

**Universidade Federal de Santa Catarina**  
**Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil**

**Tese de Doutorado**

**Modelo de oportunidades intervenientes,  
de distribuição de viagens, com ponderação das  
posições espaciais relativas das oportunidades**

**Nilo Kühlkamp M.Sc.**

**Orientador: Professor**  
**Ismael Ulysséa Neto M.Sc.; Ph.D.**

**Florianópolis, SC**

**Março de 2003**

**Universidade Federal de Santa Catarina**  
**Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil**

**Tese de Doutorado**

**Modelo de oportunidades intervenientes,  
de distribuição de viagens, com ponderação das  
posições espaciais relativas das oportunidades**

Tese apresentada ao programa de Pós-graduação  
em Engenharia Civil da Universidade Federal de  
Santa Catarina, como requisito parcial para  
obtenção do título de Doutor em Engenharia.

**Nilo Kühlkamp M.Sc.**

**Orientador: Professor**

**Ismael Ulysséa Neto M.Sc.; Ph.D.**

**Florianópolis, SC**

**Março de 2003**

## FICHA CATALOGRÁFICA

KÜHLKAMP, Nilo. Modelo de oportunidades intervenientes, de distribuição de viagens, com ponderação das posições espaciais relativas das oportunidades. Florianópolis, SC, 2003. xx, 217p; Tese (Doutorado em Engenharia Civil) – Programa de pós-Graduação em Engenharia Civil, UFSC, 2003. Orientador: Prof. Ismael Ulysséa Neto M.Sc.; Ph.D.

Defesa: março de 2003.

**Resumo:** Esta tese apresenta um modelo de oportunidades intervenientes para distribuição de viagens, que se diferencia do modelo usual de oportunidades intervenientes (ou modelo de Schneider) por ponderar de forma diferenciada as oportunidades, dependendo de sua posição espacial relativa. Neste trabalho obteve-se também um aprimoramento do modelo de Schneider, através de uma nova forma de calibração desenvolvida para ele.

**Nilo Kühlkamp**

**Modelo de oportunidades intervenientes,  
de distribuição de viagens, com ponderação das  
posições espaciais relativas das oportunidades**

Esta tese foi julgada e aprovada para a obtenção do título de  
**Doutor em Engenharia Civil no Programa de Pós-Graduação em  
Engenharia Civil** da Universidade Federal de Santa Catarina

Florianópolis, SC, de março de 2003

Prof. Dr. JUCILEI CORDINI  
Coordenador do Programa

**BANCA EXAMINADORA**

---

Prof. Milton Luiz Paiva de Lima  
M.Eng.; Dr. – FURG/Rio Grande/RS

---

Prof. Igor Mozolevski  
M.Sc.; Dr. – MTM/UFSC

---

Prof. Antônio Nélon Rodrigues da Silva  
M.Sc.; Dr. – EESC/USP/São Carlos/SP

---

Prof<sup>ª</sup>. Lenise Grando Goldner  
M.Sc.; Dr<sup>ª</sup>. – ECV/UFSC

---

Prof. Carlos Loch  
M.Sc.; Dr. – ECV/UFSC

---

Prof. Pedro Alberto Barbeta  
M.Sc.; Dr. – INE/UFSC

---

Prof. Ismael Ulysséa Neto  
M.Sc.; Ph.D. – ECV/UFSC – Orientador – **Moderador**

Dedico este trabalho

- a Deus, autor da vida, que me deu a capacidade de fazer esta tese
- aos meus familiares que se alegram comigo por eu ter concluído mais esta etapa, e de um modo especial,
  - à minha esposa, Marina, pelo apoio que tive desde o início, pelas horas de convívio subtraídas, ...
  - à minha filha, Katia, pelo suporte técnico prestado, pelo apoio recebido, ...
  - ao meu filho, Roberto e à minha nora Cátia, pelos transtornos causados durante a elaboração deste
  - à minha mãe, Marta, a quem tanto devo e que sempre me acompanhou com suas preces
  - à memória de meu pai, Gabriel, por tudo o que ele foi em minha vida e de quem tanto aprendi.

## Agradeço

- ao Prof. Ismael Ulysséa Neto, pela dedicação com que fez todo o trabalho de orientação, pela sugestão do tema da tese, e pelo amigo que se tornou
- aos professores Carlos Loch e Jucilei Cordini, pela influência que tiveram na minha opção pelo programa de Pós-Graduação da Engenharia Civil para fazer o meu doutorado
- aos professores Pedro Alberto Barbeta e Igor Mozolevski, pela colaboração que deles obtive em tópicos específicos
- aos membros da comissão examinadora, pelo trabalho de leitura e análise da tese e pelas sugestões apresentadas visando aprimorá-la
- a todas as pessoas que tiveram alguma participação, direta ou indireta, na realização deste trabalho.

# SUMÁRIO

|                                                                                                              |       |
|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-------|
| TABELA DE SÍMBOLOS                                                                                           | ix    |
| LISTA DE FIGURAS                                                                                             | x     |
| LISTA DE TABELAS                                                                                             | xii   |
| RESUMO                                                                                                       | xviii |
| ABSTRACT                                                                                                     | xx    |
| CAPÍTULO 1 – A Modelagem da Demanda por Transporte de Passageiros                                            | 1     |
| 1.1 – Introdução                                                                                             | 1     |
| 1.2 – Grafos e Redes Viárias                                                                                 | 8     |
| 1.3 – A Gestão Territorial e o Cadastro Técnico Multifinalitário                                             | 10    |
| 1.4 – Modelagem da Demanda por Transporte de Passageiros                                                     | 12    |
| 1.5 – Dados Sobre a Demanda por Viagens na Rede Viária e a<br>Calibração de um Modelo de Previsão de Demanda | 18    |
| 1.6 – Alguns Modelos de Distribuição de Viagens                                                              | 21    |
| 1.7 – Justificativa, Relevância e Atualidade do Tema                                                         | 27    |
| 1.8 – Ineditismo e Contribuição Científica                                                                   | 30    |
| 1.9 – Objetivos do Trabalho                                                                                  | 31    |
| CAPÍTULO 2 – Oportunidades Intervenientes                                                                    | 33    |
| 2.1 – Introdução                                                                                             | 33    |
| 2.2 – O Modelo Usual de Oportunidades Intervenientes – Modelo de Schneider                                   | 36    |
| 2.3 – A Calibração do Modelo Usual de Oportunidades Intervenientes                                           | 43    |

|                                                                                                                                                                             |     |
|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----|
| CAPÍTULO 3 – Análise Crítica e Nova Calibração do Modelo de Schneider                                                                                                       | 45  |
| 3.1 – Análise Crítica do Modelo Usual de Oportunidades Intervenientes<br>ou Modelo de Schneider                                                                             | 45  |
| 3.2 – Uma Nova Calibração para o Modelo de Schneider                                                                                                                        | 48  |
| 3.2.1 – Obtenção da probabilidade <b><i>I</i></b> através do método da máxima<br>verossimilhança                                                                            | 49  |
| 3.2.2 – Nova calibração do modelo de Schneider                                                                                                                              | 55  |
| <br>                                                                                                                                                                        |     |
| CAPÍTULO 4 – Concepção e Dedução de um Modelo de Oportunidades<br>Intervenientes com Ponderação Relativamente à Localização                                                 | 65  |
| 4.1 – Introdução                                                                                                                                                            | 65  |
| 4.2 – Modelo de Oportunidades Intervenientes com Ponderação das<br>Posições Relativas das Oportunidades                                                                     | 66  |
| 4.2.1 – Primeira dedução do modelo de oportunidades intervenientes com<br>ponderação das posições relativas das oportunidades                                               | 66  |
| 4.2.2 – Dedução do modelo de oportunidades intervenientes com<br>ponderação das posições relativas das oportunidades, através de<br>maximização de probabilidade            | 78  |
| 4.2.3 – Estimação dos parâmetros do modelo de oportunidades<br>intervenientes com ponderação das posições relativas das<br>oportunidades, através de máxima verossimilhança | 89  |
| 4.3 – Consideração da Dupla Restrição de Fluxos para o Modelo de<br>Oportunidades Intervenientes com Ponderação das Posições<br>Relativas das Oportunidades                 | 96  |
| 4.3.1 – Dedução do novo modelo com dupla restrição                                                                                                                          | 96  |
| 4.3.2 – Dedução do novo modelo com dupla restrição, baseada em<br>probabilidades                                                                                            | 101 |



|                                                                                                                                                                                                  |     |
|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----|
| CAPÍTULO 5 – Implementação Computacional do novo Modelo e da Nova<br>Calibração Para o Modelo de Schneider                                                                                       | 110 |
| 5.1 – Implementação Computacional da Nova Calibração Proposta para o<br>Modelo de Schneider                                                                                                      | 110 |
| 5.2 – Implementação Computacional e Calibração do Novo Modelo de<br>Oportunidades Intervenientes                                                                                                 | 115 |
| <br>                                                                                                                                                                                             |     |
| CAPÍTULO 6 – Aplicação do Modelo e Comparação das Predições por ele<br>Obtidas com as Fornecidas pelo Modelo de Schneider                                                                        | 123 |
| 6.1 – Introdução                                                                                                                                                                                 | 123 |
| 6.2 – A Área de Estudo e os Dados                                                                                                                                                                | 124 |
| 6.3 – Calibração do Modelo de Schneider e do Novo Modelo de<br>Oportunidades Intervenientes                                                                                                      | 129 |
| 6.4 – A Convergência do Processo Iterativo                                                                                                                                                       | 139 |
| 6.5 – Análise Comparativa entre o Modelo de Schneider e o<br>Novo Modelo de Oportunidades Intervenientes                                                                                         | 153 |
| 6.5.1 – Análise comparativa entre as predições obtidas com o modelo<br>de Schneider considerado com a nova calibração e as obtidas<br>com o novo modelo de oportunidades intervenientes          | 154 |
| 6.5.2 – Análise comparativa entre as predições obtidas com o modelo<br>de Schneider considerado com uma calibração tradicional e as obtidas<br>com o novo modelo de oportunidades intervenientes | 162 |
| 6.5.3 – Análise comparativa da sensibilidade do modelo de Schneider e<br>do novo modelo à implantação de um grande hipermercado em<br>diferentes zonas                                           | 172 |

|                                        |     |
|----------------------------------------|-----|
| CAPÍTULO 7 – Conclusões e Sugestões    | 187 |
| 7.1 – Conclusões                       | 187 |
| 7.2 – Sugestões para Trabalhos Futuros | 190 |

## TABELA DE SÍMBOLOS

$O_i$  = número de viagens originadas na zona  $i$

$D_j$  = número de viagens destinadas à zona  $j$

$T_{ij}$  = número de viagens com origem na zona  $i$  e destino na zona  $j$

$I$  = probabilidade de uma oportunidade ser aceita se for considerada

$V_j$  = número de oportunidades oferecidas pela zona  $j$

$W_{ij}$  = número de oportunidades intervenientes entre as zonas  $i$  e  $j$

$d_{ij}$  = distância da zona  $i$  até a zona  $j$

$c_{ij}$  = custo de viagem da zona  $i$  até a zona  $j$

$L = \{\text{zonas de tráfego } l ; c_{il} + c_{lj} \leq (1 + r) \cdot c_{ij}\}$

$K = \{\text{zonas de tráfego } k ; c_{ik} + c_{kj} > (1 + r) \cdot c_{ij}\}.$

$W_{ij}^r$  = número de oportunidades oferecidas pelas zonas pertencentes ao conjunto  $L$

$p[j/i]$  = probabilidade de uma viagem que teve origem na zona  $i$  ter destino na zona  $j$

$p[k]$  = probabilidade de uma viagem ter seu final na zona  $k$

$p_k^u$  = probabilidade de a zona  $k$  ser ultrapassada

$k_i$  = constante de calibração associada à origem  $i$ .

## LISTA DE FIGURAS

|                                                                                                               |     |
|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----|
| Figura 1.1 – Ilustração de grafo com pesos atribuídos às arestas                                              | 9   |
| Figura 1.2 – Interdependência entre o uso do solo e a facilidade de transportes                               | 11  |
| Figura 2.1 – Delimitação do conjunto das oportunidades intervenientes                                         | 35  |
| Figura 2.2 – Forma alternativa de delimitar o conjunto das oportunidades intervenientes                       | 36  |
| Figura 3.1 – Posição relativa de oportunidades intervenientes                                                 | 47  |
| Figura 3.2 – Fluxograma de caracterização do processo iterativo utilizado para calibrar o modelo de Schneider | 58  |
| Figura 4.1 – Ilustração da partição do conjunto das oportunidades intervenientes segundo sua posição relativa | 69  |
| Figura 5.1 – Fluxograma de calibração do modelo de Schneider                                                  | 111 |
| Figura 5.2 – Tela em que se digitam os elementos da matriz de distâncias                                      | 113 |
| Figura 5.3 – Tela em que se digitam os elementos dos vetores $O$ e $V$                                        | 114 |
| Figura 5.4 – Tela através da qual são fornecidos os dados iniciais para a execução do programa                | 118 |
| Figura 5.5 – Tela " <i>resultados</i> " apresentada no final da execução do programa                          | 120 |
| Figura 5.6 – Tela das matrizes $W$ e $W_r$                                                                    | 120 |
| Figura 5.7 – Tela dos vetores $k$ e $k_r$                                                                     | 121 |
| Figura 6.1 – Representação da área de estudo através de um grafo                                              | 124 |
| Figura 6.2 – Os pares $(\mathbf{I}, p(\mathbf{I}))$ da tabela 6.5                                             | 146 |
| Figura 6.3 – Gráfico da função $h(\mathbf{I})$                                                                | 146 |
| Figura 6.4 – Sobreposição dos pares $(\mathbf{I}, p(\mathbf{I}))$ e o gráfico de $h(\mathbf{I})$              | 147 |
| Figura 6.5 – Os pares $(\mathbf{I}, p_r(\mathbf{I}))$ da tabela 6.5                                           | 147 |
| Figura 6.6 – Gráfico da função $h_r(\mathbf{I})$                                                              | 148 |
| Figura 6.7 – Sobreposição dos pares $(\mathbf{I}, p_r(\mathbf{I}))$ e o gráfico de $h_r(\mathbf{I})$          | 148 |
| Figura 6.8 – Gráfico da função $p'$ (ou $h'$ )                                                                | 150 |
| Figura 6.9 – Gráfico da função $p_r'$ (ou $h_r'$ )                                                            | 151 |

|                                                                                                                                                                       |     |
|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----|
| Figura 6.10 – Destaque se zonas da área de estudo para análise comparativa                                                                                            | 155 |
| Figura 6.11 – Representação gráfica dos pontos dos conjuntos A, B, A <sub>r</sub> e B <sub>r</sub>                                                                    | 161 |
| Figura 6.12 – Visualização gráfica da sensibilidade do modelo de Schneider à permutação de V <sub>9</sub> com V <sub>15</sub> e de V <sub>9</sub> com V <sub>17</sub> | 162 |
| Figura 6.13 – Visualização gráfica da sensibilidade do novo modelo à permutação de V <sub>9</sub> com V <sub>15</sub> e de V <sub>9</sub> com V <sub>17</sub>         | 163 |
| Figura 6.14 – Parte da figura 6.1                                                                                                                                     | 173 |
| Figura 6.15 – Visualização gráfica da (in)sensibilidade do modelo de Schneider, com a calibração tradicional, à mudança da posição relativa das novas oportunidades   | 179 |
| Figura 6.16 – Visualização gráfica da sensibilidade do modelo de Schneider, com a nova calibração, à mudança da posição relativa das novas oportunidades              | 182 |
| Figura 6.17 – Visualização gráfica da sensibilidade do novo modelo à mudança da posição relativa das novas oportunidades                                              | 186 |

## LISTA DE TABELAS

|                                                                                                                                                  |     |
|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----|
| Tabela 6.1 – População, viagens originadas e oportunidades oferecidas                                                                            | 125 |
| Tabela 6.2 – Matriz das distâncias                                                                                                               | 126 |
| Tabela 6.3 – Matriz $T$ de distribuição de viagens segundo o modelo usual de oportunidades intervenientes ou modelo de Schneider                 | 129 |
| Tabela 6.4 – Matriz $T_r$ de distribuição de viagens segundo o novo modelo de oportunidades intervenientes                                       | 134 |
| Tabela 6.5 – Valores das funções $p$ e $p_r$                                                                                                     | 142 |
| Tabela 6.6 – Tabela comparativa entre os valores $p(\mathbf{I})$ da tabela 6.5 e os valores de $h(\mathbf{I})$                                   | 144 |
| Tabela 6.7 – Tabela comparativa entre os valores $p_r(\mathbf{I})$ da tabela 6.5 e os valores de $h_r(\mathbf{I})$                               | 144 |
| Tabela 6.8 – Primeira linha da matriz $T$ permutando-se $V_9$ com $V_{15}$ .                                                                     | 156 |
| Tabela 6.9 – Primeira linha da matriz $T_r$ permutando-se $V_9$ com $V_{15}$                                                                     | 156 |
| Tabela 6.10 – Primeira linha da matriz $T$ permutando-se $V_9$ com $V_{17}$                                                                      | 156 |
| Tabela 6.11 – Primeira linha da matriz $T_r$ permutando-se $V_9$ com $V_{17}$                                                                    | 156 |
| Tabela 6.12 – Células selecionadas da matriz $T$ obtida pelo modelo de Schneider                                                                 | 157 |
| Tabela 6.13 – Células selecionadas da matriz $T$ obtida pelo modelo de Schneider após permutação de $V_9$ com $V_{15}$                           | 157 |
| Tabela 6.14 – Células selecionadas da matriz $T$ obtida pelo modelo de Schneider após permutação de $V_9$ com $V_{17}$                           | 157 |
| Tabela 6.15 – Células selecionadas da matriz $T_r$ obtida pelo novo modelo de oportunidades intervenientes                                       | 159 |
| Tabela 6.16 – Células selecionadas da matriz $T_r$ obtida pelo novo modelo de oportunidades intervenientes após permutação de $V_9$ com $V_{15}$ | 159 |
| Tabela 6.17 – Células selecionadas da matriz $T_r$ obtida pelo novo modelo de oportunidades intervenientes após permutação de $V_9$ com $V_{17}$ | 159 |

|                                                                                                                                                                         |     |
|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----|
| Tabela 6.18 – Distribuição de viagens segundo calibração tradicional do modelo de Schneider                                                                             | 165 |
| Tabela 6.19 – Primeira linha da matriz $T$ obtida na calibração tradicional e permutando-se $V_9$ com $V_{15}$                                                          | 170 |
| Tabela 6.20 – Primeira linha da matriz $T$ obtida na calibração tradicional e permutando-se $V_9$ com $V_{17}$                                                          | 170 |
| Tabela 6.21 – Células selecionadas da matriz $T$ obtida para o modelo de Schneider segundo a calibração tradicional                                                     | 171 |
| Tabela 6.22 – Células selecionadas da matriz $T$ obtida pelo modelo de Schneider segundo a calibração tradicional após permutação de $V_9$ com $V_{15}$                 | 171 |
| Tabela 6.23 – Células selecionadas da matriz $T$ obtida pelo modelo de Schneider segundo a calibração tradicional após permutação de $V_9$ com $V_{17}$                 | 171 |
| Tabela 6.24 – Oitava linha da matriz de distribuição de viagens obtida com a calibração tradicional do modelo de Schneider                                              | 174 |
| Tabela 6.25 – Oitava linha da matriz de distribuição de viagens obtida com a calibração tradicional do modelo de Schneider, substituindo $V_4$ por $V_4 + 20.000$       | 175 |
| Tabela 6.26 – Oitava linha da matriz de distribuição de viagens obtida com a calibração tradicional do modelo de Schneider, substituindo $V_{16}$ por $V_{16} + 20.000$ | 175 |
| Tabela 6.27 – Oitava linha da matriz de distribuição de viagens obtida com a calibração tradicional do modelo de Schneider, substituindo $V_{28}$ por $V_{28} + 20.000$ | 175 |
| Tabela 6.28 – Oitava linha da matriz de distribuição de viagens obtida com o modelo de Schneider (com a nova calibração) substituindo $V_4$ por $V_4 + 20.000$          | 176 |
| Tabela 6.29 – Oitava linha da matriz de distribuição de viagens obtida com o modelo de Schneider (com a nova calibração) substituindo $V_{16}$ por $V_{16} + 20.000$    | 176 |
| Tabela 6.30 – Oitava linha da matriz de distribuição de viagens obtida com o modelo de Schneider (com a nova calibração) substituindo $V_{28}$ por $V_{28} + 20.000$    | 176 |
| Tabela 6.31 – Oitava linha da matriz de distribuição de viagens segundo o novo modelo de oportunidades intervenientes substituindo $V_4$ por $V_4 + 20.000$             | 176 |

|                                                                                                                                                                                      |     |
|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----|
| Tabela 6.32 – Oitava linha da matriz de distribuição de viagens segundo o novo modelo de oportunidades intervenientes substituindo $V_{16}$ por $V_{16} + 20.000$                    | 177 |
| Tabela 6.33 – Oitava linha da matriz de distribuição de viagens segundo o novo modelo de oportunidades intervenientes substituindo $V_{28}$ por $V_{28} + 20.000$                    | 177 |
| Tabela 6.34 – Células selecionadas da matriz de distribuição de viagens obtida pelo modelo de Schneider com a calibração tradicional                                                 | 177 |
| Tabela 6.35 – Células selecionadas da matriz de distribuição de viagens obtida pelo modelo de Schneider com a calibração tradicional ao se substituir $V_4$ por $V_4 + 20.000$       | 177 |
| Tabela 6.36 – Células selecionadas da matriz de distribuição de viagens obtida pelo modelo de Schneider com a calibração tradicional ao se substituir $V_{16}$ por $V_{16} + 20.000$ | 178 |
| Tabela 6.37 – Células selecionadas da matriz de distribuição de viagens obtida pelo modelo de Schneider com a calibração tradicional ao se substituir $V_{28}$ por $V_{28} + 20.000$ | 178 |
| Tabela 6.38 – Células selecionadas da matriz de distribuição de viagens obtida pelo modelo de Schneider (com a nova calibração)                                                      | 180 |
| Tabela 6.39 – Células selecionadas da matriz de distribuição de viagens obtida pelo modelo de Schneider (com a nova calibração) quando se substitui $V_4$ por $V_4 + 20.000$         | 180 |
| Tabela 6.40 – Células selecionadas da matriz de distribuição de viagens obtida pelo modelo de Schneider (com a nova calibração) quando se substitui $V_{16}$ por $V_{16} + 20.000$   | 180 |
| Tabela 6.41 – Células selecionadas da matriz de distribuição de viagens obtida pelo modelo de Schneider (com a nova calibração) quando se substitui $V_{28}$ por $V_{28} + 20.000$   | 180 |
| Tabela 6.42 – Células selecionadas da matriz de distribuição de viagens obtida pelo novo modelo de oportunidades intervenientes                                                      | 182 |
| Tabela 6.43 – Células selecionadas da matriz de distribuição de viagens obtida pelo novo modelo de oportunidades intervenientes quando se substitui $V_4$ por $V_4 + 20.000$         | 183 |
| Tabela 6.44 – Células selecionadas da matriz de distribuição de viagens obtida pelo novo modelo de oportunidades intervenientes quando se substitui $V_{16}$ por $V_{16} + 20.000$   | 183 |



|                                                                                                                                                                                    |     |
|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----|
| Tabela 6.45 – Células selecionadas da matriz de distribuição de viagens obtida pelo novo modelo de oportunidades intervenientes quando se substitui $V_{28}$ por $V_{28} + 20.000$ | 183 |
| Tabela 6.46 – Células selecionadas das matrizes $W$ e $W_r$ para a área de estudo original                                                                                         | 184 |
| Tabela 6.47 – Células selecionadas das matrizes $W$ e $W_r$ para a área de estudo após a implantação do novo hipermercado na zona 16                                               | 184 |

## RESUMO

O tema central deste trabalho é a concepção e dedução de um novo modelo de oportunidades intervenientes para distribuição de viagens. Trata-se de um modelo que pondera de forma diferenciada as oportunidades intervenientes dependendo de sua posição espacial em relação à origem e ao destino da viagem considerada. A exemplo do modelo de Schneider, o novo modelo é também deduzido apoiado na teoria de probabilidades. Testes comparativos entre o novo modelo e o modelo usual de oportunidades intervenientes (modelo de Schneider) quanto às suas sensibilidades em relação à posição espacial relativa das oportunidades intervenientes são também apresentados. Um dos testes realizados mostra que o novo modelo possui uma sensibilidade notavelmente maior que o modelo de Schneider em relação à implantação de um grande pólo atrator de viagens em diferentes zonas da área de estudo. Isto mostra a especial adequação do novo modelo a estudos visando determinar o local ideal para a implantação de um novo pólo com grande capacidade de atração de viagens.

A segunda contribuição importante deste trabalho é o desenvolvimento de uma nova calibração para o modelo de Schneider. Esta nova calibração se apóia na propriedade, obtida através do método estatístico da máxima verossimilhança, de que a probabilidade de uma oportunidade ser aceita, se considerada, é igual ao inverso do número médio de oportunidades por viagem analisadas pelo viajante, quando se considera a totalidade das viagens realizadas na área de estudo num determinado intervalo de tempo.

Tanto o novo modelo quanto o modelo de Schneider com a nova calibração, são implementados computacionalmente. Esta implementação computacional utiliza um processo iterativo que é concluído quando a probabilidade de uma oportunidade ser aceita, se considerada, atinge (a menos de um erro pré-estabelecido pelo usuário) o inverso do número médio de oportunidades por viagem analisadas pelo viajante.

## ABSTRACT

The central focus of this thesis is the development and test of a new intervening opportunities model of trip distribution. Such a model is able to weigh the intervening opportunities regarding their relative spatial position vis-à-vis the origin and destination of a person trip. The new model is conceived within a probabilistic theory framework in an analogous way as Schneider's model. Comparative test between the new model and Schneider's model, regarding their sensitivities with respect to relative spatial position of the intervening opportunities show that the new model is notably much more sensitive than Schneider's model. It is concluded that the new model is more adequate to determine the most appropriate location for a new trip-attracting pole (a Shopping Center, for instance).

A second contribution of this thesis is the development and testing of a new calibration procedure for Schneider's model. The new procedure is based upon the maximum likelihood principle according to which the probability of an opportunity being accepted, if considered, is given by the inverse of the average number of opportunities assessed by a traveler when the total number of trips made in the study area is taken into account.

Both the new and Schneider's model (with its new calibration procedure) were implemented in microcomputer. Such implementation uses an iterative process, which stops when the probability of an opportunity being accepted, if considered, reaches (within a certain predefined error margin) the value given by the inverse of the average number of opportunities analyzed by the traveler.

# **CAPÍTULO 1**

## **A MODELAGEM DA DEMANDA POR TRANSPORTE DE PASSAGEIROS**

### **1.1 – Introdução**

Propor e empreender ações, relativas à ocupação e ao uso do solo, visando oferecer melhores condições de vida à população é preocupação antiga de pesquisadores e administradores. Segundo CHADWICK (1971), a distribuição espacial das atividades humanas é fonte de preocupação de todas as pessoas e instituições que de alguma forma estão envolvidas no planejamento e organização dos sistemas espaciais sobre os quais exercem influência ou controle.

NYSTUEN (1968) afirma que as interações entre regiões ou zonas são causadas pelas diferentes atividades humanas nelas desenvolvidas. Estas interações se concretizam através dos mais variados fluxos gerados entre elas, como viagens de passageiros, transporte de mercadorias, circulação de jornais e revistas, ligações telefônicas e transmissão de informações e/ou realização de negócios via rede de computadores. Estas interações espaciais é que constituem o foco de interesse neste

trabalho. De um modo especial, as interações traduzidas em viagens de pessoas e tráfego de veículos entre as várias zonas de uma área de estudo urbana, durante um determinado intervalo de tempo, ocuparão o centro das atenções.

A descrição e predição dos padrões de distribuição de viagens em áreas urbanas foi objeto de atenção especial de muitos planejadores de transporte e pesquisadores. Muitos modelos matemáticos de interação espacial foram por eles desenvolvidos, especialmente nos Estados Unidos da América do Norte e na Europa. A maioria dos modelos de interação espacial voltados para a área de transporte busca descrever os padrões de transporte de passageiros de forma agregada, isto é, visam obter uma estimativa da demanda de viagens de forma coletiva. Estes modelos visam propiciar uma melhor compreensão e avaliação dos complexos sistemas de transporte, permitindo assim que as ações implementadas em relação aos mesmos possam realmente trazer benefícios para os usuários.

Um novo modelo de interação espacial voltado para a área de transporte é obtido no capítulo 4. Especificamente, este trabalho apresenta um novo modelo matemático capaz de prever o número de viagens de pessoas entre os pares de zonas da área de estudo num determinado intervalo de tempo.

Para que um modelo matemático seja capaz de representar um certo padrão de distribuição de viagens numa área geográfica de estudo, ele deve levar em conta simultaneamente todos os fatores que estimulam a realização de viagens, bem como os que impedem ou dificultam a realização das mesmas, dentro desta área de estudo. Entre os fatores que estimulam a realização de viagens pode-se citar, por exemplo, os deslocamentos para o trabalho, para a escola, para o lazer e para compras. Como fatores

de impedância, isto é, fatores que dificultam a realização dos deslocamentos, surgem, por exemplo, o custo das viagens, a distância percorrida e o tempo necessário para realizá-las.

Quanto mais precisas e confiáveis forem as previsões, melhor será o planejamento que se poderá fazer a partir delas. Segundo WILSON (1981), a identificação, a análise e a busca de soluções para os problemas de interação que estão presentes num certo sistema espacial de interesse, envolvem um método analítico apropriado.

Os modelos não devem ser desenvolvidos levando em consideração apenas os aspectos teóricos pertinentes, mas devem levar em conta também a possibilidade e a facilidade de obtenção dos dados necessários às suas calibrações. HOROWITZ (1985), HARVEY (1985) e PAS (1985) salientam ainda que a disponibilidade de dados deve sempre ser levada em conta para definir e analisar um problema emergente de situações concretas e para desenvolver ou identificar um método que seja aplicável na sua solução. A importância da questão da disponibilidade de dados transparece no fato de que um modelo mais simples, mas apoiado sobre dados que podem ser obtidos com facilidade e de forma precisa, pode trazer resultados melhores do que um modelo mais complexo que se apóie em dados de difícil obtenção ou que só podem ser obtidos de forma aproximada, em prejuízo da eficiência do modelo.

A busca e o aperfeiçoamento de métodos aplicáveis na solução de problemas práticos, foi, é e será sempre um desafio para os pesquisadores. Esta busca continuará sempre, não importando se ela é feita dentro dos paradigmas vigentes (pesquisa normal,

segundo KUHN (1970),) ou com a introdução de novos paradigmas (pesquisa revolucionária, segundo KUHN (1970)).

CHORLEY (1968), apud ULYSSÉA NETO (1988), classifica os modelos em três categorias, os modelos matemáticos, os experimentais, e os naturais. Neste trabalho a atenção estará voltada unicamente aos modelos matemáticos, que parecem ser os mais adequados para modelar os fluxos de tráfego em seus aspectos quantitativos.

Três aspectos importantes a serem levados em conta em qualquer modelo de demanda de viagens são: o custo da coleta de dados, a complexidade do modelo e a precisão do modelo, isto é, quão bem os valores preditos pelo modelo se aproximam dos valores reais observados.

STOPHER e MEYBURG (1975), apud ULYSSÉA NETO (1988), apresentam ainda outros requisitos que os modelos em geral devem atender:

- (a) simplicidade – tanto a estrutura quanto a especificação dos modelos deve ser tão simples quanto possível;
- (b) utilidade – os modelos devem ser operacionais no sentido de que sejam capazes de desempenhar sua tarefa principal;
- (c) validade – os modelos devem ter consistência interna e ser aplicáveis a outros sistemas;
- (d) adequação – os modelos devem aceitar os dados disponíveis como dados de entrada e gerar informações claras como resposta (resultado);



- (e) exatidão – os modelos devem fornecer resultados dentro de uma margem de erro pré-estabelecida;
- (f) economia – os modelos devem ser possíveis de ser implantados e usados dentro das possibilidades estabelecidas pelos limites dos recursos financeiros e humanos;
- (g) sensibilidade – os modelos devem ter sensibilidade em relação à política de planejamento de modo a serem capazes de auxiliar na avaliação de políticas alternativas;
- (h) realismo – os modelos devem ser capazes de reproduzir de perto a evolução do segmento do mundo real que eles simulam;
- (i) decisório – os modelos devem fornecer as respostas necessárias para tomada de decisões.

Ao desenvolver um modelo deve-se então procurar fazer com que ele atenda ao maior número possível destes requisitos. De acordo com o contexto no qual o modelo deverá ser usado, se dará prioridade aos aspectos pertinentes ao mesmo, no sentido de contemplar da melhor forma as propriedades de interesse.

Todo modelo se apóia em um conjunto de variáveis explicativas. Quanto maior o número dessas variáveis, mais complexo será o modelo, sem no entanto fornecer necessariamente resultados mais precisos. Isto porque os dados coletados para cada variável explicativa estão sujeitos a erros, tanto de anotação quanto de obtenção. Um erro que ocorre facilmente na obtenção de dados é o erro provocado por dados incorretos fornecidos pelo entrevistado por ele não desejar revelar a verdadeira

informação ou por outro motivo qualquer. Assim, quanto maior for o número de variáveis explicativas usadas no modelo, maior a possibilidade de erros de medida contidos nos dados. Ao se aplicar o modelo a estes dados, especialmente quando as operações usadas no modelo envolvem produtos e potências, pode ocorrer uma ampliação desses erros com seus reflexos no resultado final fornecido pelo modelo. Os erros associados à aplicação do modelo são chamados erros de especificação. Quanto maior o número de variáveis explicativas, maior a possibilidade de existirem variáveis explicativas correlacionadas, o que também concorre para a geração de erro ao se aplicar o modelo.

A soma dos erros de medida com os erros de especificação é denominada erro total do modelo. Segundo ALONSO (1968), apud ULYSSÉA NETO (1988), quando o modelo é muito complexo, isto é, possui um número elevado de variáveis explicativas, o erro total do modelo torna-se grande. Ele mostra que existe um ponto ótimo, quanto à complexidade do modelo, para o qual o erro total de estimativa é minimizado.

Conclui-se então que o grau de precisão de um modelo não é uma função direta de sua complexidade. Ao contrário, conforme já salientado anteriormente, os resultados fornecidos por modelos mais simples podem ser mais precisos do que os fornecidos por modelos mais complexos.

Para analisar os movimentos de pessoas numa área de estudo, esta é dividida em partes que a compõem, chamadas zonas de tráfego. Cada zona é então uma parte da área de estudo e é representada por um ponto, chamado centróide. Para efeitos de operacionalização, considera-se que os centróides são os pontos de origem e de destino das viagens de todos os viajantes.

O número de viagens que tem origem numa zona  $i$  é representado por  $O_i$ , o número de viagens que se destinam a uma zona  $j$  é representado por  $D_j$  e o número de viagens com origem numa zona  $i$  e destino numa zona  $j$  é representado por  $T_{ij}$ .

O número de viagens entre todos os pares de zonas que compõem uma área de estudo, num determinado intervalo de tempo, é representado numa matriz, chamada matriz origem-destino (O-D). Esta matriz O-D é representada por  $[T_{ij}]$ , e tem como elemento genérico posicionado na interseção da linha  $i$  com a coluna  $j$ , o número  $T_{ij}$  das viagens com origem na zona  $i$  e destino na zona  $j$ . Assim

$$[T_{ij}] = \begin{bmatrix} T_{11} & T_{12} & \dots & T_{1n} \\ T_{21} & T_{22} & \dots & T_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ T_{n1} & T_{n2} & \dots & T_{nn} \end{bmatrix}$$

é a matriz de todas as viagens ocorridas num certo intervalo de tempo entre as  $n$  zonas de tráfego da área de estudo. Observa-se aqui que ao se admitir que as viagens têm origem e destino nos centróides das zonas de tráfego, não são consideradas as viagens que iniciam e terminam em pontos da mesma zona de tráfego. Assim, os elementos  $T_{ii}$  para todo  $i \in \{1, 2, 3, \dots, n\}$ , não serão computados, ou seja, a diagonal principal da matriz  $[T_{ij}]$  é indeterminada.

Se  $i, j \in \{1, 2, \dots, n\}$ , as notações

$$\sum_i T_{ij}$$

e

$$\sum_j T_{ij}$$

representam as somas feitas utilizando-se todos os valores possíveis para  $i$ , e  $j$ , respectivamente, isto é,

$$\sum_i T_{ij} = \sum_{i=1}^n T_{ij}$$

e

$$\sum_j T_{ij} = \sum_{j=1}^n T_{ij} .$$

Analogamente, as notações

$$\sum_{i,j} T_{ij}$$

e

$$\prod_{i,j} T_{ij}$$

representam respectivamente a soma e o produto obtidos fazendo  $i$  e  $j$  assumirem todos os valores possíveis.

## 1.2 – Grafos e Redes Viárias

Um grafo é um conjunto não vazio de pontos, chamados nós, juntamente com pares não ordenados de nós distintos, chamados arestas. As arestas ligam os nós. A representação gráfica de uma aresta é uma linha ligando os pontos do par de nós que a define.

Assim, a identificação de uma rede viária, seja urbana ou não, com um grafo é imediata. Identificam-se os pontos de cruzamento com os nós e cada segmento da rede

viária que liga dois pontos de cruzamento, de uma forma direta, isto é, sem passar por outro cruzamento, é identificado com uma aresta do grafo.

Num grafo, uma aresta é dita orientada quando possui um sentido determinado de percurso. No grafo que representa uma rede viária com ruas de mão única, estas corresponderão a arestas orientadas.

Num grafo pode-se associar um peso a cada aresta, e quando um grafo representa uma rede viária este peso pode ser considerado de maneira natural como sendo, por exemplo, a distância, o tempo de viagem ou o custo de transporte no respectivo percurso. A figura 1.1 apresenta um grafo no qual se associou um peso a cada aresta.

Num grafo, um caminho entre dois nós é uma seqüência conexa de arestas que os interliga. Também este conceito se transfere de maneira natural para uma rede viária.

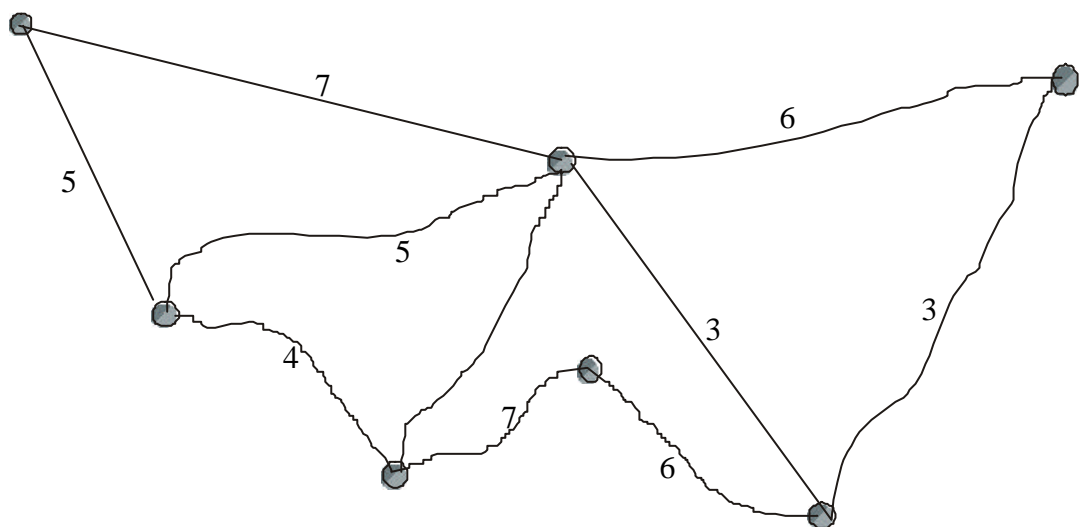


Figura 1.1 Ilustração de grafo com pesos atribuídos às arestas.

Tem-se então uma estreita ligação entre os grafos e as redes viárias. Portanto, quando se desejar representar uma rede viária pode-se usar um grafo construído de acordo com a correspondência aqui descrita.

### **1.3 – A Gestão Territorial e o Cadastro Técnico Multifinalitário**

BARWINSKI (1991), ressalta a importância do armazenamento e atualização de todas as informações que caracterizam a superfície da terra. Destaca também que as tecnologias modernas devem ser usadas tanto quanto necessário para criar uma nova visão e um novo sistema de mapeamento, para garantir as melhores possibilidades para os planejamentos futuros.

A gestão territorial, especialmente no que diz respeito ao sistema viário, tem forte ligação com o sistema de produção e de uso do solo, que, em um bom sistema cadastral estão registrados e detalhadamente descritos. Já na colonização de muitas regiões no Brasil, uma das opções utilizadas foi adentrar na mata seguindo o curso dos rios que, quando navegáveis, viabilizavam um meio de transporte tanto das pessoas como de mercadorias. A inexistência de estradas fez então com que, nestes casos, a ocupação do solo e a instalação de unidades produtivas ocorressem a partir das margens desses rios, determinando a primeira estrutura fundiária destas regiões.

Segundo PAQUETE apud SCHMITZ (1993), já nos anos 50 se constatou a relação entre viagens e intensidade do uso do solo, e esta tem sido considerada o principal fator determinante da geração de viagens. SCHMITZ observa também que a facilidade de transporte tem interferência clara e imediata sobre o uso do solo por

viabilizar o escoamento do produto; e que o estabelecimento do acesso viário à propriedade, estimula até o estudo das possibilidades de uso de solos não utilizados. Isto tem, por sua vez, reflexos naturais sobre a estrutura fundiária. O mesmo autor apresenta ainda um diagrama, reproduzido a seguir, que mostra a forte interdependência entre a mudança do uso do solo e a facilidade de transportes, ou seja, a existência de um sistema viário com uma cobertura adequada às dimensões do território e com boas condições de trafegabilidade.

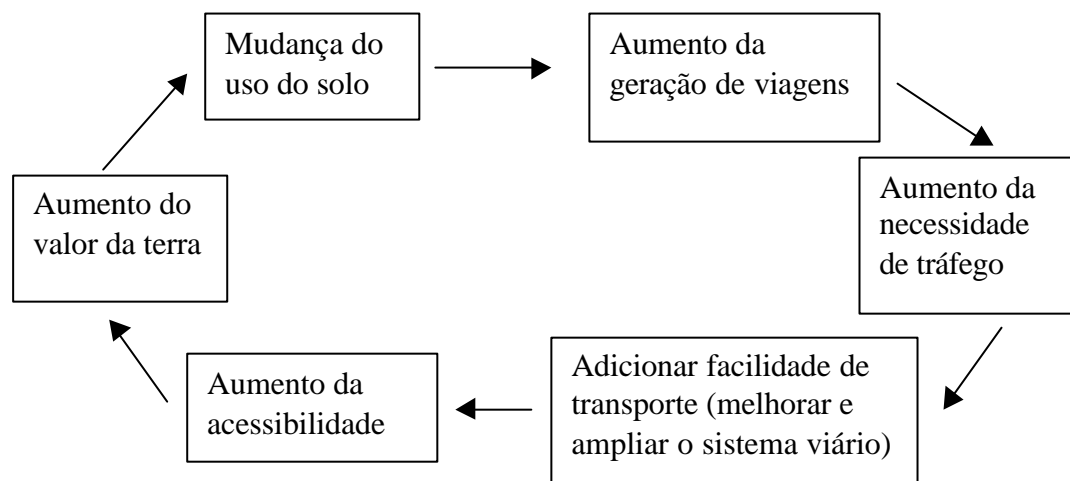


Figura 1.2 – Interdependência entre o uso do solo e a facilidade de transportes.

Fonte: SCHMITZ (1993).

Segundo GOYA (1998), o uso do solo e o desenvolvimento estão associados à capacidade da infraestrutura viária. Pode-se então dizer que a existência de um bom sistema viário estimula a alteração do uso do solo, e como esta alteração visa o aumento da produtividade, esta mudança no uso do solo pressiona a ampliação e melhoria do sistema viário.

Segundo MAYORAL (1991), o cadastro é um produto de interesse extraordinário em muitas aplicações. Entre elas o autor destaca o fato de ele servir como

suporte cartográfico, detalhado e preciso, para aplicações em urbanismo, redes de serviços, ordenação territorial, etc.. Isto mostra a inestimável utilidade do cadastro na gestão territorial, pois é num bom sistema cadastral que se encontram as mais variadas informações que subsidiam, de forma segura, os planejamentos nesta área. Em particular, o estudo de previsão de demanda por viagens numa área que possui um cadastro completo e atualizado poderá ter seu custo significativamente reduzido visto que dispensará a coleta em campo de um grande número de informações que já estão disponíveis no cadastro. Entre estas informações pode-se citar, por exemplo, os dados relativos ao próprio sistema viário, a população de cada zona de tráfego, a localização e as características dos estabelecimentos de ensino, os estabelecimentos comerciais com suas características e as áreas de lazer.

#### **1.4 – Modelagem da Demanda por Transporte de Passageiros**

A modelagem da demanda por transporte, segundo ROBERTS (1975) apud ULYSSÉA NETO (1988), pode ser classificada em:

- estimativas baseadas numa rede viária, e
- estimativas não baseadas numa rede viária (modelos estruturais).

A primeira leva em conta a posição espacial das diversas zonas de tráfego da área em estudo e suas interações, enquanto a segunda não se preocupa com tal localização espacial, porém apóia suas análises na estrutura do sistema e nas relações entre os seus componentes (variáveis que os representam).



Segundo SANTOS e GILBERT (1985), apud ULYSSÉA NETO (1988), os modelos baseados na rede viária são os que podem ser usados para obter resultados quantitativos, enquanto os modelos estruturais são apropriados para a avaliação qualitativa da estrutura do sistema, seus componentes e inter-relações.

MANHEIM (1973), apud ULYSSÉA NETO (1988), classifica os modelos baseados na rede viária em dois grandes grupos:

- modelagem direta da demanda e
- modelagem seqüencial da demanda.

Ambas têm o objetivo de encontrar um equilíbrio entre a oferta e a demanda por viagens numa certa rede viária. A diferença entre as duas é que a primeira usa um modelo de demanda explícita e a segunda usa um modelo cuja estrutura representa uma série de decisões sucessivas condicionadas tomadas pelos viajantes (supõe-se que o viajante decompõe suas decisões relativas à viagem em vários estágios). Na modelagem seqüencial as decisões a serem tomadas pelos viajantes são:

- (1) a decisão de realizar (ou não) uma viagem;
- (2) a escolha do destino;
- (3) a escolha da modalidade de transporte;
- (4) a escolha do caminho da rede viária que usará.

Dentre os modelos seqüenciais, o mais amplamente usado é o Urban Transportation Planning System (UTPS), que é um modelo agregado (isto é, faz estimativa da demanda de viagens de forma coletiva), com uma estrutura seqüencial recursiva. O UTPS é dividido em quatro submodelos:

- (1) geração de viagens

- (2) distribuição de viagens
- (3) escolha modal
- (4) alocação das viagens.

#### (1) Modelos de geração de viagens

O modelos de geração de viagens estimam o número total de viagens que têm origem ou destino numa certa zona de tráfego  $i$ . O modelo é baseado na idéia de que as viagens ocorrem não por si só, mas motivadas por algum objetivo que pode ser ir ao trabalho, fazer compras, ir à escola, busca de lazer, ... A estimativa obtida por este modelo leva em consideração, como variáveis explicativas, somente as relacionadas com as atividades desenvolvidas na zona  $i$ . Obtém-se, por exemplo, o número total de viagens originadas em  $i$ , representado por  $O_i$ , como uma função  $f$  que tem como variáveis as características demográficas, de uso do solo e sócio-econômicas em  $i$ ; e a situação sócio-econômica dos viajantes.

A função  $f$  representa a relação entre as características da zona e as viagens realizadas. Esta função é calibrada para um certo ano, designado ano-base, e se considera que a relação entre o número de viagens geradas e as variáveis explicativas permanece constante ao longo do tempo. A previsão de demanda por transporte no ano desejado é então feita com base na estimativa das características futuras da zona.

#### (2) Modelos de distribuição de viagens

Os modelos de distribuição de viagens fazem a distribuição da totalidade das viagens originadas em e destinadas a cada zona de tráfego, entre os vários pares de

zonas da área de estudo. Isto é, determinam os elementos  $T_{ij}$  da matriz O-D (origem-destino). Esta distribuição é feita através da confrontação entre a atratividade exercida pelos diversos destinos possíveis e fatores como a distância, o tempo ou o custo generalizado de transporte a partir da zona de origem  $i$  até cada zona de destino  $j$ , os chamados fatores de impedância. A formulação genérica dos modelos de distribuição de viagens é

$$T_{ij} = f(\text{variáveis sócio-econômicas em } i \text{ e } j; \text{ separação entre } i \text{ e } j) \quad (1.1)$$

onde

$$T_{ij} = \text{número total de viagens com origem na zona } i \text{ e destino na zona } j.$$

As variáveis sócio-econômicas das zonas  $i$  e  $j$  são os fatores que determinam a propensão à interação entre as zonas  $i$  e  $j$ . Estes fatores de propensão à interação entre as zonas  $i$  e  $j$  podem ser representados pelo número total ( $O_i$ ) de viagens originadas na zona  $i$  e o número total ( $D_j$ ) de viagens atraídas pela zona  $j$ , respectivamente. Neste caso o modelo de distribuição de viagens toma a forma

$$T_{ij} = f(O_i; D_j; \text{ separação entre } i \text{ e } j).$$

Dentre os modelos de distribuição de viagens os mais proeminentes são:

- a) modelos que utilizam fatores de crescimento
- b) modelos do tipo gravitacional
- c) modelos de oportunidades intervenientes
- d) modelos gravitacionais de oportunidades intervenientes.

Os modelos gravitacionais de oportunidades são conhecidos como modelos híbridos. Dentre os modelos de distribuição de viagens, os que consideram as variáveis sócio-econômicas da expressão (1.1) são os três últimos tipos.

Segundo ULYSSÉA NETO (1988), um estudo comparativo do desempenho de modelos dos três primeiros tipos em áreas urbanas é encontrado em HEANUE e PYERS (1966). O modelo de fator de crescimento utilizado foi o modelo Fratar, cujo desempenho se revelou inferior ao dos outros dois. Quanto aos modelos, gravitacional e de oportunidades intervenientes, neste estudo, o gravitacional apresentou um desempenho ligeiramente superior. Porém, segundo FINNEY (1972), quanto ao aspecto de se obter resultados mais ou menos precisos, nenhum veredicto claro foi estabelecido em relação à escolha entre os modelos do tipo gravitacional e os de oportunidades intervenientes.

Segundo GONÇALVES e BEZ (2002), o modelo de oportunidades intervenientes aplicado na cidade de Londrina apresentou um desempenho significativamente melhor do que o modelo gravitacional e levemente melhor que o modelo híbrido do tipo gravitacional de oportunidades. Isto motiva novos esforços no desenvolvimento dos modelos de oportunidades intervenientes, objeto central deste trabalho.

### (3) Modelos de escolha modal

Estes modelos buscam revelar a decisão dos viajantes quanto à modalidade de transporte usada para ir da zona  $i$  até a zona  $j$ .

As vantagens e desvantagens do uso de cada modalidade de transporte são geralmente avaliadas em termos das diferenças entre o tempo e/ou o custo de viagem entre as modalidades de transporte disponíveis. Supõe-se que a escolha da modalidade

de transporte, por exemplo, entre o transporte particular por automóvel e o transporte público por ônibus, é uma função da situação sócio-econômica do viajante.

O modelo de divisão por modalidade, neste caso, toma a forma

$$\frac{T_{ij1}}{T_{ij2}} = f$$

onde

$T_{ij1}$  = número de viagens da zona  $i$  para a zona  $j$  por automóvel,

$T_{ij2}$  = número de viagens da zona  $i$  para a zona  $j$  realizadas por  
ônibus

e

$f$  é uma função da situação sócio-econômica do viajante e da  
diferença entre o custo de viagem de carro e por ônibus.

#### (4) Modelos de alocação de viagens

Os modelos de alocação de viagens são usados para determinar o número de viagens entre todos os pares de zonas  $i$  e  $j$ , feitas pela modalidade de transporte  $k$  e através de um certo caminho  $p$ . Usualmente estes modelos determinam os caminhos mínimos entre todos os pares de zonas e alocam as  $T_{ijk}$  viagens a estes caminhos mínimos. Para cada caminho  $p$ , determina-se então o número  $T_{ijkp}$  de viagens que "carregam" as arestas que compõem este caminho. Os volumes de tráfego, naturalmente, serão determinados em função da modalidade de transporte  $k$  escolhida na etapa anterior de modelagem.

## **1.5 – Dados sobre a Demanda por Viagens na Rede Viária e a Calibração de um Modelo de Previsão de Demanda**

Todo modelo de demanda de tráfego ou de transporte de passageiros fornece uma relação entre o fluxo (que é a função) e as variáveis explicativas (que são as variáveis da função).

A calibração de um modelo consiste na determinação, para uma determinada rede viária, dos valores das constantes que nele figuram. Ela depende de valores observados do fluxo que é explicado, no modelo, por variáveis sócio-econômicas. Esta calibração é feita com dados coletados num determinado ano, chamado ano-base, e se admite que a mesma calibração permaneça válida ao longo do tempo (do ano base até o ano para o qual se deseja fazer a previsão). A previsão para um ano futuro é então feita através de uma projeção das variáveis explicativas para o ano desejado.

Em relação à calibração, QUEIROZ e JACQUES (2001) ressaltam que os modelos desenvolvidos para uma determinada época e situação específica de tráfego, precisam ser ajustados de modo a refletir fielmente a realidade local. Considerando que o trabalho no qual se encontra esta observação trata de estimativa relacionada a tráfego feita com auxílio de redes neurais, pode-se dizer então que a coleta de dados para a calibração do modelo é necessária, independentemente dos recursos tecnológicos utilizados.

Segundo ULYSSÉA NETO (1988), podem ser distinguidos quatro tipos principais de informações relativas aos fluxos numa certa rede viária, conforme segue.

