

Universidade Federal de Santa Catarina – UFSC  
Programa de Pós-Graduação em Engenharia de Produção e Sistemas

**A Modelagem Matemática como estratégia de ensino e aprendizagem do  
Cálculo Diferencial e Integral nos Cursos Superiores de Tecnologia**

**Elaine Cristina Ferruzzi**

Dissertação submetida à Universidade Federal de Santa Catarina para a obtenção do grau de  
*Mestre em Engenharia de Produção e Sistemas*

Orientadora  
Prof<sup>a</sup> . Dr<sup>a</sup> . Mirian Buss Gonçalves

Co- Orientadora  
Prof<sup>a</sup> . Dr<sup>a</sup> . Lourdes Maria Werle de Almeida

Florianópolis, março de 2003

# **A Modelagem Matemática como estratégia de ensino e aprendizagem do Cálculo Diferencial e Integral nos Cursos Superiores de Tecnologia**

**Elaine Cristina Ferruzzi**

Esta dissertação foi julgada adequada para a obtenção do título de *Mestre em Engenharia de Produção*, e aprovada em sua forma final pelo Programa de Pós-Graduação em Engenharia de Produção da UFSC.

Prof. Edson Pacheco Paladini, Dr.  
Coordenador do Curso

BANCA EXAMINADORA

Prof<sup>a</sup> . Mirian Buss Gonçalves, Dr<sup>a</sup> .

Prof<sup>a</sup> . Lourdes Maria Werle de Almeida, Dr<sup>a</sup> .

Prof<sup>a</sup> . Regina Flemming Damm, Dr<sup>a</sup> .

Prof. Marcos Banheti Rabelo Vallim, Msc.

À minha família, aos meus ex e futuros alunos.

## AGRADECIMENTOS

À Deus, fonte de todo conhecimento e esperança.

Às professoras *Lourdes Maria Werle de Almeida* e *Mirian Buss Gonçalves*, que ao longo da minha caminhada serviram-me de referência. Obrigada pelo apoio, orientação, dedicação, confiança e pela amizade que se consolidou neste período.

À *minha família*, pelas orações e por sempre acreditar e apoiar-me na busca de mais um ideal.

Ao *CEFET-Pr* pela oportunidade de realizar o mestrado com plenas condições de trabalho.

Ao *colegas da unidade de Cornélio Procópio* por assumirem minhas aulas durante meu afastamento.

Aos amigos Miguel, Jonas, Devanil, Maurício, Nilson, Iva, Simone, Lenir, Janete, Ademir, Gil, Laine e Ro.

Aos *alunos da turma M 41/2002-1*, da disciplina de Circuitos e Medidas do Curso Superior de Tecnologia em Eletrotécnica.

Á todos que de uma maneira ou de outra contribuíram e incentivaram a realização desta pesquisa.

## SUMÁRIO

<b>1. INTRODUÇÃO</b>	<b>1</b>
1.1 Apresentação do tema e justificativa	1
1.2 Objetivo do trabalho	4
1.3 Estrutura do trabalho	5
<b>2. EDUCAÇÃO TECNOLÓGICA</b>	<b>6</b>
2.1 Introdução	6
2.2 Abordagem Conceitual	8
2.2.1 Técnica	8
2.2.2 Tecnologia	9
2.2.2.1 Evolução da Tecnologia	11
2.2.2.2 Importância da Tecnologia e suas conseqüências	12
2.3 Educação Tecnológica	15
2.3.1 Um breve histórico da educação tecnológica no Brasil	15
2.3.2 Educação Tecnológica: uma caracterização	17
2.4 Os novos paradigmas da Educação Tecnológica	21
2.5 Os Centros Federais de Educação Tecnológica – CEFET's	23
2.5.1 O CEFET – Pr	25
2.5.2 Cursos Superiores de Tecnologia do CEFET–Pr	26
2.5.2.1A unidade de ensino de Cornélio Procópio do CEFET-Pr	28
2.6 A Matemática presente nos cursos Superiores de Tecnologia	29
<b>3. MODELAGEM MATEMÁTICA</b>	<b>33</b>
3.1 Introdução	33
3.2 Modelo e Modelo Matemático	34
3.2.1 Modelagem Matemática	36
3.3 Modelagem Matemática na Matemática Aplicada	37
3.4 Modelagem Matemática como estratégia de ensino e aprendizagem da Matemática	40

3.4.1	Os caminhos da Modelagem Matemática na Educação Matemática	40
3.4.2	Modelagem Matemática em cursos regulares	43
3.4.2.1	Argumentos que justificam o uso da Modelagem Matemática no ensino	44
3.4.2.2	Como utilizar a Modelagem Matemática em sala de aula	53
3.4.2.3	Dificuldades encontradas no uso da Modelagem Matemática em sala de aula	56
<b>4. APLICAÇÃO DE UMA PROPOSTA DE MODELAGEM MATEMÁTICA NO ENSINO TECNOLÓGICO</b>		<b>61</b>
4.1	Introdução	61
4.2	A disciplina de Circuitos e Medidas	61
4.3	O perfil dos estudantes	63
4.3.1	Perfil sócio – cultural dos alunos	63
4.3.2	Diagnóstico sobre os conhecimentos matemáticos	64
4.4	Metodologia desenvolvida	65
4.4.1	Primeira atividade de modelagem : desenvolvimento de uma atividade de modelagem matemática em conjunto	66
4.4.2	Segunda atividade de modelagem:	73
4.4.3	Terceira atividade de modelagem: desenvolvimento de uma atividade de modelagem realizada pelos alunos	85
4.4.3.1	Comportamento da temperatura no interior de um forno elétrico	87
4.4.3.2	Energia armazenada em um capacitor	97
<b>5. ANÁLISE SOBRE AS ATIVIDADES DESENVOLVIDAS</b>		<b>110</b>
5.1	Introdução	110
5.2	Desenvolvimento dos conteúdos matemáticos	111
5.3	Avaliação dos alunos realizada pela professora	112
5.3.1	Resultado final das avaliações	113
5.4	Análise dos resultados observados	113
5.4.1	Em relação aos aspectos sociais	113

5.4.2	Em relação ao reconhecimento do papel da matemática na sociedade e aquisição de conceitos matemáticos	115
5.4.3	Em relação ao desenvolvimento do conhecimento reflexivo	116
5.4.4	Em relação aos aspectos cognitivos	117
5.5	Respostas dos alunos ao questionário final	118
5.6	Dificuldades encontradas	126
5.7	Aspectos que facilitaram o desenvolvimento das atividades	127
5.8	Avaliação da metodologia proposta	127
<b>6.</b>	<b><u>CONSIDERAÇÕES FINAIS</u></b>	<b>130</b>
	<b><u>REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS</u></b>	<b>132</b>
	<b>ANEXOS</b>	<b>138</b>
	<b>ANEXO 1</b> Questionário sócio cultural	<b>138</b>
	<b>ANEXO 2</b> Pré- teste	<b>139</b>
	<b>ANEXO 3</b> Questionário final	<b>140</b>
	<b>ANEXO 4</b> Consumo de energia elétrica no Paraná e Horário de verão	<b>144</b>
	<b>ANEXO 5</b> Fichas de observações	<b>154</b>

---

## INTRODUÇÃO

---

*O ensino deveria ser assim: quem o receba o recolha como um bem inestimável, nunca como uma obrigação penosa. Einstein*

### 1.1 APRESENTAÇÃO DO TEMA E JUSTIFICATIVA

O ensino da Matemática deve levar em consideração as dimensões sociais, políticas, econômicas e culturais do nosso país, possibilitando ao aluno atuar de forma significativa na sociedade. Os estudantes podem e devem acreditar que suas ações poderão fazer diferenças na sociedade. Assim, um dos nossos objetivos como educadores, deve ser desenvolver em nossos estudantes uma competência crítica que possa habilitá-los a lidar com o desenvolvimento social e tecnológico do nosso país. Neste contexto, Ubiratan D'Ambrósio (D'Ambrósio,2002) argumenta que o ensino da Matemática tem como objetivo preparar o aluno para a cidadania, e pode servir de base para uma carreira em ciência e tecnologia e estimular a criatividade.

Para estar apto a participar das obrigações e direitos é necessário que o sujeito esteja apto a entender os mecanismos do desenvolvimento da sociedade, conhecer os riscos estruturais que acompanham o desenvolvimento social, observar e analisar tanto as forças construtivas quanto as forças destrutivas ligadas ao desenvolvimento tecnológico e especialmente o que a Matemática faz pela sociedade. Assim, a Educação Matemática deve estar enraizada em um pensamento crítico e em um projeto que possibilite as pessoas a participarem no entendimento e na transformação da sociedade. ( Skovsmose, 2001)

O presente estudo foi desenvolvido a partir de inquietações da autora, no que se refere ao ensino de Cálculo Diferencial e Integral nos Cursos Superiores de Tecnologia do Centro Federal de Educação Tecnológica do Paraná- CEFET-Pr.

O que se observa é que ainda hoje as disciplinas de Cálculo Diferencial e Integral geralmente são tratadas, por alguns professores, de forma independente das disciplinas específicas da área tecnológica, provocando assim, a falta de conhecimento sobre as aplicações da Matemática no curso, bem como uma visão ingênua do papel da Matemática na sociedade. Estas disciplinas



possuem a característica da ênfase ser dada nas técnicas, minimizando a reflexão acerca dos conceitos e das aplicações da Matemática.

Como salienta D'Ambrósio (2002, p.29), “ a Matemática que vem dominando os programas é, em grande parte, desinteressante, obsoleta e inútil para as gerações atuais” , e Teixeira nos lembra que poucas reformas aconteceram na Matemática neste século. Novos conteúdos foram acrescentados ao programa sem no entanto “modificar a velha memorização, a repetição infundável de exercícios e o poder de centralização das ações pedagógicas assumidas pelo professor”. ( Teixeira, 2002, p.42)

Diante deste cenário, as dificuldades encontradas pelos alunos no aprendizado da Matemática, ultrapassam os limites do Ensino Fundamental e Médio, chegando ao curso superior, onde muitas vezes agravam-se, fazendo com que exista um alto grau de desistência e/ou reprovação nas disciplinas de Matemática e outras que necessitam dos conteúdos matemáticos.

A possibilidade de romper com o isolamento que se observa na escola em relação ao mundo que a rodeia é uma expectativa cada vez mais almejada. Embora o uso da Matemática em muitas situações reais seja quase um consenso entre os matemáticos, ainda existem lacunas no que se refere ao ensino e aprendizagem da Matemática escolar. O insucesso de alguns alunos é freqüentemente atribuído a numerosos fatores, entre os quais se destacam os métodos pedagógicos inadequados que reduzem a motivação dos alunos e em pouco contribuem para a aprendizagem.

Além disto, o avanço tecnológico que vem ocorrendo nas últimas décadas, tem provocado transformações significativas em várias áreas do conhecimento, entre elas a exigência profissional e as relações pessoais. Estas mudanças conduzem a novos contornos educacionais e a Educação Tecnológica se insere neste contexto de inovações. O que se almeja é a formação de profissionais capazes de formular e resolver problemas, modelar situações e analisar de forma crítica os resultados obtidos. Isto faz com que a Matemática extrapole seus próprios limites disciplinares, buscando realizar conexões com a realidade.

Diante disto, a necessidade de reestruturações nos métodos de ensino da Matemática é uma questão abordada atualmente por muitos educadores da área. As mudanças sugeridas, estão relacionadas não somente com os conteúdos a serem ensinados, mas principalmente, com os

métodos utilizados nos processos de ensino e aprendizagem. Visando proporcionar melhorias no processo de ensino e aprendizagem da Matemática, as investigações têm se desenvolvido à luz de diferentes tendências.

Neste sentido, já é bastante aceita pelos educadores a idéia de que a aprendizagem da Matemática baseada em exercícios rotineiros, privilegiando cálculos e memorizações isoladas, além de não responder às exigências colocadas ao ensino atual, não contribui para a compreensão do que é a Matemática nem constitui um pré-requisito para a sua aprendizagem. Os conhecimentos a adquirir ganham maior relevância à medida em que são integrados a conjuntos mais amplos e significativos de competências que, além de proporcionarem o desenvolvimento de hábitos de pensamento e atitudes positivas face aos conteúdos matemáticos, contribuem para uma melhor compreensão do mundo.

Segundo D'Ambrósio (2002), o ciclo de aquisição do conhecimento é deflagrado a partir de fatos da realidade. Deste modo, a construção do conhecimento matemático pode ser mais eficiente se emergir de fenômenos que têm origem na realidade. Assim, a exploração, no ensino, de situações da vida real em que a Matemática se aplica, pode tornar a Matemática mais dinâmica e interessante e proporcionar maior eficiência no processo de ensino e aprendizagem.

Pesquisas nos mostram que as relações da Matemática com a realidade podem ser estabelecidas por meio de atividades de Modelagem Matemática. A Modelagem Matemática pode ser vista, segundo Berry e Houston (1995), como todo o processo de abordagem de um problema não matemático cuja solução envolve a construção de um modelo matemático.

Neste sentido, trabalhar com modelagem na sala de aula desenvolve no aluno o processo investigativo pois ele tem oportunidade de reunir dados, formular questões, tratar informações e avaliar diferentes estratégias de resolução, comparar resultados e desenvolver a sua capacidade de argumentação diante da solução escolhida. Por outro lado, as atividades de modelagem em sala de aula oportunizam a interação dos estudantes por meio de trabalhos em equipes.

Nossa preocupação com o ensino, em especial com o ensino de Cálculo Diferencial e Integral nos cursos superiores de Tecnologia em Eletrotécnica do CEFET-Pr, nos levaram a desenvolver este trabalho, propondo uma alternativa para o ensino, que aponte para um

direcionamento epistemológico diferenciado do modelo predominante, oferecendo um ensino sincronizado com os objetivos do Curso Superior de Tecnologia em Eletrotécnica e a realidade do mercado de trabalho.

Procuramos com esta atividade, apresentar uma alternativa pedagógica que nos possibilite atuar efetivamente na aprendizagem dos alunos, objetivando o desenvolvimento da capacidade de resolver problemas e propiciar o aprendizado dos conteúdos de Cálculo Diferencial e Integral com ênfase no campo profissional, ultrapassando o ensino ou o “treino” de técnicas de resolução, promovendo uma participação ativa do aluno no seu processo de construção do conhecimento, participação esta que busca desenvolver uma estrutura de pensamento ativa, com autonomia, pensamento crítico e envolvimento com a realidade.

## **1.2 OBJETIVO DO TRABALHO**

O objetivo principal deste trabalho consiste em investigar a Modelagem Matemática como uma proposta metodológica para o ensino e aprendizagem do Cálculo Diferencial e Integral nos Cursos Superiores de Tecnologia em Eletrotécnica.

Alguns objetivos específicos do trabalho são:

propor algumas atividades de Modelagem Matemática para o Curso Superior de Tecnologia em Eletrotécnica do CEFET-Pr.

- relacionar conceitos teóricos às aplicações práticas da área.
- apresentar algumas atividades introdutórias aos problemas da área tecnológica paralelamente ao aprendizado da Matemática.
- avaliar a eficiência da utilização da Modelagem Matemática como estratégia de ensino do Cálculo Diferencial e Integral.

## **1.3 ESTRUTURA DO TRABALHO**

O presente trabalho está estruturado em 6 capítulos.

O Capítulo 1 consiste na introdução do trabalho, onde apresentamos o tema e sua justificativa, os objetivos e a estrutura do trabalho.

No Capítulo 2 apresentamos uma caracterização e uma síntese da Educação Tecnológica no Brasil. Em seguida caracterizamos o CEFET-Pr e seus Cursos Superiores de Tecnologia. Na parte final do capítulo contextualizamos a Matemática presente nestes cursos .

No Capítulo 3, inicialmente são apresentados os conceitos de modelo e modelo matemático e o que se entende por Modelagem Matemática. A seguir abordamos a Modelagem Matemática e sua utilização no processo de ensino e aprendizagem da Matemática em cursos regulares.

No Capítulo 4 descrevemos uma aplicação da proposta de Modelagem Matemática no ensino de Cálculo Diferencial e Integral no curso Superior de Tecnologia em Eletrotécnica do CEFET-Pr.

O Capítulo 5 apresenta uma análise e conclusão das atividades desenvolvidas e relatadas no Capítulo 4, os instrumentos de observações adotados e os critérios de avaliação.

O Capítulo 6 apresenta as principais conclusões do trabalho realizado e sugestões de trabalhos futuros.

Finalmente são apresentados os anexos e as referências bibliográficas utilizadas e citadas neste trabalho.

---

## CAPÍTULO 2

---

### EDUCAÇÃO TECNOLÓGICA

#### 2.1 INTRODUÇÃO

Embora não se possa considerar que a sociedade humana tenha sido estática por muito tempo, é bem verdade que as últimas décadas têm nos defrontado com um desenvolvimento científico e tecnológico bastante acentuado. Essa rápida transformação social passou a exigir uma intensificação das relações humanas e a necessidade de maiores conhecimentos em todas as áreas.

Nessa estrada de mudanças, os caminhos apontam para um mesmo sentido: a educação. Assim, instituições governamentais e privadas buscam na educação o alicerce para as transformações presentes na humanidade. Este processo de evolução constante que permeia não só os países desenvolvidos mas também as nações em desenvolvimento requer políticas educacionais adaptadas aos grandes desafios desta evolução uma vez que, grandes expectativas estão vinculadas ao patrimônio denominado “conhecimento”.

Neste contexto, a educação escolar ocupa lugar de destaque uma vez que a escola é ponto de referência para que se edifique o desafio da busca do conhecer mais, do saber mais, de pesquisar e realizar descobertas. A escola é vista como um foco de geração de conhecimentos e deve oportunizar ao aluno o desenvolvimento de habilidades que conduzam ao crescimento pessoal, social e profissional.

O modelo de escola que temos hoje precisa ainda se adequar melhor às exigências do mundo globalizado. Segundo Bathelt e Ceolin (2001), a sociedade atual requer sujeitos autônomos, críticos, participativos, comunicativos, flexíveis às mudanças e às transformações, capazes de tomar decisões e de julgar situações. No entanto, estas são qualidades e habilidades, muitas vezes distantes daquelas que a escola preconiza.

É importante que a educação escolar contribua com a formação de um profissional altamente competitivo, com conhecimentos científicos e tecnológicos, capaz de enfrentar as mudanças no setor produtivo, conhecedor das tecnologias e capaz de solucionar problemas. O termo “conhecedor da tecnologia” abrange não apenas o conhecer, mas a compreensão e a crítica

sobre esta, capacitando o indivíduo a contribuir para o seu próprio desenvolvimento e da humanidade. Por outro lado, a escola deve propiciar ao indivíduo condições de aprender sozinho, adquirir e processar informações para conviver com as mudanças rápidas dos conceitos e suas aplicações.

Neste contexto, Simonsen (1998) afirma que

Já que o ensino formal não conseguirá ser um ciclo fechado, capaz de ensinar ao indivíduo tudo que ele precisará estudar para o exercício de sua profissão, ele deve sintonizar-se com um objetivo maior: ensinar a aprender. (...) a preocupação central é ensinar o aluno a comunicar-se e resolver problemas, dentro dos princípios básicos da vida e da sociedade (...) Muito mais importante do que a informação passa a ser a formação.

Assim, educar transcende a transmissão de conceitos, implicando também em promover o desenvolvimento intelectual e social, estimulando a criatividade e a habilidade de aprender de forma constante e autônoma acompanhando as mudanças da sociedade.

O avanço tecnológico ora experimentado pela sociedade requer cada vez mais o domínio destas habilidades proporcionando ao indivíduo o exercício pleno de sua cidadania. Este contexto de mudanças conduz a novos contornos educacionais. A Educação Tecnológica se insere neste contexto de inovações. O desenvolvimento de capacidades rotineiras é atualmente pouco relevante. Pelo contrário, o que se vislumbra é formar profissionais capazes de formular e resolver problemas, modelar situações e analisar de forma crítica os resultados obtidos.

É possível perceber que a Educação Tecnológica vem sendo alvo de questionamentos veementes que se encaminham para a busca de respostas às transformações percebidas. Reflexões acerca dos resultados e aplicações de tecnologias, que tanto deslumbram por suas conhecidas utilidades, hoje mais do que nunca estão nas pautas de preocupações nos ambientes escolares, dada a admissão da importância do papel que a Educação Tecnológica assume num mundo reconhecidamente tecnológico.

Assim, em vários países começam a se aprofundar análises acerca da imbricada relação entre desenvolvimento tecnológico e desenvolvimento humano, incluindo estudos do campo pedagógico e que investigam os ambientes e métodos praticados no ensino tecnológico.

Na medida em que a sociedade se encaminha para novas questões nos diferentes campos do conhecimento, estrutura-se de forma mais consistente uma Educação Tecnológica. No entanto, esta precisa ser discutida dentro do cenário pedagógico social onde se apresenta. Tendo em vista este panorama, vamos, neste capítulo, abordar alguns aspectos da Educação Tecnológica, as instituições de ensino tecnológico e os cursos superiores de tecnologia no Brasil.

## **2.2 ABORDAGEM CONCEITUAL**

Para chegar à Educação Tecnológica, vamos abordar primeiramente alguns conceitos e abordagens necessárias à compreensão de seus significados. São inúmeras as publicações que buscam estabelecer um corpo conceitual uniforme na Educação Tecnológica. Alguns deles chamam atenção pelo esforço em conferir um caráter de objetividade à definição e ao tratamento de termos empregados na comunidade tecnológica. Para alguns os termos “técnica” e “tecnologia” são usados indistintamente, ou seja, não especificam a diferença entre um e outro, considerando o fenômeno como uma totalidade. No entanto, outros autores, como por exemplo Vargas (1994) e Bunge (1980), fazem distinção clara entre estes termos. Apresentamos aqui algumas considerações sobre os conceitos de “técnica” e “tecnologia”.

### **2.2.1 Técnica**

Segundo Barbieri (1990, p.14), entende-se por técnica um conjunto de “regras ou procedimentos para realizar uma dada atividade prática”. Esta definição, com pequenas variações, é concordante com dicionários de português e de filosofia. Vargas (1994, p.15), ao tratar do entendimento de técnica e de tecnologia, define técnica como “uma habilidade humana de fabricar, construir e utilizar instrumentos”.

Assim, técnica se caracteriza por uma seqüência de procedimentos que não se resumem em invenção e uso de um artefato. Mas, consiste em um conjunto de métodos que aperfeiçoam os instrumentos e seus usos para que o sujeito possa melhor servir-se dele. Podemos dizer que este aperfeiçoamento é um saber dirigido a uma finalidade e que pode ser aprendido e ensinado. Em suma, a técnica torna-se um saber fazer possível de ser aprendido, sem no entanto, exigir recorrências fortes ao saber teórico.

As técnicas são tão antigas quanto a existência humana. A utilização de objetos e a transformação destes em instrumentos vêm desde a pré-história. As primeiras técnicas foram adquiridas e aplicadas principalmente para solucionar problemas do dia-a-dia com o objetivo de transformar um objeto para servir-se melhor dele. Na luta pela sobrevivência, o homem foi capaz de transformar elementos da natureza, como a pedra e o chifre, em instrumentos para sua defesa, como o arco, a flecha e a faca. Em seguida, veio o desenvolvimento de técnicas de construção para casas, para o transporte, para a conservação de alimentos, para proteger-se do frio, etc.

Essas técnicas eram passadas de geração à geração, pela imitação e pela prática. Até hoje em dia tem-se técnicas específicas – muitas delas artesanais – que são transmitidas a um pequeno grupo, conservando-se assim, a arte e o segredo desta arte. No entanto, com o tempo apareceram grupos para os quais eram ensinadas algumas técnicas constituindo o que podemos chamar de ensino das técnicas, ou o ensino técnico. O objetivo deste ensino é transmitir de modo eficiente, uma habilidade com a finalidade de solucionar e/ou construir algo.

### **2.2.2Tecnologia**

Na palavra “*tecnologia*”, “*tecno*” provém do vocábulo latino “*techné*” quer dizer arte ou habilidade, ou seja, é o saber fazer; “*logia*” provém de “*logos*” que significa razão. Logo, etimologicamente, “*tecnologia*” significa “*a razão do saber fazer*”.

O termo tecnologia se tornou conhecido com Johann Beckmann, professor de ciências econômicas em Gottingen. Iniciador das disciplinas de Comércio e Tecnologia, ficou conhecido como “pai da tecnologia” ao publicar em 1777 a sua “Introdução sobre Tecnologia”. Na língua portuguesa, o termo foi usado inicialmente por José Bonifácio de Andrada e Silva em 1793. ( Vaz, 2000)

Segundo Vargas (1994), a atualidade do termo é abrangente no seu significado tendo sido usado sob vários enfoques visando finalidades diferentes em busca de soluções para problemas específicos de áreas diversas.

Uma das mais claras definições encontradas para tecnologia é apresentada pelo próprio Vargas (1994, p 225). Segundo o autor, tecnologia deve ser entendida como “ (...) aplicação de teorias, métodos e processos científicos às técnicas. (...) tecnologia como aplicação



científica é característica da sociedade moderna. É um saber aplicado integrante de nossa cultura”

Outra caracterização bastante nítida de tecnologia é apresentada por Bunge (1980, p 207):

Um corpo de conhecimentos é uma tecnologia se, e somente se: a) é compatível com a ciência contemporânea e controlável pelo método científico; b) é empregado para controlar, transformar ou criar coisas ou processos naturais ou sociais. Assim, a tecnologia não está separada da teoria nem é mera aplicação da ciência pura: tem uma componente criativa particularmente manifesta na pesquisa tecnológica e no planejamento de políticas tecnológicas.

Bastos (1998a, p. 32) afirma que “a tecnologia pode ser entendida como a capacidade de perceber, compreender, criar, adaptar, organizar e produzir insumos, produtos e serviços”. Ela ultrapassa o caráter puramente técnico, abrangendo a engenharia de produção, qualidade, marketing, gerência e vendas.

Ivan Rocha Neto (1995), citado em Bazzo (2000, p.166), se refere à tecnologia como “combinação útil e eficiente da ciência e da técnica; conhecimento organizado e sistematicamente aplicado na produção de bens e serviços; técnicas fundamentadas na ciência; solução de problemas por meio de teorias, métodos e processos científicos, política, ideológica e socialmente comprometida”, e para Grinspun (1999), ela é conhecimento científico transformado em técnica, que por sua vez irá ampliar a possibilidade de produção de novos conhecimentos científicos.

Levando em consideração esta conceituação, poderíamos afirmar que a tecnologia vai além do estudo e aplicações das técnicas; ela possui caráter social, cultural e humano, tornando-se um conjunto de conhecimentos, capacidades e informações cuja finalidade é servir ao homem, proporcionando seu bem estar.

A ciência dedica-se à descoberta do conhecimento teórico e a técnica consiste no saber fazer sem necessariamente ser um conhecimento pelas causas, isto é, a técnica não está fundamentada - como está a tecnologia- no conhecimento da ciência moderna. Daí a diferença existente entre os termos.

### 2.2.2.1 Evolução da tecnologia

De acordo com Grispun (1999) a tecnologia que está presente nos dias de hoje, e que é usada por todos, teve sua origem a séculos atrás, sendo seu surgimento ligado às próprias descobertas e avanços científicos da humanidade. A evolução do seu conceito está relacionado ao contexto em que ela se insere. Na Grécia por exemplo, era utilizado o termo *techné* o qual determinava uma tarefa realizada com regras, e que era designada por *ofício*. Platão usava a palavra dando-lhe um significado de uma realização material e concreta e Aristóteles por sua vez, entende que a *techné* é um conhecimento prático que visa a um fim concreto.

Desde sua origem, a tecnologia busca o saber fazer, confundindo-se com a transformação, resolvendo problemas práticos e construindo artefatos apoiados em conhecimentos científicos. Logo, a essência da tecnologia requer o uso do saber científico para resolução de problemas oriundos da aplicação das técnicas.

Milton Vargas ao escrever o prefácio de Grinspun (1999) nos relata que, em sua origem, a tecnologia era apenas mais uma disciplina com a finalidade de estudar os processos técnicos e com o tempo vai se desenvolvendo em pesquisas sobre as propriedades dos materiais. Um dos primeiros laboratórios que realizaram pesquisas tecnológicas é o de Edison em Menlo Park, EUA, onde por exemplo foram feitas pesquisas sobre o material a ser usado nas lâmpadas elétricas. No Brasil, no início do século, desenvolveram-se pesquisas sobre as propriedades dos materiais de construção usados em São Paulo.

A evolução da tecnologia tem ocorrido de maneira contínua desde a I Revolução Industrial que começou na Inglaterra no século XVIII e depois se expandiu para o resto do mundo no século XIX.

No entanto, os últimos trinta anos, caracterizam-se por uma acelerada transformação no campo tecnológico com conseqüências no mercado de bens e serviços, nos sistemas de produção, no modo de organização dos trabalhadores e em sua qualificação e inclusive nas relações sociais. Esta evolução se intensificou ainda mais com a recente indústria eletrônica e informática, as quais provocaram significativas mudanças sociais, políticas e econômicas,

levando a tecnologia, com o uso de suas teorias e métodos científicos para solucionar problemas do uso das técnicas, a atingir seu absoluto sucesso. É evidente o grande desenvolvimento da pesquisa tecnológica desde então, alcançando esta posição que a caracteriza atualmente como dominante na cultura moderna.

A atual “revolução” conhecida como a da tecnologia da informação, faz com que as capacidades dos homens sejam ampliadas e inclusive substituídas por equipamentos que eliminam o trabalho do homem na produção e nos serviços. Neste contexto, Schaff (1991, p.25) adverte: “É evidente que a solução do problema não consiste em proibir o progresso – o que seria puramente utópico – mas em estabelecer medidas sociais profiláticas que se oponham às conseqüências sociais negativas”

Atualmente a tecnologia pode ser vista como a união entre o saber teórico da ciência com a técnica. É uma atividade de aprendizagem e compreensão, pois deve alterar o modo de enxergar o mundo, exigindo cada vez mais a investigação sobre os fatos gerados e aplicados, sempre com a visão de contribuição para um mundo melhor.

#### **2.2.2.2 Importância da tecnologia e suas conseqüências**

O principal objetivo da tecnologia é aumentar a eficiência da atividade humana em todas as esferas da sociedade. Deste modo, ela deve englobar um conjunto organizado e sistematizado de diferentes conhecimentos científicos, empíricos e até intuitivos voltados para um processo de aplicação na produção e na comercialização de bens e serviços.

A partir do momento que a tecnologia é inserida na sociedade, ela começa a fazer parte desta e está relacionada à evolução e mudanças dos fatos e situações que ocorrem em nossa vida. As pessoas tendem voluntariamente a se adaptar às exigências do desenvolvimento tecnológico, procurando adaptar-se às novas tecnologias, aprendendo a lidar com elas e sobretudo adquirir conhecimentos para compreendê-las e saber relacionar-se com elas.

Não existe dúvida que os avanços da tecnologia beneficiam e melhoram a vida humana. Ela proporciona maior conforto, propicia o aumento da expectativa e melhora a qualidade de vida e muitas vezes facilita o trabalho manual desgastante, como também a locomoção, a comunicação, etc. Os meios de comunicação se mostram cada vez mais velozes e eficazes. Quase tudo pode ser feito sem o homem sair de sua casa, devido a todo tipo de artefato

produzido pelo avanço da tecnologia. No entanto, como salienta Skovsmove, (2001, p.134) “(...) o desenvolvimento tecnológico revela aspectos antidemocráticos como, por exemplo, quando causa situações críticas como catástrofes ecológicas”. Assim, um dos desafios da tecnologia é compreender e solucionar os problemas causados pela repercussão que o desenvolvimento desta pode trazer à sociedade. A tecnologia deve estar a serviço do homem e não apenas a serviço de uns em prejuízo de outros.

Algumas conseqüências de ordem social relativas ao avanço da tecnologia podem ser apontadas:

- a questão do emprego/desemprego
- a formação do trabalhador: generalista ou especialista?
- a qualificação para o trabalho: as novas exigências do mercado
- formação do sujeito X novas mudanças tecnológicas
- quantidade de informações X qualidade das ações
- tecnologia e desenvolvimento

Entre as conseqüências citadas uma das mais nítidas é a qualificação exigida para inserção e permanência do profissional no setor produtivo. Em muitos setores hoje em dia existem “vagas” de emprego, entretanto os empregadores alegam não terem profissionais capacitados, exigindo cursos de aperfeiçoamento, domínio de mais de uma língua, capacidade de gerência, entre outras habilidades.

As mudanças rápidas em todos os setores têm alterado as características das profissões, delineando um novo perfil para o profissional da área tecnológica. Como conseqüência da competitividade e do desenvolvimento tecnológico que têm ocorrido nas últimas décadas, ocorre o aumento da procura de profissionais qualificados. A sociedade da informação exige cidadãos produtivos, capazes de tomar decisões, solucionar problemas, investigar e logicamente aplicar conhecimentos. Até pouco tempo atrás, dominar técnicas, isto é, saber manipular determinados artefatos, era suficiente para garantir um emprego e a ascensão profissional. Hoje não basta possuir essas habilidades, é preciso muito mais que isto, é preciso conhecer as implicações sociais e humanas que o uso de tais artefatos podem proporcionar.

Assim é preciso consciência crítica do uso das técnicas e do poder da tecnologia, refletindo sobre sua utilização, fazendo escolhas que valorizem o ser humano e minimizem as desigualdades sociais.

É imprescindível que o profissional de tecnologia (o tecnólogo) saiba não somente produzir mas *o que* produzir, visando o bem-estar do homem e do meio em que vive. Assim é importante uma formação que o capacite a refletir sobre as opções tecnológicas e suas implicações.

O perfil exigido do profissional de hoje, privilegia: a capacidade de auto aprendizagem, de se trabalhar em equipe, de gerenciamento, de solução de problemas, uma visão ampla do mundo, respeito aos valores individuais e sociais, respeito ao meio ambiente, participação ativa, iniciativa, capacidade de adaptar-se a mudanças, conhecimento técnico e científico entre outros.

Os avanços decorrentes das inovações tecnológicas são muito importantes para a vida do homem, mas sobretudo, é importante uma educação que proporcione profissionais com capacidade de compreender as mais diversas faces da tecnologia, tendo capacidade, assim, de contribuir com o objetivo maior da tecnologia: a melhora da qualidade de vida humana. A sociedade pode e deve recusar prejuízos vindos da atuação tecnológica, fundamentada em razões científicas, econômicas e sociais.

O grande desafio da tecnologia é o desenvolvimento tecnológico e sua influência e repercussão na sociedade que precisa estar cientificamente capacitada; para que haja esta formação científica deve haver indiscutivelmente uma educação científica. Não se pode pensar tecnologia somente como resultado e produto, mas como concepção e criação, e assim, precisamos não somente de indivíduos capacitados para concebê-la, mas sobretudo, de educação para prepará-los. Deste modo, se considerarmos ciência – tecnologia – sociedade a educação ocupa lugar de destaque não apenas pelo que ela produz e desenvolve, mas também pelo que ela pode construir.

## **2.3 EDUCAÇÃO TECNOLÓGICA**

### **2.3.1 Um breve histórico da Educação Tecnológica no Brasil**

Até o século XVII a escola era basicamente constituída para divulgação de conteúdos distantes da produção econômica. Somente a partir do século XVIII é que surge o ensino técnico. As escolas técnicas superiores começaram a valorizar o conhecimento científico, afastando-se do ensino das práticas, aproximando o conhecimento dos modelos teóricos, utilizando-se não mais a prática cotidiana e sim o ensino através de laboratórios. Surgiu então uma nova linguagem, e esta linguagem “dotou os funcionários-engenheiros de uma cultura distinta dos conhecimentos e das tecnologias empíricas dos trabalhadores manuais”. (Bazzo, 2000, p. 21). As necessidades sociais em cada momento histórico é que foram delineando a forma como são tratados os conhecimentos na escola, desde sua estrutura até os próprios conteúdos.

No âmbito mundial, de acordo com Barone (2002), verificamos que cada país administra a Educação Tecnológica de diferentes formas, condizentes com a sua política educacional e social. Cada país possui uma maneira de entender como deve ser o ensino tecnológico e profissional e se esforça para apresentar à comunidade, profissionais qualificados para exercer suas profissões.

Os cursos superiores de tecnologia, conhecidos com outra nomenclatura, possuem sua origem em meados dos anos 60. Nesta época, teve início a implantação da reforma do ensino industrial e da nova organização da educação brasileira.

O Brasil atravessava nesta época um período instável com expansão e posterior retração do crescimento populacional e econômico. Foi neste contexto que os cursos superiores de tecnologia tiveram sua origem apoiada em necessidades do mercado, visando atender as demandas da indústria automobilística e respaldados pela LDB (Lei de diretrizes e bases da educação) de 1961. Os primeiros cursos superiores de tecnologia surgiram no sistema federal de ensino e no setor privado e público de São Paulo em função de decisões políticas do governo estadual no momento. Estes cursos eram de formação de tecnólogos e de engenharia de operação. Enquanto os primeiros cresceram durante os anos 70, os cursos de engenharia de operação foram extintos em 1977. Com a mudança do governo federal em 1979, O MEC (Ministério da Educação e Cultura) mudou sua política de incentivo à criação de novos cursos de formação de tecnólogos na rede federal, assim, a partir dos anos 80 muitos destes cursos

foram extintos no setor público e o aumento da oferta passou a ser nas instituições privadas, visando futura transformação em universidade. Em 1988, 60% dos cursos superiores de tecnologia (nova denominação a partir de 1980) eram oferecidos pelo setor privado.

Enquanto a legislação para a criação dos cursos superiores de tecnologia quase não sofreu alterações até a aprovação da Lei 9394/96 (MEC, 2001), o país mudou radicalmente desde os anos 60. Em 1995 a população já havia dobrado em relação aos anos 60 e quase 80% dos brasileiros moravam na zona urbana e o país contava com 250 cursos superiores de tecnologia na sua maioria ofertada por instituições privadas.

A Educação Tecnológica e Profissional, por ser considerada um fator estratégico de competitividade e desenvolvimento humano na ordem econômica mundial, começa a ganhar espaço a partir da aprovação da Lei n. 9.394, de 20 de dezembro de 1996 (MEC, 2001, p.17) que dispõe de um capítulo exclusivo para a Educação Profissional. Inicia-se então um crescente estudo sobre a formação profissional de nível superior, com foco na demanda exigida pelo setor produtivo. Com a finalidade de atender às demandas da sociedade, todos os níveis e modalidades foram submetidas à mudanças qualitativas e quantitativas.

De acordo com a lei citada anteriormente, a Educação Profissional, está dividida atualmente em três níveis, conforme o decreto n°. 2.208/97 (MEC, 2001):

**Básico:** é a modalidade de educação não formal e com duração variável, destinada a proporcionar ao cidadão trabalhador conhecimentos que lhe permitam qualificar-se e atualizar-se para o exercício das funções demandadas pelo mundo do trabalho e da sociedade, compatíveis com a complexidade tecnológica. Confere o certificado de qualificação profissional aos concluintes.

**Técnico:** para pessoas que estejam cursando ou que tenham concluído o Ensino Médio, tendo o objetivo de proporcionar habilitação profissional. Este nível possui grande embasamento teórico, mais do que no nível básico. É conferido o título de Técnico de nível Médio para os concluintes deste nível.

**Tecnológico:** é o nível superior destinado a egressos do ensino médio e/ou técnico. Possui sólida formação científica.

As mudanças introduzidas pela nova legislação na educação profissional representam passos preparatórios para as mudanças reais, em sintonia com as novas demandas de uma economia

aberta e de uma sociedade democrática. Está nas mãos das instituições educacionais a construção de propostas e práticas pedagógicas inovadoras que possam dar respostas à sociedade.

Um dos desafios das instituições é construir cientificamente um ensino com bases profundas de Educação Tecnológica. As dimensões da Educação Tecnológica são fundamentos para se elevar o exercício da cidadania em todas as esferas de uma sociedade em mutação. Trata-se de procurar os alicerces que vão além das práticas do ensino técnico.

