



TESIS DOCTORAL



PREDICCIÓN PARA CONTROL

Julio Elías Normey Rico

Sevilla, Julio de 1999

July 99

CTD
23
F27



ADQUISICIÓN POR DOACIÓN
DOADO POR

TESIS DOCTORAL

5 0 SET. 1999

TESIS DOCTORAL

REGISTRO 0.309.189-2
DATA DO REGISTRO 09.07.99

PREDICCIÓN PARA CONTROL

por

Julio Elías Normey Rico

Ingenier **PREDICCIÓN PARA CONTROL**

de la Universidad Nacional de La Plata, Argentina

Presentada en la

Escuela Superior de Ingenieros

de la

Universidad de Sevilla

Autor: Julio Elías Normey Rico

para la obtención del

Grado de Doctor Ingeniero Industrial

Sevilla, Julio de 1999

Director: Eduardo Fernández Camacho

0.309.189-2

UFSC-BU

defesa: 21/07/99





TESIS DOCTORAL



PREDICCIÓN PARA CONTROL

por

Julio Elías Normey Rico

Ingeniero Electrónico por la Facultad de Ingeniería
de la Universidad Nacional de La Plata, Argentina

Presentada en la

Escuela Superior de Ingenieros

de la

Universidad de Sevilla

para la obtención del

Grado de Doctor Ingeniero Industrial

Sevilla, Julio de 1999

A Ana, Luiza y Eugênio

Agradecimientos

Muchas personas han contribuido de forma importante para que este trabajo pudiera realizarse. En primer lugar quisiera agradecer a mi familia, de la cual he recibido siempre un gran apoyo.

En segundo lugar quiero agradecer al profesor Eduardo Fernández Camacho, director y compañero en esta larga caminata de cuatro años por tierras españolas. Con él no solamente realicé este trabajo de tesis sino que también preparé proyectos, conocí a muchos profesores de otros centros e iniciamos una serie de relaciones inter-universitarias entre Europa y América Latina. Su larga experiencia como profesor e investigador fueron sin duda un factor fundamental para el éxito de este trabajo.

Pero no estuvimos solos. Tengo que agradecer el apoyo, la amistad y la gran capacidad de trabajo de los profesores Carlos Bordóns, Juan Gómez Ortega y Manuel Berenguel, con los cuales trabajé en diversos proyectos y escribí varios artículos. A los compañeros “del predictivo” Daniel Limón y Daniel Rodríguez que me han auxiliado en la implementación de rutinas de control predictivo y a Ismael Alcalá, que realizó las pruebas en el robot Nomad 200. También a los profesores Francisco Rodríguez Rubio, Francisco Gordillo Álvarez, Manuel Ruiz Arahall, Miguel Ángel Ridao, Teodoro Álamo, Daniel Pagano y Manuel Gil Ortega por sus sugerencias sobre la forma de presentar los resultados en la memoria de la tesis y también por las muy provechosas conversaciones sobre algunos temas del control.

También quiero agradecer la amistad y el compañerismo de todos los miembros del Departamento, especialmente a los compañeros del despacho de “La Vieja Escuela de Reina Mercedes”: Federico Cuesta, Manuel Vargas y Guillermo Heredia.

Finalmente, agradezco a la Universidade Federal de Santa Catarina y a la agencia CAPES por el apoyo financiero.

Resumen de la tesis

Esta tesis se inicia estudiando el control predictivo de sistemas con grandes retardos. Este tipo de sistema de control se puede representar como una estructura compuesta por un predictor del retardo puro y un controlador primario, como se demuestra en [16] para sistemas de primer orden y se generaliza en esta tesis para sistemas de cualquier orden. De esta forma, es posible establecer relaciones directas entre los controladores predictivos y los compensadores de retardo.

Basándose en esta propiedad, los estudios que se presentan en la tesis se centran en la estructura de predicción y los efectos que ésta tiene sobre el sistema de control en bucle cerrado. Este problema es tratado de forma unificada acercando, y en algunas situaciones combinando, resultados provenientes del área del control predictivo basado en modelo y del área de los compensadores de tiempos muertos. Los resultados obtenidos no solamente pretenden mejorar algunas de las estrategias de control existentes sino también contribuir al entendimiento de los problemas asociados al control de este tipo de sistemas.

Dentro de esta perspectiva se proponen diversas estructuras de control y técnicas de ajuste de fácil utilización que generan controladores de gran robustez, de forma tal que puedan ser implantados en ambientes industriales. Se desarrollan soluciones para el caso monovisible y también para el caso multivariable. Por otro lado, se presentan análisis comparativos de las diversas soluciones de la literatura y también estructuras y metodologías de análisis y síntesis que unifican los resultados existentes.

Se presentan resultados teóricos para cada uno de los problemas estudiados, aunque siempre se pone especial énfasis a las posibilidades de aplicación de los algoritmos de control propuestos y a la simplicidad de los ajustes.

Las principales contribuciones de esta tesis pueden clasificarse en los cuatro grupos que se mencionan a continuación. En cada uno de ellos se citan las publicaciones que presentan resultados relacionados con estas contribuciones.

- Las contribuciones en el área de los compensadores de retardo (o tiempo muerto) proponen modificaciones para mejorar la robustez y simplificar el ajuste de los controladores, unifican resultados, presentan estudios comparativos y proponen métodos para enseñar cómo utilizar y ajustar este tipo de algoritmos de control [67, 65, 71, 75, 77, 80, 56];
- Las contribuciones que proponen un nuevo algoritmo de control predictivo basado en modelo para controlar plantas monovisibles y multivisibles estables en

bucle abierto: el control predictivo generalizado basado en el predictor de Smith, estudian su robustez y lo aplican al control de diversos procesos [70, 79, 76, 83, 82, 81, 73, 84];

- Las contribuciones que proponen metodologías de ajuste de parámetros del GPC para garantizar un funcionamiento robusto cuando se controlan plantas con retardo [78, 66, 68, 74].
- Las contribuciones que proponen una forma unificada de analizar a los controladores basados en predictores, planteando una nueva problemática dentro del control que se ha bautizado como: “Predicción para Control” [69, 72];

Para la presentación de los resultados mencionados en los cuatro grupos anteriores el trabajo se organiza de la siguiente forma. Inicialmente se lleva a cabo una revisión histórica del desarrollo de los controladores basados en predictores desde su aparición en los años cincuenta hasta nuestros días. En el capítulo 2 se estudian los compensadores de tiempo muerto, las diferentes soluciones y sus propiedades. A partir del análisis comparativo se proponen compensadores para sistemas con retardo que garantizan un funcionamiento robusto y pueden ser ajustados de forma muy simple. En los capítulos 3, 4 y 5 se analizan los resultados del control robusto de sistemas con retardo dentro de la perspectiva del control predictivo y fundamentalmente del GPC. En el capítulo 3 se realiza un análisis de comportamiento y robustez del GPC desde la óptica de la estructura de predicción. El capítulo 4 presenta un nuevo algoritmo de control predictivo que puede ser usado con plantas multivariadas estables. En el capítulo 5 se propone un nuevo método de ajuste de los polinomios de filtrado en el GPC para mejorar su robustez y que se aplica inclusive a plantas inestables. El capítulo 6 propone una estructura unificada para el problema de predicción y control y presenta la idea “Predicción para Control” que da el título a la tesis. Finalmente el último capítulo resume las conclusiones y perspectivas futuras del trabajo.

Índice

Resumen de la tesis	ix
Lista de figuras	xiv
Nomenclatura	xxiii
1 Introducción	1
1.1 Importancia de la investigación	1
1.2 Trabajos previos con controladores basados en predictores	3
1.3 Objetivos	6
1.4 Estructura de la tesis	6
2 El predictor de Smith y modificaciones	9
2.1 El predictor de Smith	10
2.2 DTC para plantas estables	18
2.3 DTC para procesos integradores	23
2.4 Ajustes simples para modelos simples	26

2.4.1	El caso estable	27
2.4.2	El controlador FPPI	30
2.4.3	Procesos integradores	39
2.5	DTC discretos: Un enfoque unificado	48
2.6	Compensadores de tiempo muerto multivariables	53
2.7	Conclusiones del capítulo	61
3	Control predictivo de procesos con retardo	63
3.1	Representación clásica del GPC	65
3.2	Análisis comparativo entre el GPC y el DTC	75
3.2.1	El caso de $T = 1$	76
3.2.2	El caso filtrado ($T \neq 1$)	81
3.3	Resultados de simulación	85
3.4	Conclusiones del capítulo	90
4	El GPC basado en el predictor de Smith	93
4.1	El SPGPC	94
4.2	Generalización de resultados al caso multivariable	100
4.2.1	El SPGPC multivariable	100
4.2.2	Ajuste robusto del MIMO SPGPC	109
4.3	SPGPC con restricciones	115

4.4	Resultados de simulación y experimentales	117
4.4.1	Aplicaciones del SPGPC monovariable	117
4.4.2	Aplicaciones del SPGPC multivariable	121
4.5	Conclusiones del capítulo	131
5	Ajuste del polinomio T del GPC para procesos con retardo	135
5.1	El efecto del polinomio T en el GPC: un enfoque clásico	136
5.2	El método de diseño del polinomio T	140
5.3	Generalización para el caso multivariable	145
5.4	Ejemplos	149
5.5	Conclusiones del capítulo	153
6	Predicción para control	157
6.1	Análisis en bucle cerrado de los predictores óptimos	159
6.2	Ejemplos ilustrativos	162
6.2.1	Ejemplo 1	162
6.2.2	Ejemplo 2	164
6.2.3	Ejemplo 3	165
6.2.4	Interpretación de resultados	168
6.3	El problema de predicción y control	169
6.3.1	Una solución clásica	170

6.3.2 Una solución casi óptima	175
6.4 Conclusiones de capítulo	181
7 Conclusiones	183
A Descripción de las incertidumbres	187
B Descripción de la planta piloto	191
B.1 Control de la planta	193
B.2 Control de la temperatura de salida del intercambiador	193
C Descripción de la planta solar. Modelo de los colectores incluyendo el retardo de transporte variable	195
D Cálculo del control primario en el MIMO-SPGPC	199
E Descripción de los robots móviles Labmate y Nomad 200	203
Bibliografía	208

Lista de figuras

2.1	Control “ideal” de plantas con retardo.	11
2.2	Estructura de control del predictor de Smith: (a) representación en la forma de IMC; (b) representación normal.	12
2.3	Predictor de Smith con un lazo de prealimentación.	19
2.4	Estructuras de los predictores de Smith modificados: (a) con un filtro en el error de predicción; (b) con un filtro de referencia.	20
2.5	(a) Predictor de Smith modificado por Zhang y co-autores. (b) Controlador IMC con dos grados de libertad.	22
2.6	(a) Estructura de los DTCs propuestos por Watanabe e Ito y Normey-Rico y Camacho; (b) Estructura de los DTCs propuestos por Aström y co-autores, Matausek y Micić y Zhang y Sun.	24
2.7	Diagrama de bloques del FPPI.	31
2.8	Respuesta del sistema controlado con el PPI (línea continua) y el FPPI (línea discontinua): (a) retardo del proceso = 7 segundos y (b) retardo del proceso = 13 segundos.	32
2.9	Diagrama del intercambiador de la planta piloto.	33
2.10	Temperatura (a) y acción de control (b) para el PPI (línea discontinua) y el FPPI (línea continua). Rechazo de una perturbación en el flujo de agua fría.	34

2.11	Comportamiento de la temperatura frente a cambios de consigna: (a) Usando el control PPI desde $t = 0$ hasta $t = 460$ segundos y usando el control FPPI de $t = 460$ segundos al final; (b) usando el control PPI en los dos primeros escalones y el FPPI en los dos últimos.	35
2.12	Diagrama de la planta solar.	36
2.13	Estructura del controlador FPPI para el campo de colectores solares.	39
2.14	Resultados de aplicación del FPPI: (a) temperatura de salida del aceite ($^{\circ}\text{C}$); (b) retardo estimado (muestras).	40
2.15	(a) Controlador propuesto y (b) controlador de Matausek y Micić.	44
2.16	Módulo de δP (línea continua) y ΔP normalizado (línea de puntos): (a) error en la ganancia = 10%, error en el retardo = 10%, $T_e = 1.8$ y diferentes valores de β y del retardo; (b) error en la ganancia = 15%, retardo = 20, error en el retardo = 15%, $T_e = 2.6$ y $\beta = 6$	45
2.17	Respuesta del SP de Matausek y Micić (línea continua) y el propuesto (línea de puntos): (a) caso con $L_r = 20$, $K_{vr} = 1$ y (b) caso con $L_r = 18$, $K_{vr} = 1.05$	48
2.18	Índice de robustez para el SP de Matausek y Micić.	49
2.19	Representación unificada de los DTCs.	50
2.20	Estructura del MIMO-DTC de Jerome y Ray: (a) representación normal; (b) representación en la forma IMC.	54
2.21	Caso nominal: (a) respuesta a un cambio de consigna; (b) rechazo de perturbaciones. (PI1) (línea continua) y (PI2) (línea discontinua).	59
2.22	Seguimiento de consigna y rechazo de perturbaciones cuando hay errores de modelado: (a) con el PI1 (línea continua) y con el PI2 (línea de puntos); (b) con el PI1 y los filtros.	60
3.1	Esquema de control del GPC.	69

3.2	Estructura equivalente del GPC en la que se muestra al OP como un compensador de tiempo muerto DTC.	71
3.3	Estructura del sistema de control con predictor óptimo filtrado.	74
3.4	Mínimo de $ R $ para el sistema de segundo orden con $d = 1$	79
3.5	Máximo (línea continua) y mínimo (línea discontinua) de $ R $ para $d = 1$ en el sistema de orden alto.	80
3.6	Diagrama de bloques equivalente del GPC con polinomio de filtrado T (a) y con la estructura de parametrización Q (b).	82
3.7	Comportamiento del GPC (línea continua) y del DTC (línea discontinua): (a) caso nominal, (b) caso con error de estimación en el retardo.	86
3.8	Comportamiento del sistema con el GPC (línea continua) y con el DTC (línea discontinua): (a) sin el filtro, (b) con el filtro.	87
3.9	Comportamiento de la planta para los dos sistemas de control frente a un cambio de consigna: (a) parámetros nominales, (b) $k_0 = 5.616$, $k_1 = 3.6$, $k_2 = 4.68$ y $t_d = 1.2$ (GPC (línea continua), DTC (línea discontinua)).	88
3.10	Comportamiento de la planta para los dos sistemas de control frente a un cambio de consigna en $t = 0$ y a una perturbación en $t = 75$ muestras: (a) sin error de estimación del retardo, (b) con 20% de error de estimación. GPC (línea continua) y DTC (línea discontinua).	90
3.11	Salida del proceso controlado con el DTC con filtro (en línea discontinua) y sin filtro (en línea continua). Cambio de consigna de 0 a 1 en $t = 0$ y perturbación de carga constante en $t = 150$ muestras: (a) sin error en el retardo, (b) con error de 40% en el retardo.	91
4.1	Estructura equivalente del SPGPC.	96
4.2	Estructura del SPGPC con filtro.	97
4.3	Diagrama de bloques para el cálculo de la predicción óptima.	104

4.4	GPC multivariable: (a) representación normal, (b) con la estructura de un MIMO-DTC.	106
4.5	Salida de la planta controlada con el SPGPC: (a) y_1 , (b) y_2	108
4.6	Acción de control del SPGPC: (a) u_1 , (b) u_2	108
4.7	Estructura $M - \Delta$ para el estudio de la estabilidad robusta del GPC multivariable.	110
4.8	Estructura del SPGPC multivariable filtrado.	112
4.9	Diagrama de cálculo del control con restricciones.	116
4.10	Comportamiento del sistema controlado por el GPC (línea discontinua) y por el SPGPC (línea continua): (a) temperatura, (b) acción de control. .	119
4.11	Comportamiento del sistema con el SPGPC filtrado y con las restricciones RES1 y RES3 (línea continua) y con todas las restricciones (línea discontinua): (a) temperatura, (b) acción de control.	119
4.12	Comportamiento del sistema con el SPGPC (línea discontinua) y con el GPC (línea continua) con todas las restricciones: (a) temperatura, (b) acción de control.	120
4.13	Salida de la planta para un cambio de referencia. Sistema controlado por el SPGPC filtrado.	121
4.14	Error de modelado (en línea continua) y los índices de robustez del SPGPC con y sin el filtro (en línea discontinua y de puntos respectivamente). 122	
4.15	Control multivariable sin restricciones de la columna de destilación con el GPC (línea discontinua) y con el SPGPC (línea continua).	124
4.16	Control multivariable con restricciones de la columna de destilación con el GPC (línea discontinua) y con el SPGPC (línea continua).	125
4.17	Control multivariable con restricciones de la columna de destilación con el SPGPC y el filtro de robustez.	126

4.18	Control multivariable con restricciones de la columna de destilación con el SPGPC y el filtro de robustez para los mismos errores de modelado de la figura 4.15.	127
4.19	Robot móvil Labmate.	128
4.20	Robot móvil Nomad 200.	129
4.21	$ DP/P_n $ (línea de puntos) y $ \Delta P/P_n $ para el GPC(línea discontinua) y para el SPGPC (línea continua).	130
4.22	Seguimiento de caminos con el SPGPC (línea continua) y con el GPC (línea discontinua). Camino de referencia en línea de puntos. (a) para el caso nominal y (b) para el caso de errores de modelado.	131
4.23	Seguimiento de caminos con el Labmate controlado por el SPGPC. Camino de referencia en línea discontinua.	132
4.24	Seguimiento de caminos con el Labmate controlado por el SPGPC. Camino de referencia en línea discontinua.	132
4.25	Seguimiento de caminos del robot Nomad 200 con el SPGPC. Referencia en línea continua.	133
5.1	Análisis de la estabilidad interna del GPC.	142
5.2	A_u de primer orden: (a) Módulo de R' para diferentes valores de a_t ; (b) Módulo de R' para diferentes valores de a_u	145
5.3	(a) Módulo de R' para diferentes valores de n . A_u de primer orden; (b) Módulo de R' para diferentes valores de a_t . A_u de segundo orden.	146
5.4	Diagrama del cálculo de las predicciones.	147
5.5	Control GPC multivariable con el polinomio T: (a) estructura normal, (b) predictor más control primario.	148
5.6	Salida del proceso estable controlado por el GPC sin polinomio T	150

5.7	Salida del proceso estable controlado por el GPC con polinomio T	150
5.8	Salida del proceso integrador con el GPC en el caso nominal (en línea continua) y para el caso real (línea discontinua): (a) GPC sin T y (b) GPC con T	151
5.9	Salida del proceso inestable con el GPC en el caso nominal (en línea continua) y para el caso real (línea discontinua): (a) GPC sin T y (b) GPC con T	152
5.10	Comportamiento en bucle cerrado de la columna de destilación con el MIMO GPC sin polinomio T (en línea discontinua) y con el polinomio T (línea continua).	154
5.11	Acciones de control en bucle cerrado de la columna de destilación con el MIMO GPC sin polinomio T (en línea discontinua) y con el polinomio T (línea continua).	154
6.1	Diagrama de la estructura de control.	162
6.2	Módulo de H para el sistema controlado con el GPC (línea continua) y con el SP (línea discontinua).	163
6.3	Valores del ISE para el sistema de control con el GPC (línea discontinua) y con el SP (línea continua) para diferentes valores de ϕ	164
6.4	Respuesta del sistema controlado por el GPC (línea discontinua) y por el SP (línea continua) para $\phi = 0.75$: (a) caso nominal; (b) caso con error de modelado.	165
6.5	Comportamiento del sistema controlado por el GPC (línea continua) y por el SP (línea discontinua): (a) para el caso 1, (b) para el caso 2 y (c) para el caso 4.	167
6.6	Estructura general de <i>predicción + control</i>	169
6.7	Comportamiento de los sistemas controlados por el GPC (línea continua) y por el control propuesto (línea discontinua): (a) caso nominal, (b) caso con error de modelado.	173

6.8	Índice de robustez (en línea discontinua) y el error de modelado (en línea continua).	174
6.9	Comportamiento de los sistemas controlados por el GPC (línea continua) y por el control propuesto (línea discontinua): (a) caso nominal, (b) caso con error de modelado del retardo.	175
6.10	Comportamiento de los sistemas controlados por el GPC (línea discontinua) y por el control propuesto (línea continua): (a) caso nominal, (b) caso con error de modelado.	180
6.11	Error de modelado (línea continua) e índice de robustez (línea discontinua).	180
B.1	Esquema general de la planta.	192
C.1	Diagrama de la planta solar.	196
C.2	Validación del modelo no lineal.	198
E.1	Sistema de referencia local al robot.	204
E.2	Caminos de aproximación.	206

Nomenclatura

Abreviaturas

El objetivo de este apartado es proporcionar un diccionario abreviado de términos y siglas usados frecuentemente en la literatura de control de procesos.

<u>Abr.</u>	<u>Denominación original</u>	<u>Significado</u>
ARIMA	Auto-Regressive Integrated Moving Average	modelo auto-regresivo integrado de media móvil
CARIMA	Controlled Auto-Regressive Integrated Moving Average	modelo auto-regresivo integrado de media móvil con variable de control
DMC	Dynamic Matrix Control	control por matriz dinámica
DTC	Dead Time Compensator	compensador de retardos
EHAC	Extended Horizon Adaptive Control	control adaptativo de horizonte extendido
EPSAC	Extended Prediction Self Adaptive Control	control predictivo auto-adaptativo de horizonte extendido
FF	Feed Forward	control por prealimentación
FPPI	Filtered Predictive PI	control PI predictivo con filtro
GMVC	General Minimum Variance Controller	control de mínima varianza generalizado
GPC	Generalized Predictive Control	control predictivo generalizado
IMA	Integrated Moving Average	modelo integrado de media móvil
IMC	Internal Model Control	control por modelo interno
ISE	Integral Square Error	integral cuadrática del error
LQG	Linear Quadratic Gaussian	control lineal cuadrático gaussiano
LTR	Loop Transfer Recovery	recuperación de la transferencia de lazo

<u>Abr.</u>	<u>Denominación original</u>	<u>Significado</u>
MAC	Model Algorithm Control	control algorítmico basado en modelo
MIMO	Multi Input Multi Output	sistema multivariable
MPC	Model Predictive Control	control predictivo basado en modelo
OP	Optimal Predictor	predictor óptimo
PI	Proportional Integral	control con acción proporcional e integral
PID	Proportional Integral Derivative	control con acción proporcional, integral y derivativa
PPI	Predictive PI	control PI predictivo con filtro
PTP	Path Tracking Problem	problema de seguimiento de caminos
SISO	Single Input Single Output	sistema monovariable
SP	Smith Predictor	predictor de Smith
SPGPC	Smith Predictor based Generalized Predictive Control	control predictivo generalizado basado en el predictor de Smith
UDTC	Unified Dead Time Compensator	compensador de retardos unificado
ZOH	Zero Order Holder	mantenedor de orden cero

Términos de difícil traducción

<u>Término</u>	<u>Traducción</u>
Look ahead	distancia a la que se define un punto sobre el camino de referencia que el robot móvil debe seguir
Randomize algorithms	algoritmos de búsqueda aleatoria
Slew Rate	velocidad de cambio

Capítulo 1

Introducción

Esta tesis analiza el control de sistemas monovariantes y multivariantes con retardo cuando se utilizan estructuras de control basadas en predictores. El estudio aquí presentado se preocupa fundamentalmente con la robustez de las diferentes estrategias de control analizadas y con los efectos producidos por el predictor en el comportamiento en bucle cerrado del sistema. Esta problemática se trata de forma unificada utilizando ideas provenientes de dos grandes áreas dentro del control: el área del control predictivo basado en modelo (“Model Predictive Control”, MPC) y el área de los compensadores de tiempos muertos (“Dead Time Compensators”, DTC). Los resultados obtenidos en el trabajo mejoran algunas de las estrategias de control existentes y contribuyen al entendimiento de los problemas asociados al control de este tipo de sistemas.

1.1 Importancia de la investigación

La relevancia industrial de los procesos y sistemas de control estudiados en esta tesis se pone de manifiesto en un trabajo publicado recientemente en la revista *Journal of Process Control* por los investigadores Takastu, Itoh y Araki, titulado “Future needs for the control theory in industries - report and topics of the control technology survey in the Japanese industry” [103].

En este artículo se muestran los resultados de varias encuestas realizadas en las industrias japonesas en los últimos años. Los resultados de este trabajo apuntan que los problemas causados por los retardos en los sistemas de control representan, conjuntamente con los problemas causados por las perturbaciones y las interacciones entre

variables, más del 60% de los problemas importantes encontrados en la industria de procesos. Esto implica, según la interpretación de los autores, que actualmente los ingenieros de control están considerando los retardos y las características multivariables de los procesos en los procedimientos de diseño de controladores. Otro de los resultados importantes de la encuesta refleja que más del 80% de los procesos controlados en la industria son multivariables. Con relación a la implementación y utilización de las diferentes estrategias de control por parte de los operadores de planta, la encuesta apunta que en los procesos donde se utilizan los algoritmos de control predictivo basado en modelo hay una proporción de ingenieros de control versus ingenieros de proceso similar a la que se encuentra en los procesos que utilizan a los algoritmos denominados proporcionales-integrales-derivativos avanzados (“advanced Proportional Integral Derivative (PID) controllers”). Esto significa que los algoritmos de MPC han alcanzado el estado de “herramienta de ingeniería de uso fácil”. Con relación a la satisfacción en el uso, se apunta que las técnicas de MPC tienen un grado de satisfacción del 80% en más del 50% de los casos analizados. La encuesta también presenta el porcentaje de industrias que utilizan técnicas de control avanzado, mostrando que los compensadores de retardo son los algoritmos más populares, seguidos por las técnicas de MPC. En la evaluación de la aplicación de las técnicas de control avanzado, los DTC y los algoritmos de MPC aparecen como los que generan mayor grado de satisfacción a los usuarios, con índices de satisfacción de 89% y 94% respectivamente*. Finalmente, los DTC y MPC también tienen los índices más altos en la facilidad de implementación y en las expectativas de las mejoras que pueden obtenerse con el uso de estas dos técnicas de control.

Utilizando los datos de esta encuesta y aceptando que los resultados pueden extenderse a las industrias de otros países, es posible concluir que la investigación orientada a la solución de los problemas causados por los retardos en los sistemas de control (tanto en el caso monovariable como en el de plantas multivariables) usando técnicas de DTC y MPC contribuyen y contribuirán en el futuro próximo a la mejoría de los sistemas de control de procesos en la industria. También es posible concluir que aún hay que realizar investigaciones orientadas a la simplificación de los procedimientos de ajuste y en la optimización del comportamiento de estos controladores.

Dentro del área de sistemas de control para procesos con retardos, los resultados que han sido presentados en la literatura pueden dividirse en dos grupos diferentes, con diferentes enfoques. En el primer grupo, se encuentran una gran cantidad de resultados teóricos que utilizan modelos y enfoques complejos, para resolver problemas asociados a los sistemas con retardo que pueden clasificarse como “poco realistas” o como mínimo “muy particulares”. En el otro grupo, los problemas analizados son muy próximos de

*Este índice se calcula como la relación entre el número de usuarios muy satisfechos y el número total de usuarios.

la realidad industrial y las soluciones propuestas son generalmente mucho más simples que las sugeridas por los resultados de los trabajos del otro grupo. En este segundo grupo, en general, los controladores y los procedimientos de ajuste son aplicables a una gran cantidad de procesos industriales.

En esta tesis los problemas asociados al control de procesos con retardos se enfocan desde la óptica de los compensadores de tiempos muertos y desde el área de los controladores predictivos basados en modelo. A pesar de que estos dos enfoques proceden de dos áreas diferentes de la teoría de control, en ambos casos el controlador se basa en un predictor y las características de la estructura de este predictor definirán los índices de robustez y comportamiento del sistema en bucle cerrado. Así, el trabajo que aquí se presenta se orienta al análisis y comparación de estos controladores y al estudio del efecto del predictor en el bucle cerrado. Además, el estudio se realiza de forma tal que sea posible utilizar las ventajas de cada una de los dos tipos de estrategia en algoritmos “mixtos” y también se contribuya a entender mejor las relaciones entre las diferentes soluciones. Los problemas de control que se analizan en esta tesis se enfocan desde el punto de vista teórico pero sin perder de vista su potencial en las aplicaciones prácticas. De esta forma, todos los resultados que se presentan están basados en un desarrollo teórico, a pesar de que en algunos casos, la implementación y ajuste del sistema de control se realice utilizando reglas prácticas.

1.2 Trabajos previos con controladores basados en predictores

Las estructuras de control basadas en predictores han sido usadas en diversas aplicaciones de control desde final de los años 50 [101, 89, 21, 23, 16, 38]. La utilización de predictores en el controlador permite mejorar el comportamiento del sistema en bucle cerrado principalmente en dos situaciones: (i) cuando el proceso tiene un tiempo muerto significativo y (ii) cuando la referencia futura es conocida. Conceptualmente, estos dos problemas son muy distintos. En el primero, el principal objetivo del predictor es eliminar (o disminuir) los efectos perjudiciales del tiempo muerto en el comportamiento y robustez del sistema de control. En el segundo, el control predictivo permite la anticipación de la acción de control de acuerdo con las predicciones de la evolución de la salida. Pero en ambos casos, la estrategia de control incluye un modelo del proceso.

El predictor de Smith (SP) fue la primer estructura de control predictivo presentada en la literatura (al final de los años 50) [101], y fue usada para mejorar el comportamiento de controladores clásicos, como el PI o PID, cuando controlaban plantas con

tiempos muertos. Algunos años más tarde otro predictor fue propuesto: el predictor óptimo (OP) [39]. Los predictores óptimos (OPs) fueron introducidos en el contexto del control óptimo cuando éstos consideran modelos estocásticos de las perturbaciones [21], [95] y utilizados posteriormente en los algoritmos de control predictivo basado en modelo (MPC) [16]. Mientras que el SP se utilizó para compensar tiempos muertos, los OPs son normalmente utilizados para predecir el comportamiento futuro de la planta, sea en un único instante, como en el caso del controlador de mínima varianza (MVC) o en un horizonte deslizante como por ejemplo en el control predictivo generalizado (GPC). Los OPs no aparecen explícitamente en las estructuras de control predictivo que los utilizan a pesar de que, como fue probado en [89], el MVC puede ser analizado como un predictor óptimo más un control primario. Otra diferencia importante es que los OPs consideran las características estocásticas de las perturbaciones, y por lo tanto deberían ofrecer mejores resultados cuando son utilizados como compensadores en sistemas con retardos afectados por perturbaciones estocásticas.

Durante los últimos 20 años fueron propuestas numerosas extensiones y modificaciones del SP (también llamado en la literatura de compensador de tiempos muertos-DTC). En [108] se propone un nuevo controlador basado en modelo que permite obtener respuestas sin error de régimen permanente y transitorios adecuados para plantas con acción integradora. A partir de este trabajo diversos autores estudiaron el problema de mejorar la capacidad de rechazar perturbaciones del SP y propusieron algoritmos que pueden ser aplicados para perturbaciones medibles o no [94, 91]. Más recientemente fueron propuestas algunas modificaciones para mejorar las características de respuesta a cambios en la referencia y a perturbaciones de carga cuando la planta posee acción integradora y grandes retardos de tiempo [8, 59], o para desacoplar las respuestas a perturbaciones y referencia [114, 115]. También en un trabajo reciente [40] fue propuesto un algoritmo de control para sistemas no integradores con retardo que puede ser ajustado solamente usando tres parámetros, de forma similar a un controlador industrial tipo PID. Los resultados del caso monovariable fueron extendidos a sistemas multivariables con múltiples retardos en [86] y también fueron analizados posteriormente en otros trabajos [12, 92, 47].

La estabilidad de los sistemas en bucle cerrado que usan el SP fue estudiada de forma cuantitativa por primera vez en [33]. En este trabajo, usando la representación de estados, los autores demostraron porqué el SP no puede ser usado para el control de plantas inestables con retardo. Este resultado también fue probado en [63] usando el enfoque de control por modelo interno (IMC). Los esquemas de control propuestos en [33] y [108] pueden ser usados con plantas inestables si el algoritmo de control es implementado adecuadamente [91]. Para mejorar la capacidad de rechazo de perturbaciones de la estructura de control presentada en [33] fueron propuestas diversas modificaciones [91]. Sin embargo, este esquema de control que permite obtener mejores características de rechazo de perturbaciones, es en general, muy sensible a los errores de modelado

[91]. De forma general se puede decir que todas las modificaciones introducidas en el SP para mejorar sus características de rechazo de perturbaciones traen como consecuencia un aumento de la sensibilidad a los errores de modelado.

La estabilidad robusta del SP ha sido estudiada en varios trabajos. En [92] se utiliza por primera vez el concepto de “inestabilidad práctica” para mostrar que si el controlador primario no es ajustado correctamente, entonces el SP puede ser inestable si se consideran pequeños errores de modelado del tiempo muerto, a pesar de que, idealmente, el sistema diseñado tenga buenos valores del margen de fase y de ganancia. En [12] se utiliza un SP generalizado para sistemas multivariables para realizar un análisis de estabilidad basando en la Q-parametrización del controlador. En el mismo trabajo se muestran las limitaciones impuestas por las incertidumbres en el comportamiento del sistema de control y se presentan condiciones necesarias y suficientes para la estabilidad robusta del SP generalizado. Estos resultados fueron una generalización de los presentados en [88] para el caso de realimentación unitaria. De forma similar, en [63], se analizan varias de las propiedades del SP y se propone un ajuste robusto del SP usando el enfoque IMC. También en [99] y [90] se proponen otros ajustes del SP con el objetivo de obtener un comportamiento robusto. Una excelente revisión del SP y de varias modificaciones se puede encontrar en [91].

El SP surgió como una alternativa de control analógico para sistemas con retardo, sin embargo, en las aplicaciones actuales de compensación de tiempos muertos, las leyes de control son implementadas de forma digital. Las propiedades particulares de las versiones digitales del SP fueron analizadas por primera vez en [93]. Por otro lado los predictores óptimos (OPs) fueron originalmente propuestos en el dominio del tiempo discreto. Por este motivo, todo tipo de comparación entre estos algoritmos debe hacerse en el dominio de tiempo discreto.

El OP fue definido en el dominio del control óptimo, esto es, combinado con diversos controladores óptimos. Durante la última década, diversas estrategias de control basadas en el OP fueron propuestas, como por ejemplo: GMVC (“General Minimum Variance Controller”) [21], GPC (“Generalized Predictive Controller”) [23], EPSAC (“Extended Prediction Self Adaptive Control”) [48], EHAC (“Extended Horizon Adaptive Control”) [110]. La utilización del OP en estos controladores se debe a sus propiedades óptimas, esto es, el OP puede generar la “mejor” predicción de la salida de la planta en una configuración de bucle abierto que considera perturbaciones deterministas y estocásticas. Una interesante revisión del OP y de sus varias formulaciones puede ser encontrada en [31]. En los últimos años diversos autores [22, 98, 113, 62, 4], han analizado la robustez de algunos de los algoritmos de control basados en el OP, pero ninguno estudia la influencia del predictor en la robustez del sistema en bucle cerrado.

Una característica común de todas las estructuras de control óptimo que utilizan al OP es que el predictor es calculado considerando el comportamiento en bucle abierto de la planta, sin tener en cuenta que el mismo va a trabajar en bucle cerrado. En realidad, lo que importa cuando se controla un sistema usando predictores es el comportamiento en bucle cerrado del conjunto predictor-control primario. Por esto, en vez de utilizar predictores definidos con informaciones de bucle abierto (como se hace normalmente) deben ser analizados dos aspectos muy importantes al desarrollar un controlador predictivo: (a) el comportamiento del sistema en bucle cerrado frente a perturbaciones y cambios de consigna; (b) la robustez del sistema en bucle cerrado cuando se consideran errores de modelado.

Considerando estos dos aspectos, en esta tesis se estudian los sistemas de control derivados del predictor de Smith y los controladores predictivos cuando se aplican a procesos con retardo.

1.3 Objetivos

El objetivo principal de esta tesis es contribuir a mejorar la solución del control de sistemas con retardos utilizando estructuras basadas en predictores. Para ello se utilizará como objetivo de control la obtención de una determinada relación comportamiento-robustez del sistema en bucle cerrado. Se buscará en todo momento obtener soluciones de fácil implementación y utilización en el medio industrial para el control de sistemas con retardos, considerando fundamentalmente el comportamiento robusto de las mismas. Asimismo se buscará establecer resultados comparativos entre las diferentes estrategias de control de sistemas con retardos, apuntando las ventajas y desventajas de cada estrategia.

1.4 Estructura de la tesis

La tesis está organizada de la siguiente forma:

- En el capítulo 2 se hace una revisión de los compensadores de tiempo muerto. Se estudian y se comparan las diferentes soluciones propuestas en la literatura y sus propiedades. A partir de los resultados del análisis comparativo se proponen compensadores para sistemas con retardo que garantizan un funcionamiento robusto y pueden ser ajustados de forma muy simple.

- En el capítulo 3 se presenta un estudio del GPC que demuestra que es equivalente a un sistema compuesto por un predictor óptimo y un control primario. A partir de este resultado se realiza un análisis de comportamiento y robustez del GPC para compararlo con el DTC.
- El capítulo 4 presenta un nuevo algoritmo de control predictivo que puede ser usado con plantas multivariables estables. Este algoritmo utiliza parte de las ideas del predictor de Smith y parte de las ideas del GPC, por lo que se le define como el GPC basado en el predictor de Smith. Para mostrar las cualidades del algoritmo propuesto se muestran diversos resultados de simulación y experimentales.
- En el capítulo 5 se propone un nuevo método de ajuste de los polinomios de filtrado en el GPC para mejorar su robustez y que se aplica a plantas monovariables y multivariables estables o inestables.
- El capítulo 6 propone una estructura unificada para el problema de predicción y control y presenta la idea “Predicción para Control” que da el título a la tesis. Se desarrollan dos métodos de cálculo de la ley de control que solucionan este nuevo problema de control.
- El último capítulo resume las conclusiones y perspectivas futuras del trabajo.
- Finalmente, en los apéndices A-E se presentan algunos resultados de ecuacionamiento y modelado que fueron extraídos de los capítulos para que la presentación de los mismos sea más clara.

Capítulo 2

El predictor de Smith y modificaciones

Los retardos entre las variables de entrada y salida de los procesos aparecen en muchas plantas industriales, sistemas biológicos y también en sistemas económicos o sociales. En la mayoría de los casos estos retardos se deben al transporte de masa o energía dentro del proceso, pero también pueden ser asociados al efecto producido por la acumulación de un gran número de sistemas de bajo orden.

La aparición de un retardo en el bucle de control de un proceso tiene efectos perjudiciales. Por un lado el retardo (también llamado tiempo muerto o tiempo de atraso de transporte) disminuye considerablemente la fase del sistema lo que produce una disminución de los márgenes de ganancia y de fase del mismo. Por otro lado las relaciones entrada-salida del sistema con retardo dejan de ser racionales. Como consecuencia de esto el análisis y diseño de controladores para sistemas con retardo es más difícil [91]. Cuando se usan los métodos clásicos de control para compensar sistemas con retardo (como por ejemplo los controladores PID) es necesario utilizar ajustes muy conservadores (que producen respuestas muy lentas) para conseguir garantizar la estabilidad del sistema en bucle cerrado [40, 7]. En general, si el retardo es pequeño y el modelo del sistema sin retardo es de bajo orden, un ajuste correcto del PID permite obtener una solución aceptable. Pero si el retardo es grande y se desea obtener respuestas en bucle cerrado más rápidas, entonces es conveniente que se utilice un sistema de compensación del retardo. El predictor de Smith (“Smith predictor”, SP) [102] fue el primer sistema de control propuesto en la literatura que incluye un compensador de retardos (“dead-time compensator”, DTC) y quizás sea el sistema más conocido y utilizado en la práctica para resolver el control de los sistemas con retardo.

En los últimos 20 años diversos autores han analizado las propiedades del predictor de Smith y han sugerido métodos de ajuste o modificaciones de la estructura, siempre buscando mejorar algunas de sus características (una revisión de gran parte de estos métodos puede ser encontrada en [91, 71, 77]). En este capítulo el análisis del SP y de varias de las modificaciones propuestas en la literatura se enfoca desde la óptica de las aplicaciones industriales, utilizando siempre descripciones entrada-salida de la planta. Para ello se consideran los modelos de proceso con retardo más utilizados en los ambientes industriales: los que representan procesos estables con retardo y los que representan plantas integradoras con retardo. Primero se estudian las propiedades del algoritmo original propuesto por Smith. Seguidamente, y siempre teniendo en cuenta los dos tipos de procesos citados, se analizan las estructuras modificadas del SP para el caso general. Luego se desarrollan métodos de ajuste del sistema de control para modelos simples. Este punto tiene importancia fundamental en las aplicaciones pues los modelos simples son los más utilizados en la industria. Todo el análisis se hace primero para el caso continuo y a continuación se presenta un enfoque unificado en el dominio del tiempo discreto para el análisis y diseño de los DTC. Finalmente en la última parte del capítulo se generalizan las principales ideas del SP para el caso de procesos multivariantes (normalmente denominados procesos MIMO, "Multi-Input, Multi-Output").

2.1 El predictor de Smith

Cuando un proceso tiene retardo entre sus entradas y salidas es posible representarlo por una ecuación del tipo:

$$y(t) = G(s)u(t - L) + G_d(s)d(t - L_d), \quad (2.1)$$

donde $u(t)$ es la variable de control o entrada, $d(t)$ es una entrada de perturbación, $y(t)$ es la salida del proceso, L y L_d son los tiempos de retardo entre las entradas y la salida y $G(s)$ y $G_d(s)$ son dos funciones racionales propias. Este modelo es el que describe de forma más general al sistema y permite representar procesos en los cuales el retardo (L) entre el punto de entrada del control y la salida es diferente del retardo (L_d) entre el punto de entrada de la perturbación y la salida. Hay dos casos particulares simples de este modelo: el que considera perturbaciones a la salida de la planta $G_d(s) = 1, L_d = 0$ y el que considera perturbaciones a la entrada de la planta $G_d(s) = G(s), L_d = L$. De estos dos modelos particulares, el segundo es el más utilizado en los estudios de los sistemas de control para plantas con retardo, ya que este modelo representa el caso más desfavorable para el controlador, sobre todo en los casos de grandes retardos y procesos con dinámica lenta o integradora [91]. Para este caso, usando la representación en la

frecuencia compleja del retardo, el modelo del sistema resulta:

$$y(t) = G(s)e^{-Ls} [u(t) + d(t)] = P(s) [u(t) + d(t)]. \quad (2.2)$$

Al diseñar un controlador $C(s)$ para el proceso con retardo $P(s)$, la función de transferencia de bucle abierto $C(s)G(s)e^{-Ls}$ tiene el mismo módulo que $C(s)G(s)$ pero su fase tiende a $-\infty$ para altas frecuencias. Esto implica que el retardo hace disminuir el margen de fase del sistema y que, si $C(s)$ es ajustado para estabilizar $G(s)$, el sistema con retardo será inestable para valores de L mayores que un valor mínimo L_{min} . Por este motivo, si el proceso tiene un retardo no dominante (menor que el doble de la constante de tiempo equivalente del proceso) el ajuste de $C(s)$ se obtiene desintonizando el control calculado para $G(s)$. Por ejemplo en la industria, cuando se usan controladores PID, los operadores normalmente disminuyen la ganancia proporcional o aumentan el tiempo integral del PID para poder controlar al sistema cuando hay pequeños retardos. Pero cuando el retardo es dominante (mayor que dos constantes de tiempo equivalente del proceso) resulta más difícil controlar al sistema utilizando este tipo de ajuste.

La solución ideal para el problema del control en estos casos sería realimentar la salida del proceso sin retardo como se ve en la figura 2.1, de forma tal que $C(s)$ controle sólo a $G(s)$. Así, la salida real se obtiene retardando un tiempo L la señal controlada y_1 y la relación referencia-salida se calcula como:

$$y(t) = e^{-Ls}y_1(t) = \frac{C(s)G(s)}{1 + C(s)G(s)}e^{-Ls}r(t). \quad (2.3)$$

Esto muestra que, inclusive en el caso de poder realimentar la señal sin el retardo y de utilizar un control con ganancia infinita ($\frac{C(s)G(s)}{1+C(s)G(s)} = 1$), no es posible modificar la señal de salida antes de que transcurra el tiempo muerto L después de aplicar un cambio de consigna. Esto significa que no existe un control realizable que permita eliminar el retardo de la relación entrada-salida.

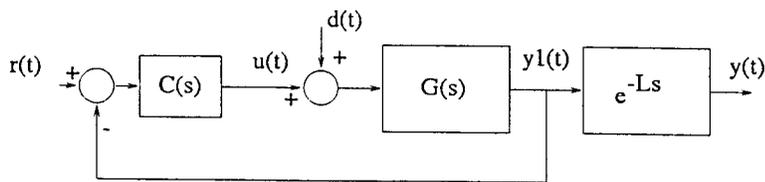


Figura 2.1: Control "ideal" de plantas con retardo.

La solución anterior no se puede implementar en la mayoría de los casos reales pues y_1 no se puede medir. Una solución simple para este problema fue propuesta por Smith [101] y está basada en el uso de un predictor ($G_n(s)$) en el esquema de control. La figura 2.2(a) muestra la estructura de control del predictor de Smith (SP). En esta

estrategia de control se realimenta la predicción de la salida del proceso en el tiempo t , que es calculada usando un modelo del proceso sin retardo ($G_n(s)$). Además, para que el sistema de control pueda corregir los efectos de los errores de modelado y el efecto de las perturbaciones, también se realimenta la diferencia entre la salida del proceso y la del modelo incluyendo el retardo ($P_n(s) = G_n(s)e^{-Ls}$) como se ve en el esquema de la misma figura. Se puede ver entonces que, si no hay errores de modelado ni perturbaciones, la diferencia entre la salida real y la predicha es cero y el controlador primario $C(s)$ podría ser ajustado, al menos en el caso nominal, utilizando el modelo del proceso sin retardo $G_n(s)$.

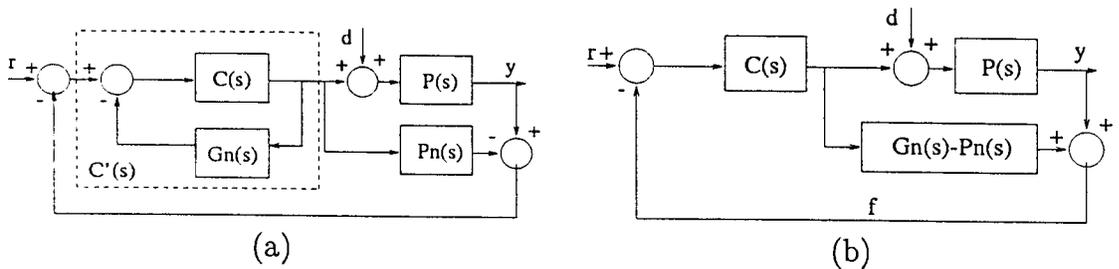


Figura 2.2: Estructura de control del predictor de Smith: (a) representación en la forma de IMC; (b) representación normal.

Existen tres propiedades fundamentales que deben ser analizadas al estudiar el sistema de control propuesto por Smith en el caso de modelado perfecto ($P(s) = P_n(s)$):

- Propiedad 1- El atraso es eliminado de la ecuación característica del sistema en bucle cerrado. Usando la figura 2.2(a) se puede obtener por simple álgebra de bloques que la ecuación característica es:

$$1 + C(s)G_n(s) = 0. \quad (2.4)$$

- Propiedad 2- Para cambios de referencia, la señal de realimentación f generada por el predictor que se muestra en la figura 2.2(b) se anticipa a la salida del proceso en un tiempo L :

$$f(t) = y(t + L), \quad (2.5)$$

aunque esta propiedad no es válida para las entradas de perturbación ya que:

$$f(t) = y(t + L) + P_n(s) [d(t) - d(t + L)]. \quad (2.6)$$

Se puede deducir de esta última relación que si los cambios en la dinámica de la perturbación son lentos ($d(t) \approx d(t+L)$), entonces $f(t)$ será una buena predicción de $y(t)$ en $t = L$ pero, en el caso de que $d(t)$ cambie rápidamente, no será posible eliminar el efecto de la perturbación de la señal de realimentación $f(t)$.

- Propiedad 3- La estructura del SP factoriza, de forma implícita, el proceso en dos partes: G_n , que es la parte invertible y e^{-Ls} , que es la parte no invertible debido al retardo (no se consideran en este análisis los efectos de los ceros con parte real positiva*). Usando esta idea de la factorización del proceso y considerando que podría ser aplicado un controlador primario ideal (un control de ganancia infinita) entonces se obtiene que (ver figura 2.2(a)):

$$C'(s) = \frac{C(s)}{1 + C(s)G_n(s)} = (G_n(s))^{-1}, \quad (2.7)$$

lo que genera una salida ideal:

$$y(t) = r(t - L) + P_n(s) [d(t) - d(t - L)]. \quad (2.8)$$

Se observa que la función de transferencia ideal entre la referencia y la salida es un simple retardo y que el resultado coincide con el obtenido en el caso de poder realimentar la salida sin retardo. A pesar de que esta función de transferencia ideal no puede ser conseguida en la práctica, da una buena idea de las cualidades del SP y al mismo tiempo una cota superior para el comportamiento en bucle cerrado que puede obtenerse con esta estructura. Este concepto del control ideal ha sido analizado en el contexto del control por modelo interno (“Internal Model Control” IMC) [34]. El análisis de las limitaciones impuestas por el retardo en el comportamiento del sistema de control han sido estudiadas con detalle en [44].

Aún sin considerar la solución ideal de ganancia infinita, una lectura superficial de las propiedades del SP puede llevar a la errónea conclusión de que el ajuste del controlador primario $C(s)$ podría hacerse considerando apenas el modelo de la planta sin retardo y que los transitorios del sistema en bucle cerrado podrían ser arbitrariamente acelerados. Sin embargo, un análisis más detallado de las propiedades y de las ecuaciones anteriores permite determinar algunas limitaciones del SP, ya sea en su aplicación como en el ajuste de sus parámetros:

- La primera limitación está relacionada con el ajuste del control primario. Si $C(s)$ se ajustase teniendo en cuenta solamente la ecuación característica (2.4), el sistema en bucle cerrado podría resultar inestable para errores de modelado $(P(s) - P_n(s))$ muy pequeños.
- La segunda limitación está relacionada con la estructura del SP: el sistema de control no puede ser utilizado con procesos que tengan polos con parte real positiva y si el proceso es integrador la implementación no puede hacerse directamente usando los diagramas de la figura 2.2.

*Un análisis de las limitaciones impuestas por los ceros de fase no mínima en el comportamiento del sistema de control ha sido estudiada con detalle en [45].

- La tercera limitación está relacionada con el rechazo de las perturbaciones. Si la planta es estable, no es posible definir arbitrariamente el comportamiento del sistema frente a perturbaciones de carga con el simple ajuste del control primario. Y si la planta es integradora, el sistema no puede rechazar perturbaciones constantes en régimen permanente.

Para poder entender claramente el porque de estas tres características del SP basta con calcular las relaciones de bucle cerrado del sistema que aparece en la figura 2.2. En el caso nominal, esto es, cuando el modelo de la planta es perfecto ($P(s) = P_n(s)$) las relaciones entre r , d e y se pueden escribir como sigue:

$$H_r(s) = \frac{y}{r} = \frac{C(s)P_n(s)}{1 + C(s)G_n(s)}, \quad (2.9)$$

$$H_d(s) = \frac{y}{d} = P_n(s) \left[1 - \frac{C(s)P_n(s)}{1 + C(s)G_n(s)} \right]. \quad (2.10)$$

Para considerar el efecto de los errores de modelado se supondrá que las incertidumbres pueden ser descritas por un modelo aditivo no estructurado con $P(s) = P_n(s) + DP(s)$. Esta descripción de los errores de modelado no es la única posible pero se ha escogido en esta tesis para la realización de los estudios comparativos de robustez entre los diferentes sistemas de control y será utilizada también en los próximos capítulos*.

Bajo esta hipótesis es posible calcular una medida de la robustez del sistema de control considerando, para cada frecuencia, el módulo del máximo error de modelado aditivo admisible para que se mantenga la estabilidad del bucle cerrado. Este índice de robustez se puede calcular [63] como:

$$\Delta P(\omega) = \frac{|1 + C(j\omega)G_n(j\omega)|}{|C(j\omega)|} \quad \forall \omega > 0 \quad (2.11)$$

A partir de las expresiones anteriores se puede deducir que:

- Si $C(s)$ es elegido para conseguir respuestas muy rápidas en bucle cerrado (H_r con ancho de banda grande) entonces el sistema tendrá un índice de robustez muy pequeño (valores pequeños de $\Delta P(\omega)$) ya que como se deduce de las ecuaciones (2.9) y (2.11):

$$\Delta P(\omega) = \frac{|P_n(j\omega)|}{|H_r(j\omega)|} \quad \forall \omega > 0. \quad (2.12)$$

*En el apéndice A de este trabajo se justifica la elección de este tipo de representación para el estudio de la robustez.

Como el módulo de $P_n(s)$ es muy pequeño en altas frecuencias (los procesos reales tienen características pasa bajos) y el ancho de banda de $H_r(s)$ es grande ($|H_r(j\omega)| \approx 1$ en altas frecuencias) el índice de robustez será muy pequeño. Esto significa que si $C(s)$ no es adecuadamente escogido y ajustado, pequeños errores de modelado podrán causar la inestabilidad del sistema [88].

- Los polos de $P(s)$ no pueden ser eliminados de la función de transferencia perturbación-salida (excepto un polo en $s = 0$). Esto tiene tres consecuencias importantes:
 1. El SP no puede ser utilizado con procesos inestables en bucle abierto pues la respuesta a las perturbaciones sería inestable.
 2. Si los polos del proceso son más lentos que los deseados para el bucle cerrado (para la relación y/r), entonces no será posible acelerar la respuesta a las perturbaciones con el ajuste de C ya que los polos lentos dominarán los transitorios. En la práctica, este problema solamente aparece cuando los retardos son pequeños comparados con relación al tiempo de respuesta, ya que en los otros casos la norma general es diseñar el sistema de control para conseguir en el bucle cerrado tiempos de respuesta similares a los de bucle abierto. Resulta claro que no se justifica diseñar al sistema con polos muy rápidos si su efecto en el bucle cerrado no va a ser apreciado y al mismo tiempo se perjudica la robustez del sistema de control.
 3. Si la planta tiene un polo en $s = 0$ (es integradora) y el resto de los polos con parte real negativa, entonces la raíz en $s = 0$ del denominador de y/d se cancela con la misma raíz del numerador de y/d , por lo que la ganancia estática de y/d es una constante. Esto implica que el sistema en bucle cerrado puede funcionar de manera estable con plantas integradoras pero que no puede rechazar perturbaciones constantes en régimen permanente (para hacerlo la ganancia de y/d para frecuencia cero debería ser cero). Para ver de una manera simple esta propiedad, se considera nuevamente el caso ideal ($C(s)$ con ganancia infinita). En este caso, la ecuación (2.10) se escribe:

$$H_d = \frac{G_e(s)}{s} e^{-Ls} (1 - e^{-Ls}), \quad (2.13)$$

donde $G_n = G_e(s)/s$ y $G_e(s)$ es la parte estable de la planta. Considerando el límite para $s \rightarrow 0$ se obtiene:

$$\lim_{s \rightarrow 0} H_d(s) = LG_e(0), \quad (2.14)$$

lo que demuestra que el sistema no rechaza a la perturbación constante ya que $G_e(0) \neq 0$.

Finalmente, para mantener la estabilidad interna en el caso de plantas integradoras, el SP no puede ser implementado como en la figura 2.2(a). Para

probar esto se considera modelado perfecto y que el sistema esta en régimen permanente. Si se aplica una perturbación constante a la salida del control primario equivalente $C'(s)$, ésta afectará por igual al modelo $P_n(s)$ y al proceso $P(s)$. Así, como se supone $P_n(s) = P(s)$, no existirá señal de realimentación y el control permanecerá en el valor que se encontraba antes de la perturbación. Pero dado que la planta es integradora, la salida del sistema crecerá indefinidamente.

Para que el sistema de control sea internamente estable debe implementarse como se muestra en la parte (b) de la figura 2.2 pero utilizando la transferencia no dinámica y estable equivalente de $G_n - P_n$. Esta implementación sin el polo en el origen (lo que se consigue cancelando la raíz en $s = 0$ del numerador y denominador de $G_n - P_n$) permite que el sistema sea internamente estable aún cuando $P(s)$ es integradora. El cálculo de esta forma no dinámica en el caso continuo se analiza con detalle en [91].

Los problemas de estabilidad interna apuntados no deben ser necesariamente considerados en el caso de una implementación digital de la ley de control, ya que en este caso la estructura final del controlador no se corresponde con las de la figura 2.2.

- Si $C(s)$ se ajusta para obtener una determinada respuesta a perturbaciones, entonces no es posible obtener simultáneamente una respuesta arbitraria para cambios de referencia. Para entender esta limitación basta observar que $C(s)$ es el único parámetro ajustable de la estructura de control y por lo tanto, en general, no se puede escoger para definir los polos y ceros de las funciones de transferencia (2.9) y (2.10). Es bien conocido que no es suficiente con fijar la posición de los polos de bucle cerrado para definir la respuesta de un sistema y que la posición de los ceros juega también un papel importante [64]. Este problema es común a todas las estructuras de control de un solo grado de libertad (que tienen un único bloque de control para ajustar la respuesta) y por lo tanto no sólo un inconveniente del SP.

Los problemas del SP citados han sido objetivo de estudio en muchas ocasiones durante los últimos años. Los diferentes trabajos presentados con modificaciones del SP para el caso SISO pueden ser clasificados en los siguientes grupos:

- por el tipo de proceso: estable (E), integrador (INT) o inestable (I);
- por el tipo de estructura: con un grado de libertad (UGL) o dos grados de libertad (DGL);
- por el tipo de modelo del proceso usado para el ajuste: modelo simple de primer orden (s) o modelo completo de cualquier orden (c);

- por el objetivo de la modificación: para analizar o mejorar la robustez (R), para mejorar el rechazo a las perturbaciones (RP) o para el seguimiento de referencias (SR);
- por la metodología de ajuste: simple y con pocos parámetros (SIM) o compleja (COM).

Para que el análisis que se presenta en los próximos apartados sea más claro, en la tabla 1 se resumen de forma cronológica todos los trabajos que se estudian en este capítulo relacionados con el control de plantas SISO en el dominio de tiempo continuo. Dado que todas las estructuras estudiadas proponen modificaciones al trabajo original de Smith, se destaca en la tabla 1 el tipo de modificación propuesto por cada una y el grupo en que se clasifica.

1º Autor-año	Planta	Control	Modelo/Ajuste	Objetivo	Ref.
Palmor 80	E	UGL	C/COM	R	[88]
Watanabe 81	E/I	UGL	C/COM	RP	[108]
Palmor 85	E	UGL	C/COM	RP	[94]
Morari 89	E	UGL	S/SIM	SR+R	[63]
Huang 90	E	DGL	C/COM	RP	[46]
Santacesaria 93	E	UGL	S/SIM	R	[99]
Aström 94	INT	DGL	S/COM	RP+SR	[8]
Hagglund 96	E	UGL	S/SIM	RP+SR	[40]
Matausek 96	INT	DGL	S/SIM	RP+SR	[59]
Zhang 96	INT	DGL	S/SIM	RP+SR	[114]
Tan 96	E	UGL	S/COM	R	[104]
Lee 96	E	UGL	S/SIM	R	[55]
Normey 97 *	E	DGL	S/SIM	R	[67]
Zhang 98	E	DGL	S/SIM	RP+SR	[115]
Normey 99a*	INT	DGL	S/SIM	RP+SR+R	[75]
Normey 99b*	E/INT	DGL	S/SIM	RP+SR+R	[77]

Tabla 1: Resumen de las modificaciones del predictor de Smith para procesos mono-variables (* aportaciones originales de esta tesis que serán analizadas en este capítulo).

En los apartados que siguen, el estudio de las diferentes modificaciones se organiza por el tipo de planta controlada. Primero se estudian los trabajos que proponen mejorar

la solución de Smith en el caso de plantas estables y luego los que analizan los procesos integradores. A continuación se proponen soluciones para procesos modelados por funciones de transferencia simples que permiten ajustar el sistema de control con pocos parámetros. Para el control de plantas estables e integradoras con grandes retardos se analizan con detalle dos estructuras que permiten obtener soluciones robustas y de ajuste muy simple y que constituyen aportaciones originales de esta tesis. Las buenas prestaciones que se obtienen con estos algoritmos propuestos en esta tesis, se demuestran en aplicaciones reales y en sistemas simulados.

2.2 DTC para plantas estables

Como se ha mencionado anteriormente, el ajuste del SP debe considerar el compromiso entre comportamiento y robustez. Algunos trabajos se han limitado a analizar la estructura propuesta por Smith sin modificarla. Por ejemplo, en [88] se analiza la estabilidad del SP frente a errores de modelado infinitesimales y se define el concepto de estabilidad práctica. En su análisis, estos autores muestran (de forma similar a lo expuesto en el apartado anterior) que a pesar de que el control primario se ajuste para el caso nominal con buenos márgenes de fase y de ganancia, el sistema puede tornarse inestable para errores infinitesimales en la estimación del retardo. En [63] los autores estudian algunos de los “mitos” del SP, destacando por ejemplo, que la estructura del SP no aumenta la sensibilidad del sistema a los errores de modelado y que por lo tanto la estabilidad robusta del sistema depende solamente del ajuste del control primario $C(s)$. En el mismo trabajo se propone un ajuste del SP usando la técnica del IMC que considera el comportamiento robusto como especificación de control. También en [99] y [55] se proponen diferentes ajustes de los parámetros del SP con el objetivo de mejorar la robustez del sistema.

Todos estos resultados pueden ser analizados usando las ecuaciones (2.9-2.11) y una estimación de las incertidumbres del proceso. Así, fijado el modelo P_n y una estimación de las incertidumbres, el mejor ajuste del controlador primario podría ser aquél que permite obtener la respuesta nominal más rápida siempre que se mantengan las condiciones de estabilidad robusta dadas por la ecuación (2.11). Pero considerando que el conjunto de especificaciones de control puede ser diferente de un caso a otro, no se puede hablar de un único procedimiento de ajuste que sea el óptimo. Por otra parte, en todos los métodos de ajuste que aquí se analizan, el control primario $C(s)$ siempre incluye un integrador de forma tal que el sistema en bucle cerrado pueda seguir sin error a las referencias de tipo escalón (que son las más usuales en la industria).

Para mejorar la capacidad de rechazo a las perturbaciones del SP varios autores

han propuesto modificaciones a la estructura original. En la mayoría de los casos las propuestas consisten en la utilización de una estructura con dos grados de libertad, que permite conseguir una solución con un buen compromiso entre el comportamiento en bucle cerrado (tanto para cambios de consigna como para rechazo de perturbaciones) y la robustez.

Para el caso de perturbaciones medibles, Palmor y Powers [94] proponen una modificación muy simple del SP que incluye un lazo de prealimentación. En la figura 2.3 se puede apreciar esta modificación para el caso más simple, con una perturbación a la entrada de la planta.

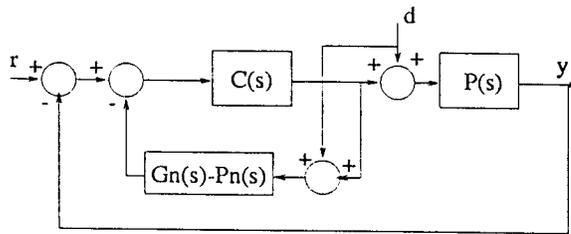


Figura 2.3: Predictor de Smith con un lazo de prealimentación.

La función de transferencia y/d para esta nueva estructura de control es:

$$\frac{y}{d} = P_n(s) \frac{-1}{1 + C(s)G_n(s)}, \quad (2.15)$$

lo que muestra que el retardo ha sido eliminado del segundo factor de la relación y/d (compárese este resultado con el de la ecuación (2.10)). Para resolver el caso general, en el cual la perturbación puede entrar en diferentes puntos del proceso y con diferentes retardos, es necesario agregar otros bloques a la estructura de la figura 2.3. Este caso no será analizado aquí; véase [94] para un estudio detallado.

Otra modificación que tiene los mismos objetivos que la anterior, pero que también puede ser usada para perturbaciones no medibles, fue presentada por Huang y co-autores en [46]. La estructura de control de esta nueva estrategia se muestra en la figura 2.4(a). En este caso, la idea de algoritmo es calcular $Q(s)$ como la inversa del retardo. Así, los autores proponen que $Q(s)$ sea escogido como:

$$Q(s) = \frac{1 + B(s)}{1 + B(s)e^{-Ls}}, \quad B(s) = \frac{b_0}{b_1s + 1}, \quad (2.16)$$

que consiste en una aproximación de la inversa del retardo en bajas frecuencias. En este caso el objetivo es acelerar la respuesta transitoria a las perturbaciones. Las reglas

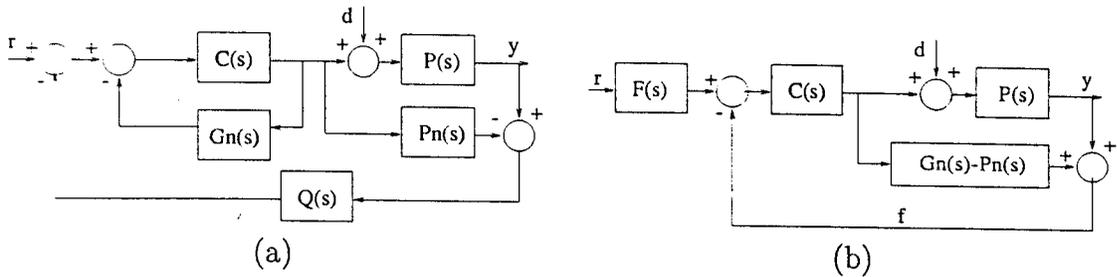


Figura 2.4: Estructuras de los predictores de Smith modificados: (a) con un filtro en el error de predicción; (b) con un filtro de referencia.

de ajuste y los valores de los parámetros del filtro pasa bajos de alta ganancia $B(s)$ (b_0 y b_1) pueden ser encontradas en [46]. Debe observarse aquí, que para este sistema de control y/d viene dada por:

$$H_d(s) = \frac{y}{d} = P_n(s) \left[1 - \frac{C(s)Q(s)G_n(s)e^{-Ls}}{1 + C(s)G_n(s)} \right], \quad (2.17)$$

con lo cual, si $Q(s)$ es una buena aproximación de e^{Ls} , el retardo puede ser eliminado de la relación y/d . Un buen ajuste de $Q(s)$ debería garantizar que:

$$H(s) = \frac{C(s)Q(s)G_n(s)e^{-Ls}}{1 + C(s)G_n(s)}, \quad (2.18)$$

esté lo más próximo de la unidad para todos los valores de frecuencia dentro del ancho de banda deseado para el sistema, lo que implica que $|H(s)|$ este próximo de la unidad. Sin embargo, debe ser destacado que las mejoras en la respuesta a las perturbaciones es mínima si el retardo es dominante [91]. Por otro lado también debemos prestar atención en el índice de robustez del controlador que viene dado por:

$$\Delta P(\omega) = \frac{|1 + C(j\omega)G_n(j\omega)|}{|C(j\omega)Q(j\omega)|} = \left| \frac{G_n(j\omega)}{H(j\omega)} \right| \quad \forall \omega > 0, \quad (2.19)$$

donde $|H(s)|$ aparece en el denominador, por lo que nuevamente, el ajuste final de $Q(s)$ debe considerar el compromiso entre robustez y comportamiento.

La misma estructura de la figura 2.4(a) fue usada por Normey-Rico y co-autores [67] para mejorar la robustez del SP en el caso de controlar procesos con incertidumbres en el retardo. En este caso $Q(s)$ es un simple filtro pasa bajos que se usa para aumentar $\Delta P(\omega)$ en las altas frecuencias (ver ecuación (2.19)). Este esquema de compensación, que es parte de las contribuciones de esta tesis, se estudia con detalle en el apartado 2.4. Una característica importante de este esquema de control es que el comportamiento nominal a los cambios de consigna no se modifica con el ajuste del filtro $Q(s)$, ya que éste sólo afecta al índice de robustez.

En otros casos, como por ejemplo en el controlador propuesto por Normey-Rico y Camacho [77], se utiliza un filtro de referencia para mejorar la respuesta a los cambios de consigna, mientras que el ajuste de $C(s)$ se hace para definir el rechazo a las perturbaciones (ver ecuaciones (2.9-2.11)). Este esquema de control se ha dibujado en la figura 2.4(b) donde se observa que los bloques han sido reordenados para mostrar separadamente las acciones del predictor (que genera la señal f) y del control primario. Este controlador es de hecho un predictor de Smith con dos grados de libertad. Como se observa en la figura, $F(s)$ solo afecta al seguimiento de consignas. Cuando se ajusta $C(s)$ para acelerar la respuesta de rechazo a las perturbaciones, se obtiene una función de transferencia y/r que tiene sus ceros mal posicionados, lo que deteriora la respuesta transitoria a los cambios de consigna. Así, en un segundo paso del diseño, el filtro $F(s)$ se ajusta para cancelar o atenuar el efecto negativo de los ceros en los transitorios mencionados. Esta estructura y su ajuste son contribuciones de esta tesis y se analizan con detalles en el apartado 2.4.

Otra idea muy simple pero muy interesante y que no modifica la estructura original de Smith fue presentada por Watanabe e Ito [108]. En esta estrategia, lo que se propone es utilizar un modelo nominal sin retardo (G_n de la figura 2.2) también llamado modelo rápido, diferente del utilizado por Smith. Este modelo rápido, de ahora en adelante llamado $G_m(s)$, se calcula de forma tal que los polos de bucle abierto del proceso sean eliminados de la relación y/d . De esta forma, los polos lentos de bucle abierto son eliminados del lazo de realimentación interna del sistema de control ($G_m(s) - P_n(s)$) y el controlador primario $C(s)$ se ajusta considerando al modelo rápido $G_m(s)$ como si fuera el modelo nominal sin retardo. De nuevo aquí, como en los casos anteriores, la modificación propuesta permite mejorar la dinámica del rechazo a las perturbaciones de forma apreciable solamente cuando el retardo es no dominante. Como ya se explicó en el apartado anterior, esto se debe fundamentalmente a que sólo en el caso de que el retardo sea no dominante, interesa conseguir polos de bucle cerrado más rápidos que los de bucle abierto. En esta estructura, el ajuste de $C(s)$ es más difícil que en el caso normal, pues el modelo rápido $G_m(s)$ es generalmente más complejo que $G_n(s)$. Por otro lado esta estructura tiene una ventaja adicional, ya que puede ser utilizada para controlar plantas inestables. El procedimiento de cálculo de G_m se analizará con detalles en el próximo apartado para el caso de plantas integradoras.

Recientemente, Zhang y co-autores [115] han propuesto otra estructura para controlar procesos estables con retardo que tiene por objetivo obtener un desacoplo entre las respuestas de rechazo a perturbaciones y de cambio de consigna (ver figura 2.5(a)).