(a) Viagens com identificação da origem, do destino e do propósito (motivo)

Esta é a modalidade mais completa de coleta de dados, pois fornece uma descrição não só das viagens como também de seus motivos, podendo assim ser útil também no planejamento de outras áreas da atividade humana e não só no transporte. Dados dessa natureza exigem entrevista (que pode ser domiciliar ou nos veículos), para sua obtenção, o que onera o processo.

Além do custo elevado, esta forma de coleta de dados exige uma participação ativa dos viajantes que nem sempre é conseguida com facilidade, visto que ele terá que investir tempo para esta finalidade.

(b) Viagens com identificação da origem e do destino

A diferença entre esta modalidade de obtenção de dados e a anterior, é que nesta não se levantam os motivos das viagens. Mas, da mesma forma como na anterior, este levantamento exige entrevistas, o que o onera o processo de coleta e importuna os viajantes. Há apenas uma redução na duração das entrevistas, por coletar um menor número informações.

(c) Viagens entre uma origem e um destino sem identificar a origem “primitiva” e o destino “final”

Para o caso do transporte público intermunicipal de passageiros, este levantamento pode ser feito a partir dos bilhetes de passagens o que pode ser obtido junto a cada origem das viagens, nas agências de venda dos bilhetes de passagem, dispensando as entrevistas. Para o caso do transporte urbano este número pode ser

obtido através do conhecimento dos pontos de embarque e desembarque dos passageiros que utilizam o transporte coletivo. Para ambas as formas, porém, não são identificados nem a verdadeira origem (isto é, a zona na qual o viajante realmente iniciou a sua viagem – zona na qual ele reside) nem o destino último do passageiro (isto é, a zona na qual ele efetivamente termina a sua viagem – a zona onde ocorre a atividade buscada pelo viajante). Tampouco tem-se a informação sobre o propósito da viagem, isto é, a atividade que será realizada pelo viajante. Este tipo de coleta de dados se torna atrativo pelo seu baixo custo e porque normalmente é capaz de fornecer uma aproximação, em geral boa, em relação às reais extremidades das viagens.

#### (d) Contagem de tráfego ou passageiros

As informações mínimas sobre o fluxo são as fornecidas pela mera contagem do tráfego ou dos passageiros. QUANDT e BAUMOL (1970), apud ULYSSÉA NETO (1988), salientam que estes dados apenas nos informam a respeito da presença de um veículo ou um passageiro num ponto específico de um segmento da rede viária e este fato só, não esclarece se os nós que estão nas extremidades de tais segmentos são ou não são a origem e o destino da viagem associada àquele veículo ou passageiro. Segundo WILLUMSEN (1981), apud ULYSSÉA NETO (1988), a posição relativa sobre a rede viária na qual tal contagem é feita, é também um fator que afeta a informação obtida através dela.

Apesar de esta ser a modalidade de levantamento de dados que fornece menos informações sobre os fluxos de passageiros e veículos, ela é atrativa pelo seu baixo custo, pois geralmente possibilita o uso de contadores automáticos.



## 1.6 – Alguns Modelos de Distribuição de Viagens

Considerando que no presente trabalho será desenvolvido um novo modelo de distribuição de viagens, é oportuno apresentar-se aqui uma descrição sucinta dos mais proeminentes modelos dessa natureza, a saber:

- a) Modelos que utilizam Fatores de Crescimento
- b) Modelos do tipo Gravitacional
- c) Modelos de Oportunidades Intervenientes
- d) Modelos Gravitacionais de Oportunidades.

### a) Modelos que utilizam Fatores de Crescimento

Entre esses modelos, destaca-se o modelo de Fratar. Este modelo, desenvolvido por Tom J. Fratar, é um modelo de fator de crescimento e se baseia em dois princípios.

- (1) O número de viagens futuras  $T_{ij}$  com origem numa zona  $A_i$  é proporcional ao número atual de viagens,  $t_{ij}$ , com origem em  $A_i$ .
- (2) O número de viagens com destino numa zona  $A_j$  cresce proporcionalmente ao fator de crescimento  $E_j$  desta zona.

O modelo de Fratar é dado por

$$T_{ij} = \frac{T_i \cdot t_{ij} \cdot E_j}{\sum_j t_{ij} E_j}$$

onde

$T_{ij}$  = número de viagens (futuras) calculadas da zona  $i$  para  $j$

$T_i$  = número esperado de viagens geradas na zona  $i$

$t_{ij}$  = número atual de viagens entre as zonas  $i$  e  $j$

$E_j$  = fator de crescimento da zona  $j$ .

Na primeira iteração o fator de crescimento é a razão

$$E_i = \frac{T_i}{\sum_j t_{ij}}$$

e para as demais iterações o fator de crescimento é a razão

$$E_i^1 = \frac{T_i}{\sum_j T_{ij}},$$

onde os números  $T_{ij}$  são os valores calculados na iteração anterior.

#### b) Modelos do tipo Gravitacional

Este tipo de modelo foi obtido fazendo uma analogia com a lei da gravitação universal de Newton:

*"a força de atração entre dois corpos é diretamente proporcional às suas massas e inversamente proporcional ao quadrado da distância que os separa."*

Os modelos gravitacionais se baseiam, portanto, na hipótese de que

*o número de viagens entre duas zonas é diretamente proporcional à atração exercida por cada uma delas e inversamente proporcional ao quadrado da distância entre as mesmas.*

Esta idéia pode ser expressa matematicamente pela fórmula

$$T_{ij} = \frac{k \cdot P_i \cdot P_j}{C_{ij}^2}$$

onde

$T_{ij}$  = número de viagens de  $i$  para  $j$

$k$  = constante de proporcionalidade (obtida por calibração)

$P_i$  = população da zona  $i$

$P_j$  = população da zona  $j$

$C_{ij}$  = custo (generalizado) de viagem entre  $i$  e  $j$ .

De uma maneira mais elaborada, este tipo de modelo pode ser escrito na forma

$$T_{ij} = \frac{k \cdot P_i^{\alpha} \cdot P_j^{\beta}}{C_{ij}^{\gamma}}$$

onde  $k$ ,  $\alpha$ ,  $\beta$  e  $\gamma$  são parâmetros de calibração. Estes parâmetros devem ser obtidos de modo que sejam atendidas as condições

$$\sum_i T_{ij} = D_j$$

e

$$\sum_j T_{ij} = O_i,$$

onde

$D_j$  = número de viagens com destino na zona  $j$

e

$O_i$  = número de viagens com origem na zona  $i$ .

Tomando  $C_{ij}$  como sendo o custo de viagem entre um par de zonas genérico  $(i, j)$ , o método permite também considerar o custo total de viagem na área em estudo,

$$C = \sum_{i,j} T_{ij} \cdot C_{ij},$$

determinando-se então os parâmetros  $\alpha$ ,  $\beta$  e  $\gamma$  de modo que, além das duas condições anteriores, também esta seja satisfeita.

Os modelos do tipo gravitacional podem também ser expressos pela fórmula

$$T_{ij} = A_i \cdot O_i \cdot B_j \cdot D_j \cdot f(C_{ij})$$

onde

$T_{ij}$  = número de viagens de  $i$  para  $j$

$A_i$  = fator de balanceamento das origens

$B_j$  = fator de balanceamento dos destinos

$O_i$  = número de viagens originadas na zona  $i$

$D_j$  = número de viagens destinadas à zona  $j$

$f(C_{ij})$  = função de impedância entre  $i$  e  $j$ .

### c) Modelos de Oportunidades Intervenientes

Para cada zona  $j$  define-se, para estes modelos, os números  $(V_j)$  das oportunidades oferecidas pela zona  $j$ . Estes números expressam o efeito de atração exercido pelas zonas de destino  $j$ . Quanto maior for o número  $V_j$ , maior será a probabilidade de o viajante estender sua viagem até a zona  $j$  e optar pela aceitação de um destino alternativo nesta zona.

Estes modelos se baseiam na seguinte premissa:

*" numa área urbana todas as viagens são tão curtas quanto possível, sendo apenas longas o necessário para atingirem o destino aceitável mais próximo. "*

No capítulo 2 é deduzido o modelo usual de oportunidades intervenientes, atribuído a Morton Schneider (SCHNEIDER, 1959), que é dado por

$$T_{ij} = O_i \cdot k_i \cdot e^{-IW_{ij}} (1 - e^{-IV_j}) \quad (1.2)$$

onde

$T_{ij}$  = número de viagens com origem na zona  $i$  e destino na zona  $j$ ,

$O_i$  = número de viagens com origem na zona  $i$ ,

$I$  = probabilidade de uma oportunidade ser aceita se for considerada,

$W_{ij}$  = número de oportunidades intervenientes entre as zonas  $i$  e  $j$ ,

$V_j$  = número de oportunidades oferecidas pela zona  $j$

e

$k_i$  = constante de calibração associada à origem  $i$ .

Os modelos de oportunidades intervenientes são mais apropriados para fazer estimativas de viagens onde a escolha do destino final esteja sujeita a um julgamento de um conjunto de oportunidades por parte do viajante. Viagens para compras, por exemplo, enquadram-se perfeitamente nesta categoria.

#### d) Modelos Gravitacionais de Oportunidades

A formulação mais atualizada deste tipo de modelo, obtida por GONÇALVES (1992), se caracteriza pela obtenção do número de viagens  $T_{ij}$  de uma zona  $i$  para uma zona  $j$  numa proporção direta com o número de viagens associadas às zonas  $i$  e  $j$ , e de tal forma que os aumentos tanto no custo  $C_{ij}$  de viagem quanto no número  $W_{ij}$  de oportunidades intervenientes entre  $i$  e  $j$ , se refletem numa diminuição no número de viagens  $T_{ij}$  entre as zonas  $i$  e  $j$ . O modelo é dado por

$$T_{ij} = A_i \cdot O_i \cdot B_j \cdot D_j \cdot e^{-(\beta W_{ij} + \lambda C_{ij})}$$

onde

$T_{ij}$  = número de viagens da zona  $i$  para a zona  $j$

$O_i$  = número de viagens com origem na zona  $i$

$D_j$  = número de viagens com destino na zona  $j$

$W_{ij}$  = número de oportunidades que se interpõem entre as zonas  $i$  e  $j$

$C_{ij}$  = custo de viagem entre as zonas  $i$  e  $j$

$\beta$  e  $\lambda$  são parâmetros a serem determinados

$A_i$  e  $B_j$  são fatores de balanceamento dados por

$$A_i = \left[ \sum_j B_j D_j e^{-(\beta W_{ij} + \lambda C_{ij})} \right]^{-1}$$

$$B_j = \left[ \sum_i A_i O_i e^{-(\beta W_{ij} + \lambda C_{ij})} \right]^{-1}.$$

Os valores dos fatores de balanceamento  $A_i$  e  $B_j$ , bem como os dos parâmetros  $\beta$  e  $\lambda$  são determinados através de um processo iterativo cuja concepção e implementação asseguram que sejam satisfeitas as condições de consistência

$$\sum_j T_{ij} = O_i \quad \text{e} \quad \sum_i T_{ij} = D_j$$

e buscam minimizar simultaneamente as diferenças

$$T \cdot \bar{C} - \sum_{i,j} T_{ij} \cdot C_{ij} \quad \text{e} \quad T \cdot \bar{W} - \sum_{i,j} T_{ij} \cdot W_{ij},$$

onde  $\bar{C}$  é o custo médio observado das viagens,  $\bar{W}$  é o número médio de oportunidades intervenientes observadas por viagem e  $T$  é o número total de viagens observadas.

## **1.7 – Justificativa, Relevância e Atualidade do Tema**

Os congestionamentos, os acidentes de trânsito, as linhas telefônicas ocupadas, a baixa velocidade de transmissão de dados através das redes de computadores, bem como a dificuldade ou impossibilidade de conexão às mesmas (em determinados horários) através do acesso discado, são em grande parte devidos à má distribuição ou à falta de um planejamento adequado dessas vias de comunicação. Neste contexto, a previsão de viagens, de ligações telefônicas, de conexões à rede de computadores, etc., torna-se importante na medida em que orienta a alocação de investimentos na manutenção e expansão da infra-estrutura urbana. Em especial, a relevância prática da modelagem matemática da demanda por transporte é incontestável e de longa data reconhecida, tanto por pesquisadores como pelas pessoas envolvidas na administração pública, e preocupadas em oferecer melhores condições de vida à população.

Muito embora a maior parte dos modelos matemáticos de previsão de demanda por transporte tenha sido desenvolvida há mais de vinte anos, a busca de tais modelos é um assunto sempre atual. Para verificar este fato observe-se inicialmente que a previsão do volume de tráfego em cada uma das vias de ligação entre os diversos pares de zonas de uma área de estudo é obtida fazendo-se a distribuição da totalidade das viagens previstas, entre as várias modalidades de transporte, como o transporte particular por automóvel, por motocicleta ou bicicleta, e o transporte coletivo por ônibus, por trem ou por metrô. Observando agora que a rede viária deve ser dimensionada e construída de modo a comportar o volume de tráfego que lhe será alocado, e este volume é uma

função da demanda por viagens, pode-se assegurar permanentemente a atualidade do tema do presente trabalho.

Em especial, quanto aos modelos de oportunidades intervenientes, ULYSSÉA NETO e KÜHLKAMP (2002b) observam que estes oferecem uma alternativa que leva em conta, de forma mais consistente, os efeitos de impedância à realização de viagens decorrentes das modificações nos padrões de intensidade e localização das atividades humanas. Os autores concluem então que a retomada de pesquisas visando desenvolver novos modelos de oportunidades intervenientes torna-se importante em vista dos problemas de desequilíbrio entre a demanda a capacidade da rede viária em termos de circulação veicular, que se traduz em congestionamentos de tráfego, com todas as suas conseqüências em nossas cidades. Este desequilíbrio, no Brasil, decorre de fatores como a falta de um planejamento a longo prazo e a metropolização crescente do país que leva cidades despreparadas a receber um volume de tráfego superior à capacidade de seu sistema viário. Quanto a este último problema, além do desenvolvimento dos modelos de oportunidades intervenientes já citado, devem também ser analisadas novas alternativas de interiorização da população, visando reverter este fluxo migratório.

Segundo GONÇALVES e BEZ (2002), são raros na literatura os relatos de aplicação dos modelos de oportunidades intervenientes, fato este que os mesmos atribuem basicamente a dois fatores. O primeiro diz respeito à calibração, que consiste na determinação dos valores das constantes presentes no modelo. O segundo diz respeito à própria definição de oportunidades intervenientes.

Relativamente a este último fator, ALMEIDA e GONÇALVES (2001) apresentam uma forma alternativa de definir oportunidades intervenientes, baseada



numa função de utilidade que é ajustada por uma técnica de preferência declarada. Mas esta questão continua ainda em aberto.

Quanto ao primeiro fator, GONÇALVES e BEZ (2002) comentam que o princípio da máxima verossimilhança, no qual se baseia a calibração do modelo gravitacional, não conduz a resultados práticos operacionais para o modelo de oportunidades intervenientes devido à complexidade matemática do sistema resultante. Essa dificuldade está sendo superada no presente trabalho. No capítulo 3 obtém-se uma nova forma de calibração para o modelo de oportunidades intervenientes, através do método da máxima verossimilhança, que é implementado computacionalmente no capítulo 5 e utilizado em aplicação prática no capítulo 6. Um artigo científico relativo a esta calibração, foi aceito para publicação na revista da ANPET (Associação Nacional de Pesquisa e Ensino em Transportes), e seu resumo é encontrado em KÜHLKAMP e ULYSSÉA NETO (2002).

O grande avanço observado na informática nos últimos anos parece estar trazendo novo alento aos pesquisadores desta área. De um lado, a maior capacidade dos computadores tem facilitado as simulações e, por outro lado, aplicações de técnicas altamente especializadas têm possibilitado o desenvolvimento de trabalhos como, por exemplo, o de QUEIROZ e JACQUES (2001). Como um possível sinal do reaquecimento da área pode-se citar, por exemplo, o fato de os anais do XV congresso da ANPET, realizado em 2001, terem contado com 10 trabalhos na área de Engenharia de Tráfego e com 22 trabalhos em Análise e Planejamento de Sistemas de Transportes (áreas que dependem fortemente de modelos com os quais se possa fazer previsões de demanda). E, no XVI congresso da mesma entidade, realizado em 2002, a área de Engenharia e Segurança de Tráfego contou com 12 trabalhos e a área de Planejamento e

Análise de Sistemas de Transportes com 25 trabalhos. Pode-se ainda salientar que dentre estes 32 trabalhos publicados nestes anais em 2001, 7 são relativos à modelagem e dos 37 trabalhos presentes nos anais do congresso de 2002, são 17 os que tratam especificamente de modelagem.

## 1.8 – Ineditismo e Contribuição Científica

Tanto para a calibração dos modelos de oportunidades intervenientes, quanto para a dos modelos gravitacionais de oportunidades, é necessário que se determine a probabilidade  $I$  de uma oportunidade ser aceita, se for considerada. Quanto a esta probabilidade, o que seria natural esperar é que ela fosse igual ao inverso do número médio de oportunidades (por viagem) consideradas pelo viajante, quando se considera a totalidade das viagens em apreciação. Porém, as formas de determinar  $I$  encontradas na literatura pertinente não levam a este valor. No capítulo 3 mostra-se através do método da máxima verossimilhança, que a probabilidade  $I$  satisfaz a propriedade supra aludida. Isto constitui uma das contribuições científicas da presente tese.

Outra contribuição deste trabalho se refere à questão da posição espacial relativa das oportunidades intervenientes. Quanto a este aspecto, o modelo usual de oportunidades intervenientes, é insensível. Como a expressão (1.2) permite ver de forma imediata, todas as oportunidades intervenientes são tratadas da mesma maneira no modelo de Schneider e apresentam a mesma interferência no número de viagens por ele predito, independentemente das posições espaciais relativas por elas ocupadas.

A contribuição científica inédita central deste trabalho, que é apresentada no capítulo 4, consiste na obtenção de um modelo de oportunidades intervenientes que considera e pondera de forma diferenciada as oportunidades intervenientes, dependendo de sua posição espacial relativa.

## 1.9 – Objetivos do Trabalho

Frente ao exposto nas seções anteriores e considerando a especial adequação dos modelos de oportunidades intervenientes para estimar viagens cujo propósito é a busca (e o consumo) de um determinado bem ou serviço, este trabalho será direcionado para a descrição, análise e aperfeiçoamento deste tipo de modelo. Assim, os objetivos desta tese são os que seguem.

a) Objetivo geral

Descrever, analisar e aperfeiçoar os modelos de oportunidades intervenientes de distribuição de viagens.

b) Objetivos específicos

b1) Obter uma nova calibração para o modelo de Schneider a partir de um novo método de estimar a probabilidade  $I$ .

b2) Conceber e deduzir um modelo de distribuição de viagens que leve em consideração e pondere as oportunidades intervenientes de forma diferenciada, dependendo das suas posições espaciais relativas com respeito à origem e ao destino das viagens, utilizando métodos estatísticos apropriados.

- b3) Implementar computacionalmente o novo modelo, bem como o modelo de Schneider com o novo método de calibração.
  
- b4) Fazer uma aplicação prática do novo modelo e confrontar o seu desempenho com o desempenho do modelo usual de oportunidades intervenientes, quando aplicados a um conjunto de dados.

## **CAPÍTULO 2**

### **OPORTUNIDADES INTERVENIENTES**

#### **2.1 – Introdução**

“Quando a acessibilidade relativa é considerada, tomando em consideração a posição espacial relativa entre várias oportunidades distribuídas em várias zonas que competem entre si, surge um novo efeito sobre os padrões de fluxo. Este é o efeito das oportunidades intervenientes que foi destacado por Stouffer em 1940” (ULYSSÉA NETO (1988)). Esta parece ter sido a primeira referência às oportunidades intervenientes registrada por parte de pesquisadores em relação à gestão territorial e transportes. Mais tarde o chamado “efeito das oportunidades intervenientes” no fenômeno das interações espaciais obteve sua legitimação através de uma fundamentação teórica formal baseada na estatística e na probabilidade (SCHNEIDER (1959); HARRIS (1964); WILSON (1967)) e também sob o ponto de vista da teoria da informação (WILSON, 1970).

Os modelos matemáticos que traduzem este efeito das oportunidades intervenientes se baseiam na premissa de que as viagens são tão curtas quanto possível, sendo apenas longas o necessário para atingirem o destino aceitável mais próximo. Para

Stouffer, o número de pessoas se deslocando a uma certa distância é diretamente proporcional às oportunidades de satisfação a essa distância e inversamente proporcional ao número de oportunidades intervenientes. Esta hipótese pode ser expressa por

$$T_{ij} = k \cdot \frac{V_j}{W_{ij}}$$

onde

$T_{ij}$  = número de pessoas se deslocando da zona  $i$  para a zona  $j$ ,

$V_j$  = número total de oportunidades oferecidas pela zona de destino  $j$ ,

$W_{ij}$  = número de oportunidades intervenientes entre as zonas  $i$  e  $j$ ,

e

$k$  = constante de proporcionalidade.

É necessário que para cada par de zonas de tráfego,  $i$  e  $j$ , se defina o conjunto das oportunidades intervenientes entre as mesmas. Existem várias maneiras diferentes de definir tal conjunto, porém o modelo que é desenvolvido neste trabalho pode ser aplicado independentemente da escolha particular desse conjunto, feita por parte do pesquisador, ou da pessoa, ou ainda, entidade interessada na sua utilização.

Uma das maneiras mais simples de se definir tal conjunto é uma das formas apresentadas por Stouffer, que consiste em considerar como intervenientes entre as zonas  $i$  e  $j$ , (considerando  $i$  como a origem das viagens) todas as oportunidades situadas em zonas  $k$  para as quais a distância de  $i$  até  $k$  é menor do que a distância de  $i$  até  $j$ . Uma representação geométrica da região onde estas oportunidades estão situadas pode ser obtida traçando um círculo com centro na zona  $i$ , isto é, no centróide da zona  $i$ , e raio igual à distância entre esta zona e a zona de destino  $j$ , como mostra a

Figura 2.1. As oportunidades oferecidas pelas zonas contidas neste círculo serão as oportunidades intervenientes entre a zona de origem  $i$  e a zona de destino  $j$ .

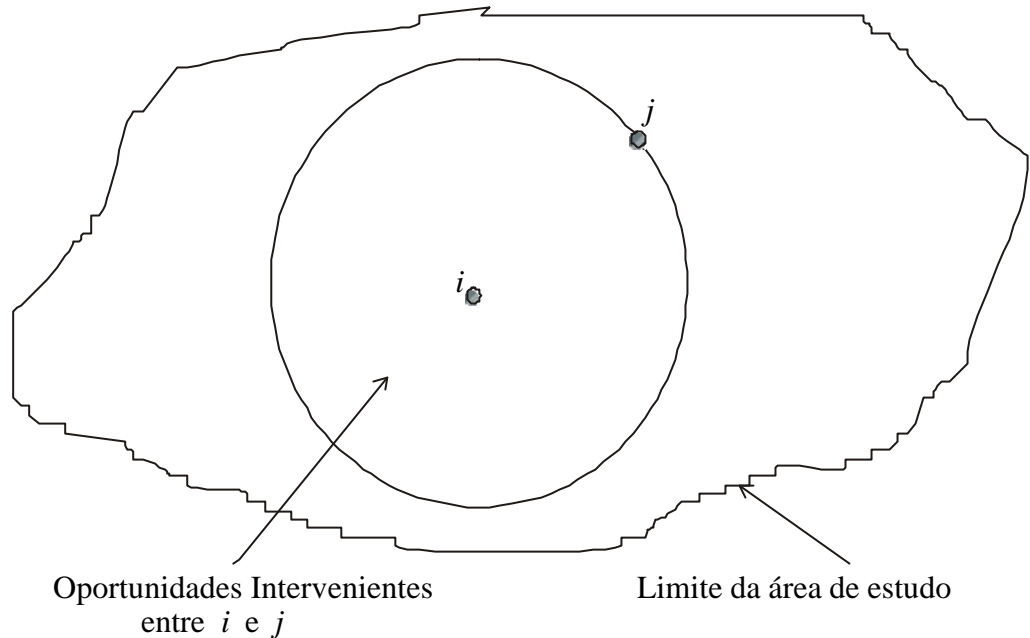


Figura 2.1 – Delimitação do conjunto das oportunidades intervenientes.

Fonte: HUTCHINSON (1979) – Adaptação

Variações desta forma de definir as oportunidades intervenientes podem ser obtidas substituindo a distância da zona  $i$  até a zona que oferece a oportunidade em consideração, pelo custo ou o tempo de viagem entre estas zonas. A representação geométrica neste caso se obtém substituindo na Figura 2.1 o círculo de centro  $i$ , pela curva formada pelos pontos da área de estudo atingidos a partir de  $i$  com custo ou tempo de viagem igual, respectivamente, ao custo ou o tempo de viagem de  $i$  para  $j$ .

Em 1960 Stouffer apresentou outra forma de definir o conjunto de oportunidades intervenientes entre duas zonas  $i$  e  $j$ . Esta maneira consiste em considerar como

intervenientes entre as zonas  $i$  e  $j$  as oportunidades oferecidas pelas zonas contidas no círculo que tem por diâmetro o segmento de reta que une os centróides das zonas  $i$  e  $j$  (STOUFFER, 1960). A Figura 2.2 ilustra esta forma de delimitar o conjunto das oportunidades intervenientes. O círculo pode também ser substituído por uma elipse que tenha o mesmo segmento de reta como eixo maior.

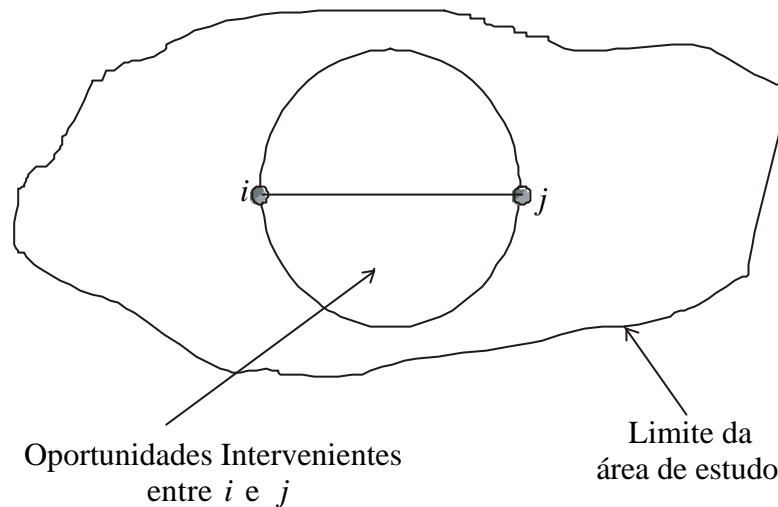


Figura 2.2 – Forma alternativa de delimitar o conjunto das oportunidades intervenientes.

## 2.2 – O Modelo Usual de Oportunidades Intervenientes – Modelo de Schneider

Schneider propôs uma modificação do modelo de Stouffer, baseado na teoria das probabilidades. Antes de apresentar a dedução do modelo obtido por Schneider é conveniente observar que todas as oportunidades oferecidas por uma zona são consideradas como se estivessem situadas no seu centróide, bem como, toda viagem que



se inicia em algum ponto de uma zona  $i$ , é considerada como tendo início no centróide de  $i$ .

As hipóteses básicas a partir das quais o modelo de oportunidades intervenientes obtido por Schneider foi deduzido são:

- (1) o viajante considera cada oportunidade à medida em que ela é alcançada e
- (2) existe uma probabilidade definida (constante) de que sua necessidade seja satisfeita através desta oportunidade, isto é, de que a oportunidade seja aceita.

A dedução do modelo de Schneider que se segue é baseada, entre outras, nas referências BRUTON, (1979); HUTCHINSON, (1979); RUITER, (1967); WILSON, (1970); WILSON, (1967).

Para deduzir o modelo em pauta, considera-se duas zonas de tráfego  $i$  e  $j$  fixadas, sendo  $i$  a origem das viagens, e introduz-se as notações:

$I$  = probabilidade de uma oportunidade ser aceita se for considerada (que se admite constante),

$p[j/i]$  = probabilidade de uma viagem que teve origem em  $i$  terminar em  $j$ ,

$p[k]$  = probabilidade de uma viagem ter seu final na zona  $k$ ,

$p_k^u$  = probabilidade de a zona  $k$  ser ultrapassada,

$V_k$  = oportunidades oferecidas pela zona  $k$

e

$W_{ij}$  = oportunidades intervenientes entre  $i$  e  $j$ .

Ordenam-se então as zonas em que se localizam as oportunidades intervenientes entre  $i$  e  $j$ , segundo a ordem decrescente de acessibilidade a partir de  $i$ . Sejam  $1, 2, 3, \dots, m$ , estas zonas já ordenadas segundo este critério. Assim, toda viagem iniciada em  $i$ , atingirá com certeza a zona 1, tendo ali seu final se uma oportunidade encontrada nesta zona for aceita pelo viajante. Caso contrário, a viagem prosseguirá até a zona 2. Nestas condições, a probabilidade de uma viagem ter seu final na zona 1 é

$$p[1] = \mathbf{I} \cdot V_1 .$$

Assim, a probabilidade de a viagem atingir a zona 2, ou seja, ultrapassar a zona 1 é

$$p_1^u = 1 - p[1] = 1 - \mathbf{I} \cdot V_1 ,$$

e como a probabilidade de ser encontrada na zona 2 uma oportunidade aceitável (dado que esta zona foi atingida) é  $\mathbf{I} \cdot V_2$ , a probabilidade de a zona 2 ser ultrapassada é

$$\begin{aligned} p_2^u &= p \left[ \begin{array}{l} \text{a zona 2 ser} \\ \text{alcançada} \end{array} \right] \cdot P \left[ \begin{array}{l} \text{não encontrar oportuni} \\ \text{dade de} \\ \text{aceitável em 2} \end{array} \right] \\ &= p_1^u \cdot (1 - \mathbf{I} \cdot V_2) . \end{aligned}$$

Analogamente obtém-se

$$p_3^u = p_2^u \cdot (1 - \mathbf{I} \cdot V_3)$$

e por indução

$$p_k^u = p_{k-1}^u \cdot (1 - \mathbf{I} \cdot V_k) ,$$

de onde se obtém

$$\frac{p_k^u}{p_{k-1}^u} = 1 - \mathbf{I} \cdot V_k ,$$

ou

$$\frac{p_k^u - p_{k-1}^u}{p_{k-1}^u} = -\mathbf{I} \cdot V_k . \quad (2.1)$$

Fazendo

$$G_k = \sum_{s=1}^k V_s ,$$

isto é, tomando  $G_k$  como sendo as oportunidades acumuladas da zona  $i$  até a zona  $k$  (inclusive), tem-se

$$V_k = G_k - G_{k-1} . \quad (2.2)$$

Substituindo (2.2) em (2.1) obtém-se

$$\frac{p_k^u - p_{k-1}^u}{p_{k-1}^u} = -\mathbf{I} \cdot (G_k - G_{k-1})$$

ou

$$\frac{\Delta p_{k-1}^u}{p_{k-1}^u} = -\mathbf{I} \cdot \Delta G_{k-1} ,$$

ou, omitindo os sub-índices de  $p$  e  $G$ ,

$$\frac{\Delta p^u}{p^u} = -\mathbf{I} \cdot \Delta G$$

onde

$$\Delta G = \Delta G_{k-1} = G_k - G_{k-1}$$

e

$$\Delta p^u = \Delta p_{k-1}^u = p_k^u - p_{k-1}^u .$$

Naturalmente  $G_k$  só pode assumir valores inteiros, porém, para que possam ser utilizadas as ferramentas do cálculo diferencial e integral, utiliza-se o artifício comum

de admitir a variação contínua desta variável. Isto significa que a variável  $G_k$  é estendida ao conjunto dos números reais, ou seja, admite-se que a variável  $G_k$  tenha variação num conjunto não discreto. Feita esta hipótese pode-se então escrever

$$\frac{dp^u}{p^u} = -\mathbf{I} \cdot dG$$

e

$$\int \frac{dp^u}{p^u} = -\mathbf{I} \cdot \int dG,$$

o que fornece

$$\ln p^u = -\mathbf{I} \cdot G + c$$

ou

$$\begin{aligned} p^u &= e^{-\mathbf{I}G+c} \\ &= K \cdot e^{-\mathbf{I}G}. \end{aligned} \tag{2.3}$$

Da maneira como  $G_k$ , foi definido tem-se

$$G_m = \sum_{s=1}^m V_s = W_{ij}$$

o que em conjunto com (2.3) fornece

$$\begin{aligned} p_m^u &= K \cdot e^{-\mathbf{I}G_m} \\ &= K \cdot e^{-\mathbf{I}W_{ij}} \end{aligned}$$

e

$$p_j^u = K \cdot e^{-\mathbf{I}(W_{ij}+V_j)}.$$

Assim a probabilidade de uma viagem que teve início na zona  $i$ , ter seu final na zona  $j$  é dada por

$$\begin{aligned} p[j/i] &= P_m^u - P_j^u \\ &= K \cdot e^{-IW_{ij}} - K \cdot e^{-I(W_{ij}+V_j)} \\ &= K \cdot e^{-IW_{ij}} \left(1 - e^{-IV_j}\right). \end{aligned}$$

Como a constante  $K$  está associada à zona  $i$  que é a zona de origem das viagens, assinala-se este fato substituindo  $K$  por  $k_i$ . Desta forma obtém-se

$$p[j/i] = k_i \cdot e^{-IW_{ij}} \left(1 - e^{-IV_j}\right). \quad (2.4)$$

A constante  $k_i$  é uma constante de balanceamento que é usada para garantir que toda viagem iniciada na zona  $i$  tenha destino em alguma zona  $j$  da área em estudo, isto é, para assegurar que

$$\sum_{j=1}^n p[j/i] = 1,$$

ou seja

$$\sum_{j=1}^n k_i \cdot e^{-IW_{ij}} \left(1 - e^{-IV_j}\right) = 1.$$

Sendo  $O_i$  o número de viagens originadas na zona de tráfego  $i$ , obtém-se que o número total de viagens com origem em  $i$  e destino em  $j$  é dado por

$$T_{ij} = O_i \cdot k_i \cdot e^{-IW_{ij}} \left(1 - e^{-IV_j}\right) \quad (2.5)$$

onde

$T_{ij}$  = número de viagens com origem na zona  $i$  e destino na zona  $j$ ,

$O_i$  = número de viagens com origem na zona  $i$ ,

$I$  = probabilidade de uma oportunidade ser aceita se for considerada,

$W_{ij}$  = número de oportunidades intervenientes entre as zonas  $i$  e  $j$ ,

$V_j$  = número de oportunidades oferecidas pela zona  $j$

e

$k_i$  = constante de balanceamento associada à origem  $i$ .

A expressão (2.5) representa a formulação usual do modelo de oportunidades intervenientes para distribuição de viagens.

Note-se que a escolha de  $k_i$  de modo a atender a condição

$$\sum_{j=1}^n k_i \cdot e^{-IW_{ij}} (1 - e^{-IV_j}) = 1,$$

assegura também que todas as viagens geradas na zona  $i$  são distribuídas, o que se traduz pela condição

$$\sum_j T_{ij} = O_i$$

que é satisfeita, pois

$$\begin{aligned} \sum_j T_{ij} &= \sum_{j=1}^n O_i \cdot k_i \cdot e^{-IW_{ij}} (1 - e^{-IV_j}) \\ &= O_i \cdot \sum_{j=1}^n k_i \cdot e^{-IW_{ij}} (1 - e^{-IV_j}) \\ &= O_i \cdot 1 \\ &= O_i. \end{aligned}$$

### 2.3 – A Calibração do Modelo Usual de Oportunidades Intervenientes

Para que um modelo de distribuição de viagens possa ser utilizado, é necessário que ele seja calibrado, isto é, que se determinem os parâmetros que nele figuram. Também os modelos de oportunidades intervenientes necessitam ser calibrados. “Os procedimentos para calibrar o modelo de oportunidades intervenientes não se encontram tão desenvolvidos e bem documentados quanto os do modelo gravitacional” (GONÇALVES, 1992, p. 46). No modelo de Schneider tem-se a probabilidade  $I$  de uma oportunidade ser aceita, se for considerada, e os fatores de balanceamento  $k_i$  para determinar. Duas maneiras de determinar a probabilidade  $I$  são apresentadas por RUITER (1967). Uma delas consiste em tomar

$$I = \frac{1}{4r \cdot \bar{r}^2}$$

onde

$r$  = densidade média de destinos terminais de viagens, dada em

$$\frac{\text{destinos terminais de viagens}}{\text{unidade de área}}$$

e

$\bar{r}$  = comprimento médio das viagens.

A outra forma apresentada por RUITER consiste em obter o valor de  $I$  a partir de um valor conhecido de  $I$  para outra época ou outra área. A relação da qual se obtém  $I$  neste caso é

$$\frac{\bar{r}_1}{\bar{r}_2} = \frac{\sqrt{I_2 r_2}}{\sqrt{I_1 r_1}}$$

onde

$\bar{r}_1$ ,  $I_1$  e  $r_1$  se referem a uma época ou área para a qual a probabilidade  $I_1$  já havia sido determinada

e

$\bar{r}_2$ ,  $I_2$  e  $r_2$  se referem à época ou área para a qual se deseja determinar o valor da probabilidade  $I_2$ .

Obtido o valor da probabilidade  $I$ , os fatores  $k_i$  são calculados de modo que a condição de consistência

$$\sum_j T_{ij} = O_i \quad (2.6)$$

seja satisfeita. Substituindo (2.5) em (2.6) vem

$$\sum_{j=1}^n O_i k_i \cdot e^{-IW_{ij}} \left(1 - e^{-IV_j}\right) = O_i,$$

ou

$$k_i \cdot \sum_{j=1}^n e^{-IW_{ij}} \left(1 - e^{-IV_j}\right) = 1,$$

o que fornece

$$k_i = \left[ \sum_{j=1}^n e^{-IW_{ij}} \left(1 - e^{-IV_j}\right) \right]^{-1}. \quad (2.7)$$



## CAPÍTULO 3

### ANÁLISE CRÍTICA E NOVA CALIBRAÇÃO DO MODELO DE SCHNEIDER

#### 3.1 – Análise Crítica do Modelo Usual de Oportunidades Intervenientes, ou modelo de Schneider

As hipóteses utilizadas por Schneider para deduzir o modelo de oportunidades intervenientes:

- (1) o viajante considera cada oportunidade à medida em que ela é alcançada e
- (2) existe uma probabilidade definida (constante) de que sua necessidade seja satisfeita através desta oportunidade, isto é, de que a oportunidade seja aceita,

foram introduzidas para se poder conceber e deduzir o modelo.

Embora estas hipóteses possam não ser tão realistas quanto se poderia desejar, não são elas, mas sim dois outros pontos que serão objeto de análise neste trabalho. O primeiro, mais simples, é a questão da calibração do modelo de Schneider. Quanto a esta calibração, o que seria natural esperar é que a probabilidade  $I$  de uma

oportunidade ser aceita, se considerada, fosse igual ao inverso do número médio de oportunidades (por viagem) consideradas pelo viajante, quando se considera a totalidade das viagens realizadas na área de estudo no intervalo de tempo em pauta. Porém, as formas de determinar  $I$  encontradas na literatura pertinente não levam a este valor.

O segundo aspecto ao qual se dirige essa análise é a forma segundo a qual se admite que as oportunidades intervenientes interferem na distribuição de viagens fornecida pelo modelo. Oportunidades ocupando as mais variadas posições espaciais relativas dentro do conjunto das zonas de tráfego (delimitado como sendo o que contém as oportunidades intervenientes) são tratadas da mesma maneira no modelo, e apresentam a mesma interferência no número de viagens por ele predito. Ou seja, a influência de uma oportunidade na distribuição de viagens, segundo o modelo de Schneider, permanece inalterada, mesmo quando esta oportunidade é deslocada para as mais variadas posições dentro do conjunto das zonas que contém as oportunidades intervenientes.

Para que um estudo de demanda por viagens possa ser bem sucedido, por outro lado, é necessário que tenha como suporte um modelo de distribuição de viagens razoável conceitualmente, e realístico operacionalmente. Ressalta-se aqui que a questão conceitual da consideração dos efeitos das oportunidades intervenientes vis-à-vis suas posições espaciais relativas, merece ser analisada em detalhe.

Embora a presente análise relativa ao modelo de Schneider seja aplicável independentemente da maneira de se definir o conjunto de oportunidades intervenientes, não se admitirá aqui a maneira ilustrada na Figura 2.2. Isto porque, de acordo com esta maneira de definir tal conjunto, as oportunidades oferecidas por zonas não contidas no

círculo que tem por diâmetro o segmento de reta que une os centróides das zonas  $i$  e  $j$ , não são consideradas intervenientes entre  $i$  e  $j$ , por mais próximas de  $i$  que se encontrem. Aceitar tal hipótese não seria razoável e por isso esta forma de definir o conjunto das oportunidades intervenientes não será considerada.

Para melhor compreensão considere-se, por exemplo, quatro zonas de tráfego pertencentes à área de estudo,  $i$ ,  $j$ ,  $k$  e  $m$ , distribuídas geograficamente de maneira que a distância de  $i$  até  $j$  seja 3 km, e que a distância de  $i$  até  $k$ , seja igual à distância de  $i$  até  $m$ , sendo ambas 2 km, como ilustra a Figura 3.1. Se, por exemplo, o melhor caminho (o caminho “natural” a ser escolhido pelo viajante) para ir da zona  $i$  para a zona  $j$ , passa pela zona  $k$ , enquanto que para se deslocar da zona  $i$  para a zona  $m$  o viajante deve tomar o sentido oposto ao que toma para ir às zonas  $j$  ou  $k$ , não parece razoável que se admita terem as oportunidades oferecidas pelas zonas  $k$  e  $m$  a mesma influência sobre a probabilidade de ocorrer uma viagem de  $i$  para  $j$ . Parece

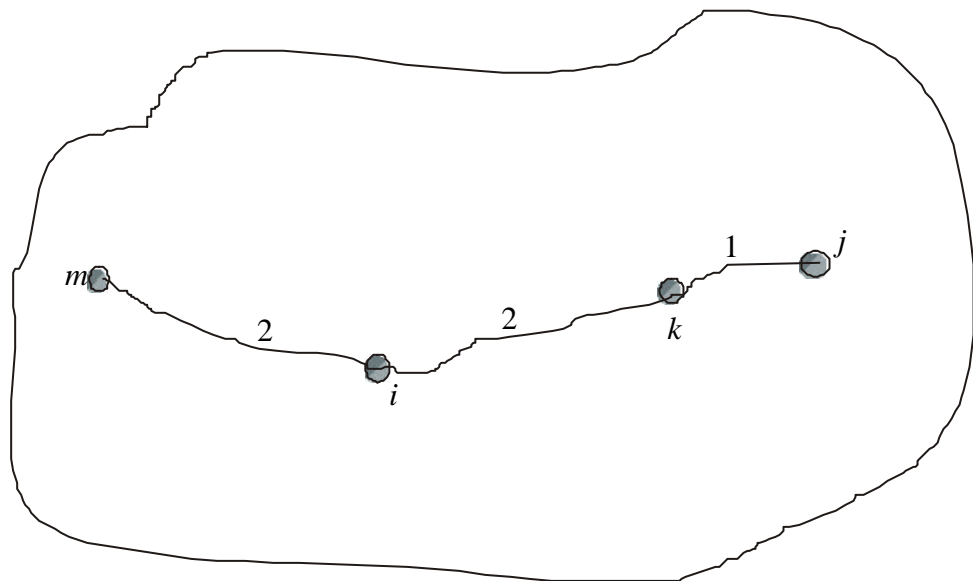


Figura 3.1 – Posição relativa de oportunidades intervenientes.

natural supor que ao iniciar a viagem, as oportunidades oferecidas pela zona  $k$  juntamente com as oferecidas pela zona  $j$ , atraíam o viajante a estas zonas, e que após iniciar uma viagem no sentido de  $i$  para  $j$ , as oportunidades localizadas em  $k$  atuam verdadeiramente como oportunidades intervenientes entre  $i$  e  $j$ .

O modelo de oportunidades intervenientes que é desenvolvido no próximo capítulo leva em conta este tipo de situação, tanto na decisão do viajante em relação ao sentido (de deslocamento) que ele tomará ao empreender uma viagem, quanto à forma segundo a qual as oportunidades intervenientes interferem na probabilidade de ocorrer determinada viagem.

### **3.2 – Uma Nova Calibração para o Modelo de Schneider**

Na seção 3.1 observou-se que as calibrações para o modelo de Schneider encontradas na literatura não levam ao valor natural a ser esperado para a probabilidade  $I$  de uma oportunidade ser aceita, se considerada, que é o inverso do número médio de oportunidades (por viagem) consideradas pelo viajante, quando se considera a totalidade das viagens realizadas na área de estudo no intervalo de tempo em pauta. A nova forma de calibrar o modelo de Schneider, baseada no estimador para  $I$  que é obtido em 3.2.1, atende a esta expectativa. Mostra-se aqui que o estimador para a probabilidade  $\lambda$ , obtido através da técnica da máxima verossimilhança, é realmente o inverso do número médio de oportunidades por viagem que são consideradas pelo viajante.

### 3.2.1 – Obtenção da probabilidade $I$ através do método da máxima verossimilhança

O modelo de Schneider

$$T_{ij} = O_i \cdot k_i \cdot e^{-IW_{ij}} \left( 1 - e^{-IV_j} \right)$$

pode ser escrito

$$\begin{aligned} T_{ij} &= O_i \cdot k_i \cdot e^{-IW_{ij}} \left( 1 - \frac{1}{e^{IV_j}} \right) \\ &= O_i \cdot k_i \cdot e^{-IW_{ij}} \cdot \frac{e^{IV_j} - 1}{e^{IV_j}}, \end{aligned}$$

onde

$O_i$  = número de viagens com origem na zona  $i$ ,

$V_j$  = número de oportunidades oferecidas pela zona  $j$ ,

$W_{ij}$  = número de oportunidades intervenientes entre as zonas  $i$  e  $j$ ,

$T_{ij}$  = número estimado de viagens com origem na zona  $i$  e destino na zona  $j$

$I$  = probabilidade de uma oportunidade ser aceita, se for considerada, que se admite constante em toda a área de estudos

e

$k_i$  = constante de balanceamento associada à origem  $i$ .

Segundo RUITER (1967), o valor de  $I$  é sempre muito pequeno. Assim, o expoente de  $e^{IV_j}$  é também pequeno, o que permite obter uma boa aproximação para

o numerador da fração  $\frac{e^{\mathbf{IV}_j} - 1}{e^{\mathbf{IV}_j}}$  através do polinômio de Taylor. Escrevendo

$f(x) = e^x - 1$ , tem-se  $f'(x) = e^x$  e  $f'(0) = e^0 = 1$ , o que fornece o polinômio de Taylor de grau  $n = 1$  para  $f$  no ponto  $a = 0$

$$p(x) = p(x - 0) = f(0) + f'(0) \cdot x = (e^0 - 1) + 1 \cdot x = x .$$

Assim, tem-se

$$f(\mathbf{IV}_j) \cong p(\mathbf{IV}_j) = \mathbf{IV}_j$$

e, conseqüentemente,

$$\frac{e^{\mathbf{IV}_j} - 1}{e^{\mathbf{IV}_j}} \cong \frac{\mathbf{IV}_j}{e^{\mathbf{IV}_j}} = \mathbf{IV}_j \cdot e^{-\mathbf{IV}_j} .$$

Portanto

$$\begin{aligned} T_{ij} &= O_i \cdot k_i \cdot e^{-\mathbf{IW}_{ij}} \cdot \frac{e^{\mathbf{IV}_j} - 1}{e^{\mathbf{IV}_j}} \\ &\cong O_i \cdot k_i \cdot e^{-\mathbf{IW}_{ij}} \cdot \mathbf{IV}_j \cdot e^{-\mathbf{IV}_j} \\ &= O_i \cdot k_i \cdot \mathbf{IV}_j \cdot e^{-\mathbf{IW}_{ij}} \cdot e^{-\mathbf{IV}_j} \\ &= O_i \cdot k_i \cdot \mathbf{IV}_j \cdot e^{-\mathbf{I}(w_{ij} + v_j)} . \end{aligned}$$

Sob a forma de probabilidade pode-se então escrever

$$p_{ij} \cong o_i \cdot k_i \cdot \mathbf{I} V_j \cdot e^{-\mathbf{I}(W_{ij}+V_j)}$$

onde

$$o_i = \frac{O_i}{T}$$

representa a fração do total  $T$  de viagens na área de estudo que tem origem na zona  $i$ , e

$$p_{ij} = \frac{T_{ij}}{T}$$

fornece a probabilidade, dada pelo modelo, de uma viagem ter origem na zona  $i$  e destino na zona  $j$ .

Na dedução do modelo de Schneider admite-se constante a probabilidade  $\mathbf{I}$  de uma oportunidade ser aceita, se for considerada. O valor a ser utilizado para  $\mathbf{I}$  deve ser uma aproximação da probabilidade real de ser aceita, que cada oportunidade apresenta. Segue uma estimativa para esta probabilidade, obtida através do método da máxima verossimilhança.

A aplicação deste método tem como ponto de partida um conjunto de dados observados. No presente caso, este conjunto de dados é uma matriz  $(T_{ij}^*)$  de viagens observadas na área de estudo num certo intervalo de tempo. O método busca determinar então o valor de  $\mathbf{I}$  para o qual a probabilidade de obtenção desta matriz  $(T_{ij}^*)$  (ao se

fazer a distribuição da totalidade  $T^* = \sum_{i,j} T_{ij}^*$  destas viagens) é maximizada.

Admitindo que se tenha uma matriz  $(T_{ij}^*)$  de viagens observadas e sendo

$$T^* = \sum_{i,j} T_{ij}^* ,$$

então a função de verossimilhança é

$$M = \prod_{i,j} (p_{ij})^{T_{ij}^*} .$$

Esta função representa a probabilidade de se obter a matriz observada de viagens  $(T_{ij}^*)$

ao se distribuir as  $T^*$  viagens entre os possíveis pares  $(i, j)$  e sendo  $p_{ij}$  a probabilidade de uma viagem ter origem na zona  $i$  e destino na zona  $j$ .

O problema agora consiste em determinar o valor de  $\mathbf{I}$  que maximize  $M$ .

Como a função  $\ln x$  é uma função crescente, para maximizar  $M$  basta maximizar

$$\begin{aligned} \ln M &= \ln \left[ \prod_{i,j} (p_{ij})^{T_{ij}^*} \right] \\ &= \sum_{i,j} T_{ij}^* \ln p_{ij} \\ &\cong \sum_{i,j} T_{ij}^* \left[ \ln o_i + \ln k_i + \ln \mathbf{I} + \ln V_j - \mathbf{I}(w_{ij} + V_j) \right] . \end{aligned}$$

Para simplificar a notação, seja

$$L = \sum_{i,j} T_{ij}^* \left[ \ln o_i + \ln k_i + \ln \mathbf{I} + \ln V_j - \mathbf{I}(w_{ij} + V_j) \right] .$$



Derivando  $L$  em relação a  $\mathbf{I}$  obtém-se

$$\frac{dL}{d\mathbf{I}} = \sum_{i,j} T_{ij}^* \left( \frac{1}{\mathbf{I}} - W_{ij} - V_j \right).$$

Igualando esta derivada a zero vem

$$\frac{1}{\mathbf{I}} \cdot \sum_{i,j} T_{ij}^* - \sum_{i,j} T_{ij}^* (W_{ij} + V_j) = 0$$

que fornece

$$\frac{1}{\mathbf{I}} \cdot T^* = \sum_{i,j} T_{ij}^* (W_{ij} + V_j)$$

de onde se obtém

$$\mathbf{I} = \frac{T^*}{\sum_{i,j} T_{ij}^* (W_{ij} + V_j)}.$$

Por outro lado, a derivada segunda

$$\begin{aligned} \frac{d^2L}{d\mathbf{I}^2} &= \sum_{i,j} T_{ij}^* \left( -\frac{1}{\mathbf{I}^2} \right) \\ &= -\frac{1}{\mathbf{I}^2} \sum_{i,j} T_{ij}^* \\ &= -\frac{1}{\mathbf{I}^2} \cdot T^* \end{aligned}$$

é menor do que zero para todo  $\mathbf{I} \neq 0$ , pois o número de viagens observadas na área de estudo,  $T^*$ , deve sempre ser positivo. Isso garante que o valor crítico encontrado é de fato um ponto de máximo, como se desejava. Tem-se então

$$\hat{\mathbf{I}} = \frac{T^*}{\sum_{i,j} T_{ij}^* (W_{ij} + V_j)}, \quad (3.1)$$

como estimador de máxima verossimilhança para  $\mathbf{I}$ .

Analisando a expressão obtida para  $\hat{\mathbf{I}}$  observa-se que de

$$W_{ij} + V_j \geq 1$$

segue

$$\begin{aligned} \hat{\mathbf{I}} &= \frac{T^*}{\sum_{i,j} T_{ij}^* (W_{ij} + V_j)} \\ &\leq \frac{T^*}{\sum_{i,j} T_{ij}^*} \\ &\leq \frac{T^*}{T^*} \\ &\leq 1. \end{aligned}$$

Por outro lado, não existindo termo negativo e nem sinal negativo na expressão obtida para  $\hat{\mathbf{I}}$ , esta jamais poderá fornecer valor negativo. Assim fica assegurada a condição indispensável para que  $\hat{\mathbf{I}}$  possa representar uma probabilidade que é

$$0 \leq \hat{\mathbf{I}} \leq 1.$$

Destaque-se ainda:

(1) o valor estimado para  $\mathbf{I}$ , é o inverso do número médio de oportunidades

analisadas nas  $T^*$  viagens em consideração. De fato, como

$$W_{ij} + V_j,$$

é o número de oportunidades analisadas em cada viagem da zona  $i$  para a zona  $j$ , a expressão

$$\sum_{i,j} T_{ij}^* (W_{ij} + V_j)$$

fornece o número total de oportunidades analisadas nas  $T^*$  viagens observadas. Tem-se então que o número médio de oportunidades analisadas por viagem é

$$\frac{\sum_{i,j} T_{ij}^* (W_{ij} + V_j)}{T^*},$$

o que prova a afirmação feita a respeito do estimador obtido para  $\hat{I}$ ;

- (2) o valor encontrado para o estimador  $\hat{I}$ , o inverso do número médio de oportunidades analisadas por viagem, é o valor intuitivamente natural a ser esperado para a probabilidade que se está estimando conforme foi observado anteriormente.

