

Universidade Federal de Santa Catarina
Programa de Pós-Graduação em Engenharia de Produção

Ensino e Aprendizagem da Geometria
através das Formas e Visualização Espacial

Dissertação de Mestrado

Antonio Amilcar Levandoski

Florianópolis

2002

Antonio Amilcar Levandoski

**Ensino e Aprendizagem da Geometria
através das Formas e Visualização Espacial**

Esta dissertação foi julgada e aprovada para obtenção do título de **Mestre em Engenharia de Produção** no **Programa de Pós-Graduação em Engenharia de Produção da Universidade Federal de Santa Catarina**

Florianópolis, 07 de junho de 2002.

Prof. Ricardo Miranda Barcia, Ph. D.

Coordenador do Curso

BANCA EXAMINADORA

Prof^a Silvana Bernardes Rosa, Dra.

Orientadora

Prof. Luiz Fernando Jacintho Maia, Dr.

Prof. Gilson Braviano, Dr.

À minha esposa, Regina, pelo apoio constante, e a meus filhos, Ana Carolina, Ana Maura e Leonardo David, presentes em todos os momentos de minha busca do conhecimento.

Agradecimentos

À Universidade Federal de Santa Catarina pela oportunidade que me foi concedida,
aceitando-me no programa de mestrado em Engenharia de Produção.

Ao Centro Federal de Educação Tecnológica do Paraná, que me mostrou novos
horizontes em busca de melhores perspectivas de vida e crescimento profissional.

À professora Dra. Silvana Bernardes Rosa, pela sempre prestativa orientação de minha
dissertação, o que muito contribuiu para meu engrandecimento teórico-prático.

Aos professores que me assistiram durante as aulas do curso e que muito contribuíram
para que eu adquirisse novas habilidades e conhecimentos.

À minha esposa Regina Maria, que sempre me apoiou nas horas mais difíceis.

Aos meus filhos Ana Carolina, Ana Maura e Leonardo David por existirem.

A todas as pessoas que
porventura um dia virem
a ler este trabalho.

“A simples transmissão
de informações poderia ser
facilmente substituída por
televisões e computadores. Agora,
transmitir com paixão é privilégio
do professor que ama seu ofício
e os assuntos em que se
especializou.”

Flávio Gikovake

SUMÁRIO

Lista de Figuras	ix
Lista de Gráficos	x
Lista de Quadros	xi
Resumo	xii
Abstract	xiii
1. INTRODUÇÃO	1
1.1 Problemática Geral	1
1.2 Importância do Trabalho	3
1.3 Delimitação do Trabalho	4
1.4 Justificativas para Escolha do Tema do Trabalho	7
1.5 Hipóteses do Trabalho	8
1.6 Objetivos do Trabalho	10
1.6.1 Geral	11
1.6.2 Específicos	11
1.7 Organização do Trabalho	11
2. FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA	13
2.1 Introdução	13
2.2 Abordagem Geral	14
2.3 Teorias Utilizadas como Base para Resolver o Problema	26
2.3.1 Teoria de Jean Piaget	26
2.3.2 Teoria de Lev Semenovich Vygotsky	31
2.3.3 Teoria de David Ausubel	35
2.3.4 Teoria de Jerome Bruner	40

2.4 Trabalhos Científicos Utilizados como Base para Resolver o Problema	
42	
2.5 Conclusão	46
3. MODELO PROPOSTO	48
3.1 Introdução	48
3.2 Metodologia	48
3.3 Sujeitos da Pesquisa	48
3.4 Proposta de Trabalho	49
3.4.1 Contexto: “Sala de Aula Teórica”	49
3.4.1.1 Geoplano Circular I	50
3.4.1.2 Geoplano Circular II	51
3.4.1.3 Geoplano III	52
3.4.1.4 Geoplano IV	53
3.4.1.5 Geoplano Espacial I	54
3.4.1.6 Geoplano Espacial II	55
3.4.1.7 Sólidos Geométricos Não-Convexos	56
3.4.1.8 Sólidos Geométrico Convexos	57
3.4.2 Contexto: “Mundo Experimental”	58
3.4.2.1 Atividade nº 01 - 1º Bimestre Introdução à Geometria (anexo XI)	58
3.4.2.2 Atividade nº 02 - 2º Bimestre Áreas dos Polígonos Convexos Regulares (anexo XII)	61
3.4.2.3 Atividade nº 03 - 3º Bimestre Volumes - Princípio de Cavalieri (anexo XIII).....	62

3.4.2.4 Atividade nº 04 - 4º Bimestre	
Cilindros, Cones e Esferas (anexo XIV)	63
3.5 Conclusão	64
4. APLICAÇÃO	66
4.1 Introdução	66
4.2 Análise das Notas da Prova nº 01 e nº 02	66
4.3 Análise da Aula Prática Filmada	71
4.4 Análise dos Gráficos Obtidos através dos Questionários Aplicados	77
4.5 Conclusão	84
5. CONSIDERAÇÕES FINAIS E RECOMENDAÇÕES PARA FUTUROS TRABALHOS	
.....	
85	
5.1 Considerações Finais	85
5.2 Recomendações para Futuros Trabalhos	87
REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS	88
ANEXOS	93

LISTA DE FIGURAS

Figura 1 – Geoplano Circular I	50
Figura 2 - Geoplano Circular II	51
Figura 3 – Geoplano III.....	52
Figura 4 – Geoplano IV	53
Figura 5 – Geoplano Espacial I	54
Figura 6 – Geoplano Espacial II	55
Figura 7 – Sólidos Geométricos não-convexos	56
Figura 8 – Sólidos Geométricos Convexos	57

LISTA DE GRÁFICOS

Gráfico 1 - Teste t de Student

.....
70

Gráfico 2 - Material Didático Manipulável auxilia Alunos a Compreender melhor a Geometria

.....
78

Gráfico 3 - Material Didático Manipulável pode Sanar Dúvidas em Geometria

.....
79

Gráfico 4 - Material Didático Manipulável torna as aulas mais atrativas

.....
80

Gráfico 5 - Visualização de Material Didático Manipulável facilita a Assimilação dos Conteúdos da Geometria

.....
81

Gráfico 6 - Aulas extraclasse Auxiliam na Assimilação dos Conteúdos da Geometria

.....
82

Gráfico 7 - Aulas extraclasse ficam mais Atrativas, trazendo Motivação para Geometria

.....
83

LISTA DE QUADROS

Quadro 1 – Esquema: Limite da Metodologia Expositiva	2
Quadro 2 – Esquema: Deslocamento do Eixo de Preocupação	3
Quadro 3 – Esquema: Foco do Currículo e Postura na Ed. Tradicional e na Dialética.....	4
Quadro 4 - Croqui das Salas de Aulas Teóricas do Colégio Positivo	67
Quadro 5 - Número de Alunos da Amostra da Pesquisa.....	67
Quadro 6 - Comparação das Notas das provas P1 e P2	68
Quadro 7 - Dados estatísticos comparando P1 e P2	69

RESUMO

O objetivo deste trabalho é propor estratégias para o ensino da geometria, que ressaltem a importância da otimização de recursos didáticos para o ensino da matemática. Baseando-se nas teorias construtivistas, pretende-se propor, descrever, aplicar, analisar, interpretar e validar estratégias de ensino para a geometria, utilizando materiais didáticos manipuláveis. Os geoplanos, sólidos geométricos convexos e não-convexos foram elaborados pelo laboratório de matemática do CEFET-PR e proporcionam a visualização dos elementos geométricos. Eles têm a finalidade de permitir ao aluno, pelo manuseio dos mesmos, construir seu próprio conhecimento, favorecer a aplicação prática dos conceitos geométricos na resolução de problemas, estimulando assim uma aprendizagem significativa. Para tanto, investigou-se a geometria em dois contextos: o primeiro refere-se às aulas ministradas na sala de aula teórica, denominada "Sala de Aula Teórica" e o segundo refere-se às aulas ministradas nos laboratórios de ciências, denominadas de "Mundo Experimental". Para validar a proposta foram utilizados procedimentos metodológicos referentes a dados quantitativos e qualitativos. Na pesquisa quantitativa foi feita uma análise através da comparação das notas de duas provas. Também foi usada a pesquisa quantitativa na análise das respostas dos alunos a um questionário de avaliação dos materiais didáticos manipuláveis, que foram usados durante as aulas teóricas e práticas. Para a pesquisa qualitativa, foi filmada uma das aulas práticas com a finalidade de se observar como os alunos reagem a essa nova estratégia de ensino.

ABSTRACT

The aim of this work is to propose strategies to the teaching of geometry, stressing the importance of the optimization of didactic resources to the teaching of Mathematics. Founded on the constructive theories, one intends, to propose, describe, apply, analyze, interpret, and validate teaching strategies to the teaching of geometry, using handling didactic material. The geoplanes, solid geometrics convex and not-convex were created by the mathematics lab CEFET-PR, and offer the seeing of geometric elements. Their objective is to allow the student, through the handling of them, to construct their own knowledge, apply the practice of geometric concepts in the solving of problems, stimulating a meaningful learning. One will investigate the geometry in two contexts: the first, referring to the giving theoretical lessons, so called "theoretical class", and the second referring to the giving lessons in the science lab, called "experimental world". To validate this proposition some methodological procedures will be used referring to the quantitative research and others to the qualitative research. To the quantitative research is used an analysis comparing the notes of two tests, and also the answer of the students to a questionnaire for the evaluation of the handling didactic material used in the classes. To the qualitative research we recorded one of the practical classes to observe how the students react to this new strategy of teaching.

Capítulo I

1. INTRODUÇÃO

1.1 Problemática geral

Uma situação problematizadora deve ter como característica questionamentos científicos e coerentes, que levem educadores e educandos à investigação. Considera-se necessário investigar as razões e propor alternativas para o baixo índice de aproveitamento de matemática no Ensino Fundamental e Médio das Escolas Brasileiras, visto que os relatórios dos resultados das avaliações realizadas pelo Instituto Nacional de Pesquisas Educacionais em 1997, por meio do Sistema Nacional de Avaliação de Educação Básica, SAEB (apud Estephan, 2000, p.6) apontaram um baixo desempenho em Matemática da maioria dos alunos que concluem o Ensino Médio. No Brasil, segundo esses relatórios, são raros os alunos da terceira série do Ensino Médio que conseguem resolver problemas de Geometria Euclidiana, empregando relações algébricas e trigonométricas, utilizando as propriedades e características das principais figuras planas e espaciais (apenas 5,3%).

Um dos objetivos que se espera da educação escolar é o desenvolvimento de conhecimentos duradouros por parte dos educandos. Ora, este atual baixo índice de aproveitamento demonstra a grande parcela de trabalho inútil que está se realizando na escola, o que representa um custo social elevadíssimo. Percebe-se, pela observação atenta no cotidiano da escola, que a situação atual em sala de aula, em grandes linhas, pode ser caracterizada como baseada numa metodologia “tradicional”, observando-se em muitos professores uma tendência de defesa explícita do ensino tradicional, uma verdadeira onda neoconservadora. Apesar de no discurso haver rejeição a essa

postura, no cotidiano da escola verifica-se que é a mais presente..., talvez nem tanto pela vontade dos educadores, mas por não se saber como efetivar uma prática diferente, acaba-se caindo na aula expositiva.

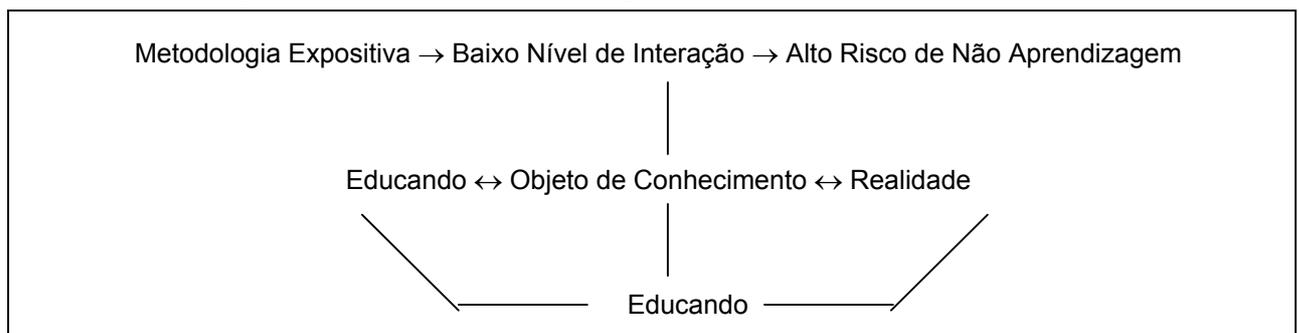
Segundo Vasconcelos (1995, p.18):

“O processo ensino-aprendizagem pode ser assim sintetizado: o professor passa para o aluno, através do método de exposição verbal da matéria, bem como de exercícios de fixação e memorização, os conteúdos acumulados culturalmente pelo homem, considerados como verdades absolutas. Nesse processo predomina a autoridade do professor, enquanto o aluno é reduzido a um mero agente passivo. Os conteúdos, por sua vez, pouco têm a ver com a realidade concreta dos alunos, com sua vivência. Os alunos menos capazes devem lutar para superar as suas dificuldades, para conquistar o seu lugar junto aos mais capazes”.

Basicamente, então, pode-se dizer que o grande problema da metodologia expositiva, do ponto de vista pedagógico, é seu alto risco de não aprendizagem, em função do baixo nível de interação sujeito-objeto de conhecimento-realidade.

Didaticamente, isso pode ser representado pelo esquema do quadro 1:

Quadro 1 – Esquema: Limite da Metodologia Expositiva



Fonte: Vasconcellos, 1995, p.22.

O que acaba acontecendo, em decorrência de toda essa situação, é que, de fato, o aluno não aprende, pois não tem oportunidade para construir o conhecimento. Esse problema se manifesta, por exemplo, na chamada “falta de base” que os professores

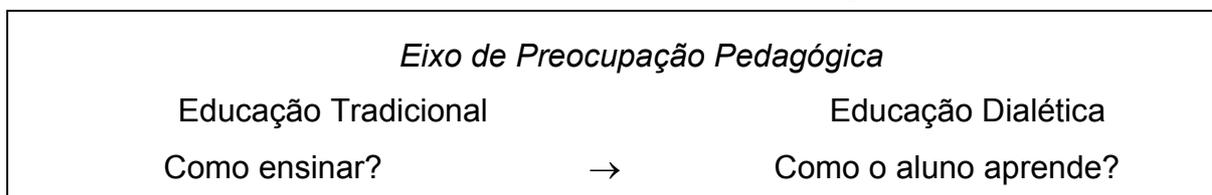
das séries mais adiantadas sempre reclamam: “falta base” o conteúdo não foi dado ou por que, de fato, da maneira como foi “dado” os alunos não aprenderam? É comum também o aluno afirmar que não teve determinado assunto, às vezes no mesmo ano, e o professor encontrar no caderno o ponto dado.

A Escola Tradicional, calcada na transmissão e na assimilação de conteúdos, com ênfase na memorização mecânica e na repetição de informações, já não responde às necessidades da sociedade atual. Em seu lugar veio a Perspectiva Construtivista, baseada na preparação de um cidadão consciente e crítico, com capacidade para selecionar informações significativas e gerenciá-las com competência.

1.2 Importância do trabalho

O problema pedagógico básico que se apresenta é quanto ao que fazer para que o aluno possa se apropriar do saber de uma maneira o mais significativa, concreta, transformadora e duradoura possível. Durante muito tempo, houve uma preocupação grande em “como ensinar?”. Atualmente, percebe-se que para enfrentar essa questão, a ênfase tem de ser deslocada, ou seja, deve-se buscar um outro eixo de definição: “como o aluno aprende?”.

Quadro 2 – Esquema: Deslocamento do Eixo de Preocupação



Fonte: Vasconcellos, 1995, p.35.

Qual deve ser, então, o foco de atenções do professor e dos alunos: o programa ou a prática social? O trabalho principal do professor não é fazer os alunos se

debruçarem sobre os livros didáticos, mas sim debruçarem-se sobre a realidade, tentando entendê-la. A colocação da prática social como perspectiva para o processo de conhecimento é importante para o professor ter consciência de que seu papel primeiro não é cumprir um programa, não é dar determinado rol de conteúdos: antes de mais nada, seu papel é ajudar os alunos a entenderem a realidade em que se encontram, tendo os conteúdos como mediação.

Quadro 3 – Esquema: Foco do Currículo e Postura na Ed. Tradicional e na Dialética

Concepção de Educação	Foco do Currículo	Postura do Educador
Tradicional	Programa	Transmissão
Dialética	Prática Social	Construção

Fonte: Vasconcellos, 1995, p.35.

REFLEXÃO SOBRE A IMPORTÂNCIA DO ERRO NA CONSTRUÇÃO DO CONHECIMENTO.
Publicação da Associação Paulista de Medicina no encarte do jornal Folha de São Paulo, de 28.05.93.

“O construtivismo, em linhas gerais, é a concepção pela qual um indivíduo aprende as coisas da realidade ao colocá-las em relação aos seus conhecimentos anteriores. O professor repensa seu papel como educador. Ao invés de ser somente transmissor de idéias e informações, torna-se o agente do desenvolvimento do aluno, estimulando-o a raciocinar ao invés de imitar. Ele aprende através de descobertas. O educador entende os “erros” como hipóteses e tem prazer em discuti-los, promovendo o conflito interno e a evolução do pensamento. A criança erra porque é inteligente e pensa muito. O erro constrói”.

1.3 Delimitação do trabalho

Dentre os conteúdos fundamentais analisados, a escolha do tema Geometria foi motivado pela constatação das dificuldades e até mesmo da aversão que os alunos, de diferentes níveis, apresentam em relação ao assunto. Acredita-se que um conceito Geométrico construído pelo aluno, apoiado em conhecimentos anteriores, além de facilitar a compreensão, terá menor chance de ser esquecido totalmente, pois, caso

isso aconteça, o aluno o reconstruirá facilmente. A visualização dos elementos geométricos e suas relações são fundamentais na construção de conceitos, regras de cálculo e algoritmos como ferramentas na solução de problemas diversos.

Segundo Rosa S.S. (1994):

“mudar, em educação, não depende apenas de teorias revolucionárias ou eficácia de novos métodos. Diferentes de outros campos de atuação profissional, nenhuma transformação substantiva, nessa área, prescinde do envolvimento dos educadores. Por isso mesmo, toda mudança em educação significa, antes de mais nada, mudança de atitude”.

Foi então que, a partir de 1995, um grupo de professores do Departamento Acadêmico de Matemática do Centro Federal de Educação Tecnológica do Paraná (CEFET-PR), instituição que oferta Ensino Médio, de graduação e pós-graduação, imbuído da intenção de provocar mudanças no ensino da matemática, desenvolveu o projeto “Laboratório de Matemática – Desenvolvimento de Recursos Didáticos para Ensino da Matemática”, com o apoio da Fundação Vitae, vínculo que se encerrou em abril de 1998. Durante a realização do projeto, foi construído um laboratório de matemática (local de pesquisa para o professor) e salas-ambiente (local de ensino para alunos de ensino técnico), que foram equipadas com vários materiais didáticos manipuláveis, desenvolvidos pelos professores e estagiários envolvidos com a proposta, em cada uma das seis Unidades do CEFET-PR (situadas nos municípios de Campo Mourão, Cornélio Procópio, Curitiba, Medianeira, Pato Branco e Ponta Grossa).

O desenvolvimento e a catalogação desses materiais tiveram como fonte de inspiração a visita de um dos membros da equipe ao Exploratorium e a consulta aos catálogos de experimentos e livros publicados por esta instituição. O Exploratorium é um inovador museu de ciências, arte e percepção humana situado na cidade de São Francisco, Califórnia. Ele possui mais de 650 experimentos interativos designados para atrair, desafiar e envolver os visitantes do museu, enquanto eles investigam a

diversidade do mundo natural e físico. Esse museu também oferece cursos de verão para professores de ensino fundamental e médio, durante os quais procuram-se discutir e analisar com os participantes a aplicação de seus experimentos em sala de aula. As ações do referido projeto deram ênfase à elaboração de alternativas metodológicas inovadoras, à construção de recursos didáticos e à organização de oficinas. Essas oficinas contaram com a participação de professores do Ensino Médio do CEFET-PR e de escolas públicas e particulares do município de Curitiba, e de acadêmicos de cursos de Licenciatura em Matemática da Pontifícia Universidade Católica do Paraná – PUC-PR e da Universidade Tuiuti do Paraná – UTP, sediadas no município de Curitiba (Estephan, 2000).

Foi como participante dessas oficinas e colaborador do laboratório de Matemática do CEFET-PR, que o autor do presente trabalho tomou conhecimento dos materiais didáticos manipuláveis propostos pelo referido projeto.

1996	I Oficina de Recursos Didáticos Laboratório de Matemática CEFER – PR 34 horas
1996	Curso de Instrumentação para o Ensino de Matemática CEFET – PR 50 horas
1998	Curso de Fundamentação Pedagógica CEFET – PR 50 horas

Alguns materiais didáticos manipuláveis, que foram desenvolvidos pelo

Laboratório de Matemática do CEFET-PR, estão sendo aplicados em escolas particulares de todo o país, destacando-se entre eles os geoplanos e os sólidos geométricos. Os geoplanos (vide ANEXOS) são simples tábuas de madeira aglomeradas, de formato quadrado, com pregos colocados à mesma distância um do outro, distribuídos sobre circunferências concêntricas, cuja finalidade é a visualização dos elementos geométricos e suas relações, que são fundamentais na construção de conceitos. Os sólidos geométricos são confeccionados de madeira ou acrílicos possuindo várias faces, várias arestas e vários vértices. Cada face será uma “representação” de um plano; cada aresta será uma “representação” de uma reta e cada vértice uma “representação” de um ponto. Servem para facilitar a visualização do estudo das posições relativas de retas, de planos, de retas e planos e cálculo de áreas e volumes.

1.4 Justificativas para escolha do tema do trabalho

Propor mudanças, tentar inovações, discutir fórmulas alternativas de ensinar são boas coisas para se fazer. O difícil é convencer uma grande maioria de professores, já acostumados com os métodos tradicionais de ensino. Alguns deles até têm boa vontade em modificar a sua maneira de lecionar e, até mesmo a sua maneira de pensar, para levarem ao aluno um ensino mais dinâmico e interessante. Porém, na prática, essas mudanças são difíceis de acontecer, pois custa ao professor, acostumado aos velhos padrões e métodos de ensino, admitir uma postura que romperá com esses paradigmas.

A escola, como organização, está pronta para mudar significativamente, pois vem sofrendo enormes pressões da sociedade, que, de inúmeras formas declara, contínua e

explicitamente, o seu desagrado em termos de trabalho, de pouca qualidade, efetivado pelas instituições educacionais.

As críticas de “falta de competência” e “fracasso” estão cada vez mais definitivas e o desperdício (somente com as perdas decorrentes da evasão e da repetência) é alarmante e precisa ser estancado urgentemente.

A escolha do tema dessa dissertação se justifica pelos seguintes fatos:

- alto índice de reprovações em Matemática e evasões das escolas no Ensino Fundamental e Médio;
- notas baixas nas provas escolares e provões do MEC;
- alto gasto financeiro pelos pais, por causa das reprovações dos alunos (rede particular) e ou Estado (redes municipal, estadual, federal);
- falta de base (Matemática Básica) nas séries iniciais;
- professores despreparados que, muitas vezes, assumem a regência de classe, e ensinam errado aos alunos;
- falta de reciclagem dos professores;
- desinteresse e desestímulo pela Matemática tanto de alunos como de professores.

1.5 Hipóteses do trabalho

Sabe-se que o ensino da Matemática vem acumulando, ao longo das últimas décadas, uma série de problemas quanto ao seu ensino, principalmente no que diz respeito à assimilação por parte dos alunos, que se queixam de que seus professores “complicam muito” nos momentos em que estão a dar explicações sobre uma determinada teoria ou exercício.

Freqüentemente, percebe-se a desmotivação de muitos professores de Matemática no que diz respeito aos seus problemas mais diretos: os alunos, em sua grande maioria, não conseguem aprender os conceitos mais básicos da Álgebra e da Geometria.

Nota-se, também, que, no ensino da Álgebra, uma das maneiras mais interessantes de se equacionar um problema, é modelar eventos e situações práticas do cotidiano. Já na Geometria, o uso de meios auxiliares de ensino, tais como, geoplanos e sólidos geométricos, confeccionados com madeiras ou acrílicos, são desejáveis e realmente facilitam seu ensino e aprendizagem. Percebe-se, via de regra, que o professor só dispõe do quadro de giz e talento, talento este que nem sempre é suficiente para, de improviso, deixar claro uma determinada relação entre elementos geométricos.

Alguns professores mais zelosos levam à sala de aula todos os instrumentos convencionais de desenho em quadro de giz, tais como: régua, compasso, transferidor, esquadros, e fazem maravilhas; porém, custa um precioso tempo (em algumas escolas as aulas têm duração de 45 minutos). Como o desenho, na aula de Matemática, é um meio auxiliar à aula e não o seu objetivo, acredita-se que as construções feitas com os geoplanos e sólidos geométricos têm aí uma grande vantagem, pois são rápidos e permitem muitas variações, facilitando a visualização tridimensional dos desenhos bidimensionais dos livros didáticos e apostilas.

Uma situação bem próxima do ideal é quando a escola possui sala ambiente para o ensino da Matemática, especificamente o da Geometria. Assim, o professor pode contar com todos os modelos de geoplanos e sólidos geométricos no mesmo local, pois no material didático manipulável um não exclui o outro, pelo contrário, um depende do outro.

Partindo dessas premissas, elabora-se as seguintes hipóteses:

- “o uso dos materiais didáticos manipuláveis pelos alunos do Ensino Médio podem auxiliar os alunos a compreender melhor os conteúdos de Matemática, especificamente os de Geometria”;
- o uso do material didático manipulável na sala de aula pode auxiliar os alunos do Ensino Médio a sanar dificuldades que trazem em Matemática, especificamente em Geometria”;
- “o uso do material didático manipulável na sala de aula torna as aulas mais atrativas, trazendo nova motivação para os alunos do ensino médio no ensino da Matemática especificamente a Geometria”;
- “a visualização que os materiais didáticos manipuláveis proporcionam aos alunos do Ensino Médio, pode facilitar a assimilação dos conteúdos da Matemática, especificamente os da Geometria”;
- “aulas extraclasse em teatros, parques, pátios e laboratórios, usando materiais concretos e proporcionando atividades em grupos, podem ajudar a assimilação dos conteúdos de Matemática, especificamente os de Geometria”;
- “aulas extraclasse em teatros, parques, pátios e laboratórios usando materiais concretos tornam a aula mais atrativa, motivando o ensino de Matemática, especificamente o de Geometria”.

1.6 Objetivos do trabalho

Estando em freqüente contato com o pensamento dos teóricos cognitivistas, resolveu-se propor, baseadas nessas teorias, estratégias para o ensino da Geometria, de modo a facilitar a sua aprendizagem, diminuindo, assim, as dificuldades, e até

mesmo, a aversão que alguns alunos apresentam em relação a este assunto.

1.6.1 Geral

- Propor, descrever, aplicar, e testar uma metodologia alternativa de trabalho, para o ensino e aprendizagem da Geometria.

1.6.2 Específicos

- Aplicar a metodologia alternativa de trabalho e verificar o nível de aprendizagem e motivação despertados nos alunos.
- Mostrar aos alunos, que estudam Geometria através de métodos tradicionais, um método alternativo, baseado na construção do conhecimento por meio de experimentos em Laboratórios de Matemática e/ou Informática.

1.7 Organização do trabalho

O presente trabalho foi estruturado da seguinte maneira:

No primeiro capítulo descreve-se a problemática geral, importância do trabalho, delimitação do trabalho, justificativas para escolha do tema do trabalho, hipóteses do trabalho e objetivos do trabalho.

No segundo capítulo ressalta-se a importância da mudança de paradigmas na educação, discutindo-se os Novos Parâmetros Curriculares Nacionais, salientando-se que a metodologia construtivista contrapõe-se à metodologia tradicional. Assim, foram escolhidas para dar base à pesquisa as teorias construtivistas e alguns trabalhos científicos, que ressaltam a importância da otimização de recursos didáticos para o ensino e aprendizagem da Matemática.

No terceiro capítulo descreve-se a proposta da pesquisa e como ela foi concebida.

No quarto capítulo é feita a análise dos dados obtidos através da comparação das notas das provas P1 e P2, dos dados obtidos através da aula prática filmada e dos dados obtidos através do questionário aplicados e respondidos pelos alunos, com objetivo de comprovar ou não as hipóteses abordadas na introdução.

No quinto capítulo apresenta-se as considerações finais da pesquisa.

Capítulo II

2 FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA

2.1 Introdução

No capítulo anterior foram abordados alguns elementos básicos do conceito do papel da escola tradicional que consiste na preparação intelectual e moral dos alunos para assumir sua posição na sociedade. O compromisso da escola é com a cultura, já os problemas sociais pertencem à sociedade. O caminho cultural em direção ao saber é o mesmo para todos os alunos desde que se esforcem. Assim, os menos capazes devem lutar para superar suas dificuldades e conquistar seu lugar junto aos mais capazes. Os conteúdos de ensino são conhecidos e valores sociais acumulados pelas gerações adultas e repassados aos alunos como verdades. As matérias de estudo visam preparar o aluno para a vida, são determinadas pela sociedade e ordenadas na legislação. Os conteúdos são separados da experiência do aluno e das realidades sociais, valendo pelo valor intelectual. Os métodos de ensino baseiam-se na exposição verbal da matéria e/ou demonstração. Tanto a exposição quanto a análise são feitas pelo professor. No relacionamento professor-aluno predomina a autoridade do professor que exige atitudes receptivas dos alunos e impede qualquer comunicação entre eles no decorrer da aula. O professor transmite o conteúdo na forma de verdade a ser absorvida; em conseqüência, a disciplina imposta é o meio mais eficaz para assegurar a atenção e o silêncio. Os programas são dados pelos adultos numa progressão lógica, sem levar em conta as características próprias de cada idade. Assim, a aprendizagem se torna receptiva e mecânica, com uso freqüentemente de coação.

2.2 Abordagem geral

Atualmente, muito se fala sobre mudança de paradigmas e esses novos paradigmas para a educação consideram que os alunos devem ser preparados para conviver numa sociedade em constantes mudanças, e serem construtores do seu conhecimento, serem sujeitos ativos do processo em que a intuição e a descoberta são elementos privilegiados. Nesta nova visão educacional, os professores deixam de ser os entregadores principais da informação, passando a atuar como facilitadores do processo de aprendizagem, onde o aprender a aprender é privilegiado em detrimento da memorização de fatos.

Segundo Demo (1995, p.130):

"A velha aula vive ainda da quimera do "fazer a cabeça do aluno", via relação discursiva, decaída na exportação e na influência autoritária, sem perceber que isto, no fundo, sequer se diferencia do fenômeno da fofoca. Educação encontra no ensinar e aprender apenas apoios instrumentais, pois realiza-se de direito e de fato no aprender a aprender. Dentro desse contexto, caduca a diferença clássica entre professor e aluno, como se um apenas ensinasse, outro apenas aprendesse. Ambos colocam-se o mesmo desafio, ainda que em estágios diversos. A pedagogia da sala de aula vai esvaindo-se irremediavelmente, porque está equivocada na raiz."