A base da Educação Tecnológica consiste na preparação do indivíduo para continuar aprendendo de modo a ser capaz de se adaptar à complexidade tecnológica, às novas condições de trabalho e ao aperfeiçoamento futuro. A capacidade de continuar aprendendo depende de uma educação de qualidade, com o domínio dos conceitos fundamentais das ciências e dos procedimentos tecnológicos.

As discussões em torno da educação profissional nos levam a refletir sobre o contexto da educação, integrada a seus diversos níveis, com o intuito de se construir uma estrutura lógica em benefício do cidadão. A Educação Tecnológica, integrada às diferentes formas de educação, ao trabalho, à ciência e à tecnologia, conduz ao permanente desenvolvimento de aptidões para a vida produtiva.

Procurando satisfazer as novas regras da Educação Tecnológica e, conseqüentemente, a inserção definitiva dos profissionais no setor produtivo, as instituições de ensino buscam ações para tornar realidade a proposta expressa em lei, reformulando seus cursos superiores e criando os novos cursos superiores de tecnologia. Em nosso trabalho daremos ênfase a estes cursos, os quais estão alocados no nível tecnológico da educação profissional.

### **2.3.2 Educação Tecnológica: uma caracterização**

Na busca de preencher as exigências impostas ao novo perfil profissional, visualizamos a Educação Tecnológica como uma alternativa de respostas a essas exigências. Ela visa o desenvolvimento da capacidade de investigação, criatividade e autoconfiança que possibilitam a tomada de decisões e a relação entre os conhecimentos teóricos e suas aplicações.

É importante na sociedade de hoje, que a Educação Tecnológica seja uma educação igualitária, no sentido de que todos possam usufruir os avanços tecnológicos. Os



conhecimentos devem estar voltados a minimizar as desigualdades sociais, ao desenvolvimento da consciência crítica e o respeito ao ser humano e ao planeta.

Na Educação Tecnológica, o profissional é preparado para diagnosticar quando, porque e como usar uma determinada técnica ou artefato, tornando-se um cidadão produtivo e não apenas um operador de artefatos tecnológicos, pois é necessária uma constante reflexão crítica sobre a ação e sobre o impacto que o uso dos artefatos tecnológicos pode proporcionar à sociedade, ao meio ambiente e à vida dos seres humanos, pois como salienta Reis (1995, p.44) “Saber se a tecnologia vai servir para melhorar a qualidade de vida, ou para a pôr em perigo e até mesmo destruí-la, é da responsabilidade do Homem, que a cria e faz uso dela”.

Para Bastos (1998a), a característica essencial da Educação Tecnológica é a de registrar, sistematizar, compreender e usar o conceito de tecnologia com a finalidade de fazê-lo um objeto de ensino, pesquisa e extensão que transponha os limites das aplicações técnicas. Ela situa-se ao mesmo tempo, no âmbito da educação e qualificação, da tecnologia e da ciência, do trabalho e da produção, como processos independentes na compreensão e construção do progresso social reproduzido nos campos do trabalho, da produção e da organização da sociedade.

Para esse autor, a Educação Tecnológica é uma educação que existe por si só, não com o intuito de dividir o homem pelo trabalho e pelas aplicações das técnicas. É uma educação como parceira da tecnologia e esta como companheira da educação, unidas com o objetivo de construir o destino histórico do Homem sem dominação e escravidão aos meios técnicos.

A Educação Tecnológica excede as dimensões do ensino puramente técnico, sendo superior aos conceitos fragmentários do ensino, aprendizagem e treinamento, unindo-se ao “saber” o “saber-fazer” e o “pensar o saber-fazer”.

Para Grinspun (1999), o conceito de Educação Tecnológica diz respeito ou à formação do indivíduo para viver na era tecnológica de forma crítica e mais humana, ou à aquisição de conhecimentos importantes para a formação profissional, abrangendo tanto a invenção como a inovação tecnológica.

Esta educação procura despertar no indivíduo o lado humanístico da tecnologia e estimulá-lo ao rol de conhecimentos que a tecnologia pode propiciar. O importante nesta educação é o

despertar da cidadania, proporcionando aos indivíduos condições básicas para viver em uma sociedade em transformação, com novos e constantes impactos tecnológicos.

A Educação Tecnológica não determina o ensino de novas tecnologias apenas, mas sim, estimula a interpretação do contexto social atual à luz de seus condicionamentos e fundamentos, procurando levantar questões relativas aos valores importantes no momento atual, sobressaindo a dimensão ética.

Para Bastos (1998a), algumas das características da Educação Tecnológica são:

- formação teórico prática, destacando a necessidade de rever a prática pelo que a teoria tem apresentado;
- orientação para o mundo do trabalho, procurando identificar as novas exigências impostas pelas relações sociais, buscando entendê-las na procura de soluções para superar as dificuldades existentes;
- integração às necessidades da sociedade em seus aspectos culturais e regionais e não apenas às condições flutuantes do mercado de trabalho;
- integração entre ensino e pesquisa, com atenção às constantes transformações ocorridas na ciência e tecnologia, exigindo uma aproximação contínua e progressiva entre as instituições e os núcleos e os centros de pesquisa, bem como pesquisa e desenvolvimento. Esta aproximação sempre será benéfica pois as instituições terão informações sobre os novos conhecimentos gerados e transferidos pelas pesquisas científicas e tecnológicas;
- capacitação permanente do trabalhador;
- educação continuada a qual ultrapassa a dimensão escolar, ampliando-se e desdobrando-se em comum acordo com as práticas profissionais próprias do mundo do trabalho, em crescente e progressiva transformação.

Em suma, a Educação Tecnológica é uma busca da construção de conhecimentos que procuram transformar e superar o conhecido, é um envolvimento com conhecimentos que não se esgotam na instituição de ensino e nem se iniciam com o trabalho, mas são permanentemente induzidos a pensar-refletir-agir em um mundo determinado por constantes e progressivas transformações. Bastos (1998a, p.35), quando se refere à Educação Tecnológica enfatiza que esta visa a uma “aprendizagem constante, necessária à compreensão das bases

técnicas e das inovações tecnológicas, enquanto elementos indispensáveis para contribuir em prol do desenvolvimento econômico e social do país” .

Diante de toda a transformação ora vivenciada é necessário pensarmos em uma educação integrada com a tecnologia, como um dos caminhos possíveis para conciliar o desenvolvimento tecnológico e o social e a Educação Tecnológica possui esta característica, não esquecendo que o papel central da tecnologia é servir ao bem-estar do homem. Assim, a Educação Tecnológica tem o objetivo de favorecer a união entre tecnologia e humanismo, visando a formação integral do indivíduo.

A Educação Tecnológica mostra-se como uma importante estratégia para que os cidadãos tenham efetivo acesso às conquistas científicas e tecnológicas da sociedade. Impõe-se a superação do enfoque tradicional da formação profissional, a qual busca apenas a preparação para a execução de um determinado conjunto de tarefas. Esta educação requer, além do domínio operacional de um determinado fazer, a compreensão global do processo produtivo, com a apreensão do saber tecnológico, a valorização da cultura do trabalho e a mobilização dos valores necessários à tomada de decisões.

O profissional da área tecnológica deve estar apto a desenvolver, de forma plena e inovadora atividades em determinada área profissional e deve ter formação específica para:

- aplicação, desenvolvimento, pesquisa aplicada e inovação tecnológica e a difusão de tecnologias;
- gestão de processos de produção de bens e serviços e
- estar apto a desenvolver a capacidade empreendedora.

Ao mesmo tempo, esta formação deverá manter as suas competências em sintonia com o mundo do trabalho e ser desenvolvida de modo a ser especializada em segmentos (modalidades) de uma determinada área profissional.

Na visão de Grinspun (1999), a análise da relação existente entre educação e tecnologia e a busca de uma identidade para a Educação Tecnológica, proporcionam alguns pontos para discussão do significado desta relação em termos da formação da cidadania, o que reúne além do conhecimento científico os conhecimentos inerentes ao processo do desenvolvimento pessoal e social.

A Educação Tecnológica excede os limites dos conhecimentos das técnicas ou do ensino técnico, comprometendo-se com uma visão ampla dos valores que fundamentam e determinam a visão do mundo. É comprometida com a tecnologia, no entanto, ela está muito mais preocupada com o homem, que é capaz de produzir e transformar a tecnologia visando o seu bem-estar. Para Grinspun (1999, p.67) três valores estão subjacentes à Educação Tecnológica: responsabilidade, liberdade e autonomia. Conseguir desenvolvê-los e cultivá-los é uma função da educação, mas é também uma tarefa de todos que, produzindo, inventando e inovando a tecnologia “sejam capazes de formar um cidadão crítico e consciente para fazer a história de seu país(...) bem mais desenvolvido e humano”.

#### **2.4 NOVOS PARADIGMAS DA EDUCAÇÃO TECNOLÓGICA**

Segundo Bathelt (2001), a escola deve preparar o indivíduo para o exercício da autonomia, com capacidade para interpretar e compreender criticamente o mundo a sua volta e para Grinspun (1999), a construção do conhecimento para gerar a tecnologia, a produção e a avaliação desta, são tarefas que precisam da educação como fundamentação e princípio para o alcance de seus objetivos.

Parece-nos que a educação é o caminho certo para maior produtividade nos diferentes segmentos da sociedade, ela torna possível o entendimento de situações novas e resolução de problemas, sendo possível assim melhorar a qualidade de vida das pessoas. Educar significa criar espaços para a experiência de aprendizagem, o que não significa aquisição de conhecimentos ou transmissão de conteúdos intactos. Aulas expositivas com simples transmissão de conteúdos geralmente não proporcionam a aprendizagem. A escola deve propiciar a iniciação à pesquisa e à construção da aprendizagem. É preciso existir conexão entre a vida e as expectativas dos educandos e o viver acadêmico. A instrução, o manejo de regras, os fatos são importantes na educação, mas não é só isso que propicia a aquisição das características importantes para o cidadão. Saber onde e como utilizar o conhecimento e os conceitos apreendidos também faz-se importante para atuar na sociedade atual.

Conforme o panorama apresentado, notamos que o desenvolvimento de competências para o exercício profissional não está vinculado à capacidade de realizar tarefas fixas e previsíveis. O novo paradigma do trabalho modifica as relações da escola com o setor profissional, exigindo novos comportamentos dentro de uma visão mais globalizante. A educação hoje deve estar

orientada para o imprevisível e para a habilidade de compreensão do processo de produção como um todo.

Assim, a educação assume novas dimensões, trata-se de preparar o indivíduo para adquirir capacidade para raciocinar através de elementos críticos com a finalidade de compreender a realidade da produção, apreciando tendências e reconhecendo seus limites.

Na visão de Rodrigues (1999, p. 121) a educação para a vida na sociedade tecnológica deve ter como objetivo o desenvolvimento de habilidades individuais e, se não significa uma complementação da formação básica, será uma perda das conquistas democráticas.

Demo (1993, p. 21) quando refere-se à realidade, diz que uma dose crescente de presença da tecnologia faz parte da realidade atual e necessita ser compreendida e acrescenta que, ignorar este fato é antimoderno, porque isso seria irreal. O uso da tecnologia em todos os campos mostra que a educação necessita de uma alteração, visando contemplar as mudanças ocorridas no contexto onde a Educação Tecnológica está presente.

A necessidade da busca de um domínio mais pedagógico é um fato marcante no campo da Educação Tecnológica. Este campo por certo, depende do domínio de enfoques teóricos, conceitos e categorias particulares de diferentes campos científicos, mas há que se ter um tratamento específico sobre a sua estreita relação com a própria pedagogia e sua aplicação no campo educacional. (Grinspun, 1999, p. 56)

O momento atual traz ao nosso conhecimento alguns problemas que precisam ser entendidos e solucionados. Entre eles podemos citar:

- o crescimento populacional e a economia mal distribuída acarretando a falta de moradia, alimentação, saúde e emprego.
- a velocidade das informações que precisam ser selecionadas e incorporadas ao dia-a-dia e que traz consigo desigualdade social, pois nem todos os indivíduos possuem acesso a essas informações.
- a aquisição de conhecimento e seu entendimento para sua melhor utilização;
- os avanços na medicina, diagnosticando muitas doenças a tempo de solucioná-las, produzindo vacinas e remédios eficientes, mas também deixando a população morrer de epidemias e falta de atendimento.

- o uso indevido de recursos naturais não reaproveitáveis, os quais a natureza não terá condições de repor, o uso de materiais que demoram a se decompor e que alteram o meio ambiente, trazendo implicações desastrosas para o planeta.

Para responder as atuais expectativas desta sociedade é necessária uma educação que contemple a formação de competências sociais. Mello (1993) ao se manifestar sobre este assunto, nos diz que liderança, iniciativa, capacidade de tomar decisões, autonomia e habilidade de comunicação são competências presentes nos novos desafios educacionais.

As escolas de tecnologia, com uma educação mais crítica, onde a tecnologia e suas conseqüências são discutidas, podem contribuir para diminuir essa desigualdade social e levar o país a melhores condições de vida para todos e não apenas para poucos.

Existem hoje no Brasil várias instituições de ensino atuando na Educação Tecnológica. Entre elas citamos as Universidades Federais, Estaduais e particulares, o Senai e os Centros Federais de Educação Tecnológica - CEFET's.

## **2.5 OS CENTROS FEDERAIS DE EDUCAÇÃO TECNOLÓGICA – CEFET'S**

Dentro das instituições de ensino, preocupadas com a Educação Tecnológica, destacamos os CEFET's (Centros Federais de Educação Tecnológica) os quais, com as mudanças ocorridas na legislação brasileira para a Educação Tecnológica e com a preocupação de estar formando jovens que realmente sejam capazes de aplicar seus conhecimentos para compreender e solucionar problemas, reformularam seus cursos, adequando-se à nova proposta, criando os Cursos Superiores de Tecnologia.

O sistema de ensino tecnológico no Brasil, apesar de sua existência há mais de 90 anos, vem atravessando períodos de carências no âmbito de seus conteúdos programáticos, considerando principalmente o importante papel que representa no cenário tecnológico e industrial.

Segundo Bastos (1998b), as instituições comprometidas com o ensino tecnológico estão atravessando dificuldades ao longo dos anos, especialmente em relação às políticas e estratégias educacionais. Neste sentido assinala-se o impacto que causou no sistema educacional a criação dos Centros Federais de Educação Tecnológica de Minas Gerais, Paraná

e Rio de Janeiro, a partir de 1978, onde se encontra uma maneira inovadora de formar profissionais, abrangendo vários níveis integrados de ensino: o médio, o pós-médio, o tecnólogo, o engenheiro, o pós-graduado e a formação de professores. Bastos apresenta alguns fatores que contribuíram para a criação dos CEFET's, entre os quais citamos:

- a extinção dos cursos de engenharia de operação (citados anteriormente);
- a existência de excelentes instalações, equipamentos e recursos humanos nas escolas técnicas federais citadas e sua localização junto aos centros industriais do país;
- o fato destas escolas técnicas já serem autarquias, dispensando assim a criação de novos órgãos públicos, bem como levando-se em consideração a longa experiência destas escolas com o ensino técnico;
- a necessidade de formação de tecnólogos e engenheiros cujos conteúdos aprendidos devem exigir enfoques tecnológicos;
- otimização da infra-estrutura existente;
- a excelente oportunidade de com esses centros obter uma verdadeira integração do ensino tecnológico com o desenvolvimento e intercâmbio de conhecimentos técnicos ofertados de modo homogêneo entre os vários níveis de uma mesma área tecnológica.

Os Centros de Educação Tecnológica constituem uma modalidade de instituição especializada em Educação Tecnológica, e tem como finalidade formar profissionais nos vários níveis e modalidades de ensino, realizar pesquisas e desenvolvimento tecnológico de novos processos em entendimento com os setores produtivos e com a sociedade.

Os CEFET's não são apenas unidades de ensino técnico transformados em centros tecnológicos, são verdadeiros complexos tecnológicos com a missão de propagar através de seu modelo as profundas dimensões da Educação Tecnológica e da inovação que estão presentes no amplo contexto das tecnologias e dos novos modelos produtivos.

Segundo Bastos (1998b) a implantação do “modelo CEFET” na educação brasileira insere-se na busca de alternativas de uma Educação Tecnológica que procura atender o desenvolvimento sócio-econômico, em uma tentativa de preservar peculiaridades e respeitar tendências constatadas no meio e cultura do nosso país.

### **2.5.1 O CEFET-Pr**

O CEFET-Pr iniciou suas atividades em 1909, como a Escola de Aprendiz e Artífices do Paraná. Inicialmente as atividades eram compostas das seguintes oficinas: alfaiate,

marceneiro, sapateiro, serralheiro, seleiro e tapeceiro. Segundo Queluz (1995) a escolha destas oficinas deu-se pelo resultado do censo de 1900 o qual apontava estas profissões como sendo as que ocupavam maior número de empregados no setor industrial. Dois dos grandes objetivos da escola na época, consistiam em preparar mão-de-obra especializada para a indústria nacional e retirar das ruas os menores carentes.

Em 1978 transformou-se em Centro Federal de Educação Tecnológica do Paraná com Cursos Superiores de Tecnologia. A partir de 1990, com o objetivo de levar um ensino de qualidade ao interior do Paraná, iniciou as atividades nas unidades de Medianeira, Cornélio Procopio, Ponta Grossa, Pato Branco e Campo Mourão.

É considerado no sul do país e em todo o território nacional um centro de referência no ensino tecnológico. Como salienta Costa (2001, p.80),

No contexto da reforma educacional, a evidência da educação tecnológica e a conseqüente retomada do incentivo aos cursos superiores de tecnologia, encontram nos Centros Federais de Educação Tecnológica – CEFET’S a oportunidade de se consolidarem sob a reflexão das medidas de planejamento e implementação que apesar de estarem previstos na legislação educacional vigente, ainda, passam por inúmeras indefinições acerca de sua estrutura e organização curricular. (...) Os CEFET’S assumiram com muita propriedade a política do ensino tecnológico, implementando novos cursos superiores de tecnologia em diversas áreas emergentes do conhecimento. Entretanto, as indefinições, ainda, presentes nesse cenário provocaram um intercâmbio de diversos níveis entre os vários CEFET’S do país no decorrer da elaboração de suas propostas curriculares. Nesse processo as Instituições com maior experiência nessa modalidade de ensino tornaram-se referenciais, como é o caso do CEFET do Paraná.

Os principais objetivos do CEFET-Pr estão definidos no Artigo 4º, do decreto nº 2.406/97 que regula a Lei nº 8.948/94 do Ministério da Educação (MEC, 2001, p. 56), a qual dispõe sobre a instituição do Sistema Nacional de Educação Tecnológica. Estes objetivos são:

- oferecer cursos de qualificação, requalificação e reprofissionalização e outros de nível básico da educação profissional;
- oferecer ensino técnico, destinado a proporcionar habilitação profissional, para os diferentes setores da economia;
- oferecer ensino médio;
- oferecer ensino superior, visando a formação de profissionais e especialistas na área tecnológica;



- oferecer educação continuada, por diferentes mecanismos, visando a atualização, o aperfeiçoamento e a especialização de profissionais na área tecnológica;
- oferecer cursos de formação de professores e especialistas, bem como programas especiais de formação pedagógica, para as disciplinas de educação científica e tecnológica;
- realizar pesquisa aplicada, estimulando o desenvolvimento de soluções tecnológicas, de forma criativa, e estendendo seus benefícios à comunidade.

Diante das mudanças ocorridas no âmbito mundial, provocando variações no emprego de novas tecnologias, as quais alteram hábitos e valores que pareciam imutáveis, e da crescente participação brasileira no mercado mundial, tornou-se importante uma educação que vise a capacitação tecnológica. Os Cursos de Tecnologia do CEFET-Pr representam uma nova opção de Cursos Superiores, diferenciando-se dos cursos de engenharia, por serem mais direcionados, isto é, mais específicos em cada área e modalidade.

### **2.5.2 Cursos superiores de tecnologia do CEFET- Pr**

Os cursos superiores de tecnologia do CEFET-Pr , possuem o objetivo de formar um trabalhador pensante e flexível, preparado para o mundo das tecnologias avançadas. A qualidade na formação de profissionais, ligados a realidade tecnológica do mundo de trabalho, e sua rápida inserção no setor produtivo deverão possibilitar sua permanência neste, ao mesmo tempo em que poderá oferecer ao país profissionais qualificados e competentes. Em síntese, o perfil deste profissional privilegia as exigências de um mercado cada vez mais competitivo e mutante.

A educação profissional visa a preparação de profissionais como agentes transformadores, e os Cursos Superiores de Tecnologia apresentam-se como uma resposta a esta necessidade de transformação no ensino profissional. Estes, dão ênfase na formação geral do profissional e do cidadão, tendo como preocupação a ética, gestão e relações humanas, enfocando o trabalho com projetos e o trabalho em equipe. Também dão ênfase à integração da vida acadêmica à vida profissional, procurando trazer problemas do cotidiano do profissional para as salas de aula, preparando assim o estudante para o exercício da sua profissão.

Com forte base em ciências e matemática aplicada, a formação do tecnólogo visa um profissional com a capacidade de criar, inventar, e projetar soluções para problemas

encontrados no dia-a-dia. Caracteriza-se pela exigência de estudos e pesquisas constantes, as quais colaborarão para o desenvolvimento intelectual do estudante para recorrer a métodos para melhor exercer sua profissão. Assim, os Cursos Superiores de Tecnologia surgem como uma das principais respostas do setor educacional às necessidades e demandas da sociedade brasileira.

O CEFET-Pr conta hoje com 22 modalidades diferentes de Cursos Superiores de Tecnologia, distribuídas nas seis unidades de acordo com os perfis e características das regiões. Estes cursos são constituídos de dois ciclos, um primeiro ciclo generalista, enfatizando o conhecimento abrangente de cada área, e um segundo ciclo, especialista, específico de cada modalidade. Estas modalidades foram definidas de acordo com as necessidades do mercado no momento, as quais foram determinadas a partir de pesquisa referente à necessidade da região. Apresentam uma flexibilidade que permite sua criação e extinção à medida que a região exige. O primeiro ciclo é composto de três períodos de disciplinas e mais um período para estágio obrigatório. O segundo ciclo é constituído de mais três períodos de disciplinas específicas de cada modalidade e um período reservado para o trabalho de diplomação. O trabalho de diplomação é direcionado para o mercado de trabalho, onde o estudante deverá buscar um problema e solucioná-lo. Este estudo pode ser uma melhora de serviço ou uma melhoria de produto, caracteriza-se por ser um trabalho bastante prático e não apenas teórico, buscando inovações na área tecnológica.

Os Cursos Superiores de Tecnologia foram estruturados de forma que o aluno possa ser um gestor de conhecimentos e dirigir sua própria empresa, sendo necessário portanto, que tenha em sua formação noções de gestão empresarial. Sendo assim, possui em sua grade curricular uma porcentagem de 15% à 25% na área de gestão e administração empresarial, com a finalidade de desenvolver competências humanas e gerenciais. A base científica é de 30% à 40%, indispensável ao ensino superior, para a formação de profissionais com competências para compreender os processos tecnológicos e poder atuar efetivamente e a base tecnológica é de 35 a 45% com a finalidade de preparar o profissional para a atuação imediata na sociedade.

Algumas das disciplinas constantes nos Cursos Superiores de Tecnologia, são compostas por mais de um ramo de conhecimento, privilegiando assim a interdisciplinaridade e a relação existente entre alguns conceitos, exigindo também uma alteração na postura docente, enfatizando o trabalho em equipe do corpo docente e discente.

O desenvolvimento do nosso trabalho foi realizado na Unidade de Ensino de Cornélio Procópio - Pr do sistema CEFET-Pr, assim descreveremos a seguir esta unidade e seus cursos superiores.

### **2.5.2.1 A unidade de ensino de Cornélio Procópio do CEFET-Pr**

A unidade de Cornélio Procópio, iniciou suas atividades em 1993, com os cursos Técnicos em Eletrotécnica e Mecânica, e em 1998 começou a ofertar os Cursos de Ensino Médio. Em 1999, foram criados os Cursos Superiores de Tecnologia, os quais apresentam currículos estruturados em disciplinas teórico-práticas, atividades de laboratório, estágio supervisionado e trabalho de diplomação.

Nesta unidade de ensino, estão presentes os seguintes cursos, com suas respectivas modalidades:

**Tecnologia em Eletrotécnica** – modalidade: Automação em Acionamentos Industriais.

O Tecnólogo em Eletrotécnica, na modalidade acima citada, pode desenvolver as seguintes atividades, conforme CEFET (1998):

- analisar e apresentar soluções utilizando-se de dispositivos de automação industrial;
- projetar e executar sistemas de automação;
- exercer atividades de manutenção referentes aos sistemas automatizados;
- planejar, elaborar, executar, supervisionar e avaliar projetos de instalação e /ou manutenção elétrica;
- prestar apoio técnico quanto à compra, venda e utilização de produtos e equipamentos da área elétrica.

**Tecnologia em Mecânica** - modalidade: Manutenção Industrial.

Pode desenvolver as seguintes atividades:

- planejar, elaborar, executar, supervisionar e avaliar projetos de instalação e/ou manutenção industrial;
- prestar assistência técnica na compra, venda e utilização de produtos e equipamentos da área de Mecânica;
- prestar assessoria e serviços;
- implantar empresa própria.

**Tecnologia em Informática** – modalidade: Sistemas de Informação.

Conforme pode se verificar em CEFET(1998), o Tecnólogo em Informática, na modalidade acima citada, pode desenvolver as seguintes atividades:

- elaboração de projetos de software de pequenas e médias aplicações;
- analisar linguagens de computadores e os códigos de comunicação entre o usuário e a máquina;
- planejar, instalar, operar e manter sistemas de rede;
- desenvolver projetos de sistemas de informação;
- assumir chefia ou a organização de Centros de Processamento de Dados;
- elaboração de manuais.

Verificamos que estes cursos têm o objetivo de formar profissionais capazes de atuar no mercado de maneira eficiente não só em termos técnicos mas também como agentes capazes de decisão e transformação. Assim, cabe a todos os profissionais que estão ligados a esta instituição de ensino colaborarem para esta efetiva formação.

## **2.6 A MATEMÁTICA PRESENTE NOS CURSOS SUPERIORES DE TECNOLOGIA**

As discussões sobre a Educação Matemática no Brasil e no mundo, apontam para a necessidade de se adequar o ensino às novas tendências educacionais, as quais podem contribuir para a melhora do ensino e aprendizagem da Matemática. As recomendações sugeridas pela sociedade e pelos órgãos educacionais enfatizam um ensino que valorize o desenvolvimento do raciocínio, da capacidade de trabalhar em equipe e solucionar problemas, de compreender as tecnologias e de se adaptar a uma sociedade cada vez mais exigente e em mutação rápida.

O Cálculo Diferencial e Integral, com nomenclaturas diferentes devido a algumas diferenças em suas ementas e com ênfases diferenciadas em cada curso, está presente nos três cursos Superiores de Tecnologia da unidade de Cornélio Procópio do sistema CEFET-Pr, citados no ítem 2.5.2.1.

No Curso Superior de Tecnologia em Eletrotécnica, o Cálculo Diferencial e Integral está presente na disciplina de *Circuitos e Medidas* e no Curso Superior de Tecnologia em Mecânica na disciplina intitulada *Cálculo*, ambas ministradas no primeiro período dos cursos e com a seguinte ementa: funções, limites, derivadas e integrais. No Curso Superior de tecnologia em Informática, a disciplina *Fundamentos matemáticos da computação* também ministrada no primeiro período possui a seguinte ementa: Bases de numeração, noções de polinômios, funções, sistemas de equações lineares, álgebra matricial, noções de álgebra

vetorial, limites, derivadas, diferenciais, noções de integrais. Além destas disciplinas de Cálculo, cada curso possui outras disciplinas ligadas à Matemática.

É sabido que a Matemática é componente extremamente importante nos cursos de tecnologia. O Cálculo, juntamente com as demais disciplinas do curso ministradas no primeiro período, formam a base do desenvolvimento de conceitos importantes nestes cursos. Também é consenso que a Matemática tem sido uma das principais responsáveis pela reprovação e/ou desistência de muitos estudantes desde o ensino básico até o ensino superior:

(...)a insatisfação de alunos e professores sobre os resultados escolares nessa ciência, indica que existem problemas sobre sua prática de ensino e aprendizagem que precisam ser encarados. A Matemática tem sido trabalhada nas escolas como um amontoado de regras e procedimentos mecânicos a serem decorados e, oportunamente, utilizados. Trabalhados dessa forma seus conteúdos decorados não tem qualquer significado prático ou teórico para a vida dos alunos. (Bathelt, 2001)

Geralmente, no ensino da Matemática o professor apresenta ao aluno conteúdos estruturados e prontos, limpo de possibilidades de erros, como se fossem leis. Os conteúdos apresentam-se em sua forma final. Sendo assim, não cabe nesta “transmissão de conteúdos” uma abertura para discussões e opiniões divergentes sobre o conhecimento. Cabe ao aluno a função única de estar atento e “captar” os conteúdos apresentados pelo docente. Como salienta Bazzo, (2000, p.74) “As possíveis “perturbações”(os ruídos do processo comunicativo) que poderiam quebrar a seqüência da transmissão do conteúdo ficam assim afastadas, garantindo um fluir lógico das reproduções dos conhecimentos já estabelecidos.”

Tem-se assim, uma cultura, de que se o aluno não aprende desta maneira, deve ser por causa da falta de atenção dele e não por responsabilidade do professor, que está desempenhando legalmente seu papel. Entretanto é preciso que criemos possibilidade para que o aluno construa seu conhecimento com maior liberdade. Uma das indagações feitas pelos alunos, geralmente é sobre a falta de visão da aplicabilidade dos conteúdos matemáticos estudados, em sua vida acadêmica e futuramente em sua vida profissional.

Geralmente as disciplinas com conteúdo matemático, entre elas o Cálculo, são tratadas de forma independente das disciplinas específicas da área, provocando assim, a falta de visão de aplicação da Matemática em seu curso e possuem a característica da ênfase ser dada às

técnicas de resolução, não levando em conta a elaboração dos conceitos e ignorando as aplicações em cada área.

Além disso, as bibliografias utilizadas pelos professores de Matemática raramente trazem aplicações voltadas à área específica de Tecnologia. Aliando-se a isto, verificamos que a formação dos docentes de Matemática está voltada para Matemática pura, dificultando a visão da relação existente entre as técnicas matemáticas e suas aplicações. Biembengut (1997, p.11) salienta que “(...) a ausência de tópicos aplicados à área específica, nos livros de matemática, traz dificuldades àquele que ensina e àquele que deveria aprender, para uma melhor compreensão prática daquilo que está sendo exposto” e D’ambrosio (1986 p.63) completa afirmando que “...a formação do professor de ciências como um verdadeiro cientista, é muitas vezes deficiente(...) formado apenas em suas especialidades, o professor se refugia nelas, através da programação curricular das suas disciplinas, evitando qualquer divagação e análise vaga e imprecisa da realidade(...)”.

A falta de vivência nestas relações por parte dos docentes de Matemática, tem mostrado ao longo do tempo a dificuldade na compreensão e aplicação dos conteúdos teóricos matemáticos, por parte dos discentes, em seu campo profissional e na sua vida diária.

Para Vasconcelos (1996, p.42) “é necessário fornecer experiências que encorajem e permitam aos alunos dar valor à Matemática, ganhar confiança nas suas capacidades matemáticas, tornar-se *solucionadores* de problemas matemáticos, comunicar-se matematicamente.”

A simples memorização de conceitos matemáticos não garante o reconhecimento de uma situação problema e da aplicação dos conceitos necessários para solucioná-la. É importante desenvolver nos alunos a capacidade de aplicação dos conhecimentos matemáticos em situações do dia-a-dia, e mais do que isso, é preciso que os estudantes desenvolvam a capacidade de refletir acerca dos resultados destas aplicações.

Podemos observar em estatísticas, o fraco desempenho dos estudantes nas avaliações de matemática, o que nos leva a concluir que efetivamente os alunos não constroem o conhecimento a cerca dos conteúdos matemáticos. Isto denota que os métodos pedagógicos devem ser revistos, pois o que geralmente ocorre é a memorização de procedimentos em

detrimento da reflexão e da possibilidade da aplicação, acarretando a dificuldade na solução de problemas do cotidiano.

Ávila (1995, p.8), nos diz que: “O ideal é que o ensino proceda de maneira a justificar a cada passo, a relevância daquilo que se ensina. Cada novo tópico a ser tratado deve ser devidamente motivado, o que pode ser feito com formulação de problemas interessantes(...)”

O entendimento da Matemática, a visão da sua aplicação e a solução de problemas contribuem significativamente para a inserção e permanência do profissional no mercado de trabalho. Cabe ao professor de Matemática contribuir para que a Matemática oferecida nos cursos regulares auxilie o sujeito em sua vida profissional e social.

Levando em consideração a necessidade de pesquisas constantes no que diz respeito ao desenvolvimento e aplicação de alternativas pedagógicas nas aulas de Matemática, buscamos um embasamento fundamentado na Modelagem Matemática, com o intuito de servir como referencial teórico para os objetivos propostos neste trabalho. Tal referencial teórico encontra-se explanado no próximo capítulo.

---

## CAPÍTULO 3

---

### MODELAGEM MATEMÁTICA

#### 3.1 INTRODUÇÃO

Compreender os fenômenos da natureza e suas leis, realizar previsões dos comportamentos destas leis e construir conceitos que expliquem os fatos que nos rodeiam, tem sido uma das buscas constantes do homem, com o intuito de tomar decisões que possam favorecer a vida do ser humano.

Nesta busca, o homem encontrou uma poderosa ferramenta que contribui para a compreensão destes fenômenos: a *Matemática*, com a qual ele elabora modelos para representar situações concretas, muitas vezes impossíveis de serem analisadas na sua forma real.

Já é antiga a verificação de que a Matemática é um poderoso instrumento de análise e manipulação de fatos reais. Analisar situações do cotidiano construindo modelos matemáticos que permitam essa análise tem sido um dos objetivos da área que se convencionou denominar de Matemática Aplicada.

Segundo Chevallard (2001, p.50),

Um aspecto essencial da atividade matemática consiste em construir um modelo (matemático) da realidade que queremos estudar, trabalhar com tal modelo e interpretar os resultados obtidos nesse trabalho, para responder as questões inicialmente apresentadas. Grande parte da atividade matemática, pode ser identificada, portanto, com uma atividade de Modelagem Matemática.

Devido ao uso sistemático de conceitos matemáticos nas atividades de Modelagem Matemática, esta estratégia também tem sido utilizada como uma alternativa pedagógica para o ensino e aprendizagem da Matemática.

Neste capítulo, inicialmente apresentamos os conceitos de modelo e modelo matemático e o que se entende por Modelagem Matemática. A seguir trataremos da Modelagem Matemática e sua utilização no processo de ensino e aprendizagem da Matemática.

#### 3.2 MODELO E MODELO MATEMÁTICO

A capacidade do homem de pensar, questionar, investigar, analisar e criar, aliada aos conceitos matemáticos já convencionados, tem contribuído fortemente no estudo de



problemas diversos de seu ambiente. Para tanto, o homem utiliza representações que sejam capazes de explicar e interpretar os fenômenos em estudo.

Ao elaborar estas representações, o homem está modelando o fenômeno em estudo para melhor compreendê-lo. No âmbito da Matemática, o termo modelo é utilizado com frequência nos meios acadêmicos e é encontrado desde o início do desenvolvimento da Matemática, sendo empregado de diferentes formas. Neste trabalho, citamos alguns conceitos de modelo:

- D'Ambrósio (1986), reconhece um modelo como uma estratégia a qual oferece ao homem capacidade de exercer seu poder de análise da realidade.
- Granger (1969) considera um modelo como uma imagem que se forma na mente, no momento em que o espírito racional busca compreender e expressar de forma intuitiva uma sensação, procurando relacioná-la com algo já conhecido, efetuando deduções.
- Davis (1995) considera que a característica mais importante de um modelo é sua capacidade para imitar e prever fenômenos. Segundo este autor, a utilidade de um modelo é seu sucesso em imitar e prever o comportamento do universo.
- Na visão de Dolis (1989) os modelos podem ser considerados como aproximações da realidade, onde, através da supressão de detalhes dispensáveis, permitem a manifestação em forma generalizada dos aspectos fundamentais do mundo real.
- Para Hilgard (1973) um modelo representa uma série de relações matemáticas, físicas ou conceituais, que se mostram adequadas à compreensão e interpretação de um conjunto de dados.
- Para Bassanezi (1994) , quando se procura refletir sobre uma porção da realidade, na tentativa de entender ou agir sobre ela, o processo usual é selecionar argumentos ou parâmetros essenciais e formalizá-los através de um sistema artificial, ou seja, um Modelo.

Assim, um modelo pode ser entendido como uma réplica de um objeto real. É uma *representação simplificada* de uma situação concreta e é elaborado segundo algumas regras. Sua construção tem como objetivo a visualização e a compreensão da situação ou do objeto em estudo e a possibilidade de prever configurações futuras ou de situações semelhantes explícitas, baseadas nas hipóteses e nos objetivos admitidos para o estudo. Sua formulação não tem um fim em si mesmo mas visa resolver algum problema.

O uso da Matemática como linguagem simbólica conduz a uma representação da situação problema em termos matemáticos. Deste modo, um modelo matemático pode ser entendido como um conjunto de símbolos e relações matemáticas que representa uma situação, um fenômeno ou um objeto real a ser estudado. Os modelos matemáticos podem ser expressos através de gráficos, tabelas, equações, sistemas de equações, etc. (Bassanezi, 2002; Biembengut, 1999).

De acordo com Almeida (2002a) e Bassanezi (2002) os modelos matemáticos podem ser classificados de acordo com o tipo de Matemática utilizada e com a natureza das situações envolvidas. Deste modo, diferentes classificações para modelos matemáticos podem ser encontradas na literatura.

Uma classificação fundamentada em características das estruturas matemáticas do modelo é dada a seguir:

- Modelo Linear ou Não Linear: De acordo com as características das suas equações.
- Modelo Estático: Quando representa um objeto que não varia, como por exemplo a equação de uma circunferência, ou Modelo Dinâmico quando permite avaliar estágios da situação em estudo como por exemplo, crescimento de uma população, análise de consumo, temperatura, avanço de epidemias, etc.
- Modelo estocástico ou Modelo determinístico: de acordo com o uso ou não de fatores aleatórios. No caso de ser estocástico utiliza termos probabilísticos e é bastante usado nos dias de hoje. No caso determinístico supõe que existem informações suficientes em um determinado instante de algum processo para prever o futuro do sistema de forma precisa.

Segundo Burak (1987), embora os modelos matemáticos tenham sido usados durante toda a história da Matemática, foi no início das últimas duas décadas do século XIX que sua utilização se difundiu na comunidade científica dando origem à aplicações e estudos em diferentes áreas do conhecimento.

### 3.2.1 Modelagem Matemática

- Para D'Ambrósio (1986) o processo mediante o qual se definem as estratégias de ação do sujeito sobre a realidade é o que se denomina **modelagem**, isto é, o caminho de criação do modelo.
- Para Bassanezi (2002, p.16), a Modelagem Matemática “consiste na arte de transformar problemas da realidade em problemas matemáticos e resolvê-los interpretando suas soluções na linguagem do mundo real.”
- Berry e Houston (1995) chamam de Modelagem Matemática todo o processo de abordagem de um problema real, incluindo a formulação do modelo, cujo objetivo é a resolução do problema.

Assim, um conjunto de regras e procedimentos que guiam o modelador na obtenção de um modelo matemático que represente um problema extra-matemático, utilizando-se para isso de técnicas matemáticas, conhecimentos científicos, experiência e criatividade é o que denomina-se **Modelagem Matemática**.

O objetivo da Modelagem Matemática é solucionar ou representar por meio de um modelo um problema não-matemático. A Modelagem Matemática possibilita a aproximação de situações do cotidiano com a Matemática, a interpretação e a análise de vários fenômenos naturais e sociais. Ela é entendida como sendo uma atividade de construção, validação e aplicação de modelos de uma situação problemática, utilizando-se para isso conceitos matemáticos.

