## UNIVERSIDADE FEDERAL DE SANTA CATARINA PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA MECÂNICA

# PROJETO E DESENVOLVIMENTO DE RADIADORES CRIOGÊNICOS PASSIVOS PARA APLICAÇÕES ESPACIAIS

DISSERTAÇÃO SUBMETIDA À UNIVERSIDADE FEDERAL DE SANTA CATARINA PARA A OBTENÇÃO DO GRAU DE MESTRE EM ENGENHARIA MECÂNICA

**PAULO COUTO** 

FLORIANÓPOLIS, 5 DE AGOSTO DE 1999

## PROJETO E DESENVOLVIMENTO DE RADIADORES CRIOGÊNICOS PASSIVOS PARA APLICAÇÕES ESPACIAIS

#### **PAULO COUTO**

#### ESTA DISSERTAÇÃO FOI JULGADA PARA OBTENÇÃO DO TÍTULO DE

#### MESTRE EM ENGENHARIA

ESPECIALIDADE ENGENHARIA MECÂNICA E APROVADA EM SUA FORMA FINAL PELO PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA MECÂNICA

PROF<sup>A</sup>. MARCIA B. H. MANTELLI - ORIENTADORA

rania B.H. Mamfulli

PROF. JÚLIO CÉSAR PASSOS - COORDENADOR DO CURSO

BANCA EXAMINADORA

PROF. SERGIO COLLE - PRESIDENTE

PROF. PAULO CÉSAR PHILIPPI

PROF. ANTÔNIO FÁBIO CARVALHO DA SILVA

PROF. VICENTE DE PAULO NICOLALI

## Agradecimentos

Gostaria de expressar os meus mais sinceros agradecimentos à:

Prof<sup>a</sup>. Marcia Mantelli por sua orientação, incentivo, e exemplo de dedicação na condução de trabalhos científicos e profissionais.

Prof. Sergio Colle por sua incansável luta pelo progresso dos trabalhos e projetos desenvolvidos no LABSOLAR/NCTS.

Ao CNPq e AEB, pelo inestimável apoio financeiro. Ao LABSOLAR/NCTS, EMC/UFSC e POSMEC pelo total apoio logístico e profissional.

Aos profs. Edson Bazzo, Júlio Passos, Ricardo Rüther do LABSOLAR/NCTS e Banca examinadora, e aos Drs. Saulo Güts (LMPT), Enio Pereira e Mário Selingardi (INPE) por suas valiosas contribuições a este trabalho.

Aos técnicos José Edson Basto (LABSOLAR/NCTS), Milton e Fofão (LABTERMO), Fábio Lopes (LMPT), Valtair Garcez (USICON) e Valério (LABSOLDA) por seu auxílio na construção e montagem dos dispositivos e protótipos utilizados na fase experimental.

Aos amigos do LABSOLAR/NCTS: Samuel e Ana Lígia, Milá, Heitor e Rafaela. Ana, Anand, André Lopes, André Paz, Andreas Edon, Antoneli, Boto, Cabeção, Clenílson, Diego, Eliane, Emerson Schmidt, Fernando Angeoleto, Fernando Pereira, Frederick, Gabriel Mann, Gianni, Guru, Jackson, Jones, Katiane, Kupka, Luciano "Haineken", Manfred, Marcelo D., Marcelino, Marcos, Rangel, Renato, Rodrigo, Rosângela, Sérgio Dalmás, Sylvio, Vinícius, Vita, Viviane, Wagner, Walter, por suas preciosas amizades a palavras de apoio, tão necessárias para vencer as fases mais difíceis deste trabalho.

À todos aqueles que não recordo o nome, mas que de alguma forma contribuíram para a realização deste trabalho.

À meus Pais

Décio e Marina

e à toda minha família, que sempre me

apoiou e me incentivou a prosseguir pelos

caminhos da carreira acadêmica.

À Deus

## SUMÁRIO

Lista de Figuras	viii
Lista de tabelas	xiii
Simbologia	xiv
Resumo	xvi
Abstract	v.
1 Introdução	1
1.1 O Contexto Mundial dos Programas Espaciais	2
1.2 O Programa Espacial Brasileiro	4
1.3 O Papel do Núcleo de Controle Térmico de Satélites	7
1.4 A Importância do Controle Térmico de Satélites	8
1.5 Motivação e Objetivos	9
2 Revisão Bibliográfica	11
2.1 Introdução	11
2.2 Refrigeradores Ativos	12
2.3 Sistemas Criogênicos com Fluido Armazenado	15
2.4 Radiadores Criogênicos	18
2.4.1 Radiadores Criogênicos Ativos	18
2.4.2 Radiadores Criogênicos Passivos	19
2.5 Conclusão	23

3	R	adiadores Criogênicos Passivos de Múltiplos Estágios	24
	3.1	Introdução	24
	3.2	Princípio de Funcionamento dos Radiadores Criogênicos Passivos	24
	3.3	Otimização da Geometria de Radiadores Criogênicos Passivos	29
	3.	3.1 Otimização da Geometria do Sombreador	30
	3.	3.2 Otimização das Áreas de um RCP de Múltiplos Estágios	33
	3.4	Conclusão	46
4	D	eterminação da Distribuição de Temperatura em RCP de Múltiplos Estágios	47
	4.1	Introdução	47
	4.2	O Modelo Matemático	47
	4.3	Solução do Modelo Matemático	52
	4.	.3.1 Temperatura da Placa Fria	54
	4.	.3.2 Temperatura dos Estágios Intermediários	55
	4.	3.3 Temperatura do Sombreador	56
	4.4	Trocas de Calor Entre os Estágios	56
	4.5	Cargas Térmicas Externas	61
	4.6	Resultados do Modelo Matemático	65
	4.7	Conclusão	75
5	Е	studos Experimentais	77
	5.1	Introdução	77
	5.2	Bancada Experimental	77

	5.3	Sist	temas de Medição e Calibração de Sensores	81
	5.4	Pro	cedimento Experimental	84
	5.5	Cor	nclusão	86
6	R	esult	tados	87
	6.1	Intr	odução	87
	6.2	Pro	priedades Óticas e Termofísicas dos Materiais	87
	6.3	Cot	mparação Entre Dados Experimentais e Teóricos	90
	6	.3.1	Comparação Entre Temperaturas Médias Teóricas e Experimentais	91
	6	.3.2	Influência da Resistência Térmica de Contato	96
	6	.3.3	Comparação Entre os Perfis de Temperatura Teóricos e Experimental	98
	6.4	Coı	nclusão	103
7	C	oncl	usões	104
	7.1	Sol	ore o Presente Trabalho	104
	7.2	Pro	jetos Futuros	106
R	eferê	ncia	s Bibliográficas	109
A	pênd	lices		112

### LISTA DE FIGURAS

Figura 1 – Cargas térmicas incidentes sobre veículos espaciais em torno da Terra8
Figura 2 – Técnicas para resfriamento criogênico
Figura 3 – Funcionamento de um refrigerador ativo segundo o Ciclo Stirling14
Figura 4 – Diagramas Temperatura x Entropia e Pressão x Volume do Ciclo Stirling15
Figura 5 – Faixa operacional de temperatura de alguns fluidos criogênicos16
Figura 6 – Refrigerador com sólido armazenado (Lockheed/NASA)
Figura 7 – Satélite ABRIXAS, destacando o radiador criogênico passivo apresentado por Brand e Schlitt (1997)
Figura 8 – Balanço de energia esquemático para um radiador criogênico passivo25
Figura 9 – Capacidade de resfriamento de um corpo negro
Figura 10 – Influência das cargas térmicas parasitas na temperatura da placa fria26
Figura 11 – O sombreador reflete as cargas térmicas externas para longe da placa fria28
Figura 12 – Princípio de funcionamento de RCP's de múltiplos estágios28
Figura 13 – Configuração proposta para o desenvolvimento do RCP30
Figura 14 – Definição da geometria do sombreador31
Figura 15 – Imagens especulares no sombreador. Obtido de Bywaters e Keeling (1974)32
Figura 16 – Ângulo de abertura do sombreador. ( $\beta = 40^{\circ}$ )
Figura 17 – Diâmetro menor do sombreador
Figura 18 – Comparação entre as temperaturas linearizadas e não linearizadas da placa fria37
Figura $19 - T_I \times A_I$ para diferentes valores de emissividade do <i>MLI</i> ( $\varepsilon_{MLI}$ )

Figura $20 - T_I \times A_I$ para diferentes valores de emissividade da placa fria $(\varepsilon_R)$ 39
Figura 21 – $T_1 \times A_1$ para diferentes valores da condutância dos suportes ( $U_S$ )39
Figura $22 - T_1 \times A_1$ para diferentes valores da carga térmica do equipamento $(Q_{eq})$ 39
Figura 23 – $T_I \times A_I$ para diferentes valores de emissividade do <i>MLI</i> ( $\varepsilon_{MLI}$ )41
Figura 24 – $T_I \times A_I$ para diferentes valores de emissividade da placa fria $(\varepsilon_R)$ 41
Figura $25 - T_I \times A_I$ para diferentes valores da condutância dos suportes ( $U_s$ )41
Figura $26 - T_I \times A_I$ para diferentes valores da carga térmica do equipamento aplicada à placa fria $(Q_{eq,1})$ 41
Figura 27 – Temperaturas em um RCP de duplo estágio em função da condutância dos suportes
Figura $28 - T_I \times A_I$ para diferentes valores de emissividade do <i>MLI</i> ( $\varepsilon_{MLI}$ )43
Figura 29 – $T_l \times A_l$ para diferentes valores de emissividade da placa fria $(\varepsilon_R)$ 43
Figura $30 - T_1 \times A_1$ para diferentes valores da condutância dos suportes ( $U_s$ )43
Figura $31 - T_1 \times A_1$ para diferentes valores da carga térmica do equipamento aplicada à placa fria $(Q_{eq,1})$ 43
Figura $32 - T_I \times A_I$ para diferentes valores da área do terceiro estágio $(A_3)$
Figura 33 – Fluxograma de solução para se determinar as áreas ótimas para um RCP de três estágios
Figura 34 – Resistências térmicas para um RCP de três estágios
Figura 35 – Modelo físico para a placa fria (esquerda) e estágios intermediários (direita)51
Figura 36 – Modelo físico para o sombreador
Figura 37 – Ação da radiação solar direta sobre a órbita do satélite
Figura 38 – Ação da radiação solar direta sobre a órbita do satélite

Figura 39 – Carga térmica externa total incidente sobre o sombreador
Figura 40 – Fluxograma de cálculos utilizado na determinação teórica da distribuição de temperatura nos estágios e no sombreador
Figura 41 – Temperaturas dos estágios de um RCP de três estágios
Figura 42 – Temperatura média dos estágios para uma órbita completa de um RCP de três estágios
Figura 43 – Temperaturas dos estágios de um RCP de dois estágios
Figura 44 – Temperatura média dos estágios para uma órbita completa de um RCP de dois estágios
Figura 45 – Temperaturas da placa fria e do sombreador de um RCP de um estágio70
Figura 46 – Temperatura média placa fria e do sombreador para uma órbita completa de um RCP de um estágio
Figura 47 – Temperaturas dos estágios para RCP de três estágios ( $acima$ ) e RCP de dois estágios ( $abaixo$ ) sem dissipação térmica no segundo estágio ( $Q_{eq,2} = 0 \ W$ )71
Figura 48 – Comparação entre as temperaturas de funcionamento da placa fria entre as três configurações de RCP estudadas
Figura 49 – Perfis de temperatura dos estágios de um RCP de três estágios com dissipação térmica no segundo estágio ( $Q_{eq,2} = 1 W$ ) para o caso quente (esquerda) e caso frio (direita).
Figura 50 – Perfis de temperatura dos estágios de um RCP de três estágios sem dissipação térmica no segundo estágio ( $Q_{eq,2} = 0$ W) para o caso quente (esquerda) e caso frio (direita).
Figura 51 – Temperatura de operação da placa fria vs. Carga térmica aplicada pelo equipamento.
Figura 52 – a) Vista externa da camisa de LN <sub>2</sub> ; b) Área interna de testes; c) Superfície superior da base do experimento; d) Aquecedor termo-elétrico da base do experimento78
Figura 54 – Esquema de fixação dos termopares à superfície dos estágios

Figura 55 – RCP de três estágios montado sobre a bancada de testes (esquerda); camisa de LN <sub>2</sub> e sistema de vácuo (centro); camisa de LN <sub>2</sub> montada e pronta para experimentos dentro da câmara de vácuo (direita)
Figura 56 – Estabilização do experimento.
Figura 57 – a) Configuração do RCP de três estágios; b) RCP montado com o sombreador85
Figura 58 – Refletividade da superfície especular do alumínio <i>MIRO 2C1</i> para comprimentos de onda menores que 3μm
Figura 59 – Refletividade da superfície especular do alumínio <i>MIRO 2C1</i> para comprimentos de onda maiores que 3μm
Figura 60 – Emitância hemisférica da superfície especular do alumínio MIRO 2C189
Figura 61 – Acabamento superficial de alta refletividade da superfície especular do alumínio MIRO 2C1
Figura 62 – Detalhe da superfície refletora do sombreador90
Figura 63 – Comparação entre as temperaturas da placa fria obtidas experimental e teoricamente para o protótipo de três estágios
Figura 64 – Esquema de montagem dos suportes de baixa condutividade térmica92
Figura 65 – Comparação entre as temperaturas da placa fria obtidas experimental e teoricamente para resistência de contato nula e infinita para o protótipo de três estágios93
Figura 66 – Comparação final entre as temperaturas da placa obtidas fria experimental e teoricamente para o protótipo de três estágios
Figura 67 – Comparação entre os resultados teóricos e experimentais da temperatura do segundo estágio para o protótipo de três estágios
Figura 68 – Comparação entre os resultados teóricos e experimentais da temperatura do terceiro estágio para o protótipo de três estágios
Figura 69 – Comparação entre os resultados teóricos e experimentais da temperatura da placa fria para o protótipo de dois estágios96
Figura 70 – Comparação entre os resultados teóricos e experimentais da temperatura do segundo estágio para o protótipo de dois estágios

Figura 71 – Variação da temperatura dos estágios com relação à resistência de contato para radiadores de três estágios
Figura 72 – Variação da temperatura dos estágios com relação à resistência de contato para radiadores de dois estágios
Figura 73 – Perfil de temperaturas da placa fria para o RCP de três estágios100
Figura 74 – Perfil de temperaturas do segundo estágio para o RCP de três estágios100
Figura 75 – Perfil de temperaturas do terceiro estágio para o RCP de três estágios100
Figura 76 – Comparação entre dados experimentais e teóricos para a temperatura de operação da placa fria em função da carga térmica aplicada para um radiador de três estágios101
Figura 77 – Comparação entre dados experimentais e teóricos para a temperatura de operação da placa fria em função da carga térmica aplicada para um radiador de dois estágios101
Figura 78 – Comparação dos protótipos testados com RCP's apresentados pela literatura 106

## LISTA DE TABELAS

Tabela 1 – Missões cujos equipamentos dos satélites necessitam de resfriamento criogênico (fonte: NASA)
Tabela 2 – Classificação dos Radiadores Criogênicos
Tabela 3 – Valores utilizados na solução da Eq. (17)
Tabela 4 – Áreas ótimas de radiadores criogênicos passivos
Tabela 5 – Fatores de forma entre os estágios e o sombreador
Tabela 6 – Temperatura de operação do RCP de três estágios
Tabela 7 – Temperatura de operação do RCP de dois estágios
Tabela 8 – Temperatura de operação do RCP de três e dois estágios sem carregamento térmico no segundo estágio
Tabela 9 – Resistência dos aquecedores termo-elétricos
Tabela 10 – Temperaturas da placa fria para diferentes valores de $T_{\infty}$
Tabela 11 – Desvio médio quadrático e diferença média relativa

## **SIMBOLOGIA**

$\boldsymbol{A}$	área dos estágios (m²)	$r_a$	raio menor do sombreador (m)
a	raio intermediário dos estágios (m); albedo na seção 4.4	$r_b$	raio maior do sombreador (m)
b	raio externo dos estágios (m)	S	cargas térmicas externas (W)
$C_p$	calor específico (J/kg K)	t T	tempo (s)
D	diâmetro maior do sombreador (m)	$U_s$	temperatura (K) condutância global (W/K)
d	diâmetro menor do sombreador (m)	03	condutation grown (W/II)
F	fator de forma (adimensional)		
$\boldsymbol{G}$	função de Green	Cím b o	los Crosos
Н	altura do sombreador (m)		los Gregos:
h	altitude do satélite (m)	α	difusividade térmica (m²/s); absortividade no item 4.4
k	condutividade térmica (W/m K)	β	campo de visão do sombreador (graus)
L	comprimento (m)	$\beta_n$	autovalor
$Q_{eq}$	carga térmica dos equipamentos (W)	δ	espessura (m)
$Q_p$	carga térmica parasita (W)	ε	emissividade
q	troca líquida de calor entre os estágios do radiador (W)	$\Theta$	temperatura adimensional
$R_c$	resistência de contato (K/W)	$\phi$	abertura do sombreador (graus)
$R_s$	resistência condutiva dos suportes do radiador (K/W)	ρ	densidade (kg/m³)
r	raio (m)	σ	constante de Stefan-Boltzmann $(5.67 \times 10^{-8} \text{ W/m}^2\text{K}^4)$

Subscr	ritos:	Siglas:	
b	base do radiador	AEB	Agência Espacial Brasileira
e	Terra	ESA	Agência Espacial Européia (European Space Agency)
in, ext	domínio interno e externo dos estágios intermediários	IR	infravermelho (infra-red)
i, j, k	numeração dos estágios do RCP $(1,2,3,,n)$	ISS	Estação Espacial Internacional (International Space Station)
MLI	propriedades do MLI	MLI	Isolante Radiativo de Várias Camadas (Multi–Layer Insulation)
R s	propriedades do radiador propriedades dos suportes de baixa condutividade	NASA	Agência Espacial Norte-Americana (National Administration for Space and Astronautics)
		NCTS	Núcleo de Controle Térmico de Satélites
	·	PNAE	Plano Nacional de Atividades Espaciais
		RCP	Radiador Criogênico Passivo
		SACI	Satélites de Aplicações Científicas
		SSR	Satélites de Sensoreamento Remoto

#### **RESUMO**

Radiadores criogênicos passivos (RCP) são dispositivos utilizados para controle térmico de equipamentos a bordo de satélites e/ou veículos espaciais. Este tipo de dispositivo retira o calor gerado por uma fonte, e o dissipa por radiação para o espaço profundo, através de superfícies de alta emissividade chamadas de "estágios do radiador". RCP's são a forma mais simples de se produzir temperaturas criogênicas no espaço, uma vez que este tipo de dispositivo não requer nenhuma parte móvel e nem força externa de acionamento.

Este trabalho descreve todo o projeto e desenvolvimento de um radiador criogênico passivo que atenda às demandas induzidas pelo PNAE – Plano Nacional de Atividades Espaciais. Um estudo sobre o estado da arte dos sistemas criogênicos existentes é apresentado justificando a escolha de radiadores criogênicos passivos para o caso brasileiro. Uma revisão dos trabalhos desenvolvidos pela NASA e ESA, também é apresentada. Dispositivos de um, dois e três estágios são analisados.

Um modelo analítico para estimar o comportamento transiente da distribuição de temperatura sobre os componentes do radiador, durante sua operação em órbita terrestre é apresentado. Uma metodologia para estimar as cargas térmicas externas também é mostrada.

Um experimento para validação deste modelo é descrito. As medidas e estimativas de propriedades óticas e físicas dos materiais utilizados no experimento também são apresentadas, assim como os procedimentos de calibração dos sistemas de medição.

Dados experimentais e teóricos são comparados a fim de mostrar a validade do modelo.

#### **ABSTRACT**

Passive Cryogenic Radiator (PCR) are satellite thermal control devices which takes the thermal energy wasted from a heat source, and discharges it by radiation to the deep space, through its high emissivity radiating surfaces - the radiator stages. PCR are the simplest way to produce cryogenic temperatures in space, as they require no external power and no moving parts.

This work describes the design and development of a passive cryogenic radiator in order to attempt the needs of the National Program for Space Activities – PNAE. The state of art of existing cryogenic systems is presented to justify the choice of passive cryogenic devices. A review of devices developed by NASA and ESA is also presented. Single, double and triple stage configurations are investigated.

A model to predict the transient behavior of the temperature distribution over the radiator's components, during its operational orbit, is presented. A methodology to estimate the environmental heat load is also presented.

An experimental setup to validate the model is described. The measurement and the estimation of the optical and physical properties of the materials used in the experimental setup are presented. The uncertainties of the experimental measurement and the calibration procedure are also discussed.

Experimental and theoretical data are compared, to validate the analytical model.

#### 1 INTRODUÇÃO

Os lançamentos de veículos espaciais têm levado ao espaço um grande número de equipamentos que devem ser mantidos a baixos níveis de temperatura para seu funcionamento com a máxima eficiência. Estes níveis de temperatura variam dentro da faixa de poucos graus acima do zero absoluto a 200 K. Telescópios e detetores infravermelho, dispositivos supercondutores, amplificadores de sinal infravermelho (IR) de baixo ruído, dispositivos de sensoreamento remoto são exemplos de equipamentos que operam dentro desta faixa de temperatura. Estes equipamentos possuem pequenas dimensões, pouca massa e dissipam uma carga térmica pequena. Mas, esta carga térmica, por menor que seja, deve ser corretamente dissipada para que não altere o desempenho do equipamento.

Sistemas de refrigeração criogênicos foram criados para manter estes equipamentos resfriados. As técnicas de resfriamento empregadas dependem do nível de temperatura desejado, da quantidade total de calor a ser retirado do equipamento e da vida útil desejada para o mesmo. Radiadores criogênicos passivos (RCP) são um destes dispositivos.

A Tabela 1, apresentada por Gilmore (1994), mostra as necessidades de resfriamento criogênico de equipamentos de acordo com as missões que os satélites desempenham em órbita, segundo dados fornecidos pela NASA. O estudo dos fenômenos de transferência de calor à temperaturas criogênicas é essencial para o correto desenvolvimento destes dispositivos.

Tabela 1 – Missões cujos equipamentos dos satélites necessitam de resfriamento criogênico (fonte: NASA).

Missão do satélite	Faixa de Temperaturas [K]	Resfriamento necessário
Meteorologia, pesquisa de recursos terrestres, monitoração de poluentes, etc.	10 a 100	miliwatts à 10 W
Astronomia de alta energia e raios gama	4 a 100	miliwatts à 10 W
Astronomia IR	0,3 à 10	microwatts à 0.1 W
Dispositivos supercondutores	1 a 15	ampla faixa de carga térmica
Experimentos de pesquisa	1 a 10	abaixo de 0.1 W

#### 1.1 O Contexto Mundial dos Programas Espaciais

As alterações ocorridas no cenário econômico internacional a partir do final da década de 80 aliadas às profundas transformações políticas atuais, acarretaram em mudanças no rumo dos programas espaciais em todo o mundo. Os esforços para a modernização do aparelho do Estado, principal responsável pelo gerenciamento das atividades espaciais, têm implicado em revisões constantes dos projetos em andamento, assim como dos planos futuros. Por outro lado, com o final da guerra fria, tecnologias antes utilizadas e desenvolvidas somente para fins militares estão sendo aplicados em programas espaciais civis. Exemplos importantes são os sistemas imageadores de alta resolução, que abrem nichos de mercado inteiramente novos e promissores para as aplicações de sensoreamento remoto orbital, assim como a conversão de mísseis desativados em lançadores de pequenos satélites.

Uma das características desses novos rumos é o apoio à iniciativas que visem produzir benefícios imediatos à sociedade, os chamados programas de aplicações. Neste contexto foram

beneficiados os programas de observação da Terra e de telecomunicações e os programas que utilizam o ambiente espacial (como a microgravidade) para o desenvolvimento de novos processos e produtos.

Dentre os programas de observação da Terra, a NASA tem dado prioridade ao programa "Missão ao Planeta Terra", no qual se insere o sistema EOS (*Earth Observation System*), que engloba um grande número de satélites a serem lançados num futuro próximo. Na Europa, a ESA dá ênfase ao desenvolvimento de uma plataforma polar, a ser utilizada em missões de sensoreamento remoto por radar e meteorologia. O Japão, já possuidor de programas de observação da Terra por satélites, planeja 16 novos satélites até o ano 2010, dentro de um programa de monitoração do ambiente global. Canadá, Alemanha, Índia e China enfatizam em seus programas, tecnologias de sensoreamento remoto orbital, juntamente com o desenvolvimento de satélites de comunicação.

Neste contexto também destaca-se a utilização, por diversos países, de satélites recuperáveis da Rússia e da China. Em um futuro próximo a Estação Espacial Internacional (ISS) também representará uma importante alternativa para testes e desenvolvimento de produtos em ambiente de microgravidade.

Outra característica dos novos rumos dos programas espaciais é a substituição de missões muito dispendiosas por um maior número de missões menores, mais curtas, utilizando veículos padronizados, visando a diminuição de custos. Num esforço extremo de redução de custos, projetos de agências espaciais internacionais em andamento foram cancelados. Como exemplo, vale citar o cancelamento por parte da ESA do projeto do veículo espacial tripulado HERMES, substituído por alternativas mais simples.

Em termos gerais, os programas espaciais em desenvolvimento em diversos países apresentam como características principais:

- Forte ênfase na área de aplicações, particularmente em telecomunicações, sensoreamento remoto, meteorologia e microgravidade;
- Retomada do desenvolvimento de veículos lançadores não recuperáveis ou parcialmente recuperáveis;
- Utilização mais intensa de pequenos e micro satélites, recuperáveis ou não, para experimentos científicos e tecnológicos;
- Iniciativas de projetos conjuntos entre países. Um exemplo é a construção da ISS, inicialmente um projeto 100 % norte-americano e hoje desenvolvido em conjunto com diversos países, incluindo o Brasil.