Já para Rosa, S.S. (1996, p.23):

"A educação brasileira precisa mudar. Ninguém discorda desta afirmação. Vivemos, e não é de hoje, o que se costuma denominar de crise do ensino. Parece haver, no entanto, uma espécie de subtexto, aquele que permanece oculto, de domínio de todos os que se referem à atual crise da educação brasileira. Não é difícil explicitá-lo. Trata-se, em última análise, de um problema de qualidade. E aí concorrem inúmeros fatores: o chamado nível dos alunos, a má formação dos professores, aliada à sua péssima remuneração, repetência, evasão e por aí fora..."

A pedagogia tradicional ainda é viva e atuante em nossas escolas e à medida em que vamos nos integrando ao que se denomina uma sociedade da informação, crescentemente globalizada, é importante que a Educação se volte para o desenvolvimento das capacidades de comunicação, de resolver problemas, de tomar

decisões, de fazer inferências, de criar, de aperfeiçoar conhecimentos e valores, de trabalhar cooperativamente. A aprendizagem se desenvolve a partir da problematização de situações contextualizadas, levando em conta a visão de mundo do aluno. A capacidade de análise e síntese e o espírito crítico propiciam ao cidadão a criação de alternativas para solução de problemas. As inovações à teoria e à tecnologia educacional levam o aluno ou cidadão à participação cada vez mais consciente e criativa no processo ensino-aprendizagem.

Na visão de Freitas (1994, p.94):

"A escola tem se fechado num monólogo, o professor, que pretende passar ao aluno um saber, um conhecimento, que este deve receber passivamente e guardar. É ignorado, muitas vezes, o papel do diálogo, que permite ao aluno, por intermédio de uma atividade interpessoal e intrapessoal, ir construindo os significados, ir construindo o seu conhecimento. É ignorado também o diálogo com a vida, pois a escola procura alcançar um aluno abstrato, sem tempo e sem espaço. E todo o seu discurso torna-se artificial e impreciso, dirigido a um aluno que não é real, mas representado pela escola. Por não ter um interlocutor real, a escola fala sozinha, monologiza, sendo incapaz de estabelecer o diálogo, a interação. É preciso que a escola, numa perspectiva dialética, tenha seu ponto de partida no concreto real e seu ponto de chegada no conhecimento historicamente construído, um novo projeto de escola sendo buscado. Um projeto no qual todos, professores e alunos, apoiando-se cada um em uma extremidade, façam da palavra uma ponte entre eles".

Para Demo (1996), muitas escolas lançam mão de Kits prontos, que partem da idéia de estimular o aluno a experimentar, testar leis e princípios físicos, relações matemáticas, físicas, químicas, etc., podendo significar apoio relevante. Todavia, para um professor criativo o Kit é apenas ponto de partida, porque jamais dispensará sua própria montagem, seu próprio texto, seu próprio experimento, e assim por diante. A idéia central está na dinâmica alternativa que a procura de materiais pode motivar, mormente em termos de fazer a "aula" uma iniciativa coletiva, de todos os alunos, incluído o professor. Ao invés do ritual expositivo docente e da passividade discente, busca-se criar um espaço e um momento de trabalho conjunto, no qual todos são

atores, colaborando para um objetivo compartilhado.

A sociabilização do aluno se processa através de atividades em grupo e a educação deve ser considerada como processo para o desenvolvimento humano integral, base para aquisição da autonomia, fonte de visão prospectiva, fator de progresso econômico, político e social. É o elemento de integração e conquista do sentimento e da consciência de cidadania.

Nesta concepção de educação, a finalidade é formar cidadãos capazes de analisar, compreender e intervir na realidade, visando ao bem-estar do homem, no plano pessoal e coletivo. Para tanto, este processo deve desenvolver a criatividade, o espírito crítico, a capacidade para análise e síntese, o autoconhecimento, a sociabilização, a autonomia e a responsabilidade. Dessa forma, é possível a formação de um homem com aptidões e atitudes para colocar-se a serviço do bem comum, possuir espírito solidário, sentir o gosto pelo saber, dispor-se a conhecer-se, a desenvolver a capacidade afetiva, possuir visão inovadora.

A escola, como instituição social, deve possibilitar o crescimento humano nas relações interpessoais, bem como propiciar a apropriação do conhecimento elaborado, tendo como referência a realidade do aluno. Neste contexto, deve possibilitar ao aluno a aquisição de uma consciência crítica que lhe amplie a visão de mundo. Esta visão de mundo deverá dar-lhe condições de uma leitura interpretativa dos fatos sociais, das relações intra e interpessoais e dos homens com a natureza. O professor, como mediador entre o aluno e o conhecimento, deve ser um profissional formador, reflexivo, consciente da importância do seu papel, comprometido com o processo educativo, integrado ao mundo de hoje, responsável socialmente pela formação do cidadão e, principalmente, um eterno aprendiz. Logo, tem de estar continuamente pesquisando e aperfeiçoando-se, para buscar “inovar e inovar-se”.

Demo (1996, p.07) afirma que o contato pedagógico escolar somente acontece, quando mediado pelo questionamento reconstrutivo. Caso contrário, não se distingue de qualquer outro tipo de contato. Por questionamento, compreende-se a referência à formação do sujeito competente, no sentido de ser capaz de, tomando consciência crítica, formular e executar projeto próprio de vida no contexto histórico. Por reconstrução, compreende-se a instrumentação mais competente da cidadania, que é o conhecimento inovado e sempre renovado.

Segundo Demo (1996, p.38) "é condição fatal da educação pela pesquisa que o professor seja pesquisador, para contextualizar melhor está idéia, podemos colocar para o professor pelo menos quatro desafios, com fim eminentemente educativo":

(Re)construir projeto pedagógico próprio;

(Re)construir textos científicos próprios;

(Re)fazer material didático próprio;

Inovar a prática didática;

Ainda para Demo (1995, p.131):

"O professor assume postura de orientador, definindo-se como alguém que, tendo produção própria qualitativa, motiva o aluno a produzir também. Este processo produtivo começa do começo, ou seja, começa pela cópia, pela escuta, pelo seguimento de ritos introdutórios, mas precisa evoluir para autonomia. Se educação é na essência emancipação, cabe fazer acontecer, não apenas acontecer. Educação deve fundamentar a capacidade de produzir e participar, não restringir-se ao discípulo, que ouve, toma nota, faz prova, copia, sobretudo cola."

Segundo os Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN, 1999), que servirão de estímulos e apoio à reflexão sobre a prática diária do professor, o planejamento de suas aulas e o desenvolvimento do currículo de sua escola, a formação do aluno deve visar à aquisição de conhecimentos básicos, à preocupação científica e à capacidade para usar as diferentes tecnologias relativas às áreas de atuação. A reorganização curricular em áreas de conhecimento tem o objetivo de facilitar o desenvolvimento dos conteúdos,

numa perspectiva de interdisciplinaridade e contextualização.

O Ensino Médio é a etapa final de uma educação de caráter geral que situa o educando como sujeito produtor de conhecimento e participante do mundo do trabalho. A proposta da interdisciplinaridade, é estabelecer ligações de complementaridade, convergência, interconexões e passagens entre os conhecimentos. A educação deve cumprir papel: econômico, científico e cultural. A educação deve ser estruturada em quatro alicerces: aprender a conhecer, aprender a fazer, aprender a viver e aprender a ser. O currículo deve contemplar conteúdos e estratégias de aprendizagem que capacitem o aluno para a vida em sociedade, a atividade produtiva e experiências subjetivas. A produção contemporânea é essencialmente simbólica; o convívio social requer o domínio das linguagens como instrumentos de comunicação e negociação de sentidos.

Com a nova LDB, o Ensino Médio passou a integrar a etapa do processo educacional que a Nação considera básica para o exercício da cidadania e o acesso às atividades produtivas. A eficácia das diretrizes curriculares supõe a autonomia das escolas. O exercício pleno da autonomia se manifesta na formulação de uma proposta pedagógica própria. O Ensino Médio deve estimular no aluno a curiosidade, o raciocínio e a capacidade de interpretar e intervir no mundo que o cerca. A linguagem é considerada aqui como capacidade humana de articular significados coletivos e compartilhá-los em sistemas arbitrários de representação. Num mundo marcado por forte apelo informativo imediato, a reflexão sobre a linguagem é garantia de participação ativa na vida social. A mais nova das linguagens, a Informática, faz parte do cotidiano e do mundo do trabalho. Conviver com todas as possibilidades que a tecnologia oferece é um direito social. A comunicação deve ser entendida como um processo de construção de significados em que o sujeito interage socialmente. A língua deve estar situada no

emaranhado das relações humanas, nas quais o aluno está mergulhado. Não a língua divorciada do contexto social vivido.

O Ensino Médio precisa desenvolver o saber matemático, científico e tecnológico como condição de cidadania, e não como prerrogativa de especialistas.

A compreensão da Matemática é essencial para o cidadão agir como consumidor prudente ou tomar decisões em sua vida pessoal e profissional. O aluno deve perceber a Matemática como um sistema de códigos e regras que a tornam uma linguagem de comunicação de idéias e permite modelar a realidade e interpretá-la. A Matemática ajuda a estruturar o pensamento e o raciocínio dedutivo, além de ser uma ferramenta para tarefas específicas em quase todas as atividades humanas.

Ainda, para os parâmetros curriculares Nacionais, o ensino da Matemática deve garantir o desenvolvimento das seguintes capacidades:

- observação;
- estabelecimento de relações;
- comunicação em diferentes linguagens, inclusive as simbólicas e gráficas;
- a argumentação e validação de processo e resultados;
- estímulo às formas de raciocínio como intuição, indução, dedução, analogia, estimativa.

Segundo os parâmetros curriculares Nacionais o ensino da Matemática deve garantir o desenvolvimento das seguintes competência e habilidades:

1ª COMPETÊNCIA - DOMINAR DIFERENTES LINGUAGENS – REPRESENTAÇÕES E COMUNICAÇÃO.

Utilizar as diferentes linguagens – verbal, matemática, gráfica, plástica, etc., como meio para representar, expressar e interpretar conceitos matemáticos.

HABILIDADES:

- Ler e interpretar textos de Matemática e de interesse científico e tecnológico.
- Ler e interpretar e utilizar diferentes formas de representação (tabelas, gráficos, expressões, etc.).
- Expressar-se oralmente com correção e clareza, usando a tecnologia adequada.
- Produzir textos adequados para relatar experiências, formular dúvidas ou apresentar conclusões.
- Utilizar adequadamente os recursos tecnológicos como instrumentos de produção e de comunicação, como computadores, calculadoras científicas, calculadoras gráficas, etc.
- Utilizar corretamente instrumentos de medição e de desenho.

2ª COMPETÊNCIA – COMPREENDER FENÔMENOS

Desenvolver a capacidade de questionar processos naturais e tecnológicos, identificando regularidades, apresentando interpretações e prevendo evoluções.

Desenvolver os raciocínios dedutivo e indutivo.

HABILIDADES:

- Identificar o problema, buscando e selecionando informações relativas a ele.
- Selecionar estratégias de resolução de problemas.
- Interpretar e criticar resultados a partir de experimentos e demonstrações.
- Formular hipóteses e prever resultados.
- Articular o conhecimento científico e tecnológico numa perspectiva interdisciplinar.
- Relacionar etapas da história da matemática com a evolução da humanidade.

3ª COMPETÊNCIA – ENFRENTAR SITUAÇÕES-PROBLEMAS

Abordar problemas com dados reais que requerem seleção e análise de informações.

HABILIDADES:

- Formular questões a partir de situações-problema reais e/ou escolares.
- Elaborar estratégias de enfrentamento das questões propostas.
- Fazer e validar conjecturas, experimentando, recorrendo a modelos, esboços, fatos conhecidos, relações e propriedades.

4ª COMPETÊNCIA – CONSTRUIR ARGUMENTAÇÕES

Construir argumentações que abranjam os domínios dos conceitos, das capacidades e das atitudes.

HABILIDADES:

- Aplicar conhecimentos na resolução de problemas do cotidiano.
- Expressar-se criticamente sobre um problema de matemática, das outras áreas de conhecimento e da atualidade.

5ª COMPETÊNCIA – ELABORAR PROPOSTAS.

Compreender e utilizar a ciência como elemento de interpretação e intervenção, e a tecnologia como conhecimento sistemático de sentimento prático.

HABILIDADES:

- Utilizar elementos e conhecimentos científicos e tecnológicos para diagnosticar e equacionar questões sociais e ambientais.
- Associar conhecimentos e métodos científicos com a tecnologia do sistema produtivo e dos serviços.

Para se construir eficazmente para o desenvolvimento dessas habilidades, é muito importante que o professor procure uma atividade prática relacionada a cada unidade teórica e vice-versa. É preciso também que, pelo menos a introdução de cada novo tópico, se tenha uma abordagem de problematização de situação que estimulem os alunos à exploração e formulação de conjecturas. Cabe, portanto, ao professor adequar estas situações ao conteúdo que quer abordar, ao tipo de interesse e nível de cada grupo de alunos, e, sempre que possível, aproveitar para estudos, situações aplicativas e problematizáveis que possam ser trazidas pelos próprios alunos, de sua realidade.

O aluno, segundo a LDB, lei 9394/96 que estabelece as Diretrizes e Bases da Educação Nacional, deve “Desenvolver a capacidade de aprender”. A avaliação contemplada nos parâmetros curriculares nacionais é compreendida como:

- elemento integrador entre a aprendizagem e o ensino;
- conjunto de ações cujo objetivo é o ajuste e a orientação da intervenção pedagógica, para que o aluno aprenda da melhor forma;
- conjunto de ações que busca obter informações sobre o que foi aprendido e como;
- elemento de reflexão contínua para o professor sobre sua prática educativa;
- instrumento que possibilita ao aluno tomar consciência de seus avanços, dificuldades e possibilidades.

Ação que ocorre durante todo o processo de ensino e aprendizagem e não apenas em momentos específicos caracterizados como fechamento de grandes etapas de trabalho. A Matemática em seu papel formativo contribui para o desenvolvimento de processos de pensamento e a aquisição de atitudes cuja utilidade e alcance transcendem o âmbito da própria Matemática, podendo formar no aluno a capacidade

de resolver problemas genuínos, gerando hábitos de investigação, proporcionando confiança e desprendimento para analisar e enfrentar situações novas, propiciando a formação de uma visão ampla e científica da realidade, a percepção da beleza e da harmonia, o desenvolvimento da criatividade e de outras capacidades pessoais. As características desejadas do professor de matemática do século XXI são:

- visão do que vem a ser matemática;
- visão do que constitui a atividade matemática;
- visão do que constitui a aprendizagem da matemática;
- visão do que constitui um ambiente propício a aprendizagem da matemática.

Segundo Dante (1998, p.11), os objetivos da resolução de problemas são:

- fazer o aluno pensar produtivamente;
- desenvolver o raciocínio do aluno;
- ensinar o aluno a enfrentar situações novas;
- dar ao aluno a oportunidade de se envolver com as aplicações da matemática;
- tornar as aulas de Matemática mais interessantes e desafiadoras;
- equipar o aluno com estratégias para resolver problemas;
- dar uma boa base Matemática às pessoas.

Para D'Ambrósio, Schliemann, Carraher, Carraher e Becker (apud Estephan, 2000, p.6) nota-se que, ainda hoje, no sistema escolar brasileiro o ensino de Matemática está calcado na transmissão/recepção de conhecimentos elaborados. Os conteúdos são, em grande parte apresentados, acompanhados por extensas listas de exercícios repetitivos, na esperança de que os alunos adquiram habilidade na aplicação de algoritmos escolares específicos. Esse ciclo alimenta a transmissão ao invés da construção de conhecimentos; a passividade, ao invés da ação.

O ensino tradicional limita-se a apresentar objetos e operações por meio de demonstrações feitas para a classe, visando a um processo de impressão de imagens. Não se preocupa com a construção dos conceitos e operações, pelos alunos.

As teorias filosóficas construtivistas e interacionistas não embasam apenas a alfabetização, mas todas as aprendizagens lógicas através da construção de estruturas mentais capazes de receber novos conhecimentos – seja na Escola ou fora dela, na interação com o meio. As abordagens construtivistas referem-se, fundamentalmente, ao aluno, sendo ele o centro de seu próprio percurso em direção ao conhecimento, e que seu desenvolvimento cognitivo e emocional se dá na relação e interação entre o sujeito e o objeto, ou seja, na interação dele com o ambiente e com as demais pessoas na interação social.

Para os interacionistas, o organismo e o meio exercem influência recíproca e esta influência gera conflitos e estes, por sua vez, geram mudanças e elaborações que conduzem assim à aquisição de um novo conhecimento.

Segundo Rosa, S. S. (1996, p.36) ao se falar em mudanças na educação brasileira, no âmbito pedagógico, isto é, em mudanças ligadas às ações intra-escolares, não é mais possível desprezar a perspectiva construtivista:

"O modelo tradicional de ensino, ao reduzir o aluno à escravidão dos "pontos" dos programas, segue caminho inverso: delimita e restringe essa capacidade. É possível, no máximo, que possibilite ao professor enriquecer os seus próprios conhecimentos, através da prática narcísica de dar aula para si mesmo. A opção por um ensino marcadamente mais objetivo, técnico, que vislumbrou no uso de recursos didáticos mirabolantes a possibilidade de treinar habilidades específicas, conseguiu apenas desenvolver nos estudantes uma mentalidade lotérica, em que o saber ficou reduzido ao maior número de pontos em testes que não exigem o menor esforço de raciocínio. Do fracasso desses modelos é que vem surgindo, com maior ênfase nos últimos tempos, a necessidade de pensar uma nova proposta pedagógica cuja preocupação central seja a inteligência. É nesse contexto que se coloca a importância de dar atenção à perspectiva construtivista".

Segundo D'Ambrosio (1993, p.47):

"A matemática é reconhecida pela sua múltipla importância por todos os governos de todos os países e incluída, por conseguinte, como matéria obrigatória e universal, constante de todos os currículos, em todos os graus de instrução e em todos os países do mundo. Essa dominância universal absoluta da matemática sobre todas as demais disciplinas escolares, inclusive a própria língua pátria".

Esse reconhecimento, leva a uma reflexão muito profunda e abrangente da preocupação com as maneiras pelas quais a Matemática, especificamente a Geometria, deve ser ensinada e aprendida, de modo que o aluno tenha a compreensão do assunto e a efetiva formação de um conceito, podendo futuramente agir segundo essa compreensão, na resolução de problemas que envolvam geometria, tanto na vida prática como na escola. É exatamente neste aspecto que esta metodologia (construtivista) contrapõe-se à metodologia (tradicional) do ensino da geometria, onde o professor mostra no quadro negro definições já prontas e sistematizadas, sem permitir que o aluno as construa.

A dimensão social nas situações de aprendizado da Matemática, Laboratório de Estruturas Discretas e de Didática - IMAG. Universidade Joseph Fourier - grenoble, (Apud Garnier, Bednarz & Ulanovskaya, 1996, p.29). Apontam que:

"As pesquisas em Didática da Matemática têm origem na constatação de que os conhecimentos aprendidos pelo aluno não podem ser reduzidos aos subconjuntos de conhecimentos ensinados; esses podem ser errôneos, locais ou parciais, em vista dos saberes que o educador deseja transmitir. Face a essa constatação, a hipótese mais amplamente compartilhada pela comunidade de estudiosos da Didática consiste em conceber o aprendizado da matemática dentro de uma perspectiva construtivista. Uma Segunda hipótese vem somar-se à primeira e refere-se à insuficiência de um meio sem intenções didáticas para permitir a aquisição, por parte do aprendiz, de conhecimentos matemáticos. O professor deve criar pois e organizar um meio e situações capazes de provocar esse aprendizado. Uma terceira hipótese postula que esse meio e essas situações devem engajar-se de forma decisiva aos conhecimentos matemáticos cuja aquisição é desejada".

Para Bednarz (Garnier, Bednarz & Vlanovskaya, 1996, p.48) o ensino é essencialmente um fenômeno social, mesmo quando os objetivos desejados se referem ao desenvolvimento cognitivo do aluno:

"Interações sociais ganham espaço dentro da aula entre os sujeitos (aluno e professor, alunos entre si) que expectativas mútuas e interpretam as mensagens transmitidas pelo outro, através de um certo processo de negociação. Como o processo social referente a um conteúdo específico, a educação matemática é pois influenciada por este funcionamento que se desenvolve na classe e pela construção dos conhecimentos matemáticos resultantes".

2.3 Teorias utilizadas como base para resolver o problema

Os teóricos cognitivistas procuram destacar o dinamismo da consciência na construção do conhecimento, preocupando-se com o fato de COMO o homem desenvolve a sua compreensão e AGE segundo essa compreensão de forma consciente e participante. Será apresentado, a seguir, um breve resumo das principais teorias que abordam o processo de aprendizagem:

2.3.1 Teoria de Jean Piaget

Segundo Piaget (1998), as idéias básicas de como as crianças aprendem e crescem intelectualmente são baseadas nas estruturas mentais diferentes das dos adultos, e o desenvolvimento mental infantil progride através de estágios definidos e embora os estágios do desenvolvimento mental ocorram numa ordem fixa, crianças diferentes passam de um estágio para outro em idades diferentes. Além disso, uma criança pode estar num determinado estágio para alguma coisa, e em outro para outras.

Já o desenvolvimento mental é influenciado por quatro fatores: Maturação que é o amadurecimento físico especialmente do sistema nervoso central, Experiência, que é

a manipulação, movimento e pensamento sobre objetos concretos, Interação Social, que é o jogo, conversa e trabalho com outras pessoas, especialmente outras crianças e a Equilibração, que é o processo de reunir os três fatores anteriores de modo a construir e reconstruir estruturas mentais, as quais se manifestam em tudo quanto possui vida, principalmente no desenvolvimento e atividade cognitiva. O desenvolvimento cognitivo do indivíduo ocorre através de constantes desequilíbrios e equilibrações.

Para Piaget (1998), a criança constrói a própria versão da realidade pelas suas experiências. Ela nasce com algumas estruturas cognitivas básicas que, em contato com o objeto, vão se desenvolvendo. Quanto maior for esta interação, mais as estruturas se expandem. A aprendizagem se dá a partir da ação e da subsequente internalização desta ação. Piaget defende ainda que participam da construção do conhecimento fatores como o meio físico e o social, além da maturação do indivíduo. A influência de todos esses fatores está ligada ao processo de equilibração.

Ainda para Piaget (1998), a equilibração, por sua vez, é constituída por dois mecanismos: assimilação e acomodação. A assimilação é um processo externo que faz com que o homem incorpore idéias, concepções ou objetos e se refere à interação dele com o meio. Quanto à acomodação, ela ocorre quando as estruturas antigas são modificadas pela aquisição de conhecimentos, informações e comportamentos, com o propósito de se ajustar a uma nova situação. Considera o desenvolvimento mental como um equilíbrio progressivo oriundo de uma passagem contínua de um estado de menor equilíbrio para um estado de equilíbrio superior e que toda ação corresponde a uma necessidade e esta surge em função de algum interesse (motivo). Assim, quando o indivíduo tem interesse por algum assunto ou fato, sente a necessidade de conhecê-lo. Surge, então, a manifestação de desequilíbrio que provoca no indivíduo uma ação. Quando a ação cessa, há satisfação da necessidade e o equilíbrio é restabelecido. Para

Piaget (1998), o equilíbrio das estruturas cognitivas deve ser concebido como compensação das perturbações exteriores por meio das atividades do sujeito, que serão respostas a essas perturbações.

Sua teoria não tem intenção pedagógica, porém, oferece aos educadores importantes princípios para conduzir o processo ensino-aprendizagem. A principal meta da educação deverá ser a autonomia do aluno. A escola, além de oferecer aos seus alunos uma aprendizagem através de pensamentos reflexivos, proporcionando a construção dos conceitos, deverá reforçar a autonomia dos seus pensamentos, formando cidadãos críticos e independentes.

Segundo Charles (1975, p.29), baseada na teoria piagetiana, a tarefa principal do professor não é transmitir conhecimento. Ao invés disso, consiste em assegurar que as crianças atuem física e mentalmente. Estes atos devem ser do tipo que seja importante para o desenvolvimento humano, especialmente interações sociais que enfatizam a linguagem e a manipulação de objetos para resolução de problemas. As crianças têm de agir. Raras vezes estão inativas por mais do que alguns poucos minutos, quando acordadas. Forçá-las a ficarem paradas e quietas na escola ou mesmo em casa é ir frontalmente de encontro às suas naturezas e forçosamente resultará numa luta entre as vontades dos professores e as necessidades dos alunos.

Os professores fazem melhor tirando proveito das características naturais das crianças. Eles podem fazer isso provendo riquezas materiais para as crianças olharem, tocarem, manipularem e levarem de um lado para outro. Tais materiais deveriam ser usados em grau muito maior do que é comum agora nas escolas. A interação verbal entre os alunos deve ser permitida e estimulada. As atividades de grupo que envolvem cooperação e discussão deveriam abranger uma parte significativa do dia escolar.

Segundo Estephan (2000, p.27), baseada na teoria piagetiana a primeira

precaução que se deve tomar no ensino da Matemática é não queimar etapas. Logo a primeira atitude seria de “conhecer estas etapas; contudo, o que delas se sabe é em geral tranqüilamente ignorada pelos professores de Matemática”. Muitos professores de Matemática acreditam ser uma perda de tempo, por exemplo, deixar os alunos manipulando materiais e descobrindo relações entre fenômenos sem se preocupar com os cálculos envolvidos. Entretanto, o sujeito humano estabelece desde o nascimento uma relação de “interação com o meio”, pois é na relação com o meio que a criança se desenvolve, construindo e reconstruindo suas hipóteses sobre o mundo que o cerca.

Segundo Piaget (1998), o conhecimento surge de interação entre o sujeito e o objeto do conhecimento. Para este pesquisador, objeto do conhecimento é tudo o que pode ser conhecido pelo homem e não somente objetos materiais, desde coisas, natureza, até idéias, valores, relações humanas, história, cultura. Partindo dessas idéias, é possível supor que uma boa forma de se adquirir ou expandir as estruturas cognitivas de um indivíduo é colocá-lo diante de uma situação-problema tal qual seus conhecimentos sejam insuficientes para chegar à solução. Isso provocará conflito, sendo esperado que ele busque novas assimilações para modificar as estruturas cognitivas de forma que, no final do processo, possa exibir o comportamento que resolva o problema.

Podemos destacar nas teorias de Piaget (1998) três estágios de desenvolvimento mental, quais sejam: Pensamento Intuitivo (entre 4 e 7 anos) as crianças pensam e dão explicações na base de intuições, pressentimentos em vez de lógica. Deve-se lembrar continuamente de que as crianças não pensam como os adultos. Neste estágio, elas não podem efetuar operações em suas cabeças (adição, subtração, agrupar, resolver problemas, ordenar). Operações Concretas (entre 7 e 11 anos) as crianças estão desenvolvendo conceitos de números, relações, processos e assim por diante. Elas

estão se tornando capazes de pensar através de problemas, mentalmente, mas sempre pensam em objetos reais (concretos), não em abstrações. Estão desenvolvendo habilidade maior de compreender regras. Nessa fase a criança é capaz de estabelecer correspondências biunívocas exatas. É capaz também de medir adequadamente porque tem a habilidade de conservar comprimentos e é ou se tornará capaz em breve de conservar massas. Esta habilidade permite o uso de réguas, balanças e outros instrumentos de medida. Pelo fato das operações mentais que a criança efetua ainda se basearem na visualização de objetos concretos, reais, as atividades em Matemática ainda precisam dar ênfase à manipulação de objetos. Operações formais (entre 11 e 15 anos), quando os estudantes podem pensar usando abstrações, formulam teorias sobre qualquer coisa distinta do real e estão atingindo nível de pensamento adulto. O aluno tornou-se um teórico no auge da sua capacidade, formulando hipóteses e teorias sobre qualquer coisa. Surge a noção adequada de experimentação, uma vez que ele pode pensar: "Se eu fizer assim e assim, resultará isto". Ele começa agora a compreender relações geométricas, questões que tratam de proporções.

Segundo Charles (1975, p.28), baseado nas teorias piagetianas a sala de aula deveria ser arrumada e equipada de modo a favorecer um currículo orientado para atividades. Quantidades de materiais devem estar disponíveis em centros de trabalho na sala.

Atividades mais ruidosas deveriam ser feitas num extremo da sala e atividades mais silenciosas, no outro. Alguns espaços devem ser reservados para atividades individuais e outros devem ser reservados para atividades em pequenos grupos. Paredes divisórias, quando usadas, devem ser facilmente removíveis de modo que a classe inteira tenha espaço suficiente para reunir-se durante as atividades do grande grupo.

O clima psicológico dentro da sala de aula é determinado principalmente pelo professor. Este clima deve ser de liberdade e espontaneidade. Isto não deve ser interpretado como "bagunça", em que o professor não dirige nem ajuda. Ao invés disso, o professor providencia materiais, sugere atividades, trabalha com ajuda dos alunos. Conversa espontânea é permitida e a troca de idéias, estimulada. O professor faz com que as atividades sejam maximizadas e que o caos não ocorra.

Para Piaget (apud Garnier, Bednarz & Vlanovskaya, 1996, p.101), o conhecimento lógico-matemático presume que é formado pelas crianças através de uma abstração refletida da organização e de suas próprias ações:

"Do ponto de vista genético, as operações são na verdade ações autênticas, que não consistem simplesmente em tomar notas de determinadas relações ou de apreender o sentido. Quando um sujeito soma 1 e 1, o que acontece é que ele combina duas unidades formando um todo, enquanto que poderia conservá-las separadamente. Não há dúvida de que essa se produz no pensamento, adquire caráter *sui generis* que a distingue das outras ações; ela é reversível, o que significa que, após haver combinado as duas unidades, o sujeito pode separá-las e retornar a seu ponto de partida. Mas isso não torna essa ação menos autêntica, completamente diferente da simples leitura de uma relação como $2 > 1$ ".

2.3.2 Teoria de Lev Semenovich Vygotsky

Ao contrário do espírito da época, que levava os cientistas sociais a citar os pensamentos dos teóricos do marxismo, a própria formação anterior de Vygotsky (1984) o levava a utilizar de uma forma original algumas idéias desses teóricos. Assim, por exemplo, partindo da idéia de que o trabalho e a sua divisão social acabam por gerar novas formas de comportamentos, novas necessidades, novos motivos, etc., e que esses levam o homem à busca de meios para a sua realização, introduzindo na psicologia o fator histórico-cultural. Tinha clara compreensão de que esse movimento provoca no ser humano uma crescente modificação das suas atividades psíquicas. Outra idéia de inspiração marxista, e que acabou sendo um dos pontos chaves da teoria, foi aquela segundo a qual o homem, por meio do uso de instrumentos, modifica a natureza, e ao fazê-lo, acaba por modificar a si mesmo.

Vygotsky (1984) salienta que “os dois tipos de conceitos se formam e se desenvolvem sob condições internas e externas totalmente diferentes, dependendo do fato de se originarem no aprendizado de sala de aula ou na experiência pessoal da criança.” O processo de formação de conceitos foi um dos principais temas de estudo de Vygotsky (1998), que os classificou como espontâneos e não espontâneos. Os primeiros são os desenvolvidos pela pessoa a partir de sua realidade, vêm das experiências do cotidiano e se desenvolvem com esforços mentais próprios. Os não espontâneos são os que requerem aprendizagem sistematizada. Os conceitos científicos fazem parte deste segundo grupo e são normalmente desenvolvidos na escola. Os conceitos espontâneos caracterizam-se pela falta de consciência das relações (são não-conscientes e assistemáticos). Assim sendo, ao operar com o cotidiano, o indivíduo centra sua atenção no objeto e não no próprio ato do pensamento. Já no conceito científico, a

relação com o objeto é mediada, desde o início, por algum outro conceito e o aprendizado escolar induz a percepção generalizante desempenhando um papel decisivo na conscientização da criança dos seus próprios processos mentais.