Nuevamente, considerando modelado perfecto, las relaciones de bucle cerrado son:

$$H_r = C(s)P_n(s), \quad H_d = \frac{P_n(s)}{1 + P_n(s)M(s)}, \quad (2.20)$$

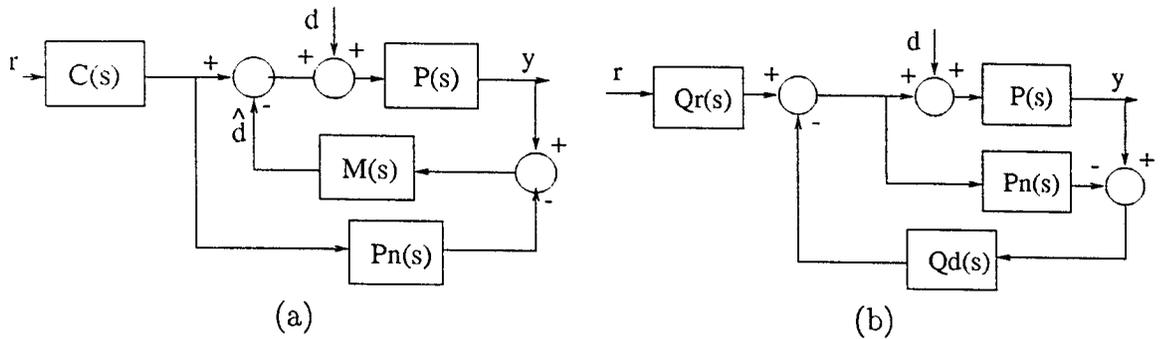


Figura 2.5: (a) Predictor de Smith modificado por Zhang y co-autores. (b) Controlador IMC con dos grados de libertad.

por lo que las respuestas de seguimiento de consignas y de rechazo de perturbaciones están desacopladas. Como en este caso $C(s)$ es un controlador en bucle abierto, la estabilidad robusta del sistema depende sólo de $M(s)$ y el índice de robustez se calcula como:

$$\Delta P(\omega) = \frac{1}{|M(j\omega)|} \quad \forall \omega > 0, \quad (2.21)$$

por lo que $M(s)$ debe tener características paso bajo y su ajuste debe hacerse para verificar la ecuación (2.21) y para obtener al mismo tiempo la mayor frecuencia de corte para H_d .

A pesar de que las estructuras de los controladores analizados en este apartado permiten que se apliquen a cualquier proceso estable, en todos los casos los autores solamente analizan reglas de ajuste de parámetros para modelos de proceso muy simples. Por este motivo y porque estos modelos simples son de gran importancia práctica, las reglas de ajuste de parámetros se analizan especialmente en el apartado 2.4.

Para finalizar este apartado, se debe mencionar que las estructuras de las figuras 2.4 y 2.5(a) son similares al controlador por modelo interno (IMC) con dos grados de libertad que se muestra en la figura 2.5(b) [63]. En este controlador, $Q_d(s)$ define la estabilidad robusta y el rechazo a perturbaciones mientras que $Q_r(s)$ define la respuesta a cambios de referencia. En el IMC el ajuste de $Q_d(s)$ y $Q_r(s)$ se realiza considerando el tipo de señal que actúa sobre el sistema y utilizando criterios de control óptimo [63].

2.3 DTC para procesos integradores

Como se estudió en el apartado 2.1, el SP no puede usarse con plantas inestables en bucle abierto y además, en el caso de procesos integradores el sistema de control no es capaz de rechazar perturbaciones constantes a la entrada del proceso. Tampoco ninguno de los DTCs estudiados en el apartado anterior resuelven este problema, ya que no eliminan los polos del proceso de la función de transferencia y/d .

Como se comentó en el apartado anterior, Watanabe e Ito [108] propusieron un ajuste diferente del modelo rápido del predictor de Smith que permitía, no solamente mejorar el rechazo de perturbaciones sino también controlar plantas inestables. En su trabajo, los autores justifican su modificación en el hecho de que el SP no es capaz de rechazar perturbaciones de carga constantes a la entrada del proceso si éste tiene características integradoras (como ya fue demostrado en el apartado 2.1). Recientemente, diversos autores han propuesto otras modificaciones del SP original para mejorar el comportamiento en bucle cerrado del sistema de control cuando el proceso es integrador y posee un retardo dominante [8, 59, 114]. El algoritmo de Aström y co-autores [8] fue comparado al propuesto por Watanabe e Ito para mostrar cómo el primero mejoraba la respuesta del segundo a los cambios de referencia manteniendo las mismas prestaciones en el rechazo de perturbaciones. La solución propuesta posteriormente por Matausek y Micić [59] para el mismo problema, permite obtener resultados muy parecidos a los de Aström y co-autores, pero utiliza una estructura mucho más simple y fácil de ajustar. Zhang y Sun [114] propusieron una modificación del controlador propuesto en [8] que resulta más general y también más fácil de ajustar. Sin embargo, ninguno de estos trabajos analiza la robustez del sistema de control propuesto y solamente utilizan ejemplos de simulación para ver el efecto de los errores de modelado en el sistema. Por otro lado, en un trabajo reciente [75] Normey-Rico y Camacho demostraron que incluyendo un filtro de referencia en la estructura del compensador de retardos de Watanabe e Ito y ajustando adecuadamente el modelo rápido y el control primario, es posible obtener unas prestaciones equivalentes a los controladores presentados en [8] y [59] tanto para el rechazo de perturbaciones como para el seguimiento de consignas. Todas las estructuras mencionadas se pueden representar por los diagramas de la figura 2.6. El controlador de Normey-Rico y Camacho se representa en el diagrama de la figura 2.6(a). Este mismo diagrama representa al controlador de Watanabe e Ito cuando el filtro de referencia es $F(s) = 1$. Por este motivo, para el análisis comparativo entre las estructuras (a) y (b) de la figura 2.6 que se realiza a continuación, solamente se considerará el compensador propuesto por Normey-Rico y Camacho ya que es más general que el de Watanabe e Ito.

En el esquema de la figura 2.6(b) se representan los otros tres compensadores. En todos los casos $C(s)$ y $M(s)$ son las partes ajustables del control. Para el compensador

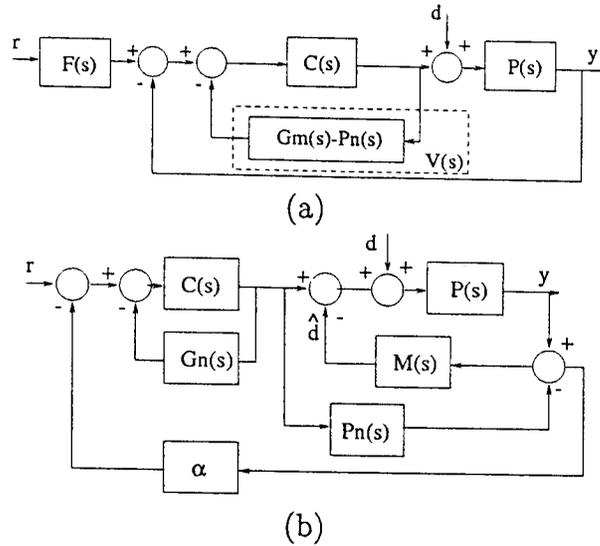


Figura 2.6: (a) Estructura de los DTCs propuestos por Watanabe e Ito y Normey-Rico y Camacho; (b) Estructura de los DTCs propuestos por Aström y co-autores, Matausek y Micić y Zhang y Sun.

de Matausek y Micić $\alpha = 1$ y para los otros dos compensadores $\alpha = 0$. Es importante destacar que los tres algoritmos representados en la figura 2.6(b) usan como idea principal la de realimentar una estimación de la perturbación (\hat{d}) como elemento atenuante de los efectos de d en la salida del sistema. A pesar de que estos tres controladores tienen la misma estructura, el procedimiento de ajuste es diferente. Aquí solamente se utilizará el compensador de Zhang y co-autores para el estudio comparativo ya que: (i) la solución propuesta por Aström y co-autores da los mismos resultados y su ajuste es más difícil que la de Zhang y co-autores; (ii) el compensador de Matausek y Micić sólo puede ser aplicado a modelos simples de proceso y este caso será estudiado con detalles en el próximo apartado.

En el compensador propuesto por Normey-Rico y Camacho [75], que es parte de las contribuciones de esta tesis, el primer objetivo es calcular G_m para eliminar el polo inestable del bucle interno del sistema de control. Después, en un segundo paso, se calculan $C(s)$ y $F(s)$ para obtener las prestaciones y robustez deseadas. Es simple probar que escogiendo $G_m(s)$ de esta forma, el sistema resultante rechaza perturbaciones del tipo escalón a la entrada del proceso. Para ello se utiliza el diagrama de la figura 2.6(a), se supone que el proceso tiene un polo en $s = 0$ y que la parte estable y sin retardo del mismo se representa por $G_e(s)$:

$$P(s) = G_e(s) \frac{e^{-Ls}}{s}. \quad (2.22)$$

Es un resultado conocido del control clásico que el controlador equivalente en el bucle

directo debe tener acción integral para que el sistema en bucle cerrado rechace las perturbaciones de tipo escalón a la entrada del proceso. Así, si se supone que el controlador $C(s)$ tiene acción integral (lo que es usual en la práctica), el bucle interno representado por $V(s)$ debe tener ganancia cero para frecuencia cero:

$$\lim_{s \rightarrow 0} V(s) = \lim_{s \rightarrow 0} \left[G_m(s) - G_e(s) \frac{e^{-Ls}}{s} \right] = 0. \quad (2.23)$$

Eligiendo el modelo rápido como $G_m(s) = G_e(s) \frac{N(s)}{s}$, el numerador adicional $N(s)$ puede ajustarse para que se verifique la ecuación (2.23):

$$\lim_{s \rightarrow 0} G_e(s) \left[\frac{N(s) - e^{-Ls}}{s} \right] = 0. \quad (2.24)$$

Usando las propiedades de los límites se prueba que $N(s)$ debe verificar las dos condiciones siguientes:

$$N(0) = 1, \quad \left. \frac{dN(s)}{ds} \right|_{s=0} = -L. \quad (2.25)$$

La solución más simple para este caso es $N(s) = 1 - Ls$, por lo que el modelo rápido del sistema es elegido como:

$$G_m(s) = G_e(s) \frac{1 - Ls}{s}. \quad (2.26)$$

Una vez elegido G_m resulta claro ver que el ajuste de $C(s)$ es más difícil que en el SP tradicional, ya que la nueva planta rápida que debe ser controlada tiene la misma dinámica de $G_e(s)$ más un cero de fase no mínima en $s = 1/L$.

También debe ser destacado que la implementación final del algoritmo debe hacerse de forma tal que la función de transferencia del bucle interno $V(s) = G_m(s) - P_n(s)$ sea estable. Si esta restricción en la implementación no se respeta, entonces el sistema resultante será internamente inestable [91, 63]. De hecho, de todas las estructuras analizadas, ésta es la única que permite controlar sistemas con polos con parte real positiva y no solamente con polos en el origen. La demostración de esta propiedad no se analizará aquí ya que el estudio se limita al caso integrador. Sin embargo, cabe mencionar que la demostración del caso general es similar a la aquí expuesta para el caso del polo en $s = 0$.

Las relaciones entrada-salida y el índice de robustez del compensador de Zhang y co-autores son (considerando modelado perfecto):

$$\frac{y}{r} = \frac{C(s)P_n(s)}{1 + C(s)G_n(s)}, \quad \frac{y}{d} = \frac{P_n(s)}{1 + M(s)P_n(s)}, \quad (2.27)$$

$$\Delta P(\omega) = \frac{1}{|M(j\omega)|}, \quad \omega > 0, \quad (2.28)$$

y las del compensador de Normey-Rico y Camacho son:

$$\frac{y}{r} = \frac{F(s)C(s)P_n(s)}{1 + C(s)G_m(s)}, \quad \frac{y}{d} = P_n(s) \left[1 - \frac{C(s)P_n(s)}{1 + C(s)G_m(s)} \right], \quad (2.29)$$

$$\Delta P(\omega) = \frac{|1 + C(j\omega)G_m(j\omega)|}{|C(j\omega)|}, \quad \omega > 0. \quad (2.30)$$

De las relaciones anteriores se puede ver que todas las conclusiones que se obtuvieron para el caso estable son también válidas para este caso. En el diseño de ambos controladores se ajusta primero la respuesta de rechazo a las perturbaciones y la robustez. Posteriormente, en un segundo paso, se ajusta la respuesta de seguimiento de consignas. Sin embargo, debe tenerse en cuenta que las características integradoras de la planta hacen que el ajuste en este caso sea más complejo que en el caso estable.

A pesar de que ambas estructuras pueden ser utilizadas para controlar un proceso genérico con integración y retardo, en todos los casos los procedimientos de ajuste que se proponen en la literatura se ocupan apenas del caso en que la parte estable del proceso $G_e(s)$ puede ser bien modelada por $G_n(s) = K_v/s$, o de forma equivalente $P_n(s) = \frac{K_v}{s} e^{-Ls}$ es usado como modelo nominal de la planta real $P(s) = G(s)e^{-Lr s}$. Por su importancia práctica, éste procedimiento de ajuste se analiza con detalles en el próximo apartado.

2.4 Ajustes simples para modelos simples

En la industria de procesos, los modelos simples tienen una importancia fundamental. Existen muchas opiniones dentro de la comunidad científica internacional que consideran que los modelos de sistemas compuestos por una función de transferencia de bajo orden y un retardo pueden ser usados con éxito en la mayoría de las aplicaciones industriales [20]. Por este motivo, en el control de procesos usualmente se utilizan métodos de reducción de modelos para poder representar el comportamiento dinámico de un sistema de alto orden usando un sistema de bajo orden con retardo [41, 104, 42]. Por otro lado en la práctica industrial, el método de identificación por respuesta al escalón es uno de los más utilizados, y en general los modelos que se identifican son de primer orden con retardo [13].

Teniendo en cuenta lo anterior, en esta tesis se analizarán detenidamente los ajustes de los DTC para plantas que pueden ser modeladas por funciones de transferencia simples, se desarrollarán nuevas soluciones y se mostrarán algunos ejemplos de aplicación de las nuevas técnicas.

Los procesos industriales típicos tienen respuestas en bucle abierto no oscilatorias y pueden ser modelados, en general, usando dos modelos muy simples. Si el proceso es estable se utiliza una función de transferencia compuesta por un retardo, una constante de tiempo equivalente y una ganancia. En el caso de procesos integradores se utiliza un retardo, un integrador y una ganancia de velocidad. La principal ventaja de la utilización de estos modelos simples es que los controladores que se obtienen y los procedimientos de ajuste también son muy simples. Además, como se verá en lo que sigue, las incertidumbres en el conocimiento de la dinámica de los procesos hacen que el uso de los modelos mencionados sea suficiente para obtener comportamientos dinámicos adecuados y principalmente sistemas en bucle cerrado robustos.

2.4.1 El caso estable

Para el caso de sistemas estables en bucle abierto se utiliza el modelo dado por:

$$P(s) = \frac{K_p}{1 + T_s} e^{-Ls}, \quad (2.31)$$

y se considerará el predictor de Smith con filtro de referencia de la figura 2.4(b). El ajuste que se propone en esta tesis se explica a continuación.

Para estos procesos es suficiente utilizar un PI como control primario $C(s)$:

$$C(s) = k_c \left(1 + \frac{1}{sT_i} \right). \quad (2.32)$$

Para el ajuste del control PI se calcula primero la ecuación característica del sistema. Como el modelo rápido es de primer orden y el control también, si se elige el tiempo integral $T_i = T$ la raíz de la ecuación característica (que es el polo de bucle cerrado) depende únicamente de k_c . La constante de tiempo del sistema en bucle cerrado (T_0) se calcula como función de k_c como $T_0 = \frac{T_i}{K_p k_c}$. Con esta elección se obtiene que:

$$H_d = \frac{K_p e^{-Ls}}{1 + T_s} \left(1 - \frac{e^{-Ls}}{1 + T_0 s} \right), \quad \Delta P(\omega) = \left| \frac{1 + j\omega T_0}{K_p (1 + j\omega T)} \right|, \quad (2.33)$$

donde se ve que el parámetro k_c (o el parámetro T_0) define el rechazo de perturbaciones y la estabilidad robusta del sistema. Valores mayores de k_c (menores de T_0) implican respuestas más rápidas pero menos robustas.

Con este ajuste y $F(s) = 1$, la relación y/r vale:

$$H_r = \frac{e^{-Ls}}{1 + T_0s}, \quad (2.34)$$

por lo que el sistema tendría la misma dinámica en ambas respuestas. Si se desea desacoplar las respuestas, es posible usar un filtro $F(s)$ de primer orden como:

$$F(s) = \frac{1 + sT_0}{1 + sT_1}, \quad (2.35)$$

de forma tal que:

$$H_r = \frac{e^{-Ls}}{1 + T_1s}, \quad (2.36)$$

y donde el parámetro T_1 define la respuesta a los cambios de consigna, que son independientes de k_c (en el caso ideal). En el caso real no es posible desacoplar totalmente las dos respuestas y lógicamente, el comportamiento robusto de la respuesta a los cambios de consigna será tanto mejor cuanto mayor sea T_1 , o de forma equivalente cuanto más lenta sea la respuesta.

Para las aplicaciones prácticas resulta interesante usar k_c (recordando su relación con el tiempo de respuesta $k_c = \frac{T_i}{K_p T_0}$) y T_1 como parámetros de ajuste, ya que son variables normalmente usadas por los operadores de planta (la ganancia del controlador PI y la constante de tiempo del filtro pasa bajos).

Lo interesante de la estructura y del ajuste anterior es que está basado en la idea original de Smith, que es muy simple y por otra parte utiliza bloques básicos para su implementación. A pesar de ello, como se verá, la solución hallada no es menos genérica que las que se obtienen con otras estructuras más complejas.

Si analizamos el controlador propuesto por Zhang y co-autores para plantas estables representadas por la ecuación (2.31), los bloques $M(s)$ y $C(s)$ se escogen como (ver figura 2.5(a)):

$$C(s) = \frac{1 + sT}{K_p(1 + sT_1)}, \quad (2.37)$$

$$M(s) = \frac{(1 + sT)M_0(s)}{1 - (1 + sT)M_0(s)\frac{K_p}{1+T_s}e^{-Ls}}, \quad M_0(s) = \frac{1}{K_p(1 + sT_0)}. \quad (2.38)$$

En este caso T_1 es usado para ajustar la respuesta a los cambios de consigna y T_0 para el rechazo de perturbaciones y la estabilidad robusta (T_0 y T_1 se proponen como parámetros de ajuste en [115]). Escogiendo de esta forma el ajuste del controlador, las relaciones entrada-salida del sistema en bucle cerrado son las mismas que en el sistema anterior (ver ecuaciones (2.33) y (2.36)). De esta forma, para este caso, las

dos estrategias ofrecen exactamente la misma solución, diferenciándose apenas en la estructura de los bloques que deben implementarse y en la elección de los parámetros de ajuste.

A pesar de que el sistema de control propuesto (con los bloques C y F) pueda parecer sencillo desde el punto de vista académico, debe observarse que el controlador completo tiene 5 parámetros de ajuste (K_p, T, L, T_1 y T_0) y puede considerarse que el procedimiento de ajuste resulta complejo para un operador de planta (si lo comparamos, por ejemplo, con un controlador PID). Pensando en este problema, Hagglund [40] propuso un ajuste simplificado del SP original, usando también un PI como control primario. Para simplificar el ajuste, Hagglund propone utilizar la ganancia del PI igual a la inversa de la ganancia del modelo del proceso ($k_c = 1/K_p$) y el tiempo integral T_i igual a la constante de tiempo del modelo ($T_i = T$). Con esta elección, el controlador final (que se le denomina PPI, "predictive PI") tiene solamente tres parámetros de ajuste y posee las mismas ventajas que un controlador PID, ya que puede ser ajustado manualmente. Por otro lado este algoritmo tiene la ventaja de que puede ser usado para controlar plantas con grandes retardos [40].

Si comparamos el PPI con las ecuaciones del SP de dos grados de libertad analizado al inicio de este apartado, es fácil ver que al elegir $k_c = 1/K_p$ y el filtro $F = 1$, se están eligiendo las dos constantes de tiempo del sistema en bucle cerrado iguales a la de bucle abierto: $T_0 = T_1 = T$. Por ello, el PPI puede ser considerado como un caso particular de la estructura general del SP con dos grados de libertad. Como ya fue mencionado, esta elección es adecuada en el caso de retardos dominantes, ya que no interesa acelerar los transitorios del sistema. Pero, como consecuencia de esta elección, resulta que $T_0 = T$ y el índice de robustez del sistema será inversamente proporcional a la ganancia del proceso (ver ecuación (2.33)). Por lo tanto, esta formulación simplificada no tiene en cuenta los problemas de robustez del bucle cerrado y puede hacerse inestable si existen diferencias entre el modelo y el proceso real, principalmente si los errores de modelado son del retardo [67]. Por otro lado, como la determinación de las incertidumbres en los procesos industriales es difícil de evaluar, el ajuste robusto de la estructura del PPI le haría perder su simplicidad.

Para mejorar las características de robustez sin modificar la simple estructura del sistema de control ni agregar complejidad en el ajuste, se propone en esta tesis agregar un filtro pasa bajos al PPI actuando en la señal de error entre modelo y proceso. Este nuevo algoritmo de control de sistemas con retardo, que será llamado FPPI (PPI filtrado en la terminología inglesa, [67]) se analiza en el próximo apartado.

2.4.2 El controlador FPPI

Como se ha comentado en este mismo capítulo, una forma de mejorar la robustez del SP consiste en usar la estructura filtrada del predictor de Smith propuesta en esta tesis y que se muestra en la figura 2.4(a). En este caso particular el modelo del proceso $P_n(s)$ es la función de transferencia de la ecuación (2.31). El control primario es el mismo del PPI y no se modifica el ajuste del control PI.

En general, el filtro $Q(s)$ puede ser definido para garantizar la estabilidad robusta utilizando una estimación de las incertidumbres del proceso. Sin embargo, debido a que en el FPPI propuesto en esta tesis el principal objetivo es mantener la simplicidad del controlador, $Q(s)$ se define como el filtro pasa bajos simple $Q(s) = \frac{1}{1+T_f s}$. Inicialmente, el controlador completo tendría 4 parámetros, pero, como se verá a continuación, el valor de la constante del filtro se puede escoger en función del retardo L , de forma tal que el controlador final continúa teniendo los mismos parámetros de ajuste que el PPI. Además, el FPPI mantiene la misma función de transferencia nominal y/r que el PPI, mientras que su índice de robustez es ajustado con la constante del filtro:

$$\Delta P(\omega) = \left| \frac{1 + j\omega T_f}{K_p} \right|, \quad (2.39)$$

por lo que el sistema es mucho más robusto frente a errores de modelado en altas frecuencias.

Para obtener una regla de ajuste simple, el valor de la constante del filtro T_f se obtiene considerando las oscilaciones de la respuesta en bucle cerrado del sistema cuando hay errores de estimación del retardo. T_f se ajusta entonces de forma que el filtro atenúe adecuadamente estas oscilaciones de la respuesta. Ésto se puede conseguir eligiendo la frecuencia de corte del filtro como 1/3 de la frecuencia de las oscilaciones, lo que resulta en $T_f = L/2$ [67].

Desde el punto de vista de la implementación final, el diagrama de bloques del FPPI puede reducirse a una forma más simple que el de la figura 2.4(a). Para ello basta observar que el control primario equivalente de realimentar $C(s)$ con $G_n(s)$ vale, para el ajuste particular del FPPI:

$$C'(s) = \frac{C(s)}{1 + C(s)G_n(s)} = \frac{\frac{1}{K_p} \frac{1+sT}{sT}}{1 + \frac{1}{sT}} = \frac{1}{K_p} = k_c, \quad (2.40)$$

por lo que el diagrama de bloques final es el dibujado en la figura 2.7.

Para ilustrar el efecto de los errores de estimación en el retardo y la capacidad del filtro para mejorar la respuesta del sistema, se muestra a continuación un ejemplo de

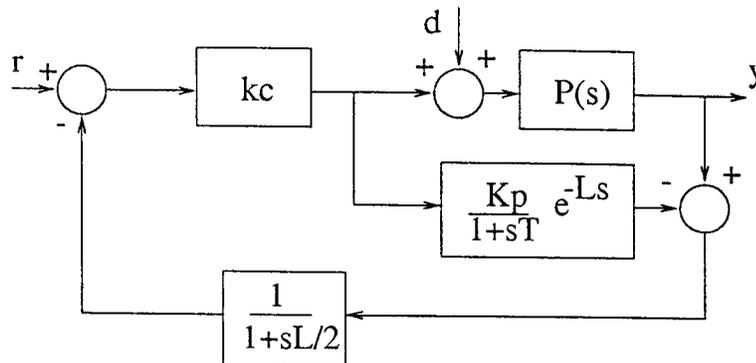


Figura 2.7: Diagrama de bloques del FPPi.

simulación. El proceso es simulado por la función de transferencia:

$$P(s) = \frac{e^{-10s}}{(1+s)(1+.5s)(1+.25s)(1+.125s)}, \quad (2.41)$$

y los parámetros del modelo de primer orden identificado con un ensayo de respuesta al escalón son: $K_p = 1$, $T = 1.5$ y $L = 10.5$ (que a su vez definen el ajuste del PPI y del FPPi). Si no hay errores de estimación del retardo, el PPI controla adecuadamente al sistema a pesar de usar un modelo simple [40]. Pero si el retardo es mal estimado, el sistema en bucle cerrado puede ser inestable, como se ve en la respuesta en línea continua de la figura 2.8. En este caso se consideró un error de estimación de L del 30% y para las simulaciones se aplicó un cambio de consigna de 0 a 0.5 en $t = 0$ y una perturbación de 0.2 en $t = 60$ segundos.

Como también se observa en la misma figura, la respuesta que se obtiene con el FPPi no solamente es estable sino que también es muy poco oscilatoria a pesar del gran error en la estimación de L .

Los resultados que se obtienen con la inclusión del filtro y el ajuste propuesto en esta tesis permiten operar con respuestas satisfactorias si el error de estimación del retardo no supera el 30%. Como se ve, este FPPi ofrece un buen compromiso entre robustez y comportamiento y tiene un procedimiento de ajuste muy simple, pues basta realizar un ensayo de respuesta al escalón del proceso. También debe recordarse que al mejorar la robustez se obtiene como contrapartida una respuesta más lenta de rechazo de perturbaciones.

Por otro lado, es importante comentar que el aumento de robustez del sistema podría conseguirse usando un ajuste diferente para el PI del PPI, usando por ejemplo, una desintonización de sus parámetros. Pero en ese caso, además de complicar el procedimiento de ajuste, se modificaría también la respuesta nominal a los cambios de

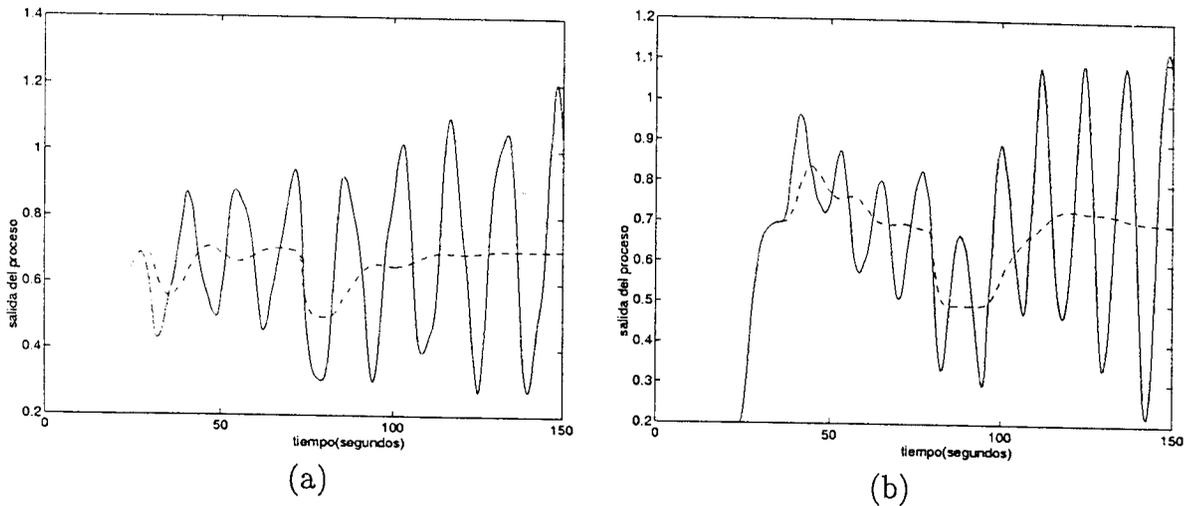


Figura 2.8: Respuesta del sistema controlado con el PPI (línea continua) y el FPPI (línea discontinua): (a) retardo del proceso = 7 segundos y (b) retardo del proceso = 13 segundos.

consigna.

También debe destacarse aquí que el FPPI puede ser usado con procesos que poseen retardos variables en el tiempo, ya que el ajuste del PI es independiente de L y tanto el predictor como el filtro pueden ser ajustados en tiempo real. En la práctica, hay muchos procesos industriales donde el retardo es causado por el transporte de material o energía dentro del sistema. En estos casos, el retardo puede ser estimado razonablemente usando, por ejemplo, la medida de la velocidad de transporte del material, y considerando que el retardo varía de forma inversa a la velocidad. Así, esta estimación del retardo puede ser usada para ajustar el valor de L en el controlador FPPI. La idea también puede ser generalizada a los casos donde se usa un procedimiento de estimación de L a partir de la medida del error entre el modelo y el proceso [106].

Para ilustrar los buenos resultados que se obtienen al usar el FPPI se muestran a continuación dos aplicaciones. En el primer caso el FPPI fue aplicado a una planta piloto de laboratorio para controlar la temperatura de un intercambiador de calor. En esta aplicación el retardo usado en el modelo es constante pese a la incertidumbre en su determinación. Los resultados que se muestran en el próximo apartado son experimentales. En el segundo ejemplo se estudia, por simulación, el control de temperatura en un sistema de colectores solares. El comportamiento dinámico del sistema de colectores solares es simulado con un modelo no lineal completo y contrastado con resultados experimentales. En este caso el FPPI utiliza un estimador del retardo para ajustar el sistema de control, pues las variaciones del retardo real del proceso son mayores

que el 400%. La descripción de la planta piloto y del campo de colectores solares se encuentran respectivamente en los apéndices B y C.

Control de temperatura en la planta piloto con el FPPI

Para controlar la temperatura ($TT4$) de la salida del intercambiador de calor de la planta piloto que se describe en el apéndice B se utiliza el flujo del agua de recirculación que puede ser controlado a través de la válvula de control $V8$. El diagrama del intercambiador se ve en la figura 2.9.

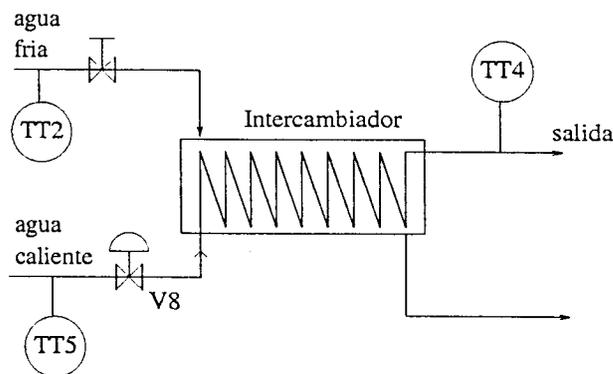


Figura 2.9: Diagrama del intercambiador de la planta piloto.

Para definir un modelo del proceso de control de $TT4$ con $V8$ se realizaron varios ensayos de respuesta al escalón en la gama de temperaturas de trabajo del sistema, siempre manteniendo aproximadamente constantes las temperaturas de agua fría $TT2$ y caliente $TT5$. A partir de las mediciones efectuadas se obtuvo un modelo nominal del proceso:

$$P_n(s) = \frac{0.11e^{-14s}}{1 + 6s}$$

Usando este modelo, los parámetros del controlador quedan definidos directamente, ya que en el FPPI: $k_c = 1/K_p = 1/0.11 \approx 9$, $T_i = T = 6$ y $L = 14$.

En realidad, el proceso analizado es no lineal y presenta características dinámicas diferentes en los procesos de calentamiento y enfriamiento. Por este motivo, los modelos obtenidos en los diferentes puntos de funcionamiento utilizados para los ensayos fueron diferentes (ver el apéndice B para mayores detalles). Así, el modelo usado en el control, no solamente es una aproximación lineal y de bajo orden del proceso real, sino que también sus parámetros son una media de los diferentes valores identificados.

Para poder apreciar el efecto del filtro en la estructura del PPI, se realizaron diversos

experimentos utilizando el controlador con y sin filtro de robustez. En el primer ensayo, se introdujo una perturbación en el sistema cerrando la válvula del agua fría durante tres segundos. Las respuestas correspondientes al rechazo de la perturbación en ambos controladores se pueden apreciar en la figura 2.10. En la figura 2.10(a) se puede observar que el comportamiento de la temperatura $TT4$ es lento y muy oscilatorio en el caso del PPI (línea discontinua). Por otro lado, el sistema controlado por el FPPI tiene un comportamiento mucho mejor, rechazando adecuadamente la perturbación (línea continua). Las acciones de control de ambas estrategias se pueden apreciar en la figura 2.10(b).

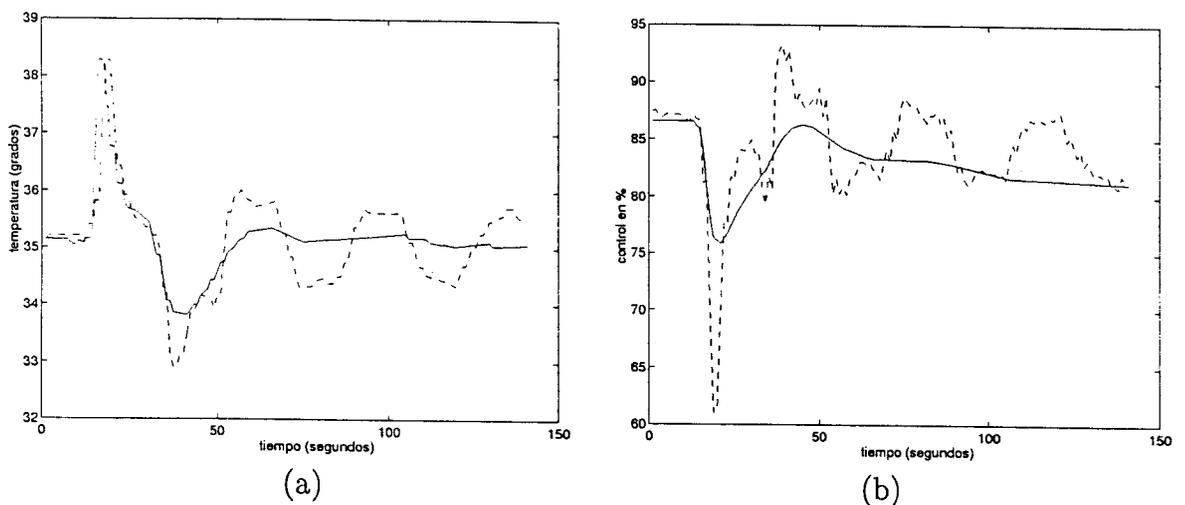


Figura 2.10: Temperatura (a) y acción de control (b) para el PPI (línea discontinua) y el FPPI (línea continua). Rechazo de una perturbación en el flujo de agua fría.

Para ilustrar el efecto del filtro en la respuesta del sistema a los cambios de consigna se aplicaron dos escalones en la referencia de temperatura (de 33°C a 35°C y luego de 35°C a 33°C) usando primero el controlador PPI. Como se puede apreciar en la figura 2.11(a), el comportamiento del sistema es muy oscilatorio y converge muy lentamente al valor deseado. Para ver el efecto estabilizante del filtro, éste se conectó al sistema de control en el tiempo $t = 460$ segundos. Como se observa en la misma figura, la temperatura deja de oscilar y alcanza su punto de consigna con un transitorio adecuado. En el último experimento, se realizan nuevamente dos cambios de consigna para cada controlador, primero usando el PPI y luego el FPPI. En la figura 2.11(b) se aprecia el mejor comportamiento del sistema cuando es controlado por el FPPI.

Estos resultados experimentales confirman lo analizado en los apartados anteriores, mostrando que el FPPI es una herramienta simple de usar y muy efectiva para el control de este tipo de procesos industriales.

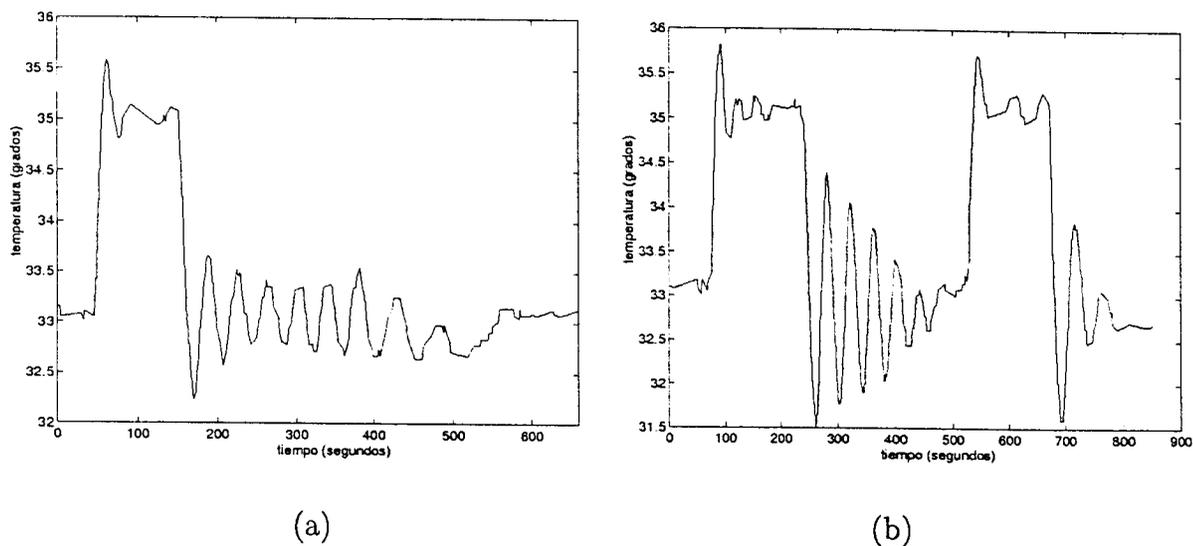


Figura 2.11: Comportamiento de la temperatura frente a cambios de consigna: (a) Usando el control PPI desde $t = 0$ hasta $t = 460$ segundos y usando el control FPPI de $t = 460$ segundos al final; (b) usando el control PPI en los dos primeros escalones y el FPPI en los dos últimos.

Aplicación del FPPI al control de temperatura en un campo de colectores solares

Como ya se ha mencionado, en muchos procesos industriales los retardos entre la entrada y la salida de la planta pueden ser variables en el tiempo. Un caso muy común es, por ejemplo, el de transporte de fluidos por tuberías donde el retardo es función del caudal. En el caso del modelo del campo de colectores solares que se describe con detalle en el apéndice C, el objetivo es calentar el aceite que circula por un sistema de tuberías expuestas a la radiación solar. Para ello las tuberías se sitúan en el foco de unos receptores parabólicos de la irradiación, como se muestra en la figura 2.12.

El aceite caliente se hace circular por medio de bombas hacia la parte alta de un depósito térmico, mientras que la alimentación de las tuberías se hace de la parte baja del depósito. El objetivo del sistema de control es mantener la temperatura del aceite a la entrada del depósito en los valores deseados, independientemente de las variaciones de irradiación (que normalmente ocurren con el paso de nubes). Para ello se utiliza como variable de control el caudal de aceite que por consiguiente hace que el tiempo de tránsito del aceite por las tuberías sea variable.

El comportamiento dinámico del sistema caudal-temperatura puede ser modelado en bajas frecuencias por un sistema de primer orden con retardo [9]. El retardo L

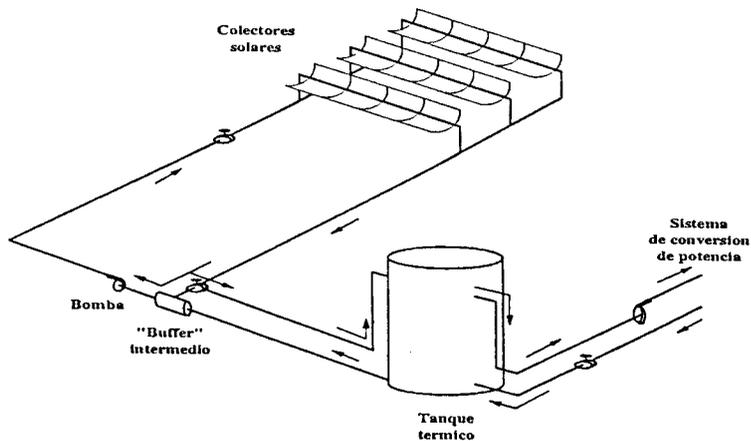


Figura 2.12: Diagrama de la planta solar.

del modelo se utiliza en este caso para representar dos características diferentes del proceso:

- una parte del retardo del modelo (L_0) representa el efecto de la dinámica de mayor orden del sistema;
- la otra parte del retardo modela el verdadero retardo existente en el sistema debido al tiempo de tránsito del aceite por la tubería y es función de la longitud (l) de la tubería, de su sección (S) y del caudal que circula por ella (f).

Así, el retardo estimado L se puede calcular como $L = L_0 + g(f)$, donde $g(f)$ representa la función que relaciona al retardo con f . En la práctica, el valor de L_0 puede ser estimado con un error menor que 30%, por lo que si no existiese el retardo debido al transporte del aceite por las tuberías, el controlador FPPI podría ser usado sin problemas como en el caso de la planta piloto y generaría buenos resultados. Pero como en éste caso la componente variable del retardo $g(f)$ puede ser mucho mayor que L_0 y es variable en el tiempo, el algoritmo de control debe ser modificado. Para analizar el efecto del retardo variable, se calculará primero la relación entre el caudal y el retardo y posteriormente se presentará la ley de control que calcula el valor de L que se utiliza en el predictor para compensar los efectos en las variaciones del retardo real de la planta.

En condiciones de régimen permanente, el tiempo de residencia del aceite dentro de la tubería puede ser calculado fácilmente como $tr = l/v$, siendo v la velocidad constante del aceite en la tubería ($v = f/S$). Sin embargo, en situaciones normales de operación (cuando el sistema es afectado por las perturbaciones; principalmente nubes) el caudal

varía constantemente y por lo tanto el tiempo de residencia debe ser calculado como el límite superior de la integral que se muestra en la ecuación (2.42) que calcula la longitud de la tubería como la integral de la velocidad en el tiempo:

$$l = \int_0^{t_r} v(t)dt. \quad (2.42)$$

Dado que en el sistema de control discreto el caudal se cambia a cada instante de muestreo, se puede aproximar el tiempo de residencia como el número n de períodos de muestreo necesarios para que el aceite pase por la longitud l de la tubería. A cada instante de muestreo k el controlador calcula un valor para el caudal $f(k)$. Así, la distancia $dx(k)$ que el aceite recorre en un período de muestreo (T_s) puede ser calculada como $dx(k) = T_s f(k)/S$. Considerando la incompresibilidad del fluido y usando una aproximación discreta de la integral de la velocidad, se puede calcular el valor de n en cada instante de muestreo como el límite superior de la suma que aproxima a la integral de la ecuación (2.42):

$$l = \int_0^{t_r} v(t)dt \rightarrow \frac{T_s}{S} \sum_{i=1}^{i=n} f(i) = l, \quad (2.43)$$

o, de forma equivalente:

$$\sum_{i=1}^{i=n} f(i) = \frac{lS}{T_s}, \quad (2.44)$$

donde los valores de los caudales $f(i)$ representan el pasado de la acción de control ($f(1)$ es el caudal actual, $f(2)$ es el caudal demandado en el instante anterior y consecuentemente, $f(n)$ es el caudal demandado n instantes antes) y la suma de la ecuación (2.44) se calcula hasta que se obtiene un valor próximo de lS/T_s . En ese momento el valor de n verificará que $nT_s \approx t_r$.

Una vez calculado el valor de n por el procedimiento anterior, es posible estimar el valor del retardo como:

$$L = L_0 + n T_s. \quad (2.45)$$

Es importante destacar que la estrategia de control propuesta es muy fácil de utilizar pues:

- la implementación de la ley que estima el retardo en un sistema digital es muy simple y no precisa de parámetros de ajuste (simplemente consiste en sumar las acciones de control pasadas hasta que su suma supere un determinado valor y contabilizar el número de sumandos);

- el ajuste de la ley de control completa es igual a la del FPPI y solamente los valores de l y S deben ser usados como datos para la parte de la ley de control que estima el valor del L .

En general, el valor estimado de L no será igual al retardo real del sistema debido a los errores de medición de l y S , pero como se verá en las simulaciones, el efecto del filtro de robustez es suficiente para garantizar el buen funcionamiento del sistema en bucle cerrado. La estructura completa del sistema de control FPPI adaptativo propuesto se muestra en la figura 2.13 para una implementación digital. En el diagrama, los parámetros a , b , a_f y d corresponden a la discretización del modelo y del filtro continuos. Así:

$$a = e^{-T_s/T}, \quad b = K_p(1 - a), \quad a_f = e^{-T_s/T_f}$$

y d es el retardo en número de períodos de muestreo. El control proporcional $k_c = 1/K_p$ es la ganancia del control equivalente al PI realimentado con el modelo sin retardo (como se mostró en el FPPI) y se han añadido:

- un control por pre-alimentación basado en un balance energético de régimen permanente que relaciona los cambios de temperatura de salida con los de radiación solar, temperatura de entrada y reflectividad de los espejos [15];
- un filtro de referencia que mejora la respuesta a los cambios de consigna y que no adiciona parámetros de ajuste.

Para ajustar el modelo de primer orden con retardo del sistema (excluyendo el retardo variable) se realizaron varios ensayos de respuesta al escalón en diferentes puntos de operación, utilizando el modelo no lineal de simulación del campo de colectores que se muestra en el apéndice C. Para la aplicación concreta, el modelo del predictor sin el retardo variable se escogió como:

$$P_n(s) = \frac{1.2e^{-78s}}{1 + 320s},$$

y por lo tanto los parámetros del controlador usados fueron: $k_c = 1/K_p = 0.833$, $T_i = T = 320$ segundos y $L_0 = 78$ segundos. El período de muestreo usado fue de $T_s = 39$ segundos y la sección y largo equivalente de la tubería fueron estimados en: $l = 200$ m y $S = 5.30929 \cdot 10^{-4} m^2$ (la tubería real tiene diferentes sectores con diferentes diámetros). La constante de tiempo del filtro (T_f) se ajustó de la misma forma que en el caso de retardo constante ($T_f = L/2$).

Para comprobar el comportamiento del sistema controlado por el FPPI adaptativo se realizaron varios cambios de consigna en un ensayo de varias horas, siempre usando los

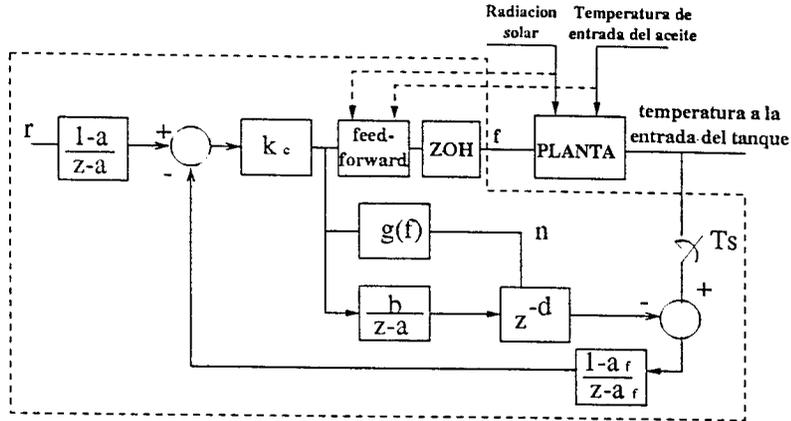


Figura 2.13: Estructura del controlador FPPI para el campo de colectores solares.

ajustes propuestos para el controlador y considerando como entrada de perturbación la radiación solar medida experimentalmente en el campo de colectores. Los resultados de simulación obtenidos se pueden apreciar en la figura 2.14(a) donde se observa que el sistema tiene un buen comportamiento en toda la franja de variación de temperaturas. Observando la figura 2.14(b) se aprecia como el retardo estimado por el sistema de control varía de 14 a 3 períodos de muestreo, lo que implica una variación mayor que el 400%. El buen comportamiento del sistema de control muestra como el algoritmo FPPI adaptativo puede trabajar con sistemas que tienen grandes variaciones de retardo.

Finalmente, también en este caso debe ser destacada la simplicidad del ajuste del sistema de control. Si consideramos las prestaciones que se obtienen con este controlador, el ajuste del FPPI adaptativo es más simple que el procedimiento de ajuste usado para obtener otros controladores, como por ejemplo un simple PID (ver Normey-Rico y co-autores [65] para mayores detalles) que, por otra parte, no permite conseguir tan buenas prestaciones.

2.4.3 Procesos integradores

Como ya fue mencionado, en el caso de que el proceso sea integrador y de respuesta no oscilatoria, es posible representar su comportamiento utilizando el siguiente modelo:

$$P_n(s) = \frac{K_v}{s} e^{-Ls}, \quad G_n(s) = \frac{K_v}{s}, \quad (2.46)$$

donde L es una estimación del retardo real del proceso L_r . Para controlar este tipo de proceso se propone en esta tesis utilizar la estructura del DTC de Watanabe e Ito con un filtro de referencia. Como se demostró en este capítulo, el modelo rápido ($G_m(s)$)

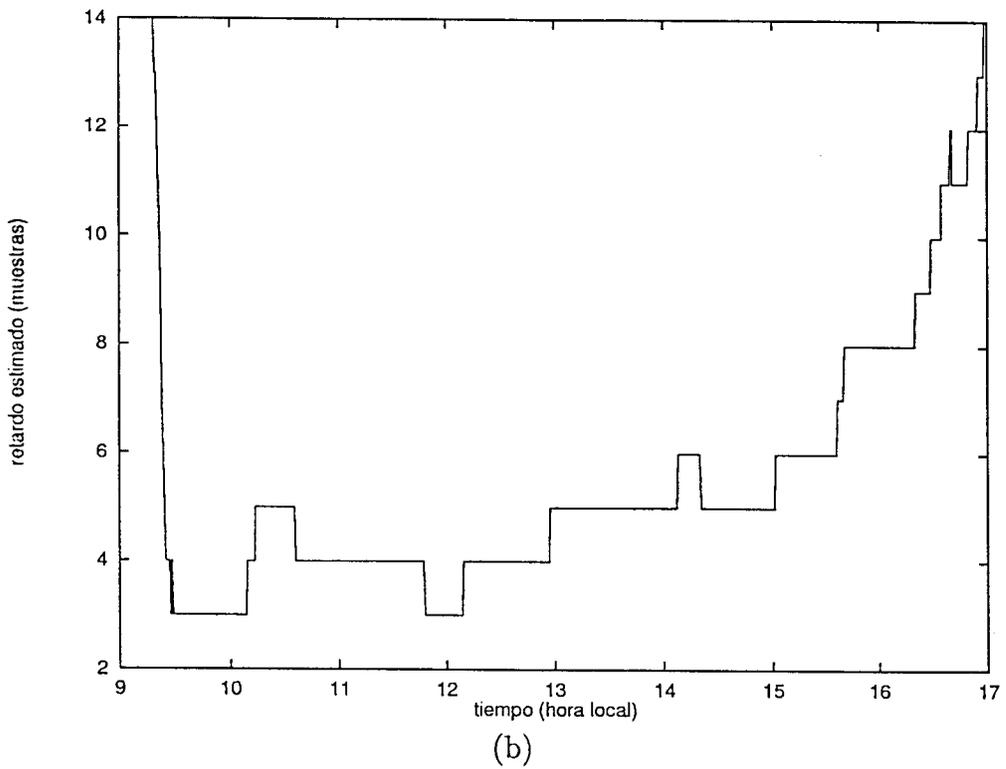
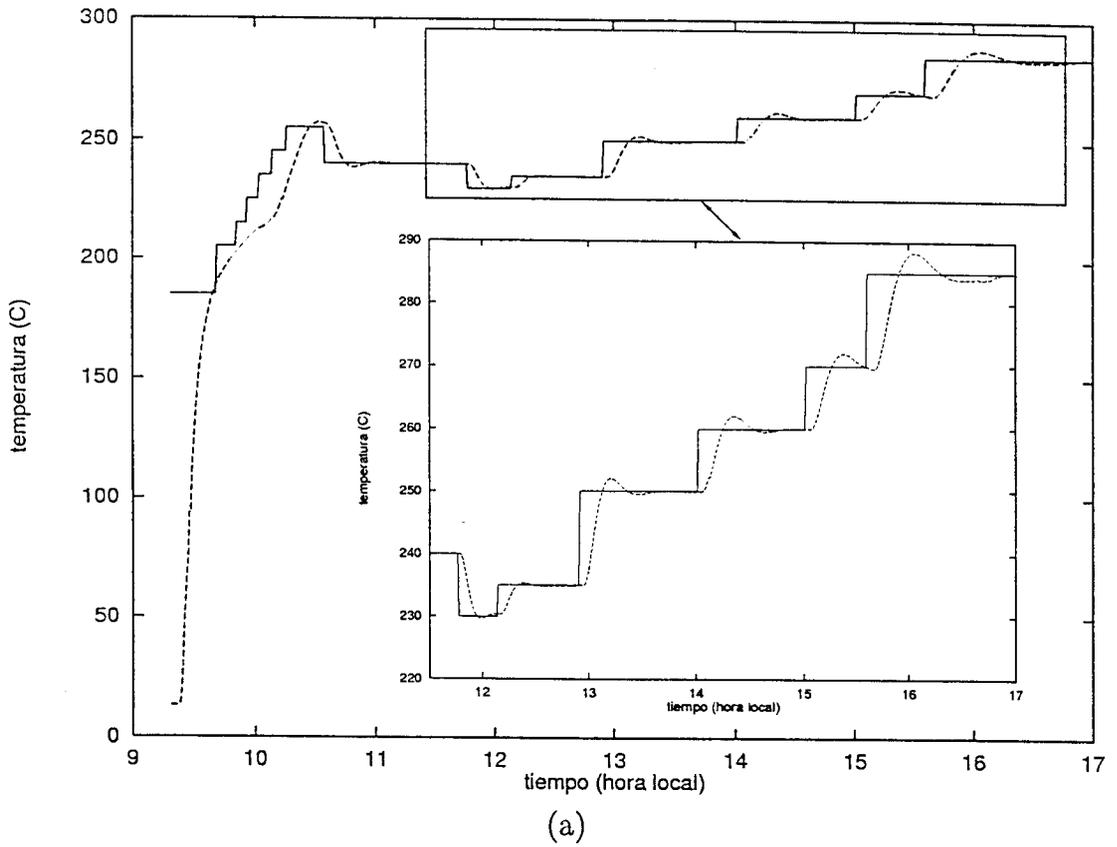


Figura 2.14: Resultados de aplicação do FPPI: (a) temperatura de saída do óleo ($^{\circ}\text{C}$); (b) atraso estimado (amostras).

del sistema debe calcularse para eliminar el efecto integrador del bucle interno. Así, en este caso, el modelo rápido del proceso se calcula como se explicó en el apartado 2.3:

$$G_m(s) = \frac{G_e(s)(1 - Ls)}{s} = \frac{K_v(1 - Ls)}{s}. \quad (2.47)$$

Debemos recordar también que la implementación del bucle interno debe hacerse con una transferencia estable. En este caso:

$$V(s) = \frac{K_v}{s}(1 - Ls - e^{-Ls}), \quad (2.48)$$

debe implementarse sin el polo en $s = 0$, para lo cual debe usarse una expresión equivalente a $\frac{1-Ls-e^{-Ls}}{s}$. En la práctica, se utiliza la función de transferencia discreta equivalente a $V(s)$, dado que la implementación real del controlador se hace en el dominio discreto:

$$V(z) = -K_vL + T_s \sum_{i=1}^n z^{-i}, \quad (2.49)$$

donde T_s es el período de muestreo y $L = nT_s$. Como se ve, la salida generada por el bloque $V(z)$ es una combinación lineal de las acciones de control actual y anteriores.

Dado que el proceso es de primer orden, se propone en esta tesis usar un PI como controlador primario ($C(s) = k_c(1 + \frac{1}{sT_i})$) y su ajuste se hace de forma tal que la ecuación característica del sistema en bucle cerrado tenga dos polos reales e iguales. En este caso la ecuación característica es:

$$1 + G_m(s)C(s) = 1 + k_c(1 + \frac{1}{sT_i})\frac{K_v(1 - Ls)}{s} = 0; \quad (2.50)$$

y si llamamos $-1/T_0$ al polo doble del sistema en bucle cerrado, los parámetros del PI deben elegirse como:

$$T_i = 2T_0 + L, \quad k_c = \frac{2T_0 + L}{K_v(T_0 + L)^2}. \quad (2.51)$$

Así, T_0 es una medida de la velocidad de respuesta del sistema en bucle cerrado [75]. Con este ajuste, las relaciones de bucle cerrado son:

$$\frac{y}{r} = \frac{e^{-Ls}(1 + sT_i)}{(1 + T_0s)^2}, \quad \frac{y}{d} = \frac{K_v e^{-Ls}}{s} \left[1 - \frac{e^{-Ls}(1 + s(L + 2T_0))}{(1 + T_0s)^2} \right], \quad (2.52)$$

y el índice de robustez del controlador es:

$$\Delta P(\omega) = \left| \frac{K_v(1 + j\omega T_0)^2}{j\omega(1 + j\omega(L + 2T_0))} \right|, \quad (2.53)$$

por lo que el parámetro T_0 , no solamente define la velocidad de respuesta de los cambios de consigna y de rechazo de perturbaciones, sino que también modifica la estabilidad robusta. Sin embargo, esta respuesta a los cambios de consigna está muy afectada por los ceros de la función de transferencia y/r [64]. Así, para eliminar el efecto de los ceros en la respuesta a cambios de consigna y al mismo tiempo desacoplar la dinámica de estas respuestas de la de rechazo de perturbaciones, se propone en esta tesis usar un filtro de referencia:

$$F(s) = \frac{(1 + sT_0)^2}{(1 + sT_i)(1 + sT_1)}. \quad (2.54)$$

Con este filtro, la relación y/r resulta:

$$\frac{y}{r} = \frac{e^{-Ls}}{1 + T_1s}, \quad (2.55)$$

por lo que el parámetro T_1 define la respuesta a cambios de consigna y el valor de T_0 define solamente la respuesta de rechazo de perturbaciones y la estabilidad robusta.

De la misma forma que en el caso estable, en la práctica, k_c y T_1 podrían ser los parámetros más adecuados para ser usados en el ajuste del control primario, ya que tienen un significado físico más usual para los operadores de planta.

Considerando lo expuesto, el controlador completo tendría cuatro parámetros de ajuste: k_c , T_1 , K_v y L lo que significa, como en el caso estable, que el ajuste puede resultar complejo para ser realizado manualmente por un operador. Así, para simplificar aún más el ajuste del control, se propone en esta tesis elegir el filtro $F(s)$ como:

$$F(s) = \frac{1 + sT_0}{1 + sT_i} \quad (2.56)$$

manteniendo el ajuste del PI. En este caso el controlador tiene tres parámetros, como un PID. Los valores de K_v y L se identifican y T_0 es el que define las respuestas a cambios de referencia y rechazo de perturbaciones así como también la robustez. En las aplicaciones industriales este tipo de ajuste parece conveniente, ya que en general se puede encontrar un valor de T_0 que proporcione unos índices de comportamiento y robustez adecuados. En esta estructura simple, que se propone aquí para el control de procesos integradores con retardo, valores mayores de T_0 generan respuestas más lentas y aumentan la robustez del sistema y valores menores de T_0 respuestas más rápidas y menores índices de robustez.

Antes de proceder a analizar con mayores detalles el ajuste del controlador propuesto, resulta interesante comparar la mencionada solución con otras propuestas en la literatura y que ya han sido mencionadas en este capítulo. Los algoritmos de control que permiten controlar plantas integradoras con retardo se pueden representar por el

diagrama de la figura 2.6(b) y en todas las estrategias el controlador en cascada con el proceso es un control proporcional: $C(s) = k_r$. Así, la relación referencia-salida es:

$$\frac{y}{r} = \frac{e^{-Ls}}{1 + T_1 s}, \quad T_1 = (k_r K_v)^{-1}. \quad (2.57)$$

Se observa entonces que esta función de transferencia es la misma que la del control propuesto (ver ecuación (2.55)) y que el parámetro de ajuste T_1 también tiene las mismas características. Por otro lado, no todas las estrategias utilizan la misma expresión para el bloque $M(s)$. En el SP de Matausek y Micić $M(s) = k_0 = (2LK_v)^{-1}$ mientras que en el SP de Zhang y Sun $M(s)$ es calculado como:

$$M(s) = \frac{sM_0(s)}{1 - sM_0(s)\frac{K_v}{s}e^{-Ls}}, \quad M_0(s) = T \frac{(L + 2T_0)s + 1}{(1 + sT_0)^2}. \quad (2.58)$$

Con estos valores de $M(s)$ se obtiene para el SP de Matausek y Micić:

$$\frac{y}{d} = \frac{K_v e^{-Ls}}{s} \left[1 - \frac{e^{-Ls}}{(1 + T_1 s)} \right] \left[\frac{1}{1 + \frac{k_0}{K_v} e^{-Ls}} \right], \quad (2.59)$$

y para el de Zhang y Sun:

$$\frac{y}{d} = \frac{K_v e^{-Ls}}{s} \left[1 - \frac{e^{-Ls}(1 + (L + 2T_0)s)}{(1 + T_0 s)^2} \right]. \quad (2.60)$$

Con esto se demuestra que, para este tipo de modelo, el comportamiento y la robustez del SP de Zhang y Sun son los mismos que los del control propuesto con el filtro F de segundo orden. Sin embargo en el SP de Matausek y Micić las respuestas a cambios de consigna y de rechazo de perturbaciones no pueden ser desacopladas, ya que el parámetro T_1 aparece en ambas funciones de transferencia. Se puede observar también que en este último controlador la relación $\frac{y}{d}$ tiene un término multiplicativo adicional $(1 + \frac{k_0}{K_v} e^{-Ls})^{-1}$ que es el principal responsable de las respuestas lentas que se obtienen en el rechazo de perturbaciones, principalmente en el caso de grandes retardos. Como en el SP de Matausek y Micić el valor de k_0 se escoge como $k_0 = (2Lk_v)^{-1}$, valores menores de este parámetro hacen que el mencionado término adicional tenga un polo lento. La aparente ventaja del SP de Matausek y Micić frente al SP de Zhang y Sun es la simplicidad, pero en realidad la ventaja no es tal, ya que de la misma manera que en el controlador propuesto, en el SP de Zhang y Sun es posible escoger $T_1 = T_0$ y obtener el mismo número de parámetros de ajuste.

De acuerdo con el análisis realizado, en lo que sigue solamente se estudiará el método de ajuste simplificado del control propuesto y se comparará en simulaciones al de Matausek y Micić, mostrando que permite obtener mejores resultados. El controlador de Zhang y Sun no se analizará pues su estructura es más compleja (inclusive en el caso

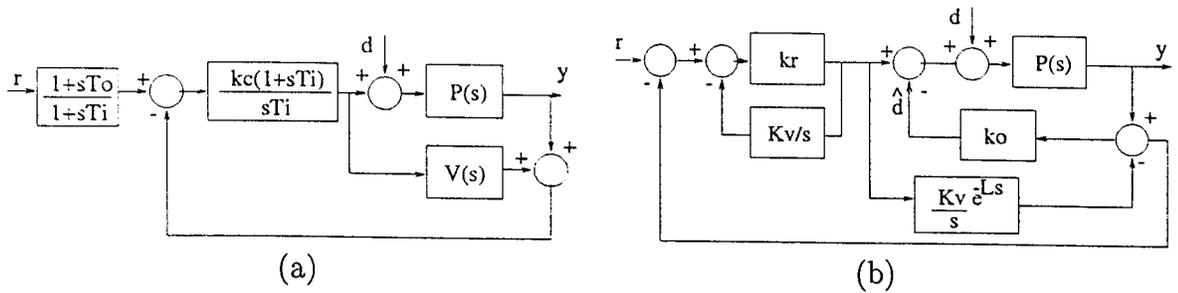


Figura 2.15: (a) Controlador propuesto y (b) controlador de Matausek y Micić.

$T_0 = T_1$) y permite obtener las mismas prestaciones que el controlador aquí propuesto. El esquema del controlador propuesto y el de Matausek y Micić para el caso analizado se muestran en la figura 2.15.

El control simplificado propuesto tiene solamente tres parámetros de ajuste: K_v , L y T_0 y por lo tanto, como en el caso estable, la complejidad de ajuste es similar a la de un PID. Esta simplicidad permite, en determinadas situaciones, que el ajuste se realice por procedimientos manuales buscando siempre un compromiso entre robustez y comportamiento. Si se utiliza un procedimiento de identificación del retardo L y de la ganancia K_v entonces T_0 será el único grado de libertad usado para ajustar las respuestas y la robustez. En el caso concreto de tener información de las incertidumbres de modelado del sistema, el ajuste de T_0 puede hacerse como se explica a continuación [75].

Para estudiar el ajuste de T_0 primero se analiza la característica en la frecuencia del índice de robustez normalizado ($\frac{\Delta P}{K_v}$) del controlador propuesto (ver ecuación (2.53)). Esta función es monótona decreciente y tiene un valor mínimo aproximadamente constante para valores de frecuencia superiores a la unidad. Este valor mínimo β puede ser calculado como función de L y de T_0 como sigue:

$$\beta = |\Delta P K_v^{-1}|_{\min} = T_0^2 (2T_0 + L)^{-1}, \quad (2.61)$$

o sea que: $T_0 = \beta [1 + (1 + L/\beta)^{1/2}]$.

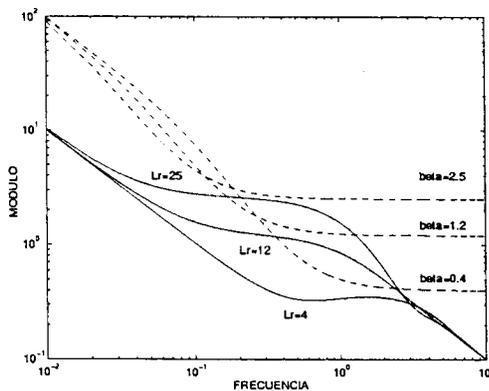
Para ajustar T_0 de forma robusta debemos estimar las incertidumbres del proceso y compararlas con el índice calculado. En el análisis que sigue se consideran tres tipos de errores: (i) errores de estimación del retardo, (ii) errores de estimación de K_v y (iii) errores correspondientes a la dinámica no modelada por el integrador y el retardo (lo que equivale a decir que $G(s) \neq 1/s$). Así, la planta real se considera igual a $P(s) = G_e(s)s^{-1}e^{-Lr s}$. Se supone que $G_e(s)$ puede ser aproximada por una función de transferencia de primer orden estable con constante de tiempo T , ya que este tipo

de función es la mas común entre los procesos industriales. El modelo usado en el controlador es $P_n(s) = K_v s^{-1} e^{-Ls}$, donde L se elige $L = L_e + T_e$ (L_e es una estimación de L_r y T_e una estimación de T). En la práctica, cuando se utiliza un método de identificación de repuesta al escalón, es usual que la estimación del retardo considere el retardo real más una estimación de la constante de tiempo equivalente de la parte no integrativa del proceso.

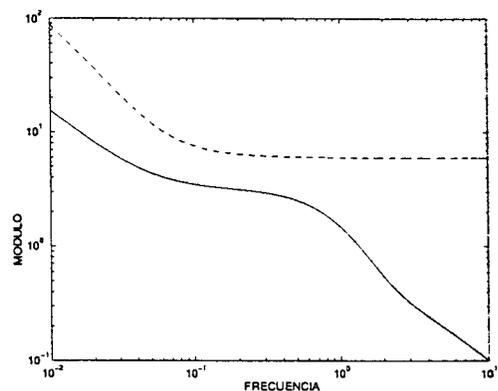
Así, el error normalizado entre $P(s)$ y $P_n(s)$ se puede calcular como:

$$\delta P(s) = \frac{P(s) - P_n(s)}{K_v} = \frac{1}{s} e^{-Ls} \left[\frac{G_e(s)}{K_v} e^{-\delta Ls} - 1 \right], \quad \delta L = L_r - L. \quad (2.62)$$

En la figura 2.16(a) se puede ver la forma del módulo de δP y compararlo con el índice normalizado de robustez del controlador propuesto para diferentes retardos. Las principales características de la curva son: (i) los errores de estimación de K_v afectan sólo en muy bajas frecuencias, donde el índice de robustez es muy alto; (ii) en altas frecuencias la curva tiene valores muy pequeños y decrece con un pendiente de $20dB/dec$. También en esta franja de frecuencias el índice de robustez es mayor que el error $|\delta P|$; (iii) en las frecuencias intermedias la curva $|\delta P|$ se mantiene aproximadamente constante. Es justamente en esta región donde los valores de $|\delta P|$ se aproximan más de los valores de $\Delta P/K_v$.



(a)



(b)

Figura 2.16: Módulo de δP (línea continua) y ΔP normalizado (línea de puntos): (a) error en la ganancia = 10%, error en el retardo = 10%, $T_e = 1.8$ y diferentes valores de β y del retardo; (b) error en la ganancia = 15%, retardo = 20, error en el retardo = 15%, $T_e = 2.6$ y $\beta = 6$.

Dado que la región intermedia es la de interés para el ajuste robusto se utiliza un procedimiento aproximado para estimar el valor de la parte constante de la curva.

Primero se considera que K_v se conoce sin error y así $G_e(s) = K_v(1 + sT)^{-1}$. Dado que δLs es pequeño $e^{-\delta Ls}$ se aproxima por $1 - \delta Ls$. Así, se calcula:

$$\delta P(s) = \frac{1}{s} e^{-Ls} \left[\frac{1 - \delta Ls}{1 + Ts} - 1 \right] = e^{-Ls} \frac{-(\delta L + T)}{1 + T_e s}. \quad (2.63)$$

Usando esta expresión aproximada y usando $s = j\omega$ es fácil ver que el máximo de su módulo se encuentra en frecuencia 0 y vale $\delta P_0 = \delta L + T$. En el caso de que K_v no se conozca con exactitud, la curva aproximada cambiará en bajas frecuencias pero el valor de la parte constante aproximado por δP_0 permanece prácticamente inalterado. Así, el valor de δP_0 puede ser calculado como:

$$\delta P_0 = L_r - L + T = (L_r - L_e) + (T - T_e), \quad (2.64)$$

lo que significa que δP_0 considera el error de estimación del retardo real y también la dinámica no modelada. En general, para grandes retardos ($L_e > 4T_e$) el segundo miembro de la ecuación (2.64) puede ser despreciado.

Haciendo β igual a δP_0 , el ajuste del controlador propuesto permite obtener un sistema con estabilidad robusta para el tipo de incertidumbres considerada. Sin embargo, como se utilizó una aproximación de baja frecuencia para calcular δP_0 , podría pensarse que los resultados obtenidos no fuesen válidos para todas las frecuencias. Para comprobar que, pese a la aproximación usada los resultados obtenidos son adecuados, se realizó un estudio por simulación. Para ello se usó un proceso de orden alto con gran retardo y:

$$G(s) = \frac{1}{s(0.7s + 1)(0.6s + 1)(0.4s + 1)(0.1s + 1)}.$$

Se calcularon ΔP y δP para diferentes valores del retardo y se consideró un error de 10% en la estimación del retardo y la ganancia. El valor de β se escogió como el sugerido para el caso de grandes retardos ($\beta = L_r - L_e$). En la figura 2.16(a) se pueden ver δP (línea continua) y el ΔP normalizado (línea discontinua) para los valores de retardo 4, 12 y 25 segundos y los valores correspondientes de β . Como se puede observar, las curvas calculadas usando los parámetros propuestos son casi tangentes lo que demuestra las buenas propiedades de la solución.