#### 1.2 O Programa Espacial Brasileiro

O programa espacial brasileiro tem como características atender as necessidades brasileiras de exploração do espaço e a exploração de nichos de mercado, onde o Brasil possa atuar de forma competitiva no cenário internacional. Neste contexto, os seguintes programas podem ser citados:

- Uma constelação de pequenos satélites de órbita baixa equatorial para comunicações de baixo custo, destinada a integrar um grande número de países dentro de um cinturão equatorial entre as latitudes 27° norte e 27° sul. Estima-se que estes satélites tenham o potencial de servir a mais de 90 países, representando um PIB acumulado superior à US\$ 2,5 trilhões;
- Pequenos satélites de sensoreamento remoto em baixa órbita, com capacidade de transmissão de imagens diretamente para estações de pequeno porte localizadas nas áreas de cobertura de cada satélite. As aplicações são, por exemplo, controle em tempo real das mudanças do uso

da terra, inclusive desflorestamento ou mesmo, dependendo da disponibilidade de imageadores de mais alta resolução, patrulhamento de fronteiras e vigilância na Amazônia;

 Sistemas de ensino à distância, baseados em satélites com capacidade para radio difusão direta, visando particularmente regiões remotas.

No sentido de fomentar o desenvolvimento tecnológico brasileiro na área espacial, a Agência Espacial Brasileira (AEB) criou em 1996 o Programa Nacional de Atividades Espaciais (PNAE). O PNAE é constituído de programas de cunho científico, de aplicações e de capacitação tecnológica, além de atividades voltadas a implantação, manutenção e ampliação de infra-estrutura operacional e de apoio às atividades de pesquisa e desenvolvimento. O PNAE abrange oito grandes programas:

- 1. Aplicações Espaciais;
- 2. Satélites e Cargas Úteis;
- 3. Veículos Lançadores e Foguetes de Sondagem;
- 4. Infra-Estrutura Espacial;
- 5. Ciências Espaciais;
- 6. Pesquisa e Desenvolvimento em Tecnologias Espaciais;
- 7. Formação e Aperfeiçoamento de Recursos Humanos;
- 8. Fomento à Capacitação da Indústria Nacional.

O programa de Infra-Estrutura Espacial visa a implantação, complementação, ampliação, atualização e a manutenção dos centros e dos laboratórios que compõem a infra-estrutura de apoio às atividades espaciais. O programa de Satélites e Cargas Úteis tem por finalidade dotar o país de capacidade própria na concepção, projeto, desenvolvimento, fabricação e utilização de satélites, bem como de subsistemas específicos para os mesmos.

Os objetivos do PNAE, para a próxima década, para este último programa são:

- a) Desenvolver satélites e cargas úteis com crescente grau de complexidade e atualização tecnológica, visando atender as necessidades do País, por meio de projetos conduzidos de forma autônoma ou em cooperação internacional, incluindo:
  - Satélites de coleta de dados (SCD);
  - Satélites de órbita baixa para comunicações;
  - Micro satélites que utilizem plataformas de baixo custo e crescente sofisticação tecnológica, dedicados a missões de caráter experimental e à pesquisa científica;
  - Satélites avançados de observação da Terra;
  - Satélites geoestacionários de comunicação;
  - Satélites geoestacionários de meteorologia;
  - Plataformas suborbitais.
- b) Consolidar a capacitação industrial necessária para a fabricação, no País, de subsistemas requeridos por satélites de interesse nacional, bem como promover a participação da indústria brasileira no mercado internacional de bens e serviços espaciais.

O subprograma Satélites de Observação da Terra objetiva conceber, projetar, especificar e construir, de forma autônoma ou em cooperação internacional, satélites dotados de câmaras e sensores destinados a gerar imagens da Terra e coletar dados da atmosfera, que possam suprir, em complementação ou substituição aos sistemas internacionais, as informações necessárias a aplicações de interesse nacional.

Em diversos subprogramas descritos anteriormente, está prevista a instalação de câmaras CCD (Charge Coupled Device) como carga útil dos satélites. As câmaras previstas para os Satélites de Sensoreamento Remoto (SSR), por exemplo possibilitarão a cobertura de um cinturão global situado entre as latitudes 5º Norte e 15º Sul, com imagens de 100 m a 200 m de resolução na faixa do visível e 300 m a 400 m na faixa do infravermelho. Estes equipamentos podem cobrir áreas de até 500 km por 500 km. Equipamentos deste porte devem operar em

temperaturas na faixa de 70 K a 150 K, conforme mostrado por Breckenridge (1972). Ainda no programa de Pesquisa e Desenvolvimento em Tecnologias Espaciais, no subprograma Projetos de Apoio ao Programa de Satélites e Cargas Úteis, é descrita a necessidade de se conduzir pesquisas em diversas áreas, dentre as quais se encontra a sub-área tecnologias de controle térmico de sensores eletro-ópticos.

Desta forma, para dar apoio ao desenvolvimento destes programas, sistemas de refrigeração à temperaturas criogênicas deverão ser desenvolvidos. Este trabalho visa atender a estas necessidades, como se verá a seguir. Uma revisão bibliográfica sobre o estado da arte em sistemas criogênicos existentes será mostrada no próximo capítulo.

#### 1.3 O Papel do Núcleo de Controle Térmico de Satélites

O Núcleo de Controle Térmico de Satélites (NCTS) vem desenvolvendo pesquisas na área espacial desde 1990, quando foi firmado um acordo com a Universidade de Stuttgart e o KFA, da Alemanha, para o desenvolvimento de tubos de calor e circuitos de bombas capilares. Hoje o Núcleo desenvolve pesquisas aplicadas em diversas áreas tais como: tubos de calor, radiadores criogênicos, resistência térmica de contatos, junções aparafusadas, termossifões de duas fases e pesquisas básicas na área de transferência de calor bifásica, com ênfase no estudo da nucleação.

Desde 1994 a AEB mantém convênios com o NCTS, visando o desenvolvimento de dispositivos para controle térmico de veículos espaciais. A parceria entre a AEB e algumas das principais universidades brasileiras (e entre elas, a UFSC) surgiu da necessidade de formação de pessoal especializado para atuação na área espacial no Brasil.

(

#### 1.4 A Importância do Controle Térmico de Satélites

Na atmosfera terrestre, o ar, por convecção natural ou forçada, normalmente é o grande responsável pelo controle da temperatura de equipamentos eletrônicos. Operando em um ambiente completamente diferente da atmosfera terrestre, veículos espaciais estão sujeitos a grandes gradientes de temperatura como pode ser observado na Fig. 1. O lado do veículo voltado para o Sol, recebe radiação solar direta podendo atingir altos níveis de temperatura. O lado do veículo que está voltado para o espaço profundo, cuja temperatura é de aproximadamente  $4 K^1$ , perde calor por radiação. O satélite também está sujeito à radiação infravermelha que a Terra emite devido à sua própria temperatura ( $\sigma T^4$ ), assim como o albedo. Veículos espaciais também estão sujeitos a outras cargas térmicas menores, como o aquecimento por atrito com moléculas de camadas mais altas da atmosfera, e por partículas eletricamente carregadas, tais como as partículas do cinturão de Van Allen.

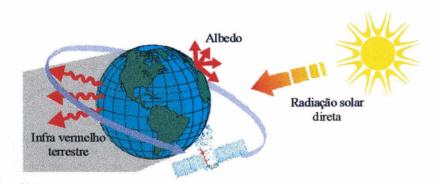


Figura 1 – Cargas térmicas incidentes sobre veículos espaciais em torno da Terra.

<sup>&</sup>lt;sup>1</sup> O espaço é tido como um sumidouro de calor radiante, onde toda a radiação emitida por corpos sólidos é absorvida e nunca refletida. A temperatura de 4 K é devida à pequena emissão das estrelas e outros corpos celestes de menor grandeza.

Para manter os veículos espaciais e seus equipamentos dentro dos limites de temperatura corretos, dispositivos de controle térmico são utilizados, tais como isolantes multi-camadas (MLI), tubos de calor, circuito de bombas capilares e radiadores térmicos. O objetivo dos sistemas de controle térmico é manter todos os subsistemas do satélite, e seus componentes, dentro de níveis de temperatura compatíveis com suas funções e modos de operação do veículo.

#### 1.5 Motivação e Objetivos

Incentivado pela AEB e visando a capacitação tecnológica na área espacial, o Núcleo de Controle Térmico de Satélites (NCTS - EMC/UFSC) tem desenvolvido pesquisas na área de resfriadores criogênicos, enfocando as diversas tecnologias de resfriamento criogênico.

O objetivo do presente trabalho é, portanto, desenvolver a tecnologia de resfriamento à níveis criogênicos utilizando radiadores passivos. Para alcançar este objetivo, os assuntos a seguir são abordados, discutidos e apresentados.

No Capítulo 2 uma revisão bibliográfica é apresentada, mostrando o estado da arte dos radiadores criogênicos passivos e identificando as contribuições de cada autor. Esta revisão serve de base para o projeto do dispositivo proposto.

No Capítulo 3 é descrito o princípio de funcionamento dos radiadores criogênicos passivos (RCP), e apresenta uma metodologia de otimização da geometria destes dispositivos.

Um modelo matemático transiente unidimensional, inédito, é apresentado no Capítulo 4. A estimativa da distribuição de temperaturas em regime transiente é necessária à otimização do desempenho dos RCP, visando satisfazer as necessidades de resfriamento dos equipamentos durante a vida operacional do veículo espacial. Este capítulo apresenta também, uma metodologia para a determinação de cargas térmicas externas incidentes sobre o RCP. A

determinação destas cargas é essencial nas estimativas da distribuição de temperaturas dos diversos componentes do RCP.

No Capítulo 5 está apresentada a montagem experimental de dois protótipos fabricados de acordo com a geometria determinada no Capítulo 3. O objetivo deste experimento é validar o modelo matemático apresentado no Capítulo 4.

No Capítulo 6, os dados experimentais e os dados obtidos com o modelo matemático são comparados para os dois protótipos testados.

O Capítulo 7 apresenta as conclusões relativas a este trabalho bem como propostas para futuros trabalhos nesta área.

#### 2 REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

#### 2.1 Introdução

São três os principais sistemas de refrigeração criogênicos aplicados no controle térmico de satélites:

- Refrigeradores ativos;
- Sistemas de refrigeração com fluidos armazenados e
- Radiadores criogênicos.

Os sistemas criogênicos com fluido armazenado mantêm equipamentos dentro de uma faixa bastante ampla de temperatura, desde 1,5 K (hélio super fluido) até 150 K (amônia sólida). Nestes sistemas ocorre a vaporização ou sublimação de um fluido ou sólido a temperaturas criogênicas e a consequente absorção do calor. Este calor é rejeitado através da sangria do fluido que muda de fase.

Em missões de longa duração, mesmo com baixas taxas de rejeição de calor, o volume e peso de fluidos criogênicos armazenados tornam-se muito grandes. Refrigeradores ativos são portanto, uma opção bem mais atrativa. Os refrigeradores ativos são baseados em ciclos termodinâmicos e requerem força externa de acionamento.

Radiadores criogênicos passivos (RPC) utilizam a temperatura do espaço (4 K) para absorver o calor emitido por superfícies de alta emissividade, estas denominadas de estágios do radiador. São sistemas passivos que não requerem acionamento ou partes móveis

A Figura 2 apresentada por Gilmore (1994), mostra as várias técnicas de refrigeração existentes e sua faixa de temperatura de operação em função da carga térmica a ser dissipada.

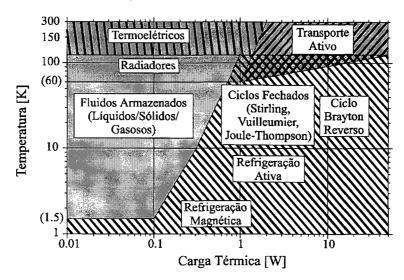


Figura 2 – Técnicas para resfriamento criogênico.

#### 2.2 Refrigeradores Ativos

O que diferencia os refrigeradores espaciais dos industriais e aerotransportados são as necessidades extremas de baixo peso, baixo consumo de energia, bom funcionamento em ambiente de microgravidade por longos períodos sem manutenção ou reparo e, geralmente, mínimo nível de vibração ou qualquer outra perturbação mecânica que possa significar qualquer impacto nos sensores. Os ciclos termodinâmicos típicos para sistemas de refrigeração de veículos espaciais são:

- Stirling;
- Vuilleumier;
- Brayton/Claude reverso;
- Joule/Thompson fechado (J-T).

Os primeiros sistemas utilizados em satélites (entre 1970 e 1971) foram refrigeradores operando segundo o ciclo Stirling. Estes equipamentos consistiam de unidades comerciais de solo convertidas para experimentos espaciais de curto prazo. O sistema de maior longevidade foi

lançado ao espaço em setembro de 1978, desenvolvido pela Philips NA. Tratava-se de quatro unidades operando segundo um ciclo Stirling por um período de cinco anos. A primeira unidade falhou muito cedo e, em virtude disto, as demais unidades se degradaram significantemente até a destruição do satélite em meados de 1983.

Um sistema operando segundo um ciclo Vuilleumier voou em 1972 no veículo SESP 71-2. O equipamento funcionou com sucesso por seis meses até que o circuito de fluido refrigerante falhou.

Jewell (1991) apresenta uma visão geral das atividades da Agência Espacial Européia no desenvolvimento de sistemas de refrigeração ativa utilizando o ciclo Stirling. Estas atividades, que tiveram início nos anos 70, levaram ao projeto de um modulador de pressão (PMC) que foi utilizado com sucesso nas missões Nimbus 6, Nimbus 7 e Pionner Venus. O sucesso da operação deste equipamento em vôo, associada à inabilidade de se resfriar radiativamente os detetores às temperaturas criogênicas necessárias, levou ao desenvolvimento de um refrigerador que operasse segundo um ciclo Stirling, utilizando o mecanismo PMC para atingir 80 K. Scull e Jewell (1991) mostram os testes de pré-qualificação deste equipamento. Jones et al. (1991) mostram o desenvolvimento e a pré-qualificação de um refrigerador destinado a operar a 20 K. Bradshaw e Orlowska (1991) propõem um refrigerador mecânico operando segundo um ciclo fechado J-T para operar a 4 K. Os dois últimos ciclos tiveram seu projeto baseado no refrigerador desenvolvido para operar a 80 K.

A Figura 3, apresentada por Barron (1985) mostra um esquema simplificado do funcionamento de um refrigerador mecânico, que consiste de um cilindro contendo um pistão, um deslocador e um regenerador e que opera segundo o ciclo Stirling. O ciclo termodinâmico utilizado é mostrado na Fig. 4.

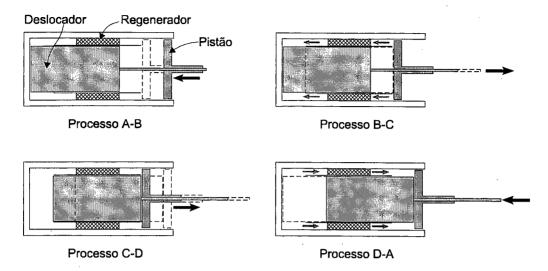


Figura 3 – Funcionamento de um refrigerador ativo segundo o Ciclo Stirling

A sequência de operação para este sistema é a seguinte:

Processo A-B: o gás é comprimido isotermicamente enquanto rejeita calor para um absorvedor à alta temperatura.

Processo B-C: o gás é forçado através do regenerador pelo movimento contínuo do deslocador.

O gás é resfriado à volume constante durante este processo. A energia removida do gás não é transferida para o exterior do refrigerador, mas é armazenada na matriz do regenerador.

Processo C-D: o gás é expandido isotermicamente enquanto absorve calor da fonte à baixa temperatura.

Processo D-A: o gás frio é forçado novamente através do regenerador por movimento contínuo do deslocador. O gás é aquecido durante este processo. A energia armazenada no processo B-C é transferida de volta ao gás.

No caso ideal (isolamento térmico perfeito), calor é transferido para o refrigerador apenas durante o processo C-D, e calor é rejeitado do refrigerador apenas no processo A-B.

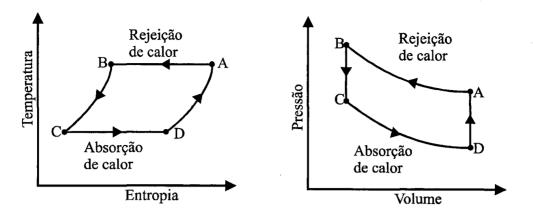


Figura 4 – Diagramas Temperatura x Entropia e Pressão x Volume do Ciclo Stirling

O sucesso de um ciclo Stirling depende da eficiência do regenerador utilizado no sistema. Um bom regenerador deve ser construído de um material com um alta capacidade térmica, o período de deslocamento do gás através do regenerador deve ser baixo (isto é, a frequência de bombeamento do fluido através do mesmo deve ser alta), o coeficiente de troca de calor a área de troca de calor devem ser alta, e o fluxo de massa através do regenerador deve ser baixo.

#### 2.3 Sistemas Criogênicos com Fluido Armazenado

Sistemas com fluido criogênico armazenado expansível usam tanto líquidos criogênicos no estado subcrítico ou supercrítico, sólidos criogênicos, ou gases a alta pressão combinados com válvulas Joule-Thompson (J-T) para o resfriamento de equipamentos de veículos espaciais.

As principais vantagens deste tipo de sistema são:

- Simplicidade dos componentes;
- Viabilidade do sistema;
- Economia relativa;
- Potência externa desprezível.

As desvantagens básicas deste tipo de sistema são sua vida operacional limitada devido a fugas de calor do reservatório e grande volume e peso em missões de longa duração. Embora

sistemas de gás pressurizado com válvulas J-T possam ultrapassar os limites impostos por missões de longa duração, as limitações associadas com o armazenamento de gases a altas pressões e a baixa eficiência das expansões J-T geralmente tornam estes sistemas proibitivos quando a vida operacional aumenta.

As temperaturas operacionais de vários fluidos expansíveis que utilizam o calor de vaporização ou de sublimação é mostrado na Fig. 5. Podemos ver que temperaturas variando de próximas ao zero absoluto até 300 K podem ser atingidas.

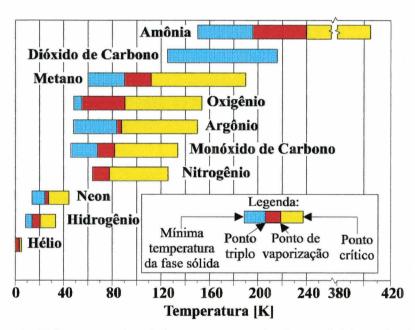


Figura 5 – Faixa operacional de temperatura de alguns fluidos criogênicos

As principais limitações destes sistemas são a complexidade do projeto do tanque, necessário para minimizar a ebulição e a separação de fase, em fluidos subcríticos no ambiente espacial e o grande peso e volume, para missões de grande duração. Uma alternativa é a utilização de fluidos criogênicos armazenados no estado sólido, que proporcionam um conteúdo energético muito maior que os líquidos, maior densidade, e um projeto mais simples. Este tipo de sistema apresenta algumas restrições quanto ao sistema de montagem do equipamento a ser

resfriado, procedimentos especiais de preenchimento do tanque criogênico e necessidade de uma malha de metal para dissipar calor enquanto o sólido sublima. A Figura 6 mostra o esquema de um refrigerador com sólido criogênico (metano e amônia no estado sólido) utilizado no programa NIMBUS-F (Gilmore 1994). Uma segunda alternativa para líquidos criogênicos armazenados são válvulas do tipo J-T, que utilizam a expansão de um gás a alta pressão (15 a 45 MPa ou mais), resultando no resfriamento do gás e na eventual formação de líquido a ser utilizado no controle de temperatura de algum tipo de sensor.

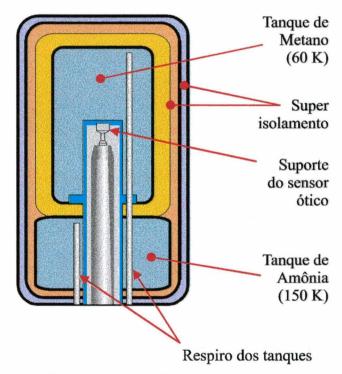


Figura 6 – Refrigerador com sólido armazenado (Lockheed/NASA).

O sistema de resfriamento com válvula J-T consiste em um tubo aletado de diâmetro interno fino, de modo que a relação área/volume seja grande o bastante para a troca de calor ocorrer. Dado um orifício de uma válvula J-T, o fluxo de gás varia com a pressão na entrada da válvula. Portanto, somente um valor da pressão proporciona a refrigeração desejada. A manutenção da pressão em um valor constante na entrada da válvula, durante toda a vida do

sistema, é uma limitação séria nos sistemas J-T tradicionais. Recentemente, criostatos de orifício variável tem apresentado bons resultados.

#### 2.4 Radiadores Criogênicos

Uma forma extremamente simples de se produzir temperaturas criogênicas no espaço é utilizar a temperatura do mesmo (4 K), para absorver o calor dissipado por radiação térmica através de superfícies radiadoras. Este é o modo de operação dos radiadores criogênicos.

Dependendo de como o calor é transferido de sua fonte até as superfícies radiadoras, os radiadores criogênicos são classificados em ativos e passivos, como mostra a Tab. 2.

Tabela 2 – Classificação dos Radiadores Criogênicos

Tipo	Conexão com a fonte de calor
Radiadores Passivos	Direta
	Por meio de Tubos de Calor / bombas capilares
	Por meio de Materiais com Mudança de Fase
Radiadores Ativos	Por meio de Circuito de Fluido
	Por meio de Circuito de Fluidos acoplados com
	Tubos de Calor e/ou Bombas capilares

#### 2.4.1 Radiadores Criogênicos Ativos

Radiadores ativos utilizam um circuito de fluido mecanicamente bombeado, para transportar o calor desde a fonte até a superfície radiadora. Assim sendo, necessitam de força externa quando em operação. Quando são utilizados circuitos de fluido, o fluido troca calor com o espaço através de tubos aletados. Geralmente o fluido utilizado é bifásico e entra nos tubos aletados no estado de vapor saturado ou superaquecido e sai sob a forma de líquido condensado.

Quando se utilizam tubos de calor acoplados a circuito de fluidos, o calor é transferido de sua fonte até a raiz de uma superfície radiadora, enquanto os tubos de calor se encarregam de distribuir o calor sobre ela.

#### 2.4.2 Radiadores Criogênicos Passivos

Os radiadores criogênicos passivos são concepções ainda mais atraentes para se produzir temperaturas criogênicas no espaço, pois não necessitam de força externa para funcionar e possuem vida operacional teoricamente infinita (dependendo de fatores externos como contaminação, bom funcionamento de tubos de calor, etc.).

A fonte de calor (ou o detetor IR) pode estar montada diretamente sobre a placa fria do radiador. Neste caso, o calor é transferido para o radiador por condução térmica, radiação térmica ou por ambos. A principal vantagem deste tipo de montagem é a simplicidade do projeto. Quando não existe a possibilidade de se montar o detetor junto ao radiador, utiliza-se tubos de calor ou bombas capilares ou ainda, materiais com mudança de fase, para conduzir o calor desde sua fonte até a placa fria do radiador. Quando se utiliza tubos de calor ou bombas capilares, a região do condensador é montada junto à placa fria do radiador e o evaporador junto ao equipamento a ser resfriado. Esta conexão pode ser feita de forma direta, quando o próprio evaporador compõe a placa fria, integrando o tubo de calor à placa fria, través de uma estrutura de colmeia ou através de interfaces especiais.

Materiais com mudança de fase oferecem boa transferência de calor por condução para as superfícies do radiador. Estes materiais se liquefazem durante o período de alta dissipação de calor e se solidificam quando esta dissipação diminui, controlando desta forma a temperatura de detetores e mantendo o valor dessa temperatura quase constante.

O desenvolvimento de radiadores criogênicos começou no início dos anos 60, conforme mostrado por Gilmore (1994), sendo o primeiro modelo qualificado para vôo lançado em 1964 dentro do programa Nimbus I, II e III (NASA). Este dispositivo, que alcançava 195 K dissipando 1,7 mW para o espaço, foi instalado em um satélite cuja órbita era sol-síncrona. Com uma área de 9,8 cm², possuía um peso de apenas uma libra (453,6 g) e foi utilizado para refrigerar um espectrômetro IR de alta resolução. A este dispositivo, seguiu-se um segundo destinado ao programa Nimbus IV (NASA). Este dispositivo operava a 175 K, dissipava 5,8 mW e possuía uma área de placa fria menor que seu antecessor igual a 8,9 cm². Com um peso de duas libras, foi utilizado para o resfriamento de espectrômetro de filtro.

Hulett e Zierman (1971) realizaram uma análise paramétrica de projeto assim como testes térmicos e estruturais em um radiador de quatro estágios. Os testes mostraram a possibilidade de se operar tal dispositivo a temperaturas de 83 K, dissipando 50 mW com uma área total de  $0,021 m^2$  e uma emissividade superficial de 0,9.

Merriam e Gabron (1972), mostram um estudo realizado sobre os requisitos básicos para o resfriamento de detetores através de radiadores passivos. Toda a metodologia de projeto de sombreadores para a placa fria é mostrada, com base nos princípios da reflexão dos raios solares (radiação direta) e terrestres (radiação IR e albedo). Também são apresentados dados computados para a temperatura da placa fria. Os resultados mostraram que para uma dissipação de 40 mW, a temperatura variou entre 100 K e 130 K para o solstício de inverno e de verão, respectivamente.

Mayer (1972), mostra a fabricação de um radiador passivo, para um detetor IR com materiais poliméricos (filme de poliéster) aluminizados.