Vygotsky (1998) defende a visão do desenvolvimento, concebendo o sujeito como um ser ativo e a construção do seu pensamento se dá de acordo com o seu ambiente histórico e social. O indivíduo não nasce pronto nem é cópia do ambiente externo. A influência da natureza sobre o homem, afirmando que este, por sua vez, age sobre a natureza e sobre a sociedade, criando, através das mudanças nelas provocadas por ele, propicia novas condições para sua existência. Entende que o desenvolvimento é fruto de uma grande influência das experiências do indivíduo; porém, cada indivíduo tem a sua maneira de entender e aprender o mundo.

Para Vygotsky (1984), a criança utiliza sistemas de signos que englobam sistemas de conhecimentos disponíveis na cultura e que ela deve aprender. Esta operação, que a princípio representa uma atividade externa intervindo diretamente entre a criança e um objeto, é transformada pela interação social em uma atividade interpessoal. A atividade interpessoal está inserida dentro dos sistemas de signos construídos socialmente e que são apreendidos e utilizados pelas crianças de maneira interpessoal. Por fim, os processos interpessoais são transformados em intrapessoais como resultado de uma longa série de fenômenos próprios ao desenvolvimento.

Segundo Vygotsky (1998), a criança, ao começar a falar, emite os mais diferentes sons. Quando os adultos que convivem com ela reconhecem alguns deles como uma "palavra" do idioma falado por eles, cercam-na de agrados. A palavra é repetida por eles, que fazem de tudo para que a criança volte a repeti-la. A cada nova coincidência do som emitido pela criança com aquilo que se espera que ela diga, novos agrados são feitos. O resultado é bastante conhecido: em pouco tempo ela estará utilizando a

palavra no sentido atribuído por esses adultos.

Isso significa dizer que no processo de internalização os aspectos cognitivos e afetivos mostram-se intimamente entrelaçados. Ao contrário do que afirma Piaget (1998), Vygotsky (1998) defendia a idéia de que o verdadeiro curso do processo de desenvolvimento do pensamento infantil assume uma direção que vai do social para o individual. Seus experimentos evidenciaram que a criança é um ser social desde o seu nascimento. A linguagem, tal como é expressa por meio da fala, trazendo sua marca histórico-cultural, é algo que ela já encontra ao nascer. São aquelas pessoas que a cercam que interpretam seus balbucios, suas expressões espontâneas e seus movimentos. São elas que vão lhes atribuindo um significado.

Para Freitas (1994, p.96), baseados nas teorias vygotskiana os diferentes materiais escolares interagem entre si, contribuindo para o desenvolvimento das funções psicológicas superiores. Isso se dá uma vez que os pré-requisitos psicológicos para a aprendizagem das diferentes matérias escolares são os mesmos e as principais funções psicológicas envolvidas nesse estudo são independentes. Dessa forma, as matérias escolares básicas atuam como uma disciplina formal, cada uma facilitando a aprendizagem das outras. As funções psicológicas por elas estimuladas se desenvolvem ao longo de um processo complexo. Para estudar a capacidade de aprendizagem é importante estar atento ao nível de desenvolvimento em que a criança se encontra. Vygotsky (1984) considera que existem dois níveis: o real, que evidencia a função psicológica já alcançada por ela e o potencial, ou aquele que o indivíduo pode realizar independentemente de sua raça e cultura, espelhando a expectativa. Ele discute que, em geral, os testes a que as crianças são submetidas consideram apenas o nível pelas ações ou respostas que produzem, sem a intervenção de outra pessoa. Existe, porém, uma diferença entre o nível de desenvolvimento real e o de desenvolvimento

potencial, que ele denominou de zona de desenvolvimento proximal (z.d.p.) e definiu como sendo “a distância entre o nível de desenvolvimento real, que se costuma determinar pela solução independente de problemas, e o nível de desenvolvimento potencial, determinado pela solução de problemas sob a orientação de um adulto ou em colaboração com companheiros mais capazes”.

Para serem assimiladas, as informações têm de fazer sentido. Isso se dá quando elas incidem na zona de desenvolvimento proximal. Zona de desenvolvimento proximal é exatamente a distância entre o nível de desenvolvimento real e o nível de desenvolvimento potencial da criança. Em outras palavras, é a possibilidade que a criança tem de resolver problemas sob a orientação do educador. De uma forma simplificada, pode-se dizer que a z.d.p. define as funções psicológicas que não amadureçam, mas que estão em fase embrionária, potencial, a caminho de se completar. A discrepância entre a idade mental real de uma criança e o nível que ela atinge ao resolver problemas com o auxílio de outra pessoa indicam sua zona de desenvolvimento proximal. Quanto maior for a z.d.p. do aluno, melhor será seu aproveitamento escolar.

Para Vygotsky (1984), a escola é o lugar da produção social de signos e é por meio da linguagem que se delinea a possibilidade da construção de ambientes educacionais com espaço para criação, descoberta e apropriação da ciência produzida na história humana. Daí a importância do professor em todo esse processo. Este acentua o seu papel fazendo da atividade de ensino uma das mediações pelas quais o aluno, pela sua participação ativa e pela intervenção do professor, passa de uma experiência social a uma experiência pessoal sintética e unificadora.

Ainda para Vygotsky (1998), o homem cria instrumentos externos que podem ser utilizados para produzir mudanças interiores, psicológicas. Então, além dos instrumentos

que o homem cria ao longo de sua história e que servem para dominar a realidade exterior, há os que se voltam sobre ele mesmo e são utilizados para controlar e desenvolver as suas capacidades. Entre estes instrumentos estão a língua, a escrita, os ritos, as obras de arte, os sistemas de conceitos científicos, as técnicas que auxiliam a memória, os instrumentos que reforçam a motibilidade ou a percepção humana. Todos esses instrumentos culturais são extensões do homem, que ampliam a capacidade humana.

2.3.3 Teoria de David Ausubel

A teoria de Ausubel (1980) nos mostra que o desenvolvimento cognitivo é um processo dinâmico e que a estrutura cognitiva está sendo constantemente modificada pela experiência. Ele analisa o processo de aprendizagem como um processo de armazenamento de informações que aos poucos vão se incorporando de forma hierárquica, a uma “estrutura” no cérebro, estrutura esta que futuramente pode ser utilizada. Partindo deste princípio, define aprendizagem como organização e integração do material a ser aprendido, na estrutura cognitiva do aluno. Defende a idéia de que a aprendizagem deve se dar através da aprendizagem significativa, mas não no sentido usual da palavra, num sentido bem mais amplo, isto é, a nova informação deve interagir com os conceitos já conhecidos pelo aprendiz. Desta forma, as novas experiências são vivenciadas à luz das antigas.

Segundo Ausubel (1980, p.19), grande parte da confusão considerada pela natureza da aprendizagem é um reflexo do fato de muitos psicólogos tenderem a classificar muitos tipos qualitativamente diferentes de aprendizagem sob um modelo explicativo único. A maneira mais indicada para diferenciar esses tipos de aprendizagem

escolar é distinguir dois processos decisivos que atravessam todos eles.

Pode-se estabelecer uma distinção entre aprendizagem por recepção e aprendizagem por descoberta e outra entre aprendizagem mecânica e significativa. A primeira distinção é importante, porque grande parte das informações adquiridas pelos alunos, tanto dentro como fora da escola, é apresentada preferencialmente pela descoberta, que é um tipo de aprendizagem na qual o conteúdo principal do que se deve aprender não é dado (ou apresentado), mas deve ser descoberto pelo aluno antes que ele possa assimilá-lo à sua estrutura cognitiva.

Já a aprendizagem receptiva é um tipo de aprendizagem na qual todo o conteúdo que deve ser aprendido é apresentado ao aprendiz em forma mais ou menos final. E uma vez que a maior parte do material de aprendizagem é apresentado verbalmente, é igualmente importante observar que a aprendizagem receptiva verbal não é necessariamente automática em caráter e pode ser significativa sem uma experiência prévia não verbal ou de solução do problema.

Já a aprendizagem mecânica: aquisição de associações arbitrárias literais em situações de aprendizagem nas quais o próprio material de aprendizagem não pode ser relacionado não arbitrariamente ou substantivamente à estrutura cognitiva (isto é, não possui "significado lógico") ou no qual o aprendiz apresenta uma disposição para uma aprendizagem não significativa.

Conforme Ausubel (1980), é bastante defendida a afirmação que tanto a aprendizagem por recepção como a aprendizagem por descoberta podem ser mecânicas ou significativas, dependendo das condições em que sucede a aprendizagem. Em ambos os casos pode se dar aprendizagem significativa se a tarefa de aprendizagem relacionar-se, de modo não arbitrário, substantivo, com o que o aluno já sabe.

Segundo Ausubel (1980, p.32), a aprendizagem escolar preocupa-se primariamente com a aquisição, retenção e utilização de um amplo campo de informações potencialmente significativas. Portanto, é importante saber diferenciar significado de aprendizagem significativa. O primeiro é o conteúdo da consciência diferenciado e agudamente articulado, que se desenvolve como produto da aprendizagem simbólica significativa ou que pode ser evocado por um símbolo ou grupo de símbolos depois, que esses foram relacionados não arbitrária e substantivamente à estrutura cognitiva. Já a aprendizagem significativa é uma aquisição de novos significados; pressupõe uma disposição para aprendizagem significativa e uma tarefa de aprendizagem potencialmente significativa (isto é, uma tarefa pode ser relacionada de modo não arbitrário e substancial àquilo que o aprendiz já conhece).

Segundo Ausubel (1980, p.39), pode-se destacar três tipos de aprendizagem significativa, que são: aprendizagem representacional, aprendizagem de conceitos e aprendizagem proposicional. A aprendizagem representacional refere-se ao significado de palavra ou símbolo unitário, ou seja, aprender o que eles representam. A aprendizagem de conceitos é a aprendizagem do significado de um conceito, isto é, a aprendizagem do significado de seus atributos criteriais; inclui a formação e a assimilação de conceito. Conceitos são objetos, eventos, situações ou propriedades que possuem atributos criteriais comuns (a despeito da diversidade em outras dimensões ou atributos) e que são designados por algum signo ou símbolo, tipicamente uma palavra com significado genérico. Assimilação de conceitos: aquisição de novos significados de conceitos por meio de um processo de aprendizagem de retenção; o aprendiz recebe os atributos criteriais do conceito mediante uma definição ou pelo contexto. Aprendizagem proposicional diz respeito ao significado de idéias expressas por grupos de palavras combinadas em proposições ou sentenças.

Para Ausubel (1980), a essência do processo de aprendizagem significativa reside em que as idéias expressadas simbolicamente são relacionadas de modo não arbitrário, senão substancial, com o que o aluno já sabe, destacando algum aspecto essencial de sua estrutura de conhecimentos.

Segundo Ausubel (1980, p.42), a aprendizagem significativa não deve ser interpretada simplesmente como a aprendizagem de material significativo. Na aprendizagem significativa, estes materiais são apenas potencialmente significativos. Se já forem significativos, o objetivo da aprendizagem significativa, ou seja, a aquisição de novos significados, completa-se por definição, antes mesmo de qualquer tentativa de aprendizagem. Material potencialmente significativo: tarefa de aprendizagem que pode ser aprendida significativamente, tanto porque é logicamente significativa como porque as idéias relevantes estão presentes na estrutura cognitiva particular do aprendiz.

Segundo Ausubel (1980) conhecer a estruturação do material tem como fim último permitir a incorporação de idéias estáveis e claras na estrutura cognitiva de maneira mais eficaz, a fim de induzir à transparência. A transparência é, amplamente falando, uma função de relevância, sentido, clareza, estabilidade, integratividade e do poder explanatório das idéias subsumidas e subsunçoras originalmente aprendidas.

Para Ausubel (1980), se a estrutura cognitiva é clara, estável e convenientemente organizada, surgem significados precisos e sem ambigüidades que tendem a reter sua força de dissociabilidade e disponibilidade. Se, por outro lado, a estrutura cognitiva é instável, ambígua e desorganizada ou mal organizada, esta tenderá a inibir a aprendizagem e a retenção dos conceitos significativos. Estrutura cognitiva é o conteúdo total e organização das idéias de um dado indivíduo; ou, no contexto da aprendizagem de assuntos, conteúdos e organização de suas idéias naquela área particular de conhecimento.

Ausubel (1980) afirma que a função principal dos organizadores é suprimir o abismo que existe entre o que o aluno já sabe e o que necessita saber, antes que aprenda com bons resultados a tarefa imediata. O ponto alto de sua teoria é a aprendizagem significativa, que, para ocorrer esse tipo de aprendizagem, é necessário que o conteúdo a ser aprendido seja potencialmente significativo para os alunos e que estes apresentem uma pré-disposição para aprender e relacionar o novo assunto com os conceitos já existentes.

Segundo Ausubel (1980, p.293), embora os professores desempenhem um papel importante, e sob muitos aspectos decisivos na orientação da aprendizagem, os problemas associados à educação antes e durante o treinamento dos professores são enormes. Dessa forma, acreditamos que um dos caminhos mais promissores para se melhorar o aprendizado escolar seja através da melhoria dos materiais de ensino. Os fatores mais significativos que influenciam o valor, para o aprendizado, dos materiais de ensino, referem-se ao grau em que estes materiais facilitam uma aprendizagem significativa.

2.3.4 Teoria de Jerome Bruner

Jerome Bruner (1968) em sua teoria prioriza o papel da estrutura da disciplina na aprendizagem e defende o método da descoberta de um conceito pelo próprio aluno. A aprendizagem de um tópico deve permitir que o aluno aplique facilmente ou generalize o que aprendeu, e que a aprendizagem poderá ser útil para o futuro quando o indivíduo deparar com tarefas semelhantes às que já aprendeu ou quando o aluno aprendeu uma idéia geral que posteriormente será utilizada em casos mais específicos.

Para Bruner (1968, p.44), o ato de aprender envolve três processos quase

simultâneos. Primeiro, é a aquisição de nova informação que, muitas vezes, contraria ou substitui o que a pessoa anteriormente sabia, implícita ou explicitamente. Um segundo aspecto da aprendizagem pode ser chamado de transformação, que é um processo de manipular o conhecimento de modo a adaptá-lo a novas tarefas. E um terceiro aspecto é a avaliação: verificar se o modo pelo qual se manipula a informação é adequado à tarefa.

Bruner (1968) afirma que quanto mais fundamental ou básica for a idéia que se tenha aprendida, quase por definição, maior será a amplitude de sua aplicabilidade a novos problemas. Afirma ainda que ter essas idéias básicas ao seu dispor e usá-las eficientemente, exige constante aprofundamento da compreensão que delas se tem, o que se pode conseguir aprendendo-se a utilizá-las em formas progressivamente mais complexas. Assim, é possível ensinar qualquer coisa a uma criança desde que isso seja feito na sua linguagem. A natureza, muitas vezes inconsciente, do aprendizado de estruturas é talvez mais bem ilustrada na aprendizagem que se faz da língua nativa. Tendo captado a estrutura sutil de uma sentença, a criança aprende muito rapidamente a produzir várias outras sentenças baseadas naquele modelo, embora diferentes, em conteúdo, da sentença originalmente aprendida. E também que a criança pode aprender todos conceitos desde que lhe sejam dadas condições de praticar com materiais que ela possa manipular por si mesmo.

Na prática, Bruner (1968, p48) sugere que o currículo deve ser estruturado de maneira tal que o aprendiz tenha chance de voltar a rever a matéria aprendida num nível mais avançado, isto é, se forem respeitados os modos de pensar da criança em crescimento, e o educador for suficientemente cortês para traduzir o material para as suas formas lógicas, e suficientemente capazes de desafiá-la a tentar progredir, então será possível introduzi-la precocemente às idéias e estilos que, na vida posterior, fazem

um homem educado.

Pode-se indagar, como critério para avaliação de qualquer matéria ensinada na escola primária, se, quando plenamente desenvolvido, será o conhecimento valioso para o adulto e se, tê-lo adquirido em criança, fará de alguém um adulto melhor. Logo, um currículo deverá, conseqüentemente, ser construído em torno dos grandes temas, princípios e valores que uma sociedade considera merecedores da preocupação contínua de seus membros.

Segundo Bruner (1968, p.51), matemáticos, físicos e biólogos acentuam o valor do pensamento intuitivo em suas respectivas áreas. Em Matemática, a intuição é usada em dois sentidos bastante diferentes. Por um lado, diz-se que um indivíduo pensa intuitivamente quando, tendo trabalhado por muito tempo sobre um problema, repentinamente encontra a solução para a qual, porém, tem que descobrir uma prova formal. Por outro lado, diz-se que um indivíduo é um bom matemático intuitivo se, quando outros lhe apresentam problemas, é capaz de, rapidamente, dar palpites sobre a melhor maneira de resolver o mesmo.

Os geoplanos proporcionarão aos alunos uma nova visão da matéria de forma diferente e aprofundada, revisando conceitos e atividades já aprendidas, aplicando-os as normas e mais complexas situações, além de proporcionar a evolução do conhecimento de forma em espiral.

2.4 Trabalhos científicos utilizados como base para resolver o problema

Será apresentado, a seguir, um breve resumo e afirmações de algumas dissertações de mestrado e teses doutorado, cujos pesquisadores procuraram investigar

a influência de materiais didáticos manipuláveis, ressaltando a importância da otimização dos mesmos.

Na dissertação *Ensino e Aprendizagem da trigonometria: novas perspectivas da Educação Matemática*, Briguenti (1994) propôs estratégias para o ensino da trigonometria para minimizar as dificuldades dos alunos em relação a este assunto e favorecer a aplicação prática deste, na resolução de problemas do cotidiano. A metodologia utilizada teve alguns procedimentos metodológicos referentes à pesquisa qualitativa e outros relacionados a dados quantitativos. A proposta de trabalho foi verificar se os conceitos, por exemplo: de semelhança e proporcionalidade estão presentes na estrutura cognitiva do aluno, bem como resgatá-los, através de uma série de atividades extraclasse tais como: levar alunos a pátios, parques e praças, com o objetivo de medir alturas de árvores, monumentos, prédios, etc., com auxílio de um teodolito elementar, construído através de um simples pedaço de cano, transferidor e pêndulo. Ao se encerrar esse 1º conjunto de Unidades ligadas ao conceito de razões trigonométricas, espera-se que os alunos tenham adquirido os conceitos fundamentais e que estes sirvam de pontos de ancoragem para os conceitos a serem desenvolvidos no 2º conjunto de Unidades, onde, os conceitos já estudados serão ampliados e diretamente relacionados com um outro conceito fundamental relevante e hierarquicamente importante: Funções.

Briguenti (1994, p. 169) afirma que:

"O professor deverá utilizar a construção dos conceitos (por meio do desenvolvimento das Atividades) para em seguida definir e sistematizar os mesmos. Este procedimento contrapõe-se à metodologia da escola tradicional que apresenta ao aluno um conceito de forma pronta e acabada. É também importante a hierarquia conceitual das idéias. Também essa estratégia de trabalho favorece uma relação amistosa entre aluno e professor. Os alunos ficam descontraídos, motivados e envolvidos com o trabalho, manifestando o prazer pela descoberta dos conceitos e aprendizagem da Matemática, o que vem ao encontro da afirmação de Ausubel, quando diz que para se ter uma

aprendizagem significativa, em que o aluno tem que estar pré-disposto para a aprendizagem e que, ainda, o assunto a ser estudado deve ser potencialmente significativo para o aluno. Ficou também claramente evidenciada a interação social proporcionada por esta alternativa de ensino, pois este processo dinâmico na construção de conceitos provoca reflexões sobre o assunto que se está estudando, possibilitando o confronto entre diferentes opiniões".

Em sua pesquisa de dissertação de mestrado *Funções Seno e Cosseno: uma seqüência de Ensino a partir dos contextos do "Mundo Experimental" e do Computador*, Costa (1997) propôs investigar a influência de dois diferentes contextos: Computador e "Mundo Experimental" na aprendizagem da trigonometria. O assunto alvo foi as funções seno e cosseno e partindo-se da hipótese de que é possível introduzi-las de maneira significativa. A metodologia utilizada seguiu uma seqüência didática, sendo o trabalho realizado com dois grupos de alunos, sendo que para um deles iniciou-se o assunto por atividades no computador e deu-se continuidade por manipulações de materiais didáticos manipuláveis pelo aluno no "mundo experimental" e para outro, a ordem de introdução foi invertida. O objetivo dessa pesquisa foi identificar qual a ordem de introdução, por contextos, que se apresenta mais eficaz para a aprendizagem. Foram aplicados três testes escritos: um antes de iniciar a seqüência didática, um ao término das atividades de um dos contextos e um no final do estudo.

Costa (1997, p.165) enfatiza que:

"Um dos pontos mais relevantes deste estudo foi a participação dos alunos na formação do conceito, melhorando seu desempenho ao refazer as atividades do "mundo experimental", e que trabalhos em grupos tiveram grande influência nos procedimentos e ações dos alunos que participaram do experimento. A análise geral do desempenho dos alunos que participaram dos experimentos apontou para um crescimento constante na formação e desenvolvimento dos conceitos, evidenciado a partir de significativo aumento no número de respostas corretas do Pré para o Pós-teste. A aplicação da seqüência didática mostrou o quanto foi proveitoso trabalhar nos dois ambientes, uma vez que observamos, no desenrolar do trabalho, que os alunos estabeleceram correspondências entre as tarefas apresentadas em cada contexto".

Na tese *Integração do Instrumento ao Campo da Engenharia Didática*, Rosa (1998) propôs o estudo dos processos de construção de conhecimento, em situação de ensino, ligadas ao campo da representação gráfica. A metodologia utilizada foi a construção de um instrumento (perspectógrafo) com a finalidade dos alunos visualizarem a grafia de perspectivas. Pretendeu-se estabelecer o papel desse instrumento, utilizado em situação de ensino e avaliar os efeitos de seu uso no ensino, como uma contribuição para o desenvolvimento de competências, para a resolução de problemas. Partiu-se da hipótese que esse instrumento tem como objetivo tornar concreto o ambiente abstrato do espaço projetivo, no que se refere à confecção de perspectiva de elementos concretos. Então, definiu-se uma proposta de um modelo de Situação de Ensino Instrumentado (SEI), como segue: 1º incorporou-se o instrumento em um modelo didático, através de relações bi-polares entre o mestre e o saber intermediada por um instrumento, entre o mestre e o aluno intermediada por um instrumento e entre aluno e saber intermediada por um instrumento. Rosa (1998) propôs primeiro a incorporação do instrumento neste modelo, criando um modelo da Situação de Ensino Instrumentada; segundo definiram-se as relações do perspectógrafo com os pólos do modelo: instrumento-saber, instrumento-mestre e instrumento-aluno; terceiro delimitaram-se as mediações do perspectógrafo: mestre e saber mediado pelo instrumento, mestre e aluno, mediado pelo instrumento e aluno e saber mediado pelo instrumento. Após estabelecer um modelo para a análise das interações entre os diversos elementos de uma situação de ensino instrumentada, buscou-se a validação desse modelo, através de algumas experiências, tais como: expor os alunos a uma ação no domínio da perspectiva, sem tomar necessariamente consciência de seu conteúdo teórico.

Rosa (1998, p.263) afirma:

"Quando um professor identifica um conjunto de dificuldades por parte do aluno no aprendizado de um conteúdo, como é o caso da geometria projetiva, diagnosticado por inúmeros trabalhos, ele deve procurar investigar suas origens, explorar outras estratégias, de forma a permitir ao aluno novas alternativas para a continuação de seu aprendizado".

Na dissertação *Perspectiva e Limites do Uso de Material Didático Manipulável na visão de professor de Matemática de Ensino Médio*, Estephan (2000) propôs investigar como professores de matemática do Ensino Médio se manifestam a respeito do uso de materiais didáticos manipuláveis. Neste trabalho optou-se por uma abordagem qualitativa, devido à natureza do problema que se pretende descrever. O trabalho foi estruturado na seguinte seqüência: uma entrevista individual e o preenchimento de um questionário; um encontro denominado encontro coletivo, com dois sujeitos da pesquisa, e um encontro individual no qual a pesquisadora analisou junto com cada sujeito as atividades desenvolvidas nos encontros anteriores. Estephan (2000) buscou captar as manifestações dos sujeitos sobre a influência da construção e manipulação de materiais na aprendizagem de trigonometria, especificamente representações da função seno e cosseno. As tarefas propostas foram: primeiro a construção do geoplano circular e geoplano trigonométrico (materiais didáticos do laboratório de matemática do CEFET - PR), segundo a construção de uma tabela trigonométrica e 3º: a análise do geoplano circular e trigonométrico.

Estephan (2000, p.117) afirma que:

"Existe uma necessidade dos cursos de formação continuada de professores, com uso ou não de materiais didáticos manipuláveis, para fornecerem, além de novas metodologias e aprofundamento do conteúdo, momentos de reflexão na ação e sobre a ação. Percebemos que o uso e a construção de materiais didáticos manipuláveis em cursos de professores pode melhorar o ensino e aprendizagem, mas este não é o único caminho. Entretanto, o diferencial proporcionado pelo material didático manipulável, em curso de formação de professores de matemática, está na possibilidade de visualizar objetos matemáticos, bem como suas relações verificando sua validade: criar e vivenciar novas soluções para a construção do material, passando por todas as etapas que os alunos irão vivenciar em sala e podendo desta forma alterá-la

e adaptá-la a sua realidade, incentivando a reflexão sobre a prática".

2.5 Conclusão

Vale a pena salientar que o processo da formação de conceitos, para Piaget (1998), é individual, isolado e interno. Já para Vygotsky (1984), ele é fortemente influenciado pela mediação da sociedade. Apesar de se considerar o processo de equilibração fundamental para a aquisição do conhecimento, concorda-se com Vygotsky (1984) quanto à importância do mediador social. Nesse sentido, defende-se o ponto de vista de que a mediação da sociedade interfere no momento da assimilação. Na teoria piagetiana presume-se que o desenvolvimento lógico matemático é fundamentalmente universal e que é oriundo da evolução do desenvolvimento cognitivo, enquanto que a abordagem vygotskiana acentua a aquisição de sistemas de conhecimentos matemáticos que se manifestam dentro da cultura de diferentes maneiras e inscrevem-se em práticas específicas. Já Ausubel (1980), propõe uma aprendizagem significativa por meio de descoberta. Nesse tipo de aprendizagem, o aluno deve descobrir as propriedades e idéias básicas de um assunto, fazendo suposições, gerando novas proposições, pelo qual uma nova informação relaciona-se com um aspecto relevante da estrutura cognitiva do indivíduo. Também aproxima-se muito da maneira de pensar de outro teórico cognitivista – Bruner (1968), que prioriza o papel da estrutura da disciplina na aprendizagem ao defender o método da descoberta de um conceito pelo próprio aluno, de forma espiral.

Capítulo III

3 MODELO PROPOSTO

3.1 Introdução

Neste capítulo será descrita a proposta da pesquisa e como ela foi concebida e desenvolvida.

3.2 Metodologia

No presente trabalho foram utilizados alguns procedimentos metodológicos referentes à pesquisa quantitativa e outros referentes à pesquisa qualitativa. A pesquisa quantitativa foi realizada por meio de comparações das notas de duas provas e também da análise das respostas dos alunos a um questionário de avaliação dos materiais didáticos manipuláveis, que foram usados durante as aulas teóricas e práticas. Para a pesquisa qualitativa foi filmada uma das aulas práticas com a finalidade de se observar como os alunos reagem a essa nova estratégia de ensino.

3.3 Sujeitos da pesquisa

O objetivo da pesquisa foi propor, descrever, aplicar, analisar, interpretar e validar estratégias de ensino para a Geometria, utilizando materiais didáticos manipuláveis durante as aulas ministradas em 4 (quatro) turmas, denominadas: 2M1, 2M2, 2M3 e 2M4, cada uma, com 56 alunos, num universo de 224 alunos, todos da 2ª série do Ensino Médio do Colégio Positivo, sito na Rua Alferes Ângelo Sampaio, 2300, escola particular de Curitiba, durante o ano de 2001 (a pesquisa de campo levou todo

esse tempo, pelo fato de que, no referido colégio, a Geometria é dada concomitante com a álgebra; assim sendo, em algumas semanas foram trabalhados conteúdos de geometria e em outras semanas álgebra, logo, o conteúdo da pesquisa estendeu-se até o fim do ano).

3.4 Proposta de trabalho

Baseando-se em algumas teorias e trabalhos científicos citados no capítulo II, investiga-se o uso dos materiais didáticos manipuláveis (geoplanos e sólidos geométricos) na geometria em dois contextos. O primeiro contexto refere-se às aulas ministradas na sala de aula teórica, denominada "Sala de Aula Teórica" e o segundo contexto refere-se às aulas ministradas nos laboratórios de ciências, denominados de "Mundo Experimental". O trabalho dentro desses dois contextos foi estruturado na seguinte sequência:

3.4.1 Contexto: “Sala de Aula Teórica”

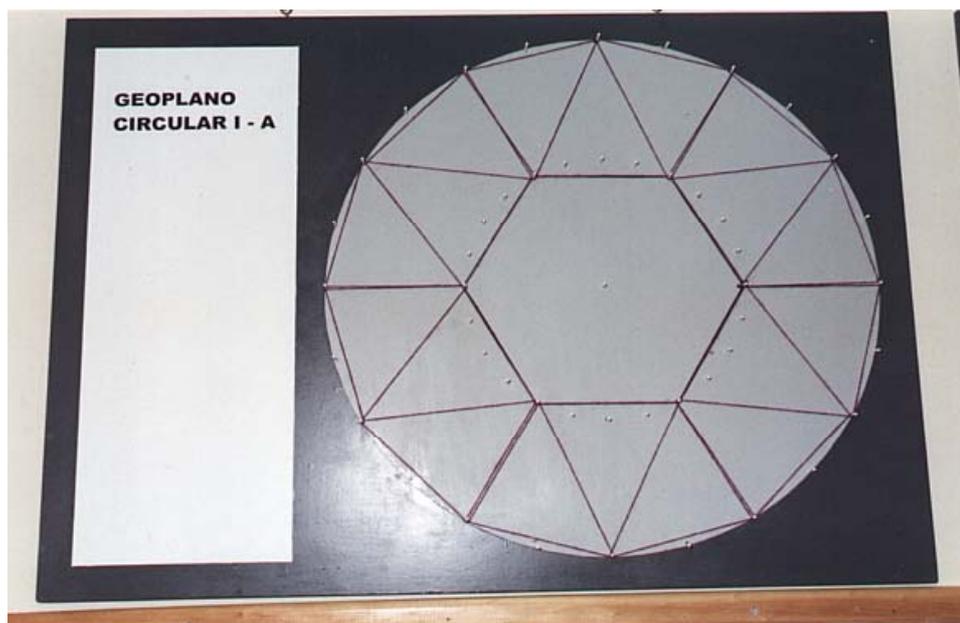
Neste contexto, como o próprio nome está dizendo, as aulas foram teóricas mesmo. Isto é, teoria, demonstrações e exercícios da apostila, onde o processo ensino-aprendizagem desenvolve-se pelo método tradicional professor-aluno. Pode-se notar que, pela quantidade de alunos presentes em cada sala de aula do referido colégio (56 alunos), a tendência é cair no ensino tradicional, onde a matéria foi explicada pelo professor e assistida pelos alunos, não sendo permitido aos alunos conversarem para não gerar indisciplina. A avaliação deste contexto deu-se por meio da 1ª prova bimestral, sendo esta individual e contendo 50% de questões de geometria e 50% de questões de álgebra. Foi separada para comparação apenas a parte relacionada à Geometria e denominada de prova nº1 (P1).