Como salienta Bassanezi (2002), modelagem permite a realização de previsões e tendências e é eficiente a partir do momento que tomamos consciência de que estamos trabalhando sobre representações de um sistema ou parte dele. Isto é, não estamos lidando com a situação real e sim com uma *representação* desta situação.

Para se elaborar e aplicar um modelo, é preciso que o modelador tenha um bom conhecimento matemático e tenha uma boa dose de intuição e criatividade. O conhecimento matemático apurado aliado à experiência e criatividade do modelador, colaboram para que este tenha uma

visão mais ampla da tendência dos dados, e consiga visualizar, mesmo que superficialmente, possíveis soluções para o problema em estudo.

### **3.3 MODELAGEM MATEMÁTICA NA MATEMÁTICA APLICADA**

A Matemática tem sido utilizada há muito tempo como instrumento para descrever os fenômenos do universo, servindo de suporte para a resolução de problemas das mais diversas áreas do conhecimento.

A Modelagem Matemática é uma forma bastante interessante de aplicar a Matemática para estudar problemas que não são essencialmente matemáticos. Deste modo, tem sido amplamente utilizada, especialmente na área que se convencionou chamar de Matemática Aplicada. A Modelagem Matemática constitui um método de pesquisa científica. A elaboração de modelos representa a expressão de uma hipótese científica que necessita ser avaliada e validada.

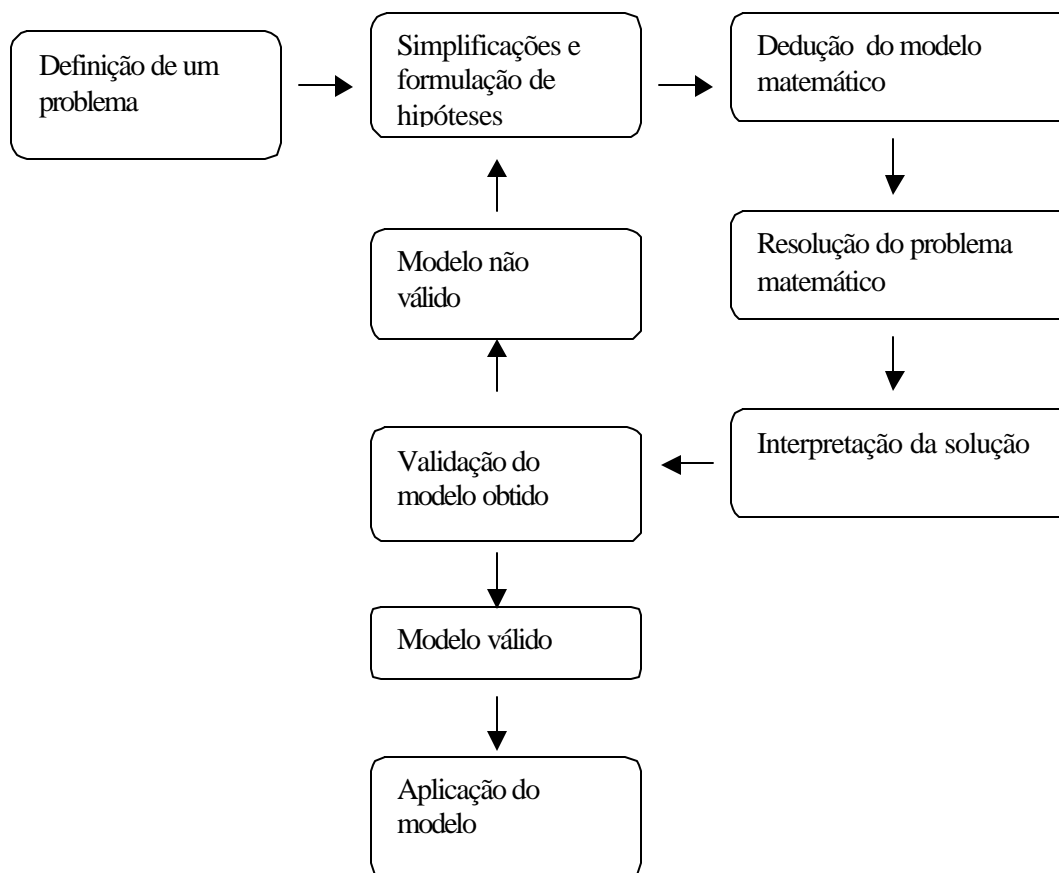
Sua utilização tem sido observada em diferentes áreas, como a física teórica, química teórica, biomatemática, ciências da computação, ciências sociais, ciências econômicas, arqueologia, lingüística, arquitetura e filosofia.

Bassanezi (2002) apresenta alguns pontos que destacam a importância da Modelagem Matemática quando é utilizada como método de pesquisa. Segundo este autor, com seu uso, é possível:

- estimular a construção de novas idéias e técnicas experimentais;
- obter informação em diferentes aspectos dos inicialmente previstos;
- propor prioridades de aplicações e eventuais tomadas de decisões;
- preencher lacunas onde existem falta de dados experimentais;
- compreender melhor a realidade;
- realizar interpolações, extrapolação e previsões;
- obter uma linguagem universal para compreensão e entendimento entre pesquisadores das diversas áreas do conhecimento.

A Modelagem Matemática é um processo dinâmico, onde, partindo-se de um problema real, associado a um conjunto de hipóteses, é obtido um modelo que forneça possíveis soluções para o problema. Como método de pesquisa, tem uma orientação metodológica a ser seguida.

Neste sentido, foram elaborados diferentes esquemas visando descrever as etapas pertinentes a um processo de Modelagem Matemática. Apresentamos na Figura 3.1 um destes esquemas.



**Figura 3.1: Etapas sugeridas para se realizar um processo de Modelagem Matemática**

**Fonte (Almeida, 2002a)**

Estas etapas podem ser explicadas como se segue:

**Definição de um problema:** O processo inicia-se com uma situação real e nela é identificada o problema a ser estudado. É uma fase importante pois é preciso definir com clareza qual o problema a ser estudado. Após o reconhecimento da situação a ser estudada deve-se realizar pesquisas sobre o tema e obter os dados necessários para sua solução. Estas pesquisas podem ser bibliográficas e/ou com profissionais da área.

**Simplificação e formulação de hipóteses:** Nesta fase os dados são examinados e selecionados de modo que preservem as características do problema. São selecionadas as variáveis que farão parte do estudo e aquelas que podem ser descartadas, isto é, é feita uma simplificação. Muitas vezes é impossível representar por meio de uma equação ou sistema de equações, um problema real exatamente como é, com todas as suas variáveis. Por esse motivo simplificações são necessárias.

É importante saber realizar a simplificação para que dados essenciais não sejam retirados. Mark Kac (1914-1983), um matemático polonês, citado em Bassanezi (2002, p. 29) dizia: “Se você não pode resolver o problema a que se propôs, então tente simplificá-lo. A única decisão é esta: você não deve simplificá-lo demasiadamente”.

**Dedução do modelo matemático:** Nesta fase substitui-se a linguagem em que se encontra o problema para uma linguagem matemática coerente. Intuição é importante nesta fase. Este modelo pode ser representado por fórmulas, gráficos, tabelas, equações, sistemas de equações, etc.

**Resolução do problema matemático:** é a fase em que, utilizando-se recursos da Matemática, procura-se uma solução do problema matemático formulado.

**Validação:** é a fase em que a aceitação do modelo encontrado é analisada. Assim, os dados reais são comparados com os dados fornecidos pelo modelo. Caso o modelo seja considerado não válido, deve-se retornar à formulação de hipóteses e simplificações e reiniciar o processo. O grau de aproximação é o fator decisivo na aceitação do modelo ou não. O grau de precisão do modelo varia conforme a sua aplicação. Segundo Davis (1995), a utilidade ou não de um modelo se dá levando-se em consideração o quanto é capaz de imitar ou prever o comportamento do universo. Se este for inadequado deve ser melhorado ou modificado. “É útil aquilo que satisfaz uma necessidade humana.” (Davis, 1995, p.85)

**Aplicação do modelo:** Caso seja considerado válido, o mesmo é utilizado para compreender, explicar, analisar, prever ou decidir sobre a realidade em estudo. Esta é a fase que possibilita o intervir, o exercitar, o manejar situações associadas à solução do problema.

Estas etapas não representam uma prescrição rigorosa, mas constituem uma seqüência de procedimentos norteadores que podem proporcionar maior êxito no estudo de problemas por meio da Modelagem Matemática.

Embora a Modelagem Matemática tenha sido consolidada como método de pesquisa, uma idéia bastante defendida pelos pesquisadores, especialmente nos últimos 20 anos, é a aplicação da modelagem como uma alternativa pedagógica para o ensino e aprendizagem da Matemática escolar. Neste sentido, nosso trabalho se encaminha na investigação sobre o uso da Modelagem Matemática na sala de aula.

### **3.4 MODELAGEM MATEMÁTICA COMO ESTRATÉGIA DE ENSINO E APRENDIZAGEM DA MATEMÁTICA**

A utilização da Modelagem Matemática no ensino tem sido objeto de pesquisa de muitos profissionais na área da Educação Matemática. Embora seja alicerçada na Modelagem Matemática em Matemática Aplicada, na Educação Matemática a modelagem assume perspectivas distintas. A sua aplicação no contexto escolar conduz a algumas mudanças quanto à organização dos trabalhos de modelagem e quanto aos objetivos da utilização da Modelagem Matemática.

O que se pretende aqui é mostrar que a Modelagem Matemática é uma alternativa para o ensino e a aprendizagem da Matemática, que pode proporcionar aos alunos oportunidades de estudar situações problemas de sua realidade e solucioná-las, despertando maior interesse e desenvolvendo um conhecimento mais crítico e reflexivo acerca dos conteúdos da Matemática escolar.

#### **3.4.1 Os caminhos da Modelagem Matemática na Educação Matemática**

A utilização da Modelagem Matemática como uma estratégia de ensino da Matemática nos diferentes níveis de ensino, é uma prática relativamente recente. O panorama que apresentaremos a seguir tem como base a tese de doutorado de Barbosa (2001).

No cenário internacional, a inclusão da Modelagem Matemática no ensino da Matemática retrocede às primeiras décadas do século XX. Nesta época, os matemáticos já discutiam diferentes modos de ensinar Matemática. Niss (1987) reconhece o movimento chamado utilitarista, que percebia a utilidade da Matemática para a ciência e a sociedade como a “razão de ser” do ensino. Nesta visão, as escolas davam ênfase às relações entre a Matemática e as outras ciências, apresentando-a concreta pelo uso de técnicas experimentais e aplicações. Este movimento não tinha outras intenções a não ser os aspectos matemáticos e técnicos referentes ao saber aplicar.

Nos anos seguintes, o movimento da Matemática Moderna veio moderar o discurso utilitarista. Não era um abandono das aplicações, mas os seguidores do movimento acreditavam que o domínio das estruturas matemáticas capacitariam as pessoas a abordarem

situações não-estruturadas, (Niss, 1987). Entretanto, na prática, a ênfase excessiva dada às estruturas matemáticas deixou em segundo plano as aplicações.

Em meados dos anos 60, os professores, alunos e educadores em geral, diante dos problemas que vieram com a modernização do ensino, passaram a exigir novamente a aplicabilidade da Matemática. Assim, as aplicações da Matemática adquiriram destaque, principalmente com a emergência da informática, e a Modelagem Matemática tornou-se intimamente ligada ao desenvolvimento econômico-tecnológico.

Inicia-se assim uma ação em defesa das aplicações e modelagem no ensino da Matemática. De acordo com Breiteig et al (1993), um marco histórico deste movimento deu-se no Simpósio de Lausanne em 1968, cujo tema era “Como ensinar Matemática de modo que seja útil”. Segundo estes autores, o simpósio salientou o uso das estruturas matemáticas na realidade como o maior objetivo do ensino da Matemática, entretanto isso não significava o uso e ensino de aplicações prontas, mas sim a aptidão para matematizar e modelar problemas e situações fora da Matemática. Neste momento enxerga-se o uso da modelagem ao invés de modelos.

Aliada à idéia de se usar modelagem em situações da vida diária, tem-se a crença de que com este processo os alunos aprendem mais e conseqüentemente interessam-se mais pela Matemática.

Neste cenário configurou-se um movimento internacional em prol da modelagem e em 1983 acontece o ICTMA-1 (1<sup>st</sup> International Conference on the Teaching of Mathematical Modelling and Applications -1<sup>a</sup> Conferência Internacional no Ensino de Modelagem e Aplicações Matemáticas), cujo tema foi “ O ensino de aplicações de Matemática através de Modelagem Matemática e o ensino de Matemática através de aplicações.”

No cenário nacional, o início do uso da Modelagem Matemática na Educação Matemática, deu-se através de um grupo de professores da UNICAMP (Universidade Estadual de Campinas – SP.) na década de 70. O método era utilizado na iniciação científica e em algumas disciplinas da Matemática Aplicada. Também no mesmo período alguns trabalhos realizados na PUC-RJ (Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro), procuravam motivar os alunos para o estudo da Matemática através do uso da Modelagem Matemática



como estratégia de ensino. No início dos anos 80, o movimento começa a tomar consistência com o professor Rodney Bassanezi (UNICAMP).

Em 1983, pela primeira vez realizou-se um curso de especialização para professores, no qual abordava-se alguns temas através da Modelagem Matemática. A partir de então, algumas iniciativas em cursos regulares foram sendo realizadas e a proposta do uso da Modelagem Matemática no ensino da Matemática estendeu-se para todos os níveis de escolaridade. Hoje a Modelagem Matemática é desenvolvida em vários contextos de ensino, entre eles, na iniciação científica, em cursos de aperfeiçoamento de professores e em cursos regulares.

De acordo com Gazzeta (1989), em projetos de iniciação científica que utilizam o processo de Modelagem Matemática, os conteúdos utilizados dependem essencialmente do tema escolhido. As etapas das pesquisas geralmente seguem a seguinte ordem: trabalham inicialmente com modelos clássicos com a finalidade de compreenderem o processo, a seguir propõem modelos alternativos ajustados a dados experimentais ou simulados e por último, criam modelos novos. Estas pesquisas oportunizam ao aluno o estudo e aplicações da Matemática em muitas áreas do conhecimento.

Em alguns cursos de especialização ou aperfeiçoamento de professores de todos os níveis de ensino, também tem sido aplicado o método de Modelagem Matemática.

Gazzeta (1989) em sua dissertação de mestrado relata os problemas básicos na formação de professores e suas expectativas e necessidades quanto aos cursos de aperfeiçoamento. Bassanezi (2002) por sua vez, relata sua experiência em especializações e cursos de capacitação de professores, como também apresenta um programa para cursos de aperfeiçoamento de professores, com suas justificativas, diretrizes para o planejamento, etapas de desenvolvimento do programa e alguns trabalhos realizados.

### **3.4.2 Modelagem Matemática em cursos regulares**

A Modelagem Matemática tem sido reconhecida como uma alternativa pedagógica na condução do processo de ensino e aprendizagem em cursos regulares submetidos à programas e cronogramas pré-estabelecidos. Almeida et al (2001), Araújo (2002), Bassanezi (2002), Barbosa (2001), Biembengut e Hein (2000), Ferruzzi et al (2002a), Ferruzzi et al (2002b) e Ferruzzi et al (2002c) são alguns dos trabalhos que tratam desta questão.

Além destes, podemos citar mais algumas teses e dissertações que apresentam atividades de Modelagem Matemática no ensino:

- no ensino fundamental e médio: Biembengut (1990); Burak (1987) e Martinello (1994)
- na formação de professores: Anastácio (1990) ; Burak (1992) e Gazetta( 1989)
- no ensino Superior: Biembengut (1997); Franchi (1993); Jacobini (1999) e Leal(1999).

De acordo com Skovsmose (2000) algumas observações tem evidenciado que o ensino da Matemática enquadra-se no “paradigma do exercício”, onde o professor apresenta idéias e técnicas matemáticas e em seguida os alunos trabalham com exercícios selecionados. Geralmente estes exercícios, constantes nos livros didáticos, tiveram sua formulação realizada por “uma autoridade externa à sala de aula” o que denota que a importância ou relevância dos exercícios não faz parte da aula.

Desafiar o paradigma do exercício, pode significar para alguns professores sair da “zona de conforto” para a “zona de risco” (Skovsmose, 2000). O movimento entre os possíveis ambientes de aprendizagem e a ênfase em um cenário de investigação<sup>1</sup> poderão levar à incerteza, que na visão do autor, não deve ser eliminada e sim enfrentada.

Os cenários de investigação trazem um desafio para o professor, pois este não pode prever as reações e questões expostas pelos alunos. Entretanto, a solução não é retornar à zona de conforto mas sim, ter habilidade para atuar no novo ambiente. Para Skovsmose (2000), realizar um movimento do paradigma do exercício para os cenários de investigação pode contribuir para afastar a autoridade presente nas salas de aula e levar os alunos a agirem em seus processos de aprendizagem.

Como observamos no Capítulo 2, a educação deve preparar o indivíduo para o exercício da cidadania, desenvolvendo a capacidade de interpretar e compreender o mundo em que vive,

---

<sup>1</sup> Um cenário de investigação, segundo Skovsmose (2000) é aquele que convida o aluno a formular e procurar explicações para questões. As práticas realizadas em sala de aula nesse cenário diferem das baseadas em exercícios e neste cenário o aluno é responsável pelo processo.

criando espaços para uma aprendizagem contínua, desenvolvendo a criatividade, a autoconfiança e a criticidade nos indivíduos. Para alcançarmos o desenvolvimento destas habilidades, entendemos que são necessários métodos de ensino que privilegiem estas habilidades, como também a resolução de problemas, o domínio dos conteúdos matemáticos, o trabalho em equipe e o reconhecimento do papel da Matemática na vida acadêmica, profissional e social.

### **3.4.2.1 Argumentos que justificam o uso da Modelagem Matemática no ensino**

Um dos objetivos do ensino da Matemática é preparar os jovens para atuarem de forma conhecedora e confiante em situações problemáticas do mundo real. A Modelagem Matemática é uma forma privilegiada de resolução de problemas advindos de fora do contexto da Matemática. Por outro lado, a matematização inerente à inúmeras atividades da vida dos cidadãos é amplamente reconhecida. Deste modo, justifica-se plenamente a preocupação em desenvolver nos alunos a capacidade de usarem a Matemática para uma compreensão mais eficaz das situações problemáticas que emergem do mundo que os rodeia.

Assim, são vários os argumentos que têm sido usados para justificar e sugerir cada vez mais, a criação de um espaço para introduzir atividades de Modelagem Matemática na estrutura curricular de Matemática.

Para Gustineli (1990, p.18), a utilização do processo de Modelagem Matemática no ensino de Matemática, é importante, pois:

- “É um processo de abertura onde se podem aprender, questionar e relembrar conceitos matemáticos;
- É um processo de abertura para compreender situações reais, do cotidiano;
- É um processo que funciona como uma motivação para surgir a aprendizagem, tanto da Matemática como também de outras áreas do conhecimento”.

Apresentaremos alguns argumentos que justificam o uso da Modelagem Matemática em sala de aula.

### *1 - O desenvolvimento de aspectos sociais*

Hoje parece evidenciar-se uma concepção de que "Aprender Matemática é construir relações matemáticas, negociar os significados matemáticos com os outros e refletir sobre a sua própria atividade Matemática" (Wheatley, 1992, citado em Fernandes, 2000). Levando em consideração esta visão da aprendizagem da Matemática, fortalecemos a nossa concepção de que a interação social tem um lugar importante na construção do conhecimento.

Segundo Fernandes (2000) através das interações com os outros, o indivíduo passa a dominar novos conhecimentos. O conflito gerado na interação dos indivíduos, pode beneficiar mutuamente as pessoas que encontram-se em um mesmo nível de desenvolvimento cognitivo, mas que entretanto analisam uma determinada situação com perspectivas diferentes.

O trabalho desenvolvido com Modelagem Matemática geralmente é realizado em pequenas equipes ou grupos de alunos, que constituem comunidades. Este tipo de atividade pode proporcionar o desenvolvimento do senso de responsabilidade, como também a auto estima, a cooperação e a criticidade sobre as suas atitudes e opiniões (e dos companheiros).

Deste modo, participar de uma comunidade, seja ela uma grande comunidade ou um pequeno grupo de trabalho, pode ser importante e útil para o aluno. Nestas comunidades são valorizadas qualidades sociais, tais como capacidade de negociar, de comunicar-se na linguagem do grupo, de partilhar responsabilidades e de trabalhar em equipe.

Para Dees (1991) em um trabalho conjunto, em grupo, as pessoas trabalham com objetivos iguais e geram um produto ou solução final comum, aprendendo assim cooperativamente. Neste tipo de atividade, os alunos verificam que só poderão atingir seus objetivos se todos os membros da equipe também atingirem os seus, ou seja, existem objetivos de grupo. Neste sentido, os alunos aprendem à medida que participam da construção da situação em que estão envolvidos. A legitimação dos resultados encontrados é feita no próprio grupo de estudo, através das discussões entre os seus elementos.

Segundo Davidson (1990), os problemas matemáticos mostram-se perfeitos para discussões em grupos, pois como as suas soluções podem ser demonstradas, os alunos podem apresentar aos outros a lógica de seus argumentos. Além disto, o trabalho em grupo pode auxiliar a

aprendizagem de diferentes formas de resolução de problemas, uma vez que possibilita esta discussão entre os membros, além de poder ajudar os outros componentes da equipe a compreender os conceitos mais básicos. Ao escutarem os outros, o aluno reavalia sua compreensão e também aprende a valorizar a opinião dos outros, pois às vezes uma maneira diferente de visualização, mostra-se mais eficaz na resolução do problema em estudo.

Na visão de Perrenoud (2000, p.31), “(...) se os alunos apropriarem-se dele (do problema), sua mente põe-se em movimento, constrói hipóteses, procede a explorações, propõe tentativas *para ver*. Em um trabalho coletivo, inicia-se a discussão, o choque das representações obriga cada um a precisar seu pensamento e a levar em conta o dos outros”.

Para Johnson e Johnson (1990), a resolução de problemas é uma atividade interpessoal - implica falar, explicar, discutir - e geralmente os alunos tendem a ter mais facilidade em exercer estas habilidades em pequenos grupos do que perante um grande grupo. Trabalhando com colegas, o aluno sente-se menos inibido para fazer perguntas. Segundo este autor, com o trabalho cooperativo os alunos tendem a estar motivados para estudar Matemática. Muitos problemas reais são complexos e trabalhando cooperativamente os alunos podem resolver problemas que estavam além das suas possibilidades individuais.

Sabendo que a comunicação matemática é um dos aspectos que devem ser trabalhados nas aulas de Matemática e que os alunos aprendem falando, ouvindo, expondo e pensando com os outros é que damos importância ao trabalho coletivo, pois ele oferece uma excelente oportunidade para desenvolver estas capacidades.

Levando em consideração que, segundo Almeida (2002a), Modelagem Matemática em sala de aula constitui uma atividade essencialmente cooperativa, onde a cooperação e a interação entre os elementos envolvidos (professor e alunos), possuem um papel importante na construção do conhecimento, defendemos o argumento de que as atividades de Modelagem Matemática desenvolvidas em sala de aula podem trazer benefícios de grande ordem para o processo de aprendizagem.

## *2 - Reconhecimento do papel da Matemática na sociedade*

Em uma sociedade tecnológica e da informação como a que estamos vivendo, a Matemática tem desempenhado um papel importante. Segundo Borba e Skovsmose (1997) a Matemática

tem sido utilizada como argumento para apresentar sugestões e soluções à problemas políticos e sociais. É encarada como a palavra final em virtude de dados estatísticos e resultados matemáticos, os quais muitas vezes são utilizados como base nas argumentações. Este poder de conter o argumento definitivo é sustentado pelo que Borba e Skovsmose (1997) denominam de “ideologia da certeza<sup>2</sup>”.

Neste contexto, é importante que todo indivíduo conheça e reconheça o papel importante que a Matemática tem na vida, seja ela no âmbito acadêmico, profissional ou social. Como salienta Niss (1992), “Se a Matemática é tão importante na sociedade parece natural que no ensino da Matemática se mostre o porquê e como”.

Blum (1991) considera que as aplicações matemáticas e a modelagem podem desenvolver um conjunto de competências gerais e atitudes nos estudantes, levando-os a desenvolverem a criatividade e tornando-os hábeis na resolução de problemas.

### *3 – Aquisição de conceitos matemáticos e suas aplicações*

As dificuldades encontradas pelos alunos no aprendizado da Matemática ultrapassam os limites do ensino fundamental e médio, chegando ao curso superior, onde muitas vezes essas dificuldades se agravam. Essa situação acarreta um alto grau de desistência e/ou reprovação nas disciplinas de Matemática e outras que necessitam dos conteúdos matemáticos. O não aprendizado da Matemática influencia sua vida acadêmica e profissional.

Apesar de muitas inovações estarem sendo feitas em sala de aula, ainda é possível encontrarmos uma maneira quase que comum de introdução de conceitos na disciplina de Matemática. Esta introdução geralmente é realizada partindo-se de definições e regras, seguido de exemplos e resolução de exercícios de aplicações constantes nos livros texto. Entretanto essa situação problema é em geral procedente de situações fictícias ou, de novo, do livro texto. Dificilmente estas situações motivam verdadeiramente os alunos. Esta seqüência de procedimentos, definição – regras – exemplos - aplicações, apresenta uma Matemática sem sentido para o estudante e inevitavelmente as perguntas do tipo “para que isso é importante?” aparecem com freqüência.

---

<sup>2</sup> Para ver mais sobre a ideologia da certeza, consultar Borba Skovsmose (1997).

Além disto, tem-se notado a dificuldade que o profissional possui em empregar os conceitos matemáticos na resolução de problemas do seu ambiente de trabalho. Neste ponto temos duas questões a considerar. A primeira é a deficiência na própria Matemática como relatamos anteriormente, e a segunda, é supor que o aluno tenha ultrapassado sem problemas o ensino da Matemática, isto é, adquiriu o conhecimento dos conceitos e técnicas matemáticas, no entanto, não consegue relacionar os conceitos matemáticos adquiridos com a resolução de um problema.

Se o aluno não teve a oportunidade durante a sua vida acadêmica, de participar ativamente da elaboração e solução de problemas, coletando dados, sugerindo hipóteses, encontrando a solução, este provavelmente não conseguirá solucionar os problemas encontrados no setor profissional. E grandes são os números dos problemas encontrados neste âmbito.

Assim, é preciso uma educação que valorize a resolução de problemas na sala de aula, mostrando onde e como aplica-se a Matemática, realizando experiências com situações problemas do dia-a-dia. Como salienta Tavares (1996, p.30), a aplicação de conceitos matemáticos em situações do dia-a-dia exige que essa capacidade seja desenvolvida e ainda que, devemos trabalhar em sala de aula com “verdadeiras situações problemas”, pois se utilizarmos somente situações fictícias, corre-se o risco de ocorrer o desinteresse total, pois o aluno assumirá que a Matemática não tem serventia alguma.

Segundo Niss (1989) uma atividade de Modelagem Matemática pode apoiar os alunos na aquisição e compreensão dos conteúdos matemáticos como também promover atividades e habilidades que estimulem a criatividade e a solução de problemas.

Neste contexto, Blum (1991) nos diz que as aplicações podem auxiliar o estudante na compreensão da própria Matemática, entender os conceitos, valorizando assim a Matemática. Defende que os conteúdos matemáticos podem ser motivados e tomar consistência através de exemplos apropriados de aplicação e enfatiza que a Matemática pode auxiliar o estudante na resolução de problemas e situações reais. Para tanto é necessário que o ensino da Matemática desenvolva o contato com tais situações, pois não é suficiente ter o domínio dos conhecimentos matemáticos para terem automaticamente capacidade para lidarem com situações extra-matemáticas.

Para Ponte (1992) a apresentação de novos conceitos a partir de situações reais, pode ser uma base concreta para desenvolver os conceitos, como também ter um importante papel motivador. Geralmente quando o aluno trabalha com a Modelagem Matemática, se envolve muito com a situação real estudada, procurando em primeiro lugar entendê-la, agindo como um investigador. Trabalhando situações reais, o aluno pode entender a importância da Matemática no seu dia-a-dia, vendo sentido no que faz e sentir-se motivado a conhecê-la melhor.

A preocupação com o baixo desempenho dos estudantes na própria Matemática é muito grande. Assim, uma das finalidades do uso desta metodologia é ampliar o conhecimento matemático, organizar o modo de pensar e agir matematicamente, despertar o interesse, a curiosidade e relacionar a teoria à prática. Deste modo, entendemos que o uso da Modelagem Matemática em sala de aula pode proporcionar uma maior compreensão dos conceitos matemáticos, aprimorar a capacidade de interpretação de situações e da aplicação dos saberes adquiridos em situações reais.

#### *4 - Desenvolvimento do conhecimento reflexivo*

A Matemática sempre desempenhou um papel fundamental na sociedade, e hoje, esse papel está mais evidenciado. Em função do desenvolvimento tecnológico, muitas decisões institucionais de natureza econômica, social ou política, que afetam a vida de muitas pessoas, são subsidiadas por ferramentas conceituais oriundas da Matemática.

Com base nestas constatações, Skovsmose (2001, p.80) afirma que “a Matemática está formatando nossa sociedade” e completa seu pensamento quando nos fala que a Matemática intervém na realidade quando nos oferece não apenas discussões de fenômenos, mas também modelos para a alteração de comportamento. Afirma ainda que agimos de acordo com a Matemática, e diante disto, entende que é necessário desenvolver uma competência crítica nos alunos que possa possibilitá-los a lidar com o desenvolvimento social e tecnológico que estamos presenciando.

Almeida (2002a) entende que este cenário nos leva a um questionamento sobre o sentido que a Matemática tem na vida dos indivíduos. Além de preocupar-se com o aprendizado da Matemática em si e saber utilizá-la para resolução de problemas cotidianos, é necessário que a educação capacite o aluno a interpretar e agir numa situação social e política estruturada



matematicamente. Essa forma específica de saber está relacionada com uma dimensão do conhecimento, chamada por Skovsmose de conhecimento reflexivo. Skovsmose (2001, p.16) afirma que o conhecimento reflexivo se refere “à competência de refletir sobre o uso da Matemática e avaliá-lo”.

Neste contexto, Borba e Skovsmose (1997), afirmam que ao conceber a Modelagem Matemática na perspectiva da interação matemática x realidade, aplica-se apenas parte dela. O sentido da modelagem pode ser mais amplo, quando percebemos que modelos matemáticos fundamentam nossas decisões à respeito da realidade.

Bassanezi (2002, p. 181) ao sugerir a Modelagem Matemática em cursos regulares, fala sobre a necessidade de “procurar um equilíbrio harmonioso entre a teoria e a prática, mostrando o valor intrínseco da Matemática, assim como sua plasticidade e beleza, enquanto ferramenta para outras áreas de conhecimento”. Neste sentido, as atividades de Modelagem Matemática podem tornar-se um ambiente propício para o desenvolvimento do conhecimento reflexivo.

Segundo Skovsmose (2001, p. 119), “em um processo de Modelagem Matemática, ocorre uma transição entre linguagens diferentes”. Uma primeira transição pode ocorrer quando um tema, ou situação da realidade é transformado em dados, em informações. A segunda transição ocorre quando esses dados e/ou informações são transformados, por meio de hipóteses simplificadoras da realidade, num modelo matemático. Essas duas transições, uma da linguagem natural para uma linguagem sistemática e outra de uma linguagem sistemática para uma linguagem algorítmica, são oportunidades a serem aproveitadas numa atividade de Modelagem Matemática para desenvolver no aluno o conhecimento reflexivo e ilustrar o poder de formatação da Matemática.

Blum (1991) considera que as aplicações como fonte de reflexão são componentes fundamentais para uma visão adequada da Matemática. Defende que a conexão entre a vida real e a Matemática originam matéria de reflexão, levando a uma consciência do papel da Matemática na sociedade. Assim, enfatiza a preparação para a vida real, como pessoas atuantes na sociedade, com habilidades para formar juízos próprios, reconhecer e compreender exemplos de aplicação de conceitos matemáticos.

O que se espera neste sentido, é que a interação entre a vida real e a Matemática proporcione uma reflexão a um meta-nível, levando a uma conscientização do lugar e do papel da Matemática na sociedade.

#### *5 - Os processos cognitivos desenvolvidos pelos alunos*

O uso da Modelagem Matemática no ensino possibilita uma integração entre os conceitos e suas aplicações, como também motiva o aluno ao aprendizado da Matemática.

De acordo com Franchi (1993), o conhecimento construído através dos modelos é um saber contextualizado e com significado. O aluno é agente desse processo de construção, onde ele observa, coleta dados, procura soluções e toma decisões.

Em aulas expositivas, onde o professor apresenta o conteúdo, não é oferecido ao aluno a oportunidade de construir os conceitos. Se o conceito for construído pelo aluno será facilmente resgatado quando necessário, uma vez que para construir este conceito o aluno utilizou sua estrutura cognitiva e a Modelagem Matemática propicia esta construção.

Procuramos, com o uso da Modelagem Matemática em sala de aula, o desenvolvimento de alguns aspectos cognitivos que consideramos importantes para o desenvolvimento dos alunos.

Carreira (1993) relata alguns aspectos cognitivos que foram desenvolvidos por seus alunos em uma atividade de Modelagem Matemática em sala de aula, e que vem de encontro com os nossos objetivos:

*Compreensão de situações extra-matemáticas:* A primeira ação dos alunos é procurar compreender a situação real com base nas informações sobre o problema. A partir das discussões entre eles, vão sendo criadas imagens mentais da situação apresentada, as quais fornecem pistas para a resolução do problema. Diante da situação, usamos o raciocínio e construímos uma representação. Para Fialho(2001), construir uma representação é sinônimo de compreender a situação.

*Atribuição de significados aos aspectos matemáticos:* Os alunos reconhecem as variáveis do problema, percebem como estas interagem e são capazes de expressar matematicamente estas relações.

*Aplicação de conhecimentos:* Os alunos sentem que a atividade de Modelagem é uma oportunidade de aplicação de seus conhecimentos e demonstram interesse pelas atividades.

*Introdução de novos conceitos:* A atividade permite a aplicação de conceitos vistos anteriormente como também a introdução de novos conceitos na elaboração ou aplicação dos modelos matemáticos.

*Elaboração de estratégias próprias:* Os alunos elaboram estratégias e métodos originais e adequados para solucionar seus problemas. Este aspecto é o que denominamos de pensamento estratégico, onde os alunos pensam e agem sobre suas estratégias, direcionando-as e ampliando-as se preciso. A curiosidade leva a investigação que conduz à descoberta que traz emoção. A emoção da descoberta é muito maior que da instrução (Fialho, 2001).

Com o uso da Modelagem Matemática podemos desenvolver no aluno a capacidade de interpretar, analisar e solucionar problemas oriundos de situações não matemáticas. No contato com as situações problemas da realidade e na tentativa de solucioná-las, o aluno desenvolve a capacidade de formular questões, construir e testar hipóteses, como também expressar-se matematicamente e oralmente. Visando a formação geral do indivíduo, procura-se estimular a pesquisa, desenvolvendo atitudes científicas, promovendo o desenvolvimento do pensamento crítico, da criatividade e da atitude ativa.

Neste sentido, Franchi (1993, p. 50), nos diz que o método de investigação, por si só se justifica, mesmo que o problema real abordado não esteja relacionado diretamente com a área profissional, pois os modelos construídos são as primeiras aproximações da realidade, com os quais os alunos estão lidando. O método proporciona o “desenvolvimento de hábitos de rigor, precisão, raciocínio dedutivo, manifestação da capacidade criadora e julgamento pessoal”, que proporcionam um entendimento da Matemática, além de ser útil “como forma de estudo e abordagem científica de outros tantos assuntos ligados a qualquer atividade que ele se dedique posteriormente em sua vida profissional”.

Ainda sobre este aspecto, Niss (1989) comenta que uma atividade de Modelagem Matemática pode tornar os alunos aptos para a realização de atividades de modelagem em disciplinas escolares e também em outros setores, como cidadãos no presente e no futuro.

Diante do exposto verificamos que com atividades de Modelagem Matemática em sala de aula o aluno pode observar a Matemática presente no dia-a-dia, estabelecer relação entre a Matemática e o mundo fora dela, desenvolver habilidades para aplicar os conceitos matemáticos para solucionar problemas e visualizar a aplicabilidade da Matemática escolar na

sua vida profissional como também no meio social e político em que vive. Ou seja, pode se tornar um sujeito crítico e reflexivo.

### **3.4.2.2 Como utilizar a Modelagem Matemática em sala de aula**

A literatura nos apresenta diferenças de opiniões sobre a maneira de se trabalhar com Modelagem Matemática no ensino. Essas diferenças geralmente giram em torno da organização e do objetivo da atividade.

Araújo (2002), nos relata que embora as perspectivas em relação ao trabalho de Modelagem Matemática em sala de aula variem de acordo com os pesquisadores, parece unânime a idéia de resolver um problema não matemático por meio da Matemática, aliado à preocupações com questões e objetivos de cunho educacional, como o contexto social, político e econômico dos alunos e do país, o desenvolvimento de habilidades individuais e coletivas e a comunicação e interação entre os alunos.

Observamos que a Modelagem Matemática sofre algumas alterações quando está inserida em um contexto de ensino e aprendizagem da Matemática. As questões relativas ao ensino e à Matemática do currículo escolar ocupam um lugar de destaque.

Quanto à organização das atividades, um dos aspectos levados em consideração é a escolha do tema ser feita pelos alunos, pelo professor ou em conjunto. Esta escolha depende do grau de familiaridade tanto do professor quanto do aluno com esse tipo de atividade. Inicialmente, os alunos podem não estar acostumados com a atividade de modelagem e assim, encontram dificuldades para definir o problema a ser estudado. No outro ponto encontra-se o professor que pode estar trabalhando pela primeira vez com o processo e sentir insegurança quanto à escolha dos alunos. Assim, nestas situações, o professor pode sugerir temas e/ou auxiliar na escolha do problema. No entanto, essa ajuda deve diminuir com o tempo.

O importante é lembrar que, a essência de um processo de Modelagem Matemática consiste na transposição de um problema real para um universo matemático. No entanto, quando o processo de construção e utilização de modelos se desenvolve na sala de aula, deve-se atribuir atenção especial ao cenário pedagógico. É possível então que alguns passos intermediários do fluxograma apresentado na Figura 3.1, sejam adequados para tornar os modelos matemáticos

apropriados para a sala de aula, em particular, quando se tem em vista criar oportunidades para que os alunos utilizem determinados conceitos matemáticos ou quando o professor pretende introduzir conteúdos específicos do currículo escolar.

Além disso, o processo de Modelagem Matemática na sala de aula é visto como uma seqüência de momentos que, apenas idealmente se sucedem em determinada ordem. Assim, esses momentos não podem ser assumidos como um percurso rígido e sim podem ser combinados ou mesmo omitidos em atividades desenvolvidas em sala de aula.

De acordo com Almeida (2002 b) em um ambiente de ensino e aprendizagem os trabalhos de Modelagem Matemática podem ser desenvolvidos de forma gradativa com os alunos, respeitando diferentes momentos:

*Momento 1:* abordar com todos os alunos, situações em que está em estudo a dedução, utilização, análise e exploração de um modelo matemático a partir de uma situação problema já estabelecida.

Assim, é realizada uma apresentação do processo, a qual é de suma importância. Este momento tem o objetivo de motivar o aluno ao uso da Modelagem Matemática no ensino. Deve-se apresentar a definição de Modelagem Matemática e de situações em que pode-se recorrer a ela com o intuito de solucionar algum problema. Neste momento é aconselhável que se apresente aos alunos modelos prontos que foram construídos com um objetivo bem definido. Entendemos que não é preciso utilizar-se de modelos sofisticados neste momento. Ao contrário disto, modelos mais simples podem aumentar o interesse dos alunos.

*Momento 2:* o professor sugere à classe uma situação problema já estabelecida, juntamente com um conjunto de informações, e os alunos realizam a formulação das hipóteses simplificadoras e a dedução do modelo durante uma investigação e, finalmente, validam o modelo encontrado para o problema em estudo.

