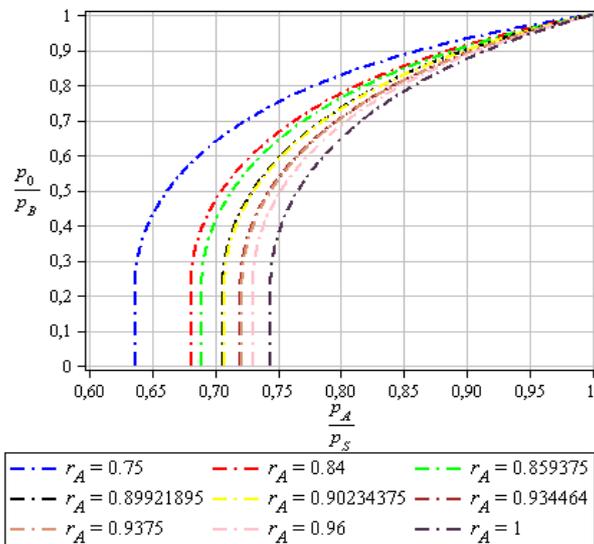


Figura 5-51 - Relação das razões de pressão nas câmaras dos cilindros pneumáticos, em função da razão de áreas do cilindro assimétrico no avanço, para uma válvula com razão de pressão crítica ( $b$ ) de 0,23.

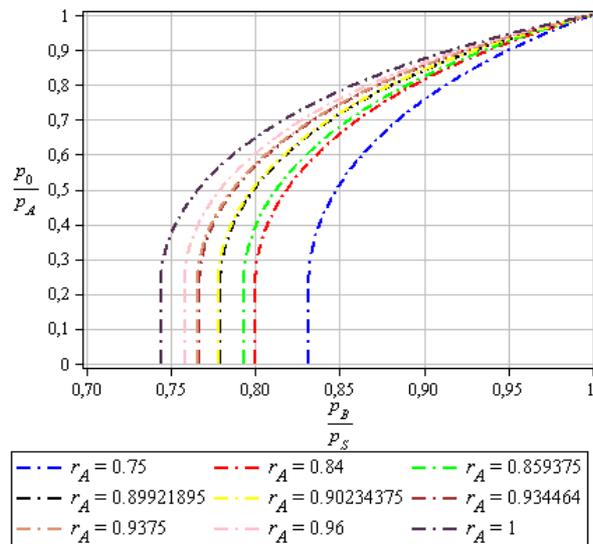


Figura 5-52 - Relação das razões de pressão nas câmaras dos cilindros pneumáticos, em função da razão de áreas do cilindro assimétrico no recuo, para uma válvula com razão de pressão crítica ( $b$ ) de 0,23.

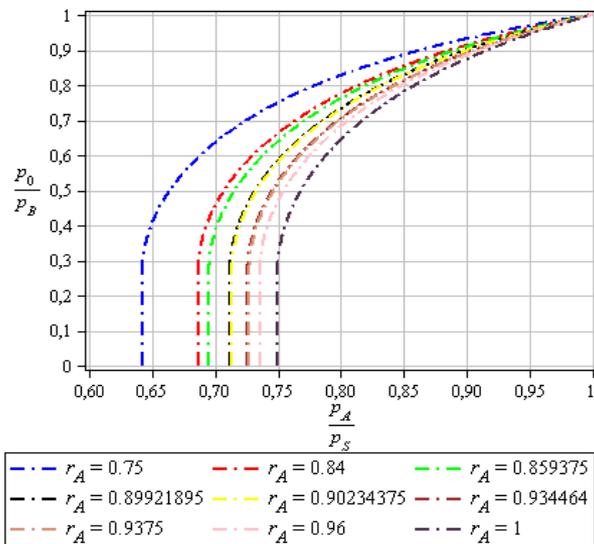


Figura 5-53 - Relação das razões de pressão nas câmaras dos cilindros pneumáticos, em função da razão de áreas do cilindro assimétrico no avanço, para uma válvula com razão de pressão crítica ( $b$ ) de 0,26.

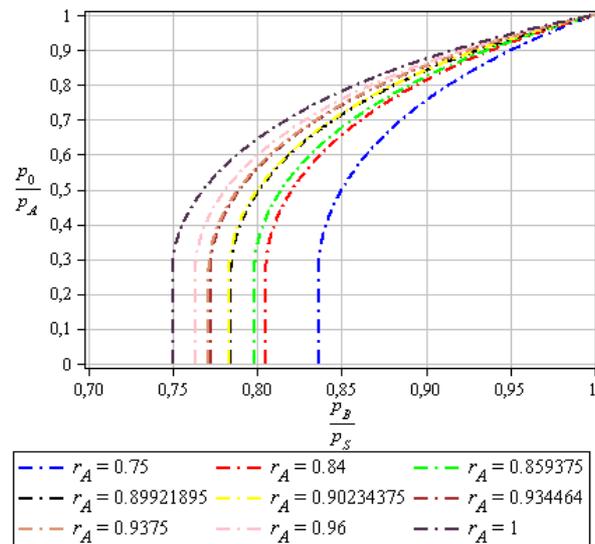


Figura 5-54 - Relação das razões de pressão nas câmaras dos cilindros pneumáticos, em função da razão de áreas do cilindro assimétrico no recuo, para uma válvula com razão de pressão crítica ( $b$ ) de 0,26.

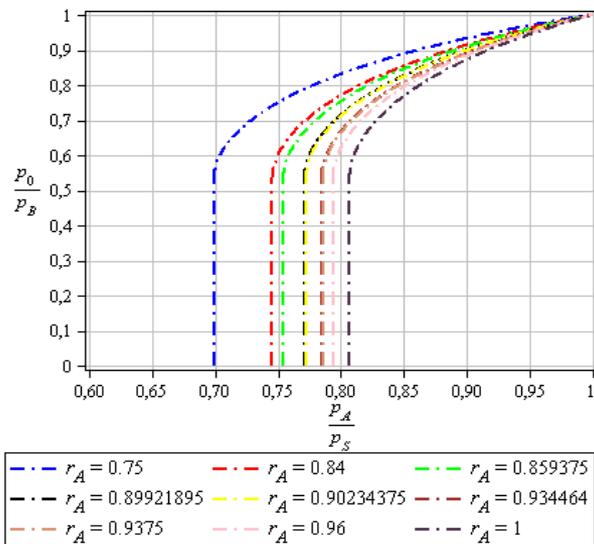


Figura 5-55 - Relação das razões de pressão nas câmaras dos cilindros pneumáticos, em função da razão de áreas do cilindro assimétrico no avanço, para uma válvula com razão de pressão crítica ( $b$ ) de 0,528.

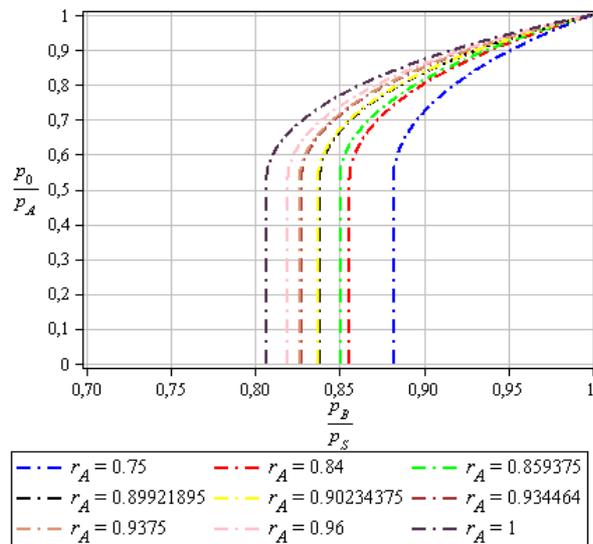


Figura 5-56 - Relação das razões de pressão nas câmaras dos cilindros pneumáticos, em função da razão de áreas do cilindro assimétrico no recuo, para uma válvula com razão de pressão crítica ( $b$ ) de 0,528.

Quanto maior for a relação entre as áreas das câmaras dos cilindros pneumáticos ( $r_A$ ), mais as curvas das relações das razões de pressão nas câmaras se desloca para a direita e para baixo.

Nota-se, também que, para uma mesma relação de  $\left(\frac{P_A}{P_S}\right)$ , as razões de pressão na exaustão  $\left(\frac{P_0}{P_B}\right)$  aumentam quanto menor for a razão de áreas, ou seja, menor pressão na câmara  $B$ , já que a pressão atmosférica ( $P_0$ ), é constante.

Para uma dada relação de  $\left(\frac{P_A}{P_S}\right)$ , aumentando-se a relação das áreas das câmaras do cilindro, tem-se pressões na câmara  $B$  maiores, o que corresponde a uma menor diferença entre as forças atuantes nas faces do pistão, ou seja, para uma menor diferença de pressão, a velocidade de avanço do cilindro será menor. O que era de se esperar.

No cilindro assimétrico, a área de  $B$  é menor, logo, para o movimento avanço, tem-se menor resistência e logo se atinge maior velocidade do que se alcançaria com uma relação de áreas maior.

### 5.3 Análise Matemática da Equação do Movimento

Da Segunda Lei de Newton, a equação que descreve o movimento para a carga, também é possível isolar as razões de pressão

$$\frac{P_A}{P_S} \text{ e } \frac{P_0}{P_B}, \text{ quando o cilindro está em movimento de avanço e } \frac{P_B}{P_S} \text{ e}$$

$$\frac{P_0}{P_A} \text{ para o cilindro submetido ao movimento de retorno. Estas}$$

relações, obtidas do somatório das forças associadas às equações determinadas da vazão mássica, caracterizam um ponto de operação, para o conjunto cilindro e válvula. Faz-se o desenvolvimento para as quatro hipóteses: cilindro simétrico avançando, cilindro simétrico recuando, cilindro assimétrico avançando e cilindro assimétrico recuando. Nas seções a seguir, é mostrado este desenvolvimento.

## 5.3.1 Equação do Movimento para Cilindro Simétrico em Avanço

O somatório das forças atuantes no pistão do cilindro é dado por:

$$p_A A_A - p_B A_B - F_{ext} - F_{at} = M \frac{d^2 x}{dt^2} \quad (5.90)$$

Considerando a força total como a diferença de pressão que provoca o movimento do pistão, temos:

$$F_{total} = M \frac{d^2 x}{dt^2} + F_{at} + F_{ext} \quad (5.91)$$

Substituindo a Equação (5.91) em

(5.90), obtém-se:

$$p_A A_A - p_B A_B = F_{total} \quad (5.92)$$

Dividindo a Equação (5.92) por  $p_S A_A$  e multiplicando o segundo termo por  $\frac{p_0}{p_0}$ , é possível rearranjá-la em função das razões de

pressão  $\frac{p_A}{p_S}$  e  $\frac{p_0}{p_B}$ , chegando-se na seguinte relação:

$$\frac{p_A}{p_S} - \frac{p_B}{p_0} \frac{p_0}{p_S} \frac{A_B}{A_A} = \frac{F_{total}}{p_S A_A} \quad (5.93)$$

Isolando as razões de pressão, temos:

$$\frac{p_0}{p_B} = \frac{1}{\left( \frac{p_A}{p_S} - \frac{F_{total}}{p_S A_A} \right)} \left( \frac{p_0}{p_S} \right) r_A \quad (5.94)$$

$$\frac{p_A}{p_S} = \frac{F_{total}}{p_S A_A} + \left( \frac{p_B}{p_0} \right) \left( \frac{p_0}{p_S} \right) r_A \quad (5.95)$$

### 5.3.2 Equação do Movimento para Cilindro Simétrico em Recuo

Para o recuo do cilindro, o entendimento é o mesmo, alterando apenas as pressões envolvidas nas razões. Logo, o somatório das forças resulta em:

$$p_B A_B - p_A A_A - F_{ext} - F_{at} = M \frac{d^2 x}{dt^2} \quad (5.96)$$

Substituindo a Equação (5.91) em (5.96), obtém-se:

$$p_B A_B - p_A A_A = F_{total} \quad (5.97)$$

Rearranjando os termos para a formação das razões de pressão,

$\frac{p_B}{p_S}$  e  $\frac{p_0}{p_A}$ , chega-se à equação:

$$\frac{p_B}{p_S} - \frac{p_A}{p_0} \frac{p_0}{p_S} \frac{A_A}{A_B} = \frac{F_{total}}{p_S A_B} \quad (5.98)$$

Separando as razões de pressão, resulta:

$$\frac{p_0}{p_A} = \frac{1}{\left( \frac{p_B}{p_S} - \frac{F_{total}}{p_S A_B} \right)} \left( \frac{p_0}{p_S} \right) \frac{1}{r_A} \quad (5.99)$$

$$\frac{p_B}{p_S} = \frac{F_{total}}{p_S A_B} + \left( \frac{p_A}{p_0} \right) \left( \frac{p_0}{p_S} \right) \frac{1}{r_A} \quad (5.100)$$

### 5.3.3 Equação do Movimento para Cilindro Assimétrico em Avanço

Para o cilindro assimétrico, o desenvolvimento é análogo, a menos da consideração do efeito da pressão atmosférica na área da seção transversal da haste do cilindro. Logo para o somatório das forças:

$$p_A A_A - p_B A_B - p_0 A_h - F_{at} - F_{ext} = M \frac{d^2 x}{dt^2} \quad (5.101)$$

Substituindo a Equação (5.91) em (5.101), obtém-se:

$$p_A A_A - p_B A_B - p_0 A_h = F_{total} \quad (5.102)$$

Dividindo a equação por  $p_S A_A$  e multiplicando o segundo termo

por  $\frac{p_0}{p_0}$ , é possível rearranjá-la em função de  $\frac{p_A}{p_S}$  e  $\frac{p_0}{p_B}$ , como mostra

a Equação

(5.103):

$$\frac{p_A}{p_S} - \frac{p_B}{p_0} \frac{p_0}{p_S} \frac{A_B}{A_A} - \frac{p_0}{p_S} \frac{A_h}{A_A} = \frac{F_{total}}{p_S A_A} \quad (5.103)$$

Isolando as razões de pressão, temos as equações:

$$\frac{p_0}{p_B} = \frac{1}{\left( \frac{p_A}{p_S} - \frac{p_0}{p_S} \frac{A_h}{A_A} - \frac{F_{total}}{p_S A_A} \right)} \left( \frac{p_0}{p_S} \right) r_A \quad (5.104)$$

$$\frac{p_A}{p_S} = \frac{F_{total}}{p_S A_A} + \left( \frac{p_B}{p_0} \right) \left( \frac{p_0}{p_S} \right) r_A + \frac{p_0}{p_S} \frac{A_h}{A_A} \quad (5.105)$$

### 5.3.4 Equação do Movimento para Cilindro Assimétrico em Recuo

Em caso de recuo do cilindro assimétrico, Segunda Lei de Newton fornece:

$$p_B A_B - p_A A + p_0 A_h - F_{ext} - F_{at} = M \frac{d^2 x}{dt^2} \quad (5.106)$$

Substituindo a Equação (5.91) em (5.106), obtém-se:

$$p_B A_B - p_A A_A + p_0 A_h = F_{total} \quad (5.107)$$

Dividindo a equação (5.107) por  $p_S A_B$  e multiplicando o segundo termo por  $\frac{p_0}{p_0}$ , é possível rearranjá-la em função das razões de

pressão  $\frac{p_B}{p_S}$  e  $\frac{p_0}{p_A}$ , chegando-se a:

$$\frac{p_B}{p_S} - \frac{p_A}{p_0} \frac{p_0}{p_S} \frac{A_A}{A_B} - \frac{p_0}{p_S} \frac{A_h}{A_B} = \frac{F_{total}}{p_S A_B} \quad (5.108)$$

Temos as relações das razões de pressão nas câmaras dos cilindros pneumáticos assimétricos em recuo, dadas por:

$$\frac{p_0}{p_A} = \frac{1}{\left( \frac{p_B}{p_S} - \frac{p_0}{p_S} \frac{A_h}{A_B} - \frac{F_{total}}{p_S A_B} \right)} \left( \frac{p_0}{p_S} \right) \frac{1}{r_A} \quad (5.109)$$

$$\frac{p_B}{p_S} = \frac{F_{total}}{p_S A_B} + \left( \frac{p_A}{p_0} \right) \left( \frac{p_0}{p_S} \right) \frac{1}{r_A} + \frac{p_0}{p_S} \frac{A_h}{A_B} \quad (5.110)$$

A Tabela 5-6 resume todos os resultados obtidos para as relações das razões de pressão nas câmaras dos cilindros pneumáticos, desde a equação da vazão até a equação do movimento para os cilindros simétricos e assimétricos em avanço, bem como recuo.

Tabela 5-6 - Resumo das equações que determinam as relações das razões das pressões nas câmaras dos cilindros pneumáticos.

		Avanço	Recuo	
Equação da Vazão	Cilindro Simétrico	Condição I	$\frac{p_0}{p_B} = \frac{b \left( \frac{p_A}{p_S} \right) + \sqrt{b^2 \left( \frac{p_A}{p_S} \right)^2 - 2b \left( \frac{p_A}{p_S} \right) - 2b \left( \frac{p_A}{p_S} \right)^2 + 2b - 1 + 2 \left( \frac{p_A}{p_S} \right)^2}}{\left( \frac{p_A}{p_S} \right)}$	$\frac{p_0}{p_A} = \frac{b \left( \frac{p_B}{p_S} \right) + \sqrt{b^2 \left( \frac{p_B}{p_S} \right)^2 - 2b \left( \frac{p_B}{p_S} \right) - 2b \left( \frac{p_B}{p_S} \right)^2 + 2b - 1 + 2 \left( \frac{p_B}{p_S} \right)^2}}{\left( \frac{p_B}{p_S} \right)}$
		Condição II	$\frac{p_A}{p_S} = \frac{b + \sqrt{5b^2 - 4 \left( \frac{p_0}{p_B} \right) b^2 + 2 \left( \frac{p_0}{p_B} \right) b + 2 \left( \frac{p_0}{p_B} \right)^2 b - \left( \frac{p_0}{p_B} \right)^2 - 6b + 2}}{2 \left( \frac{p_0}{p_B} \right) b - \left( \frac{p_0}{p_B} \right)^2 - 2b + 2}$	$\frac{p_B}{p_S} = \frac{b + \sqrt{5b^2 - 4 \left( \frac{p_0}{p_A} \right) b^2 + 2 \left( \frac{p_0}{p_A} \right) b + 2 \left( \frac{p_0}{p_A} \right)^2 b - \left( \frac{p_0}{p_A} \right)^2 - 6b + 2}}{2 \left( \frac{p_0}{p_A} \right) b - \left( \frac{p_0}{p_A} \right)^2 - 2b + 2}$
	Condição I	$\frac{p_A}{p_S} = \frac{b + \sqrt{6b^2 - 6b + 2 - 2b^3}}{2 - 2b + b^2}$	$\frac{p_B}{p_S} = \frac{b + \sqrt{6b^2 - 6b + 2 - 2b^3}}{2 - 2b + b^2}$	
	Cilindro Assimétrico	Condição I	$\frac{p_0}{p_B} = \frac{b \left( \frac{p_A}{p_S} \right) + \sqrt{b^2 \left( \frac{p_A}{p_S} \right)^2 - r_A^2 + 2br_A^2 - 2b \left( \frac{p_A}{p_S} \right)^2 + \left( \frac{p_A}{p_S} \right)^2 + r_A^2 \left( \frac{p_A}{p_S} \right)^2 - 2br_A^2 \left( \frac{p_A}{p_S} \right)}}{\left( \frac{p_A}{p_S} \right)}$	$\frac{p_0}{p_A} = \frac{br_A \left( \frac{p_B}{p_S} \right) + \sqrt{b^2 r_A^2 \left( \frac{p_B}{p_S} \right)^2 - 1 + 2b - 2br_A^2 \left( \frac{p_B}{p_S} \right)^2 + \left( \frac{p_B}{p_S} \right)^2 + r_A^2 \left( \frac{p_B}{p_S} \right)^2 - 2b \left( \frac{p_B}{p_S} \right)}}{r_A \left( \frac{p_B}{p_S} \right)}$
		Condição I	$\frac{p_A}{p_S} = \frac{\left( br_A + \sqrt{b^2 r_A^2 - \left( \frac{p_0}{p_B} \right)^2} + 2 \left( \frac{p_0}{p_B} \right)^2 b + 2 \left( \frac{p_0}{p_B} \right) b - 4 \left( \frac{p_0}{p_B} \right) b^2 - 4b + 4b^2 + 1 + r_A^2 - 2br_A^2 \right) r_A}{-\left( \frac{p_0}{p_B} \right)^2 + 2 \left( \frac{p_0}{p_B} \right) b - 2b + 1 + r_A^2}$	$\frac{p_B}{p_S} = \frac{b + \sqrt{b^2 - r_A^2 \left( \frac{p_0}{p_A} \right)^2} + 2br_A^2 \left( \frac{p_0}{p_A} \right)^2 + 2br_A^2 \left( \frac{p_0}{p_A} \right) - 4b^2 r_A^2 \left( \frac{p_0}{p_A} \right) - 4br_A^2 + 4b^2 r_A^2 + 1 + r_A^2 - 2b}{-r_A^2 \left( \frac{p_0}{p_A} \right)^2 + 2br_A^2 \left( \frac{p_0}{p_A} \right) - 2br_A^2 + 1 + r_A^2}$
		Condição II	$\frac{p_A}{p_S} = \frac{\left( br_A + \sqrt{b^2 r_A^2 - 4b + 1 + 5b^2 - 2b^3 - 2br_A^2 + r_A^2} \right) r_A}{1 - 2b + b^2 + r_A^2}$	$\frac{p_B}{p_S} = \frac{b + \sqrt{b^2 - 4br_A^2 + r_A^2 + 5b^2 r_A^2 - 2b^3 r_A^2 - 2b + 1}}{r_A^2 - 2br_A^2 + b^2 r_A^2 + 1}$
Equação do Movimento	Cilindro Simétrico	$\frac{p_0}{p_B} = \frac{1}{\left( \frac{p_A}{p_S} - \frac{F_{total}}{p_S A_A} \right)} \left( \frac{p_0}{p_S} \right) r_A$	$\frac{p_0}{p_A} = \frac{1}{\left( \frac{p_B}{p_S} - \frac{F_{total}}{p_S A_B} \right)} \left( \frac{p_0}{p_S} \right) \frac{1}{r_A}$	
		$\frac{p_A}{p_S} = \frac{F_{total}}{p_S A_A} + \left( \frac{p_B}{p_0} \right) \left( \frac{p_0}{p_S} \right) r_A$	$\frac{p_B}{p_S} = \frac{F_{total}}{p_S A_B} + \left( \frac{p_A}{p_0} \right) \left( \frac{p_0}{p_S} \right) \frac{1}{r_A}$	
	Cilindro Assimétrico	$\frac{p_0}{p_B} = \frac{1}{\left( \frac{p_A}{p_S} - \frac{p_0}{p_S} \frac{A_h}{A_A} - \frac{F_{total}}{p_S A_A} \right)} \left( \frac{p_0}{p_S} \right) r_A$	$\frac{p_0}{p_A} = \frac{1}{\left( \frac{p_B}{p_S} - \frac{p_0}{p_S} \frac{A_h}{A_B} - \frac{F_{total}}{p_S A_B} \right)} \left( \frac{p_0}{p_S} \right) \frac{1}{r_A}$	
		$\frac{p_A}{p_S} = \frac{F_{total}}{p_S A_A} + \left( \frac{p_B}{p_0} \right) \left( \frac{p_0}{p_S} \right) r_A + \frac{p_0}{p_S} \frac{A_h}{A_A}$	$\frac{p_B}{p_S} = \frac{F_{total}}{p_S A_B} + \left( \frac{p_A}{p_0} \right) \left( \frac{p_0}{p_S} \right) \frac{1}{r_A} + \frac{p_0}{p_S} \frac{A_h}{A_B}$	

## CAPÍTULO 6

### ELUCIDAÇÃO DOS RESULTADOS

Neste capítulo, são apresentados os resultados obtidos referentes à determinação do conjunto de equações que descrevem a dinâmica das pressões nas câmaras dos cilindros pneumáticos de simples e dupla ação, em diversas situações de carregamento para o avanço e recuo.