### 3.2.2 – Nova calibração do modelo de Schneider

Nesta seção são obtidas duas maneiras de se fazer a calibração do modelo em pauta. A primeira é mais direta, porém exige mais informações e nela se admite que a probabilidade  $I$  se mantém constante ao longo do tempo, quando o modelo for usado para fins de previsão. Os cálculos necessários para implementá-la são bastante simples, exigindo poucos recursos computacionais. A segunda maneira, não necessita a hipótese

de que a probabilidade  $\mathbf{I}$  se mantenha constante ao longo do tempo, mas, por envolver um processo iterativo, a sua implementação não é tão simples como a anterior e exige maiores recursos computacionais. Naturalmente, em ambos os métodos devem ser conhecidos o número de oportunidades  $V_j$  oferecidas em cada zona de tráfego  $j$ , bem como cada distância  $d(i,j)$  da zona  $i$  até a zona  $j$  para todos os pares de zonas  $(i,j)$  da área de estudos. A partir desses dados obtém-se a matriz  $(W_{ij})$  das oportunidades intervenientes.

Para calibrar o modelo de Schneider para uma certa área de estudo, através do primeiro procedimento supra referido, é necessário então que se disponha de uma matriz  $(T_{ij}^*)$  de viagens observadas num certo intervalo de tempo para a área em consideração, ou que uma tal matriz seja obtida. O procedimento se inicia estimando a probabilidade  $\mathbf{I}$  através da fórmula (3.1) obtida para  $\hat{\mathbf{I}}$  em 3.2.1, ou seja,

$$\hat{\mathbf{I}} = \frac{T^*}{\sum_{i,j} T_{ij}^* (W_{ij} + V_j)}.$$

Admitindo então que esta probabilidade se mantém constante ao longo do tempo, utiliza-se este valor estimado para  $\mathbf{I}$ , no cálculo das constantes  $k_i$  e dos números  $T_{ij}$ . Os valores das constantes  $k_i$ , são calculados através da fórmula (2.7), ou seja

$$k_i = \left[ \sum_{j=1}^n e^{-\mathbf{I}W_{ij}} (1 - e^{-\mathbf{I}V_j}) \right]^{-1}.$$

Obtidos os valores dos  $k_i$ , calcula-se então o número  $T_{ij}$  de viagens com origem na zona  $i$  e destino na zona  $j$ , para cada par  $(i,j)$  de zonas da área de estudo,

predito pelo modelo, utilizando o número de viagens  $O_i$  com origem em cada zona de tráfego  $i$ . Para calcular  $T_{ij}$  utiliza-se a fórmula (2.5), ou seja

$$T_{ij} = O_i \cdot k_i \cdot e^{-IW_{ij}} \left( 1 - e^{-IV_j} \right).$$

Da mesma forma como em todo modelo de distribuição de viagens, estes números  $O_i$  são estimados a partir dos dados demográficos e de uso do solo relativos a cada zona de tráfego  $i$ .

No segundo procedimento, os valores de  $I$  e dos  $k_i$  são obtidos através de um processo iterativo que parte apenas do conhecimento do número  $O_i$  das viagens originadas em cada zona de tráfego  $i$ , dos números  $V_j$  das oportunidades oferecidas em cada zona  $j$  e das distâncias  $d(i,j)$  da zona  $i$  até a zona  $j$ , dispensando a necessidade de conhecer uma matriz  $(T_{ij}^*)$  de viagens observadas em algum intervalo de tempo. Assim fica claro que aqui se dispensa a suposição (necessária ao primeiro procedimento) de que a probabilidade  $I$  se mantém constante ao longo do tempo (isto é, entre a data de obtenção da matriz  $(T_{ij}^*)$  e a data para a qual o modelo realiza previsões). O fluxograma apresentado na Figura 3.2 mostra como este processo iterativo é levado a efeito. Nele, em cada iteração os números  $k_i$ ,  $T_{ij}$ ,  $\hat{I}_1$  e o novo valor para  $I$ , são calculados respectivamente pelas fórmulas:

$$k_i = \left[ \sum_{j=1}^n e^{-IW_{ij}} \left( 1 - e^{-IV_j} \right) \right]^{-1}, \quad (3.2)$$

$$T_{ij} = O_i \cdot k_i \cdot e^{-IW_{ij}} \left( 1 - e^{-IV_j} \right), \quad (3.3)$$

$$\hat{\mathbf{I}}_1 = \frac{\sum_{i,j} T_{ij}}{\sum_{i,j} T_{ij} (W_{ij} + V_j)} \quad (3.4)$$

e

$$\text{novo } \mathbf{I} = \frac{\mathbf{I} + \hat{\mathbf{I}}_1}{2}. \quad (3.5)$$

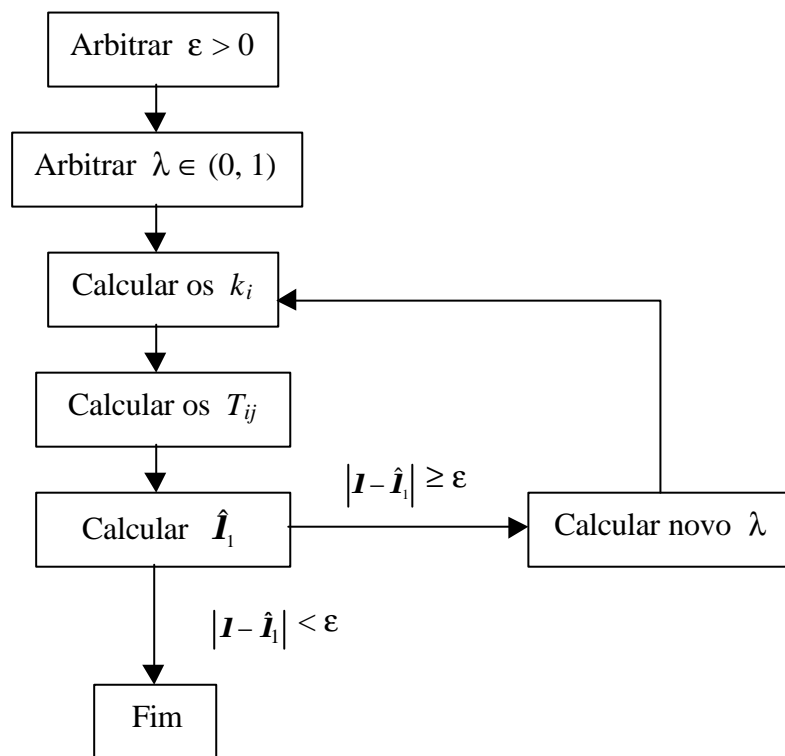


Figura 3.2 – Fluxograma de caracterização do processo iterativo utilizado para calibrar o modelo de Schneider.

Como já foi observado, este segundo procedimento não requer o conhecimento de uma matriz  $(T_{ij}^*)$  de viagens observadas em algum intervalo de tempo e dispensa a suposição (necessária ao primeiro procedimento) de que a probabilidade  $\mathbf{I}$  se mantém constante ao longo do tempo. Em virtude dessas vantagens, no que segue neste trabalho

a nova calibração do modelo de Schneider será feita sempre através do segundo procedimento.

Para cada probabilidade  $\mathbf{I}$  dada, uma iteração do procedimento definido pelo fluxograma da Figura 3.2, determina o número  $\hat{\mathbf{I}}_1$  pela fórmula (3.4). Observando que das fórmulas (3.2) e (3.3) se obtém

$$T_{ij} = O_i \cdot \left[ \sum_{j=1}^n e^{-\mathbf{I}W_{ij}} \left( 1 - e^{-\mathbf{I}V_j} \right) \right]^{-1} \cdot e^{-\mathbf{I}W_{ij}} \left( 1 - e^{-\mathbf{I}V_j} \right),$$

ou seja,

$$T_{ij} = \frac{O_i \cdot e^{-\mathbf{I}W_{ij}} \left( 1 - e^{-\mathbf{I}V_j} \right)}{\sum_{j=1}^n e^{-\mathbf{I}W_{ij}} \left( 1 - e^{-\mathbf{I}V_j} \right)}, \quad (3.6)$$

conclui-se que  $\hat{\mathbf{I}}_1$  é uma função da variável  $\mathbf{I}$ , visto que  $O_i$ ,  $V_j$  e  $W_{ij}$  são parâmetros fixos para cada área de estudo em determinado momento. Escrevendo então

$$p(\mathbf{I}) = \hat{\mathbf{I}}_1,$$

tem-se de (3.4) e (3.6) que a função  $p$  é dada por

$$p(\mathbf{I}) = \frac{\sum_{i,j} \frac{O_i \cdot e^{-\mathbf{I}W_{ij}} \left( 1 - e^{-\mathbf{I}V_j} \right)}{\sum_{j=1}^n e^{-\mathbf{I}W_{ij}} \left( 1 - e^{-\mathbf{I}V_j} \right)}}{\sum_{i,j} \left[ \frac{O_i \cdot e^{-\mathbf{I}W_{ij}} \left( 1 - e^{-\mathbf{I}V_j} \right)}{\sum_{j=1}^n e^{-\mathbf{I}W_{ij}} \left( 1 - e^{-\mathbf{I}V_j} \right)} \right] (W_{ij} + V_j)}, \quad (3.7)$$

mostrando que  $p$  é uma função contínua e derivável da variável  $\mathbf{I}$ . Lembrando que  $V_j > 0$  para todo  $j$ , e que  $W_{ij} \geq 0$  para todo par  $(i, j)$ , a expressão (3.7) mostra que os valores de  $p(\mathbf{I})$  podem ser calculados para todo  $\mathbf{I} > 0$ , embora  $\mathbf{I}$  deva ser um número entre 0 e 1 por ser uma probabilidade. Para  $\mathbf{I} = 0$  porém, a fórmula (3.7) gera a indeterminação  $\frac{0}{0}$ , que pode ser levantada pelo procedimento abaixo.

Observe-se que a expressão  $1 - e^{-\mathbf{I}V_j}$  aparece quatro vezes na fórmula (3.7) obtida para a função  $p(\mathbf{I})$ . Utilizando a aproximação obtida na seção 3.2.1 através do polinômio de Taylor

$$1 - e^{-\mathbf{I}V_j} = \frac{e^{\mathbf{I}V_j} - 1}{e^{\mathbf{I}V_j}} \cong \frac{\mathbf{I}V_j}{e^{\mathbf{I}V_j}} = \mathbf{I}V_j \cdot e^{-\mathbf{I}V_j},$$

obtem-se

$$p(\mathbf{I}) \cong \frac{\sum_{i,j} \frac{O_i \cdot e^{-\mathbf{I}W_{ij}} \cdot \mathbf{I}V_j \cdot e^{-\mathbf{I}V_j}}{\sum_{j=1}^n e^{-\mathbf{I}W_{ij}} \cdot \mathbf{I}V_j \cdot e^{-\mathbf{I}V_j}}}{\sum_{i,j} \left[ \frac{O_i \cdot e^{-\mathbf{I}W_{ij}} \cdot \mathbf{I}V_j \cdot e^{-\mathbf{I}V_j}}{\sum_{j=1}^n e^{-\mathbf{I}W_{ij}} \cdot \mathbf{I}V_j \cdot e^{-\mathbf{I}V_j}} (W_{ij} + V_j) \right]}$$



$$\begin{aligned}
& \sum_{i,j} \frac{O_i \cdot \frac{\mathbf{I}V_j}{e^{\mathbf{I}(W_{ij}+V_j)}}}{\sum_{j=1}^n \frac{\mathbf{I}V_j}{e^{\mathbf{I}(W_{ij}+V_j)}}} \\
= & \frac{\sum_{i,j} \left[ \frac{O_i \cdot \frac{\mathbf{I}V_j}{e^{\mathbf{I}(W_{ij}+V_j)}}}{\sum_{j=1}^n \frac{\mathbf{I}V_j}{e^{\mathbf{I}(W_{ij}+V_j)}}} (W_{ij} + V_j) \right]}{\sum_{i,j} \frac{\mathbf{I} \cdot O_i \cdot \frac{V_j}{e^{\mathbf{I}(W_{ij}+V_j)}}}{\mathbf{I} \cdot \sum_{j=1}^n \frac{V_j}{e^{\mathbf{I}(W_{ij}+V_j)}}}} \\
= & \frac{\sum_{i,j} \left[ \frac{\mathbf{I} \cdot O_i \cdot \frac{V_j}{e^{\mathbf{I}(W_{ij}+V_j)}}}{\mathbf{I} \cdot \sum_{j=1}^n \frac{V_j}{e^{\mathbf{I}(W_{ij}+V_j)}}} (W_{ij} + V_j) \right]}{\sum_{i,j} \frac{O_i \cdot \frac{V_j}{e^{\mathbf{I}(W_{ij}+V_j)}}}{\sum_{j=1}^n \frac{V_j}{e^{\mathbf{I}(W_{ij}+V_j)}}}} \\
= & \frac{\sum_{i,j} \left[ \frac{O_i \cdot \frac{V_j}{e^{\mathbf{I}(W_{ij}+V_j)}}}{\sum_{j=1}^n \frac{V_j}{e^{\mathbf{I}(W_{ij}+V_j)}}} (W_{ij} + V_j) \right]}{\cdot}
\end{aligned}$$

Calculando o limite desta expressão quando  $\mathbf{I}$  tende para 0 (zero) obtém-se

$$\frac{\sum_{i,j} \frac{O_i \cdot \frac{V_j}{e^0}}{\sum_{j=1}^n \frac{V_j}{e^0}}}{\sum_{i,j} \left[ \frac{O_i \cdot \frac{V_j}{e^0}}{\sum_{j=1}^n \frac{V_j}{e^0}} (W_{ij} + V_j) \right]} = \frac{\sum_{i,j} \frac{O_i \cdot V_j}{\sum_{j=1}^n V_j}}{\sum_{i,j} \left[ \frac{O_i \cdot V_j}{\sum_{j=1}^n V_j} (W_{ij} + V_j) \right]}.$$

Portanto,

$$\lim_{\mathbf{I} \rightarrow 0} p(\mathbf{I}) = \frac{\sum_{i,j} \frac{O_i \cdot V_j}{\sum_j V_j}}{\sum_{i,j} \left[ \frac{O_i \cdot V_j}{\sum_j V_j} (W_{ij} + V_j) \right]}.$$

Observando agora que  $V_j > 0$  para todo  $j$ , e que não pode ocorrer  $O_i = 0$  para todo  $i$  (pois se todo  $O_i$  fosse igual a zero não haveria viagem alguma a distribuir), conclui-se que este limite sempre existe e é positivo pois a expressão obtida pode ser calculada em qualquer. Além disso, como os termos desta expressão são todos positivos, o resultado obtido será também positivo.

O procedimento descrito pelo fluxograma da Figura 3.2 visa determinar um valor de  $\mathbf{I}$  para o qual se tenha

$$p(\mathbf{I}) = \mathbf{I},$$

ou seja, determinar um ponto fixo para a função  $p$ .

A existência de tal ponto fixo pode ser provada observando que a função  $p$  pode ser estendida continuamente ao intervalo fechado  $[0, 1]$  através do limite

$\lim_{\mathbf{I} \rightarrow 0} p(\mathbf{I})$  supra calculado, que fornece  $p(0) = \lim_{\mathbf{I} \rightarrow 0} p(\mathbf{I}) > 0$ , e que  $p(1) < 1$ . Esta

última desigualdade se obtém facilmente observando que  $V_j$  é sempre positivo e  $W_{ij}$  não pode ser negativo, o que fornece  $W_{ij} + V_j \geq 1$  para todo par  $(i, j)$ . Assim na expressão obtida para calcular o valor de  $p$  no ponto 1,

$$p(1) = \frac{\sum_{i,j} \frac{O_i \cdot e^{-W_{ij}} (1 - e^{-V_j})}{\sum_{j=1}^n e^{-W_{ij}} (1 - e^{-V_j})}}{\sum_{i,j} \left[ \frac{O_i \cdot e^{-W_{ij}} (1 - e^{-V_j})}{\sum_{j=1}^n e^{-W_{ij}} (1 - e^{-V_j})} (W_{ij} + V_j) \right]},$$

o denominador é maior do que o numerador, e isso assegura  $p(1) < 1$ .

A existência do ponto fixo de  $p$  se prova então utilizando a função contínua

$$f(\mathbf{I}) = \mathbf{I} - p(\mathbf{I})$$

para a qual se tem

$$f(0) = 0 - p(0) < 0 \quad \text{e} \quad f(1) = 1 - p(1) > 0$$

o que fornece

$$f(0) < 0 < f(1).$$

O teorema do valor intermediário (ver por exemplo KÜHLKAMP (2001), ou SPIVAK (1980), ou SWOKOWSKI (1994)) garante então que existe  $\bar{\mathbf{I}} \in (0, 1)$  tal que  $f(\bar{\mathbf{I}}) = 0$ . Assim tem-se

$$\bar{\mathbf{I}} - p(\bar{\mathbf{I}}) = 0$$

e conseqüentemente

$$p(\bar{\mathbf{I}}) = \bar{\mathbf{I}}$$

o que prova a existência de um ponto fixo para a função  $p$ .

A prova geral da unicidade de tal ponto fixo para uma área genérica arbitrária, é dificultada pela presença dos parâmetros  $O_i$ ,  $V_j$  e  $W_{ij}$  na expressão (3.7), que variam caso a caso. Contudo, no capítulo 6 esta prova é apresentada para o caso da aplicação prática nele analisada. Prova-se também naquele capítulo a convergência do processo iterativo correspondente àquele caso, ou seja, que a seqüência dos valores obtidos para  $\mathbf{I}$  converge ao ponto fixo de  $p$ . O mesmo procedimento poderá ser utilizado para verificar a unicidade deste ponto fixo, bem como a convergência do processo iterativo em qualquer outro caso.

Cabe ainda salientar que nos casos testados, a convergência tem sido rápida. Qualquer número do intervalo  $(0, 1)$  pode ser tomado para valor inicial de  $\mathbf{I}$ , porém a convergência pode ser acelerada tomando-se o inverso do número  $\frac{1}{2} \sum_j V_j$  como sendo

este valor inicial, isto é, fazendo  $\mathbf{I}_0 = \frac{2}{\sum_j V_j}$ . Esta escolha é ditada pela intuição, pois

se as oportunidades estiverem uniformemente distribuídas na área de estudo, é razoável supor que o número médio de oportunidades analisadas por viagem seja aproximadamente  $\frac{1}{2} \sum_j V_j$ .

# **CAPÍTULO 4**

## **CONCEPÇÃO E DEDUÇÃO DE UM MODELO DE OPORTUNIDADES INTERVENIENTES COM PONDERAÇÃO RELATIVAMENTE À LOCALIZAÇÃO**

### **4.1 – Introdução**

Neste capítulo é deduzido um novo modelo de oportunidades intervenientes que leva em conta suas posições espaciais relativas. Para obter este novo modelo não se redefine o conjunto de oportunidades intervenientes, ao contrário, tudo o que segue pode ser aplicado independentemente da forma de se definir este conjunto. Assim, a maneira de delimitar a parte da área de estudo que contém as oportunidades intervenientes para cada par de zonas  $(i, j)$ , poderá ser escolhida pelo usuário sem prejuízo para a aplicação do modelo aqui desenvolvido. O que se faz é considerar de forma diferenciada as oportunidades intervenientes, dependendo de sua localização. Isto é feito através de uma partição do conjunto de oportunidades intervenientes em dois subconjuntos, de acordo com a posição espacial relativa que as mesmas ocupam em relação à origem e ao destino da viagem considerada.

## 4.2 – Modelo de Oportunidades Intervenientes com Ponderação das Posições Relativas das Oportunidades

O novo modelo é deduzido levando em consideração apenas a restrição natural para os modelos de oportunidades intervenientes, que garante que toda viagem gerada na área de estudo tem destino em alguma zona da mesma. A restrição que é considerada aqui se traduz matematicamente por

$$\sum_{j=1}^n T_{ij} = O_i,$$

onde

$O_i$  = número de viagens geradas na zona  $i$  e

$T_{ij}$  = número de viagens que tem origem na zona  $i$  e destino na zona  $j$ .

Na seção 4.3 o modelo é obtido com restrição dupla, isto é, admite-se que também o número de viagens destinadas a cada zona é conhecido.

### 4.2.1 – Primeira dedução do modelo de oportunidades intervenientes com ponderação das posições relativas das oportunidades

Considera-se uma área de estudo composta de  $n$  zonas de tráfego. O objetivo é desenvolver um modelo matemático para estimar o número de viagens entre os diversos pares de zonas de tráfego  $(i, j)$ , levando em conta as oportunidades intervenientes entre a zona de origem  $i$  e a zona de destino  $j$  de cada viagem, bem como a posição relativa destas oportunidades entre as mesmas.

A premissa de que o número de viagens da zona  $i$  para a zona  $j$  é proporcional ao número de viagens geradas na zona  $i$ , é comum a todos os modelos de distribuição de viagens. Além dessa premissa, nos modelos de oportunidades intervenientes se admite também a interferência das oportunidades oferecidas por outras zonas de tráfego, as chamadas oportunidades intervenientes. Estas produzem uma resistência à ocorrência de viagem entre cada par de zonas de tráfego da área de estudo.

No modelo usual de oportunidades intervenientes, para estimar o número de viagens  $T_{ij}$  com origem na zona  $i$  e destino na zona  $j$ , leva-se em consideração o número de oportunidades oferecidas pela zona  $j$ , bem como o número de oportunidades oferecidas pelas zonas de tráfego que se situam “entre” as zonas  $i$  e  $j$ , que são as oportunidades intervenientes entre  $i$  e  $j$ . Como já salientado anteriormente, também aqui a proximidade entre duas zonas de tráfego não é necessariamente entendida como a distância física entre  $i$  e  $j$ , mas pode ser entendida como o custo ou o tempo de viagem de  $i$  para  $j$ , ou alguma combinação ponderada destes fatores, que é chamada de custo generalizado de viagem entre as zonas  $i$  e  $j$ .

Essencialmente, o que distingue os modelos de oportunidades intervenientes dos outros modelos de distribuição de viagens, é a premissa assumida nestes modelos, de que o número de viagens realizadas entre uma origem  $i$  e um destino  $j$ , cresce com o aumento do número de oportunidades existentes em  $j$  e decresce com o aumento do número de oportunidades intervenientes entre  $i$  e  $j$ .

Foi essencialmente a partir destas premissas que se obteve o modelo usual de oportunidades intervenientes, devido a Schneider e desenvolvido no capítulo 2,

$$T_{ij} = O_i \cdot k_i \cdot e^{-IW_{ij}} \left( 1 - e^{-IV_j} \right)$$

onde

$T_{ij}$  = número de viagens com origem na zona  $i$  e destino na zona  $j$ ;

$O_i$  = número de viagens com origem na zona  $i$ ;

$I$  = probabilidade de uma oportunidade ser aceita se for considerada;

$W_{ij}$  = número de oportunidades intervenientes entre as zonas  $i$  e  $j$ ;

$V_j$  = número de oportunidades oferecidas pela zona  $j$ , e

$k_i$  = fator de balanceamento das origens  $i$  (constante para cada  $i$ ).

Para fazer uma ponderação das oportunidades de acordo com a sua localização em relação às zonas  $i$  e  $j$ , faz-se uma partição do conjunto das oportunidades intervenientes entre  $i$  e  $j$ , dividindo-as em dois grupos. Esta partição se faz comparando, para cada zona  $l$  que oferece a oportunidade interveniente que está sendo considerada, o custo (ou o custo generalizado) de viagem entre as zonas  $i$  e  $j$ ,  $c_{ij}$ , com a soma  $c_{il} + c_{lj}$ . Isto é, soma-se o custo de viagem da zona  $i$  para esta zona  $l$  com o custo de viagem desta zona  $l$  para a zona  $j$ ,  $c_{il} + c_{lj}$ , para compará-la com o custo de uma viagem direta da zona  $i$  para a zona  $j$ . Um grupo será constituído das zonas  $l$  para as quais a soma  $c_{il} + c_{lj}$  representar um acréscimo ao custo  $c_{ij}$  menor ou igual a uma fração  $r$  de  $c_{ij}$ , ou seja,

$$c_{il} + c_{lj} \leq (1 + r) \cdot c_{ij},$$

e o outro grupo será composto das zonas  $k$  para as quais a soma  $c_{ik} + c_{kj}$  constituir um acréscimo ao custo  $c_{ij}$  maior do que uma fração  $r$  de  $c_{ij}$ , isto é,

$$c_{ik} + c_{kj} > (1 + r) \cdot c_{ij}.$$

Para maior clareza podem ser definidos os conjuntos

$$L = \{\text{zonas de tráfego } l; c_{il} + c_{lj} \leq (1 + r) \cdot c_{ij}\}$$

e



$$K = \{\text{zonas de tráfego } k ; c_{ik} + c_{kj} > (1 + r) \cdot c_{ij}\}.$$

Estes conjuntos  $L$  e  $K$ , ilustrados na Figura 4.1, constituem a partição supra mencionada.

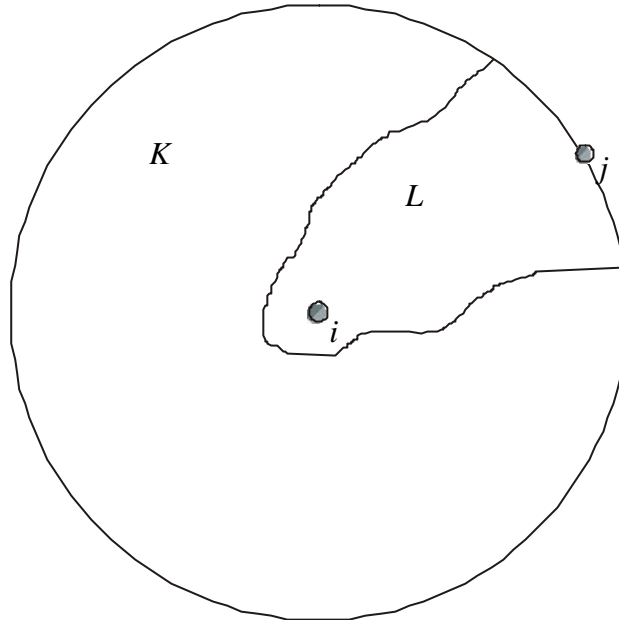


Figura 4.1 – Ilustração da partição do conjunto das oportunidades intervenientes segundo sua posição relativa.

Sejam, então

$p[j/i]$  = probabilidade condicional de uma viagem terminar em  $j$ , dado que teve origem em  $i$ ;

$T$  = número total de viagens ocorridas num certo intervalo de tempo entre as  $n$  zonas da área de estudo;

$p[i, j]$  = probabilidade de uma das  $T$  viagens ter origem em  $i$  e destino em  $j$ ;

$W_{ij}^r$  = número de oportunidades intervenientes entre  $i$  e  $j$  localizadas em zonas  $l$  tais que  $c_{il} + c_{lj} \leq (1 + r) \cdot c_{ij}$ , onde  $r$  é uma constante e

$0 < r < \frac{1}{2}$ , isto é,  $W_{ij}^r$  é o número de oportunidades oferecidas pelas

zonas pertencentes ao conjunto  $L$  definido anteriormente.

A escolha da constante  $r$  satisfazendo a condição  $0 < r < \frac{1}{2}$  é arbitrária, porém intuitivamente razoável, pois quando a soma  $c_{il} + c_{lj}$  exceder  $\frac{3}{2}c_{ij}$  pode-se dizer de uma maneira informal que “para ir da zona  $i$  para a zona  $l$  a viagem é empreendida tomando um sentido diferente do sentido natural a ser tomado para ir da zona  $i$  diretamente para a zona  $j$ ”. No que se segue, é esta então a maneira utilizada, para ponderar de forma diferenciada as oportunidades intervenientes, dependendo de sua posição relativa em relação às zonas  $i$  e  $j$ .

No modelo usual de oportunidades intervenientes, desenvolvido no capítulo 2, se obteve

$$p[j/i] = k_i \cdot e^{-IW_{ij}} \left( 1 - e^{-IV_j} \right), \quad (4.1)$$

onde  $p[j/i]$  fornece a probabilidade de uma viagem ter destino na zona  $j$  dado que a mesma teve origem na zona  $i$ . Este resultado será aplicado aqui, porém separadamente, para os dois grupos de oportunidades intervenientes já destacados. Um destes grupos é constituído das oportunidades oferecidas pelas zonas pertencentes ao conjunto  $L$ , num total de  $W_{ij}^r$  oportunidades e o outro grupo é formado pelas oportunidades oferecidas pelas zonas pertencentes ao conjunto  $K$ , que totalizam  $W_{ij} - W_{ij}^r$  oportunidades. Antes de fazê-lo, algumas considerações se fazem necessárias.

A divisão das oportunidades intervenientes em dois grupos foi feita através dos conjuntos  $L$  e  $K$ , que constituem uma partição para o conjunto das zonas que contém

estas oportunidades, e a partir desta partição se definiu  $W_{ij}^r$ . Dado que uma viagem será empreendida, a partir da análise das oportunidades oferecidas pelas zonas pertencentes ao conjunto  $L$  e das que são oferecidas nas zonas pertencentes a  $K$ , o viajante tomará sua primeira decisão, que consiste em definir a “direção”, ou mais precisamente, o “sentido” que ele tomará. Isto é, ele decidirá se vai empreender sua viagem percorrendo zonas de  $L$  ou se o fará visitando zonas do conjunto  $K$ . Esta decisão se apoiará em:

- (1) as oportunidades a serem consideradas ao empreender uma viagem da zona  $i$  para a zona  $j$  totalizam  $W_{ij} + V_j$ ;
- (2) as  $V_j$  oportunidades da zona  $j$  e as  $W_{ij}^r$  oportunidades das zonas pertencentes a  $L$ , são as que induzem o viajante a empreender sua viagem através de  $L$ , isto é, tomando o sentido natural a ser tomado para ir da zona  $i$  para a zona  $j$ ;
- (3) o viajante é atraído a empreender sua viagem percorrendo zonas pertencentes ao conjunto  $K$ , pelas  $W_{ij} - W_{ij}^r$  oportunidades oferecidas por estas zonas.

Admitindo que as viagens são eventos independentes entre si, obtém-se então que a probabilidade de o viajante iniciar sua viagem percorrendo zonas pertencentes ao conjunto  $L$ , é dada por

$$p \left[ \begin{array}{l} \text{de a viagem ser iniciada} \\ \text{através do conjunto } L \end{array} \right] = \frac{W_{ij}^r + V_j}{W_{ij} + V_j},$$

enquanto que a probabilidade de ele iniciar sua viagem percorrendo zonas pertencentes ao conjunto  $K$ , é dada por

$$\begin{aligned}
p \left[ \begin{array}{l} \text{de a viagem ser iniciada} \\ \text{através do conjunto } K \end{array} \right] &= 1 - \frac{W_{ij}^r + V_j}{W_{ij} + V_j} \\
&= \frac{W_{ij} + V_j - (W_{ij}^r + V_j)}{W_{ij} + V_j} \\
&= \frac{W_{ij} - W_{ij}^r}{W_{ij} + V_j}.
\end{aligned}$$

Considerando as sub-áreas determinadas pelos conjuntos  $L$  e  $K$ , separadamente, como sendo as áreas que oferecem as oportunidades intervenientes entre as zonas  $i$  e  $j$  e aplicando a expressão (4.1) obtém-se, respectivamente,

$$p[j/L] = p[j/W_{ij}^r] = k_i \cdot e^{-\mathbf{I}W_{ij}^r} \left( 1 - e^{-\mathbf{I}V_j} \right)$$

e

$$p[j/K] = p[j/(W_{ij} - W_{ij}^r)] = k_i' \cdot e^{-\mathbf{I}(W_{ij} - W_{ij}^r)} \left( 1 - e^{-\mathbf{I}V_j} \right),$$

onde

$p[j/L] = p[j/W_{ij}^r]$  = probabilidade de uma viagem com origem na zona  $i$  ter destino na zona  $j$  dado que o viajante iniciou sua viagem através da sub-área determinada pelo conjunto  $L$ ,

e

$p[j/K] = p[j/(W_{ij} - W_{ij}^r)]$  = probabilidade de uma viagem com origem na zona  $i$  ter destino na zona  $j$  dado que o viajante a iniciou através da sub-área determinada pelo conjunto  $K$ .

Sabendo que os conjuntos  $L$  e  $K$  constituem uma partição do conjunto das zonas que contém as oportunidades intervenientes entre as zonas  $i$  e  $j$ , e levando em consideração a probabilidade de o viajante iniciar sua viagem através de cada um dos conjuntos  $L$  e  $K$ , obtém-se então

$$\begin{aligned}
 p[j/i] &= p \left[ \begin{array}{l} \text{de a viagem ser iniciada} \\ \text{através do conjunto } L \end{array} \right] \cdot p[j/L] + p \left[ \begin{array}{l} \text{de a viagem ser iniciada} \\ \text{através do conjunto } K \end{array} \right] \cdot p[j/K] \\
 &= \frac{W_{ij}^r + V_j}{W_{ij} + V_j} \cdot p[j/W_{ij}^r] + \frac{W_{ij} - W_{ij}^r}{W_{ij} + V_j} \cdot p[j/(W_{ij} - W_{ij}^r)] \\
 &= \frac{W_{ij}^r + V_j}{W_{ij} + V_j} \cdot \left[ k_i \cdot e^{-1W_{ij}^r} (1 - e^{-1V_j}) \right] + \frac{W_{ij} - W_{ij}^r}{W_{ij} + V_j} \cdot \left[ k_i' \cdot e^{-1(W_{ij} - W_{ij}^r)} (1 - e^{-1V_j}) \right] \\
 &= \frac{1 - e^{-1V_j}}{W_{ij} + V_j} \cdot \left[ k_i \cdot (W_{ij}^r + V_j) \cdot e^{-1W_{ij}^r} + k_i' \cdot (W_{ij} - W_{ij}^r) \cdot e^{-1(W_{ij} - W_{ij}^r)} \right].
 \end{aligned}$$

A exemplo do que se tem no modelo usual de oportunidades intervenientes em relação à constante  $k_i$ , também aqui as constantes  $k_i$  e  $k_i'$  são constantes de balanceamento que podem ser usadas para garantir que toda viagem que iniciou em  $i$  tem destino em alguma zona  $j$  da área de estudo. Ou seja

$$\sum_{j=1}^n p[j/i] = 1.$$

Observa-se, porém, que fazer este balanceamento com  $k_i' \neq k_i$ , significa, na prática, alterar os pesos conferidos a cada uma das partes da expressão de  $p[j/i]$  pelas probabilidades

$$p \left[ \begin{array}{l} \text{de a viagem ser iniciada} \\ \text{através do conjunto } L \end{array} \right] = \frac{W_{ij}^r + V_j}{W_{ij} + V_j}$$

e

$$p \left[ \begin{array}{l} \text{de a viagem ser iniciada} \\ \text{através do conjunto } K \end{array} \right] = \frac{W_{ij} - W_{ij}^r}{W_{ij} + V_j}.$$

Assim deve-se considerar,  $k_i' = k_i$ , o que fornece

$$p[j/i] = \frac{k_i \left( 1 - e^{-\mathbf{I}V_j} \right)}{W_{ij} + V_j} \cdot \left[ \left( W_{ij}^r + V_j \right) \cdot e^{-\mathbf{I}W_{ij}^r} + \left( W_{ij} - W_{ij}^r \right) \cdot e^{-\mathbf{I}(W_{ij} - W_{ij}^r)} \right] \quad (4.2)$$

e para garantir que toda viagem que iniciou em  $i$  tenha destino em alguma zona  $j$  da área de estudo, segue então

$$\sum_{j=1}^n \frac{k_i \left( 1 - e^{-\mathbf{I}V_j} \right)}{W_{ij} + V_j} \cdot \left[ \left( W_{ij}^r + V_j \right) \cdot e^{-\mathbf{I}W_{ij}^r} + \left( W_{ij} - W_{ij}^r \right) \cdot e^{-\mathbf{I}(W_{ij} - W_{ij}^r)} \right] = 1. \quad (4.3)$$

Como a probabilidade de uma das  $T$  viagens empreendidas na área de estudo ter origem na zona  $i$  e destino na zona  $j$  é dada pelo produto da probabilidade de uma viagem iniciar em  $i$  pela probabilidade de uma viagem ter destino em  $j$  dado que teve início em  $i$ , ou seja,

$$p[i, j] = p \left[ \begin{array}{l} \text{uma viagem ter} \\ \text{origem em } i \end{array} \right] \cdot p \left[ \begin{array}{l} \text{uma viagem ter destino em } j \\ \text{dado que teve origem em } i \end{array} \right],$$

temos

$$p[i, j] = \frac{O_i}{T} \cdot p[j/i]$$

e usando (4.2),

$$p[i, j] = \frac{O_i}{T} \cdot \frac{k_i \left( 1 - e^{-\mathbf{I}V_j} \right)}{W_{ij} + V_j} \cdot \left[ \left( W_{ij}^r + V_j \right) \cdot e^{-\mathbf{I}W_{ij}^r} + \left( W_{ij} - W_{ij}^r \right) \cdot e^{-\mathbf{I}(W_{ij} - W_{ij}^r)} \right]. \quad (4.4)$$

Mostra-se, a seguir, que  $p[i, j]$  satisfaz as condições de uma distribuição de probabilidade bivariada, ou seja  $\sum_{i,j} p[i, j] = 1$ . De fato,

$$\begin{aligned}
 \sum_{i,j} p[i, j] &= \sum_{i,j} \frac{O_i}{T} \cdot p[j/i] \\
 &= \frac{1}{T} \cdot \sum_i O_i \cdot \sum_j p[j/i] \\
 &= \frac{1}{T} \cdot \sum_i O_i \cdot 1 \\
 &= \frac{1}{T} \cdot T \cdot 1 \\
 &= 1.
 \end{aligned}$$

Isto garante que cada uma das  $T$  viagens empreendidas na área de estudo terá origem em alguma zona  $i$  e terá destino em alguma zona  $j$  da mesma.

A expressão (4.2) permite escrever então

$$\begin{aligned}
 T_{ij} &= O_i \cdot p[j/i] \\
 &= O_i \cdot \frac{k_i(1 - e^{-IV_j})}{W_{ij} + V_j} \cdot \left[ (W_{ij}^r + V_j) \cdot e^{-IW_{ij}^r} + (W_{ij} - W_{ij}^r) \cdot e^{-I(W_{ij} - W_{ij}^r)} \right]
 \end{aligned}$$

ou

$$T_{ij} = \frac{O_i k_i (1 - e^{-IV_j})}{W_{ij} + V_j} \cdot \left[ (W_{ij}^r + V_j) \cdot e^{-IW_{ij}^r} + (W_{ij} - W_{ij}^r) \cdot e^{-I(W_{ij} - W_{ij}^r)} \right] \quad (4.5)$$

onde  $T_{ij}$  é o número de viagens com origem na zona  $i$  e destino na zona  $j$ .

Da condição (4.3),

$$\sum_{j=1}^n \frac{k_i(1 - e^{-IV_j})}{W_{ij} + V_j} \cdot \left[ (W_{ij}^r + V_j) \cdot e^{-IW_{ij}^r} + (W_{ij} - W_{ij}^r) \cdot e^{-I(W_{ij} - W_{ij}^r)} \right] = 1,$$

obtém-se

$$k_i = \left\{ \sum_{j=1}^n \frac{1 - e^{-IV_j}}{W_{ij} + V_j} \cdot \left[ (W_{ij}^r + V_j) \cdot e^{-IW_{ij}^r} + (W_{ij} - W_{ij}^r) \cdot e^{-I(W_{ij} - W_{ij}^r)} \right] \right\}^{-1}. \quad (4.6)$$

As expressões (4.5) e (4.6) definem então um modelo de oportunidades intervenientes com ponderação distinta para estas oportunidades, dependendo de sua posição relativa em relação às zonas de origem e destino das viagens.

Para o modelo obtido em (4.5) tem-se

$$\begin{aligned} \sum_{j=1}^n T_{ij} &= \sum_{j=1}^n \frac{O_i k_i (1 - e^{-IV_j})}{W_{ij} + V_j} \left[ (W_{ij}^r + V_j) \cdot e^{-IW_{ij}^r} + (W_{ij} - W_{ij}^r) \cdot e^{-I(W_{ij} - W_{ij}^r)} \right] \\ &= O_i k_i \sum_{j=1}^n \frac{(1 - e^{-IV_j})}{W_{ij} + V_j} \left[ (W_{ij}^r + V_j) \cdot e^{-IW_{ij}^r} + (W_{ij} - W_{ij}^r) \cdot e^{-I(W_{ij} - W_{ij}^r)} \right]. \end{aligned}$$

E usando (4.6) obtém-se

$$\begin{aligned} \sum_{j=1}^n T_{ij} &= O_i \cdot k_i \cdot (k_i)^{-1} \\ &= O_i. \end{aligned}$$

Portanto o modelo obtido satisfaz a restrição  $\sum_{j=1}^n T_{ij} = O_i$ . Quanto à restrição

$\sum_{i=1}^n T_{ij} = D_j$ , ela não pode ser satisfeita pelos modelos de oportunidades intervenientes,

(WILSON 1970, p. 152), pois tais modelos fazem a distribuição das viagens a partir do conhecimento do total de viagens originadas em cada zona. Em consonância com isto, observa-se em (4.5) apenas as constantes  $k_i$  a determinar, o que foi feito atendendo à



condição  $\sum_{j=1}^n p[j/i] = 1$ , e forneceu a expressão (4.6) para determinar os valores desses

$k_i$ . E conforme se viu, a determinação dos valores das constantes  $k_i$  através de (4.6)

assegura que a restrição  $\sum_{j=1}^n T_{ij} = O_i$  seja satisfeita. Porém, se for conhecido o número

de viagens que se destinam a cada zona de tráfego, outro procedimento permitirá obter-se um modelo de oportunidades intervenientes atendendo também a esta restrição. Um tal procedimento é abordado em 4.3.

A utilização de (4.6) para determinar as constantes  $k_i$ , assegura também que toda viagem iniciada numa zona  $i$  encontra destino em alguma zona  $j$  dentro da área de estudo. Para ver que o modelo dado por (4.5) distribui todas as  $T$  viagens da área de estudo, basta mostrar que  $\sum_{i,j} T_{ij} = T$ . De fato, a partir de (4.5) obtém-se

$$\begin{aligned} \sum_{i,j} T_{ij} &= \sum_{i,j} \frac{O_i k_i (1 - e^{-IV_j})}{W_{ij} + V_j} \left[ (W_{ij}^r + V_j) \cdot e^{-IW_{ij}^r} + (W_{ij} - W_{ij}^r) \cdot e^{-I(W_{ij} - W_{ij}^r)} \right] \\ &= \sum_{i=1}^n O_i \sum_{j=1}^n \frac{k_i (1 - e^{-IV_j})}{W_{ij} + V_j} \cdot \left[ (W_{ij}^r + V_j) \cdot e^{-IW_{ij}^r} + (W_{ij} - W_{ij}^r) \cdot e^{-I(W_{ij} - W_{ij}^r)} \right]. \end{aligned}$$

E usando (4.3) segue

$$\begin{aligned} \sum_{i,j} T_{ij} &= \sum_{i=1}^n O_i \cdot 1 \\ &= T, \end{aligned}$$

o que garante a consistência do novo modelo.

Como uma observação final desta seção destaca-se que ocorrendo a igualdade entre a matriz das oportunidades intervenientes  $W = (W_{ij})$  e a matriz das oportunidades intervenientes pertencentes ao conjunto  $L$ , a saber,  $W^r = (W_{ij}^r)$ , obter-se-á o modelo de Schneider como um caso particular do presente modelo. De fato, neste caso a expressão 4.5 passa a ser

$$\begin{aligned} T_{ij} &= \frac{O_i k_i (1 - e^{-IV_j})}{W_{ij} + V_j} \cdot \left[ (W_{ij} + V_j) \cdot e^{-IW_{ij}} + (W_{ij} - W_{ij}) \cdot e^{-I(W_{ij} - W_{ij})} \right] \\ &= \frac{O_i k_i (1 - e^{-IV_j})}{W_{ij} + V_j} \cdot \left[ (W_{ij} + V_j) \cdot e^{-IW_{ij}} + 0 \right] \\ &= O_i \cdot k_i \cdot e^{-IW_{ij}} (1 - e^{-IV_j}), \end{aligned}$$

o que prova a veracidade da observação feita.

#### **4.2.2 – Dedução do modelo de oportunidades intervenientes com ponderação das posições relativas das oportunidades, através de maximização de probabilidade**

Segue outra dedução do modelo dado por (4.5) e (4.6) mais fortemente baseada nas probabilidades. Isto é feito a partir da expressão (4.4), que fornece a probabilidade de uma viagem ter origem numa zona  $i$  e destino em uma zona  $j$ , e é aqui reescrita.

$$p[i, j] = \frac{O_i}{T} \cdot \frac{k_i(1 - e^{-IV_j})}{W_{ij} + V_j} \cdot \left[ (W_{ij}^r + V_j) \cdot e^{-IW_{ij}^r} + (W_{ij} - W_{ij}^r) \cdot e^{-I(W_{ij} - W_{ij}^r)} \right] \quad (4.7)$$

Considerando que as várias viagens ocorridas na região em estudo num determinado intervalo de tempo são eventos independentes e dado que  $p[i, j]$  representa a probabilidade de uma viagem iniciar em  $i$  e terminar em  $j$ , tem-se que a probabilidade de duas viagens terem origem  $i$  e destino  $j$  é dada por

$$p[i, j]^2.$$

Assim, a probabilidade de se ter um número  $T_{ij}$  de viagens com origem  $i$  e destino  $j$  é

$$p[i, j]^{T_{ij}}.$$

Conseqüentemente, ao se fazer uma alocação das  $T = \sum_{i=1}^n O_i$  viagens ocorridas na área de estudo num determinado intervalo de tempo, entre os diversos pares de origem e destino  $(i, j)$ , a probabilidade de se obter uma certa matriz  $(T_{ij})$  ao se fazer uma distribuição particular dessas, isto é, uma matriz de distribuição na qual se especifica a origem e o destino de cada viagem em particular, é

$$p\{(T_{ij})\} = \prod_{i,j} p[i, j]^{T_{ij}}.$$

Observe-se que diferentes distribuições particulares das  $T$  viagens podem gerar uma mesma matriz  $[T_{ij}]$ . Assim, para determinar a probabilidade de ocorrência de uma matriz  $[T_{ij}]$ , deve-se multiplicar o número total de maneiras particulares de obtê-la a partir das  $T$  viagens a serem distribuídas, pela probabilidade  $p\{(T_{ij})\}$  de se obter esta matriz ao fazer uma distribuição particular das  $T$  viagens.

Esse número de maneiras de se alocarem as  $T$  viagens ocorridas na área de estudo, no intervalo de tempo considerado, obtendo uma mesma matriz  $[T_{ij}]$ , pode ser obtido como segue. O número de maneiras distintas de se escolher  $T_{11}$  viagens, entre as  $T$  viagens para alocar na célula (1, 1) da matriz  $[T_{ij}]$  é

$$C_T^{T_{11}}.$$

Alocadas estas  $T_{11}$  viagens, restam  $T - T_{11}$  viagens das quais se escolherá  $T_{12}$  viagens para a célula (1, 2) da matriz  $[T_{ij}]$ , o que pode ser feito de

$$C_{T-T_{11}}^{T_{12}}$$

maneiras diferentes. Para a célula (1, 3) da matriz  $[T_{ij}]$ , pode-se escolher as  $T_{13}$  viagens dentre as  $T - T_{11} - T_{12}$  viagens restantes de

$$C_{T-T_{11}-T_{12}}^{T_{13}}$$

maneiras distintas. Portanto, o número total de maneiras diferentes de se alocarem as

$T = \sum_{i=1}^n O_i$  viagens obtendo a mesma matriz  $[T_{ij}]$  é dado por

$$\begin{aligned} M_{ij} &= C_T^{T_{11}} \cdot C_{T-T_{11}}^{T_{12}} \cdot C_{T-T_{11}-T_{12}}^{T_{13}} \cdot \dots \\ &= \frac{T!}{T_{11}!(T-T_{11})!} \cdot \frac{(T-T_{11})!}{T_{12}!(T-T_{11}-T_{12})!} \cdot \frac{(T-T_{11}-T_{12})!}{T_{13}!(T-T_{11}-T_{12}-T_{13})!} \cdot \dots \\ &= \frac{T!}{T_{11}!T_{12}!T_{13}!\dots} \\ &= \frac{T!}{\prod_{i,j} T_{ij}!}. \end{aligned}$$

Assim, a probabilidade de ocorrer uma matriz  $[T_{ij}]$  é

$$p\{[T_{ij}]\} = M_{ij} \cdot p\{T_{ij}\}$$

$$= \frac{T!}{\prod_{i,j} T_{ij}!} \cdot \prod_{i,j} p[i,j]^{T_{ij}}.$$

Utilizando a expressão (4.7), que fornece  $p[i,j]$  obtém-se

$$\begin{aligned} p\{[T_{ij}]\} &= \\ &= \frac{T!}{\prod_{i,j} T_{ij}!} \cdot \prod_{i,j} \left\{ \frac{k_i O_i (1 - e^{-IV_j})}{T(W_{ij} + V_j)} \left[ (W_{ij}^r + V_j) \cdot e^{-IW_{ij}^r} + (W_{ij} - W_{ij}^r) \cdot e^{-I(W_{ij} - W_{ij}^r)} \right] \right\}^{T_{ij}}. \end{aligned} \quad (4.8)$$

Para verificar que

$$\sum_{i,j} p\{[T_{ij}]\} = 1,$$

utiliza-se a relação

$$(a_1 + a_2 + \dots + a_s)^m = \sum_{\substack{i_1 + i_2 + \dots + i_s = m \\ i_1, i_2, \dots, i_s \geq 0}} \frac{m!}{i_1! i_2! \dots i_s!} \cdot a_1^{i_1} \cdot a_2^{i_2} \cdot \dots \cdot a_s^{i_s}$$

que pode ser obtida por indução, a partir da fórmula do binômio de Newton.