*Momento 3:* os alunos, divididos em grupos, são incentivados a conduzirem um processo de modelagem a partir de um problema escolhido por eles, devidamente assessorados pelo professor. Neste momento a escolha do tema fica sob a responsabilidade dos alunos. O grupo já deve estar dividido em pequenas equipes a fim de que, em conjunto, a situação problema a ser estudada seja reconhecida. É adequado que cada equipe apresente sucintamente sua escolha ao grande grupo para que todos tomem conhecimento dos problemas que estão sendo investigados. Esse

compartilhamento parece-nos importante pois podem surgir idéias de pessoas alheias às equipes que auxiliem no encaminhamento e desenvolvimento do trabalho. Este fato tende a ocorrer, pois existe a possibilidade de alguém ter informações adicionais sobre os problemas em estudo.

Uma vez estabelecido o problema, os alunos procedem a coleta de informações e dados necessários para encontrar uma possível solução. Para tanto é bom, se possível, que se entreviste um especialista no assunto, como também visitas a locais onde o problema tem sua origem. Muitas vezes é neste momento que o aluno tem o primeiro contato com empresas e indústrias da sua futura área de atuação.

O processo de validação do modelo que pode levar a uma reformulação do modelo encontrado, leva o aluno a analisar, tomar decisões, discutir, descobrir, explorar, experimentar o novo. Um dos objetivos é fazer com que nossos jovens tornem-se mais críticos na análise e compreensão de fenômenos do cotidiano.

Após a validação, o trabalho desenvolvido deve ser apresentado na sua forma escrita seguida de uma apresentação oral para toda a turma. Conforme já mencionamos, a apresentação escrita enfatiza a organização e a capacidade de expressar-se matematicamente e a apresentação oral privilegia a desenvoltura, aprimora a capacidade de expressar-se e defender suas idéias, além de propiciar um excelente momento para demonstrar o que se aprendeu em termos de conteúdos matemáticos. “O professor deve provocar no aluno o desejo de que ele fale e analise como aconteceu o encaminhamento dos processos de pensamento ocorridos inicialmente ou durante a busca da solução”. (Gustinel, 1990, p.110). Se possível pode-se apresentar os trabalhos realizados a um grupo maior, isto é, para outras classes e/ou outros professores, com também para a comunidade escolar em eventos internos da Instituição. Essas apresentações colaboram com a educação do indivíduo socialmente, indo de encontro com os objetivos da educação tecnológica apresentada no Capítulo 2.

Este encaminhamento das atividades de Modelagem Matemática em sala de aula, embora não constitua uma prescrição rigorosa, tem-se mostrado bastante adequado na prática de sala de aula em diferentes níveis de ensino. À medida que o aluno vai percorrendo os “diferentes momentos” das atividades conforme a seqüência apresentada, a sua compreensão acerca do processo de modelagem, da resolução dos problemas em estudo e da reflexão sobre as soluções encontradas vai se consolidando.

Além disso, durante todo o desenvolvimento da atividade, cabe ao professor orientar as atividades. Ele pode visualizar juntamente com os alunos o que pode ser resolvido de imediato, o que necessita de mais informações, e o que deve ser resolvido primeiro, etc.

O desenvolvimento dos conteúdos matemáticos necessários para a construção de cada modelo deve ser realizado pelo professor quando se fizer necessário. Alguns conteúdos são específicos de um grupo apenas e pode ser lembrado ou ensinado apenas a este grupo, no entanto se o conteúdo for de interesse da maioria deve ser feita uma explanação para toda a sala.

Conteúdos constantes no programa podem ser, e seria ótimo que sempre fossem, necessários para a solução dos problemas propostos. E é neste momento que o professor apresenta para toda a turma o problema a ser resolvido e os conteúdos necessários para sua resolução, introduzindo assim os conteúdos previstos no programa.

### **3.4.2.3 Dificuldades encontradas no uso da Modelagem Matemática em sala de aula**

Toda mudança na postura docente, mudança na metodologia utilizada em sala de aula, apresenta barreiras que devem ser ultrapassadas. Geralmente o ser humano é cuidadoso quando depara-se com alguma modificação em seu cotidiano.

Mesmo diante de tantos argumentos a favor do uso da Modelagem Matemática no ensino, algumas dificuldades encontradas são relatadas por alguns pesquisadores. (Bassanezi, 2002; Franchi, 1993; Tavares, 2000; Barbosa, 2001).

Estas dificuldades devem ser do conhecimento de todos nós que desejamos trabalhar com modelagem, pois ciente destas, podemos procurar alternativas para superá-las. Apresentamos a seguir, algumas dificuldades relatadas por estes pesquisadores.

#### *1- Dificuldades institucionais*

Entre as dificuldades institucionais encontradas nas referências, ocupa destaque o cumprimento do programa. Tem-se observado que uma grande preocupação quando se fala em Modelagem Matemática no ensino é sobre o tempo gasto para implementar este processo e a extensão do programa de Matemática a ser cumprido em cada curso.

Este problema pode ser resolvido trabalhando-se em duas frentes. Primeiro, algumas etapas do processo podem ser realizadas em atividades fora do horário normal das aulas, em encontros com o professor ou em atividades independentes deste, como por exemplo, a pesquisa bibliográfica, a coleta de dados, a estruturação das atividades, os cálculos que não necessitam de conteúdos ainda desconhecidos, etc.

Uma outra possibilidade se encaminha na direção da fala de Skovsmose (2000) a respeito do “paradigma do exercício”. Neste sentido, grandes listas de exercícios repetitivos que visam “treinar” técnicas, podem ser substituídas por atividades de Modelagem. Neste caso, os estudantes estariam resolvendo exercícios que certamente contribuirão mais para o desenvolvimento do pensamento crítico.

## *2 - Dificuldades dos professores*

Entre as dificuldades mais relevantes destacamos:

- Alguns professores possuem dúvida quanto ao uso de aplicações e suas conexões no ensino de Matemática, isto é, consideram que as aplicações devem ser apresentadas em uma disciplina específica para tal e não no ensino da Matemática. (Bassanezi, 2002).
- A falta de conhecimento do processo, fazendo com que alguns professores não se sintam habilitados a desenvolvê-lo também é considerada um obstáculo para a implantação da modelagem no ensino.

Outro aspecto é o medo de se encontrarem em situações embaraçosas quanto às aplicações em outras áreas. Geralmente a formação acadêmica do professor de Matemática não dá ênfase às aplicações e conseqüentemente, em sua atividade profissional, o professor tem dificuldades em lidar com situações extra-matemáticas.

Bassanezi (2002, p.43) ainda salienta que uma grande dificuldade que tem observado quanto à adoção do processo, por muitos professores, é “a transposição da barreira naturalmente criada pelo ensino tradicional onde o objeto de estudo apresenta-se quase sempre bem delineado, obedecendo a uma seqüência de pré-requisitos e que vislumbra um horizonte claro de chegada...o cumprimento do programa da disciplina.”



Barbosa (2001) afirma em sua tese de doutorado que o professor tem um papel de destaque no processo de Modelagem Matemática no ensino, pois é ele um dos responsáveis pelo planejamento, organização e condução das atividades de ensino. Suas pesquisas confirmam o que Bassanezi relata, principalmente quanto a insegurança do professor, pois mesmo empolgados, muitos não implantam a proposta por sentirem-se inseguros no processo. Assim, Barbosa verifica a necessidade de oferecer aos futuros professores de Matemática, experiências com Modelagem Matemática, permitindo-lhes uma visão a respeito das aplicações e construção de modelos, objetivando minimizar esta insegurança. Diante disto o autor dá ênfase em sua tese de doutorado, à formação dos professores de Matemática<sup>3</sup>. Ainda sobre este aspecto, D'Ambrósio (2002) considera que a formação de professores deve focalizar uma Matemática integrada no pensamento e no mundo moderno e não ser um elenco de conteúdos geralmente desinteressantes, obsoletos e inúteis.

Outra dificuldade encontrada pelos professores é quanto à avaliação do discente. Em nossas pesquisas encontramos poucas referências sobre os critérios de avaliação das atividades de Modelagem Matemática no ensino. Um trabalho que aborda esta questão é a dissertação de mestrado de Franchi (1993), a qual trabalhou com Modelagem Matemática na disciplina de Cálculo Diferencial e Integral nos cursos de Engenharia. A autora nos relata que a dificuldade na avaliação dos alunos é real, pois é necessário atribuir-se nota individual e nas atividades de modelagem os trabalhos são realizados em grupos. A proposta apresentada por Franchi consiste em realização de provas para avaliar os conceitos e a capacidade de aplicar estes conceitos matemáticos na resolução de problemas e uma avaliação do trabalho desenvolvido durante as aulas. Outra referência quanto a avaliação encontramos em Biembengut & Hein (2000), que coloca algumas recomendações para avaliar os alunos quando se usa Modelagem Matemática. Para estes autores a avaliação pode-se dar em dois aspectos:

**Subjetivo:** Onde o professor avalia os alunos quanto à participação, interesse, assiduidade, cumprimento das tarefas, sociabilidade, capacidade de trabalhar em equipe e a criatividade. Assim, sob este aspecto será observado o desenvolvimento dos aspectos sociais citados em 3.4.2.1. Ainda na avaliação subjetiva, podemos observar o desenvolvimento dos trabalhos dos alunos, nos quais podemos analisar a qualidade dos questionamentos, o desenvolvimento da pesquisa, a obtenção dos dados, a interpretação e elaboração de modelos matemáticos, a adequação do modelo e a apresentação oral e escrita do trabalho. Nesta apresentação o

---

<sup>3</sup> Ver Barbosa (2001)

professor tem possibilidade de observar o conhecimento dos alunos em relação aos conteúdos do programa da disciplina bem como, o pensamento crítico e o conhecimento reflexivo acerca da matemática envolvida em seu estudo.

**Objetivo:** Com realização de provas, exercícios e trabalhos, podendo conter exercícios clássicos e resolução de problemas referentes aos modelos vistos ou análogos. Verificamos que estas duas referências à avaliação sugerem praticamente os mesmos critérios, isto é, uma união entre aspectos objetivos e subjetivos, realizados através de provas e observações do professor. Assim, entendemos que a avaliação deva ocorrer durante todo o processo, culminando com a apresentação oral dos trabalhos.

No entanto, esta é uma área onde novas pesquisas estão sendo desenvolvidas. A utilização de mapas conceituais, a identificação de características que denotem uma aprendizagem mais significativa e o levantamento de elementos que caracterizem a produção de sentidos dos alunos em relação à Matemática, são algumas das frentes de pesquisa que vêm sendo investigadas.

### *3 - Dificuldades dos estudantes*

De forma geral, o aluno está acostumado a ter o professor como responsável pelo andamento das atividades, atuando apenas como um sujeito que recebe informações. Em se tratando das atividades de Modelagem, o aluno precisa se tornar criativo e dinâmico para resolver problemas por ele descobertos.

Algumas dificuldades identificadas em Tavares (2000) podem ser assim sintetizadas:

*Compreensão do contexto das situações problemas identificadas.* A primeira dificuldade encontrada é a compreensão do enunciado. Geralmente os alunos estão acostumados a terem enunciados que não necessitam de interpretação para resolvê-los e de terem dados claros e suficientes no enunciado que indicam o método matemático que deve ser utilizado na resolução. Nas atividades de Modelagem os dados apresentam-se em um contexto que necessita ser explorado para serem identificados e os conceitos e métodos matemáticos não são identificáveis em uma primeira leitura. Como geralmente os alunos não estão acostumados a trabalhar em grupo, as leituras iniciais acontecem geralmente individualmente, o que também dificulta a compreensão do enunciado.

*Observação de condições ou dados importantes referidos no enunciado.* Aspectos e dados importantes do enunciado que podem auxiliar na solução, podem passar despercebidos pelos alunos, pois na maioria das vezes procuram apenas pelos dados numéricos. Mesmo após algumas leituras alguns dados não são percebidos pelos alunos.

*Dificuldades de identificação dos aspectos essenciais de uma situação e sua tradução em termos matemáticos.* Os alunos apresentam dificuldades em identificar na situação real, ou na situação problema, os conceitos matemáticos envolvidos para formalizar a situação, como também dificuldade de tradução para expressões matemáticas.

*Dificuldade em modificar o pensamento.* A primeira visão que os alunos possuem da situação raramente é modificada. Muitas vezes é necessária a intervenção do professor para que os alunos consigam modificar a primeira representação formada em sua mente.

*Domínio dos conceitos matemáticos.* O fraco domínio dos conceitos matemáticos acarreta dificuldades para identificar os conceitos matemáticos a serem utilizados na situação, o que muitas vezes impede a construção dos modelos matemáticos. Os conceitos matemáticos internos dos alunos, são as bases fundamentais para a construção dos modelos.

Além destas dificuldades, podemos observar também que, de forma geral, os alunos não conseguem identificar facilmente uma situação problema a ser investigada. E, uma vez realizada esta escolha, as dificuldades dizem respeito à identificação de variáveis relevantes, formulação de hipóteses e levantamento de dados. No entanto, uma das dificuldades claramente identificadas nos diferentes estudos, reside na identificação, pelo aluno, das ferramentas matemáticas adequadas para o estudo de cada problema.

O contexto estudado e apresentado até aqui nos conduz ao seguinte desafio: operacionalizar uma proposta alternativa de ensino tendo como base o referencial teórico de Modelagem Matemática apresentado neste capítulo, que vise possibilitar uma melhor compreensão da Matemática, seus conceitos, suas aplicações e que procure desenvolver o senso crítico e de responsabilidade nos estudantes. A aplicação desta proposta está descrita no próximo capítulo.

## CAPÍTULO 4

### APLICAÇÃO DE UMA PROPOSTA DE MODELAGEM MATEMÁTICA NO ENSINO TECNOLÓGICO

#### 4.1 INTRODUÇÃO

Após realizada a revisão bibliográfica referente a Educação Tecnológica e a Modelagem Matemática na Educação, apresentando experiências de vários pesquisadores, que se mostraram eficazes no contexto em que estavam inseridas e na ânsia de atender as nossas expectativas como docentes, tornou-se evidente a necessidade de uma investigação sobre o uso da Modelagem Matemática como uma estratégia de ensino e aprendizagem da Matemática nos Cursos Superiores de Tecnologia.

Para tal investigação foi necessário estabelecer um experimento prático onde fosse possível aplicar o embasamento teórico até então estudado.

Assim, a autora do trabalho em questão, embora afastada de suas atividades pedagógicas na Instituição, retornou com o intuito de viabilizar atividades que proporcionasse o uso da Modelagem Matemática no Ensino Tecnológico. O experimento desenvolveu-se no âmbito da disciplina de Circuitos e Medidas do primeiro período do Curso Superior de Tecnologia em Eletrotécnica do CEFET-Pr, onde desenvolveu-se uma seqüência de atividades fundamentadas nas etapas da Modelagem Matemática, descritas no capítulo 3, voltadas para o ensino de Cálculo Diferencial e Integral.

#### 4.2A DISCIPLINA DE CIRCUITOS E MEDIDAS

A disciplina de Circuitos e Medidas está alocada no primeiro período do Curso Superior de Tecnologia em Eletrotécnica do CEFET-Pr, e contempla os conteúdos de Cálculo Diferencial e Integral, de Eletricidade e de Medidas Elétricas, conforme apresentamos a seguir:

##### **Conteúdo de Cálculo:**

- Funções: definição de funções; notação; domínio, contradomínio e conjunto imagem; determinação do domínio e da imagem de uma função através de sua representação gráfica.

- Tipos de funções: função constante, identidade, do primeiro grau, do segundo grau, seno, cosseno, exponencial e logarítmica;
- Limites: noção de limites, propriedades, limites indeterminados, limites laterais, limites infinitos, limites no infinito;
- Assíntotas: vertical e horizontal;
- Funções contínuas;
- Derivadas: significado físico da derivada; significado geométrico da derivada; regras de derivação, regra da cadeia, aplicações de derivada;
- Diferencial;
- Integrais: notação, regras de integração, método da mudança de variáveis, integração por parte, integração de funções racionais, integral definida;
- Aplicações da integral definida: área, volume e aplicação em eletrotécnica;

**Conteúdo de eletricidade:**

- Eletrostática;
- Eletrodinâmica;
- Eletromagnetismo;
- Análise de circuitos elétricos

**Conteúdo de medidas elétricas:**

- Princípio de funcionamento de instrumentos analógicos;
- Medição de grandezas elétricas.

Esta disciplina possui uma carga horária de 10 horas/aula semanais, as quais são divididas entre os professores de Cálculo e de Eletricidade. A carga horária referente a parte de Cálculo Diferencial e Integral é de 48 horas/aula de um total de 160 horas/aula da disciplina.

Existe uma flexibilidade quanto à distribuição do número de horas/aula semanais que cada professor pode ministrar. Esta flexibilidade estabelecida entre os professores oportuniza a condução dos conteúdos de cada disciplina de acordo com a necessidade no momento, visando viabilizar a integração entre os conteúdos específicos de cada área.

Assim, de acordo com a necessidade de cada professor, muitas vezes, visando não interromper uma determinada atividade que necessita de um número certo de horas/aula, (uma atividade de laboratório, uma atividade de Modelagem em conjunto, etc) ou a necessidade de

adiantar determinado conteúdo visando a integração entre os conteúdos de cada área, um professor pode ministrar mais aulas semanais do que o outro. No caso do professor de Cálculo, isto pode acontecer até completar as 48 horas/aula como especificado anteriormente.

Diante desta flexibilidade, algumas vezes utilizamos 4, 5 ou 6 horas/aula em uma semana, compensando em outras semanas com 1 ou 2 horas/aula ministradas.

### **4.3 O PERFIL DOS ESTUDANTES**

A proposta foi desenvolvida com uma turma de 22 alunos do Curso Superior de Tecnologia em Eletrotécnica do período matutino. A faixa etária destes alunos está entre 18 e 30 anos.

Inicialmente, os alunos responderam a um Questionário sócio-cultural (Anexo 1) e um Pré-teste (Anexo 2) com o objetivo de determinar o perfil individual e do grupo.

#### **4.3.1 Perfil sócio-cultural dos alunos**

O resultado do questionário deu-nos o seguinte perfil da turma:

- 52% dos alunos não estavam trabalhando no momento da aplicação deste questionário o que nos viabilizaria a realização de atividades extra-classe.
- 26% dos alunos não possuíam acesso ao computador e mais 21% disseram possuir acesso apenas na escola, o que resulta em 47% dos alunos que não possuem acesso ao computador em casa. Isso é, quase a metade dos alunos não possuía o hábito de trabalhar com computador. Sabemos que a utilização de ferramentas computacionais auxilia a realização e desenvolvimento das atividades. Assim, com este diagnóstico vimos que deveríamos incentivar o uso desta ferramenta e na medida do possível auxiliar os alunos no entendimento de alguns softwares.
- O hábito de leitura não está muito presente neste grupo, sendo que 16% dos alunos relatam não ter nenhum hábito de leitura enquanto 26% dizem ler, em média, um livro por ano.
- Quanto ao hábito de realizar pesquisas 53% disseram não tê-lo;
- 100% dos alunos disseram considerar a Matemática importante para seu desenvolvimento acadêmico e profissional. Por se tratar de um curso de tecnologia é natural que estes alunos entendam a importância da Matemática em sua profissão.
- 42 % dos alunos eram repetentes nesta disciplina.

### 4.3.2 Diagnóstico sobre os conhecimentos matemáticos

Aplicamos este pré-teste com o objetivo de obter algumas informações a respeito do conhecimento matemático da turma. Os resultados encontrados são os que seguem:

- *Sistema de equações do primeiro grau*

58% dos alunos não conseguiram resolver o problema que envolvia um sistema de equações do primeiro grau. Estes alunos não conseguiram sequer montar o sistema;

- Equação do primeiro grau

95% dos alunos erraram ou não resolveram uma equação do primeiro grau;

- Equação do segundo grau

89% não conseguiram resolver uma equação do segundo grau;

- Potência de expoente fracionário

100% dos alunos não conseguiram resolver expressões com expoente fracionário;

- Potência de expoente negativo

95% não resolveram expressões com expoente negativo;

- Frações

89% erraram a adição de frações, 58% não acertaram a multiplicação de e 84% erraram a divisão de frações.

- Função do primeiro e segundo graus

89% não conseguiram fazer o gráfico de uma função do primeiro grau e 100% não construíram o gráfico de uma função do segundo grau.

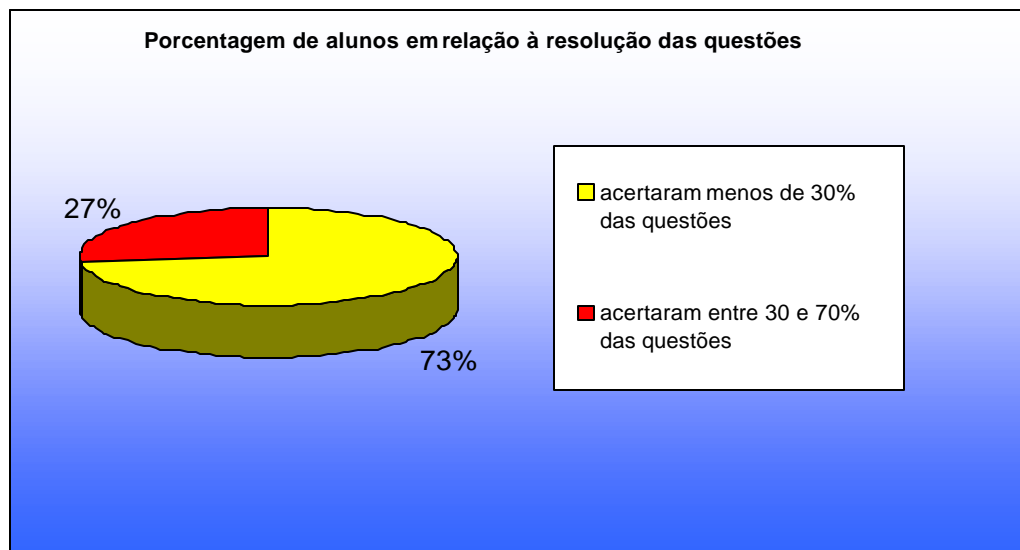
Em síntese, verificamos, que:

**73% dos alunos acertaram menos de 30 % das questões**

**27% dos alunos acertaram entre 30% e 70% das questões**

**nenhum aluno acertou mais de 70% das questões**

Este resultado está apresentado na Figura 4.1.



**Figura 4.1 – Porcentagem dos alunos em relação à resolução das questões**

#### **4.4 METODOLOGIA DESENVOLVIDA**

No primeiro dia de aula foram levantadas questões sobre a opinião dos alunos quanto à importância da Matemática, o papel do Cálculo na disciplina de Circuitos e Medidas, e sua importância no curso como também na vida profissional, acadêmica e social dos indivíduos.

Conforme vimos no Capítulo 3, é recomendado que a Modelagem Matemática no ensino aconteça de forma gradativa, sendo assim seguimos estas etapas propostas.

A primeira etapa sugere que se desenvolva com os alunos uma modelagem onde a situação problema e os dados são apresentados pelo professor e desenvolvida em conjunto. Diante disso, primeiramente desenvolvemos com os alunos uma atividade de modelagem conforme relatado no item 4.4.1 a seguir.

##### **4.4.1 Primeira atividade de modelagem: Desenvolvimento de uma atividade de modelagem matemática em conjunto professora e alunos.**

Esta atividade foi realizada em uma aula com duração de 3 horas/aula. Como o objetivo neste momento era de apresentar o processo de Modelagem Matemática para os alunos, foi desenvolvida uma modelagem que envolvia conceitos simples de Matemática, para que não perdessem a apresentação da estrutura.



**Desenvolvimento da atividade.**

Introdução do tema:

Com o objetivo de familiarizar os alunos com o assunto a ser desenvolvido, realizamos uma breve exposição sobre o tema: Resistência de um material condutor.

Uma linha elétrica é um conjunto constituído por um ou mais condutores e com os elementos de sua fixação ou suporte, destinada a transportar energia elétrica ou a transmitir sinais elétricos. Por exemplo: a linha que conduz energia elétrica da usina geradora até nossas casas e que distribui do transformador até cada ponto da casa.

Os condutores elétricos são os principais componentes destas linhas elétricas, uma vez que a eles compete o transporte da energia ou dos sinais elétricos. Um dos fatores importantes que é levado em consideração no planejamento de um projeto de instalação elétrica é a capacidade de condução da corrente.

Esta capacidade de condução da corrente é a corrente máxima que pode ser conduzida continuamente pelo condutor, em condições especificadas, sem que sua temperatura em regime permanente ultrapasse um valor especificado. Estas condições referem-se à temperatura ambiente, ao tipo de projeto ( industrial, residencial, etc).

**b) Definição do problema**

A definição do problema aconteceu em conjunto após discussão entre alunos e professora.

Como a resistência do fio provoca um efeito definitivo na intensidade da corrente que atravessa um circuito elétrico, é importante estudar qual a resistência correspondente em cada fio condutor de acordo com as particularidades do projeto. As cargas geralmente possuem um limite de segurança que determina a máxima corrente permissível. Assim, perguntamos: como a resistência é um fator importante para definir o tipo de condutor a ser utilizado em um projeto de instalação elétrica, que fatores alteram e como alteram a resistência destes materiais?

**c) Formulação do problema matemático**

Encontrar um modelo matemático que expresse a relação existente entre a resistência de um material condutor e suas características.

## d) Definição das variáveis

$R$  = resistência do material, medida em ohm  $W$

$r$  = resistividade do material, medida em ohm.mm

$A$  = área da secção transversal do fio condutor.

$l$  = comprimento do condutor.

## e) Resolução do problema

A partir deste problema realizamos uma discussão com os alunos, idéias e questões diversas surgiram sobre o que poderia alterar a resistência de um material condutor. Em consenso decidimos que primeiramente deveríamos verificar os tipos de fios condutores disponíveis no mercado. Neste momento explicamos aos alunos que existem vários fios condutores os quais são constituídos de diferentes materiais e que dependendo do projeto (o qual envolve também a distância entre os pontos de energia) é utilizado um tipo de condutor. Além disto apresentamos aos alunos alguns condutores que diferiam em relação a sua área da secção transversal (bitola).

Em seguida apresentamos a Tabela 4.1 que apresenta a resistividade de alguns tipos de materiais condutores à temperatura de 20°C. A resistividade é uma grandeza elétrica que indica a resistência elétrica de um corpo e é própria de cada tipo de material.

**Tabela 4.1 : Resistividade de alguns condutores**

Tipo	$r$ = resistividade (em ohm.mm)
Prata	$1,5 \cdot 10^{-5}$
cobre	$1,7 \cdot 10^{-5}$
alumínio	$2,6 \cdot 10^{-5}$
Níquel-cromo	$100 \cdot 10^{-5}$

Observamos que cada material possui uma resistividade própria e que provavelmente esta resistividade afetaria o valor da resistência de cada material. Neste momento indagamos sobre a possibilidade da área da secção transversal afetar ou não o valor da resistência de um fio condutor. A discussão foi interessante pois alguns alunos tinham a idéia de que “quanto mais largo” mais fácil de passar um fluxo, logo menor seria a resistência e exemplos diversos surgiram para “convencer” os colegas que tinham idéias diferentes.

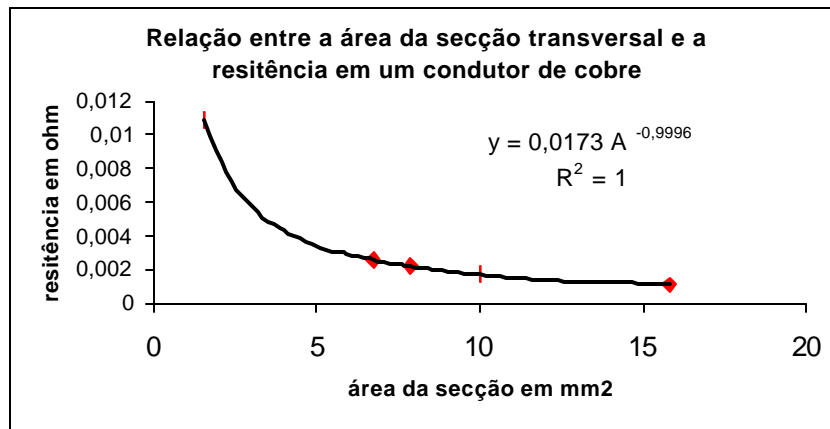
Apresentamos em seguida a Tabela 4.2, que mostra a relação entre a resistência de um condutor e sua área da secção transversal. Explicamos que estes valores foram obtidos através de um experimento com quatro pedaços de fios condutores do mesmo material, no caso o

Cobre, e do mesmo comprimento, isto é com 1 metro de comprimento cada, entretanto com bitolas diferentes.

**Tabela 4.2 : Resistência de um fio condutor em relação à área da seção transversal**

Área da seção em mm <sup>2</sup>	Resistência R em Ω
1,58	10,91*10 <sup>-3</sup>
6,7	2,58*10 <sup>-3</sup>
7,9	2,19*10 <sup>-3</sup>
10	1,73*10 <sup>-3</sup>
15,8	1,09*10 <sup>-3</sup>

De acordo com a Tabela 4.2, verificamos que a resistência é inversamente proporcional à área da seção transversal. Estes dados foram representados graficamente e ajustados com o auxílio da planilha de cálculo Excel, conforme apresentado na Figura 4.2.



**Figura 4.2- Relação entre a área da seção transversal de um fio condutor de cobre de 1 metro de comprimento e sua resistência**

Após o ajuste, encontramos a relação:

$$R = 0,0173.A^{-0,9996} \quad (4.1)$$

sendo  $A$  a área da seção e  $R$  a resistência do material.

Aproximando o valor do expoente (-0,9996) da expressão (4.1), encontramos a seguinte relação:

$$R = 0,0173.A^{-1} \quad (4.2)$$

o que nos fornece a expressão

$$R = 0,0173 \frac{1}{A}. \quad (4.3)$$

Para obtermos a expressão (4.3) revisamos os conteúdos referentes às propriedades de potenciação.

Em seguida, em discussão com a turma, chegamos à conclusão que este fator multiplicativo teria relação com o comprimento do fio e com a sua resistividade. Analisando então os dados de que dispúnhamos (valor da resistividade do cobre  $=1,7 \cdot 10^{-5}$  ohm.mm e do comprimento do fio utilizado  $= 1 \text{ m} = 1000\text{mm}$ ), observaram que se multiplicássemos esses valores encontraríamos o fator 0,017 o qual se aproxima muito do valor encontrado pelo modelo que é de 0,0173, logo concluímos que

$$R = \frac{r \cdot L}{A}. \quad (4.4)$$

Para este desenvolvimento foram revisados o sistema de unidades de medidas, seus múltiplos e sub-múltiplos e suas devidas transformações.

#### f) Validação do modelo encontrado

Explicamos aos alunos a importância da validação do modelo, isto é, a comparação entre os valores encontrados empiricamente e os valores encontrados através do modelo. Assim, apresentamos a validação do modelo (4.4) encontrado, conforme a Tabela 4.3.

**Tabela 4.3 – Validação do modelo encontrado**

A = área da secção transversal	R = valor encontrado experimentalmente	R = valor encontrado no modelo	% erro
1,58	0,01091	0,010759494	-1,38%
6,7	0,00258	0,002537313	-1,65%
7,9	0,00219	0,002151899	-1,74%
10	0,00173	0,001700000	-1,73%
15,8	0,00109	0,001075949	-1,29%

Notamos que o erro encontrado é inferior a 2 %, sendo um excelente resultado. Assim, encontramos um modelo matemático para determinar a resistência de um condutor em relação à resistividade do condutor ( $r$ ), ao seu comprimento ( $L$ ) e à área da seção transversal deste ( $A$ ).

#### Considerações sobre o modelo

Comentamos com os alunos que a temperatura pode influenciar na resistividade dos fios condutores. A resistividade dos condutores aumenta com a elevação da temperatura. Entretanto explicamos que os valores adotados para a resistividade apresentados na Tabela 4.1 são referentes à temperatura de 20° C. Caso a temperatura seja diferente, os valores da

resistividade serão diferentes. Assim pode-se utilizar este mesmo modelo, observando o valor da resistividade constante em manuais e livros técnicos.

Com este modelo respondemos a pergunta que nos motivou, isto é, os fatores que determinam a resistência de um condutor são a resistividade, a área da seção transversal e o comprimento desse condutor.

Assim, como o comprimento de um fio em um circuito elétrico é um valor constante para o tipo de projeto em questão (distância entre os pontos) e a resistência deve ser controlada, o que deve ser levado em consideração então, é o tipo do material e sua bitola.

Geralmente o Cobre é o condutor mais utilizado nas ligações elétricas devido a sua pequena resistividade, por ser mais resistente à corrosão e por ser mais econômico.

#### **Conteúdos matemáticos utilizados nesta atividade**

Os conteúdos necessários para esta atividade foram propriedades de potenciação, notação científica e as unidades de medidas. Durante esta atividade aproveitamos o momento para revisar alguns conteúdos que se mostraram necessários no diagnóstico realizado.

Observamos que foram introduzidos conceitos relativos à eletricidade, os quais fazem parte da disciplina de Circuitos e Medidas.

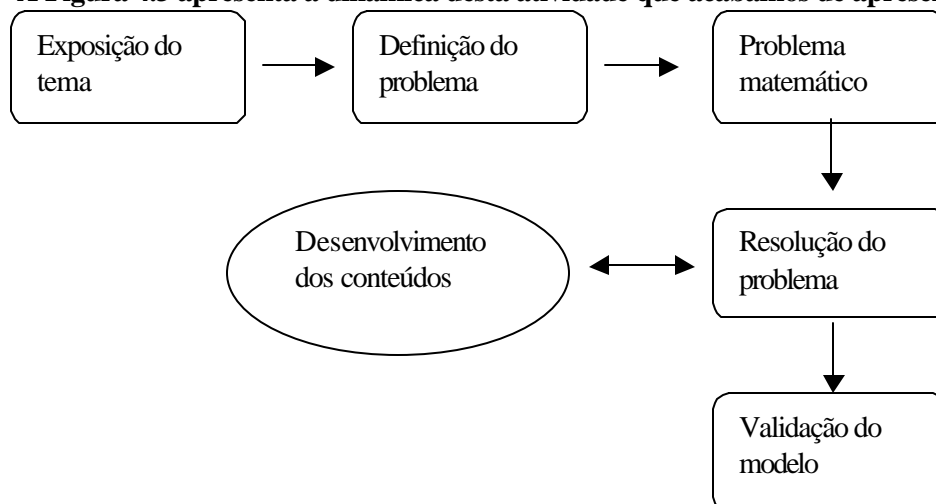
#### **Síntese da primeira atividade**

Esta atividade teve o objetivo de apresentar aos alunos a Modelagem Matemática e revisar alguns conteúdos que se mostraram necessários na análise do diagnóstico. Em síntese, esta atividade desenvolveu-se da seguinte forma:

- Exposição do tema: A exposição do tema, preparada por nós, possibilitou aos alunos a compreensão do problema a ser pesquisado.
- Definição do problema e formulação do problema matemático: Conduzimos a discussão em sala de aula de tal forma que os alunos tornaram-se participantes da definição do problema e da formulação do problema matemático.
- Resolução do problema: A resolução do problema foi realizada em conjunto. Para esta resolução foi necessária a revisão das propriedades de potenciação, unidades de medidas e notação científica.

- Validação do modelo encontrado: Foi realizada a validação do modelo encontrado e este foi considerado satisfatório.

**A Figura 4.3 apresenta a dinâmica desta atividade que acabamos de apresentar.**



**Figura 4.3: Dinâmica desenvolvida na primeira atividade de Modelagem Matemática**

#### **4.4.2 Segunda atividade de modelagem: uma atividade realizada em conjunto.**

Continuando nossas atividades, procuramos desenvolver um trabalho referente ao segundo momento citado em 3.4.2.2, para que o processo acontecesse de forma gradativa. Neste segundo momento, conforme comentado anteriormente, propomos o problema, no entanto, os alunos formulam suas questões e deduzem o modelo.

Esta atividade ocorreu em uma aula de 5horas/aula e teve nossa participação durante todo o seu desenvolvimento, no entanto, apenas como orientadora. O objetivo deste trabalho foi a introdução das funções do primeiro grau.

A aula foi desenvolvida em um laboratório onde foram disponibilizados alguns equipamentos elétricos a serem usados para a obtenção dos dados necessários. Os primeiros esclarecimentos sobre o desenvolvimento da atividade foram dirigidos à classe como um todo. Na segunda etapa os estudantes trabalharam em grupos. Para esta atividade a turma foi dividida em quatro grupos de alunos. No final, os grupos apresentaram os resultados obtidos para os colegas. Nesta atividade, além da modelagem realizamos atividades de investigação no transcorrer da resolução.

Sugerimos o tema e iniciamos a atividade com uma contextualização deste, com o objetivo de introduzir o problema a ser resolvido. Segundo Fonseca (1999) a fase de introdução da tarefa

é bastante importante pois tem uma dinâmica própria que influencia no sucesso do trabalho, especialmente se os alunos não estiverem familiarizados com este tipo de atividade. O tema abordado diz respeito à uma questão importante para os alunos deste curso: o funcionamento de um circuito elétrico.

### **Desenvolvimento da atividade**

#### **a) Introdução do tema**

Entregamos aos alunos um texto com uma fundamentação teórica sobre o que é e como funciona um circuito elétrico uma vez que os alunos já tinham conhecimento da importância deste conceito para estudantes de um curso de Tecnologia em Eletrotécnica. O texto entregue e discutido com os alunos é o que se segue.

Um circuito elétrico consiste em: uma fonte de energia, condutores e um dispositivo que utiliza energia elétrica da fonte para realizar algum trabalho. A corrente elétrica, que é um fluxo ordenado de partículas, é representada por  $I$  e sua intensidade, que é a quantidade de elétrons que em movimento ordenado passam, por segundo, em uma seção transversal deste condutor, é medida em ampères (A).

Em um material condutor, os elétrons circulam desordenadamente até que uma força externa seja imposta fazendo com que estes passem a ter um movimento ordenado (que é a corrente). Esta força externa é a tensão, cuja intensidade é medida em volts (V) e denotada por  $U$ . Quando o fluxo da corrente se dá sempre no mesmo sentido, temos uma corrente contínua.

Os dois fatores que determinam a quantidade de corrente que flui em um circuito de corrente contínua são a tensão e a característica de condução ou resistência da carga. A resistência é a capacidade que os materiais possuem de resistirem ou se oporem à passagem da corrente elétrica. O resistor é o componente do circuito que limita a passagem da corrente, ou seja, exerce a resistência. A resistência é denotada por  $R$  e sua unidade de medida é Ohms ( $\Omega$ ).

Assim, em um circuito fechado a tensão provoca o fluxo de corrente e a resistência se opõe a este fluxo. Logo, existe uma relação entre a tensão, a corrente e a resistência.

#### **b) Descrição do problema**

Durante toda a explanação do tema, os alunos questionavam sobre o funcionamento do circuito como também sugeriam algumas conclusões. Após esta discussão indagamos os

alunos com a seguinte questão: *Se existe alguma relação entre a tensão, a corrente e a resistência de um material, qual é esta relação? Qual é o modelo matemático que descreve esta relação?*

c) Formulação do problema matemático

Com esta questão, o objetivo da nossa atividade foi construído: encontrar um modelo matemático que estabeleça esta relação. Assim, a formulação do problema matemático associado ao bom funcionamento de um circuito elétrico de corrente contínua foi realizada pelos alunos de forma conjunta com a professora: *determinar um modelo matemático que descreva o comportamento da corrente que flui em um circuito, em relação à tensão aplicada e ao resistor do equipamento.*

d) Definição das variáveis

Definimos então nossas variáveis para a resolução do problema, sendo elas:

$I$  = corrente medida em Ampères (A)

$U$  = tensão aplicada, medida em Volts (V).

e) Definição do procedimento a ser utilizado

Após discussão entre os alunos, foi sugerido que se encontrasse um conjunto de dados que expressasse a relação existente entre a corrente e a tensão aplicada em um circuito fechado. Apresentamos então aos alunos quatro circuitos fechados: um ferro de passar roupas, um chuveiro com a chave ligada para funcionar no inverno, um chuveiro preparado para funcionar no verão e um secador de cabelos.