#### 6.1 Introdução

Em face ao apresentado no capítulo anterior, as pressões nas câmaras dos cilindros pneumáticos se comportam segundo uma determinada relação, dependendo do regime de escoamento que o fluido de trabalho está submetido, subsônico ou sônico saturado. Esta relação é determinada a partir da equação da vazão mássica da válvula, fornecida pela ISO 6358, considerando que a velocidade de deslocamento do êmbolo é constante durante todo o curso. Estas equações, em conjunto com as equações das relações de pressão nas câmaras dos cilindros, extraídas da equação do movimento, a velocidade constate, determinam, não apenas as relações das razões de pressão, mas, também, o ponto de operação do conjunto válvula cilindro, para um determinado carregamento.

Existe um período de tempo onde a velocidade de deslocamento do êmbolo do cilindro pneumático é aproximadamente constante e é possível determinar a condição de operação de um conjunto válvula-cilindro estabelecendo o ponto de interseção entre as curvas associadas à curva da vazão da válvula e a curva do carregamento do cilindro. O ponto de operação de um conjunto válvula-cilindro é simplesmente a sobreposição das duas curvas, curva correspondente a relação das razões de pressão extraída da equação da vazão mássica (Equação (4.1)) e a curva da equação do movimento (Equação (4.9)).

A Figura 6-1 ilustra o caso de um atuador pneumático, com válvula de 100NI/min e cilindro simétrico de 125mm de diâmetro, submetido a um carregamento de 3000N em movimento de avanço, simulado segundo as equações da válvula na Condição I (Equação

(5.9)), na Condição II (Equação (5.16)) e a partir da equação do movimento (Equação (5.94)).

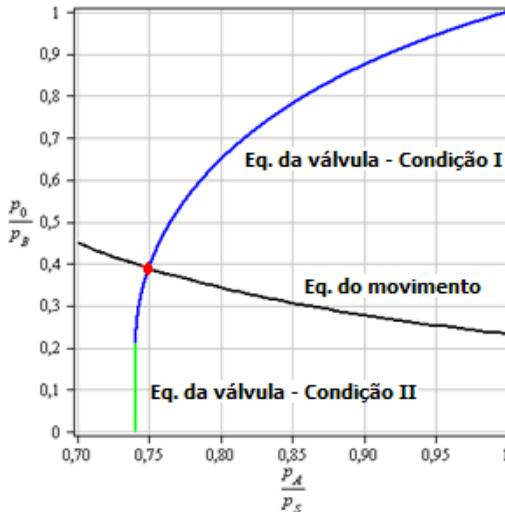


Figura 6-1 - Ponto de operação de uma atuador pneumático, de válvula de 100NI/min e cilindro simétrico de 125mm, submetido a carregamento de 3000N em avanço.

Com o objetivo de aplicar e verificar a validade do comportamento das pressões nas câmaras dos cilindros pneumáticos, determinados neste estudo, na Seção 6.2 são apresentadas as comparações entre o modelo matemático teórico e os resultados obtidos através da simulação numérica do sistema em malha aberta utilizando ambiente MATLAB/Simulink<sup>®</sup>, para dois casos, em diferentes condições de operação.

Nas Figuras 6-2 e 6-3 é apresentado um dos conjuntos das curvas de resposta dinâmica do sistema, obtidas por simulação, a partir do MATLAB, analisadas durante o processo de validação do modelo e de onde são extraídos os valores das pressões,  $p_A$  e  $p_B$ , determinando a relação das razões de pressão na câmara do cilindro, submetido a um determinado carregamento constante.

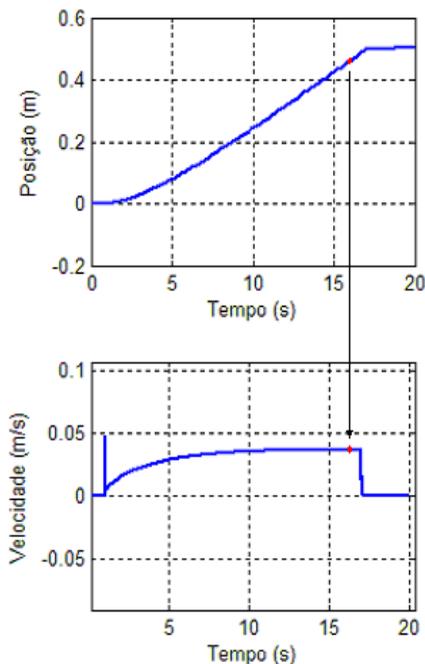


Figura 6-2 – Posição e velocidade do êmbolo do atuador.

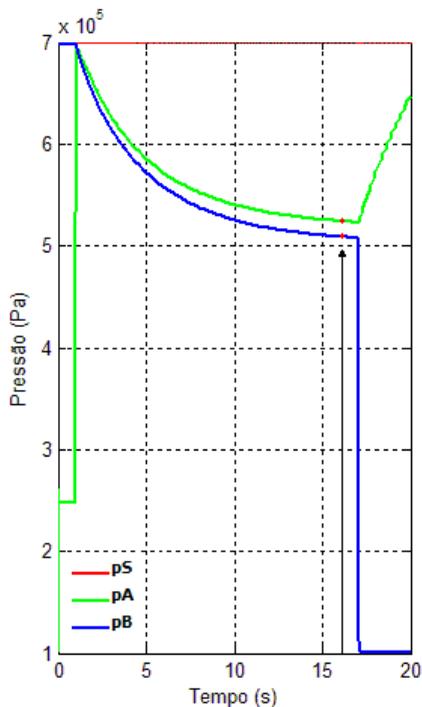


Figura 6-3 – Pressão absoluta nas câmaras do cilindro.

As curvas do modelo matemático teórico são apresentadas juntas com os pontos determinados pela simulação possibilitando verificar a adequação do modelo. Além disso, outras curvas são apresentadas para justificar qualquer afastamento do modelo.

Em todas as curvas apresentadas nesta seção, a linha cheia azul representa as pressões na Condição I, ou seja, condição de escoamento subsônico em ambas as vias, a linha cheia verde indica o comportamento das pressões na Condição II, que é escoamento subsônico do suprimento para uma das câmaras e sônico na exaustão, a linha cheia preta descreve as pressões a partir da equação do movimento segundo um carregamento e os pontos em vermelho são os resultados da simulação dinâmica em MATLAB do sistema. O comportamento dinâmico modelado é avaliado.

## 6.2 Estudos de Caso

### 6.2.1 Estudo de Caso I: Válvula e Cilindro Simétrico

Neste caso, o atuador é composto por uma servoválvula de 100NI/min que, segundo o catálogo do fabricante, apresenta uma razão de pressão crítica de 0,21, responsável pelo acionamento de um cilindro simétrico de diâmetro maior de 125mm e diâmetro da haste de 32mm.

Utilizando o modelo matemático descrito no Capítulo 4, especificamente as Equações (4.1), (4.6), (4.8) e (4.9), para simular o comportamento do sistema pneumático, com os parâmetros acima descritos em função da variação da carga acoplada à extremidade da haste do cilindro, desde carregamento em vazio até a máxima carga admitida pelo cilindro, considerando o efeito batente nos fim de curso do cilindro e o atrito viscoso variável, consegue-se os pontos provenientes das pressões nas câmaras,  $p_A$  e  $p_B$ , e das conhecidas pressões atmosférica e de suprimento, que tem respectivamente  $p_0 = 101,13\text{kPa}$  e  $p_s = 700\text{kPa}$  de valor de pressão absoluta.

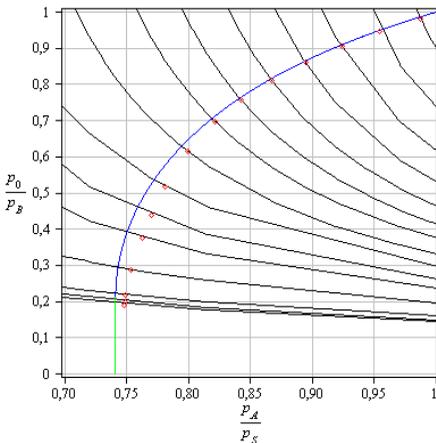


Figura 6-4 - Pontos de operação do atuador pneumático composto por cilindro simétrico no avanço.

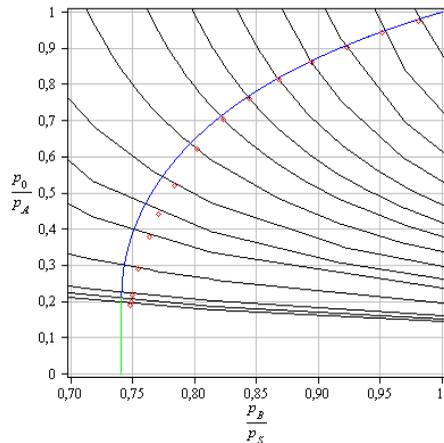


Figura 6-5 - Pontos de operação do atuador pneumático composto por cilindro simétrico no recuo.

Os gráficos das Figuras 6-4 e 6-5 mostram os resultados da simulação sobre as curvas das razões de pressão, provenientes da equação da vazão (Equação (4.1)) e da equação do movimento (Equação (4.9)).

É possível observar que o ponto de operação é alterado à medida que o carregamento é aumentado, nesta situação, a curva correspondente à relação das razões de pressão extraídas da equação do movimento desloca-se para cima, o que é coerente, visto que a força útil, capaz de provocar o deslocamento do pistão e, conseqüentemente, a carga acoplada a ele é proveniente da diferença de pressões nas faces do pistão.

Um novo ponto de operação é determinado a cada carregamento ao longo da curva da vazão. O deslocamento do ponto de operação ocorre até o limite da relação das razões de pressão ser igualadas a um, ou seja, quando as razões de pressão  $\frac{P_A}{P_S}$  e  $\frac{P_0}{P_B}$  são iguais a 1 (um), neste caso o atuador estará operando no limite de sua máxima força útil. No entanto, quando a força total aplicada ao carregamento do cilindro apresenta o mesmo valor da força útil, isto corresponde ao equilíbrio de forças, que é velocidade nula.

O fato dos pontos, para condições de carregamento menores, estarem afastados da curva da vazão, dá-se por ter uma massa menor para deslocar, logo as pressões envolvidas são menores e, como a válvula é a mesma, a velocidade do deslocamento do pistão é maior, por conseguinte, as pressões nas câmaras não se estabilizaram.

Aumentando o curso do cilindro para alcançar a estabilidade das pressões nas câmaras durante o deslocamento, percebe-se que, os pontos deslocam-se para a esquerda, aproximando-se da curva, como mostram as Figuras 6-6 e 6-7, para um cilindro simétrico em movimento de recuo e sem carga acoplada a sua haste.

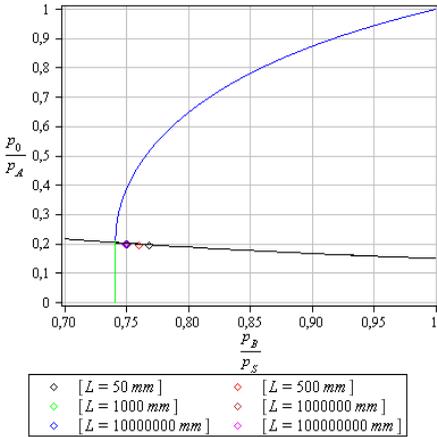


Figura 6-6 – Razões de pressão para diferentes cursos do cilindro.

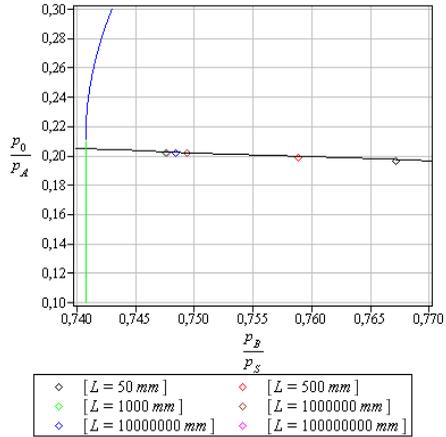


Figura 6-7 - Razões de pressão para diferentes cursos do cilindro - ampliado.

Outra consideração que deve ser feita é que o valor da razão de pressão crítica  $b$ , fornecida pelo catálogo do fabricante, representa o valor médio estatístico de um certo número de válvulas, com as mesmas características construtivas e, como as curvas da vazão são dependentes do valor de  $b$ , estas podem não estar condizentes com os parâmetros reais da válvula.

Segundo Kawashima *et al.*, (2004), por exemplo, para a válvula Festo MPYE-5-1/8-HF, a razão de pressões crítica  $b$  tem um valor de 0,3, que difere do fornecido pelo catálogo do fabricante, que é 0,21 (FESTO, 2007).

### 6.2.2 Estudo de Caso II: Válvula e Cilindro Assimétrico

Com o cilindro assimétrico, as simulações foram realizadas da mesma maneira, considerando que a válvula tem uma vazão de 100Nl/min e  $b$  correspondente de 0,21. O cilindro apresenta diâmetro maior de 125mm e haste com 32mm, o que corresponde a uma razão de áreas ( $r_A$ ) de 0,9345. Considerando, também, o atrito viscoso variável, os gráficos das Figuras 6-6 e 6-7, a seguir, apresentam os resultados da simulação:

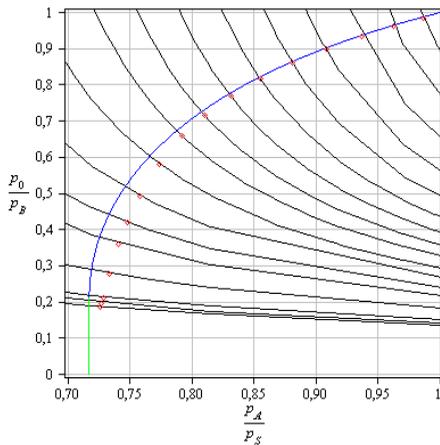


Figura 6-8 - Pontos de operação do atuador pneumático composto por cilindro assimétrico no avanço.

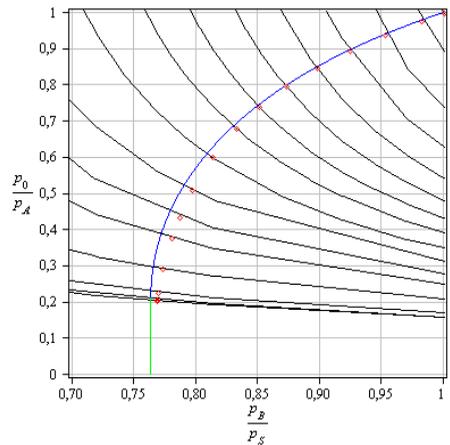


Figura 6-9 - Pontos de operação do atuador pneumático composto por cilindro assimétrico no recuo.

Com base no que foi exposto pelos resultados da simulação dinâmica em ambiente MATLAB/Simulink<sup>®</sup>, usando o modelo do sistema com parâmetros reais, pode-se concluir que as equações aqui obtidas e, até então, desconhecidas, caracterizam o comportamento das pressões nas câmaras dos cilindros pneumáticos, independente se o cilindro é simétrico ou assimétrico, se está em movimento de avanço ou recuo, determinando os pontos de operação do conjunto válvula e cilindro, em diferentes situações de carregamento, sob condições operacionais em regime permanente.



## CAPÍTULO 7

### CONCLUSÕES E RECOMENDAÇÕES FUTURAS

O trabalho documentado nesta dissertação que teve, por motivação, o crescente interesse na utilização de sistemas pneumáticos em aplicações de posicionamento, investigou o comportamento das relações de pressão nas câmaras dos cilindros, no intuito de melhorar o desempenho dos sistemas pneumáticos, visto que, tradicionalmente, a concepção de um sistema de automação pneumática está baseado, principalmente, na experiência do engenheiro projetista, ou através de metodologias de projeto, que se caracterizam pela natureza empírica do processo de concepção. Estes métodos, muitas vezes, resultavam no superdimensionamento do sistema e, por vezes, no subdimensionamento.

Em um sistema pneumático típico, a posição do carretel da válvula controla a vazão que entra e que sai de cada câmara do cilindro, a qual, por sua vez, resulta numa pressão diferencial no pistão e, assim, impõe uma força sobre a carga. As variáveis (mensuráveis) de estado de um sistema deste tipo são, normalmente, as pressões em cada câmara do cilindro, que são necessárias para caracterizar o armazenamento da energia devido à compressibilidade do ar e a velocidade da carga, necessária para caracterizar a energia armazenada pela carga inercial, e a posição da carga, que é geralmente a saída desejada.

Acompanhar as mudanças de pressão dentro das câmaras do cilindro também é importante. As pressões nas câmaras podem revelar muito sobre a natureza do escoamento. Na realidade, a condição de escoamento subsônico através dos orifícios da válvula depende exclusivamente da razão de pressão a jusante (saída) e a montante (entrada). Além disso, o conhecimento das pressões nas câmaras dos cilindros pode ser muito útil para propósitos de controle. E, ainda, o conhecimento do comportamento dinâmico das pressões nas câmaras dos cilindros pneumáticos determina o ponto em que o conjunto cilindro e válvula opera para determinada carga, auxiliando no dimensionamento de tais sistemas.

Na tentativa de desbravar este campo ainda inexplorado, com tantas questões a serem respondidas, é que se obteve o conjunto de

equações que determinam o comportamento das relações de pressões nas câmaras dos cilindros pneumáticos.

Com base nos resultados da simulação dinâmica em ambiente MATLAB/Simulink<sup>®</sup>, usando o modelo do sistema com parâmetros reais, pode-se concluir que o presente trabalho atingiu os objetivos inicialmente propostos, por disponibilizar um modelo matemático de equações simples e que caracterizam o comportamento das pressões nas câmaras dos cilindros pneumáticos, independente se o cilindro é simétrico ou assimétrico, se está em movimento de avanço ou recuo, determinando os pontos de operação do conjunto válvula e cilindro em diferentes situações de carregamento, sob condições operacionais em regime permanente, necessários para o dimensionamento e conhecimento do comportamento do sistema em diferentes aplicações. Este trabalho contribui, assim, para o dimensionamento da válvula e do cilindro e de um adequado método de projeto.

Os resultados obtidos neste estudo também poderão permitir a estimativa das pressões nas câmaras, excluindo a necessidade de sensores de pressão nos atuadores pneumáticos, bem como, para o desenvolvimento de ferramentas para modelagem e simulação de projetos de sistemas pneumáticos, necessários para apoiar o processo de projeto de máquinas e auxiliar na seleção e avaliação de seus componentes e, ainda no projeto de controle, ajudando na seleção de parâmetros mais adequados.

São imprescindíveis estudos adicionais e, naturalmente, essa pesquisa deverá ser continuada, pois muitas questões ainda não têm resposta ou têm somente resposta parcial sobre a real influência de diversos parâmetros sobre o comportamento dos sistemas pneumáticos.