Si se desea escoger un controlador que garantice un comportamiento robusto entonces β debe ser elegido mayor que δP_0 . Como regla general, el valor de β debe estar entre $1.5\delta P_0$ y $2\delta P_0$ si se desea una sobreoscilación pequeña. En la figura 2.16(b) ΔP y δP se han dibujado para el caso $L_r = 20$ segundos, $T_e = 2.6$ segundos, $\beta = 2\delta P_0$ y 15% de error de estimación para el retardo y la ganancia.

Algunos puntos de esta solución merecen ser destacados: (i) con la regla de ajuste propuesta, T_0 depende del error de estimación del retardo, del propio retardo y también de la estimación de la constante de tiempo de la dinámica no modelada; (ii) como era esperado, el comportamiento del sistema en bucle cerrado está limitado por las incertidumbres; (iii) el ajuste propuesto tiene en cuenta la dinámica no modelada de una manera simple; (iv) en algunos casos, la dinámica no modelada puede imponer restricciones más severas al control que el error en la estimación del retardo.

Para ilustrar el procedimiento de ajuste del control propuesto se analiza a continuación un ejemplo de un sistema de quinto orden. Para mostrar las ventajas del controlador frente a otros de la literatura los resultados se comparan con los obtenidos con el SP de Matausek y Micić.

Ejemplo:

Se supone que el proceso se representa por:

$$P(s) = \frac{K_{vr} e^{-L_r s}}{s(0.9s + 1)(0.5s + 1)(0.3s + 1)(0.1s + 1)}$$

y se considera que inicialmente $L_r = 20$ y $K_{vr} = 1$. Mediante un ensayo de respuesta al escalón se determinan la constante de tiempo equivalente $T_{eq} = 1.8$ segundos; el retardo equivalente $L = 21.8$ segundos y la ganancia de velocidad $K_v = 1$. Se asume que el error de estimación del retardo es de 10% y el de la ganancia de velocidad es de 5%.

Se desea obtener una respuesta con sobreoscilación pequeña, para lo que se escoge $\beta = 1.5\delta P_0 = 3$ y se calcula el T_0 correspondiente: $T_0 = 11.62$ segundos. Para el SP de Matausek y Micić se usa el ajuste sugerido por los autores en [59] $K_v = 1$, $L = 21.8$ y $k_r = 0.55$. El comportamiento de la salida del proceso se puede apreciar en la figura 2.17(a) para el caso donde $L_r = 20$ y la ganancia de velocidad real es $K_{vr} = 1.0$, o sea no hay errores de estimación de estos parámetros. La consigna se cambia de 0 a 1 en $t = 0$ y en $t = 250$ segundos se agrega una perturbación de 5%. Se puede observar que las respuestas de los dos sistemas de control son similares.

En la segunda gráfica (figura 2.17(b)) se compara el comportamiento robusto, donde el retardo del proceso se fija en $L_r = 18$, la ganancia de velocidad real en $K_{vr} = 1.05$ y se mantienen las condiciones de simulación. Como era de esperar, el controlador propuesto tiene una respuesta estable y con pequeña sobreoscilación. Por el contrario, el control propuesto en [59] tiene una respuesta muy oscilatoria.

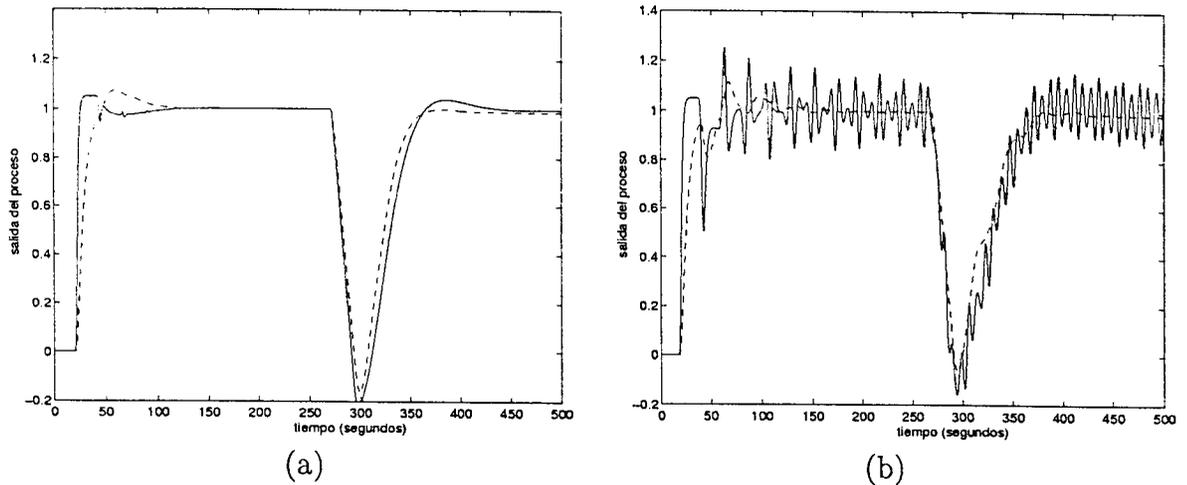


Figura 2.17: Respuesta del SP de Matausek y Micić (línea continua) y el propuesto (línea de puntos): (a) caso con $L_r = 20$, $K_{vr} = 1$ y (b) caso con $L_r = 18$, $K_{vr} = 1.05$.

Finalmente, debe ser destacado que se puede encontrar un procedimiento para el ajuste robusto del SP de Matausek y Micić, en vez de utilizar el ajuste propuesto por los autores en [59]. Para ello se calcula el índice de robustez normalizado ΔP como:

$$\Delta P(\omega) = \frac{|K_v(j\omega + k_r K_v)(2Lj\omega + e^{-j\omega L})|}{|-(2LK_v k_r + 1)\omega^2 + j\omega K_v k_r|} \quad \forall \omega, \quad (2.65)$$

y se dibujan los valores de $\Delta P(\omega)$ para diferentes casos, como se aprecia en la figura 2.18. Luego, observando que en altas frecuencias $\Delta P(\omega)$ tiene un valor muy cercano a T_r (si consideramos que para grandes retardos $2Lk_r K_v \gg 1$), es posible ajustar el valor de T_r usando una estimación de las incertidumbres como se hace con el controlador propuesto [80]. Sin embargo, aunque es posible ajustar de manera robusta este controlador, no es posible mejorar el rechazo a perturbaciones cuando la planta tiene grandes retardos, por lo que el control propuesto es una solución más adecuada para el control de plantas integradoras con retardos.

2.5 DTC discretos: Un enfoque unificado

La implementación práctica del SP y modificaciones en equipos analógicos no es simple. Por ello, la aplicación de estos algoritmos de control en sistemas reales sólo comenzó a popularizarse en los años 80 cuando estuvieron disponibles los microprocesadores en los controladores industriales. A pesar de que la mayoría de los DTC se aplicaban en plataformas digitales, la mayoría de los trabajos científicos del tema se continuaban

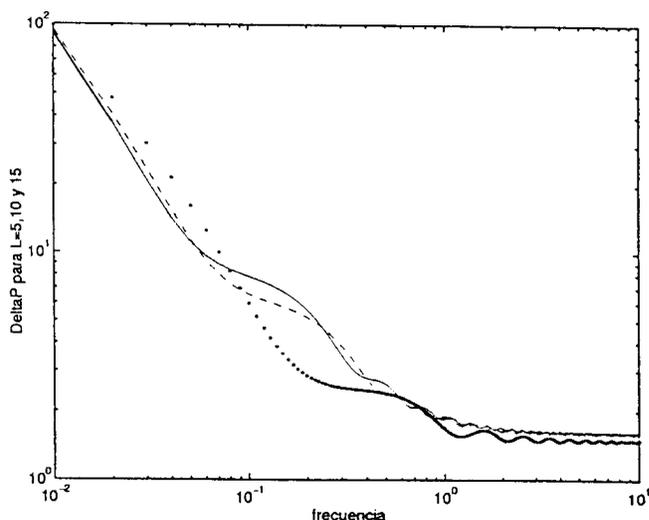


Figura 2.18: Índice de robustez para el SP de Matausek y Micić.

desarrollando en el dominio del tiempo continuo. El primer trabajo que analizó los problemas de estabilidad de los DTC en el plano z fue presentado en los años 90 por Palmor y Halevi [93]. Quizás la principal razón para ello es que la mayoría de las características de los DTC continuos son válidas en el caso discreto. Con una elección adecuada del período de muestreo, los algoritmos analizados en esta tesis pueden ser usados en el dominio discreto calculando simplemente el equivalente discreto del control continuo. En este apartado algunas de las ideas implícitas en las formulaciones de los diferentes DTC estudiados en los apartados anteriores serán usadas para presentar y formular un DTC unificado en el dominio z . Este algoritmo de control considera como especificaciones de control el comportamiento y la robustez del bucle cerrado.

La primer idea que debe ser analizada es que en todos los DTCs se incluye un modelo del proceso. Este modelo se usa en la estructura del control para calcular la predicción de la salida del proceso. En el caso discreto esta predicción puede ser calculada de manera simple con una ecuación en diferencias que utilice los valores anteriores del control y de la salida. Por esta característica es posible representar al DTC genérico con un diagrama de bloques como el de la figura 2.19.

En la figura 2.19 los bloques R y Q representan al predictor y los bloques C y W representan el control primario (en este caso general, un control con dos grados de libertad, pues de esta forma se puede ajustar adecuadamente las respuestas a cambios de consigna y a perturbaciones de carga). Esta estructura será denominada en lo que sigue compensador de tiempos muertos unificado (en la terminología inglesa “unified dead-time compensator” - UDTC). Es muy fácil demostrar que el SP y las versiones

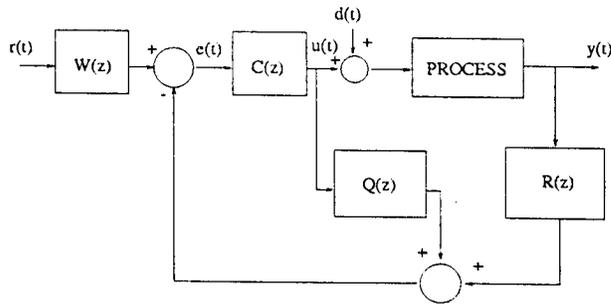


Figura 2.19: Representación unificada de los DTCs.

modificadas estudiadas en este capítulo son casos particulares de la estructura general [71].

Por sus características, el UDTC propuesto puede ser usado para calcular un sistema de control para procesos con retardo que considere las ideas usadas en [67] para mejorar la robustez, en [108] para trabajar con procesos inestables, en [46] para mejorar el rechazo de perturbaciones, en [114] para desacoplar las respuestas a cambios de consigna y de perturbaciones; pero sin las limitaciones de ninguno de los algoritmos mencionados, que en algunos casos no pueden ser usados con cualquier tipo de proceso o no pueden tener en cuenta un conjunto de especificaciones completo (considerando robustez y comportamiento).

Para analizar el comportamiento en bucle cerrado del UDTC se usarán tres funciones de transferencia: la que relaciona la referencia con la salida ($L(z)$), la que relaciona la perturbación con la salida ($H(z)$) y la que relaciona la perturbación con la acción de control ($U(z)$):

$$\begin{aligned} \frac{y}{r} = L(z) &= \frac{W(z)C(z)P(z)}{1 + C(z)(P(z)R(z) + Q(z))}, \\ \frac{y}{d} = H(z) &= \frac{P(z)(1 + C(z)Q(z))}{1 + C(z)(P(z)R(z) + Q(z))}, \\ \frac{u}{d} = U(z) &= \frac{-P(z)C(z)R(z)}{1 + C(z)(P(z)R(z) + Q(z))}. \end{aligned} \quad (2.66)$$

También, como en apartados anteriores el índice de robustez utilizado se calcula como:

$$\Delta P(\omega) = \frac{|1 + C(e^{j\omega})(P_n(e^{j\omega})R(e^{j\omega}) + Q(e^{j\omega}))|}{|C(e^{j\omega})R(e^{j\omega})|}, \quad \forall \omega \in [0, \pi/T_s], \quad (2.67)$$

siendo T_s el período de muestreo. De las expresiones anteriores se observa que el factor $(PR + Q)$ aparece en el denominador de todas las funciones de la ecuación (2.66) y en el numerador de la ecuación (2.67) y por ello se propone la siguiente parametrización del controlador.

Primero se definen dos funciones racionales en z , R y X de forma tal que $Q = X - PR$. Con estos nuevos parámetros, las funciones de transferencia nominales L_n, H_n, U_n y el índice de robustez ΔP se transforman en:

$$\begin{aligned} L_n &= \frac{CWP_n}{1+CX} & H_n &= \frac{P_n(1+CQ)}{1+CX} \\ U_n &= \frac{CRP_n}{1+CX} & \Delta P &= \frac{|1+CX|}{|CR|} = \frac{|P_n|}{|U_n|} \end{aligned} \quad (2.68)$$

En las ecuaciones (2.68), $L_n(z)$ permite medir el comportamiento frente a cambios de consigna mientras que $H_n(z)$ y $U_n(z)$ se usan para medir el rechazo a las perturbaciones. Mientras que $H_n(z)$ mide directamente la relación perturbación-salida, la función $U_n(z)$ puede ser usada como una forma más simple de ver la bondad del controlador en la tarea de rechazar a las perturbaciones. De la misma forma que en el caso continuo, resulta claro que si $U_n(z) = -1$ el control podría eliminar totalmente el efecto de la perturbación en la salida del proceso. Se puede deducir también de la misma expresión (ecuación (2.68)) que para eliminar el efecto del retardo, el bloque $R(z)$ debería ser ideal, $R(z) = z^d$, de forma que se pudiera anticipar el efecto de la perturbación. Esta idea es la utilizada en [46] para mejorar el rechazo de perturbaciones del SP continuo como se explicó anteriormente. Por otro lado, la función $H(z)$ permite evaluar el efecto de los polos de bucle cerrado en los transitorios de rechazo de perturbaciones.

De forma general, usando las ecuaciones (2.68) se pueden extraer las siguientes conclusiones:

- la relación referencia-salida nominal L_n se puede ajustar escogiendo apropiadamente los parámetros X , C y W ;
- con X , C y W ya definidos, el índice de robustez ΔP puede ser escogido arbitrariamente con el ajuste de R sin modificar L_n . Esto implica que las especificaciones de estabilidad robusta y comportamiento nominal a los cambios de consigna pueden ser elegidos independientemente (siempre que el sistema en bucle cerrado sea internamente estable);
- para un buen rechazo de perturbaciones se desea que U_n esté próxima a -1 en todo el ancho de banda. Pero dado que $\Delta P = \frac{|P_n|}{|U_n|}$, resulta claro que no es posible definir U_n independientemente de la especificación de robustez;
- si se desea que la dinámica de bucle cerrado sea más rápida que la de bucle abierto, X deberá verificar la relación $X = P_n Y$ ($Q = P_n(Y - R)$) para que los polos de bucle abierto sean eliminados de todas las funciones de transferencia del

sistema (ver ecuaciones (2.68)). Como los polos de P son también polos de Q , los ceros de Q deben cancelar estos polos. Por otro lado, como los polos de R son siempre polos de Q , al elegir R para mejorar la robustez (por ejemplo como un filtro pasa bajos) la dinámica de rechazo de perturbaciones será más lenta. Si R se elige para mejorar la dinámica de la respuesta a perturbaciones, entonces el sistema será más sensible a los errores de modelado. Así, el objetivo de un buen ajuste es conseguir un buen compromiso entre robustez y comportamiento;

- si P es inestable, entonces X deberá cancelar las raíces inestables que P introduce en H_n y Q deberá ser una función de transferencia estable (para ello se obligará a que las raíces inestables del numerador y denominador se cancelen). Estas condiciones garantizan la estabilidad interna del sistema de control de la misma forma que lo analizado en el caso continuo [71].

Para definir el procedimiento de diseño del UDTC se definen aquí un conjunto de especificaciones de control que son bastante generales (normalmente usadas en las aplicaciones industriales): estabilidad interna, seguimiento de consignas de tipo escalón sin error de régimen permanente, rechazo de perturbaciones constantes, estabilidad robusta y comportamiento nominal para entradas de tipo escalón con poca sobreoscilación y tiempo de respuesta definido (los valores exactos de estas últimas especificaciones dependerán de la aplicación concreta).

En el procedimiento de síntesis primero se consideran las especificaciones de estabilidad interna y las de régimen permanente. Para ello se procede de la siguiente manera:

- para estabilidad interna se elige X de forma tal que Q sea estable;
- para las condiciones de régimen permanente: $R(1) = 1$ y $\frac{C}{1+CQ}$ con acción integral. Para esta última condición basta con elegir C con acción integral y Q de forma tal que sea nulo en $z = 1$ ($Q(1) = 0$). En el caso más general de trabajar con rampas u otras señales de orden superior C deberá tener l integradores y Q , l ceros en $z = 1$.

Una vez definidas las características anteriores, los grados de libertad restantes del controlador serán elegidos para ajustar las respuestas transitorias del sistema y mantener la estabilidad robusta. El cálculo final de C , Q , W y R puede hacerse por diversos métodos de control, como por ejemplo diagramas en el dominio de la frecuencia o por la resolución de ecuaciones polinomiales. Como se verá en los capítulos siguientes, esta estructura de control puede representar también a otros controladores, como por

ejemplo al Control Predictivo Generalizado. Así, en el capítulo 6 de ésta tesis se presentarán algunas alternativas para el ajuste de la estructura del UDTC considerando que sus características reúnen las propiedades de otros controladores predictivos y no solamente las de los DTCS.

2.6 Compensadores de tiempo muerto multivariables

En la industria de procesos, la mayoría de las plantas tienen características multivariables y el acoplamiento entre las diferentes variables hace que el control sea más difícil. La complejidad del diseño y ajuste del sistema de control es aún mayor si el proceso posee retardos entre sus variables de entrada y salida. Por este motivo, muchos trabajos de investigación y desarrollo se han ocupado del análisis y diseño de controles para sistemas multivariables (MIMO).

La primer generalización de las ideas del SP para procesos MIMO fue presentada por Alevisakis y Seborg en los años 70 para el caso de sistemas con un único retardo [2]. Algunos años más tarde, Ogunnaike y Ray [86, 85] extendieron los resultados para el caso de múltiples retardos. Después de estos trabajos, muchos autores estudiaron los problemas asociados al control de procesos MIMO con retardo utilizando estructuras de compensadores de tiempo muerto multivariables (MIMO-DTC, [86, 92, 12, 47, 32]). Entre todos estos trabajos quizás el más completo y claro sea el presentado por Jerome y Ray [47], en el que se estudian diversos aspectos del diseño de este tipo de sistema de control. En este apartado se analizarán algunos de los puntos más importantes introducidos por Jerome y Ray en su artículo y se comentarán las ventajas y desventajas de los MIMO-DTCs.

Como se mencionó en este mismo capítulo, las tres propiedades fundamentales del SP son: (i) el atraso es eliminado de la ecuación característica del sistema en bucle cerrado; (ii) para cambios de referencia la señal de realimentación f generada por el predictor que se muestra en la figura 2.2(b) se anticipa a la salida del proceso en un tiempo L ; (iii) la estructura del SP factoriza, de forma implícita, al proceso en dos partes: G_n que es la parte invertible y e^{-Ls} que es la parte no invertible debido al retardo. Para extender estas propiedades para el caso MIMO se utilizarán los diagramas de la figura 2.20 [47].

En esta estructura $P(s)$ es un proceso $n \times n$ con elementos $p_{ij}(s) = g_{ij}(s)e^{-L_{ij}s}$ definidos como en el apartado 2.1, $C(s)$ es el controlador primario MIMO, $D(s)$ es

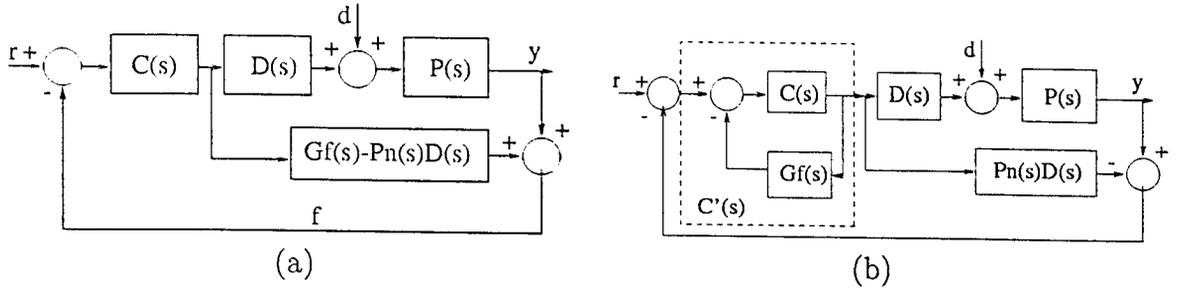


Figura 2.20: Estructura del MIMO-DTC de Jerome y Ray: (a) representación normal; (b) representación en la forma IMC.

una matriz diagonal de retardos con elementos $e^{-d_i s}$ y $G_f(s)$ es el modelo rápido de la planta que tiene los mismos elementos que $P(s)$ pero con diferentes retardos (los elementos de $G_f(s)$ son del tipo $g_{ij}(s)e^{-\theta_{ij}s}$).

Assumiendo que el modelo es perfecto se pueden calcular las relaciones entrada-salida del sistema como:

$$y = PD(I + CG_f)^{-1}C(r - P d) + P d. \quad (2.69)$$

Así, si se desea extender la propiedad (i) del SP para el caso MIMO basta escoger $\theta_{ij} = 0$ y $d_i = 0$ para todo i, j . En este caso la ecuación característica del sistema es:

$$\det(I + G_f C) = 0, \quad (2.70)$$

que como se observa no tiene retardos. Sin embargo, debe destacarse que con esta elección, las propiedades (ii) y (iii) no tienen porqué verificarse simultáneamente con la propiedad (i). Si consideramos, por ejemplo, la propiedad (ii), se observa que la señal de realimentación del bucle interno f vale, para la salida i :

$$f_i(t) = g_{i1}u_1(t) + g_{i2}u_2(t) + \dots + g_{in}u_n(t), \quad (2.71)$$

que es diferente de la predicción de la salida y_i en un único instante futuro $t + L_i$ cualquiera que sea ($y_i(t + L_i)$) ya que, en general, los elementos de la fila i de $P(s)$ tienen retardos diferentes. En general, solamente se verificará $f_i(t) = y_i(t + L_i)$ si $L_{ij} = L_i$ para todo j .

Así, para extender la propiedad (ii) es necesario definir retardo mínimo por fila del sistema (L_i) que será asociado a la salida i :

$$L_i = \min_j(L_{ij}), \quad i = 1 \dots n; j = 1 \dots n. \quad (2.72)$$

Así, $f_i(t)$ será la predicción de la salida i en $t + L_i$:

$$f_i(t) = y_i(t + L_i), \quad i = 1 \dots n. \quad (2.73)$$

Para ello la matriz \mathbf{G}_f deberá ser definida de forma diferente. Los elementos del modelo rápido deben ser elegidos como $g_{ij}(s)e^{-\theta_{ij}s}$ y los retardos calculados como:

$$\theta_{ij} = L_{ij} - L_i, \quad i = 1 \dots n; j = 1 \dots n. \quad (2.74)$$

Resulta claro entonces que con esta elección, la propiedad (i) ya no es válida, pues en general, la nueva ecuación característica del sistema tendrá retardos. En la práctica, mantener válida la propiedad (ii) resulta más interesante que mantener válida la propiedad (i), ya que el efecto de la predicción es muy importante dentro del bucle.

Para poder analizar la propiedad (iii) se procede como en el caso SISO, considerando el control primario ideal $\mathbf{C}'(s) = (\mathbf{G}_f(s))^{-1}$ (ver figura 2.20(b)) que permite obtener la siguiente relación referencia-salida:

$$\mathbf{y}(s) = \mathbf{P}(s)\mathbf{D}(s)(\mathbf{G}_f(s))^{-1}\mathbf{r}(s) \quad (2.75)$$

A partir de esta condición ideal es posible definir las limitaciones en el comportamiento del sistema en bucle cerrado con el controlador MIMO-DTC [44]:

- el tiempo mínimo de respuesta para cambios de consigna de $\mathbf{P}(s)$ (denominado límite mínimo de respuesta de $\mathbf{P}(s)$) es $\mathbf{L}(s)$, definido como una matriz diagonal con elementos $e^{-L_i s}$. Esto significa que es físicamente imposible que pueda obtenerse una respuesta en bucle cerrado del sistema con tiempos menores que los indicados por los elementos de la diagonal de $\mathbf{L}(s)$. Este concepto, definido en la literatura inglesa como "limitations imposed by dead-time on the dynamic resilience" nos indica de manera muy clara las limitaciones que el retardo impone al sistema de control y que estas limitaciones no dependen del control aplicado ya que ni siquiera pueden ser sobrepasadas por el control ideal. De forma similar, para el caso de que se agreguen retardos al sistema con la matriz \mathbf{D} , el límite mínimo de respuesta para $\mathbf{P}(s)\mathbf{D}(s)$ es definido por la matriz $\mathbf{L}_d(s)$ que tiene elementos $e^{-L_{d_i} s}$ con $L_{d_i} = \min_j(L_{ij} + d_j)$.
- Resulta claro también por este análisis que, en general, no será posible alcanzar las condiciones de respuesta mínima ya que no siempre es posible calcular la inversa del modelo rápido $\mathbf{G}_f(s)$ de forma tal que toda la dinámica del proceso $\mathbf{P}(s)$ pueda ser cancelada (recordar que en el caso SISO siempre es posible calcular la inversa del modelo rápido cuando no hay ceros de fase no mínima). De la ecuación (2.75) se ve claramente que si la inversa de $\mathbf{G}_f(s)$ cancela la

dinámica invertible de la planta, entonces las relaciones entrada-salida serán apenas retardos. Volvemos a resaltar aquí, como en el caso SISO, que además del retardo también los ceros del sistema pueden imponer limitaciones al cálculo de la respuesta ideal y que este problema no será considerado en esta tesis. Para poder estudiar el caso general, cuando no es posible eliminar la dinámica de la planta, se define otro índice de comportamiento: el mínimo tiempo de respuesta desacoplado del sistema para cambios de consigna. Para el caso de $\mathbf{D}(s) = \mathbf{I}$, éste se calcula como el menor retardo en las filas de $\mathbf{P}(s)(\mathbf{G}_f(s))^{-1}$. Así, el límite de respuesta de desacoplamiento se define como una matriz diagonal $\mathbf{V}(s)$ que tiene elementos $e^{-r_i s}$, donde los r_i se escogen para que la matriz $\mathbf{G}_f(s)$ no tenga predicciones (o sea que pueda ser invertida) y al mismo tiempo para que $\mathbf{V}(s)$ tenga el menor retardo posible. De esta forma, la matriz límite de respuesta de desacoplamiento se calcula como: $\mathbf{V}(s) = \mathbf{P}(s)(\mathbf{G}_f(s))^{-1}$. Para el caso general donde se agregan retardos al sistema, la matriz límite de respuesta de desacoplamiento de $\mathbf{P}(s)\mathbf{D}(s)$ será $\mathbf{V}_d(s)$ con elementos $e^{-r_d s}$ calculados de la misma forma que en el caso anterior. En este caso, el límite definido permite tener una idea de la mejor respuesta que se puede obtener (en términos del retardo) si se desea un sistema en bucle cerrado desacoplado (que es una de las especificaciones más comunes en la práctica industrial).

Los dos límites definidos son, en general, diferentes. La condición necesaria y suficiente para que coincidan $\mathbf{V} = \mathbf{L}$ (o $\mathbf{V}_d = \mathbf{L}_d$) es que \mathbf{P} (o \mathbf{PD}) puedan ser reordenadas (solamente usando intercambio de filas o columnas) de forma tal que se obtenga una matriz con los retardos mínimos por fila ubicados en la diagonal principal [44]. Esta condición se conoce en la literatura como el ensayo de reordenamiento.

Debe destacarse que si $\mathbf{P}(s)$ verifica el ensayo de reordenamiento entonces $\mathbf{G}_f(s)$ se puede elegir sin retardos en la diagonal principal y esto garantiza que se puede calcular $(\mathbf{G}_f(s))^{-1}$. Esto implica que si el sistema pasa el ensayo de reordenamiento la respuesta desacoplada a cambios de consigna es al mismo tiempo la mejor respuesta (en términos de retardo) que se puede obtener. En el caso contrario, \mathbf{V} será siempre inferior a \mathbf{L} , lo que implica que habrá que sacrificar parte del tiempo de respuesta para conseguir el desacoplamiento.

Así, cuando se aumentan las ganancias del control primario para aproximarse al control ideal, el control equivalente $\mathbf{C}'(s)$ se aproximará a $(\mathbf{G}_f(s))^{-1}$, por lo que el resultado solamente será estable si $(\mathbf{G}_f(s))^{-1}$ no tiene predicciones. De esta forma se ven claramente las restricciones que imponen los retardos al ajuste del control primario.

Si se desea mantener la especificación de desacoplamiento, el bloque $\mathbf{D}(s)$ del controlador puede ser usado para agregar retardos al sistema de forma tal que la inversa

del modelo rápido $(G_f(s))^{-1}$ no tenga predicciones. Esta idea puede parecer contraria a todas las convenciones del control, pero se puede demostrar que en determinadas situaciones se puede mejorar el comportamiento del sistema multivariable agregando retardos en la matriz $D(s)$ (en [44] los autores analizan varios ejemplos prácticos relacionados con este problema). Si la matriz $D(s)$ es usada en el sistema de control entonces dos propiedades importantes del sistema deben ser mencionadas [47]:

- Si D es elegida con los menores retardos posibles de forma que $V^{-1}PD$ no tiene predicciones (lo que equivale a que PD pase el ensayo de reordenamiento), entonces $V_d(s) = V(s)$, o sea, la adición de un conjunto de retardos adecuados en el sistema permite que se mantenga inalterada la mejor respuesta desacoplada de $P(s)$.
- Si $P(s)$ verifica el ensayo de reordenamiento, entonces al diseñar $G_f(s)$ para satisfacer la propiedad (ii) del SP, la propiedad (iii) se verificará automáticamente.

Usando el análisis anterior queda claro que si la planta original verifica el ensayo de reordenamiento la solución que debe ser adoptada es diseñar $G_f(s)$ para verificar la propiedad (ii) (y automáticamente la (iii)). En caso contrario, hay varias posibilidades:

- la primera posibilidad es agregar retardos con la matriz $D(s)$ para que $P(s)D(s)$ verifique el ensayo de reordenamiento;
- otra posibilidad es usar $D(s) = I$ consiguiendo un sistema que únicamente verifique la propiedad (ii), teniendo en cuenta que, en este caso, las ganancias del control primario deben mantenerse bajas para evitar los problemas de estabilidad;
- la tercera posibilidad es usar una matriz $D(s)$ diferente que permita obtener la mejor respuesta posible para una determinada salida del sistema, aunque se acepte al mismo tiempo acoplamiento entre las salidas. Esta solución puede ser interesante cuando: (a) los retardos que se necesita agregar para que se verifiquen las propiedades (ii) y (iii) sean muy grandes. En estos casos la propiedad (ii) sólo se verificará para algunas salidas; (b) cuando exista una variable de salida mucho más importante que las otras y sea más conveniente controlarla adecuadamente, aunque el sistema global esté acoplado.

Como se puede ver por el análisis presentado, el ajuste más adecuado para el MIMO-DTC depende de las características del proceso y de las especificaciones, no existiendo una solución que se pueda aplicar a todos los casos. El análisis también permite ver que

existen ciertos límites para el comportamiento del sistema en bucle cerrado que son impuestos por el retardo y que son independientes del ajuste y de la estructura del control [44]. No es el objetivo de este capítulo ir más a fondo en estos problemas. Sin embargo, el análisis presentado permite entender y dimensionar las dificultades asociadas al control de sistemas MIMO con múltiples retardos. Los detalles y las demostraciones de los resultados aquí expuestos pueden ser encontradas en [44, 47].

Una vez analizados los problemas asociados al retardo y su compensación, queda por definir la forma de ajustar el control primario $C(s)$ considerando especificaciones de comportamiento y robustez. En el trabajo de [47] (y también en la mayoría de los otros trabajos citados) $C(s)$ es una matriz diagonal de controladores PIs o PIDs y el ajuste de los mismos se hace usando procedimientos clásicos. Considerando al modelo rápido $G_f(s)$ como modelo nominal (como se hace en el caso SISO) los PIDs pueden ser ajustados usando cualquiera de los diversos métodos propuestos en la literatura para el ajuste de PIDs para plantas MIMO [57, 30, 43].

Ejemplo:

Para ilustrar la aplicación del MIMO-DTC a un proceso multivariable se analiza en este ejemplo el control de una columna de destilación. El modelo de la columna es el siguiente [109]:

$$P_a(s) = \begin{bmatrix} \frac{12.8e^{-s}}{1 + 16.7s} & \frac{-18.9e^{-3s}}{1 + 21s} & \frac{3.8e^{-8.1s}}{1 + 14.9s} \\ \frac{6.6e^{-7s}}{1 + 10.9s} & \frac{-19.4e^{-3s}}{1 + 14.4s} & \frac{4.9e^{-3.4s}}{1 + 13.2s} \end{bmatrix}$$

donde $y(s) = P_a(s)[u \ d]$, $y = (y_1 \ y_2)^T$ y $u = (u_1 \ u_2)^T$. u_1 es el caudal del reflujo, u_2 es el caudal de vapor en el hervidor, y_1, y_2 son las concentraciones de metanol en la parte alta y baja de la columna y d es el caudal de alimentación.

Como el sistema tiene los retardos mínimos en la diagonal, se puede elegir $D = I$ y G_f como:

$$G_f(s) = \begin{bmatrix} \frac{12.8}{1 + 16.7s} & \frac{-18.9e^{-2s}}{1 + 21s} \\ \frac{6.6e^{-4s}}{1 + 10.9s} & \frac{-19.4}{1 + 14.4s} \end{bmatrix},$$

por lo que su inversa no tiene predicciones. En el segundo paso se ajustan los PIs de cada bucle. En [47] se propone usar:

$$k_{c1} = 1.8, \quad T_{i1} = 15, \quad k_{c2} = -2.8, \quad T_{i1} = 8,$$

que será denominado en lo que sigue PI1. Para realizar un análisis comparativo de respuestas se propone aquí un ajuste diferente de los controladores PI. En este caso se eligen los T_{ij} iguales a las constantes de tiempo de los elementos jj de G_f y las ganancias se ajustan para un compromiso entre robustez y comportamiento. Si los retardos son no dominantes ($L < 2T$), k_{cj} pueden ser elegidos entre 5 y 20 veces la inversa de la ganancia k_{jj} del elemento jj de G_f de forma que se puede obtener respuestas relativamente rápidas sin comprometer la robustez. Cuando los retardos son dominantes ($L > 2T$), los k_{cj} se eligen iguales a la inversa de los k_{jj} para mantener la respuesta de bucle cerrado similar a la de bucle abierto (esta es la misma idea usada en el FPPI del apartado 2.4). Así, en este caso, se ajustan los PIs usando:

$$k_{c1} = 10/k_{11}, \quad T_{i1} = 16.7, \quad k_{c2} = 10/k_{22}, \quad T_{i1} = 14.4.$$

En lo que sigue, este ajuste se denominará PI2. En la figura 2.21 se observan los resultados obtenidos. La salida de la planta en el caso nominal se ve en la figura 2.21. La consigna de y_1 se hace variar 1% en $t = 0$ (ver figura 2.21(a)) y se aplica una perturbación de $d = 0.1$ en $t = 100$ minutos (ver figura 2.21(b)). Se observa que el ajuste propuesto (en línea de puntos) genera una respuesta más lenta pero menos oscilatoria que el ajuste de Jerome y Ray [47] (en línea continua), a pesar de que ambas respuestas tienen una sobreoscilación y un tiempo de acomodación similar.

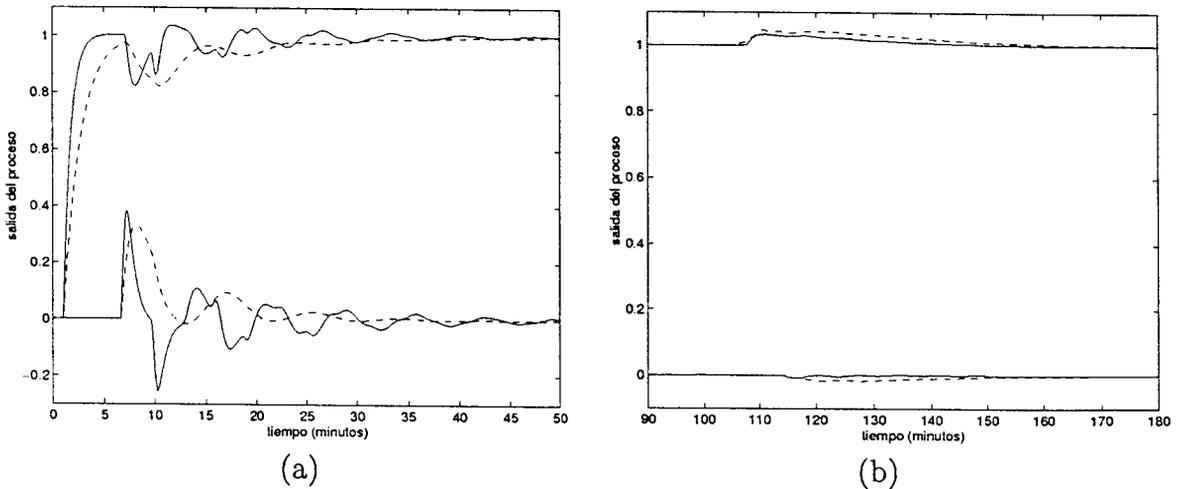


Figura 2.21: Caso nominal: (a) respuesta a un cambio de consigna; (b) rechazo de perturbaciones. (PI1) (línea continua) y (PI2) (línea discontinua).

La robustez de los ajustes se compara en una segunda simulación (ver figura 2.22(a)) cuando se consideran errores en la estimación de los retardos de la planta (10% en los

de la diagonal principal) y se utilizan las mismas entradas que en el caso anterior. Como era esperado, dado que el ajuste propuesto para los PIs es más conservador, se obtiene una respuesta estable y con baja sobreoscilación (línea discontinua), mientras que el otro ajuste (línea continua) inestabiliza al proceso (la simulación en este caso se paró en $t = 70$).

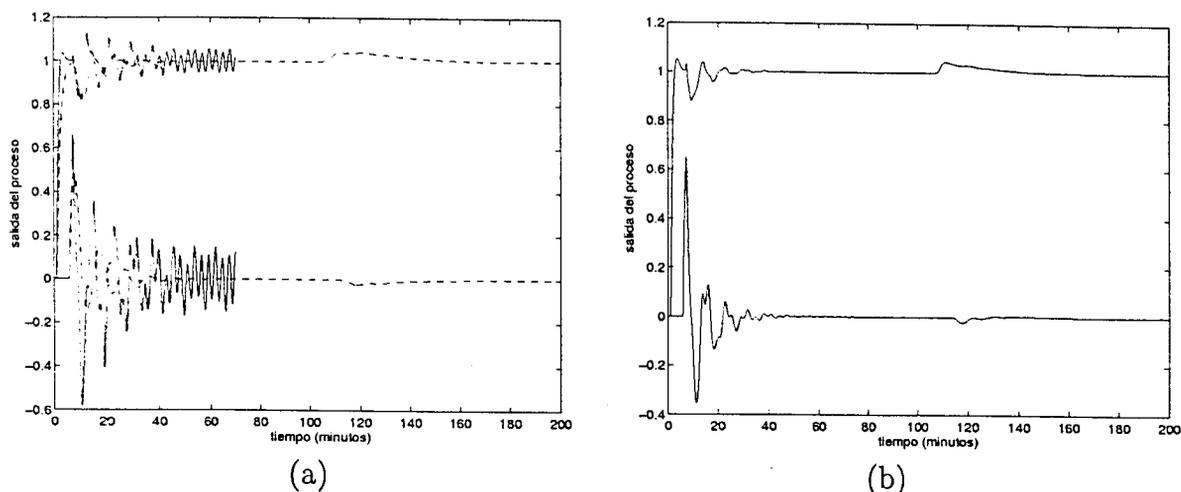


Figura 2.22: Seguimiento de consigna y rechazo de perturbaciones cuando hay errores de modelado: (a) con el PI1 (línea continua) y con el PI2 (línea de puntos); (b) con el PI1 y los filtros.

Una solución muy simple que permite estabilizar la respuesta del MIMO-DTC con el ajuste PI1 consiste en generalizar la idea del filtro pasa bajos usado en el FPPI monovariante. Aquí, la regla de ajuste consiste en usar un filtro diagonal actuando en el error entre el modelo y el proceso. El ajuste de las constantes del filtro se puede hacer de la misma manera que en el caso SISO, eligiendo $T_{fi} = L_{ii}/2$. Para mostrar el efecto de este filtro en el sistema de control se mantuvo el ajuste de los PIs propuesto en [47] y los mismos errores de modelado de la última simulación. La respuesta del sistema con los PI1 y los filtros se aprecia en la figura 2.22(b). Como puede ser observado, el uso de los filtros estabiliza la respuesta y permite un buen comportamiento. Como se comentó en el caso monovariante, la robustez puede ser mejorada también reajustando los controladores PIs, pero el procedimiento de ajuste es más complejo que el uso de los filtros.

El análisis de estos ejemplos sugiere un estudio del ajuste del MIMO-DTC usando las mismas ideas del caso SISO. Pero en la práctica, el ajuste del control primario no es sencillo y como además deben ser considerados otros aspectos como, por ejemplo, las restricciones en las variables manipuladas, la solución completa del problema será presentada en el capítulo 4 usando un enfoque de control predictivo. En este caso, el ajuste del control primario se hace minimizando un funcional que permite ponderar

las acciones de control, incluir restricciones y obtener respuestas con bajo índice de acoplamiento. Como se demostrará en el capítulo 4, la estructura de estos algoritmos de control predictivo es prácticamente la misma que la estudiada aquí y permite solucionar de forma más adecuada el principal inconveniente del MIMO-DTC que es el ajuste del control primario.

2.7 Conclusiones del capítulo

Los DTCs estudiados en éste capítulo son una buena alternativa para controlar procesos con retardo, principalmente cuando el proceso puede ser modelado por funciones de transferencia simples. En estos casos, el ajuste del sistemas de control es sencillo y es posible obtener un buen compromiso entre robustez y comportamiento. Las soluciones presentadas en esta tesis son simples y pueden ser usadas en la industria con seguridad ya que ofrecen muy buenos índices de robustez, tanto para procesos estables como para plantas integradoras. Por otro lado, cuando los procesos son más complejos, el ajuste del control primario no es trivial si se utilizan herramientas del control clásico. Además, las soluciones no ofrecen la posibilidad de incluir restricciones, a pesar de que en ciertos casos particulares es posible analizar el efecto de las mismas en la estabilidad y comportamiento del sistema [56]. Para solucionar estos problemas el ajuste del control primario puede hacerse con algoritmos de optimización, incluyendo la complejidad del modelo y las restricciones. En estos casos, la estructura final del control es muy similar a la de un control predictivo basado en modelo MPC, por lo que en los siguientes capítulos el problema del control de procesos con retardo se hará desde la óptica del MPC.

Capítulo 3

Control predictivo de procesos con retardo

El control predictivo basado en modelo (“Model Predictive Control”, MPC) es una de las técnicas de control moderno más potentes y quizás la que ha tenido más éxito en aplicaciones industriales. Las principales razones del mismo se deben fundamentalmente a que: puede ser aplicada tanto a sistemas monovariantes como multivariantes, las acciones de control por prealimentación pueden ser incluidas en el algoritmo de forma directa, las restricciones en las variables de entrada y salida de la planta pueden ser consideradas en tiempo real en el controlador y además, por la propia definición del algoritmo, puede ser usado para controlar procesos con retardo. Esta última propiedad es la principal motivación para el estudio del comportamiento y robustez de los controladores predictivos cuando son aplicados a procesos con retardo. Por otro lado, como se ha comentado en el capítulo 2, los compensadores de tiempo muerto (DTCs) pueden ser usados también para controlar procesos multivariantes, considerando tanto las acciones de control por realimentación como por prealimentación, por lo que la principal ventaja del control predictivo basado en modelo es que puede también considerar las restricciones.

El MPC no es una estrategia de control específica, sino que se trata de un campo muy amplio de métodos de control desarrollados en torno a unas ideas comunes. Las características comunes de estos sistemas de control son básicamente:

- usan un modelo explícito del proceso para predecir la salida del mismo en el futuro (en un determinado horizonte finito);
- calculan la acción de control a partir de la minimización de una cierta función

objetivo;

- el horizonte es deslizante, por lo que a cada período de muestreo se desplaza el horizonte hacia adelante, se aplica solamente la acción de control de aquel instante y se desecha el resto.

Las diferencias entre los diversos algoritmos se deben a la forma de elegir la función objetivo, el modelo del proceso usado para la predicción y el modelo de las perturbaciones.

Muchas técnicas de control predictivo han sido aplicadas con éxito en la industria [28]. Quizás la mayoría de los resultados prácticos de MPC correspondan a la familia de los MPC industriales como por ejemplo el control por matriz dinámica (“Dynamic Matrix Control”, DMC) [25] y el control algorítmico basado en modelo (“Model Algorithm Control”, MAC) [97]. Todos los controladores de esta familia se han desarrollado en el medio industrial. Estos algoritmos se basan en modelos de respuesta al impulso o al escalón para describir la planta, mientras que las perturbaciones son consideradas como las diferencias entre la salida del proceso real y la del modelo de predicción [54].

Por otro lado, se debe resaltar que existe otra familia de algoritmos de la clase MPC que surgieron en el medio académico, generalmente relacionados al control adaptativo y que poseen una serie de características que los diferencian del primer grupo [26]. En este segundo grupo, donde debemos incluir al control predictivo generalizado (“Generalized Predictive Controller”, GPC) [23], la planta y las perturbaciones son representadas por un modelo autorregresivo integrado y de media móvil (normalmente denominado en la literatura inglesa modelo CARIMA [39]), mientras que las predicciones de la salida del proceso se calculan usando predictores óptimos. Una de las ventajas del enfoque usado por este segundo grupo de controladores es que el modelo CARIMA es más general que los de respuesta impulsional y de respuesta al escalón y permite obtener una representación con menor número de parámetros (principalmente en el caso de procesos con retardo). Además en este tipo de controladores, la robustez frente a los errores de modelado y ruido de medición puede ser considerada en el algoritmo a través de la utilización de polinomios de filtrado [22]. Por estos motivos, en esta tesis, el estudio del control predictivo para procesos con retardo se restringe a este segundo grupo, y en concreto al GPC.

El GPC es uno de los controladores que ha recibido más atención en los últimos años. Se han escrito muchos artículos analizando su comportamiento y su robustez [24, 22, 98, 111, 4, 62]. Sin embargo, a pesar de que el GPC puede ser utilizado para controlar procesos con retardo, la mayoría de los trabajos no le prestan la suficiente atención a los problemas de robustez debidos a los errores de estimación del retardo

del sistema. Debe destacarse que los errores en el retardo son la principal fuente de incertidumbres en altas frecuencias que se encuentran en los procesos industriales y que tienen un efecto peligroso sobre el funcionamiento en bucle cerrado del sistema, ya que deterioran el margen de fase del mismo. Así, en este capítulo se analiza la formulación del GPC especialmente para los sistema con retardo y las propiedades del sistema de control son comparadas con los resultados del capítulo 2. Los resultados del capítulo se desarrollan para el caso monovariable sin restricciones y algunas extensiones y generalizaciones se estudian en los capítulos siguientes.

La presentación del capítulo tiene la siguiente secuencia. Primero se muestra que el GPC es equivalente a un DTC donde el control primario y los filtros se calculan usando procedimientos óptimos. Luego se utilizan los resultados obtenidos para comparar el comportamiento en bucle cerrado y la robustez del GPC con la de un DTC con dos grados de libertad como el estudiado en el capítulo 2. A continuación, se presentan resultados de simulación que ilustran los estudios comparativos realizados y finalmente, en el último apartado se presentan las conclusiones del capítulo.

3.1 Representación clásica del GPC

El algoritmo de control predictivo generalizado consiste en la aplicación de una secuencia de control que minimiza una función de coste dada por:

$$J = \sum_{j=N_1}^{N_2} \delta(j) [\hat{y}(t+j|t) - w(t+j)]^2 + \sum_{j=1}^N \lambda(j) [\Delta u(t+j-1)]^2 \quad (3.1)$$

donde $\hat{y}(t+j|t)$ es la predicción óptima en $t+j$ de la salida del sistema calculada en t , N_1 y N_2 son respectivamente los horizontes de predicción mínimo y máximo, N es el horizonte de control, $\delta(j)$ y $\lambda(j)$ son las secuencias de ponderación y $w(t+j)$ es la referencia futura. El objetivo del GPC es calcular la secuencia de los incrementos futuros de la acción de control $\Delta u(t)$, $\Delta u(t+1)$, ... de forma tal que se minimice J .

Las predicciones óptimas se calculan usando un modelo CARIMA [39] dado por:

$$A(z^{-1})y(t) = z^{-d}B(z^{-1})u(t-1) + \frac{T(z^{-1})e(t)}{D(z^{-1})\Delta}, \quad (3.2)$$

donde $A(z^{-1})$, $B(z^{-1})$, $T(z^{-1})$, $D(z^{-1})$ son polinomios en z^{-1} , $\Delta = 1 - z^{-1}$, d es el retardo y $e(t)$ un ruido blanco. Los polinomios $A(z^{-1})$, $B(z^{-1})$ son:

$$\begin{aligned} A(z^{-1}) &= 1 + a_1z^{-1} + a_2z^{-2} + \dots + a_{na}z^{-na}, \\ B(z^{-1}) &= b_0 + b_1z^{-1} + b_2z^{-2} + \dots + b_{nb}z^{-nb}. \end{aligned}$$

Los polinomios $T(z^{-1})$ y $D(z^{-1})$ representan las características estocásticas del ruido y como éstas son difíciles de estimar en la práctica es común que se utilice un modelo con $T(z^{-1}) = 1$ y $D(z^{-1}) = 1$ para el análisis del algoritmo básico del GPC [17]. Sin embargo, como se verá en este mismo capítulo, el polinomio $T(z^{-1})$ puede usarse como parámetro de diseño para mejorar la robustez del sistema y en este caso, no está relacionado con el modelo del ruido. En este capítulo el desarrollo se divide en dos partes. En la primera se usará $T(z^{-1}) = 1$ y $D(z^{-1}) = 1$. Posteriormente, se analizará el efecto producido por la utilización de otros ajustes de $T(z^{-1})$ y $D(z^{-1})$ en el sistema de control.

Considerando el efecto del retardo d en el sistema los horizontes N_1 y N_2 se pueden elegir como se sugiere en [16]: $N_1 = d + 1$ y $N_2 = N + d$. Usando estos valores, si se suponen conocidas las predicciones $\hat{y}(t + d + j - 1 | t)$, $\hat{y}(t + d + j - 2 | t)$, ..., $\hat{y}(t + d + j - na - 1 | t)$ el mejor valor esperado para $\hat{y}(t + d + j | t)$ puede ser calculado usando un predictor óptimo a partir del modelo establecido para la planta y las perturbaciones [16] como sigue:

$$\hat{y}(t + d + j | t) = (1 - a_1)\hat{y}(t + d + j - 1 | t) + (a_1 - a_2)\hat{y}(t + d + j - 2 | t) + \dots + a_{na}\hat{y}(t + d + j - na - 1 | t) + b_0 \Delta u(t + j - 1) + \dots + b_{nb} \Delta u(t + j - 1 - nb) \quad (3.3)$$

Si la ecuación 3.3 se aplica recursivamente para $j = 1, 2, \dots, N$ se obtiene:

$$\begin{bmatrix} \hat{y}(t + d + 1 | t) \\ \hat{y}(t + d + 2 | t) \\ \vdots \\ \hat{y}(t + d + N | t) \end{bmatrix} = \mathbf{G} \begin{bmatrix} \Delta u(t) \\ \Delta u(t + 1) \\ \vdots \\ \Delta u(t + N - 1) \end{bmatrix} + \mathbf{H} \begin{bmatrix} \Delta u(t - 1) \\ \Delta u(t - 2) \\ \vdots \\ \Delta u(t - nb) \end{bmatrix} + \mathbf{S} \begin{bmatrix} \hat{y}(t + d | t) \\ \hat{y}(t + d - 1 | t) \\ \vdots \\ \hat{y}(t + d - na | t) \end{bmatrix}, \quad (3.4)$$

donde \mathbf{G} , \mathbf{H} y \mathbf{S} son matrices constantes de dimensión $N \times N$, $N \times nb$ y $N \times na + 1$ respectivamente. \mathbf{G} se calcula como:

$$\mathbf{G} = \begin{bmatrix} g_1 & 0 & \dots & 0 \\ g_2 & g_1 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ g_N & g_{N-1} & \dots & g_1 \end{bmatrix}, \quad (3.5)$$

con elementos:

$$g_j = \sum_{i=1}^j a_i g_{j-i} + \sum_{i=0}^{j-1} b_i \quad j = 1 \dots N, \quad (3.6)$$

donde $g_j = 0$ si $j \leq 0$ y a_i son los coeficientes de A . H tiene elementos h_{ij} calculados como:

$$h_{1,j} = b_j \quad j = 1, \dots, nb;$$

$$h_{ij} = - \sum_{k=1}^{i-1} \tilde{a}_k h_{(i-k)j} + h_{1(i+j-1)} \quad i = 2, \dots, N; j = 1, \dots, nb;$$

y S tiene elementos s_{ij} :

$$s_{1j} = -a_j \quad j = 1, \dots, na;$$

$$s_{ij} = \sum_{k=1}^{i-1} s_{1k} s_{(i-k)j} \quad i = 2, \dots, N; j = 1, \dots, na.$$

La ecuación (3.4) se puede escribir de forma vectorial como:

$$\hat{y} = G u + H u_1 + S y_1, \quad (3.7)$$

donde:

$$u = \begin{bmatrix} \Delta u(t) \\ \Delta u(t+1) \\ \vdots \\ \Delta u(t+N-1) \end{bmatrix} \quad u_1 = \begin{bmatrix} \Delta u(t-1) \\ \Delta u(t-2) \\ \vdots \\ \Delta u(t-nb) \end{bmatrix} \quad y_1 = \begin{bmatrix} \hat{y}(t+d|t) \\ \hat{y}(t+d-1|t) \\ \vdots \\ \hat{y}(t+d-na|t) \end{bmatrix}. \quad (3.8)$$

Resulta claro que $f_r = H u_1 + S y_1$ son los términos que dependen de las acciones de control pasadas y corresponden a la respuesta libre del sistema, que es la que se obtendría si la señal de control futura se mantuviera constante ($\Delta u(t+i) = 0 \quad \forall i \geq 0$). Sustituyendo \hat{y} en la ecuación de la función de coste, J queda expresada como función de los vectores y_1 , u , u_1 y de la secuencia de referencia $w = [w(t+d+1)w(t+d+2)\dots w(t+d+N)]^T$:

$$J = (G u + H u_1 + S y_1 - w)^T Q_\delta (G u + H u_1 + S y_1 - w) + u^T Q_\lambda u. \quad (3.9)$$

\mathbf{Q}_δ y \mathbf{Q}_λ son respectivamente las matrices diagonales $N \times N$ de ponderación del error y del control. Sus elementos, $\delta(j)$ y $\lambda(j)$ respectivamente, se eligen constantes en la mayoría de los casos. Sin embargo, puede demostrarse que existen maneras más apropiadas de definirlos cuando se desea explotar algunas de las propiedades del controlador [112, 66]. En la práctica, los valores de $\delta(j)$ y $\lambda(j)$ son normalizados para ponderar correctamente a las variables.

Con algunas manipulaciones, J se puede escribir como:

$$J = \mathbf{u}^T (\mathbf{Q}_\lambda + \mathbf{G}^T \mathbf{Q}_\delta \mathbf{G}) \mathbf{u} + 2(\mathbf{H} \mathbf{u}_1 + \mathbf{S} \mathbf{y}_1 - \mathbf{w})^T \mathbf{Q}_\delta \mathbf{G} \mathbf{u} + (\mathbf{H} \mathbf{u}_1 + \mathbf{S} \mathbf{y}_1 - \mathbf{w})^T \mathbf{Q}_\delta (\mathbf{H} \mathbf{u}_1 + \mathbf{S} \mathbf{y}_1 - \mathbf{w}). \quad (3.10)$$

Minimizando J con respecto a \mathbf{u} se obtiene:

$$\mathbf{M} \begin{bmatrix} \Delta u(t) \\ \Delta u(t+1) \\ \vdots \\ \Delta u(t+N-1) \end{bmatrix} = \mathbf{P}_0 \begin{bmatrix} \hat{y}(t+d|t) \\ \hat{y}(t+d-1|t) \\ \vdots \\ \hat{y}(t+d-na|t) \end{bmatrix} + \mathbf{P}_1 \begin{bmatrix} \Delta u(t-1) \\ \Delta u(t-2) \\ \vdots \\ \Delta u(t-nb) \end{bmatrix} + \mathbf{R} \begin{bmatrix} w(t+d+1) \\ w(t+d+2) \\ \vdots \\ w(t+d+N) \end{bmatrix}. \quad (3.11)$$

Donde $\mathbf{M} = \mathbf{G}^T \mathbf{Q}_\delta \mathbf{G} + \mathbf{Q}_\lambda$ y $\mathbf{R} = \mathbf{G}^T \mathbf{Q}_\delta$ tienen dimensión $N \times N$, $\mathbf{P}_0 = -\mathbf{G}^T \mathbf{Q}_\delta \mathbf{S}$ dimensión $N \times (na+1)$ y $\mathbf{P}_1 = -\mathbf{G}^T \mathbf{Q}_\delta \mathbf{H}$ dimensión $N \times nb$.

Como el algoritmo es de horizonte deslizante, solamente se calcula $\Delta u(t)$, y por lo tanto si \mathbf{m} es la primera fila de \mathbf{M}^{-1} , $\Delta u(t)$ resulta:

$$\Delta u(t) = \mathbf{m} \mathbf{P}_0 \begin{bmatrix} \hat{y}(t+d|t) \\ \hat{y}(t+d-1|t) \\ \vdots \\ \hat{y}(t+d-na|t) \end{bmatrix} + \mathbf{m} \mathbf{P}_1 \begin{bmatrix} \Delta u(t-1) \\ \Delta u(t-2) \\ \vdots \\ \Delta u(t-nb) \end{bmatrix} + \mathbf{m} \mathbf{R} \begin{bmatrix} w(t+d+1) \\ w(t+d+2) \\ \vdots \\ w(t+d+N) \end{bmatrix}. \quad (3.12)$$

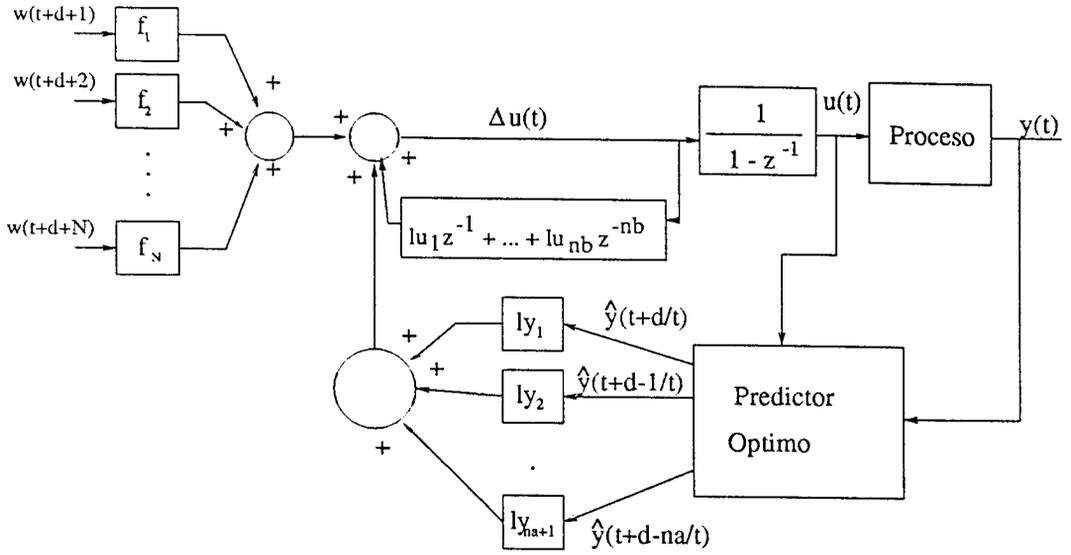


Figura 3.1: Esquema de control del GPC.

Así, $\Delta u(t)$ se escribe como:

$$\Delta u(t) = ly_1 \hat{y}(t+d | t) + ly_2 \hat{y}(t+d-1 | t) + \dots + ly_{na+1} \hat{y}(t+d-na | t) + lu_1 \Delta u(t-1) + lu_2 \Delta u(t-2) + \dots + lu_{nb} \Delta u(t-nb) + \sum_{i=1}^N f_i w(t+d+i), \quad (3.13)$$

donde $\mathbf{m P}_0 = [ly_1 ly_2 \dots ly_{na+1}]$, $\mathbf{m P}_1 = [lu_1 lu_2 \dots lu_{nb}]$ y $f_i = \sum_{j=1}^N m_j r_{ji}$; r_{ji} son los elementos de \mathbf{R} y m_j los elementos de \mathbf{m} . Los coeficientes ly_i , lu_i , f_i son funciones de a_i , b_i , N , $\delta(i)$ y $\lambda(i)$. Cuando la referencia futura es desconocida, $w(t+d+i)$ se elige igual a $r(t)$:

$$[w(t+d+1) \dots w(t+d+N)] = [1 \dots 1] r(t), \quad (3.14)$$

de forma tal que el último término de $\Delta u(t)$ se expresa como:

$$\sum_{i=1}^N f_i w(t+d+i) = \sum_{i=1}^N f_i r(t) = l_r r(t). \quad (3.15)$$

En la figura 3.1 se muestra el esquema de control resultante. Los valores de $\hat{y}(t+d | t)$, \dots , $\hat{y}(t+d-na | t)$ se obtienen de aplicar las ecuaciones de predicción óptimas ya mencionadas. En la práctica, la ley de control puede ser calculada usando la respuesta libre y forzada del sistema como se sugiere en [22]. En este caso la predicción se calcula como:

$$\hat{\mathbf{y}} = \mathbf{G} \mathbf{u} + \mathbf{f}_r, \quad (3.16)$$

y la ley de control final resulta:

$$\Delta u(t) = (\mathbf{G}^T \mathbf{Q}_\delta \mathbf{G} + \mathbf{Q}_\lambda)^{-1} \mathbf{G}^T \mathbf{Q}_\delta (\mathbf{f}_r - \mathbf{w}) = \mathbf{K}(\mathbf{f}_r - \mathbf{w}), \quad (3.17)$$

donde \mathbf{K} representa a la matriz de ganancias del control. Para completar el análisis del controlador, las predicciones óptimas se calcularán usando los valores actuales de entrada y salida del proceso. Para ello primero se considera la ecuación diofántica:

$$1 = E_j(z^{-1})\tilde{A}(z^{-1}) + z^{-j}F_j(z^{-1}). \quad (3.18)$$

donde $\tilde{A}(z^{-1}) = \Delta A(z^{-1})$. Los polinomios E_j y F_j son únicos con grado $j - 1$ y na respectivamente y pueden obtenerse dividiendo 1 por $\tilde{A}(z^{-1})$ hasta que el resto pueda ser factorizado como $z^{-j}F_j(z^{-1})$. El cociente de la división es el polinomio $E_j(z^{-1})$. Usando esta idea la mejor predicción de $y(t + j)$ es:

$$\hat{y}(t + j | t) = I_j(z^{-1}) \Delta u(t + j - d - 1) + F_j(z^{-1})y(t), \quad (3.19)$$

donde $I_j(z^{-1}) = E_j(z^{-1})B(z^{-1})$. Es muy simple probar que los polinomios E_j y F_j pueden ser calculados recursivamente [23] pero para este trabajo es más útil encontrar una expresión que relacione directamente los polinomios F_j e I_j con el modelo del proceso dado por A , B y d . Considerando la ecuación (3.19) para $j = 1$ y usando las expresiones de F_1 y E_1 se obtiene:

$$\hat{y}(t + 1 | t) = [1 - \tilde{A}(z^{-1})] zy(t) + \tilde{B}(z^{-1})u(t - d), \quad (3.20)$$

donde $\tilde{B}(z^{-1}) = (1 - z^{-1})B(z^{-1})$. Esta ecuación se puede escribir como:

$$\hat{y}(t + 1 | t) = [1 - \tilde{A}(z^{-1})] zy(t) + \tilde{B}(z^{-1})z^{-d}u(t), \quad (3.21)$$

Repitiendo el mismo procedimiento para $j = 2 \dots d$ se obtiene:

$$\hat{y}(t + 2 | t) = [1 - \tilde{A}(z^{-1})]^2 z^2 y(t) + \tilde{B}(z^{-1})z^{-d} [1 + (1 - \tilde{A}(z^{-1}))] u(t + 1), \quad (3.22)$$

⋮

$$\hat{y}(t + d | t) = [1 - \tilde{A}(z^{-1})]^d z^d y(t) +$$

$$+ \tilde{B}(z^{-1})z^{-d} [1 + (1 - \tilde{A}(z^{-1})) + (1 - \tilde{A}(z^{-1}))^2 + \dots + (1 - \tilde{A}(z^{-1}))^{d-1}] u(t + d - 1), \quad (3.23)$$

que de forma condensada se escribe:

$$\hat{y}(t + d | t) = [(1 - \tilde{A}(z^{-1}))z]^d y(t) + \sum_{i=1}^d (1 - \tilde{A}(z^{-1}))^{i-1} \tilde{B}(z^{-1})u(t - 1). \quad (3.24)$$

Calculando la suma y con algunas manipulaciones, la ecuación anterior puede escribirse como [70]:

$$\hat{y}(t + d | t) = R(z)y(t) + [z^d - R(z)] P(z)u(t) = G(z)u(t) + R(z) [y(t) - P(z)u(t)], \quad (3.25)$$

donde $R(z) = [1 - \tilde{A}(z^{-1})]^d z^d$ y el modelo de la planta es dado por:

$$P(z) = \frac{B(z^{-1})z^{-1-d}}{A(z^{-1})} = G(z)z^{-d}. \quad (3.26)$$

El diagrama de bloques del sistema de control puede dibujarse como en la figura 3.2, donde $C(z)$ y $W(z)$ se obtienen manipulando bloques en la figura 3.1.

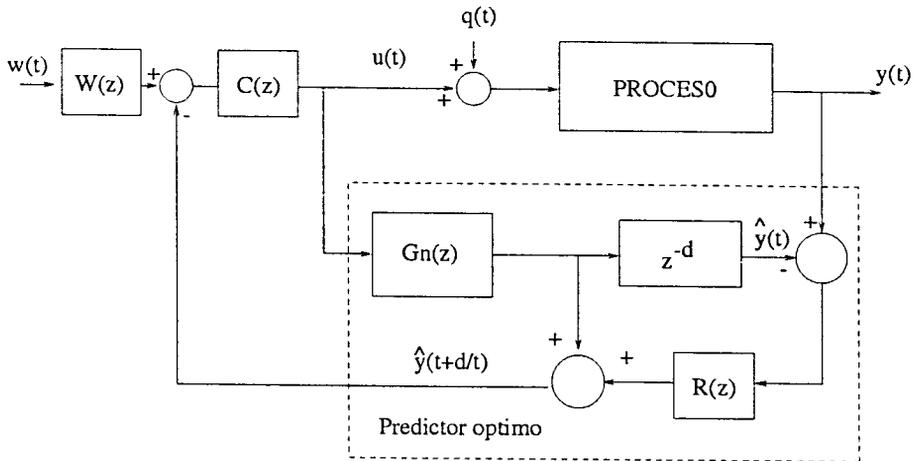


Figura 3.2: Estructura equivalente del GPC en la que se muestra al OP como un compensador de tiempo muerto DTC.

$$C(z) = \frac{ly_1 + ly_2z^{-1} + \dots + ly_{na+1}z^{-na}}{(1 - z^{-1})(1 - lu_1z^{-1} - lu_2z^{-2} - \dots - lu_{nb}z^{-nb})}, \quad (3.27)$$

$$W(z) = \frac{f_1z^{d+1} + f_2z^{d+2} + \dots + f_Nz^{d+N}}{ly_1 + ly_2z^{-1} + \dots + ly_{na+1}z^{-na}}. \quad (3.28)$$

El análisis anterior muestra que el control primario tiene siempre orden $nb+1$ (el orden del numerador del modelo del proceso más uno) y que el filtro de referencia tiene sus polos siempre cancelando a los ceros del controlador primario $C(z)$. Se observa también que la estructura de control encontrada es equivalente a un compensador de tiempo muerto con dos grados de libertad, como los analizados en el capítulo 2 (ver la figura 2.4(b)) aunque en este caso el filtro R usado para corregir el error entre la planta real y el modelo no es un parámetro de diseño sino una función de los parámetros del modelo A y d . El ajuste del control primario en este caso se realiza por un procedimiento de optimización y no por los métodos clásicos del capítulo 2, a pesar de que es siempre posible usar el mismo par C, W en ambos controladores.

Es importante destacar que si se utiliza un modelo CARIMA completo (con $T \neq 1$ y $D \neq 1$) la estructura final del GPC no se modifica pero los bloques R, C y W resultan funciones de T y D [76, 68]. Este punto se analiza con más detalle en lo que sigue y también en los capítulos 4 y 5, donde se considera el efecto del polinomio T en el controlador.

Otra propiedad importante del GPC merece ser analizada usando la representación clásica del algoritmo. Como es bien sabido, el GPC puede aplicarse a procesos inestables. Si se utiliza la estructura de la figura 3.2 se puede concluir (como en el caso de los DTCs) que la estabilidad interna del sistema depende de la estructura del predictor. Así, si el control primario (que se ajusta con N, λ y δ) estabiliza a la planta sin retardo, la estabilidad interna sólo depende del predictor. Para el análisis, la predicción óptima se calcula como en el caso del UDTC del capítulo 2:

$$\hat{y}(t+d | t) = R(z)y(t) + Q(z)u(t) \quad (3.29)$$

obteniéndose para el bloque equivalente $Q(z)$:

$$Q(z) = G_n(z) - P_n(z)R(z) = G_n(z) [1 - z^{-d}R(z)] = \frac{B(z^{-1})z^{-1}}{A(z^{-1})} [1 - (1 - \tilde{A}(z^{-1}))^d], \quad (3.30)$$

así, si z_0 es una raíz inestable de A (se considera que la planta es inestable) también es raíz del polinomio $1 - (1 - \tilde{A}(z^{-1}))^d$, por lo que las raíces inestables de A no aparecen en la expresión final de Q (obsérvese que estas raíces se cancelan entre el numerador y denominador de Q). Por lo tanto, si Q es estable y C estabiliza a G_n el sistema es internamente estable. Esta es una conclusión importante pues el predictor óptimo usado en el GPC se define con base en criterios de bucle abierto y sin embargo permite que el sistema en bucle cerrado controlado por el GPC sea internamente estable cuando se controlan procesos inestables. Se puede concluir entonces que es la estructura de R la responsable de esta importante cualidad del GPC.