A escolha dos equipamentos ficou a cargo dos grupos, ficando cada grupo responsável para analisar e encontrar o modelo referente a um equipamento elétrico. As equipes foram assim divididas:

- Equipe 1: o circuito fechado considerado foi um chuveiro elétrico com o aparelho funcionando para o inverno;
- Equipe 2: o circuito fechado considerado foi um chuveiro elétrico com o aparelho funcionando para o verão;
- Equipe 3: o circuito fechado considerado foi um secador de cabelos;
- Equipe 4: o circuito fechado considerado foi um ferro de passar roupas.



Após a discussão entre os elementos dos grupos sob orientação da professora, sobre como proceder para encontrar este modelo, chegou-se à conclusão de que é necessário aplicar diferentes valores de tensão no equipamento e observar o valor da corrente respectiva.

f) Coleta dos dados

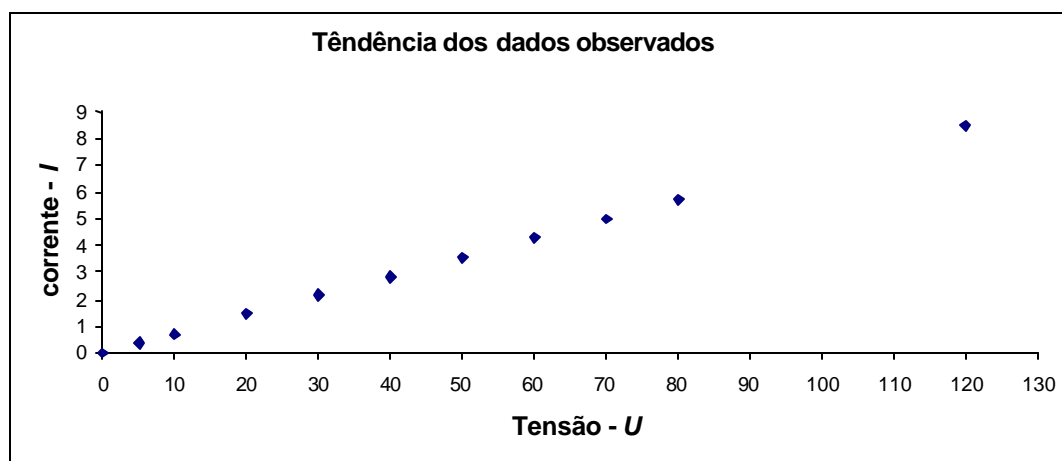
A partir deste momento, a atividade ficou sob a responsabilidade dos alunos, entretanto continuamos auxiliando as equipes quando necessário. Para a coleta destes dados os alunos utilizaram uma fonte de tensão, um amperímetro (aparelho utilizado para medir a intensidade da corrente) e um voltímetro (aparelho utilizado para medir a tensão). Cada equipe, aplicando diferentes tensões no equipamento, obteve um conjunto de dados a partir dos experimentos reais.

Descreveremos aqui as atividades do grupo 4, formado pelos alunos Adalberto, Ana Paula, Andréia, Érica e Fernando e cujo aparelho escolhido foi o ferro de passar roupas.

Aplicando diferentes tensões no equipamento, determinaram os dados conforme a Tabela 4.4. Estes dados foram representados graficamente como mostra a Figura 4.4, utilizando a planilha de Cálculo Excel.

**Tabela 4.4: Dados observados referentes ao ferro de passar roupas**

$U$	$I$
0	0
5	0,35
10	0,7
20	1,45
30	2,13
40	2,84
50	3,6
60	4,31
70	5
80	5,73
120	8,5



**Figura 4.4 – Tendência dos dados observados**

Esta representação gráfica utilizando a Planilha de Cálculo Excel foi possível pois ao lado da sala de aula em que o trabalho estava sendo realizado, existe um laboratório exclusivo para os alunos deste curso, os quais dirigiram-se a ele e plotaram os pontos. Algumas equipes fizeram a representação em papel milimetrado.

g) Resolução do problema

Após a coleta de dados e sua representação, os alunos solicitaram nossa ajuda para prosseguir o processo. Solicitamos então que analisassem os dados obtidos, a curva de tendência que estes dados estavam representando e chegassem a uma conclusão sobre um modelo que representasse estes dados.

Assim, para determinar a relação entre a tensão e corrente, analisando os dados da Tabela 4.4, os alunos iniciaram suas discussões que por vezes nos eram dirigidas e outras vezes ocorriam entre eles. Estas discussões foram gravadas e posteriormente transcritas para análise. Relatamos aqui uma destas discussões.

Ana: Professora, a corrente elétrica é proporcional à tensão aplicada no ferro. Aumentando a tensão a corrente também vai aumentar, não é?

Professora: O que significa isso matematicamente?

Como os alunos demonstram não ter entendido a pergunta, a professora apresenta algumas situações onde ocorre uma relação de proporcionalidade entre as variáveis.

Professora: Como é a relação de proporcionalidade existente?

Aluna: A tensão e a corrente são diretamente proporcionais. Se uma aumenta a outra também aumenta...

Professora: Tentem representar o que a Ana está falando.

Os alunos iniciam a discussão sobre o assunto.

Ana: Ela está falando da relação que existe entre a tensão e a corrente...

Adalberto: E como a gente vai saber isso?

Ana : Vamos ver...

Os alunos observam novamente a Tabela 4.4 e a Figura 4.4 e discutem entre si.

Fernando: Acho que precisamos saber como encontrar a corrente se a gente sabe o valor da tensão.

Adalberto: Professora... Você quer saber como a gente pode encontrar a corrente se temos o valor da tensão?

Professora: É isso mesmo...

Observamos com esta indagação, que os alunos possuem uma certa tendência a confirmar conosco o caminho que estão seguindo. Após esta confirmação, continuaram com a discussão.

Andréia: Então anota aí... Se a gente colocar 5 na tensão, a gente encontra 0,35 de corrente... Se a gente colocar 10 a gente encontra 0,7 de corrente...

Érica: Quer dizer, se mudamos a tensão, a corrente também muda. Se a gente aumenta uma a outra também aumenta...

Andréia: Se for 5 temos 0,35 ...

Fernando: Pegue o 10 que vai ficar mais fácil...

Andréia: Tá. Se a gente tem 10 na tensão encontramos  $I=0,7$ .

Ana: Acho que se multiplicar o 10...Espere aí... se a gente multiplicar o 10 por 0,07 dá o 0,7...

Fernando: E para os outros valores?

Ana: Deixa eu ver... Se pegarmos o 5 e multiplicarmos por 0,07 teremos 0,35... Deu certo.

Érica: E se for o 20? Vai dar 1,4 e o valor que temos é 1,45...

Adalberto: É, mas o professor de eletricidade já falou que os aparelhos não são tão precisos... podem ter erros pequenos.

Fernando: Tenta outro...

Ana: Vamos pegar o 70. 70 vezes 0,07 dá 4,9. Tá certo... a diferença é muito pequena, o erro é da precisão do aparelho...

Adalberto: Professora... Já sabemos. É só multiplicar a tensão por 0,07 que a gente encontra a corrente. Olha...(mostrando os cálculos)

Professora: Muito bem, então escrevam isso.

Ana: A corrente é igual a tensão vezes 0,07.

Professora: Substitua suas palavras por símbolos matemáticos, tem jeito?

Ana: Tem sim.  $I = 0,07 \cdot U$ . Tá certo?

Professora: Acho que sim. Vocês fizeram os cálculos certos, não é?

Ana: Fizemos. Dá uma diferença bem pequena...

Professora: A corrente depende da tensão... Escrevam isso.

Alunos: Assim professora:

$$I(U) = 0,07 \cdot U \quad (4.5)$$

Notamos que durante esta discussão, os alunos realizaram a validação do modelo informalmente. Este encaminhamento na definição do modelo deu-se de maneira diferente em cada grupo.

Em seguida, estabelecida esta relação cada grupo apresentou seu resultado para os colegas. Os grupos determinaram assim, os seguintes resultados:

Grupo1:  $I(U) = 0,32U$  ;

Grupo2:  $I(U) = 0,43U$ ;

Grupo3:  $I(U) = 0,011U$  ;

Grupo 4:  $I(U) = 0,07U$

O desenvolvimento do modelo de cada equipe foi realizado com sucesso até o momento. Entretanto tínhamos outro objetivo que era generalizar estes modelos. Para isso foi necessário que os alunos comparassem os modelos encontrados pelos quatro grupos. Assim, estando estes modelos no quadro questionamos a turma:

Qual a diferença entre as expressões encontradas?

Alunos: Cada uma tem um número diferente multiplicando.

O que vocês acham que originou esta diferença?

Alunos: Os aparelhos diferentes que nós usamos. Cada grupo tinha um aparelho, ou seja, um circuito diferente.

E o que existe de diferente em cada circuito?

Alunos: O resistor. Quer dizer, o valor da resistência de cada aparelho.

Então podemos concluir que

$$I(U) = k \cdot U \quad (4.6)$$

onde  $k$  é uma constante específica para cada aparelho.

Os alunos perceberam então que, como haviam pensado inicialmente, o resistor também influenciava no valor encontrado da corrente.

Continuamos indagando os alunos: Se  $k$  é uma constante específica de cada aparelho e vocês disseram que esta possui uma relação com o valor do resistor, então determinem a relação existente entre esta constante  $k$  e o valor do resistor do aparelho que vocês analisaram.

Diante disso cada grupo verificou o valor do resistor utilizado e encontrou o valor desta constante de proporcionalidade. No caso do grupo 4, o valor do resistor do ferro de passar roupas era de  $R=14,29\ \Omega$ .

Estabelecendo a relação entre a constante  $k$  e o valor do resistor de cada aparelho, o grupo 4 obteve os seguintes resultados:

$$k = 0,07 = \frac{7}{100} = \frac{1}{14,29} .$$

Como  $R=14,29$  temos:

$$k = \frac{1}{R} \quad (4.7)$$

Agora, substituindo (4.7) na expressão (4.6) os alunos encontraram a expressão:

$$I(U) = \frac{1}{R}U \quad (4.8)$$

que é o modelo matemático que expressa o comportamento da corrente em relação à resistência deste aparelho e à tensão aplicada. Este modelo é conhecido na literatura como Lei de OHM.

Assim, para o grupo 4 o modelo particular encontrado foi

$$I(U) = \frac{1}{14,29}U \quad (4.9)$$

#### h) Validação do modelo encontrado

Para avaliar se o modelo encontrado se ajusta aos dados observados, os alunos construíram a Tabela 4.5 utilizando-se para isso a planilha de cálculo Excel.

**Tabela 4.5 – Validação do modelo encontrado**

$U$	$I$ observada	$I$ encontrada no modelo	% de erro
0	0	0,0000	0,00000%
5	0,35	0,3499	0,02999%
10	0,7	0,6998	0,02999%
20	1,45	1,3996	3,47723%
30	2,13	2,0994	1,43802%
40	2,84	2,7992	1,43802%
50	3,6	3,4990	2,80694%
60	4,31	4,1987	2,58143%
70	5	4,8985	2,02939%
80	5,73	5,5983	2,29807%
120	8,5	8,3975	1,20611%

Comparando os resultados obtidos com os dados experimentais, notamos que o erro encontrado é pequeno. Assim, consideramos o modelo encontrado uma boa aproximação da realidade.

Novamente cada grupo apresentou seus resultados aos colegas. O diálogo estabelecido quando comparavam seus resultados foi muito interessante. Perceberam que mesmo usando aparelhos diferentes chegaram ao mesmo modelo genérico.

Para concluir, apresentamos aos alunos bibliografia onde puderam observar que a Lei de OHM foi estabelecida por Georg Simon Ohm em 1827 também a partir de experimentos.

### **Desenvolvimento do conteúdo matemático**

Com a finalidade de introduzir o conceito formal de função do primeiro grau, continuamos a atividade apresentando mais algumas questões aos alunos. Estas questões eram inicialmente iguais para todos os grupos, no entanto, de acordo com as respostas e com os diálogos entre os elementos de cada grupo, questões complementares se fizeram necessárias para que todos conseguissem expressar suas idéias. Apresentaremos a seguir as respostas dos grupos e as inserções que fizemos quando necessário. Estas perguntas foram entregues aos alunos e após as discussões foram respondidas por escrito.

Com base no modelo (4.8) e na Figura 4.4, as questões abordadas foram:

Pode-se unir os pontos representados na Figura 4.4? Por que?

Alunos: Sim, pois poderíamos ter dado outros valores para a tensão...

É possível estender o gráfico para valores negativos? Por que?

Alunos: Não, porque a tensão não tem valores negativos.

Professora: Tem sim, porém para este caso podemos considerar apenas a tensão não negativa.

Este gráfico representa uma função? Por que?

Alunos: Sim porque a cada valor que atribuímos à tensão encontramos um único valor para a corrente.

Qual é o domínio desta função?

Para responder esta questão os alunos nos questionaram.

Alunos: O domínio é a tensão?

Professora: Sim, o domínio é o subconjunto do conjunto dos números reais no qual estão contidos os valores que podem ser atribuídos à tensão.

Fernando: Professora, o domínio será de 0 até 120?

Professora: Você acha que deve começar no 0?

Fernando: Isso que eu queria saber

Professora: Então...qual é o domínio?

Fernando: Eu sei que começa com zero...

Ana: É, pois não pode ter valores negativos.

Professora. E onde deve terminar o domínio? No 120?

Fernando: Não, por isso, eu coloquei aberto...

Professora: Mas o que significa “aberto no 120” ?

Ana: Que 120 não faz parte do domínio...

Érica: Então como é que fica?

Ana: Vamos ver... Tem que começar no zero e tem que continuar depois do 120...

Érica: É tem que continuar... E até quanto?

Ana: Acho que podemos dar qualquer valor...até o infinito...né

Fernando: É mesmo... até infinito...

Professora: Isso...

Fernando: De zero fechado até infinito; Representando isto matematicamente:

Domínio:  $[0, +)$

Com esta discussão, observamos que os alunos sistematizaram o conceito de domínio de funções.

Analisando a Figura 4.4, que tipo de gráfico se ajusta a estes dados?

Alunos: uma reta.

Diante desta resposta, questionamos: Que tipo de função é uma reta?

Houve um momento de grande discussão, eles não conseguiam expressar o que estavam querendo dizer.

Érica: é constante.

Professora: O que é constante?

Érica: A reta.

Professora: Você está me dizendo que esta função é constante?

Ana: Não, se fosse constante seria assim...(Mostra que seria paralela ao eixo da tensão)

Érica: O aumento é igual professora...

Adalberto: O Crescimento é igual.

Professora: Que crescimento?

Ana: A relação da tensão com a corrente. Se aumenta a tensão a corrente também aumenta. E é quase igual, olha...Mostra que cada vez que ela aumenta a tensão em 10 volts, a corrente aumenta 0,7 unidades aproximadamente.

Ocorreram então várias discussões entre os alunos. Algumas vezes solicitaram nossa ajuda , mais no sentido de confirmar o que estavam respondendo do que para pedir explicações. Nota-se que esta procura do aluno parece estar vinculada à tentativa de responder a questão da “maneira como o professor quer”. Segundo Bazzo (2000, p. 121):

(...) em qualquer questionário ou prova, as perguntas dos alunos, solicitando esclarecimentos adicionais, parecem muito mais ter o objetivo de especular sobre qual a resposta esperada ou qual seria o contexto lógico da pergunta, o que também permitiria desvendar o caminho mais apropriado para a resposta. Parece que o aluno percebe na própria entonação ou no próprio contexto o tipo de padrão utilizado pelo professor, além da essência do conteúdo do próprio discurso, e tenta dar respostas às perguntas formuladas de acordo com essa sua percepção.

Procuramos não interferir nas respostas, reforçando sempre que era preciso que eles explicitassem seus próprios pensamentos, sem respostas prontas. Assim, o auxílio, quando solicitado, era no sentido de orientá-los para a forma adequada de representarem suas idéias.

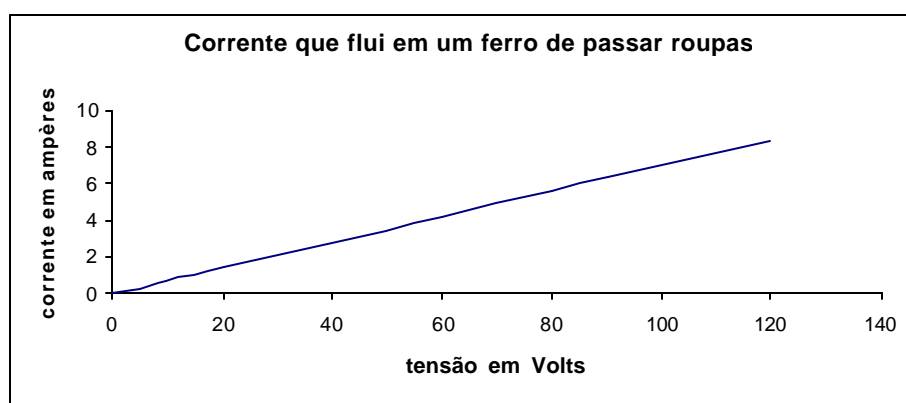
Com esta discussão, os grupos concluíram que o gráfico deveria ser uma reta e que as funções encontradas representavam retas. Neste momento apresentamos o conceito formal de função do primeiro grau, definindo-se coeficiente linear e angular como era nosso objetivo.



A seguir cada grupo determinou o coeficiente angular e linear de sua função linear. Com a exposição no quadro dos modelos encontrados pelos grupos, os alunos observaram então que a diferença entre as equações das retas dos quatro grupos, era o coeficiente angular.

Questionados sobre o que acontece com a corrente que atravessa o circuito, quando variamos a tensão em uma unidade, cada grupo chegou às suas conclusões e o grupo 4, cujas respostas estamos relatando, concluiu que “variando em uma unidade a tensão ocorre uma variação de 0,07 unidades na corrente.”

A representação gráfica da função linear encontrada (Lei de Ohm), para o ferro de passar roupas é então efetuada conforme apresentada na Figura 4.5. Alguns grupos novamente usaram a planilha Excel outros fizeram no papel milimetrado.



**Figura 4.5: Representação gráfica da corrente que flui em um ferro de passar roupas**

### **Um pouco mais de conceitos**

Para estabelecer uma reflexão sobre a influência do valor da resistência do ponto de vista matemático, avançamos ainda mais na análise do modelo (4.8) obtido. Assim, diante dos modelos encontrados e dos conceitos apresentados sobre resistência, corrente e fontes de tensão, estabelecemos o seguinte diálogo com os alunos.

### **O que acontece com o circuito se deixarmos o valor da tensão constante e variarmos o valor da resistência?**

Os estudantes verificaram que, permanecendo a tensão constante, quanto maior o valor da resistência deste aparelho, menor a corrente que o atravessa.

**O que acontece com o circuito, se o valor desta resistência for muito pequeno? Este valor pode ser zero?**

Os alunos concluíram que a resistência não pode ser nula. No entanto, pode ser muito pequena e, neste caso, a corrente será muito alta.

Para dar um significado matemático às expressões “muito pequena” e “muito alta” introduzimos a noção de limite escrevendo:

$$\lim_{R \rightarrow 0} I = \lim_{R \rightarrow 0} \frac{U}{R} = \infty \quad (4.10)$$

Agora, observando o modelo (4.8) encontrado, o que devemos fazer se precisamos de uma corrente maior?

Os alunos respondem que devemos diminuir o valor da resistência, isto é, devemos tomar outro resistor.

E se o valor da resistência for muito grande?

Os alunos observam que para um valor muito grande de R, mantendo a tensão constante, a corrente ficará muito pequena.

Em linguagem matemática temos:

$$\lim_{R \rightarrow \infty} I = \lim_{R \rightarrow \infty} \frac{U}{R} = 0 \quad (4.11)$$

Então, o que devemos fazer se queremos que a corrente seja menor?

Alunos: Temos que trocar de resistor também. Devemos usar um resistor de maior valor.

Com esta discussão finalizamos o processo. Esta atividade foi realizada em um dia de 5 horas/aula conforme foi comentado anteriormente, entretanto os trabalhos escritos só foram entregues mais tarde, pois os alunos solicitaram que a entrega fosse feita outro dia pois gostariam de “passar a limpo” o trabalho.

Com a entrega destes trabalhos diagnosticamos a deficiência dos alunos em relatar um trabalho, bem como a estética e erros de linguagem. Algumas etapas eram suprimidas o que fazia com que o leitor não entendesse o andamento do trabalho, como também omitiam as operações, colocando apenas os resultados. Diante disto nos reuníamos com as equipes, onde

apresentamos as falhas do trabalho escrito e solicitamos que fizessem as devidas correções. Este momento foi aproveitado para desenvolver nos alunos o hábito de relatar formalmente um trabalho.

### **Conteúdo matemático desenvolvido**

Com esta atividade, desenvolvemos o conceito de função do primeiro grau e introduzimos o conceito de Limites. A partir daí desenvolvemos os conceitos de funções do segundo grau e constante sem o processo de modelagem. Conteúdo de eletricidade desenvolvido: Lei de OHM.

### **A diferença entre a primeira atividade e a segunda atividade**

Esta segunda atividade de modelagem havia terminado quando cada grupo, à sua maneira, encontrou o modelo que representava cada equipamento. As atividades seguintes foram complementares ao nosso trabalho, onde utilizamos investigação matemática.

Na primeira atividade de modelagem (item 4.4.1) a qual denominamos de *primeiro momento* (item 3.4.2.2), realizamos a resolução do problema em conjunto com os alunos. Nesta segunda atividade, a qual denominamos de *segundo momento* (item 3.4.2.2), a resolução do modelo ficou sob a responsabilidade dos alunos.

Após estas duas atividades de modelagem chegou a hora de realizarmos o *terceiro momento* (item 3.4.2.2). Solicitamos aos alunos que procurassem um problema da área de atuação que gostariam de desenvolver em nossas atividades.

As conversas sobre os problemas foram ocorrendo em sala de aula como também em encontros casuais pela instituição. Durante a semana que se passou, muitas vezes os alunos dirigiram-se à nossa sala para conversar sobre o que estavam pensando em trabalhar. O contato via e-mail também foi muito utilizado e significativo. Dúvidas, comentários e sugestões também foram feitas utilizando-se mais esta ferramenta tecnológica. Este contato foi muito importante porque permitiu uma maior aproximação com os alunos, levando-nos a conhecer cada um, suas dificuldades, seus anseios, sua dedicação e interesse.

### **3.4.3 Terceira atividade: desenvolvimento de uma atividade de modelagem pelos alunos**

Continuando nossas atividades gradativamente, esta terceira atividade refere-se ao terceiro momento citado no item 3.4.2.2, onde os alunos são os responsáveis por todo o processo. Esta etapa difere das anteriores, onde o professor sugeria o tema a ser estudado.

As atividades foram sendo desenvolvidas e, à medida que os conteúdos foram se mostrando necessários foram sendo introduzidos. As atividades referentes à modelagem aconteciam no horário da disciplina e fora do horário desta. No horário da disciplina deixamos alguns horários disponíveis para as discussões entre os elementos dos grupos e para monitoria. Além destes horários, nos reuníamos com os alunos uma vez por semana, sendo que cada grupo tinha um horário próprio marcado com antecedência.

Nestas reuniões geralmente os grupos apresentavam o desenvolvimento dos trabalhos, solicitavam nosso auxílio no sentido de solucionar o problema quando não conseguiam chegar a um denominador comum dentro do grupo. Utilizávamos as idéias do grupo sempre que possível e quando entendíamos que este caminho podia chegar à solução.

Os grupos apresentaram os seguintes temas para o trabalho:

*GRUPO 1:* comportamento da Temperatura no interior de um forno elétrico.

*GRUPO 2:* comportamento de um Capacitor, sendo este um elemento fundamental em circuitos elétricos.

*GRUPO 3:* consumo de Energia Elétrica do Paraná, verificando o comportamento desde consumo.

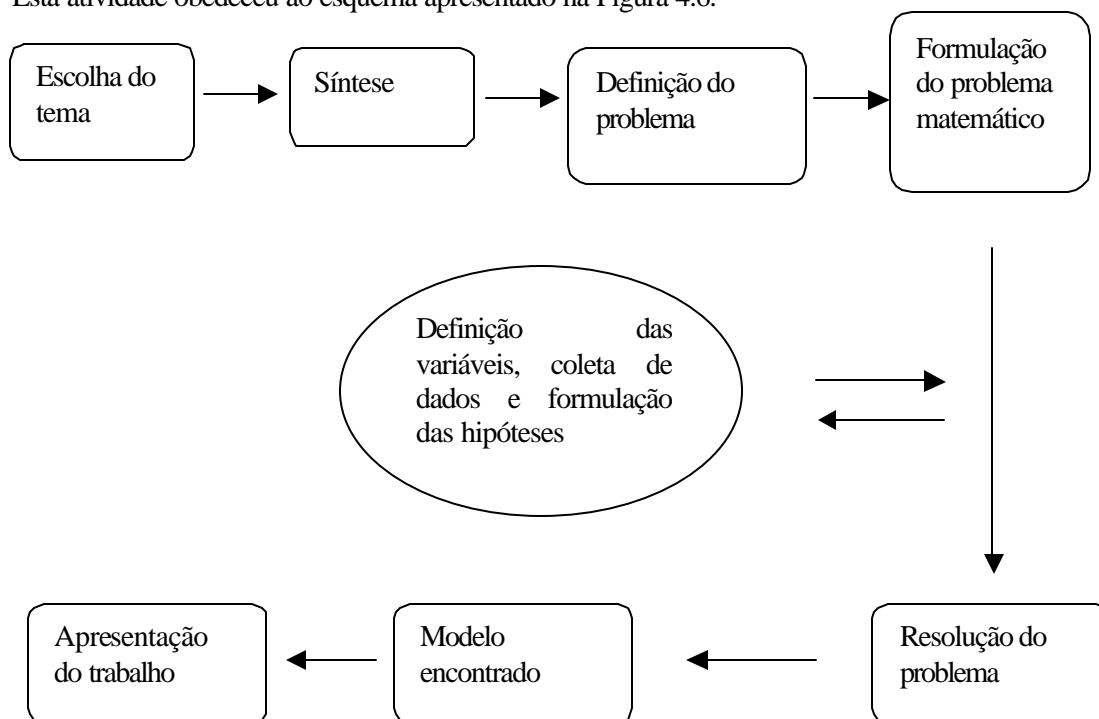
*GRUPO 4:* consumo de energia no horário de verão e fora do horário de verão, com a intenção de verificar se realmente existe redução do consumo no horário de verão, pois esta é uma das justificativas do decreto de lei que implanta este horário.

À medida que as conversas com estes alunos aconteciam, onde eles procuravam explicar o que gostariam de pesquisar, mostramos a necessidade de estarem bem informados sobre o assunto e os incentivamos a pesquisarem sobre o mesmo. Após a definição do que gostariam de pesquisar, orientamos sobre a necessidade de apresentar o problema de forma clara e objetiva.

Nos encontros seguintes retomamos a discussão sobre os trabalhos e falamos da importância da identificação e representação dos dados que estavam sendo obtidos por eles. Assim, as equipes coletaram os dados referentes a cada problema.

Dependendo do problema, conteúdos foram mostrando-se necessários para sua resolução. Entre estes conteúdos verificamos a necessidade de ajustes de curvas. Assim introduzimos este assunto e métodos para determinar um ajuste linear através de recursos computacionais. Os alunos utilizaram a planilha de cálculo Excel para encontrar as equações das curvas que necessitaram. Foi escolhido o Excel por ser um aplicativo de fácil acesso. Foi-lhes apresentado também o Software Curve Expert, entretanto o Excel mostrou-se mais acessível sendo que apenas um grupo utilizou o Curve. Ficou evidente nas atividades que mais importante que a técnica são os conceitos. Os conceitos podem levar à solução do problema e o computador pode ser utilizado como uma ferramenta auxiliar.

Esta atividade obedeceu ao esquema apresentado na Figura 4.6.



**Figura 4.6: Dinâmica da Modelagem Matemática no ensino**  
(adaptação de Biembengut 1997)

#### 4.4.3.1 Comportamento da temperatura em um forno elétrico

Apresentamos neste item o trabalho desenvolvido pelo Grupo 1 cujo tema abordado diz respeito ao comportamento da temperatura no interior de um forno elétrico.

**Desenvolvimento da atividade.**

## a) Escolha do Tema

A escolha do tema foi realizada pelos alunos. A partir da definição do tema realizaram pesquisas referentes a este e obtiveram informações importantes sobre o funcionamento de um forno elétrico. O objetivo do grupo foi encontrar um modelo matemático que descrevesse o comportamento da temperatura de um forno elétrico em função do tempo. A partir das informações obtidas na pesquisa, formularam uma síntese do tema, apresentada a seguir.

## b) Síntese do tema

A eletricidade trouxe ao ramo alimentício, como em outros setores, uma grande revolução. Com ela pode-se retirar da preparação dos alimentos, a sujidade, a escravidão que implicava o forno a lenha e as limitações do gás.

Em 1890, Rookes Evelyn Bell Crompton, um coronel inglês na reforma, eletrificou uma placa de ferro de forma a criar uma rudimentar chapa de aquecimento. Entretanto um novo aparelho elétrico para cozinhar com mais eficiência foi mostrado na exposição de Chicago. No início do século XX, a chaleira e outros utensílios de chapa quente já se encontravam no mercado. Em 1906, a General Electric, nos EUA, agrupou todos eles no seu primeiro conjunto de equipamento elétrico, com 30 fichas e interruptores fixados a uma mesa de madeira, acionando um forno, um cilindro, púcaros e panelas. (Ogata,1990)

A temperatura no forno elétrico é medida por um termômetro, que é um dispositivo analógico. A temperatura analógica é convertida em uma temperatura digital por um conversor A/D, a temperatura digital é introduzida em um controlador através de uma interface. Esta temperatura digital é comparada com a temperatura de entrada programada, e se houver qualquer discrepância (erro) o controlador expede um sinal para o aquecedor, através de uma interface, amplificador e relé, para trazer a temperatura do forno a um valor desejado. (Ogata,1990)

## c) Definição do problema

Para o bom funcionamento do forno, isto é, que o produto a ser assado não queime ou fique cru, é preciso um controle da temperatura. É preciso que o forno seja desligado quando alcançar temperatura ideal para aquele produto e seja novamente ligado caso ocorrer uma

queda grande de temperatura. Para isso é importante que se tenha um dispositivo de controle da temperatura interna do forno. Para construir este dispositivo é preciso entender o comportamento da temperatura neste forno. Assim, o problema a ser pesquisado é o comportamento da temperatura no interior de um forno elétrico.

d) Formulação do problema matemático

Determinar um modelo matemático que represente o comportamento da temperatura do interior de um forno elétrico em relação ao tempo.

e) Definição das variáveis

$T$  = temperatura do forno elétrico, medida em graus Celsius, no instante  $m$

$m$  = tempo, medido em minutos

$n$  = seqüência de intervalo de tempos

f) Coleta dos dados

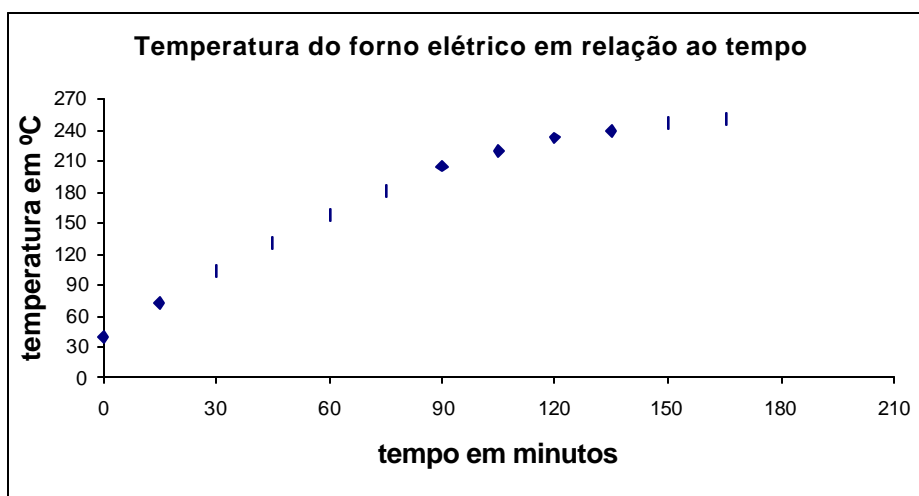
Com o objetivo de solucionar este problema, os alunos coletaram os dados no supermercado Viscardi de Londrina, apresentados na Tabela 4.6.

**Tabela 4.6: Temperatura observada em relação ao tempo**

n	m	temperatura ( $T$ )	n	m	temperatura ( $T$ )
0	0	39	6	90	204
1	15	73	7	105	220
2	30	103	8	120	232
3	45	130	9	135	240
4	60	158	10	150	246
5	75	182	11	165	250

g) Tendência dos dados

Estes dados foram representados graficamente na Figura 4.7, onde foi possível observar que a tendência dos dados descreve um comportamento crescente e que tende a estabilizar-se.



**Figura 4.7:** Tendência dos dados observados (temperatura em função do tempo)

h) Hipóteses

H1- a seqüência  $T_n$  é limitada;

H2- a seqüência  $T_n$  é crescente;

H3- existe um ponto de estabilidade onde  $T_n \cong T_{n+1}$

i) Resolução do problema

Como a seqüência  $T_n = \{39, 73, 103, 130, \dots, 250\}$  é crescente e limitada, pode-se afirmar que a mesma converge para um determinado ponto. Assim temos que  $\lim T_n = T^*$ , onde  $T^*$  é o ponto de estabilidade desta seqüência.

A primeira atitude que devemos tomar para determinar o modelo matemático que descreva esta situação é encontrar o ponto de estabilidade. Para encontrar este ponto de estabilidade utilizou-se um método conhecido como “Método de Ford-Walford”.

Explicamos neste momento o método para toda a turma, assim os alunos puderam utilizar esse conceito e continuar suas atividades como se segue.

Dada a seqüência  $(T_n)$  da temperatura, a existência de um ponto de estabilidade é descrita pela condição  $T_n \cong T_{n+1}$ . Assim, consideramos as seqüências crescentes e limitadas  $(T_n)$  e  $(T_{n+1})$  definidas como na Tabela 4.7.



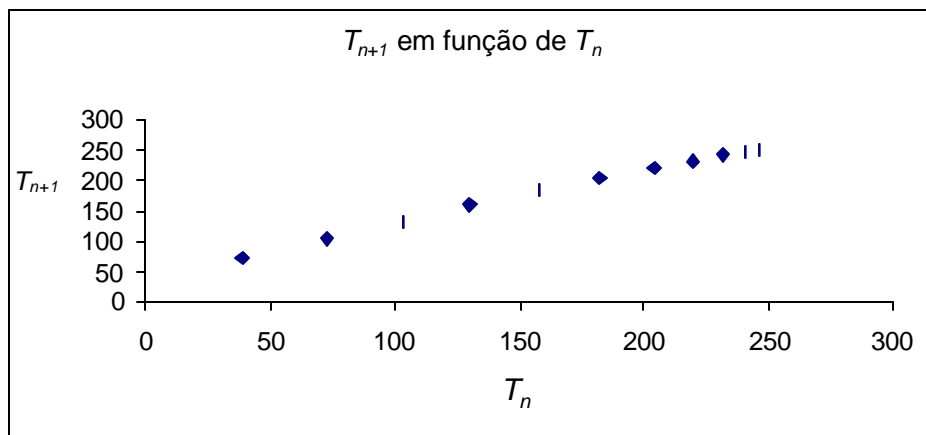
**Tabela 4.7: Seqüências  $(T_n)$  e  $(T_{n+1})$** 

n	$T_n$	$T_{n+1}$
0	39	73
1	73	103
2	103	130
3	130	158
4	158	182
5	182	204
6	204	220
7	220	232
8	232	240
9	240	246
10	246	250
11	250	

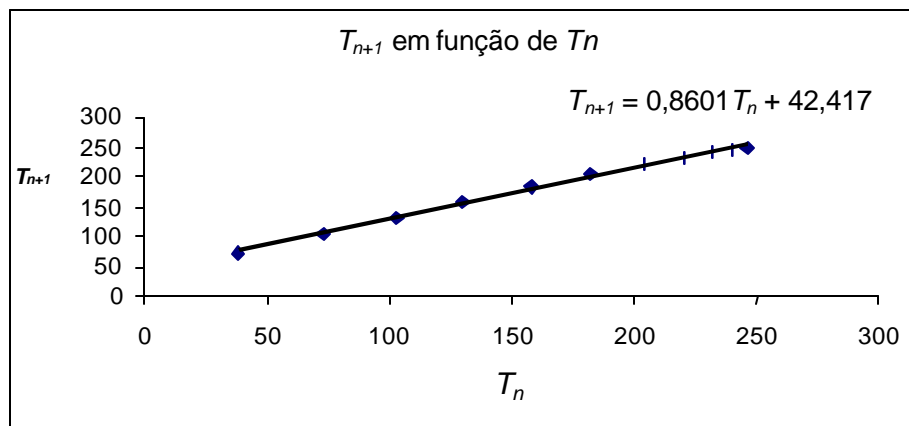
Temos que o limite da seqüência  $(T_n)$  é igual ao limite da seqüência  $(T_{n+1})$ , pois os valores iniciais não interferem no limite. Assim,  $\lim T_n = \lim T_{n+1} = T^*$ .

Consideramos agora os pontos do plano formado pelos pares  $(T_n, T_{n+1})$ . Vamos determinar uma função capaz de ajustar estes pares. Isto é, vamos determinar uma função contínua  $f$ , tal que  $T_{n+1} = f(T_n)$ .

Determinamos um ajuste linear para estes pares. A tendência destes dados é apresentada na Figura 4.8.

**Figura 4.8: Tendência dos dados  $T_{n+1}$  em função de  $T_n$** 

Neste trabalho, realizamos o ajuste linear utilizando a planilha de cálculo Excel, ajustando assim os pontos à reta do tipo  $T_{n+1} = aT_n + b$ . Este ajuste é apresentado na Figura 4.9.



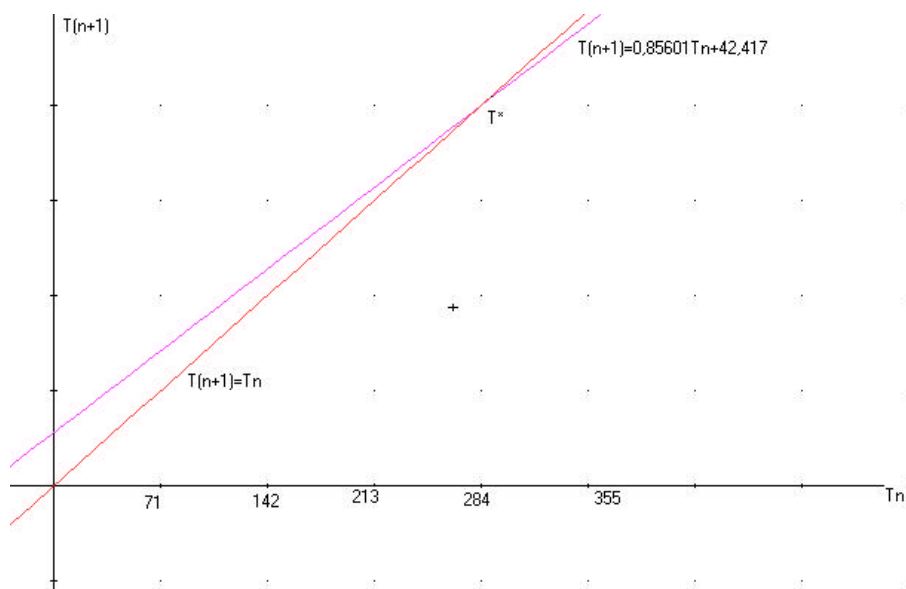
**Figura 4.9: Ajuste linear**

Assim, temos  $T_{n+1} = 0,8601 T_n + 42,417$ .