Durante essas aulas, o professor introduziu o uso dos materiais didáticos manipuláveis, sendo esses apenas manuseados pelo professor. A finalidade foi facilitar a visualização espacial e abolir o uso do quadro negro, para não perder tempo fazendo desenhos, virado de costas para os alunos, propiciando indisciplina. Os alunos só tiveram contato manual com os mesmos no 2º contexto. Não houve uma atividade específica para esse contexto, e, sim, apenas a introdução dos materiais conforme a necessidade. A seguir será relatado como cada material foi usado nesse contexto:

3.4.1.1 Geoplano Circular I

Tabuleiro de madeira aglomerado, formato quadrado, que dá uma idéia de plano, contendo 49 pinos de madeira ou pregos que dão uma idéia de ponto, distribuídos sobre duas circunferências concêntricas divididas em 24 arcos congruentes. Como material de apoio, foram usadas lãs coloridas para representar linhas e retas.

Figura 1 – Geoplano Circular I



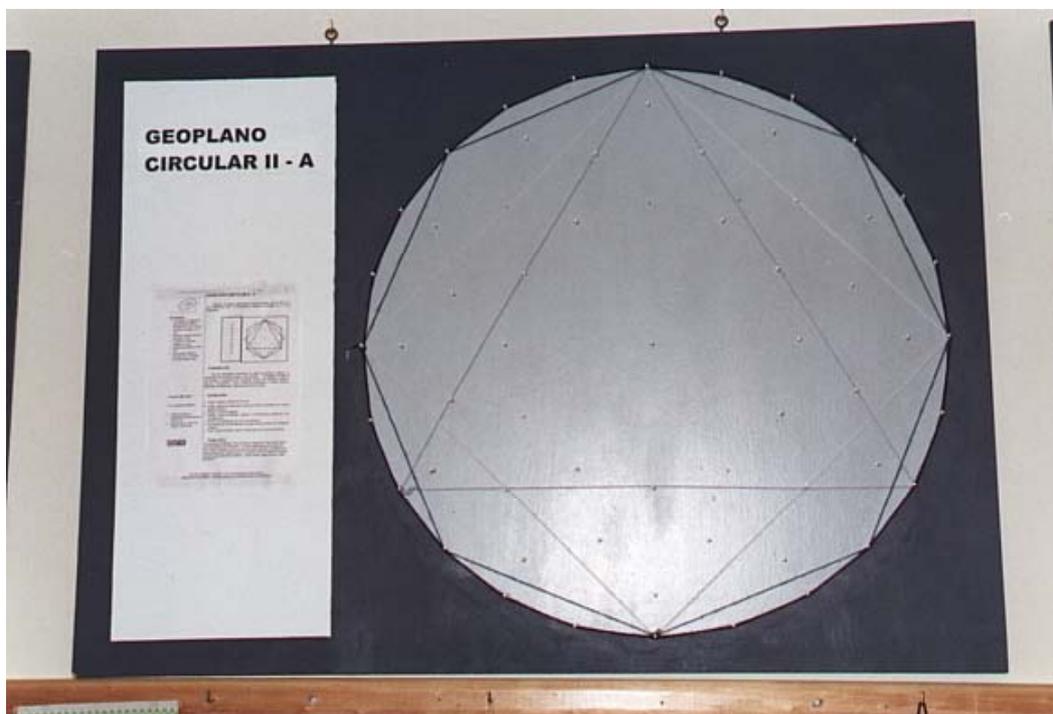
Fonte: Catálogo de materiais didáticos do CEFET-PR.

Usou-se o geoplano circular I durante as aulas de prismas e pirâmides para mostrar os elementos dos polígonos regulares inscritos e circunscritos a uma circunferência, que formam as bases das mesmas. Durante as aulas teóricas, o professor já levou os polígonos prontos, ligando os pontos dos vértices com lãs coloridas e a partir deles demonstrou as relações métricas.

3.4.1.2 Geoplano Circular II

Tabuleiro de madeira aglomerada, formato quadrado que dá a idéia de plano, com 49 pinos de madeira ou prego que dão uma idéia de ponto, distribuídos sobre 4 circunferências concêntricas divididas em 12 arcos congruentes. Como material de apoio, foram usadas lãs coloridas para representar linhas e retas.

Figura 2 - Geoplano Circular II



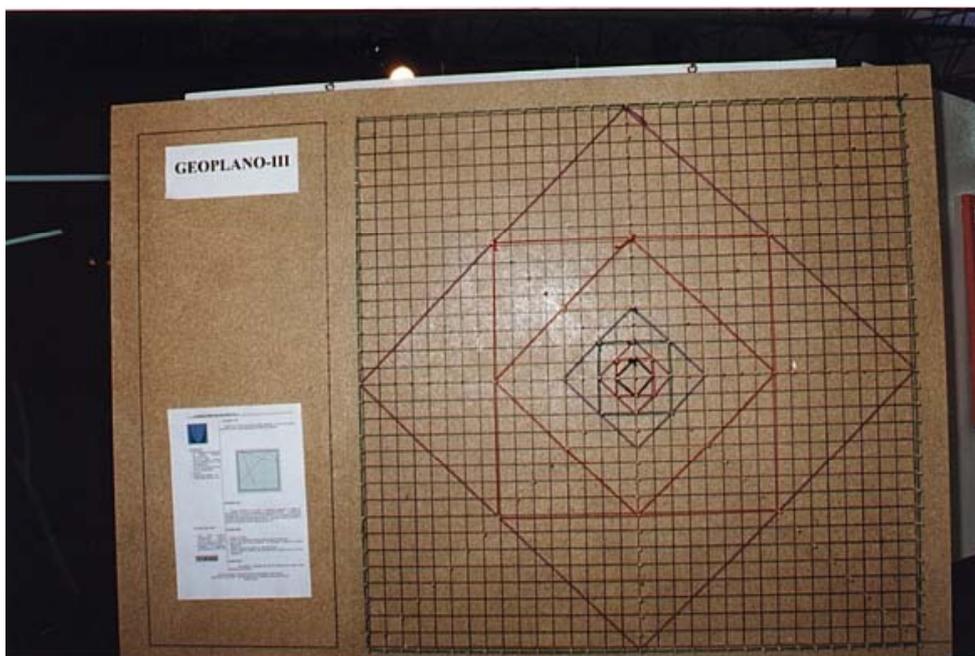
Fonte: Catálogo de materiais didáticos do CEFET-PR.

Usou-se o geoplano circular II com a mesma finalidade do geoplano circular I (pode-se dizer que o geoplano II é uma versão melhorada do geoplano I), ou seja, durante as aulas de prismas e pirâmides, para mostrar os elementos dos polígonos regulares inscritos e circunscritos a uma circunferência, que formam as bases das mesmas. Durante as aulas teóricas, o professor já levou os polígonos prontos, ligando os pontos dos vértices com lãs coloridas e a partir deles demonstrou as relações métricas.

3.4.1.3 Geoplano III

Tabuleiro de madeira aglomerado, de formato quadrado, que dá a idéia de plano, com 140 pinos de madeira ou pregos que dão a idéia de ponto, distribuídos sobre um quadrado paralelo às bordas do tabuleiro. Como material de apoio, foram usadas lãs coloridas para representar linhas e retas.

Figura 3 – Geoplano III



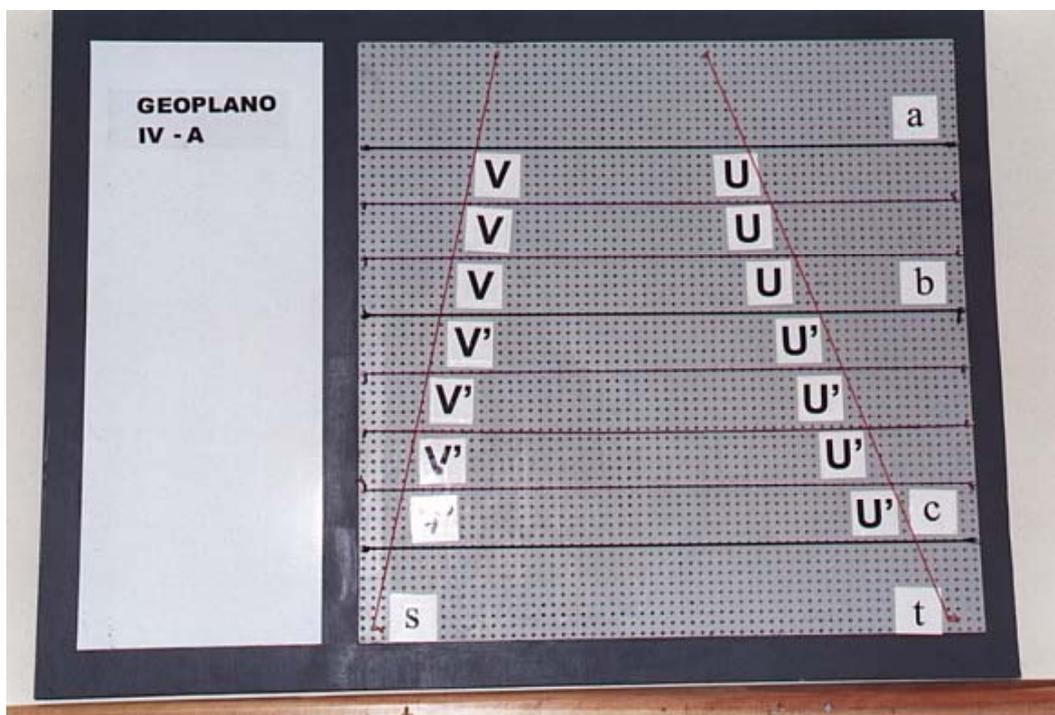
Fonte: Catálogo de materiais didáticos do CEFET-PR.

Usou-se o geoplano III no estudo de introdução à geometria para facilitar na visualização de postulados e demonstrações de teoremas. O professor preparou uma estampa para cada postulado e para cada teorema foram usadas lãs coloridas para representar as retas, pregos para representar os pontos e o próprio geoplano para representar um plano.

3.4.1.4 Geoplano IV

Tabuleiro feito de “eucatex” perfurado, formato quadrado, que dá a idéia de plano; os furos dão a idéia de ponto. Como material de apoio, foram usadas lãs coloridas para representar linhas e retas.

Figura 4 – Geoplano IV



Fonte: Catálogo de materiais didáticos do CEFET-PR.

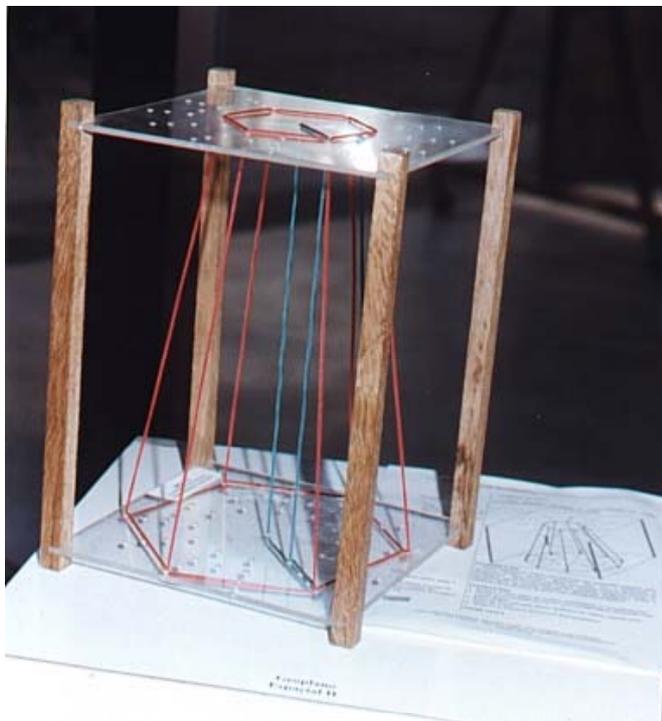
Usou-se o geoplano IV com a mesma finalidade do geoplano III (a diferença

básica entre o geoplano III e geoplano IV, e o uso de pregos ou furos para representar pontos), ou seja, no estudo de introdução à Geometria para facilitar na visualização de postulados e demonstrações de teoremas. O professor preparou uma estampa para cada postulado e para cada teorema foram utilizadas lãs coloridas para representar as retas, os furos do compensado para representar os pontos e o próprio geoplano para representar um plano.

3.4.1.5 Geoplano Espacial I

Dois geoplanos circulares II, confeccionados em acrílico transparente, que dão uma idéia dos planos que contêm as bases e vértices de um polígono, fixos por quatro hastes paralelas. Os furos dão idéia de pontos e vértices. Como material de apoio, foram usadas lãs coloridas para representar as retas suportes das arestas.

Figura 5 – Geoplano Espacial I



Fonte: Catálogo de materiais didáticos do CEFET-PR.

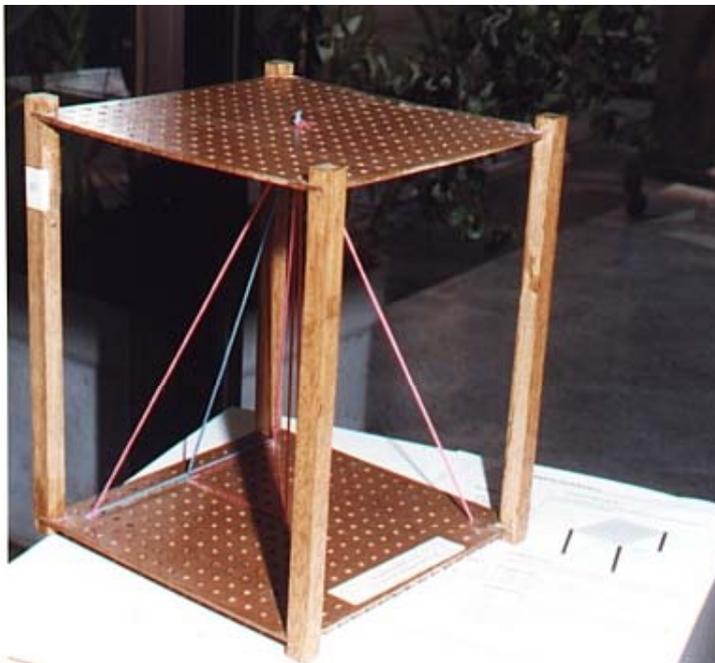
Usou-se o geoplano espacial I para introduzir prismas e pirâmides, construindo

prismas (triangular regular, quadrangular regular, hexagonal regular) e pirâmides (triangular regular, quadrangular regular, hexagonal regular), e usadas lãs coloridas para representar os elementos (arestas, raios, apótemas, alturas, etc.) que facilitam a visualização tridimensional do aluno. O professor, a cada aula de prisma e pirâmides, já as levava prontas para a sala de aula. Não precisando fazer desenhos no quadro negro, passou a deduzir as relações métricas dos prismas e pirâmides.

3.4.1.6 Geoplano Espacial II

Dois geoplanos IV, confeccionados em eucatex perfurado, que dão a idéia dos planos, contendo as bases e vértices de um polígono, fixos por quatro hastes paralelas. Os furos dão idéia de pontos e vértices de um polígono. Como material de apoio, foram usadas lãs coloridas para representar as retas suportes das arestas.

Figura 6 – Geoplano Espacial II



Fonte: Catálogo de materiais didáticos do CEFET-PR.

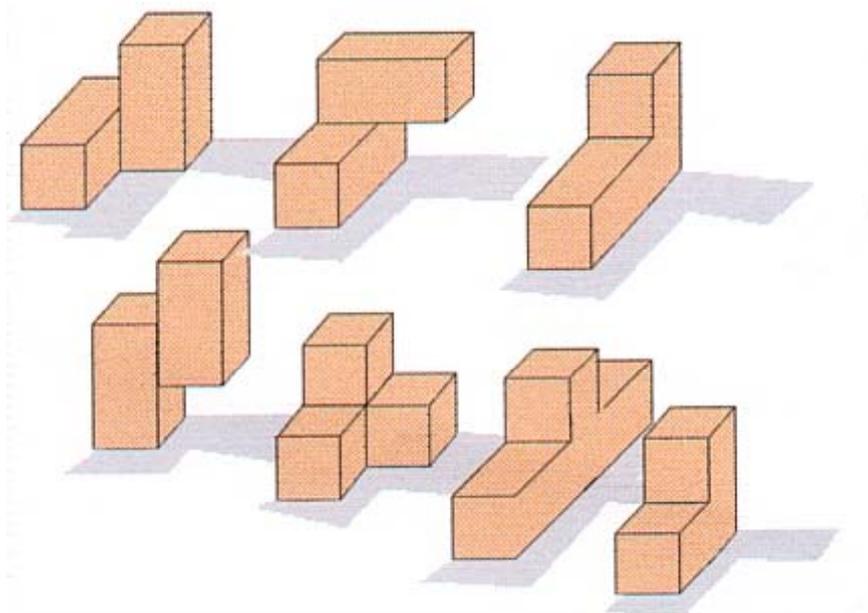
Usou-se o geoplano espacial II, com a mesma finalidade do geoplano espacial I,

ou seja, para introduzir prismas e pirâmides, construindo prismas (triangular regular, quadrangular regular, hexagonal regular) e pirâmides (triangular regular, quadrangular regular, hexagonal regular), e usadas lãs coloridas para representar os elementos (arestas, raios, apótemas, alturas, etc.) que facilitam a visualização tridimensional do aluno.

3.4.1.7 Sólidos Geométricos não-convexos

Estes sólidos possuem várias faces, várias arestas e vários vértices. Cada face será uma “representação” de um plano, cada aresta será uma “representação” de uma reta e cada vértice uma “representação” de um ponto. Serve para facilitar a visualização do estudo das posições relativas de retas, de planos, de retas e planos, e cálculo de áreas e volumes.

Figura 7 – Sólidos Geométricos não-convexos



Fonte: Catálogo de materiais didáticos do CEFET-PR.

Foram utilizados esses sólidos para classificar retas em paralelas, concorrentes,

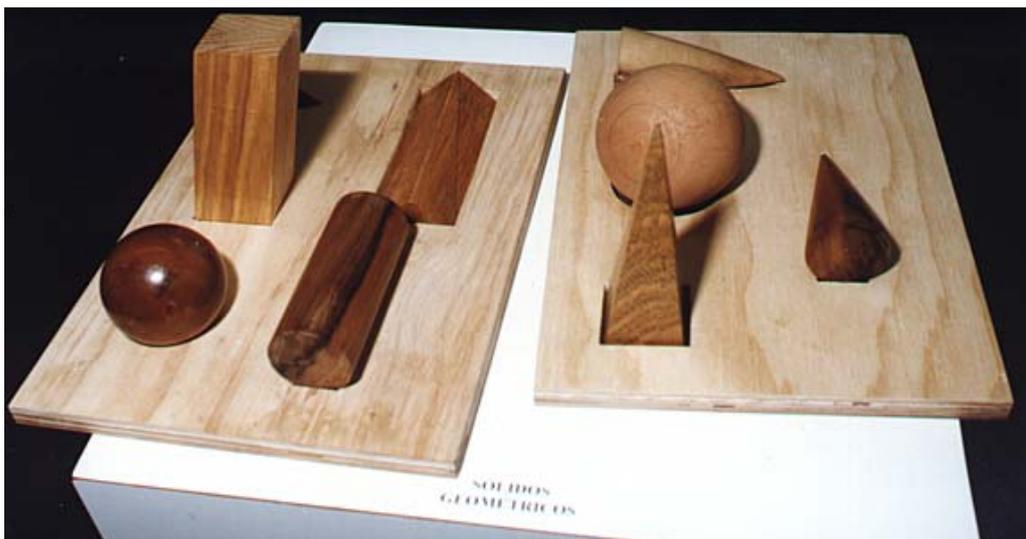
perpendiculares, reversas e ortogonais, usando suas faces para representar planos e varetas coloridas para representar retas. As retas foram sobrepostas, usando dois vértices como pontos da mesma por meio da visualização, classificadas as mesmas.

Também foram usados esses sólidos para classificar planos em paralelos ou secantes. Quando foram sobrepostos papelões duros representando os mesmos sobre as faces dos sólidos e por meio da visualização, observados se eles se cruzavam ou não.

3.4.1.8 Sólidos Geométricos Convexos

Estes sólidos possuem várias faces, várias arestas e vários vértices. Cada face será uma “representação” de um plano, cada aresta será uma “representação” de uma reta e cada vértice uma “representação” de um ponto. Servem para facilitar a visualização do estudo das posições relativas de retas, de planos, de retas e planos, e cálculo de áreas e volumes.

Figura 8 – Sólidos Geométricos Convexos



Fonte: Catálogo de materiais didáticos do CEFET-PR.

Esses sólidos foram utilizados para introduzir prismas, pirâmides, cilindros, cones

e esferas.

Através da visualização tridimensional, foram deduzidas as fórmulas das áreas da base, face, lateral, total e volume.

3.4.2 Contexto: “Mundo Experimental”

Neste contexto, os alunos tiveram a oportunidade de manusear o material didático, o que, no 1º contexto, somente foi feito pelo professor. Os alunos foram levados para os laboratórios de ciências do referido colégio; a turma de 56 alunos foi dividida em duas turmas de 28 alunos; metade da turma ficou com o professor titular no laboratório nº01 e a outra metade com o monitor dos laboratórios, no laboratório nº02. As atividades foram preparadas em comum, acordo entre o professor titular e o monitor. Como já explanamos no início desta unidade, a Geometria e a Álgebra são dadas de forma concomitante; durante o ano são realizadas 8 atividades nos laboratórios de ciências, uma em cada mês, sendo 4 atividades para a Geometria e 4 atividades para Álgebra. Todas as atividades de laboratório são elaboradas para serem resolvidas em grupos de 4 (quatro) alunos no máximo; porém, apesar dos alunos trabalharem em grupos, cada um apresenta um relatório individual. A avaliação deste contexto foi através de um desses relatórios, com auxílio dos materiais didáticos manipuláveis, denominado prova nº2 (P2). Neste contexto foram realizadas as seguintes atividades:

3.4.2.1 Atividade nº 01 - 1º Bimestre

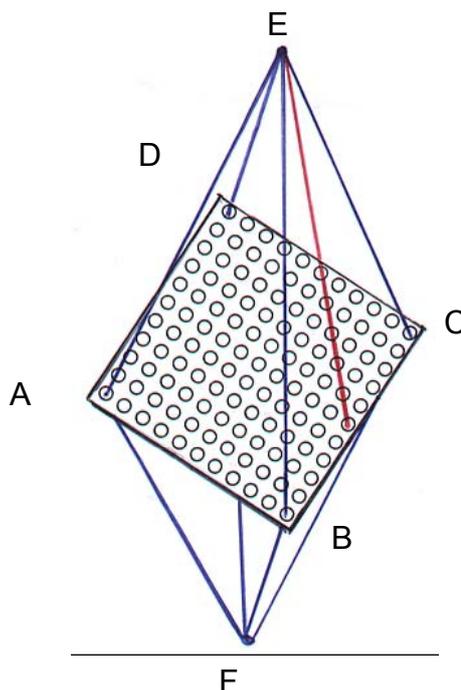
Introdução à Geometria (anexo XI)

Para essa aula os alunos usaram os seguintes materiais:

Para resolver a primeira tarefa os alunos usaram o Geoplano nº IV, formado por um compensado furado, que ele representa um plano, seus furos representam pontos e

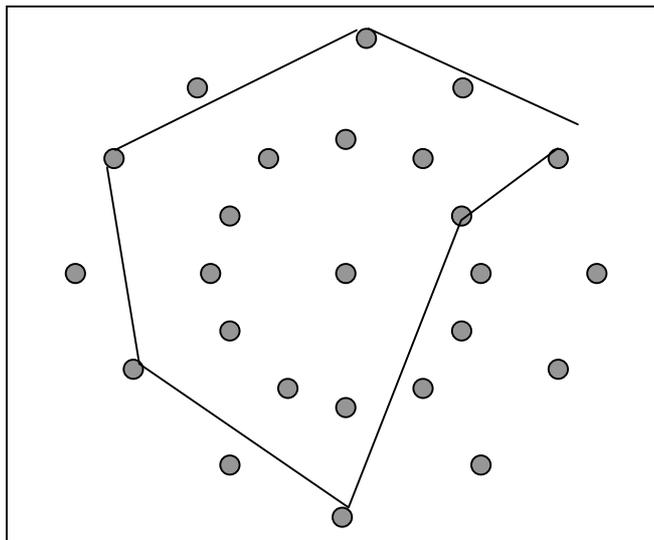
as linhas de “lã” representam as retas. Com esse material, cada aluno pôde diferenciar, através de visualização tridimensional, se uma reta é colinear, não colinear mas coplanar ou não coplanar.

De posse do material os alunos construíram, usando lãs coloridas e o geoplano IV, a figura geométrica a seguir e decidiram, comparando com a figura da sua folha de atividades, qual a posição dos pontos pedidos.

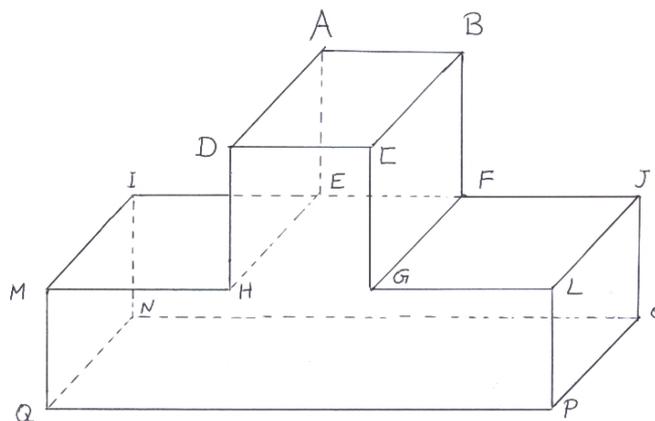


Para resolver a segunda tarefa, os alunos usaram o geoplano circular II formado por um compensado que representará um plano, pinos de madeira ou prego que representam pontos e linhas que serão ligados por uma numeração que formarão polígonos regulares ou irregulares inscritos ou circunscritos a uma circunferência determinado em superfícies poligonais côncavas ou convexas.

De posse do material, os alunos ligaram os pontos que estavam numerados de 1 até 21 usando lãs coloridas, conforme figura a seguir, formando polígonos regulares e irregulares, classificando-os quanto ao número de lados e se são convexas ou côncavos.

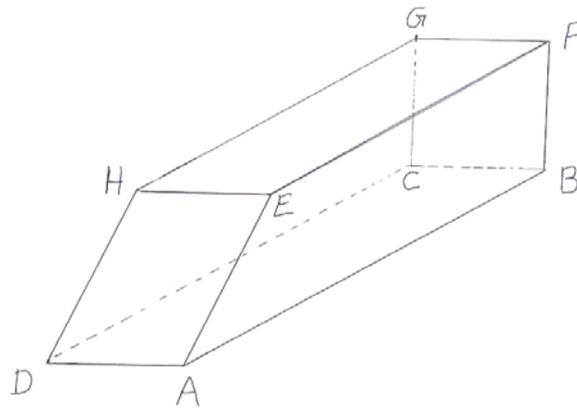


Na resolução da terceira tarefa, os alunos usaram o sólido geométrico da figura a seguir, para classificar as retas em paralelas, concorrentes, perpendiculares, reversas ou ortogonais.



Pode-se notar que nesse sólido as faces representam planos, as arestas representam retas e os vértices representam pontos. De posse desse material, e usando canudinhos de refrigerante para auxiliar na visualização, as retas foram classificadas.

Para resolver a quarta tarefa, os alunos usaram o sólido geométrico da figura a seguir, classificando os planos em paralelos ou secantes.



Pode-se notar que nesse sólido as faces representam planos. De posse desse material e usando papelões duros para representar planos, as posições de dois planos foram classificadas, sobrepondo-se sobre as faces e verificando se eles se cruzam ou não se cruzam.

3.4.2.2 Atividade nº 02 - 2º Bimestre

Áreas dos Polígonos Convexos Regulares (anexo XII)

Para essa atividade, os alunos usaram o geoplano espacial I e geoplano espacial II, lãs coloridas que estavam sobre suas bancadas e as planificações da apostila.

Na primeira tarefa, os alunos construíram no geoplano espacial I um prisma hexagonal regular, usando lãs coloridas para representar as arestas, raio, altura e apótemas e no geoplano espacial II uma pirâmide quadrangular regular da mesma forma.

Na segunda tarefa, eles destacaram e classificaram os elementos dos sólidos pedidos e deduziram, através da visão tridimensional, que os geoplanos oferecem as relações métricas desses sólidos.

Na terceira tarefa, os alunos recortaram e colaram as planificações dos anexos

da apostila, formando assim 9 (nove) sólidos geométricos (anexo XVI).

Na quarta tarefa, eles classificaram os sólidos geométricos quanto às características de cada um (por exemplo: separaram-se os que tinham bicos com os que não tinham bico ou os inclinados dos que não eram inclinados).

Na quinta tarefa, eles calcularam com auxílio de régua, calculadora e fórmulas as áreas da base, faces lateral e total de cada um dos nove sólidos geométricos construídos.

3.4.2.3 Atividade nº 03 - 3º Bimestre

Volumes - Princípio de Cavalieri (anexo XIII)

Para essa atividade, o professor e o monitor usaram 6 (seis) sólidos geométricos convexos de acrílico (prisma quadrangular regular reto, prisma quadrangular oblíquo, cilindro circular reto, cilindro circular oblíquo, pirâmide quadrangular e cone circular). Já alunos usaram 11 (onze) sólidos geométricos de madeira (cubo, paralelepípedo, prisma triangular regular, prisma quadrangular regular, prisma hexagonal regular, pirâmide triangular regular, pirâmide quadrangular regular, pirâmide hexagonal regular, cilindro, cone e esfera), régua, paquímetro e calculadora, que encontraram sobre suas bancadas. De posse de todo o material, eles realizaram as seguintes tarefas:

Na primeira tarefa, eles primeiro apenas observaram o professor e o monitor fazendo uma experiência, mostrando o Princípio de Cavalieri, despejando líquido colorido de um prisma quadrangular regular reto para um prisma quadrangular oblíquo de mesma base e mesma altura. O professor e o monitor repetiram a experiência agora usando um cilindro circular reto e um cilindro circular oblíquo de mesma base e altura. Depois que eles observaram a experiência, relataram com suas próprias palavras o que

havia acontecido.

Na segunda tarefa, o professor deduziu, a partir do princípio de Cavalieri, como se pode encontrar o volume dos prismas e cilindros.

Na terceira tarefa, foi realizada a seguinte experiência: o professor deduziu que o volume da pirâmide é um terço do volume do prisma, quando ele despejou líquido colorido de uma pirâmide quadrangular regular para um prisma também quadrangular regular, de mesma base e mesma altura, salientando que é preciso repetir três vezes.

Na quarta tarefa, da mesma forma que a terceira, foi mostrado que o volume de um cone é igual a um terço do volume de um cilindro de mesma base e mesma altura, transferindo o líquido três vezes do cone para o cilindro.