Wright e Pence (1973) mostram um projeto de um radiador passivo acoplado a tubos de calor, capaz de dissipar 12 W a temperaturas de 125 K a 140 K. Foi utilizado um tubo de calor cujo fluido de trabalho era metano, para transportar calor de um detector experimental até a raiz

da placa fria do radiador. O calor era espalhado sobre os  $1,3 m^2$  do radiador através de dois tubos de calor em "C" que utilizavam Freon 14 como fluido de trabalho.

Wright (1980) mostra o projeto de um radiador passivo de dois estágios, acoplados à tubos de calor cujo fluido de trabalho é o oxigênio. Dois tubos de calor conduzem o calor do detetor até a raiz do radiador e um terceiro o distribui sobre a superfície do segundo estágio, de área igual à  $6,88 \text{ m}^2$ . A área total deste radiador é de  $8,1 \text{ m}^2$  e 5 W são rejeitados para o espaço a uma temperatura de 70 K.

Bard (1984) descreve uma nova tecnologia utilizada para projeto de radiadores passivos, baseada no uso de "escudos de radiação inclinados". O "Radiador Passivo Avançado", como foi chamado, utiliza duas técnicas para reduzir os fluxos de calor parasitas para a placa fria do radiador. A primeira, consiste no uso de suportes estruturais capazes de suportar as cargas dinâmicas de lançamento e, uma vez em órbita, estes suportes são mecanicamente e termicamente desconectados do radiador. As estruturas capazes de suportar as cargas dinâmicas orbitais permanecem fixas. A segunda técnica consiste na utilização de "escudos" de baixa emissividade e baixa condutância, feitos de materiais com superfícies altamente especulares e refletoras. Escudos adjacentes são arranjados de forma que entre eles exista um ângulo de 1,5°, criando grandes cavidades em forma de "V" com o lado mais aberto voltado para o espaço. A radiação térmica proveniente do veículo é interceptada por cada um destes escudos e é refletida diretamente ao espaço. O conjunto destes escudos aumenta a emissividade total deste dispositivo. Os escudos foram feitos com folhas de mylar aluminizado e apresentavam um peso bem inferior ao de um radiador equivalente. Bard realizou testes comparativos com o dispositivo proposto por Wright (1980). Os resultados mostraram ser necessária uma menor área para o radiador passivo avançado.

A performance em vôo de um radiador passivo acoplado a tubos de calor de condutância variável é mostrado por Gayrard (1991). O radiador foi instalado no telescópio imageador

SIGMA (França) e foi lançado ao espaço em dezembro de 1989. Utilizando tubos de calor de condutância variáyel com amônia como fluido de trabalho e nitrogênio como gás não-condensável, o radiador operou por mais de dezoito meses (tempo de vida previsto em projeto) dissipando 35 W a uma temperatura de -100~°C.

Brand e Schlitt (1997) apresentam o projeto e testes de um radiador criogênico passivo acoplado a quatro tubos de calor desenvolvido para o satélite alemão ABRIXAS (Fig. 7). Este radiador é constituído de um estágio primário, sombreado das cargas externas que consegue dissipar 5,2 W a –100° C. Um segundo estágio externo ao sombreador, consegue dissipar 8,2 W a uma temperatura de –47° C. Os tubos de calor acoplados ao radiador primário (dois tubos), utilizam etano como fluido de trabalho e os demais, acoplados ao radiador secundário utilizam amônia.

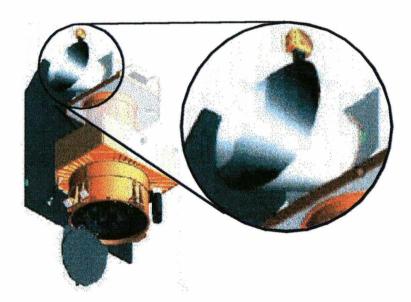


Figura 7 – Satélite ABRIXAS, destacando o radiador criogênico passivo apresentado por Brand e Schlitt (1997)

#### 2.5 Conclusão

Dentre os sistemas de resfriamento criogênicos apresentados, a escolha pelo radiador passivo para controle térmico de sensores deveu-se à passividade do sistema, melhor relação custo × benefício em relação aos demais sistemas, projeto mais simplificado e longa vida operacional quando em órbita.

A necessidade de potência elétrica de acionamento para sistemas ativos é sua principal desvantagem. Refrigeradores mecânicos apresentam partes móveis em seu mecanismo de funcionamento. Isto faz com que estes dispositivos estejam sujeitos à vibrações e maior risco de falhas mecânicas. Seu desenvolvimento e projeto é bem mais complexo que os demais sistemas apresentados, tornando-os muito caros. Porém, sua grande vantagem é a capacidade de dissipar grandes potências térmicas em um amplo intervalo de temperaturas.

Nos sistemas de fluido criogênico armazenado, as limitações impostas pelo peso e volume do tanque e as complicações de projeto indicam sua aplicação a casos extremos (temperaturas entre 60 K e 1,5 K, e cargas térmicas entre 0,01 W e 0,1 W).

O desenvolvimento de um sistema criogênico que atenda às necessidades do PNAE (Plano Nacional de Atividades Espaciais), conforme apresenta a Agência Espacial Brasileira (AEB) é um importante passo para o domínio da tecnologia de controle térmico a baixas temperaturas. A concepção aqui estudada pode propiciar o desenvolvimento de sistemas passivos de maior capacidade de rejeição de carga térmica, visando atender necessidades futuras, não somente de programas espaciais nacionais mas também de programas internacionais.

# 3 RADIADORES CRIOGÊNICOS PASSIVOS DE MÚLTIPLOS ESTÁGIOS

#### 3.1 Introdução

É apresentado nesta seção o princípio de funcionamento dos radiadores criogênicos passivos de múltiplos estágios, bem como uma metodologia de otimização da geometria destes dispositivos. Dois critérios são apresentados e aplicados a este projeto, um visando determinar a melhor configuração do sombreador e outro, para se determinar a melhor relação entre as áreas de radiadores de múltiplos estágios.

### 3.2 Princípio de Funcionamento dos Radiadores Criogênicos Passivos

Radiadores irradiam calor para o espaço através de uma superfície de alta emissividade denominada de "placa fria" do radiador. Estes dispositivos são encontrados em inúmeras formas, dentre as quais, painéis estruturais, placas planas montadas externamente ao satélite e painéis dobráveis, que são estendidos após o veículo entrar em órbita, são as mais comuns. A capacidade de resfriamento de radiadores depende diretamente da emissividade da superfície e de sua temperatura. O radiador deve atender as necessidades de resfriamento do equipamento para o qual foi projetado, além de dissipar as cargas térmicas parasitas provenientes da estrutura do veículo, bem como provenientes do ambiente², conforme mostra o balanço de energia apresentado na Fig. 8.

<sup>&</sup>lt;sup>2</sup> As cargas térmicas provenientes do ambiente espacial serão abordadas no item 4.4.

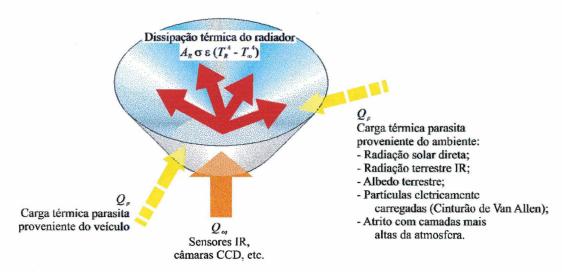


Figura 8 – Balanço de energia esquemático para um radiador criogênico passivo.

A placa fria dos radiadores possui um acabamento superficial com alta emissividade na faixa do infravermelho ( $\varepsilon > 0.9$ ), para maximizar a rejeição de calor e baixa absortividade, no espectro solar ( $\alpha < 0.3$ ), para minimizar a absorção de cargas térmicas. O balanço de energia em regime permanente para a placa fria de um radiador (ver Fig. 8) pode ser simplificadamente equacionado como segue:

$$A_R \varepsilon \sigma (T_R^4 - T_\infty^4) = Q_{eq} + Q_p \tag{1}$$

onde  $A_R$  é a área da placa fria,  $\varepsilon$  é sua emissividade,  $T_R$  sua temperatura,  $T_\infty$  é a temperatura do espaço,  $Q_{eq}$  é a carga térmica do equipamento que é imposta à placa fria e  $Q_p$  são as cargas térmicas parasitas que atingem a placa fria.

O termo à esquerda da Eq. (1) mostra que a capacidade de resfriamento de um radiador é função principalmente de sua temperatura, onde  $T_R^4$  corresponde à uma drástica diminuição desta capacidade com a temperatura, conforme mostrado na Fig. 9. Em temperaturas criogênicas, este efeito é ainda mais pronunciado; radiadores criogênicos operando à 70 K possuem apenas 1/330 da capacidade de resfriamento de radiadores operando à 300 K. Isto torna radiadores criogênicos extremamente sensíveis às cargas térmicas.

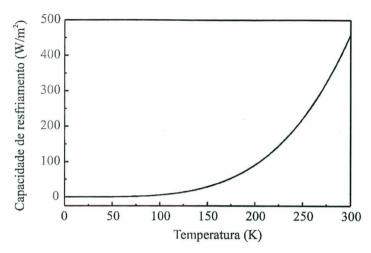


Figura 9 – Capacidade de resfriamento de um corpo negro.

Podemos reorganizar a Eq. (1) para obtermos:

$$\frac{A_R}{Q_{eq}} = \frac{1}{\varepsilon \sigma (T_R^4 - T_\infty^4) - Q_p / A_R}$$
 (2)

o que nos fornece a razão entre a área da placa fria e a carga térmica dissipada por equipamentos  $(A_R/Q_{eq})$  como função da temperatura da placa fria  $(T_R)$  e da razão entre as cargas térmicas parasitas e área da placa fria  $(Q_P/A_R)$ . A Figura 10 mostra a capacidade de resfriamento  $A_R/Q_{eq}$  calculada em função da temperatura da placa fria  $T_R$ , para diversos níveis de cargas térmicas parasitas  $Q_P/A_R$ , a partir da Eq. (2)  $(\varepsilon = 1 \ e \ T_\infty = 4 \ K)$ .

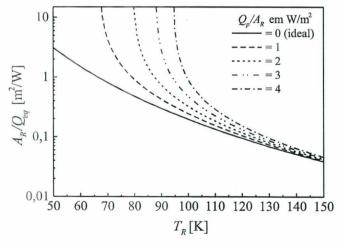


Figura 10 – Influência das cargas térmicas parasitas na temperatura da placa fria.

Com base na Fig. 10, podemos afirmar que para uma carga térmica parasita de  $4 \text{ W/m}^2$ , radiadores criogênicos necessitam de aproximadamente  $1 \text{ m}^2$  para dissipar  $1 \text{ W} (1 \text{ m}^2/\text{W})$  produzido por equipamentos ou sensores que operaram à 100 K. À 95 K, esta razão sobe para  $10 \text{ m}^2/\text{W}$ . Para minimizar a influência das cargas térmicas parasitas sobre a temperatura da placa fria, são utilizados três dispositivos de isolamento:

- Suportes de baixa condutividade térmica: Fabricados a partir de materiais de baixa condutividade térmica (k < 0,5 W/m K), tem a finalidade de isolar condutivamente a placa fria do restante do satélite;</li>
- MLI³ Isolantes Multi-Camadas: funciona como um isolante radiativo composto de filmes de baixa emissividade (ε < 0,1), intercalados com espaçadores de baixa condutividade térmica.</li>
   Geralmente são utilizadas folhas de Mylar, com acabamento superficial aluminizado e redes de Dacron, Nylon ou fibra de vidro como espaçadores. Os MLI's tem a finalidade de isolar radiativamente a placa fria do restante do satélite;
- 3. <u>Sombreadores</u>: São superfícies que envolvem a placa fria e interceptam as cargas térmicas provenientes do ambiente, refletindo-as para longe da placa fria (Fig. 11). Os sombreadores podem possuir as mais variadas formas. Brand e Schlitt (1997) utilizaram sombreadores cônicos para isolar a placa fria das cargas térmicas externas. Geralmente, os sombreadores possuem acabamento superficial externo de alta emissividade e baixa absortividade no espectro solar e geralmente possuem uma superfície interna de alta refletividade direcional.

Além dos dispositivos acima, uma outra forma de aumentar a eficiência do isolamento da placa fria, é a utilização de estágios intermediários paralelos entre a placa fria e o veículo espacial. Wilson e Wright (1977) mostram o princípio de funcionamento dos radiadores criogênicos passivos de múltiplos estágios.

<sup>&</sup>lt;sup>3</sup> Do inglês Multi-Layer Insulation.

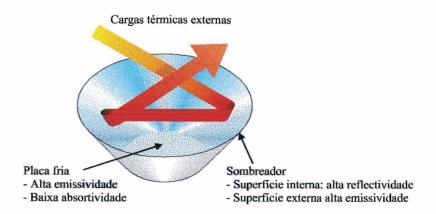


Figura 11 – O sombreador reflete as cargas térmicas externas para longe da placa fria.

A função dos estágios intermediários, é interceptar as cargas térmicas parasitas que conseguem atravessar o isolamento logo abaixo e irradiá-las para o espaço. Desta forma cada estágio subsequente pode atingir temperaturas cada vez mais baixas. Este efeito, mostrado na Fig. 12, propicia uma redução na razão de  $A_R/Q_{eq}$ , para uma dada temperatura de funcionamento da placa fria  $(T_R)$  ou uma redução de  $T_R$  para uma razão fixa de  $A_R/Q_{eq}$ . Os estágios intermediários também podem ser utilizados para resfriar equipamentos à temperaturas maiores que as da placa fria.

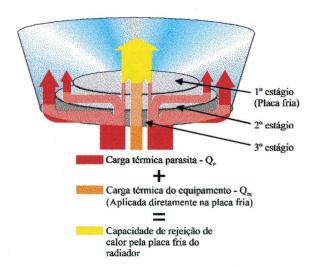


Figura 12 – Princípio de funcionamento de RCP's de múltiplos estágios.

Análises preliminares sobre o desempenho térmico de diversos tipos de radiadores de múltiplos estágios, desenvolvidas pela Divisão de Sistemas Espaciais e de Reentrada da Philco-Ford Corporation, citados por Donabedian (1972), mostraram que o desenpenho é aproximadamente máximo com três estágios ou em alguns casos, com dois estágios. Estágios adicionais resultam numa melhora térmica marginal enquanto que aumentam a complexidade do projeto.

#### 3.3 Otimização da Geometria de Radiadores Criogênicos Passivos

A geometria dos radiadores passivos pode ser otimizada de acordo com inúmeros critérios, devido ao grande número de parâmetros envolvidos nos projetos destes dispositivos. Um critério de otimização normalmente empregado é a otimização da geometria do sombreador, visando obter dispositivos com as mínimas dimensões possíveis, para sombrear por completo a placa fria de cargas externas. Outro critério é a minimização da temperatura de funcionamento de uma placa fria (T), para uma carga térmica  $(Q_{eq} \in Q_p)$  dada um certa área total do dispositivo.

Antes de se aplicar qualquer um destes critérios, uma configuração básica e uma órbita precisam ser definidas. A configuração adotada para o desenvolvimento do dispositivo, consiste em um radiador de múltiplos estágios (um, dois e três estágios serão estudados), separados entre si por MLI e suportes de baixa condutividade térmica e sombreados por um sombreador cônico. Nesta configuração os estágios possuem um formato circular, onde os estágios intermediários entre a placa fria e a sua base estão posicionados de forma concêntrica, conforme mostra a Fig. 13. A máxima área a ser ocupada pelos estágios é de 0,0227 m² (área disponível para testes na câmara de vácuo). Esta área corresponde a um diâmetro máximo de 0,17 m.

Neste estudo, considerar-se-á que o dispositivo é montado em um satélite, cuja órbita é circular e equatorial com 2000 km de altitude, que é a órbita mais provável dos satélites de sensoreamento remoto (SSR) e de aplicações científicas (SACI) descritos no PNAE.

#### 3.3.1 Otimização da Geometria do Sombreador

Para radiadores criogênicos que possuam sombreadores, estes devem ser otimizados quanto à sua abertura e/ou altura. Bywaters e Keeling (1974) obtiveram valores ótimos para os ângulos de abertura de cones de sombreamento para radiadores de estágios circulares. Foi estabelecido um volume fixo do radiador (altura do sombreador  $\times$  área total). O parâmetro de projeto a ser otimizado é o angulo de abertura do sombreador,  $\phi$ .

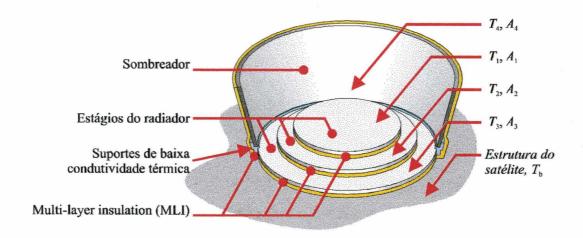


Figura 13 – Configuração proposta para o desenvolvimento do RCP.

Estes autores adotaram as seguintes hipóteses:

- A placa fria é sombreada tanto dos raios provenientes do Sol quanto do próprio veículo espacial;
- A órbita é circular equatorial;
- O eixo do cone no qual o radiador se encaixa é normal ao plano da órbita.

O fluxo incidente sobre o radiador é devido à emissão IR da Terra e do albedo terrestre. A geometria ótima é aquela cujo ângulo de abertura do sombreador é capaz de interceptar as cargas térmicas radiativas provenientes das camadas mais altas, no limite da atmosfera terrestre vista pelo radiador, não permitindo que as mesmas alcancem a placa fria do radiador (Fig. 14).

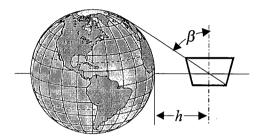


Figura 14 – Definição da geometria do sombreador.

A radiação térmica incidirá sobre a cavidade do cone, segundo um ângulo  $\beta$  com o eixo do cone, que é calculado pela equação:

$$\beta = \arccos[R_e/(R_e + h)] \tag{3}$$

onde  $R_e$  é o raio da Terra e h é a altitude do satélite. O ângulo  $2\beta$  é denominado "campo de visão" do sombreador. O valor do ângulo de cone  $\phi$  que resultará em um campo de visão  $2\beta$ , pode ser deduzido a partir do fato de que as cargas térmicas provenientes da Terra são tangentes ao circulo AA, definido por múltiplas reflexões de BB em ângulos especulares  $\pm \phi$  (Fig. 15). A expressão resultante apresentada pelos autores é a seguinte:

$$\phi + arcsen (1 - 2 H/D tan \phi) = \beta$$
 (4)

Esta equação fornece o ângulo  $\phi$  necessário, para sombrear por completo a placa fria das cargas térmicas provenientes da atmosfera terrestre, uma vez que os parâmetros orbitais  $R_e$  e h e a relação H/D são dados especificados. O diâmetro menor do sombreador d é calculado pela equação:

$$d = D - 2H \tan \phi \tag{5}$$

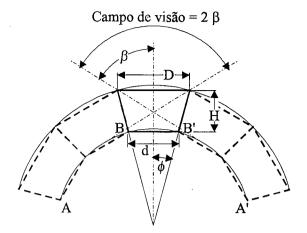


Figura 15 – Imagens especulares no sombreador obtidas por Bywaters e Keeling (1974).

A Figura 16 mostra o ângulo de abertura do sombreador,  $\phi$ , em função do campo de visão do sombreador,  $\beta$  (que, por sua vez, é função da altitude do satélite, h), para diferentes valores da razão H/D. A Figura 17 mostra o ângulo de abertura do sombreador,  $\phi$ , em função da razão do diâmetro menor sobre o diâmetro maior, d/D, para diferentes valores da razão H/D.

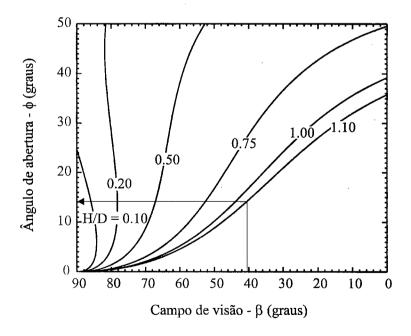


Figura 16 – Ângulo de abertura do sombreador. ( $\beta = 40^{\circ}$ )

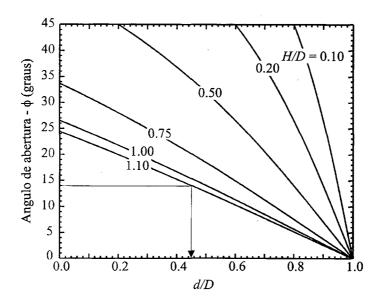


Figura 17 – Diâmetro menor do sombreador.

Primeiramente, o ângulo de abertura do sombreador  $\phi$  é função da altitude do satélite h. De acordo com a Fig. 16, para um campo de visão  $\beta = 40,4^{\circ}$  (correspondente a uma altitude de 2000~km) e considerando a relação H/D igual a 1,1, o ângulo de abertura do cone do sombreador é  $\phi = 14^{\circ}$ . Com este valor e considerando que o diâmetro máximo a ser ocupado pelo radiador o qual é igual ao diâmetro menor do sombreador, é de 0,17~m, as dimensões do diâmetro maior D e da altura H do sombreador são determinadas pela Fig. 17. Estes valores correspondem a: D = 0,3765~m e H = 0,4142~m.

## 3.3.2 Otimização das Áreas de um RCP de Múltiplos Estágios

O segundo critério de otimização utilizado foi a minimização da temperatura da placa fria, para uma determinada carga térmica ( $Q_{eq}$  e  $Q_p$ ). Wilson e Wright (1977) utilizaram este critério no desenvolvimento e otimização de um radiador criogênico passivo de três estágios acoplado a tubos de calor, que operava a 70 K dissipando 5 W.

Este método consiste em realizar um balanço de energia para cada estágio do radiador em regime permanente. Para um radiador de *n* estágios, este balanço resulta em *n* equações, as quais

relacionam a temperatura de cada estágio (ver Fig. 13) com as condições de contorno destes e com suas áreas  $(A_i)$ . As condições de contorno são as seguintes:

- Carga térmica imposta pelos equipamentos aos estágios,  $Q_{eq,i}$ ;
- Temperatura da base (ou da estrutura do satélite),  $T_b$ ;
- Temperatura do espaço, T<sub>∞</sub>.

As equações resultantes são do tipo  $T_i = f(A_1, ..., A_i, ..., A_n, Q_{eq,1}, ..., Q_{eq,i}, ..., Q_{eq,n}, T_b, T_{\infty})$ .

A relação ótima entre as áreas dos n estágios do radiador que fornece a menor temperatura da placa fria é determinada pelo sistema de n equações resultante das condições abaixo:

$$\frac{\partial T_{placa\ fria}}{\partial A_i} = 0 \qquad (n \text{ equações}); i = 1, 2, ..., n$$
 (6)

A área total do radiador será:

$$A_p = \sum_{i=1}^n A_i \tag{7}$$

onde  $A_1$ ,  $A_2$ , ...,  $A_i$ , ...,  $A_n$  são as áreas expostas ao espaço de cada estágio. Assim, se a área da placa fria de um radiador de n estágios é  $A_1$ , a área do segundo estágio é  $A_1 + A_2$ , a área do terceiro estágio é  $A_1 + A_2 + A_3$ , e assim por diante.

Em alguns casos, a área total disponível para o radiador é um dos parâmetros do projeto. Assim, através da Eq. (7) pode-se obter o valor da área de um dos estágios em função de  $A_p$  e das demais áreas, reduzindo o número de equações do sistema dado pela Eq. (6) de n para n-1.

No balanço de energia são consideradas as cargas térmicas impostas pelo equipamento, as cargas térmicas parasitas provenientes da superfície externa do satélite e a carga térmica dissipada ao espaço por cada estágio.

Para cada estágio este balanço pode ser escrito como segue:

$$Q_{eq,i} + Q_{p,(i-1)\to(i)} = Q_{p,(i)\to(i+1)} + q_{rej,i}$$
(8)

onde  $Q_{eq,i}$  é o carregamento térmico imposto pelo equipamento a ser resfriado,  $Q_{p,(i-1)\to(i)}$  é a carga térmica parasita imposta ao estágio (i) pelo estágio anterior (i-1),  $Q_{p,(i)\to(i+1)}$  é a carga térmica parasita imposta pelo estágio (i) ao estágio posterior (i+1) e  $q_{rej,i}$  é a carga térmica dissipada ao espaço.

Para um RCP de um único estágio, a Eq. (8) pode ser escrita de forma mais completa avaliando-se cada termo referente às cargas térmicas parasitas. Tem-se então:

$$Q_{eq} + A_1 \varepsilon_{MLI} \sigma \left( T_b^4 - T_1^4 \right) + m \frac{k_x A_x}{L_x} \left( T_b - T_1 \right) = A_1 \varepsilon_R \sigma \left( T_1^4 - T_\infty^4 \right)$$
(9)

onde o primeiro termo do lado esquerdo da Eq. (9) representa a carga térmica imposta pelo equipamento. O segundo e o terceiro termo são, respectivamente, as cargas térmicas parasitas que atravessam o isolamento radiativo (*MLI*) e o isolamento condutivo (*m* suportes de baixa condutividade térmica). O termo do lado direito representa a capacidade de dissipação térmica do radiador. O fator de forma entre a base do radiador e a placa fria, no segundo termo da Eq. (9), foi considerado unitário (01) devido à proximidade destes dois componentes e ao fato de que o espaço entre eles é preenchido com *MLI*. O fator de forma entre a placa fria e o espaço também foi considerado unitário devido à grande refletividade direcional da superfície interna do sombreador. Estas mesmas hipóteses foram utilizadas por Wilson e Wright (1977).