Utilizando (4.8) e esta relação, obtém-se então

$$\begin{aligned} \sum_{i,j} p\{[T_{ij}]\} &= \\ &= \sum_{i,j} \frac{T!}{\prod_{i,j} T_{ij}!} \cdot \prod_{i,j} \left\{ \frac{k_i O_i (1 - e^{-IV_j})}{T(W_{ij} + V_j)} \cdot \left[ (W_{ij}^r + V_j) \cdot e^{-IW_{ij}^r} + (W_{ij} - W_{ij}^r) \cdot e^{-I(W_{ij} - W_{ij}^r)} \right] \right\}^{T_{ij}} \\ &= \left\{ \sum_{i,j} \frac{k_i O_i (1 - e^{-IV_j})}{T(W_{ij} + V_j)} \left[ (W_{ij}^r + V_j) \cdot e^{-IW_{ij}^r} + (W_{ij} - W_{ij}^r) \cdot e^{-I(W_{ij} - W_{ij}^r)} \right] \right\}^T \\ &= \left\{ \sum_i \frac{O_i}{T} \sum_j \frac{k_i (1 - e^{-IV_j})}{W_{ij} + V_j} \left[ (W_{ij}^r + V_j) \cdot e^{-IW_{ij}^r} + (W_{ij} - W_{ij}^r) \cdot e^{-I(W_{ij} - W_{ij}^r)} \right] \right\}^T. \end{aligned}$$

Como a expressão (4.3) fornece

$$\sum_{j=1}^n \frac{k_i (1 - e^{-IV_j})}{W_{ij} + V_j} \cdot \left[ (W_{ij}^r + V_j) \cdot e^{-IW_{ij}^r} + (W_{ij} - W_{ij}^r) \cdot e^{-I(W_{ij} - W_{ij}^r)} \right] = 1,$$

tem-se

$$\begin{aligned} \sum_{i,j} p\{[T_{ij}]\} &= \left\{ \sum_i \frac{O_i}{T} \cdot 1 \right\}^T \\ &= [1 \cdot 1]^T \\ &= 1. \end{aligned}$$

Para encontrar a matriz  $[T_{ij}]$  que possui a maior probabilidade de ocorrência, deve-se maximizar  $p\{[T_{ij}]\}$  sujeita à restrição

$$\sum_j T_{ij} = O_i \quad (i = 1, 2, \dots, n). \quad (4.9)$$

A fim de se poder usar as ferramentas do Cálculo Diferencial nesta tarefa, considera-se que os valores admissíveis para os  $T_{ij}$  sejam todos os números reais não negativos, embora esteja claro que  $T_{ij}$  só pode assumir valores inteiros não negativos. Além disso, como a função  $\ln x$  (logaritmo natural de  $x$ ) é uma função crescente, um ponto de máximo para  $p\{[T_{ij}]\}$  será também um ponto de máximo para  $\ln p\{[T_{ij}]\}$  e vice-versa. Assim, para resolver o problema proposto, basta maximizar a função  $\ln p$  sujeita à restrição (4.9). Aplicando a função logaritmo natural aos dois membros de (4.8) vem

$$\ln p\{[T_{ij}]\} =$$

$$\begin{aligned}
&= \ln \frac{T!}{\prod_{i,j} T_{ij}!} + \ln \prod_{i,j} \left\{ \frac{k_i O_i (1 - e^{-IV_j})}{T(W_{ij} + V_j)} \left[ (W_{ij}^r + V_j) \cdot e^{-IW_{ij}^r} + (W_{ij} - W_{ij}^r) \cdot e^{-I(W_{ij} - W_{ij}^r)} \right] \right\}^{T_{ij}} \\
&= \ln(T!) - \sum_{i,j} \ln(T_{ij}!) + \\
&\quad + \sum_{i,j} \ln \left\{ \frac{k_i O_i (1 - e^{-IV_j})}{T(W_{ij} + V_j)} \left[ (W_{ij}^r + V_j) \cdot e^{-IW_{ij}^r} + (W_{ij} - W_{ij}^r) \cdot e^{-I(W_{ij} - W_{ij}^r)} \right] \right\}^{T_{ij}}.
\end{aligned}$$

Usando a fórmula de aproximação de Stirling (ver, FELLER, 1970, p. 52),  
obtem-se

$$\begin{aligned}
\ln p\{[T_{ij}]\} &\cong T \ln T - T - \sum_{i,j} (T_{ij} \ln T_{ij} - T_{ij}) + \\
&+ \sum_{i,j} T_{ij} \ln \left\{ \frac{k_i O_i (1 - e^{-IV_j})}{T(W_{ij} + V_j)} \left[ (W_{ij}^r + V_j) \cdot e^{-IW_{ij}^r} + (W_{ij} - W_{ij}^r) \cdot e^{-I(W_{ij} - W_{ij}^r)} \right] \right\}. \quad (4.10)
\end{aligned}$$

Da condição (4.9) vem que para cada  $i$  se deve ter

$$O_i - \sum_{j=1}^n T_{ij} = 0.$$

Assim, introduzem-se os multiplicadores de Lagrange

$$\mathbf{q}_1, \mathbf{q}_2, \dots, \mathbf{q}_i$$

para obter a função lagrangeana

$$L = \ln p + \sum_i \mathbf{q}_i \left( O_i - \sum_j T_{ij} \right)$$

ou, usando a aproximação de  $\ln p$  dada por (4.10) e mantendo ainda a notação  $L$  para representar a aproximação assim obtida,

$$\begin{aligned}
L = & T \ln T - T - \sum_{i,j} (T_{ij} \ln T_{ij} - T_{ij}) + \\
& + \sum_{i,j} T_{ij} \ln \left\{ \frac{k_i O_i (1 - e^{-IV_j})}{T(W_{ij} + V_j)} \left[ (W_{ij}^r + V_j) \cdot e^{-IW_{ij}^r} + (W_{ij} - W_{ij}^r) \cdot e^{-I(W_{ij} - W_{ij}^r)} \right] \right\} \\
& + \sum_i \mathbf{q}_i \left( O_i - \sum_j T_{ij} \right). \tag{4.11}
\end{aligned}$$

As derivadas parciais de primeira ordem de  $L$  são

$$\begin{aligned}
\frac{\partial L}{\partial T_{ij}} = & - \left[ T_{ij} \cdot \frac{1}{T_{ij}} + 1 \cdot \ln T_{ij} - 1 \right] + \\
& + \ln \left\{ \frac{k_i O_i (1 - e^{-IV_j})}{T(W_{ij} + V_j)} \left[ (W_{ij}^r + V_j) \cdot e^{-IW_{ij}^r} + (W_{ij} - W_{ij}^r) \cdot e^{-I(W_{ij} - W_{ij}^r)} \right] \right\} + \mathbf{q}_i(-1) \\
= & - \ln T_{ij} + \ln \left\{ \frac{k_i O_i (1 - e^{-IV_j})}{T(W_{ij} + V_j)} \left[ (W_{ij}^r + V_j) \cdot e^{-IW_{ij}^r} + (W_{ij} - W_{ij}^r) \cdot e^{-I(W_{ij} - W_{ij}^r)} \right] \right\} - \mathbf{q}_i,
\end{aligned}$$

e

$$\frac{\partial L}{\partial \mathbf{q}_i} = 1 \cdot \left( O_i - \sum_j T_{ij} \right) = O_i - \sum_j T_{ij}.$$

As derivadas parciais de segunda ordem de  $L$  em relação às variáveis  $T_{ij}$  por sua vez são



$$\frac{\partial^2 L}{\partial T_{ij}^2} = -\frac{1}{T_{ij}}$$

e

$$\frac{\partial^2 L}{\partial T_{ij} \partial T_{lk}} = 0 \text{ sempre que } (i, j) \neq (l, k).$$

Assim a matriz das derivadas parciais de segunda ordem de  $L$  em relação às variáveis  $T_{ij}$ , que será denotada por  $D_{T_{ij}}^2 L$ , é a matriz diagonal de ordem

$(n^2 - n) \times (n^2 - n)$ , cujos elementos da diagonal principal são os termos  $-\frac{1}{T_{ij}}$ . Cabe

salientar que a ordem da matriz  $D_{T_{ij}}^2 L$  é  $(n^2 - n) \times (n^2 - n)$  e não  $n^2 \times n^2$  porque

$T_{ij}$  foi deduzido supondo sempre um par de zonas  $(i, j)$  o que supõe  $i \neq j$ . Tem-se

então  $y^t \left( D_{T_{ij}}^2 L \right) y < 0$  para todo vetor  $y$  de  $(n^2 - n)$  coordenadas reais, onde  $y^t$  é

o transposto do vetor coluna  $y$ .

Além disso, como as restrições do problema de maximização em estudo são todas de igualdade, os pontos que satisfazem as condições

$$\frac{\partial L}{\partial T_{ij}} = 0$$

e

$$\frac{\partial L}{\partial \mathbf{q}_i} = 0$$

são pontos de máximo global para  $L$  (ver, por exemplo, MARTÍNEZ e SANTOS, 1996, p.19).

Fazendo

$$\frac{\partial L}{\partial \mathbf{q}_i} = 0$$

vem

$$\sum_j T_{ij} = O_i$$

e fazendo

$$\frac{\partial L}{\partial T_{ij}} = 0$$

vem

$$-\ln T_{ij} + \ln \left\{ \frac{k_i O_i (1 - e^{-IV_j})}{T(W_{ij} + V_j)} \left[ (W_{ij}^r + V_j) \cdot e^{-IW_{ij}^r} + (W_{ij} - W_{ij}^r) \cdot e^{-I(W_{ij} - W_{ij}^r)} \right] \right\} - \mathbf{q} = 0$$

ou

$$\begin{aligned} \ln T_{ij} &= \ln \left\{ \frac{k_i O_i (1 - e^{-IV_j})}{T(W_{ij} + V_j)} \left[ (W_{ij}^r + V_j) \cdot e^{-IW_{ij}^r} + (W_{ij} - W_{ij}^r) \cdot e^{-I(W_{ij} - W_{ij}^r)} \right] \right\} - \mathbf{q} \\ &= \ln \left\{ \frac{k_i O_i (1 - e^{-IV_j})}{T(W_{ij} + V_j)} \left[ (W_{ij}^r + V_j) \cdot e^{-IW_{ij}^r} + (W_{ij} - W_{ij}^r) \cdot e^{-I(W_{ij} - W_{ij}^r)} \right] \right\} + \ln e^{-\mathbf{q}_i} \\ &= \ln \left\{ \frac{k_i O_i (1 - e^{-IV_j})}{T(W_{ij} + V_j)} \left[ (W_{ij}^r + V_j) \cdot e^{-IW_{ij}^r} + (W_{ij} - W_{ij}^r) \cdot e^{-I(W_{ij} - W_{ij}^r)} \right] \cdot e^{-\mathbf{q}_i} \right\}. \end{aligned}$$

Assim

$$T_{ij} = \frac{k_i O_i (1 - e^{-IV_j})}{T(W_{ij} + V_j)} \left[ (W_{ij}^r + V_j) \cdot e^{-IW_{ij}^r} + (W_{ij} - W_{ij}^r) \cdot e^{-I(W_{ij} - W_{ij}^r)} \right] \cdot e^{-\mathbf{q}_i}. \quad (4.12)$$

Usando a condição (4.9) obtém-se

$$\sum_j \frac{k_i O_i (1 - e^{-IV_j})}{T(W_{ij} + V_j)} \left[ (W_{ij}^r + V_j) \cdot e^{-IW_{ij}^r} + (W_{ij} - W_{ij}^r) \cdot e^{-I(W_{ij} - W_{ij}^r)} \right] \cdot e^{-q_i} = O_i.$$

ou

$$\frac{k_i e^{-q_i}}{T} \sum_j \frac{1 - e^{-IV_j}}{W_{ij} + V_j} \left[ (W_{ij}^r + V_j) \cdot e^{-IW_{ij}^r} + (W_{ij} - W_{ij}^r) \cdot e^{-I(W_{ij} - W_{ij}^r)} \right] = 1.$$

Escrevendo

$$A_i = \frac{k_i e^{-q_i}}{T} \quad (4.13)$$

obtém-se

$$A_i \sum_j \frac{1 - e^{-IV_j}}{W_{ij} + V_j} \left[ (W_{ij}^r + V_j) \cdot e^{-IW_{ij}^r} + (W_{ij} - W_{ij}^r) \cdot e^{-I(W_{ij} - W_{ij}^r)} \right] = 1$$

ou

$$A_i = \left\{ \sum_j \frac{1 - e^{-IV_j}}{W_{ij} + V_j} \left[ (W_{ij}^r + V_j) \cdot e^{-IW_{ij}^r} + (W_{ij} - W_{ij}^r) \cdot e^{-I(W_{ij} - W_{ij}^r)} \right] \right\}^{-1}. \quad (4.14)$$

Substituindo (4.13) em (4.12) obtém-se então

$$T_{ij} = \frac{A_i O_i (1 - e^{-IV_j})}{W_{ij} + V_j} \left[ (W_{ij}^r + V_j) \cdot e^{-IW_{ij}^r} + (W_{ij} - W_{ij}^r) \cdot e^{-I(W_{ij} - W_{ij}^r)} \right] \quad (4.15)$$

onde

$$A_i = \left\{ \sum_j \frac{1 - e^{-IV_j}}{W_{ij} + V_j} \left[ (W_{ij}^r + V_j) \cdot e^{-IW_{ij}^r} + (W_{ij} - W_{ij}^r) \cdot e^{-I(W_{ij} - W_{ij}^r)} \right] \right\}^{-1} \quad (4.16)$$

é um fator de balanceamento.

De acordo com a expressão (4.13), que introduziu os fatores  $A_i$ , observa-se que os parâmetros  $k_i$  foram englobadas nos fatores  $A_i$ . Assim, no processo de balanceamento, os valores dos  $k_i$  não precisam ser determinados.

Analisando a expressão (4.15) percebe-se que:

- (a)  $T_{ij}$  é diretamente proporcional a  $O_i$ ;
- (b)  $T_{ij}$  diminui quando aumenta o número  $W_{ij}$  das oportunidades intervenientes entre as zonas  $i$  e  $j$ , e aumenta quando  $W_{ij}$  diminui;
- (c) a expressão  $(1 - e^{-IV_j})$  que aparece no numerador de (4.15) mostra que  $T_{ij}$  aumenta quando o número de oportunidades  $V_j$  oferecidas pela zona  $j$  aumenta, pois a função  $(1 - e^{-IV_j})$  é uma função crescente de  $V_j$ , conforme revela o expoente negativo  $-IV_j$ ;
- (d) as  $W_{ij}^r$  oportunidades intervenientes pertencentes às zonas contidas no conjunto  $L$ , e as  $W_{ij} - W_{ij}^r$  oportunidades intervenientes das zonas pertencentes ao conjunto  $K$ , afetam  $T_{ij}$  de forma diferente pois estes

números aparecem em exponenciais distintas que são, por sua vez, multiplicadas por constantes diferentes.

Portanto, o modelo de oportunidades intervenientes caracterizado pelas expressões (4.15) e (4.16), atende às premissas básicas sob as quais ele foi concebido. Em especial, a condição (d) revela uma influência diferenciada das oportunidades intervenientes, existentes entre as zonas de tráfego  $i$  e  $j$ , dependendo da posição relativa que elas ocupam entre as referidas zonas, isto é, se elas são oportunidades oferecidas por zonas pertencentes ao conjunto  $L$  ou  $K$ , definidos em 4.2.1.

### **4.2.3 – Estimação dos parâmetros do modelo de oportunidades intervenientes com ponderação das posições relativas das oportunidades, através de máxima verossimilhança**

Nas deduções feitas nas seções 4.2.1 e 4.2.2 para o modelo de oportunidades intervenientes com ponderação relativamente à localização, foram obtidas fórmulas para determinar os parâmetros  $k_i$  na primeira e  $A_i$  na segunda dedução. Nesta seção, estes parâmetros são determinados através do método estatístico da máxima verossimilhança. Este método busca determinar estimativas para os parâmetros, sob as quais a probabilidade da obtenção do conjunto de dados observados é maximizada.

Para aplicar o princípio da máxima verossimilhança ao modelo desenvolvido, ele deve ser escrito na forma de probabilidade. Isto pode ser obtido dividindo os dois membros de (4.15) por  $T = \sum_{i,j} T_{ij}$  e observando que  $p_{ij} = \frac{T_{ij}}{T}$  representa a fração

das  $T$  viagens que tem origem  $i$  e destino  $j$ , e  $o_i = \frac{O_i}{T}$  representa a fração das  $T$  viagens que tem origem na zona  $i$ . Assim,

$$\sum_{i=1}^n o_i = \sum_{i=1}^n \frac{O_i}{T} = \frac{1}{T} \cdot \sum_{i=1}^n O_i = \frac{1}{T} \cdot T = 1.$$

Além disso, para evitar ambigüidade de notação escreve-se  $a_i$  no lugar da constante  $A_i$ .

O modelo na forma de probabilidade é então

$$p_{ij} = \frac{a_i o_i (1 - e^{-\mathbf{I}V_j})}{W_{ij} + V_j} \left[ (W_{ij}^r + V_j) \cdot e^{-\mathbf{I}W_{ij}^r} + (W_{ij} - W_{ij}^r) \cdot e^{-\mathbf{I}(W_{ij} - W_{ij}^r)} \right] \quad (4.17)$$

onde

$$\sum_{i=1}^n o_i = 1.$$

Admitindo que se tenha uma matriz  $(T_{ij}^*)$  de viagens observadas na área de estudo e sendo

$$T^* = \sum_{i,j} T_{ij}^*,$$

a função de verossimilhança é

$$M = \prod_{i,j} (p_{ij})^{T_{ij}^*}$$

ou

$$M = \prod_{i,j} \left\{ \frac{a_i o_i (1 - e^{-\mathbf{I}V_j})}{W_{ij} + V_j} \left[ (W_{ij}^r + V_j) \cdot e^{-\mathbf{I}W_{ij}^r} + (W_{ij} - W_{ij}^r) \cdot e^{-\mathbf{I}(W_{ij} - W_{ij}^r)} \right] \right\}^{T_{ij}^*}. \quad (4.18)$$

Para estimar os parâmetros através da máxima verossimilhança, deve ser maximizada a função (4.18) sujeita à restrição de consistência

$$\sum_{i,j} p_{ij} = 1$$

ou

$$\sum_{i,j} \frac{a_i o_i (1 - e^{-IV_j})}{W_{ij} + V_j} \left[ (W_{ij}^r + V_j) \cdot e^{-IW_{ij}^r} + (W_{ij} - W_{ij}^r) \cdot e^{-I(W_{ij} - W_{ij}^r)} \right] = 1. \quad (4.19)$$

Como a função  $\ln x$  é uma função crescente, maximizar  $M$  equivale a maximizar  $\ln M$ . Para maximizar  $\ln M$  sujeita à condição de consistência (4.19) introduz-se a função de Lagrange

$$\begin{aligned} L = \ln M + \mathbf{d} \cdot \left( 1 - \sum_{i,j} p_{ij} \right) = \\ \sum_{i,j} T_{ij}^* \left\{ \ln a_i + \ln o_i + \ln(1 - e^{-IV_j}) + \ln \left[ (W_{ij}^r + V_j) \cdot e^{-IW_{ij}^r} + (W_{ij} - W_{ij}^r) \cdot e^{-I(W_{ij} - W_{ij}^r)} \right] - \ln(W_{ij} + V_j) \right\} + \\ + \mathbf{d} \cdot \left\{ 1 - \sum_{i,j} \frac{a_i o_i (1 - e^{-IV_j})}{W_{ij} + V_j} \left[ (W_{ij}^r + V_j) \cdot e^{-IW_{ij}^r} + (W_{ij} - W_{ij}^r) \cdot e^{-I(W_{ij} - W_{ij}^r)} \right] \right\}. \end{aligned}$$

As derivadas parciais de primeira ordem de  $L$  são

$$\frac{\partial L}{\partial a_i} = \sum_j T_{ij}^* \cdot \frac{1}{a_i} - \mathbf{d} \sum_j \frac{o_i (1 - e^{-IV_j})}{W_{ij} + V_j} \left[ (W_{ij}^r + V_j) \cdot e^{-IW_{ij}^r} + (W_{ij} - W_{ij}^r) \cdot e^{-I(W_{ij} - W_{ij}^r)} \right]$$

e

$$\frac{\partial L}{\partial \mathbf{d}} = 1 - \sum_{i,j} \frac{a_i o_i (1 - e^{-IV_j})}{W_{ij} + V_j} \left[ (W_{ij}^r + V_j) \cdot e^{-IW_{ij}^r} + (W_{ij} - W_{ij}^r) \cdot e^{-I(W_{ij} - W_{ij}^r)} \right].$$

As derivadas parciais de segunda ordem de  $L$  em relação às variáveis  $a_i$ , por sua vez, são

$$\frac{\partial^2 L}{\partial^2 a_i^2} = - \sum_j T_{ij}^* \cdot \frac{1}{a_i^2}$$

e

$$\frac{\partial^2 L}{\partial a_i \partial a_j} = 0 \text{ sempre que } i \neq j.$$

Assim a matriz das derivadas de segunda ordem de  $L$ , em relação às variáveis  $a_i$ , é a matriz diagonal de ordem  $n \times n$

$$D_{a_i^2}^2 L = \begin{bmatrix} - \sum_j T_{ij}^* \frac{1}{a_1^2} & 0 & \dots & 0 \\ 0 & - \sum_j T_{ij}^* \frac{1}{a_2^2} & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & - \sum_j T_{ij}^* \frac{1}{a_n^2} \end{bmatrix},$$

que fornece

$$y^t \left( D_{a_i^2}^2 L \right) y < 0$$

para todo vetor não nulo  $y \in \mathbb{R}^n$ , onde  $y^t$  é o transposto do vetor coluna  $y$ . Além

disso, como a restrição  $\sum_{i,j} p_{ij} = 1$  é de igualdade, os pontos que satisfazem as

condições

$$\frac{\partial L}{\partial a_i} = 0$$

e



$$\frac{\partial L}{\partial \mathbf{d}} = 0$$

são pontos de máximo global para  $L$  (ver, por exemplo, FLETCHER, 1987, p.211).

De

$$\frac{\partial L}{\partial \mathbf{d}} = 0$$

obtem-se a condição de consistência (4.19),

$$\sum_{i,j} \frac{a_i o_i (1 - e^{-\mathbf{I}V_j})}{W_{ij} + V_j} \left[ (W_{ij}^r + V_j) \cdot e^{-\mathbf{I}W_{ij}^r} + (W_{ij} - W_{ij}^r) \cdot e^{-\mathbf{I}(W_{ij} - W_{ij}^r)} \right] = 1$$

ou seja

$$\sum_{i,j} p_{ij} = 1,$$

e fazendo-se

$$\frac{\partial L}{\partial a_i} = 0$$

obtem-se

$$\mathbf{d} \sum_j \frac{o_i (1 - e^{-\mathbf{I}V_j})}{W_{ij} + V_j} \left[ (W_{ij}^r + V_j) \cdot e^{-\mathbf{I}W_{ij}^r} + (W_{ij} - W_{ij}^r) \cdot e^{-\mathbf{I}(W_{ij} - W_{ij}^r)} \right] = \sum_j \frac{T_{ij}^*}{a_i}$$

ou seja,

$$\mathbf{d} \sum_j \frac{a_i o_i (1 - e^{-\mathbf{I}V_j})}{W_{ij} + V_j} \left[ (W_{ij}^r + V_j) \cdot e^{-\mathbf{I}W_{ij}^r} + (W_{ij} - W_{ij}^r) \cdot e^{-\mathbf{I}(W_{ij} - W_{ij}^r)} \right] = \sum_j T_{ij}^* \quad (4.20)$$

ou ainda,

$$\mathbf{d} \sum_j p_{ij} = \sum_j T_{ij}^* .$$

Somando os dois membros desta igualdade em  $i$  vem

$$\mathbf{d} \sum_{i,j} p_{ij} = \sum_{i,j} T_{ij}^*$$

donde segue

$$\mathbf{d} \cdot 1 = T^*,$$

isto é,

$$\mathbf{d} = T^*. \quad (4.21)$$

Substituindo (4.21) em (4.20) vem

$$\begin{aligned} T^* \sum_j \frac{a_i o_i (1 - e^{-\mathbf{I}V_j})}{W_{ij} + V_j} \left[ (W_{ij}^r + V_j) \cdot e^{-\mathbf{I}W_{ij}^r} + (W_{ij} - W_{ij}^r) \cdot e^{-\mathbf{I}(W_{ij} - W_{ij}^r)} \right] &= \sum_j T_{ij}^* \\ &= O_i^* \\ &= o_i \cdot T^*. \end{aligned}$$

Portanto

$$T^* \sum_j \frac{a_i (1 - e^{-\mathbf{I}V_j})}{W_{ij} + V_j} \left[ (W_{ij}^r + V_j) \cdot e^{-\mathbf{I}W_{ij}^r} + (W_{ij} - W_{ij}^r) \cdot e^{-\mathbf{I}(W_{ij} - W_{ij}^r)} \right] = T^*,$$

ou seja,

$$\sum_j \frac{a_i (1 - e^{-\mathbf{I}V_j})}{W_{ij} + V_j} \left[ (W_{ij}^r + V_j) \cdot e^{-\mathbf{I}W_{ij}^r} + (W_{ij} - W_{ij}^r) \cdot e^{-\mathbf{I}(W_{ij} - W_{ij}^r)} \right] = 1.$$

Desta equação obtém-se então

$$a_i = \left\{ \sum_j \frac{1 - e^{-\mathbf{I}V_j}}{W_{ij} + V_j} \left[ (W_{ij}^r + V_j) \cdot e^{-\mathbf{I}W_{ij}^r} + (W_{ij} - W_{ij}^r) \cdot e^{-\mathbf{I}(W_{ij} - W_{ij}^r)} \right] \right\}^{-1}.$$

Portanto o modelo de oportunidades intervenientes com ponderação relativamente à localização, escrito na forma de probabilidade é

$$p_{ij} = \frac{a_i o_i (1 - e^{-IV_j})}{W_{ij} + V_j} \left[ (W_{ij}^r + V_j) \cdot e^{-IW_{ij}^r} + (W_{ij} - W_{ij}^r) \cdot e^{-I(W_{ij} - W_{ij}^r)} \right] \quad (4.22)$$

onde

$$a_i = \left\{ \sum_j \frac{1 - e^{-IV_j}}{W_{ij} + V_j} \left[ (W_{ij}^r + V_j) \cdot e^{-IW_{ij}^r} + (W_{ij} - W_{ij}^r) \cdot e^{-I(W_{ij} - W_{ij}^r)} \right] \right\}^{-1} \quad (4.23)$$

Para facilitar a comparação do modelo aqui obtido com o modelo dado por (4.15) e (4.16), estas expressões são aqui repetidas

$$T_{ij} = \frac{A_i O_i (1 - e^{-IV_j})}{W_{ij} + V_j} \left[ (W_{ij}^r + V_j) \cdot e^{-IW_{ij}^r} + (W_{ij} - W_{ij}^r) \cdot e^{-I(W_{ij} - W_{ij}^r)} \right] \quad (4.24)$$

onde

$$A_i = \left\{ \sum_j \frac{1 - e^{-IV_j}}{W_{ij} + V_j} \left[ (W_{ij}^r + V_j) \cdot e^{-IW_{ij}^r} + (W_{ij} - W_{ij}^r) \cdot e^{-I(W_{ij} - W_{ij}^r)} \right] \right\}^{-1} \quad (4.25)$$

Lembrando que  $o_i = \frac{O_i}{T}$  e  $p_{ij} = \frac{T_{ij}}{T}$ , constata-se imediatamente a equivalência

das duas apresentações do modelo de oportunidades intervenientes com ponderação relativamente à localização, isto é, a equivalência do modelo dado por (4.24) e (4.25) com o modelo obtido aqui através da máxima verossimilhança e dado por (4.22) e (4.23).

### 4.3 – Consideração da Dupla Restrição de Fluxos para o Modelo de Oportunidades Intervenientes com Ponderação das Posições Relativas das Oportunidades

Considera-se agora a situação em que se tem o conhecimento não apenas do número de viagens originadas em cada zona de tráfego, mas também o número de viagens destinadas a cada uma delas. Isto é, o novo modelo de oportunidades intervenientes é obtido atendendo às duas restrições:

$$\sum_{j=1}^n T_{ij} = O_i \quad (4.26)$$

e

$$\sum_{i=1}^n T_{ij} = D_j. \quad (4.27)$$

#### 4.3.1 – Dedução do novo modelo com dupla restrição

Obtém-se a seguir o novo modelo de oportunidades intervenientes atendendo às restrições (4.26) e (4.27) utilizando um procedimento geral descrito por Alan Wilson em (WILSON, 1970, p. 152), para transformar modelos de oportunidades intervenientes com uma restrição em modelos duplamente restritos.

Para transformar uma matriz de distribuição de viagens  $[T_{ij}^0]$  fornecida por um determinado modelo numa matriz  $[T_{ij}]$  cujas somas das linhas,  $\sum_{j=1}^n T_{ij} = O_i$  e colunas

$\sum_{i=1}^n T_{ij} = D_j$  são conhecidas, pode-se usar a transformação

$$T_{ij} = a_i \cdot b_j \cdot T_{ij}^0.$$

As constantes  $a_i$  e  $b_j$  podem ser obtidas somando os dois membros desta expressão em relação a  $j$  e em relação a  $i$ , respectivamente. Obtém-se então

$$\sum_{j=1}^n T_{ij} = \sum_{j=1}^n a_i \cdot b_j \cdot T_{ij}^0$$

$$O_i = a_i \cdot \sum_{j=1}^n b_j \cdot T_{ij}^0,$$

o que fornece

$$a_i = O_i \cdot \left( \sum_{j=1}^n b_j \cdot T_{ij}^0 \right)^{-1}; \quad (4.28)$$

e

$$\sum_{i=1}^n T_{ij} = \sum_{i=1}^n a_i \cdot b_j \cdot T_{ij}^0$$

$$D_j = b_j \cdot \sum_{i=1}^n a_i \cdot T_{ij}^0$$

de onde segue

$$b_j = D_j \cdot \left( \sum_{i=1}^n a_i \cdot T_{ij}^0 \right)^{-1}.$$

Se  $T_{ij}^0$  for obtida através do modelo dado por (4.5) então tem-se

$$\begin{aligned} T_{ij} &= a_i \cdot b_j \cdot \frac{O_i k_i (1 - e^{-IV_j})}{W_{ij} + V_j} \cdot \left[ (W_{ij}^r + V_j) \cdot e^{-IW_{ij}^r} + (W_{ij} - W_{ij}^r) \cdot e^{-I(W_{ij} - W_{ij}^r)} \right] \\ &= \frac{a_i b_j O_i k_i (1 - e^{-IV_j})}{W_{ij} + V_j} \cdot \left[ (W_{ij}^r + V_j) \cdot e^{-IW_{ij}^r} + (W_{ij} - W_{ij}^r) \cdot e^{-I(W_{ij} - W_{ij}^r)} \right]. \end{aligned}$$

Escrevendo

$$A_i = a_i \cdot k_i \quad (4.29)$$

obtem-se

$$T_{ij} = \frac{A_i b_j O_i (1 - e^{-IV_j})}{W_{ij} + V_j} \cdot \left[ (W_{ij}^r + V_j) \cdot e^{-IW_{ij}^r} + (W_{ij} - W_{ij}^r) \cdot e^{-I(W_{ij} - W_{ij}^r)} \right],$$

e escrevendo agora

$$B_j \cdot D_j = b_j \cdot (1 - e^{-IV_j}) \quad (4.30)$$

obtem-se o modelo

$$T_{ij} = \frac{A_i O_i B_j D_j}{W_{ij} + V_j} \cdot \left[ (W_{ij}^r + V_j) \cdot e^{-IW_{ij}^r} + (W_{ij} - W_{ij}^r) \cdot e^{-I(W_{ij} - W_{ij}^r)} \right].$$

As constantes  $A_i$  são obtidas a partir de (4.29) e (4.28).

$$A_i = a_i \cdot k_i$$

$$= O_i \cdot \left( \sum_{j=1}^n b_j \cdot T_{ij}^0 \right)^{-1} \cdot k_i$$

$$= O_i \cdot k_i \cdot \left\{ \sum_{j=1}^n \frac{b_j O_i k_i (1 - e^{-IV_j})}{W_{ij} + V_j} \left[ (W_{ij}^r + V_j) \cdot e^{-IW_{ij}^r} + (W_{ij} - W_{ij}^r) \cdot e^{-I(W_{ij} - W_{ij}^r)} \right] \right\}^{-1}$$

$$= \left\{ \sum_{j=1}^n \frac{b_j (1 - e^{-\mathbf{I}V_j})}{W_{ij} + V_j} \left[ (W_{ij}^r + V_j) \cdot e^{-\mathbf{I}W_{ij}^r} + (W_{ij} - W_{ij}^r) \cdot e^{-\mathbf{I}(W_{ij} - W_{ij}^r)} \right] \right\}^{-1}.$$

Usando agora a relação fornecida por (4.30) vem

$$A_i = \left\{ \sum_{j=1}^n \frac{B_j D_j}{W_{ij} + V_j} \left[ (W_{ij}^r + V_j) \cdot e^{-\mathbf{I}W_{ij}^r} + (W_{ij} - W_{ij}^r) \cdot e^{-\mathbf{I}(W_{ij} - W_{ij}^r)} \right] \right\}^{-1}.$$

Para o cálculo das constantes  $B_j$  observa-se que (4.30) fornece

$$B_j \cdot D_j = b_j \cdot (1 - e^{-\mathbf{I}V_j})$$

e utilizando a relação

$$b_j = D_j \cdot \left( \sum_{i=1}^n a_i \cdot T_{ij}^o \right)^{-1}$$

segue

$$B_j \cdot D_j = (1 - e^{-\mathbf{I}V_j}) \cdot D_j \cdot \left( \sum_{i=1}^n a_i \cdot T_{ij}^o \right)^{-1}$$

e

$$B_j = (1 - e^{-\mathbf{I}V_j}) \cdot \left( \sum_{i=1}^n \frac{A_i}{k_i} \cdot T_{ij}^o \right)^{-1} =$$

$$(1 - e^{-\mathbf{I}V_j}) \cdot \left\{ \sum_{i=1}^n \frac{A_i}{k_i} \cdot \frac{O_i k_i (1 - e^{-\mathbf{I}V_j})}{W_{ij} + V_j} \left[ (W_{ij}^r + V_j) \cdot e^{-\mathbf{I}W_{ij}^r} + (W_{ij} - W_{ij}^r) \cdot e^{-\mathbf{I}(W_{ij} - W_{ij}^r)} \right] \right\}^{-1}.$$

Ou seja,

$$B_j = \left\{ \sum_{i=1}^n \frac{A_i O_i}{W_{ij} + V_j} \left[ (W_{ij}^r + V_j) \cdot e^{-\mathbf{I}W_{ij}^r} + (W_{ij} - W_{ij}^r) \cdot e^{-\mathbf{I}(W_{ij} - W_{ij}^r)} \right] \right\}^{-1}.$$

Portanto o novo modelo de oportunidades intervenientes com restrição dupla é dado por

$$T_{ij} = \frac{A_i O_i B_j D_j}{W_{ij} + V_j} \cdot \left[ (W_{ij}^r + V_j) \cdot e^{-\mathbf{I}W_{ij}^r} + (W_{ij} - W_{ij}^r) \cdot e^{-\mathbf{I}(W_{ij} - W_{ij}^r)} \right] \quad (4.31)$$

onde

$$A_i = \left\{ \sum_{j=1}^n \frac{B_j D_j}{W_{ij} + V_j} \left[ (W_{ij}^r + V_j) \cdot e^{-\mathbf{I}W_{ij}^r} + (W_{ij} - W_{ij}^r) \cdot e^{-\mathbf{I}(W_{ij} - W_{ij}^r)} \right] \right\}^{-1} \quad (4.32)$$

e

$$B_j = \left\{ \sum_{i=1}^n \frac{A_i O_i}{W_{ij} + V_j} \left[ (W_{ij}^r + V_j) \cdot e^{-\mathbf{I}W_{ij}^r} + (W_{ij} - W_{ij}^r) \cdot e^{-\mathbf{I}(W_{ij} - W_{ij}^r)} \right] \right\}^{-1} \quad (4.33)$$

Os parâmetros  $B_j$  funcionam como fatores de balanceamento das zonas de destino  $j$ , isto é, garantem que  $\sum_i T_{ij} = D_j$  pois somando os dois membros de (4.31)

em  $i$  obtém-se

$$\begin{aligned} \sum_i T_{ij} &= \sum_i \left\{ \frac{A_i O_i B_j D_j}{W_{ij} + V_j} \cdot \left[ (W_{ij}^r + V_j) \cdot e^{-\mathbf{I}W_{ij}^r} + (W_{ij} - W_{ij}^r) \cdot e^{-\mathbf{I}(W_{ij} - W_{ij}^r)} \right] \right\} \\ &= B_j D_j \cdot \sum_i \left\{ \frac{A_i O_i}{W_{ij} + V_j} \cdot \left[ (W_{ij}^r + V_j) \cdot e^{-\mathbf{I}W_{ij}^r} + (W_{ij} - W_{ij}^r) \cdot e^{-\mathbf{I}(W_{ij} - W_{ij}^r)} \right] \right\} \\ &= B_j D_j (B_j)^{-1} \\ &= D_j. \end{aligned}$$



### 4.3.2 – Dedução do novo modelo com dupla restrição, baseada em probabilidades

O modelo dado por (4.31), (4.32) e (4.33) é deduzido agora através de um procedimento análogo ao empregado na seção 4.2.2. Isto é, o modelo de oportunidades intervenientes é obtido através de maximização de probabilidade e atendendo às condições (4.26) e (4.27).

A função a ser maximizada é a mesma que se maximizou em 4.2.2, isto é, a função dada por (4.8) e aqui reescrita,

$$p\{[T_{ij}]\} = \frac{T!}{\prod_{i,j} T_{ij}!} \cdot \prod_{i,j} \left\{ \frac{k_i O_i (1 - e^{-IV_j})}{T(W_{ij} + V_j)} \left[ (W_{ij}^r + V_j) \cdot e^{-IW_{ij}^r} + (W_{ij} - W_{ij}^r) \cdot e^{-I(W_{ij} - W_{ij}^r)} \right] \right\}^{T_{ij}}.$$

Como se fez naquela seção, também aqui maximizar-se-á a função

$$\begin{aligned} \ln p\{[T_{ij}]\} &= \ln \frac{T!}{\prod_{i,j} T_{ij}!} + \ln \prod_{i,j} \left\{ \frac{k_i O_i (1 - e^{-IV_j})}{T(W_{ij} + V_j)} \left[ (W_{ij}^r + V_j) \cdot e^{-IW_{ij}^r} + (W_{ij} - W_{ij}^r) \cdot e^{-I(W_{ij} - W_{ij}^r)} \right] \right\}^{T_{ij}} \\ &= \ln(T!) - \sum_{i,j} \ln(T_{ij}!) + \\ &\quad + \sum_{i,j} \ln \left\{ \frac{k_i O_i (1 - e^{-IV_j})}{T(W_{ij} + V_j)} \left[ (W_{ij}^r + V_j) \cdot e^{-IW_{ij}^r} + (W_{ij} - W_{ij}^r) \cdot e^{-I(W_{ij} - W_{ij}^r)} \right] \right\}^{T_{ij}} \\ &\cong T \ln T - T - \sum_{i,j} (T_{ij} \ln T_{ij} - T_{ij}) + \\ &\quad + \sum_{i,j} T_{ij} \ln \left\{ \frac{k_i O_i (1 - e^{-IV_j})}{T(W_{ij} + V_j)} \left[ (W_{ij}^r + V_j) \cdot e^{-IW_{ij}^r} + (W_{ij} - W_{ij}^r) \cdot e^{-I(W_{ij} - W_{ij}^r)} \right] \right\}. \quad (4.34) \end{aligned}$$

sujeita agora às restrições (4.26) e (4.27).

Das condições (4.26) e (4.27) que devem então ser atendidas, decorre que para cada  $i$  se deve ter

$$O_i - \sum_{j=1}^n T_{ij} = 0$$

e para cada  $j$  se deve ter

$$D_j - \sum_{i=1}^n T_{ij} = 0.$$

Assim, introduzem-se os multiplicadores de Lagrange

$$\mathbf{q}_1, \mathbf{q}_2, \dots, \mathbf{q}_i \text{ e } \mathbf{j}_1, \mathbf{j}_2, \dots, \mathbf{j}_n$$

para obter a função lagrangeana

$$L = \ln p + \sum_i \mathbf{q}_i \left( O_i - \sum_j T_{ij} \right) + \sum_j \mathbf{j}_j \left( D_j - \sum_i T_{ij} \right),$$

ou, usando a aproximação de  $\ln p$  dada por (4.34) e mantendo ainda a notação  $L$  para representar a aproximação assim obtida,

$$\begin{aligned} L = & T \ln T - T - \sum_{i,j} (T_{ij} \ln T_{ij} - T_{ij}) + \\ & + \sum_{i,j} T_{ij} \ln \left\{ \frac{k_i O_i (1 - e^{-IV_j})}{T(W_{ij} + V_j)} \left[ (W_{ij}^r + V_j) \cdot e^{-IW_{ij}^r} + (W_{ij} - W_{ij}^r) \cdot e^{-I(W_{ij} - W_{ij}^r)} \right] \right\} + \\ & + \sum_i \mathbf{q}_i \left( O_i - \sum_j T_{ij} \right) + \sum_j \mathbf{j}_j \left( D_j - \sum_i T_{ij} \right). \end{aligned}$$

As derivadas parciais de primeira ordem de  $L$  são

$$\frac{\partial L}{\partial T_{ij}} = - \left[ T_{ij} \cdot \frac{1}{T_{ij}} + 1 \cdot \ln T_{ij} - 1 \right] +$$

$$\begin{aligned}
& + \ln \left\{ \frac{k_i O_i (1 - e^{-IV_j})}{T(W_{ij} + V_j)} \left[ (W_{ij}^r + V_j) \cdot e^{-IW_{ij}^r} + (W_{ij} - W_{ij}^r) \cdot e^{-I(W_{ij} - W_{ij}^r)} \right] \right\} + \mathbf{q} \cdot (-1) + \mathbf{j}_j \cdot (-1) \\
& = -\ln T_{ij} + \ln \left\{ \frac{k_i O_i (1 - e^{-IV_j})}{T(W_{ij} + V_j)} \left[ (W_{ij}^r + V_j) \cdot e^{-IW_{ij}^r} + (W_{ij} - W_{ij}^r) \cdot e^{-I(W_{ij} - W_{ij}^r)} \right] \right\} - \mathbf{q} - \mathbf{j}_j,
\end{aligned}$$

$$\frac{\partial L}{\partial \mathbf{q}_i} = 1 \cdot \left( O_i - \sum_j T_{ij} \right) = O_i - \sum_j T_{ij}$$

e

$$\frac{\partial L}{\partial \mathbf{j}_j} = 1 \cdot \left( D_j - \sum_i T_{ij} \right) = D_j - \sum_i T_{ij}.$$

As derivadas parciais de segunda ordem de  $L$  em relação às variáveis  $T_{ij}$  por sua vez são

$$\frac{\partial^2 L}{\partial T_{ij}^2} = -\frac{1}{T_{ij}}$$

e

$$\frac{\partial^2 L}{\partial T_{ij} \partial T_{lk}} = 0 \text{ sempre que } (i, j) \neq (l, k).$$

Assim, a matriz das derivadas parciais de segunda ordem de  $L$  em relação às variáveis  $T_{ij}$ , que será denotada por  $D_{T_{ij}}^2 L$ , é a matriz diagonal de ordem  $(n^2 - n) \times (n^2 - n)$ ,

cujos elementos da diagonal principal são os termos  $-\frac{1}{T_{ij}}$ . Isto fornece

$y^t \begin{pmatrix} D^2 L \\ T_{ij} \end{pmatrix} y < 0$  para todo vetor  $y$  de  $(n^2 - n)$  coordenadas reais, onde  $y^t$  é o

transposto do vetor coluna  $y$ .

Além disso, como as restrições às quais a função a ser maximizada está sujeita são todas de igualdade, os pontos que satisfazem as condições

$$\frac{\partial L}{\partial T_{ij}} = 0,$$

$$\frac{\partial L}{\partial \mathbf{q}_i} = 0$$

e

$$\frac{\partial L}{\partial \mathbf{j}_j} = 0$$

são pontos de máximo global para  $L$  (ver, por exemplo, LUENBERGER, 1989, p.307).

Fazendo

$$\frac{\partial L}{\partial \mathbf{q}_i} = 0$$

vem

$$\sum_j T_{ij} = O_i,$$

fazendo

$$\frac{\partial L}{\partial \mathbf{j}_j} = 0$$

vem

$$\sum_i T_{ij} = D_j$$

e fazendo

$$\frac{\partial L}{\partial T_{ij}} = 0$$

vem

$$-\ln T_{ij} + \ln \left\{ \frac{k_i O_i (1 - e^{-IV_j})}{T(W_{ij} + V_j)} \left[ (W_{ij}^r + V_j) \cdot e^{-IW_{ij}^r} + (W_{ij} - W_{ij}^r) \cdot e^{-I(W_{ij} - W_{ij}^r)} \right] \right\} - \mathbf{q} - \mathbf{J}_j = 0$$

ou

$$\begin{aligned} \ln T_{ij} &= \ln \left\{ \frac{k_i O_i (1 - e^{-IV_j})}{T(W_{ij} + V_j)} \left[ (W_{ij}^r + V_j) \cdot e^{-IW_{ij}^r} + (W_{ij} - W_{ij}^r) \cdot e^{-I(W_{ij} - W_{ij}^r)} \right] \right\} - \mathbf{q} - \mathbf{J}_j \\ &= \ln \left\{ \frac{k_i O_i (1 - e^{-IV_j})}{T(W_{ij} + V_j)} \left[ (W_{ij}^r + V_j) \cdot e^{-IW_{ij}^r} + (W_{ij} - W_{ij}^r) \cdot e^{-I(W_{ij} - W_{ij}^r)} \right] \right\} + \ln e^{-\mathbf{q} - \mathbf{J}_j} \\ &= \ln \left\{ \frac{k_i O_i (1 - e^{-IV_j})}{T(W_{ij} + V_j)} \left[ (W_{ij}^r + V_j) \cdot e^{-IW_{ij}^r} + (W_{ij} - W_{ij}^r) \cdot e^{-I(W_{ij} - W_{ij}^r)} \right] \cdot e^{-\mathbf{q}} \cdot e^{-\mathbf{J}_j} \right\}. \end{aligned}$$

Assim

$$T_{ij} = \frac{k_i O_i (1 - e^{-IV_j})}{T(W_{ij} + V_j)} \left[ (W_{ij}^r + V_j) \cdot e^{-IW_{ij}^r} + (W_{ij} - W_{ij}^r) \cdot e^{-I(W_{ij} - W_{ij}^r)} \right] \cdot e^{-\mathbf{q}} \cdot e^{-\mathbf{J}_j}. \quad (4.35)$$

Usando a condição (4.26) obtém-se

$$\sum_j \frac{k_i O_i (1 - e^{-IV_j})}{T(W_{ij} + V_j)} \left[ (W_{ij}^r + V_j) \cdot e^{-IW_{ij}^r} + (W_{ij} - W_{ij}^r) \cdot e^{-I(W_{ij} - W_{ij}^r)} \right] \cdot e^{-\mathbf{q}} \cdot e^{-\mathbf{J}_j} = O_i.$$

ou

$$\frac{k_i e^{-\mathbf{q}}}{T} \sum_j \frac{1 - e^{-IV_j}}{W_{ij} + V_j} \left[ (W_{ij}^r + V_j) \cdot e^{-IW_{ij}^r} + (W_{ij} - W_{ij}^r) \cdot e^{-I(W_{ij} - W_{ij}^r)} \right] \cdot e^{-\mathbf{J}_j} = 1.$$

Escrevendo

$$A_i = \frac{k_i e^{-\mathbf{q}_i}}{T} \quad (4.36)$$

obtem-se

$$A_i \sum_j \frac{1 - e^{-\mathbf{I}V_j}}{W_{ij} + V_j} \left[ (W_{ij}^r + V_j) \cdot e^{-\mathbf{I}W_{ij}^r} + (W_{ij} - W_{ij}^r) \cdot e^{-\mathbf{I}(W_{ij} - W_{ij}^r)} \right] \cdot e^{-\mathbf{J}_j} = 1$$

ou

$$A_i = \left\{ \sum_j \frac{1 - e^{-\mathbf{I}V_j}}{W_{ij} + V_j} \left[ (W_{ij}^r + V_j) \cdot e^{-\mathbf{I}W_{ij}^r} + (W_{ij} - W_{ij}^r) \cdot e^{-\mathbf{I}(W_{ij} - W_{ij}^r)} \right] \cdot e^{-\mathbf{J}_j} \right\}^{-1}$$

ou ainda

$$A_i = \left\{ \sum_j \frac{(1 - e^{-\mathbf{I}V_j}) e^{-\mathbf{J}_j}}{W_{ij} + V_j} \left[ (W_{ij}^r + V_j) \cdot e^{-\mathbf{I}W_{ij}^r} + (W_{ij} - W_{ij}^r) \cdot e^{-\mathbf{I}(W_{ij} - W_{ij}^r)} \right] \right\}^{-1}. \quad (4.37)$$

A condição (4.27) por sua vez fornece

$$\sum_i \frac{k_i O_i (1 - e^{-\mathbf{I}V_j})}{T(W_{ij} + V_j)} \left[ (W_{ij}^r + V_j) \cdot e^{-\mathbf{I}W_{ij}^r} + (W_{ij} - W_{ij}^r) \cdot e^{-\mathbf{I}(W_{ij} - W_{ij}^r)} \right] \cdot e^{-\mathbf{q}_i} e^{-\mathbf{J}_j} = D_j$$

ou

$$(1 - e^{-\mathbf{I}V_j}) \cdot e^{-\mathbf{J}_j} \sum_i \frac{k_i O_i}{T(W_{ij} + V_j)} \left[ (W_{ij}^r + V_j) \cdot e^{-\mathbf{I}W_{ij}^r} + (W_{ij} - W_{ij}^r) \cdot e^{-\mathbf{I}(W_{ij} - W_{ij}^r)} \right] \cdot e^{-\mathbf{q}_i} = D_j.$$

Introduzindo uma constante  $B_j$  tal que

$$B_j D_j = (1 - e^{-\mathbf{I}V_j}) e^{-\mathbf{J}_j}, \quad (4.38)$$

obtem-se

$$B_j \sum_i \frac{k_i e^{-\mathbf{q}_i}}{T} \cdot \frac{O_i}{W_{ij} + V_j} \left[ (W_{ij}^r + V_j) \cdot e^{-\mathbf{I}W_{ij}^r} + (W_{ij} - W_{ij}^r) \cdot e^{-\mathbf{I}(W_{ij} - W_{ij}^r)} \right] = 1,$$

e usando (4.36) vem

$$B_j \sum_i \frac{A_i O_i}{W_{ij} + V_j} \left[ (W_{ij}^r + V_j) \cdot e^{-I W_{ij}^r} + (W_{ij} - W_{ij}^r) \cdot e^{-I(W_{ij} - W_{ij}^r)} \right] = 1$$

ou

$$B_j = \left\{ \sum_i \frac{A_i O_i}{W_{ij} + V_j} \left[ (W_{ij}^r + V_j) \cdot e^{-I W_{ij}^r} + (W_{ij} - W_{ij}^r) \cdot e^{-I(W_{ij} - W_{ij}^r)} \right] \right\}^{-1}.$$

Substituindo (4.38) em (4.37) vem

$$A_i = \left\{ \sum_j \frac{B_j D_j}{W_{ij} + V_j} \left[ (W_{ij}^r + V_j) \cdot e^{-I W_{ij}^r} + (W_{ij} - W_{ij}^r) \cdot e^{-I(W_{ij} - W_{ij}^r)} \right] \right\}^{-1}.$$

Substituindo (4.36) e (4.38) em (4.35) obtém-se então

$$T_{ij} = \frac{A_i O_i B_j D_j}{W_{ij} + V_j} \left[ (W_{ij}^r + V_j) \cdot e^{-I W_{ij}^r} + (W_{ij} - W_{ij}^r) \cdot e^{-I(W_{ij} - W_{ij}^r)} \right] \quad (4.39)$$

onde

$$A_i = \left\{ \sum_j \frac{B_j D_j}{W_{ij} + V_j} \left[ (W_{ij}^r + V_j) \cdot e^{-I W_{ij}^r} + (W_{ij} - W_{ij}^r) \cdot e^{-I(W_{ij} - W_{ij}^r)} \right] \right\}^{-1} \quad (4.40)$$

e

$$B_j = \left\{ \sum_i \frac{A_i O_i}{W_{ij} + V_j} \left[ (W_{ij}^r + V_j) \cdot e^{-I W_{ij}^r} + (W_{ij} - W_{ij}^r) \cdot e^{-I(W_{ij} - W_{ij}^r)} \right] \right\}^{-1} \quad (4.41)$$

são os fatores de balanceamento associados respectivamente às origens e aos destinos.

Também aqui, de acordo com a expressão (4.36), observa-se que as constantes  $k_i$  foram englobadas nas constantes  $A_i$ . Assim, no processo de balanceamento, as constantes  $k_i$  não precisam ser determinadas.

Analisando a expressão (4.39) percebe-se que:

- (a)  $T_{ij}$  é diretamente proporcional a  $O_i$  e a  $D_j$ ;
- (b)  $T_{ij}$  diminui quando aumenta o número  $W_{ij}$  das oportunidades intervenientes entre as zonas  $i$  e  $j$ , e aumenta quando  $W_{ij}$  diminui;
- (c) a relação  $B_j D_j = \left(1 - e^{-IV_j}\right) e^{-J_j}$  dada por (4.38), mostra que  $T_{ij}$  aumenta quando o número de oportunidades  $V_j$  oferecidas pela zona  $j$  aumenta, pois a função  $\left(1 - e^{-IV_j}\right)$  é uma função crescente de  $V_j$ , conforme revela o expoente negativo da exponencial nela contida:  $-IV_j$ ;
- (d) as  $W_{ij}^r$  oportunidades intervenientes pertencentes às zonas contidas no conjunto  $L$  e as  $W_{ij} - W_{ij}^r$  oportunidades intervenientes das zonas pertencentes ao conjunto  $K$ , afetam  $T_{ij}$  de forma diferente pois estes números aparecem em exponenciais distintas que são, por sua vez, multiplicadas por constantes diferentes.

Portanto, analogamente ao que se observou em 4.2.2 para o modelo dado por (4.15) e (4.16), também o modelo de oportunidades intervenientes caracterizado pelas



expressões (4.39), (4.40) e (4.41), atende às premissas básicas sob as quais ele foi concebido. Em especial, a condição (d) revela uma influência diferenciada das oportunidades intervenientes, existentes entre as zonas de tráfego  $i$  e  $j$ , dependendo da posição relativa que elas ocupam entre as referidas zonas, isto é, se as oportunidades são oferecidas por zonas pertencentes ao conjunto  $L$  ou  $K$ , definidos em 4.2.1.

# **CAPÍTULO 5**

## **IMPLEMENTAÇÃO COMPUTACIONAL**

### **DO NOVO MODELO**

### **E DA NOVA CALIBRAÇÃO PARA**

### **O MODELO DE SCHNEIDER**

#### **5.1 – Implementação Computacional da Nova Calibração Proposta para o Modelo de Schneider**

No capítulo 3 foi desenvolvida uma nova forma de calibração para o modelo de oportunidades intervenientes de Schneider, que se fundamenta na relação, obtida através do método de máxima verossimilhança, entre a probabilidade  $\lambda$  de uma oportunidade ser aceita se for considerada, e o número médio de oportunidades analisadas por viagem pelo viajante. Esta relação foi obtida através do estimador de máxima verossimilhança fornecido pela fórmula (3.1) que é aqui repetida

$$\hat{\mathbf{I}} = \frac{T^*}{\sum_{i,j} T_{ij}^* (W_{ij} + V_j)}. \quad (5.1)$$

A nova calibração do modelo de Schneider segue os passos do fluxograma de calibração também já apresentado no capítulo 3 e aqui representado na Figura 5.1.

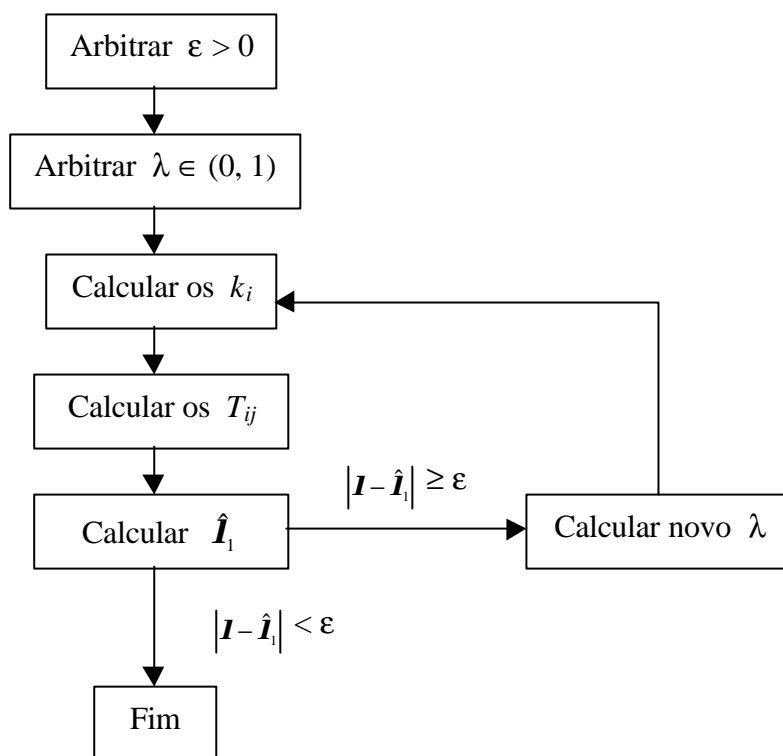


Figura 5.1 – Fluxograma de calibração do modelo de Schneider.