Na quinta tarefa, os alunos, de posse dos sólidos geométricos, régua, paquímetro e calculadora, utilizando-se das fórmulas deduzidas, calcularam o volume dos 11 (onze) sólidos.

3.4.2.4 Atividade nº 04 - 4º Bimestre

Cilindros, Cones e Esferas (anexo XIV)

Para essa atividade, cada um dos grupos encontrou sobre sua bancada uma lata de azeite de cozinha, um copo de champanhe em forma de cone e uma esfera de metal. De posse do material, e com auxílio de réguas, paquímetros e calculadoras, os grupos realizaram as seguintes tarefas:

Na primeira tarefa, calcularam o custo total necessário para formar a lata de azeite, usando a fórmula da área total do cilindro multiplicado pelo custo do alumínio que foi pedido para eles pesquisarem o preço.

Na segunda tarefa, compararam a capacidade total da lata com a capacidade

escrita no rótulo da embalagem, calculando o volume da lata e transformado as unidades cm^3 para ml.

Na terceira tarefa, foi calculado o volume de ar contido na lata cheia e fechada, quando os alunos subtraíram o volume total da lata pelo volume de azeite relatado no rótulo da embalagem.

Na quarta tarefa, calcularam o volume de um copo cônico e determinaram quantos copos iguais ao primeiro precisavam para encher a lata de azeite. Para isso, eles determinaram os volumes da lata e dividiram pelo volume do cone.

Na quinta tarefa, eles encheram o copo de água e mergulharam uma esfera metálica dentro do copo, cheio, então verificaram qual foi o volume de água que extravasou do copo subtraindo o volume do cone do volume da esfera.

3.5 Conclusão

De acordo com o que foi exposto, deve-se redimensionar as quantidades de alunos em uma única aula, considerando as necessidades individuais e a possibilidade de que esses sejam atendidos. Com 56 alunos em uma aula, uma pequena dúvida de cada um, pode fazer com que o professor tenha pouco mais de 60 segundos, para atender qualquer um.

Também, deve-se reformular currículo de acordo com cada necessidade, criar Laboratórios de Matemática para desenvolver novas técnicas de aprendizagem (materiais didáticos para ensino de Matemática), rever critérios de avaliação, reciclar professores, com a finalidade de contextualizar a Matemática para que o aluno entenda o quê e para quê está aprendendo certos conteúdos, gerar interdisciplinaridade com as outras matérias curriculares e adequar os conteúdos aos novos parâmetros curriculares.

Capítulo IV

4 APLICAÇÃO

4.1 Introdução

Este capítulo inicia-se pela análise dos dados obtidos através da comparação das notas das avaliações P1 e P2, seguido da análise dos dados obtidos na aula prática filmada e terminando pela análise dos dados obtidos através do questionário respondido pelos alunos.

4.2 Análise das notas da prova nº 01 X notas prova nº 02

No referido colégio é previsto no planejamento que a geometria e a álgebra sejam trabalhadas concomitantemente, isto significa que: numa semana será dado um capítulo relacionado com a geometria, e na outra semana será dado um capítulo relacionado à álgebra, podendo a geometria avançar na semana da álgebra e vice-versa, caso não seja concluído o capítulo. Por esse motivo, aparecerão neste trabalho longos espaços de tempo entre uma atividade e outra. A prova será dividida 50% para geometria e 50% para álgebra. Assim sendo, para a pesquisa as notas vão variar de 0 (Zero) até 5,0 (cinco), que corresponderão aos 50% da geometria. As salas teóricas do referido colégio comportam 56 alunos, com lugar certo para sentar diariamente, não sendo permitida a troca de lugares entre os mesmos. Cada aluno está relacionado biunivocamente com a carteira em que senta, que segue a numeração conforme o croqui mostrado no quadro 4.

Quadro 4: croqui das salas de aulas teóricas do Colégio Positivo

G1	G2	G3	G4	G5	G6	G7	G8
F1	F2	F3	F4	F5	F6	F7	F8
E1	E2	E3	E4	E5	E6	E7	E8
D1	D2	D3	D4	D5	D6	D7	D8
C1	C2	C3	C4	C5	C6	C7	C8
B1	B2	B3	B4	B5	B6	B7	B8
A1	A2	A3	A4	A5	A6	A7	A8

Fonte: Colégio Positivo

A amostra foi composta de 200 alunos (alunos que realizaram as avaliações P1, P2 e responderam o questionário), de um universo de 224 distribuídos como mostra o quadro 5.

Quadro 5 - Número de alunos da amostra da pesquisa

Turmas	Nº total de alunos por turma	Nº de alunos que faltaram a uma ou a mais avaliações	Nº de alunos que participaram da pesquisa
2M1	56	08	48
2M2	56	03	53
2M3	56	12	44
2M4	56	01	55
TOTAL	224	24	200

Fonte: Diário das classes citadas.

Apresenta-se, a seguir o quadro 6 com as notas das provas P1 e P2:

Quadro 6 - Notas das provas P1 e P2

	P1	P2	P1	P2	P1	P2	P1	P2
	2M1	2M1	2M2	2M2	2M3	2M3	2M4	2M4
A1	-----	-----	3,0	4,4	5,0	4,2	2,4	3,6
A2	2,4	4,6	5,0	4,4	4,4	4,2	2,4	3,6
A3	3,0	4,0	4,0	4,4	F	F	4,0	4,4
A4	-----	-----	3,6	4,6	1,2	5,0	1,4	4,8
A5	-----	-----	4,2	4,8	-----	-----	1,6	4,2
A6	4,2	4,0	-----	-----	3,8	5,0	4,4	4,4
A7	3,6	4,4	3,6	4,8	4,8	4,8	2,2	4,0
A8	4,0	4,0	3,6	4,6	4,4	5,0	1,6	4,6
B1	-----	-----	2,4	4,2	4,7	4,6	3,2	4,6
B2	-----	-----	4,7	4,6	-----	-----	4,2	4,8
B3	3,6	4,8	4,8	4,6	-----	-----	3,4	4,4
B4	5,0	3,8	4,4	4,0	3,2	4,4	3,6	4,6
B5	-----	-----	3,4	4,0	3,9	4,8	4,4	4,8
B6	3,2	4,6	3,8	4,0	4,7	4,4	4,4	4,6
B7	-----	-----	4,4	4,4	4,0	4,6	3,6	4,4
B8	1,4	4,8	5,0	4,6	1,2	4,4	2,4	4,4
C1	1,2	4,6	4,4	4,8	4,0	4,4	3,4	4,4
C2	4,8	4,8	4,8	4,4	2,8	4,2	3,4	3,0
C3	3,8	4,8	2,4	4,4	4,8	4,8	4,8	4,8
C4	1,4	4,0	1,4	4,4	3,6	4,6	3,8	4,8
C5	4,4	3,8	3,2	5,0	5,0	4,4	4,4	4,4
C6	4,8	4,8	-----	-----	-----	-----	2,4	4,8
C7	4,4	4,2	4,5	4,0	4,2	4,8	4,4	4,2
C8	3,6	4,4	3,4	4,2	4,8	4,4	4,0	3,2
D1	4,2	4,2	2,6	4,6	-----	-----	4,2	2,8
D2	4,8	3,8	4,2	4,4	5,0	4,8	4,4	4,6
D3	5,0	4,6	4,4	4,4	4,2	4,4	3,2	4,8
D4	4,2	4,8	4,2	4,8	4,2	4,8	4,0	4,8
D5	4,4	4,8	4,2	4,4	4,2	4,0	3,2	4,8
D6	4,2	4,8	4,4	4,4	2,0	4,6	1,4	4,4
D7	-----	-----	4,2	4,4	5,0	4,4	4,0	4,4
D8	4,0	4,6	3,4	4,4	2,4	4,4	4,2	4,8
E1	4,2	4,2	4,4	4,6	5,0	4,8	5,0	4,2
E2	4,7	4,6	4,0	4,6	-----	-----	4,4	3,6
E3	4,6	4,4	3,8	4,2	4,4	4,0	4,7	4,8
E4	5,0	4,6	3,8	3,8	4,0	4,6	3,2	2,0
E5	4,4	4,4	4,2	5,0	-----	-----	4,2	4,8
E6	4,2	4,8	4,6	4,2	4,4	4,2	3,8	4,4
E7	4,4	4,6	4,0	4,4	4,2	2,6	3,6	4,4
E8	4,0	4,8	4,0	4,2	4,0	5,0	3,6	4,6
F1	5,0	4,6	3,4	4,2	4,7	4,8	-----	-----

F2	4,8	5,0	2,6	4,8	3,6	4,4	4,4	4,8
F3	5,0	4,6	4,2	4,4	4,4	4,4	1,6	3,2
F4	4,8	4,0	4,4	4,4	4,2	5,0	4,8	5,0
F5	3,6	4,8	4,6	4,2	3,2	5,0	2,6	4,4
F6	4,4	4,4	3,8	5,0	-----	-----	4,8	4,8
F7	4,2	4,6	4,4	4,4	4,2	4,2	3,8	4,6
F8	3,0	4,4	4,2	4,2	2,6	4,4	4,4	4,6
G1	4,4	4,6	4,0	4,2	4,2	4,8	4,4	4,0
G2	4,2	4,8	4,8	4,2	4,0	4,2	3,2	4,6
G3	4,2	4,6	3,8	4,6	4,4	4,4	3,6	4,6
G4	3,6	4,6	4,0	4,6	-----	-----	4,2	4,8
G5	5,0	4,4	4,8	4,6	-----	-----	4,8	4,4
G6	2,6	4,4	-----	-----	4,0	4,2	3,0	4,8
G7	4,0	4,6	4,2	4,6	-----	-----	4,2	4,4
G8	3,8	4,4	3,2	4,4	4,4	4,2	3,6	4,8
T	48	48	53	53	44	44	55	55

Fonte: Diários de Classe do colégio Positivo

Apresenta-se, a seguir, o quadro 7 com dados estatísticos das provas P1 e P2.

Quadro 7 - Dados estatísticos comparando P1 e P2.

	P1	P1	P2	P2
	Dados brutos	Tab. Freq. em classes	Dados brutos	Tab. freq. em classes
Número de dados	200	200	200	200
Média	3,87	3,94	4,44	4,47
Mediana	4,20	4,18	4,40	4,56
Moda	4,20	4,20	4,40	4,55
Amplitude	3,80		3,00	
Desvio médio absoluto	0,69		0,28	
Variância populacional	0,81	0,83	0,18	0,17
Variância amostral	0,81	0,83	0,18	0,17
Desvio padrão populacional	0,90	0,91	0,42	0,42
Desvio padrão amostral	0,90	0,91	0,42	0,42

Inspeciona-se essa amostra de 200 alunos, e aplica-se o teste t de STUDENT para 95% de confiança e $t = -1,645$ e organiza-se as seguintes hipóteses para comparar as notas das provas P1 e P2:

H_0 = a média da prova P1 é igual à média da prova P2;

H_1 = a média da prova P1 é menor que a média da prova P2.

Sendo:

$$t = \frac{(\bar{x}_1 - \bar{x}_2) - (\mu_1 - \mu_2)}{\sqrt{Sp^2 \left(\frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2} \right)}} \quad \text{e} \quad Sp^2 = \frac{(n_1 - 1)S_1^2 + (n_2 - 1)S_2^2}{(n_1 - 1) + (n_2 - 1)}$$

Com:

\bar{x}_1 = média da prova P1 = 3,87

\bar{x}_2 = média da prova P2 = 4,44

n_1 = tamanho da amostra 1 = 200

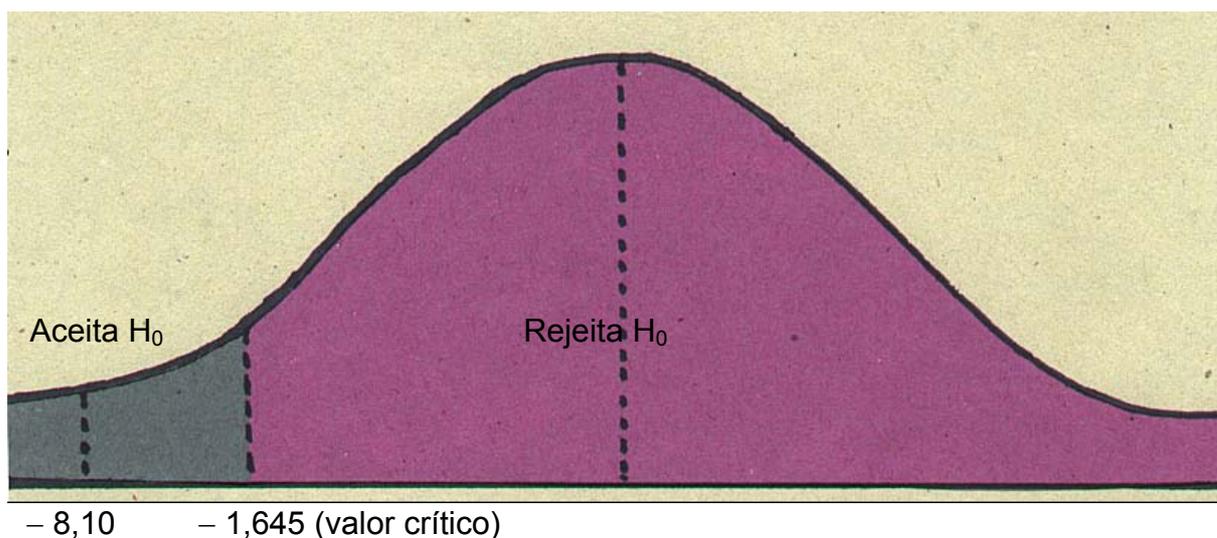
n_2 = tamanho da amostra 2 = 200

S_1^2 = variância da amostra 1 = 0,81

S_2^2 = variância da amostra 2 = 0,18

Substituí-se os dados acima nas fórmulas e encontra-se $t = - 8,10$, como mostra o gráfico nº 1.

Gráfico 1 – Teste t de Student



Analisando o gráfico nº 1, e com 95% de confiança, é possível rejeitar H_0 , ou seja, a média da prova P1 é menor que a média da prova P2. Pode-se, então, concluir que uma das deficiências do ensino da Matemática, especificamente o da Geometria, não está vinculado aos objetivos, ou até mesmo, aos currículos de Matemática, mas sim ao método empregado, e que a falta de material didático e sala ambiente implicam, também, deficiência no ensino da Matemática.

Percebe-se, pelos resultados desta pesquisa, que o aluno tem um bom rendimento quando o trabalho é realizado em grupo, conforme o dito nas teorias de Vygotsky (1984), segundo as quais a tendência geral do desenvolvimento psíquico do aluno leva-o constantemente do social para o individual. Desse ponto de vista, a atividade coletiva torna-se uma etapa necessária e um mecanismo interior da atividade individual. Nas atividades em grupo, as funções são repartidas entre os

indivíduos, transformando-se em um modo de organização de cada indivíduo; a ação "interpsíquica" transforma-se em ação "intrapíquica". É assim que as funções psíquicas superiores dos alunos repousam na atividade em comum e desenvolvem-se por interação, transformando-se, então, essas funções comuns nas de cada indivíduo.

4.3 Análise da aula prática filmada

O objetivo da aula filmada foi captar como os alunos reagiram e receberam essa nova proposta de ensino, usando materiais didáticos manipuláveis, para o ensino e aprendizagem da Matemática, especificamente a Geometria.

Os procedimentos e as falas dos alunos durante a realização da aula filmada foram analisados priorizando-se os seguintes indicadores:

- manifestações verbais dos alunos
- falas que expressem os limites e as perspectivas do uso desses materiais.

Nesta prática, em que grande parte da aula se desenrolou mediante atividades compartilhadas, os resultados que destacaram a sua importância no processo de ensino aprendizagem foram evidentes. Num primeiro momento, os alunos resistem ao material didático manipulável e realizam suas tarefas sem o uso do mesmo, uma vez que devem estar acostumados com as aulas tradicionais.

Segundo Demo, (p.45):

"A finalidade específica de todo material didático é abrir a cabeça, provocar a criatividade, mostrar pistas em termos de argumentação e raciocínio, instigar ao questionamento e à reconstrução. Porém será muito importante evitar que o professor se torne apenas usuário de material didático alheio, decaindo na condição de mero porta-voz. Se isto suceder, o material didático realiza exatamente o contrário do que deveria realizar, porque, em vez de instigar o questionamento reconstrutivo, consolida a condição de objeto de ensino. A maneira mais segura de evitar esta decadência é produzir

material próprio, implicando constante pesquisa, contraleitura sistemática, acompanhamento de perto dos avanços científicos e didáticos na área, participação de seminários e eventos, e assim por diante".

Percebe-se, então, analisando os grupos que alguns alunos começam a entrar em contato com o geoplano nº 4, levantando-o, olhando-o, enquanto outros membros do grupo o observam. Outros alunos já comparam o desenho bidimensional da folha de exercício nº 1 com o geoplano nº 4 e começam resolver o mesmo com seu auxílio. Existem alunos brincando com as linhas de lã, canudos de refrigerante sem perceber que eles podem auxiliar a resolver sua tarefa.

Segundo Dante (1998, p.60):

"Não devemos dizer ao aluno aquilo que ele pode descobrir por si só. Suas sugestões em ponto crítico devem ser incentivos para mantê-lo interessado em resolver o problema. Ao incentivar os alunos na resolução de um problema, devemos apresentar sugestões e insinuações mas nunca apontar o caminho a ser seguido. É melhor transformar as informações que porventura forneceríamos em descobertas do aluno orientadas por nós. Alguns segundos de prazer da descoberta valem mais do que mil informações que possam ser transmitidas ao aluno".

É possível observar que outro grupo, onde os alunos estão notando que as linhas representam retas, e começa a usar canudos de refrigerante para auxiliar em seu trabalho. Nesse grupo, existem alunos começando a ligar os pontos com lã formando polígonos inscritos e circunscritos a uma circunferência com ajuda do geoplano nº 2. Nota-se também o trabalho em grupo: enquanto um aluno segura o geoplano, o outro, com auxílio de lã e canudos realiza a tarefa tirando suas conclusões em equipe. Observando esse grupo, ficou bastante clara a riqueza das trocas interpessoais para o desenvolvimento cognitivo, e o quanto essa contribui para o desenvolvimento cognitivo de cada um. Isso não significa, no entanto, que tenha ocorrido em todos os grupos. Houve alguns para os quais o fato de estar trabalhando sob essa forma de organização favoreceu a conversa e a distração,

prejudicando a aprendizagem. Isso equivale dizer que a atividade compartilhada é fundamental para o desenvolvimento cognitivo do aluno. Trabalhando com um ou vários parceiros, ele vivencia no plano externo o que irá internalizar posteriormente, conforme atesta Vygotski (1984). O aprendizado para ele é essencial para o desenvolvimento do ser humano e se dá sobretudo pela interação social. A idéia de que quanto maior for o aprendizado maior será o desenvolvimento não justifica o professor passar uma lista enorme de exercícios de matemática. O bom ensino é aquele que incide na zona proximal, assim procura-se a base para os geoplanos e sólidos geométricos, que com o uso do material didático citado o aluno irá fazer sozinho (o desenvolvimento real), tomando como ponto de partida as vivências coletivas (laboratórios de ciências para trabalhar em grupos sociais) e ajuda do professor, mediando no que ele não é capaz de realizar sem a ajuda de alguém mais experiente (o desenvolvimento potencial), proporcionando assim uma aprendizagem pela interação social.

Existem alunos brincando com o geoplano nº 2, formando estrelas e figuras. Isto leva a crer que, mesmo que ele não esteja realizando a tarefa pedida ele está motivado e interessado pelo material manipulável. Pode-se definir esse comportamento baseado na teoria de Piaget (1998), que propõe o ensino da geometria, usando os geoplanos e sólidos geométricos, para que o aluno entre em desequilíbrios, aguçando sua curiosidade de explorar o material didático citado e se motive para formar a construção de seu próprio conhecimento, interagindo com o meio que o cerca, favorecendo uma aprendizagem por construção de conceitos.

No decorrer de cada aula pode-se notar que mais ou menos 70% da classe manuseia o material e compara o concreto com o abstrato, ou seja, transporta o bidimensional para tridimensional. Segundo Maranhão (1994, p.40) "essas

atividades são excelentes para um trabalho significativo em Geometria, pois são importantes para interpretação, compreensão e escrita futura de definições e teoremas". Pode-se então concluir, de acordo com as teorias de Ausubel (1980), que o aluno, manuseando os geoplanos planos e sólidos geométricos, estará retendo conhecimento de maneira "significativa", isto é, em oposição à matéria sem sentido, decorada ou mecanicamente aprendida. Assim, as novas informações recentemente assimiladas permanecem disponíveis durante o período de retenção e, por algum tempo, permanecem dissociáveis das idéias básicas.

Num determinado momento um aluno improvisou suas canetas e a tampa da mesa para melhor concluir sobre posições relativas de retas e plano. Nota-se que esse aluno está apreendendo pela descoberta.

Para D'Augustine (1976, p.4):

"O aluno participa quando faz descobertas e, através dessas descobertas, chega a uma generalização. Isso é a mesma coisa que e inclui a procura de outros exemplos diferentes dos que já pareceram no assunto que está sendo ensinado. Quando o aluno participa, ele levanta uma hipótese extraída de uma situação de aprendizagem, testa essa hipótese com mais outros exemplos e formula uma generalização. Finalmente esse aluno pode provar essa generalização".

Durante a prática, poucas vezes foi solicitada ajuda para intermediar o conhecimento, sinal que eles mesmos estão construindo seu próprio conhecimento. Também houve discussão (troca de informações) entre alunos de grupos diferentes, mostrando interação social entre os mesmos. É inegável que, falando com o outro, o aluno aprende. Por outro lado, ao tentar traduzir para o outro o seu pensamento, ele descobre que não tem, evidentemente, a mesma clareza do professor. Em virtude disso, ele acaba aprendendo, uma vez que tem de organizar o próprio pensamento, transformando-o em palavras. Enfim, o aluno aprende porque contrapõe o seu pensamento com o do outro e, nessa contraposição, consegue perceber diferenças

e semelhanças (Moysés, 1997, p.148).

Assim, partindo do ponto que no Ensino Fundamental e Médio a Geometria é ensinada comumente com ênfase excessiva nas técnicas provas formais, e que assim, quando é preciso dar muito maior atenção aos alunos que possuem um bom sentido intuitivo para a Geometria, alunos habilidosos em descobrir provas e não apenas em conferir a validade ou recordar-se das provas que têm feito e partindo do princípio que os alunos aprendem melhor quando manuseiam o material foi escolhida a teoria de Bruner (1968) para defender a aplicabilidade dos geoplanos e sólidos geométricos que proporcionarão aos alunos uma nova visão da matéria de forma diferente e aprofundada, revisando conceitos e atividades já aplicando-os a normas e mais complexas situações, além de proporcionar a evolução do conhecimento de forma em espiral.

Percebe-se que entre os 30% restantes, existem alunos que estão brincando, não realizando a tarefa pedida, ou estão realizando de maneira tradicional, pois na educação tradicional o aluno é acostumado desde cedo, logo nas primeiras séries, a conhecer seus deveres, entre os quais está sempre presente o de prestar atenção ao que lhe ensina o professor, e este prestar atenção significa ficar calado e olhando, logo ele não está preparado para trabalhar em grupo e buscar seu próprio conhecimento, então ele encontra duas saídas: ou ele conversa, ou ele resolve o exercício da maneira que está habituado a fazer. Na escola tradicional muitas vezes o professor dá aula, dá a matéria, dá a matemática para o aluno. É quase sempre assim. Ele faz para o aluno, mas não faz com o aluno. Então o aluno está presente, mas não está ali, o aluno geralmente olha, mas não vê. Essa situação vai reprimindo a sua curiosidade, e quando lhe é dada uma oportunidade de soltar sua imaginação ele não o faz, e sim torna-se um aluno perigoso, pois coloca em dúvida, como é seu

espírito, o que lhe é ensinado. Por ser a Matemática, dessa forma, uma estranha no mundo do aluno, o conjunto de significado que constitui a sua existência, o aluno recusa esta matemática que lhe é dada como um presente, por não perceber um sentido na sua posse, então passa a conversar, brincar ou fazer apenas para dizer que está fazendo. No ensino tradicional da Matemática não tem havido em geral, um respeito pela criatividade do aluno, e a sua participação é, provavelmente, o principal fator que distingue o currículo construtivista do tradicional. O aluno deixa de ser um mero expectador no processo de aprendizagem, torna-se um participante ativo.

Segundo Maranhão (1994, p.35):

“Se o aluno puder conhecer um sistema matemático e, mais que isso, participar da construção desse sistema, terá oportunidade de compreender como se dá a organização do conhecimento da matemática (uma apresentação formal de uma teoria matemática) e conhecer uma forma de seu desenvolvimento (a descoberta de propriedades através de sistemas e não apenas a partir de modelos concretos). Essas formas de desenvolvimento e organização ocorrem em outras ciências”.

A partir dessas considerações, propõe-se a prática de uma Educação Matemática crítica. Essa educação implica olhar a própria Matemática do ponto de vista do seu fazer e do seu pensar, da sua construção histórica e implica, também, olhar o ensinar e o aprender. No caso da didática ensino/aprendizagem, trata-se do repassar lotes de conhecimento (ensinar) e de se apropriar deles pela via de adequação funcional (aprender). No caso da didática "aprender a aprender". A pessoa torna-se capaz de saber pensar, de avaliar processos de criticar e criar.

Para Demo (1995, p.212):

“O aprender a aprender indica uma didática composta de dois

horizontes entrelaçados, pervalidos pela competência fundamental do ser humano, que é a competência de construir a competência, em contato com o mundo, com a sociedade, num processo interativo produtivo. Um horizonte aponta a necessidade de se apropriar do conhecimento disponível e se confunde com o processo de socialização. Falando-se de educação, socialização privilegia a apropriação de normas, valores, culturas e saberes relacionados com a formação do sujeito histórico, sobretudo os patrimônios do conhecimento. Trata-se do campo mais específico da aprendizagem, mais voltado a cobrir conteúdos úteis ou necessários ao desempenho social".

4.4 Análise dos gráficos obtidos através dos questionários aplicados

O objetivo do questionário foi captar as impressões dos alunos acerca do uso do material didático manipulável para o ensino e a aprendizagem da Matemática, especificamente em Geometria.

Foram priorizados os seguintes indicadores:

- Como os alunos vêem o uso dos materiais didáticos manipuláveis na compreensão e superação de dificuldades no ensino da Geometria.
- Se o uso do material didático pode facilitar na visualização, tornando as aulas mais atrativas, trazendo motivação para o ensino da Geometria, ajudando assim na assimilação dos conteúdos trabalhados.
- As aulas extraclasse realizadas em grupos, utilizando teatros, parques, pátios e laboratórios, motivam e auxiliam na assimilação dos conteúdos de Matemática, especificamente os de Geometria.

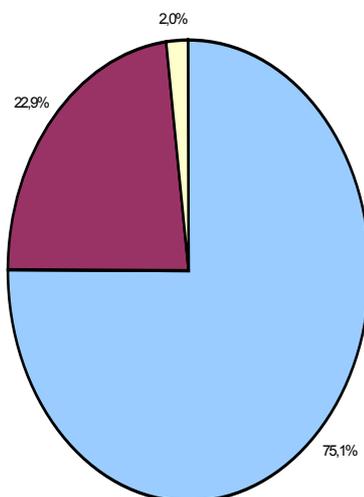
1 - O uso de material didático manipulável (geoplano) no Ensino Médio pode auxiliar os alunos a compreender melhor a Geometria.

a) sim, muito

b) sim, um pouco

c) não

Gráfico nº 2 – Opinião dos alunos se o material didático manipulável auxilia os alunos a compreender melhor a Geometria.



Sim, muito	151	75,1%
Sim, um pouco	46	22,9%
Não	4	2%
Total	200	100%

Analisando o gráfico 2, percebe-se que na opinião dos alunos o uso do material didático manipulável pode auxiliar a compreender melhor a Geometria, o que está de acordo com que diz Dante (1998, p.60) "*devemos criar oportunidades para os alunos usarem materiais didáticos manipuláveis (blocos, palitos, tampinhas, etc.), cartazes, diagramas, tabelas e gráficos na resolução de problemas matemáticos. A abstração de idéias tem sua origem na manipulação e atividades mentais associadas*".

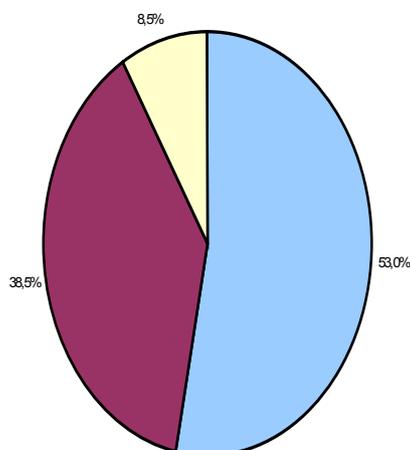
2 - Os alunos que apresentam dificuldades em geometria poderiam saná-las com o apoio do material didático manipulável (geoplano).

a) sim, muito

b) sim, um pouco

c) não

Gráfico 3 – Opinião dos alunos se o material didático manipulável pode sanar dúvidas em geometria.



	Sim, muito	106	53%
	Sim, um pouco	77	38,5%
	Não	17	8,5%
	Total	200	100%

Analisando o gráfico 3, pode-se comprovar na opinião dos alunos que o material didático manipulável pode ajudar a superar dificuldades e sanar suas dúvidas em Geometria, conforme o citado nas teorias de Bruner (1968), onde a matéria foi recapitulada de maneira diferente, ou seja, de forma espiral.

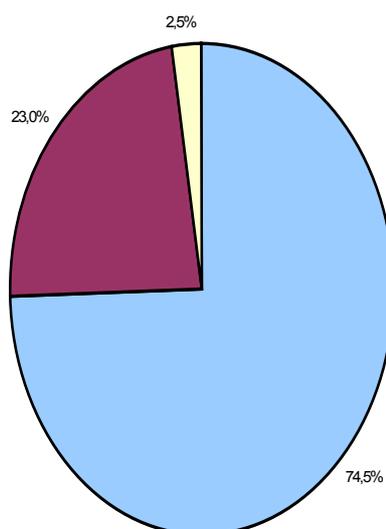
3 - O uso do material didático manipulável (geoplano) no Ensino Médio tornou as aulas mais atrativas, trazendo nova motivação para o ensino da Geometria.

a) sim, muito

b) sim, um pouco

c) não

Gráfico 4 - Opinião dos alunos se material didático manipulável torna as aulas mais atrativas.



Sim, muito	149	74,5%
Sim, um pouco	46	23%
Não	5	2,5%
Total	200	100%

Analisando o gráfico nº 4, pode-se comprovar que para a grande maioria dos alunos o uso do material didático manipulável tornou as aulas mais atrativas, trazendo motivação, assim facilitando o aprendizado da Matemática, especificamente os de Geometria, conforme dito nas teorias de Ausubel (1980) sobre aprendizagem significativa, onde o aluno, manuseando o material didático, não aprende a matéria de modo decorado ou mecânico. Existe uma porcentagem bastante baixa de alunos que não viram vantagem em seu uso.