Para um RCP de dois estágios, o balanço térmico descrito pela Eq. (8) é avaliado na placa fria (primeiro estágio) e no segundo estágio, resultando o que segue:

$$Q_{eq.2} + (A_2 + A_1)\varepsilon_{MLI}\sigma(T_b^4 - T_2^4) + m\frac{k_s A_s}{L_s}(T_b - T_2) =$$

$$= A_1\varepsilon_{MLI}\sigma(T_2^4 - T_1^4) + m\frac{k_s A_s}{L}(T_2 - T_1) + A_2\varepsilon_R\sigma(T_2^4 - T_\infty^4)$$
(10)

$$Q_{eq,1} + A_1 \varepsilon_{MLI} \sigma (T_2^4 - T_1^4) + m \frac{k_s A_s}{L_s} (T_2 - T_1) = A_1 \varepsilon_R \sigma (T_1^4 - T_\infty^4)$$
(11)

O primeiro e o segundo termo à direita da Eq. (10) correspondem respectivamente, às cargas térmicas parasitas que o segundo estágio impõe à placa fria por radiação e condução. Estes termos reaparecem à esquerda na Eq. (11). O terceiro termo à direita da Eq. (10) e o primeiro à direita da Eq. (11) corresponde à capacidade de dissipação térmica da área exposta ao espaço do segundo e do primeiro estágios, respectivamente.

Para um radiador de três estágios, a Eq. (8) fornece três equações, a saber:

$$Q_{eq,3} + (A_3 + A_2 + A_1)\varepsilon_{MLI}\sigma(T_b^4 - T_3^4) + m\frac{k_s A_s}{L_s}(T_b - T_3) =$$

$$= (A_2 + A_1)\varepsilon_{MLI}\sigma(T_3^4 - T_2^4) + m\frac{k_s A_s}{L_s}(T_3 - T_2) + A_3\varepsilon_R\sigma(T_3^4 - T_\infty^4)$$
(12)

$$Q_{eq,2} + (A_2 + A_1)\varepsilon_{MLI}\sigma(T_3^4 - T_2^4) + m\frac{k_x A_x}{L_x}(T_3 - T_2) =$$

$$= A_1\varepsilon_{MLI}\sigma(T_2^4 - T_1^4) + m\frac{k_x A_x}{L_x}(T_2 - T_1) + A_2\varepsilon_R\sigma(T_2^4 - T_\infty^4)$$
(13)

$$Q_{eq,1} + A_1 \varepsilon_{MLI} \sigma \left( T_2^4 - T_1^4 \right) + m \frac{k_s A_s}{L_s} \left( T_2 - T_1 \right) = A_1 \varepsilon_R \sigma \left( T_1^4 - T_\infty^4 \right)$$
(14)

As Eqs. (12) à (14) correspondem, respectivamente, ao terceiro e segundo estágios e placa fria.

Todas as Eqs. de (9) à (14) possuem pelo menos um termo que representa o fluxo de calor condutivo e um que representa o fluxo de calor radiativo. O fluxo de calor por condução é expresso em termos da diferença de temperatura entre duas superfícies adjacentes, na primeira potência. Já o fluxo radiativo é expresso em termos da diferença destas temperaturas na quarta potência. Para obter-se uma expressão explícita que represente o comportamento em regime permanente das temperaturas de cada estágio, uma aproximação Newtoniana inversa é utilizada. Esta aproximação consiste em transformar o termo  $(T_1 - T_2)$  do fluxo de calor condutivo em um termo  $(T_1^4 - T_2^4)$  como segue:

$$(T_1 - T_2) = \frac{(T_1 - T_2)(T_1 + T_2)(T_1^2 + T_2^2)}{(T_1 + T_2)(T_1^2 + T_2^2)} \approx \frac{(T_1^4 - T_2^4)}{4T_0^3}$$
 (15)

onde

$$T_0 = \frac{(T_1 + T_2)}{2} \tag{16}$$

Esta aproximação gera desvios em torno de 1,5 %, conforme é mostrado na Fig. 18. A diagonal nesta figura representa a concordância exata dos resultados. As temperaturas mostradas na Fig. 18 foram obtidas para áreas da placa fria variando de 0 à  $1 m^2$ .

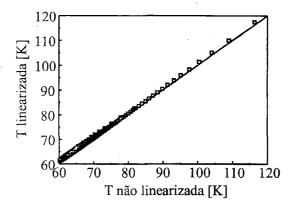


Figura 18 – Comparação entre as temperaturas linearizadas e não-linearizadas da placa fria.

A solução das Eqs. (9) à (14) fornecem expressões explícitas das temperaturas de cada estágio como função dos seus parâmetros de contorno. Para o RCP de um estágio temos a seguinte expressão:

$$T_{1}^{4} = \frac{Q_{eq}T_{0}^{3} + U_{s}T_{b}^{4}/4 + A_{1}\sigma T_{0}^{3} \left(\varepsilon_{MLI}T_{b}^{4} + \varepsilon_{R}T_{\infty}^{4}\right)}{U_{s}/4 + A_{1}\sigma T_{0}^{3} \left(\varepsilon_{MLI} + \varepsilon_{R}\right)}$$
(17)

onde o termo  $U_s$  é a condutância dos suportes de baixa condutividade, dada por:

$$U_{s} = \frac{1}{m(R_{c} + L_{s}/k_{s}A_{s} + R_{c})}$$
 (18)

onde  $R_c$  é a resistência térmica de contato entre o suporte e os estágios do RCP. No estudo da otimização das áreas,  $R_c$  foi desconsiderada.

Para o radiador de dois e três estágios, as equações explícitas das temperaturas de cada estágio são bastante extensas. Estas equações são do tipo  $T_i^4 = f(A_1, ..., A_b, ..., A_n, Q_{eq,1}, ..., Q_{eq,b})$ 

...,  $Q_{eq,n}$ ,  $T_b$ ,  $T_\infty$ ), e possuem quatro raízes. Porém duas delas são imaginárias conjugadas e uma terceira é negativa. A única solução real fornece a temperatura (em Kelvin) de cada estágio como função das áreas de todos os estágios, dos carregamentos térmicos, das temperaturas que circundam o experimento, das propriedades óticas das superfícies e da condutância dos suportes de baixa condutividade térmica. Para um RCP de dois estágios, as equações para  $T_1$  e  $T_2$  são:

$$T_{1}^{4} = (((16A_{2} \circ Q_{1} \varepsilon_{R} + ((32A_{1}A_{2}T_{o}^{4} + 32A_{1}^{2}T_{o}^{4}) \circ^{2} \varepsilon_{R} + (16A_{2}Q_{1} + 32Q_{1}A_{1} + 16A_{1}Q_{2}) \circ) \varepsilon_{MLI}$$

$$+ 16A_{1} \varepsilon_{R}^{2} \circ^{2} A_{2} T_{o}^{4} + (16A_{1}^{2}T_{b}^{4} + 16A_{1}A_{2}T_{b}^{4}) \circ^{2} \varepsilon_{MLI}^{2}) T_{oI}^{3} + (4U_{s}A_{2}T_{o}^{4} + 4A_{1}U_{s}T_{o}^{4}) \circ \varepsilon_{R}$$

$$+ (4T_{b}^{4}U_{s}A_{2} + 4A_{1}U_{s}T_{b}^{4}) \circ \varepsilon_{MLI} + 4U_{s}Q_{2} + 4Q_{1}U_{s}) T_{o2}^{3} + (4A_{1} \circ U_{s}\varepsilon_{R}T_{o}^{4} + 4A_{1}\varepsilon_{MLI} \circ U_{s}T_{b}^{4} + 4Q_{1}U_{s}) T_{oI}^{3}$$

$$+ U_{s}^{2}T_{b}^{4}) / (((16A_{1} \varepsilon_{R}^{2} \circ^{2}A_{2} + (16A_{1}^{2} + 16A_{1}A_{2}) \circ^{2}\varepsilon_{MLI}^{2} + (32A_{1}A_{2} + 32A_{1}^{2}) \circ^{2}\varepsilon_{R}\varepsilon_{MLI}) T_{oI}^{3}$$

$$+ (4U_{s}A_{2} + 4A_{1}U_{s}) \circ \varepsilon_{R} + (4U_{s}A_{2} + 4A_{1}U_{s}) \circ \varepsilon_{MLI}) T_{o2}^{3} + (4A_{1} \varepsilon_{R} \circ U_{s} + 4A_{1}\varepsilon_{MLI} \circ U_{s}) T_{oI}^{3} + U_{s}^{2})$$

$$T_{2}^{4} = (((16A_{1}Q_{2} \circ \varepsilon_{R} + ((16A_{1}^{2}T_{o}^{4} + 16A_{1}A_{2}T_{o}^{4} + 16A_{1}^{2}T_{o}^{4} + 16A_{1}A_{2}T_{o}^{4}) \circ^{2}\varepsilon_{MLI}) T_{oI}^{3} + (4U_{s}A_{2} + 4A_{1}U_{s}T_{o}^{4}) \circ^{2}\varepsilon_{R} + (16Q_{1}A_{1} + 16A_{1}Q_{2}) \circ)\varepsilon_{MLI}$$

$$+ 16A_{1}\varepsilon_{R}^{2} \circ^{2}A_{2}T_{o}^{4} + (16A_{1}^{2}T_{b}^{4} + 16A_{1}A_{2}T_{b}^{4}) \circ^{2}\varepsilon_{MLI}) T_{oI}^{3} + (4U_{s}A_{2}T_{o}^{4} + 4A_{1}U_{s}T_{o}^{4}) \circ^{2}\varepsilon_{R}$$

$$+ (4T_{b}^{4}U_{s}A_{2} + 4A_{1}U_{s}T_{b}^{4}) \circ^{2}\varepsilon_{MLI} + 4U_{s}Q_{2} + 4Q_{1}U_{s}) T_{oI}^{3} + (4A_{1}U_{s}T_{b}^{4} \circ \varepsilon_{R} + 4A_{1}\varepsilon_{MLI} \circ U_{s}T_{b}^{4}) T_{oI}^{3} + U_{s}^{2}T_{b}^{4})$$

$$/ (((16A_{1}\varepsilon_{R}^{2} \circ^{2}A_{2} + (16A_{1}^{2} + 16A_{1}A_{2}) \circ^{2}\varepsilon_{MLI}^{2} + (32A_{1}A_{2} + 32A_{1}^{2}) \circ^{2}\varepsilon_{R}\varepsilon_{MLI}) T_{oI}^{3} + (4U_{s}A_{2} + 4A_{1}U_{s}) \circ \varepsilon_{R}$$

$$+ (4T_{b}^{4}U_{s}A_{2} + 4A_{1}U_{s}) \circ \varepsilon_{MLI}) T_{oI}^{3} + (4A_{1}\varepsilon_{R} \circ U_{s} + 4A_{1}\varepsilon_{MLI} \circ U_{s}) T_{oI}^{3} + (4U_{s}A_{2} + 4A_{1}U_{s}) \sigma \varepsilon_{R}$$

$$+ (4U_{s}A_{2} + 4A_{1}U_{s}) \circ \varepsilon_{MLI}) T_{oI}^{3} + (4A_{1}\varepsilon_{R} \circ U_{s} + 4A_{1}\varepsilon_{MLI} \circ U_{s}) T_{oI}^{3} + (4U_{s}A_{2} + 4A_{1}U_{s}) \sigma \varepsilon_{R}$$

$$+ (4U_{s}A_{2} + 4A_{1}U_{s}) \circ \varepsilon_{MLI}) T_{oI}^{3} + (4A_{1}\varepsilon$$

É importante observar que neste caso (RCP de dois estágios), a linearização de temperaturas dada pela Eq. (15) foi efetuada em dois níveis, a saber: entre as temperaturas  $T_b$  e  $T_2$  ( $T_{02}$ ) e entre  $T_2$  e  $T_1$  ( $T_{01}$ ).

As equações para RCP's de três estágios são semelhantes às Eqs. (19) e (20), porém com muito mais termos (mais de cem agrupamentos). Estas equações podem ser obtidas algebricamente a partir das Eqs. (12) à (14) com o auxílio de softwares matemáticos de manipulação algébrica. Estas equações não serão mostradas aqui. No caso de um RCP de três estágios, a linearização de temperaturas é efetuada em três níveis, a saber: entre as temperaturas  $T_b$  e  $T_3$  ( $T_{03}$ ), entre  $T_3$  e  $T_2$  ( $T_{02}$ ) e entre  $T_2$  e  $T_1$  ( $T_{01}$ ).

As Figuras 19 à 22 mostram a variação da temperatura da placa fria de um RCP de um estágio com sua área obtida através da Eq. (17). Para a obtenção destes gráficos, valores típicos dos parâmetros de projeto disponíveis na literatura, listados na Tab. 3, foram utilizados, exceto quando a variação é indicada na própria figura.

Tabela 3 – Valores utilizados na solução da Eq. (17).

$\mathcal{E}_{MLI}$	0,005	
$\mathcal{E}_R$	0,9	
$U_s$	0,005 W/K	
$Q_{eq}$	0,1 W	
$T_{\infty}$	4 K	
$T_b$	$T_b$ 300 K	

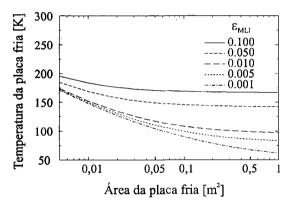


Figura  $19 - T_I \times A_I$  para diferentes valores de emissividade do  $MLI(\varepsilon_{MLI})$ .

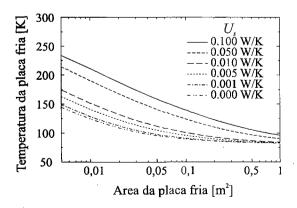


Figura  $21 - T_I \times A_I$  para diferentes valores da condutância dos suportes  $(U_S)$ .

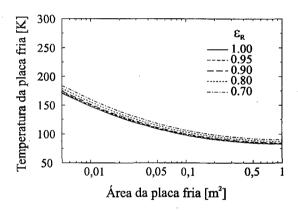


Figura  $20 - T_I \times A_I$  para diferentes valores de emissividade da placa fria  $(\mathcal{E}_R)$ .

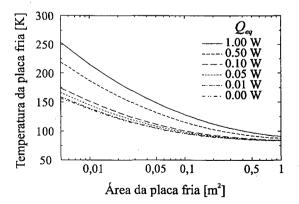


Figura  $22 - T_1 \times A_1$  para diferentes valores da carga térmica do equipamento  $(Q_{eq})$ .

As figuras anteriores mostram que:

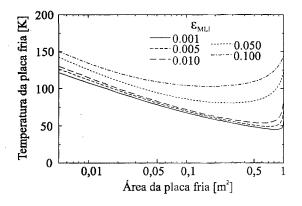
- 1. As cargas térmicas parasitas, que aumentam com a emissividade efetiva do MLI ( $\varepsilon_{MLI}$ ), são os principais elementos moduladores da temperatura de funcionamento do RCP de um estágio (Fig. 19 e 21). Placas frias com pequena área são mais sensíveis à carga térmica parasita condutiva que a atinge através dos suportes, enquanto que placas frias de grande área são mais sensíveis à carga térmica parasita radiativa que a atinge através do MLI;
- 2. A emissividade da superfície da placa fria altera pouco a temperatura de funcionamento;
- 3. Placas frias com área pequena são mais sensíveis à pequenas variações da carga térmica do equipamento  $-Q_{eq}$ .

Pela Eq. (17) e pelas figuras anteriores, fica claro que a mínima temperatura de funcionamento para um RCP de um único estágio será alcançada com a utilização da máxima área disponível para o dispositivo. O mesmo não ocorre com RCP de múltiplos estágios, onde, existe uma relação ótima entre as áreas expostas ao espaço de cada estágio que fornece a mínima temperatura de funcionamento da placa fria, como é mostrado a seguir.

As Figuras 23 à 26 mostram a variação da temperatura da placa fria de um RCP de dois estágios com sua área. Os parâmetros de projeto listados na Tab. 3, foram utilizados, exceto quando a variação é indicada na própria figura. Foi considerada uma dissipação térmica de equipamentos ( $Q_{eq,2}$ ) no segundo estágio de I,O W. Para a obtenção destas curvas, a área total do radiador,  $A_p$ , foi fixada em I  $m^2$ . Sendo assim,  $A_2 = A_p - A_1$ .

Novamente, as cargas térmicas parasitas são os principais elementos determinantes da temperatura de funcionamento deste dispositivo. Observa-se também que todas as curvas apresentam a forma de U. Isto ocorre porque, à medida em que a área da placa fria aumenta, aumenta também a área de dissipação da carga térmica imposta pelo equipamento ( $Q_{eq,1}$ ), diminuindo sua temperatura até que esta atinga um ponto de mínimo. À direita do ponto de mínimo, na medida em que a área da placa fria aumenta, aumenta também a incidência de cargas

térmicas parasitas que atravessam o isolamento entre o segundo estágio e a placa fria. Isto provoca um aumento na temperatura da placa fria. Desta forma, os pontos de mínimo das curvas mostradas representa a melhor relação entre as áreas da placa fria e do segundo estágio.



Σ 200

ELL 150

ELL 150

ELL 150

ER — 1.00

---0.95

---0.90

---0.80

---0.70

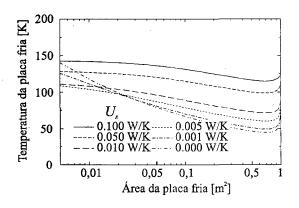
ELL 150

O,01 0,05 0,1 0,5 1

Área da placa fria [m²]

Figura 23 –  $T_I \times A_I$  para diferentes valores de emissividade do MLI ( $\mathcal{E}_{MLI}$ ).

Figura  $24 - T_I \times A_I$  para diferentes valores de emissividade da placa fria  $(\varepsilon_R)$ .



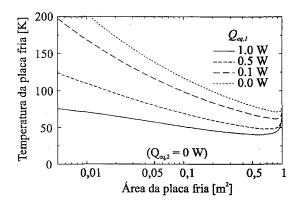


Figura  $25 - T_I \times A_I$  para diferentes valores da condutância dos suportes  $(U_s)$ .

Figura  $26 - T_I \times A_I$  para diferentes valores da carga térmica do equipamento aplicada à placa fria  $(Q_{eq,I})$ .

Um fato interessante ocorre neste dispositivo. Para pequenas áreas da placa fria, um acréscimo no valor da condutância dos suportes de baixa condutividade térmica acarreta uma redução na temperatura de funcionamento da placa fria do RCP de duplo estágio, como mostra a Fig. 25. Isto ocorre devido ao fato de que para pequenas áreas, a dissipação térmica do

equipamento,  $Q_{eq}$ , aquece a placa fria a uma temperatura mais alta que a do segundo estágio. Desta forma, se for permitida uma troca de calor moderada entre estes dois elementos, parte do calor aplicado à placa fria será dissipado pelo segundo estágio, esfriando mais ainda a placa fria. Este efeito é apresentado na Fig. 27, que mostra a variação da temperatura da placa fria e do segundo estágio com a condutância. A inversão da tendência da variação da temperatura da placa fria ocorre para uma condutância dos suportes em torno de 0,04 W/K. Porém a condutância ótima é aquela que fornece a menor temperatura da placa fria, e neste caso é  $U_s \cong 0,006$  W/K.

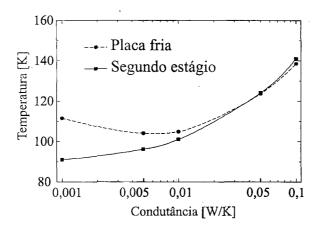


Figura 27 – Temperaturas em um RCP de duplo estágio em função da condutância dos suportes.

As Figuras 28 à 32 mostram a variação da temperatura da placa fria de um RCP de três estágios com a sua área. Os parâmetros de projeto listados na Tab. 3 foram utilizados, exceto quando a variação é indicada na própria figura. Foi considerado uma dissipação térmica ( $Q_{eq,2}$ ) no segundo estágio de I W. Para a obtenção destas curvas, a área total do radiador,  $A_p$ , foi considerada 0.5  $m^2$ . Sendo assim,  $A_2 = A_p - A_3 - A_1$ . A Figura 32 mostra a variação da temperatura da placa fria para diferentes valores da área do terceiro estágio. As mesmas considerações feitas para o RCP de duplo estágio valem para os RCP de três estágios. Vemos pela Fig. 32 que a área exposta do terceiro estágio pouco afeta a temperatura de funcionamento da placa fria.

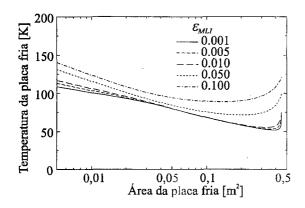


Figura  $28 - T_I \times A_I$  para diferentes valores de emissividade do  $MLI(\varepsilon_{MLI})$ .

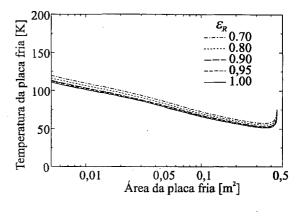


Figura  $29 - T_I \times A_I$  para diferentes valores de emissividade da placa fria  $(\mathcal{E}_R)$ .

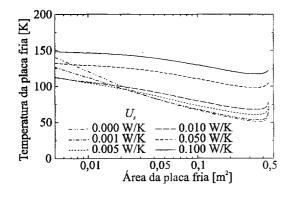


Figura  $30 - T_I \times A_I$  para diferentes valores da condutância dos suportes  $(U_s)$ .

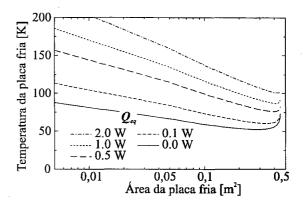


Figura  $31 - T_I \times A_I$  para diferentes valores da carga térmica do equipamento aplicada à placa fria  $(Q_{eq,I})$ .

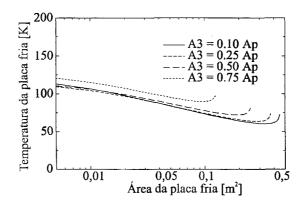


Figura  $32 - T_1 \times A_1$  para diferentes valores da área do terceiro estágio (A<sub>3</sub>)

Uma vez que as expressões explícitas para as temperaturas de cada estágio foram apresentadas sob a forma gráfica, podemos utilizar a Eq. (6) para se determinar a melhor relação entre áreas para os RCP's de dois e três estágios. Para um radiador de dois estágios temos duas equações a saber:

$$\frac{\partial T_1}{\partial A_1} = 0 \tag{21}$$

$$A_2 = A_p - A_1 \tag{22}$$

Para um RCP de três estágios temos:

$$\frac{\partial T_1}{\partial A_2} = 0 \tag{23}$$

$$\frac{\partial T_1}{\partial A_2} = 0 \tag{24}$$

$$A_3 = A_p - A_1 - A_2 \tag{25}$$

A equação para a área ótima da placa fria  $A_1$  de um RCP de dois estágios resultante das Eqs. (21) e (22) é bastante extensa, com numerosos termos (mais de 100). Para RCP de três estágios, as expressões para  $A_1$  e  $A_2$  possuem em torno de 150 agrupamentos. Estas expressões podem ser obtidas por manipulação algébrica com o auxílio de softwares matemáticos. Estas expressões não serão mostradas aqui. Os valores de  $A_1$  e  $A_2$  aparecem implícitos nestas expressões, tornando necessário a utilização de algum método numérico para se obter a solução destas equações, como por exemplo o método de Newton-Rapson. Neste estudo utilizou-se uma rotina embutida no software utilizado.

Para se efetuar a otimização das áreas em um RCP de três estágios, o fluxograma apresentado na Fig. 33 é utilizado. Este processo é:

- 1.  $T_{01}$ ,  $T_{02}$  e  $T_{03}$  são estimadas;
- 2.  $A_1$ ,  $A_2$  e  $A_3$  são calculadas a partir das Eqs. (23) à (25);

- 3.  $T_1$ ,  $T_2$  e  $T_3$  são calculadas com a forma linearizada e explícita das Eqs. (12) à (14).
- 4. É verificado o critério de convergência:
  - Se o processo convergiu a otimização termina e os valores de A<sub>1</sub>, A<sub>2</sub> e A<sub>3</sub> são os valores
     das áreas que fornecem a mínima temperatura de funcionamento da placa fria;
  - Se o processo não convergiu,  $T_{01}$ ,  $T_{02}$  e  $T_{03}$  são calculadas com a Eq. (6) e o processo retorna ao  $2^{\circ}$  passo.

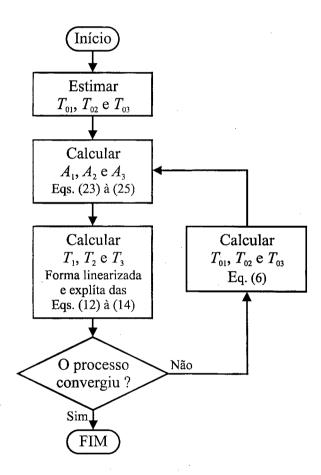


Figura 33 – Fluxograma do esquema iterativo para se determinar as áreas ótimas para um RCP de três estágios.

Como critério de convergência foi adotado a variação das temperaturas calculadas entre duas iterações consecutivas. O processo termina quando esta variação atinge valores iguais ou inferiores à 0,001% em relação à temperatura obtida na iteração anterior. Para um RCP de três

estágios, três temperaturas são calculadas e assim, três variações são observadas. A máxima variação das três temperaturas em uma mesma iteração é considerada como a variação daquela iteração. Este processo converge rapidamente (de 4 à 5 iterações) e o tempo computacional utilizado é mínimo (2 segundos ou menos).

A otimização é efetuada considerando-se uma dissipação térmica ( $Q_{eq}$ ) de 0,1~W na placa fria e 1,0~W no segundo estágio para as configurações de duplo e triplo estágios. Os valores otimizados das áreas de RCP de um, dois e três estágios são mostrados na Tab. 4. A área do primeiro estágio correspondem à área da placa fria.