A execução do processo iterativo apresentado no fluxograma da Figura 5.1 é concretizada através de um programa computacional gerado para implementar esta nova calibração para o modelo de Schneider. Este programa foi desenvolvido na linguagem de programação Object Pascal, com a ferramenta Borland Delphi. Em cada iteração são calculados os valores dos parâmetros  $k_i$  ( $1 \leq i \leq n$ ), dos elementos  $T_{ij}$  ( $1 \leq i \leq n$  e  $1 \leq j \leq n$ ), bem como  $\hat{\mathbf{I}}_1$  e o novo valor para  $\mathbf{I}$ , através das fórmulas

$$k_i = \left[ \sum_{j=1}^n e^{-IW_{ij}} \left( 1 - e^{-IV_j} \right) \right]^{-1}, \quad (5.2)$$

$$T_{ij} = O_i \cdot k_i \cdot e^{-IW_{ij}} \left( 1 - e^{-IV_j} \right), \quad (5.3)$$

$$\hat{\mathbf{I}}_1 = \frac{\sum_{i,j} T_{ij}}{\sum_{i,j} T_{ij} (W_{ij} + V_j)} \quad (5.4)$$

e

$$\text{novoo } \mathbf{I} = \frac{\mathbf{I} + \hat{\mathbf{I}}_1}{2} \quad (5.5)$$

obtidas no capítulo 3.

Do fluxograma apresentado na Figura 5.1 decorre, de forma imediata, a necessidade de se ter definidos o valor inicial para  $\mathbf{I}$  e o número  $\varepsilon > 0$  que determina o grau de precisão com que se deseja obter o valor da probabilidade  $\mathbf{I}$ . Estipulou-se, no programa, como valor padrão (*default*)  $10^{-6}$  para  $\varepsilon$  e  $10^{-2}$  para valor inicial de  $\mathbf{I}$ , podendo o usuário alterar estes valores, se o desejar. Para que o programa defina a ordem dos vetores  $O$  e  $V$ , bem como da matriz  $D$ , é necessário que seja informado o número  $n$  de zonas de tráfego em que a área de estudo foi dividida.

O programa requer ainda que sejam fornecidos como dados os vetores

$$O = (O_1, O_2, O_3, \dots, O_n)$$

e

$$V = (V_1, V_2, V_3, \dots, V_n)$$

respectivamente das viagens originadas em cada zona de tráfego e das oportunidades oferecidas em cada uma delas, bem como a matriz

$$D = (d_{ij})_{n \times n}$$

das distâncias entre todos os pares de zonas  $(i, j)$  da área de estudo. Também aqui as distâncias  $d_{ij}$  podem ser substituídas pelos números  $c_{ij}$  que representam o custo ou o tempo de viagem da zona  $i$  para a zona  $j$ , ou ainda alguma combinação desses elementos.

O usuário poderá optar entre importar, de arquivo do tipo texto (extensão txt), a matriz  $D$  bem como os vetores  $O$  e  $V$ , ou digitar seus elementos por meio da interface gráfica do programa. A Figura 5.2 apresenta a tela na qual se digitam os elementos da matriz  $D$  e a Figura 5.3 mostra a tela através da qual se introduzem os elementos dos vetores  $O$  e  $D$ .

| D  | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 |
|----|---|---|---|---|---|---|
| 1  | 0 |   |   |   |   |   |
| 2  |   | 0 |   |   |   |   |
| 3  |   |   | 0 |   |   |   |
| 4  |   |   |   | 0 |   |   |
| 5  |   |   |   |   | 0 |   |
| 6  |   |   |   |   |   | 0 |
| 7  |   |   |   |   |   |   |
| 8  |   |   |   |   |   |   |
| 9  |   |   |   |   |   |   |
| 10 |   |   |   |   |   |   |
| 11 |   |   |   |   |   |   |

Figura 5.2 – Tela em que se digitam os elementos da matriz de distâncias.

The screenshot shows a window titled "Probabilidade" with two input sections. The first section is for vector  $O$ , with columns labeled 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7. The second section is for vector  $V$ , with columns labeled 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7. In both sections, the cell corresponding to index 1 is highlighted in green. Below each section is a scroll bar. At the bottom right, there are two buttons: "Continuar" (Continue) with a green checkmark icon and "Sair" (Exit) with a red X icon.

Figura 5.3 – Tela em que se digitam os elementos dos vetores  $O$  e  $V$ .

A matriz

$$W = (W_{ij})_{n \times n}$$

formada pelos parâmetros  $W_{ij}$  que fornecem o número de oportunidades intervenientes entre cada par de zonas  $(i, j)$ , é então obtida pelo programa a partir da matriz  $D$  e do vetor  $V$ . Esses parâmetros  $W_{ij}$  são usados nos cálculos que utilizam as fórmulas (5.2), (5.3) e (5.4) no processo iterativo.

O programa apresenta como resultados a matriz  $T = (T_{ij})$  e o vetor  $k = (k_i)$  calculados para o valor final de  $I$ , o número de iterações feitas para obter a probabilidade  $I$  com a precisão  $\epsilon$  desejada, o valor de  $I$  para cada iteração e a matriz  $W = (W_{ij})$  das oportunidades intervenientes. Estes resultados podem ser exportados para arquivos do tipo texto (extensão txt).

## 5.2 – Implementação Computacional e Calibração do Novo Modelo de Oportunidades Intervenientes

A implementação computacional do novo modelo é feita para o modelo com uma restrição, isto é, a restrição das origens, que é a restrição satisfeita pelo modelo usual de oportunidades intervenientes. Conseqüentemente, na aplicação prática, feita no capítulo 6, é também esta a versão do novo modelo utilizada.

De forma análoga ao que foi obtido para os modelos convencionais, admitir-se-á que também para o novo modelo de oportunidades intervenientes com ponderação relativa à localização das oportunidades, a probabilidade  $I_r$  de uma oportunidade ser aceita, se considerada, seja igual ao inverso do número médio de oportunidades por viagem, analisadas pelo viajante. Para determinar este número médio de oportunidades, considera-se os conjuntos  $L$  e  $K$  de zonas de tráfego em que se divide a área de estudo para este modelo, ilustradas na Figura 4.1. Relembrando que a probabilidade de o viajante realizar sua viagem percorrendo zonas pertencentes ao conjunto  $L$ , é dada por

$$p \left[ \begin{array}{l} \text{de a viagem ser iniciada} \\ \text{através do conjunto } L \end{array} \right] = \frac{W_{ij}^r + V_j}{W_{ij} + V_j},$$

enquanto que a probabilidade de ele empreender sua viagem percorrendo zonas pertencentes ao conjunto  $K$ , é dada por

$$p \left[ \begin{array}{l} \text{de a viagem ser iniciada} \\ \text{através do conjunto } K \end{array} \right] = \frac{W_{ij} - W_{ij}^r}{W_{ij} + V_j},$$

tem-se que a probabilidade de, numa viagem de  $i$  para  $j$ , o viajante analisar  $W_{ij}^r + V_j$

oportunidades é dada por  $\frac{W_{ij}^r + V_j}{W_{ij} + V_j}$  enquanto que a fração  $\frac{W_{ij} - W_{ij}^r}{W_{ij} + V_j}$  fornece a

probabilidade de ele analisar  $W_{ij} - W_{ij}^r + V_j$  oportunidades numa tal viagem.

Considerando estas probabilidades, pode-se dizer que "em média" o viajante analisa

$$\frac{W_{ij}^r + V_j}{W_{ij} + V_j} \cdot (W_{ij}^r + V_j) + \frac{W_{ij} - W_{ij}^r}{W_{ij} + V_j} \cdot (W_{ij} - W_{ij}^r + V_j)$$

oportunidades a cada viagem de  $i$  para  $j$ . Conseqüentemente, em  $T_{ij}^*$  viagens de  $i$  para  $j$  o número total de oportunidades analisadas será

$$T_{ij}^* \left[ \frac{W_{ij}^r + V_j}{W_{ij} + V_j} (W_{ij}^r + V_j) + \frac{W_{ij} - W_{ij}^r}{W_{ij} + V_j} (W_{ij} - W_{ij}^r + V_j) \right]$$

ou

$$\frac{T_{ij}^*}{W_{ij} + V_j} \left[ (W_{ij}^r + V_j) \cdot (W_{ij}^r + V_j) + (W_{ij} - W_{ij}^r) \cdot (W_{ij} - W_{ij}^r + V_j) \right].$$

Portanto, em analogia com o estimador  $\hat{\mathbf{I}} = \frac{T^*}{\sum_{i,j} T_{ij}^* (W_{ij} + V_j)}$  (fórmula (3.1)) obtido

no caso do modelo de Schneider através do método da máxima verossimilhança para a probabilidade  $\mathbf{I}$ , para o novo modelo de oportunidades intervenientes o estimador para a probabilidade  $\mathbf{I}_r$  de uma oportunidade ser aceita, se considerada, é dado por

$$\hat{\mathbf{I}}_r = \frac{T^*}{\sum_{i,j} \frac{T_{ij}^*}{W_{ij} + V_j} \left[ (W_{ij}^r + V_j)(W_{ij}^r + V_j) + (W_{ij} - W_{ij}^r)(W_{ij} - W_{ij}^r + V_j) \right]}. \quad (5.6)$$

O programa que implementa computacionalmente a calibração do novo modelo foi concebido de forma análoga ao descrito na seção 5.1 para implementar a nova calibração para o modelo de Schneider, substituindo-se as fórmulas (5.2), (5.3), (5.4) e (5.5) nele utilizadas, respectivamente pelas correspondentes do novo modelo que são as fórmulas que seguem.



$$k_{ri} = \left\{ \sum_{j=1}^n \frac{1 - e^{-I V_j}}{W_{ij} + V_j} \cdot \left[ (W_{ij}^r + V_j) \cdot e^{-I W_{ij}^r} + (W_{ij} - W_{ij}^r) \cdot e^{-I (W_{ij} - W_{ij}^r)} \right] \right\}^{-1} \quad (5.7)$$

$$T_{rij} = \frac{O_i k_i (1 - e^{-I V_j})}{W_{ij} + V_j} \cdot \left[ (W_{ij}^r + V_j) \cdot e^{-I W_{ij}^r} + (W_{ij} - W_{ij}^r) \cdot e^{-I (W_{ij} - W_{ij}^r)} \right] \quad (5.8)$$

$$\hat{\mathbf{I}}_{r1} = \frac{\sum_{i,j} T_{rij}}{\sum_{i,j} \frac{T_{rij}}{W_{ij} + V_j} [(W_{ij}^r + V_j)(W_{ij}^r + V_j) + (W_{ij} - W_{ij}^r)(W_{ij} - W_{ij}^r + V_j)]} \quad (5.9)$$

e

$$\text{novos } \mathbf{I}_r = \frac{\mathbf{I}_r + \hat{\mathbf{I}}_{r1}}{2}. \quad (5.10)$$

As fórmulas (5.7) e (5.8) são respectivamente as fórmulas (4.6) e (4.5) obtidas no capítulo 4, nas quais se acrescentou um sub-índice  $r$  às letras  $k$  e  $T$  para evitar eventual confusão entre os números  $k_i$  e  $T_{ij}$  relativos ao modelo de Schneider e relativos ao novo modelo de oportunidades intervenientes. A fórmula (5.9) foi obtida de (5.6) da mesma forma como se obteve (5.4) de (5.1) e a fórmula (5.10) é análoga à fórmula (5.5).

Os dados citados na seção 5.1, que eram exigidos para se executar o programa de calibração do modelo de Schneider, são também necessários para a calibração do novo modelo e, portanto, exigidos para a execução do novo programa. Além disso, necessita-se ainda no presente caso o valor da razão  $r$ , caracterizada na seção 4.2.1. Estipulou-se, no programa, como valor padrão (*default*)  $10^{-6}$  para  $\varepsilon$ ,  $10^{-2}$  para valor inicial de  $\mathbf{I}$ , e 0,2 para a razão  $r$ , podendo o usuário alterar estes valores, se o desejar. A Figura 5.4 mostra a tela através da qual o usuário fornece estes dados iniciais para a execução do programa. Nesta tela a expressão 'L inicial' é utilizada para indicar o valor inicial da probabilidade  $\mathbf{I}$ .

The image shows a software window titled "Probabilidade" with a standard Windows-style title bar. The window contains several input fields and checkboxes. The "épsilon:" field is set to "0,000001". The "L inicial:" field is set to "0,01". The "n:" field is empty. The "r:" field is set to "0,2". There are two checkboxes: "importar matriz D" and "importar vetores O e V", both of which are unchecked. At the bottom right, there are two buttons: "Continuar" with a green checkmark icon and "Sair" with a red X icon.

Figura 5.4 – Tela através da qual são fornecidos os dados iniciais para a execução do programa.

Como resultados, o programa apresenta a matriz  $T_r = (T_{rij})$  e o vetor  $k_r = (k_{ri})$  calculados para o valor final de  $I_r$ , o número de iterações feitas para obter a probabilidade  $I_r$  com a precisão  $\varepsilon$  desejada, o valor de  $I_r$  para cada iteração, a matriz  $W = (W_{ij})$  das oportunidades intervenientes e a matriz  $W_r = (W_{ij}^r)$  das oportunidades intervenientes situadas em zonas pertencentes ao conjunto  $L$  definido no capítulo 4 e ilustrado na Figura 4.1. Cabe salientar que os elementos da matriz  $W_r$  são usados apenas nos cálculos relativos ao novo modelo, e que basicamente são estes os números que o diferenciam do modelo de Schneider.

A importação de dados e a exportação de resultados são também possíveis da mesma forma como descritas na seção 5.1 para o caso do modelo de Schneider.

Devido à grande semelhança entre os dois programas descritos em 5.1 e 5.2 e para facilitar a análise comparativa feita no capítulo 6, os dois programas foram reunidos num só, de modo que podem ser executados a partir de um mesmo conjunto de valores iniciais fornecidos. A Figura 5.5 mostra a tela "*resultados*", através da qual o programa apresenta os valores de  $\mathbf{I}$  e  $\mathbf{I}_r$  obtidos através das iterações feitas, a matriz  $T$  da distribuição de viagens obtida para o último valor de  $\mathbf{I}$  calculado e a matriz  $T_r$  da distribuição de viagens obtida pelo novo modelo de oportunidades intervenientes com ponderação das posições relativas das oportunidades para o último valor de  $\mathbf{I}_r$  obtido no processo iterativo. A coluna "L" contém o valor inicial atribuído a  $\mathbf{I}$  e cada novo valor calculado para  $\mathbf{I}$ . A coluna "Le" apresenta o valor esperado para a probabilidade  $\mathbf{I}$  com a distribuição de viagens obtida a partir do valor inicial de  $\mathbf{I}$  e de cada novo valor de  $\mathbf{I}$  utilizado no programa. As colunas "Lr" e "Lre" contém os elementos correspondentes aos apresentados pelas colunas "L" e "Le", porém para o novo modelo de oportunidades intervenientes. Como mostra a Figura 5.5, o usuário pode ver, em telas individuais: somente as iterações, isto é, os valores das probabilidades  $\mathbf{I}$  e  $\mathbf{I}_r$  a cada iteração; apenas a matriz  $T$ ; só a matriz  $T_r$ ; somente as matrizes  $W$  e  $W_r$ ; ou apenas os vetores  $k$  e  $k_r$ . A tela das matrizes  $W$  e  $W_r$  é apresentada na Figura 5.6 enquanto a Figura 5.7 mostra a tela dos vetores  $k$  e  $k_r$ .

The screenshot shows the 'Probabilidade' window with the following data:

| iteração | L              | Le             | Lr             | Lre            |
|----------|----------------|----------------|----------------|----------------|
| 1        | 0,01           | 0,003940489961 | 0,01           | 0,004599446299 |
| 2        | 0,006970244980 | 0,003238816840 | 0,007299723149 | 0,004210123298 |
| 3        | 0,005104530910 | 0,002745112595 | 0,005754923224 | 0,003920723050 |
| 4        | 0,003924821752 | 0,002423228499 | 0,004837823137 | 0,003719524490 |

| T | 1       | 2       | 3   |
|---|---------|---------|-----|
| 1 | 0       | 680,502 | 14  |
| 2 | 448,301 | 0       | 2,1 |
| 3 | 740,015 | 212,345 | 0   |

| Tr | 1        | 2       | 3   |
|----|----------|---------|-----|
| 1  | 0        | 987,846 | 21  |
| 2  | 597,162  | 0       | 4,1 |
| 3  | 919,129  | 290,168 | 0   |
| 4  | 1391,783 | 439,381 | 9,1 |
| 5  | 408,494  | 31,681  | 0,1 |

At the bottom, there is a dropdown menu set to 'Resultados' and two buttons: 'Voltar para o Início' (with a green checkmark) and 'Sair' (with a red X).

Figura 5.5 – Tela "resultados" apresentada no final da execução do programa.

The screenshot shows the 'Probabilidade' window with the following data:

| W | 1 | 2 | 3 | 4   | 5   | 6   |
|---|---|---|---|-----|-----|-----|
| 1 | 0 | 0 | 0 | 61  | 81  | 0   |
| 2 | 0 | 0 | 0 | 212 | 232 | 0   |
| 3 | 0 | 0 | 0 | 0   | 286 | 270 |
| 4 | 1 | 1 | 0 | 0   | 270 | 256 |

| Wr | 1 | 2 | 3 | 4 | 5   | 6   |
|----|---|---|---|---|-----|-----|
| 1  | 0 | 0 | 0 | 1 | 0   | 0   |
| 2  | 0 | 0 | 0 | 1 | 200 | 0   |
| 3  | 0 | 0 | 0 | 0 | 200 | 250 |
| 4  | 1 | 1 | 0 | 0 | 201 | 251 |

At the bottom, there is a dropdown menu set to 'Matrizes W e Wr' and two buttons: 'Voltar para o Início' (with a green checkmark) and 'Sair' (with a red X).

Figura 5.6 – Tela das matrizes  $W$  e  $W_r$ .

| K | 1         | 2         | 3         | 4         | 5         | 6         | 7         |
|---|-----------|-----------|-----------|-----------|-----------|-----------|-----------|
|   | 1,2429061 | 1,1747453 | 1,1080811 | 1,1277929 | 0,9286462 | 1,1202596 | 1,1202596 |

| Kr | 1         | 2         | 3         | 4         | 5         | 6         | 7         |
|----|-----------|-----------|-----------|-----------|-----------|-----------|-----------|
|    | 1,0696378 | 1,0206671 | 0,8976862 | 0,9547145 | 0,6981953 | 0,7616634 | 0,7616634 |

Figura 5.7 – Tela dos vetores  $k$  e  $k_r$ .

Quando o número total de oportunidades oferecidas pelas  $n$  zonas de tráfego,

$\sum_{j=1}^n V_j$ , é grande, podem ocorrer também valores grandes para alguns dos números  $W_{ij}$ ,

bem como para alguns dos números  $W'_{ij}$ . Desta forma, ao se utilizar um valor inicial para  $I$  muito grande (isto é, próximo de 1), alguma das exponenciais de expoente negativo que aparecem nas fórmulas utilizadas nos programas aqui descritos, poderá, por questões de arredondamento de cálculos do processador, ser anulada. Embora estes arredondamentos não tenham influência sobre o valor das probabilidades  $I$  e  $I_r$  obtidas no final do processo iterativo, eles interferem nos valores obtidos para essas probabilidades nas primeiras iterações. O programa identifica a ocorrência desta situação e emite um aviso sugerindo a divisão de cada  $V_j$  por 10 ou um outro número maior. Esta situação pode ser evitada padronizando-se os valores dos  $V_j$ . Tal

padronização é feita dividindo todos os  $V_j$  por  $10^p$  onde  $p$  é um número natural tal que a soma  $\sum_{j=1}^n \frac{V_j}{10^p}$  tenha valor menor do que 37 (preferencialmente próximo a 10).

Esta divisão de cada  $V_j$  por  $10^p$  corresponde a considerar cada conjunto com  $10^p$  oportunidades como se fosse uma única oportunidade. Assim, os valores para  $\mathbf{I}$  e  $\mathbf{I}_r$  fornecidos pelo programa, correspondem à probabilidade que cada um desses conjuntos possui de uma de suas oportunidades ser aceita. Portanto, para se obter a probabilidade de uma oportunidade ser aceita se for considerada, para cada um dos modelos, os valores obtidos para  $\mathbf{I}$  e  $\mathbf{I}_r$  devem ser divididos por  $10^p$ , ou equivalentemente, multiplicados por  $10^{-p}$ . Outra observação a ser feita é que como  $\varepsilon$  é o grau de precisão com que o programa determina os valores de  $\mathbf{I}$  e  $\mathbf{I}_r$ , o grau de precisão com que as probabilidades correspondentes são determinadas, neste caso fica também multiplicado por  $10^{-p}$  e assim esse grau de precisão é  $\varepsilon \cdot 10^{-p}$ .

## **CAPÍTULO 6**

### **APLICAÇÃO PRÁTICA DO MODELO E COMPARAÇÃO DAS PREDIÇÕES POR ELE OBTIDAS COM AS FORNECIDAS PELO MODELO DE SCHNEIDER**

#### **6.1 – Introdução**

Neste capítulo o modelo usual (modelo de Schneider) e o novo modelo de oportunidades intervenientes, desenvolvido no capítulo 4, são aplicados a uma área de estudo hipotética com 30 zonas de tráfego. Um estudo comparativo dos dois modelos quanto à eficiência e à sensibilidade em relação à variação de posição das oportunidades intervenientes é levado a efeito. Sendo a área de estudo hipotética, os dados também o são, o que naturalmente não interfere na validade do estudo comparativo desenvolvido neste capítulo.

Como já se observou anteriormente, tanto para o modelo usual de oportunidades intervenientes quanto para o modelo obtido no capítulo 4, as oportunidades intervenientes são determinadas a partir das distâncias entre as diversas zonas ou a partir

do custo (ou custo generalizado) de viagens entre elas. Porém, para a aplicação desenvolvida no presente capítulo, será considerada apenas a distância física entre as zonas de tráfego como fator determinante das oportunidades intervenientes.

## 6.2 – A Área de Estudo e os Dados

A área de estudos é representada esquematicamente na Figura 6.1 através de um grafo, no qual as zonas de tráfego são representadas por pequenos retângulos numerados de 1 a 30. Os pesos indicados nas arestas indicam os valores aproximados das distâncias a elas correspondentes.

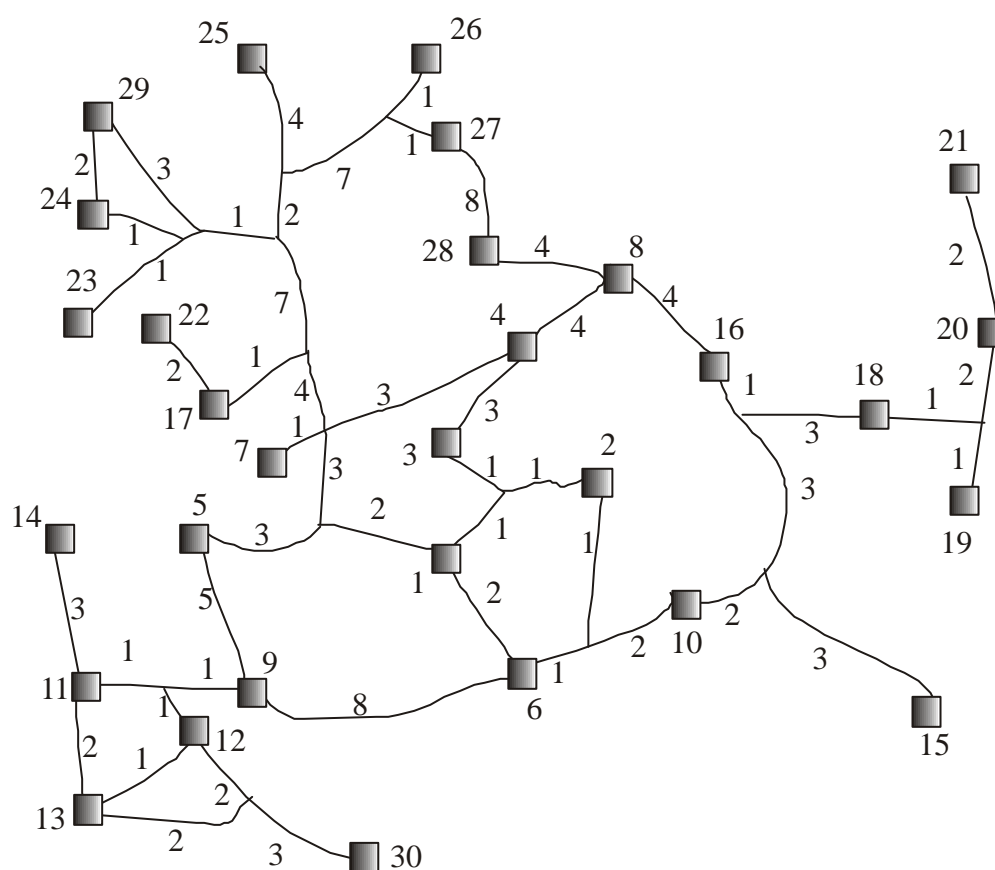


Figura 6.1 - Representação da área de estudo através de um grafo.



A tabela 6.1 apresenta os números  $P_i$ ,  $O_i$  e  $V_j$  que indicam, respectivamente, os valores (hipotéticos) da população de cada uma das 30 zonas de tráfego da área de estudo, do número de viagens originadas em cada uma e do número de oportunidades que cada uma delas oferece.

Tabela 6.1 – População, viagens originadas e oportunidades oferecidas.

| Número da zona | $P_i$ | $O_i$ | $V_j$ |
|----------------|-------|-------|-------|
| 1              | 30000 | 6000  | 20000 |
| 2              | 4000  | 1200  | 5000  |
| 3              | 7000  | 2100  | 100   |
| 4              | 10000 | 3000  | 2000  |
| 5              | 4000  | 1200  | 500   |
| 6              | 10000 | 3000  | 1000  |
| 7              | 10000 | 3000  | 200   |
| 8              | 5000  | 1500  | 300   |
| 9              | 80000 | 4000  | 60000 |
| 10             | 1500  | 450   | 100   |
| 11             | 40000 | 4000  | 4000  |
| 12             | 5000  | 1500  | 200   |
| 13             | 5000  | 1000  | 1000  |
| 14             | 1500  | 300   | 300   |
| 15             | 3000  | 900   | 800   |
| 16             | 1000  | 100   | 100   |
| 17             | 1500  | 450   | 100   |
| 18             | 2000  | 600   | 200   |
| 19             | 1000  | 300   | 100   |
| 20             | 1500  | 450   | 100   |
| 21             | 1000  | 300   | 100   |
| 22             | 1000  | 300   | 100   |
| 23             | 5000  | 1500  | 100   |
| 24             | 8000  | 2400  | 500   |
| 25             | 15000 | 4500  | 1500  |
| 26             | 25000 | 5000  | 3000  |
| 27             | 1500  | 450   | 100   |
| 28             | 1500  | 450   | 100   |
| 29             | 1000  | 300   | 100   |
| 30             | 5000  | 1500  | 500   |

A partir do grafo da Figura 6.1 obtém-se as distâncias  $d_{ij}$  entre os pares de zonas  $(i, j)$  da área de estudo, que são apresentadas na tabela 6.2. Neste estudo essas distâncias são consideradas simétricas, muito embora essa simetria nem sempre seja observada na realidade, o que se deve à existência de vias com sentido único de trânsito e à inexistência de acessos a outras em determinados pontos.

Por uma questão de praticidade na apresentação, a tabela 6.2 traz as linhas da matriz  $(d_{ij})$  escritas separadamente, sendo que para cada  $i$  de 1 a 30, as distâncias  $d_{ij}$  estão listadas segundo a ordem crescente de  $j$ , que também varia de 1 a 30.

Tabela 6.2 – Matriz das distâncias.

|                                   |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |
|-----------------------------------|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|
| $D_{1j}$ , com $j = 1, \dots, 30$ |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |
| 0                                 | 2  | 2  | 4  | 5  | 2  | 6  | 8  | 10 | 5  | 12 | 12 | 13 | 15 | 10 |
| 11                                | 10 | 13 | 15 | 16 | 18 | 12 | 18 | 18 | 22 | 25 | 20 | 12 | 20 | 18 |
| $d_{2j}$ , com $j = 1, \dots, 30$ |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |
| 2                                 | 0  | 2  | 4  | 7  | 2  | 8  | 8  | 10 | 3  | 12 | 12 | 13 | 15 | 8  |
| 9                                 | 12 | 11 | 13 | 14 | 16 | 14 | 20 | 20 | 24 | 27 | 20 | 12 | 22 | 18 |
| $d_{3j}$ , com $j = 1, \dots, 30$ |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |
| 2                                 | 2  | 0  | 2  | 7  | 4  | 6  | 6  | 12 | 5  | 14 | 14 | 15 | 17 | 10 |
| 10                                | 10 | 13 | 15 | 16 | 18 | 12 | 18 | 18 | 22 | 25 | 18 | 10 | 22 | 20 |
| $d_{4j}$ , com $j = 1, \dots, 30$ |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |
| 4                                 | 4  | 2  | 0  | 9  | 6  | 4  | 4  | 14 | 7  | 16 | 16 | 17 | 19 | 12 |
| 8                                 | 8  | 12 | 14 | 15 | 17 | 10 | 16 | 16 | 20 | 21 | 16 | 8  | 18 | 22 |
| $d_{5j}$ , com $j = 1, \dots, 30$ |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |
| 5                                 | 7  | 7  | 9  | 0  | 7  | 7  | 13 | 5  | 10 | 7  | 7  | 8  | 10 | 15 |
| 17                                | 11 | 17 | 19 | 20 | 22 | 13 | 19 | 19 | 23 | 26 | 25 | 17 | 21 | 13 |
| $d_{6j}$ , com $j = 1, \dots, 30$ |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |
| 2                                 | 2  | 4  | 6  | 7  | 0  | 8  | 10 | 8  | 3  | 10 | 10 | 11 | 13 | 8  |
| 9                                 | 12 | 11 | 13 | 14 | 16 | 14 | 20 | 20 | 24 | 27 | 22 | 14 | 22 | 16 |
| $d_{7j}$ , com $j = 1, \dots, 30$ |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |
| 6                                 | 8  | 6  | 4  | 7  | 8  | 0  | 8  | 12 | 11 | 14 | 14 | 15 | 17 | 16 |
| 12                                | 6  | 16 | 18 | 19 | 21 | 8  | 14 | 14 | 18 | 21 | 20 | 12 | 16 | 20 |

Tabela 6.2 (continuação)

 $d_{8j}$ , com  $j = 1, \dots, 30$ 

|   |    |   |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |
|---|----|---|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|
| 8 | 8  | 6 | 4  | 13 | 10 | 8  | 0  | 13 | 10 | 15 | 15 | 16 | 17 | 11 |
| 4 | 12 | 8 | 10 | 11 | 13 | 14 | 20 | 20 | 24 | 17 | 12 | 4  | 22 | 21 |

 $d_{9j}$ , com  $j = 1, \dots, 30$ 

|    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |
|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|
| 10 | 10 | 12 | 14 | 5  | 8  | 12 | 13 | 0  | 11 | 2  | 2  | 3  | 5  | 16 |
| 17 | 16 | 19 | 21 | 22 | 24 | 18 | 24 | 24 | 28 | 31 | 30 | 22 | 26 | 8  |

 $d_{10j}$ , com  $j = 1, \dots, 30$ 

|   |    |   |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |
|---|----|---|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|
| 5 | 3  | 5 | 7  | 10 | 3  | 11 | 10 | 11 | 0  | 13 | 13 | 14 | 16 | 5  |
| 6 | 15 | 8 | 10 | 11 | 13 | 17 | 23 | 23 | 27 | 27 | 22 | 14 | 25 | 19 |

 $d_{11j}$ , com  $j = 1, \dots, 30$ 

|    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |
|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|
| 12 | 12 | 14 | 16 | 7  | 10 | 14 | 15 | 2  | 13 | 0  | 2  | 2  | 3  | 18 |
| 19 | 18 | 20 | 22 | 23 | 25 | 20 | 26 | 26 | 30 | 33 | 32 | 24 | 28 | 8  |

 $d_{12j}$ , com  $j = 1, \dots, 30$ 

|    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |
|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|
| 12 | 12 | 14 | 16 | 7  | 10 | 14 | 15 | 2  | 13 | 2  | 0  | 2  | 5  | 18 |
| 19 | 18 | 21 | 23 | 24 | 26 | 20 | 26 | 26 | 30 | 33 | 32 | 24 | 28 | 6  |

 $d_{13j}$ , com  $j = 1, \dots, 30$ 

|    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |
|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|
| 13 | 13 | 15 | 17 | 8  | 11 | 15 | 16 | 3  | 14 | 2  | 2  | 0  | 5  | 20 |
| 21 | 20 | 23 | 25 | 26 | 28 | 22 | 28 | 28 | 32 | 35 | 34 | 26 | 30 | 6  |

 $d_{14j}$ , com  $j = 1, \dots, 30$ 

|    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |
|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|
| 15 | 15 | 17 | 19 | 10 | 13 | 17 | 17 | 5  | 16 | 3  | 5  | 5  | 0  | 21 |
| 22 | 21 | 24 | 26 | 27 | 29 | 23 | 27 | 27 | 31 | 34 | 33 | 25 | 29 | 11 |

 $d_{15j}$ , com  $j = 1, \dots, 30$ 

|    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |
|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|
| 10 | 8  | 10 | 12 | 15 | 8  | 16 | 11 | 16 | 5  | 18 | 18 | 20 | 21 | 0  |
| 7  | 20 | 9  | 11 | 12 | 14 | 22 | 28 | 28 | 32 | 28 | 23 | 15 | 30 | 24 |

 $d_{16j}$ , com  $j = 1, \dots, 30$ 

|    |    |    |   |    |   |    |    |    |    |    |    |    |    |    |
|----|----|----|---|----|---|----|----|----|----|----|----|----|----|----|
| 11 | 9  | 10 | 8 | 17 | 9 | 12 | 4  | 17 | 6  | 19 | 19 | 21 | 22 | 7  |
| 0  | 16 | 4  | 6 | 7  | 9 | 18 | 24 | 24 | 28 | 21 | 16 | 8  | 26 | 25 |

 $d_{17j}$ , com  $j = 1, \dots, 30$ 

|    |    |    |    |    |    |   |    |    |    |    |    |    |    |    |
|----|----|----|----|----|----|---|----|----|----|----|----|----|----|----|
| 10 | 12 | 10 | 8  | 11 | 12 | 6 | 12 | 16 | 15 | 18 | 18 | 20 | 21 | 20 |
| 16 | 0  | 20 | 22 | 23 | 25 | 2 | 10 | 10 | 14 | 17 | 20 | 16 | 12 | 24 |

 $d_{18j}$ , com  $j = 1, \dots, 30$ 

|    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |
|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|
| 13 | 11 | 13 | 12 | 17 | 11 | 16 | 8  | 19 | 8  | 20 | 21 | 23 | 24 | 9  |
| 4  | 20 | 0  | 2  | 3  | 5  | 18 | 24 | 24 | 28 | 25 | 20 | 12 | 26 | 27 |

 $d_{19j}$ , com  $j = 1, \dots, 30$ 

|    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |
|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|
| 15 | 13 | 15 | 14 | 19 | 13 | 18 | 10 | 21 | 10 | 22 | 23 | 25 | 26 | 11 |
| 6  | 22 | 2  | 0  | 3  | 5  | 20 | 26 | 26 | 30 | 27 | 22 | 14 | 28 | 29 |

Tabela 6.2 (continuação)

 $d_{20j}$ , com  $j = 1, \dots, 30$ 

|    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |
|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|
| 16 | 14 | 16 | 15 | 20 | 14 | 19 | 11 | 22 | 11 | 23 | 24 | 26 | 27 | 12 |
| 7  | 23 | 3  | 3  | 0  | 2  | 21 | 27 | 27 | 31 | 28 | 23 | 15 | 29 | 30 |

 $d_{21j}$ , com  $j = 1, \dots, 30$ 

|    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |
|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|
| 18 | 16 | 18 | 17 | 22 | 16 | 21 | 13 | 24 | 13 | 25 | 26 | 28 | 29 | 14 |
| 9  | 25 | 5  | 5  | 2  | 0  | 23 | 29 | 29 | 33 | 30 | 25 | 17 | 31 | 32 |

 $d_{22j}$ , com  $j = 1, \dots, 30$ 

|    |    |    |    |    |    |   |    |    |    |    |    |    |    |    |
|----|----|----|----|----|----|---|----|----|----|----|----|----|----|----|
| 12 | 14 | 12 | 10 | 13 | 14 | 8 | 14 | 18 | 17 | 20 | 20 | 22 | 23 | 22 |
| 18 | 2  | 18 | 20 | 21 | 23 | 0 | 12 | 12 | 16 | 19 | 22 | 18 | 14 | 26 |

 $d_{23j}$ , com  $j = 1, \dots, 30$ 

|    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |
|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|
| 18 | 20 | 18 | 16 | 19 | 20 | 14 | 20 | 24 | 23 | 26 | 26 | 28 | 27 | 28 |
| 24 | 10 | 24 | 26 | 27 | 29 | 12 | 0  | 2  | 8  | 11 | 14 | 22 | 4  | 32 |

 $d_{24j}$ , com  $j = 1, \dots, 30$ 

|    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |
|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|
| 18 | 20 | 18 | 16 | 19 | 20 | 14 | 20 | 24 | 23 | 26 | 26 | 28 | 27 | 28 |
| 24 | 10 | 24 | 26 | 27 | 29 | 12 | 2  | 0  | 8  | 11 | 14 | 22 | 2  | 32 |

 $d_{25j}$ , com  $j = 1, \dots, 30$ 

|    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |
|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|
| 22 | 24 | 22 | 20 | 23 | 24 | 18 | 24 | 28 | 27 | 30 | 30 | 32 | 31 | 32 |
| 28 | 14 | 28 | 30 | 31 | 33 | 16 | 8  | 8  | 0  | 11 | 14 | 22 | 10 | 36 |

 $d_{26j}$ , com  $j = 1, \dots, 30$ 

|    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |
|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|
| 25 | 27 | 25 | 21 | 26 | 27 | 21 | 17 | 31 | 27 | 33 | 33 | 35 | 34 | 28 |
| 21 | 17 | 25 | 27 | 28 | 30 | 19 | 11 | 11 | 11 | 0  | 5  | 13 | 13 | 39 |

 $d_{27j}$ , com  $j = 1, \dots, 30$ 

|    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |
|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|
| 20 | 20 | 18 | 16 | 25 | 22 | 20 | 12 | 30 | 22 | 32 | 32 | 34 | 33 | 23 |
| 16 | 20 | 20 | 22 | 23 | 25 | 22 | 14 | 14 | 14 | 5  | 0  | 8  | 16 | 38 |

 $d_{28j}$ , com  $j = 1, \dots, 30$ 

|    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |
|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|
| 12 | 12 | 10 | 8  | 17 | 14 | 12 | 4  | 22 | 14 | 24 | 24 | 26 | 25 | 15 |
| 8  | 16 | 12 | 14 | 15 | 17 | 18 | 22 | 22 | 22 | 13 | 8  | 0  | 24 | 30 |

 $d_{29j}$ , com  $j = 1, \dots, 30$ 

|    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |
|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|
| 20 | 22 | 22 | 18 | 21 | 22 | 16 | 22 | 26 | 25 | 28 | 28 | 30 | 29 | 30 |
| 26 | 12 | 26 | 28 | 29 | 31 | 14 | 4  | 2  | 10 | 13 | 16 | 24 | 0  | 34 |

 $d_{30j}$ , com  $j = 1, \dots, 30$ 

|    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |
|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|
| 18 | 18 | 20 | 22 | 13 | 16 | 20 | 21 | 8  | 19 | 8  | 6  | 6  | 11 | 24 |
| 25 | 24 | 27 | 29 | 30 | 32 | 26 | 32 | 32 | 36 | 39 | 38 | 30 | 34 | 0  |

---

### 6.3 – Calibração do Modelo de Schneider e do Novo Modelo de Oportunidades Intervenientes

A aplicação do programa de calibração descrito no capítulo 5 à área em análise foi feita dividindo-se todos os números  $V_j$  por  $10^2$ , atribuindo para  $\lambda$  o valor inicial  $10^{-2}$  e fazendo  $\varepsilon = 10^{-6}$ . O processo iterativo do programa estabilizou após 20 iterações para o modelo de Schneider e após 18 iterações para o novo modelo de oportunidades intervenientes. A matriz de distribuição de viagens para o modelo de Schneider é aqui representada por  $T$  e para o novo modelo por  $T_r$ . Estas matrizes são apresentadas respectivamente nas tabelas 6.3 e 6.4. Por se tratar de matrizes de ordem 30, esta apresentação é feita linha por linha, separadas por parágrafos, e não através da notação usual de matrizes. Como os modelos de distribuição de viagens visam estimar o número de viagens interzonais e não consideram as viagens intrazonais, isto é, as que têm origem e destino numa mesma zona de tráfego, os números  $T_{ii}$  são indeterminados e as células a eles correspondentes nas tabelas que se seguem são preenchidas com um hífen.

Tabela 6.3 – Matriz  $T$  de distribuição de viagens segundo o modelo usual de oportunidades intervenientes ou modelo de Schneider.

| $T_{1j}$ com $j = 1, \dots, 30$ |         |          |         |         |         |
|---------------------------------|---------|----------|---------|---------|---------|
| -                               | 680,502 | 14,253   | 249,186 | 60,826  | 141,361 |
| 24,112                          | 36,003  | 4269,974 | 12,212  | 143,408 | 7,432   |
| 33,901                          | 10,009  | 95,013   | 3,728   | 11,952  | 6,834   |
| 3,343                           | 3,317   | 3,318    | 3,725   | 3,318   | 16,482  |
| 47,709                          | 91,394  | 3,235    | 3,725   | 3,235   | 16,482  |

Tabela 6.3 (continuação)

|                                 |         |          |         |        |        |  |
|---------------------------------|---------|----------|---------|--------|--------|--|
| $T_{2j}$ com $j = 1, \dots, 30$ |         |          |         |        |        |  |
| 448,301                         | -       | 2,695    | 35,287  | 8,611  | 26,726 |  |
| 3,428                           | 5,123   | 595,403  | 1,795   | 20,307 | 1,056  |  |
| 4,807                           | 1,413   | 13,609   | 1,675   | 0,524  | 1,051  |  |
| 0,486                           | 0,476   | 0,461    | 0,476   | 0,467  | 2,311  |  |
| 6,768                           | 12,965  | 0,467    | 0,524   | 0,457  | 2,333  |  |
| $T_{3j}$ com $j = 1, \dots, 30$ |         |          |         |        |        |  |
| 740,015                         | 212,345 | -        | 87,381  | 12,812 | 26,319 |  |
| 5,199                           | 7,782   | 891,433  | 2,609   | 30,344 | 1,574  |  |
| 7,201                           | 2,129   | 20,254   | 2,548   | 2,548  | 1,574  |  |
| 0,721                           | 0,713   | 0,708    | 2,497   | 0,708  | 3,513  |  |
| 10,195                          | 19,486  | 0,708    | 2,548   | 0,684  | 3,463  |  |
| $T_{4j}$ com $j = 1, \dots, 30$ |         |          |         |        |        |  |
| 1073,917                        | 308,156 | 6,468    | -       | 19,215 | 39,295 |  |
| 12,903                          | 19,333  | 1336,426 | 3,881   | 45,576 | 2,363  |  |
| 10,675                          | 3,155   | 30,315   | 3,888   | 3,888  | 7,622  |  |
| 3,746                           | 1,185   | 1,071    | 3,823   | 1,183  | 5,882  |  |
| 15,486                          | 29,665  | 1,183    | 3,888   | 1,052  | 4,783  |  |
| $T_{5j}$ com $j = 1, \dots, 30$ |         |          |         |        |        |  |
| 354,396                         | 21,993  | 0,461    | 7,267   | -      | 4,561  |  |
| 0,928                           | 1,055   | 760,901  | 0,353   | 17,762 | 0,928  |  |
| 3,738                           | 1,062   | 2,759    | 0,341   | 0,354  | 0,681  |  |
| 0,331                           | 0,334   | 0,331    | 0,352   | 0,331  | 1,686  |  |
| 4,919                           | 9,401   | 0,326    | 0,341   | 0,332  | 1,758  |  |
| $T_{6j}$ com $j = 1, \dots, 30$ |         |          |         |        |        |  |
| 1068,789                        | 306,675 | 3,978    | 77,911  | 19,017 | -      |  |
| 7,555                           | 3,514   | 1350,563 | 3,988   | 45,276 | 2,341  |  |
| 10,681                          | 3,142   | 30,058   | 1,178   | 1,052  | 2,159  |  |
| 1,054                           | 1,041   | 1,031    | 1,041   | 1,023  | 5,102  |  |
| 14,949                          | 28,634  | 1,017    | 1,041   | 1,017  | 5,163  |  |
| $T_{7j}$ com $j = 1, \dots, 30$ |         |          |         |        |        |  |
| 1064,481                        | 205,537 | 6,396    | 130,605 | 21,659 | 42,696 |  |
| -                               | 12,899  | 1358,067 | 3,809   | 46,316 | 2,407  |  |
| 10,869                          | 3,158   | 8,547    | 3,802   | 6,396  | 2,147  |  |
| 1,042                           | 1,013   | 1,004    | 4,302   | 1,208  | 5,988  |  |
| 15,492                          | 29,236  | 1,019    | 3,802   | 1,075  | 5,049  |  |

Tabela 6.3 (continuação)

|                                  |         |          |         |         |         |
|----------------------------------|---------|----------|---------|---------|---------|
| $T_{8j}$ com $j = 1, \dots, 30$  |         |          |         |         |         |
| 511,178                          | 146,675 | 3,078    | 63,072  | 9,004   | 18,735  |
| 6,144                            | -       | 645,939  | 1,896   | 21,811  | 1,135   |
| 5,175                            | 1,536   | 14,672   | 3,213   | 1,815   | 6,144   |
| 1,896                            | 1,845   | 1,808    | 0,566   | 0,481   | 2,397   |
| 6,953                            | 14,958  | 1,815    | 3,213   | 0,479   | 2,362   |
| $T_{9j}$ com $j = 1, \dots, 30$  |         |          |         |         |         |
| 1900,809                         | 545,417 | 7,064    | 137,259 | 59,485  | 116,594 |
| 14,126                           | 21,041  | -        | 7,088   | 508,456 | 26,351  |
| 120,681                          | 35,759  | 53,447   | 6,611   | 6,729   | 13,155  |
| 6,568                            | 6,544   | 6,522    | 6,591   | 6,522   | 32,485  |
| 95,076                           | 181,806 | 6,242    | 6,544   | 6,432   | 58,573  |
| $T_{10j}$ com $j = 1, \dots, 30$ |         |          |         |         |         |
| 147,076                          | 47,338  | 0,883    | 11,612  | 2,829   | 9,833   |
| 1,111                            | 1,696   | 199,106  | -       | 6,777   | 0,358   |
| 1,605                            | 0,477   | 7,022    | 0,599   | 0,155   | 1,133   |
| 0,566                            | 0,559   | 0,174    | 0,151   | 0,159   | 0,771   |
| 2,268                            | 4,477   | 0,151    | 0,169   | 0,159   | 0,788   |
| $T_{11j}$ com $j = 1, \dots, 30$ |         |          |         |         |         |
| 432,984                          | 124,246 | 1,614    | 31,265  | 13,478  | 26,309  |
| 3,213                            | 4,798   | 3133,955 | 1,616   | -       | 17,531  |
| 87,004                           | 8,147   | 12,176   | 1,505   | 1,538   | 3,005   |
| 1,494                            | 1,497   | 1,486    | 1,503   | 1,488   | 7,381   |
| 21,652                           | 41,414  | 1,427    | 1,488   | 1,467   | 13,343  |
| $T_{12j}$ com $j = 1, \dots, 30$ |         |          |         |         |         |
| 141,526                          | 40,603  | 0,527    | 10,215  | 4,364   | 8,598   |
| 1,057                            | 1,568   | 1101,612 | 0,525   | 118,891 | -       |
| 30,586                           | 2,665   | 3,971    | 0,494   | 0,504   | 0,976   |
| 0,483                            | 0,487   | 0,482    | 0,497   | 0,482   | 2,419   |
| 7,071                            | 13,539  | 0,461    | 0,487   | 0,477   | 4,402   |
| $T_{13j}$ com $j = 1, \dots, 30$ |         |          |         |         |         |
| 103,062                          | 29,574  | 0,386    | 7,441   | 3,173   | 6,267   |
| 0,768                            | 1,143   | 729,045  | 0,388   | 85,261  | 4,421   |
| -                                | 1,939   | 2,895    | 0,355   | 0,365   | 0,719   |
| 0,354                            | 0,354   | 0,356    | 0,358   | 0,356   | 1,761   |
| 5,155                            | 9,855   | 0,335    | 0,354   | 0,348   | 3,209   |

Tabela 6.3 (continuação)

|                                  |        |         |        |        |        |  |
|----------------------------------|--------|---------|--------|--------|--------|--|
| $T_{14j}$ com $j = 1, \dots, 30$ |        |         |        |        |        |  |
| 29,953                           | 8,593  | 0,119   | 2,165  | 0,933  | 1,817  |  |
| 0,221                            | 0,335  | 215,571 | 0,111  | 25,113 | 1,204  |  |
| 5,989                            | -      | 0,848   | 0,109  | 0,106  | 0,204  |  |
| 0,108                            | 0,103  | 0,106   | 0,108  | 0,103  | 0,512  |  |
| 1,492                            | 2,864  | 0,093   | 0,103  | 0,106  | 0,926  |  |
| $T_{15j}$ com $j = 1, \dots, 30$ |        |         |        |        |        |  |
| 294,328                          | 95,095 | 1,761   | 23,471 | 5,704  | 19,759 |  |
| 2,263                            | 3,601  | 404,605 | 2,003  | 13,798 | 0,711  |  |
| 3,271                            | 0,964  | -       | 1,991  | 0,339  | 3,544  |  |
| 1,202                            | 1,196  | 1,148   | 0,323  | 0,319  | 1,586  |  |
| 4,379                            | 9,262  | 0,321   | 1,143  | 0,291  | 1,591  |  |
| $T_{16j}$ com $j = 1, \dots, 30$ |        |         |        |        |        |  |
| 30,458                           | 9,837  | 0,181   | 4,214  | 0,618  | 2,047  |  |
| 0,245                            | 0,661  | 44,246  | 0,217  | 1,494  | 0,071  |  |
| 0,354                            | 0,091  | 1,734   | -      | 0,125  | 0,447  |  |
| 0,217                            | 0,211  | 0,201   | 0,033  | 0,037  | 0,166  |  |
| 0,476                            | 1,041  | 0,125   | 0,218  | 0,034  | 0,164  |  |
| $T_{17j}$ com $j = 1, \dots, 30$ |        |         |        |        |        |  |
| 158,215                          | 30,258 | 0,951   | 19,416 | 3,188  | 6,287  |  |
| 1,984                            | 1,897  | 194,271 | 0,544  | 6,256  | 0,327  |  |
| 1,481                            | 0,439  | 1,191   | 0,541  | -      | 0,295  |  |
| 0,149                            | 0,145  | 0,145   | 0,991  | 0,951  | 4,734  |  |
| 8,307                            | 5,011  | 0,146   | 0,541  | 0,639  | 0,704  |  |
| $T_{18j}$ com $j = 1, \dots, 30$ |        |         |        |        |        |  |
| 184,217                          | 61,728 | 1,106   | 22,643 | 3,746  | 12,822 |  |
| 1,501                            | 3,962  | 265,122 | 1,325  | 9,077  | 0,438  |  |
| 2,147                            | 0,631  | 10,434  | 1,328  | 0,236  | -      |  |
| 1,335                            | 1,333  | 1,322   | 0,749  | 0,219  | 1,059  |  |
| 2,881                            | 6,096  | 0,236   | 1,158  | 0,199  | 0,972  |  |
| $T_{19j}$ com $j = 1, \dots, 30$ |        |         |        |        |        |  |
| 91,901                           | 30,796 | 0,553   | 11,296 | 1,869  | 6,393  |  |
| 0,752                            | 1,972  | 132,262 | 0,667  | 4,521  | 0,213  |  |
| 1,079                            | 0,317  | 5,204   | 0,668  | 0,112  | 1,339  |  |
| -                                | 0,663  | 0,663   | 0,376  | 0,106  | 0,521  |  |
| 1,432                            | 3,039  | 0,112   | 0,577  | 0,096  | 0,486  |  |