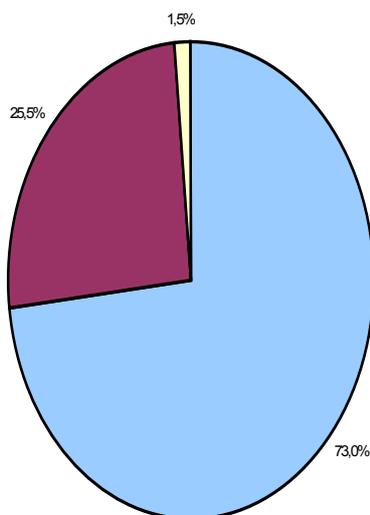
4 - A visualização, que o material didático manipulável proporciona, pode facilitar a assimilação dos conteúdos da Matemática, especificamente os da Geometria.

a) sim, muito

b) sim, um pouco

c) não

Gráfico 5 - Opinião dos alunos se a visualização, que o material didático proporciona pode facilitar a assimilação dos conteúdos da Geometria.



Sim, muito	146	73%
Sim, um pouco	51	25,5%
Não	3	1,5%
Total	200	100%

Analisando o gráfico 5, pode-se comprovar através da opinião dos alunos que a visualização que o material didático manipulável proporciona pode facilitar a assimilação dos conteúdos da Geometria, conforme dito nas teorias de Piaget (1998) que o aluno ao manusear o material está construindo seu próprio conhecimento e seus próprios conceitos de Geometria através da visualização das formas geométricas, passando do bidimensional para o tridimensional.

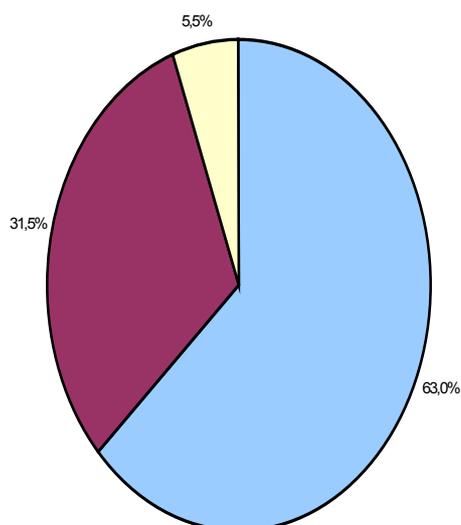
5 - As aulas extraclasse realizadas em grupos, utilizando teatros, parques, pátios e laboratórios, auxiliam na assimilação de conteúdos de Matemática, especificamente os de Geometria.

a) sim, muito

b) sim, um pouco

c) não

Gráfico 6 – Opinião dos alunos se aulas extraclasse auxiliam na assimilação dos conteúdos da Geometria.



Sim, muito	126	63%
Sim, um pouco	63	31,5%
Não	11	5,5%
Total	200	100%

Analisando o gráfico 6, pode-se comprovar por meio da opinião dos alunos que aulas extraclasse auxiliam os alunos a assimilar os conteúdos da Geometria, pois conforme o que diz Maranhão (1994, p.20) *“é preciso primeiramente não colocar produtos acabados e prontos, transmitidos aos alunos de forma unicamente expositiva, reduzindo-se a meros expectadores. É preciso que eles participem da construção do próprio conhecimento adquirido, com a prática, com o uso em sua vida”*.

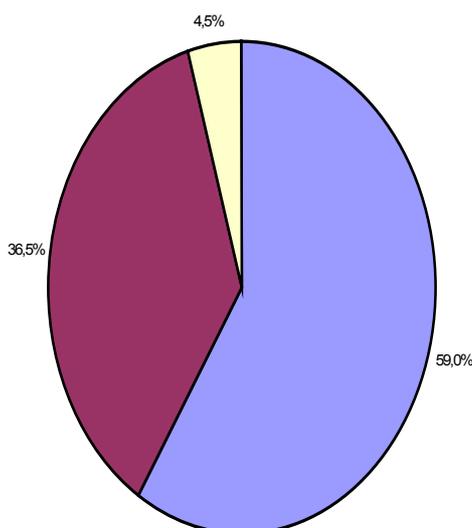
6 - As aulas extraclasse realizadas em grupos, utilizando teatros, parques, pátios e laboratórios, ficam mais atrativas, trazendo motivação para o ensino da Matemática, especificamente os de Geometria.

a) sim, muito

b) sim, um pouco

c) não

Gráfico 7 - Opinião dos alunos se aulas extraclasse ficam mais atrativas, trazendo motivação para Geometria.



Sim, muito	118	59%
Sim, um pouco	73	36,5%
Não	9	4,5%
Total	200	100%

Analisando o gráfico nº 7, pode-se comprovar através da opinião dos alunos que aulas extraclasse ficam mais atrativas e auxiliam os alunos a assimilar os conteúdos da Geometria.

Segundo Demo (1996, p.16)

"A sala de aula clássica precisa ser repensada. Não é educativo reforçar a imagem autoritária do professor, indicada pelo púlpito de onde leciona, pelo auditório cativo obrigado a escutá-lo pelo poder discricionário que pode reprovar a quem queira, pela diferença ostensiva entre alguém que só ensina e outro que só aprende, e assim por diante. Trabalhar em equipe é um reclamo cada vez mais insistente dos tempos modernos, por várias razões muito convincentes. De uma parte, trata-se de superar a especialização excessiva, que sabe muito de quase nada, portanto não faz jus à complexidade da realidade, sobretudo não compreende a sociedade, seus problemas e desafios, de modo matricial, globalizado, multidisciplinar. De outra, o trabalho de equipe, além de ressaltar o repto da competência formal, coloca a necessidade de exercitar a cidadania coletiva e organizada, à medida que se torna crucial argumentar na direção dos consensos possíveis".

4.5 Conclusão

Considerando o que foi exposto nessa pesquisa, pode-se comprovar que a grande maioria dos alunos aprovava o uso do material didático manipulável. Conclui-se então, que se deve fundamentar o ensino e a aprendizagem da Geometria de forma construtivista e integrada com as demais áreas da Matemática, favorecendo ao aluno a construção do novo conceito, sempre apoiando o mesmo em conceitos já existentes na sua estrutura cognitiva.

Capítulo V

5 CONSIDERAÇÕES FINAIS E RECOMENDAÇÕES PARA FUTUROS TRABALHOS

5.1 Considerações finais

Este trabalho se propôs investigar, aplicar e validar uma proposta alternativa para o ensino da Geometria no Ensino Médio, ressaltando-se a importância da otimização de recursos didáticos para o ensino da Matemática, possibilitando a formação integral do estudante, tornando-o um profissional mais capacitado e adequado às exigências do mercado, conforme os novos Parâmetros Curriculares Nacionais.

Procurou-se, por intermédio de um “mundo experimental”, propor estratégias para o ensino da Geometria ressaltando-se a importância da otimização de materiais didáticos manipuláveis, favorecendo sua aplicação prática na construção dos conceitos envolvidos. Entende-se que a visualização tridimensional que o material didático manipulável proporciona aos alunos, facilita em muito a assimilação dos conteúdos de Matemática especificamente os de Geometria, pois, para eles, tudo o que é mais próximo de sua realidade é mais fácil de se compreender, de entender, e fixar, trazendo assim motivação e interesse no processo de ensino-aprendizagem, onde o material está contribuindo para que ele crie seu próprio conhecimento e seus próprios conceitos.

Buscou-se, assim, realizar o trabalho em dois contextos: o primeiro, tendo a tradicional “sala de aula” com a tradicional aula teórica expositiva; porém já

introduzindo os materiais didáticos manipuláveis como suporte dos conteúdos ministrados, que auxiliaram a visualização tridimensional dos exercícios representados bidimensionalmente pela apostila, preparando os alunos para o 2º contexto “mundo experimental”. Os alunos foram conduzidos para os laboratórios de ciências, num ambiente favorável a “experimentos” com o uso e manuseio dos geoplanos e sólidos geométricos, onde puderam constatar interação social entre os grupos; resolvendo problemas em equipes.

Ficou evidenciado, pelas atividades propostas, que houve uma aprendizagem significativa, onde se procurou estabelecer relações entre o novo conhecimento e os conceitos básicos relevantes da Geometria, quando da participação ativa dos alunos no manuseio dos geoplanos, explorando as relações entre as idéias existentes e comparando os resultados obtidos.

A idéia também foi recuperar os conteúdos dados durante o semestre de modo diferente ao tradicional, pelas aulas práticas em que os alunos, no manuseio e uso dos materiais didáticos, tiveram uma aprendizagem de forma espiral.

Assim, este trabalho foi uma tentativa de contribuir para melhoria do ensino e aprendizagem da Matemática, especificamente na Geometria, por meio de uma nova estratégia de ensino.

Acredita-se que esta metodologia estimule o desenvolvimento da autonomia dos alunos, pois lhes possibilita raciocinar, questionar, refletir sobre idéias pertinentes ao assunto em discussão; elaborar hipóteses e procedimentos para enfrentar novas situações para formar um cidadão crítico e atuante na sociedade, sendo este o principal objetivo da escola.

5.2 Recomendações para futuros trabalhos

Investigar como professores de Matemática do Ensino Médio se manifestam a respeito do uso de materiais didáticos manipuláveis (geoplanos, teodólitos elementares, ábacos trigonométricos, ciclo trigonométrico interativo, sólidos geométricos), aplicando e validando uma proposta alternativa para o ensino e aprendizagem da geometria e da trigonometria, baseando-se na interpretação e aplicação das teorias construtivistas.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

Apostila do Colégio Positivo – Ensino Médio – 2ª série. Curitiba: Posigráfica, 2001.

AUSUBEL, David P.; NOVAK, Joseph D.; HANESIAN, Helen. **Psicologia Educacional.** Rio de Janeiro: Editora Interamericana Ltda, 1980.

BICUDO, Maria Aparecida Viggiani (Org.). **Educação Matemática.** São Paulo: Editora Moraes Ltda, s/ data.

BRASIL, Ministério da Educação, Secretaria de Educação Média e Tecnológica. **Parâmetros Curriculares Nacionais - Ensino Médio.** Brasília: Ministério da Educação, 1999.

BRIGUENTI, Maria José Lorenção. **Ensino e Aprendizagem da trigonometria: novas perspectivas da educação matemática.** Dissertação apresentada sob orientação da Dra. Celi Vasques Crepaldi. Rio Claro: Universidade Estadual Paulista, 1994.

BRUNER, Jerome S. **O Processo da Educação.** São Paulo: Companhia Editora Nacional, 1968.

CÂNDIDO, Suzana Laino. **Formas num Mundo de Formas.** São Paulo: Moderna, 1997.

Catálogo de materiais didáticos – Laboratório de Matemática, CEFET-PR. Curitiba: Fundação Vitae, 1996.

CHARLES, C.M. **Piaget ao alcance dos professores.** Tradução da profª. Ingeborg Strake. Rio de Janeiro: Ao Livro Técnico, 1975.

COSTA, Nilce Meneguelo Lobo da. **Funções seno e cosseno: uma seqüência de Ensino a partir dos contextos do “mundo experimental” e do computador.**

Dissertação apresentada sob orientação da professora Dra. Sandra M. P. Magina. São Paulo: PUC-SP, 1997.

Curso de Complemento Pedagógico para docentes – CEFET-PR. Curitiba, 1993.

D'AUGUSTINE, Charles H. **Métodos Modernos Para o Ensino da Matemática.** Tradução de Maria Lúcia F. E. Peres. Rio de Janeiro: Ao Livro Técnico, 1976.

D'AMBROSIO, Ubiratan. **Etna Matemática.** 2ª. edição. São Paulo: Ática, 1993.

DANTE, Luiz Roberto. **Matemática – contexto e aplicações.** São Paulo: Ática, 1999.

DANTE, Luiz Roberto. **Didática da Resolução de Problemas de Matemática.** 10ª. edição. São Paulo, 1998.

DEMO, Pedro. **Educar pela Pesquisa.** Campinas: Editora de Autores Associados, 1996.

DEMO, Pedro. **Desafios Modernos da Educação.** 3ª. edição. Petrópolis: Editora Vozes Ltda, 1995.

DIENES, Zoltan Paul. **As Seis Etapas do Processo de Aprendizagem em Matemática.** Tradução: Maria Pia Brito de Macedo Charlier e René François Joseph Charlier. São Paulo, EPU. 1975, 1986.

DUARTE, Newton. **O Ensino de Matemática na Educação de Adultos.** 7ª. edição. São Paulo: Editora Cortez, 1995.

ESTEPHAN, Violeta Maria. **Perspectivas e Limites do uso de material didático manipulável na visão de professor de matemática do ensino médio.** Dissertação apresentada sob orientação da Dra. Maria Tereza Carneiro Soares. Curitiba: UFPR, 2000.

FREITAG, Barbara (Organizadora). **Piaget: 100 Anos**. São Paulo: Cortez, 1997.

FREITAS, Maria Teresa de Assunção. **O Pensamento de Vygotsky e Bakhtin no Brasil**. 2ª. edição. Campinas: Papyrus Editora, 1994.

GARNIER, Catherine; BEDNARZ, Nadine; VLANOVSKEYA, Irina. **Após Vygotsky e Piaget**. Porto Alegre: Artes Médicas, 1996.

GIOVANNI, José Ruy; BONJORNIO, José Roberto. **Matemática**. São Paulo: FTD, 1992.

IEZZI, Gelson; DOLCE, Oswaldo; MACHADO, Antonio. **Matemática**. São Paulo: Atual, 1997.

LDB/96 – Reforma do Ensino Médio. Lei nº 9394/96.

LUCKESI, Cipriano Carlos. **Filosofia na Educação**. São Paulo: Editora Cortez, 1994.

MACHADO, Nílson José Machado. **Matemática e Educação: alegorias, tecnologias e temas afins**. São Paulo: Editora Cortez, 1992.

Manual do aluno – Colégio Positivo. Curitiba: Posigráfica, 2001.

MARANHÃO, Maria Cristina Souza de Albuquerque. **Matemática**. São Paulo, Cortez, 1994.

MOYSÉS, Lúcia. **Aplicações de Vygotsky à Educação Matemática**. Campinas: Papyrus Editora, 1997.

OLIVEIRA, João Batista Araújo de. **Tecnologia Educacional – Teorias da Instrução**. Petrópolis: Vozes, 1978.

PIAGET, Jean e Inhelder, Bärbel. **A psicologia da criança**. 15ª. edição, Rio de

Janeiro: Bertrand Brasil,1998.

PIAGET, Jean. **Seis Estudos de Psicologia**. 23^a. edição, Rio de Janeiro: Forense Universitária, 1998.

ROSA, Silvana Bernardes. **A Integração do Instrumento ao Campo da Engenharia Didática: o caso do perspectógrafo**. Tese de doutorado em Engenharia de Produção apresentada sob orientação de Leila Amaral Gontijo. Florianópolis: UFSC, 1998.

ROSA, Sanny S. da. **Construtivismo e Mudança**. 4^a. edição. São Paulo: Editora Cortez,1996.

VASCONCELLOS, Celso dos S. **Construção do conhecimento em sala de aula**. 3^a. edição. São Paulo: Libertad e Centro de Formação e Assessoria Pedagógica, 1995.

VYGOTSKY, Lev Semenovich. **A formação social da mente**. 1^a. edição brasileira. São Paulo: Martins Fontes Editora Ltda, 1984.

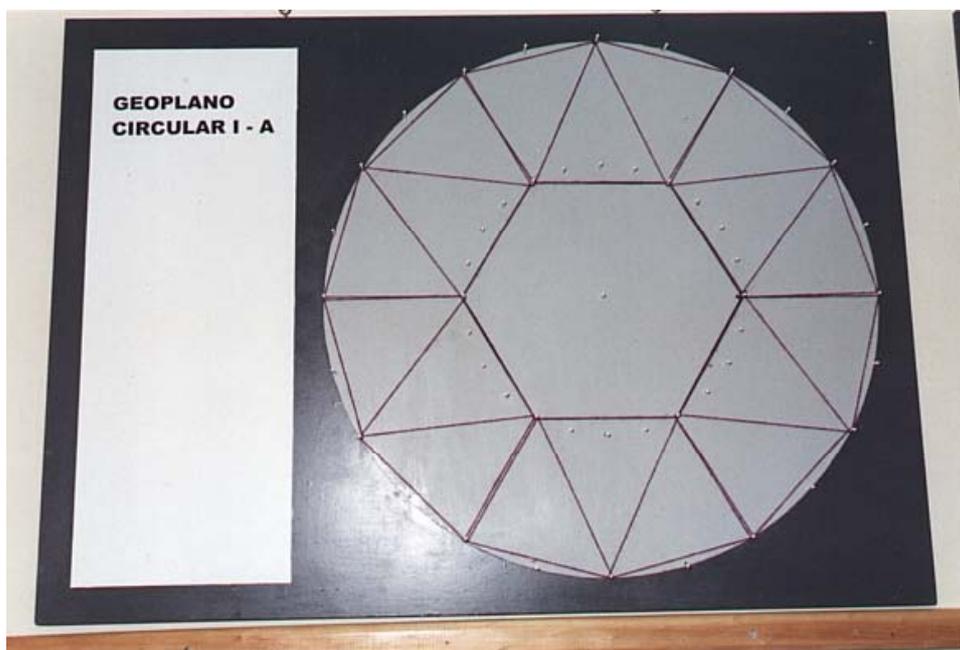
VYGOTSKY, Lev Semenovich. **Pensamento e Linguagem**. 2^a. edição São Paulo: Martins Fontes, 1998.

ANEXOS

ANEXO I – Geoplano Circular I

Tabuleiro de madeira aglomerado, formato quadrado, que dá uma idéia de plano, com 49 pinos de madeira ou pregos que dão uma idéia de ponto, distribuídos sobre duas circunferências concêntricas divididas em 24 arcos congruentes. Como material de apoio, foram usadas lãs coloridas para representar linhas e retas.

Figura 1 – Geoplano Circular I



Fonte: Catálogo de materiais didáticos do CEFET-PR.

Instruções para construção do geoplano II

- Prepare a madeira, usando uma lixa fina.
- Marque o centro do tabuleiro.
- Usando o centro do tabuleiro, desenhe 2 circunferências concêntricas, com raios diferentes.
- Divida as circunferências em 24 arcos congruentes.
- Faça um furo com 4mm de diâmetro, em cada uma das divisões, sem transpassar a madeira, para colocar os pinos de madeira, ou use pregos.

- Passe o selador de madeira, após a secagem, e pinte da cor de sua preferência.

Finalidade do geoplano circular I

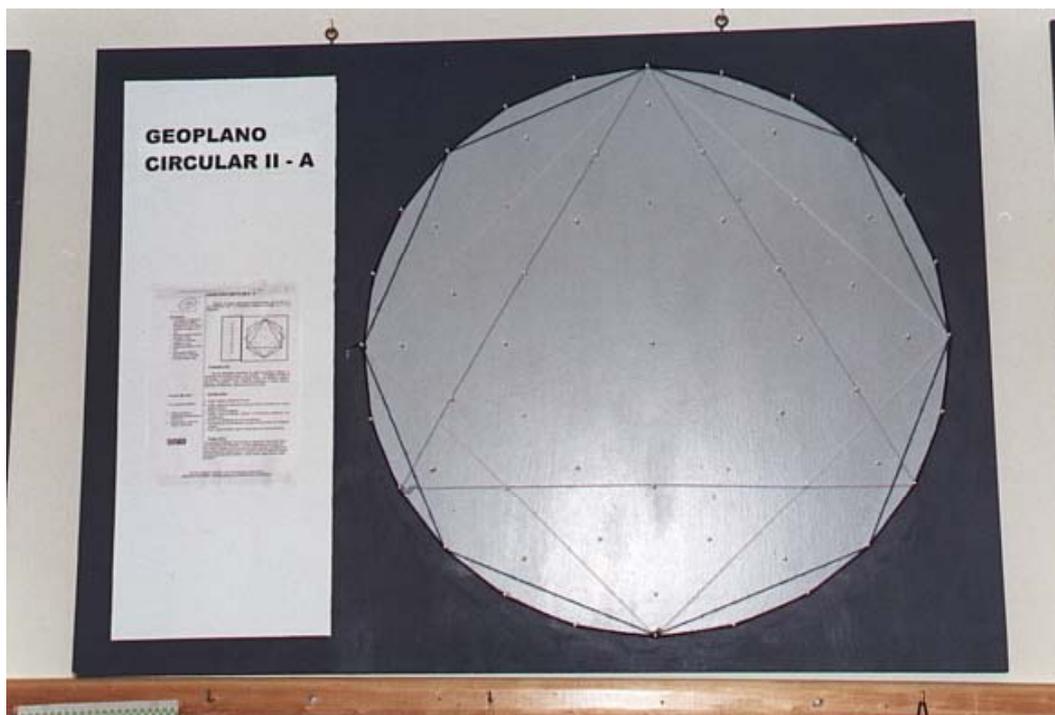
- Estudo da Introdução à Geometria: auxilia na visualização dos elementos geométricos (ponto, reta, plano, semi-reta, semiplano, etc.) e suas relações na construção de conceitos.
- Estudo do Ponto: auxilia na visualização e classificação de pontos colineares, não colinear mas coplanar ou não coplanar.
- Estudo de Retas: auxilia na visualização e classificação de retas paralelas, concorrentes, perpendiculares, reversas ou ortogonais.
- Estudo do Plano: auxilia na visualização e classificação de planos paralelos ou secantes.
- Estudo dos Sistemas Axiomáticos: auxilia na visualização de postulados e demonstração de teoremas da geometria.
- Estudo de ângulos: montagem, classificação e resolução de problemas.
- Estudo de triângulos: montagem, classificação e resolução de problemas.
- Estudo dos quadriláteros: montagem, classificação e resolução de problemas
- Estudo dos polígonos regulares inscritos e circunscritos em uma circunferência: montagem, demonstração das relações métricas e resolução de problemas.
- Estudo da circunferência: montagem, demonstrações das relações métricas, resolução de problemas.
- Estudo do teorema de Tales: montagem, demonstração e resolução de problemas.
- Estudo da semelhança em triângulo e polígonos: montagem, demonstração e resolução de problemas.
- Estudo do triângulo retângulo: montagem, demonstrações das relações métricas e resolução de problemas de medida.
- Estudo das razões trigonométricas no triângulo retângulo: montagem, demonstrações das razões trigonométricas e resolução de problemas.
- Estudo das figuras geométricas planas: montagem, classificação e cálculo de áreas.
- Estudo da Função Seno, Função Cosseno e Função Tangente: auxilia na construção de tabelas e gráficos.
- No estudo da Redução ao Primeiro Quadrante; mostra a redução ao primeiro quadrante, dos arcos notáveis, sem uso de fórmulas.
- No estudo da geometria analítica: auxilia a montagem, visualização do sistema de coordenadas cartesianas e nas demonstrações de fórmulas, tais como: distância entre dois pontos, ponto médio, alinhamento de três pontos, equações

da reta, distância entre ponto e reta, equação da bissetriz de um ângulo formado por duas retas, cálculo de áreas de triângulos e polígonos dados os pontos do vértice e resolução de problemas.

ANEXO II – Geoplano Circular II

Tabuleiro de madeira aglomerada, formato quadrado, que dá a idéia de plano, com 49 pinos de madeira ou pregos que dão uma idéia de ponto, distribuídos sobre 4 circunferências concêntricas divididas em 12 arcos congruentes. Como material de apoio, foram usadas lãs coloridas para representar linhas e retas.

Figura 2 – Geoplano Circular II



Fonte: Catálogo de materiais didáticos do CEFET-PR.

Instruções para construção do geoplano II

- Prepare a madeira, usando uma lixa fina.
- Usando o centro do tabuleiro, desenhe 4 circunferências concêntricas, com raios diferentes.
- Divida as circunferências em 12 arcos congruentes.
- Faça um furo de 4mm de diâmetro, em cada uma das divisões, sem transpassar a madeira, para colocar os pinos de madeira, ou use pregos.
- Passe o selador de madeira, após a secagem, e pinte da cor de sua referência.

Finalidade do geoplano circular II

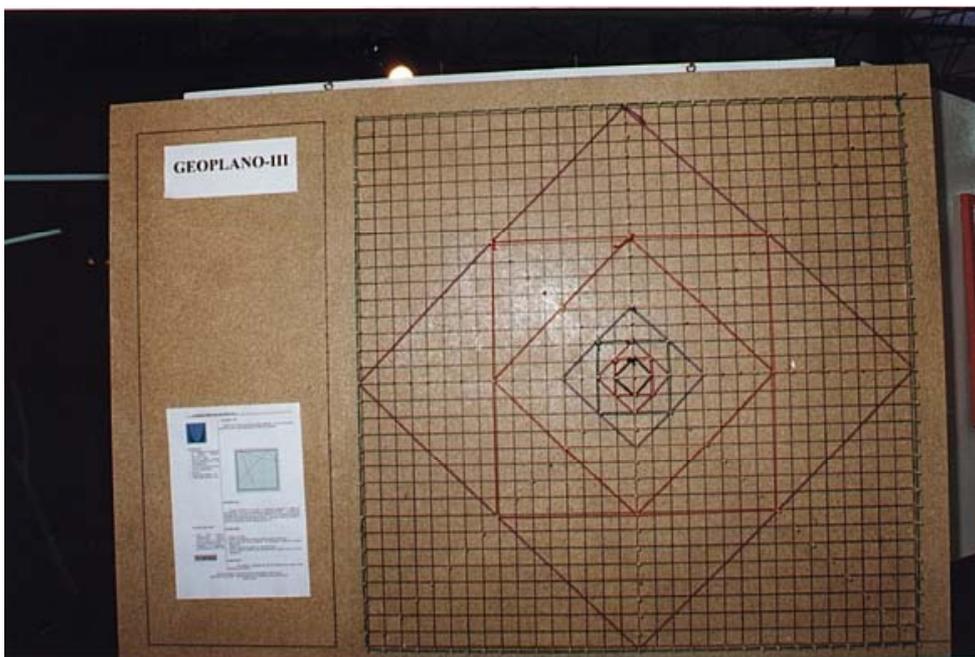
- Estudo da Introdução à Geometria: auxilia na visualização dos elementos geométricos (ponto, reta, plano, semi-reta, semiplano, etc.) e suas relações na construção de conceitos.

- Estudo do Ponto: auxilia na visualização e classificação de pontos colineares, não colinear mas coplanar ou não coplanar.
- Estudo de Retas: auxilia na visualização e classificação de retas paralelas, concorrentes, perpendiculares, reversas ou ortogonais.
- Estudo do Plano: auxilia na visualização e classificação de planos paralelos ou secantes.
- Estudo dos Sistemas Axiomáticos: auxilia na visualização de postulados e demonstração de teoremas da geometria.
- Estudo de ângulos: montagem, classificação e resolução de problemas.
- Estudo de triângulos: montagem, classificação e resolução de problemas.
- Estudo dos quadriláteros: montagem, classificação e resolução de problemas
- Estudo dos polígonos regulares inscritos e circunscritos em uma circunferência: montagem, demonstração das relações métricas e resolução de problemas.
- Estudo da circunferência: montagem, demonstrações das relações métricas, resolução de problemas.
- Estudo do teorema de Tales: montagem, demonstração e resolução de problemas.
- Estudo da semelhança em triângulo e polígonos: montagem, demonstração e resolução de problemas.
- Estudo do triângulo retângulo: montagem, demonstrações das relações métricas e resolução de problemas de medida.
- Estudo das razões trigonométricas no triângulo retângulo: montagem, demonstrações das razões trigonométricas e resolução de problemas.
- Estudo das figuras geométricas planas: montagem, classificação e cálculo de áreas.
- Estudo da Função Seno, Função Cosseno e Função Tangente: auxilia na construção de tabelas e gráficos.
- No estudo da Redução ao Primeiro Quadrante; mostra a redução ao primeiro quadrante, dos arcos notáveis, sem uso de fórmulas.
- No estudo da geometria analítica: auxilia a montagem, visualização do sistema de coordenadas cartesianas e nas demonstrações de fórmulas, tais como: distância entre dois pontos, ponto médio, alinhamento de três pontos, equações da reta, distância entre ponto e reta, equação da bissetriz de um ângulo formado por duas retas, cálculo de áreas de triângulos e polígonos dados os pontos do vértice e resolução de problemas.

ANEXO III – Geoplano III

Tabuleiro de madeira aglomerado, formato quadrado, que dá a idéia de plano, com 140 pinos de madeira ou pregos que dão a idéia de ponto, distribuídos sobre um quadrado paralelo as bordas do tabuleiro. Como material de apoio foram usadas lãs coloridas para representar linhas e retas.

Figura 3 – Geoplano III



Fonte: Catálogo de materiais didáticos do CEFET-PR.

Instruções para construção do geoplano III

- Prepare a madeira.
- Desenhe um quadrado, divida seus lados em partes congruentes.
- Faça os furos de 4mm de diâmetro, sem transpassar a madeira, e coloque os pinos de madeira ou use pregos.
- Passe o selador de madeira, após a secagem, e pinte da cor de sua preferência.

Finalidade do geoplano III

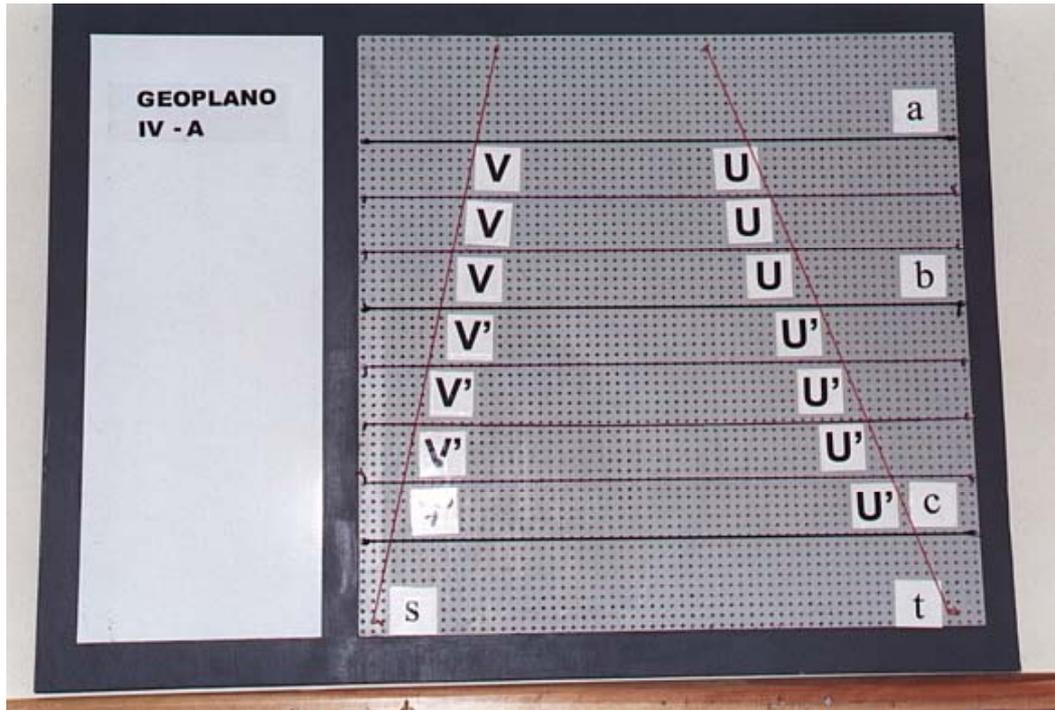
- Estudo da Introdução à Geometria: auxilia na visualização dos elementos geométricos (ponto, reta, plano, semi-reta, semiplano, etc.) e suas relações na construção de conceitos.