Tabela 4 – Áreas ótimas de radiadores criogênicos passivos

	RCP de um estágio	RCP de dois estágios	RCP de três estágios
1° estágio *	0,02270 m <sup>2</sup>	0,01584 m <sup>2</sup>	0,01674 m <sup>2</sup>
2° estágio	-	0,00686 m <sup>2</sup>	0,00387 m <sup>2</sup>
3° estágio	-	-	0,00209 m <sup>2</sup>
Área Total	0,02270 m <sup>2</sup>	0,02270 m <sup>2</sup>	0,02270 m <sup>2</sup>

<sup>\*</sup>Placa fria

#### 3.4 Conclusão

Uma metodologia para a otimização de radiadores criogênicos passivos foi apresentada e utilizada para o projeto do dispositivo proposto. O dispositivo possui pequenas dimensões (diâmetro: 37,65 cm e altura: 41,42 cm) e dissipa 0,1 W na placa fria e 1,0 W no segundo estágio.

Esta metodologia permitiu que se verificasse quais os parâmetros de projeto que mais influenciam na temperatura da placa fria. Estes parâmetros são a emissividade do MLI ( $\varepsilon_{MLI}$ ) e a condutância total ( $U_s$ ) dos suportes de baixa condutividade térmica.

# 4 DETERMINAÇÃO DA DISTRIBUIÇÃO DE TEMPERATURA EM RCP DE MÚLTIPLOS ESTÁGIOS

#### 4.1 Introdução

Nesta seção será descrito o modelo matemático utilizado para determinar a distribuição de temperatura das placas que compõem os estágios, placa fria e sombreador do radiador criogênico passivo proposto. A formulação analítica do problema de transferência de calor em níveis criogênicos é uma ferramenta importante no desenvolvimento e projeto de radiadores passivos. O modelo matemático aqui descrito é geral, podendo ser utilizado para qualquer radiador que possua estágios com geometria circular e sombreadores cônicos.

#### 4.2 O Modelo Matemático

O modelo matemático é dado pela solução da equação da condução de calor unidimensional (r, t), não homogênea em regime transiente e em coordenadas cilíndricas aplicada para cada estágio e para o sombreador. Cada estágio é modelado como um disco plano e fino de espessura  $\delta$ . O sombreador é modelado como uma casca fina com o formato de um tronco de cone com a mesma espessura dos estágios. A não-homogeneidade das equações é devida às trocas térmicas entre os estágios e/ou sombreador.

Para os estágios do radiador, a equação que governa a distribuição de temperaturas é a equação da condução de calor que segue:

$$\frac{\partial^2 T_i(r,t)}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial T_i(r,t)}{\partial r} + \frac{1}{kA_i \delta} q_i = \frac{1}{\alpha} \frac{\partial T_i(r,t)}{\partial t}; 0 \le r \le b_i e \ t > 0$$
(26)

sujeita às seguintes condições de contorno:

$$\frac{\partial T_i}{\partial r} = 0; \text{ em } r = 0 \text{ e } t > 0$$
 (27)

$$\frac{\partial T_i}{\partial r} = 0; \text{ em } r = b_i \text{ e } t > 0$$
 (28)

e com a seguinte condição inicial:

$$T_i = T_0$$
; em  $t = 0$  e  $0 \le r \le b_i$ ; (29)

 $T_i(r,t)$  é a temperatura no ponto r e no tempo t,  $q_i$  é a troca líquida de calor entre o estágio i (i = 1 para a placa fria, i = 2 para o segundo estágio, i = 3 para o terceiro estágio) e os demais estágios e o sombreador (i = 4) do radiador, k e  $\alpha$  são respectivamente a condutividade e difusividade térmica do material dos estágios, e  $b_i$  é o raio externo do estágio i. As condições de contorno são de isolamento nas bordas dos estágios, pois a troca de calor lateral das placas de espessura  $\delta$  é desprezível se comparada ao raio externo ( $b_i$ ) dos estágios. A condição inicial é de temperatura  $T_0$  prescrita e constante sobre toda a área do radiador.

O sombreador é uma casca cônica cujo fluxo de calor é unidimensional na direção u, como mostra a Fig. 34. A equação que determina a distribuição de temperaturas transiente T(u, t) sobre esta superfície é:

$$\frac{\partial^2 T_4(u,t)}{\partial u^2} + \frac{1}{u} \frac{\partial T_4(u,t)}{\partial u} + \frac{1}{kA_4 \delta} q_4 = \frac{1}{\alpha} \frac{\partial T_4(u,t)}{\partial t};$$

$$0 \le u \le (u_b - u_a) e t > 0$$
(30)

onde  $u_a$  e  $u_b$  são as dimensões interna e externa do sombreador, sujeita às seguintes condições de contorno:

$$\frac{\partial T_4}{\partial u} = 0 \; ; \; \text{em } u = 0 \; \text{e} \; t > 0 \tag{31}$$

$$\frac{\partial T_4}{\partial u} = 0 \; ; \; \text{em} \; u = (u_b - u_a) \; \text{e} \; t > 0$$
 (32)

e com a seguinte condição inicial:

$$T_4 = T_0$$
; em  $t = 0$  e  $0 \le u \le (u_b - u_a)$ ; (33)

A coordenada u, tangente à superfície do sombreador, é relacionada com a coordenada radial r pela relação que segue:

$$sen \ \phi = r/u \tag{34}$$

onde  $\phi$  é o ângulo de abertura do sombreador.

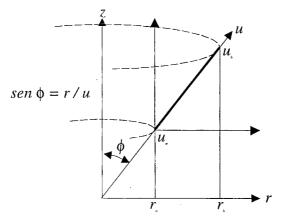


Figura 34 – Coordenadas utilizadas para a solução da equação da condução do calor no sombreador.

O parâmetro  $q_i$  das Eqs. (26) e (30) representam a combinação de:

- O calor trocado entre os estágios;
- A troca térmica entre os estágios e o espaço;
- A carga térmica imposta pelo equipamento a ser resfriado e
- As cargas térmicas externas (radiação solar direta, albedo, IR, etc.).

Este termo é dado por:

$$q_{i} = \begin{cases} \text{Carga térmica} \\ \text{do equipamento} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \text{Carga térmica parasita} \\ \text{que entra no estágio} \end{bmatrix}_{\text{radiativa e conductiva}} \end{cases}$$

$$- \begin{cases} \text{Carga térmica parasita} \\ \text{que sai do estágio} \end{bmatrix}_{\text{radiativa e conductiva}} + \begin{bmatrix} \text{Calor dissipado} \\ \text{ao espaço} \end{bmatrix} \end{cases}$$

onde a carga térmica parasita são as cargas térmicas que atravessam o isolamento radiativo e condutivo entre dois estágios sucessivos, o calor dissipado ao espaço representa a capacidade de dissipação térmica do estágio e a carga térmica do equipamento é o calor imposto pelo equipamento ao estágio. Este balanço de energia é baseado na Fig. 35.

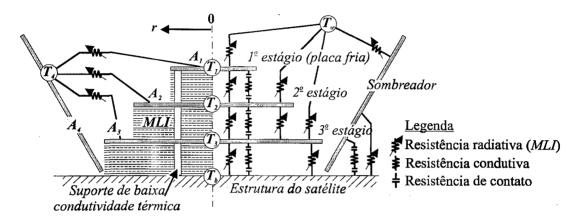


Figura 35 – Resistências térmicas para um RCP de três estágios.

Esta troca líquida de calor depende da própria temperatura dos estágios, que ainda é desconhecida. Para se obter a distribuição de temperaturas, o seguinte processo iterativo é aplicado:

- 1. As temperaturas são estimadas para cada estágio e sombreador;
- 2. A troca líquida de calor  $q_i$  é calculada:  $q_i = f(\overline{T_i})$ ;
- 3. A distribuição de temperaturas é determinada pelo modelo baseada nas trocas líquidas  $q_i$  calculadas no passo 2:  $T_i(r, t) = f(q_i)$ ;
- 4. A temperatura média de cada estágio e do sombreador são calculadas:  $\overline{T_i}(t) = f(T_i)$ ;
- 5. Repete-se o processo a partir do passo 2 até a convergência.

Como critério de convergência utilizou-se a variação das temperaturas médias calculadas entre duas iterações consecutivas. No caso de RCP de três estágios, quatro temperaturas são calculadas pelo modelo: três para os estágios e uma para o sombreador. Desta forma, quatro variações de temperaturas são observadas. A maior variação entre as quatro é considerada como

sendo a variação daquela iteração. Quando esta variação atinge valores iguais ou inferiores a 0.001 % em relação à temperatura determinada na iteração anterior, o processo é encerrado.

Para a placa fria (i = 1), o balanço de energia dado pela Eq. (35) é feito sobre toda a extensão da área deste estágio  $(A_1)$ . Para os estágios intermediários (i > 1) o balanço é feito sobre dois domínios, a saber:

- 1. Domínio interno (índice in): corresponde à área coberta por MLI em ambos os lados:  $q_{i,in}$  para  $0 < r < a_i$ ;
- 2. Domínio externo (índice ext): corresponde à área coberta por MLI no lado de baixo e exposta ao espaço no lado superior (ver Fig. 35):  $q_{i,ext}$  para  $a_i < r < b_i$ .

onde  $a_i$  e  $b_i$  são os raios que delimitam os domínios internos e externos respectivamente. A Figura 36 mostra os modelos físicos para a placa fria e para os estágios intermediários. A Figura 37 mostra o modelo físico para o sombreador.

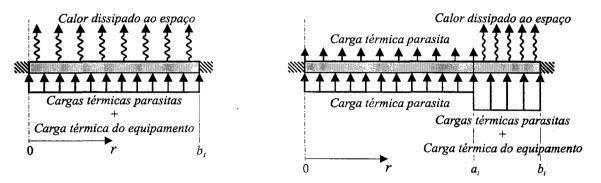


Figura 36 – Modelo físico para a placa fria (esquerda) e estágios intermediários (direita).

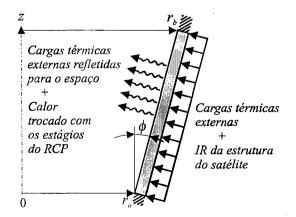


Figura 37 – Modelo físico para o sombreador.

#### 4.3 Solução do Modelo Matemático

A solução do modelo matemático é obtida através do método da Equação-Solução por Funções de Green (*GFSE*) mostrado por Beck et al. (1992). Para se obter a solução do modelo matemático, as seguintes hipóteses foram consideradas:

- Temperatura constante na base do RCP (estrutura do satélite),  $T_b = 300 K$ ;
- Temperatura do espaço:  $T_{\infty} = 4 K$  (ou 90 K para simular as condições experimentais);
- Sombreador e cada estágio do RCP estão a uma temperatura  $T_0$  no tempo t = 0;
- Propriedades óticas e físicas invariantes com a temperatura, sendo seu valor avaliado na temperatura de operação de cada estágio do PCR.

A Equação-Solução por Funções de Green (GFSE) em coordenadas cilíndricas relacionada com o problema não-homogêneo dado pelas Eqs. (26) à (29) e Eqs. (30) à (33) é:

$$T(r,t) = \int_{r'} G(r,t \mid r',0) T_0 2\pi r' dr' + \int_{\tau=0}^{\tau} \int_{r'} \frac{\alpha}{k} G(r,t \mid r',\tau) \frac{q_i}{A_i \delta} 2\pi r' dr' d\tau$$
 (36)

onde  $G(r, t \mid r', \tau)$  é a função de Green relacionada ao modelo matemático. A Equação (36) possui dois termos. O primeiro termo representa a contribuição da condição inicial sobre a distribuição de temperatura, e segundo termo representa a contribuição do termo não-homogêneo sobre a distribuição de temperaturas. Na verdade existiria ainda um terceiro termo que inclui as contribuições das condições de contorno na distribuição de temperaturas, mas como as condições são de isolamento  $(\partial T/\partial r = 0)$ , este termo é nulo (ver Apêndice B). A derivação da Eq. (36) a partir das Eqs. (26) à (29) e (30) à (33) é mostrada no Apêndice B.

O significado físico da função de Green  $G(\mathbf{r}, t \mid \mathbf{r}', \tau)$  para problemas tridimensionais é:  $G(\mathbf{r}, t \mid \mathbf{r}', \tau)$  representa a temperatura em uma posição  $\mathbf{r}$ , em um tempo t, devido à uma fonte de calor instantânea, localizada em  $\mathbf{r}'$ , liberando energia espontaneamente no tempo  $t = \tau$ . Este significado físico pode ser interpretado como: G(efeitolimpulso), onde a primeira parte do

argumento, " $\mathbf{r}$ , t", representa o *efeito*, isto é, a temperatura de um corpo na posição  $\mathbf{r}$  e no tempo t, enquanto que a Segunda parte, " $\mathbf{r}$ ",  $\tau$ ", representa o *impulso*, isto é, a fonte de calor instantânea posicionada em  $\mathbf{r}$ " e que libera sua energia espontaneamente no tempo  $\tau$ .

A Eq. (36) pode ser ainda mais simplificada se a temperatura  $T_i(r, t)$  for adimensionalizada da forma:

$$\Theta_{i}(r,t) = \frac{T_{0} - T_{i}(r,t)}{T_{0} - T_{\infty}}$$
(37)

Assim, as Eqs. (26) à (29) e (30) à (33) podem ser rescritas como:

$$\frac{\partial^2 \Theta_i}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial \Theta_i}{\partial r} + \frac{1}{k(T_0 - T_{-r})A_i \delta} q_i = \frac{1}{\alpha} \frac{\partial \Theta_i}{\partial t}; \text{em } 0 < r < b_i \text{ e } t > 0$$
(38)

$$\frac{\partial \Theta_i}{\partial r} = 0 \text{ ;em } r = 0 \text{ e } t > 0$$
(39)

$$\frac{\partial \Theta_i}{\partial r} = 0 ; \text{em } r = b_i \text{ e } t > 0$$
 (40)

$$\Theta_i = 0$$
; em  $0 < r < b_i$  e  $t = 0$  (41)

As Equações (30) à (33) são rescritas como:

$$\frac{\partial^2 \Theta_4}{\partial u^2} + \frac{1}{u} \frac{\partial \Theta_4}{\partial u} + \frac{1}{k(T_0 - T_{\infty})A_t \delta} q_4 = \frac{1}{\alpha} \frac{\partial \Theta_4}{\partial t}; \text{ em } 0 \le u \le (u_b - u_a) \text{ e } t > 0$$

$$\tag{42}$$

$$\frac{\partial \Theta_4}{\partial u} = 0 \; ; \; \text{em } u = 0 \; \text{et} > 0$$
 (43)

$$\frac{\partial \Theta_4}{\partial u} = 0 \; ; \; \text{em} \; u = (u_b - u_a) \; \text{e} \; t > 0$$
 (44)

$$\Theta_4 = 0$$
; em  $0 \le u \le (u_b - u_a)$  e  $t = 0$  (45)

Como a condição inicial de cada problema tornou-se nula ( $\Theta_i = 0$ ) a Eq. (36) fica sendo:

$$\Theta(r,t) = \int_{\tau=0}^{t} \int_{r'} \frac{\alpha}{k} G(r,t \mid r',\tau) \frac{q_i}{A_i \delta} 2\pi r' dr' d\tau$$
(46)

A função de Green  $G(r, t \mid r', \tau)$ , presente na Eq. (46), é associada às equações homogêneas baseadas nas Eqs. (38) e (42) (Özişik, 1993). Esta equação pode ser encontrada através do método de separação das variáveis, mostrado por Beck et al. (1992), e apresentada no Apêndice C. Para os modelos físicos mostrados na Fig. 36, esta equação é dada pela série de funções de Bessel:

$$G(r,t \mid r',\tau) = \frac{1}{\pi b_i^2} \left[ 1 + \sum_{n=1}^{\infty} e^{-\beta_n^2 \alpha(t-\tau)/b_i^2} \frac{J_0(\beta_n r/b_i)J_0(\beta_n r'/b_i)}{J_0^2(\beta_n)} \right]; \text{ em } 0 \le r \le b_i \text{ e } t > 0$$
(47)

onde  $\beta_n$  são os autovalores, determinados por:

$$J_1(\beta_n) = 0 \tag{48}$$

Para o sombreador, a função de Green  $G(r, t \mid r', \tau)$  é semelhante à Eq. (50):

$$G(u,t|u',\tau) = \frac{1}{\pi(u_b - u_a)^2} \left[ 1 + \sum_{n=1}^{\infty} e^{-\beta_n^2 \alpha(t-\tau)/(u_b - u_a)^2} \frac{J_0(\beta_n u/(u_b - u_a))J_0(\beta_n u'/(u_b - u_a))}{J_0^2(\beta_n)} \right];$$
(49)

em 
$$0 \le u \le (u_b - u_a)$$
 e  $t > 0$ 

onde  $\beta_n$  são os autovalores, determinados por:

$$J_1(\beta_n) = 0 \tag{50}$$

A derivação das Eqs. (47) e (49) é mostrada no Apêndice C deste trabalho.

#### 4.3.1 Temperatura da Placa Fria

A distribuição da temperatura adimensional na placa fria é obtida através da substituição da Eq. (47) em (46):

$$\Theta_{1}(r,t) = \frac{\alpha}{k} \int_{\tau=0}^{t} \int_{r=0}^{b_{1}} \frac{q_{1}}{\pi A_{1} \delta b_{1}^{2}} \left[ 1 + \sum_{n=1}^{\infty} e^{-\beta_{n}^{2} \alpha (t-\tau)/b_{1}^{2}} \frac{J_{0}(\beta_{n} r/b_{1}) J_{0}(\beta_{n} r'/b_{1})}{J_{0}^{2}(\beta_{n})} \right] 2\pi r' dr' d\tau$$
(51)

Efetuando-se a integral, a Eq. (51) torna-se:

$$\Theta_{1}(r,t) = \Theta_{1}(t) = \frac{q_{1}\alpha t}{kA_{1}\delta}$$
(52)

A Eq. (52) é bastante simples e a temperatura  $\Theta_1$  não varia com o raio r. Este fato já era esperado, uma vez que, por hipótese, a troca líquida de calor  $g_1$  foi considerada uniformemente aplicada sobre toda a área da placa fria (ver Fig. 36) durante a formulação do modelo. Como as condições de contorno da placa fria são de fluxo prescrito nulo (isolamento), não há fugas de calor pelas bordas.

#### 4.3.2 Temperatura dos Estágios Intermediários

A distribuição da temperatura adimensional nos estágios é obtida através da substituição da Eq. (47) em (46), onde a integral deve ser efetuada em dois domínios:

$$\Theta_{i}(r,t) = \frac{\alpha}{k} \int_{\tau=0}^{t} \left\{ \int_{r=0}^{a_{i}} \frac{q_{i,in}}{\pi A_{i,in} \delta b_{i}^{2}} \left[ 1 + \sum_{n=1}^{\infty} e^{-\beta_{n}^{2} \alpha (t-\tau)/b_{i}^{2}} \frac{J_{0}(\beta_{n} r/b_{i}) J_{0}(\beta_{n} r'/b_{i})}{J_{0}^{2}(\beta_{n})} \right] 2\pi r' dr' +$$
 (53)

$$+\int\limits_{r^{\prime}=a_{i}}^{b_{i}}\frac{q_{i,ext}}{\pi A_{i,ext}\delta b_{i}^{2}}\Bigg[1+\sum_{n=1}^{\infty}e^{-\beta_{n}^{2}\alpha(t-\tau)/b_{i}^{2}}\frac{J_{0}(\beta_{n}\,r/b_{i})J_{0}(\beta_{n}\,r'/b_{i})}{J_{0}^{2}(\beta_{n})}\Bigg]2\pi r^{\prime}dr^{\prime}\Bigg\}d\tau$$

Efetuando-se as integrais tem-se:

$$\Theta_{i}(r,t) = \frac{b_{i}^{2}}{k} \left[ \left( \frac{q_{i,in}}{A_{i,in}\delta} - \frac{q_{i,ext}}{A_{i,ext}\delta} \right) \left( \frac{a_{i}}{b_{i}} \right)^{2} + \frac{q_{i,ext}}{A_{i,ext}\delta} \right] \frac{\alpha t}{b_{i}^{2}} +$$

$$+ 2 \left[ \frac{q_{i,in}}{A_{i,in}\delta} - \frac{q_{i,ext}}{A_{i,ext}\delta} \right] \frac{a_{i}b_{i}}{k} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{J_{0}(\beta_{n} r/b_{i})J_{1}(\beta_{n} a/b_{i})}{\beta_{n}^{3}J_{0}^{2}(\beta_{n})} -$$

$$- 2 \left( \frac{q_{i,in}}{A_{i,in}\delta} - \frac{q_{i,ext}}{A_{i,ext}\delta} \right) \frac{a_{i}b_{i}}{k} \sum_{n=1}^{\infty} e^{-\beta_{n}^{2}\alpha r/b_{i}^{2}} \frac{J_{0}(\beta_{n} r/b_{i})J_{1}(\beta_{n} a/b_{i})}{\beta_{n}^{3}J_{0}^{2}(\beta_{n})}$$

$$(54)$$

A solução acima contém três termos, um dos quais não depende do tempo t. No tempo t=0 s, a temperatura é zero porque o segundo e o terceiro termo se cancelam. O primeiro termo

representa o nível de temperatura do estágio no tempo especificado por t. O segundo termo molda a distribuição de temperaturas para condições de regime permanente, e o terceiro termo ajusta a distribuição para o regime transiente, em função do tempo t.

A temperatura média do estágio pode ser obtida integrando-se a Eq. (54) sobre toda a extensão deste estágio, onde os dois últimos termos se anulam.

$$\overline{\Theta}_{i}(t) = \frac{1}{\pi b_{i}^{2}} \int_{r=0}^{b_{i}} \Theta_{i}(r,t) 2\pi r dr = \frac{b_{i}^{2}}{k} \left[ \left( \frac{q_{i,in}}{A_{i,in}\delta} - \frac{q_{i,ext}}{A_{i,ext}\delta} \right) \left( \frac{a_{i}}{b_{i}} \right)^{2} + \frac{q_{i,ext}}{A_{i,ext}\delta} \right] \frac{\alpha t}{b_{i}^{2}}$$
(55)

### 4.3.3 Temperatura do Sombreador

A distribuição da temperatura adimensional no sombreador é obtida através da substituição da Eq. (49) em (46):

$$\Theta_{4}(u,t) = \frac{\alpha}{k} \int_{\tau=0}^{t} \int_{u=0}^{u_{b}-u_{a}} \frac{q_{4}}{\pi A_{4} \delta(u_{b}-u_{a})^{2}} \times \left[1 + \sum_{n=1}^{\infty} e^{-\beta_{n}^{2} \alpha(t-\tau)/(u_{b}-u_{a})^{2}} \frac{J_{0}(\beta_{n} u/(u_{b}-u_{a}))J_{0}(\beta_{n} u/(u_{b}-u_{a}))}{J_{0}^{2}(\beta_{n})}\right] 2\pi u' du' d\tau$$
(56)

Efetuando-se as integrais da Eq. (56) obtêm-se a distribuição de temperaturas no sombreador:

$$\Theta_4(u,t) = \Theta_4(t) = \frac{q_4 \cot}{k A_4 \delta}$$
 (57)

Novamente a solução é bastante simples e as mesmas considerações feitas para a placa fria valem para este caso.

# 4.4 Trocas de Calor Entre os Estágios

A troca de calor entre cada estágio e o sombreador é que determina o comportamento transiente da temperatura dos RCP. Assim sendo, para manter a estabilidade da temperatura de

operação dos RCP, o projeto dos sombreadores deve ser cuidadosamente executado. Geralmente, os sombreadores são fabricados de folhas de alumínio com uma superfície interna altamente refletora (polida ou com óxido de alumínio depositado à vácuo) para minimizar a incidência de radiação IR sobre a placa fria. A superfície externa dos sombreadores é geralmente pintada com tinta branca de alta emissividade na faixa do IR e baixa absortividade na faixa solar, para minimizar sua temperatura. Para minimizar a absorção de carga térmica parasita proveniente da troca de calor entre cada estágio e o sombreador, as superfícies superiores dos estágios, responsáveis pela dissipação térmica ao espaço, também estão pintadas com tinta branca de alta emissividade IR e baixa absortividade solar.

O calor trocado entre cada estágio é obtido pelo balanço de energia descrito pela Eq. (35). Em um RCP de três estágios, este balanço de energia para a placa fria pode ser escrito como:

$$q_{1} = \{Q_{eq,1} + \sigma \varepsilon_{MLI} A_{1} (T_{2}^{4} - T_{1}^{4}) + U_{s} (T_{2}^{-} - T_{1}) + \alpha [\sigma \varepsilon_{4} A_{4} F_{41} (T_{4}^{4} - T_{1}^{4})]\} - \{\sigma \varepsilon_{R} A_{1} (T_{1}^{4} - T_{2}^{4})\}; \text{ em } 0 \le r < b_{1}$$

$$(58)$$

 $Q_{eq,1}$ , é a carga térmica imposta à placa fria pelo equipamento a ser resfriado. O segundo e o terceiro termo do lado direito da Eq. (58) são as cargas térmicas parasitas radiativa e condutiva, respectivamente, que atravessam o isolamento abaixo da placa fria. O quarto termo representa o calor trocado entre a placa fria e o sombreador, onde  $\varepsilon_4$  é a emissividade da superfície interna do sombreador,  $F_{41}$  é o fator de forma entre o sombreador e a placa fria e  $\alpha$  é a absortividade da superfície superior da placa fria. O quinto termo representa a capacidade de resfriamento da placa fria. O fator de forma entre a placa fria e o espaço foi considerado unitário  $(F_{1-\infty} = 1)$  devido à grande refletividade direcional do sombreador.  $U_s$  é a condutância global da placa fria e é dada por:

$$U_{s} = \frac{1}{R_{c} + R_{s} + R_{c}} \tag{59}$$

onde  $R_c$  é a resistência de contato e  $R_s$  é a resistência condutiva dos suportes de baixa condutividade térmica que separam os estágios (ver Fig. 35, pág. 51). O cálculo dos fatores de forma entre os estágios e o sombreador é mostrado no Apêndice D. A Tabela 5 mostra os valores calculados obtidos para as três configurações de radiador estudadas.