Los resultados de este análisis son interesantes pues permiten relacionar al GPC con estructuras de control clásico y pueden auxiliar al ingeniero de control en el momento de escoger un algoritmo para utilizar en una determinada aplicación. Los primeros resultados publicados sobre estudios comparativos entre compensadores de retardo y controladores óptimos aparecieron en los años 80 [95, 89, 11] y estudiaban el control de sistemas estables con retardo. En [89] los autores muestran que los algoritmos de varianza mínima ("Minimum Variance Controller", MVC) o de varianza mínima generalizada ("Generalized Minimum Variance Controller", GMVC) eliminan el retardo de la ecuación característica del sistema. Además, en el mismo trabajo muestran que el controlador se puede descomponer en un predictor óptimo más un control primario. Intuitivamente, éste es un resultado esperado ya que tanto el GMVC como el MVC usan un horizonte de predicción igual al retardo del sistema. En el trabajo presentado en [11] se estudia el efecto del ajuste de los parámetros del GMVC (en particular de la ponderación del control y del filtro). Los autores muestran que para ciertos tipos de perturbaciones el controlador óptimo tiene índices muy bajos de robustez y para mejorarlo proponen el ajuste de la ponderación del esfuerzo de control. Como se ha visto en el análisis de este capítulo, en el GPC los horizontes y las ponderaciones solamente modifican al controlador primario y no a la estructura de predicción, por lo que el ajuste de estos parámetros no puede ser usado para comparar la robustez y el comportamiento del GPC y del DTC (recordar que es posible usar el mismo control primario en ambas estructuras).

En esta tesis, el análisis comparativo se generaliza para controladores óptimos más complejos, ya que en el GPC, las predicciones óptimas se usan en un horizonte mayor que 1, que es deslizante y además el algoritmo incluye ponderaciones del error de seguimiento de consignas. Así, los resultados que se presentan aquí contribuyen al mejor entendimiento de las cualidades e inconvenientes del GPC.

Para completar los resultados de este apartado se analiza en lo que sigue el caso general del modelo CARIMA, donde $T \neq 1$ y $D \neq 1$.

Primero se considera que $D \neq 1$. Es simple ver que se pueden definir nuevos polinomios para el modelo: $A'(z^{-1}) = A(z^{-1})D(z^{-1})$, $B'(z^{-1}) = B(z^{-1})D(z^{-1})$ y resolver las ecuaciones de predicción como en el caso original. Así, como D puede ser incluido en los polinomios A y B , se considerará en lo que sigue que $D = 1$ (cabe resaltar aquí que en todas las formulaciones del GPC se utiliza $D = 1$).

Cuando $T \neq 1$ las predicciones óptimas pueden ser calculadas utilizando el procedimiento que se explica a continuación, que es equivalente al propuesto en [22] para el cálculo de la ley de control del GPC:

- primero se considera el modelo:

$$A(z^{-1})y^f(t) = z^{-d}B(z^{-1})u^f(t-1) + \frac{e(t)}{\Delta}, \quad (3.31)$$

que se obtiene de 3.2 usando, $y^f(t) = \frac{y(t)}{T(z^{-1})}$ y $u^f(t) = \frac{u(t)}{T(z^{-1})}$;

- con los polinomios A y B se calcula la ganancia del control K como en la ecuación (3.17) que como se demuestra en [22], no depende de T ;
- luego se calculan las señales filtradas $y^f(t)$ y $u^f(t)$;
- con las señales anteriores se calcula la predicción filtrada $\hat{y}^f(t+d|t)$ usando el mismo procedimiento que para el caso de $T = 1$. Debe destacarse aquí que las relaciones entre $\hat{y}^f(t+d|t)$ y $u^f(t)$ e $y^f(t)$ son las mismas que en aquel caso ya que el modelo utilizado para calcular las predicciones también es el mismo;
- usando $\hat{y}^f(t+d|t)$ y $u^f(t)$ se calcula la respuesta libre filtrada f_r^f ;
- la respuesta libre real f_r se obtiene filtrando de forma inversa el valor anterior: $f_r = T(z^{-1})f_r^f$;
- finalmente la ley de control se calcula como: $u(t) = K(w - f_r)$.

En la figura 3.3 se muestra el diagrama de bloques del sistema de control resultante.

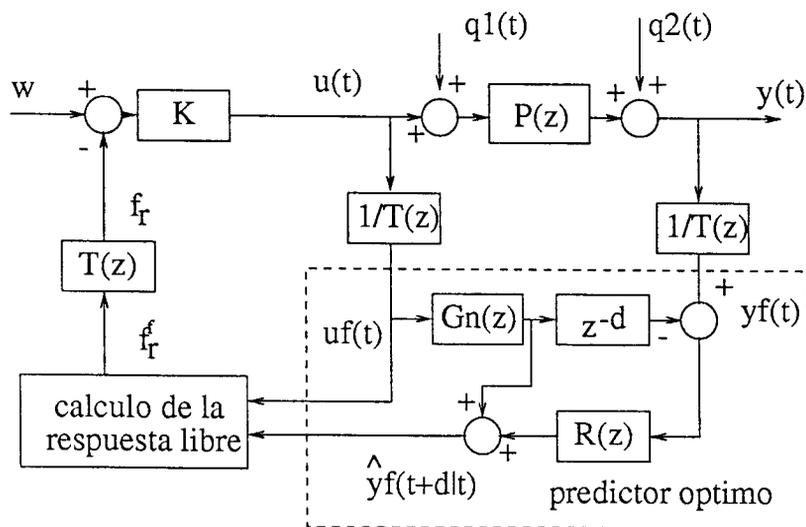


Figura 3.3: Estructura del sistema de control con predictor óptimo filtrado.

De este último diagrama se observa que también en este caso la estructura del DTC aparece en el GPC y que el polinomio T afecta solamente a la robustez y al rechazo

a las perturbaciones del sistema. Si el modelo es perfecto y no hay perturbaciones $\hat{y}^f(t + d | t)$ verifica:

$$\hat{y}^f(t + d | t) = \frac{G_n(z^{-1})}{T(z^{-1})}u(t) = G_n(z^{-1})u^f(t), \quad (3.32)$$

y en este caso la respuesta libre será independiente de T y como consecuencia la acción de control final $u(t)$ tampoco depende de T . Por otro lado, cuando hay errores de modelado o perturbaciones, T actúa como un filtro que puede ser usado para disminuir el efecto de las incertidumbres de modelado, principalmente en altas frecuencias. Esta propiedad del algoritmo ha sido usada por varios autores para proponer reglas de ajuste para el polinomio T . En este tipo de reglas, T no está relacionado con el modelo de las perturbaciones sino que se ajusta únicamente con el objetivo de mejorar la robustez. Este tipo de ajuste será analizado con detalles en el próximo apartado y en los próximos capítulos.

Las relaciones anteriores serán usadas en el próximo apartado para realizar un estudio del comportamiento en bucle cerrado del GPC y compararlo con el del DTC analizado en el capítulo 2 cuando ambos sistemas controlan plantas estables con retardo. En la práctica, el análisis comparativo debería considerar la robustez y el comportamiento en bucle cerrado frente a cambios de consigna y perturbaciones, sean estas últimas deterministas o estocásticas. A pesar de ello, en el próximo apartado solamente se considerarán perturbaciones deterministas y la comparación se realizará considerando siempre que los dos controladores tienen el mismo comportamiento nominal para cambios de referencia. Las razones que justifican este estudio son: (i) en los casos reales de la industria es muy difícil determinar T como modelo del ruido; (ii) si ambos controladores tienen el mismo comportamiento nominal, las incertidumbres de modelado pueden llevar al sistema a la inestabilidad, mientras que las perturbaciones estocásticas solamente pueden producir un deterioro en las prestaciones.

Sin embargo para que el análisis realizado en esta tesis sea completo, los sistemas inestables con retardo se estudian en el capítulo 5 y el problema de rechazo de perturbaciones estocásticas en el capítulo 6.

3.2 Análisis comparativo entre el GPC y el DTC

En este apartado se comparan el comportamiento y la robustez del GPC con las de un DTC discreto de dos grados de libertad, cuando ambos controlan plantas estables con retardo. El estudio se divide en dos partes. En la primera, la estructura del DTC

discreto corresponde a un simple predictor de Smith con filtro de referencia, mientras que en el GPC el polinomio T se elige igual a la unidad. En la segunda parte del estudio se incluyen filtros en ambos controladores para mejorar la robustez: el polinomio T en el GPC y el filtro de robustez en el DTC (como se estudió en el capítulo 2).

3.2.1 El caso de $T = 1$

En este apartado el estudio de los sistemas de control del GPC y del DTC se hará usando la estructura de la figura 3.2, considerando en el caso del DTC que el bloque $R(z)$ es unitario. Para poder realizar el análisis comparativo se supone que en ambas estructuras se utiliza el mismo control primario (los mismos $C(z)$ y $W(z)$). Con esta elección, el GPC y el DTC tienen el mismo comportamiento nominal para cambios de consigna ya que la función de transferencia entre la referencia y la salida es independiente de $R(z)$. Así, el estudio comparativo de las dos estructuras se puede hacer analizando la robustez y el rechazo a las perturbaciones de los algoritmos.

Para simplificar la notación, en lo que sigue del apartado se omitirá la dependencia con z (o z^{-1}). Al igual que en el capítulo 2, se considerará que la planta puede representarse por una función de transferencia P y que las incertidumbres son aditivas y no estructuradas ($P = P_n + DP$; $P_n = G_n z^{-d_n}$, d_n es el retardo nominal). El ajuste de C y W se hace para definir un determinado comportamiento para el caso nominal. Usando esta hipótesis es posible calcular para ambos controladores la norma de la máxima incertidumbre que el control admite en la planta para mantener la estabilidad ΔP [63]. Como se vio en el capítulo 2, estas normas pueden ser calculadas a partir de las ecuaciones características de ambos sistemas de control obteniéndose la siguiente relación:

$$\Delta P_{GPC} = \frac{|1 + CG_n|}{|CR|} = \frac{1}{|R|} \Delta P_{DTC}. \quad (3.33)$$

Igual que en el capítulo 2, se puede demostrar que al ajustar el sistema de control para mejorar la robustez se deteriora la respuesta de rechazo de perturbaciones. Por este motivo, la forma de la curva ΔP_{GPC} en la frecuencia puede usarse para obtener, simultáneamente, informaciones de la robustez y del rechazo de perturbaciones del sistema en bucle cerrado.

De la ecuación (3.33) se observa que el polinomio R puede ser usado como índice comparativo de comportamiento de ambos controladores. Si el módulo de R es mayor que la unidad para toda frecuencia entonces el sistema controlado por el DTC será más robusto que el que utiliza el controlador GPC. Recordando que $R = z^{d_n}(1 - \tilde{A})^{d_n}$, se observa que solamente el polinomio A y el retardo d_n afectan el índice del GPC y que el índice de robustez del DTC no depende de d . Esto significa que si, dado un polinomio

A y un retardo d , el DTC es más robusto que el GPC, entonces también será más robusto para cualquier otro sistema que tenga el mismo polinomio A y mayor retardo. Debe destacarse que en el GPC, d no altera el ajuste del control primario, por lo tanto definiendo N , λ y δ , el sistema controlado por el GPC se volverá inestable fácilmente para mayores valores del retardo y las mismas incertidumbres. Estos resultados también pueden obtenerse usando un análisis de la robustez del GPC con un modelo estructurado de las incertidumbres similar al realizado en [16] para sistemas de primer orden con retardo.

Dada la complejidad de la expresión de R , no es posible obtener conclusiones generales sobre el valor de su módulo en la frecuencia. Desde un punto de vista práctico, es interesante analizar los modelos de proceso más utilizados en los medios industriales para sistemas monovariantes. De acuerdo con varios autores [20, 7] un modelo que incluya una función de transferencia de segundo orden y un atraso es suficiente para describir con buena aproximación a la mayoría de los procesos encontrados en medios industriales. Así, en este apartado se analizará el módulo de R para modelos de primer orden con retardo, de segundo orden con retardo y para completar el análisis también se estudiará el caso de un modelo con constante de tiempo múltiple y un retardo que puede ser usado en algunos casos, si los modelos de bajo orden no permiten representar adecuadamente a la dinámica del proceso. Se mostrará que el módulo de R es mayor que la unidad para toda frecuencia y para todos los casos analizados.

En lo que sigue se considera que:

- El modelo de la planta se describe por alguna de las funciones de transferencia:
 - primer orden con retardo: $G(s) = \frac{ke^{-td^s}}{1+s\tau}$
 - segundo orden con retardo: $G(s) = \frac{k(1+\beta s)e^{-td^s}}{1+\alpha_1 s+\alpha_2 s^2}$
 - alto orden con retardo: $G(s) = \frac{N(s)e^{-td^s}}{(1+s\tau)^n}$

con k , τ , β , α_1 , α_2 , t_d reales, n entero y $N(s)$ un polinomio de grado $m < n$. En general, el modelo de segundo orden se utiliza para modelar dinámicas oscilatorias. Aunque el proceso real tenga una dinámica más compleja, el modelo nominal usado en el control será uno de los anteriores. Es importante destacar que este tipo de aproximación es normal en la industria.

- Al discretizar se asume que el período de muestreo T_s se elige correctamente, o sea entre $1/20$ y $1/5$ de la constante de tiempo dominante del proceso.

Con estas consideraciones puede afirmarse que:

1. Debido a la correcta elección de T_s , todos los polos del modelo discreto de la planta nominal tienen parte real positiva.

Para probar este resultado basta observar que a los polos reales en el semieje $s < 0$ siempre le corresponden polos en el intervalo $0 < z < 1$. Para polos complejos conjugados en el plano s , $p = \sigma + j\omega_0$, el polo correspondiente en z tendrá parte real negativa solo si $\omega_0 T_s > \pi/2$, lo que no puede ocurrir dado que en el peor caso T_s se elige $T_s = 0.2/|p|$, y por lo tanto $T_s < 0.2/\omega_0 \ll \pi/2\omega_0$.

Usando lo anterior y las relaciones entre coeficientes y raíces de un polinomio [5], se demuestra que los coeficientes del polinomio A verifican: $(-1)^i a_i > 0$ para $i = 1, 2, \dots, na$.

2. Para el modelo de primer orden, como $a_1 < 0$ se obtiene para el GPC que:

$$|R(j\omega)| = (|(a_1 - 1) - a_1 e^{-j\omega}|)^{d_n} \geq 1 \quad \forall \omega \quad (3.34)$$

La demostración de este resultado es inmediata si usamos un diagrama geométrico y observamos que el módulo de la suma de los vectores $a_1 - 1$ y $-a_1 e^{-j\omega}$ es siempre mayor que la unidad; por lo que el DTC tendrá mejor índice de robustez que el GPC para este caso. Cabe observar también que la robustez del sistema que usa el GPC será tanto menor cuanto mayor sea el valor de d_n . Esto explica los bajos índices de robustez del GPC para plantas con grandes retardos.

3. Para el modelo de orden 2:

$$|R(j\omega)| = (|(a_1 - 1) + (a_2 - a_1)e^{-j\omega} - a_2 e^{-2j\omega}|)^{d_n} \geq 1 \quad \forall \omega,$$

si el par de polos complejos del sistema en bucle abierto está en el semiplano izquierdo del plano s .

Para probar este resultado se observa que para $\omega = 0$, $|R| = 1 \forall a_1$ y a_2 . Para $\omega = \pi$, $|R| = (|2a_1 - 1 - 2a_2|)^{d_n} > 1 \forall a_1 < 0$ y $a_2 > 0$. Así, si $|R|$ es monótona, la condición $|R(j\omega)| > 1$ será válida $\forall \omega$. Como no se puede demostrar analíticamente esta monotonía se realizó un análisis numérico del módulo de R considerando diferentes polos (un total de 1000 simulaciones). Para este análisis numérico, la parte imaginaria del polo se hizo variar entre 0.1 y 10 veces la parte real y el periodo de muestreo T_s se eligió entre $1/5$ y $1/20$ de la inversa del módulo del polo. El valor mínimo del módulo de R para $d = 1$ se ve en la figura 3.4. Los resultados de estas simulaciones muestran que R tiene módulo mayor que 1 para toda frecuencia [69].

4. Para el caso de orden superior tampoco es posible encontrar resultados analíticos por lo que nuevamente se calculó numéricamente el módulo de R usando diferentes valores de n entre 2 y 10 y diferentes relaciones entre el retardo y τ (de 0.1 a 10). Se realizaron 1000 simulaciones eligiendo el periodo de muestreo como $T_s = n\tau/10$

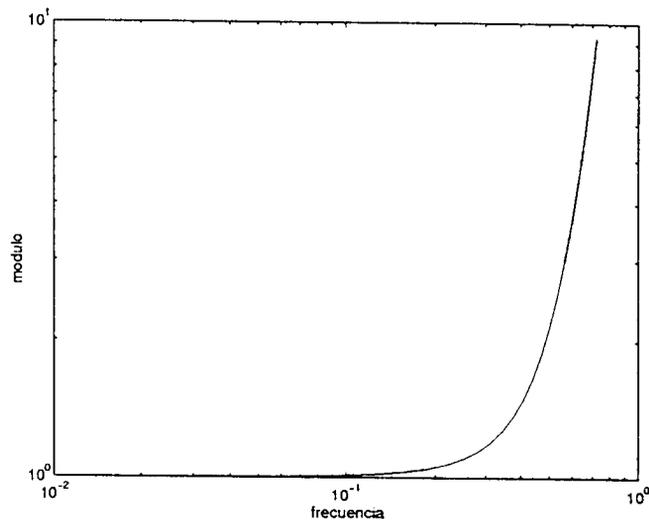


Figura 3.4: Mínimo de $|R|$ para el sistema de segundo orden con $d = 1$.

y se comprobó que $|R| > 1$ para todas las frecuencias. El máximo y el mínimo del módulo de R se muestran en la figura 3.5 para bajas frecuencias ya que para altas frecuencias $|R| \gg 1$.

Debe destacarse que las condiciones analizadas son solamente suficientes y por lo tanto si no se verifican no implica que el GPC sea más robusto que el DTC. Para que lo sea debe verificarse que su índice de robustez sea mayor que el del DTC para todas las frecuencias o al menos para aquella franja de frecuencias donde las incertidumbres del proceso son más importantes.

Este análisis comparativo puede interpretarse del punto de vista del predictor óptimo considerando al predictor de Smith como el resultado de la desintonización de los parámetros del OP. En este caso $R(z)$ será un parámetro de ajuste del predictor óptimo y se utilizaría para modificar el comportamiento en bucle cerrado. Así, un sistema de control que utiliza una ley de control óptima basada en la predicción óptima es menos robusta que otra que utilizando el mismo control primario óptimo se basa en un predictor desajustado.

Este resultado es equivalente al que se obtiene en el problema de control conocido como LQG/LTR donde, en general, el mejor comportamiento robusto no se obtiene usando el estimador de estados óptimo sino que el filtro de Kalman debe ser desintonizado para mejorar la robustez [29]. Aquí, el SP permite obtener mejor robustez pese a que la predicción en bucle abierto no es óptima.

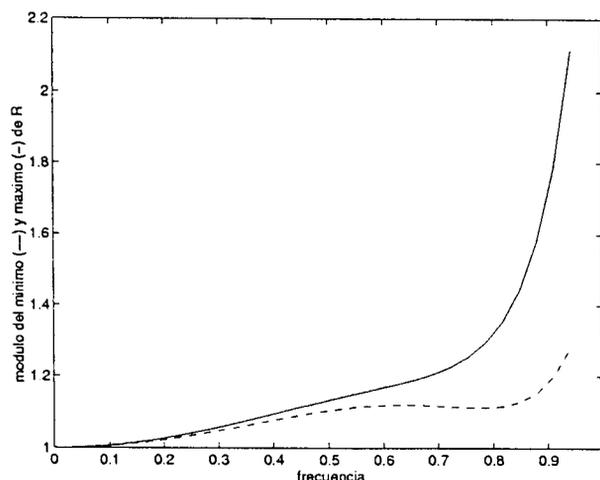


Figura 3.5: Máximo (línea continua) y mínimo (línea discontinua) de $|R|$ para $d = 1$ en el sistema de orden alto.

Con relación al rechazo de las perturbaciones se puede concluir que:

- si las perturbaciones son de alta frecuencia entonces el GPC las rechazará más rápidamente que el DTC. Pero, lógicamente, esta ventaja del GPC solamente puede considerarse en los casos en que el sistema en bucle cerrado sea estable. Resulta claro que no es posible mejorar la robustez y el rechazo a las perturbaciones en la misma zona de frecuencias y que la estabilidad robusta es la especificación más importante (recordar, como se analizó en el capítulo 2, que el índice de robustez es inversamente proporcional al módulo de la función de transferencia que mide el rechazo de perturbaciones);
- si las perturbaciones son de baja frecuencia, como es usual en la industria, entonces la velocidad de rechazo del GPC será similar a la del DTC, ya que el valor del módulo de R es próximo a la unidad para bajas frecuencias. Esto podrá ser apreciado en los ejemplos de simulación al final del capítulo.

Además de comparar resultados y mostrar las ventajas del DTC frente al GPC para los casos estudiados, el análisis anterior sugiere que se realicen algunas modificaciones en el algoritmo del GPC para mejorar su robustez. Uno de los procedimientos posibles para mejorar la robustez del GPC consiste en ajustar adecuadamente los horizontes y las ponderaciones [66, 60] de forma similar al procedimiento usado en el GMVC [11]. Sin embargo, desde el punto de vista del análisis comparativo, y si se desea obtener el mismo comportamiento nominal para cambios de consigna en el GPC y en el DTC,

se debe utilizar el mismo ajuste de éstos parámetros en ambos controladores y buscar otras soluciones para mejorar la robustez.

Por lo tanto, parece claro que la alternativa más adecuada para resolver el problema de robustez del GPC es utilizar el polinomio T como un filtro ajustable ya que el mismo permite modificar la predicción. Pero por otro lado, es bien conocido, que el ajuste de éste filtro no es simple. Además, como se ha mostrado en el capítulo 2, la robustez del SP o del DTC puede ser fácilmente mejorada con el uso de un filtro pasa bajos. Como se verá en el próximo apartado, el ajuste de éste filtro es mucho más simple que el ajuste del polinomio T en el GPC por los métodos tradicionales de la literatura. Los resultados del estudio comparativo de éstos dos apartados serán usados en el capítulo 4 para mejorar la robustez del GPC mediante la utilización de una estructura de predicción diferente.

3.2.2 El caso filtrado ($T \neq 1$)

En este apartado se compara el comportamiento, la robustez y la simplicidad de ajuste del GPC con polinomio T y del DTC filtrado estudiado en el capítulo 2.

En el capítulo 2 se calcularon las relaciones de entrada salida y el índice de robustez del DTC con dos grados de libertad. Para que el análisis que sigue sea más claro, estas relaciones se repiten aquí:

$$\frac{y}{w} = \frac{CWP_n}{1 + CG_n}, \quad \Delta P_{DTC} = \frac{1 + CG_n}{CF}, \quad (3.35)$$

donde F es un filtro pasa bajos que actúa sobre la diferencia entre la salida del proceso y del modelo y se usa para mejorar la robustez.

La utilización del polinomio T como pre-filtrado para mejorar la robustez del GPC fue presentada en [24] y usada luego en otros trabajos [98, 111, 4, 62]. Para analizar el efecto del filtro se puede usar una representación del GPC como controlador en dos grados de libertad (ver figura 3.6(a).)

En esta estructura R' , S' y L' son los bloques correspondientes a un GPC calculado con ruido blanco en el modelo CARIMA ($T = 1$), mientras que los otros bloques representan el efecto de considerar el ruido coloreado ($T \neq 1$). El bloque M de esta estructura depende de T . La relación entre esta estructura y la estructura clásica de un control con dos grados de libertad puede encontrarse en [111] y en [4]. El ajuste del controlador puede seguir dos ideas diferentes pero que usan la misma filosofía. En ambos casos, en un primer paso se calculan R' , S' y L' para definir la respuesta a cambios

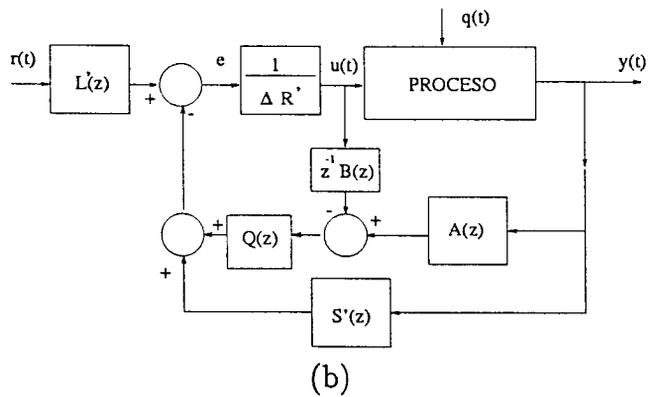
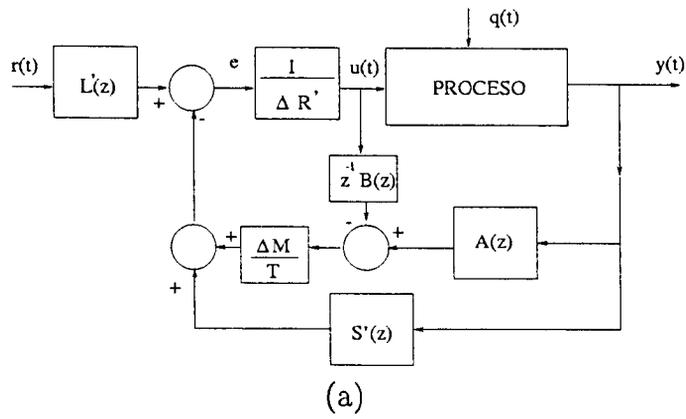


Figura 3.6: Diagrama de bloques equivalente del GPC con polinomio de filtrado T (a) y con la estructura de parametrización Q (b).

de consigna y en un segundo paso T se ajusta para obtener la robustez y el rechazo a las perturbaciones deseado, sin modificar las condiciones nominales de seguimiento de consignas.

La primera idea corresponde al trabajo presentado en [113, 111], donde los autores sugieren que el polinomio T se elija como $T = T'A$ (para plantas estables) $T' = (1 - \beta z^{-1})^\nu$, donde el entero ν se define en función del horizonte N_1 y del retardo del modelo d ($\nu \leq \max(N_1, d)$). También en [62] se propone un polinomio T con la misma estructura pero con $\nu = 1$. A pesar de que el análisis de ese último trabajo es diferente, los resultados finales pueden analizarse de forma conjunta. En [113, 111] los autores demuestran que no es siempre posible aumentar el índice de robustez del GPC aumentando el orden de T (aumentando ν) o bajando la frecuencia de corte del filtro (aumentando β), que serían las formas “intuitivas” de ajuste. Como se demostró en el capítulo 2, estas reglas “intuitivas” siempre funcionan en el ajuste de los filtros del DTC, ya que el filtro F solo aparece como factor del denominador del índice de robustez (ver ecuación (3.35)) y por lo tanto el ajuste es muy simple. En el caso del GPC con el polinomio T , el controlador primario que se obtiene también depende de T por lo que usar un filtro con mejores características pasa bajos no garantiza mejores índices de robustez. Una forma de resolver este problema, que vale para plantas estables o inestables con retardo, se analiza en el capítulo 5 de esta tesis.

La otra estrategia para el ajuste de T fue presentada en [4]. En este caso los autores usan una parametrización de Youla del control R' , S' y L' , como se muestra en la figura 3.6(b). En este algoritmo el parámetro de Youla (Q) se calcula usando la expresión del índice de robustez del sistema, que para el caso de retardo $d = 0$ (solamente se considera el retardo de un período de muestreo del modelo de la ecuación (3.2)) vale [4]:

$$\Delta P_{GPC} = \left| \frac{A_c S'}{AS' S' + AQ} \right| = \left| \frac{A_c}{AS' \left(1 + \frac{\Delta M^*}{T^*} \right)} \right|, \quad (3.36)$$

donde $A_c = A \Delta R' + z^{-1}BS'$ es el polinomio característico de bucle cerrado y Q se ha elegido como $Q = \frac{S'}{A} \frac{\Delta M^*}{T^*}$; M^* y T^* pueden ser ajustados de forma libre siempre que T^* sea “Hurtwitz”. Así, el primer término de la expresión ΔP_{GPC} se define en el primer paso del ajuste (para comportamiento nominal) y el segundo miembro se elige como un filtro pasa altos para mejorar la robustez.

Para comparar estos resultados con los del DTC, la estructura de su control primario es dibujada como la de la figura 3.6 para el caso de retardo $d = 0$. Así se obtiene:

$$C = \frac{S'}{\Delta R'}, \quad W = \frac{L'}{S'}, \quad G_n = \frac{z^{-1}B}{A}, \quad (3.37)$$

por lo que el índice de robustez vale:

$$\Delta P_{DTC} = \left| \frac{1 + G_n C}{CF} \right| = \left| \frac{A_c}{AS'} \frac{1}{F} \right|. \quad (3.38)$$

Como se puede observar, el primer término de la expresión anterior es el mismo que el obtenido para el índice del GPC, mientras que el segundo término es claramente mucho más simple. Esto permite que el ajuste de F en el DTC sea mucho más sencillo que el de Q en el GPC.

La metodología de ajuste propuesta en [4] consigue, en general, índices de robustez menores que los del ajuste propuesto en [111], aunque la solución con el polinomio T sea un caso particular de la solución generada con Q [4]. Por otro lado, como se muestra en [4], el ajuste con el método que usa el polinomio Q permite, en general, obtener mejor comportamiento que si usa el ajuste basado en el polinomio T .

Es importante destacar que para este caso (retardo $d = 0$) el DTC da los mismos índices de robustez que el GPC con el ajuste propuesto en [4]. Sin embargo, si el retardo es mayor que 1, el primer término del índice de robustez del DTC es mayor que el correspondiente del GPC si admitimos que ambos controladores tienen el mismo comportamiento nominal (por lo demostrado en el apartado anterior). Por lo tanto, si se utiliza el mismo filtro pasa bajos en el segundo paso del diseño del sistema de control, el DTC genera un sistema en bucle cerrado con igual comportamiento nominal y mejor robustez que el que se obtiene con el GPC. Además, debe destacarse que el índice de robustez del DTC no se altera si se modifica el retardo nominal, por lo que el ajuste de F solo debe considerar los errores de modelado. En cambio, como se ha mostrado antes, la robustez del GPC nominal (el que se obtiene con $T = 1$ o $Q = 1$) se deteriora cuando aumenta el retardo. Por esta propiedad, el diseño de los polinomios T y Q en el GPC es mucho más complejo que el del filtro F en el DTC.

La otra cualidad importante del DTC es que se puede ver de manera muy simple cómo el filtro F afecta el rechazo de las perturbaciones. Se observa que la función de transferencia entre la perturbación y el control:

$$\left| \frac{u}{q} \right| = \left| \frac{P_n}{\Delta P} \right|, \quad (3.39)$$

del sistema basado en el GPC no permite ver claramente el efecto del filtrado, ya que dependen de T (o de Q) de una manera mucho más compleja de la que relaciona al filtro F con dicha función de transferencia en el DTC.

Un tercer enfoque del problema de la mejora de la robustez del GPC fue presentado en [51]. En este trabajo los autores proponen un algoritmo (el control predictivo generalizado estable, “stable generalized predictive controller” SGPC) que garantiza la estabilidad del sistema en bucle cerrado y permite mejorar la robustez por un procedimiento sistemático. Al comparar el SGPC con el GPC, los autores muestran que la elección del polinomio T en el GPC no alcanza, en general, propiedades de robustez óptimas, mientras que al usar el SGPC la solución que se obtiene es al mismo tiempo robusta y óptima. También en el mismo trabajo se muestra que la solución de polinomio T es un caso particular de la parametrización Q del SGPC. El SGPC puede ser analizado con la misma estructura de dos grados de libertad del GPC propuesta en [4]. También la parametrización Q de estos dos controladores es la misma y el procedimiento de ajuste es similar. La principal diferencia del método estudiado en [51] es que el polinomio Q se obtiene minimizando una norma H_∞ , que es un problema más difícil y normalmente resulta en controladores más complejos. De la misma forma que en los casos anteriores el ajuste y cálculo de este algoritmo de control para plantas con retardo es más complejo que en el DTC.

3.3 Resultados de simulación

Para ilustrar los resultados del análisis comparativo entre el GPC y el DTC se presentan a continuación algunos ejemplos de simulación. En el ejemplo 1 se simula el control de temperatura del intercambiador de calor de la planta piloto analizado en el capítulo 2. El modelo usado en el control es de primer orden con retardo y ha sido usado también en otros trabajos para evaluar el comportamiento del GPC [16]. El control de este tipo de sistema es importante pues muchos procesos industriales son modelados de esta forma. Con el objetivo de evaluar el comportamiento de los controladores frente a dinámicas oscilatorias, el ejemplo 2 presenta una planta de segundo orden con polos complejos. Finalmente el tercer ejemplo analiza un sistema de cuarto orden modelado por una función de transferencia con constante de tiempo múltiple y un retardo.

Ejemplo 1:

Como se estudió en el capítulo 2 y se describe con detalle en el apéndice B, la relación entre la temperatura del intercambiador con la válvula de control de flujo de recirculación puede modelarse por una función de transferencia de primer orden. Considerando el punto de operación $(V8, TT4) = (70\%, 34^\circ C)$ y que el sensor se sitúa en el punto de menor retardo de medición, el modelo que se obtiene es:

$$P(s) = \frac{0.12e^{-3s}}{1 + 6s}.$$

Usando un período de muestreo de $T_s = 0.6s$ el modelo discreto es $P(z) = \frac{bz^{-1}}{1-az^{-1}}z^{-d}$, con valores nominales: $d_n = 5$, $a_n = .905$ y $b_n = 0.0114$.

En la primer parte del estudio se considerará que solamente hay errores de estimación del retardo (con un error máximo $\delta d = 2$) y no se usarán filtros ni en el GPC ni en el DTC. El GPC se ajusta para obtener una respuesta nominal, para un escalón de referencia, más rápida que la de bucle abierto. Una elección adecuada para el horizonte N es 15 (1.5 veces la relación entre la constante de tiempo dominante y T_s). Las ponderaciones se ajustaron como: $\delta = 1$ $\lambda = 0.8$ y se supone que la referencia futura es desconocida. En este caso el control primario equivalente en el GPC es un simple PI más un filtro de referencia pasa bajos. Para comparar los resultados, el mismo PI y el mismo filtro se usaron en el DTC.

El comportamiento de la variación de temperatura (ΔT) para el caso nominal se muestra en la figura 3.7(a). La salida correspondiente al GPC aparece en línea continua y la del DTC en línea discontinua. En $t = 0$ se aplica un cambio de la temperatura de referencia de $1^\circ C$ y en $t = 100$ muestras se aplica una perturbación de carga de 10% a la salida del proceso. También se ha introducido ruido en el sistema generado con un modelo ARIMA con distribución uniforme en ± 0.005 . Como puede observarse, los dos sistemas de control tienen un comportamiento nominal equivalente.

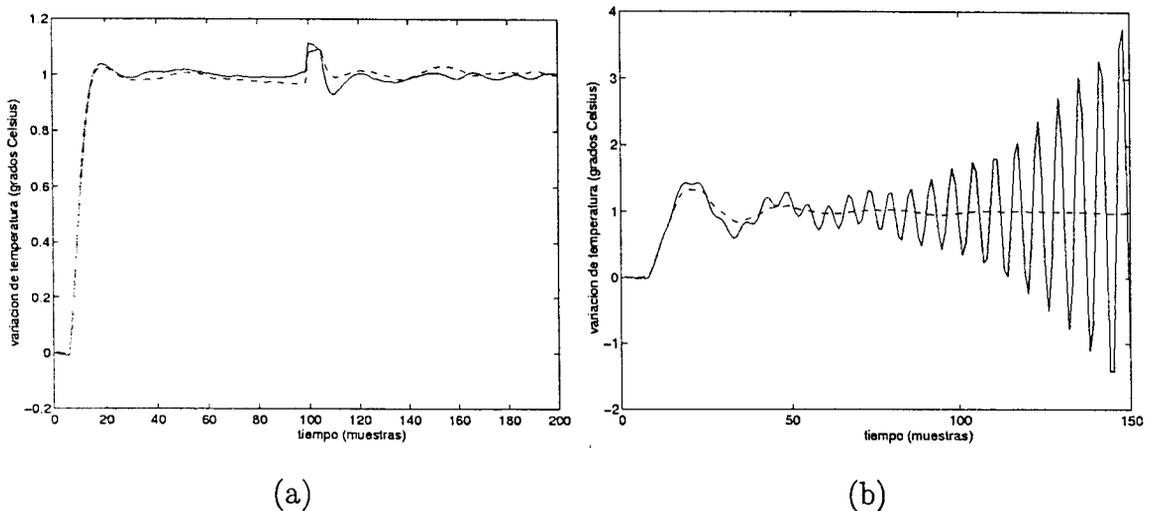


Figura 3.7: Comportamiento del GPC (línea continua) y del DTC (línea discontinua): (a) caso nominal, (b) caso con error de estimación en el retardo.

En la siguiente simulación se cambia el retardo de la planta $d = 7$ y se vuelve a aplicar el cambio de referencia de 1°C en $t = 0$. En la figura 3.7(b) se observa como el sistema controlado con el DTC es estable y el que controla el GPC es inestable.

Cuando se cambia el punto de operación del intercambiador, el modelo que se identifica es diferente. Para simular este efecto se simula una planta con error de 60% en el retardo, 50% de error en la ganancia y 50% de error en la constante de tiempo. Sin cambiar el ajuste del control primario ni las condiciones de simulación, el comportamiento de los dos sistemas de control se compara en la figura 3.8(a). Como puede observarse el DTC es estable y el GPC no. Para mejorar el comportamiento de ambos sistemas de control se utiliza un filtro $F(z) = \frac{0.12}{z-0.88}$ en el DTC (como se ha explicado en el capítulo 2) y se ajusta el polinomio T del GPC con las mismas características, $T(z) = 1/F(z)$.

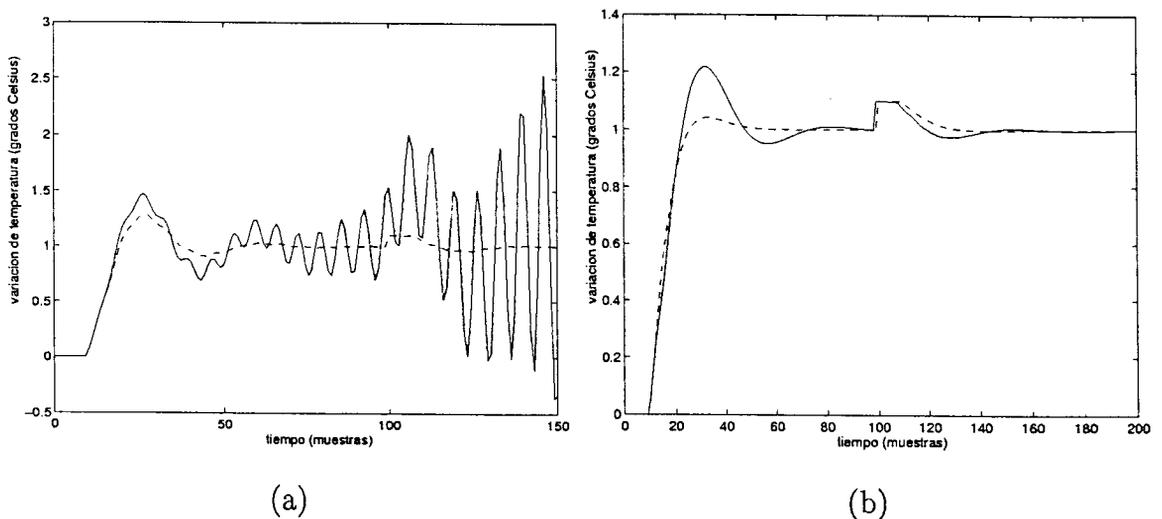


Figura 3.8: Comportamiento del sistema con el GPC (línea continua) y con el DTC (línea discontinua): (a) sin el filtro, (b) con el filtro.

La figura 3.8(b) muestra el comportamiento del sistema en bucle cerrado del sistema controlado con el GPC y con el DTC con sus respectivos filtros. Como se puede observar, el comportamiento de los dos sistemas mejora considerablemente, pero con el mismo filtro el DTC permite obtener una respuesta similar a la del caso nominal (sobreooscilación menor que 5%) mientras que con el GPC el sistema tiene una sobreoscilación mayor (más de 20%). Por otro lado, como era de esperar, la respuesta de rechazo a las perturbaciones es un poco más lenta en el DTC. Este es el precio que se debe pagar para conseguir un sistema más robusto y con mejor respuesta a los cambios de consigna.

Ejemplo 2

En este ejemplo la planta se modela por la función de transferencia continua:

$$P(s) = \frac{k_0 e^{-t_d s}}{1 + k_1 s + k_2 s^2},$$

donde se asume que k_0 , k_1 , k_2 y t_d pueden variar, respectivamente, en los siguientes intervalos [4.4, 5.7], [3.5, 4.6], [4.5, 5.5] y [0.8, 1.2]. El modelo usado en el predictor corresponde a la discretización de $P(s)$ para el caso: $k_0 = 5$, $k_1 = 4$, $k_2 = 5$ y $t_d = 1$. Los parámetros del GPC se eligen $N = 15$, $\delta = 1$ y $\lambda = 3$. En este caso el control primario equivalente del GPC es un PID, que se usa como control primario del DTC.

En las figuras 3.9(a) y 3.9(b) se puede ver el comportamiento del sistema con ambos controladores frente a un cambio de consigna de 0 a 1 (también en este ejemplo se ha introducido ruido con el mismo modelo del ejemplo 1). En la parte (a) de la figura se ven las respuestas para el caso nominal. Para las curvas de la parte (b) los parámetros de la planta se han elegido: $k_0 = 5.61$, $k_1 = 3.6$, $k_2 = 4.68$ y $t_d = 1.2$. Como se puede observar, también en este ejemplo las incertidumbres hacen que el sistema controlado por el GPC se inestabilice, mientras que el DTC mantiene la estabilidad.

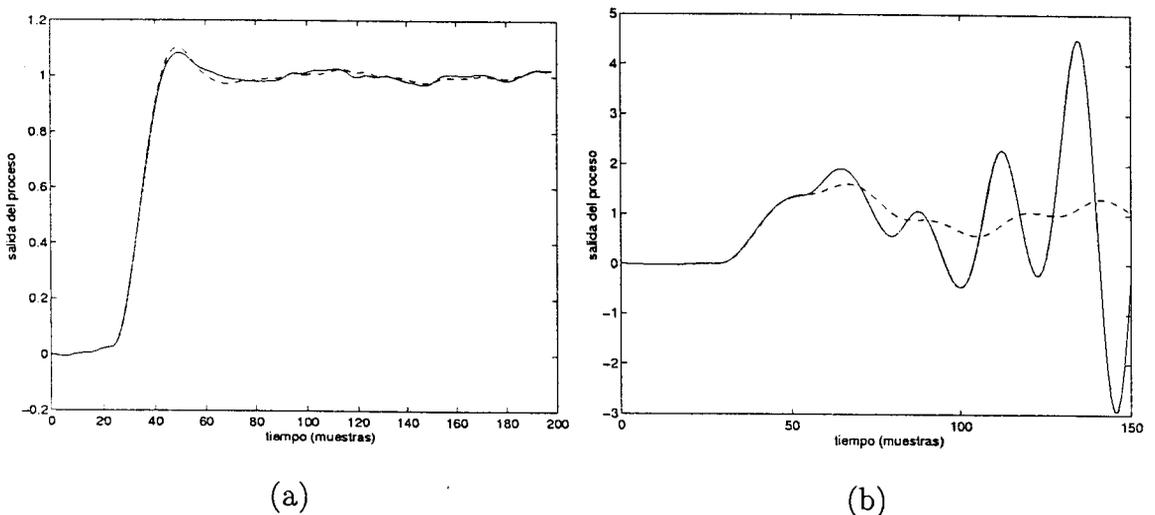


Figura 3.9: Comportamiento de la planta para los dos sistemas de control frente a un cambio de consigna: (a) parámetros nominales, (b) $k_0 = 5.616$, $k_1 = 3.6$, $k_2 = 4.68$ y $t_d = 1.2$ (GPC (línea continua), DTC (línea discontinua)).

Ejemplo 3:

En este ejemplo la planta se considera igual a:

$$P(s) = \frac{(1 + 0.2s)e^{-t_p s}}{(1 + 0.45s)(1 + 0.1s)(1 + 0.6s)(1 + 0.125s)}$$

Este tipo de función de transferencia representa las características de muchos procesos industriales [7]. Para este ejemplo el modelo a ser usado en el control se elige:

$$P_m(s) = \frac{e^{-t_m s}}{(1 + 0.4s)^3}$$

El GPC se ajusta con $N = 15$, $\delta = 1$, $\lambda = 1$ y $T_s = 0.12$ segundos (el periodo de muestreo se elige como 1/10 de la constante de tiempo equivalente, que en este caso se estima como 1.2 segundos). La figura 3.10 muestra el comportamiento del sistema frente a un cambio de consigna en $t = 0$ y a una perturbación de carga en $t = 75$ muestras (en línea continua para el GPC y en línea discontinua para el DTC). En los resultados de la figura 3.10(a) el retardo del modelo y del proceso es el mismo y en la figura 3.10(b) el retardo del proceso es $t_p = 1.2$ segundos (20% de error de estimación). Como se puede observar, el GPC no es capaz de estabilizar al sistema en ninguno de los casos, mientras que el DTC no solamente lo consigue sino que también tiene un comportamiento aceptable.

Para mostrar la simplicidad del ajuste del filtro en el DTC se considera que se desea mantener una respuesta con sobreoscilación menor que el 10%, aún en el caso de un error de estimación del retardo del 40%. Para ello el filtro se puede ajustar manualmente por simulación (simulando el ajuste en un proceso real cuando no se dispone de información suficiente de las incertidumbres). Dada la gran incertidumbre en el retardo y la dinámica no modelada se propone un filtro de segundo orden. El valor del polo del filtro se ajusta para la respuesta deseada. Para este caso se obtiene:

$$F(z) = \left[\frac{0.1}{1 - 0.9z^{-1}} \right]^2 \quad (3.40)$$

En la figura 3.11 se ve el comportamiento del DTC con y sin el filtro cuando se aplica un cambio de referencia en $t = 0$ y se introduce un escalón en la perturbación en $t = 150$ muestras. En la parte (a) de la figura 3.11 el retardo de la planta es igual al del modelo y en la parte (b) el retardo de la planta es $t_p = 1.4$ segundos. Como se puede observar en la figura, en el primer caso el filtro tiene un efecto amortiguador

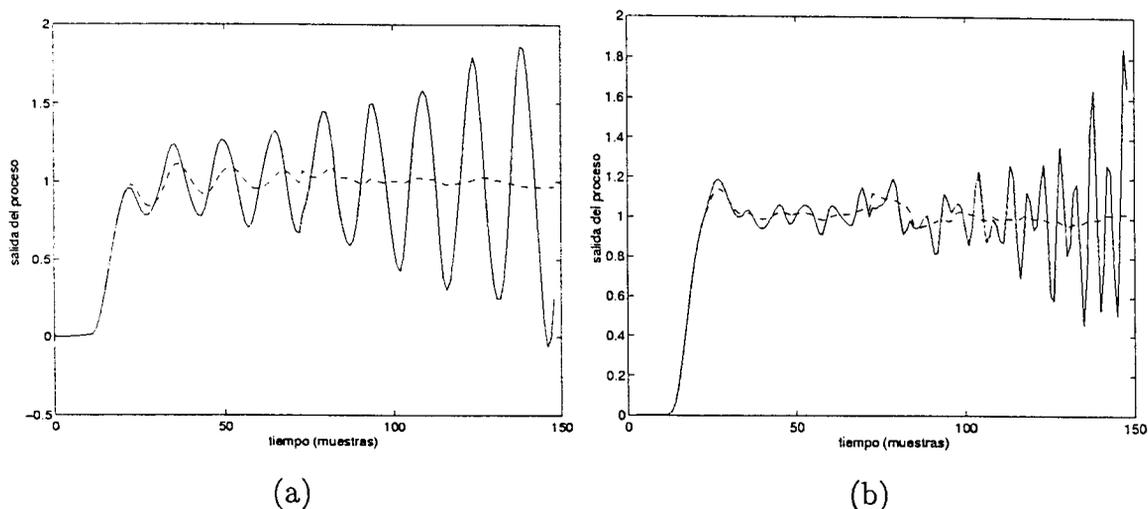


Figura 3.10: Comportamiento de la planta para los dos sistemas de control frente a un cambio de consigna en $t = 0$ y a una perturbación en $t = 75$ muestras: (a) sin error de estimación del retardo, (b) con 20% de error de estimación. GPC (línea continua) y DTC (línea discontinua).

y la salida (en línea discontinua) oscila mucho menos que cuando no se usa el filtro (línea continua). También se observa como el transitorio del cambio de consigna mejora considerablemente sin que se pierda velocidad de respuesta, mientras que en el rechazo a las perturbaciones el sistema con filtro es bastante mas lento que el sistema sin filtro. En el segundo caso, el DTC sin el filtro no puede estabilizar al proceso (línea continua), mientras que con el filtro propuesto el comportamiento de la salida se mantienen dentro de las especificaciones (en línea discontinua).

3.4 Conclusiones del capítulo

El estudio realizado en este capítulo permite entender mejor algunos aspectos del funcionamiento del GPC cuando se utiliza para controlar procesos con retardo, tema que hasta este momento había sido muy poco analizado en la literatura. Por otro lado, al comparar su comportamiento y robustez con otras técnicas de control más clásicas (como los DTCs), los resultados obtenidos pueden ser de mucha utilidad para un ingeniero de control en el momento de elegir que tipo de controlador usar en una determinada aplicación.

De acuerdo con los resultados obtenidos en este capítulo se puede concluir que

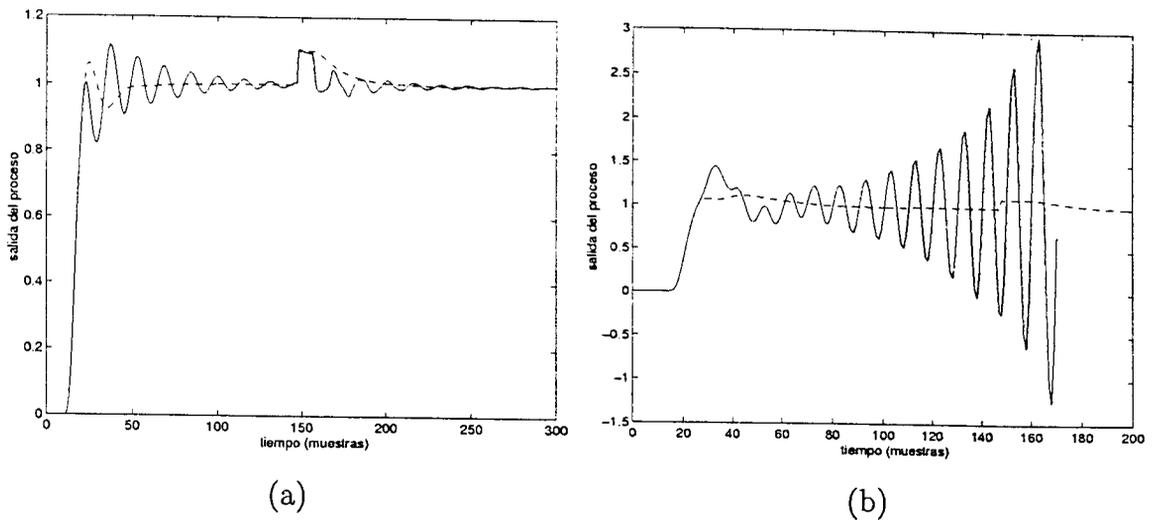


Figura 3.11: Salida del proceso controlado con el DTC con filtro (en línea discontinua) y sin filtro (en línea continua). Cambio de consigna de 0 a 1 en $t = 0$ y perturbación de carga constante en $t = 150$ muestras: (a) sin error en el retardo, (b) con error de 40% en el retardo.

el GPC es muy sensible a los errores de modelado y que el ajuste de los filtros es más complejo y menos eficiente que en el caso de los DTC. En cambio, estos últimos parecen ofrecer una buena solución para el control de procesos estables con retardo dado que presentan buenas propiedades de robustez y que el procedimiento de ajuste de los filtros es muy simple. Por otro lado, como se destacó en el capítulo 2, este tipo de estrategia no es adecuada para ser usada cuando hay restricciones en las variables de control y principalmente en las variables de salida del proceso. Además, el ajuste del control primario para casos complejos no es simple si solamente se utilizan herramientas clásicas (el ajuste es aún más difícil en el caso de procesos MIMO). En este punto el GPC parece ofrecer ventajas, tanto en versatilidad como en simplicidad de ajuste. Así, en el capítulo 4 se propondrá un nuevo algoritmo de control predictivo que reúne las buenas cualidades de ambos y que puede ser usado para controlar procesos estables con restricciones, tanto mono como multivariables. En este nuevo algoritmo las predicciones se calculan usando el procedimiento de los DTCs y el control primario usando la técnica de optimización del GPC. Debido a sus características, el nuevo controlador se denomina GPC basado en el predictor de Smith, o en la denominación inglesa: "Smith Predictor based Generalized Predictive Controller", SPGPC.

Capítulo 4

El GPC basado en el predictor de Smith

En este capítulo se propone un algoritmo de control predictivo basado en el GPC y en el predictor de Smith que constituye una de las contribuciones de este trabajo a la solución del problema de control de sistemas con retardos. Como se verá, este algoritmo de control predictivo, que en adelante llamaremos GPC basado en el predictor de Smith (“Smith Predictor based Generalized Predictive Controller”, SPGPC), posee un conjunto de propiedades que lo tornan más atractivo que el tradicional GPC para ser utilizado en el control de procesos industriales estables. Éstas son: (i) posee todas las características del GPC en lo que se refiere a su comportamiento nominal; (ii) ofrece mejores índices de robustez para las mismas prestaciones; (iii) el diseño de filtros para mejorar su robustez es mucho más simple y permite obtener mejor robustez para filtros de igual orden que en el GPC; (iv) el efecto del filtrado en la respuesta a perturbaciones puede ser analizado de manera simple; (v) todas las propiedades anteriormente citadas pueden extenderse al caso multivariable de manera directa. Por otro lado, como también se verá a lo largo del capítulo, el SPGPC se puede analizar como un DTC cuyo controlador primario se ajusta de manera óptima considerando las restricciones de las variables del sistema. Así, el SPGPC reúne las ventajas del GPC y del DTC y permite obtener mejores resultados que ambos.

La presentación del capítulo está organizada de la siguiente manera. Primero se presenta el algoritmo de control SPGPC partiendo de la estructura del GPC analizada en el capítulo 3 para sistemas de una entrada y una salida. Luego se comparan las prestaciones y la robustez de ambos algoritmos. A continuación se generaliza el algoritmo de control para el caso de sistemas multivariables y nuevamente se comparan los resultados obtenidos con los del GPC. En el apartado siguiente se analiza el efecto

de las restricciones en el sistema de control. Posteriormente, para ilustrar el comportamiento del SPGPC, se muestran resultados de la aplicación del SPGPC a diversos sistemas simulados y reales. El capítulo finaliza exponiendo las conclusiones.

4.1 El SPGPC

La idea de utilizar una estructura de control que combine al SP y al GPC surge de los estudios comparativos realizados en los capítulos 2 y 3 para evaluar el comportamiento y la robustez de diferentes técnicas de control para sistemas con retardo.

El algoritmo SPGPC utiliza, como el GPC, una secuencia de controles que minimizan la misma función de coste presentada en el capítulo 3:

$$J = \sum_{j=N_1}^{N_2} \delta(j) [\hat{y}(t+j|t) - w(t+j)]^2 + \sum_{j=1}^N \lambda(j) [\Delta u(t+j-1)]^2, \quad (4.1)$$

donde también en este caso N es el horizonte de control, N_1 y N_2 son los horizontes de predicción (que se eligen de la misma forma que en el capítulo 3, $N_1 = d + 1$, $N_2 = d + N$), $\delta(j)$ y $\lambda(j)$ son las secuencias de ponderación, $w(t+j)$ es la referencia futura y $\hat{y}(t+j|t)$ es la predicción en $t+j$ calculada en el tiempo t usando un modelo incremental de la planta:

$$\Delta A(z^{-1})y(t) = z^{-d}B(z^{-1})\Delta u(t-1), \quad (4.2)$$

y considerando conocidas las predicciones de la salida hasta $t+d$. Los polinomios $A(z^{-1})$, $B(z^{-1})$ y Δ son los mismos del capítulo 3. Usando este procedimiento, la ley de control óptima se escribe como en el capítulo 3:

$$\begin{aligned} \Delta u(t) = & ly_1 \hat{y}(t+d|t) + ly_2 \hat{y}(t+d-1|t) + \dots + ly_{n_a+1} \hat{y}(t+d-na|t) + lu_1 \Delta u(t-1) + \\ & + lu_2 \Delta u(t-2) + \dots + lu_{n_b} \Delta u(t-nb) + \sum_{i=1}^N f_i w(t+d+i), \end{aligned} \quad (4.3)$$

donde ly_i , lu_i y f_i son los mismos coeficientes calculados para el GPC. Las predicciones de la salida de la planta se calculan usando el siguiente procedimiento (que es el usado por el SP):

- se calcula la predicción $\hat{y}_o(t + d - i | t)$ para $i = 0, 1, \dots, na$ usando el modelo de bucle abierto de la planta $A(z^{-1})y(t) = z^{-d}B(z^{-1})u(t - 1)$;
- se corrige cada predicción de bucle abierto sumándole la diferencia entre la salida del modelo y la del proceso, esto es, para $i = 0, 1, \dots, na$ se calcula:

$$\hat{y}(t + d - i | t) = \hat{y}_o(t + d - i | t) + y(t - i) - \hat{y}_o(t - i). \quad (4.4)$$

De la misma forma que en el GPC, la ley de control se puede calcular con la respuesta libre y la forzada. Para este caso se considera que:

$$\hat{y} = \mathbf{G} \mathbf{u} + \mathbf{f}_r, \quad (4.5)$$

donde la respuesta libre (\mathbf{f}_r) se calcula de la siguiente forma: de $t + 1$ a $t + d$ usando la respuesta en bucle abierto y la corrección:

$$\begin{bmatrix} y(t) - \hat{y}_o(t) \\ y(t - 1) - \hat{y}_o(t - 1) \\ \vdots \\ y(t + 1 - na) - \hat{y}_o(t + 1 - na) \end{bmatrix} \quad (4.6)$$

y de $t + d + 1$ a $t + d + N$ usando el procedimiento normal en el GPC con el polinomio $T = 1$.

Así, la ley de control es:

$$\Delta u(t) = (\mathbf{G}^T \mathbf{Q}_\delta \mathbf{G} + \mathbf{Q}_\lambda)^{-1} \mathbf{G}^T \mathbf{Q}_\delta (\mathbf{f}_r - \mathbf{w}), \quad (4.7)$$

donde $\mathbf{w} = [w(t + d + 1) \cdots w(t + d + N)]^T$ es la referencia futura.

La estructura final del SPGPC es la misma que la del GPC estudiada en el capítulo 3 pero con el predictor de Smith en el lugar del predictor óptimo. De esta forma, el diagrama de bloques del sistema se puede dibujar como en la figura 4.1.

El algoritmo SPGPC propuesto puede ser comparado con otros controladores predictivos basados en modelo como el DMC (“Dynamic Matrix Control” [25]), MAC (“Model Algorithmic Control” [97]), EPSAC (“Extended Prediction Self Adaptive Control” [48]) y el EHAC (“Extended Horizon Adaptive Control” [110]) con el objetivo de mostrar

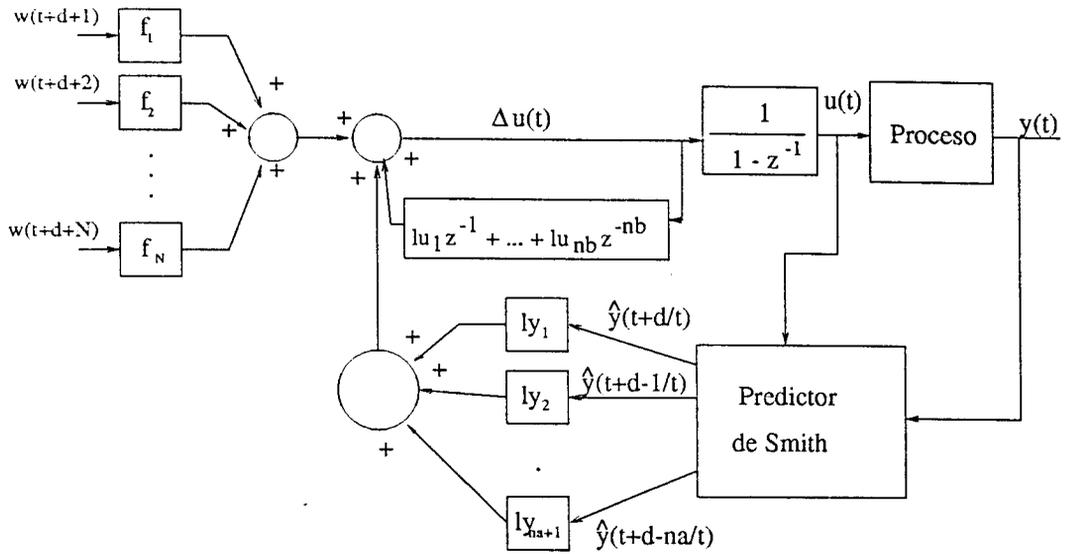


Figura 4.1: Estructura equivalente del SPGPC.

las diferencias y características comunes (estudios comparativos de controladores predictivos han sido presentados por varios autores [49, 35, 17]). Aquí, la comparación considera el modelo del proceso y de las perturbaciones, el modelo de predicción, la función objetivo y el procedimiento de cálculo de la ley de control.

- Modelo del proceso: En este punto los algoritmos se dividen en dos grupos. En uno de ellos están el MAC y el DMC que usan modelos de respuesta al escalón o impulsiva. En el otro grupo están los algoritmos que describen al proceso por un modelo paramétrico: el GPC, el SPGPC, el EHAC y el EPSAC.
- Modelo de las perturbaciones: En los algoritmos EHAC, GPC y EPSAC las perturbaciones se tienen en cuenta a través de un modelo incremental del proceso y en algunas ocasiones usando polinomios de estimación del ruido (como por ejemplo el polinomio T en el GPC). Por otro lado, en los demás algoritmos (SPGPC, MAC y DMC) las perturbaciones se manejan corrigiendo el valor de la predicción con la diferencia entre la salida real y la del predictor. Sin embargo, en el MAC y en el DMC esta “corrección” se hace usando un valor constante a lo largo del horizonte, mientras que en el SPGPC la “corrección” se hace usando los valores del error entre la salida real y la del predictor de los últimos na instantes de muestreo (como se mostró al comienzo de este apartado).
- La predicción: En los algoritmos EHAC, GPC y EPSAC la predicción se hace con un predictor óptimo (de un paso o varios pasos), mientras que en el MAC y en el DMC la predicción se calcula usando un modelo de bucle abierto de la planta. En

el SPGPC el predictor de Smith se usa hasta el tiempo $t + d$ y luego un predictor óptimo de $t + d + 1$ hasta $t + d + N$.

- La función objetivo: En todos los algoritmos aquí estudiados, excepto en el EHAC, la minimización de la función de coste se realiza en todo el horizonte (en el EHAC se utiliza sólo un punto del horizonte).
- La ley de control: En todos los algoritmos, excepto en el SPGPC aquí propuesto, los coeficientes de la ley de control final se calculan usando el mismo modelo del proceso que se usa para la predicción. Como se ha explicado, en el SPGPC, se usan dos modelos diferentes en la implementación de la ley lineal. Los coeficientes de la ley de control se calculan con un modelo incremental y un predictor óptimo. Pero los valores de las predicciones usadas en la implementación de la misma ley se calculan con el SP, que utiliza un modelo que no es óptimo ni incremental.

Gracias a la estructura del SPGPC todos los resultados del análisis del capítulo 2 pueden ser aplicados de forma directa al controlador propuesto. Así, si se desea mejorar la robustez del sistema es posible incluir un filtro F en la estructura del controlador de la misma forma que en el DTC del capítulo 2. En la figura 4.2 se puede ver el esquema completo, donde el control primario aparece dividido en dos bloques y el predictor de Smith ha sido dibujado con detalle (las operaciones realizadas para la transformación del diagrama de bloques son las mismas que las del capítulo 3).

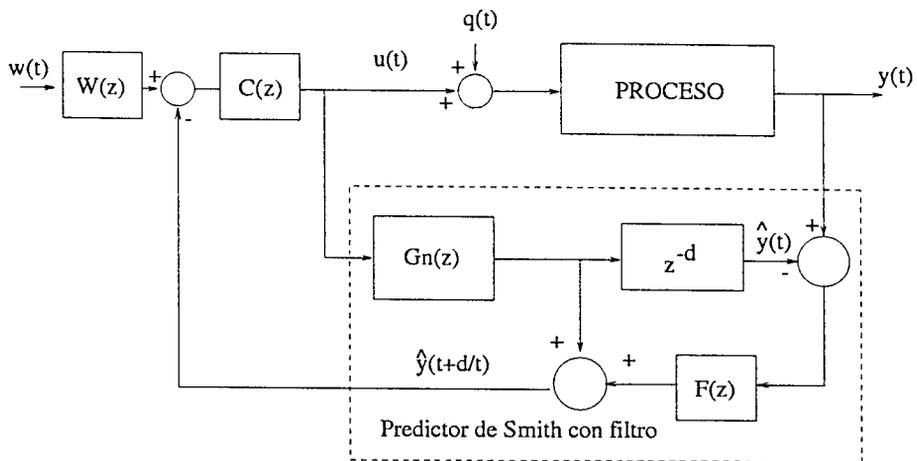


Figura 4.2: Estructura del SPGPC con filtro.

Usando esta estructura, el índice de robustez del controlador se calcula como:

$$\Delta P_{SPGPC}(\omega) = \frac{|1 + C(e^{j\omega})G_n(e^{j\omega})|}{|C(e^{j\omega})F(e^{j\omega})|} \quad \forall \omega \in [0, \pi/T_s], \quad (4.8)$$

así, el filtro F puede usarse para aumentar el valor del índice de robustez en la franja de frecuencias deseada. Además, debe destacarse que el SPGPC también verifica las otras propiedades de los DTCs analizadas en los capítulos 2 y 3: (i) el comportamiento nominal a los cambios de consigna no se modifica con F ; (ii) el filtro sí modifica el rechazo de perturbaciones, como sucede también en el GPC [113].

Pero en este sistema de control, el ajuste del filtro es más simple y directo. Recordando que, como en el capítulo 2, la relación entre $q(t)$ y $u(t)$ se puede usar como medida del rechazo de perturbaciones, el ajuste del control debe buscar que:

$$\frac{u}{q} \approx -1 \quad \forall \omega < \omega_0, \quad (4.9)$$

siendo ω_0 la frecuencia de corte deseada para el sistema. Para ello debe verificarse que:

$$\left| \frac{u}{q} \right| = \frac{|CP_n F|}{|1 + CG_n|} \approx 1 \quad \forall \omega < \omega_0. \quad (4.10)$$

Pero, por otro lado:

$$\delta P_{SPGPCf} = \frac{\Delta P_{SPGPCf}}{|P_n|} = \frac{|1 + CG_n|}{|CP_n F|} = \frac{1}{|u/q|}, \quad (4.11)$$

lo que muestra el compromiso existente entre robustez y rechazo de perturbaciones, que es común en todos los controladores predictivos. Sin embargo, como en general las incertidumbres son más importantes a altas frecuencias y las perturbaciones más comunes en la práctica tienen componentes de baja frecuencia, F debe elegirse para aumentar δP_{SPGPCf} en las altas frecuencias, manteniendo u/q cerca de -1 para frecuencias inferiores a ω_0 . La elección de F recae entonces sobre un filtro pasa bajos de ganancia 1.

Estas propiedades del SPGPC sugieren un procedimiento de ajuste del controlador en dos pasos:

- Ajustar N , δ y λ para obtener un comportamiento nominal a los cambios de consigna dentro de las especificaciones.
- Estimar las incertidumbres del proceso y calcular el índice de robustez del controlador para $F = 1$, utilizando para ello el C equivalente y el modelo nominal sin retardo G_n . Utilizando las curvas del módulo de la incertidumbre y del índice de robustez en la frecuencia, ajustar el filtro F para garantizar la estabilidad robusta y al mismo tiempo el mayor ancho de banda posible para la función de

transferencia entre la perturbación y la salida. Para ello F se ajusta de manera que mantenga el índice de robustez siempre mayor que el módulo de las incertidumbres y al mismo tiempo $|u/q|$ próximo a 1 para las frecuencias inferiores a ω_0 .

En algunos casos particulares (procesos modelados por funciones de transferencia de bajo orden), los parámetros $\lambda(i)$ y $\delta(i)$ se pueden elegir variables en el horizonte, de forma tal que se obtenga un sistema con el comportamiento deseado y al mismo tiempo con los mejores índices de robustez posibles [78]. Para lograrlo, deben estudiarse las relaciones de $\lambda(i)$ y $\delta(i)$ con la ley final de control, por lo que en el caso general, este tipo de ajuste no es simple y resulta más sencillo y eficiente el ajuste de los filtros de robustez. Por otro lado, dado que en la práctica la estimación de las incertidumbres es difícil, el ajuste de los filtros se realiza manualmente. Por este motivo, la simplicidad del ajuste en el SPGPC lo hace muy útil en las aplicaciones. En los ejemplos de este capítulo se mostrará cómo se obtienen buenos resultados con estos procedimientos.

Este tipo de ajuste en dos pasos del SPGPC es similar al usado en el control por modelo interno IMC [63] y también al usado en los DTCs del capítulo 2, ya que también en estos controladores el control primario se ajusta en un primer paso y el filtro para robustez se incluye posteriormente. Como el SPGPC se puede ver como un DTC cuyo control primario se ajusta por métodos óptimos, todas las conclusiones del análisis comparativo del capítulo 3 entre el DTC y el GPC pueden ser aplicadas al SPGPC filtrado. Así, para el control de procesos estables con retardo, el SPGPC tiene comportamiento similar, mejor robustez y puede ser ajustado más fácilmente que el GPC tradicional. Por otro lado, las ventajas del SPGPC, si lo comparamos con los DTCs tradicionales, es que ofrece la posibilidad de incluir restricciones en las variables de control y de salida y que la complejidad del ajuste no aumenta con el orden del sistema. De esta forma, la solución que se obtiene para el problema de controlar procesos con retardo es más general que la estudiada en el capítulo 2.

Finalmente, como es bien conocido [16, 66], cuando no hay restricciones ni retardos el GPC es equivalente a un control clásico de dos grados de libertad. Por ejemplo, si el modelo de la planta es de primer orden, el GPC es un simple PI ajustado por métodos óptimos. Por este motivo, el uso de los controladores predictivos se justifica solamente en los casos donde la planta tiene retardo, cuando las referencias futuras son conocidas, o si hay restricciones en las variables de entrada y salida. Y es justamente en el control de estos sistemas con retardo donde el SPGPC ofrece más ventajas.

4.2 Generalización de resultados al caso multivariable

Los sistemas multivariables (sistemas MIMO) con múltiples retardos son procesos especialmente difíciles de controlar, principalmente si se utilizan controladores monovariablaes convencionales. Por este motivo, diversos autores han propuesto estrategias de control que permiten obtener mejor comportamiento que los controladores clásicos. Una de las alternativas para controlar estos sistemas son los DTC multivariables analizados en el capítulo 2. Pero como se vio en aquel capítulo, la solución que se obtiene tiene varias limitaciones. Otra posibilidad es utilizar algún algoritmo de control predictivo basado en modelo (MPC) que, quizás, sea una de las alternativas más interesantes ya que además de permitir el control de sistemas MIMO con múltiples retardos, permite también incluir las restricciones en la formulación del control.