- Estudo do Ponto: auxilia na visualização e classificação de pontos colineares, não colinear mas coplanar ou não coplanar.
- Estudo de Retas: auxilia na visualização e classificação de retas paralelas, concorrentes, perpendiculares, reversas ou ortogonais.
- Estudo do Plano: auxilia na visualização e classificação de planos paralelos ou secantes.
- Estudo dos Sistemas Axiomáticos: auxilia na visualização de postulados e demonstração de teoremas da geometria.
- Estudo de ângulos: montagem, classificação e resolução de problemas.
- Estudo de triângulos: montagem, classificação e resolução de problemas.
- Estudo dos quadriláteros: montagem, classificação e resolução de problemas
- Estudo dos polígonos regulares inscritos e circunscritos em uma circunferência: montagem, demonstração das relações métricas e resolução de problemas.
- Estudo da circunferência: montagem, demonstrações das relações métricas, resolução de problemas.
- Estudo do teorema de Tales: montagem, demonstração e resolução de problemas.
- Estudo da semelhança em triângulo e polígonos: montagem, demonstração e resolução de problemas.
- Estudo do triângulo retângulo: montagem, demonstrações das relações métricas e resolução de problemas de medida.
- Estudo das razões trigonométricas no triângulo retângulo: montagem, demonstrações das razões trigonométricas e resolução de problemas.
- Estudo das figuras geométricas planas: montagem, classificação e cálculo de áreas.
- Estudo da Função Seno, Função Cosseno e Função Tangente: auxilia na construção de tabelas e gráficos.
- No estudo da Redução ao Primeiro Quadrante; mostra a redução ao primeiro quadrante, dos arcos notáveis, sem uso de fórmulas.
- No estudo da geometria analítica: auxilia a montagem, visualização do sistema de coordenadas cartesianas e nas demonstrações de fórmulas, tais como: distância entre dois pontos, ponto médio, alinhamento de três pontos, equações da reta, distância entre ponto e reta, equação da bissetriz de um ângulo formado por duas retas, cálculo de áreas de triângulos e polígonos dados os pontos do vértice e resolução de problemas.

ANEXO IV – Geoplano IV

Tabuleiro feito de “eucatex” perfurado, formato quadrado, que dá a idéia de plano, os furos dão a idéia de ponto. Como material de apoio foram utilizadas lâãs coloridas para representar linhas e retas.

Figura 4 – Geoplano IV



Fonte: Catálogo de materiais didáticos do CEFET-PR.

Instruções para construção do geoplano IV

- Prepare a madeira, usando uma lixa fina.
- Passe o selador de madeira, após a secagem, e pinte com a cor de sua preferência.

Finalidade do geoplano circular IV

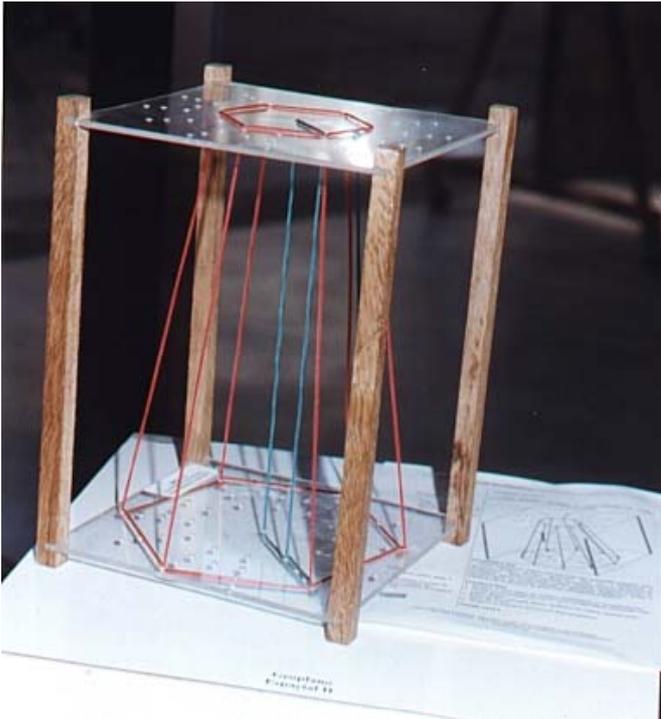
- Estudo da Introdução à Geometria: auxilia na visualização dos elementos geométricos (ponto, reta, plano, semi-reta, semiplano, etc.) e suas relações na construção de conceitos.
- Estudo do Ponto: auxilia na visualização e classificação de pontos colineares, não colinear mas coplanar ou não coplanar.
- Estudo de Retas: auxilia na visualização e classificação de retas paralelas, concorrentes, perpendiculares, reversas ou ortogonais.

- Estudo do Plano: auxilia na visualização e classificação de planos paralelos ou secantes.
- Estudo dos Sistemas Axiomáticos: auxilia na visualização de postulados e demonstração de teoremas da geometria.
- Estudo de ângulos: montagem, classificação e resolução de problemas.
- Estudo de triângulos: montagem, classificação e resolução de problemas.
- Estudo dos quadriláteros: montagem, classificação e resolução de problemas
- Estudo dos polígonos regulares inscritos e circunscritos em uma circunferência: montagem, demonstração das relações métricas e resolução de problemas.
- Estudo da circunferência: montagem, demonstrações das relações métricas, resolução de problemas.
- Estudo do teorema de Tales: montagem, demonstração e resolução de problemas.
- Estudo da semelhança em triângulo e polígonos: montagem, demonstração e resolução de problemas.
- Estudo do triângulo retângulo: montagem, demonstrações das relações métricas e resolução de problemas de medida.
- Estudo das razões trigonométricas no triângulo retângulo: montagem, demonstrações das razões trigonométricas e resolução de problemas.
- Estudo das figuras geométricas planas: montagem, classificação e cálculo de áreas.
- Estudo da Função Seno, Função Cosseno e Função Tangente: auxilia na construção de tabelas e gráficos.
- No estudo da Redução ao Primeiro Quadrante; mostra a redução ao primeiro quadrante, dos arcos notáveis, sem uso de fórmulas.
- No estudo da geometria analítica: auxilia a montagem, visualização do sistema de coordenadas cartesianas e nas demonstrações de fórmulas, tais como: distância entre dois pontos, ponto médio, alinhamento de três pontos, equações da reta, distância entre ponto e reta, equação da bissetriz de um ângulo formado por duas retas, cálculo de áreas de triângulos e polígonos dados os pontos do vértice e resolução de problemas.

ANEXO V – Geoplano Espacial I

Dois geoplanos circulares II confeccionados em acrílico transparente, que dão uma idéia dos planos que contêm as bases e vértices de um polígono, fixos por quatro hastes paralelas. Os furos dão idéia de pontos e vértices. Como material de apoio foram usadas lãs coloridas para representar as retas suportes das arestas.

Figura 5 – Geoplano Espacial I



Fonte: Catálogo de materiais didáticos do CEFET-PR.

Instruções para construção do geoplano espacial I

- Prepare as duas bases de acrílico, desenhando dois geoplanos circulares II.
- Divida a circunferência em 12 arcos congruentes, marcando cada ponto divisor.
- Faça um furo em cada marca, inclusive no centro, usando uma broca de 3mm.
- Prepare as 4 hastes e fixe-as aos dois geoplanos.

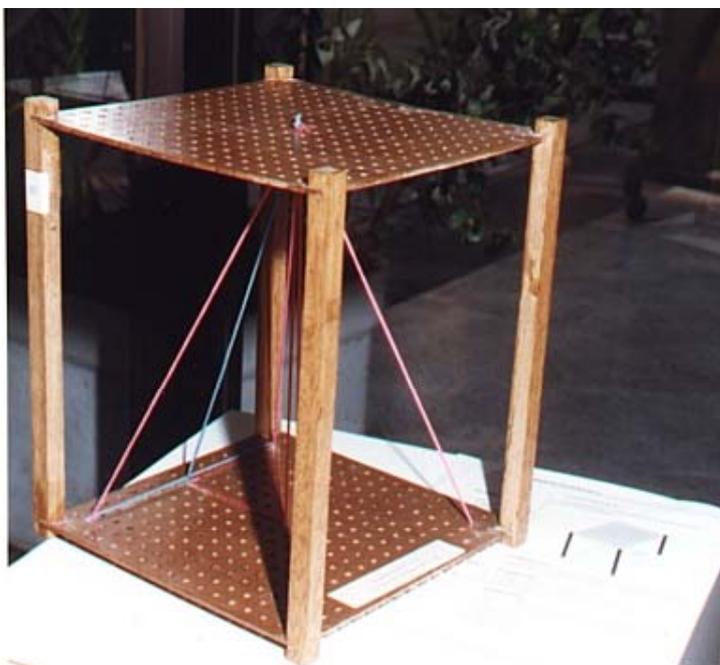
Finalidade do geoplano espacial I

Neste material, os sólidos geométricos são montados segundo suas estruturas lineares (arestas, apótemas, raios, etc.) facilitando a visualização. Após terem estudado as relações entre os elementos da(s) base(s), agora introduzindo o plano paralelo, pode-se estudar as relações entre as arestas laterais e apótemas, facilitando assim a resolução de problemas de áreas e de volume nos poliedros.

ANEXO VI – Geoplano Espacial II

Dois geoplanos IV, confeccionados em eucatex perfurado, que dão a idéia dos planos que contêm as bases e vértices de um polígono, fixos por quatro hastes paralelas. Os furos nos dão idéia de pontos e vértices de um polígono. Como material de apoio foram usadas lãs coloridas para representar as retas suportes das arestas.

Figura 6 – Geoplano Espacial II



Fonte: Catálogo de materiais didáticos do CEFET-PR.

Instruções para construção do geoplano espacial II

- Prepare dois geoplanos IV.
- Prepare as 4 hastes e fixe-as aos dois geoplanos.
- Passe o selador de madeira, após a secagem, e pinte da cor de sua preferência.

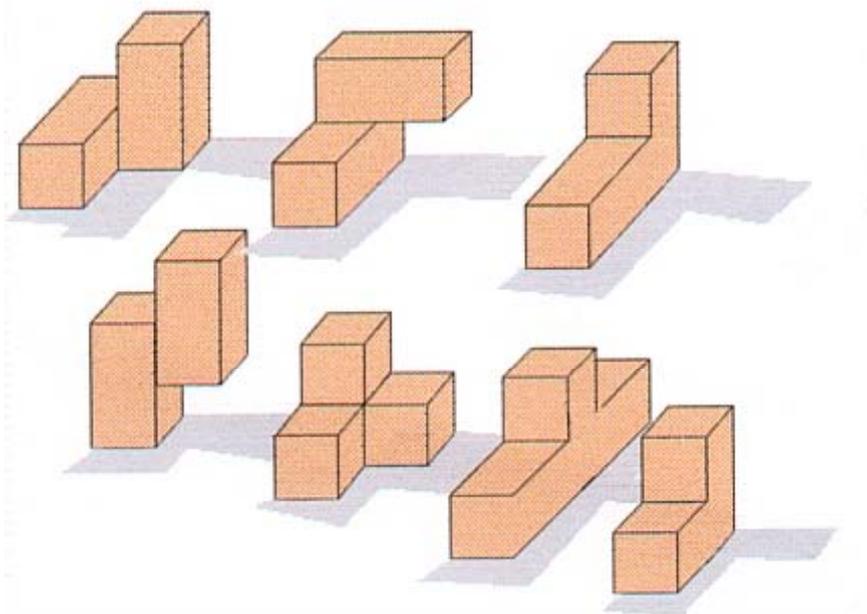
Finalidade do geoplano espacial II

Versão econômica do geoplano espacial I. Devido à abundância de furos, pode-se construir uma variedade de poliedros e sólidos de revolução, explorando os sólidos oblíquos e secções, a partir da visualização dos elementos lineares.

ANEXO VII – SÓLIDOS GEOMÉTRICOS NÃO-CONVEXOS

Sólidos geométricos feitos de madeira ou acrílico, para facilitar sua visualização geométrica.

Figura 7 - Sólidos geométricos não-convexos.



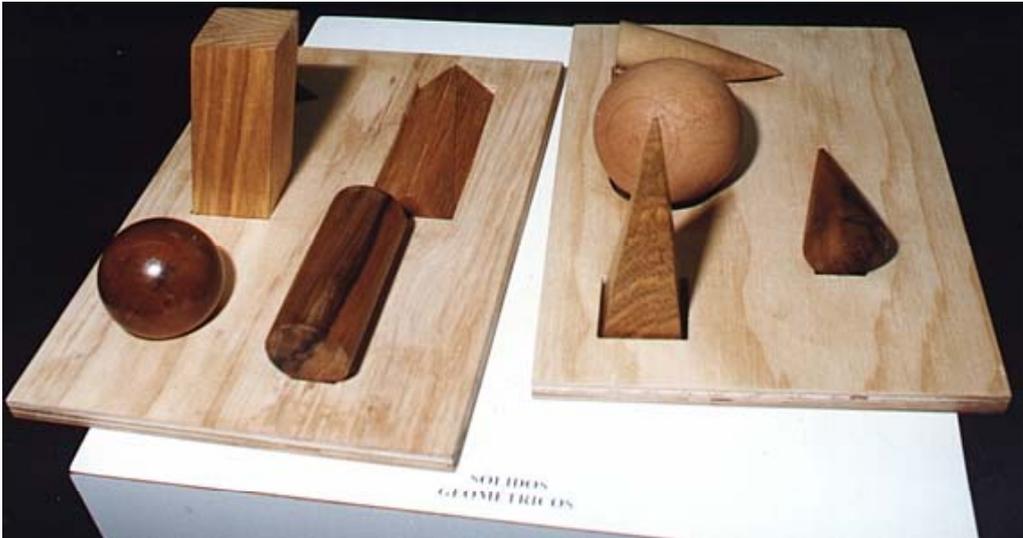
Fonte: Catálogo de materiais didáticos do CEFET-PR.

Finalidade dos sólidos geométricos não-convexos

Estes sólidos possuem várias faces, várias arestas e vários vértices. Cada face será uma “representação” de um plano, cada aresta será uma “representação” de uma reta e cada vértice uma “representação” de um ponto. Servem para facilitar a visualização do estudo das posições relativas de retas, de planos, de retas e planos, e cálculo de áreas e volumes.

ANEXO VIII – SÓLIDOS GEOMÉTRICOS CONVEXOS

Sólidos geométricos feitos de madeira ou acrílico, para facilitar sua visualização geométrica.



Fonte: Catálogo de materiais didáticos do CEFET-PR.

Finalidade do sólido geométrico não convexo

Estes sólidos possuem várias faces, várias arestas e vários vértices. Cada face será uma “representação” de um plano, cada aresta será uma “representação” de uma reta e cada vértice uma “representação” de um ponto. Servem para facilitar a visualização do estudo das posições relativas de retas, de planos, de retas e planos, e cálculo de áreas e volumes.

ANEXO IX – Aula interativa no Laboratório de Ciências do Colégio Positivo



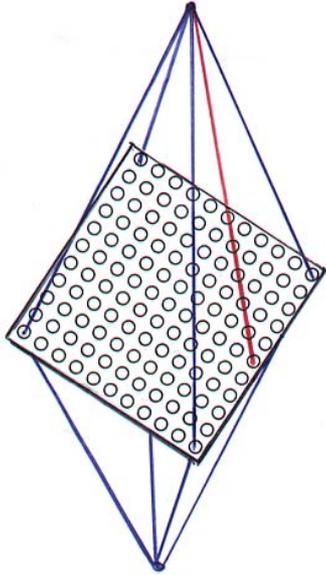
Fonte: Revista Atividades e Experiências Positivo, p. 17 e 18 da gráfica e editora Posigraf.

O professor de Matemática Antônio Amílcar Levandoski, do Colégio Positivo – sede Ângelo Sampaio –, estimula o uso de materiais alternativos em sala de aula e a materialização dos conteúdos do material didático, principalmente nas aulas de Geometria, para os estudantes da 2ª série do Ensino Médio. Utilizando meia dúzia de objetos, como canudo, linhas e pedaços de cortiça furados, o professor criou vários polígonos e representações dos desenhos da apostila, aplicando exercícios em grupo no Laboratório de Matemática. “Uso essas peças para que eles manuseiem e visualizem tridimensionalmente aquilo que antes era desenho”, diz Amílcar, que trouxe o material para sala de aula a partir de uma idéia para sua dissertação de Mestrado em Engenharia de Produção.

ANEXO X – PROVA BIMESTRAL - 1º BIMESTRE

1) As arestas da figura não plana a seguir representam as retas que as contêm.

Classifique as partes de retas em: (valor – 1,5)



(P) Paralelas

(C) Concorrentes

(PR) Perpendiculares

(R) Reversas

(O) Ortogonal

a) () AB e IJ

b) () PH e DE

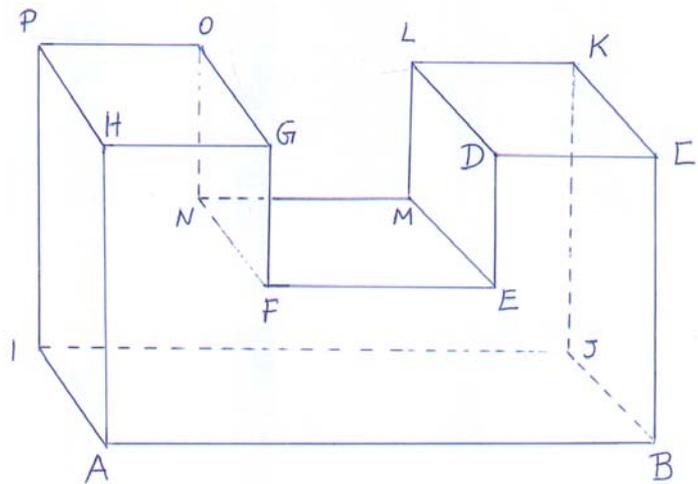
c) () GF e FE

d) () KC e ME

e) () DE e DB

2) As faces da figura não plana a seguir representam planos que as contêm.

Classifique os pares de planos em: (valor – 1,5)



(P) Paralelas

(S) Secantes

a) () ABCDE e FGHIJ

b) () ACFH e CEHJ

c) () DEIJ e ACHF

d) () BDGI e CEHJ

e) () BDCE e CEHJ

3) Baseado no estudo dos postulados e teoremas, associe verdadeira ou falsa:

(valor – 2,0)

a) () As intersecções de dois planos paralelos, com um terceiro plano, são retas paralelas.

b) () Se dois planos são perpendiculares, toda reta de um deles que for perpendicular à intersecção será perpendicular ao outro.

c) () Um plano perpendicular a uma reta de um outro plano é perpendicular a este último plano.

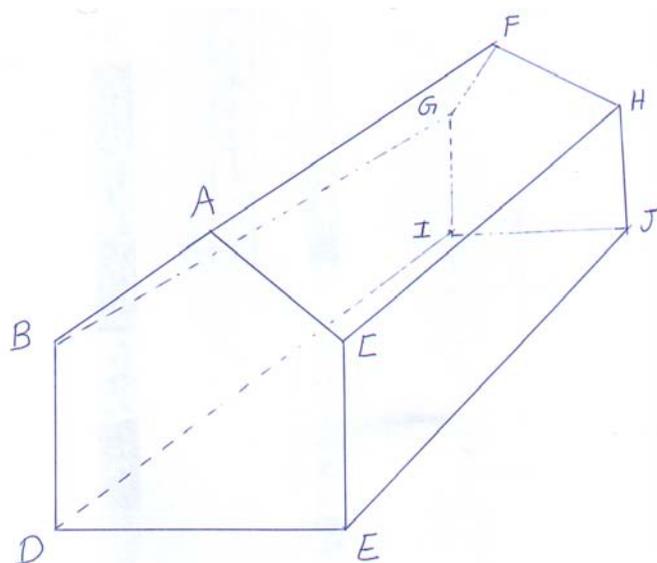
d) () Se uma reta é perpendicular a um plano, todo plano que passa por ela é perpendicular ao primeiro.

e) () Se uma reta é perpendicular a duas retas concorrentes pelo seu ponto de intersecção, então a reta é perpendicular ao plano determinado por essas duas retas.

ANEXO XI – ATIVIDADE Nº 01 - 1º BIMESTRE

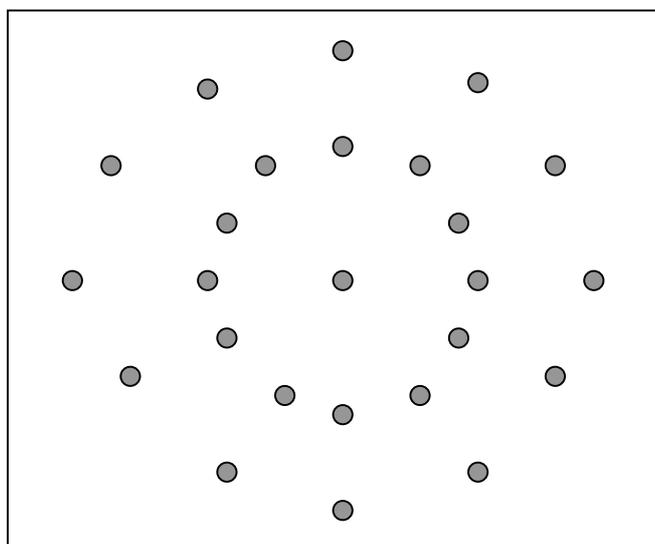
Introdução à Geometria

- 1- Observe a figura tridimensional e com auxílio do geoplano IV (material didático do laboratório de Matemática do CEFET-PR) decida se cada um dos seguintes conjuntos de pontos é:



- | | | |
|--------------------------------|----------------|----------------|
| (1) colinear | a) () ABG | d) () ABCD |
| (2) não colinear, mas coplanar | b) () ABCF | e) () FG |
| (3) não coplanar | c) () AEC | |

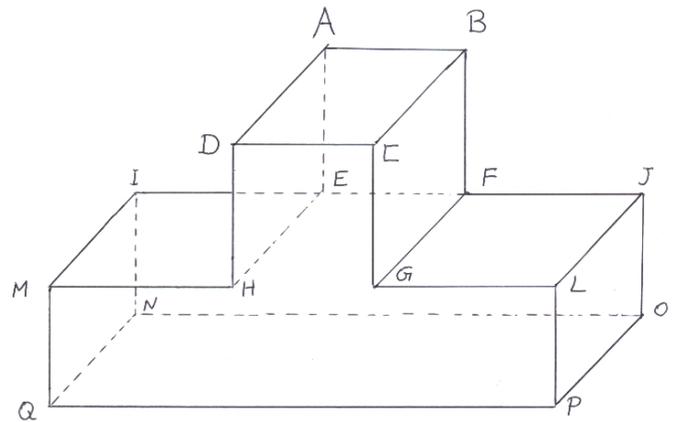
- 2- Com auxílio do geoplano II (material didático do laboratório de Matemática do CEFET-PR) ligue os pontos e classifique as figuras geométricas em:



- | | |
|---------------------------------|----------------------------------|
| 3 C – triangular convexa | a) () 1, 8, 13, 1 |
| 3 NC – triangular não-convexa | b) () 1, 7, 10, 25, 18, 1 |
| 4 C – quadrangular-convexa | c) () 1, 5, 9, 13, 17, 21, 1 |
| 4 NC – quadrangular não-convexa | d) () 1, 7, 14, 17, 1 |
| 5 C – pentagonal convexa | e) () 1, 5, 9, 25, 18, 21, 1 |
| 5 NC – pentagonal não-convexa | |
| 6 C – hexagonal convexa | |
| 6 NC – hexagonal não-convexa | |

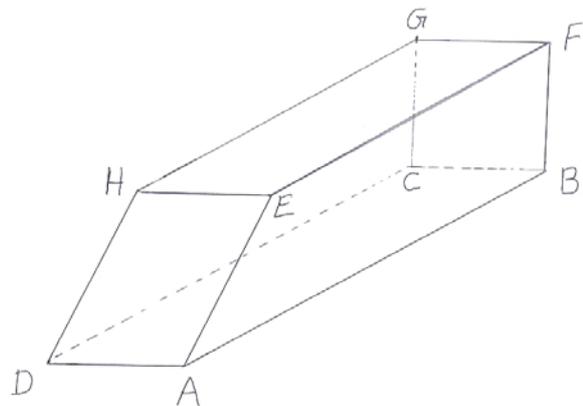
3- As arestas de figura não plana a seguir representam as retas que as contêm.
 Classifique os pares de retas em:

- (P) Paralelas
 - (C) Concorrentes
 - (RR) Perpendiculares
 - (R) Reversas
 - (O) Ortogonal
- a) () AB e GF
 b) () AB e CD
 c) () CP e PO
 d) () DG e HG
 e) () DB e CJ

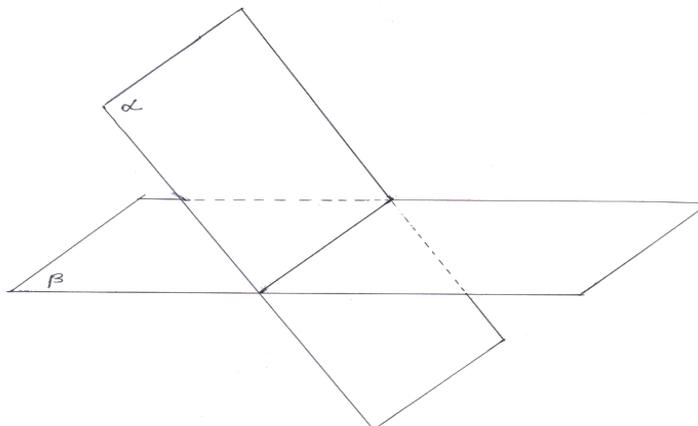


4- A figura não plana a seguir é formada por arestas e faces. As arestas representam retas que as contêm e as faces planos que as contêm. Analise cuidadosamente a figura e classifique as retas e os planos em:

- (P) Paralelos
 - (S) Secantes
- a) () pl (ABCD) e pl (EFGH)
 b) () pl (AEDH) e pl (BCFG)
 c) () EF e pl (ABCD)
 d) () AB e pl (AEDH)
 e) () pl (AEHD) e pl (HEFG)



5- Utilizando o par de papelões que representam planos e suas canetas para representar retas, responda as questões a seguir, utilizando (V) para as alternativas verdadeiras ou (F) para as falsas:



- a) () Se dois planos α e β são paralelos e $r \subset \alpha$, então r é paralela a β .
- b) () Se dois planos α e β são secantes e $r \subset \alpha$, então r é secante a β .
- c) () Se uma reta r é paralela a dois planos secantes α e β , então a reta r é paralela a reta s , de intersecção entre os dois planos.
- d) () Três retas r, s e t , perpendiculares a um mesmo plano α , são paralelas entre si.
- e) () Se um plano δ intercepta três planos paralelos α, β, γ então as retas r, s e t que se formam com a intersecção de $\delta \cap \alpha = r, \delta \cap \beta = s, \delta \cap \gamma = t$ são paralelas entre si.

ANEXO XII – ATIVIDADE Nº 02 - 2º BIMESTRE

Áreas de Prismas e Pirâmides

- 1) Com auxílio de lãs coloridas para representar arestas dos sólidos geométricos, construir um prisma e uma pirâmide usando os geoplanos espaciais I e II.

- 2) Destacar os elementos e deduzir as relações métricas do prisma e da pirâmide.

- 3) Recortar e colar as nove planificações dos anexos da apostila, construindo os sólidos geométricos.

- 4) Separar os sólidos geométricos em grupos quanto às características de cada sólido e descrever cada conjunto através de uma propriedade.

- 5) Calcular a área total dos 9 (nove) sólidos geométricos com auxílio de régua e calculadora.

ANEXO XIII – ATIVIDADE Nº 03 - 3º bimestre

SÓLIDOS GEOMÉTRICOS

Quando a mãe conta ao médico quanto seu filho mamou, ela se refere a 100g de leite e não 100ml de leite, ou 100cm^3 de leite. Isto porque interessa a ela e ao médico o peso ingerido pela criança. Para essa situação, precisa-se conhecer as relações entre essas grandezas e em que situações usá-las. Quando se fala em 100ml ou 100cm^3 , fala-se em medidas de capacidade. Agora, preste atenção nas experiências que seu professor titular ou monitor irá realizar e com auxílio dos sólidos geométricos que estão em sua bancada:

- 1) Relate a experiência nº 01 e escreva com suas palavras o princípio de Cavalieri.

- 2) Baseado no princípio de Cavalieri, como se pode encontrar o volume de um prisma?

- 3) Relate a experiência nº 02 e escreva com suas palavras porque o volume da pirâmide é igual a um terço do volume do prisma.

- 4) Relate a experiência nº 03 e escreva com suas palavras porque o volume do cone é igual a um terço do volume do cilindro.

- 5) Calcule o volume dos 11 (onze) sólidos geométricos que estão na sua bancada, com auxílio de régua, paquímetro e calculadora, utilizando as fórmulas deduzidas na aula prática.

ANEXO XIV – ATIVIDADE Nº 04 - 4º bimestre

CILINDROS, CONES E ESFERAS

As embalagens cilíndricas alimentícias geralmente são confeccionadas de alumínio. Isto garante um bom armazenamento e também uma melhor conservação dos alimentos. Sabe-se que o preço da chapa de alumínio no mercado é de R\$.....m². Com base nesses dados:

- 1) Calcule o custo necessário para formar a lata de azeite que está em sua bancada.

- 2) A capacidade total da lata corresponde à descrita no rótulo?

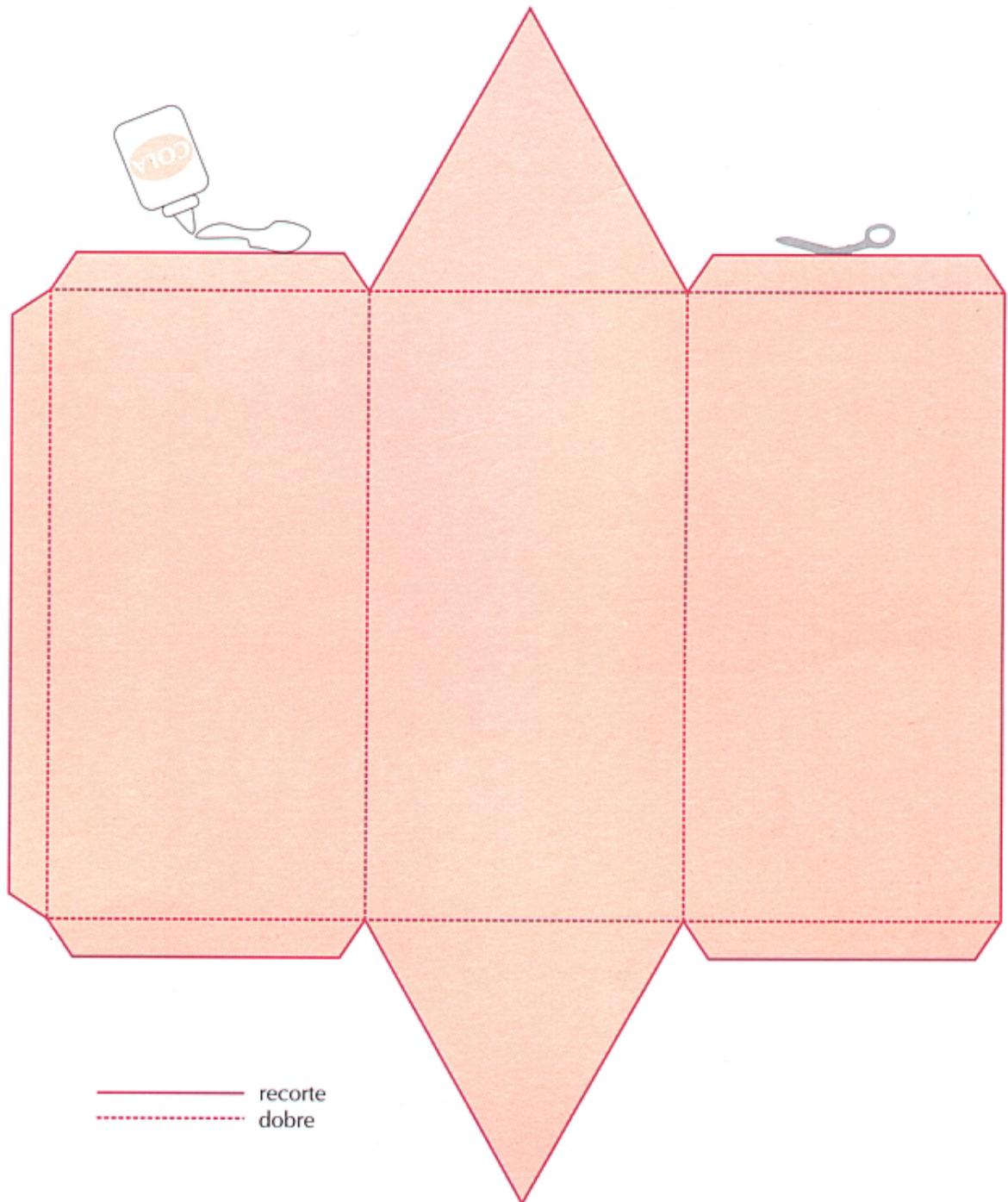
- 3) Qual é o volume de ar que está contida na lata cheia e fechada?