Por exemplo, neste trabalho considerou-se que, as temperaturas nas câmaras dos cilindros e da servoválvula são iguais às temperaturas de suprimento, a qual é considerada constante ao longo do ciclo de trabalho. No entanto, é interessante estudar a dependência do sistema quanto à temperatura.

Da mesma forma, em estudos posteriores, devem ser acrescentados às possíveis causas relativas à limitação do desempenho do sistema quanto às dinâmicas não modeladas e às não-linearidades tais como histerese, zona morta e atrasos no tempo.

É de significativa importância comprovar experimentalmente o comportamento das pressões dado pelas equações, através de ensaios em

bancada de testes, para levantamento experimental das curvas propostas pelo método.

Por fim, aprofundar esta análise para desenvolver uma sistematização de procedimentos para dimensionamento e análise estática e dinâmica de circuitos pneumáticos em sistemas de atuação de controle de posição em malha fechada.



## REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

ABOU-FAYSSAL, Habib. **Design, Analysis, and Control of a Pneumatic Cartesian Robot**. 1997. 117 f. Thesis (Master) - Mechanical Engineering Course, Department of Mechanical Engineering, Queen's University, Kingston, Ontario, Ca, 1997.

ANDERSEN, Blaine Wright. **The Analysis and Design of Pneumatic Systems**. Florida: Krieger Publishing, 1967. 302 p.

ANDRIGHETTO, P. L.; VALDIERO, A. C.; VINCENSI, C. N. **Experimental comparisons of the control solutions for pneumatic servo actuators**. 2005.

ARAKI, K., YIN, Y.B., YAMADA, T., **Hardware Approaches for a Pneumatic ForceControl System with an Asymmetric Servovalve of a Spot Welding Machine**. Power Transmission and Motion Control, University of Bath, PTMC'98, UK, 1998.

ARINAGA, T., KAWAKAMI, Y., TERASHIMA, Y., KAWAI, S.. **Approach for energy-saving of pneumatic systems**. In: Proceedins of the 1st FPNI - PhD Symposium, Fluid Power Net International, 2000.

ÅSTRÖM, K.. **Control of Systems with Friction**. Departament of Automatic Control, Lund Institute of Technology, 1999.

AUTOMATION DISTRIBUTION INC (Usa) (Ed.). **British Pneumatic Handbook**. Disponível em: <<http://www.adi-sales.com/>>. Acesso em: 17 set. 2009.

BACHMANN, R. J., SURGENOR, B. W.. **On the Design and Performance of a Closed Circuit Pneumatic Positioning System**. In: The Fifth Scandinaviam International Conference on Fluid Power, 1997.

BACHMANN, Ryan. **On The Dynamics of a Pneumatic Positioning System**. 1997. 103 f. Thesis (Master) - Mechanical Engineering Course, Department of Mechanical Engineering, Queen's University, Kingston, Ontario, Ca, 1997.

BACKÉ, W. What will be the Future of Fluid Power. **Developments in Fluid Power Control of Machinery and Manipulators**, Garbacik, A. and Stecki, J. S. editors, p.17-36, published by Fluid Power Net Publications, Cracóvia, Polônia, 2000.

BALLARD, R. L. **The Dynamic Characteristics of Pneumatic Actuator and Valve Systems**. Ph.D. thesis, University of Bath, 1974.

BEATER, Peter. **Pneumatic Drives: System Design, Modelling and Control**. Soest, Germany: Springer - Verlag Berlin Heidelberg, 2007. 325 p.

BELGHARBI, M., SESMAT, S., THOMASSET, D., SCAVARDA, S., **Force Tracking Control of an Electro-pneumatic Actuator Using a Linearized Model Around the Reference Trajectory**. Power Transmission and Motion Control, Univ. of Bath, PTMC'98, UK, 1998.

BELGHARBI, M.; THOMASSET, D.; SCAVARDA, S.; SESMAT, S.. **Analytical Model of the Flow Stage of a Pneumatic Servo-distributor for Simulation and Nonlinear Control**. Scandinavian International Conference on Fluid Power, Tampere, Finland, 1999.

BOBROW, J. E., JABBARI, F.. **Adaptive Pneumatic Force Actuation and Position Control**. ASME Journal of Dynamic Systems, Measurement and Control, Vol.113, no 2, p. 267-272, 1991.

BOBROW, J. E., MCDONELL, B. W.. **Modeling, identification, and control of a pneumatically actuated force controllable robot**. 1998.

BOLLMANN, Arno. **Fundamentos da Automação Industrial Pneutrônica: Projetos de Comandos Binários Eletropneumáticos**. São Paulo: Abhp - Associação Brasileira de Hidráulica e Pneumática, 1997. 278 p.

BOURI, M., THOMASSET, D., RICHARD, E., SCAVARDA, S., **Nonlinear Sliding Mode Control of an Electropneumatic Servodrive**. Proc. 7th Bath Int. Fluid Power Workshop, p. 21-23, Bath, U.K., setembro 1994.

BRUN, X. *et al.*. **Contributions of the Cosimulation in the Chain of Design of an Electropneumatic System**. Proceedings of the Fifth International Conference on Fluid Power Transmission and Control, ICFP'2001, p.. 195-199, Hangzhou, China, 2001.

BRUN, X.; BELGHARBI, M.; SESMAT, S., THOMASSET, D.; SCAVARDA, S.. **Control of an Electropneumatic Actuator, Comparison Between Some Linear and Nonlinear Control Laws**. Journal of Systems and Control Engineering, 2000.

CRUZ, Felipe Barreto Campelo. **Modelagem e Controle Não-Lineares de um Posicionador Servopneumático Industrial**. 2003. 128 f. Dissertação (Mestrado) - Curso de Engenharia Mecânica, Departamento de Engenharia Mecânica, Universidade Federal De Santa Catarina, Florianópolis, 2003.

DE NEGRI, V. J. **Sistemas hidráulicos e pneumáticos para automação e controle: Parte II – Sistemas Pneumáticos para Automação**. Florianópolis, 2001. 73 p. (Apostila do curso de pós-graduação).

DE NEGRI, V.J. **Sistemas hidráulicos e pneumáticos para automação e controle – Parte III**. Florianópolis: Universidade Federal de Santa Catarina, 2001. (Apostila do curso de pós-graduação).

DRAPINSK, Janusz. **Hidráulica e pneumática industrial e móvel**. São Paulo, SP, MacGraw Hill do Brasil, 1977, 287p.

ELSAWY, A.; O'CHAROEN, V.. **A Development of an Interface Design Alternative for Pneumatic Design Circuits**. The Technology Interface , 1998.

FESTO. **Catálogo de Válvula Proporcional de Pressão**. Disponível em:

<<http://catalog.festo.com/bra/asp/DefaultBAResult.asp?ID=161173&L=055>>. Acesso em: 01 maio 2007.

FESTO. **Catálogo de Válvula Proporcional de Vazão**. Disponível em: <<http://catalog.festo.com/bra/asp/DefaultBAResult.asp?ID=151693&L=055>>. Acesso em: 01 maio 2007.

FIALHO, Arivelto Bustamante. **Automação Pneumática: Projetos, Dimensionamento e Análise de Circuitos**. 4. ed. São Paulo: Érica, 2003. 324 p.

GAST MANUFACTURING CORPORATION (Ed.). **Vacuum and Pressure Systems Handbook, Revised Edition**. Não: Gast Manufacturing Company, 1986. 120 p.

GOMES, S. C. P. **Modelagem de Atritos Internos às Articulações de Robôs Manipuladores**. In: XIII CONGRESSO BRASILEIRO DE ENGENHARIA MECÂNICA. CD-ROM. Belo Horizonte, MG. 1995.

GOMES, S. C. P.; ROSA, V. S. A new approach to compensate friction in robotic actuators. In: INTERNATIONAL CONFERENCE ON ROBOTICS AND AUTOMATION, 2003, Taipei, Taiwan. **Proceedings...** [S.l]: IEEE, 2003.

GUENTHER, Raul *et al.* Cascade Controlled Pneumatic Positioning System with LuGre Model Based Friction Compensation. **Journal Of The Brazilian Society Of Mechanical Sciences And Engineering**, Rio de Janeiro, p. 48-57. 01 jan. 2006.

GUIDO BELFORTE, 2000, Sherbrooke. **New developments and new trends in pneumatics**. Sherbrooke, Qc: Proceedings Of Sixth Triennial International Symposium On Fluid Power, Measurement And Visualization, 2000.

GUOLIANG, T., XUANYIN, W.. **Research on pneumatic-servo calligraphy robot**. 2003.

HAN, B.J.; KAWASHIMA, K.; FUJITA, T.; KAGAWA, T.. **Flow Rate Characteristics Measurements of Pneumatic Valve by Pressure Response**. Proceeding of the Fifth International Conference on Fluid Power Transmission and Control, ICFP'2001, p. 200-2004, Hangzhou, China, 2001.

HARON, C.H. C.; WAI, K. K.. **Computer Aided Drawing and Design of Pneumatics Circuits (PNEUCADDS)**. Proceedings of the First IEEE International Conference on Multi-Media Engineering Education, p. 203-206, 1994.

HARRISON, R., WESTON, R. H., MOORE, P. R., THATCHER, T. W.. **A study of application areas for modular robots**. Robotica, 1987.

HARVEY, C.. **More than the Valve**. Hydraulics & Pneumatics, p. 38-42, dec. 2004.

HENNIG, H.. **Zeit- und Bewegungsverhalten pneumatischer Linearantriebe**. Proc 3. Fachtagung Hydraulik und Pneumatik, Dresden, p. 257-272. 1979.

HENNINGSON, G.. **Linear motors**. In: Andersson S B, Bévengut G, Eckersten J, Ek G, Kalldin B (eds) Atlas Copco Air Compendium. Atlas Copco AB, Stockholm, p. 360-390. 1975.

HITCHCOX, A. L.. **Understanding Proportional Pneumatics**. HydraPles and Pnedcs, March, p. 105-186. 1996.

HONG, I. T.; TESSMANN, R. K. **The Dynamic Analysis of Pneumatic Systems Using HyPneu**. In: INTERNATIONAL FLUID POWER EXPOSITION AN TECHNICAL CONFERENCE, 1996, Chicago, Illinois. International Fluid Power Exposition an Technical Conference. Chicago, Illinois: apr. 1996. p. 1-11.

ISO International Organization for Standardization, Fluid power systems and components. Components Using Compressible Fluids. **ISO 1219-1**. Graphic symbols and circuit diagrams -- Part 1: Graphic symbols for conventional use and data-processing applications, 2006.

ISO International Organization for Standardization, Fluid power systems and components. Components Using Compressible Fluids. **ISO 1219-2**. Graphic symbols and circuit diagrams -- Part 2: Circuit diagrams, 1995.

ISO International Organization for Standardization, Pneumatic Fluid Power. Components Using Compressible Fluids. **ISO 6358**. Determination of flow rate characteristics, 1989.

ISO International Organization for Standardization, Pneumatic Fluid Power. Components Using Compressible Fluids. **ISO 6431**. Single rod cylinders, 1 000 kPa (10 bar) series, with detachable mountings, bores from 32mm to 320mm -- Mounting dimensions, 1992.

ISO International Organization for Standardization, Pneumatic Fluid Power. Components Using Compressible Fluids. **ISO 6432**. Single rod cylinders -- 10 bar (1 000 kPa) series -- Bores from 8 to 25mm -- Mounting dimensions, 1985.

JANISZOWSKI, K. B.. **Adaptation, Modelling of Dynamic Drives and Controller Design in Servomechanism Pneumatic Systems**. IEE Proceedings - Control Theory and Applications, vol. 151, pp. 234-245, 2004.

JEBAR, H. S.; ROYLANCE, T. F.; LICHTAROWICZ, A.. **Nomogram Methods for the Design of Pneumatic Cylinder Systems**. Proc 5th Int Fluid Power Symp, p. A.4.47. 1978.

KARPENKO, M., SEPEHRI, N. **Design and Experimental Evaluation of a Nonlinear Position Controller for a Pneumatic Actuator with Friction**, Proceeding of the 2004 American Control Conference. p. 5078, Boston, 2004.

KAWASHIMA, K.; FUNAKI, T.; KAGAWA, T.. **Automated Characteristic Test Bench of Pneumatic Servovalve**. In: 7th International Symposium on Fluid Control, Measurement and Visualization, 2003.

KAWASHIMA, K. *et al.* **Determination of Flow Rate Characteristics of Pneumatic Solenoid Valves Using an Isothermal Chamber**. Journal of Fluids Engineering, v. 126, p. 273-279, mar. 2004.

LAI, J.Y., MENQ, C.H., SINGH, R., **Accurate Position Control of a Pneumatic Actuator.** ASME Journal of Dynamic Systems Measurement and Control, Vol.112, p.734- 739, 1990.

LATINO, F., SANDOVAL, D. **Quit overspending for servomotion systems.** Machine Design, p. 93-96, abril. 1996.

LEE, H. K.; CHOI, G. S.; CHOI, G. H. **A Study on Tracking Position Control of Pneumatic Actuators.** Mechatronics, v. 12, 2002. p. 813-831.

LIN, X.; SPETTEL, F.; SCAVARDA, F. **Modeling and Test of an Electropneumatic Servo Valve Controlled Long Rodless Actuator.** ASME Journal of Dynamic Systems, Measurement and Control, Vol. 118, p. 457-462, setembro 1996.

LIN-CHEN, Y. Y.; WANG, J. H.; WU, Q. H. **A Software Tool Development for Pneumatic Actuator System Simulation and Design.** Computers in Industry, v. 51, 2003. p. 73-88.

LIU, S., BOBROW, J., **An Analysis of a Pneumatic Servo System and its Application to a Computer-controlled Robot.** ASME Journal of Dynamic Systems, Measurement and Control, Vol. 110, setembro 1988.

MACHADO, C. **Compensação de atrito em atuadores hidráulicos utilizando redes neurais.** 2003. 86 f. Dissertação (Mestrado em Engenharia Mecânica) – Universidade Federal de Santa Catarina, Florianópolis. 2003.

MALLOY, J.. **10 Quick Guidelines for Sizing Pneumatic Actuators.** Power Engineering, v. 104, n.10, p. 114 e 116, oct. 2000.

MARÉ, J.-C., Geider, O., Colin,S.,; **An Improved Dynamic Model of Pneumatic Actuators.** International Journal of Fluid Power, no 2, p.39-47, 2000.

MARTIN, H.. **The design of hydraulic componentes and systems:** Hellis Horwood Limited, Great Britain, 1995.

MENDOZA, Yesid Ernesto Asaff. Desenvolvimento de um Sistema Servopneumático para Regulação de Velocidade de Turbinas em Pequenas Centrais Hidroelétricas. 2006. 143 f. Dissertação (Mestrado) - Curso de Engenharia Mecânica, Departamento de Engenharia Mecânica, Universidade Federal De Santa Catarina, Florianópolis, 2006.

MERRITT, Herbert Eugen. **Hydraulic Control Systems**. New York: John Wiley & Sons, 1967. 374 p.

MOORE, Philip; PU, Jun Sheng. Pneumatic Servo Actuator Technology. **IEE Colloquium: Actuator Technology: Current practice and new developments**, London, Uk , p.3/1-3/6, 10 maio 1996.

NOURI, B. M. Y. *et al.* **Modeling a Pneumatic Servo Positioning System with Friction**. In: Proceedings of the American Control Conference, 2000, Chicago, Illinois. Proceedings of the ACC. Chicago, Illinois: jun. 2000. v. 2. p. 1067-1071.

PANDIAN, S. R.; LEDA, K.; KAMOYAMA, Y.; KAWAMURA, S.. **Modeling and Control of a Pneumatic Rotary Actuator**. In: Power Transmission and Motion Control, 1998.

PERONDI, E. A. **Controle Não-linear em Cascata de um Servoposicionador Pneumático com Compensação do Atrito**. 2002. Tese (Doutorado em Engenharia Mecânica). 178 p. Universidade Federal de Santa Catarina: Florianópolis. 2002.

PERONDI, E. A., GUENTHER, R. **O Controle em Cascata de um Sistema Pneumático de Posicionamento**. In: XVI Congresso Brasileiro de Engenharia Mecânica - COBEM 2001, 2001, Uberlândia. Anais do XVI Congresso Brasileiro de Engenharia Mecânica, 2001.

PINCHES, Michael J.; CALLEAR, Brian J.. **Power Pneumatics**. Prentice Hall, 1996. 368 p.

PU, J., WESTON R. H. and MOORE P. R.. **Digital Motion Control and Profile Planning for Pneumatic Servos**, Trans. of the ASME, Vol. 114, p. 634-640, dezembro 1992.

PU, J., MOORE, P. R. HARRISON, R. WESTON, R. H.. **A study of gain-scheduling method for controlling the motion of pneumatic servos.** In: International Fluid Power Workshop, 6., 1993, University of Bath, U. K: Proceedings... [S.l : s.n], 1993. p. 193- 210.

PU, J., WANG, J.H., MOORE, P. R., WONG, C.B., **A New Strategy for Closed-loop Control of Servo-Pneumatic System with Improved Energy Efficiency and System Response.** The Fifth Scandinavian International Conference on Fluid Power, SICFP'97. Linköping, Sweden, maio 1997.

RAJENDRAN, S., BOLTON, R. W.. **Position Control of a Servopneumatic Actuator Using Fuzzy Compensation.** In: Proceedings of the 2003 American Society for Engineering Education Annual Conference & Exposition, 2003.

RICHARD, E., SCAVARDA, S. **Comparison Between Linear and Nonlinear Control of and Electropneumatic Servovalve.** Journal of Dynamic Systems, Measurement, and Control, Transaction of the ASME, Vol. 118, p. 245-252, 1996.

RICHER, E.; HURMUZLU, Y.. **A High Performance Pneumatic Force Actuator System: Part I - Nonlinear Mathematical Model,** ASME Journal of Dynamic Systems, Measurement and Control, vol. 122, pp. 416-425, 2000.

RODRÍGUEZ, Angel Ernesto Rubio. **Modelación, identificación y control de actuadores lineales electro neumáticos para aplicaciones industriales.** 2007. 118 f. Tese (Doutorado) - Curso de Ingeniería Eléctrica, Departamento de Automática Y Sistemas Computacionales, Universidad Central "Marta Abreu" de Las Villas, Santa Clara, 2007.

SCAVARDA, S.; SESMAT, S.. **Some structural comparative elements between electric, pneumatic, and hydraulic actuating systems.** In: POWER TRANSMISSION AND MOTION CONTROL – PTMC'98, 1998, University of Bath, U. K. Proceedings... [S.l : s.n], 1998.

SHIH, M-c. e LU, C-s., **Pneumatic Servomotor Drives a Ball-screw With Fuzzy-sliding Mode Position Control**. Proceedings of the 1993 International Conference on Systems, Man and Cybernetics, Systems Engineering in the Service of Humans, Vol.3, p. 50 –54, 1993.

SILVA, L. A.. **Técnicas de Identificação de Forças no Domínio do Tempo**. Universidade Federal de Uberlândia, Uberlândia, MG, 2000.

STECKI, J., **Fluid power – A way forward. Developments in Fluid Power Control of Machinery and Manipulators**, Garbacik, A. and Stecki, J. S. editors, p.37-65, published by Fluid Power Net Publications, Cracóvia, Polônia, 2000.

STOLL, K.. **New Developments in Pneumatics**. Proceedings of The Fifth International Conference on Fluid Power Transmission and Control, ICFP'2001. p.34-40, Hangzhou, China, 2001.

Sun Microsystems. **The Real-Time Java Platform**. jun. 2004.

SURGENOR. B. W., Vaughan, N. D. and Uebing, M.. **Continuous Sliding Mode Control of a Pneumatic System**, Proc. 8h Bath International Fluid Power Workshop. p. 270-285. Sept 20-22, Bath, U.K., 1995.

TAKAIWA, M. e NORITSUGO, T., **Application of Pneumatic Parallel Manipulator as Haptic Human Interface**. Proceedings of the 1999 IEEE/ASME International Conference on Advanced Intelligent Mechatronics, p.185-190, Atlanta, USA, setembro 1999.

TRESSLER, J. M.; CLEMENT, T.; KAZEROONI, H.; Lim, M.. **Dynamic Behavior of Pneumatic Systems**, ICRA '02. IEEE International Conference on Robotics & Automation, Washington, DC, May, 2002.

VALDIERO, A. **Controle de robôs hidráulicos com compensação de atrito**. 2005. 188 f. Tese (Doutorado em Engenharia Mecânica) – Universidade Federal de Santa Catarina, Flo-rianoópolis. 2005.

VIEIRA, Agnelo Denis. **Análise Teórico Experimental de Servoposicionadores Lineares**. 1998. 202 f. Dissertação (Mestrado) - Curso de Engenharia Mecânica, Departamento de Engenharia Mecânica, Universidade Federal De Santa Catarina, Florianópolis, 1998.

VIRVALO, T. **Designing a Pneumatic Position Servo System**. Power International, U.K., p. 141-147, 1989.

VIRVALO, T. **Modelling and Design of a Pneumatic Position Servo System Realizes with Commercial Components**. 1995. 191 f.. PhD Thesis – Tampere University of Technology, Tampere, 1995.

VIRVALO, T. **Nonlinear Model of Analog Valve**. The Fifth Scandinavian International Conference on Fluid Power, SICFP'97. Linköping, Suécia, maio 1997.