Tabela 6.3 (continuação)

|                                  |         |          |         |        |        |  |
|----------------------------------|---------|----------|---------|--------|--------|--|
| $T_{20j}$ com $j = 1, \dots, 30$ |         |          |         |        |        |  |
| 137,855                          | 46,184  | 0,828    | 16,947  | 2,797  | 9,595  |  |
| 1,129                            | 2,962   | 198,409  | 0,997   | 6,798  | 0,329  |  |
| 1,601                            | 0,472   | 7,804    | 0,992   | 0,179  | 1,995  |  |
| 0,998                            | -       | 0,994    | 0,552   | 0,157  | 0,798  |  |
| 2,153                            | 4,556   | 0,179    | 0,863   | 0,146  | 0,733  |  |
| $T_{21j}$ com $j = 1, \dots, 30$ |         |          |         |        |        |  |
| 91,904                           | 30,796  | 0,552    | 11,295  | 1,868  | 6,397  |  |
| 0,758                            | 1,978   | 132,266  | 0,668   | 4,525  | 0,213  |  |
| 1,074                            | 0,315   | 5,206    | 0,661   | 0,116  | 1,327  |  |
| 0,669                            | 0,669   | -        | 0,372   | 0,105  | 0,522  |  |
| 1,434                            | 3,036   | 0,116    | 0,578   | 0,091  | 0,482  |  |
| $T_{22j}$ com $j = 1, \dots, 30$ |         |          |         |        |        |  |
| 105,302                          | 20,137  | 0,635    | 12,916  | 2,124  | 4,183  |  |
| 1,314                            | 1,262   | 129,295  | 0,368   | 4,143  | 0,215  |  |
| 0,984                            | 0,282   | 0,787    | 0,363   | 0,667  | 0,722  |  |
| 0,109                            | 0,094   | 0,095    | -       | 0,635  | 3,158  |  |
| 5,527                            | 3,326   | 0,099    | 0,363   | 0,427  | 0,474  |  |
| $T_{23j}$ com $j = 1, \dots, 30$ |         |          |         |        |        |  |
| 478,307                          | 92,539  | 2,874    | 58,683  | 9,744  | 19,223 |  |
| 6,008                            | 5,804   | 611,391  | 1,715   | 20,817 | 1,071  |  |
| 4,892                            | 1,489   | 3,929    | 1,718   | 3,196  | 3,422  |  |
| 0,532                            | 0,491   | 0,475    | 3,013   | -      | 16,566 |  |
| 48,665                           | 93,053  | 3,001    | 1,718   | 3,295  | 2,374  |  |
| $T_{24j}$ com $j = 1, \dots, 30$ |         |          |         |        |        |  |
| 772,115                          | 149,374 | 4,642    | 94,735  | 15,731 | 31,026 |  |
| 9,698                            | 9,375   | 986,954  | 2,769   | 33,598 | 1,745  |  |
| 7,893                            | 2,405   | 6,331    | 2,764   | 5,155  | 5,527  |  |
| 0,877                            | 0,803   | 0,768    | 4,863   | 5,328  | -      |  |
| 78,557                           | 150,214 | 4,858    | 2,773   | 5,328  | 3,826  |  |
| $T_{25j}$ com $j = 1, \dots, 30$ |         |          |         |        |        |  |
| 1479,354                         | 285,643 | 8,894    | 181,491 | 30,099 | 59,331 |  |
| 18,538                           | 17,923  | 1890,965 | 5,305   | 64,364 | 3,332  |  |
| 15,131                           | 4,606   | 12,121   | 5,293   | 9,325  | 10,579 |  |
| 1,669                            | 1,539   | 1,473    | 9,295   | 10,016 | 49,887 |  |
| -                                | 288,359 | 9,325    | 8,894   | 9,905  | 7,333  |  |

Tabela 6.3 (continuação)

|                                  |        |          |        |         |       |
|----------------------------------|--------|----------|--------|---------|-------|
| $T_{26j}$ com $j = 1, \dots, 30$ |        |          |        |         |       |
| 168,597                          | 32,491 | 1,012    | 20,803 | 3,423   | 6,747 |
| 2,119                            | 3,208  | 211,822  | 0,683  | 7,259   | 0,379 |
| 1,715                            | 0,511  | 4,809    | 1,051  | 1,068   | 2,023 |
| 0,683                            | 0,608  | 0,592    | 1,064  | 1,116   | 5,564 |
| 16,541                           | -      | 1,112    | 1,077  | 1,077   | 0,842 |
| $T_{27j}$ com $j = 1, \dots, 30$ |        |          |        |         |       |
| 138,966                          | 39,871 | 0,831    | 17,142 | 2,449   | 5,089 |
| 1,665                            | 2,738  | 173,594  | 0,518  | 5,945   | 0,306 |
| 1,404                            | 0,424  | 3,972    | 0,874  | 0,833   | 1,665 |
| 0,518                            | 0,503  | 0,497    | 0,518  | 0,902   | 4,529 |
| 13,453                           | 28,307 | -        | 0,919  | 0,874   | 0,694 |
| $T_{28j}$ com $j = 1, \dots, 30$ |        |          |        |         |       |
| 150,756                          | 43,253 | 0,902    | 18,605 | 2,519   | 5,215 |
| 1,817                            | 2,854  | 177,817  | 0,521  | 5,849   | 0,305 |
| 1,375                            | 0,413  | 4,081    | 0,942  | 0,506   | 1,817 |
| 0,521                            | 0,519  | 0,507    | 0,492  | 0,498   | 2,486 |
| 7,363                            | 16,266 | 0,942    | -      | 0,157   | 0,673 |
| $T_{29j}$ com $j = 1, \dots, 30$ |        |          |        |         |       |
| 95,706                           | 18,552 | 0,384    | 11,747 | 1,951   | 3,858 |
| 1,205                            | 1,161  | 122,336  | 0,342  | 4,165   | 0,215 |
| 0,974                            | 0,295  | 0,782    | 0,344  | 0,634   | 0,687 |
| 0,109                            | 0,092  | 0,095    | 0,602  | 0,653   | 3,315 |
| 9,731                            | 18,612 | 0,601    | 0,342  | -       | 0,471 |
| $T_{30j}$ com $j = 1, \dots, 30$ |        |          |        |         |       |
| 144,703                          | 41,522 | 0,534    | 10,443 | 4,453   | 8,799 |
| 1,077                            | 1,601  | 1094,538 | 0,531  | 118,125 | 6,263 |
| 31,094                           | 2,697  | 4,065    | 0,505  | 0,515   | 1,008 |
| 0,499                            | 0,497  | 0,494    | 0,509  | 0,494   | 2,474 |
| 7,237                            | 13,843 | 0,473    | 0,497  | 0,483   | -     |

Tabela 6.4 – Matriz  $T_r$  de distribuição de viagens segundo o novo modelo de oportunidades intervenientes.

|                                  |         |          |         |         |         |
|----------------------------------|---------|----------|---------|---------|---------|
| $T_{r1j}$ com $j = 1, \dots, 30$ |         |          |         |         |         |
| -                                | 661,038 | 13,893   | 248,985 | 59,193  | 137,703 |
| 23,313                           | 37,132  | 4204,191 | 12,545  | 153,654 | 8,039   |
| 36,996                           | 11,041  | 99,142   | 4,852   | 12,361  | 8,327   |
| 4,441                            | 4,422   | 4,438    | 3,787   | 3,363   | 17,015  |
| 65,923                           | 132,255 | 4,276    | 4,672   | 4,341   | 18,621  |

Tabela 6.4 (continuação)

|                                  |         |          |         |        |        |  |
|----------------------------------|---------|----------|---------|--------|--------|--|
| $T_{r2j}$ com $j = 1, \dots, 30$ |         |          |         |        |        |  |
| 428,888                          | -       | 2,617    | 34,813  | 9,103  | 25,896 |  |
| 3,429                            | 5,267   | 589,527  | 1,699   | 21,894 | 1,149  |  |
| 5,289                            | 1,582   | 13,056   | 1,571   | 0,972  | 0,993  |  |
| 0,457                            | 0,455   | 0,453    | 0,907   | 0,882  | 4,436  |  |
| 13,223                           | 26,043  | 0,887    | 0,967   | 0,882  | 2,671  |  |
| $T_{r3j}$ com $j = 1, \dots, 30$ |         |          |         |        |        |  |
| 707,441                          | 205,057 | -        | 84,561  | 15,332 | 26,623 |  |
| 5,287                            | 7,937   | 882,166  | 2,907   | 33,164 | 1,732  |  |
| 7,965                            | 2,384   | 21,224   | 2,998   | 2,967  | 3,161  |  |
| 1,494                            | 1,474   | 1,462    | 2,963   | 1,356  | 6,779  |  |
| 21,333                           | 41,771  | 0,712    | 2,619   | 1,448  | 3,666  |  |
| $T_{r4j}$ com $j = 1, \dots, 30$ |         |          |         |        |        |  |
| 1074,537                         | 311,458 | 6,567    | -       | 23,284 | 39,247 |  |
| 13,109                           | 19,631  | 1320,197 | 4,548   | 45,615 | 2,371  |  |
| 11,227                           | 3,365   | 31,378   | 3,841   | 3,799  | 7,609  |  |
| 3,756                            | 1,506   | 1,381    | 3,786   | 1,089  | 5,529  |  |
| 16,024                           | 32,657  | 1,098    | 3,841   | 1,003  | 6,564  |  |
| $T_{r5j}$ com $j = 1, \dots, 30$ |         |          |         |        |        |  |
| 337,949                          | 39,169  | 0,794    | 13,398  | -      | 7,897  |  |
| 0,796                            | 2,135   | 710,006  | 0,705   | 30,001 | 1,578  |  |
| 7,285                            | 2,183   | 5,549    | 0,703   | 0,305  | 1,374  |  |
| 0,685                            | 0,698   | 0,695    | 0,309   | 0,297  | 1,493  |  |
| 9,399                            | 19,022  | 0,673    | 0,696   | 0,623  | 3,587  |  |
| $T_{r6j}$ com $j = 1, \dots, 30$ |         |          |         |        |        |  |
| 858,023                          | 248,693 | 3,132    | 61,302  | 18,594 | -      |  |
| 7,473                            | 5,797   | 1555,059 | 3,135   | 74,725 | 3,923  |  |
| 18,321                           | 5,518   | 24,083   | 0,858   | 1,796  | 2,146  |  |
| 1,053                            | 1,051   | 1,054    | 1,782   | 1,763  | 8,794  |  |
| 26,183                           | 51,386  | 1,755    | 1,782   | 1,756  | 9,064  |  |
| $T_{r7j}$ com $j = 1, \dots, 30$ |         |          |         |        |        |  |
| 880,563                          | 164,434 | 5,162    | 105,641 | 17,192 | 37,067 |  |
| -                                | 11,021  | 1577,236 | 3,099   | 76,424 | 4,007  |  |
| 18,714                           | 5,569   | 14,796   | 3,266   | 5,171  | 3,705  |  |
| 1,821                            | 1,783   | 1,778    | 3,398   | 0,867  | 4,413  |  |
| 12,023                           | 29,444  | 0,861    | 3,266   | 0,805  | 6,449  |  |

Tabela 6.4 (continuação)

|                                   |         |          |         |         |         |
|-----------------------------------|---------|----------|---------|---------|---------|
| $T_{r8j}$ com $j = 1, \dots, 30$  |         |          |         |         |         |
| 415,121                           | 120,414 | 2,549    | 51,794  | 7,931   | 15,195  |
| 5,081                             | -       | 770,485  | 1,876   | 37,401  | 1,968   |
| 9,185                             | 2,763   | 11,874   | 2,649   | 1,574   | 5,062   |
| 1,513                             | 1,485   | 1,468    | 0,485   | 0,416   | 2,105   |
| 7,786                             | 12,832  | 1,448    | 2,649   | 0,411   | 4,472   |
| $T_{r9j}$ com $j = 1, \dots, 30$  |         |          |         |         |         |
| 1907,158                          | 539,715 | 7,771    | 151,148 | 55,228  | 109,049 |
| 12,855                            | 18,748  | -        | 7,778   | 469,839 | 24,429  |
| 113,006                           | 34,139  | 59,508   | 7,367   | 6,147   | 16,027  |
| 7,043                             | 7,021   | 7,027    | 6,041   | 7,926   | 39,417  |
| 115,625                           | 192,572 | 6,773    | 6,581   | 7,842   | 56,243  |
| $T_{r10j}$ com $j = 1, \dots, 30$ |         |          |         |         |         |
| 118,371                           | 38,825  | 0,741    | 11,226  | 2,524   | 8,085   |
| 0,956                             | 1,692   | 227,984  | -       | 10,879  | 0,578   |
| 2,665                             | 0,798   | 5,816    | 0,471   | 0,276   | 0,907   |
| 0,451                             | 0,441   | 0,136    | 0,273   | 0,274   | 1,368   |
| 4,076                             | 8,103   | 0,271    | 0,185   | 0,277   | 1,328   |
| $T_{r11j}$ com $j = 1, \dots, 30$ |         |          |         |         |         |
| 433,304                           | 126,961 | 1,657    | 29,869  | 13,672  | 27,771  |
| 6,663                             | 9,937   | 3083,517 | 3,131   | -       | 17,877  |
| 88,621                            | 7,686   | 24,735   | 3,108   | 3,294   | 6,151   |
| 3,078                             | 3,068   | 1,749    | 2,196   | 2,198   | 10,931  |
| 23,014                            | 46,889  | 1,668    | 1,525   | 2,177   | 13,565  |
| $T_{r12j}$ com $j = 1, \dots, 30$ |         |          |         |         |         |
| 141,298                           | 41,404  | 0,534    | 9,738   | 5,366   | 9,062   |
| 2,226                             | 3,312   | 1083,761 | 1,041   | 120,835 | -       |
| 31,145                            | 3,071   | 8,242    | 1,039   | 1,102   | 1,144   |
| 0,574                             | 0,575   | 0,575    | 0,729   | 0,735   | 3,642   |
| 7,522                             | 15,377  | 0,542    | 0,505   | 0,728   | 4,166   |
| $T_{r13j}$ com $j = 1, \dots, 30$ |         |          |         |         |         |
| 93,883                            | 27,353  | 0,355    | 6,794   | 2,954   | 5,991   |
| 1,531                             | 2,309   | 740,245  | 0,716   | 82,984  | 4,315   |
| -                                 | 2,145   | 3,119    | 0,353   | 0,497   | 0,809   |
| 0,397                             | 0,396   | 0,391    | 0,502   | 0,357   | 1,785   |
| 5,243                             | 10,587  | 0,389    | 0,345   | 0,352   | 2,902   |

Tabela 6.4 (continuação)

|                                   |        |         |        |        |        |
|-----------------------------------|--------|---------|--------|--------|--------|
| $T_{r14j}$ com $j = 1, \dots, 30$ |        |         |        |        |        |
| 28,298                            | 8,234  | 0,104   | 2,038  | 0,921  | 1,905  |
| 0,467                             | 0,711  | 212,814 | 0,215  | 25,764 | 1,237  |
| 6,117                             | -      | 0,934   | 0,124  | 0,159  | 0,249  |
| 0,128                             | 0,128  | 0,125   | 0,156  | 0,233  | 1,153  |
| 2,267                             | 4,195  | 0,119   | 0,114  | 0,231  | 0,889  |
| $T_{r15j}$ com $j = 1, \dots, 30$ |        |         |        |        |        |
| 242,611                           | 79,455 | 1,483   | 19,457 | 5,151  | 16,553 |
| 1,906                             | 2,943  | 468,432 | 1,676  | 22,294 | 1,174  |
| 3,009                             | 0,898  | -       | 1,674  | 0,589  | 2,956  |
| 0,989                             | 0,986  | 0,944   | 0,574  | 0,573  | 2,859  |
| 8,224                             | 9,347  | 0,242   | 0,932  | 0,555  | 1,518  |
| $T_{r16j}$ com $j = 1, \dots, 30$ |        |         |        |        |        |
| 25,504                            | 8,479  | 0,168   | 3,551  | 0,527  | 1,726  |
| 0,213                             | 0,553  | 51,095  | 0,189  | 2,438  | 0,128  |
| 0,291                             | 0,113  | 1,455   | -      | 0,112  | 0,365  |
| 0,189                             | 0,183  | 0,179   | 0,036  | 0,026  | 0,158  |
| 0,917                             | 0,928  | 0,107   | 0,174  | 0,057  | 0,175  |
| $T_{r17j}$ com $j = 1, \dots, 30$ |        |         |        |        |        |
| 127,245                           | 24,922 | 0,772   | 15,899 | 2,573  | 5,213  |
| 1,613                             | 1,649  | 232,789 | 0,486  | 11,188 | 0,583  |
| 1,985                             | 0,604  | 2,126   | 0,473  | -      | 0,536  |
| 0,251                             | 0,258  | 0,251   | 0,818  | 0,774  | 3,883  |
| 6,748                             | 4,206  | 0,155   | 0,473  | 0,514  | 1,001  |
| $T_{r18j}$ com $j = 1, \dots, 30$ |        |         |        |        |        |
| 160,328                           | 51,967 | 0,944   | 19,345 | 3,438  | 10,731 |
| 1,255                             | 3,288  | 304,276 | 1,093  | 14,487 | 0,405  |
| 1,991                             | 0,594  | 8,687   | 1,098  | 0,405  | -      |
| 1,103                             | 1,104  | 1,098   | 0,585  | 0,188  | 0,935  |
| 2,788                             | 5,433  | 0,179   | 0,964  | 0,173  | 1,114  |
| $T_{r19j}$ com $j = 1, \dots, 30$ |        |         |        |        |        |
| 89,434                            | 30,456 | 0,556   | 11,403 | 2,006  | 6,317  |
| 0,736                             | 1,927  | 130,319 | 0,649  | 8,481  | 0,237  |
| 1,159                             | 0,346  | 5,102   | 0,641  | 0,238  | 1,297  |
| -                                 | 0,642  | 0,645   | 0,389  | 0,104  | 0,557  |
| 1,709                             | 3,229  | 0,102   | 0,568  | 0,109  | 0,653  |

Tabela 6.4 (continuação)

|                                   |         |          |         |        |        |
|-----------------------------------|---------|----------|---------|--------|--------|
| $T_{r20j}$ com $j = 1, \dots, 30$ |         |          |         |        |        |
| 134,138                           | 45,741  | 0,827    | 17,231  | 2,742  | 9,496  |
| 1,106                             | 2,899   | 195,457  | 0,967   | 12,742 | 0,351  |
| 1,724                             | 0,511   | 7,672    | 0,971   | 0,354  | 1,948  |
| 0,977                             | -       | 0,973    | 0,581   | 0,168  | 0,846  |
| 2,575                             | 4,889   | 0,161    | 0,852   | 0,161  | 0,935  |
| $T_{r21j}$ com $j = 1, \dots, 30$ |         |          |         |        |        |
| 90,401                            | 30,873  | 0,551    | 11,626  | 1,858  | 6,413  |
| 0,748                             | 1,956   | 132,066  | 0,659   | 4,855  | 0,238  |
| 1,163                             | 0,346   | 5,175    | 0,656   | 0,244  | 1,313  |
| 0,657                             | 0,657   | -        | 0,391   | 0,111  | 0,565  |
| 1,741                             | 3,297   | 0,109    | 0,577   | 0,118  | 0,639  |
| $T_{r22j}$ com $j = 1, \dots, 30$ |         |          |         |        |        |
| 85,357                            | 16,697  | 0,524    | 10,634  | 1,734  | 3,495  |
| 1,084                             | 1,106   | 156,417  | 0,323   | 5,498  | 0,287  |
| 1,342                             | 0,405   | 1,422    | 0,314   | 0,544  | 0,575  |
| 0,093                             | 0,082   | 0,089    | -       | 0,523  | 2,623  |
| 4,552                             | 2,837   | 0,109    | 0,314   | 0,341  | 0,672  |
| $T_{r23j}$ com $j = 1, \dots, 30$ |         |          |         |        |        |
| 448,165                           | 92,499  | 2,682    | 53,411  | 8,619  | 19,444 |
| 5,352                             | 5,522   | 653,308  | 1,761   | 28,971 | 1,525  |
| 5,406                             | 2,978   | 7,611    | 1,639   | 2,837  | 3,239  |
| 0,519                             | 0,477   | 0,462    | 2,685   | -      | 14,505 |
| 42,935                            | 83,312  | 2,749    | 1,797   | 2,888  | 2,728  |
| $T_{r24j}$ com $j = 1, \dots, 30$ |         |          |         |        |        |
| 723,792                           | 149,097 | 4,307    | 85,671  | 13,687 | 31,331 |
| 8,543                             | 8,834   | 1053,717 | 2,845   | 46,649 | 2,459  |
| 8,698                             | 4,788   | 12,245   | 2,616   | 4,532  | 5,163  |
| 0,816                             | 0,761   | 0,731    | 4,274   | 4,676  | -      |
| 69,082                            | 134,284 | 4,422    | 2,887   | 4,676  | 4,398  |
| $T_{r25j}$ com $j = 1, \dots, 30$ |         |          |         |        |        |
| 1390,152                          | 282,305 | 8,449    | 168,881 | 31,379 | 59,271 |
| 16,693                            | 19,057  | 2017,451 | 5,372   | 65,451 | 3,425  |
| 15,759                            | 6,465   | 24,155   | 4,687   | 8,356  | 10,295 |
| 1,707                             | 1,581   | 1,538    | 8,358   | 9,001  | 44,834 |
| -                                 | 261,479 | 8,539    | 8,449   | 8,898  | 8,046  |

Tabela 6.4 (continuação)

|                                   |        |          |        |         |       |
|-----------------------------------|--------|----------|--------|---------|-------|
| $T_{r26j}$ com $j = 1, \dots, 30$ |        |          |        |         |       |
| 168,851                           | 33,567 | 1,039    | 20,989 | 3,539   | 7,035 |
| 2,134                             | 3,175  | 209,218  | 0,726  | 7,662   | 0,407 |
| 1,806                             | 0,719  | 5,134    | 1,051  | 1,059   | 2,029 |
| 0,664                             | 0,592  | 0,585    | 1,041  | 1,094   | 5,483 |
| 16,274                            | -      | 1,108    | 1,059  | 1,079   | 0,899 |
| $T_{r27j}$ com $j = 1, \dots, 30$ |        |          |        |         |       |
| 143,266                           | 40,994 | 0,846    | 16,943 | 2,835   | 5,702 |
| 1,699                             | 2,636  | 168,989  | 0,572  | 6,319   | 0,332 |
| 1,508                             | 0,461  | 3,805    | 0,845  | 0,834   | 1,613 |
| 0,485                             | 0,471  | 0,465    | 0,584  | 0,876   | 4,378 |
| 12,971                            | 27,058 | -        | 0,873  | 0,878   | 0,749 |
| $T_{r28j}$ com $j = 1, \dots, 30$ |        |          |        |         |       |
| 145,182                           | 42,112 | 0,884    | 18,114 | 2,876   | 5,606 |
| 1,774                             | 2,785  | 180,878  | 0,628  | 7,378   | 0,388 |
| 1,774                             | 0,545  | 3,969    | 0,927  | 0,525   | 1,783 |
| 0,507                             | 0,497  | 0,483    | 0,518  | 0,579   | 2,864 |
| 8,018                             | 16,403 | 0,925    | -      | 0,193   | 0,887 |
| $T_{r29j}$ com $j = 1, \dots, 30$ |        |          |        |         |       |
| 89,582                            | 18,507 | 0,395    | 10,704 | 2,046   | 3,884 |
| 1,077                             | 1,104  | 130,536  | 0,356  | 5,788   | 0,305 |
| 1,073                             | 0,593  | 1,531    | 0,351  | 0,564   | 0,644 |
| 0,107                             | 0,096  | 0,091    | 0,537  | 0,577   | 2,909 |
| 8,516                             | 16,661 | 0,544    | 0,368  | -       | 0,542 |
| $T_{r30j}$ com $j = 1, \dots, 30$ |        |          |        |         |       |
| 136,507                           | 39,643 | 0,493    | 9,688  | 4,281   | 8,696 |
| 1,364                             | 3,425  | 1094,593 | 1,058  | 122,047 | 6,508 |
| 32,245                            | 2,546  | 4,528    | 0,505  | 0,728   | 1,161 |
| 0,588                             | 0,546  | 0,541    | 0,732  | 0,512   | 2,564 |
| 7,587                             | 15,333 | 0,553    | 0,494  | 0,511   | -     |

## 6.4 – A Convergência do Processo Iterativo

Para cada valor inicial da probabilidade  $I$  dado, os processos iterativos implementados pelo programa descrito no capítulo 5 determinam as distribuições de viagens obtidas através do modelo de Schneider e através do novo modelo de

oportunidades intervenientes. A partir dessas distribuições de viagens a primeira iteração é concluída com a obtenção dos valores  $\hat{\mathbf{I}}_1$  e  $\hat{\mathbf{I}}_{r_1}$ , onde  $\hat{\mathbf{I}}_1$  é obtido pela fórmula (5.4), ou seja,

$$\hat{\mathbf{I}}_1 = \frac{\sum_{i,j} T_{ij}}{\sum_{i,j} T_{ij} (W_{ij} + V_j)}$$

e  $\hat{\mathbf{I}}_{r_1}$  é obtido da fórmula (5.9), que é aqui reescrita

$$\hat{\mathbf{I}}_{r_1} = \frac{\sum_{i,j} T_{rij}}{\sum_{i,j} \frac{T_{rij}}{W_{ij} + V_j} [(W_{ij}^r + V_j)(W_{ij}^r + V_j) + (W_{ij} - W_{ij}^r)(W_{ij} - W_{ij}^r + V_j)]}$$

Isto é,  $\hat{\mathbf{I}}_1$  e  $\hat{\mathbf{I}}_{r_1}$  são calculados levando em conta que a probabilidade de uma oportunidade ser aceita, se considerada, deve ser igual ao inverso do número médio de oportunidades (por viagem) analisadas pelo viajante.

Dessa forma, para cada modelo fica definida uma função  $p : (0, 1) \rightarrow (0, 1)$  que a cada  $I \in (0, 1)$  associa respectivamente os valores  $\hat{\mathbf{I}}_1$  e  $\hat{\mathbf{I}}_{r_1}$  supra descritos. Para evitar confusão de notações, a letra  $p$  representará esta função para o modelo de Schneider enquanto que a função correspondente para o novo modelo de oportunidades intervenientes será representada por  $p_r$ .

Quando ocorrer a igualdade entre as matrizes  $W$  e  $W^r$ , uma rápida análise da fórmula 5.9 revela que a mesma coincidirá com a que é dada por 5.4, ou seja,  $\hat{\mathbf{I}}_1$  e  $\hat{\mathbf{I}}_{r_1}$  serão calculados através da mesma fórmula. Isto ocorre em consonância com o fato já registrado no capítulo 4, de que quando  $W = W^r$  o modelo de Schneider passa a ser um caso particular do novo modelo desenvolvido naquele capítulo, o que assegura a



igualdade entre as matrizes de distribuição de viagens  $T$  e  $T'$  em cada iteração. Quando  $W = W'$  ter-se-á então como consequência, a igualdade entre as funções  $p$  e  $p_r$ .

A função  $p$  já foi discutida no capítulo 3 quando se observou que ela é derivável e que seus valores podem ser calculados através da expressão (3.7), ou seja,

$$p(\mathbf{I}) = \frac{\sum_{i,j} \frac{O_i \cdot e^{-\mathbf{I}W_{ij}} (1 - e^{-\mathbf{I}V_j})}{\sum_{j=1}^n e^{-\mathbf{I}W_{ij}} (1 - e^{-\mathbf{I}V_j})}}{\sum_{i,j} \left[ \frac{O_i \cdot e^{-\mathbf{I}W_{ij}} (1 - e^{-\mathbf{I}V_j})}{\sum_{j=1}^n e^{-\mathbf{I}W_{ij}} (1 - e^{-\mathbf{I}V_j})} (W_{ij} + V_j) \right]}.$$

Para a função  $p_r$  pode ser feita uma análise similar à apresentada no capítulo 3 para a função  $p$ , e uma expressão análoga a (3.7) pode ser obtida para ela. Porém, mesmo para o presente caso particular, a análise destas funções utilizando a expressão (3.7) e sua análoga para  $p_r$ , apresenta dificuldades consideráveis. Assim, este caminho, que seria o caminho natural a ser seguido para provar a convergência dos processos iterativos, é abandonado. No que segue optou-se pela utilização de uma tabela de valores de  $p(\mathbf{I})$  e  $p_r(\mathbf{I})$ , obtidos pelo processo computacional descrito no capítulo 5, para analisar estas funções e mostrar a convergência desejada.

A tabela 6.15 apresenta os valores obtidos para  $p(\mathbf{I})$  e  $p_r(\mathbf{I})$  a partir de cada valor de  $\mathbf{I}$  de sua primeira coluna. Para obter valores mais precisos para  $p(\mathbf{I})$  e  $p_r(\mathbf{I})$ , para valores grandes de  $\mathbf{I}$ , isto é, valores próximos a 1, os valores dos  $V_j$  foram divididos por  $10^5$ . Em consonância com o que se observou no capítulo 5, os resultados

fornecidos pelo programa para as probabilidades, foram divididos por  $10^5$  para se obter os valores de  $p(\mathbf{I})$  e  $p_r(\mathbf{I})$  apresentados na tabela 6.15.

Tabela 6.5 – Valores das funções  $p$  e  $p_r$ .

| $\mathbf{I}$ | $p(\mathbf{I})$ | $p_r(\mathbf{I})$ |
|--------------|-----------------|-------------------|
| 0,000000001  | 0,0000155068    | 0,0000175054      |
| 0,00000001   | 0,0000155068    | 0,0000175054      |
| 0,0000001    | 0,0000155068    | 0,0000175054      |
| 0,000001     | 0,0000155068    | 0,0000175054      |
| 0,00001      | 0,0000155069    | 0,0000175054      |
| 0,0001       | 0,0000155070    | 0,0000175054      |
| 0,001        | 0,0000155084    | 0,0000175067      |
| 0,01         | 0,0000155217    | 0,0000175183      |
| 0,02         | 0,0000155366    | 0,0000175311      |
| 0,03         | 0,0000155515    | 0,0000175440      |
| 0,04         | 0,0000155665    | 0,0000175570      |
| 0,05         | 0,0000155817    | 0,0000175699      |
| 0,06         | 0,0000155966    | 0,0000175829      |
| 0,07         | 0,0000156118    | 0,0000175959      |
| 0,08         | 0,0000156270    | 0,0000176090      |
| 0,09         | 0,0000156421    | 0,0000176219      |
| 0,1          | 0,0000156574    | 0,0000176350      |
| 0,2          | 0,0000158124    | 0,0000177672      |
| 0,3          | 0,0000159718    | 0,0000179016      |
| 0,4          | 0,0000161355    | 0,0000180384      |
| 0,5          | 0,0000163037    | 0,0000181775      |
| 0,6          | 0,0000164762    | 0,0000183188      |
| 0,7          | 0,0000166530    | 0,0000184623      |
| 0,8          | 0,0000168342    | 0,0000186080      |
| 0,9          | 0,0000170198    | 0,0000187556      |
| 0,999999999  | 0,0000172095    | 0,0000189052      |

Valores calculados utilizando os valores originais dos  $V_j$  divididos por  $10^5$ .

A partir dos valores da tabela 6.5 foram obtidas funções de expressões mais simples que aproximam com alto grau de precisão as funções  $p$  e  $p_r$ . De fato, a maior diferença verificada entre os valores obtidos por estas funções e os dados da tabela 6.5 é de  $4 \cdot 10^{-10}$ , conforme se constata nas tabelas 6.6 e 6.7. Estas funções foram obtidas através do método dos mínimos quadrados e com a utilização das funções

$$e^{\frac{x}{100}}, x^2 \text{ e } 1 \text{ (função constante igual a um).}$$

Elas são respectivamente

$$h(x) = -0,00013295613275239137 + 0,00014846294287051238 \cdot e^{\frac{x}{100}} + \\ + 2,1074546506164496 \cdot 10^{-7} \cdot x^2$$

para o modelo de Schneider e

$$h_r(x) = -0,0001113308574722013 + 0,00012883613035692579 \cdot e^{\frac{x}{100}} + \\ + 1,0554955117579232 \cdot 10^{-7} \cdot x^2$$

para o novo modelo de oportunidades intervenientes.

A função exponencial foi utilizada porque além de estar presente de forma marcante na expressão (3.7), e naturalmente também na sua correspondente para o novo modelo, os dados da tabela 6.5 revelam que tanto a função  $p$  quanto a função  $p_r$  são crescentes. Foi escolhido o expoente  $\frac{x}{100}$  para os componentes exponenciais das funções procuradas, porque o crescimento, tanto de  $p$  quanto de  $p_r$ , é muito lento. Testou-se também o expoente  $\frac{x}{1000}$  para esta exponencial, mas as funções obtidas não aproximaram melhor os dados do que as funções  $h$  e  $h_r$  já apresentadas.

Tabela 6.6 – Tabela comparativa entre os valores  $p(\mathbf{I})$  da tabela 6.5 e os valores de  $h(\mathbf{I})$ .

| $\lambda$   | $p(\mathbf{I})$ | $h(\lambda)$ |
|-------------|-----------------|--------------|
| 0,000000001 | 0,0000155068    | 0,0000155068 |
| 0,00000001  | 0,0000155068    | 0,0000155068 |
| 0,0000001   | 0,0000155068    | 0,0000155068 |
| 0,000001    | 0,0000155068    | 0,0000155068 |
| 0,00001     | 0,0000155069    | 0,0000155068 |
| 0,0001      | 0,0000155070    | 0,0000155070 |
| 0,001       | 0,0000155084    | 0,0000155083 |
| 0,01        | 0,0000155217    | 0,0000155217 |
| 0,02        | 0,0000155366    | 0,0000155366 |
| 0,03        | 0,0000155515    | 0,0000155515 |
| 0,04        | 0,0000155665    | 0,0000155665 |
| 0,05        | 0,0000155817    | 0,0000155816 |
| 0,06        | 0,0000155966    | 0,0000155967 |
| 0,07        | 0,0000156118    | 0,0000156118 |
| 0,08        | 0,0000156270    | 0,0000156270 |
| 0,09        | 0,0000156421    | 0,0000156422 |
| 0,1         | 0,0000156574    | 0,0000156575 |
| 0,2         | 0,0000158124    | 0,0000158125 |
| 0,3         | 0,0000159718    | 0,0000159718 |
| 0,4         | 0,0000161355    | 0,0000161356 |
| 0,5         | 0,0000163037    | 0,0000163037 |
| 0,6         | 0,0000164762    | 0,0000164761 |
| 0,7         | 0,0000166530    | 0,0000166530 |
| 0,8         | 0,0000168342    | 0,0000168342 |
| 0,9         | 0,0000170198    | 0,0000170197 |
| 0,999999999 | 0,0000172095    | 0,0000172096 |

Tabela 6.7 – Tabela comparativa entre os valores  $p_r(\mathbf{I})$  da tabela 6.5 e os valores de  $h_r(\mathbf{I})$ .

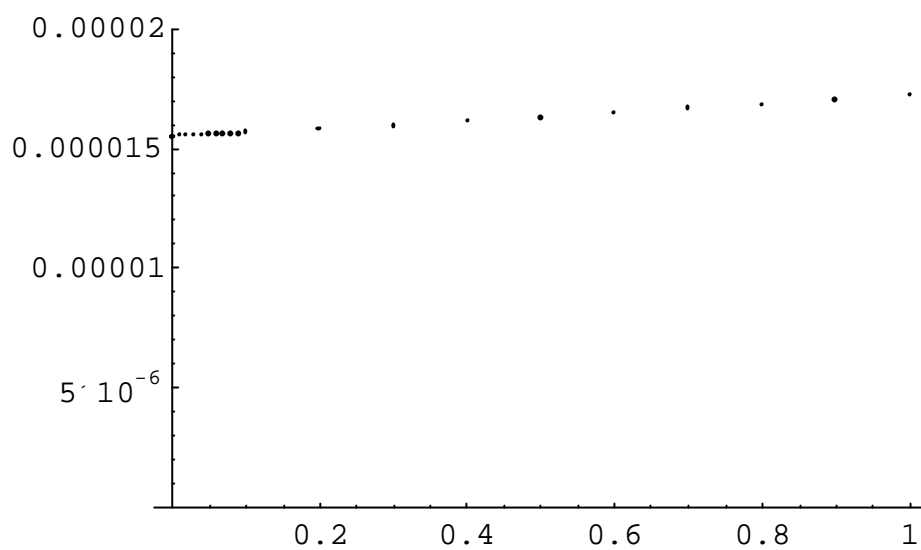
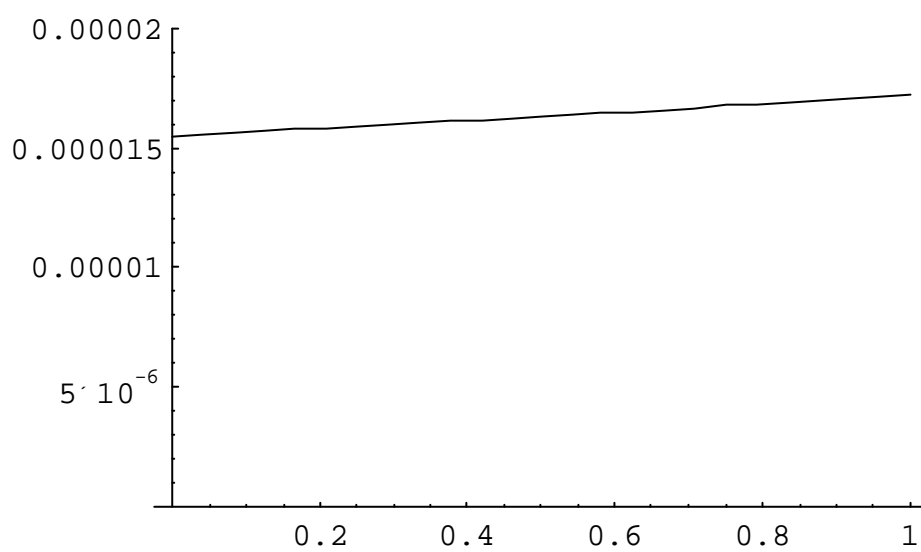
| $\mathbf{I}$ | $p_r(\mathbf{I})$ | $h_r(\mathbf{I})$ |
|--------------|-------------------|-------------------|
| 0,000000001  | 0,0000175054      | 0,0000175053      |
| 0,00000001   | 0,0000175054      | 0,0000175053      |
| 0,0000001    | 0,0000175054      | 0,0000175053      |
| 0,000001     | 0,0000175054      | 0,0000175053      |
| 0,00001      | 0,0000175054      | 0,0000175053      |
| 0,0001       | 0,0000175054      | 0,0000175054      |
| 0,001        | 0,0000175067      | 0,0000175066      |

Tabela 6.7 (continuação)

|             |              |              |
|-------------|--------------|--------------|
| 0,01        | 0,0000175183 | 0,0000175182 |
| 0,02        | 0,0000175311 | 0,0000175311 |
| 0,03        | 0,0000175440 | 0,0000175440 |
| 0,04        | 0,0000175570 | 0,0000175570 |
| 0,05        | 0,0000175699 | 0,0000175700 |
| 0,06        | 0,0000175829 | 0,0000175830 |
| 0,07        | 0,0000175959 | 0,0000175960 |
| 0,08        | 0,0000176090 | 0,0000176091 |
| 0,09        | 0,0000176219 | 0,0000176221 |
| 0,1         | 0,0000176350 | 0,0000176352 |
| 0,2         | 0,0000177672 | 0,0000177674 |
| 0,3         | 0,0000179016 | 0,0000179019 |
| 0,4         | 0,0000180384 | 0,0000180385 |
| 0,5         | 0,0000181775 | 0,0000181775 |
| 0,6         | 0,0000183188 | 0,0000183186 |
| 0,7         | 0,0000184623 | 0,0000184620 |
| 0,8         | 0,0000186080 | 0,0000186076 |
| 0,9         | 0,0000187556 | 0,0000187555 |
| 0,999999999 | 0,0000189052 | 0,0000189056 |

---

As figuras 6.2 e 6.3 mostram respectivamente os pares  $(\mathbf{I}, p(\mathbf{I}))$  da tabela 6.5 e o gráfico da função  $h$ . A Figura 6.4 por sua vez apresenta a sobreposição dos dois gráficos das figuras 6.2 e 6.3, mostrando, de uma forma visual, a boa aproximação fornecida por  $h$  para os valores de  $p$  da tabela 6.5.

Figura 6.2 – Os pares  $(I, p(I))$  da tabela 6.5.Figura 6.3 – Gráfico da função  $h(I)$ .

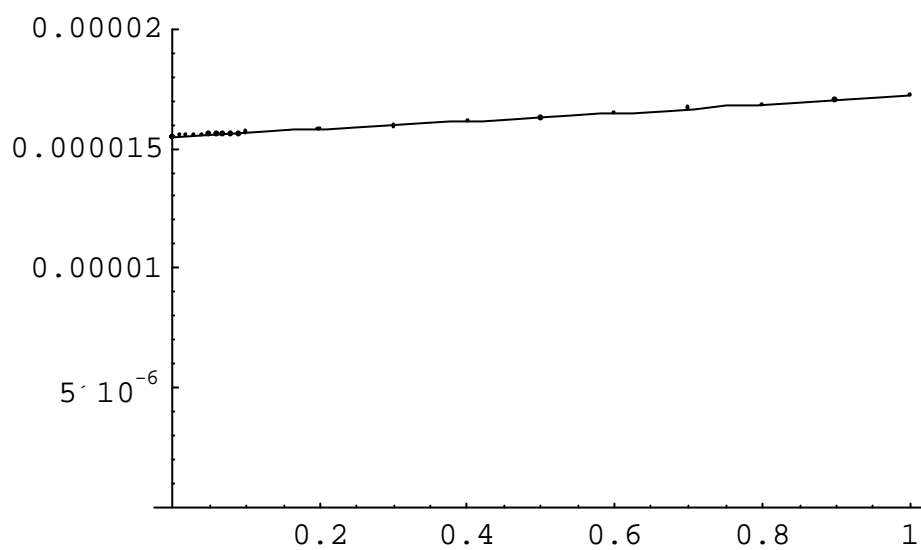


Figura 6.4 – Sobreposição dos pares  $(I, p(I))$  e o gráfico de  $h(I)$ .

O que as figuras 6.2, 6.3 e 6.4 mostram em relação às funções  $p$  e  $h$ , as figuras 6.5, 6.6 e 6.7 mostram em relação às funções  $p_r$  e  $h_r$ .

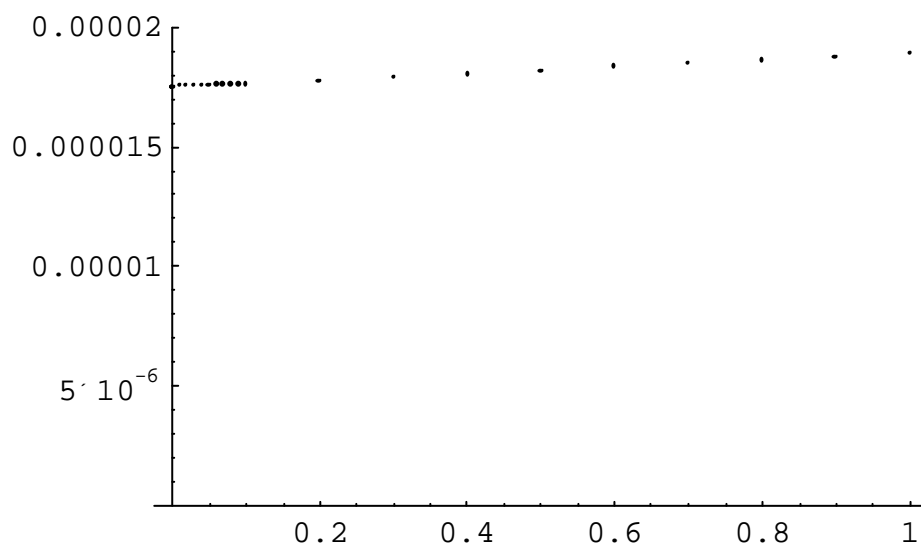


Figura 6.5 – Os pares  $(I, p_r(I))$  da tabela 6.5.

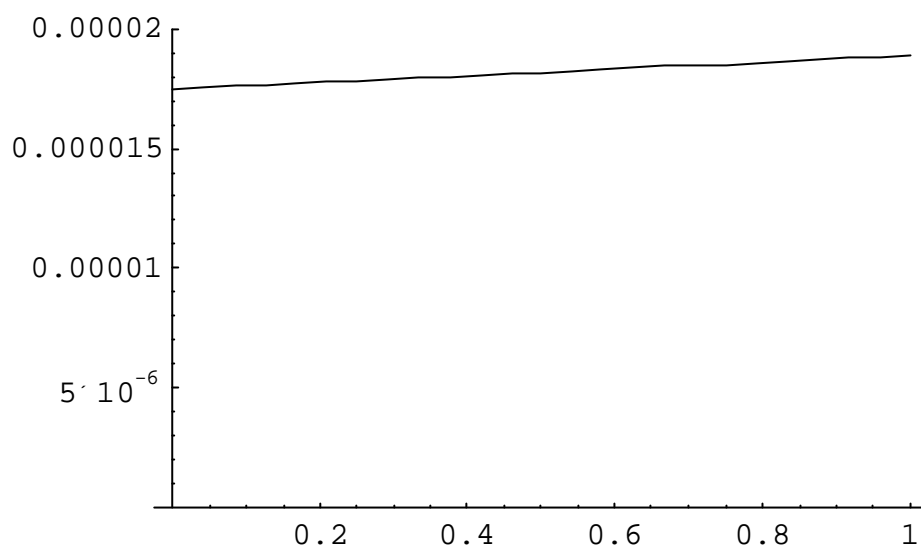


Figura 6.6 – Gráfico da função  $h_r(\mathbf{I})$ .

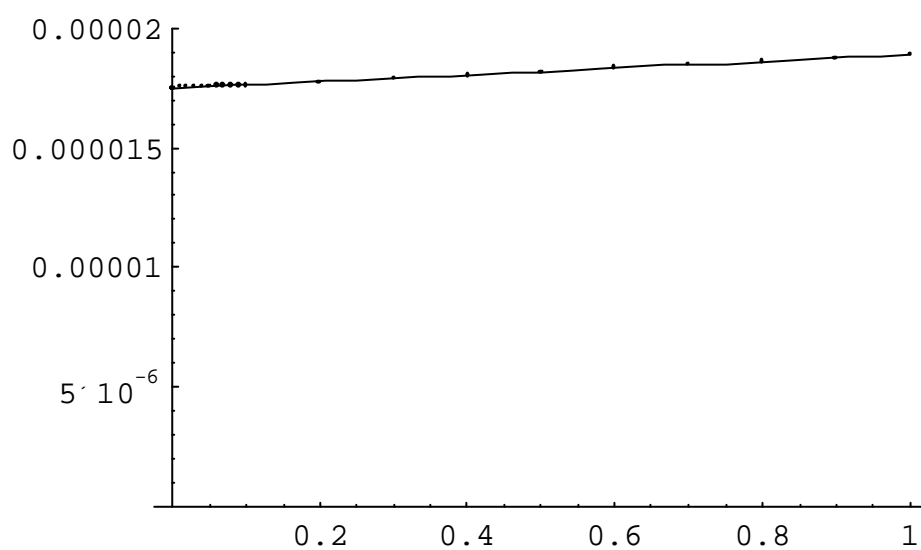


Figura 6.7 – Sobreposição dos pares  $(\mathbf{I}, p_r(\mathbf{I}))$  e o gráfico de  $h_r(\mathbf{I})$ .

Enquanto as tabelas 6.6 e 6.7 mostram de uma forma numérica que as funções  $h$  e  $h_r$  aproximam com alto grau de precisão as funções  $p$  e  $p_r$  respectivamente, as figuras 6.4 e 6.7 o fazem de uma forma visual. Assim, a análise das funções  $p$  e  $p_r$  que segue, é feita com o auxílio destas suas aproximações, ou seja, a função  $p$  é



identificada com a função  $h$  e a função  $p_r$  é identificada com  $h_r$ . Assim as funções  $p$  e  $p_r$  se estendem de forma contínua ao intervalo fechado  $[0, 1]$ . Por serem  $h$  e  $h_r$  deriváveis neste intervalo, tem-se também esta propriedade para as funções  $p$  e  $p_r$ . Através dos limites das funções  $p$  e  $p_r$  quando  $\mathbf{I}$  tende para zero obtém-se

$$p(0) = \lim_{\mathbf{I} \rightarrow 0} p(\mathbf{I}) = 0,0000155068 \quad \text{e} \quad p_r(0) = \lim_{\mathbf{I} \rightarrow 0} p_r(\mathbf{I}) = 0,0000175053$$

enquanto os limites destas mesmas funções quando  $\mathbf{I}$  tende para 1 (um) fornecem

$$p(1) = \lim_{\mathbf{I} \rightarrow 1} p(\mathbf{I}) = 0,0000172096 \quad \text{e} \quad p_r(1) = \lim_{\mathbf{I} \rightarrow 1} p_r(\mathbf{I}) = 0,0000189056.$$

Isto fornece então

$$p(0) > 0, \quad p_r(0) > 0, \quad p(1) < 1 \quad \text{e} \quad p_r(1) < 1$$

assegurando que tanto  $p$  quanto  $p_r$  admitem um ponto fixo no intervalo  $[0, 1]$ . No capítulo 3 já se provou a existência de um ponto fixo para a função  $p$ . Para provar que a função  $p_r$ , possui um ponto fixo, considera-se a função contínua  $f: [0, 1] \rightarrow [0, 1]$  dada por

$$f(\mathbf{I}) = p_r(\mathbf{I}) - \mathbf{I}.$$

Como

$$f(0) = 0,0000175053 > 0 > p_r(1) - 1 = f(1)$$

o teorema do valor intermediário (ver por exemplo KÜHLKAMP (2001), ou SPIVAK (1980), ou SWOKOWSKI (1994)) garante que existe  $\bar{\mathbf{I}} \in (0, 1)$  tal que  $f(\bar{\mathbf{I}}) = 0$ .

Assim tem-se

$$p_r(\bar{\mathbf{I}}) - \bar{\mathbf{I}} = 0$$

e conseqüentemente

$$p_r(\bar{\mathbf{I}}) = \bar{\mathbf{I}}.$$

A unicidade do ponto fixo de cada uma destas funções é mostrada no que segue, juntamente com a prova da convergência dos processos iterativos implementados pelo programa descrito no capítulo 5.

Para provar a convergência desses processos iterativos, utilizam-se as derivadas das funções  $p$  e  $p_r$ , cujos gráficos são mostrados nas figuras 6.8 e 6.9 respectivamente.

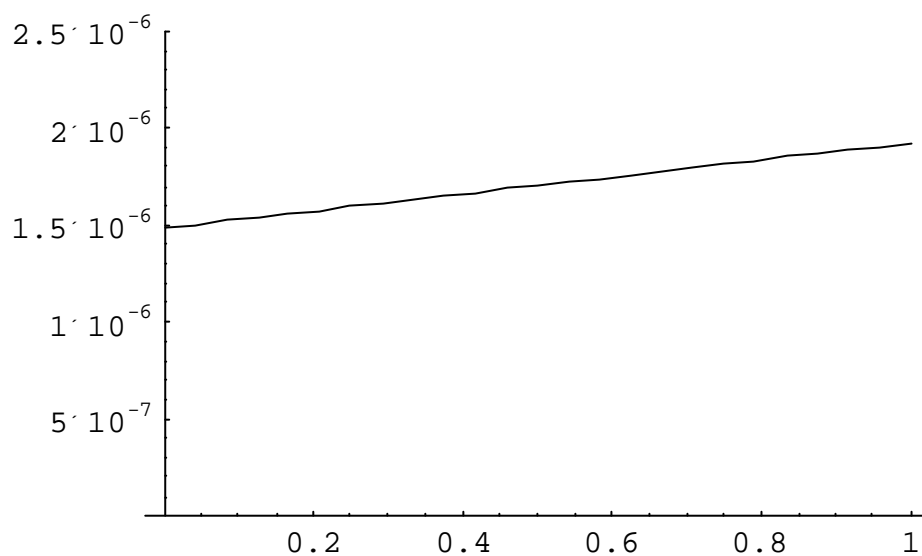


Figura 6.8 – Gráfico da função  $p'$  (ou  $h'$ ).

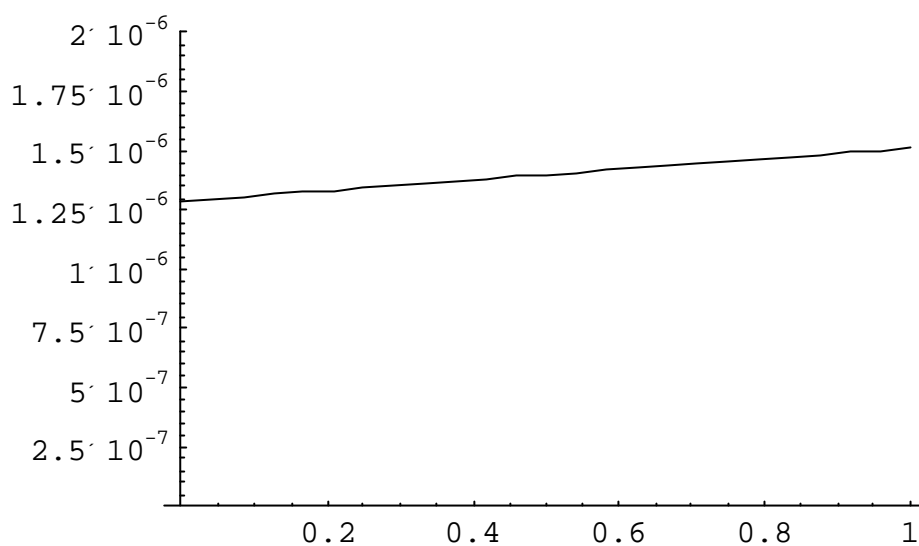


Figura 6.9 – Gráfico da função  $p_r'$  (ou  $h_r'$ ).

O gráfico da Figura 6.8 mostra que  $0 < p'(\mathbf{I}) < 2,5 \cdot 10^{-6}$  para todo  $\mathbf{I}$  entre 0 e 1. Por outro lado, dados dois números quaisquer  $x$  e  $y$  neste intervalo, o teorema do valor médio (ver por exemplo KÜHLKAMP (2001), ou SPIVAK (1980), ou SWOKOWSKI (1994)) garante a existência de um número  $z$  entre  $x$  e  $y$  tal que

$$\frac{p(x) - p(y)}{x - y} = p'(z),$$

donde se obtém

$$\left| \frac{p(x) - p(y)}{x - y} \right| = |p'(z)|,$$

ou ainda,

$$\frac{|p(x) - p(y)|}{|x - y|} = |p'(z)| < 2,5 \cdot 10^{-6}.$$

Portanto,

$$|p(x) - p(y)| < (2,5 \cdot 10^{-6}) \cdot |x - y|$$

e  $p$  é uma função de Lipschitz com constante  $c = 2,5 \cdot 10^{-6} < 1$ , ou seja,  $p$  é uma contração. O teorema do ponto fixo para as contrações (ver, por exemplo, KÜHLKAMP, 2002 ou LIMA 1977 ou HÄMMERLIN e HOFFMANN 1994) garante então que a função  $p$  possui um único ponto fixo e que para qualquer valor inicial dado para  $\mathbf{I}$ , a seqüência

$$(p^n(\mathbf{I})) = (p(\mathbf{I}), p^2(\mathbf{I}), p^3(\mathbf{I}), \dots),$$

onde  $p^k(\mathbf{I})$  representa a função  $p$  composta consigo mesma  $k$  vezes, converge e seu limite é o ponto fixo de  $p$ .