Configuração Fatores de forma 0,595559  $F_{14}$  $F_{41}$ 0,014685 RCP de Três estágios 0,547953  $F_{24}$ 0,025069  $F_{42}$ 0,442202  $F_{34}$ 0,087508  $F_{43}$  $F_{14}$ 0,553907  $F_{41}$ 0,044923 RCP de dois estágios  $F_{24}$ 0,437567  $F_{42}$ 0,081911

 $F_{14}$ 

RCP de um estágio

Tabela 5 – Fatores de forma entre os estágios e o sombreador.

Para o segundo e o terceiro estágios, o balanço de energia descrito pela Eq. (35) é efetuado em dois domínios, a saber:

0,527265

 $F_{41}$ 

0,126834

$$q_{ext,2} = \{Q_{eq,2} + \sigma \varepsilon_{MLI} A_2 (T_3^4 - T_2^4) + \alpha [\sigma \varepsilon_4 A_4 F_{42} (T_4^4 - T_2^4)]\} - \{\sigma \varepsilon_R A_2 (T_2^4 - T_\infty^4)\};$$

$$\text{em } a_2 \le r \le b_2$$

$$q_{in,2} = \{\sigma \varepsilon_{MLI} A_1 (T_3^4 - T_2^4) + U_s (T_3 - T_2)\} - \{\sigma \varepsilon_{MLI} A_1 (T_2^4 - T_1^4) + U_s (T_2 - T_1)\};$$
(61)

$$q_{in,2} = \left\{ \sigma \varepsilon_{MLI} A_{1} \left( T_{3}^{4} - T_{2}^{4} \right) + U_{x} \left( T_{3} - T_{2} \right) \right\} - \left\{ \sigma \varepsilon_{MLI} A_{1} \left( T_{2}^{4} - T_{1}^{4} \right) + U_{x} \left( T_{2} - T_{1} \right) \right\};$$

$$\text{em } 0 \le r < a_{2}$$

$$(61)$$

Na Equação (60),  $Q_{eq,2}$  corresponde à carga térmica imposta ao segundo estágio pelo equipamento a ser resfriado. Esta carga térmica é, geralmente, aplicada (e dissipada) somente na área exposta ao espaço desse estágio. O segundo termo representa a carga térmica parasita radiativa que atravessa o isolamento (MLI) entre o segundo e o terceiro estágio. O terceiro termo representa a troca de calor entre o segundo estágio e o sombreador. O quarto termo à direita representa a troca térmica do segundo estágio e o espaço.

Na Equação (61) os dois primeiros termos do lado direito representam as cargas térmicas parasitas radiativa e condutiva, respectivamente, que atravessam o isolamento (MLI e suportes) entre o segundo e o terceiro estágio. Os dois últimos termos são as cargas térmicas parasitas que atravessam o isolamento entre o segundo e o primeiro estágio.

Para o terceiro estágio, os balanços de energia são:

$$q_{ext,3} = \left\{ \sigma \varepsilon_{MLI} A_3 \left( T_b^4 - T_3^4 \right) + \alpha \left[ \sigma \varepsilon_4 A_4 F_{43} \left( T_4^4 - T_3^4 \right) \right] \right\} - \left\{ \sigma \varepsilon_R A_3 \left( T_3^4 - T_\infty^4 \right) \right\};$$

$$\text{em } a_3 \le r \le b_3$$
(62)

$$q_{in,3} = \left\{ \sigma \varepsilon_{MLI} \left( A_2 + A_1 \right) \left( T_b^4 - T_3^4 \right) + U_s \left( T_b - T_3 \right) \right\} - \left\{ \sigma \varepsilon_{MLI} \left( A_2 + A_1 \right) \left( T_3^4 - T_2^4 \right) + U_s \left( T_3 - T_2 \right) \right\}; \quad (63)$$

$$\text{em } 0 \le r < a_3$$

É importante observar que, no primeiro e o terceiro termo à direita na Eq. (63), o valor da área total projetada do segundo estágio sobre o terceiro é  $(A_2 + A_1)$ .

Para um RCP de dois estágios os balanços de energia para a placa fria e o segundo estágio são, respectivamente:

$$q_{1} = \left\{ Q_{eq,1} + \sigma \varepsilon_{MLI} A_{1} \left( T_{2}^{4} - T_{1}^{4} \right) + U_{s} \left( T_{2} - T_{1} \right) + \alpha \left[ \sigma \varepsilon_{4} A_{4} F_{41} \left( T_{4}^{4} - T_{1}^{4} \right) \right] \right\}$$

$$- \left\{ \sigma \varepsilon_{R} A_{1} \left( T_{1}^{4} - T_{\infty}^{4} \right) \right\}; \quad \text{em } 0 \le r < b_{1}$$

$$(64)$$

$$q_{ext,2} = \left\{ \sigma \varepsilon_{MLI} A_2 \left( T_b^4 - T_2^4 \right) + \alpha \left[ \sigma \varepsilon_4 A_4 F_{42} \left( T_4^4 - T_2^4 \right) \right] \right\} - \left\{ \sigma \varepsilon_R A_2 \left( T_2^4 - T_\infty^4 \right) \right\};$$

$$\text{em } a_2 \le r \le b_2$$
(65)

$$q_{in,2} = \left\{ \sigma \varepsilon_{MLI} A_{1} \left( T_{b}^{4} - T_{2}^{4} \right) + U_{s} \left( T_{b} - T_{2} \right) \right\} - \left\{ \sigma \varepsilon_{MLI} A_{1} \left( T_{2}^{4} - T_{2}^{4} \right) + U_{s} \left( T_{2} - T_{2} \right) \right\};$$

$$\text{em } 0 \le r < a_{2}$$
(66)

e para um RCP de um único estágio, o balanço da Eq. (35) é escrito como:

$$q_{1} = \{Q_{eq,1} + \sigma \varepsilon_{MLI} A_{1} (T_{b}^{4} - T_{1}^{4}) + U_{s} (T_{b} - T_{1}) + \alpha [\sigma \varepsilon_{4} A_{4} F_{41} (T_{4}^{4} - T_{1}^{4})] \} - \{\sigma \varepsilon_{R} A_{1} (T_{1}^{4} - T_{\infty}^{4}) \}; \quad \text{em } 0 \le r < b_{1}$$

$$(67)$$

Nas Equações (58) à (67) o termo referente à troca de calor radiativa entre os estágios do radiador e o sombreador deve ser avaliado iterativamente com as temperaturas calculadas a cada iteração. O termo apresentado nestas equações é valido para  $T_4 > T_i$ . Quando a temperatura de cada estágio é maior que a temperatura do sombreador o termo {  $\alpha[\sigma \varepsilon_4 A_4 F_{4i}(T_4^4 - T_i^4)]$  } deve ser substituído por {  $-\sigma \varepsilon_R A_i F_{i4}(T_i^4 - T_4^4)$  }.

Para o sombreador, o balanço de energia é:

$$q_{4} = \left\{ \alpha S A_{4,p} + \alpha \left[ \sigma \varepsilon_{b} A_{b} F_{b4} \left( T_{b}^{4} - T_{4}^{4} \right) \right] + U_{4} \left( T_{b} - T_{4} \right) \right\} - \left\{ \sigma \left( \varepsilon_{4} + \varepsilon_{R} \right) A_{4} \left( T_{4}^{4} - T_{\infty}^{4} \right) + \sum_{i=1}^{n} \sigma \varepsilon_{4} A_{4} F_{4i} \left( T_{4}^{4} - T_{i}^{4} \right) \right\}; \quad \text{em } 0 \le u < (u_{a} - u_{b})$$
(68)

onde  $A_{4,p}$  é a área projetada do sombreador, S são as cargas térmicas ambientais e  $\alpha$  é a absortividade da superfície externa. O primeiro termo na Eq. (68) representa a absorção de cargas térmicas externas pelo sombreador. O segundo e o terceiro termo são as cargas térmicas parasitas radiativa e condutiva, respectivamente, trocadas pelo sombreador com a estrutura do satélite. O quarto termo é a dissipação de calor do sombreador (superfícies interna e externa) para o espaço e o último termo representa as trocas térmicas radiativas entre o sombreador e os demais estágios do radiador. Da mesma forma que nos balanços de energia dos estágios do radiador, este termo deve ser avaliado iterativamente com as temperaturas calculadas a cada iteração.

Neste ponto, de acordo com as Eqs. (52), (55) e (57), pode-se pensar que, quando o regime permanente é atingido, o termo  $q_i$  é nulo (de acordo com a Eq. 35), e sendo assim, a temperatura  $\Theta_i$  também seria nula, ou seja  $T_i = T_0$ . Observemos então a Eq. (52), escrita para um radiador de um único estágio onde o termo  $q_i$  é dado pela Eq. (67):

$$T_{1}(t) = f(T_{1}) = T_{0} - \left\{ \left[ Q_{eq,1} + \sigma \varepsilon_{MLI} A_{1} \left( T_{b}^{4} - T_{1}^{4} \right) + U_{s} \left( T_{b} - T_{1} \right) + \alpha \sigma \varepsilon_{4} A_{4} F_{41} \left( T_{4}^{4} - T_{1}^{4} \right) \right] - \left[ \sigma \varepsilon_{R} A_{1} \left( T_{1}^{4} - T_{\infty}^{4} \right) \right] \left( T_{0} - T_{\infty} \right) \alpha t / k A_{1} \delta$$

$$(69)$$

A temperatura da placa fria  $T_1$  é raiz desta equação transcendental. O termo entre chaves da Eq. (69) representa as trocas líquidas de calor entre os estágios do radiador. Este termo depende da temperatura do estágio na qual esta é avaliada,  $q_i = f(T_1, T_2, ..., T_i)$ , e tende assintoticamente à zero na medida em que o tempo tende ao infinito  $(q_i \to 0 \text{ quando } t \to \infty)$ . Assim o termo  $q_1 \cot A_i \delta_k$  presente nas Eqs. (52), (55) e (57) adquire uma grandeza  $\Gamma$  da ordem da diferença de temperaturas  $(T_0 - T_\infty)$  para um dado tempo t. Assim a Eq. (69) pode ser representada da seguinte forma:

$$T_1(t) = T_0 \left[ 1 - \Gamma(t) \right] + \Gamma(t) T_{\infty} \tag{70}$$

ou seja, quando o tempo tende ao infinito,  $\Gamma(t)$  tende a um valor finito que é da ordem de grandeza de  $(T_0 - T_\infty)$ . Esta equação descreve o comportamento da temperatura da placa fria de um radiador de um único estágio, para os regimes transiente e permanente.

### 4.5 Cargas Térmicas Externas

As cargas térmicas externas são devidas à:

- radiação solar direta;
- radiação IR emitida pela Terra;
- albedo, ou radiação solar refletida pela superfície terrestre;
- atrito com partículas das camadas mais elevadas da atmosfera e
- atrito com partículas eletricamente carregadas Cinturão de Van Allen.

Apenas as três primeiras cargas térmicas serão abordadas aqui. As demais cargas são desprezíveis se comparadas com as três primeiras (Gilmore, 1994). Para o cálculo das cargas térmicas externas mostradas acima, a metodologia descrita por Couto e Mantelli (1998) é utilizada. Quatro hipóteses são consideradas:

- A órbita do satélite na qual o RCP está montado é circular, equatorial e sua altitude é de 2000
   km:
- 2. O eixo longitudinal z do RCP é normal ao plano da órbita;
- 3. A estrutura do satélite não interfere na incidência das cargas externas sobre o sombreador, isto é, a estrutura do satélite não "sombreia" o dispositivo;
- 4. As dimensões do RCP são desprezíveis se comparadas às dimensões da Terra.

A radiação solar direta é a maior fonte de energia térmica incidente na maioria dos veículos espaciais. Devido à órbita elíptica da Terra, a radiação solar que atinge a o planeta varia aproximadamente  $\pm 3,5$  %, indo deste  $1300~W/m^2$  no solstício de verão até um máximo de  $1400~W/m^2$  no solstício de inverno. Iqbal (1983) recomenda um valor médio de  $1367~W/m^2$  (constante solar) para a radiação solar direta que atinge o topo da atmosfera terrestre.

Para uma órbita de 2000 km de altitude, o tempo que o satélite leva para completar uma volta ao redor da Terra é de 127 min. (Brand e Schlitt, 1997), onde 92 min. são passados sob a ação da radiação solar direta e 35 min. sob ação do eclipse terrestre (ver Fig. 38).

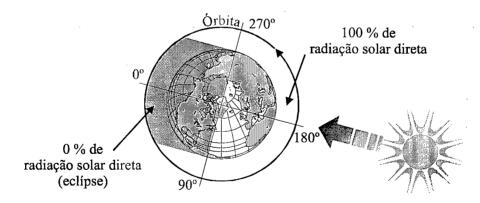


Figura 38 – Ação da radiação solar direta sobre a órbita do satélite.

A Terra, como um satélite, atinge um equilíbrio térmico balanceando a energia absorvida (radiação solar) com a energia emitida como radiação IR de onda longa. Este balanço é mantido aproximadamente constante na base média anual global (Gilmore, 1994). De acordo com o Centro Nacional de Dados Climatológicos (*National Climatic Data Center – NCDC*, *Ascheville*,

North Caroline) a temperatura média anual global foi de 15° C (288 K) em 1997. Este valor será utilizado para o cálculo da radiação IR emitida pela Terra.

A radiação IR da Terra que atinge o satélite é dada por:

$$IR = \sigma T_e^4 F_{dRCP-T} \tag{71}$$

onde  $T_e$  é a temperatura da Terra e  $F_{dRCP-T}$  é o fator de forma entre a Terra e o dispositivo. Pela quarta hipótese considerada, este fator de forma é dado por (Siegel e Howell, 1992):

$$F_{PCR-Earth} = \left[ R_e / (R_e + h) \right]^2 \tag{72}$$

onde  $R_e$  é o raio da Terra e h é a altitude do satélite. A radiação IR atinge o satélite durante toda a sua órbita.

O albedo á a percentagem da radiação solar direta que a Terra reflete de volta ao espaço. Gilmore (1994) utiliza o valor de 35 % para o albedo. A Terra absorve a radiação solar como um disco de raio  $R_e$  e reflete a radiação solar como uma esfera. Assim, a radiação solar refletida é expresso por:

$$Q_{refl} = \frac{S(\pi R_e^2)a_e}{4\pi R_e^2} = \frac{Sa_e}{4}$$
 (73)

onde  $a_e$  é o albedo terrestre. Gordon (1965) mostra que a radiação total refletida pela Terra que incide em um satélite é obtida pela integração de todos os elementos de área da superfície terrestre dentro do campo de visão do satélite, que é considerado como puntual. A equação resultante para o albedo que atinge o satélite é:

$$Albedo = \frac{Sa_e}{4} \left[ 1 - \sqrt{1 - \left(\frac{R_e}{R_e + h}\right)^2} \right]$$
 (74)

O albedo age sobre o satélite somente enquanto o satélite "enxerga" o hemisfério que está iluminado pelo Sol (ver Fig. 39).

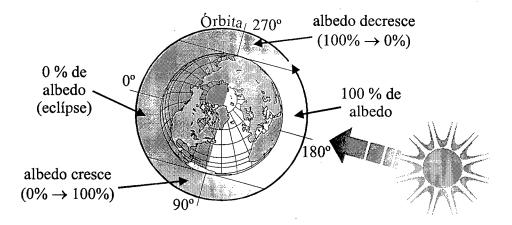


Figura 39 – Ação da radiação solar direta sobre a órbita do satélite.

A Figura 40 mostra o comportamento da carga térmica externa total que atinge o sombreador em função da posição do satélite em órbita da Terra. A posição de 180° corresponde à posição na qual o satélite está exatamente alinhado entre a Terra e o Sol. A posição de 0° corresponde à posição do satélite atrás da Terra como mostra a Fig. 39.

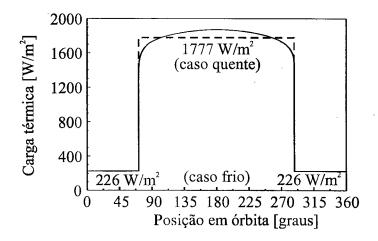


Figura 40 – Carga térmica externa total incidente sobre o sombreador.

Pode-se observar que a carga térmica externa age sobre o satélite aproximadamente como uma função degrau, com um valor de 1777 w/m² agindo por 92 min e 226 W/m² agindo por 35 min. Estes serão os valores utilizados no modelo para a determinação do comportamento transiente da temperatura dos vários estágios e do sombreador do RCP em estudo.

#### 4.6 Resultados do Modelo Matemático

Os resultados obtidos com o modelo descrito anteriormente são apresentados nesta seção. Os valores numéricos dos parâmetros de projeto utilizados são apresentados no Apêndice A no final deste trabalho. Como já foi observado, a determinação da distribuição de temperatura em cada um dos estágios e do sombreador é um processo iterativo. A Figura 41 apresenta o fluxograma de cálculos utilizado pelo modelo.

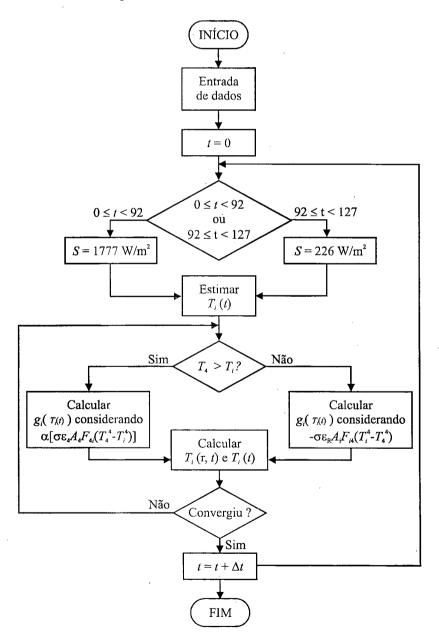


Figura 41 – Fluxograma de cálculos utilizado na determinação teórica da distribuição de temperatura nos estágios e no sombreador.

A Figura 42 mostra o comportamento da temperatura dos estágios e do sombreador para um RCP de três estágios em função do tempo ( $\Delta t = 5~Seg.$ ). No alto da Fig. 42, também é mostrada a carga térmica externa incidente sobre o sombreador. São mostradas dez evoluções do satélite ao redor da Terra. O caso quente corresponde ao período em que o satélite está exposto ao Sol, ou seja, a carga térmica externa é de 1777  $W/m^2$  (92 min.). O caso frio corresponde ao período em que o satélite encontra-se no eclipse da Terra (carga térmica aplicada de 226  $W/m^2$  por 35 min.). Para a obtenção dos dados apresentados na Fig. 42, foi considerado durante toda a órbita uma aplicação de carga térmica à placa fria pelo equipamento de 0,1 W, enquanto que, no segundo estágio há uma dissipação de 1,0~W. A resistência de contato entre os suportes de baixa condutividade térmica e os estágios é desprezada ( $R_c = 0~K/W$ ). Assim, a condutância total entre cada estágio é a própria condutância dos suportes:  $U_s = 0,00436~W/K$ . A condição inicial é  $T_0 = 300~K$  no tempo t = 0 para todos os componentes do RCP.

A amplitude da variação de temperaturas no sombreador é bem maior que nos estágios do RCP, já que este componente está diretamente exposto às cargas térmicas externas. Dentre os estágios, a maior amplitude da variação de temperaturas é observada na placa fria, pois esta possui a maior área de troca de calor com o sombreador ( $F_{14} = 0.595559$ , ver Tab. 5). A Tabela 6 mostra as temperaturas de operação máximas (caso quente) e a mínimas (caso frio) dos estágios de um RCP de três estágios.

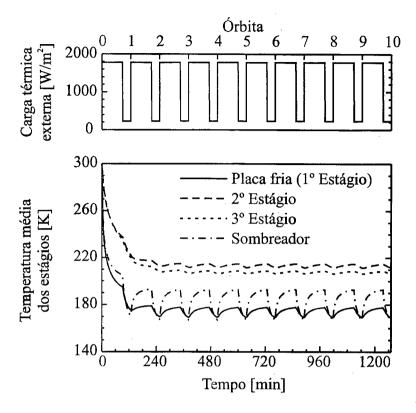


Figura 42 – Temperaturas dos estágios de um RCP de três estágios.

Tabela 6 – Temperatura de operação do RCP de três estágios.

	Caso quente	Caso frio
Placa fria	177,71 K	169,11 K
2º Estágio	214,54 K	211,52 K
3° Estágio	208,55 K	206,45 K

A Figura 43 mostra a temperatura média dos elementos do RCP em função do tempo para uma órbita completa. Esta figura foi obtida após a estabilização do ciclo de aquecimento e resfriamento (após a quinta evolução) como mostra a Fig. 42.

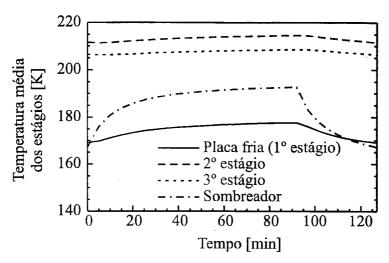


Figura 43 – Temperatura média dos estágios para uma órbita completa de um RCP de três estágios.

A Figura 44 mostra o comportamento da temperatura dos estágios de um RCP de dois estágios. A dissipação térmica na placa fria e no segundo estágio também são de 0,1 W e 1,0 W respectivamente. A Tabela 7 mostra a máxima e a mínima temperatura de operação de um RCP de dois estágios. A Figura 45 mostra a ampliação de uma órbita completa do dispositivo após a estabilização do ciclo de aquecimento e resfriamento mostrado na Fig. 44.

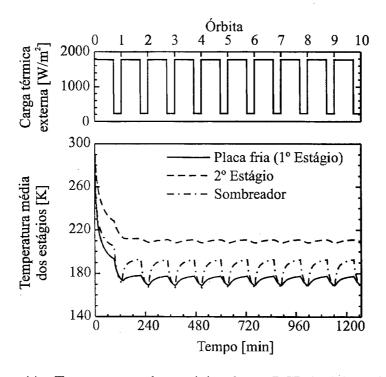


Figura 44 – Temperaturas dos estágios de um RCP de dois estágios.

Tabela 7 – Temperatura de operação do RCP de dois estágios.

	Caso quente	Caso frio
Placa fria	177,41 K	168,92 K
2º Estágio	211,05 K	208,31 K

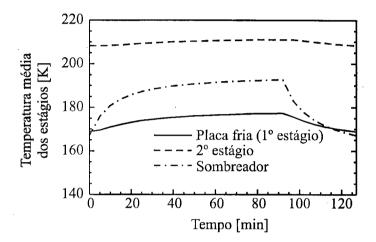


Figura 45 – Temperatura média dos estágios para uma órbita completa de um RCP de dois estágios.

A Figura 46 mostra o comportamento da temperatura da placa fria e do sombreador para um RCP de um único estágio. Neste caso a dissipação é de 0,1 W. Neste dispositivo, a máxima temperatura de operação é de 191,65 K (caso quente), enquanto que a mínima é de 184,47 K (caso frio).

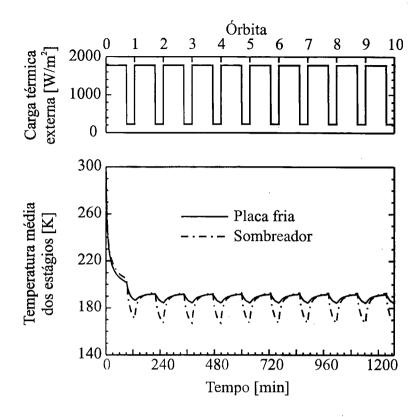


Figura 46 – Temperaturas da placa fria e do sombreador de um RCP de um estágio.

A Figura 47 mostra a ampliação de uma órbita completa do dispositivo após o ciclo de aquecimento e resfriamento mostrado na Fig. 46 estabilizar.

A Figura 48 mostra o comportamento da temperatura dos estágios de um RCP de três estágios (acima) e de um RCP de dois estágios (abaixo) sem dissipação térmica no segundo estágio ( $Q_{eq,2} = 0$  W). Neste caso os níveis de temperatura nos estágios dos dois RCP são mais baixos do que quando há dissipação no segundo estágio. A Tabela 8 mostra as máximas e as mínimas temperaturas de funcionamento da placa fria e dos estágios dos radiadores na configuração de dois e três estágios.

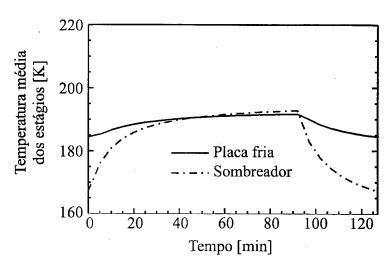


Figura 47 – Temperatura média placa fria e do sombreador para uma órbita completa de um RCP de um estágio.

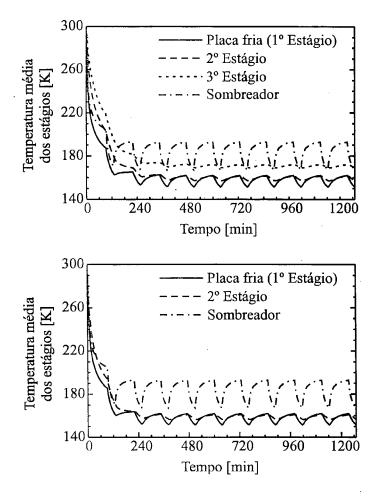


Figura 48 – Temperaturas dos estágios para RCP de três estágios (acima) e RCP de dois estágios (abaixo) sem dissipação térmica no segundo estágio ( $Q_{eq,2} = 0 W$ ).

Tabela 8 – Temperatura de operação do RCP de três e dois estágios sem carregamento térmico no segundo estágio.