VIRVALO, T. **The Influence of Servo Valve Size on the Performance of a Pneumatic Position Servo**. In: Fifth International Conference on Fluid Power Transmission and Control, 2001, Hangzhou, China. ICFP 2001: Fifth International Conference on Fluid Power Transmission and Control. Hangzhou, China: 3-5 apr. 2001. p. 244-248.

VIRVALO, T., KOSKINEN, H. **Electro-pneumatic Servo System Design**. Power International, U.K., p. 272-275, 1988.

VIRVALO, T., **The design of pneumatic cylinder driven position servo system**. In: The 17th International Conference on Hydraulics and Pneumatics, 2001, Ostrava, Czech Republic . Sbornik konference, Hydraulika a Pneumatika, Ostrava, Czech Republic: 5-6 jun., 2001.

VIRVALO, Tapio. **Research**. [mensagem pessoal] Mensagem recebida por: <Lidiane Gonçalves de Oliveira>. em: 09 nov. 2007.

WANG, J., WANG, D. J. D., MOORE, P. R., PU, J., **Modeling Study, Analysis and Robust Servocontrol of Pneumatic Cylinder Actuator Systems**. IEEE Proceedings on Control Theory and Applications, Vol. 148, no 1, p. 35 –42, janeiro 2001.

WANG, X. G., KIM, C. K-h., **Improved Control of Pneumatic Lumber-handling Systems**. IEEE Transactions on Control Systems Technology, Vol. 9, no 3, p. 458–472, maio 2001.

WANG, J. D.; CHEN, J. Y.; ZHAO, Y. R.; WANG, J.. **Modelling and Simulation of Frictions in Control of Mechanical Systems**. In: 4th World Congress on Intelligent Control and Automation, vol. 1, 2002.

WEI, X.; GANG, B.; ZUWEN, W.. **Study of CAD Software for Pneumatic Driving System**. Proceedings of the Fifth International Conference on Fluid Power Transmission And Control, ICFP' 2001. p. 195-199, Hangzhou, China, 2001.

WIKANDER, J.. **Adaptive Control of Pneumatic Cylinders**. Doctor thesis. Stockholm, Suécia, 1988.

YI, B.-J., RA, H.Y., LEE, J.H., HONG, Y.S., PARK, J.S., OH, S.-R., SUH, I.H., KIM, W.K. **Design of a Parallel-type Gripper Powered by Pneumatic Actuators**. Proceedings of the 2000 IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems, IROS 2000, Vol.1, p. 689–695, 2000.

ZHOU, H.. **Propneu – An Intelligent Software Tool**. In: INTERNATIONAL CONFERENCE ON FLUID POWER TRANSMISSION AND CONTROL, 2001, Hangzhou, China. ICFP 2001: Fifth International Conference on Fluid Power Transmission and Control. Hangzhou, China: 3-5 apr. 2001, p. 205-208.

ZORLU, A. OZSOY, C. KUZUCU, A. **Experimental Modeling of a Pneumatic Emerging Technologies and Factory Automation**, 2003. Proceedings. ETFA '03. IEEE Conference. p. 453, 2003.

## **APÊNDICES**



## APÊNDICE A

### LEVANTAMENTO DO MAPA DE ATRITO DOS CILINDROS

#### A.1. Identificação dos Parâmetros do Modelo de Atrito

Nesta seção, descreve-se a identificação dos parâmetros do Modelo do Coeficiente de Atrito Viscoso Variável, proposto por Gomes (1995), que é empregado neste trabalho para estimar o atrito nos cilindros pneumáticos.

A identificação dos parâmetros do modelo de atrito descritos na seção 4.5.1 é feita com base nos resultados do mapa estático de atrito obtido experimentalmente. Este mapa é constituído medindo a força aplicada para a realização de um movimento em velocidade constante, e apresenta a relação entre a força de atrito e a velocidade relativa entre as superfícies em contato.



Figura A-1 – Conjunto válvula e cilindro simétrico.

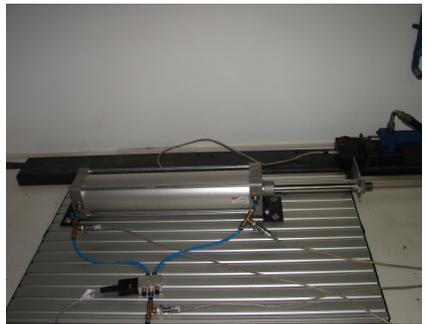


Figura A-2 – Conjunto válvula e cilindro assimétrico.

Os experimentos foram realizados na bancada de ensaios do Laboratório de Sistemas Hidráulicos e Pneumáticos (LASHIP), do Departamento de Engenharia Mecânica da Universidade Federal de Santa Catarina. Para a comprovação do comportamento das relações das razões de pressão nas câmaras dos cilindros pneumáticos tanto em cilindros simétricos como assimétrico, foi levantado o mapa de atrito de

dois cilindros de dupla ação. Ambos os cilindros empregados apresentam curso de 500mm, diâmetro de 125mm e haste com diâmetro de 32mm, sendo um cilindro simétrico e outro assimétrico, acionados por válvula direcional de 100NI/min. Abaixo as Figuras A-1 e A-2, mostram os conjuntos válvula e cilindro que tiveram, seus respectivos mapas de atrito determinados, e que, posteriormente, foram implementados na simulação numérica, em ambiente MATLAB/Simulink<sup>®</sup>.

Na bancada de testes, o levantamento do mapa estático de atrito é realizado, alimentando a válvula proporcional com uma tensão constante. Com isso é criada uma diferença de pressão que provoca o movimento.

No atuador pneumático, a força é determinada através da medição da diferença de pressões nas câmaras, na condição de movimento em regime permanente. Pela equação do movimento do atuador pneumático, mostrada na Equação (4.9), verifica-se que com a força externa sendo nula e a velocidade do pistão sendo constante (regime permanente), a aceleração é nula, então a Equação (4.9) pode ser reescrita como:

$$F_{at} = p_A A_A - p_B A_B - p_0 A_h \quad (A.1)$$

Onde  $F_{at}$  é a força de atrito calculada,  $p_A$  e  $p_B$  são as pressões medidas nas câmaras  $A$  e  $B$  do cilindro pneumático, respectivamente, e  $p_0$  é a pressão atmosférica.

Medindo as pressões, quando o movimento do pistão apresenta velocidade constante obtém-se um ponto do mapa estático de atrito (velocidade e força de atrito). Repetindo este procedimento, constroem-se os mapas. Na Figura A-3, Tabela A-1 e Tabela A-3 têm-se, respectivamente, o mapa de atrito, os coeficientes dos polinômios e as velocidades limites para o cilindro simétrico. Já para o cilindro assimétrico, têm-se, na Figura A-4, Tabela A-2 e Tabela A-4, os respectivos: mapa de atrito, coeficientes dos polinômios e as velocidades limites. A seguir, é detalhada a obtenção destes parâmetros:

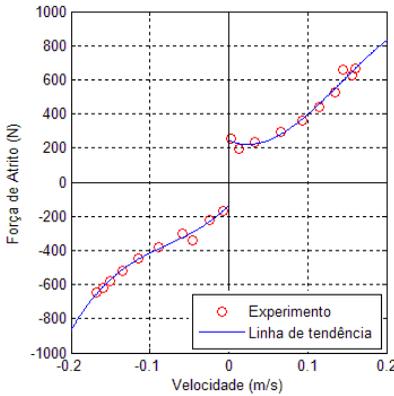


Figura A-3 – Mapa estático do atrito para cilindro pneumático simétrico.

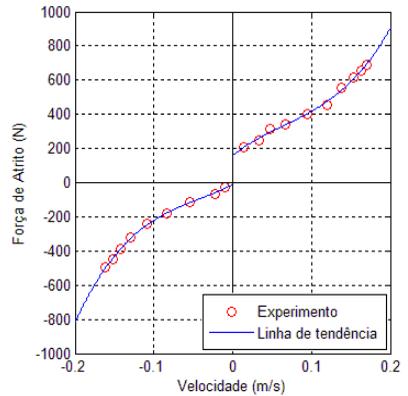


Figura A-4 – Mapa estático do atrito para cilindro pneumático assimétrico.

É importante salientar que, em velocidade próximas de zero, não é possível produzir movimentos com velocidade constante devido ao efeito *stick-slip*.

A partir do mapa estático, podem ser definidas a curva “A” e as trajetórias “B” (*slip*) e “C-D” (*stick*) do modelo. A curva “A” pode ser representada, ajustando uma função ao mapa estático do atrito. Neste trabalho, verificou-se que polinômios de terceira ordem podem representar o mapa estático de forma satisfatória. Os polinômios para o cilindro pneumático são:

a) Para  $\dot{x} < 0$ :

$$f_{An}(\dot{x}) = c_{n0} + c_{n1}\dot{x} + c_{n2}\dot{x}^2 + c_{n3}\dot{x}^3 \tag{A.2}$$

b) Para  $\dot{x} > 0$ :

$$f_{Ap}(\dot{x}) = c_{p0} + c_{p1}\dot{x} + c_{p2}\dot{x}^2 + c_{p3}\dot{x}^3 \tag{A.3}$$

O ajuste destes polinômios ao mapa estático resultou nos coeficientes apresentados nas Tabelas A-1 e A – 2, a seguir:

Tabela A-1 - Coeficientes dos polinômios do cilindro simétrico.

$c_{An}$	Coeficientes do polinômio para velocidades negativas	$c_{An} =$ [1,3460e5 0,0461e5	0,3167e5 -0,0014e5]
----------	--	----------------------------------	------------------------

$c_{Ap}$	Coefficientes do polinômio para velocidades positivas	$c_{Ap} = [-1,1016e5 \quad 0,4728e5 \quad -0,0213e5 \quad 0,0025e5]$
----------	---	--

Tabela A-2 - Coeficientes dos polinômios do cilindro assimétrico.

$c_{An}$	Coefficientes do polinômio para velocidades negativas	$c_{An} = [1,0978e5 \quad 0,1355e5 \quad 0,0235e5 \quad -0,0001e5]$
$c_{Ap}$	Coefficientes do polinômio para velocidades positivas	$c_{Ap} = [1,0938e5 \quad -0,2136e5 \quad 0,0362e5 \quad 0,0016e5]$

A velocidade limite é definida como a menor velocidade obtida no mapa estático de atrito sendo que, a velocidade limite negativa será representada por  $\dot{x}_{limn}$  e a velocidade limite positiva será representada por  $\dot{x}_{limp}$ . As Tabelas A-3 e A-4 mostram os valores das velocidades limites obtidas no mapa estático de atrito.

Tabela A-3 - Velocidades limites para cilindro simétrico.

$\dot{x}_{limn}$	Velocidade limite negativa	$\dot{x}_{limn} = -0,007343 \text{ m/s}$
$\dot{x}_{limp}$	Velocidade limite positiva	$\dot{x}_{limp} = 0,002523 \text{ m/s}$

Tabela A-4 - Velocidades limites para cilindro assimétrico.

$\dot{x}_{limn}$	Velocidade limite negativa	$\dot{x}_{limn} = -0,00927 \text{ m/s}$
$\dot{x}_{limp}$	Velocidade limite positiva	$\dot{x}_{limp} = 0,01381 \text{ m/s}$

Neste modelo, a força de atrito estático é definida como a força que ocorre quando a velocidade do sistema é a velocidade limite. A força de atrito estático negativa  $F_{Sn}$  é calculada através do polinômio (A.2), com a velocidade limite  $\dot{x}_{limn}$ , e a força de atrito estático positiva  $F_{Sp}$  é calculada através do polinômio (A.3) com velocidade limite

$\dot{x}_{lim p}$ . Os valores das forças de atrito estático são apresentados nas Tabelas A-5 e A-6.

Tabela A-5 – Força de atrito estático para cilindro simétrico.

$F_{Sn}$	Nível máximo da força de atrito estático negativo	$F_{Sn} = -172,1969 \text{ N}$
$F_{Sp}$	Nível máximo da força de atrito estático positivo	$F_{Sp} = 244,9252 \text{ N}$

Tabela A-6 – Força de atrito estático para cilindro assimétrico.

$F_{Sn}$	Nível máximo da força de atrito estático negativo	$F_{Sn} = -30,7076 \text{ N}$
$F_{Sp}$	Nível máximo da força de atrito estático positivo	$F_{Sp} = 206,2066 \text{ N}$

Nas Figuras A-3 e A-4, observa-se que, cada cilindro tem um comportamento diferente, no que tange à força de atrito, este fenômeno ocasiona um comportamento assimétrico as forças.

Mais informações, inclusive a metodologia a ser seguida para a determinação da velocidade *stick*, podem ser obtidas em MACHADO (2003).



## APÊNDICE B

### SIMULAÇÃO ANALÍTICA DAS EQUAÇÕES

Apresentam-se, neste apêndice, os diversos arquivos empregados no *software* de solução analítica de equações, utilizado na análise matemática do comportamento das pressões nas câmaras dos cilindros pneumáticos. Aqui, a relação entre  $\frac{P_A}{P_S}$  é escrita como  $X$ , para  $\frac{P_0}{P_B}$

tem-se  $Y$ , em  $\frac{P_B}{P_S}$  substituiu-se por  $Z$  e para  $\frac{P_0}{P_A}$  representou-se por

$W$ . Para a razão de áreas das câmaras dos cilindros  $\left(\frac{A_B}{A_A}\right)$ , que no texto do Capítulo 5 foi documentado por  $r_A$ , aqui é chamado de  $r$ .

#### B.1. Curvas do Comportamento das Razões de Pressão

##### B.1.1. Cilindro Simétrico em Avanço

B.1.1.1. CONDIÇÃO I:  $(p_A/p_S > b)$  e  $(p_0/p_B > b)$

> restart :

$$> Y := \frac{b X + \sqrt{b^2 X^2 - 1 + 2 b - 2 b X^2 + 2 X^2 - 2 b X}}{X} :$$

> Y := subs(b = 0.528, Y) :

```
> plot ( Y, axes = boxed, view = [0.8 ..1, 0.5 ..1], axis = [gridlines= [10,
color= gray]], numpoints = 10000, thickness = [2], labels
= [ [ ( P_A / P_S ), ( P_0 / P_B ) ] ] );
```

B.1.1.2. CONDIÇÃO II:  $(p_A/p_S > b)$  e  $(p_0/p_B \leq b)$

```
> restart :
```

```
> X := ( b + sqrt( 6 b^2 - 6 b + 2 - 2 b^3 ) ) / ( 2 - 2 b + b^2 ) ;
```

```
> X := subs ( b = 0.528, X ) :
```

```
> plot ( X, axes = boxed, view = [0 ..1, 0 ..1], axis = [gridlines= [10, color
= gray]], thickness = [2], labels = [ ( _ ), ( P_A / P_S ) ] );
```

B.1.1.3. CONDIÇÃO III:  $(p_A/p_S \leq b)$  e  $(p_0/p_B > b)$

```
> restart :
```

```
> Y := ( b X + sqrt( b^2 X^2 - 1 + 2 b - 2 b X^2 + X^2 - b^2 ) ) / X ;
```

```
> Y := subs ( b = 0.528, Y ) :
```

```
> plot ( Y, axes = boxed, view = [0 ..1, 0 ..1], axis = [gridlines= [10, color
= gray]], thickness = [2], labels = [ [ ( P_A / P_S ), ( P_0 / P_B ) ] ] );
```

B.1.1.4. CONDIÇÃO IV:  $(p_A/p_S \leq b)$  e  $(p_0/p_B \leq b)$

```
> restart :
> X := 1 :
> with(plots) :
> graf1 := plot([X], thickness = [2]) :
> with(plots) :
> display( ( graf1, axes = boxed, view = [0..1, 0..1], axis = [gridlines
= [10, color= gray]], numpoints = 10000, labels = [ ( _ ,
( ( p_A / p_S ) ) ] ) );
```

B.1.2. Cilindro Simétrico em Recuo

B.1.2.1. CONDIÇÃO I:  $(p_B/p_S > b)$  e  $(p_0/p_A > b)$

```
> restart :
> W := ( b Z + sqrt( b^2 Z^2 - 1 + 2 b - 2 b Z^2 + 2 Z^2 - 2 b Z ) ) / Z :
> W := subs( b = 0.528, W ) :
> plot( W, axes = boxed, view = [0.8..1, 0.5..1], axis = [gridlines= [10,
color= gray]], numpoints = 10000, thickness = [2], labels
= [ ( ( p_B / p_S ) , ( p_0 / p_A ) ) ] );
```

B.1.2.2. CONDIÇÃO II:  $(p_B/p_S > b)$  e  $(p_0/p_A \leq b)$

```
> restart :
```

```

> Z :=  $\frac{b + \sqrt{6b^2 - 6b + 2 - 2b^3}}{2 - 2b + b^2}$  :
> Z := subs(b = 0.528, Z) :
> plot( Z, axes = boxed, view = [0..1, 0..1], axis = [gridlines = [10, color
    = gray]], numpoints = 10000, thickness = [2], labels = [ ( _ ),
    (  $\frac{p_B}{p_S}$  ) ] );

```

B.1.2.3. CONDIÇÃO III:  $(p_B/p_S \leq b)$  e  $(p_0/p_A > b)$

```

> restart :
> W :=  $\frac{bZ + \sqrt{b^2 Z^2 - 1 + 2b - 2bZ^2 + Z^2 - b^2}}{Z}$  :
> W := subs(b = 0.528, W) :
> plot( W, axes = boxed, view = [0..1, 0..1], axis = [gridlines = [10, color
    = gray]], numpoints = 10000, thickness = [2], labels = [ (  $\frac{p_B}{p_S}$  ),
    (  $\frac{p_0}{p_A}$  ) ] );

```

B.1.2.4. CONDIÇÃO IV:  $(p_B/p_S \leq b)$  e  $(p_0/p_A \leq b)$

```

> restart :
> X := 1 :
> with(plots) :
> graf1 := plot([X], thickness = [2]) :
> with(plots) :

```

```
> display( (graf1), axes = boxed, view = [0..1, 0..1], axis = [gridlines
= [10, color= gray]], numpoints = 10000, labels = [ ( _ ), ( \frac{p_B}{p_S} ) ] )
;
```

### B.1.3. Cilindro Assimétrico em Avanço

#### B.1.3.1. CONDIÇÃO I: $(p_A/p_S > b)$ e $(p_0/p_B > b)$

```
> restart :
```

```
> Y
```

$$:= \frac{1}{X} \left( b X + \sqrt{b^2 X^2 - r^2 + 2 b r^2 - 2 b X^2 + X^2 + r^2 X^2 - 2 b r^2 X} \right) :$$

```
> Y := subs ( b = 0.528, r = 0.75, Y ) :
```

```
> plot( Y, axes = boxed, view = [0.65..1, 0.5..1], axis = [gridlines= [10,
color= gray]], numpoints= 10000, thickness = [2], labels
= [ ( \frac{p_A}{p_S} ), ( \frac{p_0}{p_B} ) ] ) ;
```

#### B.1.3.2. CONDIÇÃO II: $(p_A/p_S > b)$ e $(p_0/p_B \leq b)$

```
> restart :
```

$$> X := \frac{(b r + \sqrt{b^2 r^2 - 4 b + 1 + 5 b^2 - 2 b^3 - 2 b r^2 + r^2}) r}{1 - 2 b + b^2 + r^2} :$$

```
> X := subs ( b = 0.528, r = 0.75, X ) :
```

```
> plot ( X, axes = boxed, view = [0 ..1, 0 ..1], axis = [gridlines= [10, color
= gray]], numpoints = 10000, thickness = [2], labels = [ ( _),
( ( p_A / p_S )) ] );
```

B.1.3.3. CONDIÇÃO III:  $(p_A/p_S \leq b)$  e  $(p_0/p_B > b)$

> restart :

```
> Y := ( b X + sqrt( -r^2 + 2 b r^2 - 2 b X^2 + X^2 - b^2 r^2 + b^2 X^2 ) ) / X ;
```

```
> Y := subs ( b = 0.528, r = 0.75, Y ) :
```

```
> plot ( Y, axes = boxed, view = [0.7 ..1, 0.5 ..1], axis = [gridlines= [10,
color= gray]], numpoints = 10000, thickness = [2], labels
= [ ( ( p_A / p_S ), ( p_0 / p_B )) ] );
```

B.1.3.4. CONDIÇÃO IV:  $(p_A/p_S \leq b)$  e  $(p_0/p_B \leq b)$

> restart :

```
> X := r :
```

```
> X := subs ( r = 0.75, X ) :
```

```
> with(plots) :
```

```
> graf1 := plot ([ X ], thickness = [2]) :
```

```
> with(plots) :
```

```
> display( (graf1), axes = boxed, view = [0..1, 0..1], axis = [gridlines
= [10, color= gray]], numpoints = 10000, labels = [ ( _ ),
( ( P_A ) ) ] ] );
```

### B.1.4. Cilindro Assimétrico em Recuo

B.1.4.1. CONDIÇÃO I:  $(p_B/p_S > b)$  e  $(p_0/p_A > b)$

> restart :

> W

$$:= \frac{1}{Zr} \left( b r Z + \sqrt{b^2 r^2 Z^2 - 1 + 2 b - 2 b r^2 Z^2 + Z^2 + r^2 Z^2 - 2 b Z} \right) :$$

> W := subs (b = 0.528, r = 0.75, W) :

```
> plot( W, axes = boxed, view = [0.8..1, 0.5..1], axis = [gridlines= [10,
color= gray]], numpoints = 10000 thickness = [2], labels
= [ ( ( P_B ) ) , ( ( P_0 ) ) ] ] );
```