Observando que de acordo com a Figura 6.9 a derivada de  $p_r$  assume apenas valores positivos menores do que  $2 \cdot 10^{-6}$ , a mesma análise feita para a função  $p$  pode ser feita para  $p_r$ , mostrando que esta função também possui um ponto fixo e que a seqüência

$$(p_r^n(\mathbf{I})) = (p_r(\mathbf{I}), p_r^2(\mathbf{I}), p_r^3(\mathbf{I}), \dots)$$

converge e seu limite é este ponto fixo, qualquer que seja o valor inicial atribuído a  $\mathbf{I}$ .

Isto prova matematicamente a convergência dos processos iterativos, supra aplicados, para calibrar os modelos de distribuição de viagens em análise. Prova também que, para cada caso, a estabilização realmente ocorre quando a probabilidade atinge (a menos do valor  $\varepsilon > 0$  estipulado) o ponto fixo da função  $p$  ou  $p_r$  de acordo com o modelo cuja calibração esteja sendo feita.

## **6.5 – Análise Comparativa entre o Modelo de Schneider e o Novo Modelo de Oportunidades Intervenientes**

A análise comparativa da sensibilidade do modelo de Schneider e a do novo modelo de oportunidades intervenientes, apresentada a seguir, foi feita através de duas simulações distintas. Na primeira, simulou-se a permutação das oportunidades oferecidas por zonas distintas e foram analisados os reflexos destas permutações, nas distribuições de viagens segundo os dois modelos. Isto é apresentado em 6.5.1 e 6.5.2, onde se considera o modelo de Schneider respectivamente com a nova calibração, desenvolvida para ele neste trabalho, e com uma calibração tradicional.

Na segunda, comparam-se os reflexos nas distribuições de viagens obtidas pelos dois modelos, quando o número de oportunidades de determinadas zonas é aumentado de forma significativa, mantendo sem alteração o número de oportunidades oferecidas pelas outras zonas. Para estudar o impacto (sobre as distribuições de viagens) desse aumento de oportunidades simula-se a implantação de um grande hipermercado em três zonas distintas da área de estudo. Ao se considerar a implantação do hipermercado em determinada zona, apenas o número de oportunidades dessa zona é aumentado, sendo mantido inalterado o número de oportunidades de cada uma das outras zonas. Esta análise, apresentada em 6.5.3, é feita aplicando o modelo de Schneider com uma calibração tradicional e com a nova calibração para ele obtida neste trabalho.

### **6.5.1 – Análise comparativa entre as predições obtidas com o modelo de Schneider considerado com a nova calibração e as obtidas com o novo modelo de oportunidades intervenientes**

Para testar e comparar entre si a sensibilidade do modelo de Schneider e a do novo modelo de oportunidades intervenientes em relação à mudança de posição destas oportunidades, são analisadas duas simulações.

A primeira simulação consiste em permutar entre si o número de oportunidades oferecidas pelas zonas 9 e 15, e analisar os reflexos dessa permutação sobre as distribuições de viagens obtidas pela aplicação de cada um dos modelos em apreciação. Esta análise se volta de modo especial ao número de viagens entre a zona 1 e as zonas 11, 12, 13, 14 e 30. A escolha destas zonas se deve ao fato de a zona 9 ser passagem obrigatória para se ir da zona 1 a qualquer uma destas 5 zonas. Assim, no estudo das viagens com origem na zona 1 e destino na zona  $j$  onde  $j \in \{11, 12, 13, 14, 30\}$ , a zona 9 pertence sempre ao conjunto  $L$  descrito no capítulo 4 e ilustrado na Figura 4.1.

Na segunda simulação permutam-se entre si o número de oportunidades oferecidas pelas zonas 9 e 17, e analisam-se os efeitos desta permutação sobre as distribuições de viagens resultantes. Também nesta simulação a atenção se volta de um modo especial às viagens entre as zonas 1 e  $j$  com  $j \in \{11, 12, 13, 14, 30\}$ .

A escolha das zonas 15 e 17 para estas permutações com a zona 9 visa evitar outros efeitos sobre as distribuições de viagens que não o da mudança de localização das oportunidades intervenientes, uma vez que as distâncias que separam cada uma destas zonas da zona 1 são iguais entre si e iguais também à distância entre a zona 1 e a zona 9. Caso se permutassem por exemplo as oportunidades da zona 9 com as da zona

10, surgiria o efeito indesejado das distâncias diferentes observadas entre os pares de zonas (1, 9) e (1, 10), que são respectivamente 10 e 5. Além disso, como se observa imediatamente a partir do grafo que representa a área de estudo (Figura 6.1), na análise das viagens de 1 para  $j$  onde  $j \in \{11, 12, 13, 14, 30\}$ , as zonas 15 e 17 pertencem sempre ao conjunto  $K$  ilustrado na Figura 4.1.

A figura 6.10 mostra a área de estudo apresentada na figura 6.1, destacando as zonas envolvidas na análise comparativa objeto desta seção.

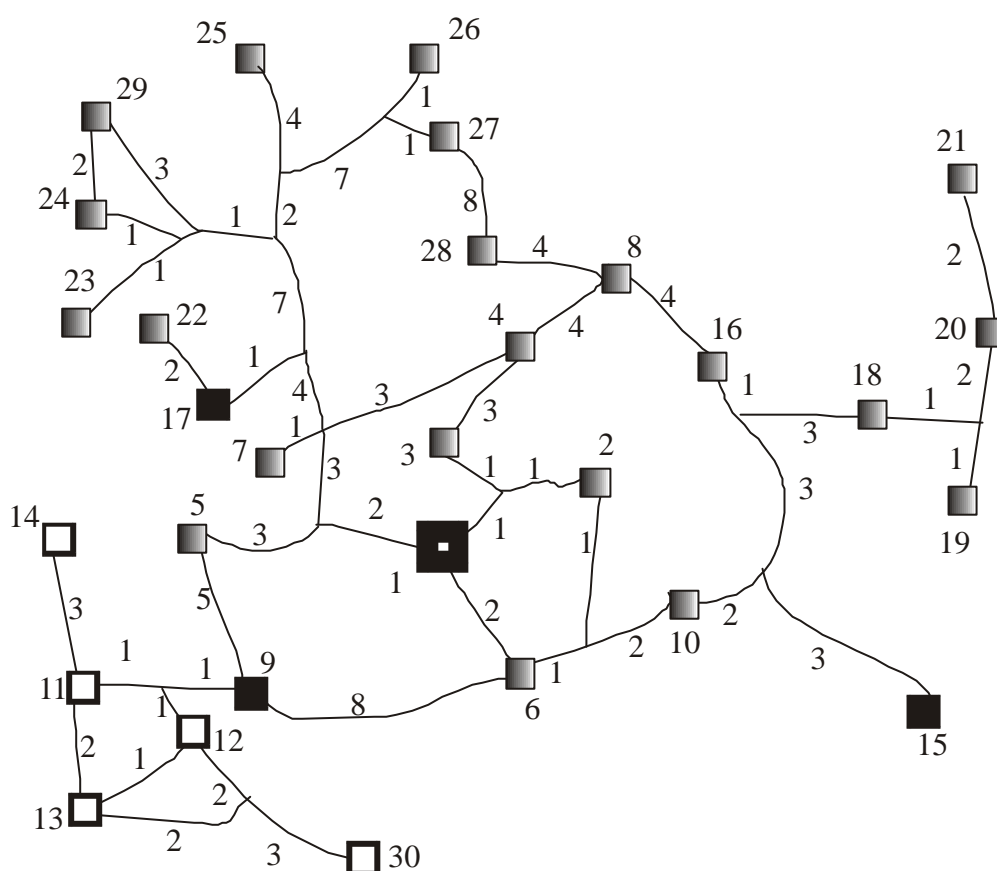


Figura 6.10 - Destaque de zonas da área de estudo para análise comparativa

As tabelas 6.8 e 6.9 apresentam respectivamente a primeira linha das matrizes de distribuição de viagens obtidas pelo modelo de Schneider e pelo novo modelo após a permutação das oportunidades da zona 9 com as da zona 15. As tabelas 6.10 e 6.11 por

sua vez, apresentam respectivamente a primeira linha de cada uma das matrizes de distribuição de viagens obtidas com os dois modelos em pauta após a permutação das oportunidades da zona 9 com as da zona 17.

Tabela 6.8 – Primeira linha da matriz  $T$  permutando-se  $V_9$  com  $V_{15}$ .

| $T_{1j}$ com $j = 1, \dots, 30$ |         |          |         |         |         |
|---------------------------------|---------|----------|---------|---------|---------|
| -                               | 679,532 | 14,235   | 248,889 | 60,758  | 141,141 |
| 24,097                          | 35,965  | 94,914   | 12,192  | 143,727 | 7,443   |
| 33,986                          | 10,031  | 4270,771 | 3,732   | 11,946  | 6,846   |
| 3,355                           | 3,325   | 3,319    | 3,721   | 3,319   | 16,521  |
| 47,821                          | 91,632  | 3,243    | 3,721   | 3,243   | 16,521  |

Tabela 6.9 – Primeira linha da matriz  $T_r$  permutando-se  $V_9$  com  $V_{15}$ .

| $T_{r1j}$ com $j = 1, \dots, 30$ |         |          |         |         |         |
|----------------------------------|---------|----------|---------|---------|---------|
| -                                | 657,585 | 13,838   | 247,403 | 58,751  | 137,096 |
| 23,134                           | 36,899  | 98,039   | 12,466  | 189,686 | 9,112   |
| 48,211                           | 14,477  | 4161,177 | 4,748   | 12,286  | 8,124   |
| 4,343                            | 4,321   | 4,335    | 3,685   | 3,265   | 16,519  |
| 64,378                           | 129,187 | 4,173    | 4,571   | 4,246   | 23,965  |

Tabela 6.10 – Primeira linha da matriz  $T$  permutando-se  $V_9$  com  $V_{17}$ .

| $T_{1j}$ com $j = 1, \dots, 30$ |         |        |         |          |         |
|---------------------------------|---------|--------|---------|----------|---------|
| -                               | 664,492 | 13,899 | 244,295 | 59,694   | 137,802 |
| 23,682                          | 35,351  | 11,747 | 11,986  | 148,677  | 7,698   |
| 35,243                          | 10,408  | 93,349 | 3,855   | 4282,971 | 7,106   |
| 3,479                           | 3,455   | 3,445  | 3,859   | 3,445    | 17,164  |
| 49,721                          | 95,458  | 3,362  | 3,859   | 3,362    | 17,164  |

Tabela 6.11 – Primeira linha da matriz  $T_r$  permutando-se  $V_9$  com  $V_{17}$ .

| $T_{r1j}$ com $j = 1, \dots, 30$ |         |        |         |          |         |
|----------------------------------|---------|--------|---------|----------|---------|
| -                                | 611,492 | 12,832 | 230,823 | 54,977   | 127,202 |
| 21,661                           | 34,436  | 11,537 | 11,622  | 181,677  | 8,724   |
| 46,268                           | 13,901  | 91,929 | 4,645   | 4265,976 | 7,996   |
| 4,252                            | 4,248   | 4,245  | 4,535   | 4,828    | 23,994  |
| 60,682                           | 119,792 | 4,101  | 4,475   | 4,101    | 23,014  |



As tabelas 6.12, 6.13 e 6.14, que são apresentadas a seguir, são obtidas das tabelas 6.3, 6.8 e 6.10. A tabela 6.12 mostra os números que constam nas células (1, 9), (1, 11), (1, 12), (1, 13), (1, 14) e (1, 30) da matriz de distribuição de viagens  $T$  obtida pela aplicação do modelo de Schneider à área de estudo. A tabela 6.13 apresenta os números das células (1, 15), (1, 11), (1, 12), (1, 13), (1, 14) e (1, 30) da matriz de distribuição de viagens obtida pela aplicação do modelo de Schneider na simulação feita com a permutação das oportunidades da zona 9 ( $V_9$ ) com as da zona 15 ( $V_{15}$ ). Por sua vez, a tabela 6.14 apresenta os números das células (1, 17), (1, 11), (1, 12), (1, 13), (1, 14) e (1, 30), obtidos analogamente, com a permutação de  $V_9$  com  $V_{17}$ . Além disso cada tabela contém também o valor respectivo da probabilidade  $\mathbf{I}$  para o qual o processo iterativo foi finalizado tomando-se  $\varepsilon = 10^{-6}$  para a sua aplicação.

Tabela 6.12 – Células selecionadas da matriz  $T$  obtida pelo modelo de Schneider.

| Inicial | 9        | 11      | 12    | 13     | 14     | 30     |
|---------|----------|---------|-------|--------|--------|--------|
| 1       | 4269,974 | 143,408 | 7,432 | 33,901 | 10,009 | 16,482 |

Valor de  $\mathbf{I}$  para estabilização do processo:  $0,1913 \cdot 10^{-4}$

Tabela 6.13 – Células selecionadas da matriz  $T$  obtida pelo modelo de Schneider após permutação de  $V_9$  com  $V_{15}$ .

| Perm. $V_9$ e $V_{15}$ | 15       | 11      | 12    | 13     | 14     | 30     |
|------------------------|----------|---------|-------|--------|--------|--------|
| 1                      | 4270,771 | 143,727 | 7,443 | 33,986 | 10,031 | 16,521 |

Valor de  $\mathbf{I}$  para estabilização do processo:  $0,1908 \cdot 10^{-4}$

Tabela 6.14 – Células selecionadas da matriz  $T$  obtida pelo modelo de Schneider após permutação de  $V_9$  com  $V_{17}$ .

| Perm. $V_9$ e $V_{17}$ | 17       | 11      | 12    | 13     | 14     | 30     |
|------------------------|----------|---------|-------|--------|--------|--------|
| 1                      | 4282,971 | 148,677 | 7,698 | 35,243 | 10,408 | 17,164 |

Valor de  $\mathbf{I}$  para estabilização do processo:  $0,1827 \cdot 10^{-4}$

Comparando os números que aparecem nas células (1, 11), (1, 12), (1, 13), (1, 14) e (1, 30) das tabelas 6.12, 6.13 e 6.14 observa-se que as variações ocorridas nos mesmos de uma tabela para outra são todas inferiores a 5%. As células (1, 9), (1, 15) e (1, 17) que constam respectivamente nas tabelas 6.12, 6.13 e 6.14 foram inseridas para comparar o número de viagens originadas na zona 1 que as  $V_9$  oportunidades da zona 9 atraem em cada caso. A variação que se observa entre estas células é de aproximadamente 0,3%. Estas pequenas variações aqui observadas decorrem da variação observada na probabilidade  $\lambda$  de um caso para outro. Essas variações de  $\lambda$  decorrem, por sua vez, do fato de ter sido utilizada a nova calibração para o modelo de Schneider desenvolvida no capítulo 3, na qual a probabilidade de uma oportunidade ser aceita, se considerada, é igual ao inverso no número médio de oportunidades por viagem consideradas pelo viajante. Fosse esta probabilidade obtida por algum dos métodos tradicionais de calibração, ela seria a mesma para os três casos e conseqüentemente as distribuições de viagens obtidas pelo modelo de Schneider não apresentariam nem mesmo estas pequenas variações aqui observadas. Isto é, o modelo de Schneider não teria sensibilidade alguma em relação à mudança de posição das oportunidades intervenientes, como se pode deduzir imediatamente da expressão de  $T_{ij}$  para este modelo,

$$T_{ij} = O_i \cdot k_i \cdot e^{-IW_{ij}} \left( 1 - e^{-IV_j} \right),$$

na qual os números  $O_i$ ,  $k_i$ ,  $W_{ij}$  e  $V_j$  são fixos para cada par  $(i, j)$ . Do fato de a probabilidade  $I$  não variar, segue então a conclusão desejada.

Das tabelas 6.4, 6.9 e 6.11 obtém-se as tabelas 6.15, 6.16 e 6.17 que são apresentadas a seguir. A tabela 6.15 mostra os números que constam nas células (1, 9),

(1, 11), (1, 12), (1, 13), (1, 14) e (1, 30) da matriz de distribuição de viagens  $T_r$  obtida pela aplicação do novo modelo de oportunidades intervenientes à área de estudo. A tabela 6.16 apresenta os números das células (1, 15), (1, 11), (1, 12), (1, 13), (1, 14) e (1, 30) da matriz de distribuição de viagens obtida pela aplicação do mesmo modelo na simulação feita com a permutação de  $V_9$  com  $V_{15}$ . A tabela 6.17 contém os números das células (1, 17), (1, 11), (1, 12), (1, 13), (1, 14) e (1, 30), obtidos analogamente com a permutação de  $V_9$  com  $V_{17}$ . Além disso cada tabela contém também o valor respectivo da probabilidade  $I_r$  para o qual o processo iterativo foi finalizado, ao se tomar  $\varepsilon = 10^{-6}$  para a sua aplicação.

Tabela 6.15 – Células selecionadas da matriz  $T_r$  obtida pelo novo modelo de oportunidades intervenientes.

| Inicial | 9        | 11      | 12    | 13     | 14     | 30     |
|---------|----------|---------|-------|--------|--------|--------|
| 1       | 4204,191 | 153,654 | 8,039 | 36,996 | 11,041 | 18,621 |

Valor de  $I_r$  para estabilização do processo:  $0,2060 \cdot 10^{-4}$

Tabela 6.16 – Células selecionadas da matriz  $T_r$  obtida pelo novo modelo de oportunidades intervenientes após permutação de  $V_9$  com  $V_{15}$ .

| Perm. $V_9$ e $V_{15}$ | 15       | 11      | 12    | 13     | 14     | 30     |
|------------------------|----------|---------|-------|--------|--------|--------|
| 1                      | 4161,177 | 189,686 | 9,112 | 48,211 | 14,477 | 23,965 |

Valor de  $I_r$  para estabilização do processo:  $0,2100 \cdot 10^{-4}$

Tabela 6.17 – Células selecionadas da matriz  $T_r$  obtida pelo novo modelo de oportunidades intervenientes após permutação de  $V_9$  com  $V_{17}$ .

| Perm. $V_9$ e $V_{17}$ | 17       | 11      | 12    | 13     | 14     | 30     |
|------------------------|----------|---------|-------|--------|--------|--------|
| 1                      | 4265,976 | 181,677 | 8,724 | 46,268 | 13,901 | 23,014 |

Valor de  $I_r$  para estabilização do processo:  $0,1985 \cdot 10^{-4}$

Comparando os números que aparecem nas células (1, 11), (1, 12), (1, 13), (1, 14) e (1, 30) das tabelas 6.15, 6.16 e 6.17, observa-se que as variações ocorridas nos mesmos de uma tabela para outra são todas significativamente superiores às variações

correspondentes para o modelo de Schneider. De fato, entre as células (1, 12), nas quais se observa a menor variação percentual, esta ultrapassa os 13,3% da tabela 6.15 para a tabela 6.17 e na célula (1, 14) a variação ocorrida entre estas mesmas duas tabelas atinge 31,12%.

A diferença entre a sensibilidade do modelo de Schneider e a do novo modelo em relação à mudança de posição das oportunidades intervenientes, já constatada através dos percentuais supra apresentados, pode também ser visualizada através de gráficos. Para construir estes gráficos, os elementos da tabela 6.12 são representados por  $T_{ij}$ , enquanto  $T_{ij}'$  e  $T_{ij}''$  representam respectivamente os elementos das tabelas 6.13 e 6.14.

Excluída a primeira célula de cada uma das tabelas, os pares  $(T_{ij}; T_{ij}')$ , constituem o conjunto

$$A = \{(143,408; 143,727), (7,432; 7,443), (33,901; 33,986), \\ (10,009; 10,031), (16,482; 16,521)\},$$

e os pares  $(T_{ij}; T_{ij}'')$ , constituem o conjunto

$$B = \{(143,408; 148,677), (7,432; 7,698), (33,901; 35,243), \\ (10,009; 10,408), (16,482; 17,164)\}.$$

Com relação às tabelas 6.15, 6.16 e 6.17, os elementos da tabela 6.15 são representados por  $T_{rij}$ , enquanto  $T_{rij}'$  e  $T_{rij}''$  representam respectivamente os elementos das tabelas 6.16 e 6.17.

Excluída a primeira célula de cada uma dessas tabelas, os pares  $(T_{rij}; T_{rij}')$  constituem o conjunto

$$A_r = \{(153,654; 189,686), (8,039; 9,112), (36,996; 48,211), \\ (11,041; 14,477), (18,621; 23,965)\},$$

e os pares  $(T_{rij}; T_{rij}'')$  constituem o conjunto

$$B_r = \{(153,654; 181,677), (8,039; 8,724), (36,996; 46,268), \\ (11,041; 13,901), (18,621; 23,014)\}.$$

Os pontos dos conjuntos A e B são representados graficamente na figura 6.11 (a), enquanto que a figura 6.11 (b) apresenta graficamente os pontos dos conjuntos  $A_r$  e  $B_r$ .

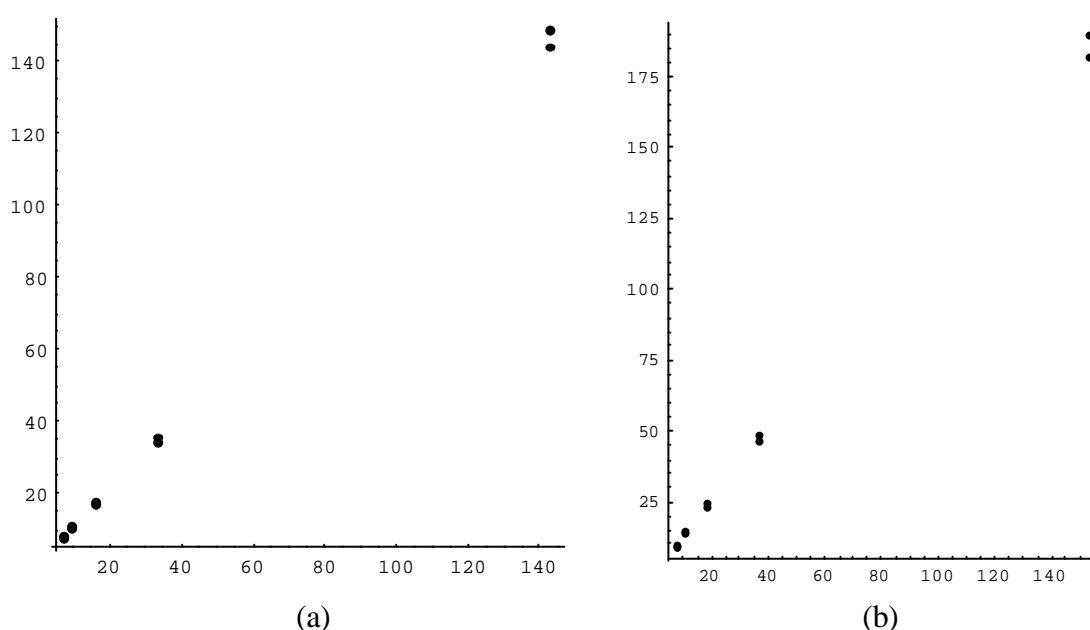


Figura 6.11 – Representação gráfica dos pontos dos conjuntos A, B,  $A_r$  e  $B_r$ .

Quando ocorrer a igualdade  $T_{ij} = T_{ij}'$ , (e apenas neste caso) o ponto  $(T_{ij}; T_{ij}')$  estará sobre o gráfico da função  $f(x) = x$ . Conseqüentemente, quanto mais o ponto  $(T_{ij}; T_{ij}')$  se afastar do gráfico de  $f(x) = x$ , maior a sensibilidade do modelo em relação à permutação de  $V_9$  com  $V_{15}$ . Naturalmente, esta mesma observação se aplica também à análise comparativa dos números  $T_{ij}$  com  $T_{ij}''$ ,  $T_{rij}$  com  $T_{rij}'$  e  $T_{rij}$  com  $T_{rij}''$ .

Portanto, quanto maior o afastamento dos pontos da figura 6.11, do gráfico da função  $f(x) = x$ , maior a sensibilidade do modelo correspondente à mudança de

posição das oportunidades intervenientes e vice-versa. As figuras 6.11 e 6.12 mostram graficamente essa sensibilidade para modelo de Schneider e o novo modelo, respectivamente.

A figura 6.12 (a) apresenta a sobreposição dos pontos da figura 6.11 (a) com o gráfico da função  $f(x) = x$ , e a figura 6.12 (b) destaca em detalhe a parte da figura 6.12 (a) cujos pontos tem coordenadas entre 0 (zero) e 50. Na figura 6.13 (a) tem-se a sobreposição dos pontos da figura 6.11 (b) com o gráfico da função  $f(x) = x$ , enquanto a figura 6.13 (b) destaca a parte da figura 6.13 (a) cujos pontos possuem coordenadas entre 0 (zero) e 50.

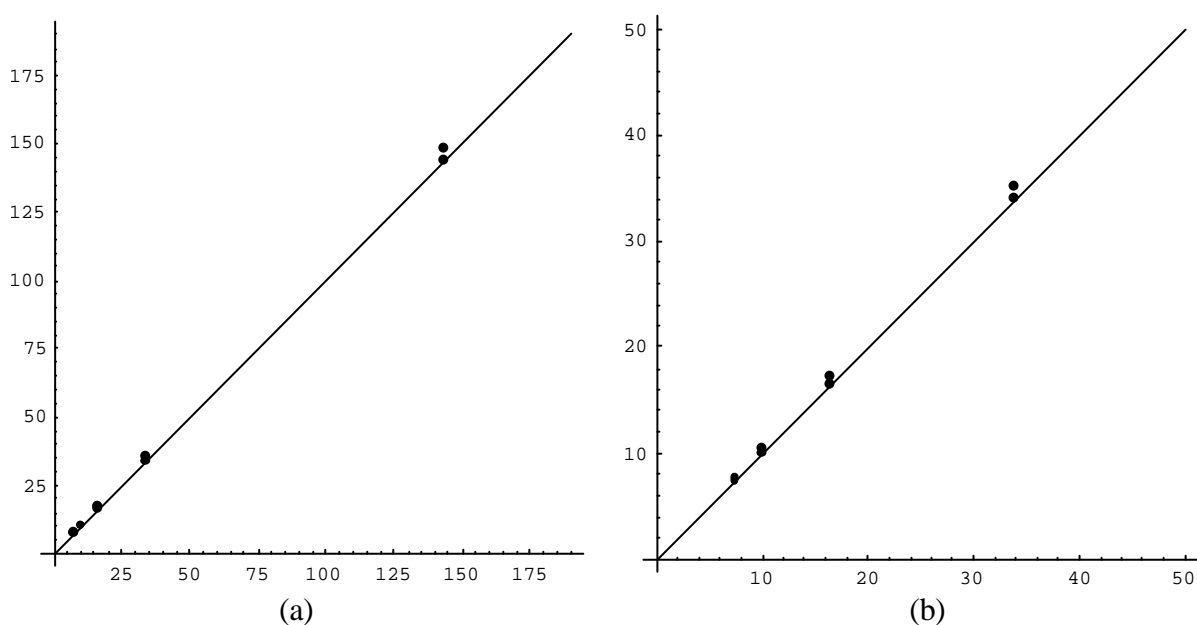


Figura 6.12 – Visualização gráfica da sensibilidade do modelo de Schneider à permutação de  $V_9$  com  $V_{15}$  e de  $V_9$  com  $V_{17}$ .

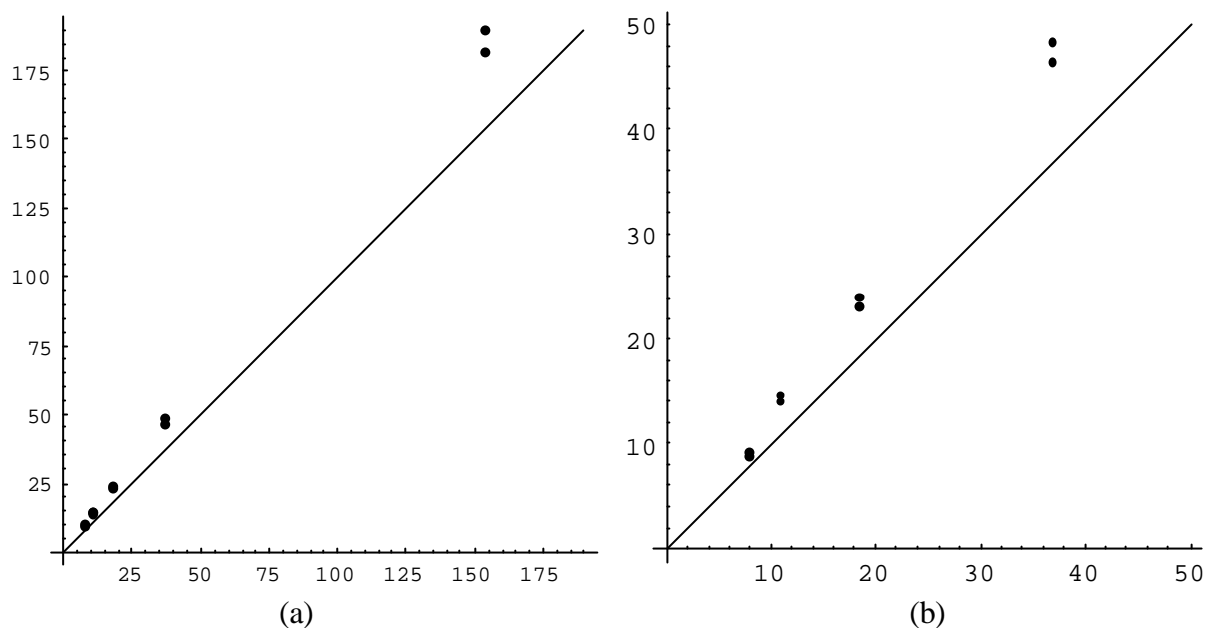


Figura 6.13 – Visualização gráfica da sensibilidade do novo modelo à permutação de  $V_9$  com  $V_{15}$  e de  $V_9$  com  $V_{17}$ .

A confrontação das figuras 6.11 e 6.12 fornece uma visualização rápida da diferença entre a sensibilidade do modelo de Schneider e a do novo modelo em relação à mudança das posições relativas das oportunidades intervenientes.

Nesta análise percebe-se então, de modo inequívoco, que o novo modelo de oportunidades intervenientes, contrariamente ao modelo de Schneider, apresenta uma sensibilidade significativa em relação à mudança de posição das oportunidades intervenientes. Isto vem confirmar a expectativa gerada pelas premissas segundo as quais este modelo foi concebido.

### 6.5.2 – Análise comparativa entre as predições obtidas com o modelo de Schneider considerado com uma calibração tradicional e as obtidas com o novo modelo de oportunidades intervenientes

No capítulo 2, seção 2.3, foram apresentadas duas maneiras tradicionais de calibrar o modelo de Schneider. Uma delas, que será utilizada a seguir, consiste em calcular o valor da probabilidade  $I$  através da fórmula

$$I = \frac{1}{4r \cdot \bar{r}^2}$$

onde

$r$  = densidade média de destinos terminais de viagens, dada em

$$\frac{\text{destinos terminais de viagens}}{\text{unidade de área}}$$

e

$\bar{r}$  = comprimento médio das viagens.

Para a área de estudo utilizada neste capítulo e representada na Figura 6.1, os valores dos elementos necessários para a aplicação desta calibração são: área  $\cong 350 \text{ km}^2$ ; comprimento médio das viagens  $\bar{r} \cong 17 \text{ km}$ ; e 102200 é o número de destinos terminais (ou seja, o número total de oportunidades oferecidas na área de estudo). Assim a densidade média de destinos terminais de viagens é  $r = \frac{102200}{350} =$

292 e a probabilidade  $I$  de uma oportunidade ser aceita, se considerada, para esta calibração, é

$$I = \frac{1}{4 \cdot 292 \cdot 17^2} = \frac{1}{337552} \cong 0,0000029625.$$



Na calibração do modelo de Schneider obtida na seção 6.3, em consonância com o estimador de máxima verossimilhança determinado no capítulo 3 para esta probabilidade, o valor obtido para  $I$  foi 0,000019137. Assim fica claro que a calibração tradicional fornece uma distribuição de viagens diferente da obtida na seção 6.3. A tabela 6.18 apresenta a distribuição de viagens fornecida pela calibração tradicional, objeto desta seção.

Tabela 6.18 – Distribuição de viagens segundo calibração tradicional do modelo de Schneider.

|                                 |         |          |         |         |        |
|---------------------------------|---------|----------|---------|---------|--------|
| $T_{1j}$ com $j = 1, \dots, 30$ |         |          |         |         |        |
| –                               | 365,373 | 7,302    | 146,124 | 36,539  | 73,075 |
| 14,615                          | 21,915  | 4379,718 | 7,303   | 291,699 | 14,589 |
| 72,915                          | 21,877  | 58,443   | 7,294   | 7,303   | 14,587 |
| 7,297                           | 7,299   | 7,292    | 7,294   | 7,292   | 36,457 |
| 109,366                         | 218,718 | 7,299    | 7,294   | 7,299   | 36,457 |
| $T_{2j}$ com $j = 1, \dots, 30$ |         |          |         |         |        |
| 247,196                         | –       | 1,234    | 24,713  | 6,177   | 12,362 |
| 2,479                           | 3,709   | 740,591  | 1,231   | 49,322  | 2,461  |
| 12,337                          | 3,698   | 9,883    | 1,235   | 1,238   | 2,464  |
| 1,238                           | 1,232   | 1,235    | 1,232   | 1,236   | 6,164  |
| 18,495                          | 36,985  | 1,236    | 1,238   | 1,234   | 6,166  |
| $T_{3j}$ com $j = 1, \dots, 30$ |         |          |         |         |        |
| 411,849                         | 102,983 | –        | 41,199  | 10,294  | 20,586 |
| 4,115                           | 6,172   | 1233,696 | 2,056   | 82,161  | 4,109  |
| 20,541                          | 6,168   | 16,468   | 2,051   | 2,051   | 4,105  |
| 2,052                           | 2,056   | 2,051    | 2,059   | 2,051   | 10,267 |
| 30,803                          | 61,617  | 2,051    | 2,051   | 2,057   | 10,266 |
| $T_{4j}$ com $j = 1, \dots, 30$ |         |          |         |         |        |
| 599,499                         | 149,901 | 2,995    | –       | 14,974  | 29,963 |
| 5,997                           | 8,996   | 1795,886 | 2,994   | 119,616 | 5,982  |
| 29,898                          | 8,963   | 23,964   | 2,995   | 2,995   | 5,998  |
| 2,994                           | 2,992   | 2,996    | 2,994   | 2,994   | 14,959 |
| 44,848                          | 89,689  | 2,994    | 2,995   | 2,989   | 14,947 |

Tabela 6.18 (continuação)

|                                  |         |          |         |         |        |
|----------------------------------|---------|----------|---------|---------|--------|
| $T_{5j}$ com $j = 1, \dots, 30$  |         |          |         |         |        |
| 236,189                          | 58,923  | 1,173    | 23,562  | –       | 11,781 |
| 2,353                            | 3,536   | 708,146  | 1,176   | 47,131  | 2,353  |
| 11,785                           | 3,539   | 9,423    | 1,177   | 1,172   | 2,353  |
| 1,171                            | 1,178   | 1,171    | 1,175   | 1,171   | 5,881  |
| 17,669                           | 35,335  | 1,176    | 1,177   | 1,172   | 5,897  |
| $T_{6j}$ com $j = 1, \dots, 30$  |         |          |         |         |        |
| 593,579                          | 148,424 | 2,961    | 59,322  | 14,833  | –      |
| 5,931                            | 8,889   | 1778,199 | 2,964   | 118,438 | 5,921  |
| 29,607                           | 8,882   | 23,735   | 2,964   | 2,967   | 5,921  |
| 2,964                            | 2,962   | 2,969    | 2,962   | 2,963   | 14,806 |
| 44,404                           | 88,797  | 2,967    | 2,962   | 2,967   | 14,806 |
| $T_{7j}$ com $j = 1, \dots, 30$  |         |          |         |         |        |
| 588,914                          | 147,173 | 2,942    | 58,917  | 14,719  | 29,434 |
| –                                | 8,836   | 1764,262 | 2,944   | 117,502 | 5,873  |
| 29,374                           | 8,818   | 23,494   | 2,947   | 2,942   | 5,871  |
| 2,937                            | 2,938   | 2,938    | 2,946   | 2,935   | 14,688 |
| 44,059                           | 88,106  | 2,938    | 2,947   | 2,939   | 14,683 |
| $T_{8j}$ com $j = 1, \dots, 30$  |         |          |         |         |        |
| 294,737                          | 73,699  | 1,476    | 29,481  | 7,367   | 14,721 |
| 2,949                            | –       | 882,948  | 1,473   | 58,804  | 2,944  |
| 14,703                           | 4,419   | 11,786   | 1,474   | 1,471   | 2,949  |
| 1,473                            | 1,473   | 1,479    | 1,475   | 1,465   | 7,342  |
| 22,045                           | 44,095  | 1,471    | 1,474   | 1,469   | 7,348  |
| $T_{9j}$ com $j = 1, \dots, 30$  |         |          |         |         |        |
| 1895,808                         | 474,055 | 9,471    | 189,481 | 47,413  | 94,823 |
| 18,948                           | 28,425  | –        | 9,476   | 379,332 | 18,965 |
| 94,823                           | 28,443  | 75,799   | 9,479   | 9,479   | 18,948 |
| 9,474                            | 9,476   | 9,474    | 9,474   | 9,474   | 47,366 |
| 142,097                          | 284,178 | 9,475    | 9,476   | 9,474   | 47,413 |
| $T_{10j}$ com $j = 1, \dots, 30$ |         |          |         |         |        |
| 88,233                           | 22,064  | 0,445    | 8,823   | 2,206   | 4,417  |
| 0,883                            | 1,327   | 264,378  | –       | 17,601  | 0,882  |
| 4,405                            | 1,328   | 3,533    | 0,441   | 0,445   | 0,883  |
| 0,442                            | 0,443   | 0,447    | 0,445   | 0,449   | 2,209  |
| 6,605                            | 13,205  | 0,447    | 0,445   | 0,441   | 2,207  |

Tabela 6.18 (continuação)

|                                  |         |          |        |        |        |
|----------------------------------|---------|----------|--------|--------|--------|
| $T_{11j}$ com $j = 1, \dots, 30$ |         |          |        |        |        |
| 814,035                          | 203,554 | 4,064    | 81,363 | 20,351 | 40,711 |
| 8,132                            | 12,204  | 2445,248 | 4,064  | –      | 8,154  |
| 40,789                           | 12,219  | 32,548   | 4,069  | 4,061  | 8,138  |
| 4,062                            | 4,066   | 4,063    | 4,062  | 4,067  | 20,336 |
| 61,019                           | 122,024 | 4,066    | 4,063  | 4,062  | 20,359 |
| $T_{12j}$ com $j = 1, \dots, 30$ |         |          |        |        |        |
| 293,852                          | 73,472  | 1,467    | 29,371 | 7,346  | 14,693 |
| 2,937                            | 4,404   | 882,791  | 1,465  | 58,904 | –      |
| 14,722                           | 4,409   | 11,745   | 1,465  | 1,464  | 2,936  |
| 1,466                            | 1,465   | 1,466    | 1,464  | 1,466  | 7,343  |
| 22,029                           | 44,046  | 1,464    | 1,465  | 1,466  | 7,345  |
| $T_{13j}$ com $j = 1, \dots, 30$ |         |          |        |        |        |
| 197,472                          | 49,374  | 0,986    | 19,733 | 4,937  | 9,879  |
| 1,974                            | 2,963   | 593,156  | 0,983  | 39,583 | 1,976  |
| –                                | 2,962   | 7,894    | 0,987  | 0,981  | 1,974  |
| 0,982                            | 0,988   | 0,985    | 0,982  | 0,985  | 4,937  |
| 14,808                           | 29,608  | 0,982    | 0,988  | 0,986  | 4,939  |
| $T_{14j}$ com $j = 1, \dots, 30$ |         |          |        |        |        |
| 58,835                           | 14,711  | 0,292    | 5,882  | 1,471  | 2,945  |
| 0,589                            | 0,888   | 176,721  | 0,294  | 11,797 | 0,581  |
| 2,948                            | –       | 2,354    | 0,295  | 0,291  | 0,587  |
| 0,296                            | 0,299   | 0,296    | 0,297  | 0,299  | 1,464  |
| 4,404                            | 8,819   | 0,294    | 0,294  | 0,296  | 1,472  |
| $T_{15j}$ com $j = 1, \dots, 30$ |         |          |        |        |        |
| 177,696                          | 44,448  | 0,882    | 17,766 | 4,445  | 8,885  |
| 1,779                            | 2,668   | 532,399  | 0,884  | 35,451 | 1,779  |
| 8,867                            | 2,654   | –        | 0,887  | 0,883  | 1,778  |
| 0,887                            | 0,885   | 0,884    | 0,885  | 0,884  | 4,432  |
| 13,295                           | 26,586  | 0,882    | 0,884  | 0,884  | 4,434  |
| $T_{16j}$ com $j = 1, \dots, 30$ |         |          |        |        |        |
| 19,608                           | 4,904   | 0,091    | 1,963  | 0,498  | 0,985  |
| 0,198                            | 0,295   | 58,743   | 0,095  | 3,913  | 0,199  |
| 0,975                            | 0,294   | 0,786    | –      | 0,099  | 0,191  |
| 0,095                            | 0,099   | 0,092    | 0,098  | 0,092  | 0,483  |
| 1,465                            | 2,936   | 0,099    | 0,092  | 0,097  | 0,486  |

Tabela 6.18 (continuação)

|                                  |        |         |        |        |       |
|----------------------------------|--------|---------|--------|--------|-------|
| $T_{17j}$ com $j = 1, \dots, 30$ |        |         |        |        |       |
| 88,249                           | 22,052 | 0,447   | 8,829  | 2,201  | 4,417 |
| 0,884                            | 1,326  | 264,364 | 0,447  | 17,607 | 0,881 |
| 4,409                            | 1,326  | 3,522   | 0,444  | –      | 0,882 |
| 0,445                            | 0,448  | 0,444   | 0,448  | 0,447  | 2,206 |
| 6,619                            | 13,209 | 0,449   | 0,444  | 0,449  | 2,204 |
| $T_{18j}$ com $j = 1, \dots, 30$ |        |         |        |        |       |
| 117,759                          | 29,455 | 0,589   | 11,775 | 2,949  | 5,894 |
| 1,179                            | 1,762  | 352,837 | 0,583  | 23,503 | 1,177 |
| 5,875                            | 1,767  | 4,711   | 0,582  | 0,582  | –     |
| 0,583                            | 0,582  | 0,583   | 0,582  | 0,582  | 2,936 |
| 8,812                            | 17,626 | 0,582   | 0,586  | 0,589  | 2,939 |
| $T_{19j}$ com $j = 1, \dots, 30$ |        |         |        |        |       |
| 58,824                           | 14,715 | 0,293   | 5,888  | 1,473  | 2,944 |
| 0,582                            | 0,887  | 176,242 | 0,298  | 11,731 | 0,583 |
| 2,932                            | 0,881  | 2,355   | 0,293  | 0,295  | 0,588 |
| –                                | 0,291  | 0,298   | 0,299  | 0,292  | 1,465 |
| 4,403                            | 8,808  | 0,295   | 0,294  | 0,291  | 1,468 |
| $T_{20j}$ com $j = 1, \dots, 30$ |        |         |        |        |       |
| 88,232                           | 22,068 | 0,444   | 8,827  | 2,206  | 4,416 |
| 0,889                            | 1,329  | 264,375 | 0,442  | 17,601 | 0,882 |
| 4,409                            | 1,329  | 3,531   | 0,449  | 0,446  | 0,883 |
| 0,442                            | –      | 0,447   | 0,444  | 0,446  | 2,202 |
| 6,605                            | 13,207 | 0,446   | 0,447  | 0,441  | 2,201 |
| $T_{21j}$ com $j = 1, \dots, 30$ |        |         |        |        |       |
| 58,828                           | 14,719 | 0,296   | 5,888  | 1,474  | 2,944 |
| 0,589                            | 0,889  | 176,249 | 0,298  | 11,737 | 0,585 |
| 2,933                            | 0,883  | 2,357   | 0,292  | 0,291  | 0,589 |
| 0,295                            | 0,295  | –       | 0,296  | 0,291  | 1,464 |
| 4,407                            | 8,801  | 0,291   | 0,291  | 0,297  | 1,461 |
| $T_{22j}$ com $j = 1, \dots, 30$ |        |         |        |        |       |
| 58,834                           | 14,706 | 0,291   | 5,883  | 1,471  | 2,942 |
| 0,589                            | 0,885  | 176,249 | 0,294  | 11,739 | 0,584 |
| 2,936                            | 0,884  | 2,341   | 0,291  | 0,296  | 0,588 |
| 0,299                            | 0,299  | 0,297   | –      | 0,291  | 1,477 |
| 4,412                            | 8,806  | 0,293   | 0,291  | 0,298  | 1,464 |

Tabela 6.18 (continuação)

|                                  |         |          |        |         |        |
|----------------------------------|---------|----------|--------|---------|--------|
| $T_{23j}$ com $j = 1, \dots, 30$ |         |          |        |         |        |
| 294,118                          | 73,501  | 1,479    | 29,423 | 7,352   | 14,707 |
| 2,945                            | 4,414   | 881,122  | 1,466  | 58,686  | 2,933  |
| 14,662                           | 4,402   | 11,737   | 1,463  | 1,472   | 2,935  |
| 1,466                            | 1,468   | 1,461    | 1,474  | –       | 7,351  |
| 22,068                           | 44,135  | 1,476    | 1,469  | 1,474   | 7,333  |
| $T_{24j}$ com $j = 1, \dots, 30$ |         |          |        |         |        |
| 472,444                          | 118,061 | 2,369    | 47,251 | 11,804  | 23,616 |
| 4,729                            | 7,085   | 1415,354 | 2,363  | 94,265  | 4,712  |
| 23,568                           | 7,063   | 18,851   | 2,365  | 2,367   | 4,722  |
| 2,354                            | 2,359   | 2,359    | 2,367  | 2,367   | –      |
| 35,454                           | 70,894  | 2,369    | 2,363  | 2,367   | 11,783 |
| $T_{25j}$ com $j = 1, \dots, 30$ |         |          |        |         |        |
| 894,638                          | 223,571 | 4,479    | 89,491 | 22,353  | 44,716 |
| 8,945                            | 13,418  | 2680,173 | 4,475  | 178,506 | 8,923  |
| 44,627                           | 13,389  | 35,694   | 4,479  | 4,475   | 8,949  |
| 4,463                            | 4,465   | 4,463    | 4,475  | 4,479   | 22,372 |
| –                                | 134,256 | 4,475    | 4,479  | 4,472   | 22,315 |
| $T_{26j}$ com $j = 1, \dots, 30$ |         |          |        |         |        |
| 100,902                          | 25,213  | 0,505    | 10,093 | 2,525   | 5,048  |
| 1,001                            | 1,512   | 302,296  | 0,501  | 20,134  | 1,006  |
| 5,036                            | 1,506   | 4,037    | 0,503  | 0,508   | 1,004  |
| 0,501                            | 0,504   | 0,504    | 0,509  | 0,506   | 2,528  |
| 7,575                            | –       | 0,508    | 0,506  | 0,506   | 2,511  |
| $T_{27j}$ com $j = 1, \dots, 30$ |         |          |        |         |        |
| 88,231                           | 22,061  | 0,444    | 8,824  | 2,201   | 4,401  |
| 0,885                            | 1,322   | 264,315  | 0,445  | 17,601  | 0,884  |
| 4,407                            | 1,323   | 3,525    | 0,446  | 0,442   | 0,885  |
| 0,445                            | 0,448   | 0,443    | 0,445  | 0,442   | 2,206  |
| 6,626                            | 13,249  | –        | 0,446  | 0,446   | 2,208  |
| $T_{28j}$ com $j = 1, \dots, 30$ |         |          |        |         |        |
| 88,242                           | 22,061  | 0,449    | 8,822  | 2,206   | 4,403  |
| 0,887                            | 1,325   | 264,324  | 0,447  | 17,606  | 0,886  |
| 4,401                            | 1,322   | 3,524    | 0,448  | 0,446   | 0,887  |
| 0,447                            | 0,445   | 0,444    | 0,448  | 0,445   | 2,206  |
| 6,619                            | 13,225  | 0,448    | –      | 0,447   | 2,203  |

Tabela 6.18 (continuação)

 $T_{29j}$  com  $j = 1, \dots, 30$ 

|        |        |         |       |        |       |
|--------|--------|---------|-------|--------|-------|
| 58,826 | 14,706 | 0,298   | 5,882 | 1,476  | 2,945 |
| 0,581  | 0,884  | 176,223 | 0,291 | 11,738 | 0,585 |
| 2,934  | 0,881  | 2,345   | 0,298 | 0,299  | 0,585 |
| 0,298  | 0,297  | 0,293   | 0,296 | 0,293  | 1,477 |
| 4,416  | 8,824  | 0,297   | 0,295 | –      | 1,469 |

 $T_{30j}$  com  $j = 1, \dots, 30$ 

|         |        |         |        |        |        |
|---------|--------|---------|--------|--------|--------|
| 294,728 | 73,697 | 1,473   | 29,458 | 7,378  | 14,745 |
| 2,949   | 4,412  | 885,384 | 1,477  | 59,071 | 2,958  |
| 14,761  | 4,424  | 11,785  | 1,472  | 1,477  | 2,941  |
| 1,478   | 1,471  | 1,475   | 1,475  | 1,475  | 7,365  |
| 22,095  | 44,173 | 1,478   | 1,471  | 1,474  | –      |

A primeira linha da distribuição de viagens obtida para o modelo de Schneider segundo a calibração tradicional e permutando-se  $V_9$  com  $V_{15}$ , é apresentada na tabela 6.19. A tabela 6.20, por sua vez, mostra a primeira linha da matriz de distribuição de viagens que se obtém com esta calibração ao permutar  $V_9$  com  $V_{17}$ .

Tabela 6.19 – Primeira linha da matriz  $T$  obtida na calibração tradicional e permutando-se  $V_9$  com  $V_{15}$ .

|                                 |         |          |         |         |        |
|---------------------------------|---------|----------|---------|---------|--------|
| $T_{1j}$ com $j = 1, \dots, 30$ |         |          |         |         |        |
| –                               | 365,373 | 7,302    | 146,124 | 36,539  | 73,075 |
| 14,615                          | 21,915  | 58,443   | 7,303   | 291,699 | 14,589 |
| 72,915                          | 21,877  | 4379,718 | 7,294   | 7,303   | 14,587 |
| 7,297                           | 7,299   | 7,292    | 7,294   | 7,292   | 36,457 |
| 109,366                         | 218,718 | 7,299    | 7,294   | 7,299   | 36,457 |

Tabela 6.20 – Primeira linha da matriz  $T$  obtida na calibração tradicional e permutando-se  $V_9$  com  $V_{17}$ .

|                                 |         |        |         |          |        |
|---------------------------------|---------|--------|---------|----------|--------|
| $T_{1j}$ com $j = 1, \dots, 30$ |         |        |         |          |        |
| –                               | 365,373 | 7,302  | 146,124 | 36,539   | 73,075 |
| 14,615                          | 21,915  | 7,303  | 7,303   | 291,699  | 14,589 |
| 72,915                          | 21,877  | 58,443 | 7,294   | 4379,718 | 14,587 |
| 7,297                           | 7,299   | 7,292  | 7,294   | 7,292    | 36,457 |
| 109,366                         | 218,718 | 7,299  | 7,294   | 7,299    | 36,457 |

As tabelas 6.21, 6.22 e 6.23 apresentam, respectivamente, células selecionadas da primeira linha das matrizes de distribuição de viagens obtidas pela calibração tradicional do modelo de Schneider para a área de estudo da Figura 6.1 e para a mesma área com a permutação de  $V_9$  com  $V_{15}$  e  $V_9$  com  $V_{17}$ .

Tabela 6.21 – Células selecionadas da matriz  $T$  obtida para o modelo de Schneider segundo a calibração tradicional.

| Inicial | 9        | 11      | 12     | 13     | 14     | 30     |
|---------|----------|---------|--------|--------|--------|--------|
| 1       | 4379,718 | 291,699 | 14,589 | 72,915 | 21,877 | 36,457 |

Tabela 6.22 – Células selecionadas da matriz  $T$  obtida pelo modelo de Schneider segundo a calibração tradicional após permutação de  $V_9$  com  $V_{15}$ .

| Perm. $V_9$ e $V_{15}$ | 15       | 11      | 12     | 13     | 14     | 30     |
|------------------------|----------|---------|--------|--------|--------|--------|
| 1                      | 4379,718 | 291,699 | 14,589 | 72,915 | 21,877 | 36,457 |

Tabela 6.23 – Células selecionadas da matriz  $T$  obtida pelo modelo de Schneider segundo a calibração tradicional após permutação de  $V_9$  com  $V_{17}$ .

| Perm. $V_9$ e $V_{17}$ | 17       | 11      | 12     | 13     | 14     | 30     |
|------------------------|----------|---------|--------|--------|--------|--------|
| 1                      | 4379,718 | 291,699 | 14,589 | 72,915 | 21,877 | 36,457 |

As células (1, 9), (1, 15) e (1, 17) das tabelas 6.21, 6.22 e 6.23 respectivamente, mostram que as  $V_9$  oportunidades atraem sempre o mesmo número de viagens originadas na zona 1, independentemente de onde estejam localizadas estas oportunidades, desde que sempre à mesma distância da zona 1. Note-se que as zonas 15 e 17 foram escolhidas pelo fato de que a distância da zona 1 à zona 9 é igual à distância da zona 1 à zona 15 e também igual à distância da zona 1 à zona 17, o que faz com que o conjunto das oportunidades intervenientes entre os pares de zonas (1, 9), (1, 15) e (1, 17) seja o mesmo. Também os números das células (1, 11), (1, 12), (1, 13), (1, 14) e (1, 30) se mantiveram inalterados nas tabelas 6.21, 6.22 e 6.23, como se esperava

devido ao fato, já verificado anteriormente, de que o modelo de Schneider com a calibração tradicional é totalmente insensível à mudança de posição das oportunidades intervenientes. Assim, a apresentação de gráficos para confrontar a sensibilidade do modelo de Schneider com a calibração tradicional com a do novo modelo em relação à mudança de posição das oportunidades intervenientes é dispensável.