Por este motivo, en este apartado se analiza el algoritmo propuesto (el SPGPC) para el caso multivariable. La estrategia que se propone aquí es la generalización del caso monovariablae y como se verá posee las mismas ventajas en relación al GPC multivariable tradicional. Las principales ventajas son: (a) el uso de filtros para mejorar la robustez del SPGPC es tan simple como en el caso SISO y (b) el controlador se puede ajustar en dos pasos, el primero para comportamiento nominal y el segundo para robustez.

4.2.1 El SPGPC multivariable

Para introducir el SPGPC multivariable se procederá como en el capítulo 3. Primero se formula el GPC para plantas MIMO y se analiza su estructura como la de un predictor multivariable más un control primario también multivariable. Luego, utilizando la estructura obtenida, se propone el SPGPC multivariable y un método de ajuste de los filtros para garantizar la robustez.

De forma general, el modelo discreto de una planta multivariable (con m entradas y n salidas) puede describirse por una matriz función de transferencia discreta $\mathbf{P}(z^{-1})$ de dimensiones $n \times m$:

$$\mathbf{y}(t) = \mathbf{P}(z^{-1})\mathbf{u}(t), \quad (4.12)$$

donde cada elemento $p_{ij}(z^{-1})$ de $\mathbf{P}(z^{-1})$ es una función de transferencia SISO y las variables $\mathbf{u}(t)$ e $\mathbf{y}(t)$ son respectivamente los vectores de entrada (de dimensión $m \times 1$) y de salida (de dimensión $n \times 1$). Con esta descripción, si el proceso tiene retardo entre

las entradas y salidas, las funciones de transferencia monovariantes $p_{ij}(z^{-1})$ tendrán los primeros coeficientes de sus polinomios numeradores con valor cero.

Para poder aplicar el algoritmo GPC multivariable es necesario, como en el caso SISO, desarrollar un modelo CARIMA del proceso [16]. Al hacerlo, se espera que el sistema de control factorice a la planta en el modelo rápido y el retardo (como en el caso SISO), y que el resultado final sea similar al estudiado en el capítulo 2 para el MIMO-DTC. Si esto es así, sería posible usar diferentes representaciones de la planta para poder obtener diferentes propiedades de la estructura de control final. Como se destacó en el capítulo 2 (y se estudió con detalle en [44]), los retardos imponen ciertos límites de comportamiento al sistema en bucle cerrado (aún en el caso de utilizar controladores ideales) y estos límites están condicionados a la elección del modelo rápido del sistema. Esta elección dependerá, como se comentó en el capítulo 2, de las propiedades particulares del sistema que se estudia, como por ejemplo de la elección de variables prioritarias [47]. En este apartado el análisis se hace para una sola estructura, que coincide con la que extiende las propiedades de predicción del sistema monovariable (propiedad (ii) del predictor de Smith). Sin embargo, los resultados comparativos que se obtienen pueden ser extendidos a otros casos.

Así, en lo que sigue, se considerará que la matriz función de transferencia del proceso se factoriza como:

$$\mathbf{P}(z^{-1}) = [\mathbf{A}(z^{-1})]^{-1} \mathbf{D}(z^{-1})\mathbf{B}(z^{-1}), \quad (4.13)$$

donde:

- $\mathbf{A}(z^{-1})$ es una matriz diagonal. El elemento ii de la diagonal es el polinomio $A_i(z^{-1})$ calculado como el mínimo común múltiplo de los denominadores de la fila i de $\mathbf{P}(z^{-1})$;
- $\mathbf{D}(z^{-1})$ es una matriz diagonal de retardos cuyo elemento ii en la diagonal es igual a z^{-d_i} , donde:
 - d_{ij} es el tiempo muerto de la función de transferencia de la entrada u_j a la salida y_i ;
 - d_i es el retardo mínimo de la fila i de $\mathbf{P}(z^{-1})$;
- $\mathbf{B}(z^{-1})$ es una matriz polinomial con elementos $B_{ij}(z^{-1})$ que resultan de la extracción del mínimo común múltiplo de los denominadores y son tales que:

$$p_{ij}(z^{-1}) = z^{-d_i} \frac{z^{-1} B_{ij}(z^{-1})}{A_i(z^{-1})} = z^{-d_i} g_{ij}(z^{-1}), \quad (4.14)$$

o sea que los $g_{ij}(z^{-1})$ son las funciones de transferencia SISO que relacionan a la entrada j en tiempo t ($u_j(t)$) con la salida i en el tiempo $t + d_i$ ($y_i(t + d_i)$). En otras palabras, los $g_{ij}(z^{-1})$ son los modelos rápidos de los $p_{ij}(z^{-1})$, a los que se les ha eliminado el retardo común d_i . Los polinomios A_i y B_{ij} son:

$$\begin{aligned} A_i(z^{-1}) &= 1 + a_1^i z^{-1} + a_2^i z^{-2} + \dots + a_{n_{a_i}}^i z^{-n_{a_i}}, \\ B_{ij}(z^{-1}) &= b_0^{ij} + b_1^{ij} z^{-1} + b_2^{ij} z^{-2} + \dots + b_{n_{b_{ij}}}^{ij} z^{-n_{b_{ij}}}. \end{aligned}$$

Así, $\mathbf{G}(z^{-1})$ es la matriz función de transferencia sin los retardos comunes y se verifica que $\mathbf{P}(z^{-1}) = \mathbf{D}(z^{-1})\mathbf{G}(z^{-1})$ (se observa que $\mathbf{G}(z^{-1})$ es equivalente a \mathbf{G}_f en el MIMO-DTC del capítulo 2). Con esta representación, el predictor del controlador generará una salida multivariable que es la predicción de la salida con el mínimo retardo por fila.

Usando lo anterior, el modelo CARIMA es:

$$\mathbf{A}(z^{-1})\mathbf{y}(t) = \mathbf{D}(z^{-1})\mathbf{B}(z^{-1})\mathbf{u}(t-1) + \frac{1}{\Delta}\mathbf{T}(z^{-1})\mathbf{e}(t), \quad (4.15)$$

donde $\mathbf{T}(z^{-1})$ es una matriz polinomial mónica de dimensión $n \times n$ que representa las características coloreadas del ruido; $\Delta = 1 - z^{-1}$ y $\mathbf{e}(t)$ es el vector de ruidos (de dimensión $n \times 1$). Dado que en el GPC tanto la identificación de \mathbf{T} como su ajuste son muy difíciles en la práctica (más difícil que en el caso SISO), es común que se elija $\mathbf{T} = \mathbf{I}$ y éste será el valor a usar en el análisis de este apartado. El efecto de usar una \mathbf{T} diferente en el controlador se analiza con detalle en el capítulo 5.

Para calcular la acción de control en el GPC-MIMO, se utiliza una función de coste similar a la del caso SISO [16]:

$$J = \sum_{j=N_1}^{N_2} \|\hat{\mathbf{y}}(t+j|t) - \mathbf{w}(t+j)\|_{\mathbf{Q}_\delta}^2 + \sum_{j=1}^N \|\Delta \mathbf{u}(t+j-1)\|_{\mathbf{Q}_\lambda}^2, \quad (4.16)$$

donde N_1 y N_2 son los horizontes de predicción, \mathbf{Q}_δ y \mathbf{Q}_λ son matrices definidas positivas que ponderan el error y el esfuerzo de control, $\|\mathbf{x}\|_{\mathbf{Q}}^2 = \mathbf{x}^T \mathbf{Q} \mathbf{x}$, N es el horizonte de control, $\mathbf{w}(t+j)$ es la referencia futura e $\hat{\mathbf{y}}(t+j|t)$ es la predicción óptima de la salida en el tiempo $t+j$ calculada en t .

Dado que, en general, el proceso tiene dinámicas diferentes y retardos diferentes en cada salida, los horizontes también deben ser elegidos diferentes (N_{i1} y N_{i2} para la salida i y N_j para la entrada j). Como la matriz $\mathbf{A}(z^{-1})$ es diagonal, la ecuación diofántica multivariable se convierte en un conjunto de ecuaciones monovariantes como las estudiadas en el caso SISO. Así, las predicciones de y_i se pueden calcular a partir del modelo CARIMA:

$$A_i(z^{-1})y_i(t) = z^{-d_i}B_i(z^{-1})u(t-1) + \frac{1}{\Delta}e_i(t), \quad (4.17)$$

donde $e_i(t)$ es ruido blanco y $B_i = [B_{i1}B_{i2}\dots B_{im}]$. La ecuación diofántica correspondiente es:

$$1 = E_{ij}(z^{-1}) \Delta A_i(z^{-1}) + z^{-j}F_{ij}(z^{-1}), \quad (4.18)$$

lo que genera una predicción óptima $\hat{y}_i(t+j|t)$ como en el caso SISO:

$$\hat{y}_i(t+j|t) = F_{ij}(z^{-1})\hat{y}_i(t) + z^{-d_i}E_{ij}(z^{-1}) \Delta B_i(z^{-1})u(t-1), \quad (4.19)$$

donde $E_{ij}(z^{-1})$ es de orden $j-1$ y $F_{ij}(z^{-1})$ de orden na_i . El procedimiento normal consiste en resolver recursivamente la ecuación y usar las predicciones de $j = N_{i1}$ hasta $j = N_{i2}$ en la minimización de J [17]. En la práctica, el horizonte mínimo se elige como el retardo más uno: $N_{i1} = d_i + 1$, que será el valor usado aquí. Además, se considerará que $N_{i2} = d_i + N_{0i}$, siendo N_{0i} el parámetro final del ajuste del controlador. De la misma forma que en el caso SISO, la predicción se calculará en dos etapas: de $j = 1$ a $j = d_i$ y de $j = d_i + 1$ a $j = d_i + N_{0i}$.

Consideremos primero la solución para $j = 1$. En este caso $F_1 = (1 - \Delta A_i)z = (1 - \tilde{A}_i)z$ y $E_1 = 1$, por lo que:

$$\hat{y}_i(t+1|t) = (1 - \tilde{A}_i)zy_i(t) + z^{-d_i} \Delta B_i(z^{-1})u(t). \quad (4.20)$$

Así, la solución para $j = 2, 3, \dots, d_i$ se puede calcular en función de $y_i(t)$ y de $u(t)$ como sigue:

$$\hat{y}_i(t+2|t) = (1 - \tilde{A}_i)^2 z^2 y_i(t) + [1 + (1 - \tilde{A}_i)] z^{-(d_i-1)} \Delta B_i(z^{-1})u(t), \quad (4.21)$$

$$\hat{y}_i(t+3|t) = (1 - \tilde{A}_i)^3 z^3 y_i(t) + [1 + (1 - \tilde{A}_i) + (1 - \tilde{A}_i)^2] z^{-(d_i-2)} \Delta B_i(z^{-1})u(t), \quad (4.22)$$

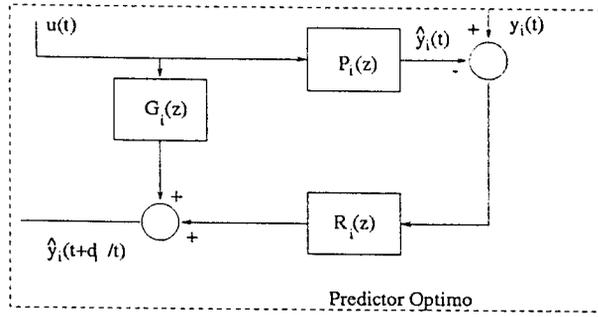


Figura 4.3: Diagrama de bloques para el cálculo de la predicción óptima.

⋮

$$\hat{y}_i(t + d_i|t) = (1 - \tilde{A}_i)^{d_i} z^{d_i} y_i(t) + \left[1 + (1 - \tilde{A}_i) + \dots + (1 - \tilde{A}_i)^{d_i-1} \right] z^{-1} \Delta \mathbf{B}_i(z^{-1}) \mathbf{u}(t). \quad (4.23)$$

Pero:

$$1 + (1 - \tilde{A}_i) + \dots + (1 - \tilde{A}_i)^{d_i-1} = \frac{1 - (1 - \tilde{A}_i)^{d_i}}{\tilde{A}_i}. \quad (4.24)$$

Y definiendo:

$$R_i(z^{-1}) = (1 - \tilde{A}_i)^{d_i} z^{d_i}, \quad (4.25)$$

$$\mathbf{P}_i(z^{-1}) = \mathbf{G}_i(z^{-1}) z^{-d_i} = \frac{z^{-1} \mathbf{B}_i(z^{-1})}{A_i(z^{-1})} z^{-d_i}, \quad (4.26)$$

donde $\mathbf{P}_i(z^{-1})$ es la fila i de $\mathbf{P}(z^{-1})$ y $\mathbf{G}_i(z^{-1})$ es la fila i de $\mathbf{G}(z^{-1})$, la predicción en $t + d_i$ se calcula como:

$$\hat{y}_i(t + d_i|t) = R_i(z^{-1}) \left[y_i(t) - \mathbf{P}_i(z^{-1}) \mathbf{u}(t) \right] + \mathbf{G}_i(z^{-1}) \mathbf{u}(t) \quad (4.27)$$

En la figura 4.3 se ve el diagrama de bloques que representa el cálculo de la predicción.

Escribiendo las ecuaciones de forma vectorial:

$$\begin{bmatrix} \hat{y}_1(t + d_1 | t) \\ \hat{y}_2(t + d_2 | t) \\ \vdots \\ \hat{y}_n(t + d_n | t) \end{bmatrix} = \mathbf{G}(z^{-1}) \begin{bmatrix} u_1(t) \\ u_2(t) \\ \vdots \\ u_m(t) \end{bmatrix} + \mathbf{R}(z^{-1}) \begin{bmatrix} y_1(t) \\ y_2(t) \\ \vdots \\ y_n(t) \end{bmatrix} - \mathbf{R}(z^{-1})\mathbf{P}(z^{-1}) \begin{bmatrix} u_1(t) \\ u_2(t) \\ \vdots \\ u_m(t) \end{bmatrix},$$

$$\hat{\mathbf{y}}_d = \mathbf{G}(z^{-1})\mathbf{u}(t) + \mathbf{R}(z^{-1}) [\mathbf{y}(t) - \mathbf{P}(z^{-1})\mathbf{u}(t)], \quad (4.28)$$

donde $\mathbf{R}(z^{-1}) = \text{diag}(R_i(z^{-1}))$, $\hat{\mathbf{y}}_d$ es el vector de predicciones, $\mathbf{y}(t)$ es el vector de salidas y $\mathbf{u}(t)$ el vector de entradas. Esta ecuación muestra que las relaciones entre salidas, entradas y predicciones son una extensión directa de las calculadas para el caso SISO.

De nuevo como en el caso SISO, es posible calcular las predicciones que se utilizan en la función de coste J como función de la respuesta libre \mathbf{f}_r (formada por el conjunto de las \mathbf{f}_{ri}) y de la respuesta forzada del sistema (ver apéndice D):

$$\begin{bmatrix} \mathbf{y}_1 \\ \mathbf{y}_2 \\ \vdots \\ \mathbf{y}_n \end{bmatrix} = \mathbf{H} \begin{bmatrix} \mathbf{u}_{f1} \\ \mathbf{u}_{f2} \\ \vdots \\ \mathbf{u}_{fm} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \mathbf{f}_{r1} \\ \mathbf{f}_{r2} \\ \vdots \\ \mathbf{f}_{rn} \end{bmatrix} = \mathbf{H} \begin{bmatrix} \mathbf{u}_{f1} \\ \mathbf{u}_{f2} \\ \vdots \\ \mathbf{u}_{fm} \end{bmatrix} + \mathbf{H}_p(z^{-1}) \begin{bmatrix} \Delta u_1(t) \\ \Delta u_2(t) \\ \vdots \\ \Delta u_m(t) \end{bmatrix} + \mathbf{F}(z^{-1})\hat{\mathbf{y}}_d, \quad (4.29)$$

donde la respuesta libre \mathbf{f}_r se calcula como función de los controles pasados (generados por $\mathbf{H}_p(z^{-1})\Delta \mathbf{u}$) y de las predicciones en $t+d_i | t$, $i = 1, 2, \dots, n$ (generadas por $\mathbf{F}(z^{-1})\hat{\mathbf{y}}_d$). Las acciones de control futuras son $\mathbf{u}_{fj} = [\Delta u_j(t) \ \Delta u_j(t+1) \ \dots \ \Delta u_j(t+N u_j)]^T$ donde $N u_j = \max_i(N_{0i} - d_{ij})$.

Sustituyendo la última ecuación en J , el resultado de la minimización (el control óptimo) se calcula como (ver apéndice D):

$$\mathbf{u} = \mathbf{K}(\mathbf{w} - \mathbf{f}_r) = \mathbf{K} [\mathbf{w} - \mathbf{H}_p(z^{-1}) \Delta \mathbf{u} + \mathbf{F}(z^{-1})\hat{\mathbf{y}}_d], \quad (4.30)$$

donde \mathbf{w} es la referencia futura. En la figura 4.4(a) se puede ver el diagrama completo del control.

De esta figura se puede deducir que también para el caso MIMO, la ley de control final está compuesta por un predictor óptimo más un controlador primario. En la figura 4.4(b) el GPC se ha representado de forma equivalente a un compensador de retardos, donde $\mathbf{C}(z^{-1})$ y $\mathbf{F}_r(z^{-1})$ representan el control primario de dos grados de libertad. Las

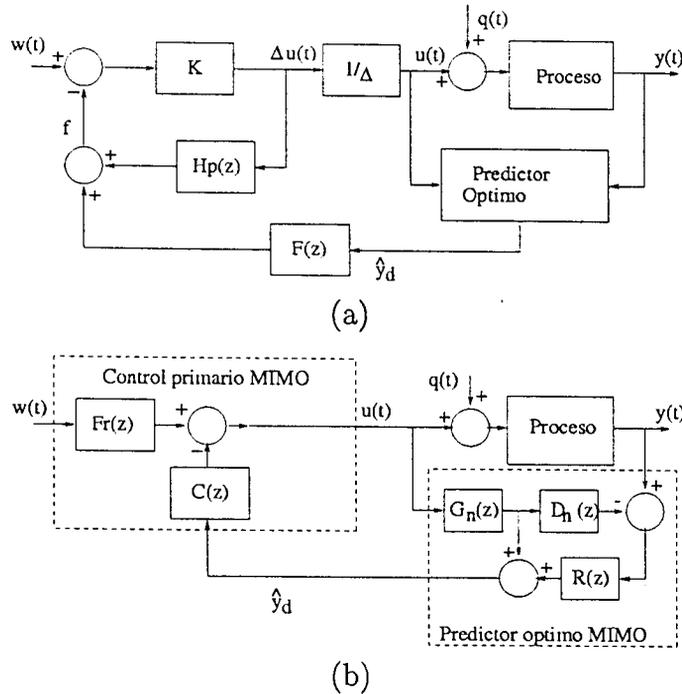


Figura 4.4: GPC multivariable: (a) representación normal, (b) con la estructura de un MIMO-DTC.

relaciones entre estos bloques y los parámetros de la planta y control se explican con detalle en el apéndice D.

Como se observa en el diagrama, la predicción en $t + d_i$ se calcula sumando la salida del modelo rápido con el error de predicción filtrado por \mathbf{R} (que es la diferencia entre la salida del proceso y la del modelo en t que pasa por el filtro diagonal \mathbf{R}). Esto demuestra que el MIMO-GPC es equivalente a un MIMO-DTC como el analizado en el capítulo 2. Esta estructura permite una interpretación muy simple de los problemas asociados al ajuste de la matriz polinomial \mathbf{T} en el MIMO-GPC. Usando un filtro \mathbf{T} diagonal es fácil ver que \mathbf{R} puede ser modificada de forma similar al caso SISO pero como también el controlador primario depende de \mathbf{T} , el procedimiento de ajuste es aún mucho más complejo que en el caso SISO. De hecho, no existen trabajos en la literatura que se ocupen del ajuste de la matriz \mathbf{T} para mejorar la robustez del GPC en el caso MIMO.

El análisis anterior permite generalizar para este caso los resultados del SPGPC monovariable. Así, en esta tesis se propone la sustitución del predictor óptimo del GPC multivariable de la figura 4.4 por un predictor de Smith multivariable. Esta modificación es muy simple de introducir en este caso eligiendo el filtro \mathbf{R} igual a la matriz identidad. En la implementación práctica del algoritmo se procede como es

normal en el GPC, usando la respuesta libre y la forzada. Para ello las predicciones de $t+1$ a $t+d_i$ se calculan con el SP y las de $t+d_i+1$ a $t+d_i+N_{i0}$ con el predictor óptimo. El SP se implementa calculando primero la predicción en bucle abierto $\hat{y}_{oi}(t+d_i-k | t)$ y luego corrigiéndola con el error entre modelo y proceso:

$$\hat{y}_i(t+d_i-k | t) = \hat{y}_{oi}(t+d_i-k | t) + y_i(t-k) - \hat{y}_{oi}(t-k) \quad k = 0, 1, \dots, na_i. \quad (4.31)$$

Como la respuesta forzada del sistema no cambia, los coeficientes de la ley de control lineal K son los mismos que en el GPC. Se observa así que todo el procedimiento de cálculo del algoritmo es una simple generalización del caso SISO.

Como se verá en el próximo apartado, el SPGPC multivariable tiene todas las ventajas estudiadas para el caso SISO si lo comparamos con el GPC tradicional. Por otro lado, el controlador propuesto no deja de ser un compensador de retardo multivariable, pero como se comentó en el capítulo 3, este nuevo algoritmo permite un ajuste óptimo del control primario y la posibilidad de incluir restricciones en la ley de control. Para ilustrar este punto, el SPGPC ha sido utilizado para controlar la columna de destilación de Wood y Berry que se analizó en el capítulo 2.

Para las simulaciones se consideraron las mismas condiciones de funcionamiento que en el ejemplo del capítulo 2. Se han utilizado como entradas dos cambios de consigna en la composición de etanol (y_1). Primero, en $t = 0$ se simula un escalón de $+1\%$ y luego en $t = 50$ minutos un escalón de -0.4% . Además en $t = 90$ minutos se le aplica al sistema un escalón de perturbación de 0.1 en el reflujo. De $t = 0$ a $t = 40$ minutos el modelo del proceso es el nominal (igual al modelo usado en el predictor del controlador) pero de $t = 40$ minutos al final de la simulación el proceso se simula considerando un error de un minuto en la estimación del retardo de la salida 1.

El periodo de muestreo se eligió de $T_s = 1$ minuto. El SPGPC multivariable se ajustó con un horizonte de predicción de 30 para las dos salidas y un horizonte de control de 15 para los dos controles. Las ponderaciones se eligen $Q_\delta = I$ y $Q_\lambda = 5I$. El comportamiento de la salida del sistema se puede ver en la figura 4.5 y la acción de control en la figura 4.6. Como se puede observar, en este caso el sistema en bucle cerrado tiene una respuesta más rápida y menos acoplada que la que se obtuvo aplicando el MIMO-DTC del capítulo 2, tanto en el caso nominal como cuando se consideran los errores de modelado. La mejor respuesta se debe a que el controlador primario es en este caso una matriz 2×2 completa y por ser más compleja permite un mejor ajuste de las respuestas. Recordemos que en el MIMO-DTC estudiado en el capítulo 2 el control primario multivariable estaba compuesto por dos PI monovariantes.

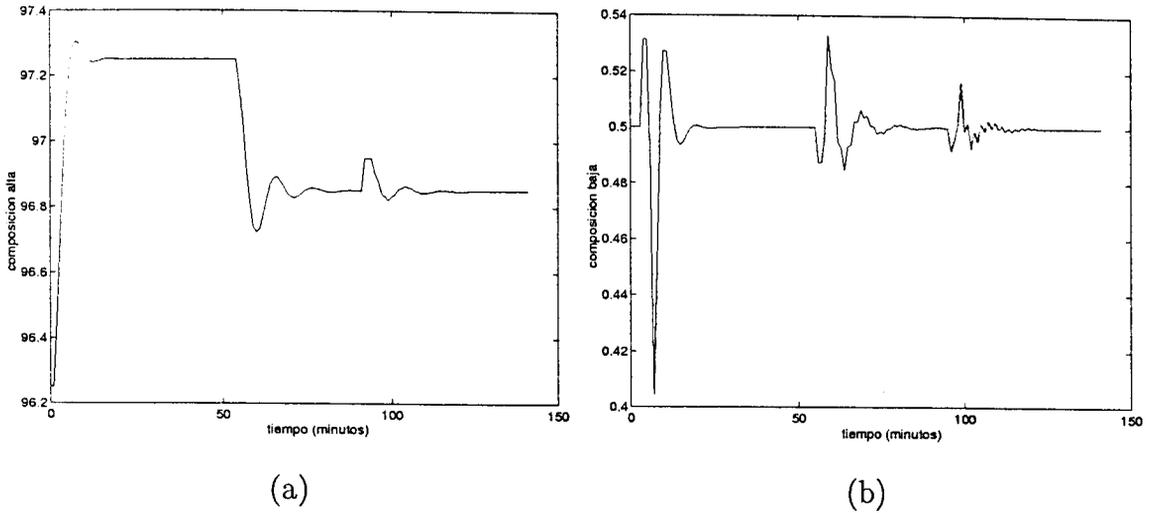


Figura 4.5: Salida de la planta controlada con el SPGPC: (a) y_1 , (b) y_2 .

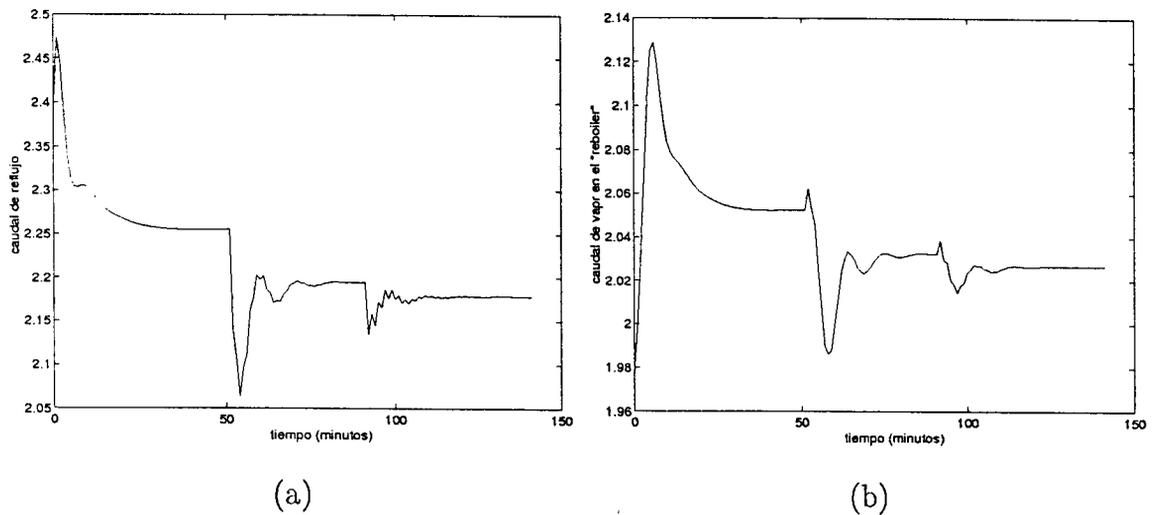


Figura 4.6: Acción de control del SPGPC: (a) u_1 , (b) u_2 .

4.2.2 Ajuste robusto del MIMO SPGPC

Análisis de la robustez del SPGPC y del GPC para procesos MIMO

Para generalizar el estudio de la robustez del GPC y del SPGPC para el caso MIMO se utilizarán en este apartado algunos conceptos de la teoría de control robusto como los valores singulares y valores singulares estructurados (ver [100] para las definiciones y propiedades). El análisis de los sistemas en bucle cerrado se realiza usando los diagramas de bloques de la figura 4.4. De la misma forma que en el caso SISO estudiado anteriormente, las incertidumbres se representarán de forma aditiva y no estructurada. Así, la planta real \mathbf{P} se encontrará en las proximidades de la planta nominal \mathbf{P}_n , o sea:

$$\mathbf{P}(z) = \mathbf{P}_n(z) + \mathbf{DP}(z). \quad (4.32)$$

De forma general $\mathbf{DP}(z)$ se representa como [100]:

$$\mathbf{DP}(z) = \mathbf{W}_2(z)\mathbf{\Delta}(z)\mathbf{W}_1(z) \quad \bar{\sigma}(\mathbf{\Delta}(z)) < 1 \quad \forall \omega \in [0, \pi/T_s], \quad (4.33)$$

donde, para este caso, $\mathbf{\Delta}(z)$ es una matriz completa, $\bar{\sigma}(\mathbf{X})$ es el valor singular máximo de \mathbf{X} , T_s es el periodo de muestreo y $\mathbf{W}_1(z)$ y $\mathbf{W}_2(z)$ son dos matrices de función de transferencia estables que caracterizan la estructura espacial y frecuencial de la incertidumbre.

Para el análisis que sigue, se supone que es posible ajustar GPC para obtener una respuesta adecuada del sistema a los cambios de consigna. Esto es equivalente a decir que los bloques $\mathbf{C}(z)$ y $\mathbf{F}_r(z)$ de la figura 4.4(b) se ajustan adecuadamente. Del diagrama de bloques de la figura 4.4(b) y suponiendo $\mathbf{P} = \mathbf{P}_n$ se puede analizar la estabilidad nominal del sistema usando la ecuación característica:

$$\det(\mathbf{I} + \mathbf{C}\mathbf{G}_n) = 0, \quad (4.34)$$

lo que significa, como en el caso SISO, que la estabilidad nominal no depende del valor de la matriz de retardos \mathbf{D}_n y que como en el MIMO-DTC $\hat{\mathbf{y}}_d$ se anticipa a la salida $\mathbf{y}(t)$. Pero cuando hay errores de modelado, la ecuación característica vale:

$$\det[\mathbf{I} + \mathbf{C}(\mathbf{G}_n + \mathbf{R}\mathbf{W}_2\mathbf{\Delta}\mathbf{W}_1)] = 0 \quad (4.35)$$

$$\det(\mathbf{I} + \mathbf{C}\mathbf{G}_n + \mathbf{C}\mathbf{R}\mathbf{W}_2\Delta\mathbf{W}_1) = \det(\mathbf{I} + \mathbf{C}\mathbf{G}_n)\det\left[\mathbf{I} + (\mathbf{I} + \mathbf{C}\mathbf{G}_n)^{-1}\mathbf{C}\mathbf{R}\mathbf{W}_2\Delta\mathbf{W}_1\right], \quad (4.36)$$

donde se asume que la ecuación característica nominal $\det(\mathbf{I} + \mathbf{C}\mathbf{G}_n)$ tiene todas las raíces dentro del círculo de radio unidad. Para estudiar la estabilidad robusta del sistema es conveniente dibujar un sistema equivalente como el que se muestra en la figura 4.7 donde para este caso:

$$\mathbf{M} = -\mathbf{W}_1(\mathbf{I} + \mathbf{C}\mathbf{G}_n)^{-1}\mathbf{C}\mathbf{R}\mathbf{W}_2 = -\mathbf{W}_1\mathbf{M}_0\mathbf{R}\mathbf{W}_2, \quad (4.37)$$

es la planta equivalente para el estudio de la robustez ($\mathbf{M}_0 = (\mathbf{I} + \mathbf{C}\mathbf{G}_n)^{-1}\mathbf{C}$).

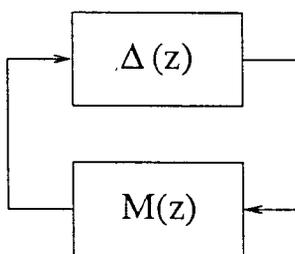


Figura 4.7: Estructura $\mathbf{M} - \Delta$ para el estudio de la estabilidad robusta del GPC multivariable.

Usando este diagrama se puede establecer el siguiente teorema de control robusto [100]:

Teorema: Se considera que \mathbf{M} y Δ son estables. Así, el sistema en bucle cerrado de la figura 4.7 será estable para toda perturbación Δ ($\bar{\sigma}(\Delta) \leq 1$) si y solamente si:

$$\bar{\sigma}(\mathbf{M}(e^{j\omega})) < 1 \quad \forall \omega \in [0, \pi/T_s], \quad (4.38)$$

o lo que es equivalente:

$$\bar{\sigma}(\mathbf{M}(e^{j\omega}))\bar{\sigma}(\Delta(e^{j\omega})) < 1 \quad \forall \omega \in [0, \pi/T_s], \forall \Delta. \quad (4.39)$$

Usando ahora la propiedad $\bar{\sigma}(\mathbf{X}\mathbf{Y}) \leq \bar{\sigma}(\mathbf{X})\bar{\sigma}(\mathbf{Y})$ se puede conseguir una cota superior para $\bar{\sigma}(\mathbf{M})$:

$$\bar{\sigma}(\mathbf{M}) \leq \bar{\sigma}(\mathbf{M}_0)\bar{\sigma}(\mathbf{R})\bar{\sigma}(\mathbf{W}_1)\bar{\sigma}(\mathbf{W}_2), \quad (4.40)$$

de forma tal que, dadas las matrices de incertidumbre \mathbf{W}_1 y \mathbf{W}_2 y un ajuste del controlador (horizontes y ponderaciones), la robustez del controlador será definida por

$\bar{\sigma}(\mathbf{R})$. Como para el SPGPC $\bar{\sigma}(\mathbf{R}) = 1$ y para el GPC \mathbf{R} es diagonal, los valores singulares se calculan como el módulo de los elementos de la diagonal:

$$\sigma_i(\mathbf{R}(e^{j\omega})) = |R_i(e^{j\omega})| = |(1 - \tilde{A}_i(e^{j\omega}))^{d_i}|, \quad (4.41)$$

por lo que la robustez del GPC multivariable queda definida por las características en la frecuencia de las funciones $R_i(e^{j\omega})$. Como se demostró en el capítulo 3 para los modelos más utilizados de plantas monovariantes estables, el módulo de $\sigma_i(R_i(e^{j\omega}))$ es mayor que la unidad para todas las frecuencias, por lo que se verifica que:

$$\bar{\sigma}(\mathbf{R}(e^{j\omega})) \geq 1 \quad \forall \omega \in [0, \pi/T_s]. \quad (4.42)$$

Esta condición muestra que el GPC es menos robusto que el SPGPC. De la misma forma que en el caso SISO el siguiente paso del análisis sería comparar al GPC filtrado (generalizando al polinomio T) con el SPGPC filtrado. Sin embargo, como ya se comentó, no hay métodos propuestos para el ajuste de \mathbf{T} en el GPC multivariable. Por otro lado, como se muestra en el próximo apartado, el filtrado puede ser usado en el SPGPC con un procedimiento de ajuste tan simple y tan efectivo como en el caso SISO. Por este motivo no se analizará en este apartado el problema del filtro \mathbf{T} multivariable. Este tema sí será tratado en el capítulo 5 como complemento de la solución ofrecida por el SPGPC ya que éste no puede usarse con procesos inestables.

El filtrado en el SPGPC para mejorar la robustez

Como se demostró en el caso monovariante el uso de un filtro pasa bajos en la estructura del SPGPC permite mejorar notablemente la robustez. La idea usada en el SPGPC para plantas SISO se puede extender al caso MIMO directamente si se utiliza una matriz diagonal de filtrado \mathbf{R}_s (con elementos $R_{s,i}$) actuando en la señal de error de predicción como se muestra en la figura 4.8.

Es fácil ver que si \mathbf{R}_s se elige para verificar:

$$\bar{\sigma}(\mathbf{R}_s(e^{j\omega})) < \frac{1}{\bar{\sigma}(\mathbf{W}_1(e^{j\omega}))\bar{\sigma}(\mathbf{W}_2(e^{j\omega}))\bar{\sigma}(-\mathbf{M}_0(e^{j\omega}))} \quad \forall \omega \in [0, \pi/T_s], \quad (4.43)$$

se garantiza la estabilidad robusta del sistema. Debe destacarse que el comportamiento nominal a los cambios de consigna del sistema en bucle cerrado no se modifica con la inclusión de $\mathbf{R}_s(z^{-1})$, ya que en este caso el error $\mathbf{y}(t) - \hat{\mathbf{y}}(t)$ es cero y el filtro no afecta el bucle cerrado. Así, se puede proponer también para este caso multivariable un ajuste

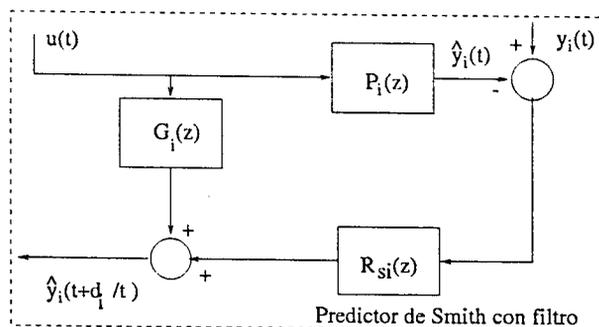


Figura 4.8: Estructura del SPGPC multivariable filtrado.

en dos pasos: (i) elegir los horizontes y ponderaciones para definir la respuesta nominal a los cambios de consigna y con los valores definidos y el modelo de la planta calcular el control equivalente \mathbf{C} ; (ii) calcular o estimar las matrices $\mathbf{W}_i, i = 1, 2$ y calcular la parte derecha de la ecuación (4.43). Finalmente, a partir de un diagrama en la frecuencia ajuste el valor de $\bar{\sigma}(\mathbf{R}_s)$ para que se verifique la ecuación (4.43). Como \mathbf{R}_s es diagonal basta elegir los elementos de su diagonal R_{si} para que verifiquen:

$$\sigma_i(\mathbf{R}_s(e^{j\omega})) = |R_{si}(e^{j\omega})| < \bar{\sigma}(\mathbf{R}_s(e^{j\omega})). \quad (4.44)$$

Por otro lado, como en el SPGPC monovariable, el filtro mejora la robustez al mismo tiempo que perjudica el rechazo a las perturbaciones del sistema; aunque su ajuste puede hacerse de forma simple considerando el compromiso entre estas dos especificaciones.

Para ver que esta propiedad es válida también en el caso MIMO se considera una perturbación a la entrada de la planta \mathbf{q} . La matriz función de transferencia entre la perturbación y la acción de control se usará (como en el caso SISO) para medir la velocidad de rechazo a las perturbaciones. En el caso nominal la relación entre \mathbf{u} y \mathbf{q} se calcula como:

$$\mathbf{u}(t) = -[\mathbf{I} + \mathbf{C}(z^{-1})\mathbf{G}_n(z^{-1})]^{-1} \mathbf{C}(z^{-1})\mathbf{R}_s(z^{-1})\mathbf{P}_n(z^{-1})\mathbf{q}(t) = -\mathbf{L}(z^{-1})\mathbf{q}(t). \quad (4.45)$$

Teóricamente, para obtener un rechazo ideal, el ajuste del controlador (y por tanto de \mathbf{R} y \mathbf{C}) debería hacerse para obtener $\mathbf{L}(z^{-1}) = \mathbf{I}$. En este caso ideal los efectos de \mathbf{q} no se verían en la salida y ya que el control los cancelaría. Como en la práctica esto no es posible, la solución es hacer que $\mathbf{L}(z^{-1})$ sea muy próxima de la matriz identidad sólo en bajas frecuencias (frecuencias inferiores a ω_0), ya que las perturbaciones más comunes son de baja frecuencia. Para ello \mathbf{L} debe tener su valor singular mínimo $\underline{\sigma}(\mathbf{L}(e^{j\omega}))$ próximo al máximo $\bar{\sigma}(\mathbf{L}(e^{j\omega}))$ y próximo a la unidad para las frecuencias menores que ω_0 [100]:

$$\bar{\sigma}(\mathbf{L}(e^{j\omega})) \approx \underline{\sigma}(\mathbf{L}(e^{j\omega})) \approx 1 \quad \forall \omega < \omega_0. \quad (4.46)$$

Pero si los horizontes y ponderaciones están definidos, \mathbf{C} es fijo y por lo tanto las características del rechazo de perturbaciones se definen con el valor de $\underline{\sigma}(\mathbf{R}_s(e^{j\omega}))$. Así, cuando \mathbf{R}_s se elige como un filtro pasa bajos para mejorar la robustez, al mismo tiempo limita el ancho de banda de la respuesta a las perturbaciones. La solución de compromiso en este caso es la misma que en el caso SISO: si se supone que las incertidumbres son más importantes en altas frecuencias y las perturbaciones en bajas frecuencias, el ajuste de \mathbf{R}_s buscará aumentar el índice de robustez en altas frecuencias pero manteniendo $\underline{\sigma}(\mathbf{L}(e^{j\omega}))$ y $\bar{\sigma}(\mathbf{L}(e^{j\omega}))$ cerca de la unidad para $\omega < \omega_0$. De esto se concluye que \mathbf{R}_s debe ser un filtro pasa bajos con ganancia unidad $\mathbf{R}_s(1) = \mathbf{I}$ y que su frecuencia de corte y atenuación deben ajustarse para un buen compromiso robustez-rechazo de perturbaciones.

Cuando se dispone de una información más estructurada de las incertidumbres y se puede calcular, por ejemplo una matriz Δ diagonal, la condición de estabilidad robusta de la ecuación (4.38) no será más una condición necesaria y suficiente sino apenas suficiente [100]. En este caso el resultado que se obtiene por el procedimiento anterior será conservador. Para conseguir un resultado menos conservador y una condición necesaria y suficiente puede usarse el valor singular estructurado μ de la matriz \mathbf{M} . Considerando Δ diagonal con $\bar{\sigma}(\Delta) \leq 1$ el sistema de control tendrá estabilidad robusta si y solamente si [100]:

$$\mu(\mathbf{M}(e^{j\omega})) < 1 \quad \forall \omega \in [0, \pi/T_s], \quad (4.47)$$

o de forma equivalente:

$$\mu(\mathbf{M}(e^{j\omega}))\bar{\sigma}(\Delta(e^{j\omega})) < 1 \quad \forall \omega \in [0, \pi/T_s]. \quad (4.48)$$

Como se verifica que $\mu(\mathbf{M}) \leq \bar{\sigma}(\mathbf{M})$, el filtro \mathbf{R} calculado por el valor singular no estructurado será más pasa bajos que lo realmente necesario, generando un resultado conservador. Por otro lado, los procedimientos de síntesis existentes para ajustar el controlador robusto usando el valor singular estructurado (metodología conocida como “ μ -synthesis”) no permite mantener la estructura del control predictivo propuesto. Así, como el filtro no puede ajustarse por este procedimiento, se proponen aquí dos soluciones alternativas.

El primer procedimiento consiste en un ajuste iterativo del filtro. Partiendo del ajuste obtenido por el método conservador, se propone una modificación en \mathbf{R} de forma tal que el nuevo filtro resulte menos pasa bajos que el inicial. Con este nuevo filtro se comprueba la condición de la ecuación (4.47). Si la condición (4.47) se satisface entonces en el próximo paso de la iteración se reajusta \mathbf{R} aumentando nuevamente su banda pasante. Si la condición no se verifica entonces la banda pasante de \mathbf{R} debe

ser disminuida. Este procedimiento iterativo puede continuar hasta obtener la relación entre $\mu(\mathbf{M})$ y $1/\bar{\sigma}(\Delta)$ deseada.

La segunda alternativa es usar una cota superior de $\mu(\mathbf{M})$ basada en la siguiente propiedad de los valores singulares estructurados [100]. Primero debe recordarse que \mathbf{R} es diagonal y que todos sus elementos tienen módulo menor que 1, por lo que \mathbf{R} tiene la misma estructura que la matriz Δ . Con esta condición es posible calcular una cota para $\mu(\mathbf{M})$ como:

$$\mu(\mathbf{M}) = \mu(\mathbf{W}_1 \mathbf{M}_0 \mathbf{R} \mathbf{W}_2) \leq \bar{\sigma}(\mathbf{R}) \mu_{\Delta_1}^2 \left(\begin{bmatrix} \mathbf{0} & \mathbf{W}_1 \mathbf{M}_0 \\ \mathbf{W}_2 & \mathbf{0} \end{bmatrix} \right) = \bar{\sigma}(\mathbf{R}) \mu_0, \quad (4.49)$$

donde Δ_1 es una matriz aumentada dada por $\Delta_1 = \text{diag}[\Delta \ \mathbf{R}]$. En este caso la solución se puede obtener aplicando:

$$\bar{\sigma}(\mathbf{R}) \leq \frac{1}{\mu_0 \bar{\sigma}(\Delta)}, \quad (4.50)$$

que es una solución menos conservadora que la obtenida solamente usando el valor singular no estructurado.

Para entender por qué esta solución más estructurada genera un resultado menos conservador, basta observar que en los procesos reales los errores de modelado de los diferentes elementos de la matriz \mathbf{P} no son independientes. Sería posible, por ejemplo, usar un único parámetro para representar al error de modelado en varias partes del sistema. En la medida en que se modele de forma más exacta los errores, los parámetros del control estarán mejor ajustados a las condiciones reales de funcionamiento. Sin embargo, a pesar de que este tipo de vínculo entre los errores de modelado sea normal en los procesos reales, la identificación de esas relaciones y su exacta representación es muy compleja y consume mucho tiempo.

En la práctica industrial este tipo de análisis matemático no puede ser aplicado y por lo general se recurre a procedimientos manuales e intuitivos de ajuste. Como se verá en los ejemplos que se presentan en el apartado 4.4, el uso de reglas simples de ajuste de los filtros de robustez en el SPGPC permite obtener buenos resultados. De todas formas, aunque el desarrollo matemático aquí presentado no tenga una utilidad práctica directa, permite justificar y dar fundamento teórico a los procedimientos de ajuste manuales de los filtros de robustez del SPGPC.

4.3 SPGPC con restricciones

Los problemas de control analizados en los capítulos 2 y 3 no consideraban las restricciones en las variables de salida o de control del sistema que se encuentran habitualmente en la práctica. Como se estudia en [17], en la mayoría de los procesos industriales los actuadores tienen un rango limitado de acción y una tasa máxima de variación en el tiempo mientras que las variables de salida de los procesos no pueden superar ciertos valores predeterminados. Ejemplos de estos casos son las válvulas de control de caudal, que limitan el flujo en amplitud y velocidad de cambio, y las presiones y niveles de los tanques, que no pueden superar determinados límites. La violación de las restricciones puede tener diferentes consecuencias. En el caso de las restricciones de las variables de control, los valores realmente aplicados al proceso siempre estarán dentro de los límites impuestos por el actuador, independientemente del valor calculado por el algoritmo de control. Por lo tanto, la única consecuencia de este hecho es que los valores realmente aplicados no serán los óptimos calculados y el comportamiento del sistema no será el esperado. Este es el caso más común en la práctica cuando no se diseña al sistema de control teniendo en cuenta a las restricciones. Sin embargo, en algunos casos particulares, como cuando el proceso es inestable en bucle abierto, esto puede causar la inestabilidad del sistema en bucle cerrado. Por otro lado, las restricciones en las variables de salida están relacionadas a medidas de seguridad, y si no se consideran en el diseño del sistema de control, la solución final obtenida puede violar los rangos de funcionamiento seguro. En este punto particular las estrategias de control predictivo basado en modelo pueden generar soluciones adecuadas, ya que este tipo de restricciones de las salidas pueden ser incluidas en el algoritmo de control (ver [17] para una revisión completa del problema del tratamiento de las restricciones en MPC).

En esta tesis el objetivo no es la implementación ni el estudio detallado del tratamiento de restricciones, sino analizar los efectos del predictor en el sistema de control cuando se incluyen las restricciones en el cálculo del mínimo de la función objetivo.

Para entender el efecto del predictor en la solución del GPC con restricciones recordaremos aquí las principales características del algoritmo para el caso MIMO. Para el caso sin restricciones, la solución generada por el GPC es una ley de control lineal calculada a partir de la minimización, en cada instante de muestreo, de una función cuadrática J . Para hacerlo, primero se calcula la respuesta libre del sistema \mathbf{f}_r y luego la ley de control se implementa a partir de una matriz de ganancias \mathbf{K} (que se determina a partir del modelo y del ajuste del GPC) y de la referencia \mathbf{w} :

$$\mathbf{u} = \mathbf{K}(\mathbf{w} - \mathbf{f}_r) \quad (4.51)$$

En el GPC con restricciones el proceso de minimización debe hacerse considerando que tanto las entradas como las salidas deben permanecer dentro de los rangos especificados.

Por lo tanto, la solución final no será, en general, una ley de control lineal. En cambio, u será el resultado de un proceso de optimización complejo y que no tiene solución analítica. Sin embargo, a pesar de que las soluciones de los dos casos pueden ser muy diferentes, el primer paso del algoritmo es el mismo, ya que la respuesta libre se calcula en ambos casos de la misma manera (con los valores pasados del control y la salida). Por lo tanto la diferencia entre los algoritmos que calculan la ley de control del GPC con y sin restricciones está en el segundo paso, cuando se calcula el mínimo de J a partir de los valores conocidos de f_r y w . Cuando se consideran las restricciones, se podría representar el sistema de control como en la figura 4.9, donde se distinguen: (a) el módulo que calcula a la respuesta libre a partir de la salida y entrada de la planta, y (b) el módulo de cálculo de la acción de control, que sería el correspondiente del "control primario" en el caso lineal.

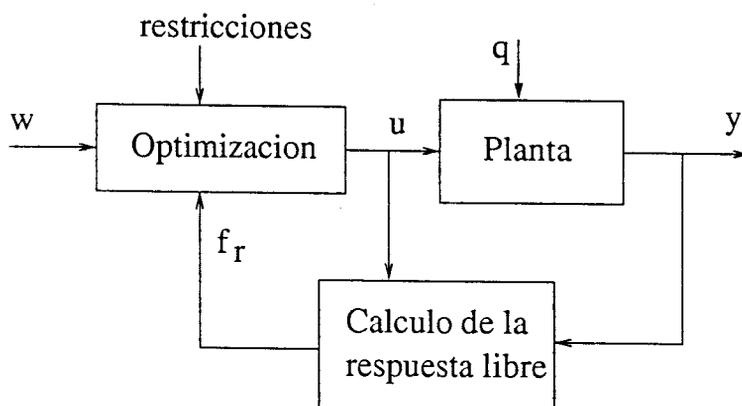


Figura 4.9: Diagrama de cálculo del control con restricciones.

Como la estructura del predictor solamente afecta al cálculo de la respuesta libre del SPGPC y del GPC, en este caso, las diferencias entre los controladores serán las mismas que las analizadas para el caso sin restricciones.

Es de esperar entonces que, si la respuesta libre se calcula usando el procedimiento propuesto en el SPGPC, se obtendrán mejores resultados que al utilizar el procedimiento óptimo del GPC. También el diseño de los filtros de robustez puede seguir las reglas analizadas, pues los filtros solamente afectan al cálculo de la respuesta libre. Así, su efecto es el de producir salidas y señales de control más suaves que las del GPC y por lo tanto soluciones más robustas incluso en el caso de considerar las restricciones. Por lo tanto, del análisis anterior se puede prever que el uso del SPGPC y del procedimiento de ajuste propuesto en los apartados anteriores puede extenderse al caso de considerar las restricciones en el diseño del controlador. La demostración matemática de éstos puntos no es simple y no será analizada en esta tesis. Sin embargo, para mostrar el efecto del predictor en el GPC con restricciones, se analizarán algunos ejemplos en el próximo apartado.

4.4 Resultados de simulación y experimentales

4.4.1 Aplicaciones del SPGPC monovariable

Para ilustrar las buenas propiedades del SPGPC y comparar su comportamiento con el GPC, se presentan a continuación dos ejemplos. En el ejemplo 1 se analiza por simulación el control de la temperatura del intercambiador de la planta piloto descrita en el apéndice B. Este ejemplo corresponde al mismo sistema controlado en el capítulo 3 con el GPC pero en este nuevo análisis se considerarán las restricciones en las variables del sistema. En el ejemplo 2, presentado en [113], se estudia el control de un sistema oscilatorio de tercer orden cuando se lo modela por una función de transferencia de primer orden.

Ejemplo 1:

Se considerará aquí que se desea controlar la temperatura ($TT4$) del intercambiador de calor usando el mismo modelo que en el ejemplo 1 del capítulo 3. Si se suponen las mismas condiciones de simulación, los mismos errores de modelado y los mismos ajustes de horizonte y ponderación que en aquel ejemplo, resulta claro que, en ausencia de restricciones, el SPGPC se comportará exactamente igual al DTC estudiado en aquel capítulo y por lo tanto tendrá mejor comportamiento que el GPC.

Entonces, el objetivo principal del presente ejemplo es comparar el comportamiento de los dos sistemas cuando se consideran las restricciones. En éste caso particular se considerarán las siguientes restricciones para la minimización de J :

- RES1: la apertura de la válvula de control estará limitada entre 0% y 100%;
- RES2: la velocidad de apertura de la válvula deberá estar entre $-2.5\%/seg$ y $2.5\%/seg$;
- RES3: al producirse cambios de consigna, los transitorios de temperatura deben tener una sobreoscilación casi nula.

Para ilustrar el comportamiento del sistema con los controladores GPC y SPGPC se realizaron varias simulaciones usando siempre los mismos horizontes y ponderaciones que en ejemplo 1 del capítulo 3 ($N = 15$, $\delta = 1$ y $\lambda = 0.8$). Para poder estudiar el efecto de los errores de modelado se consideraron dos modelos del proceso: uno en el

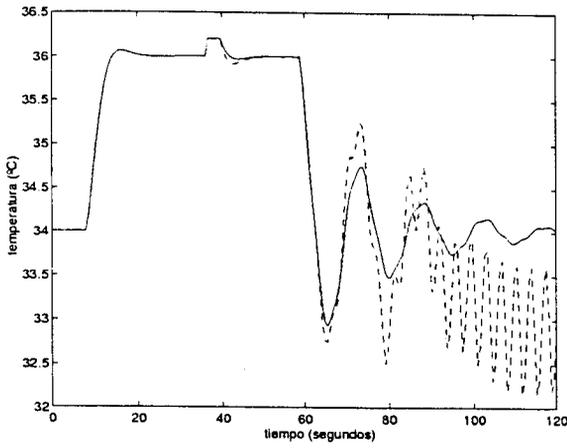
punto de operación (70%, 34°C) (que llamaremos $P_1(s)$) y otro en el punto de operación (87%, 36°C) (que llamaremos $P_2(s)$):

$$P_1(s) = \frac{0.12}{6s + 1} e^{-3s}, \quad P_2(s) = \frac{0.14}{5.5s + 1} e^{-4.2s}. \quad (4.52)$$

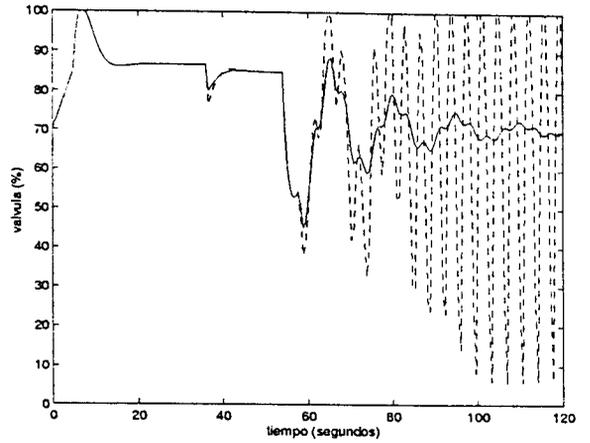
En las simulaciones, en $t = 0$ se cambia el valor de la referencia de temperatura de 34°C a 36°C, en $t = 36$ segundos se introduce un escalón de perturbación de 20% a la salida de la planta y finalmente en $t = 54$ segundos se vuelve a cambiar la referencia de temperatura de 36°C a 34°C. El modelo usado en el predictor del controlador (tanto para el GPC como para el SPGPC) es $P_1(s)$, mientras que la dinámica del proceso se simula de 0 a 50 segundos con $P_1(s)$ y de $t = 50$ segundos al final con el modelo $P_2(s)$.

En la primera simulación (que se muestra en la figura 4.10) no se han utilizado filtros en los controladores y solamente se han tenido en cuenta las restricciones RES1 y RES3. Como se puede observar de la figura el sistema controlado por el GPC (curvas en línea discontinua) tiene un buen comportamiento en los primeros 50 segundos pero la salida del proceso se hace inestable cuando hay errores de modelado. Por otro lado, el sistema controlado por el SPGPC tiene exactamente la misma respuesta al primer cambio de consigna, rechaza a la perturbación con la misma velocidad pero con menos sobreoscilación y además tiene un comportamiento estable pese a los errores de modelado. Como se puede observar, el control del SPGPC solamente satura muy poco tiempo en el primer transitorio (restricción RES1) y la condición impuesta por RES3 solamente se verifica en el caso nominal, ya que cuando el modelo del predictor es muy diferente del proceso la salida tiene grandes sobreoscilaciones. También se puede observar que el sistema controlado por el GPC tiende a un ciclo límite debido al efecto de la saturación del control y a los errores de modelado.

Para mejorar el comportamiento transitorio del sistema controlado por el SPGPC y principalmente para disminuir la sobreoscilación, se utiliza un filtro de robustez $F(z) = \left(\frac{0.2}{z-0.8}\right)^2$. Con este filtro el comportamiento del sistema con el SPGPC es mucho menos oscilatorio y con menor sobreoscilación, como se puede ver en la figura 4.11 en línea continua. Al mismo tiempo se puede ver que esta mejora en la robustez se traduce en una respuesta más lenta en el rechazo a la perturbación (compare las curvas en línea continua de las figuras 4.10(a) y 4.11(a)). Para analizar el efecto de la restricción en la velocidad de cambio del control se repitió la simulación anterior incluyendo la RES2 en el cálculo del SPGPC. Los resultados se pueden apreciar en la figura 4.11 en línea discontinua. Se observa, como era de esperar, que el sistema tiene una respuesta más lenta. Para analizar el efecto de las tres restricciones en los controladores SPGPC y GPC (ambos sin filtro de robustez) se muestra en la figura 4.12 el comportamiento de los dos sistemas de control. Nuevamente aquí el sistema controlado por el GPC tiene un ciclo límite mientras que el controlado por el SPGPC tiene una respuesta estable.

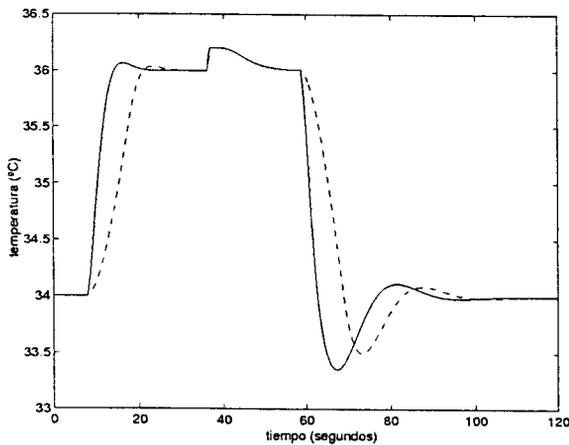


(a)

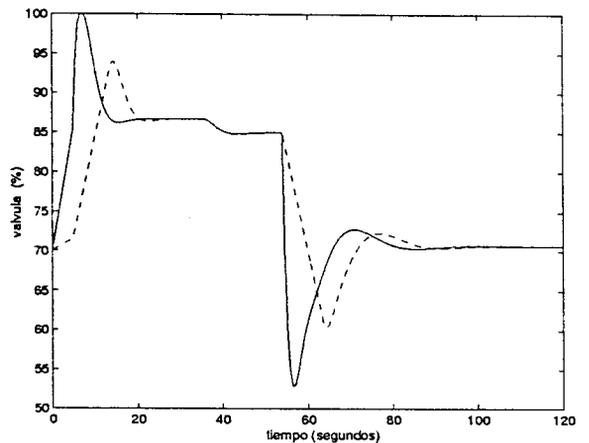


(b)

Figura 4.10: Comportamiento del sistema controlado por el GPC (línea discontinua) y por el SPGPC (línea continua): (a) temperatura, (b) acción de control.



(a)



(b)

Figura 4.11: Comportamiento del sistema con el SPGPC filtrado y con las restricciones RES1 y RES3 (línea continua) y con todas las restricciones (línea discontinua): (a) temperatura, (b) acción de control.

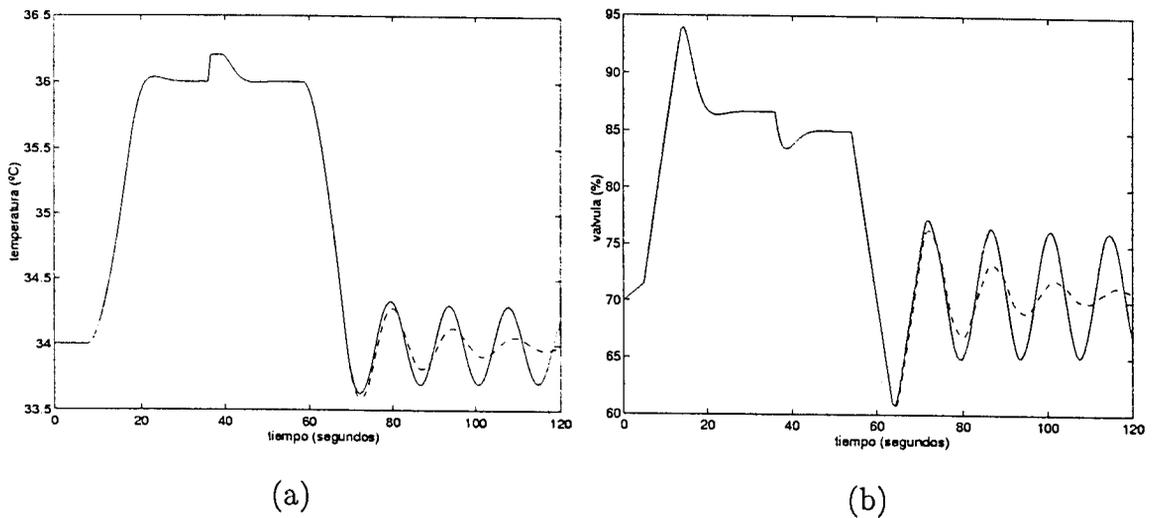


Figura 4.12: Comportamiento del sistema con el SPGPC (línea discontinua) y con el GPC (línea continua) con todas las restricciones: (a) temperatura, (b) acción de control.

Este ejemplo ilustra que aún en el caso de considerar las restricciones el SPGPC se comporta mejor que el GPC y que el procedimiento simple de ajuste de los filtros también puede aplicarse a este caso.

Ejemplo 2

El ejemplo que se considera a continuación se mostrará el efecto del filtrado en el SPGPC para el caso sin restricciones. Se supone que la planta tiene un comportamiento modelado por la función de transferencia discreta:

$$P(z) = \frac{b_0 + b_1 z^{-1} + b_2 z^{-2}}{1 + a_1 z^{-1} + a_2 z^{-2} + a_3 z^{-3}}, \quad (4.53)$$

con: $a_1 = -2.3534$, $a_2 = 2.2155$, $a_3 = -0.8187$, $b_0 = 0.0077$, $b_1 = 0.0287$ y $b_2 = 0.007$. En el predictor se utiliza un modelo de primer orden con denominador: $1 - 0.9z^{-1}$ y numerador 0.1, que puede obtenerse con un ensayo de respuesta al escalón y despreciando la dinámica de mayor orden. Este ejemplo se usa en [113] para mostrar las propiedades del polinomio T en un sistema controlado por el GPC.

Los controladores GPC y SPGPC se ajustan con $N = 15$, $\delta = 1$ y $\lambda = 3$. Con el ajuste propuesto y sin el uso de filtros, el comportamiento del sistema controlado por el GPC es inestable, como se ha demostrado en [113]. Como se puede observar, el modelo usado en el predictor no tiene retardo y por lo tanto el SPGPC sin filtro es, en este

caso, exactamente igual al GPC (se recuerda que la diferencia entre ambos algoritmos es el filtro R , pero como $d = 0$, el filtro es $R = 1$, igual al del SPGPC sin filtro). Por lo tanto, el sistema controlado por el SPGPC también será inestable. Para estabilizar la respuesta es necesario usar filtros en ambos algoritmos. Se propone entonces usar el filtro $F(z) = 1/T(z) = \frac{0.2}{z-0.8}$. Con este filtro solamente el SPGPC puede ser estabilizado, como se observa en la respuesta de la figura 4.13 (la respuesta del sistema con el GPC es inestable y no se ha representado). Esto muestra que el SPGPC puede conseguir mejores índices de robustez usando filtros de menor orden que los usados en el GPC. En [113] se muestra que el sistema controlado por el GPC sólo se puede estabilizar con un filtro de tercer orden y que la respuesta que se obtiene en ese caso es similar a la de la figura 4.13. Además, como se mencionó en el capítulo 3, si se aumenta el orden del filtro del GPC, no hay garantías de que el sistema mejore su robustez. En el SPGPC podría usarse un filtro más pasa bajos si se desease una respuesta menos oscilatoria.

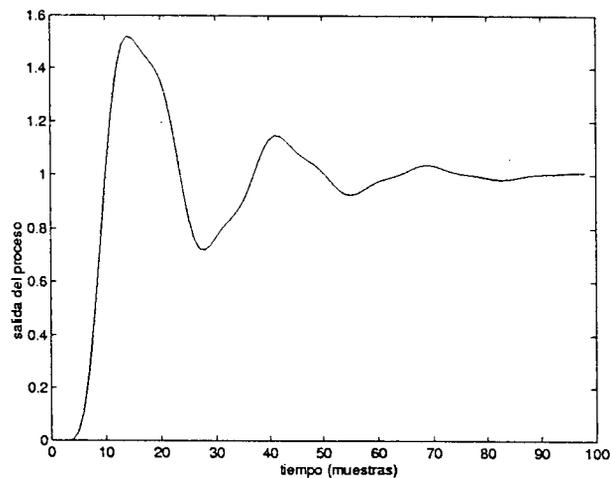


Figura 4.13: Salida de la planta para un cambio de referencia. Sistema controlado por el SPGPC filtrado.

Para mostrar la mejora de robustez introducida por el filtro se representan en la figura 4.14 el error de modelado (en línea continua) y los índices de robustez del SPGPC con y sin el filtro (en línea discontinua y de puntos respectivamente). Como se aprecia en la figura, el límite de robustez con el filtro es mayor que el error de modelado para todas las frecuencias, lo que garantiza la estabilidad robusta del sistema.

4.4.2 Aplicaciones del SPGPC multivariable

En este apartado se ilustran dos aplicaciones del SPGPC para plantas multivariables. La primer aplicación corresponde al control del modelo de simulación de un fraccionador

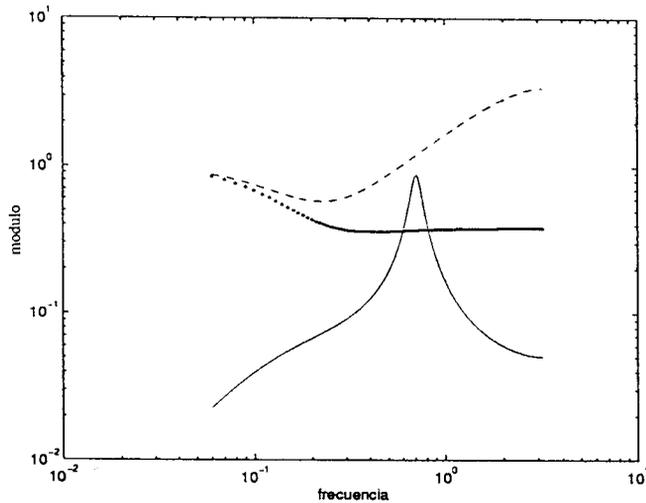


Figura 4.14: Error de modelado (en línea continua) y los índices de robustez del SPGPC con y sin el filtro (en línea discontinua y de puntos respectivamente).

de petróleo, conocido en la literatura inglesa como “Shell Oil’s heavy oil fractionator” [19]. Este modelo ha sido usado por muchos autores para analizar estrategias de control de columnas de destilación y se usa también en [16] para el estudio del GPC multivariable. Con este ejemplo se muestra la aplicación del SPGPC en plantas con múltiples retardos y restricciones. La segunda aplicación multivariable corresponde al control del seguimiento de caminos en un robot móvil. Los resultados en este caso son experimentales y se obtuvieron sobre un robot Labmate [83] y un robot Nomad 200. En las dos aplicaciones se muestra el buen comportamiento del SPGPC cuando hay errores de modelado.

Ejemplo 3:

El modelo del fraccionador tiene tres variables para controlar: la composición de salida en la parte alta de la columna y_1 , la composición de salida lateral y_2 y la temperatura de la parte baja y_3 . Las variables de control son: el flujo de destilado u_1 , el flujo de salida intermedia (o lateral) u_2 , y el reflujo de fondo u_3 . Los errores en régimen permanente de las composiciones deben ser, por motivos económicos, menores que el 0.5%. La temperatura debe controlarse dentro de los rangos fijados por las restricciones operacionales. Las acciones de control deben mantenerse entre los valores +0.5 y -0.5, mientras que la velocidad de variación de las mismas está limitada a 0.05 por minuto.

El modelo identificado para el proceso es:

$$\begin{bmatrix} Y_1(s) \\ Y_2(s) \\ Y_3(s) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{4.05e^{-27s}}{1+50s} & \frac{1.77e^{-28s}}{1+60s} & \frac{5.88e^{-27s}}{1+50s} \\ \frac{5.39e^{-18s}}{1+50s} & \frac{5.72e^{-14s}}{1+60s} & \frac{6.9e^{-15s}}{1+40s} \\ \frac{4.38e^{-20s}}{1+33s} & \frac{4.42e^{-22s}}{1+44s} & \frac{7.2}{1+19s} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} U_1(s) \\ U_2(s) \\ U_3(s) \end{bmatrix}$$

donde $U_i(s)$ e $Y_i(s)$ son las transformadas de $u_i(t)$ e $y_i(t)$.

Se observa que el modelo tiene múltiples retardos y que los retardos mínimos por salida son 27, 14 y 0 minutos respectivamente. El período de muestreo de elige en este ejemplo $T_s = 4$ minutos.

El GPC y el SPGPC se ajustaron usando un horizonte de predicción de 30 para todas las salidas y un horizonte de control de 15 para todas las entradas. Las ponderaciones normalizadas se escogieron $\mathbf{Q}_\delta = \mathbf{I}$ and $\mathbf{Q}_\lambda = \text{diag}(0.3; 0.3; 0.5)$. Se supone que la referencia futura no es conocida y que se aplica un cambio de consigna de 0.5, 0.3 y 0.1 respectivamente para las tres salidas. Además la referencia de y_1 se cambia de 0.5 a 0.4 en $t = 160$ minutos y de 0.4 a 0.5 en $t = 220$ minutos. En la simulación, de $t = 0$ a $t = 400$ minutos el modelo usado en el controlador es igual al proceso simulado y de $t = 400$ minutos hasta el final se considera un error de estimación de 10% en el retardo del elemento (1,2) de la matriz $P(s)$. Además, en $t = 280$ minutos se aplica una perturbación de primer orden de amplitud 0.05 en la salida y_2 . En la figura 4.15 se pueden apreciar los resultados obtenidos al usar el GPC y el SPGPC para controlar a la columna cuando no hay restricciones. Como se esperaba, el comportamiento nominal del sistema controlado con el GPC (línea discontinua) es igual al obtenido con el SPGPC (línea continua) para el cambio de consigna, pero el SPGPC rechaza mejor a la perturbación. Como se puede ver, en el caso ideal, todas las variables alcanzan sus consignas rápidamente y con transitorios adecuados. Además se aprecia que el controlador permite un buen desacoplamiento entre las variables de salida en bucle cerrado, a pesar de que el sistema en bucle abierto está fuertemente acoplado.