B.1.4.2. CONDIÇÃO II:  $(p_B/p_S > b)$  e  $(p_0/p_A \leq b)$

> restart :

$$> Z := \frac{b + \sqrt{b^2 - 4 b r^2 + r^2 + 5 b^2 r^2 - 2 b^3 r^2 - 2 b + 1}}{r^2 - 2 b r^2 + b^2 r^2 + 1} :$$

> Z := subs (b = 0.528, r = 0.75, Z) :

```
> plot ( Z, axes = boxed, view = [0..1, 0..1], axis = [gridlines= [10, color
= gray]], numpoints = 10000, thickness = [2], labels = [ ( _ ),
( ( P_B / P_S ) ) ] );
```

B.1.4.3. CONDIÇÃO III:  $(p_B/p_S \leq b)$  e  $(p_0/p_A > b)$

> restart :

```
> W := ( b r Z + sqrt( b^2 r^2 Z^2 - 1 + 2 b - 2 b r^2 Z^2 + r^2 Z^2 - b^2 ) ) / Z r :
```

> W := subs ( b = 0.528, r = 0.75, W ) :

```
> plot ( W, axes = boxed, view = [0..1, 0..1], axis = [gridlines= [10, color
= gray]], numpoints = 10000, thickness = [2], labels = [ ( ( P_B / P_S ) ),
( ( P_0 / P_A ) ) ] );
```

B.1.4.4. CONDIÇÃO IV:  $(p_B/p_S \leq b)$  e  $(p_0/p_A \leq b)$

```
> X := ( 1 / r ) :
```

> X := subs ( r = 0.75, X ) :

> with(plots) :

> graf1 := plot ( [X], thickness = [2] ) :

> with(plots) :

```
> display( (graf1), axes = boxed, view = [0..1, 0..1], axis = [gridlines
    = [10, color= gray]], numpoints = 10000, labels = [ ( _ ), ( \frac{p_B}{p_S} ) ] )
;
```

## B.2. Curvas Associadas (CONDIÇÃO I + CONDIÇÃO II)

### B.2.1. Cilindro Simétrico em Avanço

```
> restart :
```

$$> Y := \frac{b \cdot X + \sqrt{b^2 \cdot X^2 - 1 + 2 \cdot b - 2 \cdot b \cdot X^2 + 2 \cdot X^2 - 2 \cdot b \cdot X}}{X} ;$$

$$> x := \frac{b + \sqrt{-2 b^3 + 6 b^2 - 6 b + 2}}{2 - 2 b + b^2} ;$$

```
> b := 0.528:
```

```
> with(plots) :
```

```
> graf1 := plot(Y, numpoints = 10000, color = blue, thickness = [2]) :
```

```
> graf2 := plot([x, y, y = 0..0.528], color = green, thickness = [2]) :
```

```
> with(plots) :
```

```
> display( (graf1, graf2), axes = boxed, view = [0.8..1, 0..1], axis
    = [gridlines= [10, color= gray]], labels = [ \frac{p[A]}{p[S]}, \frac{p[0]}{p[B]} ] ) ;
```

### B.2.2. Cilindro Simétrico em Recuo

```
> restart :
```

$$> W := \frac{b Z + \sqrt{b^2 Z^2 - 1 + 2 b - 2 b Z^2 + 2 Z^2 - 2 b Z}}{Z} ;$$

$$> z := \frac{b + \sqrt{6 b^2 - 6 b + 2 - 2 b^3}}{2 - 2 b + b^2} ;$$

```

> b := 0.528:
> with(plots) :
> graf1 := plot(W, numpoints = 1000, color = blue, thickness = [2]) :
> graf2 := plot([z, y, y = 0..0.528], color = green, thickness = [2]) :
> with(plots) :
> display( (graf1, graf2), axes = boxed, view = [0.8..1, 0..1], axis
           = [gridlines= [10, color= gray]], labels = [  $\frac{p[B]}{p[S]}$ ,  $\frac{p[0]}{p[A]}$  ],
           numpoints = 10000);

```

### B.2.3. Cilindro Assimétrico em Avanço

```

> restart :
> Y :=
    
$$\frac{1}{X} \left( b X + \sqrt{b^2 X^2 - r^2 + 2 b r^2 - 2 b X^2 + X^2 + r^2 X^2 - 2 b r^2 X} \right) :$$

> x := 
$$\frac{\left( b r + \sqrt{b^2 r^2 - 4 b + 1 + 5 b^2 - 2 b^3 - 2 b r^2 + r^2} \right) r}{1 - 2 b + b^2 + r^2} :$$

> b := 0.528:
> r := 0.75:
> with(plots) :
> graf1 := plot(Y, numpoints = 10000, color = blue, thickness = [2]) :
> graf2 := plot([x, y, y = 0..0.528], color = green, thickness = [2]) :
> with(plots) :
> display( (graf1, graf2), axes = boxed, view = [0.65..1, 0..1], axis
           = [gridlines= [10, color= gray]], labels = [  $\frac{p[A]}{p[S]}$ ,  $\frac{p[0]}{p[B]}$  ] );

```

### B.2.4. Cilindro Assimétrico em Recuo

> restart :

> W :=

$$\frac{1}{Zr} \left( b r Z + \sqrt{b^2 r^2 Z^2 - 1 + 2 b - 2 b r^2 Z^2 + Z^2 + r^2 Z^2 - 2 b Z} \right) :$$

$$> z := \frac{b + \sqrt{b^2 - 4 b r^2 + r^2 + 5 b^2 r^2 - 2 b^3 r^2 - 2 b + 1}}{r^2 - 2 b r^2 + b^2 r^2 + 1} :$$

> b := 0.528:

> r := 0.75:

> with(plots) :

> graf1 := plot(W, numpoints = 10000, color = blue, thickness = [2]) :

> graf2 := plot([z, y, y = 0 .. 0.528], color = green, thickness = [2]) :

> with(plots) :

> display( (graf1, graf2), axes = boxed, view = [0.8..1, 0..1], axis  
= [gridlines = [10, color = gray]], labels = [  $\frac{p[B]}{p[S]}$ ,  $\frac{p[0]}{p[A]}$  ] );

## B.3. Pontos de Operação (Equação da vazão + Equação do movimento)

### B.3.1. Cilindro Simétrico em Avanço

> restart :

$$> Y1 := \text{abs} \left( \frac{\left( \frac{P_0}{P_S} \cdot \frac{A_B}{A_A} \right)}{\left( X - \frac{F_{\text{total1}}}{P_S \cdot A_A} \right)} \right) :$$

$$\begin{aligned}
 > Y2 := \text{abs} \left( \frac{\left( \frac{P_0}{P_S} \cdot \frac{A_B}{A_A} \right)}{\left( X - \frac{F_{\text{total2}}}{P_S \cdot A_A} \right)} \right) : \\
 > Y3 := \text{abs} \left( \frac{\left( \frac{P_0}{P_S} \cdot \frac{A_B}{A_A} \right)}{\left( X - \frac{F_{\text{total3}}}{P_S \cdot A_A} \right)} \right) : \\
 > Y4 := \text{abs} \left( \frac{\left( \frac{P_0}{P_S} \cdot \frac{A_B}{A_A} \right)}{\left( X - \frac{F_{\text{total4}}}{P_S \cdot A_A} \right)} \right) : \\
 > Y5 := \text{abs} \left( \frac{\left( \frac{P_0}{P_S} \cdot \frac{A_B}{A_A} \right)}{\left( X - \frac{F_{\text{total5}}}{P_S \cdot A_A} \right)} \right) : \\
 > Y6 := \text{abs} \left( \frac{\left( \frac{P_0}{P_S} \cdot \frac{A_B}{A_A} \right)}{\left( X - \frac{F_{\text{total6}}}{P_S \cdot A_A} \right)} \right) : \\
 > Y7 := \text{abs} \left( \frac{\left( \frac{P_0}{P_S} \cdot \frac{A_B}{A_A} \right)}{\left( X - \frac{F_{\text{total7}}}{P_S \cdot A_A} \right)} \right) : \\
 > Y8 := \text{abs} \left( \frac{\left( \frac{P_0}{P_S} \cdot \frac{A_B}{A_A} \right)}{\left( X - \frac{F_{\text{total8}}}{P_S \cdot A_A} \right)} \right) :
 \end{aligned}$$

$$> Y9 := \text{abs} \left( \frac{\left( \frac{P_0}{P_S} \cdot \frac{A_B}{A_A} \right)}{\left( X - \frac{F_{\text{total}9}}{P_S \cdot A_A} \right)} \right) :$$

$$> Y10 := \text{abs} \left( \frac{\left( \frac{P_0}{P_S} \cdot \frac{A_B}{A_A} \right)}{\left( X - \frac{F_{\text{total}10}}{P_S \cdot A_A} \right)} \right) :$$

$$> Y11 := \text{abs} \left( \frac{\left( \frac{P_0}{P_S} \cdot \frac{A_B}{A_A} \right)}{\left( X - \frac{F_{\text{total}11}}{P_S \cdot A_A} \right)} \right) :$$

$$> Y12 := \text{abs} \left( \frac{\left( \frac{P_0}{P_S} \cdot \frac{A_B}{A_A} \right)}{\left( X - \frac{F_{\text{total}12}}{P_S \cdot A_A} \right)} \right) :$$

$$> Y13 := \text{abs} \left( \frac{\left( \frac{P_0}{P_S} \cdot \frac{A_B}{A_A} \right)}{\left( X - \frac{F_{\text{total}13}}{P_S \cdot A_A} \right)} \right) :$$

$$> Y14 := \text{abs} \left( \frac{\left( \frac{P_0}{P_S} \cdot \frac{A_B}{A_A} \right)}{\left( X - \frac{F_{\text{total}14}}{P_S \cdot A_A} \right)} \right) :$$

$$> Y15 := \text{abs} \left( \frac{\left( \frac{P_0}{P_S} \cdot \frac{A_B}{A_A} \right)}{\left( X - \frac{F_{\text{total}15}}{P_S \cdot A_A} \right)} \right) :$$

$$> Y1 := \text{subs}(A_A = A_B, A_B = 11.46759858 \cdot 10^{-3}, P_S = 7 \cdot 10^5, P_0 = 1.013 \cdot 10^5, F_{\text{total}1} = -\mathbf{0.0168}, Y1) :$$

$$> Y2 := \text{subs}(A_A = A_B, A_B = 11.46759858 \cdot 10^{-3}, P_S = 7 \cdot 10^5, P_0 = 1.013 \cdot 10^5, F_{\text{total}2} = \mathbf{233.0966}, Y2) :$$

$$> Y3 := \text{subs}(A_A = A_B, A_B = 11.46759858 \cdot 10^{-3}, P_S = 7 \cdot 10^5, P_0 = 1.013 \cdot 10^5, F_{\text{total}3} = \mathbf{733.1021}, Y3) :$$

$$> Y4 := \text{subs}(A_A = A_B, A_B = 11.46759858 \cdot 10^{-3}, P_S = 7 \cdot 10^5, P_0 = 1.013 \cdot 10^5, F_{\text{total}4} = \mathbf{2032.8743}, Y4) :$$

$$> Y5 := \text{subs}(A_A = A_B, A_B = 11.46759858 \cdot 10^{-3}, P_S = 7 \cdot 10^5, P_0 = 1.013 \cdot 10^5, F_{\text{total}5} = \mathbf{3032.0531}, Y5) :$$

$$> Y6 := \text{subs}(A_A = A_B, A_B = 11.46759858 \cdot 10^{-3}, P_S = 7 \cdot 10^5, P_0 = 1.013 \cdot 10^5, F_{\text{total}6} = \mathbf{3531.2224}, Y6) :$$

$$> Y7 := \text{subs}(A_A = A_B, A_B = 11.46759858 \cdot 10^{-3}, P_S = 7 \cdot 10^5, P_0 = 1.013 \cdot 10^5, F_{\text{total}7} = \mathbf{4029.8797}, Y7) :$$

$$> Y8 := \text{subs}(A_A = A_B, A_B = 11.46759858 \cdot 10^{-3}, P_S = 7 \cdot 10^5, P_0 = 1.013 \cdot 10^5, F_{\text{total}8} = \mathbf{4527.911}, Y8) :$$

$$> Y9 := \text{subs}(A_A = A_B, A_B = 11.46759858 \cdot 10^{-3}, P_S = 7 \cdot 10^5, P_0 = 1.013 \cdot 10^5, F_{\text{total}9} = \mathbf{4926.193}, Y9) :$$

$$> Y10 := \text{subs}(A_A = A_B, A_B = 11.46759858 \cdot 10^{-3}, P_S = 7 \cdot 10^5, P_0 = 1.013 \cdot 10^5, F_{\text{total}10} = \mathbf{5225.1575}, Y10) :$$

$$> Y11 := \text{subs}(A_A = A_B, A_B = 11.46759858 \cdot 10^{-3}, P_S = 7 \cdot 10^5, P_0 = 1.013 \cdot 10^5, F_{\text{total}11} = \mathbf{5524.6098}, Y11) :$$

$$> Y12 := \text{subs}(A_A = A_B, A_B = 11.46759858 \cdot 10^{-3}, P_S = 7 \cdot 10^5, P_0 = 1.013 \cdot 10^5, F_{\text{total}12} = \mathbf{5824.7833}, Y12) :$$

```

> Y13 := subs(A_A = A_B, A_B = 11.46759858 10-3, P_S = 7·105, P_0
           = 1.013·105, Ftotal13 = 6126.0247, Y13) :

> Y14 := subs(A_A = A_B, A_B = 11.46759858 10-3, P_S = 7·105, P_0
           = 1.013·105, Ftotal14 = 6429.0577, Y14) :

> Y15 := subs(A_A = A_B, A_B = 11.46759858 10-3, P_S = 7·105, P_0
           = 1.013·105, Ftotal15 = 6736.569, Y15) :

> points := [[0.986, 0.9854], [0.9534, 0.9485], [0.9226, 0.9077], [0.8933,
           0.8636], [0.866, 0.8143], [0.8414, 0.7599], [0.820, 0.7005],
           [0.7986, 0.6169], [0.7798, 0.5208], [0.7686, 0.4402], [0.7613,
           0.3773], [0.7524, 0.2898], [0.7481, 0.2203], [0.7476, 0.2014],
           [0.7468, 0.1938]] :

> w := 
$$\frac{bx + \sqrt{b^2x^2 - 2bx - 2bx^2 + 2b - 1 + 2x^2}}{x}$$
 :

> C := 
$$\frac{b + \sqrt{6b^2 - 6b + 2 - 2b^3}}{2 - 2b + b^2}$$
 :

> b := 0.21 :

> with(plots) :

> graf1 := plot(Y1, color = black, thickness = [1]) :

> graf2 := plot(Y2, color = black, thickness = [1]) :

> graf3 := plot(Y3, color = black, thickness = [1]) :

> graf4 := plot(Y4, color = black, thickness = [1]) :

> graf5 := plot(Y5, color = black, thickness = [1]) :

> graf6 := plot(Y6, color = black, thickness = [1]) :

> graf7 := plot(Y7, color = black, thickness = [1]) :

> graf8 := plot(Y8, color = black, thickness = [1]) :

> graf9 := plot(Y9, color = black, thickness = [1]) :

> graf10 := plot(Y10, color = black, thickness = [1]) :

> graf11 := plot(Y11, color = black, thickness = [1]) :

> graf12 := plot(Y12, color = black, thickness = [1]) :

> graf13 := plot(Y13, color = black, thickness = [1]) :

> graf14 := plot(Y14, color = black, thickness = [1]) :

> graf15 := plot(Y15, color = black, thickness = [1]) :

```

```

> graf16 := plot(w, numpoints = 100000 color = blue, thickness
= [1]) :
> graf17 := plot([C, y, y = 0..0.21], numpoints= 100000 color= green,
thickness= [1]) :
> graf18 := plot([points ], style = POINT) :
> with(plots) :
> display( (graf1, graf2, graf3, graf4, graf5, graf6, graf7, graf8, graf9,
graf10, graf11, graf12, graf13, graf14, graf15, graf16, graf17,
graf18), axes = boxed, view = [0.7..1, 0..1], axis = [gridlines
= [10, color= gray]], labels = [p[A]/p[S], p[0]/p[B]]);

```

B.3.2. Cilindro Simétrico em Recuo

```

> restart :
> Y1 := abs  $\left( \frac{\left( \frac{P_0}{P_S} \cdot \frac{A_A}{A_B} \right)}{\left( X - \frac{F_{total1}}{P_S \cdot A_B} \right)} \right) :$ 
> Y2 := abs  $\left( \frac{\left( \frac{P_0}{P_S} \cdot \frac{A_A}{A_B} \right)}{\left( X - \frac{F_{total2}}{P_S \cdot A_B} \right)} \right) :$ 
> Y3 := abs  $\left( \frac{\left( \frac{P_0}{P_S} \cdot \frac{A_A}{A_B} \right)}{\left( X - \frac{F_{total3}}{P_S \cdot A_B} \right)} \right) :$ 
> Y4 := abs  $\left( \frac{\left( \frac{P_0}{P_S} \cdot \frac{A_A}{A_B} \right)}{\left( X - \frac{F_{total4}}{P_S \cdot A_B} \right)} \right) :$ 

```

$$\begin{aligned}
 > Y5 := \text{abs} \left( \frac{\left( \frac{P_0}{P_S} \cdot \frac{A_A}{A_B} \right)}{\left( X - \frac{F_{\text{total}5}}{P_S \cdot A_B} \right)} \right) : \\
 > Y6 := \text{abs} \left( \frac{\left( \frac{P_0}{P_S} \cdot \frac{A_A}{A_B} \right)}{\left( X - \frac{F_{\text{total}6}}{P_S \cdot A_B} \right)} \right) : \\
 > Y7 := \text{abs} \left( \frac{\left( \frac{P_0}{P_S} \cdot \frac{A_A}{A_B} \right)}{\left( X - \frac{F_{\text{total}7}}{P_S \cdot A_B} \right)} \right) : \\
 > Y8 := \text{abs} \left( \frac{\left( \frac{P_0}{P_S} \cdot \frac{A_A}{A_B} \right)}{\left( X - \frac{F_{\text{total}8}}{P_S \cdot A_B} \right)} \right) : \\
 > Y9 := \text{abs} \left( \frac{\left( \frac{P_0}{P_S} \cdot \frac{A_A}{A_B} \right)}{\left( X - \frac{F_{\text{total}9}}{P_S \cdot A_B} \right)} \right) : \\
 > Y10 := \text{abs} \left( \frac{\left( \frac{P_0}{P_S} \cdot \frac{A_A}{A_B} \right)}{\left( X - \frac{F_{\text{total}10}}{P_S \cdot A_B} \right)} \right) : \\
 > Y11 := \text{abs} \left( \frac{\left( \frac{P_0}{P_S} \cdot \frac{A_A}{A_B} \right)}{\left( X - \frac{F_{\text{total}11}}{P_S \cdot A_B} \right)} \right) :
 \end{aligned}$$

$$> Y12 := \text{abs} \left( \frac{\left( \frac{P_0}{P_S} \cdot \frac{A_A}{A_B} \right)}{\left( X - \frac{F_{\text{total}12}}{P_S \cdot A_B} \right)} \right) :$$

$$> Y13 := \text{abs} \left( \frac{\left( \frac{P_0}{P_S} \cdot \frac{A_A}{A_B} \right)}{\left( X - \frac{F_{\text{total}13}}{P_S \cdot A_B} \right)} \right) :$$

$$> Y14 := \text{abs} \left( \frac{\left( \frac{P_0}{P_S} \cdot \frac{A_A}{A_B} \right)}{\left( X - \frac{F_{\text{total}14}}{P_S \cdot A_B} \right)} \right) :$$

$$> Y15 := \text{abs} \left( \frac{\left( \frac{P_0}{P_S} \cdot \frac{A_A}{A_B} \right)}{\left( X - \frac{F_{\text{total}15}}{P_S \cdot A_B} \right)} \right) :$$

$$> Y1 := \text{subs}(A_A = A_B, A_B = 11.46759858 \cdot 10^{-3}, P_S = 7 \cdot 10^5, P_0 = 1.013 \cdot 10^5, F_{\text{total}1} = \mathbf{0.4156}, Y1) :$$

$$> Y2 := \text{subs}(A_A = A_B, A_B = 11.46759858 \cdot 10^{-3}, P_S = 7 \cdot 10^5, P_0 = 1.013 \cdot 10^5, F_{\text{total}2} = \mathbf{281.634}, Y2) :$$

$$> Y3 := \text{subs}(A_A = A_B, A_B = 11.46759858 \cdot 10^{-3}, P_S = 7 \cdot 10^5, P_0 = 1.013 \cdot 10^5, F_{\text{total}3} = \mathbf{781.6321}, Y3) :$$

$$> Y4 := \text{subs}(A_A = A_B, A_B = 11.46759858 \cdot 10^{-3}, P_S = 7 \cdot 10^5, P_0 = 1.013 \cdot 10^5, F_{\text{total}4} = \mathbf{2080.9897}, Y4) :$$

$$> Y5 := \text{subs}(A_A = A_B, A_B = 11.46759858 \cdot 10^{-3}, P_S = 7 \cdot 10^5, P_0 = 1.013 \cdot 10^5, F_{\text{total}5} = \mathbf{3078.7429}, Y5) :$$