Como o ponto de intersecção das retas  $T_{n+1} = a T_n + b$  e  $T_{n+1} = T_n$  nos fornece o ponto de estabilidade, conforme apresentado na Figura 4.10, faremos agora  $T_{n+1} = T_n = T^*$  para obtermos o ponto de estabilidade.

Assim, temos  $0,8601 T_n + 42,417 = T_n$  o que nos fornece  $T_n = 303,1951^\circ\text{C}$

Logo o ponto de estabilidade  $T^*$  é igual à  $303,1951^\circ\text{C}$ .



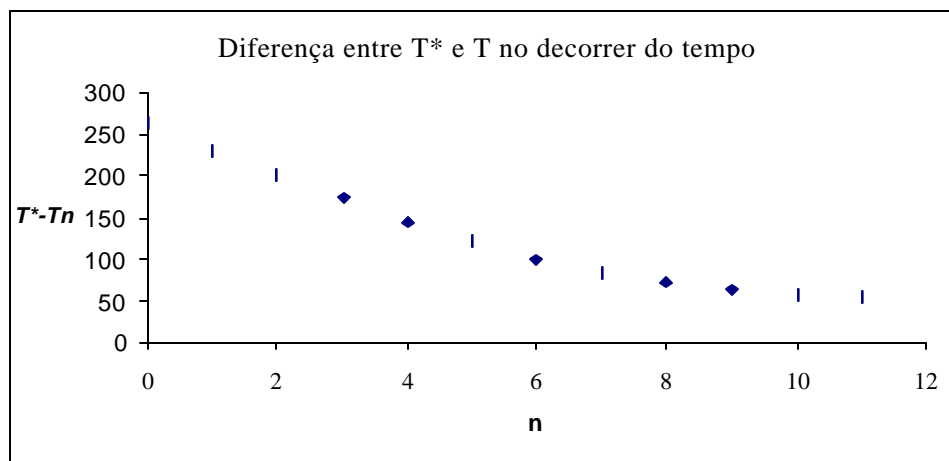
**Figura 4.10: Ponto de estabilidade**

Após encontrar este ponto de estabilidade, devemos analisar como a temperatura está se comportando em relação ao máximo atingido, isto é, em relação ao ponto de estabilidade no decorrer do tempo. Para isso, analisamos a diferença entre  $T^*$  e  $T_n$ , representada na Tabela 4.8.

**Tabela 4.8:  $T^* - T_n$**

n	$T_n$	$T^* - T_n$
0	39	264,1951
1	73	230,1951
2	103	200,1951
3	130	173,1951
4	158	145,1951
5	182	121,1951
6	204	99,1951
7	220	83,1951
8	232	71,1951
9	240	63,1951
10	246	57,1951
11	250	53,951

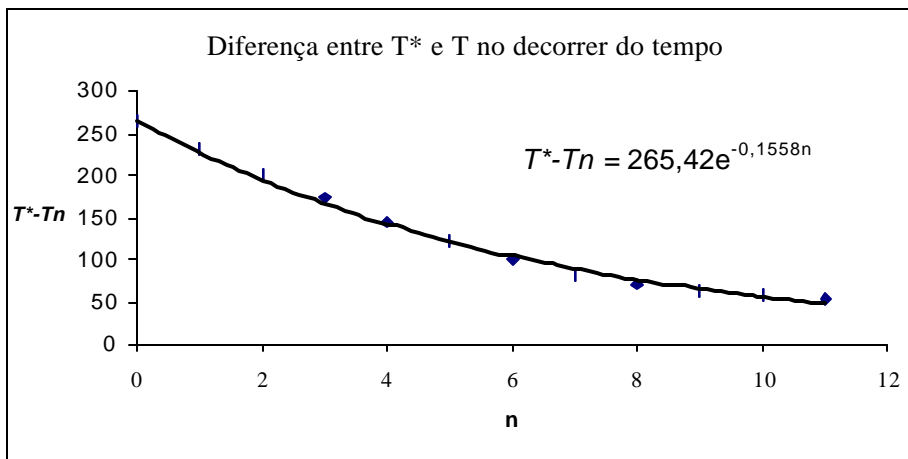
Esta diferença está representada graficamente na Figura 4.11.



**Figura 4.11: Diferença entre  $T^*$  e  $T_n$**

A partir da análise destes dados, introduzimos o conteúdo de funções exponenciais, assim os alunos puderam continuar suas atividades de modelagem.

Agora, analisando esta tendência dos dados, verificamos que podemos ajustar estes pontos à uma função exponencial do tipo  $T^* - T_n = a.e^{bn}$ . Assim, temos a função representada na Figura 4.12.



**Figura 4.12: Ajuste de  $T^* - T_n$**

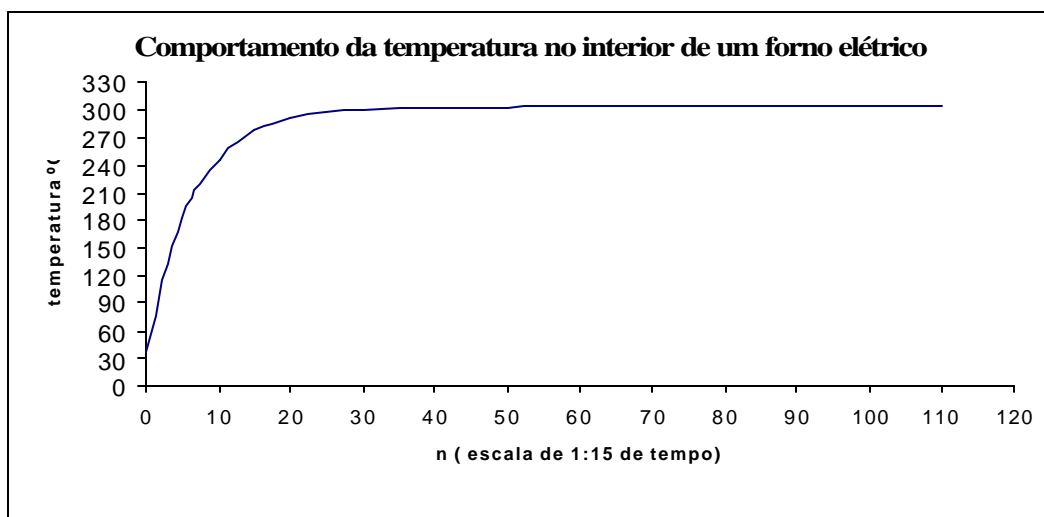
Assim, a diferença entre o ponto de estabilidade e cada ponto da função foi dada pela função exponencial:

$$T^* - T_n = 265,42.e^{-0,1558n} \quad (4.12)$$

Como podemos considerar o tempo uma variável contínua ( $t$ ) e temos o valor de  $T^*$ , basta substituir este valor em (4.12) e teremos o modelo:

$$T(t) = 303,1951 - 265,42.e^{-0,1558t} \quad (4.13)$$

o qual representa o comportamento da temperatura em relação ao tempo e está apresentado na Figura 4.13.



**Figura 4.13: Comportamento da temperatura do forno elétrico em função do tempo**

## j) Validação do modelo

A validação de um modelo consiste em comparar os dados observados, neste caso os dados obtidos junto ao supermercado Viscardi de Londrina, com os dados estimados pelo modelo. Fazemos então a comparação na Tabela 4.9.

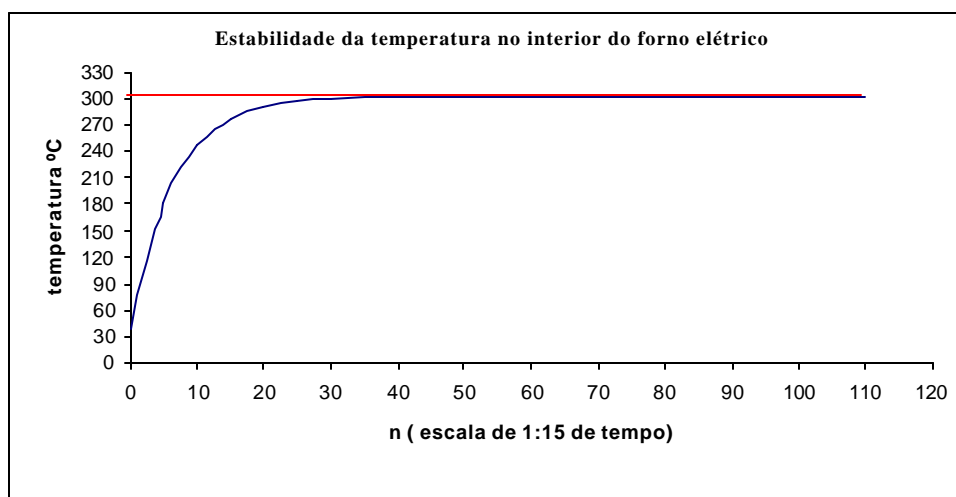
**Tabela 4.9: Validação do modelo encontrado**

$n$	Temperatura observada	Temperatura encontrada no modelo	% erro
0	39	37,7751	-3,14%
1	73	76,06715865	4,20%
2	103	108,8348342	5,66%
3	130	136,8751277	5,29%
4	158	160,870057	1,82%
5	182	181,4032455	-0,33%
6	204	198,9741175	-2,46%
7	220	214,0100453	-2,72%
8	232	226,8767447	-2,21%
9	240	237,8871694	-0,88%
10	246	247,3091237	0,53%
11	250	255,3717757	2,15%

Esta validação permitiu concluir que o modelo (4.13) é satisfatório para o problema em estudo, pois o erro é considerado pequeno.

## k) Visualização da estabilidade da temperatura

Na Figura 4.14 apresentamos a visualização do comportamento da temperatura do forno em relação a sua estabilidade.



**Figura 4.14: Estabilidade da temperatura no interior do forno elétrico**

Com este modelo encontrado foi possível analisar o comportamento da temperatura em relação ao tempo conforme o objetivo inicial dos alunos, como também encontrar o tempo necessário para o forno chegar a uma determinada temperatura.

### **Apresentação do trabalho**

Após o desenvolvimento das atividades, os alunos apresentaram em um seminário o trabalho desenvolvido.

Na exposição oral os alunos calcularam o tempo necessário para se chegar à temperatura de 200°C, a qual é usada para assar o conhecido pão francês. Para esta exposição revisamos equações exponenciais e propriedades dos logaritmos.

### **Conteúdo matemático desenvolvido**

Para o desenvolvimento desta atividade foi reforçado o conceito de limites e intersecção de retas, como também foi desenvolvido a partir desta atividade o conteúdo de função exponencial e o método de Ford-Walford.

No momento em que o grupo necessitou destes conteúdos os mesmos foram introduzidos à turma inteira, indo de encontro com um dos nossos objetivos que era introduzir conceitos matemáticos através destas atividades.

Consideramos importante observar que este modelo é satisfatório para finalidades específicas como é a nossa, isto é, uma atividade acadêmica que possui entre os objetivos o desenvolvimento do processo e a introdução de conteúdos. Algumas simplificações foram feitas para encontrar este modelo, como por exemplo, não levamos em consideração a temperatura externa e a perda de calor que pode ser ocasionada tanto pelo clima quanto pelo abrir e fechar do forno. Em atividades científicas, estes dados são analisados em laboratório podendo encontrar outros modelos.

#### **4.4.3.2 Energia armazenada em um capacitor**

Neste item apresentaremos mais um processo de modelagem desenvolvido por um dos grupo de alunos, o Grupo 2, cujo tema estudado diz respeito à energia armazenada em um capacitor.

### Desenvolvimento da atividade

#### a) Escolha do tema

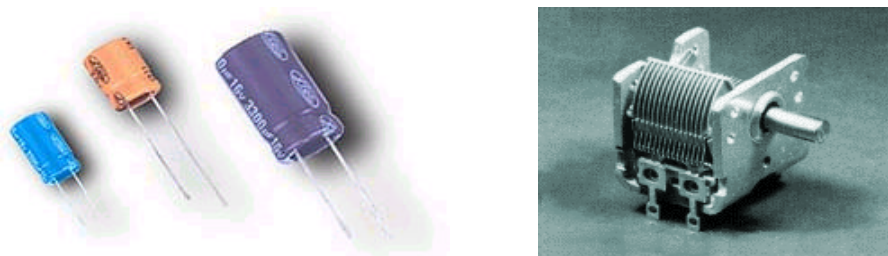
O grupo escolheu este assunto levando em consideração a importância deste conceito já constatada durante as aulas específicas de eletrotécnica. A partir de sua escolha, obtiveram informações relativas ao funcionamento de um capacitor e fizeram uma síntese do tema apresentada a seguir.

#### b) Síntese do tema

O capacitor é um componente importante dos circuitos elétricos. É utilizado em motores monofásicos para auxiliar na partida. São úteis também para manter estável, por exemplo uma corrente alternada, como um sinal de áudio. Nos rádios tem a função de filtrar a corrente retificada fornecida pela fonte de alimentação do aparelho e ruídos de outras frequências.

Considerando a situação ideal, os capacitores não dissipam energia mas sim a armazenam e devolvem ao circuito mais tarde. Para que um capacitor se torne carregado, é necessário aplicar uma tensão entre suas placas. A tensão e a corrente de carga tem comportamentos opostos. No início da carga, a corrente é máxima e a tensão do capacitor é nula. À medida que essa tensão aumenta, a corrente diminui. Quando o capacitor atinge o valor máximo da tensão, a corrente é nula.

Exemplos de capacitores são apresentados na Figura 4.15.



**Figura 4.15 : Exemplos de Capacitores**

Fonte: <http://www.grupozug.com.br/ENGEL/frameeletronica.htm>

#### c) Descrição do problema

Um Capacitor carregado possui acumulada uma certa energia potencial elétrica , que é igual ao trabalho  $W$  despendido para carregá-los. Esta energia também pode ser recuperada, permitindo-se a descarga do capacitor. Nosso objetivo é *encontrar um modelo matemático*

*que represente este trabalho realizado, isto é, a energia acumulada.* O trabalho realizado é o deslocamento de cargas elétricas no interior do capacitor e é isto que está associado ao armazenamento de energia.

Em pesquisas bibliográficas notamos que a potência mede quanto trabalho (conversão de energia de uma forma para outra) pode ser realizado em um certo período de tempo. Se a força (ou potência) aplicada é constante, como por exemplo a força utilizada para levantar um objeto, teremos

$$W = p \cdot t \quad (4.14)$$

onde  $W$  representa a energia,  $p$  a potência e  $t$  o intervalo de tempo. Se esta força não é constante, como por exemplo, no caso de empurrar um carro, como é o caso do motor da geladeira, teremos uma força variável.

Com base em estudos em livros técnicos da área, vimos que a energia acumulada é a área sobre a curva da potência no tempo, sendo assim, devemos *encontrar a função da potência em relação ao tempo*, para determinar a área sob esta curva.

Sabemos que a potência aplicada em um aparelho é igual à tensão aplicada vezes a corrente que flui neste aparelho, Isto é

$$p(t) = i(t) \cdot U(t) \quad (4.15)$$

com  $p(t)$  = potência,  $U(t)$  = tensão e  $i(t)$  = corrente.

Assim, para calcular a função da potência precisamos da função que representa a tensão e da função que representa a corrente que flui neste capacitor.

Como a tensão que é aplicada nos aparelhos domésticos é a tensão fornecida pela concessionária, para calcular esta função da tensão basta ligarmos um osciloscópio no ponto de chegada da tensão, que este nos fornecerá um gráfico representando o comportamento da tensão em relação ao tempo. Osciloscópio é um aparelho que representa o gráfico da tensão e da corrente que atravessa um circuito.



Diante do problema os alunos consultaram especialistas e entenderam que a primeira atitude que deve ser tomada é compreender o comportamento da tensão fornecida ao capacitor. Assim, era necessário *encontrar um modelo matemático que representasse o comportamento da tensão do capacitor em relação ao tempo.*

d) Formulação do problema matemático

O problema constituído foi determinar um modelo matemático que forneça a energia armazenada em um capacitor.

e) Definição das variáveis

Neste trabalho as variáveis envolvidas são:

$U$  = tensão aplicada ao capacitor, medida em Volts (V)

$t$  = tempo, medido em milissegundos (ms)

$i$  = corrente, medida em amperes (A)

$W$  = energia armazenada em um capacitor , medida em mileJoule (mJ)

$p$  = potência, medida em Watts. (W)

$C$  = valor da capacitância , medida em microFaraday ( $mF$ )

Para resolver o problema, este foi dividido em duas partes, sendo ela s:

i) Encontrar o modelo matemático que descreva o comportamento da tensão em relação ao tempo;

ii) Encontrar um modelo matemático que represente a energia armazenada em um capacitor.

Assim, primeiramente os alunos resolveram o ítem “i” desta seção, como se segue.

### **Primeira parte: Determinação do modelo matemático que descreva o comportamento da tensão aplicada em um capacitor em relação ao tempo**

Coleta dos dados

Com o objetivo de encontrar o modelo matemático que descreva o comportamento da tensão aplicada em um capacitor em relação ao tempo, utilizaram um capacitor de 20  $mF$ , ligado em série com uma fonte de tensão, determinando os valores expressos na Tabela 4.10, sendo o tempo medido em ms e a tensão em Volts.

Tabela 4.10: Tensão encontrada em função do tempo

tempo	tensão	tempo	tensão
$t$	$U$	$t$	$U$
0	0,00	1,2	0,00
0,1	0,22	1,4	0,39
0,2	0,39	1,48	0,45
0,28	0,45	1,6	0,39
0,4	0,39	1,8	0,00
0,6	0,00	2	-0,39
0,88	-0,45	2,1	-0,45
1	-0,39	2,2	-0,39
1,1	-0,22	2,4	0,00

Tendência dos dados

Representando graficamente os dados da Tabela 4.10 foi possível observar que a tendência dos dados descreve o comportamento de uma função periódica como mostra a Figura.4.16.

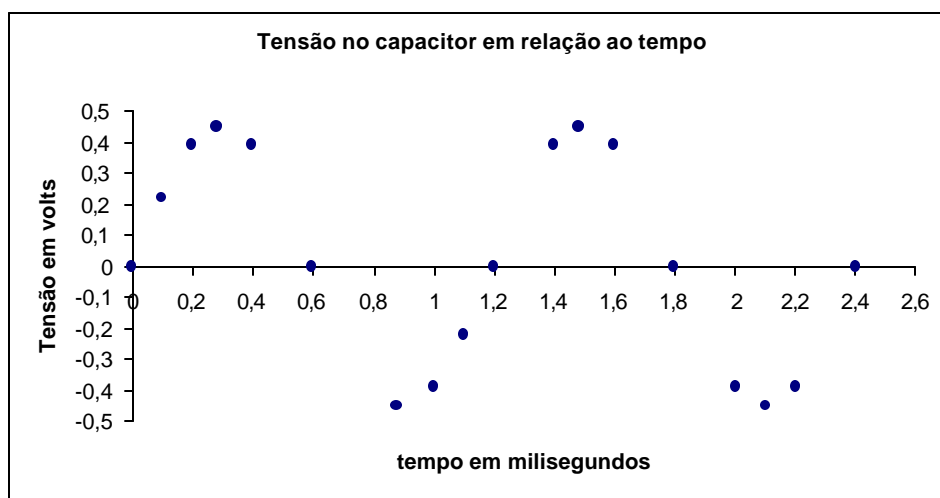


Figura 4.16: Tendência dos dados observados

Hipóteses

$H_1$ : trata-se de uma função periódica.

$H_2$ : trata-se da função seno

Resolução do problema

Neste momento introduzimos o conteúdo das funções periódicas seno, cosseno e tangente, assim, os alunos puderam continuar suas atividades como segue.

A partir da hipótese e observando a tendência dos dados podemos concluir que trata-se de uma função senoidal cujo período é 1,2ms. Diante dos conceitos de função seno, sabemos que o período da função  $f(x) = \text{sen } x$  é  $2\pi$ , logo para este caso, temos a função

$$U(t) = \text{sen} \frac{2p}{1,2} t \quad (\text{V}) \quad (4.16)$$

Também verificamos que a função tem um máximo no ponto ( 0,3 , 0,45) o que corresponde aos dados e podemos observar que a curva de tendência conduz a uma função que varia de - 0,45 até 0,45, ou seja a amplitude da função é 0,9.

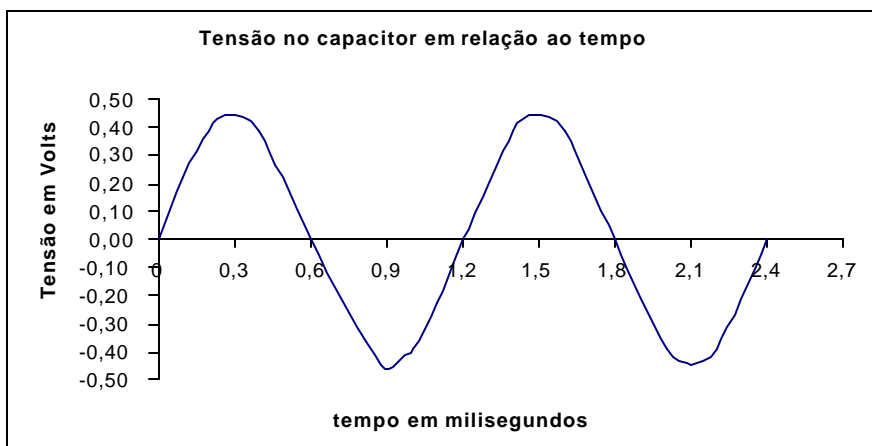
Como a amplitude da função  $f(x)=\text{sen}x$  é igual a 2 (dois), podemos concluir que a função que estamos trabalhando é do tipo

$$U(t) = 0,45 \text{sen} \frac{2p}{1,2} t \quad (4.17)$$

Deste modo podemos estabelecer que a relação entre a tensão e o tempo neste capacitor é expressa pelo modelo matemático

$$U(t) = 0,45 \text{sen} \frac{2p}{1,2} t \quad (4.18)$$

o qual está representado graficamente na Figura 4.17.



**Figura 4.17: Modelo matemático encontrado para o comportamento da tensão aplicada em um capacitor em relação ao tempo**

#### **Validação do modelo da tensão aplicada em um capacitor**

A comparação entre os dados observados e os dados estimados pelo modelo, permitiu concluir que o modelo é satisfatório para descrever o problema em estudo, conforme apresentamos na Tabela 4.11.

**Tabela 4.11: Validação do modelo encontrado**

tempo medido em ms	tensão medida em Volts	tensão encontrada no modelo $U(t)=0.45\text{sen}(2*\pi/1.2)t$	erro
0	0.00	0.00000	0
0.1	0.22	0.22500	0.10%
0.2	0.39	0.38971	0.07%
0.28	0.45	0.44753	-0.55%
0.4	0.39	0.38971	-0.14%
0.6	0.00	0.00000	0.00%
0.88	-0.45	-0.44753	-0.55%
1	-0.39	-0.38971	-0.07%
1.1	-0.22	-0.22500	2.27%
1.2	0.00	0.00000	0.00%
1.4	0.39	0.38971	-0.07%
1.48	0.45	0.44753	-0.55%
1.6	0.39	0.38971	-0.07%
1.8	0.00	0.00000	0.00%
2	-0.39	-0.38971	-0.07%
2.1	-0.45	-0.45000	0.00%
2.2	-0.39	-0.38971	-0.07%
2.4	0.00	0.00000	0.00%

Notamos que a porcentagem de erro é menor que 1% na maioria dos instantes, portanto para nossa finalidade, o modelo é considerado satisfatório.

### Conteúdo matemático

Para a resolução desta primeira parte do problema foram necessários conteúdos de funções periódicas. Assim introduzimos com este problema funções seno, cosseno e tangente, os quais fazem parte dos conteúdos programáticos da disciplina.

### Segunda parte: Determinação do modelo matemático que represente a energia armazenada em um capacitor em relação ao tempo

Resolução da segunda parte do problema

Após encontrar o modelo matemático representado na expressão (4.18), os alunos continuaram suas atividades encontrar *o modelo matemático que descreva a energia armazenada em um capacitor*, que é o objetivo maior deste processo.

Em pesquisas bibliográficas realizadas e conversas com especialistas, verificaram que para encontrar a energia deveriam primeiramente encontrar a função da potência. Para encontrar a função da potência foi necessário encontrar a função que representa a corrente que atravessa este capacitor. Assim trabalharam para encontrar a função que representa o comportamento da corrente que flui neste capacitor.

**Determinação do modelo matemático que representa o comportamento da corrente que flui neste capacitor**

Os alunos verificaram que a capacitância  $C$  de um capacitor é definida como a razão entre a carga  $q$  de qualquer dos condutores e o módulo da diferença de potencial  $U$ , entre os condutores.

$$C = \frac{q}{U} \quad (4.19)$$

Para carregarmos um capacitor, liga-se seus terminais aos terminais de um gerador. O gerador realiza durante um pequeno intervalo de tempo o trabalho de transporte, de uma carga  $Q$ , de uma placa à outra. Assim durante um pequeno intervalo de tempo, existe uma corrente elétrica de uma placa à outra, através do gerador.

Esta corrente é a variação da carga em relação ao tempo, assim temos:

$$i = \frac{dq}{dt} \quad (4.20)$$

A corrente cessará quando a diferença de potencial entre as placas do capacitor for igual à do gerador. A diferença de potencial entre os dois condutores é proporcional à carga transferida, isto é:

$$U = \frac{1}{C} q \quad (4.21)$$

O que nos leva à:

$$q = C U \quad (4.22)$$

Isto é, a carga transferida em um capacitor é diretamente proporcional ao valor da capacitância e à diferença de potencial entre as placas.

Quando um capacitor descarregado é conectado a uma fonte, uma corrente circula até a carga armazenada no capacitor produzir um potencial exatamente igual ao potencial da fonte. Assim, a variação a partir do estado inicial de descarga até o ponto final de carga corresponde a um estado transitório durante o qual a corrente  $i$  varia de alguma forma como uma função do tempo.

Temos de (4.22) que  $q = C.U$ , e para uma pequena variação da tensão  $\Delta U$ , a variação na carga é

$$\Delta q = C.\Delta U \quad (4.23)$$

Daí temos que

$$dq = C.dU \quad (4.24)$$

Como a carga e a tensão são variáveis com o tempo, é apropriado expressar suas variações infinitesimais em relação ao tempo. Logo

$$\frac{dq}{dt} = c.\frac{dU}{dt} \quad (4.25)$$

Como a taxa de variação da carga em relação ao tempo é a corrente instantânea (ver 4.20), temos que:

$$i = C.\frac{dU}{dt} \quad (4.26)$$

Logo, para encontrar a corrente, derivamos a tensão e multiplicamos pelo valor do capacitor.

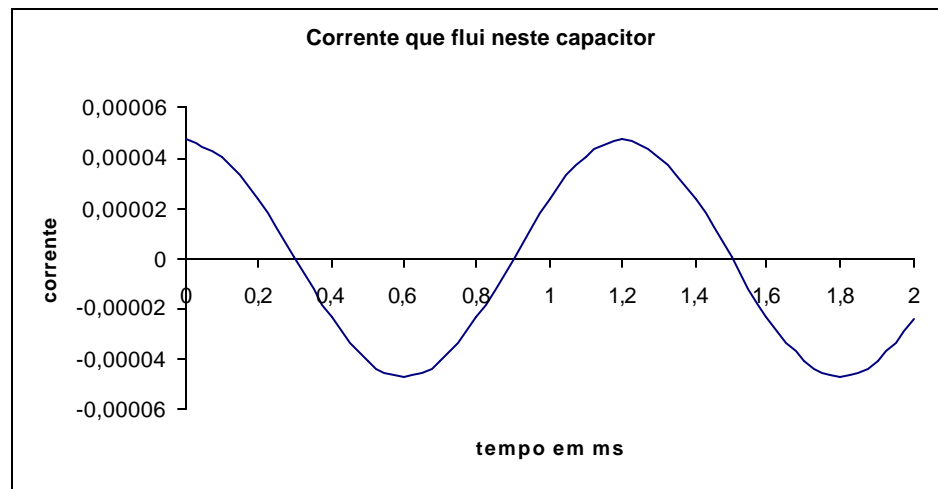
Assim, derivamos a expressão (4.18) e substituímos em (4.26) o que nos fornece

$$i(t) = 20\mathbf{m}0,45.\frac{\mathbf{p}}{0,6}.\cos\left(\frac{\mathbf{p}}{0,6}.t\right) \quad (4.27)$$

logo, o modelo que representa o comportamento da corrente que flui neste capacitor é dado por:

$$i(t) = 20\text{m}0,75\text{p} \cos\left(\frac{P}{0,6}t\right) \quad (4.28)$$

Esta função é representada na Figura 4.18, onde notamos que o período desta é igual ao período da função que representa a tensão aplicada neste capacitor.



**Figura 4.18- Corrente que flui neste capacitor**

m) Determinação da função que representa a potência

Agora, tendo a corrente e a tensão, podemos encontrar a função potência em relação ao tempo, a qual nos é dada pela expressão (4.15)

$$p(t) = U(t).i(t) \quad (4.15)$$

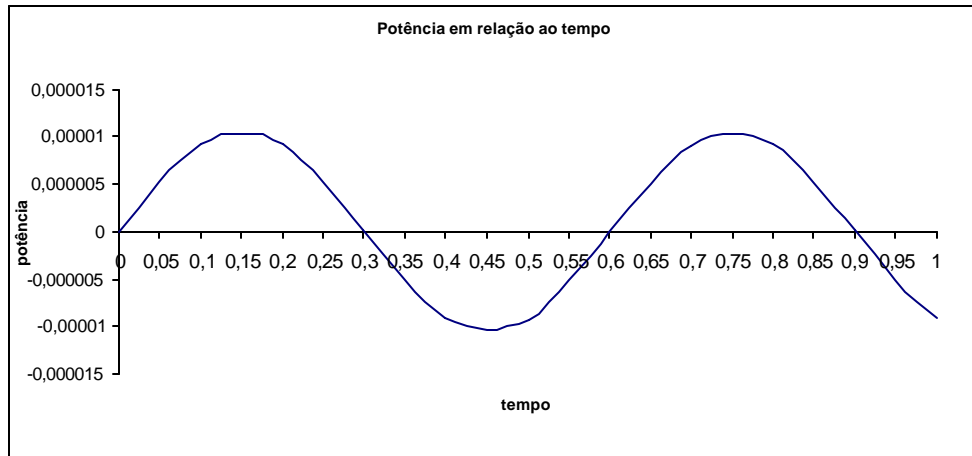
Assim substituindo (4.18) e (4.28) na expressão (4.15) temos

$$p(t) = 20\text{m}0,75\text{p}.0,45 \operatorname{sen}\left(\frac{P}{0,6}t\right).\cos\left(\frac{P}{0,6}t\right)$$

o que nos fornece a expressão

$$p(t) = 20\text{m}0,3375\mathbf{p} \cdot \text{sen}\left(\frac{\mathbf{p}}{0,6}t\right) \cdot \text{cos}\left(\frac{\mathbf{p}}{0,6}t\right) \quad (4.29)$$

a qual representa a potência neste capacitor em função do tempo e está representada na Figura 4.19.



**Figura 4.19 Potência em relação ao tempo**

Podemos verificar que esta função possui um período diferente da função da tensão e da função que representa a corrente. Para calcular o período desta função fazemos algumas substituições trigonométricas apresentadas a seguir.

Podemos escrever (4.29) como

$$p(t) = 10\text{m}0,3375\mathbf{p} \cdot 2 \text{sen}\left(\frac{\mathbf{p}}{0,6}t\right) \cdot \text{cos}\left(\frac{\mathbf{p}}{0,6}t\right), \quad (4.30)$$

e sabendo que

$$2 \text{sen}\left(\frac{\mathbf{p}}{0,6}t\right) \cdot \text{cos}\left(\frac{\mathbf{p}}{0,6}t\right) = \text{sen}\left(\frac{2\mathbf{p}}{0,6}t\right) \quad (4.31)$$

substituindo (4.31) em (4.30), temos

$$p(t) = 10\text{m}0,3375\mathbf{p} \cdot \text{sen}\left(\frac{2\mathbf{p}}{0,6}t\right) \quad (4.32)$$

Verificamos por (4.32) que o período desta função é  $T = 0,6\text{ms}$ .



Esta verificação foi possível pois já havia sido introduzido as características e propriedades da função seno. No entanto para as substituições trigonométricas que foram necessárias revisou-se as identidades trigonométricas neste momento.

### **Conteúdo matemático envolvido**

Para a resolução desta parte do processo o conteúdo de derivadas foi introduzido para a turma toda, o qual também é parte do programa da disciplina, além da revisão das identidades trigonométricas.

### **Determinação da energia armazenada em um intervalo de tempo.**

Como vimos anteriormente, a energia acumulada em um capacitor é a área sob a curva da função que representa a potência. Como trata-se de um função seno, para calcular esta área devemos integrar o módulo da função potência no intervalo de tempo recomendado.

Para resolver esta parte do problema necessitou-se do conteúdo de integrais, o qual foi introduzido para toda a turma.

Como vimos o período desta função é 0,6ms. Como trata-se de uma função senoidal, vamos integrar no intervalo de 0 até 0,3 e multiplicar o resultado por 2.

Assim temos:

$$W = \int_0^{0,3} p dt \quad (4.33)$$

substituindo (4.29) em (4.33) temos

$$W = \int_0^{0,3} \left( 20 \mathbf{m} 0,3375 \mathbf{p} \cdot \text{sen}\left(\frac{\mathbf{p}}{0,6} t\right) \cdot \text{cos}\left(\frac{\mathbf{p}}{0,6} t\right) \right) dt \quad (4.34)$$

Integrando (4.34) temos:

$$W = \frac{20\mathbf{m} \cdot 0,2025}{2} \left[ \left( \text{sen} \frac{\mathbf{P}}{0,6} t \right)^2 \right] \Big|_0^{0,3} \quad (4.35)$$

o que nos fornece

$$W = 2,025 \mathbf{mJ} \quad (4.36)$$

Multiplicando o resultado encontrado em (4.36) por 2 temos uma energia total de

$$W = 4,05 \mathbf{mJ}$$

### Generalização do Modelo

Sabendo que

$$0,2025 \left( \text{sen} \frac{\mathbf{P}}{0,6} t \right)^2 = \left( 0,45 \cdot \text{sen} \left( \frac{\mathbf{P}}{0,6} t \right) \right)^2, \quad (4.37)$$

podemos substituir (4.37) na expressão (4.35) e teremos

$$W = \frac{20 \cdot \mathbf{m}}{2} \left( 0,45 \cdot \text{sen} \left( \frac{\mathbf{P}}{0,6} t \right) \right)^2 \quad (4.38)$$

Agora, lembrando que  $20 \cdot \mathbf{m}$  é o valor da capacitância (  $C$  ) do capacitor que estamos trabalhando e que  $\left( 0,45 \cdot \text{sen} \left( \frac{\mathbf{P}}{0,6} t \right) \right)$  foi o modelo encontrado para representar a função da tensão (veja a expressão 4.18) , podemos concluir que o modelo

$$W = \frac{C}{2} \cdot U(t)^2 \quad (4.39)$$

representa a energia armazenada em um Capacitor para qualquer valor de  $C$  constante e para qualquer função  $U(t)$ .

### Apresentação da atividade

Após o término das atividades de resolução do problema os alunos apresentaram o trabalho para a turma, em forma de seminário.

**Conteúdos matemáticos envolvidos no processo todo**

Foram utilizados para este processo os seguintes conteúdos:

- múltiplos e sub múltiplos das unidades de medidas;
- derivadas;
- integrais;
- funções periódicas ;
- identidades trigonométricas.

Conteúdo de eletricidade desenvolvido: tensão, corrente, potência e energia.

Este processo foi um dos mais demorados, visto que os conteúdos que estavam sendo necessários necessitavam de algum tempo para serem desenvolvidos.

Os trabalhos dos grupos 4 e 5 sobre o Comportamento do Consumo de Energia Elétrica no Paraná e sobre o Horário de Verão respectivamente, estão apresentados no Anexo 4.

A seguir faremos uma análise das atividades desenvolvidas de acordo com os argumentos que justificam a utilização da Modelagem Matemática no ensino.

## CAPÍTULO 5

### ANÁLISE DAS ATIVIDADES DESENVOLVIDAS

#### 5.1 INTRODUÇÃO

As atividades de Modelagem Matemática desenvolvidas e relatadas no Capítulo 4 são agora analisadas segundo os argumentos que justificam o seu uso, apresentados em 3.4.2.1. Assim, visamos analisar alguns aspectos:

- a Modelagem Matemática em sala de aula como uma alternativa metodológica que incentiva o desenvolvimento dos aspectos sociais, tais como a interação entre os alunos, a cooperação, o pensamento crítico e a responsabilidade, habilidades que podem surgir de trabalhos realizados em equipes;
- a Modelagem Matemática oportuniza aos alunos o reconhecimento do papel da Matemática na sociedade e uma melhor aquisição dos conteúdos matemáticos, enfatizando a compreensão dos conceitos e não apenas o domínio de técnicas, mostrando como a Matemática pode ser aplicada na resolução dos problemas do cotidiano e sua importância dentro do curso e da futura atividade profissional;
- a Modelagem Matemática desenvolve no aluno o conhecimento reflexivo, isto é, a capacidade de reflexão sobre o uso da Matemática, oferecendo a possibilidade de interpretar e agir sobre uma situação social e política estruturada.
- a Modelagem Matemática propicia o desenvolvimento de alguns aspectos cognitivos tais como: compreensão de situações extra-matemáticas, elaboração de estratégias próprias de resolução de problemas, aplicação de conhecimentos em situações que necessitem dos conceitos matemáticos, habilidades para aplicar a Modelagem Matemática em outras atividades acadêmicas ou profissionais;
- a Modelagem Matemática proporciona maior eficiência no processo de aprendizagem dos alunos.

A análise está fundamentada nos resultados obtidos por meio de diferentes instrumentos, entre os quais citamos, a observação direta do comportamento dos alunos, anotadas em Fichas de Observações (Anexo 5), a análise dos trabalhos escritos e da apresentação oral, a aplicação de um Questionário Final (Anexo 3), entrevistas gravadas e as avaliações escritas. Algumas atividades foram filmadas e analisadas posteriormente. O Questionário Final foi realizado após a entrega final das notas e não era necessária identificação dos alunos, mesmo assim,

alguns alunos identificaram-se. Dos 22 alunos que se matricularam na disciplina, apenas 14 freqüentaram a mesma até o final desta e responderam ao questionário aplicado.

## **5.2 DESENVOLVIMENTO DOS CONTEÚDOS MATEMÁTICOS**

Conforme citamos anteriormente, alguns conteúdos foram apresentados à turma a partir das atividades de modelagem, outros foram inseridos de maneira usual. Fazendo uma síntese, temos o seguinte panorama:

A atividade sobre a Lei de Ohm, relatada em 4.4.2 possibilitou a introdução de conceitos relativos a função do primeiro grau e conceito de limites. A partir desta atividade os outros tipos de funções, foram introduzidos.

O problema referente a análise do Consumo de Energia Elétrica no Paraná (Anexo 4) e o problema do Comportamento da temperatura no interior de um forno elétrico (item 4.4.3.1) permitiram introduzir alguns aspectos relativos a ajuste de curvas e o método de Ford-Walford.(descrito em 4.4.3.1) e o conceito e propriedades da função exponencial. Além da introdução destes conceitos a atividade também propiciou a abordagem de conteúdos como intersecção de retas, equações exponenciais e propriedades dos logaritmos.

A atividade referente à Energia Armazenada em um Capacitor (item 4.4.3.2) possibilitou iniciar o estudo sobre funções periódicas e derivadas. Além destes conceitos, foram revisados os conteúdos referentes à identidades trigonométricas e unidades de medidas.

A partir da atividade sobre o consumo de energia elétrica durante o horário de verão(Anexo 4), foi introduzido o conteúdo referente à integrais.

Assim, desenvolvemos os conteúdos necessários para solucionar os problemas em estudo, indo de encontro com os objetivos de nossa disciplina. Verificamos um pequeno atraso no desenvolvimento dos conteúdos pois muitas vezes foi necessário esperar que os grupos chegassem ao ponto em que necessitassem dos conteúdos para introduzi-los. Foram necessárias 55h/aulas para ministrar todo o conteúdo e a disciplina possui a carga horária de 48h/aula, extrapolando assim em 7h/aulas, necessárias para a conclusão dos trabalhos das equipes.