Sin embargo, de $t = 400$ minutos hasta el final de la simulación el GPC no puede controlar al proceso, pese al pequeño error de modelado considerado. Por otro lado, el SPGPC mantiene al sistema controlado estable y con respuestas transitorias similares a las del caso nominal. Sin embargo, se observa que a pesar de que el rechazo a las perturbaciones es bueno, las acciones de control son muy violentas, por lo que violarían las restricciones impuestas en la velocidad de cambio de las acciones de control.

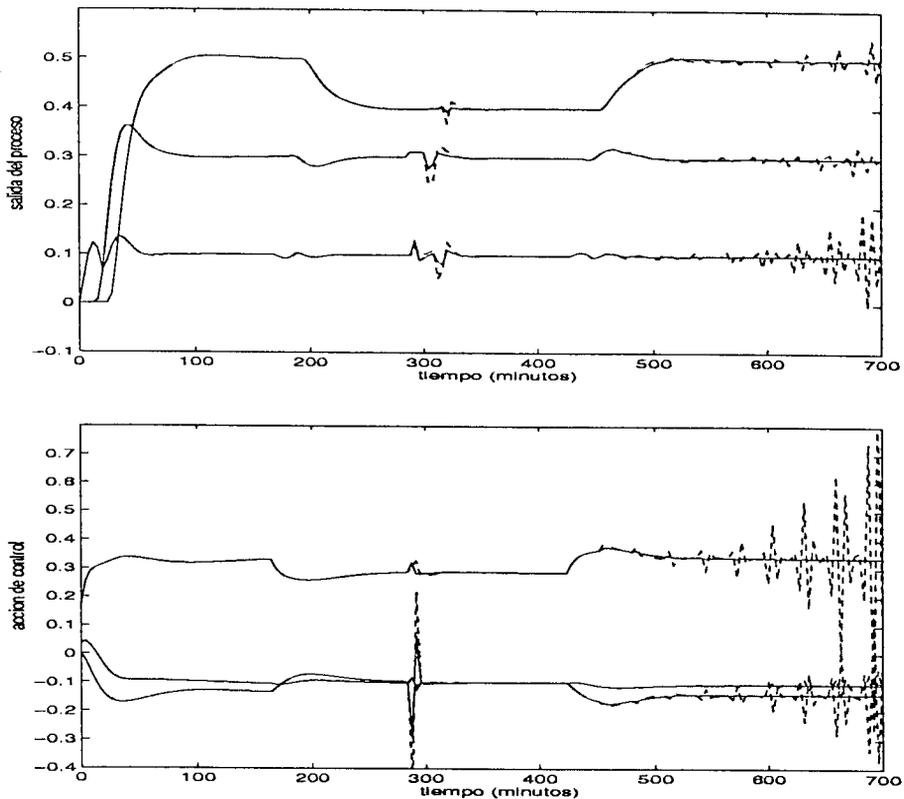


Figura 4.15: Control multivariable sin restricciones de la columna de destilación con el GPC (línea discontinua) y con el SPGPC (línea continua).

Para analizar el efecto de las restricciones en el comportamiento del sistema se repitió la simulación anterior con los mismos ajustes del control pero considerando las restricciones de amplitud y velocidad de cambio de las acciones de control.

La figura 4.16 muestra el comportamiento en bucle cerrado del sistema controlado por el GPC (línea discontinua) y con el SPGPC (línea continua) sin utilizar filtros para mejorar la robustez.

Como se puede ver en la figura, también en este caso el GPC no consigue mantener la estabilidad del sistema después de $t = 400$ minutos. Por otro lado, el efecto de las restricciones en el SPGPC es el esperado ya que las nuevas salidas y controles son más suaves que en el caso sin restricciones. Se observa que, en este caso, las variables de control no saturan en sus valores máximos ni mínimos pero sí alcanzan las máximas velocidades de cambio admitidas. Además, se aprecia que el acoplamiento entre las variables aumenta ya que el control no puede compensar los efectos que una salida produce sobre las otras. En particular se observa que el transitorio de y_3 tiene una gran sobreoscilación cuando se introduce la perturbación en la salida y_2 .

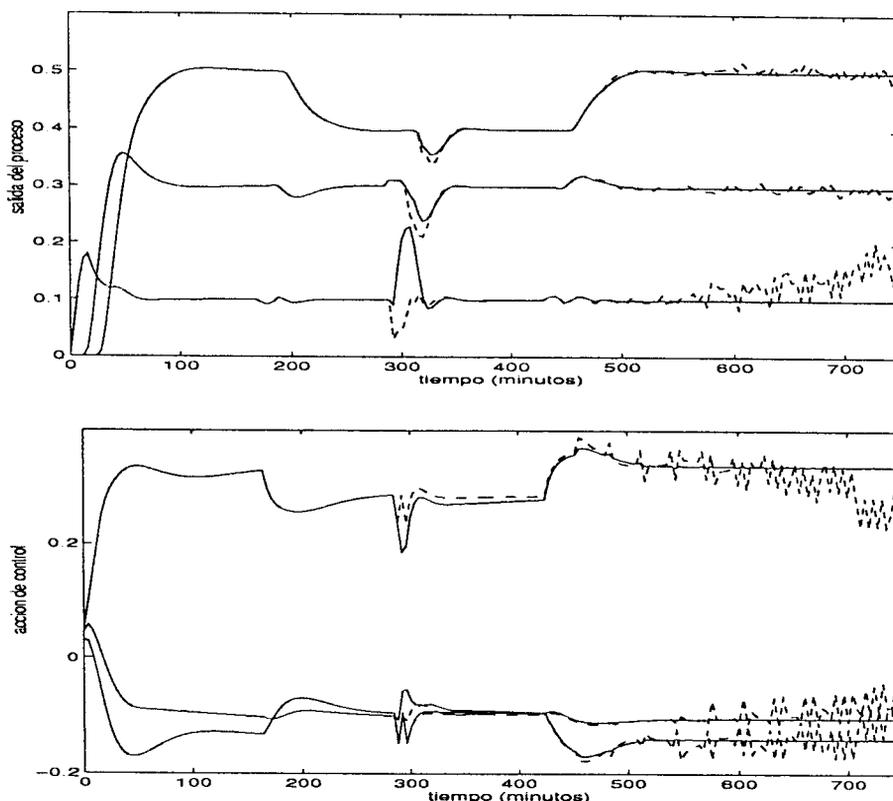


Figura 4.16: Control multivariable con restricciones de la columna de destilación con el GPC (línea discontinua) y con el SPGPC (línea continua).

Para analizar el efecto del filtro en el SPGPC se simula otra situación. Se supone ahora que el error de modelado en el retardo es del 10% en la salida 1 (en todos los elementos de la primer fila de $P(s)$) y del 15% en la salida 2 (en todos los elementos de la segunda fila de $P(s)$).

Para este caso, si se usa el mismo ajuste del caso anterior, el sistema se hace inestable después de $t = 400$ minutos con el GPC y también con el SPGPC. Esto muestra que el ajuste del control para plantas multivariables no es simple. Sin embargo en el caso del SPGPC el problema puede ser fácilmente resuelto con el uso de los filtros de robustez y sin cambiar el resto del ajuste del controlador. El ajuste del filtro debería hacerse con el procedimiento teórico explicado en el apartado 3, usando el valor singular máximo de \mathbf{R}_s (o el valor singular estructurado). Pero como en la práctica, estimar las incertidumbres es muy difícil, resulta más apropiado usar un procedimiento de ajuste manual de los filtros. Para este caso particular se puede ajustar un filtro de orden 2:

$$\mathbf{R}_s = \text{diag} \left[\left(\frac{0.2}{1 - 0.8z^{-1}} \right)^2 \right]. \quad (4.54)$$

que como veremos, permite obtener buenas respuestas. Para comprobar el funcionamiento del SPGPC con el filtro se simuló el sistema con las mismas restricciones y las mismas entradas que en el caso anterior. Los resultados con este filtro se pueden ver en la figura 4.17. Se observa que el controlador permite obtener muy buenas respuestas a pesar de los errores de modelado y de las restricciones.

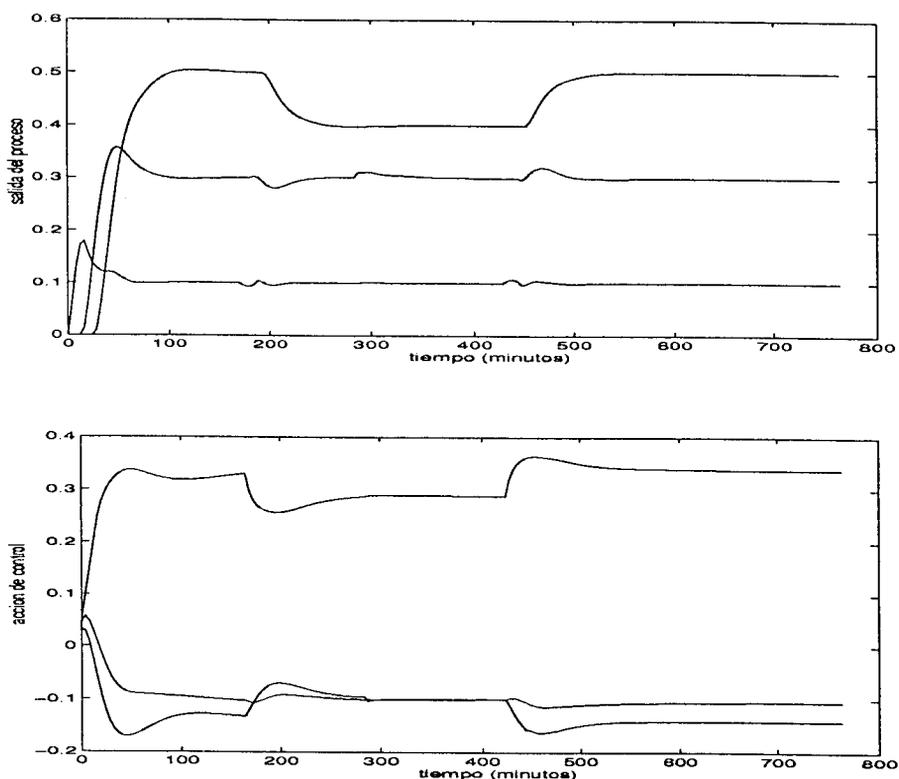


Figura 4.17: Control multivariable con restricciones de la columna de destilación con el SPGPC y el filtro de robustez.

Como se analizó en este capítulo, el filtro del SPGPC permite obtener mejores índices de robustez pero al mismo tiempo respuestas más lentas. Esto se traduce en este caso en los transitorios más lentos pero con menores amplitudes. Se observa, por ejemplo, que la perturbación en y_2 produce una sobreoscilación muy pequeña en el transitorio de y_3 .

Finalmente, en la última simulación se repiten las condiciones del caso de la figura 4.16, pero ahora usando el filtro de la ecuación (4.54) en el controlador. Como se puede ver en la figura 4.18 el comportamiento en bucle cerrado del sistema es mejor que el

de la figura 4.16. Como se puede observar, los resultados obtenidos son similares a los de la figura 4.17, a pesar de que los errores de modelado son diferentes.

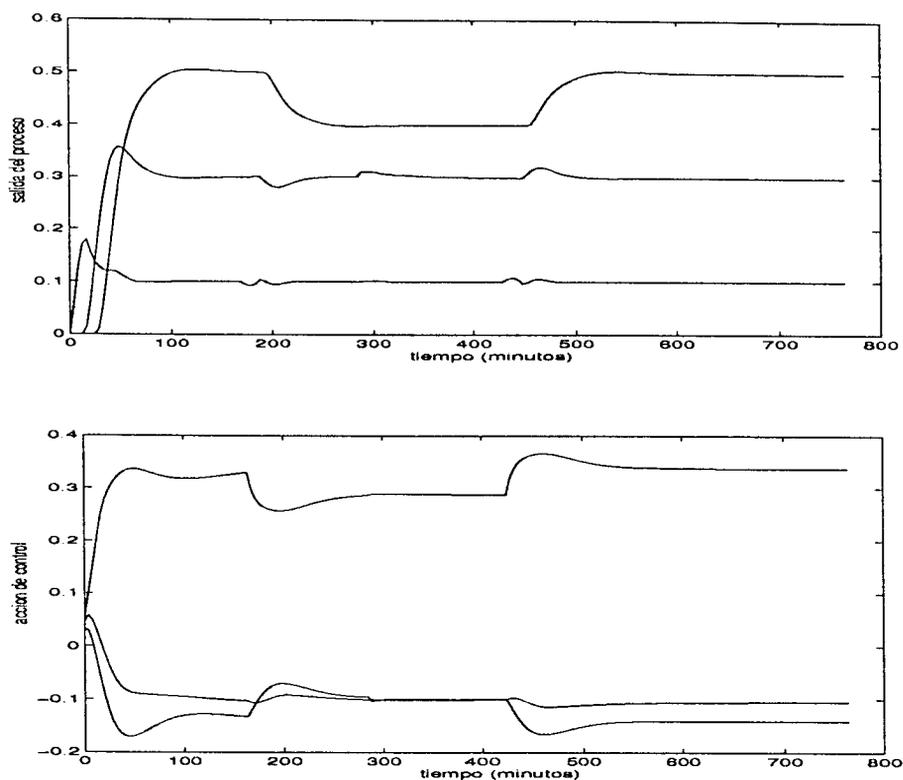


Figura 4.18: Control multivariable con restricciones de la columna de destilación con el SPGPC y el filtro de robustez para los mismos errores de modelado de la figura 4.15.

Estos resultados muestran que el SPGPC es una herramienta adecuada para el control de procesos multivariables estables, con múltiples retardos y restricciones en las variables de control.

Ejemplo 4:

En este ejemplo se mostrará como se ha utilizado el algoritmo MIMO-SPGPC para controlar el seguimiento de caminos en los robots móviles Labmate y Nomad 200 que se ven respectivamente en las fotos de las figuras 4.19 y 4.20.

El seguimiento de caminos (SC) es uno de los aspectos más importantes en el campo de la robótica móvil. El estudio del problema del SC se justifica tanto en entornos bien conocidos (entornos estructurados), en los que el conocimiento preciso de los obstáculos permite una planificación previa de un camino de referencia, como en entornos parcialmente estructurados, en los que además pueden encontrarse obstáculos no previstos en

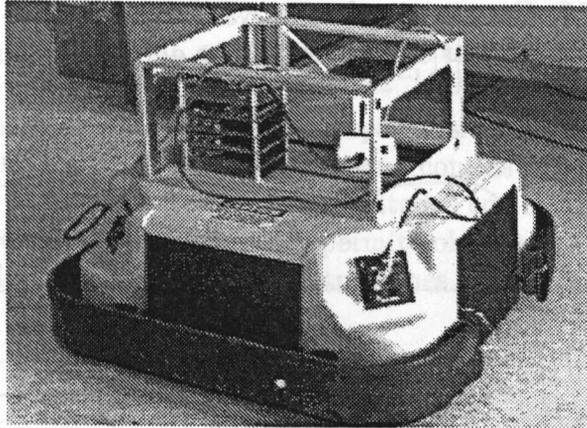


Figura 4.19: Robot móvil Labmate.

la fase de planificación del camino de referencia.

El objetivo del SC, cuando se usa un controlador predictivo, consiste en guiar al robot lo más cerca posible de un camino de referencia, previamente definido, y con el menor esfuerzo de control. Esto último es importante ya que permite disminuir el consumo de energía, lo que aumenta la autonomía del robot. Las estrategias de SC se basan en la estimación del error entre la posición actual del vehículo y el camino de referencia que debe ser seguido. Otra de las características de estos sistemas es que poseen retardos en la dinámica y que, generalmente, existen dinámicas no modeladas y errores de estimación del retardo en el modelo usado para el control.

Por todas estas características, resulta interesante y adecuada la utilización del control predictivo para la solución del problema de SC y también el estudio de la robustez frente a las dinámicas no modeladas o errores en el retardo. En lo que sigue se presentan los resultados obtenidos de aplicar el SPGPC a dos robots móviles del Departamento de Ingeniería de Sistemas y Automática: el robot Labmate y el robot Nomad 200. El modelado y las particularidades de la aplicación del algoritmo a estos sistemas se presentan en el apéndice E y con mayores detalles en [84, 82, 81, 1].

Para mostrar la mejor robustez de la solución del problema de SC cuando el robot es controlado con el SPGPC (comparado con el GPC tradicional) se realizó un análisis por simulación con el robot Labmate utilizando como camino de referencia una línea recta. Para las simulaciones se utilizó el modelo no lineal completo del robot Labmate [84] y dado que los resultados son similares no se presentan las simulaciones con el robot Nomad 200.

En las simulaciones, el GPC y el SPGPC se ajustaron con los mismos parámetros:

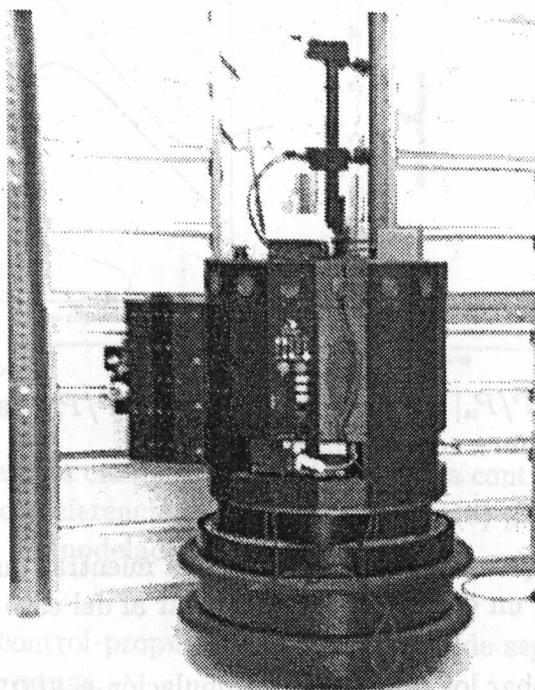


Figura 4.20: Robot móvil Nomad 200.

ponderación del control $\lambda = 0.5$, ponderación del error de orientación $\delta_\theta = 0.5$, ponderación del error de posición $\delta_y = 1$, $N = 15$ y periodo de muestreo $T = 0.2$ segundos (no se usaron filtros en los controladores). El parámetro "look ahead" (ver apéndice E) se fijó en 0.6 metros y la velocidad lineal en $V = 0.1$ m/s. Para analizar la robustez del sistema de control se consideraron errores en la estimación del retardo (de dos muestras) y de la velocidad lineal (del 10%).

Para el estudio de la robustez se muestran en la figura 4.21 el error de modelado relativo a P_n ($|DP/P_n|$) en línea de puntos y el índice de robustez ($\Delta P/|P_n|$) para el GPC (en línea discontinua) y para el SPGPC (en línea continua). Como se observa en la figura, el GPC no mantiene la estabilidad robusta mientras que el SPGPC sí lo hace. El comportamiento de los dos sistemas de control para el caso nominal (retardo nominal $d_n = 2$) se muestra en la figura 4.22(a).

Como era de esperar, los dos sistemas tienen comportamiento equivalente. En la parte (b) de la figura se compara el comportamiento para el caso real (con los errores en el retardo y en la velocidad). En este caso el sistema controlado por el GPC (en línea

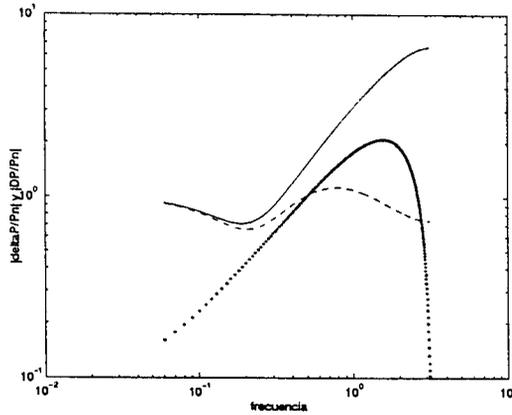


Figura 4.21: $|DP/P_n|$ (línea de puntos) y $|\Delta P/P_n|$ para el GPC (línea discontinua) y para el SPGPC (línea continua).

discontinua) no puede seguir a la referencia mientras que el SPGPC (en línea continua) permite obtener un comportamiento similar al del caso nominal.

Para comprobar los resultados de simulación el SPGPC se probó experimentalmente en los robots Labmate y Nomad 200. Los resultados del ensayo realizado con el Labmate se pueden ver en la figura 4.23 donde el camino de referencia se dibujó en línea discontinua.

Los parámetros del SPGPC se eligieron: $\lambda = 0.5$, $\delta_\theta = 0.5$, $\delta_y = 1$, $N = 10$, $T = 0.2$ segundos, "look ahead" = 0.6 metros y $V = 0.1$ m/s. Se asume que hay un error de estimación del retardo de dos muestras o 0.4 segundos. Como se observa de la figura el seguimiento es muy bueno a pesar del error de estimación del retardo y de que los radios de curvatura son pequeños, confirmando así las buenas características del SPGPC.

En un segundo experimento con el mismo robot se aumentó el error de estimación del retardo para tres muestras o 0.6 segundos y se mantuvo el ajuste del controlador. Como se puede ver en la figura 4.24 el controlador funciona muy bien inclusive en este caso.

Para los resultados experimentales en el robot Nomad 200 se utilizaron los siguientes parámetros: $\lambda = 0.5$, $\delta_\theta = 1$, $\delta_y = 1$, $N = 20$, "look ahead" = 0.6 m, $V = 0.4$ m/s y una aceleración angular de 30 grados/s². El período de muestreo se eligió $T = 0.2$ segundos. Como se puede ver, en este caso el robot se mueve a una velocidad mucho mayor que el anterior, lo que hace más difícil el control cuando hay errores de estimación del retardo. En la figura 4.25 se muestran los buenos resultados experimentales que se

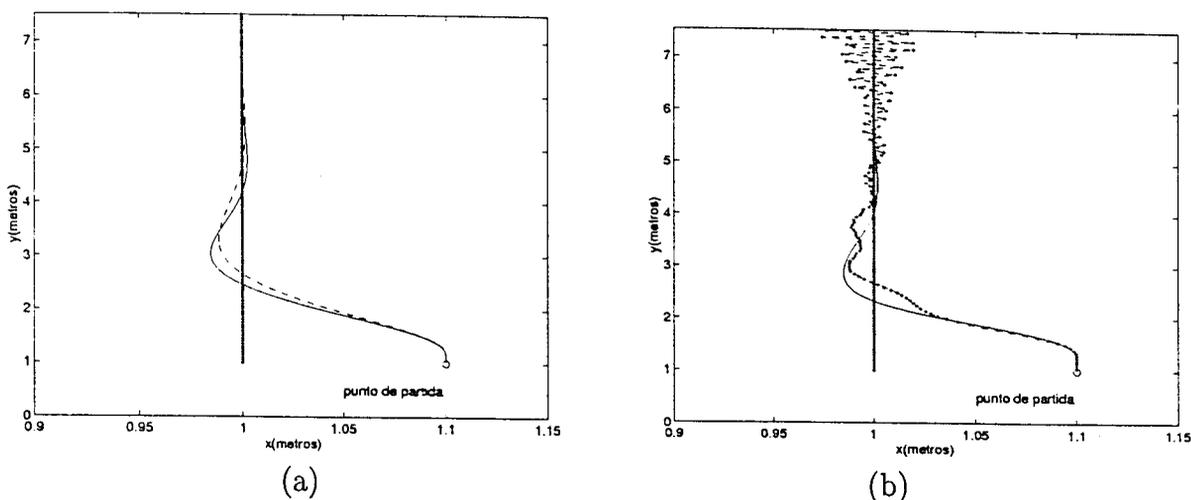


Figura 4.22: Seguimiento de caminos con el SPGPC (línea continua) y con el GPC (línea discontinua). Camino de referencia en línea de puntos. (a) para el caso nominal y (b) para el caso de errores de modelado.

obtienen aplicando el control propuesto, aún en el caso de seguimiento de curvas con pequeños radios de curvatura.

4.5 Conclusiones del capítulo

El análisis realizado en este capítulo ha mostrado que las mejores propiedades de los compensadores de tiempos muertos como el predictor de Smith y del control predictivo generalizado pueden ser usadas simultáneamente en un nuevo algoritmo de control predictivo: el Control Predictivo Generalizado basado en el Predictor de Smith (SPGPC). Las ventajas principales del algoritmo propuesto son: (i) puede ser ajustado para obtener un compromiso entre robustez y comportamiento mejor que el que se obtiene usando el DTC o el GPC; (ii) el ajuste es muy simple y permite que se realice manualmente; (iii) puede aplicarse a procesos SISO y MIMO con retardos y restricciones.

Por otro lado, su principal desventaja es que no puede ser usado con plantas inestables. En la práctica, el caso más importante es el de plantas integradoras, ya que no es común en la industria encontrar plantas inestables con grandes retardos. Para el caso de procesos integradores, como se analizó con detalle en el capítulo 2 para el predictor de Smith, el único problema del algoritmo es el rechazo de perturbaciones constantes a la entrada de la planta. Para solucionar esta problema se propondrá en el capítulo

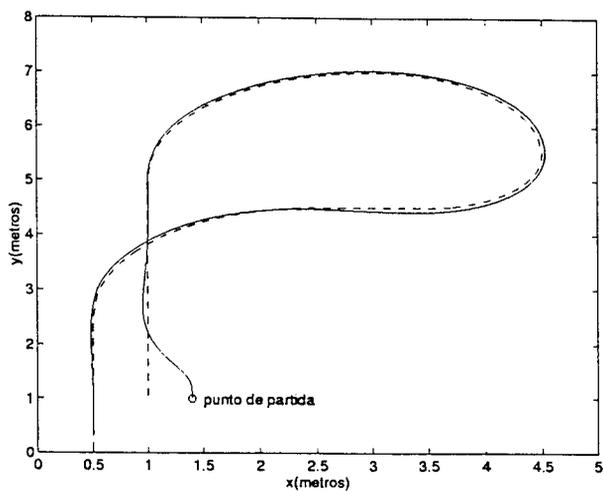


Figura 4.23: Seguimiento de caminos con el Labmate controlado por el SPGPC. Camino de referencia en línea discontinua.

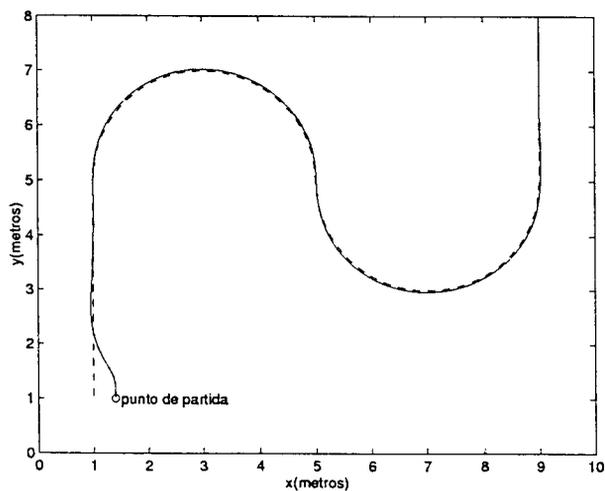


Figura 4.24: Seguimiento de caminos con el Labmate controlado por el SPGPC. Camino de referencia en línea discontinua.

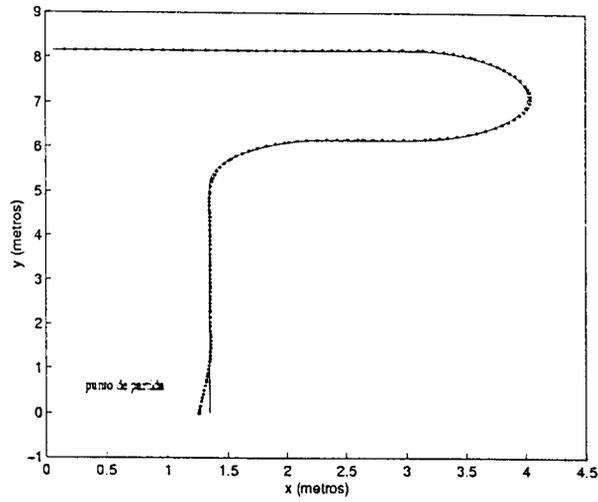


Figura 4.25: Seguimiento de caminos del robot Nomad 200 con el SPGPC. Referencia en línea continua.

5 una metodología de ajuste del polinomio T para el GPC que permite obtener una solución similar a la del SPGPC pero aplicable a plantas inestables.

Capítulo 5

Ajuste del polinomio T del GPC para procesos con retardo

Como se ha mostrado en el capítulo 4, el SPGPC presenta ventajas con respecto al GPC para controlar procesos estables con retardo, aunque tiene el inconveniente de que no puede aplicarse a procesos inestables en bucle abierto. Como se estudió en el capítulo 3, el polinomio T puede usarse en el GPC tradicional para mejorar la robustez del sistema. Si T es adecuadamente ajustado, puede atenuar los errores de predicción de la misma forma que el filtrado en el SPGPC.

El GPC es un algoritmo especialmente indicado para controlar procesos con retardo, sin embargo, la mayoría de los trabajos publicados no le prestan la debida atención a los problemas de robustez causados por los errores de estimación del retardo. El polinomio T parece ser una buena alternativa para mejorar la robustez de GPC pero el ajuste de sus parámetros no es un problema totalmente resuelto, principalmente en el caso de procesos con retardos. Además, todos los métodos propuestos en la literatura para el ajuste de T solamente estudian el caso SISO y como se mencionó en el capítulo 4, la mayoría sólo puede aplicarse a plantas estables [24, 22, 98, 111, 62], y las propuestas de ajuste de T que se pueden utilizar con plantas inestables [4, 51], son muy complejas y no analizan el caso de plantas con retardo superior a un período de muestreo.

En el capítulo 4 se usó el polinomio T en el GPC para comparar su comportamiento y robustez con las del SPGPC. En este capítulo se utilizarán las relaciones entre el polinomio T y la estructura de *predicción + control* estudiada en el capítulo 3. Se mostrará que también en este caso el GPC es equivalente a un compensador de retardos y las relaciones entre las dos estructuras se usarán para proponer un método nuevo de diseño del polinomio T .

El procedimiento de ajuste del polinomio T que se propone en este capítulo para sistemas con retardo permite, como en el SPGPC, que el controlador se ajuste en dos pasos, pero con la ventaja adicional de que puede usarse para controlar sistemas inestables en bucle abierto. También, como el SPGPC, los resultados se generalizan para el caso multivariable. El método que se analizará usa el polinomio T como un filtro pero el enfoque es diferente de todos los métodos propuestos en la literatura y esto permite un ajuste muy simple de sus parámetros.

El capítulo está organizado de la siguiente manera. Inicialmente se presenta un análisis en bucle cerrado del GPC para el caso SISO cuando se incluye el polinomio T en el modelo. La estrategia de ajuste del filtro se analiza primero para el caso monovariable y luego para el caso multivariable. A continuación se ilustra el uso del GPC con el polinomio T propuesto y finalmente se exponen las conclusiones del capítulo.

5.1 El efecto del polinomio T en el GPC: un enfoque clásico

Para considerar al polinomio T en el algoritmo del GPC debe usarse un modelo CARIMA completo [23]. Este modelo se escribe como:

$$A(z^{-1})y(t) = z^{-d}B(z^{-1})u(t-1) + \frac{T(z^{-1})e(t)}{\Delta}, \quad (5.1)$$

donde, como en el capítulo 3, $y(t)$ es la salida de la planta, $u(t)$ es la entrada de control, $e(t)$ es un ruido blanco, d es el retardo, $\Delta = (1 - z^{-1})$ y los polinomios $A(z^{-1})$, $B(z^{-1})$ y $T(z^{-1})$ en el operador z^{-1} son:

$$\begin{aligned} A(z^{-1}) &= 1 + a_1z^{-1} + a_2z^{-2} + \dots + a_naz^{-na}, \\ B(z^{-1}) &= b_0 + b_1z^{-1} + b_2z^{-2} + \dots + b_nbz^{-nb}, \\ T(z^{-1}) &= t_0 + t_1z^{-1} + t_2z^{-2} + \dots + t_nzt^{-nt}. \end{aligned}$$

La acción de control se calcula usando la misma función de coste y los mismos horizontes del capítulo 3. Para analizar los efectos de T en el controlador se calcula la predicción óptima de la salida ($\hat{y}(t+j | t)$) resolviendo la ecuación diofántica:

$$T(z^{-1}) = E_j(z^{-1}) \Delta A(z^{-1}) + z^{-j}F_j(z^{-1}), \quad (5.2)$$

donde los polinomios E_j (de grado $j - 1$) y F_j (de grado $nt - 1$) se pueden obtener dividiendo T entre $\tilde{A} = \Delta A(z^{-1})$ hasta que el resto de la división se pueda factorizar como $z^{-j}F_j(z^{-1})$ (recordar que éste es el mismo procedimiento usado en el capítulo 3).

Usando el modelo CARIMA y la ecuación (5.2) se obtiene:

$$T(z^{-1})y(t+j) = E_j(z^{-1})B(z^{-1})\Delta u(t+j-d-1) + F_j(z^{-1})y(t) + T(z^{-1})E_j(z^{-1})e(t+j), \quad (5.3)$$

que equivale a:

$$y(t+j) = \frac{E_j(z^{-1})B(z^{-1})}{T(z^{-1})} \Delta u(t+j-d-1) + \frac{F_j(z^{-1})}{T(z^{-1})} y(t) + E_j(z^{-1})e(t+j), \quad (5.4)$$

donde se observa que la salida futura $y(t+j)$ puede escribirse como función de las salidas pasadas filtradas por $1/T$ y los controles filtrados por $1/T$, como se explicó en el capítulo 3 y se hace en [22]. Calculando el valor esperado de la ecuación anterior y suponiendo que el valor esperado de los errores futuros es cero, la predicción óptima se calcula como [22]:

$$T(z^{-1})\hat{y}(t+j|t) = E_j(z^{-1})B(z^{-1})\Delta u(t+j-d-1) + F_j(z^{-1})y(t). \quad (5.5)$$

Como el proceso tiene retardo d y se eligió $N_1 = d + 1$, es interesante separar el cálculo de las predicciones en dos conjuntos: de $t + 1$ a $t + d$ y de $t + d + 1$ a $t + d + N$. Usando la ecuación (5.5) las predicciones óptimas de $t + 1$ a $t + d$ se pueden calcular como:

$$T(z^{-1})\hat{y}(t+j|t) = E_j(z^{-1})B(z^{-1})\Delta u(t+j-d-1) + F_j(z^{-1})y(t), \quad j = 1 \dots d. \quad (5.6)$$

Para calcular las predicciones de $t + d + 1$ a $t + d + N$ se utiliza nuevamente la expresión (5.4) en $t' = t + d$. Calculando nuevamente el valor esperado de esta expresión y usando las mismas suposiciones que en el caso anterior se obtiene:

$$T(z^{-1})\hat{y}(t+d+j|t) = E_j(z^{-1})B(z^{-1})\Delta u(t+j-1) + F_j(z^{-1})\hat{y}(t+d|t), \quad j = 1 \dots N. \quad (5.7)$$

Resolviendo la ecuación (5.7) se puede escribir, como en el caso del ruido blanco analizado en el capítulo 3, que:

$$\begin{bmatrix} \hat{y}(t+d+1|t) \\ \hat{y}(t+d+2|t) \\ \vdots \\ \hat{y}(t+d+N|t) \end{bmatrix} = \mathbf{S}_1 \begin{bmatrix} \Delta u(t) \\ \Delta u(t+1) \\ \vdots \\ \Delta u(t+N-1) \end{bmatrix} + \mathbf{S}_2 \begin{bmatrix} \Delta u(t-1) \\ \Delta u(t-2) \\ \vdots \\ \Delta u(t-nb) \end{bmatrix} +$$

$$+S_3 \begin{bmatrix} \hat{y}(t+d|t) \\ \hat{y}(t+d-1|t) \\ \vdots \\ \hat{y}(t+d-na|t) \end{bmatrix},$$

donde S_1 , S_2 y S_3 son matrices constantes de dimensiones $N \times N$, $N \times nb$ y $N \times (na+1)$ respectivamente y sus coeficientes son funciones de los coeficientes de los polinomios T , E_j y F_j . Si las predicciones anteriores se introducen en la función de coste, J es función de $\hat{y}(t+d|t)$, $\hat{y}(t+d-1|t)$, ..., $\hat{y}(t+d-na|t)$, de las acciones de control pasadas y futuras y de la secuencia de referencia. Minimizando J con respecto a las acciones futuras de control se obtiene el control para aplicarse en t , que tiene la misma expresión que en el capítulo 3:

$$\begin{aligned} \Delta u(t) = & ly_1 \hat{y}(t+d|t) + ly_2 \hat{y}(t+d-1|t) + \dots + ly_{na+1} \hat{y}(t+d-na|t) + lu_1 \Delta u(t-1) + \\ & + lu_2 \Delta u(t-2) + \dots + lu_{nb} \Delta u(t-nb) + \sum_{i=1}^N k_i w(t+d+i). \end{aligned} \quad (5.8)$$

En este caso, los coeficientes ly_i , lu_i y k_i dependen de los parámetros de T y no solamente de los parámetros b_i , a_i , N , $\delta(i)$ y $\lambda(i)$ como en el caso del ruido blanco. Además, las predicciones óptimas son calculadas usando la nueva ecuación diofántica. La estructura completa del sistema de control es la misma que se obtuvo para $T = 1$ (ver figura 3.2 en el capítulo 3).

Para entender cuál es el efecto que T produce en las predicciones de la ecuación (5.8) se considerará la siguiente solución de la ecuación (5.6) (para simplificar la notación, se omitirá en lo que sigue la dependencia con z^{-1}). Primero se considera la solución para $j = 1$:

$$T = E_1 \Delta A + z^{-1} F_1, \quad (5.9)$$

donde $E_1 = 1$ y $F_1 = z(T - \tilde{A})$ ($\tilde{A} = \Delta A$). Llamando $\tilde{B} = \Delta B$, la predicción es:

$$T \hat{y}(t+1|t) = \tilde{B} u(t-d) + z(T - \tilde{A}) y(t), \quad (5.10)$$

$$T \hat{y}(t+1|t) = \tilde{B} z^{-d} u(t) + z(T - \tilde{A}) y(t). \quad (5.11)$$

Usando la ecuación (5.11), la predicción $\hat{y}(t+2|t)$ se puede calcular como:

$$T\hat{y}(t+2 | t) = \tilde{B}z^{-d}u(t+1) + z(T - \tilde{A})\hat{y}(t+1 | t). \quad (5.12)$$

Multiplicando (5.12) por T y usando (5.11):

$$T^2\hat{y}(t+2 | t) = \tilde{B}z^{-d} [T + (T - \tilde{A})] u(t+1) + z^2(T - \tilde{A})^2y(t). \quad (5.13)$$

Repitiendo el procedimiento para $\hat{y}(t+3 | t)$ se obtiene:

$$T^3\hat{y}(t+3 | t) = \tilde{B}z^{-d} [T^2 + T(T - \tilde{A}) + (T - \tilde{A})^2] u(t+2) + z^3(T - \tilde{A})^3y(t) \quad (5.14)$$

y para $j = d$:

$$T^d\hat{y}(t+d | t) = \tilde{B}z^{-d} [T^{d-1} + T^{d-2}(T - \tilde{A}) + \dots + T(T - \tilde{A})^{d-2} + (T - \tilde{A})^{d-1}] u(t+d-1) + z^d(T - \tilde{A})^d y(t), \quad (5.15)$$

$$T^d\hat{y}(t+d | t) = \tilde{B}z^{-d} \left[\sum_{i=0}^{d-1} T^{d-1-i}(T - \tilde{A})^i \right] u(t+d-1) + z^d(T - \tilde{A})^d y(t), \quad (5.16)$$

$$\hat{y}(t+d | t) = \tilde{B} \frac{z^{-d}}{T} \left[\sum_{i=0}^{d-1} \frac{(T - \tilde{A})^i}{T^i} \right] u(t+d-1) + z^d \frac{(T - \tilde{A})^d}{T^d} y(t), \quad (5.17)$$

$$\hat{y}(t+d | t) = \tilde{B} \frac{z^{-d}}{T} \left[\frac{1 - (1 - \tilde{A}/T)^d}{\tilde{A}/T} \right] u(t+d-1) + z^d (1 - \tilde{A}/T)^d y(t), \quad (5.18)$$

considerando el modelo nominal de la planta $P_n(z) = \frac{Bz^{-1}}{A} z^{-d} = G_n z^{-d}$ y $R = z^d(1 - \tilde{A}/T)^d$ se obtiene:

$$\hat{y}(t+d | t) = P_n(z^d - R)u(t) + Ry(t) = G_n u(t) + R [y(t) - G_n z^{-d} u(t)]. \quad (5.19)$$

Usando esta ecuación es posible dibujar el diagrama de bloques del GPC como un predictor más un control primario de dos grados de libertad (igual al estudiado en el

capítulo 3). Como se puede observar en este caso, los parámetros de diseño del GPC son $N, \lambda(i), \delta(i)$ y T . De éstos, solamente los parámetros del polinomio T afectan al cálculo de la predicción, en cambio todos los parámetros del controlador ($N, \lambda(i), \delta(i)$ y T) se usan para definir el control primario. Como ya se ha comentado, también en este caso es posible analizar al GPC como un control primario más un compensador de tiempos muertos con filtro de robustez y donde el filtro R depende del polinomio T . Esta estructura se utilizará en el próximo apartado para analizar el efecto de T en la robustez del GPC.

5.2 El método de diseño del polinomio T

Como se hizo en los capítulos anteriores, la planta nominal se representará por P_n y se considerará una descripción aditiva no estructurada de las incertidumbres ($P = P_n + DP$); $C(z)$ representa al controlador del bucle directo y $W(z)$ al filtro de referencia. Para evaluar el comportamiento en bucle cerrado del sistema de control se calcula la función de transferencia entre la referencia y la salida para el caso nominal:

$$y(t) = \frac{WCP_n}{1 + CG_n} r(t) \quad (5.20)$$

y el índice de robustez del controlador como:

$$\Delta P(\omega) = \frac{|1 + C(z)G_n(z)|}{|C(z)R(z)|} \quad \forall \omega \in [0, \pi/T_s], z = e^{j\omega}$$

Como se observa en la ecuación anterior, una vez definidos C y W , el filtro R se puede usar para mejorar la robustez del sistema de control (de la misma forma que en los capítulos anteriores). Como R depende de T , este polinomio debe elegirse para que R sea un filtro pasa bajos. De esta forma, se muestra claramente la relación entre la robustez del GPC y el ajuste de T . Sin embargo, el ajuste de T no es tan simple pues, como se deduce del análisis anterior, C y W también dependen de T . Observe que T se usa para calcular las predicciones de $t + d + 1$ a $t + d + N$ y por lo tanto los coeficientes de la ley de control (ly_i, lu_i y k_i) dependen de los coeficientes de T . Esta dependencia es la causa principal de la complejidad de los métodos propuestos en la literatura para el diseño de T [111, 4] y para los problemas de su ajuste apuntados en los capítulos 3 y 4.

Los problemas anteriormente citados se pueden resolver usando el método que se

propone a continuación, que consiste en un diseño muy simple de T que permite independizar la robustez del comportamiento nominal del GPC [68, 74]. Primero debe destacarse que si T se usa solamente para calcular las predicciones óptimas de $t+1$ a $t+d$ y para el resto de las predicciones (de $t+d+1$ a $t+d+N$) se usa $T=1$, se elimina la dependencia de C y W con T . Esto se debe a que las primeras d predicciones no aparecen en la función de coste, y por lo tanto, no afectan a los coeficientes de la ley de control. Por otro lado, si sólo R depende de T , este polinomio puede usarse para mejorar la robustez sin cambiar el comportamiento nominal del sistema de control dado por (5.20). Así, el ajuste del GPC se puede hacer en dos pasos: (i) calcular N y λ para definir el comportamiento nominal y (ii) calcular T para definir las características pasadas de R . Este procedimiento de ajuste nuevamente relaciona al controlador con el SPGPC estudiado en el capítulo 4, pero como se verá a continuación, en este caso el procedimiento es válido también para procesos inestables.

A pesar de que R puede ajustarse para mejorar la robustez sin afectar el comportamiento nominal a los cambios de consigna, no sucede lo mismo con la respuesta de rechazo de perturbaciones y como sucede en otros métodos [111, 4], T afecta la velocidad de la mencionada respuesta. Sin embargo, como sucede en el SPGPC, en el método aquí propuesto es muy simple ver el efecto de T en ambas especificaciones y es posible obtener un buen compromiso entre robustez y rechazo de perturbaciones. Nuevamente aquí se puede usar la función de transferencia entre la perturbación y el control para medir el comportamiento del rechazo a las perturbaciones. Así, se especifica que:

$$\left| \frac{u}{q}(e^{j\omega}) \right| = \left| \frac{CP_nR}{1+CG_n}(e^{j\omega}) \right| \approx 1 \quad \forall \omega < \omega_0, \quad (5.21)$$

donde ω_0 define la frecuencia de corte deseada para el sistema en bucle cerrado. Por otro lado, si calculamos el índice de robustez del controlador (relativo a la planta nominal) se obtiene:

$$\delta P = \frac{\Delta P}{|P_n|} = \frac{|1+CG_n|}{|CP_nR|} = \left| \frac{1}{u/q} \right|, \quad (5.22)$$

por lo que se muestra que el compromiso robustez-rechazo de perturbaciones es el mismo que en el SPGPC. Resta entonces analizar la relación entre T y R .

Para que el método propuesto se pueda usar con procesos estables e inestables debemos analizar la estabilidad interna del sistema de control. En la figura 5.1 se ha dibujado un diagrama equivalente del sistema de control, donde $Q = G_n - P_n$ y R representan al predictor. Usando este diagrama y suponiendo que C estabiliza a G_n , el sistema será internamente estable si $Q = G_n - P_nR$ no posee polos fuera del círculo de radio unidad, como fue demostrado en el capítulo 2 (se observa que la estructura del GPC es la misma que la del UDTG de aquél capítulo).

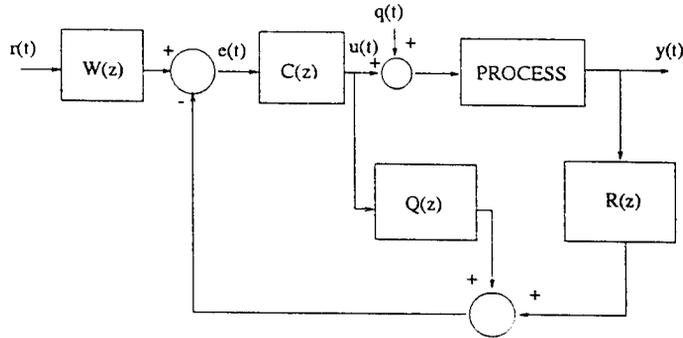


Figura 5.1: Análisis de la estabilidad interna del GPC.

Como $R(z) = z^d(1 - \tilde{A}/T)^d$, se obtiene:

$$Q = G_n(1 - z^{-d}R) = \frac{z^{-1}B}{A}(1 - (1 - \tilde{A}/T)^d). \quad (5.23)$$

Suponiendo que T no tiene raíces fuera del círculo unitario, se verifica que:

- el denominador de Q tiene, como máximo, las mismas raíces que A ,
- si z_0 es una raíz de A y $|z_0| > 1$ entonces $T(z_0) \neq 0$ y $1 - (1 - \tilde{A}/T)^d = 0$, por lo tanto z_0 es raíz del numerador de Q .

Por lo tanto, todas las raíces inestables del denominador Q son canceladas con las de su numerador y Q es una función de transferencia estable. Esto implica que la única condición que debe cumplir T para mantener la estabilidad interna es que tenga todas sus raíces con módulo menor que 1. Así, con esta condición, el ajuste de T se puede hacer para conseguir un R pasa bajos, aún en el caso de plantas inestables.

Consideremos que A se factoriza en $A = A_u A_s$, donde A_u tiene sus raíces fuera del círculo unitario (incluyendo la condición de módulo igual a uno) y A_s tiene todas sus raíces estrictamente dentro del círculo. En lo que sigue na_u es el orden de A_u y na_s el orden de A_s .

Para eliminar la parte “estable” de A de la expresión de R , se propone el siguiente polinomio T :

$$T = A_s T', \quad (5.24)$$

donde T' es cualquier polinomio con raíces dentro del círculo unitario. Por lo que R se calcula como:

$$R = \left(1 - \frac{\Delta A_u}{T'}\right)^d z^d = (R')^d. \quad (5.25)$$

Se observa que d define el orden del filtro, por lo que el ajuste propuesto compensa automáticamente el efecto del retardo en el sistema de control. Pero como d no es un parámetro de ajuste, las características pasa bajos de R se definen eligiendo R' . Observando que T' define el denominador de R' , una correcta elección de T' garantiza que R sea pasa bajos. Observado que $R(1) = 1$ y que $Q(1) = 0$ para cualquier T' , se concluye que las condiciones de funcionamiento estático no se modifican con el uso de T .

A pesar de que para el caso estable el método de diseño del SPGPC presentado en el capítulo 4 es más simple y tiene más grados de libertad que el estudiado aquí, resulta interesante mostrar cómo debe ajustarse T para el caso de plantas estables. Si se elige T' como un polinomio de primer orden:

$$T' = (1 - a_t z^{-1}), \quad 0 < a_t < 1, \quad (5.26)$$

R se calcula como:

$$R = \left(\frac{1 - a_t}{1 - a_t z^{-1}}\right)^d, \quad 0 < a_t < 1, \quad (5.27)$$

por lo que R es un filtro pasa bajos de orden d . En este caso el valor de a_t define la frecuencia de corte del filtro y puede ser elegido usando una estimación de las incertidumbres. Se observa que R tiene una expresión similar a la usada en el SPGPC pero en este caso no es posible definir ni el orden ni los ceros del filtro.

En el caso de modelos simples este procedimiento permite obtener buenos resultados y simplifica bastante el ajuste si lo comparamos con otros métodos. En particular, cuando se usan algoritmos de control precalculados para disminuir la carga de cálculo (como por ejemplo en el GPC estudiado en [14]), el ajuste de T usando un único parámetro (a_t) permite mejorar considerablemente la robustez sin añadir complejidad al controlador [68]. En estos casos se precalcula la ley de control para $T = 1$ y luego se ajusta a_t para mejorar la robustez. La otra ventaja del método propuesto es que al aumentar el valor de a_t se garantiza un aumento en la robustez.

El ajuste de T' para plantas inestables no es tan simple ni directo como en el caso estable ya que T' modifica tanto el numerador como el denominador de R' . Las raíces

del numerador de R' son las raíces de $N_r = (T' - (1 - z^{-1})A_u)z$, por lo que la diferencia de orden entre el denominador y el numerador de R es siempre 1 independientemente del ajuste de T' . Esto sugiere que T' se elija de orden $na_u + 1$ (el menor posible), de forma tal que el orden de N_r en z^{-1} es na_u (observe que T' es mónico, por lo que $T' - (1 - z^{-1})A_u$ siempre tiene como factor a z^{-1}). Resulta claro que las na_u raíces de N_r no pueden elegirse arbitrariamente al definir T' y que el ajuste final del polinomio dependerá de las características en la frecuencia de las incertidumbres del modelo. Por otro lado, se observa que las características pasa bajos de alta frecuencia del filtro R' se definen con las raíces de T' .

En lo que sigue se presenta un estudio que ilustra el diseño de T en algunos casos típicos. Para la primera parte del análisis se considera que la parte inestable de la planta tiene un solo polo: $A_u = 1 - a_u z^{-1}$ y que T' se escoge como $T' = (1 - a_t z^{-1})^n$. El módulo de R' se calcula para diferentes casos: (i) en el caso 1 se muestra el efecto de variar a_t manteniendo $n = 2$ y $a_u = 1.1$; (ii) en el caso 2, n y a_t se mantienen constantes y se estudia el efecto del polo inestable del proceso; (iii) en el caso 3 se mantienen constantes los valores de a_t y a_u y se estudia el efecto del orden del filtro. En el caso 4, se considera que A_u es de segundo orden y tiene polos complejos. En este caso se varía el parámetro a_t y se mantienen constantes los polos y $n = na_u + 1 = 3$. Los resultados del caso 1 se ven en la figura 5.2(a), donde se observa que mayores valores de a_t no siempre permiten mejorar la robustez del sistema, ya que el cero de R' "cancela" en parte el efecto pasa bajos del filtro para frecuencias abajo de 0.1. Para este caso particular es simple calcular R' :

$$R' = \frac{(1 - 2a_t + a_u) + (a_t^2 - a_u)z^{-1}}{(1 - a_t z^{-1})^2}, \quad (5.28)$$

por lo que el cero de R' es $z_0 = \frac{-a_t^2 + a_u}{1 - 2a_t + a_u}$ que es siempre mayor que a_t para todo a_u y a_t . Este cero es el causante del pico en el módulo de R' para bajas frecuencias que se aprecia en la figura 5.2(a) cuando a_t aumenta. Así, si los errores de modelado son importantes en altas frecuencias (como por ejemplo errores en la estimación del retardo) valores mayores de a_t mejorarán la robustez. En cambio, cuando existan incertidumbres de baja frecuencia importantes, valores menores de a_t permitirán obtener mejores resultados. Como en general, en la práctica, las incertidumbres de alta frecuencia son siempre mayores que las de baja frecuencia [116], la regla intuitiva "aumentar el valor de a_t para aumentar la robustez" funcionará adecuadamente en la mayoría de los casos. En el próximo apartado se ilustrará con ejemplos estos resultados.

El efecto del valor del polo inestable se puede ver en la figura 5.2(b). En este caso los resultados son los esperados, esto es, es más difícil mejorar la robustez del sistema si la planta tiene una respuesta inestable "más" rápida.

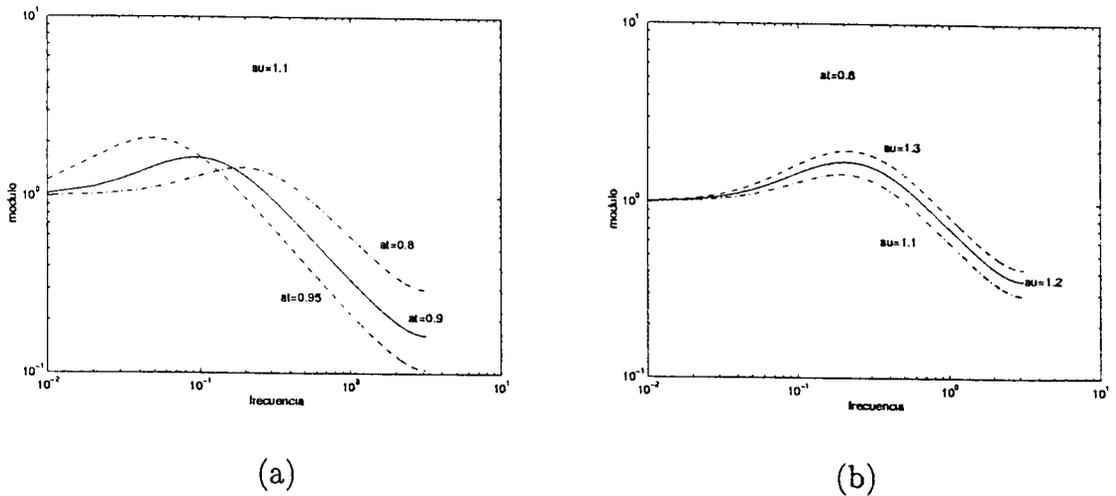


Figura 5.2: A_u de primer orden: (a) Módulo de R' para diferentes valores de a_t ; (b) Módulo de R' para diferentes valores de a_u .

La elección del orden de T' como $na_u + 1$ permite obtener el filtro de menor orden, y como se verá, las características pasa bajos de R' no pueden aumentarse incrementando el orden del polinomio T' . Se observa que en altas frecuencias R' es siempre equivalente a un filtro pasa bajos de primer orden independientemente del orden de T' . Por otro lado, en bajas frecuencias, el efecto negativo de los ceros de R' es menor en el caso de menor orden. Para ilustrar esta propiedad, en la figura 5.3(a) se ha representado el módulo de R' para diferentes valores de n manteniendo constantes a_u y a_t . Como se puede observar, el filtro con $n = 2$ es el que mejora más la robustez del sistema.

El análisis del caso de segundo orden ofrece resultados similares a los del caso anterior y para ilustrarlos la figura 5.3(b) muestra el módulo de R' para diferentes valores de a_t manteniendo $n = 3$.

5.3 Generalización para el caso multivariable

Como en el caso del SPGPC, una de las propiedades más importantes del algoritmo de control aquí propuesto es que los resultados del caso SISO se pueden extender para el caso MIMO de una manera directa. Para hacerlo se utilizará la misma descripción discreta multivariable del proceso que se usó en el capítulo 4. Al incluir el polinomio T en el modelo CARIMA multivariable del proceso se obtiene:

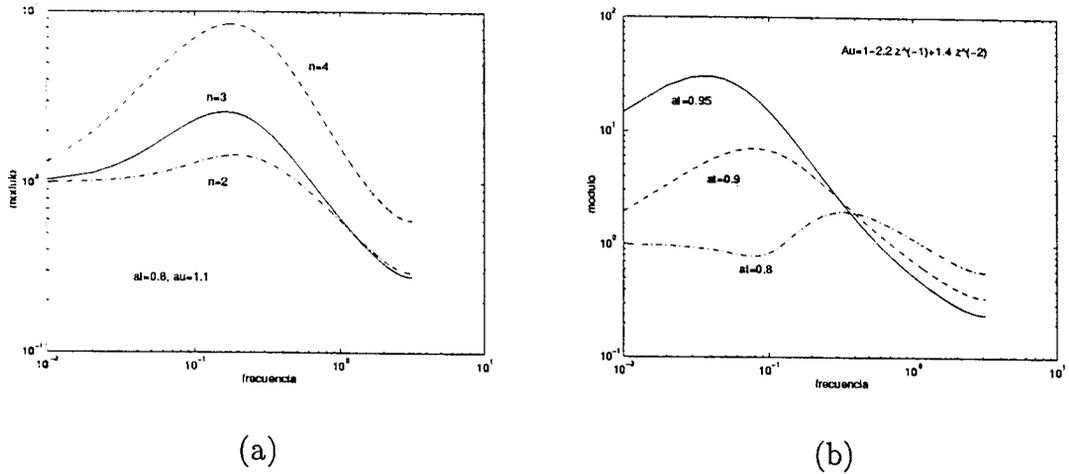


Figura 5.3: (a) Módulo de R' para diferentes valores de n . A_u de primer orden; (b) Módulo de R' para diferentes valores de a_t . A_u de segundo orden.

$$\mathbf{A}(z^{-1})\mathbf{y}(t) = \mathbf{D}(z^{-1})\mathbf{B}(z^{-1})\mathbf{u}(t-1) + \frac{1}{\Delta}\mathbf{T}(z^{-1})\mathbf{e}(t), \quad (5.29)$$

donde, en este caso, $\mathbf{T}(z^{-1})$ es una matriz polinomial mónica de dimensión $n \times n$ originalmente usada para modelar el ruido. Como en el capítulo 4, se calculan los denominadores comunes por fila y se obtiene una matriz $\mathbf{A}(z^{-1})$ diagonal. De esta forma, las ecuaciones diofánticas que deben usarse para calcular las predicciones óptimas se pueden resolver independientemente para cada salida. Como en el caso SISO, \mathbf{T} se usará como parámetro de diseño y no como modelo del ruido. Dado que la matriz \mathbf{A} es diagonal, \mathbf{T} también se elige diagonal de forma tal que su elemento ii de la diagonal es igual a T_i . Así, en lo que sigue se usarán los modelos CARIMA de m entradas y una salida:

$$A_i(z^{-1})y_i(t) = z^{-d_i}B_i(z^{-1})u(t-1) + \frac{T_i(z^{-1})}{\Delta}e_i(t), \quad (5.30)$$

donde $e_i(t)$ es un ruido blanco, T_i son polinomios mónicos como en el caso SISO y $B_i = [B_{i1}B_{i2}\dots B_{im}]$. La solución de la ecuación diofántica es:

$$T_i(z^{-1}) = E_{ij}(z^{-1})\Delta A_i(z^{-1}) + z^{-j}F_{ij}(z^{-1}), \quad (5.31)$$

por lo que la predicción óptima $\hat{y}_i(t+j|t)$ verifica (como en el caso SISO):

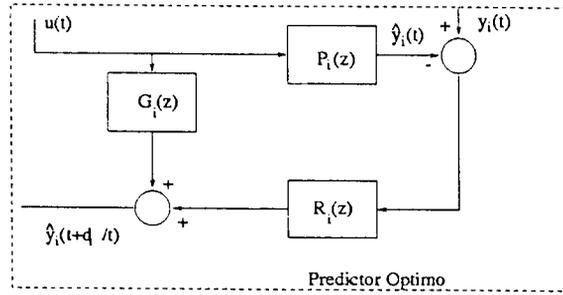


Figura 5.4: Diagrama del cálculo de las predicciones.

$$T_i(z^{-1})\hat{y}_i(t+j|t) = F_{ij}(z^{-1})\hat{y}_i(t) + z^{-d_i} E_{ij}(z^{-1}) \Delta B_i(z^{-1})u(t-1) \quad (5.32)$$

donde $E_{ij}(z^{-1})$ es de orden $j-1$ y $F_{ij}(z^{-1})$ de orden na_i . Los horizontes se eligen como en el capítulo 4: $N_{i1} = d_i + 1$, $N_{i2} = d_i + N_{0i}$. De nuevo, como en el caso SISO, se separa la solución de la ecuación diofántica de $j = 1$ a $j = d_i$ y de $j = d_i + 1$ a $j = d_i + N_{0i}$.

Repitiendo el procedimiento del caso SISO, se define:

$$R_i(z^{-1}) = \left(1 - \frac{\tilde{A}_i}{T_i}\right)^{d_i} z^{d_i} \quad \tilde{A}_i = \Delta A_i \quad (5.33)$$

$$P_i(z^{-1}) = G_i(z^{-1})z^{-d_i} = \frac{z^{-1}B_i(z^{-1})}{A_i(z^{-1})} \quad (5.34)$$

donde $P_i(z^{-1})$ es la fila i de $P(z^{-1})$ y $G_i(z^{-1})$ es la fila i de $G(z^{-1})$.

La predicción en $t + d_i$ se puede expresar como:

$$\hat{y}_i(t + d_i|t) = R_i(z^{-1}) [y_i(t) - P_i(z^{-1})u(t)] + G_i(z^{-1})u(t) \quad (5.35)$$

El diagrama de bloques del cálculo de las predicciones óptimas es el mismo del capítulo 4 y se dibuja aquí nuevamente para que el análisis sea más claro (ver figura 5.4).

Poniendo las ecuaciones en forma vectorial se obtiene:

$$\begin{bmatrix} \hat{y}_1(t + d_1 | t) \\ \hat{y}_2(t + d_2 | t) \\ \vdots \\ \hat{y}_n(t + d_n | t) \end{bmatrix} = \mathbf{G} \begin{bmatrix} u_1(t) \\ u_2(t) \\ \vdots \\ u_m(t) \end{bmatrix} + \mathbf{R} \begin{bmatrix} y_1(t) \\ y_2(t) \\ \vdots \\ y_n(t) \end{bmatrix} - \mathbf{R}\mathbf{P} \begin{bmatrix} u_1(t) \\ u_2(t) \\ \vdots \\ u_m(t) \end{bmatrix} = \mathbf{G}\mathbf{u} + \mathbf{R}(\mathbf{y} - \mathbf{P}\mathbf{u})$$

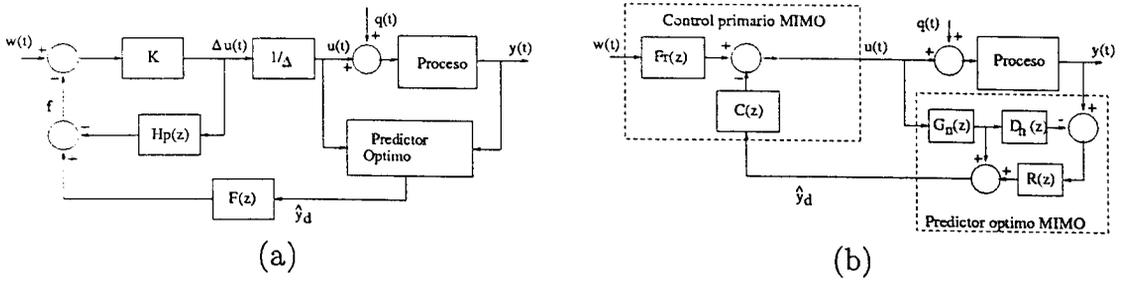


Figura 5.5: Control GPC multivariable con el polinomio T: (a) estructura normal, (b) predictor más control primario.

donde $\mathbf{R}(z^{-1}) = \text{diag}(R_i(z^{-1}))$, \mathbf{y} es el vector de salidas y \mathbf{u} el vector de entradas. Como se ve, también en este caso el resultado es la extensión del caso SISO.

Para poder obtener una relación entre las acciones de control (que minimizan J) y las predicciones que no dependa de \mathbf{T} se usa la misma idea del caso SISO. Así, se calcula la solución de cada ecuación diofántica de $t + d_i + 1$ a $t + d_i + N_{0i}$ como función de $\hat{y}_i(t + d_i)$ y de $\Delta u(t)$ considerando $T_i = 1$. Los resultados son los mismos que se obtuvieron en el capítulo 4 y el diagrama de bloques final del sistema de control también es el mismo, por lo que es posible calcular una estructura equivalente compuesta por un control primario y un predictor (ver figuras 5.5(a-b)). El cálculo de $\mathbf{C}(z^{-1})$ y $\mathbf{F}_r(z^{-1})$ se analiza en el apéndice D.

Para analizar el efecto de \mathbf{T} en la robustez se considera el mismo tipo de descripción de las incertidumbres que en el capítulo 4 y los mismos resultados de estabilidad robusta de sistemas multivariables. La única diferencia con los resultados del capítulo 4 está en la expresión del bloque \mathbf{R} , ya que incluso el procedimiento de ajuste del controlador en dos pasos es el mismo.

Como \mathbf{R} es diagonal, los valores singulares se calculan como:

$$\sigma_i(\mathbf{R}(e^{j\omega})) = |R_i(e^{j\omega})| = \left| 1 - \frac{\tilde{A}_i(e^{j\omega})}{T_i(e^{j\omega})} \right|^{d_i} \tag{5.36}$$

por lo que cada T_i debe calcularse de forma que se verifique:

$$\sigma_i(\mathbf{R}(e^{j\omega})) < \bar{\sigma}(\mathbf{R}(e^{j\omega})) \tag{5.37}$$

El ajuste final de los polinomios de filtrado puede seguir las mismas ideas del caso monovariable: (i) para plantas estables $\sigma_i(\mathbf{R}(e^{j\omega}))$ sólo depende de T_i y la solución

es independiente de A_i ; (ii) para el caso inestable T_i dependerá de la parte inestable Au_i de A_i . De todas formas, como ya se explicó en el capítulo 4, la importancia del método de ajuste de los filtros propuesto es que puede hacerse de manera simple (incluso manualmente).

5.4 Ejemplos

Para ilustrar el uso del método de ajuste del polinomio T propuesto en esta tesis y mostrar los efectos sobre la robustez del sistema se analizan a continuación cuatro ejemplos. Los primeros estudian los tres casos posibles de plantas monovariantes: plantas estables, integradoras e inestables. Finalmente, el cuarto ejemplo muestra el ajuste de T en el control multivariable de una columna de destilación.

Ejemplo 1:

Considere un proceso de alto orden representado por [40]:

$$P(s) = \frac{e^{-5s}}{(1+s)(1+.5s)(1+.25s)(1+.125s)}. \quad (5.38)$$

Usando un ensayo de respuesta al escalón se identifica un modelo de primer orden con retardo:

$$P(s) = \frac{e^{-5.5s}}{1+1.5s} \quad (5.39)$$

y usando un periodo de muestreo de $T_s = 0.25$ segundos, se obtiene el modelo discreto:

$$P(z) = \frac{0.1435z^{-1}}{1-0.8465z^{-1}}z^{-22}. \quad (5.40)$$

En este ejemplo el controlador debe compensar los efectos de la dinámica no modelada y del error en la estimación del retardo, que se supone del 10%. Primero se utilizó un GPC sin filtro. Por simulación y considerando el retardo nominal se ajustaron diferentes valores de N y λ ($\delta = 1$ para todos los casos). El comportamiento del sistema se puede ver en la figura 5.6 para $N = 20$, $\lambda = 2$ en línea continua y para $N = 20$, $\lambda = 10$ en línea discontinua. Se observa que es necesario utilizar un valor de λ elevado para estabilizar la respuesta incluso en el caso de que el retardo sea bien estimado. En las simulaciones

se consideró un cambio de consigna de 0 a 0.5 en $t = 0$ y una perturbación del tipo escalón de 0.1 en $t = 150$ muestras.

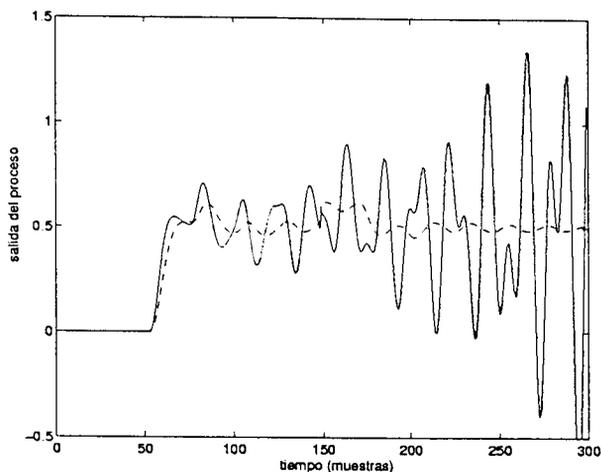


Figura 5.6: Salida del proceso estable controlado por el GPC sin polinomio T .

Para mejorar el comportamiento y la robustez del sistema se utiliza en la siguiente simulación un filtro $T = (1 - 0.8465z^{-1})(1 - a_t z^{-1})$ y se mantienen los valores $N = 20$ y $\lambda = 2$. El comportamiento del sistema se aprecia en la figura 5.7(a) en dos situaciones: para el caso de retardo bien estimado (en línea continua) y para el retardo real del proceso $dp = 24$ (en línea discontinua).

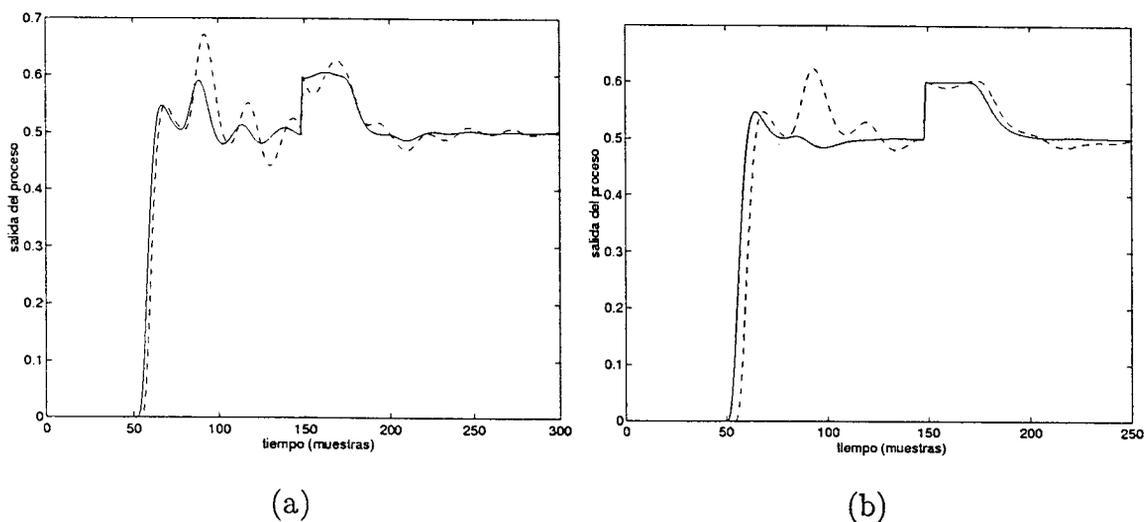


Figura 5.7: Salida del proceso estable controlado por el GPC con polinomio T .