- > Y6 := subs( $A_A = A_B, A_B = 11.46759858 \cdot 10^{-3}, P_S = 7 \cdot 10^5, P_0 = 1.013 \cdot 10^5, F_{total6} = \mathbf{3576.4153}, Y6$ ) :
- > Y7 := subs( $A_A = A_B, A_B = 11.46759858 \cdot 10^{-3}, P_S = 7 \cdot 10^5, P_0 = 1.013 \cdot 10^5, F_{total7} = \mathbf{4071.9477}, Y7$ ) :
- > Y8 := subs( $A_A = A_B, A_B = 11.46759858 \cdot 10^{-3}, P_S = 7 \cdot 10^5, P_0 = 1.013 \cdot 10^5, F_{total8} = \mathbf{4564.804}, Y8$ ) :
- > Y9 := subs( $A_A = A_B, A_B = 11.46759858 \cdot 10^{-3}, P_S = 7 \cdot 10^5, P_0 = 1.013 \cdot 10^5, F_{total9} = \mathbf{4956.2025}, Y9$ ) :
- > Y10 := subs( $A_A = A_B, A_B = 11.46759858 \cdot 10^{-3}, P_S = 7 \cdot 10^5, P_0 = 1.013 \cdot 10^5, F_{total10} = \mathbf{5248.2219}, Y10$ ) :
- > Y11 := subs( $A_A = A_B, A_B = 11.46759858 \cdot 10^{-3}, P_S = 7 \cdot 10^5, P_0 = 1.013 \cdot 10^5, F_{total11} = \mathbf{5539.0486}, Y11$ ) :
- > Y12 := subs( $A_A = A_B, A_B = 11.46759858 \cdot 10^{-3}, P_S = 7 \cdot 10^5, P_0 = 1.013 \cdot 10^5, F_{total12} = \mathbf{5828.5443}, Y12$ ) :
- > Y13 := subs( $A_A = A_B, A_B = 11.46759858 \cdot 10^{-3}, P_S = 7 \cdot 10^5, P_0 = 1.013 \cdot 10^5, F_{total13} = \mathbf{6116.1651}, Y13$ ) :
- > Y14 := subs( $A_A = A_B, A_B = 11.46759858 \cdot 10^{-3}, P_S = 7 \cdot 10^5, P_0 = 1.013 \cdot 10^5, F_{total14} = \mathbf{6400.8555}, Y14$ ) :
- > Y15 := subs( $A_A = A_B, A_B = 11.46759858 \cdot 10^{-3}, P_S = 7 \cdot 10^5, P_0 = 1.013 \cdot 10^5, F_{total15} = \mathbf{6679.4044}, Y15$ ) :

```

> points := [[0.9799, 0.9787], [0.9506, 0.9450], [0.9216, 0.9069],
             [0.8936, 0.8643], [0.8671, 0.8169], [0.8431, 0.764], [0.8222,
             0.7064], [0.8007, 0.6238], [0.7827, 0.5251], [0.7699, 0.4463],
             [0.7626, 0.3817], [0.7533, 0.2929], [0.747, 0.1937], [0.7486,
             0.2222], [0.7477, 0.2031]] :

> w :=  $\frac{b x + \sqrt{b^2 x^2 - 2 b x - 2 b x^2 + 2 b - 1 + 2 x^2}}{x}$  :

> C :=  $\frac{b + \sqrt{6 \cdot b^2 - 6 \cdot b + 2 - 2 \cdot b^3}}{2 - 2 \cdot b + b^2}$  :

> b := 0.21 :

> with(plots) :

> graf1 := plot(Y1, color = black, thickness = [1]) :
> graf2 := plot(Y2, color = black, thickness = [1]) :
> graf3 := plot(Y3, color = black, thickness = [1]) :
> graf4 := plot(Y4, color = black, thickness = [1]) :
> graf5 := plot(Y5, color = black, thickness = [1]) :
> graf6 := plot(Y6, color = black, thickness = [1]) :
> graf7 := plot(Y7, color = black, thickness = [1]) :
> graf8 := plot(Y8, color = black, thickness = [1]) :
> graf9 := plot(Y9, color = black, thickness = [1]) :
> graf10 := plot(Y10, color = black, thickness = [1]) :
> graf11 := plot(Y11, color = black, thickness = [1]) :
> graf12 := plot(Y12, color = black, thickness = [1]) :
> graf13 := plot(Y13, color = black, thickness = [1]) :
> graf14 := plot(Y14, color = black, thickness = [1]) :
> graf15 := plot(Y15, color = black, thickness = [1]) :
> graf16 := plot(w, numpoints = 100000, color = blue, thickness
                = [1]) :

> graf17 := plot([C, y, y = 0..0.21], numpoints = 100000, color = green,
                thickness = [1]) :

> graf18 := plot([points], style = POINT) :

> with(plots) :

```

> display( graf1, graf2, graf3, graf4, graf5, graf6, graf7, graf8, graf9, graf10, graf11, graf12, graf13, graf14, graf15, graf16, graf17, graf18), axes = boxed, view = [0.7..1, 0..1], axis = [gridlines = [10, color = gray]], labels = [p[B]/p[S], p[0]/p[A]]);

### B.3.3. Cilindro Assimétrico em Avanço

> restart :

$$\begin{aligned}
 > Y1 &:= \text{abs} \left( \frac{\left( \frac{P_0}{P_S} \cdot \frac{A_B}{A_A} \right)}{\left( X - \frac{P_0}{P_S} \cdot \frac{A_h}{A_A} - \frac{F_{\text{total1}}}{P_S \cdot A_A} \right)} \right) : \\
 > Y2 &:= \text{abs} \left( \frac{\left( \frac{P_0}{P_S} \cdot \frac{A_B}{A_A} \right)}{\left( X - \frac{P_0}{P_S} \cdot \frac{A_h}{A_A} - \frac{F_{\text{total2}}}{P_S \cdot A_A} \right)} \right) : \\
 > Y3 &:= \text{abs} \left( \frac{\left( \frac{P_0}{P_S} \cdot \frac{A_B}{A_A} \right)}{\left( X - \frac{P_0}{P_S} \cdot \frac{A_h}{A_A} - \frac{F_{\text{total3}}}{P_S \cdot A_A} \right)} \right) : \\
 > Y4 &:= \text{abs} \left( \frac{\left( \frac{P_0}{P_S} \cdot \frac{A_B}{A_A} \right)}{\left( X - \frac{P_0}{P_S} \cdot \frac{A_h}{A_A} - \frac{F_{\text{total4}}}{P_S \cdot A_A} \right)} \right) : \\
 > Y5 &:= \text{abs} \left( \frac{\left( \frac{P_0}{P_S} \cdot \frac{A_B}{A_A} \right)}{\left( X - \frac{P_0}{P_S} \cdot \frac{A_h}{A_A} - \frac{F_{\text{total5}}}{P_S \cdot A_A} \right)} \right) :
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 > Y6 := \text{abs} \left( \frac{\left( \frac{P_0}{P_S} \cdot \frac{A_B}{A_A} \right)}{\left( X - \frac{P_0}{P_S} \cdot \frac{A_h}{A_A} - \frac{F_{\text{total6}}}{P_S \cdot A_A} \right)} \right) : \\
 > Y7 := \text{abs} \left( \frac{\left( \frac{P_0}{P_S} \cdot \frac{A_B}{A_A} \right)}{\left( X - \frac{P_0}{P_S} \cdot \frac{A_h}{A_A} - \frac{F_{\text{total7}}}{P_S \cdot A_A} \right)} \right) : \\
 > Y8 := \text{abs} \left( \frac{\left( \frac{P_0}{P_S} \cdot \frac{A_B}{A_A} \right)}{\left( X - \frac{P_0}{P_S} \cdot \frac{A_h}{A_A} - \frac{F_{\text{total8}}}{P_S \cdot A_A} \right)} \right) : \\
 > Y9 := \text{abs} \left( \frac{\left( \frac{P_0}{P_S} \cdot \frac{A_B}{A_A} \right)}{\left( X - \frac{P_0}{P_S} \cdot \frac{A_h}{A_A} - \frac{F_{\text{total9}}}{P_S \cdot A_A} \right)} \right) : \\
 > Y10 := \text{abs} \left( \frac{\left( \frac{P_0}{P_S} \cdot \frac{A_B}{A_A} \right)}{\left( X - \frac{P_0}{P_S} \cdot \frac{A_h}{A_A} - \frac{F_{\text{total10}}}{P_S \cdot A_A} \right)} \right) : \\
 > Y11 := \text{abs} \left( \frac{\left( \frac{P_0}{P_S} \cdot \frac{A_B}{A_A} \right)}{\left( X - \frac{P_0}{P_S} \cdot \frac{A_h}{A_A} - \frac{F_{\text{total11}}}{P_S \cdot A_A} \right)} \right) : \\
 > Y12 := \text{abs} \left( \frac{\left( \frac{P_0}{P_S} \cdot \frac{A_B}{A_A} \right)}{\left( X - \frac{P_0}{P_S} \cdot \frac{A_h}{A_A} - \frac{F_{\text{total12}}}{P_S \cdot A_A} \right)} \right) :
 \end{aligned}$$

$$> Y13 := \text{abs} \left( \frac{\left( \frac{P_0}{P_S} \cdot \frac{A_B}{A_A} \right)}{\left( X - \frac{P_0}{P_S} \cdot \frac{A_h}{A_A} - \frac{F_{\text{total13}}}{P_S \cdot A_A} \right)} \right) :$$

$$> Y14 := \text{abs} \left( \frac{\left( \frac{P_0}{P_S} \cdot \frac{A_B}{A_A} \right)}{\left( X - \frac{P_0}{P_S} \cdot \frac{A_h}{A_A} - \frac{F_{\text{total14}}}{P_S \cdot A_A} \right)} \right) :$$

$$> Y15 := \text{abs} \left( \frac{\left( \frac{P_0}{P_S} \cdot \frac{A_B}{A_A} \right)}{\left( X - \frac{P_0}{P_S} \cdot \frac{A_h}{A_A} - \frac{F_{\text{total15}}}{P_S \cdot A_A} \right)} \right) :$$

$$> Y16 := \text{abs} \left( \frac{\left( \frac{P_0}{P_S} \cdot \frac{A_B}{A_A} \right)}{\left( X - \frac{P_0}{P_S} \cdot \frac{A_h}{A_A} - \frac{F_{\text{total16}}}{P_S \cdot A_A} \right)} \right) :$$

$$> Y17 := \text{abs} \left( \frac{\left( \frac{P_0}{P_S} \cdot \frac{A_B}{A_A} \right)}{\left( X - \frac{P_0}{P_S} \cdot \frac{A_h}{A_A} - \frac{F_{\text{total17}}}{P_S \cdot A_A} \right)} \right) :$$

$$\begin{aligned} > Y1 &:= \text{subs}(A_A = 12.2718463 \cdot 10^{-3}, A_B = 11.46759858 \cdot 10^{-3}, A_h \\ &= 8.042477193 \cdot 10^{-4}, P_S = 7 \cdot 10^5, P_0 = 1.013 \cdot 10^5, F_{\text{total1}} \\ &= \mathbf{0.0072285}, Y1) : \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} > Y2 &:= \text{subs}(A_A = 12.2718463 \cdot 10^{-3}, A_B = 11.46759858 \cdot 10^{-3}, A_h \\ &= 8.042477193 \cdot 10^{-4}, P_S = 7 \cdot 10^5, P_0 = 1.013 \cdot 10^5, F_{\text{total2}} \\ &= \mathbf{277.0011}, Y2) : \end{aligned}$$

- > Y3 := subs( $A_A = 12.2718463 \cdot 10^{-3}$ ,  $A_B = 11.46759858 \cdot 10^{-3}$ ,  $A_h$   
 $= 8.042477193 \cdot 10^{-4}$ ,  $P_S = 7 \cdot 10^5$ ,  $P_0 = 1.013 \cdot 10^5$ ,  $F_{total3}$   
 $= 776.9855$ , Y3) :
- > Y4 := subs( $A_A = 12.2718463 \cdot 10^{-3}$ ,  $A_B = 11.46759858 \cdot 10^{-3}$ ,  $A_h$   
 $= 8.042477193 \cdot 10^{-4}$ ,  $P_S = 7 \cdot 10^5$ ,  $P_0 = 1.013 \cdot 10^5$ ,  $F_{total4}$   
 $= 2076.587$ , Y4) :
- > Y5 := subs( $A_A = 12.2718463 \cdot 10^{-3}$ ,  $A_B = 11.46759858 \cdot 10^{-3}$ ,  $A_h$   
 $= 8.042477193 \cdot 10^{-4}$ ,  $P_S = 7 \cdot 10^5$ ,  $P_0 = 1.013 \cdot 10^5$ ,  $F_{total5}$   
 $= 3075.1033$ , Y5) :
- > Y6 := subs( $A_A = 12.2718463 \cdot 10^{-3}$ ,  $A_B = 11.46759858 \cdot 10^{-3}$ ,  $A_h$   
 $= 8.042477193 \cdot 10^{-4}$ ,  $P_S = 7 \cdot 10^5$ ,  $P_0 = 1.013 \cdot 10^5$ ,  $F_{total6}$   
 $= 3573.4017$ , Y6) :
- > Y7 := subs( $A_A = 12.2718463 \cdot 10^{-3}$ ,  $A_B = 11.46759858 \cdot 10^{-3}$ ,  $A_h$   
 $= 8.042477193 \cdot 10^{-4}$ ,  $P_S = 7 \cdot 10^5$ ,  $P_0 = 1.013 \cdot 10^5$ ,  $F_{total7}$   
 $= 4070.3145$ , Y7) :
- > Y8 := subs( $A_A = 12.2718463 \cdot 10^{-3}$ ,  $A_B = 11.46759858 \cdot 10^{-3}$ ,  $A_h$   
 $= 8.042477193 \cdot 10^{-4}$ ,  $P_S = 7 \cdot 10^5$ ,  $P_0 = 1.013 \cdot 10^5$ ,  $F_{total8}$   
 $= 4565.2012$ , Y8) :
- > Y9 := subs( $A_A = 12.2718463 \cdot 10^{-3}$ ,  $A_B = 11.46759858 \cdot 10^{-3}$ ,  $A_h$   
 $= 8.042477193 \cdot 10^{-4}$ ,  $P_S = 7 \cdot 10^5$ ,  $P_0 = 1.013 \cdot 10^5$ ,  $F_{total9}$   
 $= 4958.9869$ , Y9) :

$$\begin{aligned} > \text{Y10} &:= \text{subs}(A_A = 12.2718463 \cdot 10^{-3}, A_B = 11.46759858 \cdot 10^{-3}, A_h \\ &= 8.042477193 \cdot 10^{-4}, P_S = 7 \cdot 10^5, P_0 = 1.013 \cdot 10^5, F_{\text{total10}} \\ &= \mathbf{5253.2351}, \text{Y10}) : \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} > \text{Y11} &:= \text{subs}(A_A = 12.2718463 \cdot 10^{-3}, A_B = 11.46759858 \cdot 10^{-3}, A_h \\ &= 8.042477193 \cdot 10^{-4}, P_S = 7 \cdot 10^5, P_0 = 1.013 \cdot 10^5, F_{\text{total11}} \\ &= \mathbf{5546.6404}, \text{Y11}) : \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} > \text{Y12} &:= \text{subs}(A_A = 12.2718463 \cdot 10^{-3}, A_B = 11.46759858 \cdot 10^{-3}, A_h \\ &= 8.042477193 \cdot 10^{-4}, P_S = 7 \cdot 10^5, P_0 = 1.013 \cdot 10^5, F_{\text{total12}} \\ &= \mathbf{5839.4524}, \text{Y12}) : \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} > \text{Y13} &:= \text{subs}(A_A = 12.2718463 \cdot 10^{-3}, A_B = 11.46759858 \cdot 10^{-3}, A_h \\ &= 8.042477193 \cdot 10^{-4}, P_S = 7 \cdot 10^5, P_0 = 1.013 \cdot 10^5, F_{\text{total13}} \\ &= \mathbf{6131.5203}, \text{Y13}) : \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} > \text{Y14} &:= \text{subs}(A_A = 12.2718463 \cdot 10^{-3}, A_B = 11.46759858 \cdot 10^{-3}, A_h \\ &= 8.042477193 \cdot 10^{-4}, P_S = 7 \cdot 10^5, P_0 = 1.013 \cdot 10^5, F_{\text{total14}} \\ &= \mathbf{6422.5631}, \text{Y14}) : \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} > \text{Y15} &:= \text{subs}(A_A = 12.2718463 \cdot 10^{-3}, A_B = 11.46759858 \cdot 10^{-3}, A_h \\ &= 8.042477193 \cdot 10^{-4}, P_S = 7 \cdot 10^5, P_0 = 1.013 \cdot 10^5, F_{\text{total15}} \\ &= \mathbf{6712.0802}, \text{Y15}) : \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} > \text{Y16} &:= \text{subs}(A_A = 12.2718463 \cdot 10^{-3}, A_B = 11.46759858 \cdot 10^{-3}, A_h \\ &= 8.042477193 \cdot 10^{-4}, P_S = 7 \cdot 10^5, P_0 = 1.013 \cdot 10^5, F_{\text{total16}} \\ &= \mathbf{6976.8489}, \text{Y16}) : \end{aligned}$$

```

> Y17 := subs(A_A = 12.2718463 10^-3, A_B = 11.46759858 10^-3, A_h
    = 8.042477193 10^-4, P_S = 7 · 10^5, P_0 = 1.013 · 10^5, F_total17
    = 7207.3165 , Y17) :

> points := [ [0.725, 0.1890], [0.7257, 0.1977], [0.7271, 0.2156], [0.7317,
    0.2815], [0.7396, 0.3635], [0.7464, 0.4214], [0.757, 0.4941],
    [0.7724, 0.5839], [0.791, 0.6621], [0.8089, 0.7200], [0.83, 0.7733],
    [0.854, 0.8209], [0.88, 0.8629], [0.9071, 0.9012], [0.9354, 0.9354],
    [0.9619, 0.9638], [0.9856, 0.9873]] :

> w
    := 1/x (b x
    + sqrt(b^2 x^2 - r^2 + 2 b r^2 - 2 b x^2 + x^2 + r^2 x^2 - 2 b r^2 x)) :

> C := (b r + sqrt(b^2 r^2 - 4 b + 1 + 5 b^2 - 2 b^3 - 2 b r^2 + r^2)) r :
    1 - 2 b + b^2 + r^2

> b := 0.21 :
> r := 0.9345 :
> with(plots) :
> graf1 := plot(Y1, color = black, thickness = [1]) :
> graf2 := plot(Y2, color = black, thickness = [1]) :
> graf3 := plot(Y3, color = black, thickness = [1]) :
> graf4 := plot(Y4, color = black, thickness = [1]) :
> graf5 := plot(Y5, color = black, thickness = [1]) :
> graf6 := plot(Y6, color = black, thickness = [1]) :
> graf7 := plot(Y7, color = black, thickness = [1]) :
> graf8 := plot(Y8, color = black, thickness = [1]) :
> graf9 := plot(Y9, color = black, thickness = [1]) :
> graf10 := plot(Y10, color = black, thickness = [1]) :
> graf11 := plot(Y11, color = black, thickness = [1]) :
> graf12 := plot(Y12, color = black, thickness = [1]) :
> graf13 := plot(Y13, color = black, thickness = [1]) :
> graf14 := plot(Y14, color = black, thickness = [1]) :
> graf15 := plot(Y15, color = black, thickness = [1]) :
> graf16 := plot(Y16, color = black, thickness = [1]) :

```

```

> graf17 := plot(Y17, color= black, thickness= [ 1] ) :
> graf18 := plot(w, numpoints = 100000, color = blue, thickness
= [ 1] ) :
> graf19 := plot([C, y, y = 0 ..0.21], numpoints= 100000, color= green,
thickness = [ 1] ) :
> graf20 := plot([points ], style = POINT) :
> with(plots) :
> display( (graf1, graf2, graf3, graf4, graf5, graf6, graf7, graf8, graf9,
graf10, graf11, graf12, graf13, graf14, graf15, graf16, graf17,
graf18, graf19, graf20), axes = boxed, view = [0.7 ..1, 0 ..1], axis
= [gridlines= [10, color= gray]], labels = [p[A ]/p[S], p[0]
/p[B]]);

```

### B.3.4. Cilindro Assimétrico em Recuo

```

> restart :
> Y1 := abs  $\left( \frac{\left( \frac{P_0}{P_S} \cdot \frac{A_A}{A_B} \right)}{\left( X - \frac{P_0}{P_S} \cdot \frac{A_h}{A_B} - \frac{F_{total1}}{P_S \cdot A_B} \right)} \right) :$ 
> Y2 := abs  $\left( \frac{\left( \frac{P_0}{P_S} \cdot \frac{A_A}{A_B} \right)}{\left( X - \frac{P_0}{P_S} \cdot \frac{A_h}{A_B} - \frac{F_{total2}}{P_S \cdot A_B} \right)} \right) :$ 
> Y3 := abs  $\left( \frac{\left( \frac{P_0}{P_S} \cdot \frac{A_A}{A_B} \right)}{\left( X - \frac{P_0}{P_S} \cdot \frac{A_h}{A_B} - \frac{F_{total3}}{P_S \cdot A_B} \right)} \right) :$ 
> Y4 := abs  $\left( \frac{\left( \frac{P_0}{P_S} \cdot \frac{A_A}{A_B} \right)}{\left( X - \frac{P_0}{P_S} \cdot \frac{A_h}{A_B} - \frac{F_{total4}}{P_S \cdot A_B} \right)} \right) :$ 