- 4) Quantos copos cônicos podem ser enchidos com óleo, sendo que cada copo tem altura igual a.....cm e raio da base igual acm?

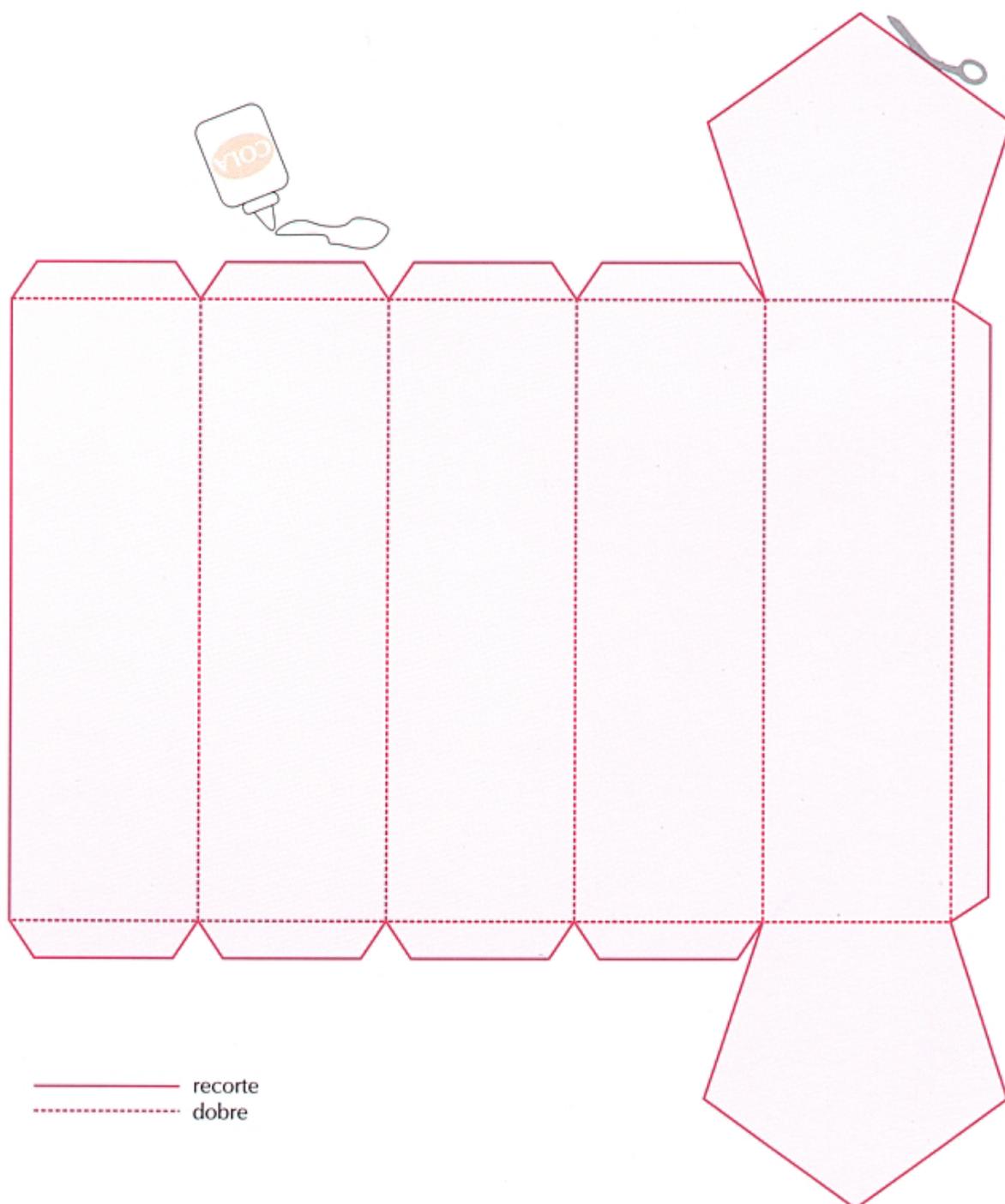
- 5) Se você mergulhar nesse copo cheio de óleo uma esfera de metal que tem raio igual acm. Qual seria a quantidade de óleo que extravasaria?

ANEXO XVI – PLANIFICAÇÕES

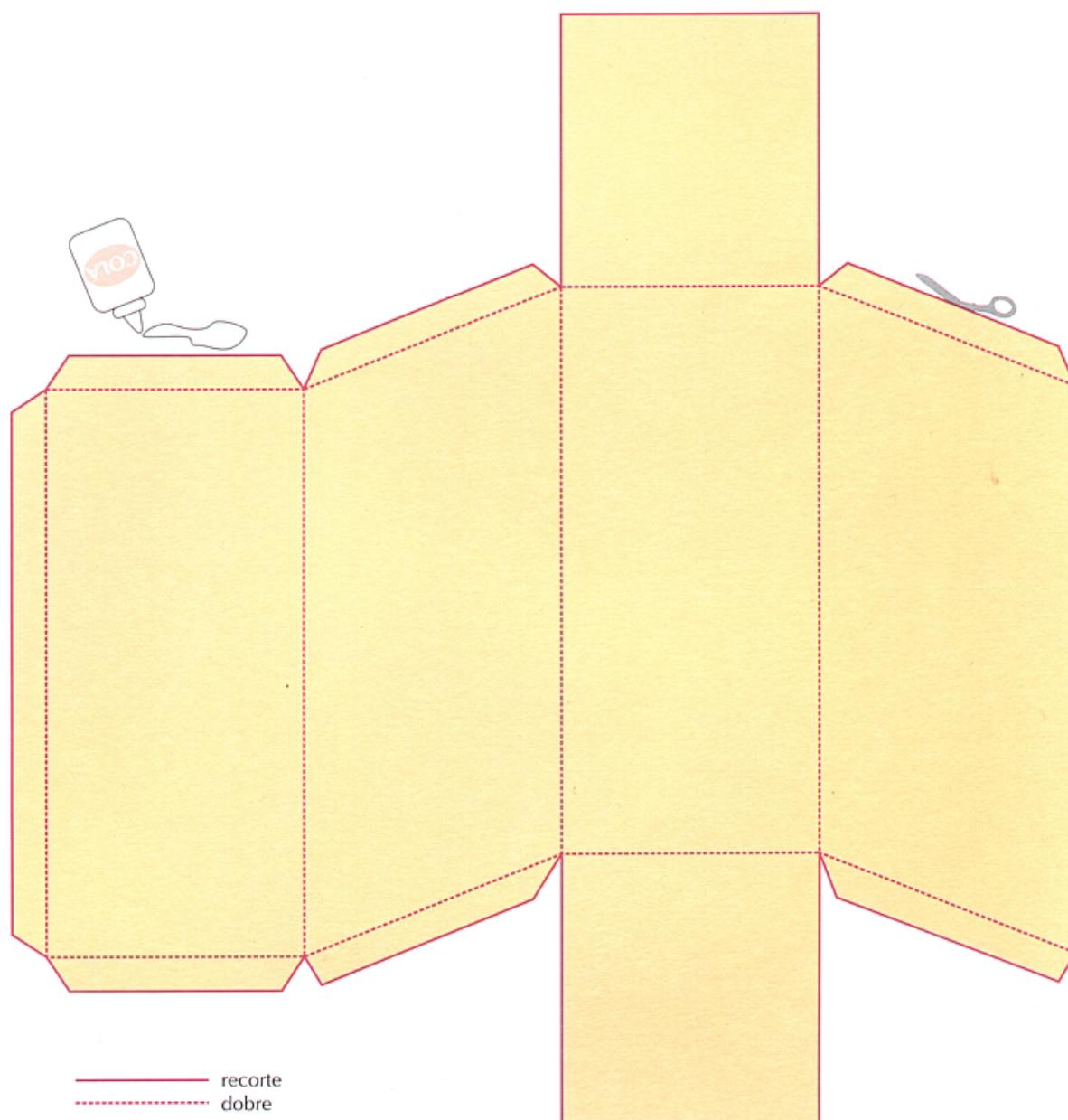
PLANIFICAÇÃO DA SUPERFÍCIE DO PRISMA TRIANGULAR



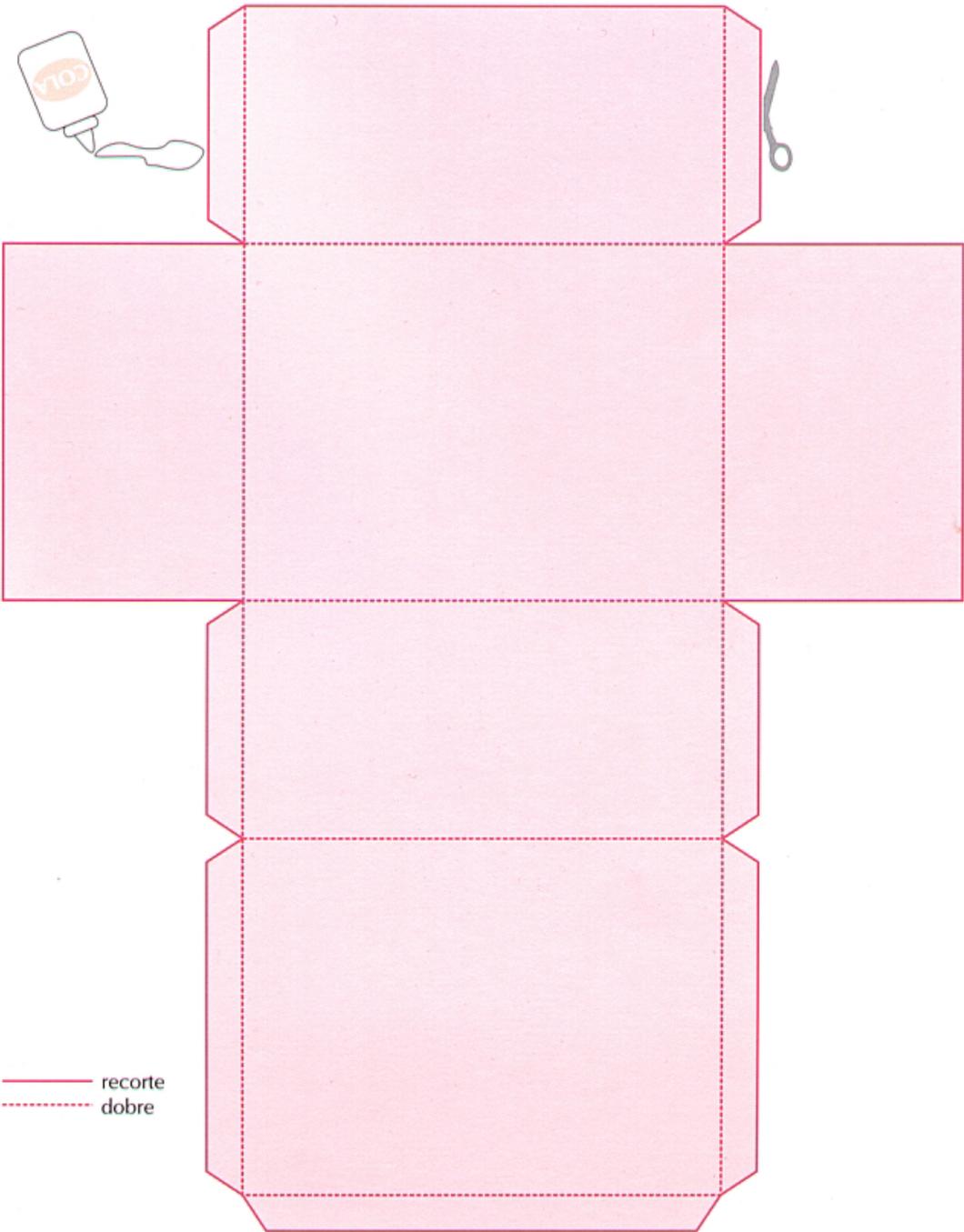
PLANIFICAÇÃO DA SUPERFÍCIE DO PRISMA PENTAGONAL



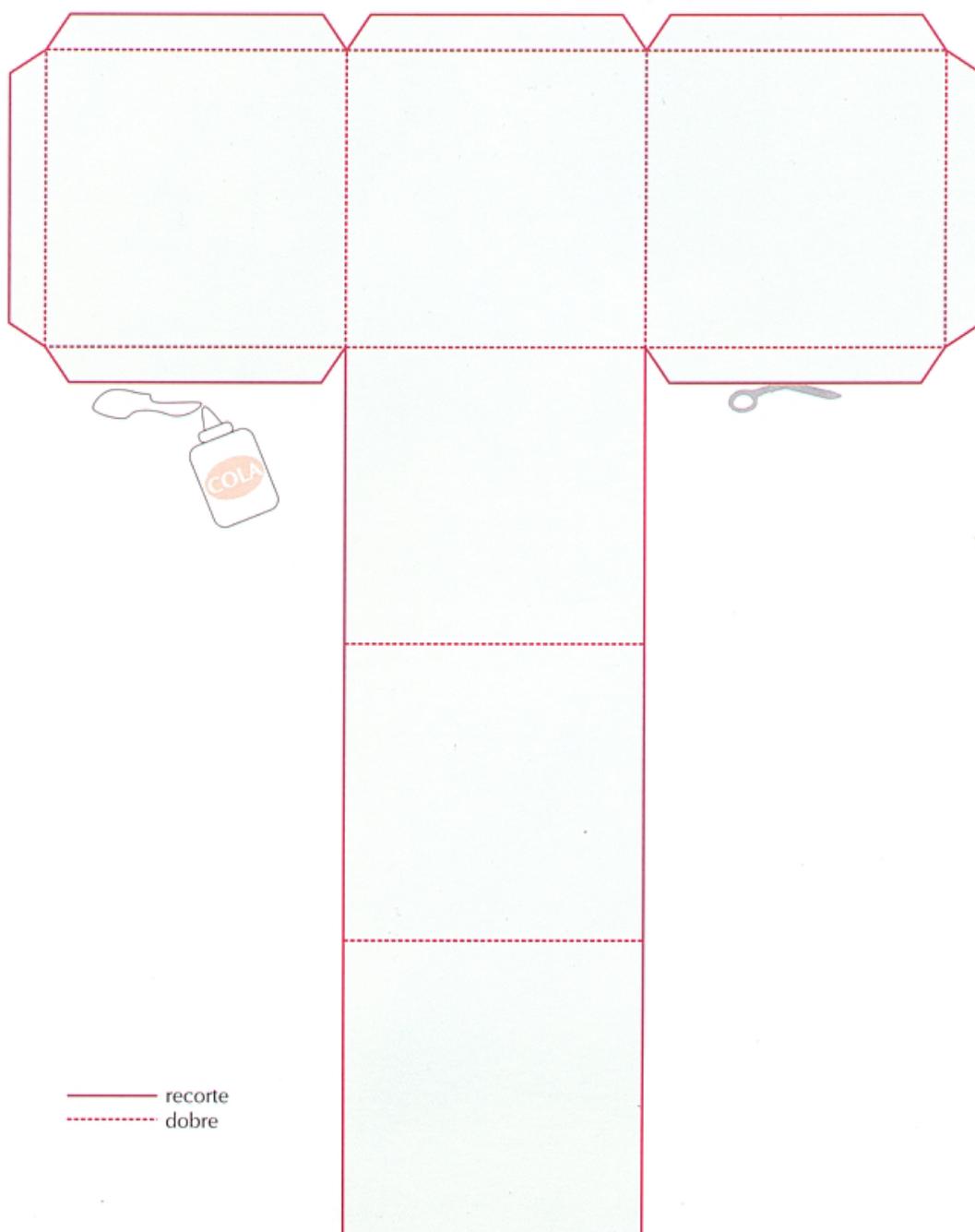
PLANIFICAÇÃO DA SUPERFÍCIE DO PRISMA QUADRANGULAR OBLÍQUO



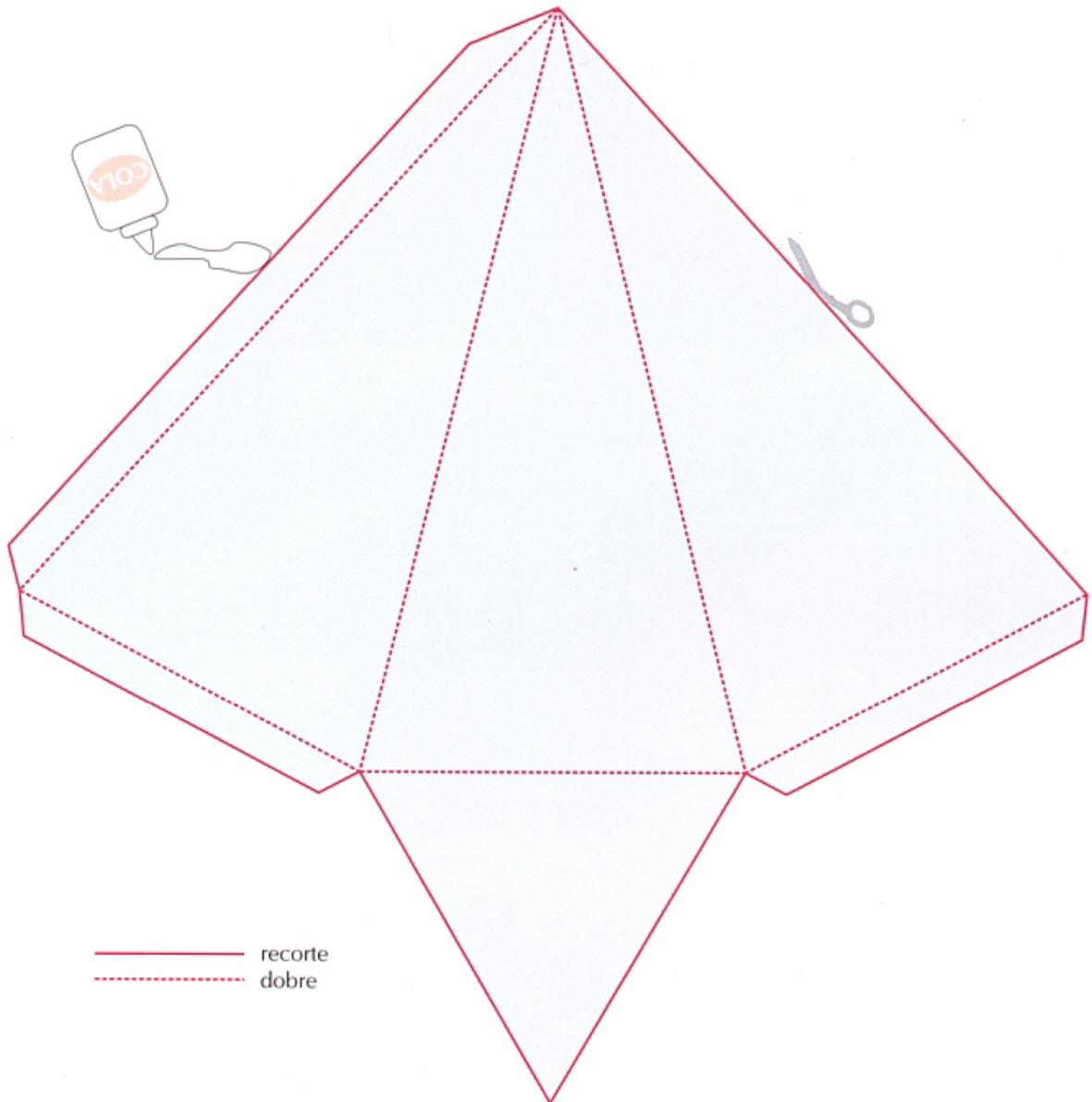
PLANIFICAÇÃO DA SUPERFÍCIE DO PRISMA DE BASE RETANGULAR



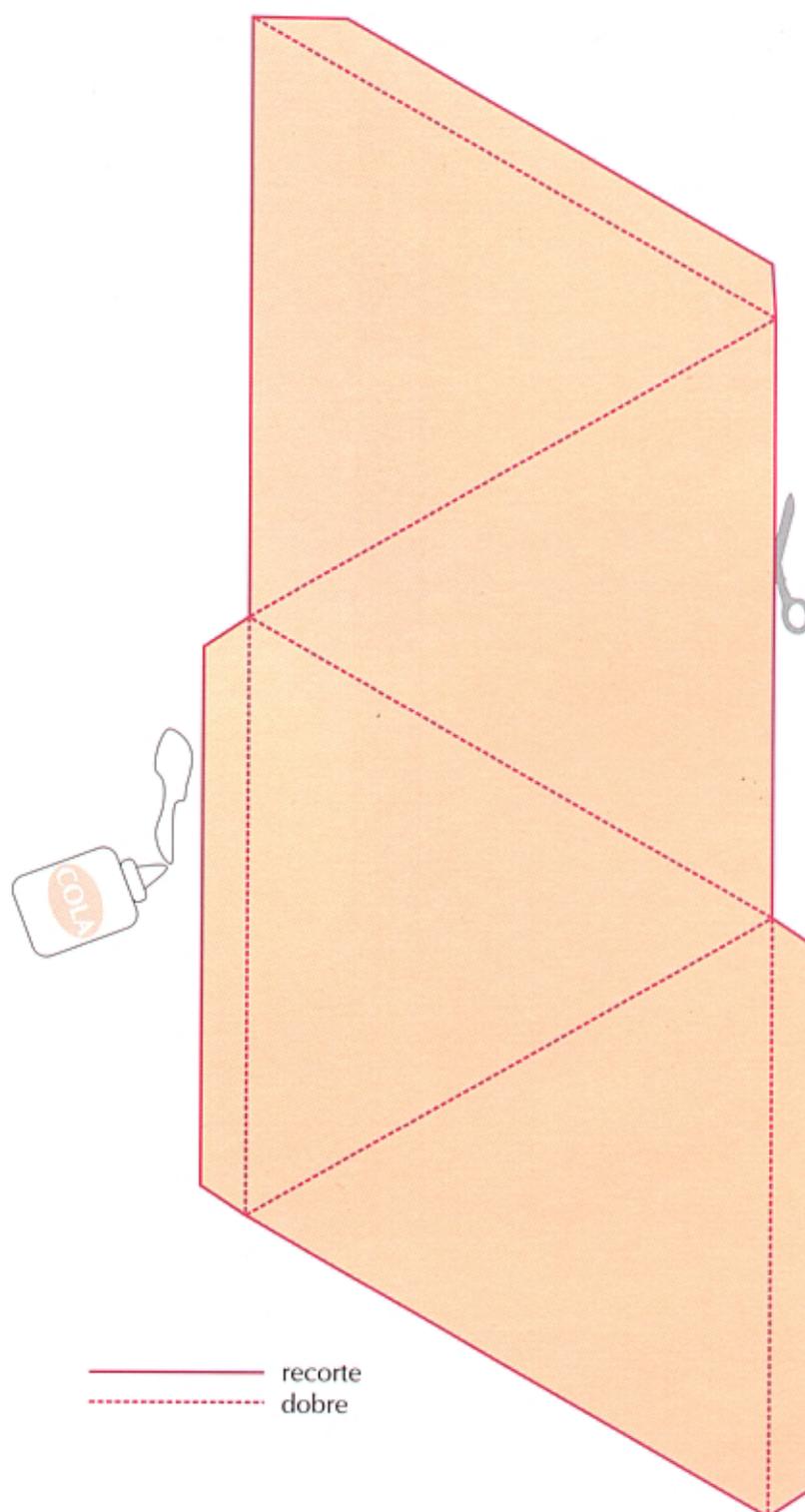
PLANIFICAÇÃO DA SUPERFÍCIE DO CUBO



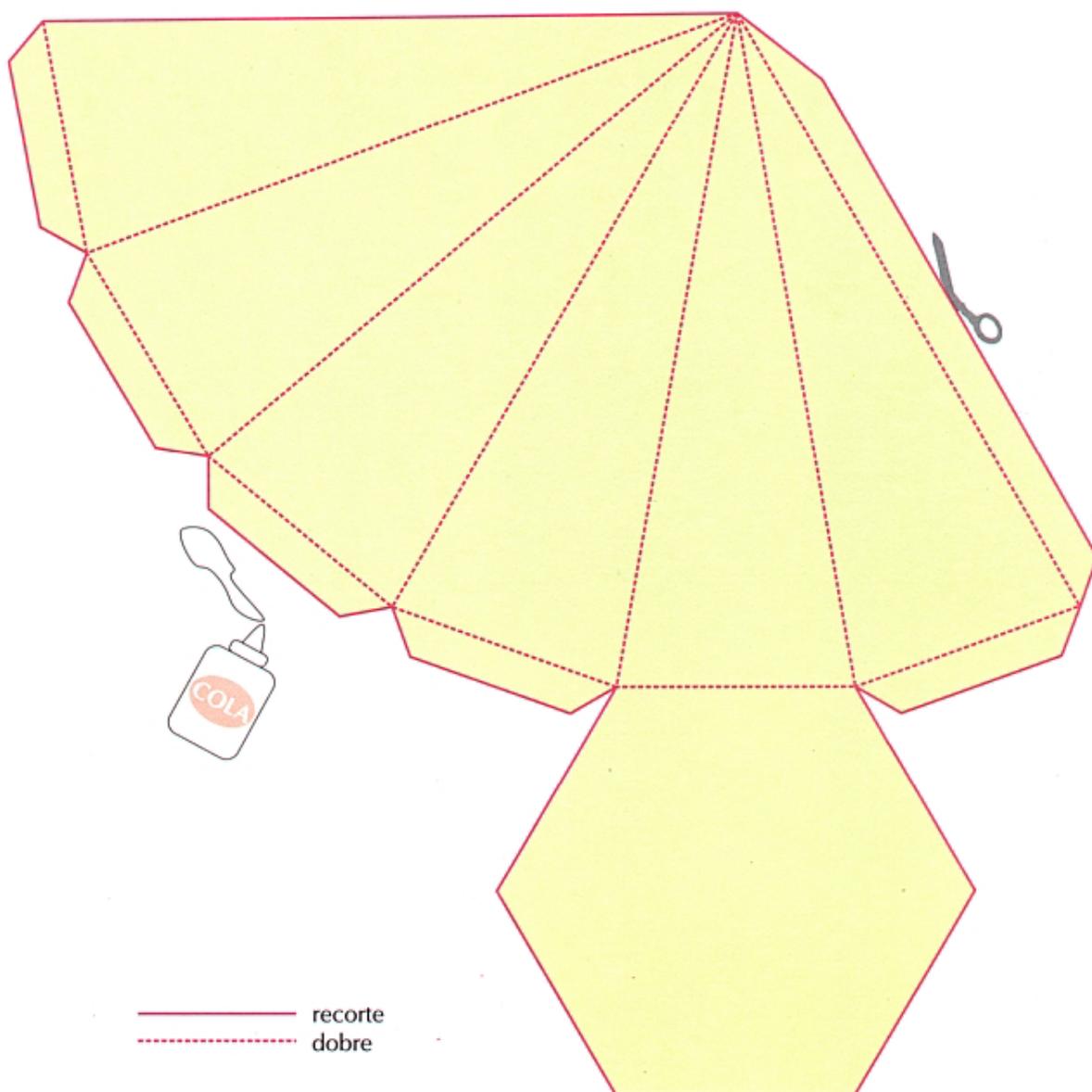
PLANIFICAÇÃO DA SUPERFÍCIE DA PIRÂMIDE TRIANGULAR



PLANIFICAÇÃO DA SUPERFÍCIE DO TETRAEDRO REGULAR



PLANIFICAÇÃO DA SUPERFÍCIE DA PIRÂMIDE HEXAGONAL



ANEXO XVI – Instruções para construção dos geoplanos do CEFET-PR.

1) Instruções para construção do geoplano circular I

- Prepare a madeira, usando uma lixa fina.
- Marque o centro do quadrado.
- Desenhe uma circunferência com centro no ponto marcado e raio 15 cm.
- Desenhe uma outra circunferência, concêntrica a primeira e raio de 10 cm.
- Divida as circunferências em 24 arcos congruentes.
- Faça um furo com 4mm de diâmetro, em cada ponto marcado, sem transpassar a madeira.
- Coloque um pino de madeira, em cada furo.
- Passe o selador de madeira, após a secagem, e pinte da cor que você achar melhor.

2) Instruções para construção do geoplano II

- Prepare a madeira, usando uma lixa fina.
- Marque o centro do tabuleiro.
- Usando o centro do tabuleiro, desenhe 4 circunferências concêntricas, com raios diferentes.
- Divida as circunferências em 12 arcos congruentes.
- Faça um furo com 4mm de diâmetro, em cada uma das divisões, sem transpassar a madeira.
- Passe o selador de madeira, após a secagem, e pinte da cor de sua preferência.

3) Instruções para construção do geoplano III

- Prepare a madeira.
- Desenhe um quadrado, divida seus lados em partes congruentes.
- Faça os furos de 4mm de diâmetro, sem transpassar a madeira, nos pontos demarcados.
- Coloque um pino de madeira em cada um dos furos.
- Passe o selador de madeira, após a secagem, e pinte o tabuleiro com a cor de sua preferência.

4) Instruções para construção do geoplano IV

- Desenhe sobre a chapa de eucatex um quadrado com 35 cm de lado e recorte.
- Aplique uma moldura.
- Lixe a madeira.
- Aplique o selador para madeira, após a secagem, e pinte com a cor de sua preferência.

5) Instruções para construção do geoplano espacial I

- Prepare as duas bases de acrílico, desenhando as circunferências.
- Divida as circunferências em 12 arcos congruentes, marcando cada ponto divisor.
- Faça um furo em cada marca, inclusive no centro, usando uma broca de 3 mm.
- Prepare as 4 hastes e fixe-as aos dois geoplanos.

6) Instruções para construção do geoplano espacial II

- Prepare os dois geoplanos de eucatex.
- Prepare as quatro hastes e fixe-as aos geoplanos.
- Passe o selador para madeira.
- Pinte o material na cor de sua preferência.