RCP – triplo estágios						
Caso quente	Caso frio					
161,96 K	151,52 K					
161,41 K 157,31 l						
171,93 K	169,21 K					
RCP – duplo estágio						
Caso quente	Caso frio					
161,89 K	151,56 K					
160,78 K	156,75 K					
	Caso quente 161,96 K 161,41 K 171,93 K  RCP – duplo estág Caso quente 161,89 K					

A Figura 49 mostra a comparação da temperatura da placa fria entre as três configurações de RCP estudadas. Observa-se que a performance do radiador de duplo estágio foi ligeiramente superior à do radiador de triplo estágio.

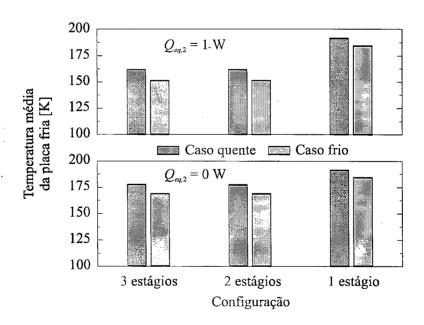


Figura 49 – Comparação entre as temperaturas de funcionamento da placa fria entre as três configurações de RCP estudadas.

A Figura 50 mostra os perfis de temperaturas dos estágios de um RCP de três estágios obtidos com a utilização do modelo matemático. É considerada uma dissipação de 1,0 W no segundo estágio.

A Figura 51 mostra os perfis considerando que não há dissipação térmica no segundo estágio. Observa-se que quando há dissipação térmica no segundo estágio a temperatura aumenta do centro para as bordas. Quando não há dissipação térmica o inverso ocorre. A temperatura do terceiro estágio, para esta configuração é sempre decrescente do centro para as bordas. Porém, quando há dissipação no segundo estágio, a amplitude da variação de temperaturas entre o centro e as bordas é maior. Observa-se também que a variação da temperaturas é bastante pequena (menor que 1 K). Este fato é devido às pequenas dimensões do dispositivo.

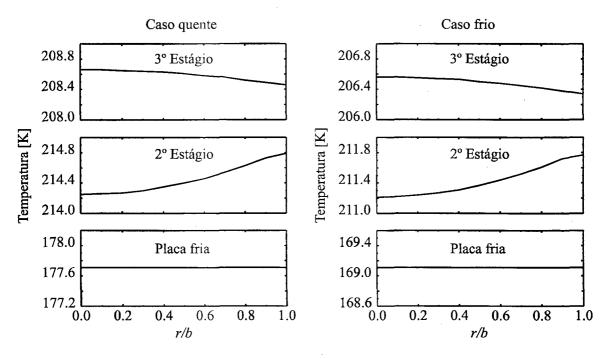


Figura 50 – Perfis de temperatura dos estágios de um RCP de três estágios com dissipação térmica no segundo estágio ( $Q_{eq,2} = 1 W$ ) para o caso quente (esquerda) e caso frio (direita).

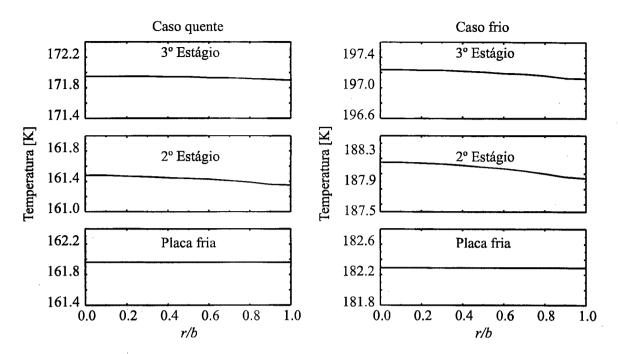


Figura 51 – Perfis de temperatura dos estágios de um RCP de três estágios sem dissipação térmica no segundo estágio ( $Q_{eq,2} = 0 W$ ) para o caso quente (esquerda) e caso frio (direita).

A Figura 52 mostra a temperatura de operação da placa fria como função de sua capacidade de dissipação térmica (por unidade de área) para os dois casos de dissipação térmica no segundo estágio. São mostrados os dados tanto no caso quente como no caso frio. Mais uma vez, observa-se que o RCP de dois estágios apresenta uma performance ligeiramente superior ao RCP de três estágios. O radiador de um único estágio é o que apresenta o desempenho mais insatisfatório das três configurações modeladas. Comparando-se os dois gráficos superiores com os dois inferiores na Fig. 52, observa-se que a dissipação de calor no segundo estágio tem uma influência maior na temperatura da placa fria de radiadores de um único estágio do que de radiadores de múltiplos estágios. Em uma mesma temperatura de operação, a capacidade de dissipação térmica por unidade de área de radiadores de dois estágios é ligeiramente maior que a capacidade de radiadores de três estágios.

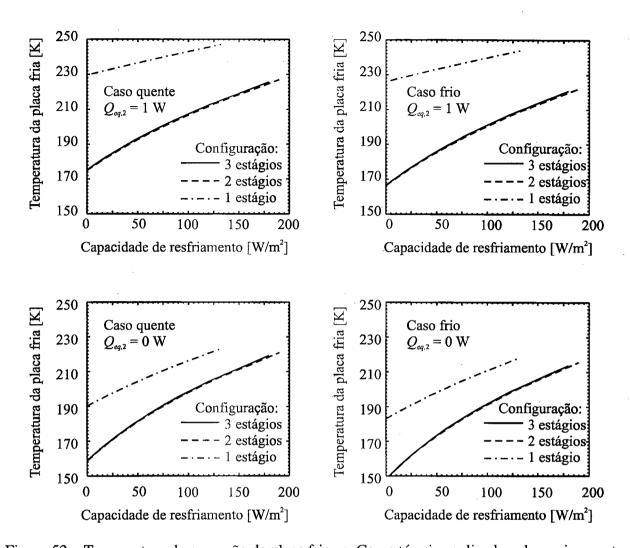


Figura 52 – Temperatura de operação da placa fria vs. Carga térmica aplicada pelo equipamento.

#### 4.7 Conclusão

Um modelo matemático inédito para a determinação da distribuição de temperatura nos estágios e no sombreador de radiadores de múltiplos estágios foi apresentado. A solução das equações do calor utilizadas neste modelo matemático foi obtida através do método das funções de Green devido à dificuldade de se aplicar métodos mais convencionais (separação de variáveis, transformada de Laplace, entre outros). Esta dificuldade deve-se a dois fatores:

- Todas as condições de contorno são de isolamento (derivada nula, nas bordas dos estágios e sombreador);
- 2) As equações do calor para os estágios e o sombreador são não-homogêneas;

Utilizando-se métodos convencionais, a solução sempre depende de uma constante que não pode ser determinada.

Através do uso das funções de Green (Beck et. al, 1992), uma solução específica com três termos para a equação não-homogênea é determinada. Os três termos representam as contribuições das condições de contorno, da condição inicial e da não-homogeneidade na distribuição final de temperaturas. A função de Green relacionada a esta solução é determinada resolvendo-se o problema homogêneo associado ao problema não-homogêneo (Özişik, 1993).

#### 5 ESTUDOS EXPERIMENTAIS

### 5.1 Introdução

Nesta seção é descrito o experimento realizado para a validação do modelo matemático desenvolvido. O experimento consiste no teste de dois protótipos de RCP: um de triplo estágio e outro de duplo estágio. Estes protótipos são testados dentro de uma camisa de nitrogênio líquido (*LN*<sub>2</sub>) colocada em uma câmara vácuo térmica, já existente no LABSOLAR/NCTS. Este aparato permite testar os protótipos à pressões menores que  $1 \times 10^{-5}$  mbar e temperaturas em torno de 82 K. A placa fria dos protótipos é submetida à várias cargas térmicas. As temperaturas de cada estágio e a pressão da bancada são monitoradas. Detalhes da análise de erros experimentais são apresentados.

# **5.2 Bancada Experimental**

A bancada experimental consiste em uma camisa de aço inox inundada com nitrogênio líquido ( $LN_2$ ) submetida a um ambiente de alto vácuo onde são testados os protótipos. A camisa de  $LN_2$ , mostrada nas Figs. 53a e 53b, consiste de um "copo" de paredes duplas com um volume de 3,1 litros entre as paredes. O vão formado entre as paredes é inundado com  $LN_2$ , mantendo a temperatura da camisa em torno de 77,4 K (temperatura de saturação do nitrogênio) por aproximadamente 4,5 horas. A superfície interna da camisa é pintada com a tinta negra solarlack M 40 Li ( $\alpha$  = 0,95 e  $\varepsilon$  = 0,86, segundo o fabricante) para simular o ambiente espacial. A superfície externa é coberta com fita adesiva aluminizada a fim de diminuir sua emissividade e aumentar sua refletividade. Esta superfície altamente reflexiva diminui a absorção de cargas

térmicas provenientes do ambiente do laboratório (a camisa está colocada internamente à uma campânula de vidro), diminuindo a taxa de evaporação do  $LN_2$ . A temperatura da camisa é monitorada em quatro pontos (dois no topo e dois na parede lateral) por termopares AWG 40 tipo "T". A camisa e o conjunto do experimento repousam sobre uma base de Teflon, o qual diminui a condução de calor da bancada experimental para o experimento.

Para simular a temperatura da estrutura do satélite, um disco de alumínio de 200 mm de diâmetro foi utilizado. Um aquecedor plano do tipo "skin heater", formado pela deposição de um filme de níquel cromo sobre um filme de kapton, é colado na superficie inferior deste disco fornecendo energia para manter o disco à uma temperatura constante de 300 K. A temperatura da base é monitorada por três termopares AWG 40 tipo "T" dispostos de forma a cobrirem áreas iguais. As Figuras 53 c e 53d mostram a base do experimento e seu aquecedor.







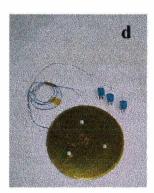


Figura 53 - a) Vista externa da camisa de  $LN_2$ ; b) Área interna de testes; c) Superficie superior da base do experimento; d) Aquecedor elétrico da base do experimento.

Uma bomba de vácuo difusora é utilizada para simular o ambiente de alto vácuo do espaço. Esta bomba de vácuo está conectada à uma campânula de vidro de 36,5 litros de volume interno, onde os experimentos são executados. Na base desta campânula há uma placa de aço inox que contém uma interface vácuo/ambiente para a conexão dos termopares (também chamada de "feed-through"). Esta interface permite a conexão de vinte canais de termopares do tipo "T" sem que haja vazamentos de ar para dentro da câmara de vácuo. Dois pares de

conectores elétricos também estão instalados nesta base. Isto permite a conexão de dois aquecedores elétricos, ou qualquer outro componente que necessite energia elétrica para seu funcionamento.

Os protótipos dos RCP foram fabricados no LABSOLAR/NCTS utilizando folhas de alumínio fabricadas pela  $ALANOD\ GmbH\ \&\ Co.$  (Alemanha) e doadas ao laboratório pela OHB-Systems (Alemanha). Estas folhas de alumínio são do tipo  $MIRO\ 2CI$  e possuem uma das faces com acabamento superficial espelhado. Segundo dados do fabricante, esta superfície possui uma emitância hemisférica muito baixa ( $\varepsilon\approx0.017$ ) e uma alta refletividade ( $\rho\approx0.95$ , IR e 0.98, solar). O outro lado das placas de alumínio é pintado com tinta branca automotiva. Esta tinta foi escolhida por possuir baixa taxa de liberação de gases (outgassing) quando submetida ao vácuo. Os estágios dos protótipos são montados de acordo com a Fig. 54. Esta figura mostra a vista explodida da montagem do protótipo de três estágios. Suportes de baixa condutividade térmica, fabricados com Teflon, e superisolantes radiativos (MLI), fabricados no LABSOLAR/ NCTS, são utilizados como isolantes entre cada estágio. Os suportes de baixa condutividade térmica são encaixados uns nos outros sob pressão fixando mecanicamente os estágios. A placa fria é fixada aos últimos suportes através de um adesivo epóxi (Araldite $^{\oplus}$ ). As temperaturas em cada estágio são monitoradas por três termopares AWG 40 tipo "T". O Apêndice E mostra os desenhos dos estágios, sombreador e base do experimento.

A carga térmica é fornecida à placa fria através de aquecedores elétricos. As resistências elétricas medidas destes aquecedores é mostrada na Tab. 9, e o erro do multímetro utilizado nas medições é de  $\pm 0,008~\Omega$  (fornecido pelo fabricante). Uma fonte elétrica *Heinzinger PTN 125-10* com resolução de  $\pm 0,005~V$  é utilizada para alimentar os aquecedores.

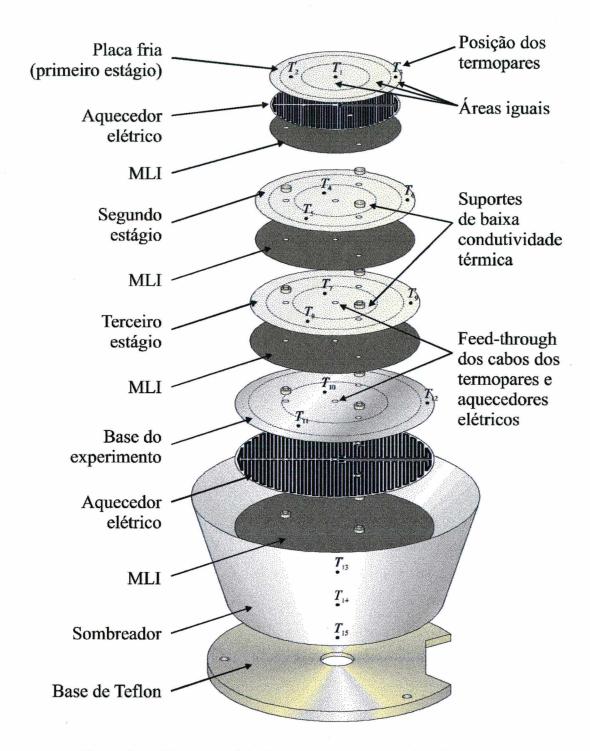


Figura 54 – Vista explodida da montagem do RCP de três estágios.

Tabela 9 – Resistência dos aquecedores termo-elétricos

Configuração	Resistência [Ω]	
Três estágios*	$67,741 \pm 0,008$	
Dois estágios*	$68,505 \pm 0,008$	
Base do experimento	$67,550 \pm 0,008$	

<sup>\*</sup>Placa fria

### 5.3 Sistemas de Medição e Calibração de Sensores

Um sistema de aquisição *Hewlett-Packard 34970A* foi utilizado para monitorar as temperaturas dos termopares. A resolução deste equipamento é de  $\pm 0.01 \mu V$ .

Os termopares foram calibrados à temperatura ambiente utilizando um termômetro de mercúrio de precisão e à 77.4~K utilizando  $LN_2$ . À temperatura ambiente, os termopares apresentaram um erro de  $\pm 0.1~K$ , enquanto que à temperatura de saturação do nitrogênio, a temperatura medida foi de  $81.9 \pm 0.2~K$ , mostrando um erro sistemático de 4.5~K. Este erro é considerado constante por todo o intervalo de medições (100~K - 170~K). A incerteza do polinômio de conversão de temperaturas dado pelo fabricante dos termopares é de  $\pm 0.4~K$ . Assim, o erro total é  $\pm 0.44~K$ , e é obtido pela média quadrática dos dois erros medidos.

Assim, a temperatura medida pelos termopares é dada por:

$$T = T_p - 4.5 \pm 0.44 \tag{75}$$

onde  $T_p$  é a temperatura medida pelo termopar.

A medição de temperaturas em níveis criogênicos é bastante difícil de ser efetuada. Em tais níveis de temperatura, a condução de calor pelos fios dos termopares pode afetar o campo de temperaturas na região de medição, afetando a leitura. Isto ocorre porque o sistema de aquisição de dados encontra-se à temperatura ambiente, enquanto o experimento está em temperaturas abaixo de 170 K. Para evitar a condução de calor do sistema de aquisição para o experimento, os termopares foram aterrados termicamente à camisa de  $LN_2$ . Este aterramento consiste no enrolamento de um certo comprimento dos fios dos termopares à camisa de  $LN_2$ , de forma que todo o calor conduzido pelos termopares é dissipado nesta e não atinge o experimento. Porém, neste caso, ainda ocorre um pequeno gradiente de temperaturas entre a região de medidas e a região aterrada dos termopares que encontra-se em equilíbrio térmico com a camisa de  $LN_2$ . O

fluxo de calor que é conduzido para fora do experimento pelos fios dos termopares pode ser calculado por:

$$Q_{fio} = n \frac{\pi d_f^2 \Delta T}{4L} \left( k_{Cu} + k_{Co} \right) \tag{76}$$

onde n é o número de termopares,  $d_f$  é o diâmetro do fio,  $\Delta T$  é a diferença de temperaturas entre a temperatura medida e a temperatura da camisa de  $LN_2$ , L é o comprimento livre do fio do termopar e  $k_{cu}$  e  $k_{co}$  são as condutividades do cobre e do constantan. Para  $\Delta T = 60~K$  entre a camisa ( $\sim 80~K$ ) e o ponto de medida do termopar, o calor transferido através dos termopares é de  $5 \times 10^{-4}~W$ , enquanto que à 140~K a dissipação térmica na placa fria é de 0.3~W. Isto significa que o calor perdido pelos fios dos termopares representa menos que 0.2~% do total dissipado pelo estágio.

Todas as medições de temperatura do experimento foram feitas na superfície dos estágios. Para fixar os termopares junto à superfície, foi feito um "sanduíche" de fita de Kapton, com 4 mm × 4 mm de dimensões, a fim de isolar eletricamente a ponta do termopar. Este sanduíche foi fixado à superfície dos estágios através de fita adesiva aluminizada, com 8 mm × 8 mm de dimensões. Para não modificar as propriedades óticas da superfície na qual o termopar estava fixado, a fita adesiva aluminizada foi pintada com a mesma tinta branca automotiva utilizada para pintar a superfície superior dos estágios. A Figura 55 mostra o esquema de fixação dos termopares à superfície dos estágios.

A Figura 56 mostra a montagem experimental. À esquerda está o radiador na configuração de três estágios montado sobre a base de Teflon. No centro é apresentado a camisa de *LN*<sub>2</sub>, com o experimento em seu interior, e à direita é mostrada a câmara de vácuo fechada, pronta para os ensaios.

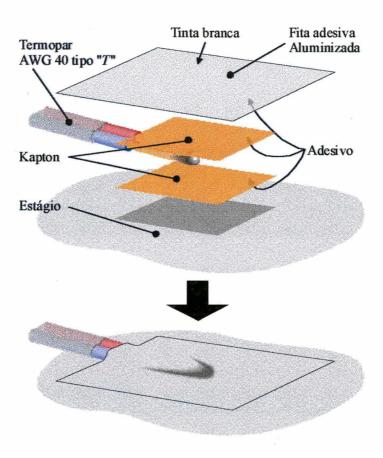


Figura 55 – Esquema de fixação dos termopares à superfície dos estágios.







Figura 56 - RCP de três estágios montado sobre a bancada de testes (*esquerda*); camisa de  $LN_2$  e sistema de vácuo (*centro*); camisa de  $LN_2$  montada e pronta para experimentos dentro da câmara de vácuo (*direita*).

# **5.4 Procedimento Experimental**

Cada experimento consiste de três etapas:

- 1. Evacuação da câmara de vácuo por um período de aproximadamente 60 minutos;
- 2. Inundação da camisa de  $LN_2$  e estabilização das temperaturas do experimento num tempo de aproximadamente 2,5 horas;
- 3. Execução do experimento propriamente dito.

O processo de evacuação da câmara de vácuo consiste em criar o ambiente de alto vácuo para a realização do experimento. Este processo e é realizado em duas etapas: evacuação primária (pressão atmosférica até / ×10<sup>-3</sup> mbar) e evacuação principal (pressões abaixo de 1 × 10<sup>-3</sup> mbar). A evacuação primária é realizada por uma bomba de vácuo mecânica rotativa Edwards EM 18. A evacuação principal é efetuada por uma bomba de vácuo difusora fabricada pela Edwards High Vacuum Inc., que é capaz de evacuar os 36.5 litros da câmara de vácuo à pressões menores que 1 × 10<sup>-7</sup> mbar.

O processo de inundação é feito através de um tanque contendo  $LN_2$  pressurizado. A camisa de  $LN_2$  é inundada até que comece a vazar líquido pela tubulação de exaustão do vapor de nitrogênio. Quando isto ocorre é sinal de que a camisa está completamente cheia de  $LN_2$ . Neste momento, o aquecedor termo-elétrico da base do experimento é ligado a fim de manter este componente à 300~K. A Figura 57 mostra o processo de estabilização do experimento. A potência dissipada pelo aquecedor elétrico da base do experimento varia durante o processo de estabilização do experimento, pois os estágios do RCP não estão ainda em equilíbrio térmico. Após o equilíbrio a potência dissipada na base é constante e igual à 1,4~W.

Após as temperaturas dos componentes do PCR estabilizarem, os experimentos são iniciados. Dois experimentos são realizados: um para determinar o comportamento transiente da

temperatura dos estágios do RCP em órbita e outro para se determinar a temperatura de cada estágio em função do carregamento térmico na placa fria.

A Figura 58 mostra, à esquerda, a configuração do RCP de três estágios com a qual se realizou os primeiros testes. É possível de se observar também os fios dos termopares (bem como algumas posições de medição) e as camadas de MLI entre cada estágio. À direita é mostrado o conjunto RCP/sombreador montado. Observa-se a superficie interna altamente refletora do sombreador.

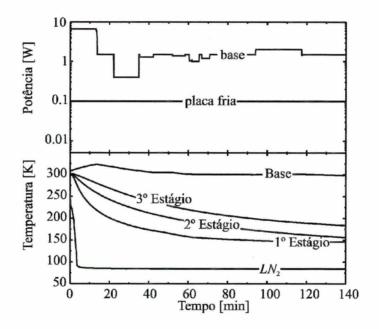


Figura 57 – Estabilização do experimento.

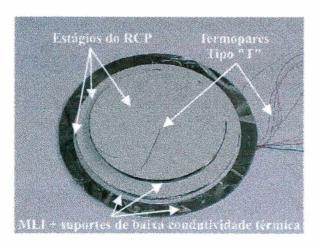




Figura 58 – a) Configuração do RCP de três estágios; b) RCP montado com o sombreador.

O experimento para a determinação do comportamento transiente da temperatura dos estágios do RCP consiste na aplicação de dois diferentes carregamentos térmicos à placa fria por dois períodos de tempo (caso quente e caso frio). Devido ao fato de que a bancada experimental possui apenas dois pares de conectores elétricos (um para a base do experimento e outro para a placa fria), as cargas térmicas externas são simuladas calculando-se, através do modelo, o total que atravessa o sombreador e atinge a placa fria. Estes dois valores são 6.0 W para o caso quente e 1.6 W para o caso frio. Estes valores já computam a dissipação de 0.1 W do equipamento ( $Q_{eq.1}$ ) na placa fria. Estes dois carregamentos térmicos são aplicados em ciclos de 92 min. e 35 min. respectivamente. A tensão elétrica fornecida aos aquecedores pelas fontes de potência também é monitorada pelo sistema de aquisição de dados. A potência térmica dissipada é dada por:

$$P = V I^2 \tag{77}$$

onde V é a tensão gerada pela fonte elétrica, e monitorada pelo sistema de aquisição, e I é a corrente que atravessa o aquecedor elétrico.

O segundo experimento visa obter dados do comportamento da temperatura da placa fria em função da carga térmica aplicada à mesma. Diversos carregamentos entre 0 W e 3 W são aplicados. As temperaturas são monitoradas até a estabilização do experimento, quando uma nova carga térmica é aplicada. Cada ciclo dura aproximadamente 60 minutos.

#### 5.5 Conclusão

Este capítulo apresentou uma descrição do experimento a ser utilizado para gerar dados para a comparação com o modelo matemático, descrito no Capítulo 4. Os procedimentos de fixação dos termopares aos estágios do radiador e de aterramento térmico também foram descritos, assim como foram discutidos os erros experimentais obtidos.

#### 6 RESULTADOS

### 6.1 Introdução

Nesta seção são apresentadas as comparações entre os resultados do modelo matemático e os dados experimentais. As propriedades óticas e termofísicas dos materiais utilizados na montagem dos protótipos são apresentadas, assim como as diferenças relativas entre o modelo matemático e os dados obtidos para os radiadores de duplo e triplo estágio testados.

# 6.2 Propriedades Óticas e Termofísicas dos Materiais

As propriedades óticas e termofísicas dos materiais utilizados na construção dos protótipos testados foram obtidas a partir de dados fornecidos pelos próprios fabricantes.

As Figuras 59, 60 e 61, apresentadas por Brand e Schlitt (1997), mostram os valores da refletividade e da emitância hemisférica total da superfície refletora do alumínio *MIRO 2C1* utilizado na construção dos estágios e do sombreador. A partir da Fig. 59 observa-se que a refletividade total na faixa de comprimento de onda solar está entre 0,90 e 0,95. O valor médio da refletividade total para toda a faixa de comprimento de onda da radiação térmica é de aproximadamente 0,98 (ver Figs. 59 e 60). A Figura 61, que mostra a emitância hemisférica total da superfície refletora, foi obtida pelos autores já citados para a faixa de temperaturas que vai de –100 °C até 40 °C. Para esta faixa de temperaturas, o valor médio da emissividade total é de 0,195. Extrapolando-se os dados da Fig. 61 para a faixa de temperaturas de operação do RCP (–100 °C à –140 °C) obtém-se o valor médio de 0,14. A Figura 62 mostra o princípio do acabamento superficial de alta refletividade do alumínio utilizado. Este acabamento gera uma

superfície altamente refletora através da deposição de alumínio por vapor. Camadas de óxido de alumínio são também aplicadas para incrementar a refletividade da superfície.