```

$$\begin{aligned}
 > Y5 := \text{abs} \left( \frac{\left( \frac{P_0}{P_S} \cdot \frac{A_A}{A_B} \right)}{\left( X - \frac{P_0}{P_S} \cdot \frac{A_h}{A_B} - \frac{F_{\text{total}5}}{P_S \cdot A_B} \right)} \right) : \\
 > Y6 := \text{abs} \left( \frac{\left( \frac{P_0}{P_S} \cdot \frac{A_A}{A_B} \right)}{\left( X - \frac{P_0}{P_S} \cdot \frac{A_h}{A_B} - \frac{F_{\text{total}6}}{P_S \cdot A_B} \right)} \right) : \\
 > Y7 := \text{abs} \left( \frac{\left( \frac{P_0}{P_S} \cdot \frac{A_A}{A_B} \right)}{\left( X - \frac{P_0}{P_S} \cdot \frac{A_h}{A_B} - \frac{F_{\text{total}7}}{P_S \cdot A_B} \right)} \right) : \\
 > Y8 := \text{abs} \left( \frac{\left( \frac{P_0}{P_S} \cdot \frac{A_A}{A_B} \right)}{\left( X - \frac{P_0}{P_S} \cdot \frac{A_h}{A_B} - \frac{F_{\text{total}8}}{P_S \cdot A_B} \right)} \right) : \\
 > Y9 := \text{abs} \left( \frac{\left( \frac{P_0}{P_S} \cdot \frac{A_A}{A_B} \right)}{\left( X - \frac{P_0}{P_S} \cdot \frac{A_h}{A_B} - \frac{F_{\text{total}9}}{P_S \cdot A_B} \right)} \right) : \\
 > Y10 := \text{abs} \left( \frac{\left( \frac{P_0}{P_S} \cdot \frac{A_A}{A_B} \right)}{\left( X - \frac{P_0}{P_S} \cdot \frac{A_h}{A_B} - \frac{F_{\text{total}10}}{P_S \cdot A_B} \right)} \right) : \\
 > Y11 := \text{abs} \left( \frac{\left( \frac{P_0}{P_S} \cdot \frac{A_A}{A_B} \right)}{\left( X - \frac{P_0}{P_S} \cdot \frac{A_h}{A_B} - \frac{F_{\text{total}11}}{P_S \cdot A_B} \right)} \right) :
 \end{aligned}$$

$$> Y12 := \text{abs} \left( \frac{\left( \frac{P_0 \cdot A_A}{P_S \cdot A_B} \right)}{\left( X - \frac{P_0}{P_S} \cdot \frac{A_h}{A_B} - \frac{F_{\text{total12}}}{P_S \cdot A_B} \right)} \right) :$$

$$> Y13 := \text{abs} \left( \frac{\left( \frac{P_0 \cdot A_A}{P_S \cdot A_B} \right)}{\left( X - \frac{P_0}{P_S} \cdot \frac{A_h}{A_B} - \frac{F_{\text{total13}}}{P_S \cdot A_B} \right)} \right) :$$

$$> Y14 := \text{abs} \left( \frac{\left( \frac{P_0 \cdot A_A}{P_S \cdot A_B} \right)}{\left( X - \frac{P_0}{P_S} \cdot \frac{A_h}{A_B} - \frac{F_{\text{total14}}}{P_S \cdot A_B} \right)} \right) :$$

$$> Y15 := \text{abs} \left( \frac{\left( \frac{P_0 \cdot A_A}{P_S \cdot A_B} \right)}{\left( X - \frac{P_0}{P_S} \cdot \frac{A_h}{A_B} - \frac{F_{\text{total15}}}{P_S \cdot A_B} \right)} \right) :$$

$$> Y16 := \text{abs} \left( \frac{\left( \frac{P_0 \cdot A_A}{P_S \cdot A_B} \right)}{\left( X - \frac{P_0}{P_S} \cdot \frac{A_h}{A_B} - \frac{F_{\text{total16}}}{P_S \cdot A_B} \right)} \right) :$$

$$\begin{aligned} > Y1 := \text{subs}(A_A = 12.2718463 \cdot 10^{-3}, A_B = 11.46759858 \cdot 10^{-3}, A_h \\ &= 8.042477193 \cdot 10^{-4}, P_S = 7 \cdot 10^5, P_0 = 1.013 \cdot 10^5, F_{\text{total1}} \\ &= \mathbf{0.0043882}, Y1) : \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} > Y2 := \text{subs}(A_A = 12.2718463 \cdot 10^{-3}, A_B = 11.46759858 \cdot 10^{-3}, A_h \\ &= 8.042477193 \cdot 10^{-4}, P_S = 7 \cdot 10^5, P_0 = 1.013 \cdot 10^5, F_{\text{total2}} = \mathbf{84.214}, \\ &Y2) : \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} > Y3 := \text{subs}(A_A = 12.2718463 \cdot 10^{-3}, A_B = 11.46759858 \cdot 10^{-3}, A_h \\ &= 8.042477193 \cdot 10^{-4}, P_S = 7 \cdot 10^5, P_0 = 1.013 \cdot 10^5, F_{\text{total}3} \\ &= \mathbf{584.2014}, Y3) : \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} > Y4 := \text{subs}(A_A = 12.2718463 \cdot 10^{-3}, A_B = 11.46759858 \cdot 10^{-3}, A_h \\ &= 8.042477193 \cdot 10^{-4}, P_S = 7 \cdot 10^5, P_0 = 1.013 \cdot 10^5, F_{\text{total}4} \\ &= \mathbf{1883.8246}, Y4) : \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} > Y5 := \text{subs}(A_A = 12.2718463 \cdot 10^{-3}, A_B = 11.46759858 \cdot 10^{-3}, A_h \\ &= 8.042477193 \cdot 10^{-4}, P_S = 7 \cdot 10^5, P_0 = 1.013 \cdot 10^5, F_{\text{total}5} \\ &= \mathbf{2882.6869}, Y5) : \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} > Y6 := \text{subs}(A_A = 12.2718463 \cdot 10^{-3}, A_B = 11.46759858 \cdot 10^{-3}, A_h \\ &= 8.042477193 \cdot 10^{-4}, P_S = 7 \cdot 10^5, P_0 = 1.013 \cdot 10^5, F_{\text{total}6} \\ &= \mathbf{3381.3943}, Y6) : \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} > Y7 := \text{subs}(A_A = 12.2718463 \cdot 10^{-3}, A_B = 11.46759858 \cdot 10^{-3}, A_h \\ &= 8.042477193 \cdot 10^{-4}, P_S = 7 \cdot 10^5, P_0 = 1.013 \cdot 10^5, F_{\text{total}7} \\ &= \mathbf{3879.1465}, Y7) : \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} > Y8 := \text{subs}(A_A = 12.2718463 \cdot 10^{-3}, A_B = 11.46759858 \cdot 10^{-3}, A_h \\ &= 8.042477193 \cdot 10^{-4}, P_S = 7 \cdot 10^5, P_0 = 1.013 \cdot 10^5, F_{\text{total}8} \\ &= \mathbf{4375.3751}, Y8) : \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} > Y9 := \text{subs}(A_A = 12.2718463 \cdot 10^{-3}, A_B = 11.46759858 \cdot 10^{-3}, A_h \\ &= 8.042477193 \cdot 10^{-4}, P_S = 7 \cdot 10^5, P_0 = 1.013 \cdot 10^5, F_{\text{total}9} \\ &= \mathbf{4770.9044}, Y9) : \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} > \text{Y10} &:= \text{subs}(A_A = 12.2718463 \cdot 10^{-3}, A_B = 11.46759858 \cdot 10^{-3}, A_h \\ &= 8.042477193 \cdot 10^{-4}, P_S = 7 \cdot 10^5, P_0 = 1.013 \cdot 10^5, F_{\text{total10}} \\ &= \mathbf{5066.6691}, \text{Y10}) : \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} > \text{Y11} &:= \text{subs}(A_A = 12.2718463 \cdot 10^{-3}, A_B = 11.46759858 \cdot 10^{-3}, A_h \\ &= 8.042477193 \cdot 10^{-4}, P_S = 7 \cdot 10^5, P_0 = 1.013 \cdot 10^5, F_{\text{total11}} \\ &= \mathbf{5361.7302}, \text{Y11}) : \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} > \text{Y12} &:= \text{subs}(A_A = 12.2718463 \cdot 10^{-3}, A_B = 11.46759858 \cdot 10^{-3}, A_h \\ &= 8.042477193 \cdot 10^{-4}, P_S = 7 \cdot 10^5, P_0 = 1.013 \cdot 10^5, F_{\text{total12}} \\ &= \mathbf{5656.0359}, \text{Y12}) : \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} > \text{Y13} &:= \text{subs}(A_A = 12.2718463 \cdot 10^{-3}, A_B = 11.46759858 \cdot 10^{-3}, A_h \\ &= 8.042477193 \cdot 10^{-4}, P_S = 7 \cdot 10^5, P_0 = 1.013 \cdot 10^5, F_{\text{total13}} \\ &= \mathbf{5949.3385}, \text{Y13}) : \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} > \text{Y14} &:= \text{subs}(A_A = 12.2718463 \cdot 10^{-3}, A_B = 11.46759858 \cdot 10^{-3}, A_h \\ &= 8.042477193 \cdot 10^{-4}, P_S = 7 \cdot 10^5, P_0 = 1.013 \cdot 10^5, F_{\text{total14}} \\ &= \mathbf{6241.0705}, \text{Y14}) : \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} > \text{Y15} &:= \text{subs}(A_A = 12.2718463 \cdot 10^{-3}, A_B = 11.46759858 \cdot 10^{-3}, A_h \\ &= 8.042477193 \cdot 10^{-4}, P_S = 7 \cdot 10^5, P_0 = 1.013 \cdot 10^5, F_{\text{total15}} \\ &= \mathbf{6528.658}, \text{Y15}) : \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} > \text{Y16} &:= \text{subs}(A_A = 12.2718463 \cdot 10^{-3}, A_B = 11.46759858 \cdot 10^{-3}, A_h \\ &= 8.042477193 \cdot 10^{-4}, P_S = 7 \cdot 10^5, P_0 = 1.013 \cdot 10^5, F_{\text{total16}} \\ &= \mathbf{6701.9184}, \text{Y16}) : \end{aligned}$$

```
> points := [[0.768, 0.2043], [0.7681, 0.2072], [0.7689, 0.2258], [0.7727,
0.2934], [0.7796, 0.3774], [0.786, 0.4366], [0.7963, 0.5111],
[0.8126, 0.6015], [0.8319, 0.6812], [0.8503, 0.7410], [0.8724,
0.7970], [0.8971, 0.8491], [0.9241, 0.8965], [0.9524, 0.9397],
[0.9817, 0.9787], [0.9999, 1]] :
```

```
> w
```

$$:= \frac{1}{x r} \left( b r x + \sqrt{b^2 r^2 x^2 - 1 + 2 b - 2 b r^2 x^2 + x^2 + r^2 x^2 - 2 b x} \right) :$$

```
> C := 
$$\frac{b + \sqrt{b^2 - 4 b r^2 + r^2 + 5 b^2 r^2 - 2 b^3 r^2 - 2 b + 1}}{r^2 - 2 b r^2 + b^2 r^2 + 1} :$$

```

```
> b := 0.21 :
```

```
> r := 0.9345 :
```

```
> with(plots) :
```

```
> graf1 := plot(Y1, color = black, thickness = [1]) :
```

```
> graf2 := plot(Y2, color = black, thickness = [1]) :
```

```
> graf3 := plot(Y3, color = black, thickness = [1]) :
```

```
> graf4 := plot(Y4, color = black, thickness = [1]) :
```

```
> graf5 := plot(Y5, color = black, thickness = [1]) :
```

```
> graf6 := plot(Y6, color = black, thickness = [1]) :
```

```
> graf7 := plot(Y7, color = black, thickness = [1]) :
```

```
> graf8 := plot(Y8, color = black, thickness = [1]) :
```

```
> graf9 := plot(Y9, color = black, thickness = [1]) :
```

```
> graf10 := plot(Y10, color = black, thickness = [1]) :
```

```
> graf11 := plot(Y11, color = black, thickness = [1]) :
```

```
> graf12 := plot(Y12, color = black, thickness = [1]) :
```

```
> graf13 := plot(Y13, color = black, thickness = [1]) :
```

```
> graf14 := plot(Y14, color = black, thickness = [1]) :
```

```
> graf15 := plot(Y15, color = black, thickness = [1]) :
```

```
> graf16 := plot(Y16, color = black, thickness = [1]) :
```

```
> graf17 := plot(w, numpoints = 100000, color = blue, thickness
= [1]) :
```

```
> graf18 := plot([C, y, y = 0..0.21], numpoints = 100000, color = green,
thickness = [1]) :
```

```
> graf19 := plot([points], style = POINT) :  
> with(plots) :  
> display( graf1, graf2, graf3, graf4, graf5, graf6, graf7, graf8, graf9,  
           graf10, graf11, graf12, graf13, graf14, graf15, graf16, graf17,  
           graf18, graf19), axes = boxed, view = [0.7 .. 1, 0 .. 1], axis  
           = [gridlines = [10, color = gray]], labels = [p[B]/p[S], p[0]  
           /p[A]]);
```



**APÊNDICE C**  
**PARÂMETROS E MODELOS UTILIZADOS**  
**NA SIMULAÇÃO EM MATLAB**

**C.1. Rotina para Simulação do Cilindro Simétrico**

Esta rotina é utilizada para a simulação dinâmica do sistema pneumático empregando pressão de suprimento de 700kPa, válvula de 100NI/min e cilindro simétrico de comprimento igual à 500mm, com diâmetro de 125mm e diâmetro da haste de 32mm.

**%PARAMETROS DO MODELO NAO LINEAR DO SISTEMA  
PNEUMATICO – CILINDRO SIMETRICO%**

clc  
clear all  
close all

G=1.4;                    %Relação de calores especificos%  
R=288;                   %Constante universal dos gases [J/kgK]%  
TA=293.15;              %Temperatura entrada no orificio de controle [K]%  
Ts=293.15;  
Tt=293.15;  
TB=293.15;  
Te=293.15;  
To=293.15;              %Temperatura saida no orificio de controle [K]%  
Po=1.013e5;             %Pressao normal [Pa]%  
Pt=1.013e5;             %Pressao atmosf. [Pa]%

**%\*\*\*\*\* PARAMETROS DE PRESSAO DE SUPRIMENTO E  
VALVULA \*\*\*\*\*%**

Ps=7e5;                   %Pressao na entrada do orificio de controle  
(Psuprimento) [N/m<sup>2</sup>]%  
b=0.21;                   %Coeficiente de vazao razao pressoes ISO 6358%

% C: Coeficiente de vazao ISO 6358 [m<sup>5</sup>/N.s] ou [l/sbar]%

% Valvula de 100 NL/min:

C=4.5e-009; %

%\*\*\*\*\* PARAMETROS DO CILINDRO E MANGUEIRA  
\*\*\*\*\*%

% Dados dos cilindros:

Dc=0.125; % Dc: Diamentro do Cilindro [m]%

Dh=0.032; % Dh: Diamentro da Haste [m]%

L=0.5; %Curso do cilindro [m]%

Me=2.16; %Massa dos embolos [Kg]%

% Dados da mangueira:

Dm=0.006; %Diametro da Mangueira [m]%

Cm=1; %Comprimento da Mangueira [m]%

%\*\*\*\*\* PARAMETROS CALCULADOS DO  
CILINDRO \*\*\*\*\*%

Ac=(pi/4)\*(Dc^2); %Area maior do Cilindro [m<sup>2</sup>]%

Ah=(pi/4)\*(Dh^2); %Area da Haste [m<sup>2</sup>]%

Ach=Ac-Ah; %Area anular do cilindro [m<sup>2</sup>]%

Vm=((pi/4)\*(Dm^2))\*Cm; %Volume da Mangueira [m<sup>3</sup>]%

Vc=Ac\*L; %Volume do Cilindro [m<sup>3</sup>]%

Vch=Ach\*L; %Volume anular [m<sup>3</sup>]%

VAo=Vm; %Volume morto na camara A [m<sup>3</sup>]

%Se vertical: VAo = Vc + Vm;

%Se horizontal: VAo = Vm;%

VBo=Vm; %Volume morto na camara B [m<sup>3</sup>]

%Se vertical: VBo = Vm;

%Se horizontal: VBo = Vc - Vh + Vm;%

%\*\*\*\*\*PARAMETROS DE ATRITO PARA O  
CILINDRO\*\*\*\*\*%

C1p=-1.1016e5; %Coeficiente do polinomio de 2da ordem referente  
ao comportamento

%de atrito para valores de velocidade maiores, em  
%modulo que dxlimp [Kg/s]%

C2p=0.4728e5; %Termo independente do polinomio de 2da ordem  
referente ao comportamento

%de atrito para valores de velocidade maiores, em  
%modulo que dxlimp [N]%

C3p=-0.0213e5; %Coeficiente do polinomio de 2da ordem referente  
ao comportamento

%de atrito para valores de velocidade maiores, em  
%modulo que dxlimp [Kg/s]%

C4p=0.0025e5;

C1n=1.3460e5; %Coeficiente do polinomio de 2da ordem referente  
ao comportamento

%de atrito para valores de velocidade maiores, em  
%modulo que dxlimn [Kg/s]%

C2n=0.3167e5; %Termo independente do polinomio de 2da ordem  
referente ao comportamento

%de atrito para valores de velocidade maiores, em  
%modulo que dxlimn [N]%

C3n=0.0461e5; %Coeficiente do polinomio de 2da ordem referente  
ao comportamento

%de atrito para valores de velocidade maiores, em  
%modulo que dxlimn [Kg/s]%

C4n=-0.0014e5;

Polyp=[C1p C2p C3p C4p];

Polyn=[C1n C2n C3n C4n];

Fsp=244.9252; %Força de atrito estatico no sentido positivo do  
movimento [N]%

Fsn=-172.1969; %Força de atrito estatico no sentido negativo do  
movimento [N]%

```

dxlimp=0.002523;      %Velocidade limite no sentido positivo do
movimento [m/s]%
dxlimn=-0.007343;    %Velocidade limite no sentido positivo do
movimento [m/s]%

dx0p=2.39685e-3;     %Velocidade "stick" no sentido positivo do
deslocamento [m/s]%
dx0n=-6.97585e-3;   %Velocidade "stick" no sentido negativo do
deslocamento [m/s]%

```

```

%***** SIMULAÇÃO
%*****%

```

```

M=Me;                %Massa [Kg]%
Fc=0;                %Força externa exercida pelo cilindro hidraulico e
atrito [N]%
de=1;                %Degrau de entrada
lps=L;               %Limite superior do integrador de posição
lpi=0;               %Limite inferiores do integrados de posição
ts=18;               %Tempo de simulação

```

```

ke=0.5e7;
Be=500;

```

```

sim('modelo_pneumatico',ts);

```

```

t=[posicao(:,1)];
s=[posicao(:,2)];
v=[velocidade(:,2)];
pA=[pressaoA(:,2)];
pB=[pressaoB(:,2)];

```

```

figure(1)
subplot(2,1,1),plot(t,s,'b');
ylabel('Posição (m)');
xlabel('Tempo (s)');
grid on;

```

```

subplot(2,1,2),plot(t,v,'b');
ylabel('Velocidade (m/s)');
xlabel('Tempo (s)');
grid on;

figure(2)
plot(t,Ps,'r',t,pA,'g',t,pB,'b');
grid on;

```

## C.2. Rotina para Simulação do Cilindro Assimétrico

Para a simulação do cilindro assimétrico a rotina é similar à rotina do cilindro simétrico alterando a área da câmara  $A$  e o seu respectivo volume, e o mapa de atrito estático do cilindro. Nesta rotina também é empregando pressão de suprimento de 700kPa, válvula de 100Nl/min e o cilindro assimétrico têm comprimento igual à 500mm, com diâmetro de 125mm e diâmetro da haste de 32mm.

```

%PARAMETROS DO MODELO NAO LINEAR DO SISTEMA
PNEUMATICO – CILINDRO ASSIMETRICO%

```

```

clc
clear all
close all

```

```

G=1.4;           %Relação de calores especificos%
R=288;          %Constante universal dos gases [J/kgK]%
TA=293.15;      %Temperatura entrada no orificio de controle [K]%
Ts=293.15;
Tt=293.15;
TB=293.15;
Te=293.15;
To=293.15;      %Temperatura saida no orificio de controle [K]%
Po=1.013e5;     %Pressao normal [Pa]%
Pt=1.013e5;     %Pressao atmosf. [Pa]%

```

```

%***** PARAMETROS DE PRESSAO DE SUPRIMENTO E
VALVULA *****%

```



```
%*****PARAMETROS DE ATRITO PARA O  
CILINDRO*****%
```

```
C1p=1.0938e5;    %Coeficiente do polinomio de 2da ordem referente  
ao comportamento
```

```
    %de atrito para valores de velocidade maiores, em  
    %modulo que dxlimp [Kg/s]%
```

```
C2p=-0.2136e5;    %Termo independente do polinomio de 2da ordem  
referente ao comportamento
```

```
    %de atrito para valores de velocidade maiores, em  
    %modulo que dxlimp [N]%
```

```
C3p=0.0362e5;    %Coeficiente do polinomio de 2da ordem referente  
ao comportamento
```

```
    %de atrito para valores de velocidade maiores, em  
    %modulo que dxlimp [Kg/s]%
```

```
C4p=0.0016e5;
```

```
C1n=1.0978e5;    %Coeficiente do polinomio de 2da ordem referente  
ao comportamento
```

```
    %de atrito para valores de velocidade maiores, em  
    %modulo que dxlimn [Kg/s]%
```

```
C2n=0.1355e5;    %Termo independente do polinomio de 2da ordem  
referente ao comportamento
```

```
    %de atrito para valores de velocidade maiores, em  
    %modulo que dxlimn [N]%
```

```
C3n=0.0235e5;    %Coeficiente do polinomio de 2da ordem referente  
ao comportamento
```

```
    %de atrito para valores de velocidade maiores, em  
    %modulo que dxlimn [Kg/s]%
```

```
C4n=-0.0001e5;
```

```
Polyp=[C1p C2p C3p C4p];
```

```
Polyn=[C1n C2n C3n C4n];
```

```
Fsp=206.2066;    %Força de atrito estatico no sentido positivo do  
movimento [N]%
```

```
Fsn=-30.7076;      %Força de atrito estatico no sentido negativo do
movimento [N]%
dxlimp=0.01381;   %Velocidade limite no sentido positivo do
movimento [m/s]%
dxlimn=-0.00927;  %Velocidade limite no sentido positivo do
movimento [m/s]%

dx0p=0.01312;     %Velocidade "stick" no sentido positivo do
deslocamento [m/s]%
dx0n=-8.8065e-3;  %Velocidade "stick" no sentido negativo do
deslocamento [m/s]%
```

```
%***** SIMULAÇÃO
*****%
```

```
M=Me;             %Massa [Kg]%
Fc=0;             %Força externa exercida pelo cilindro hidraulico e
atrito [N]%
de=1;            %Degrau de entrada
lps=L;           %Limite superior do integrador de posição
lpi=0;           %Limite inferiores do integrados de posição
ts=15;           %Tempo de simulação
```

```
ke=0.5e7;
Be=500;
```

```
sim('modelo_pneumatico_assimetrico',ts);
```

```
t=[posicao(:,1)];
s=[posicao(:,2)];
v=[velocidade(:,2)];
pA=[pressaoA(:,2)];
pB=[pressaoB(:,2)];
```

```
figure(1)
subplot(2,1,1),plot(t,s,'b');
ylabel('Posição (m)');
xlabel('Tempo (s)');
```

```
grid on;  
  
subplot(2,1,2),plot(t,v,'b');  
ylabel('Velocidade (m/s)');  
xlabel('Tempo (s)');  
grid on;  
  
figure(2)  
plot(t,Ps,'r',t,pA,'g',t,pB,'b');  
grid on;
```

### C.3. Diagramas de Blocos

Nas próximas páginas são apresentados os diagramas de bloco correspondentes à modelagem matemática do sistema pneumático utilizado na simulação em ambiente MATLAB/Simulink®.