Salientamos que foi incluído no programa o “Método de Ford-Walford” o qual não faz parte deste e o único conteúdo do programa que não foi trabalhado com os alunos foi o método de integração de funções racionais.

Assim, observamos que a utilização da Modelagem Matemática no contexto em que foi analisada pode permitir o desenvolvimento do programa da disciplina e introduzir alguns conceitos complementares. Deste modo, a dificuldade institucional citada em 3.4.2.3 não foi verificada neste trabalho. Além dos conteúdos matemáticos abordados, observamos que foram introduzidos conceitos importantes relativos à eletricidade, conteúdos estes que estão presentes na disciplina de Circuitos e Medidas, levando assim à interdisciplinaridade proposta no modelo dos Cursos Superiores de Tecnologia do CEFET-Pr.

### **5.3 AVALIAÇÃO DOS ALUNOS REALIZADA PELA PROFESSORA**

A nota final dos alunos da disciplina de Circuitos e Medidas é formada por 60% da nota referente ao conteúdo de Cálculo e 40% referente ao conteúdo de Eletricidade. Assim, os resultados obtidos de nossa avaliação representam apenas parte da nota final da disciplina.

Para obter uma nota para os alunos, levamos em consideração as informações que coletamos durante as aulas, os trabalhos desenvolvidos pelas equipes de alunos, listas de exercícios e problemas resolvidos pelos alunos e a realização de provas.

As listas de exercícios eram realizadas semanalmente. Os alunos resolviam as listas e nos entregavam. Após a correção, a lista era devolvida aos alunos apresentando seus erros. O aluno tinha então oportunidade de refazer e nos apresentar novamente. A participação nas atividades realizadas em sala, nos grupos e o interesse foram fatores por nós analisados subjetivamente durante todo o processo.

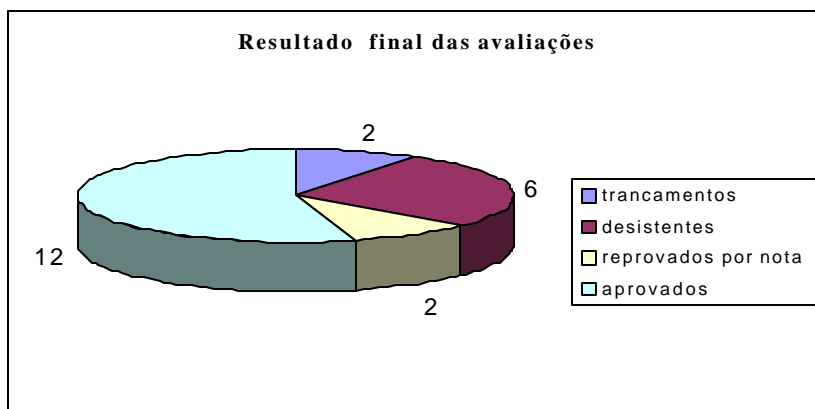
Na apresentação final dos trabalhos, analisamos o desenvolvimento dos nossos objetivos a partir da apresentação escrita do trabalho e da apresentação oral do mesmo. A análise dos trabalhos escritos nos permitiu observar a organização das idéias, o conteúdo, a clareza, o domínio dos conceitos, a criatividade e a capacidade de expressar-se usando uma linguagem matemática adequada.

Na apresentação oral dos trabalhos foi possível observar a aprendizagem em relação aos conteúdos matemáticos envolvidos, bem como, a clareza das idéias e a criatividade de apresentação. Um dos nossos objetivos nesta apresentação foi proporcionar aos alunos atividades que desenvolvessem a capacidade de apresentação oral.

Nestas apresentações os alunos avaliaram os elementos das equipes individualmente e cada equipe como um todo. Nesta atividade observamos o pensamento crítico com que estes alunos avaliaram, pois estas avaliações foram acompanhadas de justificativas e críticas.

### 5.3.1 Resultado final das avaliações

Dos 22 alunos matriculados, dois alunos trancaram a matrícula e 06 alunos desistiram da disciplina ou do curso. Assim, somente 14 alunos freqüentaram a disciplina até o final, sendo que destes, 12 foram aprovados e apenas 2 alunos foram reprovados, conforme apresentamos na Figura 5.1.



**Figura 5.1: Resultado final das avaliações**

## 5.4 ANÁLISE DOS RESULTADOS OBSERVADOS

Apresentaremos neste item uma análise dos resultados fundamentados nos comentários dos alunos, nas gravações e filmagens, nas entrevistas, nas fichas de observações e nas avaliações realizadas por nós.

### 5.4.1 Em relação aos aspectos sociais

No decorrer das atividades observamos que a interação entre os alunos, a cooperação e a criticidade foram sendo desenvolvidas de forma satisfatória. Notamos ainda que a responsabilidade que um trabalho em equipe requer, foi se consolidando no decorrer da disciplina.

A maioria dos alunos tinha pouca experiência para trabalhar em equipe e para as atividades que desenvolvemos, esta habilidade foi exigida com frequência. Observamos no início das atividades, que a cooperação entre os participantes dos grupos e o respeito pelas idéias não eram evidentes. Entretanto, com o desenvolvimento das atividades as atitudes foram sendo modificadas e notamos que foi desenvolvida uma atitude de cooperação entre os alunos.

Esta constatação pode ser observada na atividade sobre a Lei de Ohm (item 4.4.2), na qual notamos grande participação de cada componente das equipes. Esta atividade foi totalmente realizada em sala de aula e podemos observar o comportamento de todos os alunos. A expectativa quanto à participação dos alunos no desenvolvimento do trabalho e na colaboração de idéias para solucionar o problema em estudo foi ultrapassada. A partilha e troca de opiniões mostram-se úteis no momento da compreensão dos conteúdos como também auxiliaram os alunos a ultrapassarem as dificuldades encontradas.

Observamos ainda durante o desenvolvimento das atividades do grupo, que cada componente apresentou um comportamento ativo, participativo e de interesse. Nas reuniões que aconteceram durante o processo, geralmente estavam presentes todos os componentes das equipes. Os diálogos ocorridos nos mostraram que todos estavam interessados no assunto, nas dificuldades encontradas e procuravam apresentar soluções alternativas para cada dificuldade. Estas reuniões foram gravadas e analisadas posteriormente. Além disto, quando um participante da equipe não estava presente na reunião, sua ausência era acompanhada de alguma justificativa, a qual nos era transmitida por outro componente da equipe. Observamos ainda que a ausência em nossas reuniões não era constante e ocorria a participação nas reuniões dos grupos sem a nossa presença. Este fato pode ser observado nos diálogos ocorridos em sala de aula, onde todos os participantes das equipes mostravam-se interessados no assunto que havia sido discutido em reuniões anteriores.

Quando questionados sobre a possibilidade que o método tem em favorecer o trabalho em equipe, 12 alunos responderam que favorece e 2 alunos responderam que não. Uma das respostas negativas foi justificada pelo seguinte comentário: *“Em um grupo de pessoas, tem aqueles que se empenham mas tem aqueles que querem ganhar nota na sombra do colega”* .

Observamos que os alunos envolveram-se rapidamente nas atividades, embora tenha sido a primeira vez que se depararam com este tipo de situação. A percepção em relação a este tipo



de atividade é de que estão participando de forma mais significativa da aula e estão fazendo algo de relevante. A satisfação em participar do desenvolvimento da aula é observada em falas dos alunos. Observamos ainda que os alunos se sentem responsáveis pela forma como expressam a sua compreensão em relação aos conceitos matemáticos envolvidos.

Questionados sobre a possibilidade do método incentivar o diálogo entre os alunos e a professora, 100% dos alunos consideraram que incentiva o diálogo. Este fato também foi constatado por nós durante as atividades. Os alunos questionavam mais, pareciam mais a vontade em relação à discussão de suas idéias, o que acontecia com menos frequência em aulas onde não se trabalhava com modelagem. Além disso os alunos apresentavam suas conclusões sem receios.

#### **5.4.2 Em relação ao reconhecimento do papel da Matemática na sociedade e aquisição de conceitos matemáticos**

Com base nos diálogos que foram oportunizados com o desenvolvimento das atividades, observamos que os alunos perceberam o importante papel que a Matemática exerce na sociedade. Nossos diálogos e discussões apresentavam a Matemática presente no dia-a-dia e como esta interfere no comportamento de cada indivíduo. Observamos, através dos trabalhos realizados, que muitas decisões são tomadas a partir de resultados obtidos através da Matemática e que modelos construídos com bases em informações matemáticas podem influenciar nossa vida, como por exemplo, o racionamento do consumo de energia elétrica o qual é uma decisão tomada a partir da análise dos resultados encontrados matematicamente. Diante disto, verificamos mais uma vez que a Matemática pode oferecer modelos que nos levam a influenciar o nosso comportamento.

Conforme citamos anteriormente, a análise do desenvolvimento de conceitos matemáticos deu-se por meio de provas, de observações sistemáticas realizadas por nós e da apresentação oral e escrita dos trabalhos. Observamos que a aprendizagem dos alunos em relação aos conteúdos matemáticos foi bastante satisfatória.

Através da análise das respostas obtidas no questionário (citado em 5.1), observamos que os alunos consideram que os conteúdos ministrados foram compreendidos de forma satisfatória. A 15ª questão deste questionário pergunta sobre os tópicos abordados em sala de aula durante o período: 3 alunos responderam terem compreendido todo o conteúdo enquanto 11 alunos

responderam terem compreendido em parte o conteúdo. Este resultado é verificado também nas avaliações.

A 16ª questão do questionário (citado em 5.1) argumenta sobre os conteúdos ministrados e observamos as seguintes respostas: 12 alunos responderam que muitas vezes os conteúdos foram apresentados a partir de situações concretas, 1 (um) aluno respondeu que aparecem de situações hipotéticas e 1 (um aluno) disse que servem apenas para explicar regras matemáticas. No entanto este aluno respondeu na 14ª questão que considera que os conteúdos matemáticos desenvolvidos no período são úteis para o desenvolvimento das atividades profissionais e acadêmicas.

Na 14ª questão do questionário (citado em 5.1), 100% dos alunos consideram os conteúdos matemáticos vistos neste período, úteis para o desenvolvimento de atividades profissionais e acadêmicas. Na entrevista, observamos o seguinte comentário: “... *com as atividades fora da sala de aula a gente pode encontrar operações usadas aqui dentro que a gente trabalha no cotidiano, tá sempre vendo, mas nunca presta atenção no que está acontecendo, mas sempre tá ali acontecendo... e com este trabalho deu para gente encontrar... ficou mais fácil compreender porque usa e quando usa a matemática... Achei muito interessante o trabalho*”.

#### **5.4.3 Em relação ao desenvolvimento do conhecimento reflexivo**

As atividades desenvolvidas propiciaram a oportunidade de discussões de natureza cultural, social, política e econômica, indo de encontro com nosso objetivo de desenvolver a capacidade de reflexão sobre nossas atitudes, as quais estão diretamente ligadas ao futuro do nosso país e do planeta. Quando analisamos os trabalhos referentes ao Consumo de Energia Elétrica no Paraná e sobre o Horário de Verão, as discussões sobre os fatores ambientais, sobre qualidade de vida e como o tecnólogo poderia intervir nestas situações, geraram discussões, inclusive sobre equipamentos que consumiam mais energia, como fazer para reduzir este consumo, etc.

A reflexão acerca do trabalho “Horário de Verão”, possibilitou uma compreensão da importância da utilização deste horário. Apesar da verificação de pouca redução real no consumo de energia neste período, outros aspectos importantes como o deslocamento na ocorrência de carga máxima da demanda de energia, aliviando o carregamento dos sistemas

de transmissão e distribuição de eletricidade, foram revelados nas pesquisas e confirmaram a importância desta medida para o futuro do país.

#### **5.4.4 Em relação aos aspectos cognitivos**

Observamos no desenvolvimento de nossas atividades que a habilidade de aplicar conhecimentos adquiridos em situações não vistas antes foi sendo construída. Quando os alunos necessitaram de conceitos vistos anteriormente foram capazes de transferir para o problema em estudo.

No transcorrer da disciplina verificamos que os alunos adquiriram compreensão sobre as aplicações dos conteúdos matemáticos. O discurso destes alunos mudou significativamente no transcorrer da disciplina. Visualizaram a aplicabilidade da Matemática como também aprovaram o uso destas aplicações em sala de aula, como podemos verificar nos comentários e respostas abaixo.

*“ É difícil aprender quando a gente está só vendo as coisas no quadro... a gente vê e não sabe onde vai usar... Vendo na prática a gente vai descobrindo onde ela se encontra. Às vezes não está na vista da gente, mas os aparelhos estão utilizando a matemática no seu interior para nos oferecer resultados”*

*“ Hoje em dia, se não for a Matemática, a gente não vai. Onde faço estágio, para programar os equipamentos precisamos da matemática, integrais, derivadas... então, se não tiver uma boa Matemática a pessoa vai ficar com dificuldades...”*

*“ Foi muito interessante o trabalho por causa da compreensão dos conteúdos. Se a gente fica só com aulas no quadro a gente não enxerga a aplicação... o que aconteceu com os problemas que resolvemos...”*

*“Meu aprendizado foi muito maior agora...O método deve continuar... não só pela professora mas pelos outros... seria bem mais fácil...O ideal é sempre trabalhar com o cotidiano, na aplicação do cotidiano, porque aí a gente pode saber onde está trabalhando e não ficar apenas com a parte teórica, porque muitas vezes a gente aprende a teoria mas não sabe onde aplicar...”*

Com estes comentários constatamos que os alunos consideraram as atividades que envolviam aplicações, úteis para a compreensão dos conceitos matemáticos e visualizaram estas aplicações da Matemática em seu contexto.

### 5.5 RESPOSTAS DOS ALUNOS AO QUESTIONÁRIO FINAL

Apresentamos na Tabela 5.1 as respostas dos alunos ao Questionário Final (Anexo 3) respondido pelos alunos ao final do curso, cujo objetivo é obter as opiniões referentes à metodologia utilizada. Algumas respostas e comentários dos alunos já foram apresentadas no item 5.4. Transcreveremos também algumas falas dos alunos, as quais foram gravadas e transcritas posteriormente.

**Tabela 5.1 : Respostas ao questionário, comentários e observações**

Aspectos analisados	Respostas dos alunos	Comentários dos alunos	Observações
Quanto à dedicação e estudo realizados pelos alunos.	13 alunos disseram que o método utilizado exige mais dedicação e mais estudo	“ Comecei a gostar de vir na aula, vinha toda semana para <u>aprender</u> (o aluno enfatizou esta palavra), antes eu vinha para passar na matéria, agora eu vinha para <u>aprender</u> . E aprendi...”	Observamos que a maioria dos alunos considera que tiveram que se dedicar mais para esta disciplina do que normalmente se dedicavam e consideraram que sua dedicação está em uma faixa considerada boa para o aprendizado, isto é, entre 5 e 7 pontos em uma escala de 1 à 10.

<b>Aspectos analisados</b>	<b>Respostas dos alunos</b>	<b>Comentários dos alunos</b>	<b>Observações</b>
<p>Quanto à metodologia utilizada</p>	<p>100% dos alunos aprovam a metodologia utilizada e gostariam que esta continuasse sendo desenvolvida nos períodos seguintes. Consideraram que o método de ensino utilizado neste período se diferencia em relação a outros e que trabalhar com Modelagem Matemática no ensino, é adequado para esta disciplina. Consideraram ainda que a metodologia utilizada facilita a compreensão dos conteúdos matemáticos e que favorece a participação ativa do aluno na construção do conhecimento</p>	<p>“Achei bastante diferença entre os métodos aplicados anteriormente com o aplicado agora. Tivemos muita oportunidade de ver conceitos teóricos na prática. Houve muita pesquisa”.</p> <p>“Quando eu era obrigado a faltar, ficava querendo saber o que tinha sido feito em sala de aula, não só o conteúdo que tinha sido dado, mas as atividades que tinham acontecido...”</p> <p>“ótimo...excelente pois é muito prático”</p> <p>“ Totalmente diferente... Desta vez foi mais fácil a compreensão porque primeiramente trabalhava -se com os problemas depois víamos o conteúdo para resolvê-lo...assim ficou mais fácil para aprender, porque a gente vendo na prática ficou mais fácil a gente aprender a teoria...”</p>	<p>Estes comentários nos mostram que os alunos estavam satisfeitos com a metodologia desenvolvida neste período. Com estes dados podemos considerar que o uso da Modelagem Matemática no ensino foi aprovado pelos alunos.</p>

<b>Aspectos analisados</b>	<b>Respostas dos alunos</b>	<b>Comentários dos alunos</b>	<b>Observações</b>
<p>Quanto à exigência de pesquisas bibliográficas e busca por profissionais da área.</p>	<p>100% dos alunos responderam que a metodologia utilizada exige pesquisas bibliográficas (livros ou internet) e busca por informações com outros profissionais.</p>		<p>Estas respostas nos mostram que a utilização da Modelagem Matemática no ensino desenvolve no aluno realização de pesquisas e um intercâmbio com outros profissionais da sua área de atuação.</p>
<p>Quanto ao método favorecer o trabalho em equipe</p>	<p>12 alunos disseram que sim e 2 alunos consideraram que não favorece.</p>	<p>“ Houve momentos de distração...momentos de trabalhos... Todos da sala souberam diferenciar esses momentos...Tudo que tinha que ser feito, foi feito...”</p> <p>“A atividade em equipe ajuda muito, porque tendo alguém para discutir fica mais fácil chegar à compreensão... Nestas discussões, sempre tem uma opinião diferente...sempre tem um que está certo, então se a gente estava errado e o outro já corrigia na hora, chegávamos à conclusão de quem estava certo, quem estava errado...”</p>	<p>Os comentários dos alunos que consideraram que o método não favorece o trabalho em equipe diz respeito a existência de pessoas que não colaboram nas atividades em grupos, conforme observamos no item 5.4.1.</p>

Aspectos analisados	Respostas dos alunos	Comentários dos alunos	Observações
<p>Sobre o diálogo incentivado pela proposta</p>	<p>100% dos alunos consideraram que o método favorece o diálogo entre professor e alunos e entre os alunos.</p>	<p>“ <i>melhor relacionamento discente -docente</i>”</p> <p>“<i>houve grande entrosamento entre aluno e professor</i>”</p> <p>“<i>muita parte prática, muito diálogo entre a professora e os alunos e atividades extra-classes</i>”</p> <p>“Os alunos se soltaram muito nas nossas aulas, isso foi bom... A Matemática fica ruim quando o professor se fecha e os alunos também... Nestas aulas os alunos se soltaram bastante...”</p>	<p>Estes comentários mostram que os alunos consideraram que a Modelagem Matemática em sala de aula propicia um melhor relacionamento entre os participantes do processo além de incentivar o diálogo.</p>

<b>Aspectos analisados</b>	<b>Respostas dos alunos</b>	<b>Comentários dos alunos</b>	<b>Observações</b>
Quanto ao uso do computador	100% dos alunos disseram que o uso do computador tornou as atividades mais interessantes.		Observamos que o uso do computador na realização das atividades facilitou o desenvolvimento e a resolução das mesmas.
<b>Aspectos analisados</b>	<b>Respostas dos alunos</b>	<b>Comentários dos alunos</b>	<b>Observações</b>
Sobre as aulas ministradas	<i>13 alunos consideraram as aulas agradáveis e 1 (um) aluno considerou “um pouco cansativas”.</i>	“totalmente adequada em aplicação da matéria em função da disciplina.”  “Esta metodologia deve permanecer. As aulas eram interessantes.”	Diversas vezes comentaram que consideravam as aulas interessantes e produtivas.



<b>Aspectos analisados</b>	<b>Respostas dos alunos</b>	<b>Comentários dos alunos</b>
Sobre o desenvolvimento dos trabalhos	100% dos alunos consideraram o tema escolhido por eles interessante.	<p>“muitos aparelhos eu não conhecia até então e passei a conhecer e compreendê-los”</p> <p>“ Achei que esta atividade foi uma das melhores coisas que teve, pois coloca o aluno em situações da sua área de atuação.”</p>
Dificuldades relatadas pelos alunos quanto ao desenvolvimento do trabalho	<i>5 alunos disseram não haver dificuldades e 9 disseram que houve dificuldades.</i>	<p>“parte do cálculo para se encontrar determinados pontos”</p> <p>“ houve dificuldades mas foram sanadas pela professora”,</p> <p>“ porque eu não era acostumada a correr atrás de trabalho”</p> <p>“falta de horário para encontrar o grupo, pois trabalho.”</p>

Aspectos analisados	Respostas dos alunos	Comentários dos alunos
Pontos positivos	Questão aberta	<p>“ Eu já tinha feito esta disciplina antes e não tinha aprendido..agora aprendi...”</p> <p><i>“ a professora tenta mostrar um meio prático para as atividades desenvolvidas.”</i></p> <p><i>“argumentação, atividades propostas, discussão sobre opções”</i></p> <p><i>“ nas aulas foram aplicadas atividades que considero extremamente importantes para o desenvolvimento acadêmico e profissional”</i></p> <p><i>“ aprendemos que quanto mais se estuda mais se aprende, tanto na teoria quanto na prática pelos trabalhos realizados”</i></p> <p><i>“ é muito bom quando você se esforça para alguma coisa e vê resultado.”</i></p> <p><i>“ aprimoramento das técnicas de pesquisa e utilização desta teoria na parte prática”</i></p> <p><i>“ aprendemos o conteúdo”</i></p> <p><i>“ neste semestre, como estou fazendo dependência, percebi que dentre todas as vezes que fiz essa matéria, neste semestre está bem mais interessante, particularmente confesso que estou compreendendo mais a matéria devido ao método utilizado pela professora”</i></p> <p><i>“ contato direto com a prática”</i></p> <p><i>“ o aprendizado”</i></p>

Aspectos analisados	Respostas dos alunos	Comentários dos alunos	Observações
<b>Pontos negativos</b>	Questão aberta	<p><i>“ pouco tempo ”</i></p> <p><i>“ muitas vezes alguns alunos não demonstravam interesse em desenvolver os trabalhos ”</i></p> <p><i>“ na minha opinião a parte de Cálculo da disciplina de Circuitos e Medidas deveria ser o semestre todo e não apenas uma parte como sempre foi ”</i></p> <p><i>“ falta de mais horas-aula para o desenvolvimento das atividades ”</i></p> <p><i>“ um semestre é pouco tempo para aprender todos os conceitos abordados ”</i></p> <p><i>“ As aulas foram boas, mas a copa do mundo atrapalhou muito, pois perdia-se aulas e depois demorava para ter aula novamente ”</i></p>	<p>Notamos que a maior reclamação dos alunos é quanto à carga horária da disciplina e a divisão de horas/aula por semana.</p> <p>Consideram que a disciplina deveria ter uma carga horária maior e ser ministrada durante todo o período.</p>

## **5.6 DIFICULDADES ENCONTRADAS**

Os alunos envolvidos no processo não apresentaram nenhuma atitude de oposição à realização dos trabalhos. Consideraram a proposta interessante e desafiante, uma vez que nunca haviam trabalhado com este tipo de proposta. Mostraram-se receptivos quanto a aplicação de uma nova metodologia. Mesmo diante de toda esta motivação, algumas dificuldades foram aparecendo no decorrer das atividades e algumas foram difíceis de serem superadas, como por exemplo a disponibilidade de encontros fora do horário das aulas. Relataremos neste item algumas dificuldades encontradas.

### **Despreparo matemático dos alunos**

Em 4.3.2 observamos que os alunos da pesquisa ingressam no curso com fraco conhecimento de alguns conteúdos matemáticos. Algumas aulas de revisão foram realizadas, entretanto, no decorrer das atividades observamos que existiam ainda deficiências em relação a alguns conceitos matemáticos. Na medida do possível, quando faziam-se necessários, estes conteúdos foram sendo revisados para a turma, como por exemplo as identidades trigonométricas, equações exponenciais, propriedades dos logaritmos.

### **Dificuldades para iniciar as atividades**

Por tratar-se de uma disciplina do primeiro período do curso, e como a maioria dos alunos não trabalha na área, algumas dificuldades iniciais foram observadas, entre elas a identificação do problema a ser investigado por meio da Modelagem Matemática. O diálogo estabelecido entre os alunos e entre estes e professores de outras disciplinas específicas foram importantes para o levantamento de informações suficientes que permitissem o desenvolvimento do estudo. Porém, esta dificuldade inicial proporcionou um intercâmbio com outros professores, indo de encontro com um dos nossos objetivos: interdisciplinaridade e envolvimento com sua futura área de atuação enquanto tecnólogo. Alguns alunos que trabalharam na área também auxiliaram os colegas.

### **Evasão do curso**

Conforme comentamos anteriormente, houve evasão de 8 alunos no decorrer do curso. Isto levou a algumas dificuldades em relação ao desenvolvimento dos trabalhos das equipes. Dentro as possíveis causas desta evasão, identificam-se: indefinição do aluno em relação ao curso, conflitos de objetivos, localização geográfica da Instituição e ingresso no curso por meio de segunda opção.

## **5.7 ASPECTOS QUE FACILITARAM O DESENVOLVIMENTO DAS ATIVIDADES**

Alguns aspectos específicos da Instituição, do curso, dos alunos e da própria pesquisadora auxiliaram no desenvolvimento das atividades.

### **A flexibilidade no horário da disciplina**

A flexibilidade em relação ao número de horas/aula semanais, já citada em 4.2, proporcionou o planejamento das atividades de acordo com as necessidades em relação aos conteúdos do programa.

### **O uso do laboratório de informática**

A existência de um laboratório de informática à disposição dos alunos facilitou o andamento dos trabalhos. Além de utilizarem o laboratório para o desenvolvimento de suas atividades fora do horário de aula, os alunos tiveram oportunidade de usar recursos computacionais durante as aulas sempre que necessário. O acesso à internet também facilitou o trabalho dos alunos, pois possibilitou a realização de pesquisas além de viabilizar a comunicação via e-mail.

### **Interesse pela disciplina**

Como observamos em 4.3.1, 100% dos alunos considerou a Matemática uma disciplina importante para o seu desenvolvimento pessoal e profissional, no entanto não conheciam suas aplicações. Deste modo, estavam motivados para aprender a Matemática e sua aplicabilidade em situações problemas.

## **5.8 AVALIAÇÃO DA METODOLOGIA PROPOSTA**

Aprender Cálculo Diferencial e Integral significa não apenas dominar as técnicas de cálculo, mas também, ter compreensão dos conceitos, percebê-los no cotidiano e saber utilizá-los como ferramenta para solução de problemas do cotidiano.

Observamos que atividades desenvolvidas com o uso da Modelagem Matemática no ensino possibilitam a construção do conhecimento ao longo de um processo de “aprender a aprender”. Neste encaminhamento, a sistematização dos conceitos utilizados a partir dos modelos apresentados teve como objetivo mostrar aos alunos a importância do Cálculo Diferencial e Integral e a variedade de contextos onde a Matemática é usada.

Levando em consideração o desenvolvimento desta proposta, podemos concluir que mesmo em um curso regular, com limitações de tempo e conteúdos do programa, é possível desenvolver as atividades de modelagem e proporcionar grande eficiência no processo de aprendizagem dos alunos.

Não se pode deixar de observar que a postura do professor diante das atividades de Modelagem Matemática em sala de aula deve ser diferenciada. O professor deve estar atento à administração do tempo para cada atividade, levando em consideração o que deve ser realizado em sala de aula como também fora desta. É necessário um bom planejamento das atividades observando o conteúdo matemático a ser abordado, a forma de interagir com os alunos durante as atividades e toda a dinâmica da aula.

Observamos que em alguns momentos mostrou-se necessária nossa intervenção, com questionamentos, para que os alunos ultrapassassem algum impasse no desenvolvimento da solução do problema e enriquecesse a discussão em torno do problema em estudo. O estilo de comunicação entre nós e os alunos possui características de um cenário de investigação, pois realizamos um convite aos alunos visando a reflexão de suas conclusões e justificativas.

Observamos que o professor deve estar atento para que a comunicação entre ele e o grupo seja sempre o diálogo, levando os alunos a participarem ativamente das atividades. Como salienta Araújo (Araújo, 2002) a presença do professor durante todo o desenvolvimento das atividades, questionando as interpretações dos alunos e avaliando continuamente os trabalhos pode enriquecer significativamente estas atividades.

Durante as atividades de Modelagem Matemática, o professor deve comportar-se como um orientador, como um coordenador das atividades, tentando solucionar as dúvidas dos alunos, intervir quanto solicitado e recomendar bibliografias que possam auxiliar os alunos, comportando-se assim como um norteador de idéias. É importante que os alunos reflitam sobre o seu trabalho. Assim, o professor não deve responder diretamente as questões, mas sim, usar questões que os incentivem a refletir sobre o seu desenvolvimento.

É importante também que os alunos sejam incentivados a justificar seus procedimentos e que explicitem matematicamente suas conclusões, para que assim, reflitam sobre o seu próprio trabalho. Assim, a atitude do professor visa a orientação dos trabalhos, oferecendo apoio,

provocando discussões, realizando ligações entre o conhecimento do aluno e os conteúdos a serem apresentados.

Uma das dificuldades dos professores citadas em 3.4.2.3 é a falta de experiência em atividades de Modelagem Matemática. Observamos que alguns educadores enfatizam a necessidade de oferecer aos futuros professores de Matemática experiências com Modelagem Matemática ainda na graduação. Neste caminho, observamos que no Paraná, os cursos de licenciaturas já inseriram em sua grade curricular a disciplina Modelagem Matemática, com algumas alterações de nomenclatura.

Além da formação dos professores, entendemos que a inexperiência do professor no processo pode ser minimizada com leituras de trabalhos realizados por outros pesquisadores, estudos de modelos clássicos e com a construção de modelos antecipadamente. É aconselhável também que o professor com pouca experiência trabalhe primeiramente com modelos prontos. Assim, acreditamos que o ingrediente fundamental é a força de vontade do professor. Ele deve estar disposto a aventurar-se, a percorrer caminhos desconhecidos e a pesquisar. A disposição do professor é o fator mais importante. Sem ela nenhum trabalho pode ser realizado.

Observamos que o uso da Modelagem Matemática no ensino pode estimular a responsabilidade e a troca de opiniões entre os alunos, apresentar ao aluno a importância da Matemática em sua vida acadêmica, profissional e social, desenvolver o pensamento crítico, a atitude de investigação, a capacidade de abstração, generalização e criatividade.

Além disto, observamos que a Modelagem Matemática oportuniza os alunos a reinventarem ou reconstruírem idéias e conceitos matemáticos quando são desafiados a resolver problemas da realidade. Assim, podemos concluir que o uso da Modelagem Matemática mostrou-se eficiente para o ensino e aprendizagem de Cálculo Diferencial e Integral nos cursos de Tecnologia em Eletrotécnica.

## CAPÍTULO 6

### CONSIDERAÇÕES FINAIS

No presente trabalho apresentamos uma proposta do uso da Modelagem Matemática como estratégia de ensino do Cálculo diferencial e Integral nos cursos Superiores de Tecnologia em Eletrotécnica do CEFET-Pr. Nossa proposta objetiva oferecer condições para que o ensino e a aprendizagem de Cálculo Diferencial e Integral proporcione ao profissional em Eletrotécnica, além da compreensão da teoria e da aplicação dos conceitos matemáticos na prática, habilidades de discernimento, discussões sobre sua futura prática profissional e possibilidade de interagir com questões referentes a sua área de atuação .

Em 2.4 observamos que educar significa criar espaços para a experiência e aprendizagem e que a escola deve propiciar ao aluno a iniciação à pesquisa e à construção da aprendizagem, além de oportunizar o desenvolvimento de habilidades que conduzem ao crescimento pessoal, social e profissional do estudante. Os novos paradigmas da Educação Tecnológica nos apresentam que a formação social do aluno é um fator importante na educação. Iniciativa, criatividade, capacidade de trabalhar em equipe e tomar decisões, são algumas das habilidades que devem ser contempladas na Educação Tecnológica. Além disto, a Educação Tecnológica almeja formar profissionais capazes de solucionar problemas, modelar situações e analisar de forma crítica os resultados obtidos.

Observamos nos Capítulos 4 e 5 que o uso da Modelagem Matemática no ensino possibilita que o Cálculo Diferencial e Integral seja orientado à resolução de problemas, levando ao aprendizado do conteúdo de forma natural na medida em que o mesmo mostra-se necessário. Salientamos que as atividades de modelagem geram a habilidade de “aprender a aprender” que constitui a base para a construção de conhecimentos.

Neste sentido, consideramos que a metodologia aplicada possibilitou um aprendizado mais eficiente, visto que conduz ao estabelecimento de uma conexão entre a Matemática escolar e a Matemática presente em situações do cotidiano.

A experimentação desenvolvida mostra que a Modelagem Matemática pode ser utilizada em sala de aula, pois ela apresenta-se como uma boa estratégia de ensino capaz de relacionar os



conhecimentos matemáticos com a resolução de problemas do dia-a-dia, além de integrar os conteúdos matemáticos aos conteúdos de eletricidade e outras áreas afins.

Para trabalhos futuros, sugerimos que esta proposta seja desenvolvida com outras turmas do Curso Superior de Tecnologia em Eletrotécnica em períodos diferentes do qual foi desenvolvido este trabalho, como também em turmas dos Cursos Superiores de Tecnologia em Mecânica e Informática. Outras atividades que sugerimos são: o desenvolvimento de uma proposta mais geral do uso da Modelagem Matemática em atividades complementares nos Cursos Superiores de Tecnologia do CEFET-Pr e o desenvolvimento de uma coletânea de problemas e possíveis abordagens através da Modelagem Matemática que possam servir como manual de referência para professores iniciantes no uso desta metodologia.

Esperamos que as iniciativas de vários pesquisadores apresentadas neste trabalho e as atividades por nós desenvolvidas possam estimular o uso da Modelagem Matemática no ensino como mais uma alternativa para a educação, buscando assim, as mudanças desejáveis no ensino e aprendizagem do Cálculo Diferencial e Integral.

## REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- ALMEIDA, L. M.W. (2002a) *Introdução à Modelagem Matemática*. Notas de aula. Mestrado em Ensino de Ciências e Educação Matemática. UEL. Londrina- Pr.
- ALMEIDA, L. M.W; DIAS, M.R. (2002b) *Modelagem Matemática em sala de aula*. (no prelo)
- ALMEIDA, L. M. W; MARTINS, N. ( 2001) Modelagem Matemática: uma aplicação usando a merenda escolar. *Anais eletrônicos do VII ENEM – Encontro Nacional de Educação Matemática*. Rio de Janeiro.
- ANASTÁCIO, M. Q. A. (1990). *Considerações sobre a Modelagem Matemática e a Educação Matemática*. 100 f.. Dissertação (Mestrado) – Instituto de Geociências e Ciências Exatas, Universidade Estadual Paulista, Rio Claro.
- ARAÚJO, J.L. (2002). *Cálculo, Tecnologias e Modelagem Matemática: as discussões dos alunos*. Dissertação de Mestrado. Universidade Estadual Paulista, Instituto de Geociências e Ciências Exatas. Rio Claro.
- ÁVILA, G..(1995). Objetivos do ensino da Matemática. *Revista do Professor de Matemática*. São Paulo, nº 27 , 1º quadrimestre de 1995
- BARBIERE, J.C. ( 1990) .*Produção e transferência de tecnologia*. São Paulo: Ática.
- BARBOSA, J.C. (2001). *Modelagem matemática: concepções e experiências de futuros professores* . 253 f .Tese de doutorado. Universidade Estadual Paulista, Instituto de Geociências e Ciências Exatas Rio Claro.
- BARONE, R. E. M. (2002). *Formação profissional: uma contribuição para o debate brasileiro contemporâneo a partir da experiência internacional*. Disponível na internet: <http://www.senac.br/informativo/BTS/241/boltec241b.htm> , acessada em 28/04/2002.
- BASSANEZI, R. C. (2002). Ensino aprendizagem com modelagem matemática: uma nova estratégia. São Paulo: Contexto.
- BASSANEZI, R. C. (1994). Modelagem Matemática. *Dynamis*, Blumenau. v. 1, nº 7, pp. 55- 83.
- BASTOS, J.A.S.L.A (1998a).A educação tecnológica: conceitos, características e perspectivas. In: \_\_\_\_\_. (org). *Tecnologia & Interação*. Curitiba. PPGTE/ CEFET-Pr. pp.31 -52.

- BASTOS, J.A.S.L.A. (1998b). Os Centros Federais de Educação Tecnológica- CEFET's. In: \_\_\_\_\_.(org). *Tecnologia & Interação*. Curitiba. PPGTE/ CEFET-Pr. pp.153-172.
- BATHELT, R. E; CEOLIN, G. M. (2001). *Transformações Educacionais na Virada do século XXI: Implicações para o ensino da Matemática*. Disponível na página da web: [http:// www.ufsm.br/adeonline/regina.html](http://www.ufsm.br/adeonline/regina.html). acessada em 23-10-2001.
- BAZZO, W. A. (2000). *Educação Tecnológica: enfoques para o ensino de engenharia*. Florianópolis: Editora da UFSC.
- BERRY, J.; HOUSTON, K. (1995). *Mathematical Modelling*. London: Edward Arnold, 142 p.
- BIEMBENGUT, M. S. (1999). Modelagem Matemática & implicações no ensino e aprendizagem da matemática. Blumenau: Ed. da Furb. 134p.
- BIEMBENGUT, M. S. (1997). *Qualidade de Ensino de Matemática na Engenharia: uma proposta metodológica e curricular*. Florianópolis: UFSC, 1997. Tese de Doutorado, Curso de Pós-Graduação em Engenharia de Produção e Sistemas.
- BIEMBENGUT, M.S. (1990). *Modelação Matemática como método de ensino-aprendizagem de Matemática em cursos de 1º e 2º graus*. 210 f. Dissertação (Mestrado) – Instituto de Geociências e Ciências Exatas, Universidade Estadual Paulista, Rio Claro, 1990.
- BIEMBENGUT, M. S & Hein, N. (2000) *Modelagem matemática no ensino*. São Paulo: Contexto.
- BLUM, W. (1991) Applications and modelling in Mathematics teaching – A review of arguments and instructional aspects. In: M. Niss et al (eds) , *Teaching of mathematical modelling and applications*. Chichester: Ellis Horwood Limited.
- BORBA, M. C. ; SKOVSMOSE, O. (1997) The ideology of certainty. *For the learning of Mathematics*. 17 (3) , pp. 17- 23.
- BREITEIG, T.; HUNTLEY, I.; KAISER-MESSMER, G.(1993) *Teaching and learning mathematics in context*. Chichester: Ellis Horwood Ltda., p. 71-80.
- BUNGE, M. (1980). *Epistemologia*. São Paulo:T.A. Queiroz.
- BURAK, D. (1992). Modelagem Matemática: ações e interações no processo de ensino-aprendizagem. Tese de Doutorado. Campinas: FE/UNICAMP,. 329p.
- BURAK, D. (1987) Modelagem Matemática: uma metodologia alternativa para o ensino de matemática na 5ª série. Dissertação de mestrado. Rio Claro: UNESP.