Se observa que a pesar del error de estimación del retardo de +10% y de la dinámica no modelada, el controlador mantiene un comportamiento estable. Si se desea disminuir

las oscilaciones de la respuesta entonces el filtro se hace más pasa bajos con $a_t = 0.9$. En la figura 5.7(b) se muestra el comportamiento en este caso para errores de estimación del retardo de +10% (en línea discontinua) y de -10% (en línea continua). Se observa que el controlador tiene un buen comportamiento.

Ejemplo 2:

En este ejemplo se considera la siguiente planta integradora:

$$P(s) = \frac{0.1e^{-s}}{s}, \quad (5.41)$$

donde se asume que el error de estimación del retardo es de hasta un 40%. El modelo usado en el control se obtiene discretizando la planta nominal con $T_s = 0.2$, por lo que el retardo nominal resulta $d = 5$. Los parámetros del GPC se eligen $N = 15$, $\lambda = 1$ para obtener una respuesta con sobreoscilación pequeña en el caso nominal (respuesta en línea continua de la figura 5.8(a)). Cuando se considera el error de estimación en d (el retardo real es $dp = 7$) el comportamiento del sistema se hace oscilatorio, como se ve en la respuesta en línea discontinua de la figura 5.8(a). Para mejorar el comportamiento se usa un filtro T . El ajuste del polinomio tiene en cuenta lo analizado en este capítulo y que las incertidumbres son de alta frecuencia. Así se elige T como $(1 - 0.95z^{-1})^2$.

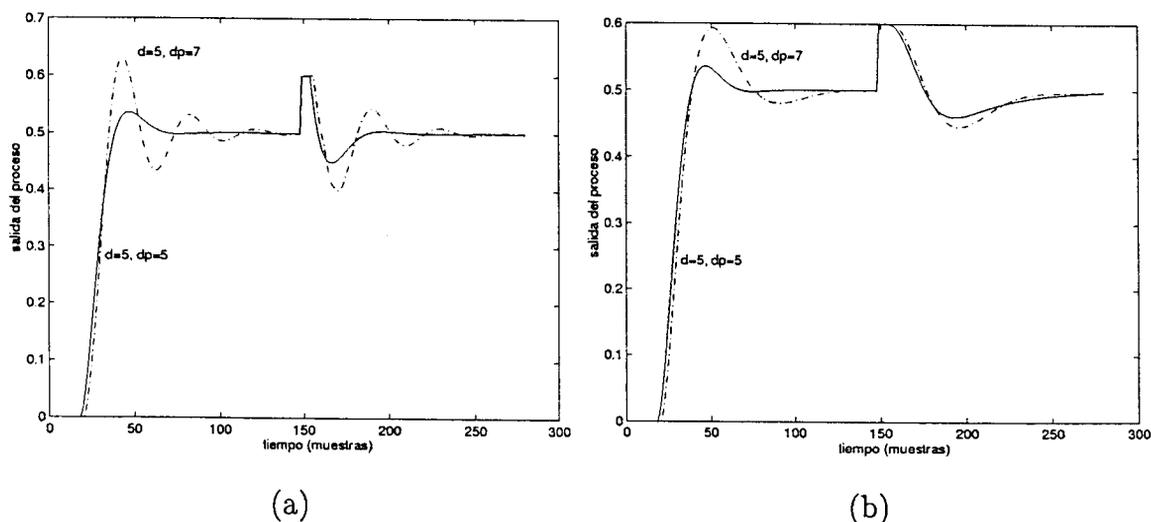


Figura 5.8: Salida del proceso integrador con el GPC en el caso nominal (en línea continua) y para el caso real (línea discontinua): (a) GPC sin T y (b) GPC con T .

El comportamiento del sistema con el GPC filtrado por T se ve en la figura 5.8(b)

para el caso nominal (en línea continua) y para el caso real (línea discontinua). En todas las simulaciones se consideró un cambio de consigna en $t = 0$ y una perturbación del tipo escalón en $t = 150$ muestras. Como se puede ver de este ejemplo, el filtro mejora la robustez del sistema de control y al mismo tiempo perjudica la respuesta de rechazo a las perturbaciones, que como se aprecia en las figuras, es más lenta que cuando $T = 1$.

Ejemplo 3:

Para estudiar el caso inestable se considera el modelo discreto de la planta como:

$$P(z) = \frac{-0.1z^{-5}}{1 - 1.1z^{-1}}. \quad (5.42)$$

Para las simulaciones se utilizaron los mismos parámetros y entradas que en el ejemplo 2. El comportamiento del sistema con el GPC sin el polinomio T se ve en la figura 5.9(a) para el caso nominal (línea continua) y para el caso de retardo real $dp = 6$ (línea discontinua).

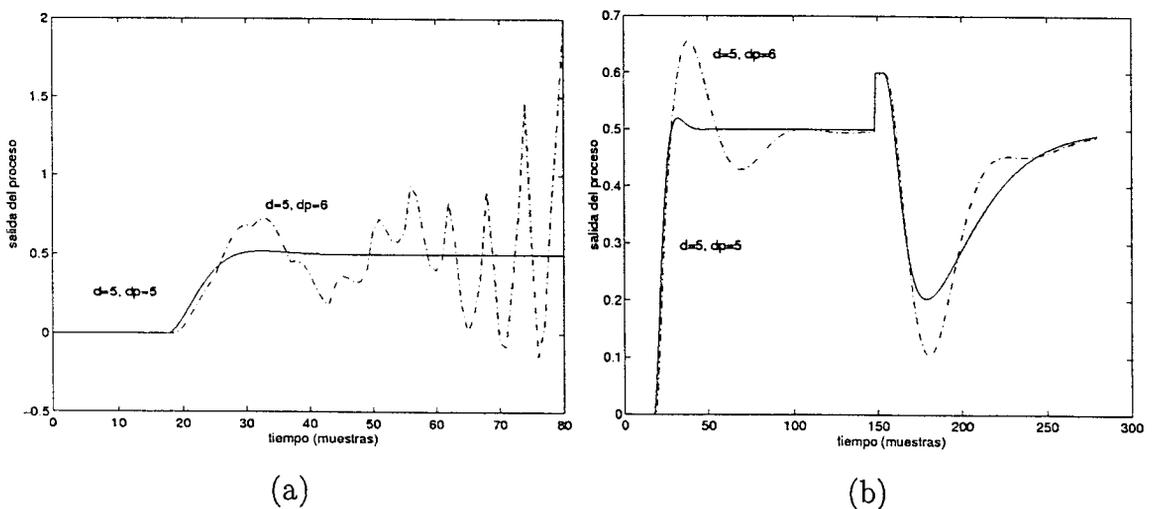


Figura 5.9: Salida del proceso inestable con el GPC en el caso nominal (en línea continua) y para el caso real (línea discontinua): (a) GPC sin T y (b) GPC con T .

Como se puede ver, en el caso real el sistema es inestable y la simulación se interrumpió en $t = 80$ muestras. Para estabilizar al sistema se propone un filtro $T = (1 - 0.95z^{-1})^2$. Las respuestas del sistema para el caso nominal (línea continua) y para el caso de retardo $dp = 6$ (línea discontinua) se ven en la figura 5.9(b). Se

observa aquí que nuevamente el filtro estabiliza al sistema perjudicando el rechazo a las perturbaciones.

Ejemplo 4:

Para analizar el caso multivariable se estudiará el control de la columna de destilación de Wood y Berry modelada en el capítulo 2 (ver apartado 2.6).

Para el GPC se usó un periodo de muestreo de $T_s = 1$ minuto, horizontes de predicción de 30 para las dos salidas y de control de 10 para los dos controles. Las ponderaciones se eligieron $\mathbf{Q}_s = \mathbf{I}$ y $\mathbf{Q}_\lambda = 2\mathbf{I}$. Para las simulaciones se usó un cambio en la consigna de y_1 de 96% a 97% en $t = 0$ minutos y de 97% a 96.5% en $t = 90$ minutos. También, en $t = 25$ minutos la consigna de y_2 se cambió de 0.5% a 0.7%. Finalmente, para estudiar el rechazo de perturbaciones, en $t = 50$ minutos se aplicó una perturbación en el flujo de alimentación de 0.1. Para ver el efecto de la estimación del modelo se usó el modelo igual al proceso de $t = 0$ a $t = 70$ minutos. De $t = 70$ minutos hasta el final de la simulación se consideró un error del 20% en la estimación de los retardos de los elementos de la diagonal de $P(s)$. En la figuras 5.10 y 5.11 se puede apreciar el comportamiento del sistema sin y con el polinomio T . Como se esperaba, el comportamiento con el polinomio T (en línea continua) es similar al del caso $T = 1$ (mientras no hay errores de modelado y para los cambios de consigna). Por otro lado, si el modelo no es igual al proceso, el GPC sin el polinomio T se hace inestable (la simulación se interrumpió en $t = 105$ minutos para mejorar la presentación de la figura). Para estabilizar el sistema en este caso se usó un filtro diagonal con todos los elementos iguales y $T' = 1 - 0.7z^{-1}$. Como se ve de las figuras la respuesta del sistema con este filtro es buena y como era de esperar el rechazo a la perturbación es más lento que cuando se usa $T = 1$. Este es el precio a pagar por la mejor robustez.

Estos resultados se pueden comparar a los que se obtuvieron el capítulo 4 cuando se usó el SPGPC para controlar al mismo sistema. Se puede observar que el SPGPC sin filtrado permite obtener un comportamiento equivalente al del GPC con el polinomio T propuesto. Esto comprueba, como ya ha sido comentado, que el SPGPC permite obtener una solución mejor y más simple en el caso de plantas estables.

5.5 Conclusiones del capítulo

En este capítulo se presentó un método de ajuste para el polinomio T en el GPC para procesos con retardo. Las ventajas del método propuesto, si lo comparamos con otros

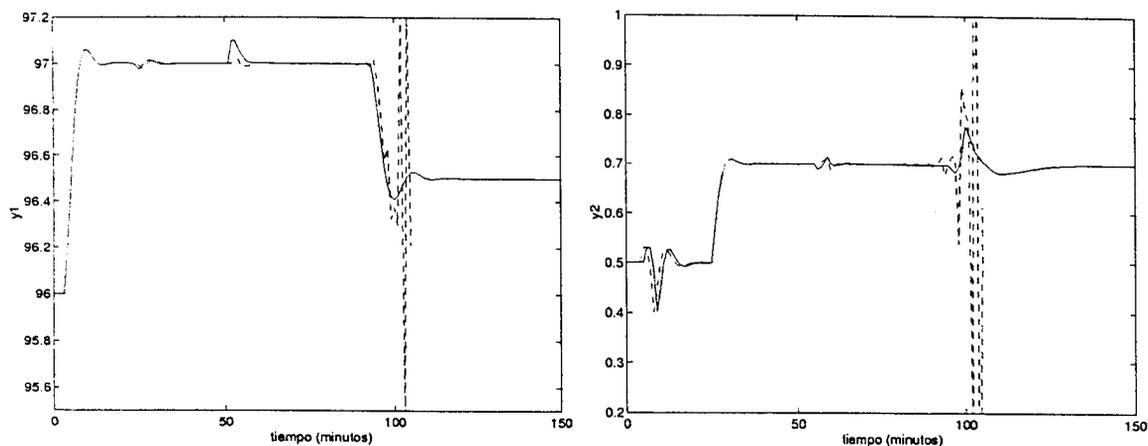


Figura 5.10: Comportamiento en bucle cerrado de la columna de destilación con el MIMO GPC sin polinomio T (en línea discontinua) y con el polinomio T (línea continua).

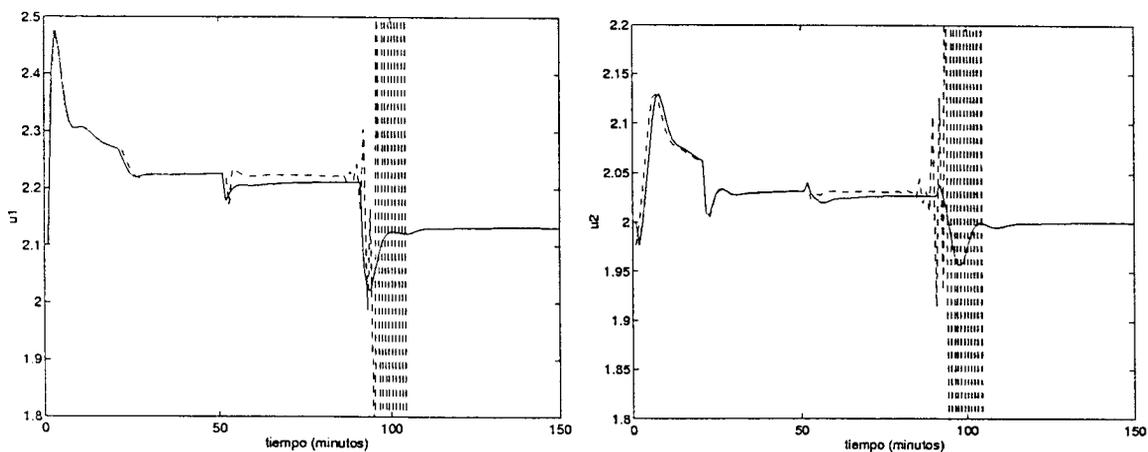


Figura 5.11: Acciones de control en bucle cerrado de la columna de destilación con el MIMO GPC sin polinomio T (en línea discontinua) y con el polinomio T (línea continua).

de la literatura, son: (i) el procedimiento de ajuste es más simple que en los otros métodos y puede basarse en reglas intuitivas de ajuste de filtros; (ii) ofrece una solución con mejor compromiso entre comportamiento y robustez; (iii) puede usarse con plantas SISO y MIMO con dinámica de bucle abierto inestable. Este último punto es el más importante ya que para procesos estables el SPGPC presentado en el capítulo 4 es una opción más adecuada. Como las demás soluciones presentadas en los capítulos anteriores, el controlador resultante se puede ajustar en dos pasos y aunque no proporciona una solución óptima, tiene buen comportamiento y robustez. Para analizar el problema de la optimalidad de la solución del problema del control predictivo, en el próximo capítulo se realiza un análisis global del problema de *predicción + control*.

Capítulo 6

Predicción para control

Como se explicó en el capítulo 3, el GPC puede ser analizado como un DTC de dos grados de libertad. La estructura final de esta estrategia de control consiste en un compensador de tiempo muerto filtrado y un control primario de dos grados de libertad. A pesar de que los objetivos del DTC y del GPC son diferentes, la ley de control final utilizada por ambos tiene la misma estructura y puede generar un sistema en bucle cerrado con las mismas prestaciones si se utilizan los ajustes adecuados.

La idea general utilizada por los controladores predictivos óptimos es que un predictor óptimo y una ley de control óptima van a producir un comportamiento óptimo en bucle cerrado. En estos algoritmos de control predictivo, el predictor óptimo se usa para calcular la “mejor” predicción de la salida del proceso en bucle abierto considerando el efecto de las perturbaciones deterministas y estocásticas. Para conseguir este comportamiento óptimo es necesario utilizar un buen modelo de la planta y de las perturbaciones. Además, debe ser destacado que, en esta parte del diseño del sistema, no se consideran en absoluto los objetivos del control. Quizás, el motivo principal de esto sea que la “predicción” ha sido considerada como “fin” y no como un “medio” en el sistema de control. Así, se ha utilizado la predicción como un procedimiento de búsqueda de la “verdadera salida futura del sistema en bucle abierto” y no como la búsqueda del modelo que permita obtener el mejor comportamiento en bucle cerrado del sistema de control. Al mismo tiempo, es ampliamente reconocido en la práctica industrial que los controladores basados en modelos pueden alcanzar muy buenas prestaciones utilizando modelos simples, inclusive cuando se utilizan para controlar procesos complejos. Esto implica, como fue comentado en el capítulo 2, que para los propósitos del control, el uso de modelos simples puede ser suficiente si representan las principales características del proceso. Es importante destacar que estos problemas no se manifiestan exclusivamente en las estructuras de *predicción + control* y que también pueden ser encontrados, por

ejemplo, en el diseño de identificadores para las estructuras de control adaptativo [36].

Además, como ha sido analizado en esta tesis, en la mayoría de los casos, las características óptimas del predictor utilizado en el GPC no se mantienen en la ley de control final, pues, los polinomios que modelan las características estocásticas de las perturbaciones se utilizan como parámetros de diseño del controlador. Así, uno debe preguntarse si es realmente necesario que se utilice el predictor óptimo en el controlador o en cambio la estructura de predicción debe ser analizada únicamente considerando los efectos que produce en el sistema en bucle cerrado.

El estudio de las interacciones entre predicción y control pueden ser estudiadas desde diferentes puntos de vista. El planteamiento más general consiste en la definición de una estructura global, que incluye al predictor y al control primario, que debe ser ajustada utilizando un determinado conjunto de especificaciones de comportamiento y robustez. Este es un problema combinado en el cual el ingeniero de control debe ajustar simultáneamente los parámetros del predictor y del control primario y es claramente un campo abierto para la investigación. En esta tesis, el objetivo es enunciar este problema de diseño, que es un problema dual que llamaremos "Predicción para Control", y presentar algunas ideas que sirven de guía para su solución. El otro enfoque de este problema, que ha sido el utilizado en el GPC y en el DTC en trabajos anteriores y también en los capítulos 2 al 5 de esta tesis, consiste en utilizar una estructura definida para el predictor y un procedimiento de síntesis en dos pasos. Las propiedades de las soluciones que se obtienen con este segundo enfoque ya han sido analizadas con detalle en los capítulos anteriores.

En este capítulo se mostrará que los controladores "óptimos" basados en predictores "óptimos" no permiten obtener comportamientos en bucle cerrado "óptimos" y que el diseño de los predictores debe hacerse considerando el comportamiento en bucle cerrado del sistema. Para hacerlo, en el próximo apartado se compara el comportamiento de algunos controladores óptimos con el de un DTC clásico considerando perturbaciones estocásticas. A continuación se presentan algunos ejemplos que ilustran el uso de los predictores óptimos y los comparan, en robustez y rechazo de perturbaciones, con otras soluciones. Motivado por estos ejemplos el apartado siguiente presenta una estructura general de *predicción + control* y dos métodos de diseño. El primer método utiliza ideas clásicas de control y soluciones polinómicas, mientras que el segundo se basa en las ideas de los algoritmos de control de búsqueda aleatoria.

6.1 Análisis en bucle cerrado de los predictores óptimos

En los capítulos anteriores, el estudio comparativo entre el GPC y el DTC se basó en los índices de comportamiento y robustez de ambos sistemas de control. En todos los casos analizados se consideró que era muy difícil estimar las características estocásticas de las perturbaciones y por ello se utilizaron solamente las perturbaciones deterministas más típicas del medio industrial (constantes o señales de baja frecuencia). Aquí, se realizará un análisis comparativo más completo, considerando también las perturbaciones estocásticas.

Como se mencionó en el capítulo 3, el GPC utiliza una predicción óptima de la salida de la planta cuando se considera un modelo ARIMA de las perturbaciones [23]. El modelo ARIMA de las perturbaciones fue introducido en los sistemas de control óptimo con algoritmos como el MVC [39]. Las características de rechazo de perturbaciones de las diferentes versiones del DTC y de los controladores óptimos como el MVC o el GPC se han estudiado desde puntos de vista muy diferentes. Como se vio en el capítulo 2, los DTCs se analizan siempre en bucle cerrado, mientras que las propiedades óptimas del OP que se usa en el MVC (o en el GPC) se obtienen en una configuración de bucle abierto, solamente teniendo en cuenta las características estocásticas de las perturbaciones. Pero, desde el punto de vista del control, es más importante considerar las prestaciones en bucle cerrado de toda la estructura que solamente el comportamiento del predictor. Como se mostró en el capítulo 2, la robustez y el rechazo de perturbaciones de los DTCs no se pueden mejorar simultáneamente si las incertidumbres y las perturbaciones están en la misma gama de frecuencias. Otros autores también han llegado a las mismas conclusiones al comparar el comportamiento y la robustez del MVC y del IMC ajustado por técnicas clásicas (que es un control del tipo de los DTCs analizados en el capítulo 2) [11]. En definitiva, el punto clave del diseño de este tipo de controlador es el ajuste del control primario y de los filtros para conseguir el mejor compromiso entre robustez y rechazo de las perturbaciones.

En este capítulo también se analizará otro punto importante del problema presentado aquí. Se mostrará, que en determinadas situaciones, los controladores óptimos no obtienen el comportamiento óptimo esperado ni siquiera en el caso nominal. Para ilustrar este problema se utilizará el controlador GPC y algunos modelos de procesos que, aunque muy simples son muy importantes desde el punto de vista práctico.

Consideraremos a lo largo de este capítulo el modelo CARIMA dado por:

$$y(t) = \frac{B(z^{-1})}{A(z^{-1})} z^{-d} u(t-1) + \frac{N_q(z^{-1})}{D_q(z^{-1})} e(t) \quad (6.1)$$

donde $e(t)$ es un ruido blanco y $q(t) = \frac{N_q(z^{-1})}{D_q(z^{-1})}e(t)$ es la perturbación equivalente a la salida de la planta. En la práctica industrial el valor de d y los polinomios A, B, N_q y D_q se obtienen por técnicas de identificación. Como en general las perturbaciones de tipo constante están siempre presentes en los sistemas industriales, el polinomio D siempre tiene una raíz en $z = 1$, de forma tal que se puedan eliminar los errores de régimen permanente.

A pesar de que en muchos trabajos se utilizan diferentes tipos de modelo de las perturbaciones (en ocasiones modelos bastante complejos), en la práctica solamente se utilizan modelos muy simples porque son suficientes para conseguir los objetivos de control normalmente propuestos. Algunos estudios demuestran que los modelos más comunes utilizados en la industria son [95, 11]:

- El ruido blanco integrado sumado a la salida del proceso. En este caso el modelo es generado por $D_q = \Delta$ y $N_q = 1$. Se observa que este modelo corresponde a la elección $T = A$ en el modelo del GPC y que por lo tanto el filtro R de la estructura equivalente del GPC que se presentó en los capítulos 3 y 5 verifica:

$$R(z^{-1}) = \left(1 - \frac{\Delta A}{A}\right)^d z^d = 1, \quad (6.2)$$

lo que implica que el SP es un predictor óptimo para este tipo de perturbación.

- El ruido blanco integrado sumado a la entrada del proceso. En este caso se verifica $D_q = \Delta A$ y $N_q = B$. Para el GPC esto implica en elegir un polinomio T como $T = Bz^{-d}$ y por lo tanto R resulta también función del polinomio B del modelo del proceso:

$$R(z^{-1}) = \left(1 - \frac{\Delta A}{Bz^{-d}}\right)^d z^d = 1. \quad (6.3)$$

- El modelo de perturbación más usado en el GPC [23]: $T = 1$ y $D = \Delta$. En este caso la perturbación a la salida del proceso es $q(t) = \frac{1}{A\Delta}e(t)$ y R tiene la expresión estudiada en el capítulo 3.
- Ruido blanco integrado y de media móvil sumado a la salida del proceso (“the integrated moving-average IMA output disturbance”). Esta perturbación se puede considerar como generada por cambios del nivel a los que se le suma ruido blanco de medición [95]:

$$q(t) = \frac{1 - t_a z^{-1}}{1 - z^{-1}} e(t), \quad 0 < t_a < 1. \quad (6.4)$$

Este modelo corresponde al modelo del GPC cuando $T = A(1 - t_a z^{-1})$ y $D = \Delta$ y es el mismo modelo que se usó en los capítulos 4 y 5 para modificar la robustez

del GPC. Se observa que las características de la perturbación pueden contribuir a mejorar la robustez del sistema si t_a es un valor próximo de 1, pero no lo hará en otros casos.

- El modelo general pero simple del tipo ARIMA:

$$q(t) = \frac{1}{(1 - \phi z^{-1})(1 - z^{-1})} e(t), \quad -1 < \phi < 1, \quad (6.5)$$

que representa, para diferentes valores del parámetro ϕ , escalones o variaciones aleatorias ($\phi = 0$), perturbaciones con nivel variable y dinámica de alta frecuencia ($\phi < 0$) o perturbaciones suaves y de baja frecuencia ($\phi > 0$) [11]. Este modelo corresponde a la elección $T = A$ y $D = \Delta(1 - \phi z^{-1})$ en el GPC, por lo que el polinomio R vale:

$$R = (1 + \phi - \phi z^{-1})^d. \quad (6.6)$$

Así, este tipo de perturbación genera índices muy bajos de robustez para el GPC, principalmente para $\phi > 0$.

Con estos ejemplos se puede entender muy bien la relación entre las características estocásticas de las perturbaciones, el predictor y la robustez del controlador óptimo.

Por otro lado, es un resultado conocido que las soluciones óptimas, como por ejemplo las que se obtienen aplicando el MVC, son muy sensibles a las variaciones de los parámetros del proceso [6]. Como lo mencionan en su libro Goodwin y Sin [39] “...el buen funcionamiento del controlador de mínima varianza depende del predictor de una forma crítica...” y también mencionan que “Por este motivo, la utilización de este algoritmo no se recomienda salvo en los casos en los que los parámetros del proceso son conocidos exactamente o los mismos son estimados en tiempo real para ser utilizados en una estrategia adaptativa”. Este problema de los controles óptimos también ha sido demostrado en esta tesis en el estudio realizado con el GPC. De hecho, para el MVC, la varianza de la salida predicha es muy sensible a la variación de parámetros de la planta. En trabajos anteriores a esta tesis (ver por ejemplo [11]), el análisis de la robustez de este tipo de controladores se orienta al ajuste de los parámetros del controlador primario. Así, este ajuste se apunta como una solución para disminuir la sensibilidad del comportamiento en bucle cerrado a las variaciones paramétricas. En esta tesis el mismo problema se ha enfocado desde el punto de vista del predictor y los resultados del análisis teórico se ilustran a seguir con algunos ejemplos.

6.2 Ejemplos ilustrativos

6.2.1 Ejemplo 1

Para relacionar los resultados del control óptimo con los del enfoque determinista, en este primer ejemplo el GPC se compara con un SP que utiliza un PI como control primario. Se recuerda aquí, que el GPC puede ser visto como la generalización del MVC o del GMVC. De hecho, si en el GPC se utiliza un factor de ponderación del error $\delta = 1$, un horizonte $N = 1$ y no se penaliza el esfuerzo de control ($\lambda = 0$), la minimización de la función de coste genera un control de varianza mínima. Así, la estructura estudiada en el capítulo 3 también se puede usar para representar al MVC y el controlador primario equivalente puede ser utilizado con otro predictor diferente del OP, como por ejemplo el SP.

En este ejemplo el modelo de la planta y de las perturbaciones es el de la ecuación (6.1) donde $d = 10$, $A(z^{-1}) = 1 - 0.9z^{-1}$, $B(z^{-1}) = 0.1$, $N_q(z^{-1}) = 1$ y $D_q = A(z^{-1})\Delta$ (observar que este modelo de perturbaciones es el usado normalmente en el GPC). Para este modelo simple el control primario del GPC es un PI con un filtro de referencia de primer orden dados por:

$$C(z) = k_1 + \frac{k_2}{1 - z^{-1}}, \quad W(z) = \frac{k_2}{(k_1 + k_2) - k_1 z^{-1}}, \quad (6.7)$$

donde $k_1 = 9$ y $k_2 = 10$. Así, el GPC se comparará con un SP que tiene como control primario el mismo PI y el mismo filtro. Llamando $P_n = G_n z^{-d}$ al modelo nominal de la planta y P_q al modelo de la perturbación ($P_q = N_q/D_q$), el diagrama de bloques del sistema de control se dibuja como en la figura 6.1. Para evaluar el comportamiento en

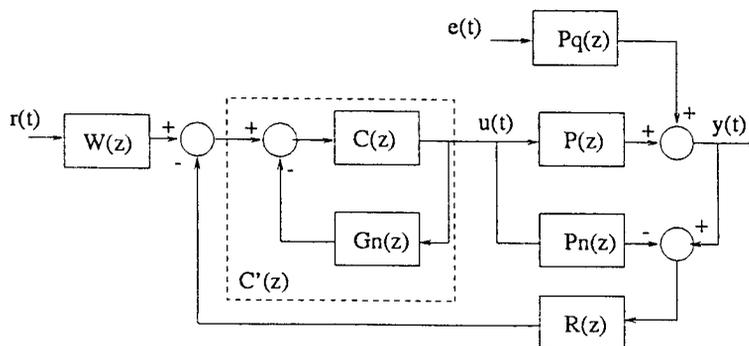


Figura 6.1: Diagrama de la estructura de control.

bucle cerrado del sistema de control, se calcula la relación entre la varianza (σ^2) del

ruido de entrada $e(t)$ y la varianza de la salida controlada (σ_y^2):

$$\sigma_y^2 = \frac{\sigma^2}{2\pi} \int_{-\pi}^{\pi} |H(e^{j\omega})|^2 d\omega, \tag{6.8}$$

donde $H(z^{-1})$ es la función de transferencia entre el ruido $e(t)$ y la salida $y(t)$, y se asume que el sistema en bucle cerrado es estable. Usando el diagrama de la figura 6.1, es posible calcular H como:

$$H = \frac{1 + G_n C (1 - z^{-d} R)}{1 + G_n C} \frac{1}{A\Delta}, \tag{6.9}$$

donde $R = 1$ en el caso del SP y $R = (1 - A\Delta)^d z^d$ en el caso del GPC.

Para comparar los resultados, el módulo de H se ha dibujado en la figura 6.2, en línea discontinua para el SP y en línea continua para el GPC.

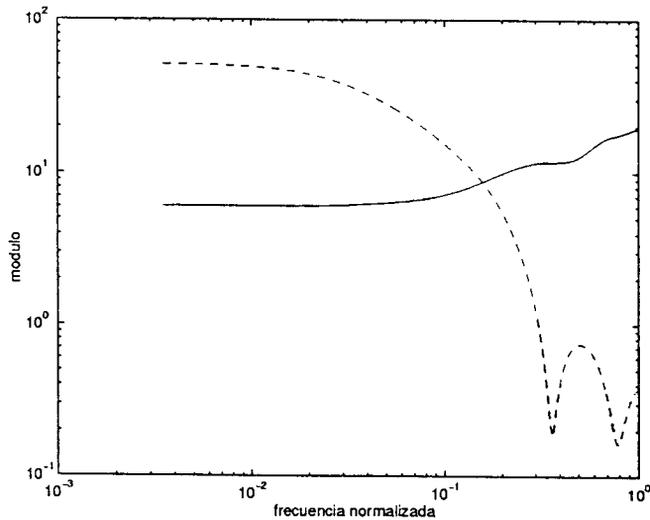


Figura 6.2: Módulo de H para el sistema controlado con el GPC (línea continua) y con el SP (línea discontinua).

Finalmente, si se calculan los valores de las varianzas para ambos casos se obtiene:

$$\sigma_y^2 |_{GPC} = 1.37 \sigma_y^2 |_{SP}. \tag{6.10}$$

Es decir, que la varianza de la salida del sistema controlado por el controlador de mínima varianza es, casi 40% mayor que la varianza de la salida que se obtiene usando el predictor de Smith, aún en el caso nominal. Considerando este resultado conjuntamente con las conclusiones del análisis de robustez del capítulo 3 se puede concluir que para este caso la solución “óptima” es menos robusta y tiene prestaciones inferiores que la solución clásica.

6.2.2 Ejemplo 2

Para comparar el comportamiento de los dos sistemas de control con una perturbación diferente (con otras características estocásticas) se utilizó el mismo modelo de proceso que en el ejemplo 1 pero con un modelo de perturbación ARIMA dado por la ecuación (6.5) con ϕ variando entre -1 y 1 .

En el primer ensayo de simulación se considera una referencia nula $w(t) = 0$ y no se consideraron perturbaciones deterministas. Asimismo, se supone que no hay errores de modelado de la planta ni de las perturbaciones. Con estas condiciones, se calculan los valores de la integral del error cuadrático entre la referencia y la salida (ISE) para diferentes valores de ϕ . Los resultados se comparan en la figura 6.3.

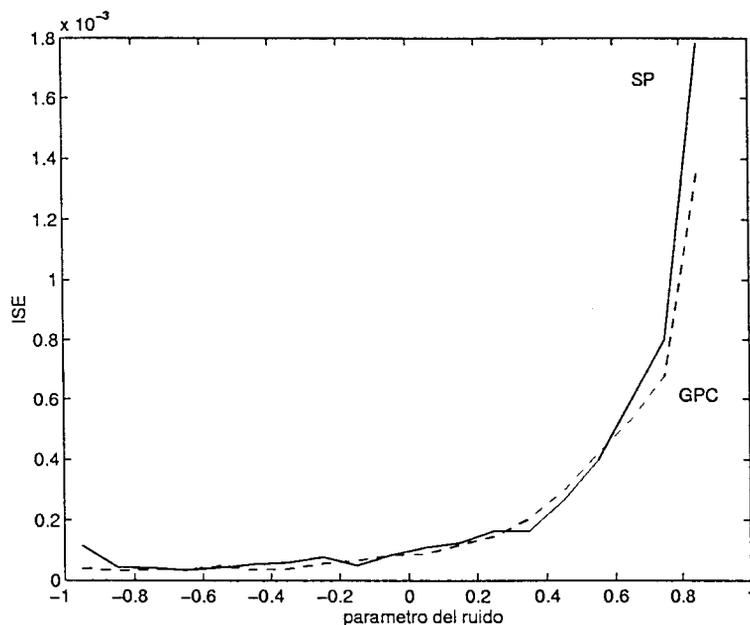


Figura 6.3: Valores del ISE para el sistema de control con el GPC (línea discontinua) y con el SP (línea continua) para diferentes valores de ϕ .

Los resultados de la figura 6.3 muestran que, nuevamente para este tipo de perturbación, en algunos casos el control óptimo no genera la solución “óptima” esperada. Observe, por ejemplo, los valores del ISE para ϕ entre 0.3 y 0.6.

La conclusión importante de este estudio es que las diferencias en el comportamiento de los dos sistemas se debe solamente a la estructura del predictor ya que el controlador primario es el mismo en ambos casos.

Para completar el análisis de este ejemplo se simulan los dos sistemas de control en las mismas condiciones que antes, pero considerando un cambio de consigna de 0 a 1 en $t = 0$ y de 1 a 0.5 en $t = 260$ muestras y con un valor fijo de ϕ , $\phi = 0.75$. Los resultados de la simulación para el caso de modelado perfecto se aprecian en la figura 6.4(a). En la figura 6.4(b) se ven los resultados de la simulación cuando se considera un error de estimación de la ganancia y del polo de la planta (el proceso real se simula con los polinomios $A(z^{-1}) = 1 - 0.92z^{-1}$ y $B(z^{-1}) = 0.12$).

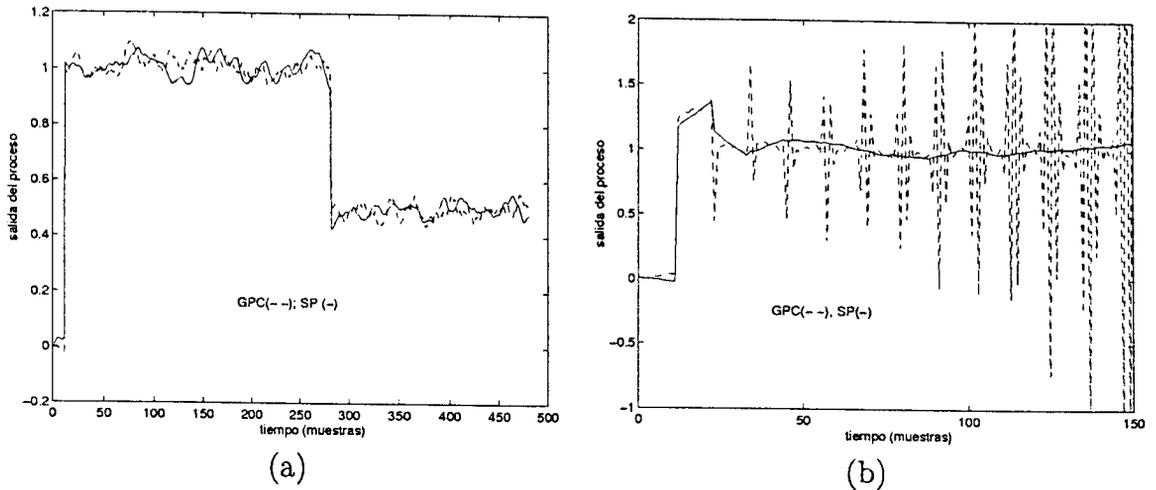


Figura 6.4: Respuesta del sistema controlado por el GPC (línea discontinua) y por el SP (línea continua) para $\phi = 0.75$: (a) caso nominal; (b) caso con error de modelado.

Se observa que los dos sistemas de control tienen un comportamiento similar para el caso nominal pero que la estructura basada en el SP es más robusta. Se observa que el sistema controlado por el GPC se hace inestable para errores de modelado muy pequeños.

6.2.3 Ejemplo 3

En este ejemplo se vuelve a considerar el mismo proceso del ejemplo 1 pero se utiliza un modelo de perturbaciones más complejo:

$$q(t) = \frac{1 + 0.7z^{-1}}{(1 - 0.9z^{-1})(1 + 0.4z^{-1})(1 - z^{-1})} \tag{6.11}$$

Se simulan cuatro casos diferentes utilizando siempre el mismo control primario en el GPC y en el SP. Para este caso se eligieron los parámetros del GPC: $\delta = 1$, $\lambda = 0$ y $N = 1$.

- Caso 1: $w(t) = 0$, sin errores de modelado de la planta y sin errores de estimación de las perturbaciones en el GPC.
- Caso 2: igual al caso 1 pero considerando un cambio de consigna de 0 a 1 en $t = 0$ y una perturbación del tipo escalón del 10% a la salida de la planta en $t = 60$ muestras.
- Caso 3: igual al caso 2 pero usando un modelo diferente de la perturbación en la simulación del proceso:

$$q_r(t) = \frac{1 + 0.8z^{-1}}{(1 - 0.9z^{-1})(1 + 0.3z^{-1})(1 - z^{-1})}. \quad (6.12)$$

- Caso 4: igual al caso 2 pero considerando errores de modelado del proceso. En este caso se simula el proceso con denominador $1 - 0.92z^{-1}$.

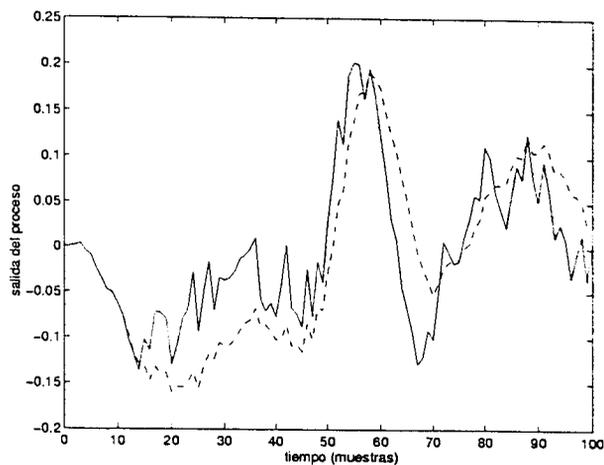
En todos los casos se calcula el índice de comportamiento ISE. Los resultados obtenidos se listan a continuación:

- Caso 1: $ISE_{GPC} = 0.648$ $ISE_{SP} = 0.941$
- Caso 2: $ISE_{GPC} = 12.07$ $ISE_{SP} = 11.87$
- Caso 3: $ISE_{GPC} = 11.50$ $ISE_{SP} = 11.23$
- Caso 4: $ISE_{GPC} = 1667$ $ISE_{SP} = 11.01$

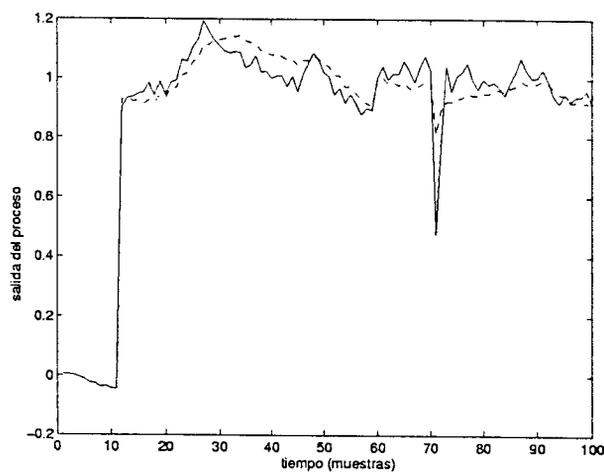
Se observa que para el caso 1 (modelo ideal y sin considerar cambios de consigna ni perturbaciones deterministas) el GPC tiene un comportamiento mejor que el SP. Pero en todos los otros casos, que simulan situaciones más cercanas a la realidad práctica, el SP siempre se comporta mejor que el GPC.

Las respuestas del sistema de control se pueden ver en la figura 6.5(a) para el caso 1, en la figura 6.5(b) para el caso 2 y en la figura 6.5(c) para el caso 4. Las respuestas del caso 3 no se muestran pues son muy parecidas a las del caso 2. Para poder apreciar mejor los resultados, en el caso 4, la simulación del sistema de control con el GPC (que es inestable en bucle cerrado) se interrumpió en $t = 70$ muestras.

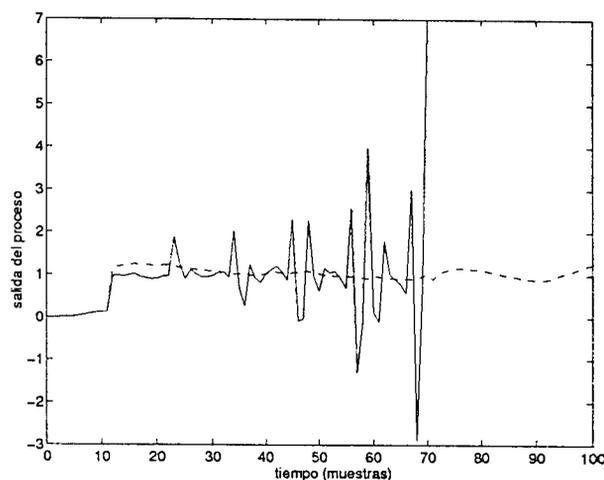
Para considerar otro caso, donde el ajuste del control primario es diferente, se utilizó otro ajuste del GPC: $\delta = 1$, $N = 10$ y $\lambda = 1$. En este caso el PI equivalente de la ecuación (6.7) tiene parámetros $k_1 = 2.75$ y $k_2 = 0.82$. El ruido se generó usando



(a)



(b)



(c)

Figura 6.5: Comportamiento del sistema controlado por el GPC (línea continua) y por el SP (línea discontinua): (a) para el caso 1, (b) para el caso 2 y (c) para el caso 4.

el mismo modelo de la ecuación (6.11). Los resultados obtenidos son similares a los anteriores: en el Caso 1 (modelo perfecto) se obtiene $ISE_{GPC} = 13.32$ y $ISE_{SP} = 13.28$ y cuando hay errores de modelado (en este caso se considera un error de dos muestras en la estimación del retardo) se obtiene $ISE_{GPC} = 29.07$ y $ISE_{SP} = 20.91$.

6.2.4 Interpretación de resultados

De los resultados obtenidos con estos ejemplos se puede concluir que:

- En algunas casos, el procedimiento utilizado por el GPC (y por otros controladores óptimos), que consiste en diseñar de forma óptima el predictor y el control primario en pasos separados, no es óptima.
- Como la solución del problema genera un mínimo del error cuadrático estimado pero no del error cuadrático real, la utilización del predictor óptimo dentro del sistema de control no es adecuada.
- La utilización de los polinomios T y D del GPC, que modelan exactamente las perturbaciones en el modelo de bucle abierto, no garantiza que se obtenga un mejor control en el bucle cerrado, ni siquiera en el caso nominal.
- En algunos casos, el comportamiento del GPC y del MVC es menos robusto que el del SP o de alguno de los DTCs estudiados en el capítulo 2. Debe destacarse que existe una dependencia muy fuerte entre el modelo de la perturbación y la robustez del sistema, y que si se utiliza un predictor diferente en el sistema de control (no necesariamente el predictor de Smith) el comportamiento en bucle cerrado del sistema global puede ser mejor que en el caso "óptimo". Esta es quizás la principal razón por la cual se utiliza el polinomio T en el GPC como un parámetro de diseño para mejorar la robustez del sistema y no como parte del modelo de las perturbaciones, como se analizó en los capítulos anteriores.

Por lo tanto, el resultado más importante de este análisis es que para los casos reales, donde no es posible encontrar un modelo exacto del proceso ni de las perturbaciones, el SP (u otra estructura de predicción y control no óptima) puede presentar mejor comportamiento que la solución óptima, inclusive cuando el sistema es afectado por perturbaciones del tipo ARIMA, para las cuales se calculó expresamente el predictor óptimo. Así, al menos para los procesos aquí analizados, la elección del predictor más adecuado en un sistema de control no depende únicamente de las características de

rechazo a las perturbaciones estocásticas sino también del comportamiento y de la robustez que se obtienen en bucle cerrado.

Estos contra-ejemplos sugieren que es necesario analizar el comportamiento en bucle cerrado de las estructuras de control basadas en predictores de una forma más general. En este nuevo enfoque, el diseño del predictor y del control primario debe ser realizado en un solo paso, considerando los efectos de la elección del predictor y del control en el bucle cerrado. Algunas ideas de como generar soluciones para este nuevo enfoque, llamado aquí de "Predicción para Control", se presentan en el próximo apartado.

6.3 El problema de predicción y control

Todos los sistemas de control basados en predictores que han sido presentados en la literatura calculan la predicción de la salida de la planta usando información de la entrada y salida reales y pueden ser representadas por el diagrama de bloques que se muestra en la figura 6.6. En este diagrama, que ha sido presentado en el capítulo 2, Q y R representan al predictor y C y W al control primario. En esta tesis, se han obtenido las expresiones de Q y R para los predictores de Smith y óptimo.

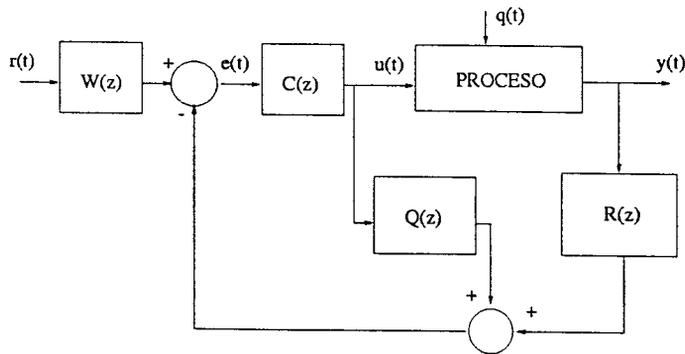


Figura 6.6: Estructura general de *predicción + control*.

El objetivo del diseño es calcular los cuatro bloques de esta estructura para conseguir que el sistema en bucle cerrado cumpla un conjunto de especificaciones. Estas especificaciones pueden considerar el rechazo de perturbaciones estocásticas y deterministas, el seguimiento de consignas y la robustez. En los casos en que se desee utilizar una función de coste para calcular el control, el procedimiento debe considerar las condiciones que deben ser verificadas por el predictor en bucle cerrado. Por estos motivos, la solución de un problema de optimización de este tipo es muy complejo y normalmente requiere un tiempo de cálculo elevado. Además, si se consideran las restricciones

en las variables del sistema, el problema es aún más complejo, ya que la solución final no puede representarse de forma lineal como en la figura 6.6.

En esta tesis se estudiará solamente el problema sin restricciones y se apuntarán dos caminos posibles para obtener la solución. Primero se presenta una solución clásica que utiliza ecuaciones polinómicas para encontrar los valores de los parámetros del sistema de control. En esta solución, solamente se consideran perturbaciones deterministas. En segundo lugar se propone solucionar un problema más complejo que también considera perturbaciones estocásticas. En este segundo caso el método propone utilizar las ideas de los algoritmos de búsqueda aleatoria (conocidos en la literatura inglesa como "randomized algorithms").

6.3.1 Una solución clásica

En este caso, el procedimiento de diseño sigue las mismas ideas presentadas en el capítulo 2 cuando se analizó el compensador de tiempos muertos unificado. Como se mostró en aquel capítulo, las relaciones entre la referencia y la salida ($L(z)$) y entre la perturbación a la entrada de la planta y la salida ($H(z)$) son:

$$\begin{aligned}\frac{y}{r} = L(z) &= \frac{W(z)C(z)P(z)}{1 + C(z)(P(z)R(z) + Q(z))}, \\ \frac{y}{q} = H(z) &= \frac{P(z)(1 + C(z)Q(z))}{1 + C(z)(P(z)R(z) + Q(z))}\end{aligned}\quad (6.13)$$

y el índice de robustez vale:

$$\Delta P(j\omega) = \frac{|1 + C(z)(P_n(z)R(z) + Q(z))|}{|C(z)R(z)|}, \quad z = e^{j\omega}, \omega \in [0, \pi]. \quad (6.14)$$

Y, como en el UDTC, se definen las funciones de transferencia $R(z)$ y $X(z)$ tales que:

$$Q = X - P_n R, \quad (6.15)$$

y se calculan las relaciones anteriores como:

$$L_n = \frac{CWP_n}{1 + CX}, \quad H_n = \frac{P_n(1 + CQ)}{1 + CX}, \quad \Delta P = \frac{|1 + CX|}{|CR|}. \quad (6.16)$$

El ajuste de C , W , R y X se hace como sigue:

- Si la planta es inestable o integradora, primero se elige R con características pasa bajos (de forma que pueda mejorar la robustez). En general se puede elegir: $R(z) = (\frac{1-\beta}{1-\beta z^{-1}})^\nu$, $0 < \beta < 1$ y $\nu \geq 1$. Si la planta es estable, se puede ajustar R después de elegir C y W , en el último paso del diseño.
- A continuación se elige X con los mismos polos inestables de P , para que Q sea estable y se garantice la estabilidad interna del sistema (como se explicó en el capítulo 2). En el caso general, X depende de la elección de R . Cuando la planta es estable, se puede elegir $Q = P_n(z^d - R) = G_n - P_n R$ y por lo tanto X se hace independiente del ajuste de R .
- En el siguiente paso se imponen las condiciones de régimen permanente. Así, para que el sistema rechace perturbaciones de carga constantes, Q debe ser nula en $z = 1$ y el control primario C debe tener acción integral. La condición de estabilidad y de régimen permanente permiten definir X (y por lo tanto Q) completamente.
- Una vez calculado X con las condiciones anteriores, los grados de libertad restantes de C y el filtro W se eligen para conseguir el comportamiento deseado para el bucle cerrado. Este ajuste puede hacerse por imposición de polos y ceros en las funciones de transferencia o por ajuste de la respuesta en frecuencia.
- En el último paso se analiza la robustez. En el caso estable, R se utiliza para ajustar el índice de robustez, utilizando para ello una estimación de las incertidumbres aditivas (DP) y la condición $|DP| < \Delta P$. Si la planta es inestable o integradora entonces R ya había sido elegido en el primer paso. Por lo tanto debe verificarse si el índice de robustez verifica la condición $|DP| < \Delta P$. Si la condición no se verifica, se vuelve al primer paso para aumentar β o ν y repetir el cálculo de X , C y W . Este procedimiento iterativo se repite hasta obtener la solución robusta deseada.

Claramente, el resultado final del ajuste del sistema de control no es óptimo, pero como se demostrará en algunos ejemplos, puede generar mejores resultados que los que se obtienen usando predictores y controles primarios “óptimos”.

Ejemplo 4:

Se considera en este ejemplo un sistema de segundo orden con retardo y dinámica oscilatoria:

$$P(s) = \frac{1}{1 + m_1 s + m_2 s^2} e^{-4s},$$

con $m_1 = 0.7418$, $m_2 = 0.1484$ y polo en $p = -2.5 + 0.7j$ en el caso nominal (los tiempos se miden en segundos). Se considera que los errores de estimación del retardo, de la ganancia y del polo son respectivamente del 10%, 5% y 10%. El periodo de muestreo se elige como $1/5$ de la inversa de la parte real del polo $T_s = 0.2(1/2.5) = 0.08$ segundos.

Se desea que el sistema en bucle cerrado tenga una respuesta a cambios de consigna con poca sobreoscilación y que se mantenga la estabilidad pese a los errores de estimación de los parámetros del proceso. En este caso, como la planta es estable se puede elegir $X = G_n$, por lo que R no afecta el cálculo del control primario. Como la planta es de orden 2, se elige un control primario de orden 2 con acción integral. El control final C es un PID que se ajusta para conseguir una respuesta con poca sobreoscilación. Para ello se elige el par polos dominantes del sistema en bucle cerrado en $z = 0.8 + j0.2$:

$$C = \frac{9.407z^2 - 14.45z + 5.646}{(z - 1)(z + .07)},$$

mientras que el filtro de referencia se elige simplemente como un filtro pasa bajos de ganancia 1 que cancela los ceros introducidos por el controlador:

$$W = \frac{0.603}{9.407z^2 - 14.45z + 5.646}.$$

El ajuste de R se hace para verificar la condición de robustez calculando DP para varios procesos con incertidumbres dentro de lo especificado. En este ejemplo se obtiene un buen resultado con:

$$R(z) = \left(\frac{0.3}{z - 0.7} \right).$$

El comportamiento en bucle cerrado del sistema se compara con el de un GPC calculado para que tenga la un comportamiento nominal similar al del control propuesto. En las simulaciones, se aplicó un cambio de consigna de 0 a 0.5 en $t = 0$ y una perturbación de carga de 0.2 en $t = 200$ muestras. Además, para simular ruido de medición, se le sumó ruido blanco integrado a la salida del proceso. El GPC se calcula utilizando los mismos polinomios que describen al ruido. Como se ve en la figura 6.7(a), ambos sistemas tienen la misma respuesta a los cambios de consigna pero el control propuesto (en línea discontinua) rechaza mejor la perturbación de carga. Además del gráfico, se calculó el índice de comportamiento ISE para los dos sistemas, obteniéndose para el GPC un $ISE_{GPC} = 14.86$ y para el control propuesto un $ISE_{PC} = 14.84$, lo que confirma que el comportamiento nominal es equivalente. Para comparar el comportamiento robusto del control propuesto con el del GPC se repitió la simulación usando un modelo del proceso con ganancia 1.05, polo en $p = -2.3 + j0.55$ y retardo de 4.3 segundos. Los resultados de la simulación se ven en la parte (b) de la figura. Como se puede observar, el sistema con el control propuesto es estable mientras que el controlado por el GPC es inestable. Para mejorar la respuesta del GPC se podría usar un polinomio

T diferente, pero esto también perjudicaría el rechazo de las perturbaciones, por lo que el comportamiento nominal sería peor que el del control propuesto. Así, para un comportamiento nominal equivalente, el control propuesto es más robusto que el GPC.

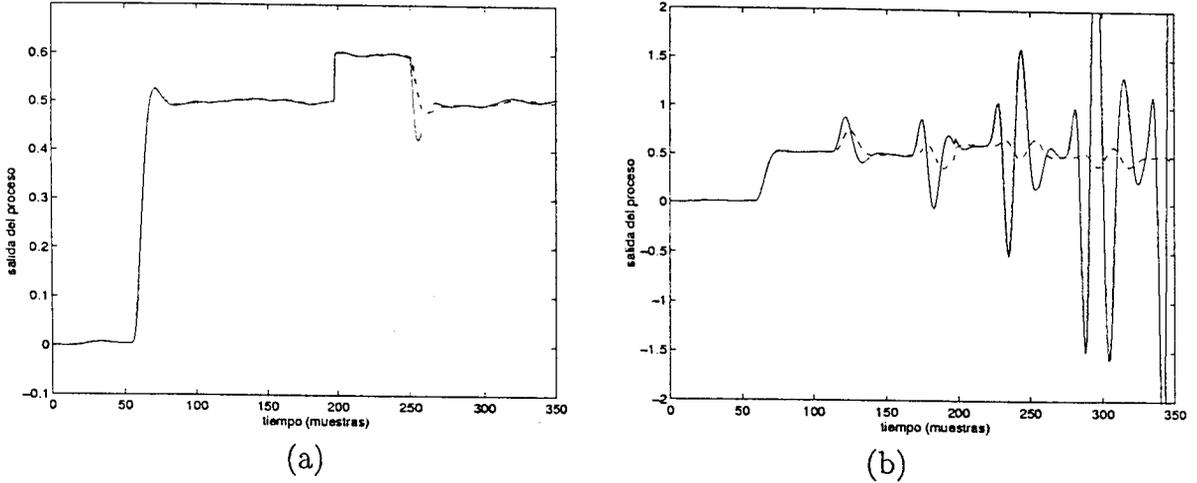


Figura 6.7: Comportamiento de los sistemas controlados por el GPC (línea continua) y por el control propuesto (línea discontinua): (a) caso nominal, (b) caso con error de modelado.

Ejemplo 5:

En este ejemplo se considera una planta inestable con retardo, cuyo modelo discreto es:

$$P(z) = \frac{z^{-2}}{1 - 1.1z^{-1}},$$

donde se supone que el retardo puede variar entre 1 y 2 muestras. Se desea obtener un sistema en bucle cerrado que siga a consignas constantes con sobreoscilación menor que el 5%. Además el sistema debe mantener la estabilidad robusta.

En este caso, como el proceso es inestable R debe elegirse primero. Se propone un filtro de primer orden con polo en $z = 0.8$:

$$R(z) = \frac{0.2z}{z - 0.8}.$$

Luego se elige X de primer orden, con su polo igual al de la planta y un cero que se calcula para que Q sea estable y $Q(1) = 0$. Con estas condiciones se obtiene:

$$X(z) = \frac{-3.333 + 4.333z^{-1}}{1 - 1.1z^{-1}},$$

por lo que:

$$Q(z) = \frac{-3.33(1 - z^{-1})}{1 - 0.8z^{-1}}.$$

Una vez calculados R y Q se ajusta el control primario para estabilizar a la planta equivalente X . En este caso, como la planta es de primer orden, se usa un PI en C . Usando el diagrama del lugar de las raíces para calcular la solución, se obtiene:

$$C(z) = \frac{0.28(1 - .9z^{-1})}{1 - z^{-1}}, \quad W = \frac{0.1}{1 - 0.9z^{-1}},$$

donde, como en el ejemplo anterior, el filtro de referencia tiene por objetivo eliminar el efecto del cero introducido por el PI y mejorar las respuestas a los cambios de consigna. En el paso final del diseño se analiza la robustez del sistema comparando el índice de robustez (que se obtiene con los bloques R , X y C calculados) con los errores de modelado estimados. En la figura 6.8 se muestran el índice de robustez (en línea discontinua) y el error de modelado (en línea continua) para un error de estimación del retardo de una muestra. Como se puede apreciar el controlador propuesto garantiza la estabilidad robusta en este caso.

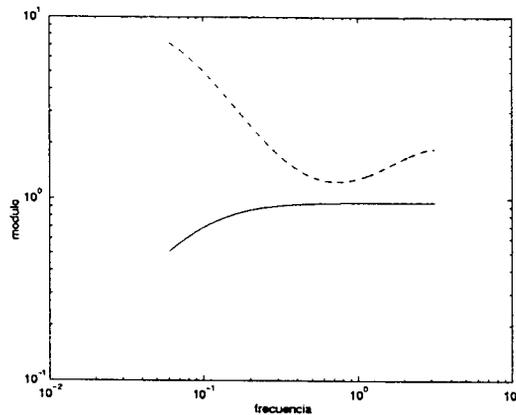


Figura 6.8: Índice de robustez (en línea discontinua) y el error de modelado (en línea continua).

La implementación de la ley de control se hace usando el diagrama de bloques de la figura 6.6. El comportamiento en bucle cerrado del sistema de control propuesto (en línea discontinua) se compara en la figura 6.9 con el de un GPC (en línea continua) calculado para obtener un comportamiento nominal similar al del control propuesto.

En las simulaciones se aplicó un cambio de consigna de 0 para 1 en $t = 0$ y una perturbación de carga de 0.1 en $t = 50$ muestras. En la parte (a) de la figura 6.9

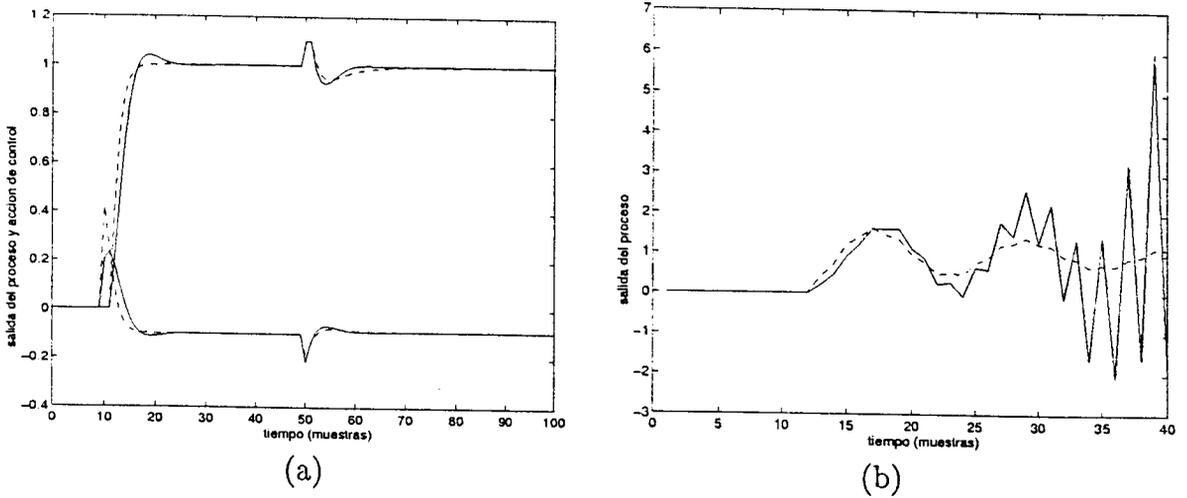


Figura 6.9: Comportamiento de los sistemas controlados por el GPC (línea continua) y por el control propuesto (línea discontinua): (a) caso nominal, (b) caso con error de modelado del retardo.

se ve como ambas respuestas y acciones de control son similares cuando el modelado es perfecto. Sin embargo cuando se simula al proceso con un error de estimación del retardo de una muestra, el GPC no puede mantener la estabilidad mientras que el control propuesto sí lo hace (ver figura 6.9(b)).

6.3.2 Una solución casi óptima

En este caso se analiza una solución más general, que considera perturbaciones estocásticas (modeladas como en el apartado 6.1) y tiene por objetivo minimizar una función de coste como la usada en el GPC:

$$J = \sum_{j=N_1}^{N_2} \delta(j)[\hat{y}(t+j|t) - w(t+j)]^2 + \sum_{j=1}^{N_2-d} \lambda(j)[\Delta u(t+j-1)]^2, \quad (6.17)$$

pero en este caso la predicción se calcula de manera diferente, usando una ecuación del tipo:

$$\hat{y}(t+j|t) = Q_j(z^{-1}) \Delta u(t+j-d-1) + R_j(z^{-1})y(t) \quad (6.18)$$

donde tanto las acciones de control futuras como los coeficientes de $Q_j(z^{-1})$ y $R_j(z^{-1})$ deben calcularse para minimizar J considerando las condiciones de robustez del sistema en bucle cerrado. De esta forma lo que se pretende es obtener un sistema de control que sea robusto y al mismo tiempo obtenga un mínimo de J que aproxime lo mejor

posible al mínimo del objetivo “real” del diseño, que es minimizar el verdadero error entre la referencia y la salida y no solamente el error estimado:

$$J \rightarrow \sum_{j=N_1}^{N_2} \delta(j)[y(t+j|t) - w(t+j)]^2 + \sum_{j=1}^{N_2-d} \lambda(j)[\Delta u(t+j-1)]^2. \quad (6.19)$$

La solución de este tipo de problema permite obtener la “mejor” estructura de *predicción + control* que verifica las especificaciones, pero generalmente, es un problema muy complejo y que necesita gran carga de cálculo para ser resuelto.

Para evitar tener que resolver un problema tan complejo, se propone aquí utilizar un enfoque diferente para su solución. En este enfoque, el objetivo es resolver el problema de forma aproximada y para casi todos los casos posibles y no de forma exacta y para todos los casos. Estas ideas son las utilizadas por los algoritmos de búsqueda aleatoria (del inglés “randomized algorithms”) [107]. Este tipo de solución puede ser aplicado directamente a los problemas de control que se formulan como la minimización de una función de coste en los parámetros del controlador. Se considera entonces que, si la planta varía dentro de una familia de plantas, es mejor utilizar una función de coste que considere el comportamiento medio del controlador, en vez de considerar una función que evalúe la peor situación dentro de las posibles, ya que las soluciones halladas en este último caso son siempre muy conservadoras.

Los algoritmos de búsqueda aleatoria han sido utilizados recientemente para la solución de diversos problemas de control [50, 105]. En esta tesis se mostrará cómo también pueden ser utilizadas para solucionar el problema de *predicción + control*. Por otro lado, como no es el objetivo de esta tesis estudiar con detalle estos problemas, solamente se presentarán las ideas básicas de este enfoque y un ejemplo de aplicación.

Para aplicar las ideas de los algoritmos de búsqueda aleatoria, se considera que la planta pertenece a una familia de plantas $G(x)$ (parametrizada en x) y que el controlador pertenece a una familia de controladores $C(y)$ (parametrizada en y). El objetivo es encontrar un controlador $C(y_0)$ que controle razonablemente bien a casi todas las plantas de la familia. En el caso del problema de *predicción + control* se utilizará la estructura de la figura 6.6, se definirán los órdenes de W, C, Q y R y un conjunto de especificaciones. El objetivo del algoritmo consiste en encontrar los coeficientes de las cuatro funciones de transferencia para que se cumplan las especificaciones.

Para calcular los parámetros del control, el algoritmo elige al azar m muestras de la planta en la familia $G(x)$ y n muestras del control en la familia $C(y)$. Luego, para cada par, el algoritmo calcula la función de coste que se haya definido en las especificaciones y

comprueba las condiciones de robustez. Así, para cada par (G_i, C_j) se calcula un índice de comportamiento (Φ_{ij}) que tiene en cuenta las prestaciones y la robustez. Cuando se han calculado los índices de comportamiento para las m plantas elegidas y un dado controlador j , se determina el valor medio del índice correspondiente al controlador j (Φ_j^*) . Finalmente, después de calcular las $m \times n$ combinaciones, se determina el mejor de todos los índices (Φ^*) y se obtiene el controlador solución.

Para la aplicación del procedimiento mencionado es necesario definir:

- una función de coste normalizada (con valores en el intervalo $[0, 1]$);
- el rango de variación de los parámetros de la planta y del controlador;
- un procedimiento para evaluar la función de coste;
- el número de plantas m y el número de controladores n que deben ser usados para aplicar el procedimiento aleatorio.

Resulta claro que la “bondad” de la solución depende del número de muestras elegidas y que cuanto mayor sea los números elegidos, mayor será la probabilidad de encontrar una solución próxima a la óptima. Lo interesante de este tipo de enfoque aleatorio es que se pueden elegir los valores de m y n de forma tal que se garantice una determinada “bondad” de la solución. En general, los valores de m y n dependen de tres factores:

- de un parámetro de confianza $\gamma \in (0, 1)$, que considera la posibilidad de fallo del algoritmo;
- de un parámetro de precisión $\epsilon \in (0, 1)$, que considera la diferencia entre el mínimo real y el mínimo “aproximado” que se obtiene;
- el parámetro de nivel $\alpha \in (0, 1)$, que considera la posibilidad de que eligiendo un controlador al azar, éste tenga un comportamiento mejor que el de la solución encontrada.

La elección de ϵ, γ y α se puede hacer como se propone en [107]:

$$n \geq \frac{\ln(2/\gamma)}{\alpha} \quad m \geq \frac{1}{2\epsilon^2} \ln \frac{4n}{\gamma} \quad (6.20)$$

donde se aprecia que menores valores de α, γ y ϵ generan mayores valores de m y n . Sin embargo debe destacarse que el crecimiento de m y n no es exponencial como en otros

problemas de control. El procedimiento de cálculo del sistema de control utilizando estas expresiones se ilustra en el siguiente ejemplo.

Ejemplo 6:

En este ejemplo se considera nuevamente una planta que se puede modelar por una función de transferencia de primer orden con retardo y que tiene un modelo discreto del tipo:

$$P(z) = \frac{(1-a)bz^{-1}}{1-az^{-1}}z^{-d},$$

donde se considera que sus parámetros pueden variar en los siguientes intervalos:

$$a \in [0.85, 0.95], \quad b \in [0.8, 1.2], \quad d \in [8, 12].$$

Esta situación es muy común en la práctica donde se utilizan diferentes modelos lineales de primer orden para representar el comportamiento del proceso en diferentes puntos de funcionamiento. Para este ejemplo también se consideran perturbaciones estocásticas representadas por el modelo de la ecuación (6.5) con $\phi = 0.5$.

Para este ejemplo, se considera como especificación de control que el sistema sea estable para todas las plantas de la familia y que se minimice la varianza de la salida del sistema. Como la planta es estable, se escoge una solución para la estructura de la figura 6.6 compuesta por un filtro pasa bajos en $R(z)$, un control PI en $C(z)$ y se elige $Q(z) = G_n(z) - P_n(z)R(z)$. El modelo nominal de la planta se elige como:

$$P_n(z) = \frac{0.1z^{-1}}{1-0.9z^{-1}}z^{-10}.$$

Con esta elección, la forma general para C y R se obtiene de:

$$R(z) = \left[\frac{1-d_f}{1-n_f} \right] \left[\frac{1-n_f z^{-1}}{1-d_f z^{-1}} \right], \quad C(z) = \frac{K_c(1-a_c z^{-1})}{1-z^{-1}},$$

donde

$$a_c \in [-1, 1], \quad K_c \in [0.02, 0.5], \quad d_f \in [0.5, 1]$$

y se impone que $d_f > n_f$ para que R sea pasa bajos. En este caso, el filtro W no se calcula pues no hay especificaciones de seguimiento de consignas.

Por lo tanto, el algoritmo deberá calcular los valores de los cuatro parámetros: K_c, a_c, n_f, d_f para obtener la varianza mínima posible manteniendo la estabilidad robusta del sistema. Así, en este caso, el índice de comportamiento $Y(p)$ se define como una función del vector de parámetros p ($p = [K_c, a_c, n_f, d_f]^T$) como:

- $Y(p) = 1$, si el sistema en bucle cerrado es inestable;
- $Y(p) = \frac{J}{1+J}$, si el sistema de control es estable.

La función J se calcula como la relación entre la varianza de la salida y de la entrada:

$$J = \frac{\sigma_y^2}{\sigma^2} = \frac{1}{2\pi} \int_{-\pi}^{\pi} |H(e^{j\omega})|^2 d\omega, \quad (6.21)$$

donde $H(z^{-1})$ es la función de transferencia entre $e(t)$ y $y(t)$ y se considera que el sistema en bucle cerrado es estable. Se observa que este ejemplo es un caso particular del planteado en la ecuación (6.17) donde se elige $\lambda = 0$, $\delta = 0$ y se utiliza un horizonte 1.