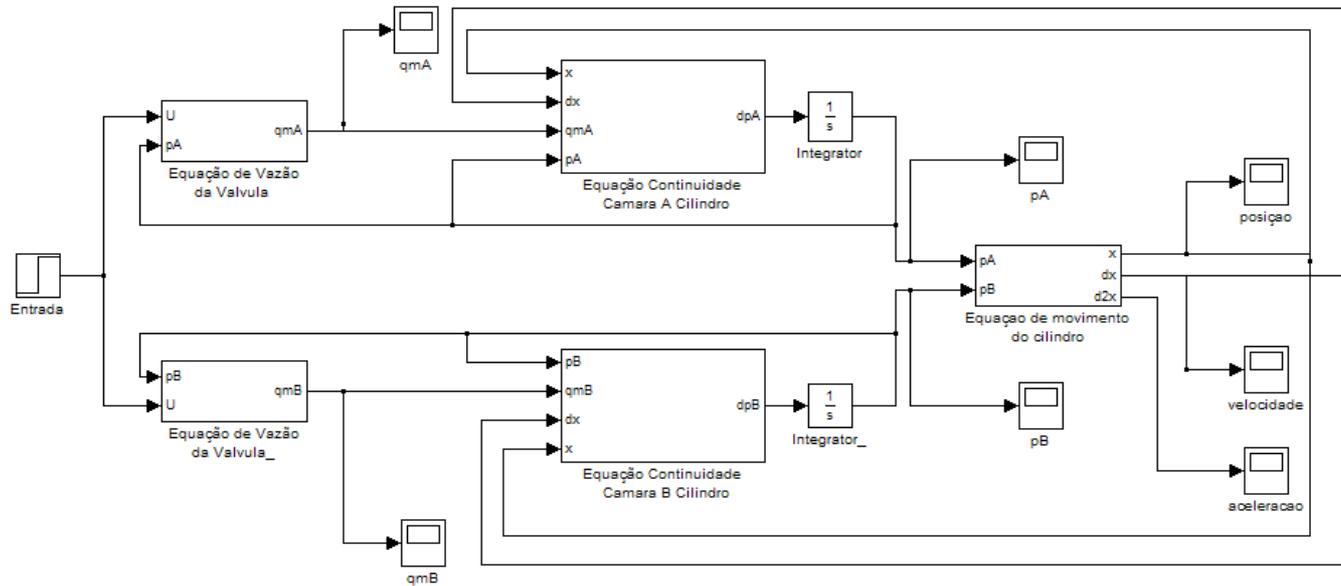


Figura C- 1 - Diagrama de blocos geral representativo do sistema pneumático.

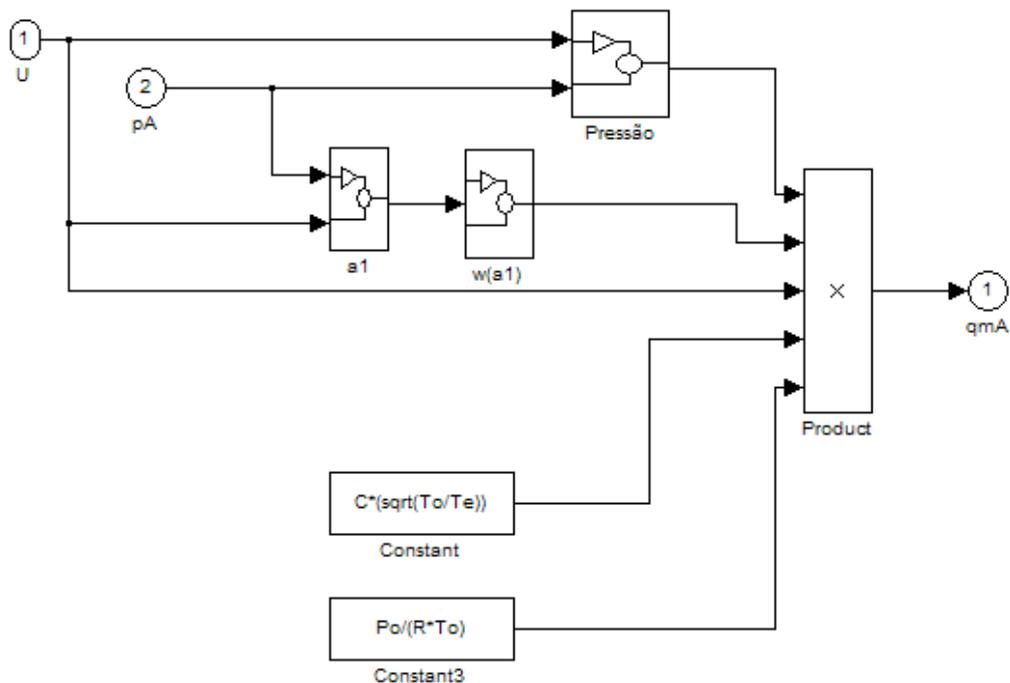


Figura C- 2 - Conteúdo do bloco representativo da equação de vazão da válvula na via A.

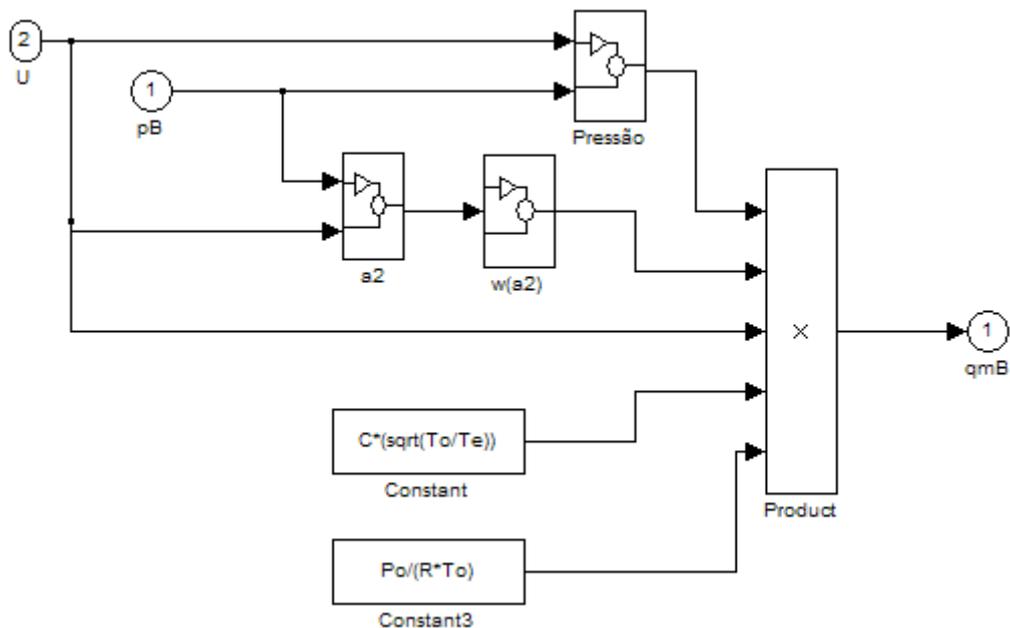


Figura C- 3 - Conteúdo do bloco representativo da equação de vazão da válvula na via B.

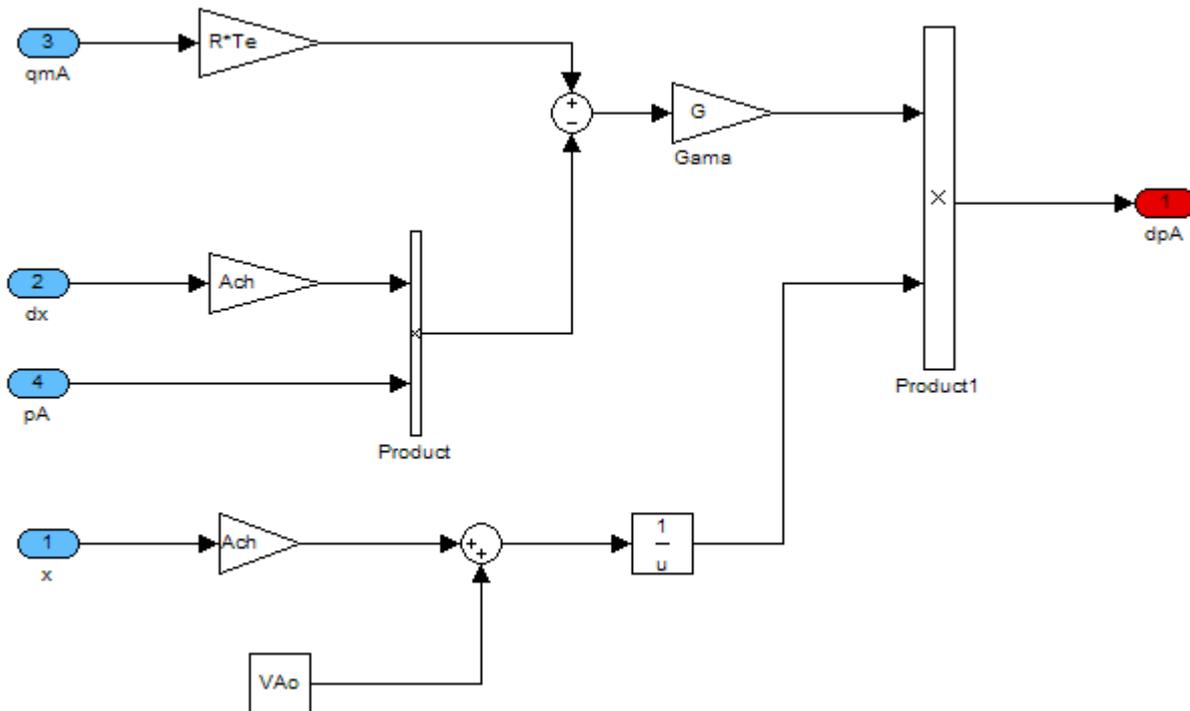


Figura C- 4 - Conteúdo do bloco representativo da equação da continuidade do cilindro no volume A.

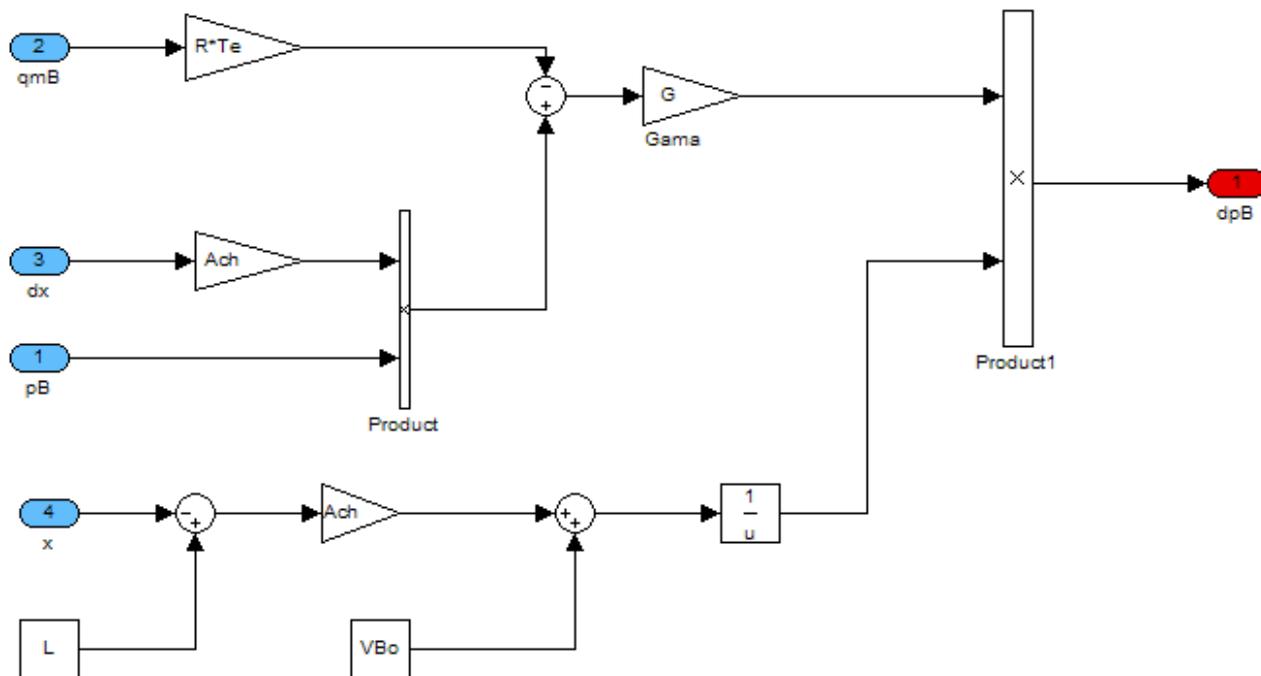


Figura C- 5 - Conteúdo do bloco representativo da equação da continuidade do cilindro no volume B.

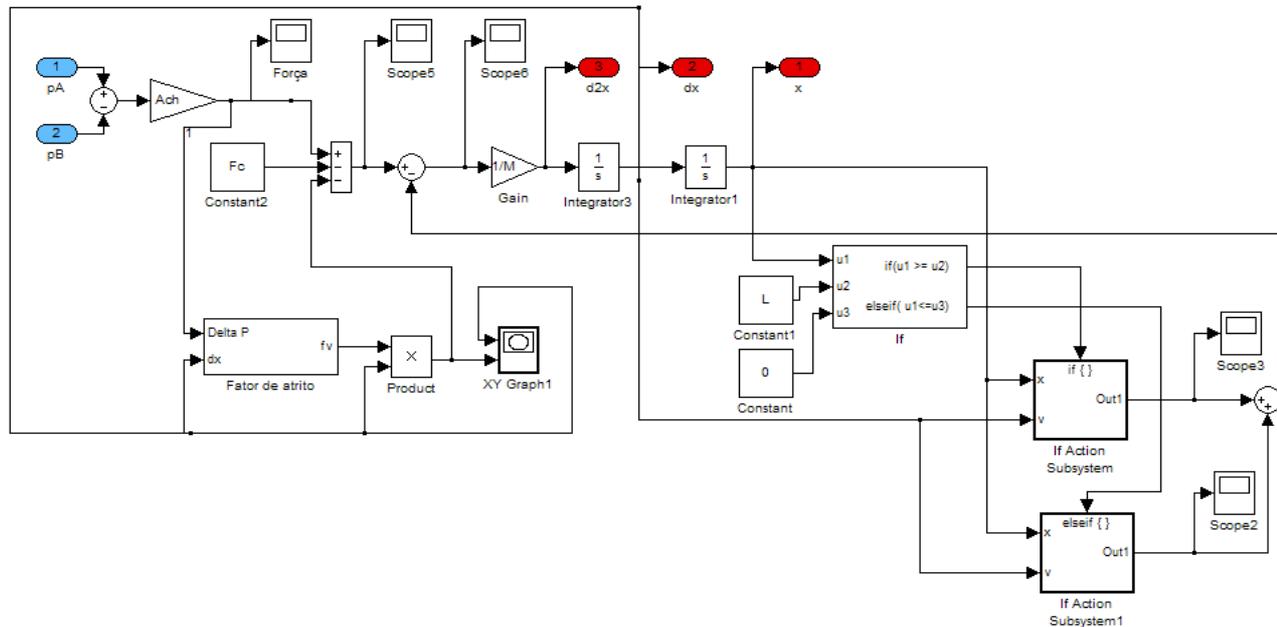


Figura C- 6 - Conteúdo do bloco representativo da equação do movimento.

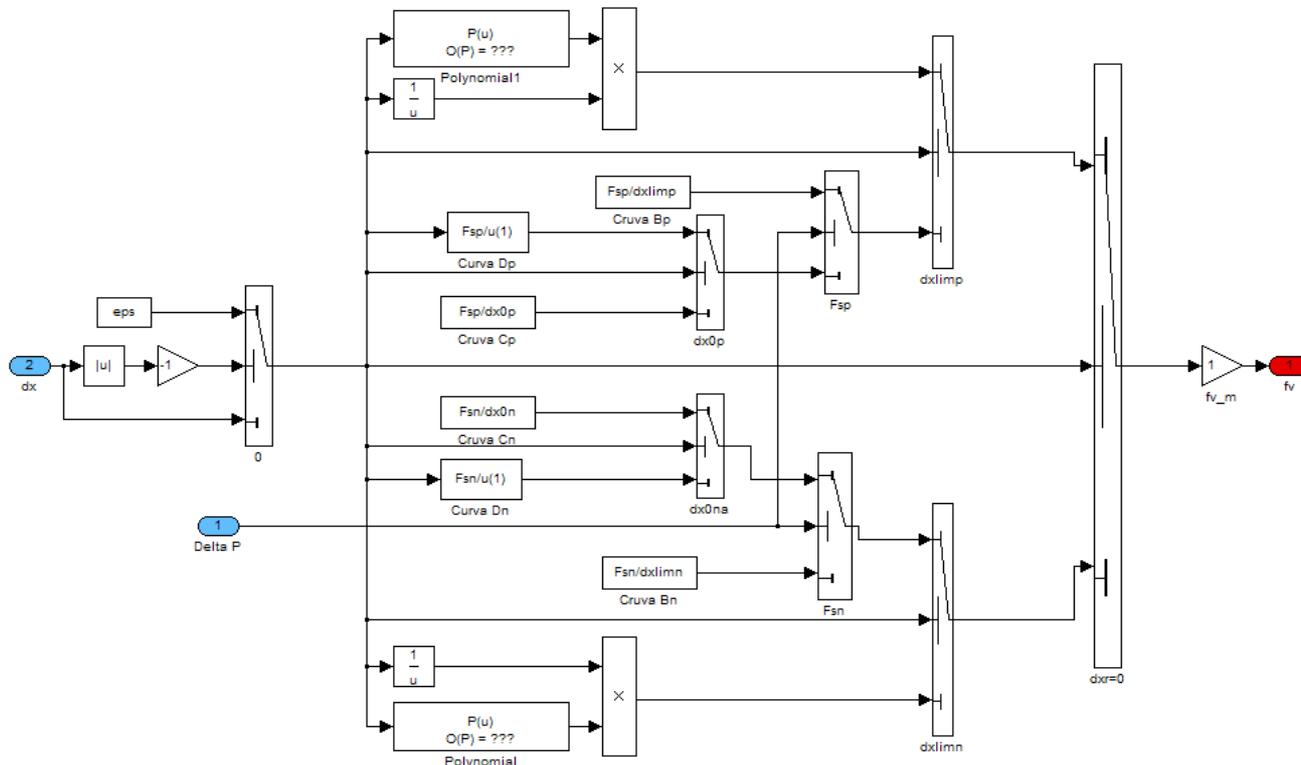


Figura C-7 - Conteúdo do bloco representativo do modelo de atrito do cilindro.