- CARRERA, S. (1993). Construção e exploração de modelos matemáticos em situações do mundo real envolvendo Trigonometria. *Quadrante*, v. 2, nº 1.
- CEFET (1998). *CEFET em Revista*. Apostila. Curitiba: Centro Federal de Educação Tecnológica do Paraná.
- CHEVALLARD, Y. (2001) *Estudar matemáticas: o elo perdido entre o ensino e a aprendizagem*. Trad. Daysy Vaz de Niraes. Porto Alegre: Artmed Editora.
- COSTA, M. J. D. (2001) *Cursos Superiores de tecnologia: formação de Tecnólogo - o caso do CEFET-PB*. Monografia – Especialização em Educação Tecnológica João Pessoa. UFPB/CEFET-PB.
- D'AMBRÓSIO, U., (2002) A Matemática nas escolas. *Educação Matemática em Revista*. Ano 9. nº 11<sup>a</sup> Abril de 2002. pp. 29-33
- D'AMBRÓSIO, U.,(1986). *Da realidade à ação: reflexões sobre educação e matemática*. São Paulo: Unicamp.
- DAVIDSON, N. (ed) (1990). *Cooperative learning in mathematics*. Addison – Wesley.
- DAVIS, P.J.; HERSH, R.. (1995) *A experiência matemática*. Ciência Aberta. Gradiva Publicações. Primeira ed.
- DEMO, P.. (1993). *Educação e qualidade*. Campinas: Papirus.
- DEES, R. (1991) Cooperation in Mathematics classroom: A user's Manual. Em N. Davidson (ed) *Cooperative learning in mathematics*. Addison – Wesley. pp. 25-46
- DOLIS, M. (1989) Ensino de Cálculo e o processo de modelagem. Dissertação de Mestrado. UNESP, Rio Claro.
- EINSTEIN, A. (1981) *Como Vejo o Mundo*. Rio de Janeiro: Ed. Nova Fronteira. Rio de Janeiro. RJ. Brasil.
- FERNANDES, E. (2000). Fazer matemática compreendendo e compreender matemática fazendo: A apropriação de artefactos da matemática escolar. *Quadrante*. Vol. 6, nº 1.
- FERRUZZI, E. C.; ALMEIDA, L. M. W.; GONÇALVES, M. B. (2002a) Dedução da Lei de OHM usando modelagem e investigação matemática. *Actas: XII Seminário de Investigação em Educação Matemática*. Lisboa: Associação de Professores de Matemática. pp. 333-343.
- FERRUZZI, E. C.; ALMEIDA, L. M. W.; GONÇALVES, M. B.. (2002b). Comportamento da Temperatura em um forno elétrico: Modelagem Matemática de um problema no ensino tecnológico. *Anais do IX ERMAC – Encontro regional de matemática aplicada e computacional*. Londrina-Pr: Universidade Estadual de Londrina. Pp. 28-29.

- FERRUZZI, E. C. ; ALMEIDA, L. M. W.; GONÇALVES, M. B. (2002c). Tensão aplicada em um capacitor: uma aplicação de Modelagem Matemática no ensino tecnológico. *Anais do VII EPREM – Encontro paranaense de educação matemática*. Foz do Iguaçu: UNIOESTE.
- FIALHO, F. (2001). *Ergonomia Cognitiva*. Notas de aula. Programa de Pós- Graduação em Engenharia de Produção. Florianópolis.
- FONSECA, H., BRUNHEIRA, L., PONTE, J. P. (1999). As actividades de investigação, o professor e a aula de Matemática. *Actas do ProfMat 99*. Lisboa: APM.
- FRANCHI, R. H. °L. (1993) Modelagem matemática como estratégia de aprendizagem do Cálculo diferencial e integral nos cursos de engenharia. Dissertação de mestrado. UNESP, Rio Claro. S.P.
- GAZZETA, M. A (1989) *Modelagem como Estratégia de Aprendizagem na Matemática em Cursos de Aperfeiçoamento de Professores*. 150 f. Dissertação (Mestrado) – Instituto de Geociências e Ciências Exatas, Universidade Estadual Paulista, Rio Claro, 1989.
- GRANGER, G.G. (1969) *A Razão*. Difusão Européia do Livro. São Paulo. 2ª ed.
- GRINSPUN, M. P. S. (1999). Educação Tecnológica. In: \_\_\_\_\_(org.) *Educação Tecnológica: desafios e perspectivas*. São Paulo: Cortez. .pp. 25- 73.
- GUSTINELI, O. A. P. (1990). *Modelagem Matemática e resolução de problemas: uma visão global em Educação Matemática..* 126 f. Dissertação (Mestrado) – Instituto de Geociências e Ciências Exatas, Universidade Estadual Paulista, Rio Claro.
- HILGARD, R. E. (1973). O aparecimento dos modelos Matemáticos. *Teoria da Aprendizagem*. Ed. São Paulo, pp 461-508.
- <http://www.grupozug.com.br/ENGEL/frameeletronica.htm> acessada em 14/04/2002
- JACOBINI, O. R. (1999). *A Modelação Matemática aplicada no ensino de Estatística em cursos de Graduação*. 155 f. Dissertação (Mestrado) – Instituto de Geociências e Ciências Exatas, Universidade Estadual Paulista, Rio Claro.
- JOHNSON, D. e JOHNSON, R. (1990) Using cooperative learning in math. Em N. Davidson (ed.) *Cooperative learning in mathematics* . Addison – Wesley; pp.97-111.
- LEAL, S.(1999). *Modelação Matemática Uma Proposta Metodológica para o Curso de Economia*. Dissertação de Mestrado, Curso de Pós Graduação em Engenharia de Produção. Florianópolis: UFESC.

- MARTINELLO, D. (1994) Modelação Matemática, uma alternativa para o ensino de matemática no primeiro grau. Dissertação de mestrado, Curso de Pós- Graduação em educação. Universidade Regional de Blumenau. Blumenau. S.C.
- MEC. (2001). *Educação Profissional. Legislação básica*. Ministério da Educação, Secretaria de Educação Média e Tecnológica. Brasília, DF.
- MELLO, G. N. de. (1993) Cidadania e competitividade – desafios educacionais do terceiro milênio. São Paulo, Cortez.
- NISS, M. (1992). O papel da aplicação e da modelação na matemática escolar. *In: Revista Educação e Matemática*, nº 23, terceiro trimestre de 1992. pp. 1-2. Lisboa, Pt.
- NISS, M (1989). Aims and scope of applications and modelling in Mathematics curricula. In: W. Blum et al (eds), *Applications and modelling in learning and teaching Mathematics*. Chichester: Ellis Horwood Limited.
- NISS, M (1987). Applications and modelling in the mathematics curriculum – state and trends. *Int. J. Math. Educ. Sci. Technol.*, London, v. 18, n. 4, p. 487-505, jul.-aug. 1987.
- OGATA, K.(1990). *Engenharia de Controle Moderno*. 2ªed. PHB.
- PERRENOUD, P. (2000). *Dez novas competências para ensinar*. Trad. Patrícia Chittoni Ramos. Artes Médicas Sul. Porto Alegre.
- PONTE, J.P. (1992) A modelação no processo de aprendizagem. *Revista Educação e Matemática*, nº 23, terceiro trimestre, pp.15-19. Lisboa, Pt.
- QUELUZ, G. L. (1995). História do CEFET: a escola de aprendizes artífices do Paraná 1909-1922. *Tecnologia & Humanismo* nº 14. Curitiba: Centro Federal de Educação Tecnológica do Paraná. pp.29 – 33.
- REIS, M. de F. (1995). *Educação Tecnológica: a montanha pariu um rato?* . Portugal: Porto editora.
- RODRIGUES, A. M. M. (1999). Por uma filosofia da tecnologia. In: GRINSPUN, Mírian P. S (org) *Educação Tecnológica: desafios e perspectivas*. São Paulo: Cortez.. pp. 75- 129.
- SCHAFF, A. (1991). A sociedade informática- as conseqüências sociais da segunda revolução industrial. São Paulo: Brasiliense, Unesp.
- SIMONSEN, M. H.(1998). *Ensaio analítico*. 3ª ed. Editora da FGV.
- SKOVSMOVE, O. (2001). Educação matemática crítica: a questão da democracia. Campinas: Papirus.
- SKOVSMOVSE, O. (2000). Cenários para Investigação. In: *Bolema*, ano 13, n.14, pp.66-91.

- TAVARES, F. (2000) Dificuldades reveladas por alunos em contextos de aplicação ou modelação matemática. In: *MILLENIUM. Revista do Instituto Superior Politécnico de Viseu*. Ano 4 nº 17., p.363-375. Janeiro/2000.
- TAVARES, F.(1996) Os modelos matemáticos e o processo de modelação matemática. In: *MILLENIUM. Revista do Instituto Superior Politécnico de Viseu*. nº3, 2ª ed., p.30 – 35 Junho/1996.
- TEIXEIRA, M.L. da C. (2002) A formação do professor de matemática e a pesquisa em sala de aula. *Educação Matemática em Revista*. Ano 9. nº 12 junho de 2002.
- VARGAS, M. (org) (1994) *História da técnica e da tecnologia no Brasil*. São Paulo: Edunesp. CEETEPS.
- VASCONCELOS, C. C. (1996) . Aprender a Investigar- Investigar para Aprender: As actividades de Investigação no Processo de Ensino-Aprendizagem. In : *Millenium- Revista do Instituto Superior Politécnico de Viseu*- Junho de 1996- nº 3. 2ª ed. pp. 41-58
- VAZ, L. G. D. (2000). Educação tecnológica em Maranhão: Um esboço histórico para alunos e professores do CEFET-MA. In: *Revista Nova Atenas de Educação Tecnológica*. Vol. 3. nº 2- jul-dez 2000.



**ANEXO 1**  
**MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO**  
**CENTRO FEDERAL DE EDUCAÇÃO TECNOLÓGICA DO PARANÁ**  
**UNIDADE DE CORNÉLIO PROCÓPIO**

**QUESTIONÁRIO SÓCIO CULTURAL**

Idade: \_\_\_\_\_ Cidade de Origem: \_\_\_\_\_

Modalidade do ensino cursado no ensino médio:

educação geral     ensino técnico

Atualmente você está trabalhando?

não     sim, tempo integral     sim, tempo parcial

Possui acesso a computador?

não     sim, em \_\_\_\_\_ ( casa, escola, trabalho)

Com que frequência você lê?

nunca leio

1 livro por mês

1 livro por semestre

1 livro por ano

Se você é acostumado a ler, qual é o tipo de leitura que mais gosta?

Você é acostumado a realizar pesquisas? Que tipo?

---

Você acha que a matemática é importante para o seu desempenho acadêmico e profissional?

Porque?

Já cursou esta disciplina?

não     sim \_\_\_\_\_ vezes

Quais são suas expectativas em relação ao curso?

Este espaço é reservado para algum comentário que queira fazer que possa contribuir para o bom andamento de nossas atividades durante este semestre.



## ANEXO 2

Nome: \_\_\_\_\_ Turma: \_\_\_\_\_ DATA: \_\_\_\_\_

Responda as seguintes questões referentes a conteúdos básicos para o nosso curso. O objetivo deste pré-teste é reconhecer o grau de conhecimento do grupo para o bom andamento das atividades. Realize a atividade sem o auxílio do professor, colegas e/ou calculadoras.

1) Um grupo de 22 pessoas, que possui uma área de lazer para os fins-de-semana, verificou a necessidade de compra de um microondas. Resolveram que a compra deste aparelho deveria ser feito com a contribuição dos associados e então cada homem contribuiu com R\$ 20,00 e cada mulher com R\$ 12,00 arrecadando um total de R\$ 344,00. Quantos eram os homens e quantas eram as mulheres participantes deste grupo?

2) Resolva as equações abaixo:

a)  $x^2 - 5x + 6 = 0$

b)  $3x^2 - 12 = 0$

c)  $\frac{2}{3}x + 2 = 0$

d)  $\frac{x-2}{3} = 0$

3) Calcule o valor numérico das expressões:

a)  $y = 8^{\frac{4}{3}}$

b)  $y = \left(\frac{1}{2}\right)^{-2}$

c)  $y = \sqrt[3]{-8}$

4) Simplifique :

a)  $\frac{42}{12}$

b)  $\frac{3}{4} + 2$

c)  $\frac{5}{3} - \frac{4}{2} + 1$

d)  $\frac{2}{5} \times \frac{5}{6}$

e)  $\frac{12}{\frac{3}{4}}$

5) Construa o gráfico da função:

a)  $f(x) = x + 1$

b)  $f(x) = x^2 - 5x + 6$

6) Dada a função da velocidade  $V = V_0 + a.t$ , onde  $V$  é a velocidade final de um móvel,  $V_0$  é a velocidade inicial,  $a$  é a aceleração e  $t$  é o tempo em segundos.

Calcule:

a velocidade final deste móvel, quando a velocidade inicial é igual à 5m/s, a aceleração é  $-2\text{m/s}^2$  e o tempo é 3 segundos;

a velocidade inicial quando  $v = 25\text{m/s}$ , aceleração é  $3\text{m/s}^2$ , e o tempo é 7 segundos.

A aceleração quando a velocidade final é 70m/s, a velocidade inicial é 2 m/s e o tempo é 10s;

O tempo, quando a velocidade final é igual à 35m/s, a velocidade inicial é nula e a aceleração é igual à  $5\text{m/s}^2$ .

## ANEXO 3

### QUESTIONÁRIO FINAL

Este questionário tem o objetivo de conhecer a opinião dos alunos sobre as atividades de Modelagem Matemática desenvolvidas na disciplina de Circuitos e Medidas no ramo de Cálculo, no primeiro semestre de 2002.

A professora Elaine, desde já, fica imensamente agradecida pela sua colaboração.

Nome: (opcional) \_\_\_\_\_

1) Você acha que o método de ensino utilizado pela professora se diferencia em relação a outros?

- a) ( ) sim
- b) ( ) não

2) Trabalhar com Modelagem Matemática no ensino, você considera:

- a) ( ) adequado para esta disciplina;
- b) ( ) não é adequado para esta disciplina;
- c) ( ) não faz diferença no ensino e aprendizagem de Cálculo.

3) Quanto aos métodos normalmente utilizados no ensino de Cálculo e a Modelagem matemática, você acha que:

- a) ( ) o método utilizado pela professora deve continuar sendo utilizado nos próximos períodos;
- b) ( ) é melhor outros métodos.

4) O uso de Modelagem Matemática em sala de aula:

- a) ( ) facilita a compreensão do conteúdo matemático;
- b) ( ) dificulta a compreensão do conteúdo matemático;
- c) ( ) não vale a pena, pois o mesmo é confuso;
- d) ( ) outra resposta. Qual? \_\_\_\_\_

---

5) O método utilizado pela professora favorece a participação ativa dos alunos?

- a) ( ) sim
- b) ( ) não

6) O método utilizado exige mais dedicação e mais estudo dos alunos?

- a) ( ) sim
- b) ( ) não

7) Uma nota para sua dedicação à disciplina

- a) ( ) menos que 5;
- b) ( ) entre 5 e 7;
- c) ( ) maior que 7.

8) O método utilizado favorece o trabalho em equipe?

- a) ( ) sim
- b) ( ) não

se não, porque? \_\_\_\_\_

9) O método incentiva o diálogo entre os alunos e entre os alunos e a professora ?

- a) ( ) sim

- b) ( ) não  
c) ( ) outra resposta. Qual? \_\_\_\_\_

10) O método exigiu pesquisa bibliográfica (livros ou internet) além das aulas ministradas pela professora?

- a) ( ) sim      b) ( ) não

11) O método exigiu a busca por informações de outras áreas e com outros profissionais?

- a) ( ) sim      b) ( ) não

12) Para o bom andamento das atividades foi necessário usar o computador nas aulas e na resolução dos problemas desenvolvidos por vocês. Este uso tornou o desenvolvimento das atividades mais interessantes?

- a) ( ) sim  
b) ( ) não  
c) ( ) outra resposta. Qual? \_\_\_\_\_

13) As aulas foram:

- a) ( ) agradáveis; b) ( ) um pouco cansativas; c) ( ) cansativas.

14) Quanto aos conteúdos matemáticos desenvolvidos neste período:

- a) ( ) são úteis para o desenvolvimento das atividades profissionais e acadêmicas;  
b) ( ) não são úteis para o desenvolvimento das atividades profissionais e acadêmicas;  
c) ( ) outra resposta. Qual? \_\_\_\_\_

15) Quanto aos tópicos matemáticos abordados em sala de aula neste período:

- a) ( ) você compreendeu todo o conteúdo;  
b) ( ) você compreendeu em parte o conteúdo;  
c) ( ) você não compreendeu o conteúdo.

16) Os conteúdos matemáticos que foram ministrados neste período:

- a) ( ) muitas vezes surgiram de situações concretas;  
b) ( ) aparecem de situações hipotéticas;  
c) ( ) servem apenas para explicar regras matemáticas.

17) O tema escolhido por vocês para o trabalho de Modelagem, foi interessante?

- a) ( ) sim;  
b) ( ) não.  
Se não, porque? \_\_\_\_\_  
\_\_\_\_\_

18) Você teve dificuldades para o trabalho?

- a) ( ) sim;  
b) ( ) não.  
Se sim, quais? \_\_\_\_\_  
\_\_\_\_\_

19) A avaliação dos conteúdos estava de acordo com as atividades desenvolvidas pela professora?

- a) (    ) sim
- b) (    ) não
- c) (    ) outra resposta. Qual? \_\_\_\_\_

20) Na sua opinião, o método utilizado pela professora, neste período, é:

- a) (    ) bom;
  - b) (    ) razoável;
  - c) (    ) ruim;
  - d) (    ) outra resposta. Qual? \_\_\_\_\_
- 

21) O que você considera como fator positivo e negativo das atividades desenvolvidas?

Positivo:

Negativo:

## ANEXO 4


Apresentaremos neste Anexo uma síntese dos trabalhos desenvolvidos pelo Grupo 3 e pelo Grupo 4.

### A 4.1 Consumo de Energia Elétrica no Paraná

O tema escolhido pelo Grupo 3 diz respeito ao Consumo de Energia Elétrica no Paraná. Este é um tema que estava sendo muito discutido na época da aplicação deste trabalho devido ao racionamento de energia que o País havia passado em 2001.

Conforme os dados fornecidos pela Copel (Companhia Paranaense de Energia Elétrica), e apresentados na Tabela A4.1, verificamos que a maior parte da produção de energia elétrica no Paraná, provém de rios e lagos, isto é, das Hidrelétricas.

**Tabela A4.1: Geração de energia elétrica em MWh das concessionárias do Estado do Paraná.**

GERAÇÃO DE ENERGIA ELÉTRICA DAS CONCESSIONÁRIAS (MWh) ESTADO DO PARANÁ					
CONCESSIONÁRIA	1998	1999	2000	2001	
<b>GERAÇÃO TOTAL</b>	<b>32458987</b>	<b>32149565</b>	<b>26404472</b>	<b>39602115</b>	
HIDRELÉTRICA	32412110	32069013	26331932	39542021	
TERMELÉTRICA	46877	80552	72540	60094	

*Fonte: Copel*

Entretanto estamos cientes que nossos rios e lagos estão secando, principalmente devido à fatores ambientais, como a falta de chuva.

Preocupados com o consumo de energia e com a possibilidade de falta desta no futuro, procuramos obter uma visão mais ampla de como comporta-se este consumo no decorrer do tempo e até quando a energia produzida no nosso estado será suficiente para abastecer este consumo.

Assim, o problema estudado consiste em obter um modelo matemático que possibilite fazer a previsão de consumo de energia elétrica no Estado do Paraná, verificando se este Estado é auto-suficiente em produção de energia elétrica e até quando será.

As variáveis presentes neste trabalho são:  $C_n$  : consumo de energia no tempo  $n$ , medida em TWH (tera- watt-hora) e  $n$ : tempo, medido em anos

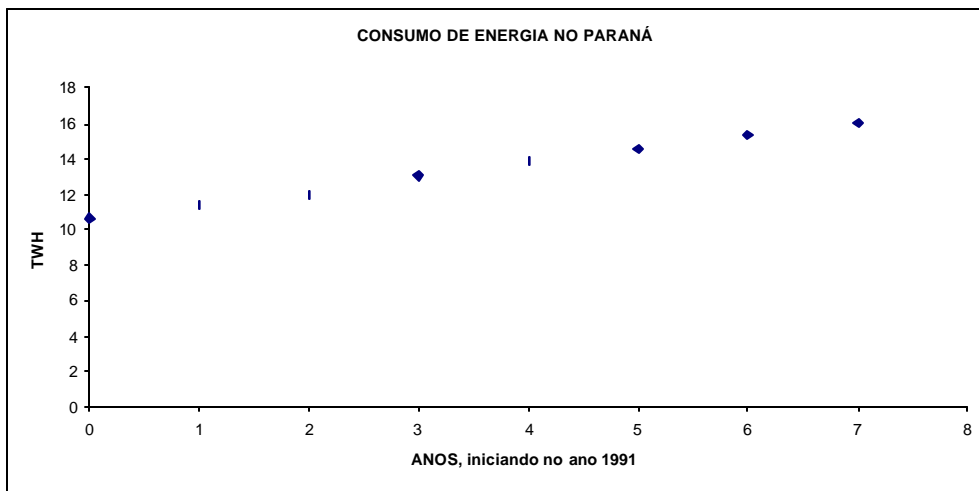
Os dados apresentados na Tabela A4.2 foram fornecidos pela Copel.

**Tabela A4.2: Consumo de Energia no Paraná em relação ao tempo**

n	$C_n$
1992	10,696643
1993	11,432419
1994	11,957966
1995	12,996213
1996	13,862816
1997	14,600576
1998	15,391161
1999	16,029786

Fonte: Copel

Com os dados acima, podemos obter a curva de tendência apresentada na Figura A4.1, onde observamos que a tendência dos dados descreve um comportamento crescente e que tende a estabilizar-se, logo é limitada e podemos afirmar que a mesma converge para um determinado ponto. Assim, temos que  $\lim C_n = C^*$ , onde  $C^*$  é o ponto de estabilidade desta sequência.



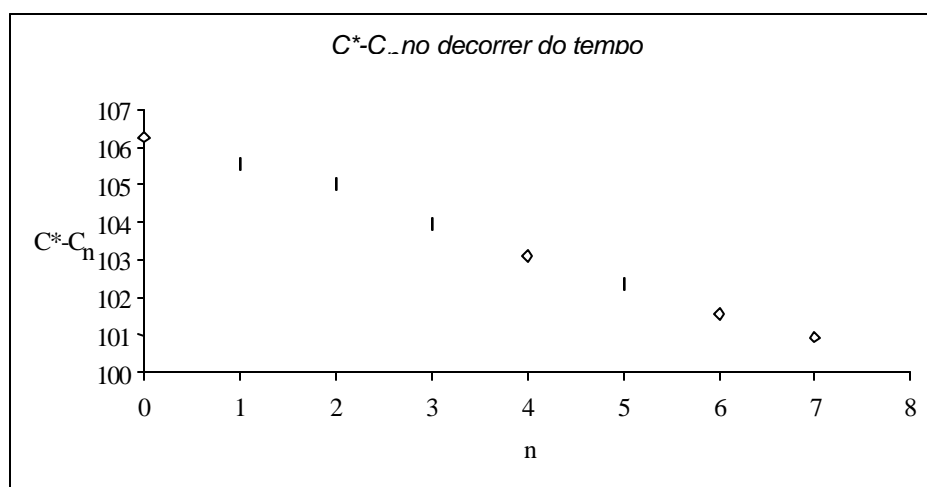
**Figura A4.1: Curva de Tendência do Consumo de Energia no Paraná**

Para encontrar este ponto de estabilidade utilizamos o método de Ford-Walford e encontramos o ponto de estabilidade  $C^* = 117,41 \text{ TWh}.$

A partir do ponto de estabilidade, analisamos o comportamento do consumo em relação ao máximo atingido, isto é, em relação ao ponto de estabilidade, conforme apresentado na Tabela A4.3 e Figura A4.2.

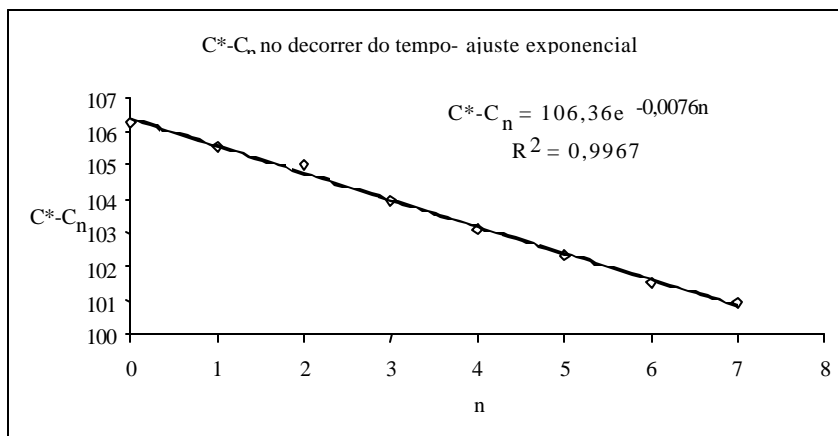
**Tabela A4.3:  $C^*-C_n$**

n	$C_n$	$C^*-C_n$
0	10,696643	106,71336
1	11,432419	105,97759
2	11,957966	105,45204
3	12,996213	104,41379
4	13,862816	103,54719
5	14,600576	102,80424
6	15,391161	102,01884
7	16,029786	101,38022



**Figura A4.2 : Diferença entre  $C^*$  e  $C_n$**

Ajustando os pontos à uma função exponencial do tipo  $C^*-C_n = a.e^{bn}$  encontramos a função exponencial  $C^*-C_n = 106,36.e^{-0,0076n}$ , conforme apresentado na Figura A4.3



**Figura A4.3 : Ajuste exponencial de  $C^* - C_n$**

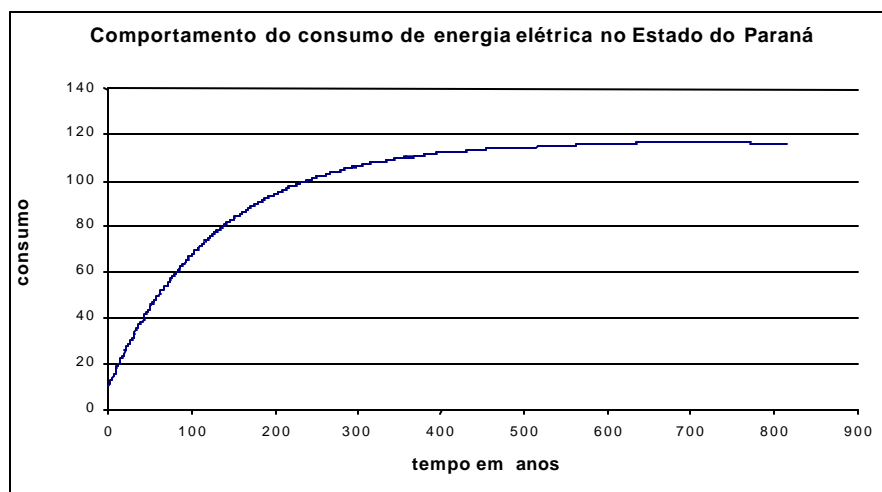
Substituindo o valor de  $C^*$  em  $C^* - C_n = 106,36.e^{-0,0076n}$ , temos o modelo

$$C_n = 117,41 - 106,81.e^{-0,0075n} \quad (\text{A4.1})$$

Como o tempo é uma variável contínua podemos substituir  $n$  por  $t$ . Assim, temos

$$C_t = 117,41 - 106,81.e^{-0,0075t} \quad (\text{A4.2})$$

Este modelo ( A4.2), nos mostra o comportamento do Consumo de Energia Elétrica no Paraná em relação ao tempo e está apresentado na Figura A4.4.



**Figura A4.4 : Comportamento do Consumo de energia Elétrica no Paraná**

A comparação entre os dados observados e os dados estimados pelo modelo, apresentados na Tabela A4.4 permitiu concluir que o modelo encontrado é satisfatório para descrever o problema em estudo.



**Tabela A4.4 : Validação do modelo encontrado**

ano	consumo observado	consumo estimado pelo modelo	erro
0	10,696643	10,6	0,90%
1	11,432419	11,39807846	0,30%
2	11,957966	12,19019373	-1,94%
3	12,996213	12,97639036	0,15%
4	13,862816	13,75671256	0,77%
5	14,60576	14,53120424	0,51%
6	15,391161	15,29990897	0,59%
7	16,029786	16,06286997	-0,21%

Com este modelo podemos observar que somente daqui a aproximadamente 42 anos é que o Paraná consumirá a energia total produzida no Estado. Entretanto existe uma lei que faz com que o Estado forneça energia para outros Estados, assim, já mostra-se necessário um aumento na produção.

O conteúdo necessário para a realização deste trabalho foi: revisão de equações exponenciais e propriedades dos logaritmos conceito de limites, interseção de retas, função exponencial, método de Ford-Walford e derivadas ( na apresentação oral)

#### **A4.2 HORÁRIO DE VERÃO**

Apresentaremos neste ítem uma síntese do trabalho desenvolvido pelo Grupo 4. O tema escolhido por este grupo diz respeito ao consumo de energia elétrica em um dia no horário de verão em comparação com a energia consumida em um dia fora deste horário. Os alunos iniciam seus trabalhos com uma pesquisa bibliográfica e apresentam o seguinte contexto.

As primeiras idéias sobre o horário de verão foram apresentadas por Benjamin Franklin no final do século 18, mas somente foram levadas a sério mais de um século depois na Inglaterra, em 1907 com William Willett, que iniciou uma campanha para adoção do horário de verão para aquele país. Naquele dias o argumento utilizado era que haveria mais tempo para o lazer, menor criminalidade e redução no consumo de luz artificial.

Internacionalmente os estudos apontam três benefícios do horário de verão: economia de energia, redução de acidentes nos horários de pico do trânsito (que durante esse período possuem mais iluminação natural) e redução de assaltos e crimes.

O princípio básico do horário de verão é que nos meses de verão, o sol nasce mais cedo e se os relógios forem adiantados, a luz do dia será melhor aproveitada, pois a maioria da população passará a acordar, trabalhar, estudar, etc, em consonância com a luz do sol. Assim, tem-se a idéia de aproveitar o maior número de horas de luminosidade natural disponível durante os meses que incluem o verão.

Todo ano, quando o verão se aproxima, as discussões sobre o horário de verão tornam-se constantes. Muitos são a favor da sua implantação enquanto outros não o são. As discussões geralmente são em torno de se realmente existe uma redução representativa no consumo de energia que valha a pena os transtornos causados por sua implantação. Os transtornos alegados geralmente estão em torno do horário de levantar, as dificuldades que algumas pessoas sentem em adaptar-se e os gastos feitos pelo governo

Diante disto, perguntamos, quanto realmente existe de redução no consumo da energia elétrica no horário de verão? Esta redução é a real justificativa para sua implantação?

Assim, o objetivo deste trabalho é determinar um modelo matemático que descreva o consumo de energia no horário de verão e fora deste horário, com a finalidade de determinar se existe e qual é a redução no consumo neste período.

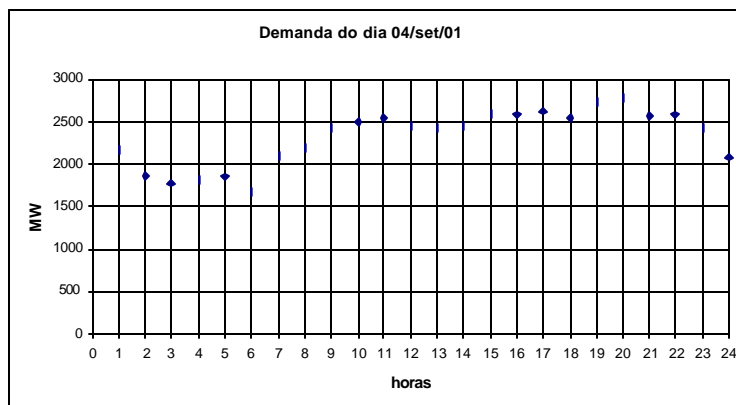
As variáveis envolvidas neste problema são:  $t$  = tempo, medido em horas,  $D$  = demanda em MW e  $W$  = energia consumida em MWh.

Os dados fornecidos pela COPEL e constantes na Tabela A4.5 representam a área de atendimento desta, o que significa em torno de 90% do Estado do Paraná. Estes dados referem-se à demanda ou carga consumida em dois dias específicos: um dia do horário de verão, 20/11/2001 e um dia fora do horário de verão: 04/09/2001.

**Tabela A4.5 : Demanda consumida**

HORA	04/set/01	20/nov/01
1	2173	2016
2	1861	1865
3	1775	1876
4	1823	1825
5	1853	1814
6	1675	1909
7	2105	2033
8	2210	2180
9	2421	2434
10	2501	2499
11	2539	2545
12	2460	2501
13	2431	2280
14	2453	2505
15	2609	2623
16	2585	2579
17	2626	2610
18	2553	2528
19	2742	2358
20	2801	2236
21	2579	2702
22	2589	2580
23	2447	2585
24	2088	2317

Os dados constantes na Tabela A4.5 descrevem as curvas de tendências apresentadas nas Figuras A4.5 e A4.6

**Figura A4.5 : Demanda referente ao dia 04/09/2001**

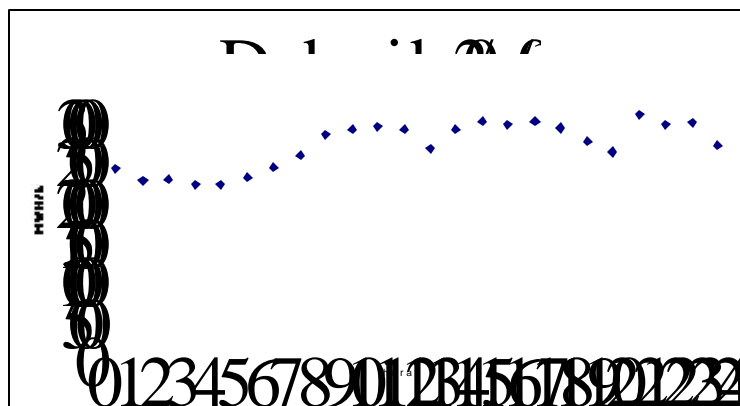


Figura A4.6 : Demanda referente ao dia 20/11/2001

A partir destes dados, com o auxílio do software Curve, encontramos dois modelos, sendo um para cada dia em estudo. Considerando  $D_1$  a demanda do dia 04/09/2001 e  $D_2$  a demanda do dia 20/11/2001, temos:

$$\begin{aligned}
 D_1(t) = & 4,7853656 \cdot 10^{-7} t^{10} - 6,3047945 \cdot 10^{-5} t^9 + 0,0035669609 t^8 - \\
 & - 0,11316738 t^7 + 2,2060208 t^6 - 27,236818 t^5 + 212,20767 t^4 - \\
 & - 1013,281 t^3 + 2818,5219 t^2 - 4158,7671 t + 4341,4505
 \end{aligned} \tag{A4.3}$$

e

$$\begin{aligned}
 D_2(t) = & 1,101683 \cdot 10^{-6} t^{10} + 0,0001397971 t^9 + 0,0075974648 t^8 - \\
 & - 0,23101589 t^7 + 4,3085591 t^6 - 50,835833 t^5 + 377,96176 t^4 - \\
 & - 1713,9896 t^3 + 4450,7158 t^2 - 5883,2957 t + 4838,8013
 \end{aligned} \tag{A4.4}$$

Em pesquisas bibliográfica e com especialistas e técnicos da Copel, constatou-se que para calcular a energia consumida neste intervalo de tempo é necessário determinar a área sob o gráfico da demanda..

Tendo obtida a função que representa esta demanda, (expressões A4.3 e A4.4) nosso objetivo agora é determinar a área sob estas curvas. Para solucionar este problema a introduzimos o conceito de integral o qual auxilia nesta resolução.

Após este conteúdo resolvemos então as integrais definidas das expressões (A4.3) e (A4.4), no intervalo de 1 a 24 para determinar a energia consumida. Encontramos assim o modelo

matemático que representa a energia consumida no dia 04 de setembro de 2001, isto é, em um dia fora do horário de verão e no dia 20/11/2001, isto é, um dia do horário de verão.

Considerando  $W_1$  a energia consumida no dia 04/09/2001 e  $W_2$  a energia consumida no dia 20/11/2001, temos:

$$W_1 = \int_1^{24} D_1(t) dt \quad (\text{A4.5})$$

que nos fornece a energia consumida no dia 04/09/2001 isto é,  $W_1 = 53752 \text{ MWh}$ .

e

$$W_2 = \int_1^{24} D_2(t) dt \quad (\text{A4.6})$$

nos fornece a energia consumida no dia 20/11/2001,  $W_2 = 53203 \text{ MWh}$

Diante dos resultados encontrados, temos que:

- Em um dia do fora do horário de verão: energia consumida de 53752 MWh
- Em um dia do horário de verão: energia consumida de 53203 MWh

Esta diferença representa uma economia de 1,0214%, isto é uma economia de 549,03MWh em um dia, o que equivale ao consumo de um dia da cidade de Campo Mourão no Paraná.

Importante salientar que este cálculo para a energia consumida é um trabalho acadêmico, o qual tem por finalidade o processo em si e a aplicação dos conceitos matemáticos para resolução de problemas. Para uma melhor análise deste consumo outros fatores devem ser levados em consideração, como por exemplo os dias da semana, sábado, domingos e feriados.

Mesmo diante destes dados, outros fatores devem ser levados em consideração para a implantação do horário de verão em nosso estado.

Se observarmos novamente as curvas de cargas nas Figuras A4.5 e A4.6 (horário normal e horário de verão respectivamente) verificamos que há um deslocamento no horário de ocorrência da carga máxima do Sistema Copel.

No horário normal o pico da demanda acontece entre 19 e 21 horas enquanto no horário de verão este pico acontece entre 20 e 22 horas e ainda observamos que o máximo atingido é menor no horário de verão, isto é 2702 MW para o horário de verão e 2801MW para o horário normal.

Podemos nos perguntar se isto é relevante, uma vez que apenas houve um deslocamento e pouca economia na realidade. Entendemos que mesmo assim é importante este horário, pois ao adiantar o relógio em uma hora, deslocamos o consumo por iluminação do horário anterior, desmontando a coincidência desse consumo com o consumo industrial. As pessoas só começam a ligar suas lâmpadas e aparelhos domésticos depois que as indústrias já diminuíram sua demanda. A demanda máxima cai pois as “luzes” se acendem depois de desligadas as “máquinas”. A quantidade de energia consumida, que é a área sob a curva da demanda, é praticamente igual mas o “congestionamento” fica menor.

Assim, com o horário de verão, além do melhor aproveitamento da luz natural, há uma queda na demanda máxima do sistema elétrico pelo deslocamento da curva de carga para fora do horário de pico habitual. Este efeito alivia o carregamento dos sistemas de transmissão e distribuição de eletricidade, principalmente nas regiões Sul e Sudeste, onde o consumo de energia é mais acentuado.

Este trabalho mostrou-se muito interessante, pois no próprio grupo e na sala como um todo, alguns alunos mostravam-se contra a implantação do horário de verão pois não acreditavam na economia que poderia ser produzida. Após esta pesquisa e constatada as vantagens, as quais não resumem-se à economia, entenderam a importância desde.

Para a resolução deste problema utilizou-se os conceitos de integral definida e cálculo de área. Quando mostrou-se necessário estes conceitos os mesmos foram introduzidos.

## ANEXO 5

## FICHA DE OBSERVAÇÃO 1

Observação das atividades em grupo

ALUNO: \_\_\_\_\_

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Trabalha cooperativamente com o grupo										
É persistente										
Tenta compreender o problema a ser estudado										
Propõe estratégias para solução do problema										
Demonstra auto-confiança										
Respeita a vez de falar										
Respeita as idéias e opiniões dos outros componentes do grupo										
As intervenções orais são pertinentes										
É flexível										
Consegue descrever e analisar a resolução										
Permanece no grupo durante a realização da tarefa										
Demonstra interesse pela atividade										
Realiza intervenções nas aulas										
É claro em suas intervenções										
Demonstra domínio dos conteúdos matemáticos apresentados										
É responsável										
É criativo										
É crítico										

OBSERVAÇÕES

FICHA DE OBSERVAÇÃO 2  
Observação da apresentação oral dos trabalhos

ALUNO: \_\_\_\_\_ DATA \_\_\_\_\_

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Clareza na apresentação das idéias e conceitos										
Organização das idéias										
Domínio do conteúdo										
Criatividade										
Capacidade de expressão oral										

OBSERVAÇÕES:



## FICHA DE OBSERVAÇÃO 3

Observação da apresentação escrita dos trabalhos

ALUNO: \_\_\_\_\_ DATA \_\_\_\_\_

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Estética										
Criatividade										
Capacidade de expressão escrita										
Desenvolvimento correto do conteúdo										
Resolução correta do problema em estudo										

OBSERVAÇÕES