### **6.5.3 – Análise comparativa da sensibilidade do modelo de Schneider e do novo modelo à implantação de um grande hipermercado em diferentes zonas**

O objetivo desta seção é fazer uma análise comparativa entre a sensibilidade do modelo de Schneider e a do novo modelo de oportunidades intervenientes, quando o número de oportunidades de uma zona é aumentado de forma significativa enquanto que nas outras zonas este número é mantido sem alteração. Esta análise é levada a efeito simulando-se a implantação de um grande hipermercado em diferentes zonas da área de estudo. O modelo de Schneider é aplicado com uma calibração tradicional e com a nova calibração para ele desenvolvida neste trabalho.

Para reduzir a interferência de outros fatores, foram escolhidas as zonas 4, 16 e 28 para a implantação do hipermercado mencionado e a análise se direciona aos pares de zonas (8, 15), (8, 18), (8, 19), (8, 20) e (8, 21). Para escolher estas zonas se considerou o fato de que a distância que separa a zona 8 de cada uma das zonas 4, 16 e 28 é a mesma. Além disso, levou-se em conta que a zona 16 é "zona de passagem" para se ir da zona 8 a qualquer uma das zonas 15, 18, 19, 20 e 21, enquanto as zonas 4 e 28



não o são, como mostra a figura 6.14. A parte da figura 6.1 constituída pelas zonas 4, 8, 16, 28, 15, 18, 19, 20 e 21, que são as zonas de interesse nesta seção, é que forma a figura 6.14.

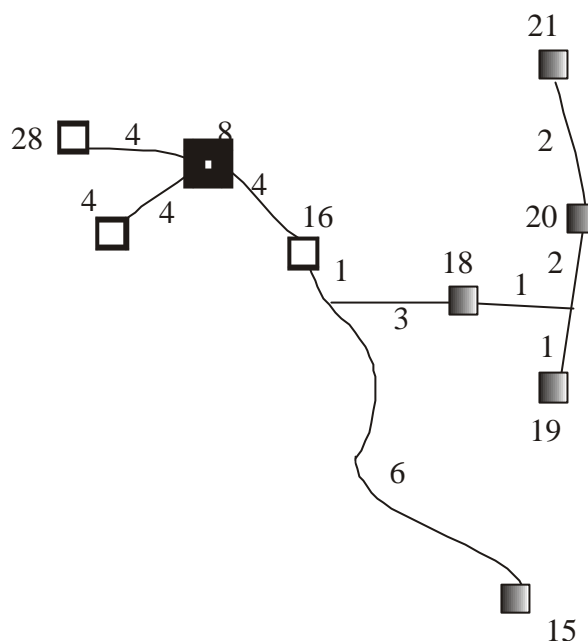


Figura 6.14 - Parte da Figura 6.1.

Nesta seção supõe-se então que um grande hipermercado, que oferecerá 20.000 oportunidades<sup>1</sup>, deverá ser implantado na área de estudo. Em conformidade com as considerações supra tecidas, três situações são analisadas. Na primeira, o novo hipermercado é implantado na zona 4, na segunda a implantação é feita na zona 16 e na terceira é a zona 28 que recebe o novo hipermercado.

Para calcular a probabilidade  $I$  de uma oportunidade ser aceita, se considerada, segundo a calibração tradicional para este caso, observa-se que enquanto o comprimento

<sup>1</sup> Para efeito de quantificação das oportunidades considera-se cada item oferecido como sendo uma oportunidade. Esta quantificação poderia também ser feita associando a cada metro quadrado de área construída, em estabelecimentos comerciais, um determinado número de oportunidades. Todavia, a análise que segue independe da forma particular de quantificar as oportunidades.

médio das viagens permanece o determinado em 6.5.2,  $\bar{r} = 17\text{km}$ , por se tratar da mesma área de estudo, as 20.000 novas oportunidades do hipermercado a ser implantado serão acrescidas às 102.200 oportunidades já existentes na área de estudo.

Assim a densidade de destinos terminais passa a ser

$$r = \frac{122200}{350} \cong 349,14 \text{ destinos terminais por quilômetro quadrado.}$$

Segue então que a probabilidade  $I$  será dada por

$$I = \frac{1}{4r \cdot \bar{r}^2} \cong \frac{1}{4 \cdot 349,14 \cdot 17^2} \cong \frac{1}{403605,84} \cong 0,0000024776.$$

A tabela 6.24 apresenta a oitava linha da matriz de distribuição de viagens obtida pelo modelo de Schneider com a calibração tradicional, aplicado à área de estudo objeto deste capítulo, sem acrescentar o novo hipermercado.

Tabela 6.24 – Oitava linha da matriz de distribuição de viagens obtida com a calibração tradicional do modelo de Schneider.

| $T_{8j}$ com $j = 1, \dots, 30$ |        |         |        |        |        |
|---------------------------------|--------|---------|--------|--------|--------|
| 294,737                         | 73,699 | 1,476   | 29,481 | 7,367  | 14,721 |
| 2,949                           | –      | 882,948 | 1,473  | 58,804 | 2,944  |
| 14,703                          | 4,419  | 11,786  | 1,474  | 1,471  | 2,949  |
| 1,473                           | 1,473  | 1,479   | 1,475  | 1,465  | 7,342  |
| 22,045                          | 44,095 | 1,471   | 1,474  | 1,469  | 7,348  |

As tabelas 6.25, 6.26 e 6.27 apresentam a oitava linha das matrizes de distribuição de viagens obtidas pelo modelo de Schneider com a calibração tradicional supondo que o novo hipermercado é implantado respectivamente nas zonas 4, 16 e 28.

Tabela 6.25 – Oitava linha da matriz de distribuição de viagens obtida com a calibração tradicional do modelo de Schneider, substituindo  $V_4$  por  $V_4 + 20.000$ .

| $T_{8j}$ com $j = 1, \dots, 30$ |        |         |         |        |        |
|---------------------------------|--------|---------|---------|--------|--------|
| 246,272                         | 61,576 | 1,238   | 271,049 | 6,152  | 12,306 |
| 2,465                           | –      | 737,936 | 1,234   | 49,158 | 2,457  |
| 12,288                          | 3,687  | 9,844   | 1,239   | 1,232  | 2,465  |
| 1,234                           | 1,231  | 1,237   | 1,221   | 1,221  | 6,143  |
| 18,426                          | 36,867 | 1,232   | 1,239   | 1,229  | 6,148  |

Tabela 6.26 – Oitava linha da matriz de distribuição de viagens obtida com a calibração tradicional do modelo de Schneider, substituindo  $V_{16}$  por  $V_{16} + 20.000$ .

| $T_{8j}$ com $j = 1, \dots, 30$ |        |         |         |        |        |
|---------------------------------|--------|---------|---------|--------|--------|
| 246,265                         | 61,579 | 1,231   | 24,645  | 6,151  | 12,309 |
| 2,461                           | –      | 737,935 | 1,235   | 49,154 | 2,451  |
| 12,286                          | 3,681  | 9,841   | 247,631 | 1,233  | 2,461  |
| 1,235                           | 1,233  | 1,235   | 1,226   | 1,223  | 6,142  |
| 18,426                          | 36,861 | 1,233   | 1,235   | 1,225  | 6,147  |

Tabela 6.27 – Oitava linha da matriz de distribuição de viagens obtida com a calibração tradicional do modelo de Schneider, substituindo  $V_{28}$  por  $V_{28} + 20.000$ .

| $T_{8j}$ com $j = 1, \dots, 30$ |        |         |         |        |        |
|---------------------------------|--------|---------|---------|--------|--------|
| 246,265                         | 61,579 | 1,231   | 24,645  | 6,151  | 12,309 |
| 2,461                           | –      | 737,935 | 1,235   | 49,154 | 2,451  |
| 12,286                          | 3,681  | 9,841   | 1,235   | 1,233  | 2,461  |
| 1,235                           | 1,233  | 1,235   | 1,226   | 1,223  | 6,142  |
| 18,426                          | 36,861 | 1,233   | 247,631 | 1,225  | 6,147  |

As pequenas variações observadas da tabela 6.25 para a tabela 6.26 que, por exemplo, entre a primeira célula de cada uma delas é de 0,007, são devidas a erros de arredondamento de cálculos do processador.

As tabelas 6.28, 6.29 e 6.30 apresentam a oitava linha das matrizes de distribuição de viagens obtidas pelo modelo de Schneider com a nova calibração desenvolvida neste trabalho, supondo que o novo hipermercado é implantado respectivamente nas zonas 4, 16 e 28.

Tabela 6.28 – Oitava linha da matriz de distribuição de viagens obtida com o modelo de Schneider (com a nova calibração) substituindo  $V_4$  por  $V_4 + 20.000$ .

| $T8j$ com $j = 1, \dots, 30$ |        |         |         |        |        |
|------------------------------|--------|---------|---------|--------|--------|
| 333,503                      | 95,128 | 1,995   | 541,984 | 5,979  | 12,406 |
| 3,974                        | –      | 437,413 | 1,258   | 15,277 | 0,798  |
| 3,636                        | 1,076  | 9,728   | 2,989   | 1,202  | 3,974  |
| 1,258                        | 1,227  | 1,197   | 0,393   | 0,331  | 1,683  |
| 4,909                        | 10,519 | 1,202   | 2,989   | 0,337  | 1,667  |

Tabela 6.29 – Oitava linha da matriz de distribuição de viagens obtida com o modelo de Schneider (com a nova calibração) substituindo  $V_{16}$  por  $V_{16} + 20.000$ .

| $T8j$ com $j = 1, \dots, 30$ |        |         |         |        |        |
|------------------------------|--------|---------|---------|--------|--------|
| 329,562                      | 93,936 | 1,968   | 57,889  | 5,914  | 12,271 |
| 3,922                        | –      | 434,065 | 1,239   | 15,214 | 0,787  |
| 3,627                        | 1,073  | 9,626   | 496,251 | 1,194  | 3,922  |
| 1,239                        | 1,217  | 1,183   | 0,396   | 0,337  | 1,687  |
| 4,893                        | 10,475 | 1,194   | 2,942   | 0,336  | 1,661  |

Tabela 6.30 – Oitava linha da matriz de distribuição de viagens obtida com o modelo de Schneider (com a nova calibração) substituindo  $V_{28}$  por  $V_{28} + 20.000$ .

| $T8j$ com $j = 1, \dots, 30$ |        |         |         |        |        |
|------------------------------|--------|---------|---------|--------|--------|
| 329,932                      | 94,166 | 1,974   | 58,284  | 5,893  | 12,257 |
| 3,932                        | –      | 431,029 | 1,236   | 14,997 | 0,774  |
| 3,564                        | 1,053  | 9,601   | 2,963   | 1,186  | 3,932  |
| 1,236                        | 1,207  | 1,182   | 0,385   | 0,331  | 1,654  |
| 4,811                        | 10,318 | 1,186   | 498,918 | 0,326  | 1,639  |

As tabelas 6.31, 6.32 e 6.33 apresentam a oitava linha das matrizes de distribuição de viagens obtidas pela aplicação do novo modelo de distribuição de viagens deduzido neste trabalho, e supondo que o novo hipermercado é implantado respectivamente nas zonas 4, 16 e 28.

Tabela 6.31 – Oitava linha da matriz de distribuição de viagens segundo o novo modelo de oportunidades intervenientes substituindo  $V_4$  por  $V_4 + 20.000$ .

| $Tr8j$ com $j = 1, \dots, 30$ |        |         |         |        |       |
|-------------------------------|--------|---------|---------|--------|-------|
| 261,642                       | 75,613 | 1,593   | 438,083 | 5,124  | 9,692 |
| 3,186                         | –      | 613,421 | 1,511   | 31,124 | 1,626 |
| 7,674                         | 2,291  | 7,584   | 2,457   | 1,487  | 3,177 |
| 0,964                         | 0,941  | 0,934   | 0,657   | 0,586  | 2,939 |
| 9,187                         | 8,835  | 0,911   | 2,457   | 0,589  | 3,681 |

Tabela 6.32 – Oitava linha da matriz de distribuição de viagens segundo o novo modelo de oportunidades intervenientes substituindo  $V_{16}$  por  $V_{16} + 20.000$ .

| $Tr8j$ com $j = 1, \dots, 30$ |        |         |         |        |        |
|-------------------------------|--------|---------|---------|--------|--------|
| 311,333                       | 81,528 | 1,606   | 45,331  | 6,916  | 14,025 |
| 3,192                         | –      | 571,634 | 1,418   | 28,852 | 1,502  |
| 7,113                         | 2,138  | 11,081  | 382,039 | 0,943  | 3,204  |
| 1,419                         | 1,396  | 1,373   | 0,309   | 0,252  | 1,323  |
| 5,082                         | 8,123  | 0,855   | 2,311   | 0,263  | 3,412  |

Tabela 6.33 – Oitava linha da matriz de distribuição de viagens segundo o novo modelo de oportunidades intervenientes substituindo  $V_{28}$  por  $V_{28} + 20.000$ .

| $Tr8j$ com $j = 1, \dots, 30$ |        |         |         |        |        |
|-------------------------------|--------|---------|---------|--------|--------|
| 310,272                       | 81,269 | 1,595   | 45,289  | 6,883  | 13,962 |
| 3,183                         | –      | 568,349 | 1,167   | 28,607 | 1,498  |
| 7,055                         | 2,118  | 7,005   | 2,303   | 0,935  | 2,951  |
| 0,899                         | 0,876  | 0,869   | 0,293   | 0,252  | 1,307  |
| 8,433                         | 16,424 | 1,378   | 381,201 | 0,265  | 3,382  |

As tabelas 6.34, 6.35, 6.36 e 6.37 contêm as células (8, 4), (8, 16), (8, 28), (8, 15), (8, 18), (8, 19), (8, 20) e (8, 21) das matrizes de distribuição de viagens obtidas pelo modelo de Schneider com a calibração tradicional, aplicado às várias situações em análise nesta seção.

Tabela 6.34 – Células selecionadas da matriz de distribuição de viagens obtida pelo modelo de Schneider com a calibração tradicional.

| T | 4      | 16    | 28    | 15     | 18    | 19    | 20    | 21    |
|---|--------|-------|-------|--------|-------|-------|-------|-------|
| 8 | 29,481 | 1,474 | 1,474 | 11,786 | 2,949 | 1,473 | 1,473 | 1,479 |

Valor de  $I$  para esta calibração tradicional: 0,0000029625

Tabela 6.35 – Células selecionadas da matriz de distribuição de viagens obtida pelo modelo de Schneider com a calibração tradicional ao se substituir  $V_4$  por  $V_4 + 20.000$ .

| T                   | 4       | 16     | 28     | 15     | 18     | 19     | 20     | 21     |
|---------------------|---------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|
| 8                   | 271,049 | 1,239  | 1,239  | 9,844  | 2,465  | 1,234  | 1,231  | 1,237  |
| Variação percentual | +819,40 | -15,94 | -15,94 | -16,47 | -16,41 | -16,22 | -16,42 | -16,36 |

Valor de  $I$  para esta calibração tradicional: 0,0000024776

Tabela 6.36 – Células selecionadas da matriz de distribuição de viagens obtida pelo modelo de Schneider com a calibração tradicional ao se substituir  $V_{16}$  por  $V_{16} + 20.000$ .

| T                   | 4      | 16        | 28     | 15     | 18     | 19     | 20     | 21     |
|---------------------|--------|-----------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|
| 8                   | 24,645 | 247,631   | 1,235  | 9,841  | 2,461  | 1,235  | 1,233  | 1,235  |
| Variação percentual | -16,40 | +16699,93 | -16,21 | -16,50 | -16,54 | -16,15 | -16,29 | -16,49 |

Valor de  $I$  para esta calibração tradicional: 0,0000024776

Tabela 6.37 – Células selecionadas da matriz de distribuição de viagens obtida pelo modelo de Schneider com a calibração tradicional ao se substituir  $V_{28}$  por  $V_{28} + 20.000$ .

| T                   | 4      | 16     | 28        | 15     | 18     | 19     | 20     | 21     |
|---------------------|--------|--------|-----------|--------|--------|--------|--------|--------|
| 8                   | 24,645 | 1,235  | 247,631   | 9,841  | 2,461  | 1,235  | 1,233  | 1,235  |
| Variação percentual | -16,40 | -16,21 | +16699,93 | -16,50 | -16,54 | -16,15 | -16,29 | -16,49 |

Valor de  $I$  para esta calibração tradicional: 0,0000024776

As variações percentuais registradas nas tabelas 6.35, 6.36 e 6.37 (em relação aos valores da tabela 6.34) que oscilam entre 16,15% e 16,54%. Em termos absolutos, a maior diferença observada entre as células (8, 15), (8, 18), (8, 19), (8, 20) e (8, 21) das tabelas 6.35, 6.36 e 6.37 é de 0,004, o que como já foi verificado na seção 6.5.1, se deve a erros de arredondamento de cálculos do processador, pois o valor de  $I$  é o mesmo para os três casos. Portanto, tem-se a insensibilidade do modelo de Schneider, com a calibração tradicional, em relação à mudança da posição relativa das novas oportunidades intervenientes introduzidas na área de estudo.

Este fato pode ser ilustrado graficamente. Indicando por  $T_{8j}$  os números das células (8, 15), (8, 18), (8, 19), (8, 20) e (8, 21) da tabela 6.35, por  $T_{8j}'$  os números das células (8, 15), (8, 18), (8, 19), (8, 20) e (8, 21) da tabela 6.36 e por  $T_{8j}''$  os números das células (8, 15), (8, 18), (8, 19), (8, 20) e (8, 21) da tabela 6.37, tanto os pares  $(T_{8j}; T_{8j}')$  quanto os pares  $(T_{8j}; T_{8j}'')$  constituem o conjunto

$$A = \{(9,844; 9,841), (2,465; 2,461), (1,234; 1,235), (1,231; 1,233), (1,237; 1,235)\}.$$

Na representação gráfica do conjunto  $A$ , os três últimos pontos aparecem sobrepostos, porque suas coordenadas coincidem até a segunda decimal. No gráfico da figura 6.15 estes pontos aparecem sobre o gráfico da função  $f(x) = x$ , confirmando a insensibilidade apresentada pelo modelo de Schneider com a calibração tradicional, à posição relativa das novas oportunidades introduzidas na área de estudo.

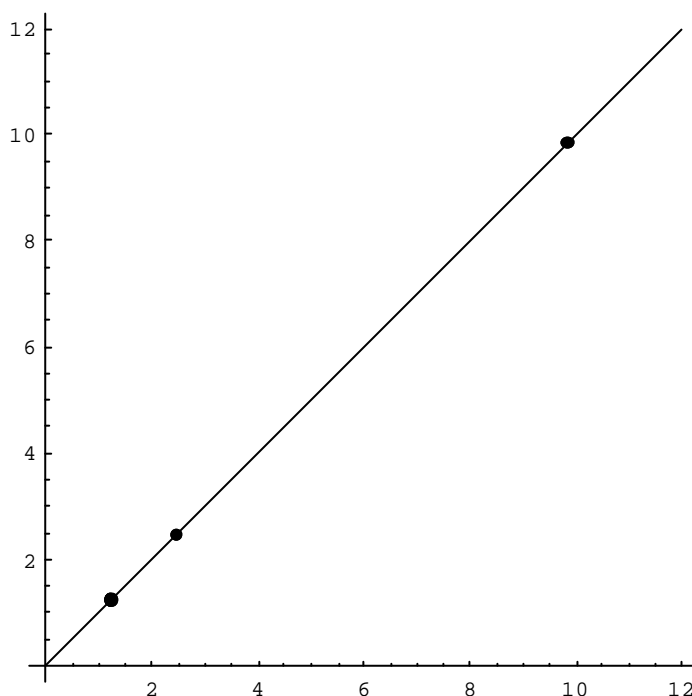


Figura 6.15 – Visualização gráfica da (in)sensibilidade do modelo de Schneider, com a calibração tradicional, à mudança da posição relativa das novas oportunidades.

As tabelas 6.38, 6.39, 6.40 e 6.41 contêm as células (8, 4), (8, 16), (8, 28), (8, 15), (8, 18), (8, 19), (8, 20) e (8, 21) das matrizes de distribuição de viagens obtidas pela aplicação do modelo de Schneider com a nova calibração desenvolvida neste trabalho aplicado às várias situações em análise nesta seção.

Tabela 6.38 – Células selecionadas da matriz de distribuição de viagens obtida pelo modelo de Schneider (com a nova calibração).

| T | 4      | 16    | 28    | 15     | 18    | 19    | 20    | 21    |
|---|--------|-------|-------|--------|-------|-------|-------|-------|
| 8 | 63,072 | 3,213 | 3,213 | 14,672 | 6,144 | 1,896 | 1,845 | 1,808 |

Valor de  $I$  para estabilização do processo:  $0,1913 \cdot 10^{-4}$

Tabela 6.39 – Células selecionadas da matriz de distribuição de viagens obtida pelo modelo de Schneider (com a nova calibração) quando se substitui  $V_4$  por  $V_4 + 20.000$ .

| T                   | 4       | 16    | 28    | 15     | 18     | 19     | 20     | 21     |
|---------------------|---------|-------|-------|--------|--------|--------|--------|--------|
| 8                   | 541,984 | 2,989 | 2,989 | 9,728  | 3,974  | 1,258  | 1,227  | 1,197  |
| Variação percentual | +759,3  | -6,97 | -6,97 | -33,69 | -35,31 | -33,64 | -33,49 | -33,79 |

Valor de  $I$  para estabilização do processo:  $0,1826 \cdot 10^{-4}$

Tabela 6.40 – Células selecionadas da matriz de distribuição de viagens obtida pelo modelo de Schneider (com a nova calibração) quando se substitui  $V_{16}$  por  $V_{16} + 20.000$ .

| T                   | 4      | 16        | 28    | 15     | 18     | 19     | 20     | 21     |
|---------------------|--------|-----------|-------|--------|--------|--------|--------|--------|
| 8                   | 57,889 | 496,251   | 2,942 | 9,626  | 3,922  | 1,239  | 1,217  | 1,183  |
| Variação percentual | -8,21  | +15345,09 | -8,43 | -34,39 | -36,16 | -34,65 | -34,03 | -34,56 |

Valor de  $I$  para estabilização do processo:  $0,1817 \cdot 10^{-4}$

Tabela 6.41 – Células selecionadas da matriz de distribuição de viagens obtida pelo modelo de Schneider (com a nova calibração) quando se substitui  $V_{28}$  por  $V_{28} + 20.000$ .

| T                   | 4      | 16    | 28       | 15     | 18    | 19     | 20     | 21     |
|---------------------|--------|-------|----------|--------|-------|--------|--------|--------|
| 8                   | 58,284 | 2,963 | 498,918  | 9,601  | 3,932 | 1,236  | 1,207  | 1,182  |
| Variação percentual | -7,59  | -7,78 | +15428,1 | -34,56 | -36,0 | -34,81 | -34,57 | -34,62 |

Valor de  $I$  para estabilização do processo:  $0,1836 \cdot 10^{-4}$

As variações percentuais registradas nas tabelas 6.39, 6.40 e 6.41 em relação aos valores da tabela 6.38, mostram que com a implantação do novo hipermercado, a redução no número de viagens da zona 8 às zonas 15, 18, 19, 20 e 21 oscila entre



33,49% e 36,16%. A oscilação observada de 2,67% revela uma pequena sensibilidade do modelo de Schneider, com a nova calibração, à mudança de posição das novas oportunidades introduzidas na área de estudo. Porém, ainda não se pode dizer que seja uma sensibilidade significativa. Segue uma ilustração gráfica da sensibilidade do modelo de Schneider com a nova calibração, à mudança da posição relativa das novas oportunidades intervenientes introduzidas na área de estudo.

Indicando por  $T_{8j}$  os números das células (8, 15), (8, 18), (8, 19), (8, 20) e (8, 21) da tabela 6.39, por  $T_{8j}'$  os números das células (8, 15), (8, 18), (8, 19), (8, 20) e (8, 21) da tabela 6.40 e por  $T_{8j}''$  os números das células (8, 15), (8, 18), (8, 19), (8, 20) e (8, 21) da tabela 6.41, os pares  $(T_{8j} ; T_{8j}')$  e os pares  $(T_{8j} ; T_{8j}'')$  constituem respectivamente os conjuntos

$$A_{nc} = \{(9,728; 9,626), (3,974; 3,922), (1,258; 1,239), (1,227; 1,217), \\ (1,197; 1,183)\}$$

e

$$B_{nc} = \{(9,728; 9,601), (3,974; 3,932), (1,258; 1,236), (1,227; 1,207), \\ (1,197; 1,182)\}.$$

A figura 6.16 apresenta o gráfico da função  $f(x) = x$  e os pontos dos conjuntos  $A_{nc}$  e  $B_{nc}$  num mesmo sistema cartesiano. Nesta figura, o primeiro ponto do conjunto  $A_{nc}$  e o primeiro ponto de  $B_{nc}$  aparecem sobrepostos, o que também ocorre, respectivamente, com todos os outros pontos desses conjuntos. Isto se deve ao fato de que as variações observadas, entre a ordenada de cada ponto de  $A_{nc}$  e a ordenada do ponto correspondente de  $B_{nc}$ , são muito pequenas. Além disso, os três últimos pontos desses conjuntos aparecem aglutinados porque também suas abscissas apresentam valores muito próximos.

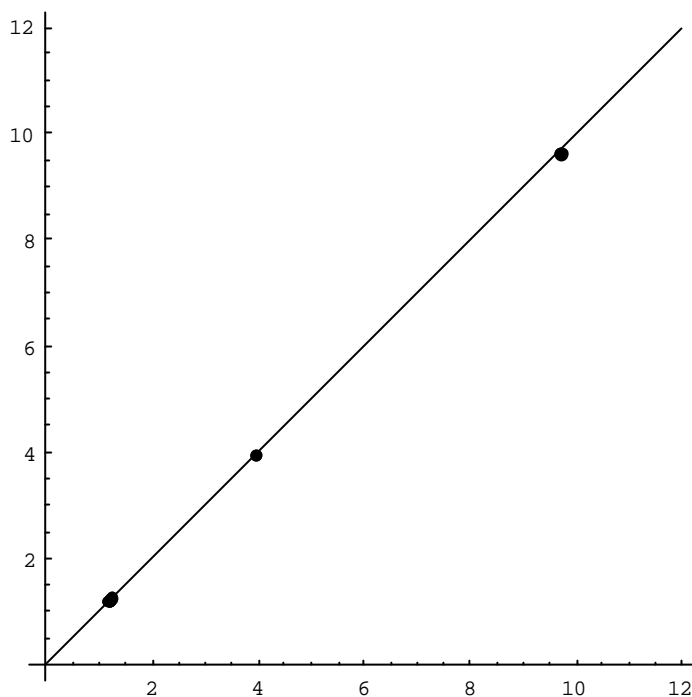


Figura 6.16 – Visualização gráfica da sensibilidade do modelo de Schneider, com a nova calibração, à mudança da posição relativa das novas oportunidades.

A figura 6.16 mostra graficamente que, mesmo com a nova calibração para ele desenvolvida neste trabalho, o modelo de Schneider apresenta uma sensibilidade muito pequena à mudança de posição das novas oportunidades introduzidas na área de estudo.

Nas tabelas 6.42, 6.43, 6.44 e 6.45 são apresentadas as células (8, 4), (8, 16), (8, 28), (8, 15), (8, 18), (8, 19), (8, 20) e (8, 21) das matrizes de distribuição de viagens obtidas pelo novo modelo de oportunidades intervenientes, deduzido neste trabalho, aplicado às várias situações em análise nesta seção.

Tabela 6.42 – Células selecionadas da matriz de distribuição de viagens obtida pelo novo modelo de oportunidades intervenientes.

| $T_r$ | 4      | 16    | 28    | 15     | 18    | 19    | 20    | 21    |
|-------|--------|-------|-------|--------|-------|-------|-------|-------|
| 8     | 51,794 | 2,649 | 2,649 | 11,874 | 5,062 | 1,513 | 1,485 | 1,468 |

Valor de  $I_r$  para estabilização do processo:  $0,2060 \cdot 10^{-4}$

Tabela 6.43 – Células selecionadas da matriz de distribuição de viagens obtida pelo novo modelo de oportunidades intervenientes quando se substitui  $V_4$  por  $V_4 + 20.000$ .

| $T_r$               | 4       | 16    | 28    | 15     | 18     | 19     | 20     | 21     |
|---------------------|---------|-------|-------|--------|--------|--------|--------|--------|
| 8                   | 438,083 | 2,457 | 2,457 | 7,584  | 3,177  | 0,964  | 0,941  | 0,934  |
| Variação percentual | +745,81 | -7,24 | -7,24 | -36,12 | -37,23 | -36,28 | -36,63 | -36,37 |

Valor de  $I_r$  para estabilização do processo:  $0,1996 \cdot 10^{-4}$

Tabela 6.44 – Células selecionadas da matriz de distribuição de viagens obtida pelo novo modelo de oportunidades intervenientes quando se substitui  $V_{16}$  por  $V_{16} + 20.000$ .

| $T_r$               | 4      | 16       | 28     | 15     | 18    | 19    | 20    | 21    |
|---------------------|--------|----------|--------|--------|-------|-------|-------|-------|
| 8                   | 45,331 | 382,039  | 2,311  | 11,081 | 3,204 | 1,419 | 1,396 | 1,373 |
| Variação percentual | -12,47 | +14322,0 | -12,75 | -6,67  | -36,7 | -6,21 | -5,99 | -6,47 |

Valor de  $I_r$  para estabilização do processo:  $0,2020 \cdot 10^{-4}$

Tabela 6.45 – Células selecionadas da matriz de distribuição de viagens obtida pelo novo modelo de oportunidades intervenientes quando se substitui  $V_{28}$  por  $V_{28} + 20.000$ .

| $T_r$               | 4      | 16     | 28       | 15    | 18    | 19     | 20     | 21    |
|---------------------|--------|--------|----------|-------|-------|--------|--------|-------|
| 8                   | 45,289 | 2,303  | 381,201  | 7,005 | 2,951 | 0,899  | 0,876  | 0,869 |
| Variação percentual | -12,55 | -13,06 | +14290,3 | -41,0 | -41,7 | -40,58 | -41,01 | -40,8 |

Valor de  $I_r$  para estabilização do processo:  $0,2034 \cdot 10^{-4}$

Para o novo modelo de oportunidades intervenientes, conforme mostra a tabela 6.44, quando o novo hipermercado é implantado na zona 16, a redução (em relação à tabela 6.42) no número de viagens da zona 8 para as zonas em consideração oscila entre 5,99% e 6,67%, com exceção da zona 18, para a qual se verifica uma redução de 36,7%. Esta exceção se justifica porque antes da implantação do novo hipermercado, o número

de oportunidades intervenientes entre as zonas 8 e 18 é inferior a 8,4% do número de oportunidades intervenientes entre a zona 8 e qualquer uma das outras zonas aqui em consideração, ao passo que com a implantação do novo hipermercado na zona 16, este número se torna superior a 44,5% de qualquer um dos outros, conforme mostram as tabelas 6.46 e 6.47. Assim, a zona 18 possuía uma situação de grande atratividade (ou de impedância muito baixa) em comparação com as outras zonas em pauta, que é perdida com a implantação do novo hipermercado na zona 16.

A tabela 6.46 apresenta as células (8, 15), (8, 18), (8, 19), (8, 20) e (8, 21) da matriz  $W$  das oportunidades intervenientes e da matriz  $W_r$  das oportunidades intervenientes das zonas situadas no conjunto  $L$  obtido com  $r = 0,2$  para cada um desses pares de zonas sem a implantação do novo hipermercado. A tabela 6.47, por sua vez, apresenta as mesmas células dessas matrizes após a implantação do novo hipermercado na zona 16.

Tabela 6.46 – Células selecionadas das matrizes  $W$  e  $W_r$  para a área de estudo original.

| Célula       | (8, 15) | (8, 18) | (8, 19) | (8, 20) | (8, 21) |
|--------------|---------|---------|---------|---------|---------|
| Matriz $W$   | 28.900  | 2.300   | 27.700  | 28.900  | 30.000  |
| Matriz $W_r$ | 100     | 100     | 300     | 400     | 500     |

Tabela 6.47 – Células selecionadas das matrizes  $W$  e  $W_r$  para a área de estudo após a implantação do novo hipermercado na zona 16.

| Célula       | (8, 15) | (8, 18) | (8, 19) | (8, 20) | (8, 21) |
|--------------|---------|---------|---------|---------|---------|
| Matriz $W$   | 48.900  | 22.300  | 47.700  | 48.900  | 50.000  |
| Matriz $W_r$ | 20.100  | 20.100  | 20.300  | 20.400  | 20.500  |

Quando o novo hipermercado é implantado na zona 4, a tabela 6.43 mostra que a redução no número de viagens da zona 8 para as zonas 15, 18, 19, 20 e 21 (em relação à tabela 6.42) oscila entre 36,12% e 37,23%. A tabela 6.45, por seu turno, mostra que ao

se implantar o novo hipermercado na zona 28, estas reduções ficam entre 40,58% e 41,7%.

Quando se comparam estes valores com os supra obtidos ao simular a implantação do novo hipermercado na zona 16, que é zona de passagem para se ir da zona 8 a qualquer uma das zonas 15, 18, 19, 20 e 21, fica claro que o novo modelo possui uma sensibilidade significativa quanto à posição relativa das oportunidades intervenientes. Para maior clareza, observe-se que, a menos da exceção já citada e comentada, as reduções nos números de viagens que oscilavam entre 5,99% e 6,67% para aquele caso, passaram a oscilar entre 36,12% e 37,23% no caso da implantação do novo hipermercado na zona 4, e entre 40,58% e 41,7% no caso de a zona 28 receber o novo hipermercado.

Esta seção será finalizada com a ilustração gráfica da sensibilidade do novo modelo de oportunidades intervenientes à mudança da posição relativa das novas oportunidades introduzidas na área de estudo com a implantação de um grande hipermercado em diferentes zonas. Indicando por  $T_{r8j}$  os números das células (8, 15), (8, 18), (8, 19), (8, 20) e (8, 21) da tabela 6.43, por  $T_{r8j}'$  os números das células (8, 15), (8, 18), (8, 19), (8, 20) e (8, 21) da tabela 6.44 e por  $T_{r8j}''$  os números das células (8, 15), (8, 18), (8, 19), (8, 20) e (8, 21) da tabela 6.45, os pares  $(T_{r8j}; T_{r8j}')$  e os pares  $(T_{r8j}; T_{r8j}'')$  constituem respectivamente os conjuntos

$$A_r = \{(7,584; 11,081), (3,177; 3,204), (0,964; 1,419), (0,941; 1,396), \\ (0,934; 1,373)\}$$

e

$$B_r = \{(7,584; 7,005), (3,177; 2,951), (0,964; 0,899), (0,941; 0,876), \\ (0,934; 0,869)\}$$

A figura 6.17 apresenta o gráfico da função  $f(x) = x$  e os pontos dos conjuntos  $A_r$  e  $B_r$  num mesmo sistema cartesiano. Nesta figura, os três últimos pontos de cada um desses conjuntos aparecem aglutinados porque tanto suas abscissas quanto suas ordenadas apresentam valores muito próximos.

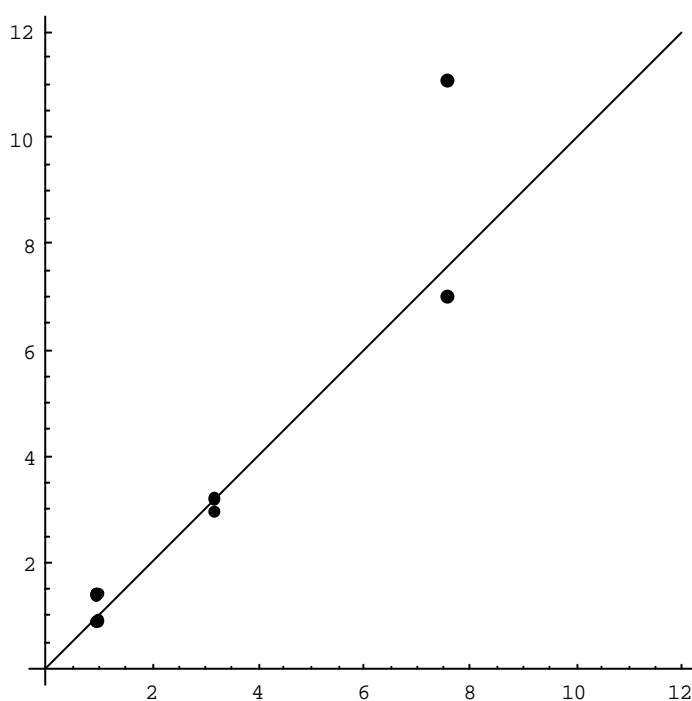


Figura 6.17 – Visualização gráfica da sensibilidade do novo modelo à mudança da posição relativa das novas oportunidades.

A figura 6.17 permite visualizar através de um gráfico que, contrariamente ao modelo de Schneider, o novo modelo apresenta uma sensibilidade considerável à mudança da posição relativa das novas oportunidades intervenientes introduzidas na área de estudo. Este fato, já constatado analiticamente, está em consonância com as premissas segundo as quais este modelo foi concebido e deduzido.

# CAPÍTULO 7

## Conclusões e Sugestões

### 7.1 – Conclusões

Os objetivos estabelecidos para o presente trabalho foram todos atingidos. No capítulo 3 foi obtida uma nova calibração para o modelo de Schneider. Esta calibração utiliza, para a probabilidade  $I$ , o inverso do número médio de oportunidades por viagem analisadas pelo viajante, que foi a estimativa obtida para esta probabilidade através do método da máxima verossimilhança. Em particular, fica assim superada a dificuldade de utilização desse princípio na calibração do modelo de oportunidades intervenientes, apontada por GONÇALVES e BEZ (2002). Com esta calibração o modelo de Schneider deixou de ser totalmente insensível à mudança da posição relativa das oportunidades intervenientes. Esta sensibilidade é ainda muito pequena, conforme se verificou no capítulo 6. Ela decorre do fato de que, ao se mudar a posição espacial de uma oportunidade interveniente (ou de um conjunto de oportunidades intervenientes), o número médio de oportunidades por viagem analisadas pelo viajante pode sofrer variação, o que faz a probabilidade  $I$  variar também. O reflexo dessa variação (nas simulações feitas sempre pequena) de  $I$ , é uma pequena variação na matriz de distribuição de viagens fornecida pelo modelo.

Merece também ser ressaltado que, operacionalmente, a tarefa de calibrar o modelo de Schneider se torna mais simples, clara e objetiva, a partir da utilização da probabilidade  $I$  de uma oportunidade ser aceita se considerada, como sendo igual ao inverso do número médio de oportunidades por viagem analisadas pelo viajante.

Evidentemente, como já foi observado, também sob o ponto de vista conceitual e da fundamentação teórica o ganho é notável.

O processo iterativo utilizado nesta calibração é bastante simples e a forma de determinar a probabilidade  $I$  está repleta de significado prático, de acordo com o que seria razoável esperar intuitivamente. Com esta calibração superou-se também o problema identificado por GONÇALVES (1992) e já citado anteriormente em relação ao desenvolvimento e documentação dos procedimentos de calibração dos modelos de oportunidades intervenientes. Com esta calibração, a aplicação do modelo de Schneider se torna mais simples e recebe maior atratividade.

O capítulo 4 contempla o objetivo central deste trabalho, isto é, a obtenção de um modelo de oportunidades intervenientes, para distribuição de viagens, que leva em consideração e pondera as oportunidades intervenientes de acordo com suas posições espaciais relativas com respeito à origem e ao destino das viagens. A forma segundo a qual foi concebido o novo modelo de distribuição de viagens, foi descrita neste capítulo. A dedução completa desse novo modelo é apresentada também no mesmo capítulo (em 4.2 e suas sub-seções). Foram apresentadas deduções diferentes, mediante a utilização de métodos distintos (tendo um deles sido o da máxima verossimilhança). A obtenção do mesmo modelo através destes vários métodos comprova a solidez teórica que o sustenta.

Em 4.3 considerou-se a dupla restrição para o novo modelo. O modelo foi deduzido de modo a atender não apenas a restrição comum aos modelos de oportunidades intervenientes,  $\sum_{j=1}^n T_{ij} = O_i$ , mas também a restrição dos destinos,

$$\sum_{i=1}^n T_{ij} = D_j .$$



A própria expressão do novo modelo, expressão (4.5), que é aqui repetida,

$$T_{ij} = \frac{O_i k_i (1 - e^{-IV_j})}{W_{ij} + V_j} \cdot \left[ (W_{ij}^r + V_j) \cdot e^{-IW_{ij}^r} + (W_{ij} - W_{ij}^r) \cdot e^{-I(W_{ij} - W_{ij}^r)} \right],$$

permite ver que as oportunidades intervenientes  $W_{ij}$  e  $W_{ij}^r$  interferem de forma diferenciada nos números  $T_{ij}$ , o que era esperado a partir das premissas básicas segundo as quais ele foi concebido. Na aplicação prática desenvolvida no capítulo 6, foi observado de forma clara e inequívoca, que contrariamente ao que ocorre com o modelo de Schneider, o novo modelo apresenta uma sensibilidade notável em relação à posição espacial relativa das oportunidades intervenientes.

Como consequência da sensibilidade do novo modelo em relação à posição espacial das oportunidades intervenientes, decorre sua especial adequação aos estudos que visam determinar o impacto sobre os fluxos de tráfego num determinado sistema viário, causado pela implantação de grandes pólos atratores de viagens. Assim, a pessoa ou entidade que busca determinar o local para a implantação deste novo pólo (seja ele um hipermercado, um centro comercial, um hospital, uma área de recreação, etc.) que minimize seu impacto sobre os fluxos de tráfego, poderá beneficiar-se da utilização do novo modelo desenvolvido neste trabalho. Igualmente poderão usufruir das vantagens oferecidas pelo novo modelo, os planejadores (ou pesquisadores) interessados na identificação das melhorias e das ampliações que necessitam ser implementadas na rede viária para bem atender à nova demanda.

O número  $r$  utilizado para fazer a partição do conjunto das oportunidades intervenientes, consta na expressão obtida para o modelo e pode ser modificado a critério do usuário. Este fato fornece maior flexibilidade ao modelo, facilitando a sua adequação às peculiaridades de cada caso específico em que ele venha a ser aplicado.

A implementação computacional desenvolvida tanto para o novo modelo quanto para o modelo de Schneider, confere grande facilidade à utilização dos mesmos. A execução simultânea dos modelos feita pelo programa computacional desenvolvido, permite ao usuário comparar caso a caso o desempenho dos dois modelos. Embora o programa tenha sido desenvolvido para atingir a estabilização quando a probabilidade  $I$  atingir (a menos de um erro pré estabelecido pelo usuário) o inverso do número médio de oportunidades por viagem analisadas pelo viajante, ele pode também ser utilizado para obter a distribuição de viagens fornecida pelos modelos para um valor (pré determinado) qualquer desta probabilidade.

## 7.2 – Sugestões para Trabalhos Futuros

Em relação ao modelo de Schneider mostrou-se no capítulo 3, através da técnica da máxima verossimilhança, que a probabilidade  $I$  de uma oportunidade ser aceita se considerada é igual ao inverso do número médio de oportunidades por viagem analisadas pelo viajante, quando se considera a totalidade das viagens realizadas na área de estudo, num determinado intervalo de tempo. Explicitamente obteve-se, para a probabilidade  $I$ , o estimador

$$\hat{I} = \frac{T^*}{\sum_{i,j} T_{ij}^* (W_{ij} + V_j)}.$$

Em vista disso, emerge como um tema para estudos futuros a busca de uma prova matemática da validade desta propriedade também para o novo modelo de oportunidades intervenientes. Isto significa, mostrar que para o novo modelo a probabilidade  $I_r$  de uma oportunidade ser aceita, se considerada, pode ser estimada por

$$\hat{I}_r = \frac{T^*}{\sum_{i,j} \frac{T_{ij}^*}{W_{ij}^r + V_j} \left[ (W_{ij}^r + V_j)(W_{ij}^r + V_j) + (W_{ij} - W_{ij}^r)(W_{ij} - W_{ij}^r + V_j) \right]}$$

Na busca do aperfeiçoamento dos modelos pode-se investigar a existência de novas formas de fazer a partição do conjunto das oportunidades intervenientes que possam também conduzir à obtenção de um modelo de distribuição de viagens que pondere de forma diferenciada as oportunidades intervenientes em função da posição espacial relativa que elas ocupam. Nesta busca do aperfeiçoamento dos modelos, ao se visar as situações em que os modelos híbridos podem fornecer predições melhores do que os outros modelos de distribuição de viagens, é oportuno envidar esforços na obtenção de um modelo gravitacional de oportunidades, a partir do novo modelo de oportunidades intervenientes desenvolvido neste trabalho.

Como salientam ULYSSÉA NETO e KÜHLKAMP (2002a), os Sistemas de Informações Geográficas (SIG) podem trazer uma clara contribuição positiva aos modelos de distribuição de viagens. Neste sentido, um trabalho interessante a ser desenvolvido é a busca da implementação computacional, tanto do novo modelo, quanto do modelo de Schneider com a calibração para ele desenvolvida neste trabalho, em um ambiente de Sistema de Informações Geográficas. Tal implementação poderá, eventualmente, ser um ponto de partida para o aperfeiçoamento do novo modelo de oportunidades intervenientes, pois poderá subsidiar novas formas de se fazer a partição do conjunto de oportunidades intervenientes entre cada par de zonas ( $i, j$ ).

Em alguns casos a escolha de um certo destino alternativo (local de trabalho ou de estudo, por exemplo) uma vez realizada, condiciona os pares O-D das viagens subsequentes (num curto e/ou médio prazo). Nestas circunstâncias o uso de modelos de

oportunidades intervenientes como instrumento de estimativa da demanda por viagens (no curto e médio prazos) teriam que levar em conta a influência dos diferentes propósitos de viagens. Fica assim clara a necessidade de um aperfeiçoamento do conceito de oportunidades intervenientes vis-à-vis os propósitos dos deslocamentos.

## REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- ALMEIDA, L. W. M. e GONÇALVES, M. B. – A methodology to incorporate behavioral aspects in trip-distribution models with an application to estimate student flow. *Environment and Planning A*, v. 33, p.1125-1138, 2001.
- BARBINSKI, Klaus. Multipurpose cadastral system in the FRG – Management and uses, in *O cadastro rústico e urbano – Multifuncional*, Portugal, 1991.
- BROADBENT, T. A. – Zone size and spatial interaction in operational models: A preliminary discussion. CES-WN-106, Center for Environmental Studies, London, 1969.
- \_\_\_\_\_. – Notes on the design of operational models. *Environment and Planning*, v. 2, p. 469-476, 1970.
- BRUTON, M. J. – Introdução ao planejamento urbano, regional e de transportes. Rio de Janeiro: Interciência. São Paulo: Editora Universidade de São Paulo, 1979.
- CHADWICK, G. *A system view of planning*. Pergamon Press, Oxford, 1971.
- FELLER, W. – *An introduction to probability and its applications*. John Wiley & Sons, vol. 1, 3<sup>th</sup> ed., 1970.
- FLETCHER, R. – *Practical Methods of Optimization*. 2<sup>a</sup> Ed. John Wiley & Sons, Chichester – New York – Brisbane – Toronto – Singapore, 1989.
- GONÇALVES, M. B. – Desenvolvimento e Teste de um novo Modelo Gravitacional - de Oportunidades para Distribuição de Viagens. Tese de doutorado. UFSC, PPGEP, 1992.
- GONÇALVES, M. B. e BEZ, E. T. – O Modelo de Oportunidades Intervenientes de Distribuição de Viagens Revisitado. *Anais do XVI Congresso Nacional de Pesquisa e Ensino em Transportes*, v. 2, p. 203-213, Natal, RN, 2002.

- GOYA, Yumi. Projetos de transporte: Urbanização e implicações sociais. Anais do 3º COBRAC, Florianópolis, 1998.
- HAGGET, P. – Locational analysis in human geography. Edward Arnold, London, 1965.
- HÄMMERLIN, Günther e HOFFMANN, Karl-Heinz. Numerische mathematik, 4ª Ed., Springer-Verlag, Berlin – Heidelberg – New York – London – Paris – Tokyo – Hong Kong – Barcelona – Budapest, 1994.
- HARRIS, B. – A note on the probability of interaction at a distance. Journal of Regional Science, v. 5, nº 2, p. 31-35, 1964.
- HARVEY, G. Research directions in travel demand analysis. Transportation Research, v. 19A, p. 455-459, 1985.
- HOROWITZ, J. L. – Travel and location behaviour: state of the art and research opportunities. Transportation Research, v. 19A, p. 441-453, 1985.
- HUTCHINSON, B. G. – Princípios do planejamento dos sistemas de transporte urbano. Rio de Janeiro, Editora Guanabara Dois S. A., 1979.
- KÜHLKAMP, N. – Cálculo 1. Segunda Edição, Editora da UFSC, 2001.
- \_\_\_\_\_. – Introdução à topologia geral. Segunda Edição, Editora da UFSC, 2002.
- KÜHLKAMP, N. e ULYSSÉA NETO, I. – Modelos de oportunidades intervenientes de distribuição de viagens: Um novo método de calibração do modelo de Schneider, Anais do XVI Congresso Nacional de Pesquisa e Ensino em Transportes, v. 2, p. 201, Natal, RN, 2002.
- KUHN, T. S. – The structure of scientific revolutions. Second Edition, The University of Chicago Press, 1970.
- LIMA, Elon Lages. Espaços métricos, Instituto de Matemática Pura e Aplicada – CNPq, Rio de Janeiro, 1977.

- LUENBERGER, D. G. – Linear and Nonlinear Programming, 2<sup>a</sup> Ed. Addison-Wesley Publishing Company, Massachusetts, 1989.
- MANHEIM, M. L. – Fundamentals of transportation systems analysis – v. 1: Basic concepts. The MIT Press, 1979.
- MARTÍNEZ, J. M. e SANTOS, S. A. – Métodos Computacionais de Otimização. XIX Congresso Nacional de Matemática Aplicada e Computacional. Sociedade Brasileira de Matemática Aplicada e Computacional. Goiânia, 1996.
- MAYORAL, Sebastian Mas. El sistema de información territorial cadastral, in O cadastro rústico e urbano – Multifuncional, Portugal, 1991.
- NYSTUEN, J. D. – Identification of some fundamental spatial concepts, in B. J. L. Berry and D. F. Marble (Eds) Spatial analysis – A reader in statistical geography. Prentice-Hall, New Jersey, 1968.
- PAS, E. I. – State of the art and research opportunities in travel demand: another perspective. Transportation Research, v. 19A, p. 460-464, 1985.
- QUEIROZ, I. N. F. de e JACQUES, M. A. P. Estimativa do fluxo de saturação com auxílio de redes neurais: Um modelo para Brasília. In: Panorama nacional da pesquisa em transportes 2001, v. 1, p. 219-227, Rio de Janeiro, 2001.
- RICHARDS, M. G. e BEN-AKIVA, M. E. – A disaggregate travel demand model. Saxon House / Lexington Books, Lexington, 1975.
- RUITER, E. R. – Toward a better understanding of the intervening opportunities model. Transportation Research, Pergamon Press, p. 47-56, 1967.
- SCHMITZ, Rutsnei. Sensoriamento remoto aplicado no estudo de expansões urbanas e conurbações induzidas por novas ligações rodoviárias – Um estudo de caso. Dissertação de Mestrado, UFSC, 1993.

- SCHNEIDER, M. – Gravity models and trip distribution theory. Papers and Proceedings of the Regional Science Association, v. 5, p. 51-56, 1959.
- SPIVAK, Michael. Calculus, 2<sup>a</sup> Ed., Houston, Texas, 1980.
- STOUFFER, S.A. – Intervening opportunities and Competing Migrants. Journal of Regional Science, v. 2, nº 1, 1960.
- SWOKOWSKI, Earl William. Cálculo com geometria analítica, 2<sup>a</sup> Ed., Makron Books, São Paulo, 1994.
- TAYLOR et al. Designing a large-scale travel demand survey: new challenges and new opportunities. In: Transportation Research A, v. 26A, n. 3, p. 247-261, 1992.
- ULYSSÉA NETO, I. – The development and testing of a non-recursive aggregate passenger travel demand modelling approach. Universidade de Bristol, Tese de Doutorado, 1988.
- ULYSSÉA NETO, I. e KÜHLKAMP, N. – O tratamento do espaço em modelos de interação espacial – Considerações sobre a determinação das oportunidades intervenientes. In: Anais do 5<sup>o</sup> Congresso Brasileiro de Cadastro Técnico Multifinalitário – COBRAC 2002. Compact Disk. Lab FSG / Universidade Federal de Santa Catarina, 2002a.
- ULYSSÉA NETO, I. e KÜHLKAMP, N. – Uso de modelos de oportunidades intervenientes na estimativa de matrizes de O-D de viagens – Uma nova perspectiva. In: Anais do V Congresso de Engenharia Civil. Compact Disk. Juiz de Fora – MG, 2002b.
- WILSON, A. G. – Geography and the environment – Systems analytical methods. John Wiley, New York, 1981.
- \_\_\_\_\_. – Entropy in urban and regional modelling. Pion, London, 1970.
- \_\_\_\_\_. – A statistical theory of spatial distribution models. Pergamon, London, 1967.
- \_\_\_\_\_. – Some new forms of spatial interaction model: a review. Transportation Research, v. 9, p. 167-179, 1975.



## **BIBLIOGRAFIA COMPLEMENTAR**

- BATTY, Michael. – Urban Modelling – algorithms, calibrations, predictions,  
Cambridge University Press, Cambridge, 1976.
- LEITHOLD, Louis. – O Cálculo com Geometria Analítica, vol. 2. Editora HARBRA  
Ltda, São Paulo, 1994.
- LIMA, Elon Lages. – Curso de Análise, vol. 2. Rio de Janeiro, Instituto de Matemática  
Pura e Aplicada, CNPq, 1981.
- MAGALHÃES, M. N. e LIMA, A. C. P. – Noções de probabilidade e estatística,  
Segunda edição, Instituto de Matemática e Estatística, Universidade de São Paulo,  
SP, 2001.
- WALTER, Wolfgang. – Analysis 2, 4. Auflage. Springer-Verlag, Berlin, Heidelberg,  
Deutschland, 1995.