El algoritmo se aplicó para los siguientes valores: $\epsilon = 0.05$ y $\gamma = \alpha = 0.01$, para los cuales se obtuvo $m = 2453$ y $n = 528$. La solución final es:

$$p = [0.3750, -0.5356, 0.7633, 0.7515]^T.$$

Para comparar la solución obtenida con la de un control óptimo se calculó un GPC con $N = 10$, $\lambda = 0.5$, $\delta = 1$ y con los polinomios del predictor iguales a los del ruido. Se simularon ambos sistemas de control para el caso nominal y para un proceso con $a = 0.95$, $d = 8$ y $b = 1.1$. En las simulaciones se aplicó un escalón de perturbación a la salida del proceso en $t = 20$ muestras y no se aplicaron cambios de consigna. Además, se sumó a la salida una perturbación estocástica q generada con el modelo de la ecuación (6.5) con $\phi = 0.5$.

En la figura 6.10(a) se compara el comportamiento de ambos sistemas de control en el caso nominal y en la figura 6.10(b) en el caso de error de modelado.

Como se puede observar, el comportamiento nominal es similar. El GPC presenta menores amplitudes en la respuesta de rechazo del ruido, pero una sobreoscilación mayor en el transitorio de rechazo al escalón de perturbación. Pero cuando se consideran los errores de modelado el sistema controlado por el GPC se hace inestable (línea discontinua), mientras que el control propuesto mantiene un buen comportamiento (línea continua).

Para evaluar la solución del controlador propuesto, se muestran en la figura 6.11 el índice de robustez del sistema de control y los errores de modelado para varios procesos de la familia.

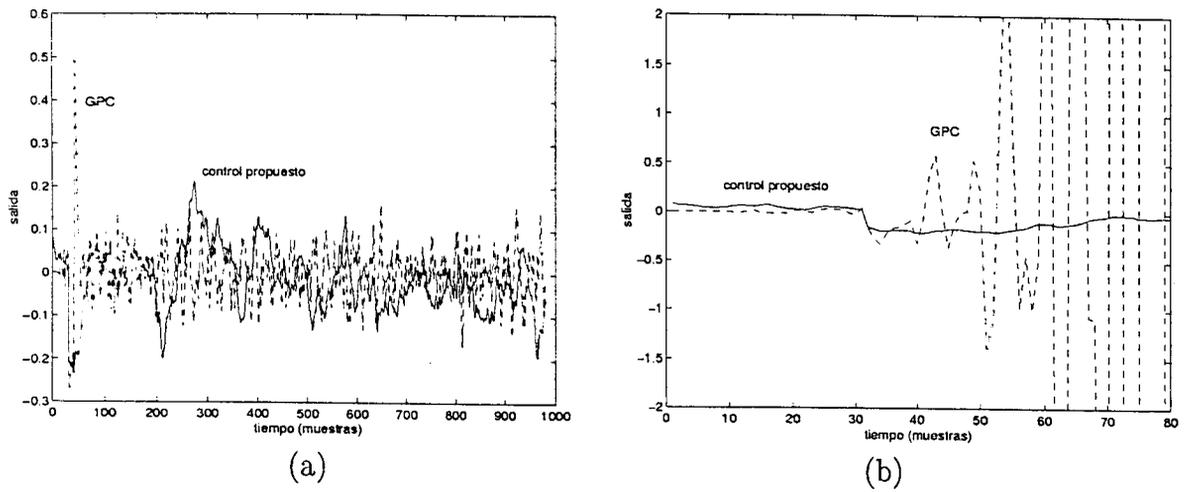


Figura 6.10: Comportamiento de los sistemas controlados por el GPC (línea discontinua) y por el control propuesto (línea continua): (a) caso nominal, (b) caso con error de modelado.

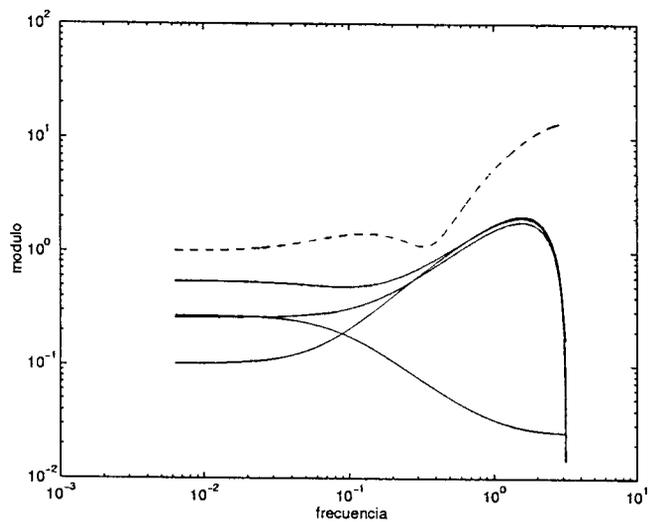


Figura 6.11: Error de modelado (línea continua) e índice de robustez (línea discontinua).

Como se observa, el sistema es estable para todos los casos.

Obsérvese que, para este ejemplo simple, podría encontrarse una solución similar a la encontrada aquí utilizando las técnicas estudiadas los capítulos 2 y 4. Sin embargo, para modelos de mayor orden, la solución exacta es muy compleja y los algoritmos de búsqueda aleatoria pueden ser una buena alternativa de solución para el problema de *predicción + control*.

6.4 Conclusiones de capítulo

En este capítulo se ha mostrado que los predictores calculados para funcionar de forma óptima en bucle abierto no son óptimos cuando funcionan en bucle cerrado. Por otro lado, se mostró que las estructuras de control basadas en el predictor de Smith pueden ser más robustas y ofrecer prestaciones equivalentes que las basadas en los predictores óptimos, inclusive en el caso de trabajar en las situaciones teóricamente consideradas por los predictores óptimos (cuando se consideran perturbaciones del tipo ARIMA). Estos resultados sugieren la presentación de un nuevo enfoque del problema de predicción y control, que hemos bautizado como “Predicción para Control”, donde se tiene en cuenta el efecto de los predictores en el bucle cerrado. La principal contribución en este capítulo es el planteamiento de este nuevo problema de control. También se apuntan en este capítulo algunas posibles soluciones. La primera, utilizando un ajuste robusto de la estructura a partir de técnicas polinomiales y la segunda, utilizando algoritmos de control de búsqueda aleatoria.

Capítulo 7

Conclusiones

Esta tesis ha intentado contribuir al mejor entendimiento del problema de control de sistemas con retardo cuando se utilizan estructuras basadas en predictores. El desarrollo y estudio de los diferentes métodos aquí presentados ha permitido comparar resultados de dos grandes áreas del control de sistemas con retardo: el área de los compensadores de tiempo muerto y el área del control predictivo basado en modelo. El estudio permite detectar las ventajas y desventajas de cada uno de estos enfoques.

Como contribuciones más destacables de esta tesis se pueden mencionar:

- Se ha puesto de manifiesto que, cuando se controlan procesos con retardo, la estructura de un controlador predictivo basado en modelo está compuesta por un predictor más un controlador primario. Este resultado, demostrado en esta tesis para el control predictivo generalizado para procesos de cualquier orden (monovariantes y multivariantes) es la generalización del estudio realizado por otros autores para el control de mínima varianza cuando se controlan plantas estables y para el GPC cuando se controlan procesos de primer orden con retardo. Esto permite realizar un estudio unificado de robustez y comportamiento de los compensadores de tiempo muerto y los controladores predictivos para procesos con retardo, y establecer un nexo de conexión entre dos áreas del control hasta ahora casi disjuntas.
- En el campo de los compensadores de tiempo muerto:
 - se ha realizado un estudio comparativo de diversas estructuras existentes en la literatura y se han propuesto modificaciones originales que permiten controlar plantas estables e integradoras con retardo que pueden ser modeladas

- por funciones de transferencia simples;
 - se han desarrollado técnicas de ajuste simples que permiten garantizar un buen compromiso entre robustez y comportamiento del sistema en bucle cerrado y pueden ser aplicadas a sistemas con retardos variables;
 - se han aplicado los controladores propuestos a plantas simuladas y reales y se ha mostrado que permiten obtener buenas prestaciones;
 - se ha propuesto un compensador de tiempos muertos unificado en el dominio discreto que reúne todas las propiedades de los algoritmos propuestos en la literatura y puede ser ajustado considerando especificaciones de robustez y comportamiento de bucle cerrado para todo tipo de proceso.
- En el campo del control predictivo:
 - se ha presentado un enfoque diferente del GPC considerando principalmente el efecto del retardo en el comportamiento del sistema en bucle cerrado y se han relacionado los resultados obtenidos con los generados por los compensadores de tiempo muerto, mostrando en todos los casos el vínculo entre las estructuras y el compromiso comportamiento-robustez;
 - se han estudiado los métodos de ajuste del GPC propuestos en la literatura para compararlos con los compensadores de tiempo muerto. De este análisis se deduce que la desintonización del predictor óptimo en el GPC permite mejorar su robustez y se muestra que el procedimiento de ajuste de los filtros en el DTC es más simple y efectivo que los propuestos en la literatura para los polinomios de filtrado del GPC;
 - se ha desarrollado un método original de ajuste de los polinomios de filtrado del GPC que puede ser aplicado a todo tipo de proceso (plantas estables, inestables y multivariantes). El método propuesto es simple y más apropiado para su utilización práctica en sistemas con retardo que los existentes en la literatura. Esto se debe principalmente a que desacopla los problemas de robustez y comportamiento nominal.
 - Los resultados comparativos presentados en la tesis muestran que la principal ventaja de los DTC es que su estructura de predicción es más simple de diseñar y ajustar que la del GPC y al mismo tiempo permite obtener mejores comportamientos en bucle cerrado. Por otro lado la principal ventaja del GPC es que el ajuste del control primario es más simple que en el DTC, principalmente para procesos complejos, y que puede considerar las restricciones en el cálculo de la ley de control. Usando estas ideas:
 - se ha propuesto un nuevo algoritmo de control predictivo basado en modelo (que se ha bautizado con el nombre de control predictivo generalizado basado en el predictor de Smith, SPGPC) que reúne las buenas propiedades del DTC y

- del GPC para el control de procesos estables (mono y multivariables). Este nuevo algoritmo contribuye a la simplificación y mejora de los resultados obtenidos tanto con el GPC como con el DTC y permite su utilización de forma fiable en la práctica, garantizando buen comportamiento y robustez;
- se ha aplicado el algoritmo en diversos sistemas simulados y reales, y se han comprobado sus buenas cualidades.
 - Finalmente se ha realizado un estudio del problema de eliminación de perturbaciones estocásticas de las diferentes estructuras estudiadas en los capítulos anteriores. En este estudio se ha demostrado que, aún en el caso ideal, los sistemas de control basados en predictores óptimos y leyes de control óptimas no generan las mejores soluciones. Sumando estas conclusiones con todos los resultados anteriores:
 - se ha mostrado que la solución del problema de control de sistemas con tiempo muerto usando predictores no debe ser abordada en dos pasos como se hace en todas las estrategias de control tradicionales. Por el contrario, el proyecto de los sistemas de control, en este caso, debe hacerse de forma global considerando las especificaciones de bucle cerrado y la robustez;
 - se ha propuesto una estructura general de *control + predictor*, se ha planteado un nuevo problema de control bautizado en esta tesis como “Predicción para Control” y se han delineado dos procedimientos de síntesis.

Como trabajos futuros se pretende concluir la implementación del algoritmo SPGPC multivariable con restricciones en un sistema industrial de control y realizar ensayos en plantas industriales. La implementación del sistema está en fase de conclusión en un proyecto que mantiene el Departamento de Ingeniería de Sistemas y Automática de la Universidad de Sevilla con la empresa Procisa. Ya para el control de sistemas simples con retardo se prevé la puesta en marcha de varios de los algoritmos propuestos en el capítulo 2 para controlar procesos industriales. Dentro del campo de la robótica móvil los estudios se orientarán a los problemas de la teleoperación donde los retardos son un factor determinante.

Apéndice A

Descripción de las incertidumbres

Las incertidumbres en el modelado de un proceso pueden tener diversas causas [100]:

- los valores nominales de los parámetros del modelo son siempre aproximaciones de los valores reales;
- los valores nominales de los parámetros del modelo pueden variar debido a las no linealidades del proceso o a cambios en el punto de operación;
- siempre existen errores en la medición de las variables;
- generalmente no se conoce la estructura del proceso en alta frecuencia;
- en general, por simplicidad, se utilizan modelos de bajo orden para representar dinámicas más complejas, lo que ocasiona errores de modelado normalmente conocidos como dinámica no modelada.

Estas incertidumbres son normalmente agrupadas en dos grandes clases: (i) las paramétricas o estructuradas, cuando se supone conocida la estructura del modelo y solamente se desconocen los valores de los parámetros y (ii) las no estructuradas, que representan a la dinámica no considerada por el modelo elegido para el proceso. Para describir un modelo y sus incertidumbres como en el primer grupo, es necesario definir con detalle el modelo nominal y establecer para cada uno de sus parámetros el rango de variación admitido. En el caso de que sea posible representar al sistema con un modelo de este tipo, la descripción será, en general, una muy buena aproximación de la realidad. Sin embargo, en la práctica, este procedimiento requiere un esfuerzo muy

grande a la hora de calcular el modelo y no permite incluir a las dinámicas no modeladas que generalmente están presentes en el procedimiento de obtención de los modelos de procesos industriales. Por otro lado, usando este tipo de modelo del proceso, los métodos numéricos que deben utilizarse para el diseño de los controladores son más complejos que en el caso de la descripción no estructurada de las incertidumbres.

Por estos motivos, la representación de las incertidumbres en el dominio de la frecuencia de una forma no estructurada es comúnmente usada en el diseño de los controladores y será adoptada en esta tesis.

En éste segundo grupo, las incertidumbres se representan considerando que la planta real pertenece a una familia de posibles plantas que se encuentran en las proximidades de un modelo nominal: $P(s) = P_n(s) + DP(s)$ o $P(s) = P_n(s)(1 + dP(s))$. Así, $DP(s)$ (o $dP(s)$) define regiones en el plano complejo en forma de discos, centrados en los valores de la planta nominal $P_n(s)$. Resulta claro que este tipo de modelo puede tratar de una forma simple a las incertidumbres causadas por las dinámicas no modeladas y que, quizás, sea la mejor forma de cuantificar ese tipo de errores de modelado [87]. Por otro lado, esta forma de tratar a las incertidumbres puede llevar, en algunos casos, a conseguir resultados conservadores en el ajuste de los controladores [52].

En algunos casos es interesante representar a las incertidumbres paramétricas en el dominio de la frecuencia. En estos casos se considera una descripción del proceso con modelo nominal $P_n(s)$, parámetros nominales pn_i y rango de variación de cada parámetro dado por los intervalos $[l_i, u_i]$ para cada parámetro i . A partir de estos datos es posible construir una región de incertidumbres en el dominio de la frecuencia variando los parámetros en cada intervalo y calculando el valor de $P(s)$ para cada frecuencia y cada conjunto de parámetros. Lógicamente, este procedimiento llevará a la obtención de regiones en la frecuencia de formas complejas. Para simplificar el análisis, es posible aproximar estas regiones por discos, de forma tal que la región resultante sea una descripción aditiva no estructurada de las incertidumbres $DP(s)$. Resulta claro ver que, con este procedimiento, los resultados siempre serán conservadores, ya que se estarán incluyendo dentro del modelo a incertidumbres no reales. Sin embargo, existen algunas situaciones donde es posible calcular exactamente la forma de la región a partir de los errores en los parámetros. En estos casos, los resultados no son conservadores y permiten tratar las incertidumbres paramétricas en el dominio de la frecuencia.

Para el caso particular de plantas que pueden ser modeladas por una función de transferencia de primer orden con retardo, Laughling y Morari [53] presentaron una forma de calcular exactamente la descripción frecuencial de las incertidumbres cuando la ganancia, la constante de tiempo y el retardo del modelo varían en intervalos definidos. Como ya se ha mencionado en esta tesis, este tipo de modelo es comúnmente

usado en la industria de procesos, donde el ensayo de respuesta al escalón es el método más usado para identificar al modelo del proceso, inclusive en el caso de sistemas multivariados como columnas de destilación, reactores, etc. [47, 16, 27].

En general, debido a las no linealidades del proceso y a los cambios de puntos de operación, es común que se identifiquen diversos modelos de primer orden para representar la dinámica de la planta. Así, se puede considerar un único modelo de primer orden con retardo (con tres parámetros) y un rango de variación para cada uno:

$$P(s) = \frac{K}{1 + Ts} e^{-Ls}, \quad (\text{A.1})$$

donde $K \in [K_l, K_u]$, $T \in [T_l, T_u]$ y $L \in [L_l, L_u]$.

Así, definiendo:

$$K_o = \frac{K_u + K_l}{2}, \quad T_o = \frac{T_u + T_l}{2}, \quad L_o = \frac{L_u + L_l}{2}, \quad (\text{A.2})$$

$$\Delta K = |K_u - K_o| < |K_o|, \quad \Delta T = |T_u - T_o| < |T_o|, \quad \Delta L = |L_u - L_o| < |L_o|, \quad (\text{A.3})$$

el máximo del módulo de las incertidumbres multiplicativas ($\overline{dP}(\omega)$) se calcula como: [53]:

$$\overline{dP}(\omega) = \left| \frac{|K_o| + \Delta K}{|K_o|} \frac{jT_o\omega + 1}{j(T_o - \Delta T)\omega + 1} e^{j\Delta L\omega} - 1 \right|, \quad \forall \omega < \omega^\circ, \quad (\text{A.4})$$

$$\overline{dP}(\omega) = \left| \frac{|K_o| + \Delta K}{|K_o|} \frac{jT_o\omega + 1}{j(T_o - \Delta T)\omega + 1} \right| + 1, \quad \forall \omega \geq \omega^\circ, \quad (\text{A.5})$$

donde ω° verifica:

$$\Delta L\omega^\circ + \arctan \left[\frac{\Delta T\omega^\circ}{T_o(T_o - \Delta T)\omega^{\circ 2} + 1} \right] = \pi, \quad \forall \pi/2 \leq \Delta L\omega^\circ \leq \pi. \quad (\text{A.6})$$

Las formulas anteriores se simplifican bastante en el caso de tener errores solamente en la ganancia o en el retardo.

Finalmente, para representar la dinámica no modelada, normalmente se utilizan funciones de transferencia simples para describir la forma de \overline{dP} en la frecuencia, como por ejemplo la propuesta en [100]:

$$\overline{dP}(\omega) = \left| \frac{r_o + \tau s}{1 + s\tau/r_1} \right|, \quad (\text{A.7})$$

donde r_o es la incertidumbre relativa en régimen permanente, $1/\tau$ es la frecuencia a la cual la incertidumbre relativa alcanza el 100% y r_1 es el valor de la incertidumbre en altas frecuencias. En la práctica, el ajuste de estos tres parámetros depende de las características particulares del proceso.

Los modelos no estructurados anteriores son utilizados en esta tesis para la descripción de las incertidumbres en el caso continuo. Para representar las incertidumbres en el caso discreto, se utilizan las funciones de transferencia discretas equivalentes, calculadas utilizando el método de discretización que se aplica para obtener el modelo nominal de la planta.

Apéndice B

Descripción de la planta piloto

Como banco de pruebas de nuevas estrategias de control se dispone en el laboratorio del Departamento de Ingeniería de Sistemas y Automática de la Universidad de Sevilla de una planta piloto para control e instrumentación industrial. Esta planta es básicamente un sistema con agua como fluido de trabajo en el que pueden tener lugar diversos procesos termodinámicos con intercambio de masa y energía. En esencia consiste en un depósito con calentamiento interno con una serie de tuberías de entrada y salida y un circuito de recirculación con un intercambiador de calor.

El diseño de la planta permite el ensayo de diversas estrategias de control en un gran número de lazos. Según la configuración elegida se puede controlar temperatura, caudal, presión o nivel. Para ello se dispone de cuatro actuadores: tres válvulas automáticas y una resistencia eléctrica que calienta el interior del depósito.

El esquema de la planta se muestra en la figura B.1 donde se señalan los principales elementos así como la localización de los diversos instrumentos.

Los principales elementos que la forman son:

- Circuito de alimentación. La planta dispone de dos tuberías de entrada, una de agua fría (a temperatura ambiente) y otra de agua caliente (a unos 70 °C) con unas condiciones nominales de caudal y presión de 10 l/min y 2 bar para el agua fría y 5 l/min y 1 bar para la caliente. Las temperaturas y caudales de entradas son medidos con termopares y placas-orificio respectivamente, disponiendo de válvulas para la regulación de los caudales de entrada.
- Depósito. Es un tanque de 1 m de altura y 20 cm de diámetro interior, térmica-

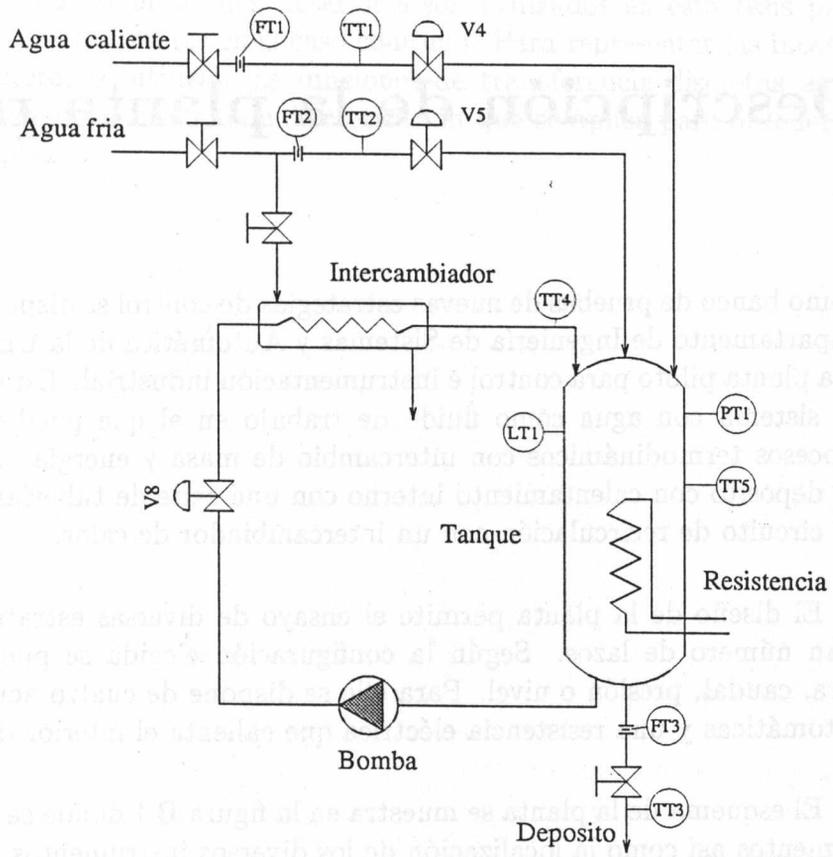


Figura B.1: Esquema general de la planta.

mente aislado, con un volumen aproximado de 31 l. Puede trabajar presurizado (hasta un límite de 4 bar) o a presión atmosférica, según la posición de una válvula de venteo. Dispone en su interior de una resistencia eléctrica de 15 kW para calentamiento, así como de un rebosadero, una tubería de salida y otra para la recirculación del agua a través del intercambiador.

- Circuito de recirculación. El agua caliente del depósito puede ser enfriada con la entrada de agua fría mediante el circuito de refrigeración. Este circuito consta de una bomba centrífuga que hace circular el agua caliente de la parte inferior del depósito a través de un intercambiador de calor de haz tubular, para retornar a menor temperatura a la parte superior del mismo.

B.1 Control de la planta

Para el control de la instalación se dispone de un sistema de control distribuido INTEGRAL CUBE de ORSI AUTOMAZIONE, formado por un controlador y un supervisor conectados por una red local de alta velocidad. El primero de ellos se encarga de ejecutar las rutinas de control digital mientras que el segundo actúa como plataforma de programación y comunicación con el operador. En este sistema se implantaron los algoritmos PPI y FPPI vistos anteriormente.

Este sistema de control constituye un ejemplo típico de controlador industrial, recogiendo las características más usuales de sistemas de tamaño medio que pueden encontrarse hoy día en el mercado.

B.2 Control de la temperatura de salida del intercambiador

Dentro de la planta, se puede considerar el intercambiador de calor como proceso independiente. El intercambiador hace disminuir la temperatura del agua de recirculación, impulsada por la bomba, usando para ello un caudal constante de agua fría. La forma de controlar la temperatura de salida es haciendo variar el caudal de agua de recirculación con la válvula V8; se consigue pues la temperatura deseada a costa de variaciones en el caudal. En definitiva el intercambiador no es más que un haz de tubos con agua caliente en su interior que intercambia calor con el agua fría exterior. Se puede considerar pues formado por un gran número de elementos de primer orden

que unidos se comportan como un sistema de primer orden con retardo puro. Por ello se va a aproximar el sistema $TT4 - V8$ por una función de transferencia de ese tipo.

Para identificar los parámetros del proceso se utiliza la curva de reacción, trabajando en las proximidades de $35^{\circ}C$ y asumiendo que el proceso es de primer orden con retardo. Los ensayos se realizan en bucle abierto variando la abertura de la válvula $V8$ y midiendo la evolución de $TT4$. Realizando varios ensayos se determinaron intervalos de variación para cada uno de los parámetros del modelo nominal del capítulo 2. La ganancia K_p varía entre $0.08^{\circ}C/\%$ y $0.15^{\circ}C/\%$, la constante de tiempo T varía entre 5.7 y 6.3 segundos. El retardo del sistema depende de la localización del sensor. Cuando éste se sitúa en la posición más cercana a la salida del intercambiador, el retardo estimado en los ensayos varía entre 2 y 4.5 segundos. En la otra posición el retardo estimado varía entre 12 y 16 segundos.

Apéndice C

Descripción de la planta solar. Modelo de los colectores incluyendo el retardo de transporte variable

El proceso a controlar con el FPPI se trata del campo de colectores solares distribuidos de la Plataforma Solar de Tabernas, Almería. Este campo consiste básicamente (ver figura C.1) en una tubería por la que circula aceite y sobre la cual se concentra la radiación solar por medio de espejos cilindro-parabólicos, los cuales siguen el movimiento del sol en un eje. Se dispone en total de 480 módulos agrupados en diez lazos paralelos, cada uno de los cuales mide 172 metros (de los cuales 30 son pasivos, es decir, no reciben la radiación concentrada). El aceite se calienta tras atravesar el campo y se introduce entonces en un tanque de almacenamiento para ser usado en la producción de electricidad o bien en una planta desalinizadora. El aceite extraído de la parte inferior del tanque (donde la temperatura es menor) vuelve a recircular por el campo. Además se dispone de una válvula de tres vías que permite la recirculación del aceite hasta que éste alcanza una temperatura adecuada para entrar en el tanque de almacenamiento. Una descripción más completa del campo se puede encontrar en [9].

Una característica determinante de una planta solar es que la fuente de energía no puede ser manipulada. Además, la intensidad de la radiación solar depende de las variaciones cíclicas diarias y estacionales así como de las nubes, humedad ambiental o transparencia del aire. El objetivo del sistema de control es mantener una temperatura de salida del aceite constante a pesar de las cambiantes condiciones de operación. Este objetivo se logra variando el caudal de fluido a través del campo.

El mantenimiento de una temperatura constante a lo largo del día mientras las condiciones solares cambian requiere amplias variaciones en el caudal, lo que da lugar a una variación considerable de la dinámica del proceso. Debido a la dinámica tan variable que posee y a las fuertes perturbaciones, esta planta es difícil de controlar utilizando un control de parámetros fijos.

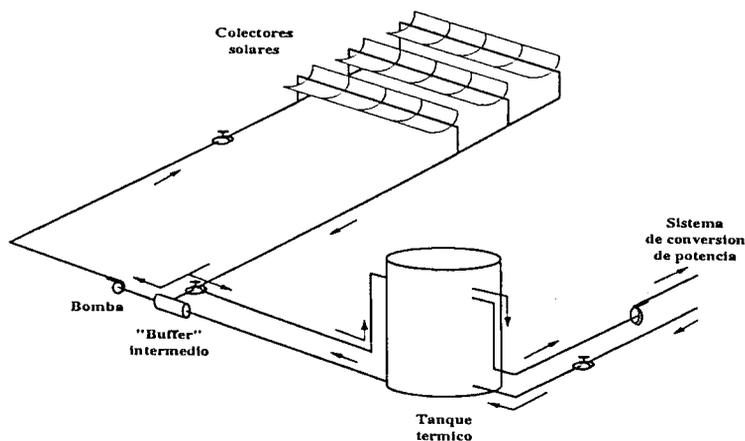


Figura C.1: Diagrama de la planta solar.

Desde el punto de vista del control, para garantizar una operación segura, la variable controlada es normalmente la temperatura de salida más alta de entre todos los lazos del sistema en cada período de muestreo. Sin embargo, existen algunas situaciones en las cuales el aceite caliente se utiliza directamente para alimentar el sistema intercambiador de calor que genera la energía eléctrica o que se usa para la planta desalinizadora. En estos casos, es preferible controlar la temperatura del aceite de entrada al tanque de almacenamiento. Así, la longitud considerable de la tubería que une al tanque con la salida del campo de colectores introduce un retardo grande y variable en la dinámica del proceso que se desea controlar. Este retardo es dependiente del caudal que circula por las tuberías, que varía continuamente durante la operación.

La dinámica de la planta puede ser representada por un conjunto de ecuaciones diferenciales no lineales y de parámetros distribuidos que describen los procesos de balance de masas y energía dentro del sistema. Para realizar simulaciones con diferentes técnicas de control, se ha desarrollado un modelo no lineal de parámetros distribuidos [18, 10]. La temperatura del campo de colectores puede ser calculada a partir del modelo:

$$\rho_m C_m A_m \frac{\partial T_m}{\partial t} = I n_o D - H_1 G (T_m - T_a) - L H_t (T_m - T_f),$$

$$L H_t (T_m - T_f) = \rho_f C_f A_f \frac{\partial T_f}{\partial t} + \rho_f C_f \dot{q} \frac{\partial T_f}{\partial x},$$

donde el sub-índice m hace referencia a “metal” y f a “fluido”. Los demás parámetros son: ρ : densidad, C : capacidad del campo, A : área transversal, T : temperatura de salida, I : radiación solar, n_o : eficiencia óptica, H_1 : coeficiente de pérdida térmica, D : ancho de los espejos, H_t : coeficiente de transmisión metal-fluido, G : diámetro exterior de las tuberías, L : diámetro interno de la tubería, \dot{q} : caudal de aceite. Estas ecuaciones se aplican solamente a las zonas activas del campo, donde se colecta la radiación solar. Existen otras zonas del campo, llamadas pasivas, donde no es posible colectar la irradiación. Estas zonas constituyen una parte considerable del campo y se caracterizan por tener un coeficiente de pérdida térmica diferente. Las ecuaciones anteriores se utilizan para simular el sistema en un ordenador dividiendo cada lazo en cien trozos y considerando un modelo de parámetros concentrados en cada trozo. El comportamiento dinámico del modelo se contrastó con datos reales del campo de colectores en [18, 10] obteniéndose muy buenos resultados en el caso de controlar la temperatura de salida del campo.

Para poder utilizar el modelo anterior en el caso de largas tuberías pasivas (como es el caso del transporte del aceite desde la salida del campo hasta el tanque) se introdujeron algunas modificaciones. En el caso de retardo de transporte pequeño, puede utilizarse un paso de integración constante en la formulación discreta basada en la transformación de Euler. Si se hace necesario usar un paso de integración variable, como cuando el retardo es grande, este tipo de transformación tiene problemas de estabilidad numérica. Una alternativa para solucionar este problema es utilizar otro tipo de transformación [61]. Otra solución consiste en aproximar el efecto del retardo en el sistema utilizando ecuaciones como las presentadas en el capítulo 2 (ver ecuación 2.43). De esta forma, el efecto del retardo puede ser incluido en el modelo de simulación no lineal. Como se muestra en [96], las características dinámicas de la tubería que une las salidas de los lazos con el tanque de almacenamiento se pueden representar por un sistema con ganancia menor que 1, una constante de tiempo de 2 a 3 minutos y un retardo variable. Así, esta aproximación se utiliza para modificar el modelo no lineal existente y considerar los efectos dinámicos introducidos por la larga tubería. El modelo no lineal modificado ha sido validado con datos experimentales obtenidos con el campo operando en bucle cerrado [96]. Como ejemplo de la validación en la figura C.2 se muestran los resultados obtenidos en el campo ACUREX. En la figura se comparan las temperaturas de salida del campo y de entrada en el tanque del sistema real con las del modelo no lineal obtenido. Como se puede observar, los resultados son muy aproximados, sobre todo en horario próximo del medio día.

Los buenos resultados del modelo permiten asegurar que es una plataforma adecuada para el ensayo de técnicas de compensación de retardos que deseen ser implementadas en el campo real.

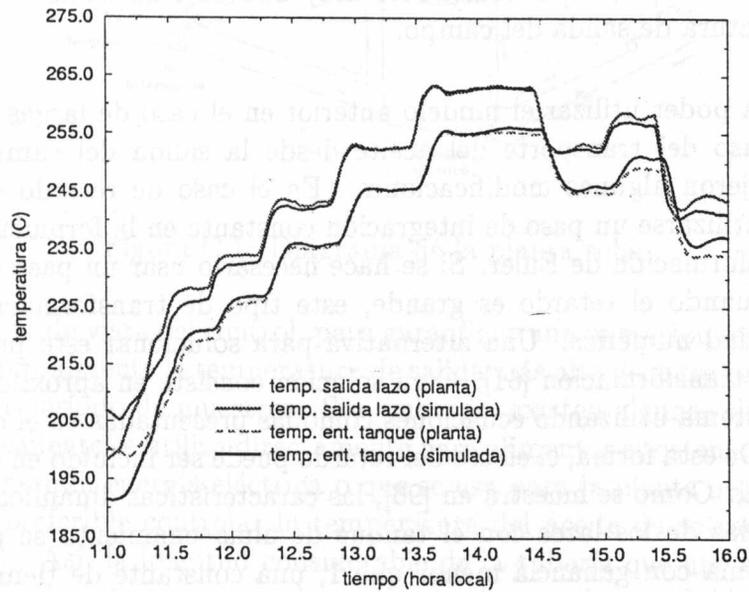


Figura C.2: Validación del modelo no lineal.

Apéndice D

Cálculo del control primario en el MIMO-SPGPC

Para calcular el control primario MIMO del SPGPC compuesto por $C(z)$ y el filtro de referencia $F_r(z)$, se utilizará el siguiente procedimiento. Primero se calcula la solución de la ecuación diofántica de $t + d_i + 1$ a $t + d_i + N_{0i}$ como función de $\hat{y}_i(t + d_i)$ y $\Delta u(t)$ [16]:

$$1 = E_{ik}(z^{-1})\tilde{A}_i(z^{-1}) + z^{-k}F_{ik}(z^{-1}), \quad (\text{D.1})$$

que resulta en la predicción óptima:

$$\hat{y}_i(t + d_i + k|t) = \sum_{j=1}^m E_{ik}(z^{-1})B_{ij}(z^{-1}) \Delta u_j(t + k - 1) + F_{ik}(z^{-1})\hat{y}_i(t + d_i|t), \quad (\text{D.2})$$

que puede expresarse como:

$$\hat{y}_i(t + d_i + k|t) = \sum_{j=1}^m H_{ijk}(z^{-1})\Delta u_j(t + k - 1) + \sum_{j=1}^m Hp_{ijk}(z^{-1})\Delta u_j(t) + F_{ik}(z^{-1})\hat{y}_i(t + d_i|t), \quad (\text{D.3})$$

donde

$$E_{ik}(z^{-1})B_{ij}(z^{-1}) = H_{ijk}(z^{-1}) + z^{-(k-1)}Hp_{ijk}(z^{-1}), \quad (\text{D.4})$$

esto es, los dos términos consideran, respectivamente, el futuro y el pasado de la acción de control. Así, definiendo el conjunto de predicciones óptimas como: $\mathbf{y} = [\mathbf{y}_1^T \mathbf{y}_2^T \cdots \mathbf{y}_n^T]^T$, con

$$\mathbf{y}_i = [\hat{y}_i(t + d_i + 1|t) \hat{y}_i(t + d_i + 2|t) \cdots \hat{y}_i(t + d_i + N_{0i}|t)]^T, \quad (\text{D.5})$$

y \mathbf{f}_{ri} como la respuesta libre de $y_i(t)$,

$$\mathbf{f}_{ri} = [f_{ri}(t + d_i + 1) \cdots f_{ri}(t + d_i + N_{0i})]^T, \quad (\text{D.6})$$

con

$$f_{ri}(t + d_i + k) = \sum_{j=1}^m H p_{ijk}(z^{-1}) \Delta u_j(t) + F_{ik}(z^{-1}) \hat{y}_i(t + d_i|t), \quad (\text{D.7})$$

la predicción de la salida se calcula como:

$$\begin{bmatrix} \mathbf{y}_1 \\ \mathbf{y}_2 \\ \vdots \\ \mathbf{y}_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{H}_{11} & \mathbf{H}_{12} & \cdots & \mathbf{H}_{1m} \\ \mathbf{H}_{21} & \mathbf{H}_{22} & \cdots & \mathbf{H}_{2m} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \mathbf{H}_{n1} & \mathbf{H}_{n2} & \cdots & \mathbf{H}_{nm} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{u}_{f1} \\ \mathbf{u}_{f2} \\ \vdots \\ \mathbf{u}_{fm} \end{bmatrix} + \mathbf{H}p(z^{-1}) \begin{bmatrix} \Delta u_1(t) \\ \Delta u_2(t) \\ \vdots \\ \Delta u_m(t) \end{bmatrix} + \mathbf{F}(z^{-1}) \hat{\mathbf{y}}_d, \quad (\text{D.8})$$

con $\mathbf{u}_{fj} = [\Delta u_j(t) \Delta u_j(t + 1) \cdots \Delta u_j(t + N_{u_j})]^T$ donde $N_{u_j} = \max_i(N_{0i} - d_{ij})$.

Cada bloque \mathbf{H}_{ij} de la matriz \mathbf{H} se calcula usando la respuesta al escalón del sub-sistema i, j , esto es, considerando los polinomios $A_i(z^{-1})$ y $B_{ij}(z^{-1})$ [16].

La matriz $\mathbf{H}p(z^{-1})$ tiene $\sum_i^n N_{0i}$ filas y m columnas y cada elemento $H p_{kj}^i(z^{-1})$ es un polinomio con el mismo orden que $B_{ij}(z^{-1})$. Aquí, i corresponde a la salida, j a la entrada y k al instante considerado en el horizonte, así, $\mathbf{H}p_{kj}^i(z^{-1})$ da la relación entre $\Delta u_j(t)$ y $\hat{y}_i(t + d_i + k | t)$. Los coeficientes de los polinomios $H p_{kj}^i(z^{-1})$ para $k = 1 \dots N_{0i}$ se calculan como en el caso SISO a partir de los polinomios $A_i(z^{-1})$ y $B_{ij}(z^{-1})$ [16].

$\mathbf{F}(z^{-1})$ es una matriz polinomial diagonal de dimensión $n \times n$. El bloque i en la diagonal tiene N_{0i} filas y una columna y cada elemento $F_{ik}(z^{-1})$ con $k = 1 \dots N_{0i}$ es un polinomio del mismo orden que $A_i(z^{-1})$. Aquí, i corresponde a la salida y k al instante en el horizonte, así, $F_{ik}(z^{-1})$ da la relación entre $\hat{y}_i(t + d_i | t)$ y $\hat{y}_i(t + d_i + k | t)$. Los coeficientes de los polinomios $F_{ik}(z^{-1})$ para $k = 1 \dots N_{0i}$ se calculan como en el caso SISO utilizando el polinomio $A_i(z^{-1})$ [16].

El control óptimo se calcula como [16]:

$$\mathbf{u} = \mathbf{K}(\mathbf{w} - \mathbf{f}_r), \quad (\text{D.9})$$

donde \mathbf{w} es la referencia futura, \mathbf{f}_r es la respuesta libre y \mathbf{K} vale:

$$\mathbf{K} = (\mathbf{H}^T \mathbf{Q}_\lambda \mathbf{H} + \mathbf{Q}_\delta)^{-1} \mathbf{H}^T \mathbf{Q}_\delta \quad (\text{D.10})$$

Como el control es de horizonte deslizante, sólo se calcula $\Delta \mathbf{u}(t)$. Así, solamente es necesario calcular las primeras m filas de \mathbf{K} (definidas como \mathbf{K}_m).

Usando \mathbf{f}_r de la ecuación (D.9) se obtiene:

$$\Delta \mathbf{u}(t) = \mathbf{K}_m \mathbf{w} - \mathbf{K}_m \mathbf{H} p(z^{-1}) \Delta \mathbf{u}(t) - \mathbf{K}_m \mathbf{F}(z^{-1}) \hat{\mathbf{y}}_d, \quad (\text{D.11})$$

$$[\mathbf{I} - \mathbf{K}_m \mathbf{H} p(z^{-1})] \Delta \mathbf{u}(t) = \mathbf{K}_m \mathbf{w} - \mathbf{K}_m \mathbf{F}(z^{-1}) \hat{\mathbf{y}}_d, \quad (\text{D.12})$$

$$\Delta \mathbf{u}(t) = [\mathbf{I} - \mathbf{K}_m \mathbf{H} p(z^{-1})]^{-1} \mathbf{K}_m \mathbf{w} - [\mathbf{I} - \mathbf{K}_m \mathbf{H} p(z^{-1})]^{-1} \mathbf{K}_m \mathbf{F}(z^{-1}) \hat{\mathbf{y}}_d, \quad (\text{D.13})$$

obteniéndose:

$$\begin{aligned} \mathbf{F}_r(z^{-1}) &= (1 - z^{-1})^{-1} [\mathbf{I} - \mathbf{K}_m \mathbf{H} p(z^{-1})]^{-1} \mathbf{K}_m \\ \mathbf{C}(z^{-1}) &= (1 - z^{-1})^{-1} [\mathbf{I} - \mathbf{K}_m \mathbf{H} p(z^{-1})]^{-1} \mathbf{K}_m \mathbf{F}(z^{-1}) \end{aligned} \quad (\text{D.14})$$

Apéndice E

Descripción de los robots móviles Labmate y Nomad 200

El robot Labmate es una plataforma rectangular con cuatro ruedas de apoyo y dos ruedas motrices. La velocidad de éstas últimas se controla independientemente de forma que se puede conducir al robot de la forma deseada haciendo las velocidades iguales (para ir en línea recta) o diferentes (para girar). Tiene una velocidad máxima de 1 m/s y aceleración máxima de 1 m/s^2 (para mayores detalles ver [37]).

El robot Nomad 200 es un robot cilíndrico del tipo “synchro drive”, con tres ruedas directrices cuya orientación y velocidad angular se varía de forma simultánea. De esta forma, al realizar a la vez el giro y rotación de las tres ruedas, la orientación de la plataforma permanece constante durante el movimiento. Tiene una velocidad máxima de 0.45 m/s y aceleración máxima de 1 m/s^2 (para mayores detalles ver [1]).

A pesar de que tienen características muy diferentes, el problema del seguimiento de caminos en estas dos plataformas puede ser analizado de forma conjunta. Las principales características desde el punto de vista del control se analizan a continuación.

Si se consideran los desplazamientos absolutos de los robots móviles respecto a un sistema de referencia fijo, las dinámicas que los representan son no lineales. Para poder utilizar el GPC o el SPGPC en el problema de seguimiento de caminos será necesario un modelo lineal de los movimientos del robot, el cual se puede obtener si se utiliza un camino de aproximación (como se explicará en este apartado).

En la figura E.1 se puede apreciar un esquema del robot y los ejes coordenados loca-

les que acompañan su movimiento (el diagrama se ha dibujado para el robot Labmate y es similar para el caso del Nomad 200). En este caso, las variables que se pretenden controlar son:

- El desplazamiento lateral Δy del robot expresado en el sistema de referencia local, ligado al robot (ver figura E.1).
- La orientación θ del robot móvil.

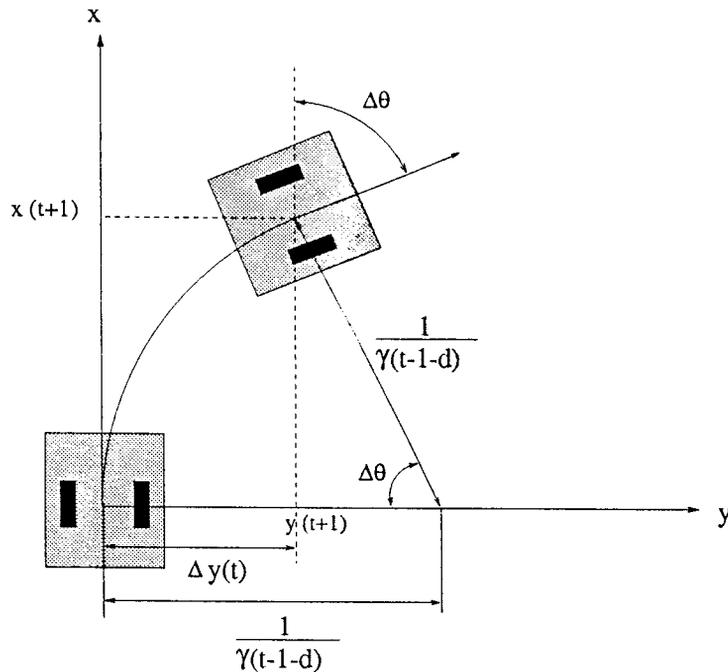


Figura E.1: Sistema de referencia local al robot.

En este sistema se utiliza como variable de control la curvatura deseada para el robot (γ_r), que está relacionada con la curvatura real del vehículo (γ) mediante un modelo dinámico que en este trabajo se considera un simple retardo d (ecuación E.3).

Dado que se desea controlar dos variables del movimiento se utilizará la formulación multivariable del control predictivo con dos salidas y una entrada. El modelo CARIMA de la cinemática de ambos robots se obtiene a partir de las siguientes fórmulas, expresadas en coordenadas locales, que se justifican en [58]:

$$\Delta y = \frac{1}{\gamma(t-1)}(1 - \cos(\Delta\theta)), \quad (\text{E.1})$$

$$\gamma(t-1) = \frac{\Delta\theta}{\Delta s}, \quad (\text{E.2})$$

$$\gamma(t) = \gamma_r(t-1-d), \quad (\text{E.3})$$

donde Δs es el camino recorrido. La linealización de estas ecuaciones se realiza aproximando el coseno del ángulo por los primeros términos de su desarrollo en serie:

$$\cos(\Delta\theta) \approx 1 - \frac{\Delta\theta^2}{2!},$$

lo cual es válido sólo para valores cercanos a cero de $\Delta\theta$. Por lo tanto, la ecuación E.1 se puede expresar como

$$\Delta y \approx \frac{1}{\gamma(t-1)} \left(1 - 1 + \frac{\Delta\theta^2}{2}\right),$$

que, utilizando la ecuación E.2 da lugar a

$$\Delta y = \frac{\Delta s^2}{2} \gamma(t) z^{-1}.$$

Por otro lado, la ecuación E.2 se puede poner de la siguiente forma

$$\Delta\theta = \theta(t) - \theta(t-1) = \Delta s \gamma(t) z^{-1}.$$

Por lo tanto, el modelo del sistema tiene la siguiente expresión:

$$\begin{bmatrix} 1 - z^{-1} & 0 \\ 0 & 1 - z^{-1} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} y(t) \\ \theta(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{(VT)^2}{2} \\ VT \end{bmatrix} [\gamma_r(t-1-d)] + \frac{e(t)}{\Delta}.$$

Dado que existe una relación directa entre las dos variables controladas, se podría pensar que un controlador monovariable podría controlar adecuadamente al sistema. Sin embargo, se comprueba experimentalmente que si no son consideradas simultáneamente la posición y la orientación, el robot no consigue seguir adecuadamente a las referencias definidas. Esto se debe al hecho de que los caminos de aproximación, y por lo tanto, los caminos de referencia en cada instante, dependen fuertemente de la orientación del

robot. Así, un error en $\theta(t)$ daría lugar a caminos de aproximación que no se adaptarían bien al camino de referencia. Por otro lado, si la referencia de posición $y_r(t)$ no fuese considerada en el control, el robot no sería capaz de aproximarse al camino de referencia deseado [84].

Estos modelos linealizados sólo son válidos para valores pequeños de $\Delta\theta$ lo que implica que cuando el robot no se encuentre en una posición situada sobre el camino de referencia deseado o cuando el camino tenga una curvatura muy pequeña, será necesario utilizar caminos de referencia de aproximación, de forma que las variaciones de posición y orientación sean pequeñas en cada período de muestreo. En la figura E.2 se ven las dos situaciones posibles. Cuando no se utilizan caminos de aproximación (parte (a) de la figura) las variaciones de la orientación son grandes, mientras que cuando se utilizan los mencionados caminos las variaciones son pequeñas (parte (b) de la figura).

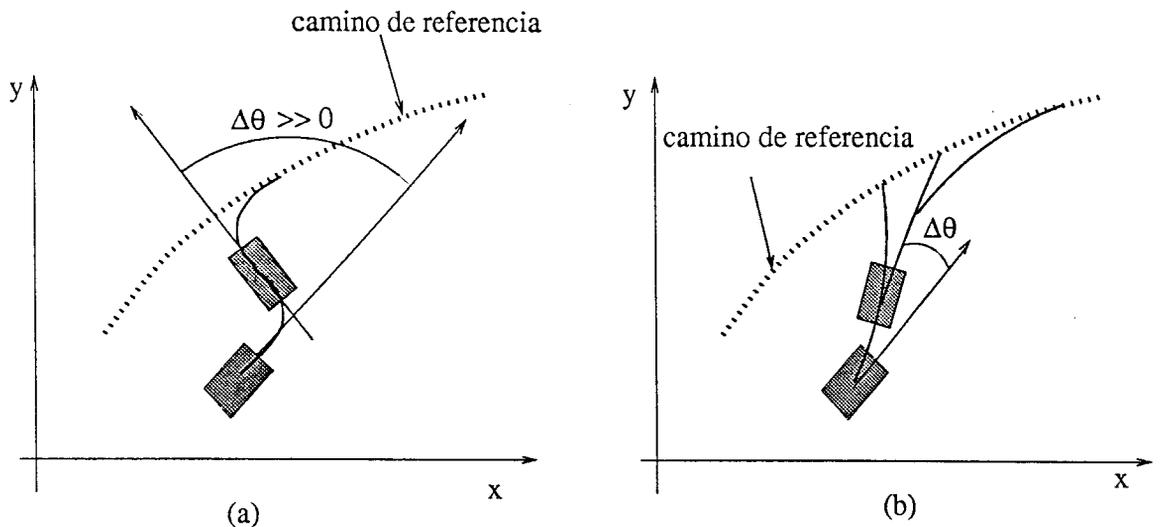


Figura E.2: Caminos de aproximación.

Hay varias posibilidades para el cálculo de los caminos de referencia de aproximación [84]. Una estrategia basada en el método de persecución pura fue propuesta por Amidi [3] y consiste en escoger un punto a una distancia determinada de la posición ocupada por el robot en cada instante. A dicha distancia se le denomina *look ahead* y es un parámetro de diseño. Este punto irá deslizándose sobre el camino de referencia a medida que el robot se va moviendo. Así, en cada instante de muestreo se construye un arco de circunferencia que es tangente a la velocidad del robot y pasa por el punto determinado. Sobre este arco se calculan las N posiciones de referencia futura para ser usadas por el algoritmo de control predictivo. Es decir, los N puntos siguientes del camino de referencia son calculados en cada instante de muestreo como si el robot estuviese controlado mediante un controlador proporcional que le impone la curvatura

deseada. Aunque en este trabajo se ha considerado un *look ahead* fijo, también podría considerarse variable en función de ciertos parámetros dinámicos del problema como por ejemplo la velocidad del robot o la curvatura del camino.

Referencias

- [1] I. Alcalá-Torrego. Estudio comparativo de distintas estrategias de control para el seguimiento de caminos en robots m viles. *Proyecto de fin de carrera, Universidad de Sevilla*, Octubre 1998.
- [2] G. Alevisakis y D. Seborg. An extension of the Smith predictor to multivariable linear systems containing time delays. *Int. Journal of Control*, 3:541–, 1973.
- [3] O. Amidi. Integrated mobile robot control. *Carnegie Mellon University Robotic Institute (Pittsburgh). Technical Report CMU-RI-TR-90-17*, 1990.
- [4] P. Ansay y V. Wertz. Model uncertainties in GPC: A systematic two-step design. En *Proc. of the ECC 97*, Brussels, July 1997.
- [5] T. M. Apostol. *Calculus. Vol I and II*. Reverte, Barcelona, 1997.
- [6] K. J. Astrom. *Introduction to Stochastic Control Theory*. Academic Press, 1970.
- [7] K.J. Astrom y T. Hagglund. *PID Controllers: Theory, Design and Tuning*. Instrument Society of America, 1995.
- [8] K.J. Astrom, C.C. Hang y B.C. Lim. A new Smith predictor for controlling a process with a integrator and long dead-time. *IEEE Tran. on Automatic Control*, 39(2):343–345, 1994.
- [9] M. Berenguel. *Contribuciones al control de colectores solares distribuidos*. Tesis Doctoral, Escuela Sup. de Ingenieros, Univ. de Sevilla, 1997.
- [10] M. Berenguel, E.F. Camacho y F.R. Rubio. Simulation software package of the acurex field. *Technical Report, University of Seville*. <http://www.esi.us.es/~beren>, September 1993.
- [11] L. G. Bergh y J. F. MacGregor. Constrained minimum variance controllers: Internal model structure and robustness properties. *Ind. Eng. Chem. Res.*, 26:1558–1564, 1987.

- [12] A. Bhaya y C. A. Desoer. Controlling plants with delay. *Int. J. Control*, 41:813–830, 1985.
- [13] Q. Bi, W. Cai, E. Lee, Q. Wang, C. Hang y Y. Zhang. Robust identification of first-order plus dead-time model from step response. *Control Engineering Practice*, 7:71–77, January 1999.
- [14] C. Bordons y E.F. Camacho. A generalized predictive controller for a wide class of industrial processes. *IEEE Tran. on Control Systems Technology*, 6(3):372–387, May 1998.
- [15] E.F. Camacho, M. Berenguel y F. R. Rubio. *Advanced Control of Solar Plants*. Springer Verlag, 1997.
- [16] E.F. Camacho y C. Bordons. *Model Predictive Control in Process Industry*. Springer Verlag, 1995.
- [17] E.F. Camacho y C. Bordons. *Model Predictive Control*. Springer Verlag, 1999.
- [18] E.F. Camacho, F.R. Rubio y J.A. Gutierrez. Modelling and simulation of a solar power plant with a distributed collector system. En *Int. IFAC Symp. on Power Systems Modelling and Control Applications*, páginas 11.3.1–11.3.5., Brussels, September 1988.
- [19] T. L. Chia y C. B. Brosilow. Modular multivariable control of a fractionator. *Hydrocarbon Processing*, páginas 61–66, 1991.
- [20] I.L. Chien y P.S. Fruehauf. Consider IMC tuning to improve performance. *Chem. Eng. Progress*, 10:33–, 1990.
- [21] D.W. Clarke y P.J. Gawthrop. Self tuning control. *IEE-D*, 123:633–640, 1979.
- [22] D.W. Clarke y C. Mothadi. Properties of generalized predictive control. *Automatica*, 25(6):859–875, 1989.
- [23] D.W. Clarke, C. Mothadi y P.S. Tuffs. Generalized Predictive Control. Part I: the basic algorithm. *Automatica*, 23(2):137–148, 1987.
- [24] D.W. Clarke, C. Mothadi y P.S. Tuffs. Generalized Predictive Control. Part II: extensions and interpretations. *Automatica*, 23(2):149–160, 1987.
- [25] C.R. Cutler y B.L. Ramaker. Dynamic Matrix Control - A computer control algorithm. En *AIChE 86th National Meeting*, Houston, TX, 1988.
- [26] A. Datta y J. Ochoa. Adaptive Internal Model Control: Design and stability analysis. *Automatica*, 32(2):261–266, 1996.

- [27] D.M.Prett y M. Morari. *Shell Process Control Workshop*. Butterworths, 1987.
- [28] S. Dormido. Una revisión de las tecnologías de control predictivo basado en modelos en la industria. En *Wokshop sobre estado y perspectivas del control predictivo*, Valladolid, Spain, 1987.
- [29] J. C. Doyle y G. Stein. Multivariable feedback design concepts for a classical/modern synthesis. *IEEE Tran. on Automatic Control*, AC-26 (1):4-11, 1981.
- [30] C. G. Economou y M. Morari. Internal model control 6: Multiloop design. *Ind. Eng. Chem. Process Des. Dev.*, 25:411-419, 1986.
- [31] G. Favier y D. Dubois. A review of k-step-ahead predictors. *Automatica*, 26(1):75-84, 1990.
- [32] W. Feng. On practical stability of linear multivariable feedback systems with time delays. *Automatica*, 27:389-394, 1991.
- [33] T. Furukawa y E. Shimemura. Predictive control for systems with time delay. *Int. J. Control*, 37:399-412, 1983.
- [34] C. E. Garcia y M. Morari. Internal model control 1: A unified review and some new results. *Ind. Eng. Chem. Process Des. Dev.*, 21:308-, 1984.
- [35] C.E. Garcia, D.M. Prett y M. Morari. Model Predictive Control: theory and practice-a survey. *Automatica*, 25:335-348, 1989.
- [36] M. Gevers. Connecting identification and robust control: a new challenger. En *Plenary lecture, 9th IFAC Symp. on Identification and System Parameter Estimation*, páginas 1-10, Budapest, 1991.
- [37] J. Gómez-Ortega. *Navegación en robots móviles basada en técnicas de control predictivo neuronal*. Tesis Doctoral, Escuela Sup. de Ingenieros, Univ. de Sevilla, 1994.
- [38] J. Gómez-Ortega y E. F. Camacho. Neural network MBPC for mobile robots path tracking. *Robotics and Computer Integrated Manufacturing Journal*, 11(4):271-278, December 1994.
- [39] G. Goodwin y K. Sin. *Adaptive Filtering Prediction and Control*. Prentice Hall, 1984.
- [40] T. Hagglung. An industrial dead-time compensating PI controller. *Control Engineering Practice*, 4(6):749-756, 1996.
- [41] Y. Halevi. Optimal reduced order model with delay. En *Proceedings of 30th Conf. on Decision and Control*, páginas 602-607, Brighton, UK, 1991.

- [42] C.C. Hang y D. Chin. Reduced order process modelling in self-tuning control. *Automatica*, 27(3):529, 1991.
- [43] W. K. Ho, T. H. Lee y O. P. Gan. Tuning of multiloop PID controllers based on gain and phase margin specifications. *Ind. Eng. Chem. Res.*, 36:2231–2238, 1997.
- [44] B. Holt y M. Morari. Design of resilient processing plants. V: The effect of dead-time on dynamics resilience. *Chem. Eng. Science*, 40(7):1229–1237, 1985.
- [45] B. Holt y M. Morari. Design of resilient processing plants. VI: The effect of right-half-plane zeros on dynamic resilience. *Chem. Eng. Science*, 40(1):59–74, 1985.
- [46] H.P. Huang, C.L. Chen, Y.C. Chao y P.L. Chen. A modified Smith predictor with an approximated inverse of dead time. *AIChE Journal*, 36:1025–1031, 1990.
- [47] N. F. Jerome y W. H. Ray. High performance multivariable control strategies for systems having time delays. *AIChE Journal*, 32(6):914–931, 1986.
- [48] R.M.C. De Keyser y A.R. Cuawenberghe. Extended prediction self adaptive control. En *IFAC Simp. on Ident. and Syst. Parameter Estimation*, páginas 1317–1322, York, 1985.
- [49] R.M.C. De Keyser, P.G.A. Van de Velde y F.A.G. Dumortier. A comparative study of self-adaptive long-range predictive control methods. *Automatica*, 24:149–163, 1988.
- [50] P.P. Khargonekar y A. Tikku. Randomized algorithms for robust control analysis have polynomial complexity. En *Proc. Conf. on Decision and Control, USA*, December 1996.
- [51] B. Kouvaritakis, J.A. Rossiter y A.O.T. Chang. Stable generalized predictive control. *IEE-D.*, 139:349–362, 1992.
- [52] D. Kozub, J. MacGregor y T. Harris. Optimal IMC inverses: Design and robustness considerations. *Chem. Eng. Science*, 44(10):2121–2136, 1989.
- [53] Laughling y M. Morari. Smith predictor design for robust performance. *Int. Journal of Control*, 46:477–, 1987.
- [54] J.H. Lee, M. Morari y C.E. Garcia. State space interpretation of Model Predictive Control. *Automatica*, 30(4):707–714, 1994.
- [55] T. H. Lee, Q. G. Wang y K.K. Tan. Robust Smith predictor controller for uncertain delay systems. *AIChE Journal*, 42(4):1033–1040, 1996.

- [56] D. Limón-Marruedo, J.E. Normey-Rico, D.J. Pagano y J. Aracil. Stability of saturated dead-time compensating PI controllers for uncertain dead-time systems. En *Proceedings of ECC99*, Germany, August 1999.
- [57] W. Luyben. Simple method for tuning SISO controllers in multivariable systems. *Ind. Eng. Chem. Process Des. Dev.*, 25:654–660, 1986.
- [58] J. L. Martínez. *Seguimiento automático de caminos en robots móviles*. Tesis Doctoral, Escuela Superior de Ingenieros. Universidad de Málaga, 1994.
- [59] M.R. Matausek y A.D. Micic. A modified Smith predictor for controlling a process with a integrator and long dead-time. *IEEE Tran. on Automatic Control*, 41(8):1199–1203, August 1996.
- [60] A. McIntosh, S. Shah y O. Fisher. Analysis and tuning of adaptive GPC. *The Canadian J. of Chemical Eng.*, 69, 1991.
- [61] A. Meaburn y F.M. Hughes. Resonance characteristics of distributed solar collector fields. *Solar Energy*, 51:215–221, 1993.
- [62] D. Megias, J. Serrano y C. de Prada. Uncertainty treatment in GPC: design of T polynomial. En *Proceedings ECC 97*, páginas FR–A B1, Brussels, July 1997.
- [63] M. Morari y E. Zafiriou. *Robust Process Control*. Prentice Hall, 1989.
- [64] J.E. Normey-Rico. Teaching classical controller design in a basic control course. En *Proceedings of II LASAC*, Valparaiso, Chile, September 1995.
- [65] J.E. Normey-Rico, C. Bordons, M. Berenguel y E.F. Camacho. A robust adaptive dead-time compensator with application to a solar collector field. En *Proceedings of IFAC-Workshop on Linear Time Delay Systems (LDTS'98)*, páginas 105–110, Grenoble, France, July 1998.
- [66] J.E. Normey-Rico, C. Bordons y E.F. Camacho. Improving the robustness of generalized predictive controllers: Application to a heat-exchanger. En *Proceedings ECC 97*, Brussels, July 1997.
- [67] J.E. Normey-Rico, C. Bordons y E.F. Camacho. Improving the robustness of dead-time compensating PI controllers. *Control Engineering Practice*, 5(6):801–810, June 1997.
- [68] J.E. Normey-Rico, C. Bordons y E.F. Camacho. Simple design method of the prefilter in GPC for a wide class of industrial processes. En *Proceedings of IFAC 99 World Congress*, China (to appear), July 1999.

- [69] J.E. Normey-Rico y E.F. Camacho. On closed loop performance of predictor based structures. *Technical Report, University of Seville, GAR 1996/01*, May 1996.
- [70] J.E. Normey-Rico y E.F. Camacho. A Smith predictor based generalized predictive controller. *Technical Report, University of Seville, GAR 1996/02*, September 1996.
- [71] J.E. Normey-Rico y E.F. Camacho. Dead-time compensators: A unified approach. En *Proceedings of IFAC-LDTS'98*, páginas 141–146, Grenoble, France, July 1998.
- [72] J.E. Normey-Rico y E.F. Camacho. Prediction for control. En *Proceedings of IFAC Conference on System Structure and Control (SSC'98)*, páginas 209–215, Nantes, France, July 1998.
- [73] J.E. Normey-Rico y E.F. Camacho. A multivariable Smith predictor based generalised predictive controller. *IEE Proceedings, Control Theory and Applications (submitted)*, 1999.
- [74] J.E. Normey-Rico y E.F. Camacho. Robust design of GPC for processes with time delay. *International Journal of Robust Process Control (submitted)*, 1999.
- [75] J.E. Normey-Rico y E.F. Camacho. Robust tuning of dead-time compensators for processes with an integrator and long dead-time. *IEEE Tran. on Automatic Control (in press)*, 1999.
- [76] J.E. Normey-Rico y E.F. Camacho. Robustness effects of a prefilter in Smith predictor based generalised predictive controller. *IEE Proceedings, Control Theory and Applications (in press)*, 1999.
- [77] J.E. Normey-Rico y E.F. Camacho. Smith predictor and modifications: A comparative study. En *Proceedings of ECC99*, Germany, August 1999.
- [78] J.E. Normey-Rico, E.F. Camacho y C. Bordons. Robustness analysis for generalized predictive controllers for industrial processes. En *Proceedings of Control 96*, Porto, September 1996.
- [79] J.E. Normey-Rico, E.F. Camacho y J. Gómez-Ortega. Robustez e predição em controladores preditivos generalizados. En *Proceedings of CBA '98*, páginas 157–162, Uberlandia, Brazil, September 1998.
- [80] J.E. Normey-Rico, E.F. Camacho y J. Gómez-Ortega. Um método simples para o ensino do projeto de compensadores para processos com atraso. En *Proceedings of CBA '98*, páginas 181–186, Uberlandia, Brazil, September 1998.

- [81] J.E. Normey-Rico, J. Gómez-Ortega y I. Alcalá-Torrego. Control predictivo para seguimiento de caminos en un robot del tipo synchro drive. En *Proceedings of CBA '98*, páginas 611–616, Uberlandia, Brazil, September 1998.
- [82] J.E. Normey-Rico, J. Gómez-Ortega, I. Alcalá-Torrego y E.F. Camacho. Low time-consuming implementation of predictive path-tracking control for a synchro-drive mobile robot. En *Proceedings of IEEE 5th International Workshop on Advanced Motion Control (AMC 98)*, páginas 350–355, Coimbra, Portugal, June 1998.
- [83] J.E. Normey-Rico, J. Gómez-Ortega y E.F. Camacho. A Smith predictor based generalized predictive controller for mobile robot path tracking. En *Proceedings of the III IFAC Symposium on Intelligent Autonomous Vehicles*, páginas 471–476, Madrid, Spain, March 1998.
- [84] J.E. Normey-Rico, J. Gómez-Ortega y E.F. Camacho. A Smith predictor based generalized predictive controller for mobile robot path tracking (in press). *Control Engineering Practice*, 1999.
- [85] B. A. Ogunnaike, J. P. Lemaire, M. Morari y W. H. Ray. Advanced multivariable control of a pilot scale distillation column. *AIChE Journal*, 29(4):632–, 1983.
- [86] B.A. Ogunnaike y W.H. Ray. Multivariable controller design for linear systems having multiple time delays. *AIChE Journal*, 25:1043–1060, 1979.
- [87] J. G. Owen y G. Zames. Robust H-infinity disturbance minimization by duality. *System and Control Letters*, 19(4):255–263, 1992.
- [88] Z.J. Palmor. Stability properties of Smith dead time compensator controller. *Int. J. Control*, 32:937–949, 1980.
- [89] Z.J. Palmor. Properties of optimal stochastic control systems with dead-time. *Automatica*, 18:107–116, 1982.
- [90] Z.J. Palmor. Robust digital dead time compensator controller for a class of stable systems. *Automatica*, 22:587–591, 1986.
- [91] Z.J. Palmor. *The Control Handbook. Time Delay Compensation: Smith Predictor and its Modifications*. CRC Press and IEEE Press, 1996.
- [92] Z.J. Palmor y Y. Halevi. On the design and properties of multivariable dead time compensators. *Automatica*, 19:255–264, 1983.
- [93] Z.J. Palmor y Y. Halevi. Robustness properties of sampled-data systems with dead time compensators. *Automatica*, 26:637–640, 1990.

- [94] Z.J. Palmor y D.V. Powers. Improved dead time compensator controllers. *AIChE-Journal*, 31:215–221, 1985.
- [95] Z.J. Palmor y R. Shinnar. Design of sampled data controllers. *Ind. Eng. Chem. Process Des. Dev.*, 18:8–30, 1979.
- [96] L. Rato, R.N. Silva, J.M. Lemos y F.J. Coito. Multirate musmar cascade control of a distributed collector solar field. En *Proceedings ECC 97*, Brussels, July 1997.
- [97] J. Richalet, A. Rault, J.L. Testud y J. Papon. Algorithm control for industrial processes. En *Proc. 4th IFAC Symp. on Identification and System Parameter Estimation*, Tbilisi, URSS, 1976.
- [98] T. Robinson y D. Clarke. Robustness effects of a prefilter in receding-horizon predictive control. *IEE-D*, 138:2–8, 1991.
- [99] C. Santacesaria y R. Scattolini. Easy tuning of Smith predictor in presence of delay uncertainty. *Automatica*, 29:1595–1597, 1993.
- [100] S. Skogestad y I. Postlethwaite. *Multivariable Feedback Control. Analysis and Design*. John Wiley and Sons, New York, 1996.
- [101] O. J. M. Smith. Closed control of loops with dead-time. *Chem. Eng. Progress*, 53:217–219, 1957.
- [102] O. J. M. Smith. *Feedback Control Systems*. Mc Graw Hill, 1958.
- [103] H. Takatsu, T. Itoh y M. Araki. Future needs for the control theory in industries-report and topics of the control technology survey in the japanese industry. *Journal of Process Control*, 8(5-6):369–374, 1998.
- [104] K.K. Tan, Q. G. Wang, T. H. Lee y Q. Bi. New approach to analysis and design of Smith predictor controllers. *AIChE Journal*, 42(6):1793–1797, 1996.
- [105] R. Tempo, E.W. Bai y F. Dabbene. Probabilistic robustness analysis: Explicit bounds for the minimum number of sampling points. En *Proc. Conf. on Decision and Control*, USA, December 1996.
- [106] Y. Tian y F. Gao. Compensation of dominant and variable delay in process systems. *Ind. Eng. Chem. Res.*, 37:982–986, 1998.
- [107] M. Vidyasagar. *Nonlinear Modeling. Chapter: Statistical Learning in Control and Matrix Theory*, páginas 177–207. 1996.
- [108] K. Watanabe y M. Ito. A process-model control for linear systems with delay. *IEEE Tran. on Automatic Control*, 26(6):1261–1269, 1981.

- [109] R.K. Wood y M. W. Berry. Terminal composition control of a binary distillation column. *Chem. Eng. Science*, 28(1):707–, 1973.
- [110] B.E. Ydstie. Extended horizon adaptive control. En *9th IFAC World Congress*, Budapest, Hungary, 1984.
- [111] T. Yoon y D. Clarke. Observer design in receding-horizon control. *Int. Journal of Control*, 2:171–191, 1995.
- [112] T. Yoon y D.W. Clarke. Receding-horizon predictive control with exponential weighting. En Oxford University, editor, *Technical Report OUEL 1940/92*, Oxford, 1992.
- [113] T. Yoon y D.W. Clarke. Prefiltering in receding-horizon predictive control. En Oxford University, editor, *Technical Report OUEL 1995/93*, Oxford, 1993.
- [114] W. D. Zhang y Y. X. Sun. Modified Smith predictor for controlling integrator/time delay processes. *Ind. Eng. Chem. Res.*, 35:2769–2772, 1996.
- [115] W. D. Zhang, Y. X. Sun y X. Xu. New two degree-of-freedom compensator. En *Proceedings of IFAC-LDTS'98*, páginas 217–220, Grenoble, France, July 1998.
- [116] K. Zhou, J. C. Doyle y K. Glover. *Robust and Optimal Control*. Prentice Hall, 1995.