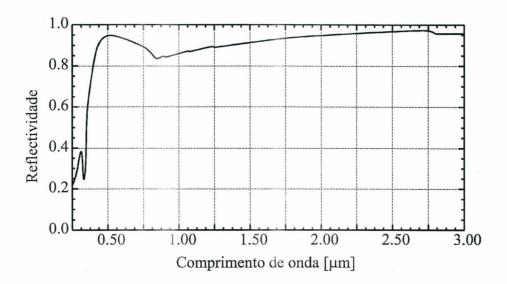


Figura 59 – Refletividade da superfície especular do alumínio *MIRO 2C1* para comprimentos de onda menores que *3μm*.

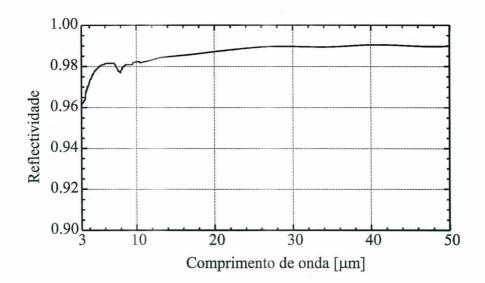


Figura 60 – Refletividade da superfície especular do alumínio *MIRO 2C1* para comprimentos de onda maiores que 3μm.

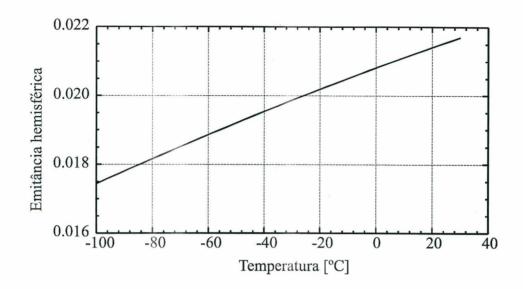


Figura 61 – Emitância hemisférica da superfície especular do alumínio MIRO 2C1.

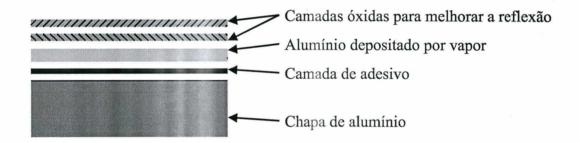


Figura 62 – Acabamento superficial de alta refletividade da superfície especular do alumínio *MIRO 2C1*.

A Figura 63 mostra a superfície interna do sombreador. É possível observar a alta refletividade da superfície através do reflexo da iluminação do equipamento fotográfico.

As propriedades óticas da tinta branca utilizada no experimento foram estimadas com base nos valores descritos na literatura, apresentando valores de 0,75 e 0,4 para a emissividade e a refletividade total, respectivamente.



Figura 63 – Detalhe da superficie refletora do sombreador.

As propriedades físicas do alumínio foram fornecidas pela ALANOD GmbH & Co, e são: densidade: 2707 kg/m³; calor específico: 903 J/kg K e condutividade térmica: 237 W/ m K. A condutividade térmica do Teflon utilizado para a construção dos suportes de baixa condutividade térmica foi medida em experimentos anteriores sendo igual à 0,37 W/m K.

### 6.3 Comparação Entre Dados Experimentais e Teóricos

Os dados teóricos apresentados na seção 4 foram obtidos considerando-se a temperatura do espaço  $T_{\infty}$  igual a 4 K. No aparato experimental, esta temperatura é simulada através do nitrogênio líquido. A temperatura de saturação do  $LN_2$  é de 77,4 K. Para as comparações apresentadas nesta seção, o modelo matemático foi utilizado para obter dados considerando que a temperatura do espaço  $T_{\infty}$  é de 77,4 K. A Tabela 10 apresenta a comparação, para  $T_{\infty} = 4$  K e  $T_{\infty} = 77,4$  K, das temperaturas de operação de RCP's de três e dois estágios para os casos quente e frio, com e sem dissipação térmica no segundo estágio.

Tabela 10 – Temperaturas da placa fria para diferentes valores de  $T_{\infty}$ .

Carga térmica	$T_{\infty} = 77.4 \text{ K}.$		$T_{\infty} = 4 K.$	
	Três estágios	Dois estágios	Três estágios	Dois estágios
$Q_{eq,2} = 0 \text{ W (Caso quente)}$	182,6 K	184,8 K	162,0	161,9
$Q_{eq,2} = 0 \text{ W (Caso frio)}$	178,3 K	178,4 K	151,5	151,6
$Q_{eq,2} = 1 \text{ W (Caso quente)}$	188,7 K	191,2 <b>K</b>	177,5	177,4
$Q_{eq,2} = 1 \text{ W (Caso frio)}$	183,1 K	185,4 K	169,1	168,9

# 6.3.1 Comparação Entre Temperaturas Médias Teóricas e Experimentais

A Figura 64 mostra a comparação entre dados experimentais e dados teóricos para a temperatura da placa fria de um radiador de três estágios. A temperatura experimental apresentada é a média aritmética das três temperaturas medidas em três pontos diferentes sobre a placa fria (ver Fig. 54). Por esta figura observa-se que o valor das temperaturas obtidas experimentalmente são inferiores aos valores obtidos com o modelo matemático. Observa-se também que comportamento dos dados experimentais é semelhante ao comportamento dos dados teóricos, mostrando que o modelo matemático desenvolvido á capaz de detectar as variações de temperatura devidas à troca de calor por radiação.

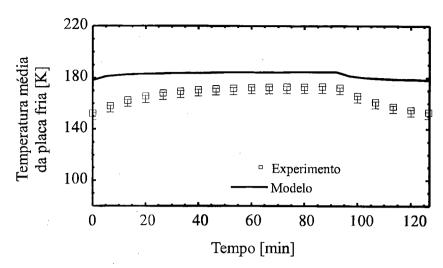


Figura 64 – Comparação entre as temperaturas da placa fria obtidas experimental e teoricamente para o protótipo de três estágios.

As diferenças entre as temperaturas teóricas e experimentais são devidas à hipótese adotada para a resistência de contato entre os suportes de baixa condutividade térmica e os estágios. Os dados teóricos apresentados na Fig. 64 foram obtidos considerando que esta resistência de contato é desprezível ( $R_c = 0$ ). Porém, os suportes foram projetados para serem encaixados uns aos outros sob pressão, conforme mostra a Fig. 65. Ainda assim, optou-se por não utilizar pasta térmica entre estes pontos de contato devido à sua alta taxa de degaseificação quando submetida ao vácuo. Esta liberação de gases poderia contaminar as superfícies dos protótipos, alterando suas propriedades óticas. Assim sendo, a resistência de contato entre os suportes e os estágios não é desprezível. Esta resistência é a principal responsável pela diferença entre os dados experimentais e os dados teóricos apresentada na Fig. 64.

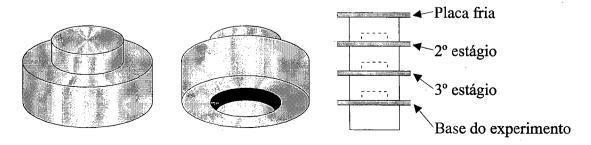


Figura 65 – Esquema de montagem dos suportes de baixa condutividade térmica

Para verificar a influência da resistência de contato na distribuição de temperaturas dos estágios, o modelo matemático foi novamente utilizado, mas agora considerando que a resistência de contato entre os suportes e os estágios é infinita ( $R_c = \infty$ ).

Dois casos teóricos distintos e extremos são apresentados na Fig. 66: um onde a condução entre os suportes de baixa condutividade térmica e os estágios é perfeita ( $R_c = 0$ ) e outro onde a condução entre os suportes e os estágios é nula ( $R_c = \infty$ ). Observa-se que os dados experimentais encontram-se entre estes dois extremos, mostrando claramente que a resistência de contato entre os suportes e os estágios influencia no nível de temperaturas dos estágios do radiador.

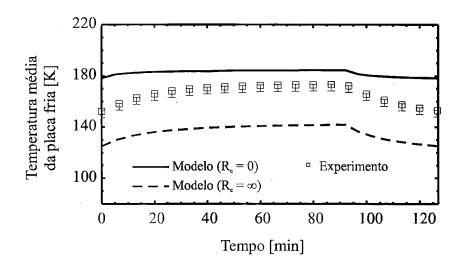


Figura 66 – Comparação entre as temperaturas da placa fria obtidas experimental e teoricamente para resistência de contato nula e infinita para o protótipo de três estágios.

Uma temperatura média, calculada pela média aritmética das temperaturas obtidas para estes dois casos extremos é utilizada para uma comparação final. Esta comparação está mostrada na Fig. 67. A temperatura média apresentada equivale a uma resistência de contato de aproximadamente 50 K/W entre os suportes e a placa fria, segundo dados do modelo matemático. Para confirmar este valor, o modelo matemático é utilizado de forma inversa, ou seja, conhecendo-se as temperaturas experimentais para os estágios, determina-se a resistência de

contato. Os valores obtidos com este procedimento mostram-se ser da mesma ordem de grandeza da resistência equivalente à temperatura obtida com a média aritmética dos dois casos extremos.

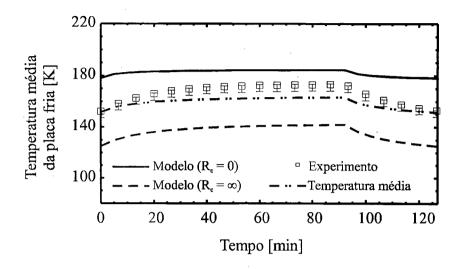


Figura 67 – Comparação final entre as temperaturas da placa obtidas fria experimental e teoricamente para o protótipo de três estágios.

Os dados apresentados na Fig. 67 apresentam uma boa concordância com a temperatura média. Observa-se que a diferença entre a temperatura final do caso quente e a temperatura final do caso frio é maior no experimento do que no modelo teórico. Isto deve-se ao fato de que no experimento as cargas térmicas ambientais foram aplicadas diretamente sobre a placa fria do radiador através de aquecedores elétricos, por condução, enquanto que o modelo matemático considera esta troca puramente radiativa.

As Figuras 68 e 69 mostram o comportamento transiente dos dados experimentais e dos dados teóricos para a temperatura do segundo e do terceiro estágio, respectivamente, de um radiador de três estágios. São mostrados os dados teóricos para a resistência de contato nula (linha contínua), infinita (linha interrompida) e temperatura média (linha interrompida/ pontilhada).

As Figuras 70 e 71 mostram o comportamento transiente dos dados experimentais e teóricos para a temperatura da placa fria e do segundo estágio, para um radiador de dois estágios.

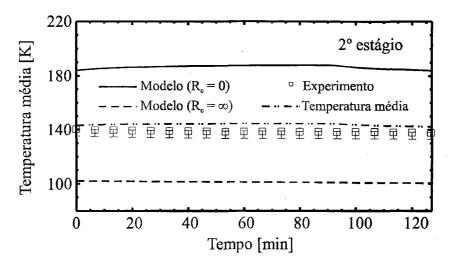


Figura 68 – Comparação entre os resultados teóricos e experimentais da temperatura do segundo estágio para o protótipo de três estágios.

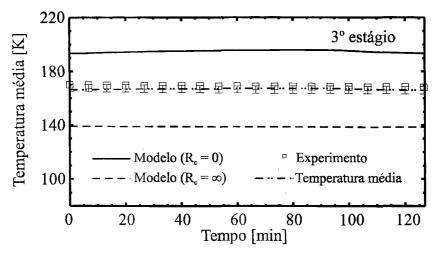


Figura 69 – Comparação entre os resultados teóricos e experimentais da temperatura do terceiro estágio para o protótipo de três estágios.

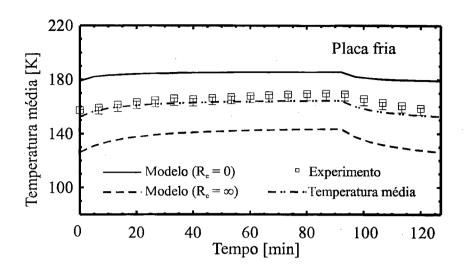


Figura 70 – Comparação entre os resultados teóricos e experimentais da temperatura da placa fria para o protótipo de dois estágios.

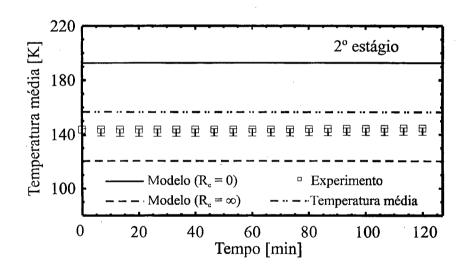


Figura 71 – Comparação entre os resultados teóricos e experimentais da temperatura do segundo estágio para o protótipo de dois estágios.

#### 6.3.2 Influência da Resistência Térmica de Contato

Pelas Figuras 67 à 71, observa-se que ocorrem grandes desvios no segundo estágio, tanto na configuração de três estágios quanto na configuração de dois estágios. Isto ocorre porque a resistência de contato provoca diferentes efeitos nos níveis de temperatura dos estágios do

radiador. Estes efeitos estão mostrados nas Figs. 72 e 73. Estas figuras foram obtidas calculandose as temperaturas dos estágios através do modelo matemático para diferentes valores de resistência de contato. A temperatura adimensional apresentada nestas figuras é dada por:

$$\Theta_{Rc} = \frac{T_{Rc=0} - T}{T_{Rc=0} - T_{Rc=\infty}} \tag{78}$$

onde  $T_{Rc=0}$  é a temperatura obtida através do modelo matemático para a resistência de contato nula e  $T_{Rc=\infty}$  é a temperatura obtida para a resistência de contato infinita. A temperatura adimensional dada por  $\Theta_{Rc}$  tende à unidade quando a temperatura do estágio se aproxima daquela para o caso de resistência térmica infinita, e tende a zero quando esta temperatura se aproxima daquela para o caso de resistência térmica nula. Observa-se que, tanto para o caso quente quanto para o caso frio, o comportamento do nível de temperatura de cada estágio com relação à resistência de contato é praticamente o mesmo.

Nestas figuras também observa-se que o nível de temperaturas de cada estágio é afetado de forma diferente pela resistência de contato. Por exemplo, para uma resistência de 250 K/W, as temperaturas da placa fria e do terceiro estágio tendem ao caso da resistência de contato infinita  $(\Theta_{Rc} \approx 0.8)$  enquanto que a temperatura do segundo estágio está a um meio termo entre os dois casos de resistência de contato  $(\Theta_{Rc} \approx 0.5)$ . O procedimento adotado na seção anterior, ou seja, o uso da temperatura média entre as temperaturas obtidas para  $R_c = 0$  e  $R_c = \infty$  para cada um dos estágios, desconsidera o fato de que a resistência de contato afeta diferencialmente o nível de temperatura dos estágios, como está ilustrado nas Figs. 72 e 73.

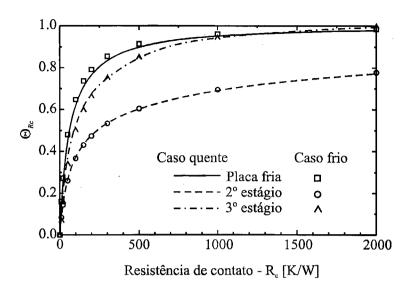


Figura 72 – Variação da temperatura dos estágios com relação à resistência de contato para radiadores de três estágios.

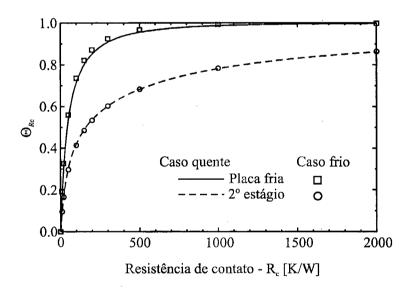


Figura 73 – Variação da temperatura dos estágios com relação à resistência de contato para radiadores de dois estágios.

### 6.3.3 Comparação Entre os Perfis de Temperatura Teóricos e Experimental

As Figuras 74 à 76 mostram a comparação dos perfis de temperaturas para o caso quente e para o caso frio, para um radiador de três estágios (ver Fig. 51). Observa-se que os maiores desvios ocorrem no segundo estágio.

Observou-se uma variação radial de aproximadamente I K no perfil de temperaturas da placa fria. Isto ocorreu devido à fuga de calor através da borda deste estágio e da borda do MLI, não previstas no modelo matemático. Mesmo assim, esta queda de temperaturas no perfil é pequena, o que confirma a validade da hipótese de isolamento nas bordas dos estágios. Para os demais estágios, as variações de temperaturas obtidas experimentalmente é maior do que as obtidas teoricamente. Isto ocorre porque além da troca líquida de calor entre os estágios ( $q_{in}$  e  $q_{ext}$ ) existem fugas de calor através das bordas dos estágios e das bordas do MLI.

As Figuras 77 e 78 mostram os resultados obtidos nos ensaios onde vários níveis de potência foram aplicados na placa fria para os dois protótipos testados (dois e três estágios).

Destas duas figuras, podemos observar que:

- A comparação entre o modelo matemático e o experimento é boa para pequenos valores de carga térmica dissipada na placa fria (Q<sub>eq,1</sub> ≤ 0,5 W).
- 2. Para dissipações maiores (Q<sub>eq,1</sub> > 0,5 W), há um desvio maior dos dados experimentais em relação aos dados teóricos. Este fato ocorre porque, no modelo matemático, o balanço de energia para o segundo estágio não considerou a parcela de energia devido a Q<sub>eq,1</sub> que atravessa o MLI em direção ao segundo estágio (E<sub>MLI</sub> × Q<sub>eq,1</sub>). Para cargas térmicas pequenas, este termo pode ser desprezado sem afetar significantemente o nível de temperaturas de cada estágio. Para valores altos de Q<sub>eq,1</sub>, esta parcela começa a alterar o nível de temperatura do segundo estágio, aumentando a temperatura da placa fria.
- 3. O modelo matemático mostra que à medida que a temperatura de operação do radiador cresce, menor é a influência da resistência de contato no nível de temperatura da placa fria.

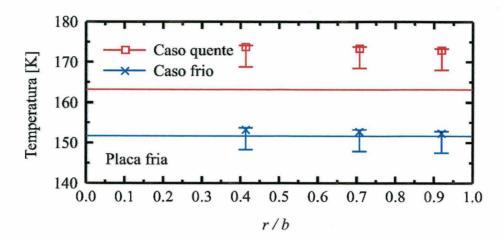


Figura 74 – Perfil de temperaturas da placa fria para o RCP de três estágios.

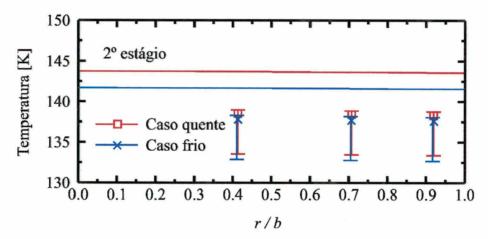


Figura 75 – Perfil de temperaturas do segundo estágio para o RCP de três estágios.

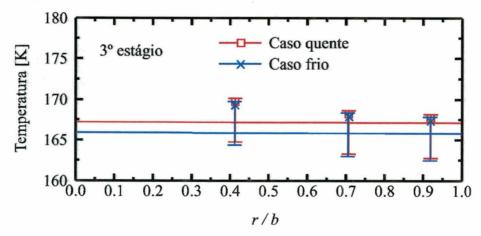


Figura 76 - Perfil de temperaturas do terceiro estágio para o RCP de três estágios.

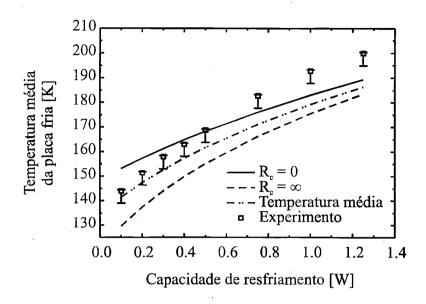


Figura 77 – Comparação entre dados experimentais e teóricos para a temperatura de operação da placa fria em função da carga térmica aplicada para um radiador de três estágios.

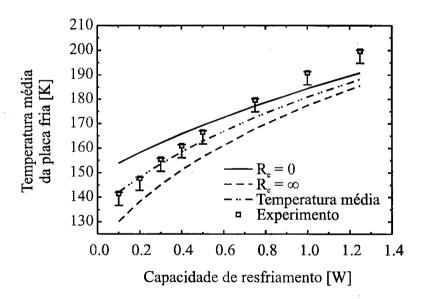


Figura 78 – Comparação entre dados experimentais e teóricos para a temperatura de operação da placa fria em função da carga térmica aplicada para um radiador de dois estágios.

A Tabela 11 mostra as diferenças das temperaturas teóricas obtidas de acordo com o procedimento descrito na seção anterior (temperatura média entre os casos de  $R_c = 0$  e  $R_c = \infty$ ), e

experimental. São mostrados o desvio médio quadrático (RMSE) e a diferença média relativa (MBE). As equações utilizadas para a obtenção destes desvios são:

RMSE (%) = 
$$\frac{\sqrt{\sum (T_{Exp} - T_{Mod})^2}}{\sum T_{Exp}} \times 100$$

$$MBE\ (\%) = \sum_{i}^{n} \frac{\left(T_{Exp} - T_{Mod}\right)}{T_{Exp}} \times 100$$
 (80)

onde  $T_{Exp}$  são as temperaturas medidas no experimento e  $T_{Mod}$  são as temperaturas representada pelas linhas interrompida/pontilhada nas Fig. 67 à 71, obtidas através do modelo matemático.

Tabela 11 – Desvio médio quadrático e diferença média relativa.

		Caso quente		Caso frio	
		MBE	RMSE	BEM	RMSE
		(%)	(%)	(%)	(%)
Três estágios	Placa fria	-7,42	7,48	-7,78	7,78
	2º estágio	-8,03	8,09	-8,02	8,01
	3º estágio	-2,98	3,18	-3,47	3,68
	Total	-6,14	6,51	-6,43	6,73
Dois estágios	Placa fria	-1,76	1,78	2,60	2,66
	2º estágio	-8,66	8,67	-8,27	8,29
	Total	-5,27	5,86	-5,43	5,87
TOTAL GERAL		-5,68	6,25	-5,93	6,43

Na Tabela 11, as linhas com os desvios totais em cada configuração representam a média dos dados experimentais de todos os estágios para os casos quente e frio. O desvio total no final da Tab. 11 foi calculado utilizando-se todo o conjunto de dados das duas configurações testadas para os casos quente e frio.

Os desvios da placa fria do protótipo de três estágios foram maiores do que os desvios obtidos na placa fria do protótipo de dois estágios. Na verdade, observou-se que, após o término dos testes do protótipo de três estágios, o adesivo epóxi utilizado havia se desprendido da placa fria em dois dos três suportes, aumentando a resistência de contato naquele ponto.

Os desvios apresentados na Tab. 11 confirmam a hipótese de que a resistência de contato altera diferencialmente o nível de temperatura dos estágios do radiador. Se a resistência influenciasse de forma igual o nível de temperatura dos estágios, seria de se esperar que o valor das diferenças de temperaturas nos diferentes estágios fossem semelhantes. Mesmo assim, a temperatura média dos dois casos de resistência de contato apresentados, mostrou ser uma boa aproximação inicial. O desvio média relativo e o desvio médio quadrático podem ser considerados pequenos.

#### 6.4 Conclusão

A comparação entre os dados experimentais e os dados teóricos obtidos com o modelo matemático foi apresentada. Os resultados dos testes das configurações de dois e três estágios foram mostrados. A concordância dos dados é boa e mostram que o modelo é eficiente tanto na determinação da distribuição de temperatura, quanto na estimativa do nível de temperaturas. A resistência de contato entre os suportes de baixa condutividade térmica mostrou ter um importante papel na determinação do nível de temperaturas de cada estágio.

Os resultados obtidos comprovam que os protótipos propostos atingiram a performance desejada, ou seja, capacidade de resfriamento de 0,1 W à uma temperatura em torno de 160 K.

#### 7 CONCLUSÕES

#### 7.1 Sobre o Presente Trabalho

Uma metodologia de projeto, desenvolvimento e testes de radiadores criogênicos passivos de múltiplos estágios foi apresentada.

A revisão bibliográfica apresentada mostrou o estado da arte dos projetos de radiadores criogênicos passivos existentes. Nenhum trabalho da literatura apresentou um modelo matemático que pudesse ser utilizado no projeto de um radiador criogênico passivo para controle térmico de satélites.

Com base na revisão bibliográfica, dois critérios de otimização foram aplicados ao projeto de radiadores criogênicos passivos que atendam às necessidades do programa espacial brasileiro. Três configurações de radiadores passivos foram estudadas, a saber: radiador de triplo estágio, de duplo estágio e de simples estágio. A metodologia de otimização mostrou-se eficiente e pode ser aplicada a qualquer configuração de radiador passivo.

Um modelo matemático transiente e unidimensional, inédito na literatura, foi apresentado e implementado com sucesso. Este modelo é capaz de estimar o perfil de temperaturas bem como, de maneira mais simples, a temperatura média de cada estágio. As cargas térmicas externas incidentes sobre o radiador foram determinadas com clareza. O modelo apresentado pode ser facilmente adaptado a outros radiadores com geometria semelhante ao dispositivo proposto.

Experimentos foram realizados com sucesso para validar o modelo matemático. Com o apoio de outros laboratórios do Departamento de Engenharia Mecânica da UFSC (LABTERMO,

LMPT, USICON e LABSOLDA) dois protótipos, um de triplo estágio e outro de duplo estágio, foram construídos e testados em laboratório, sob ambiente controlado. Os dados experimentais obtidos foram consistentes, não apresentando nenhum erro considerável.

O ambiente espacial de alto vácuo e com temperatura criogênica foi simulado com sucesso no LABSOLAR/NCTS. O alto vácuo produzido pela bomba de vácuo difusora ( $1 \times 10^{-6}$  mbar) foi suficiente para eliminar qualquer influência das trocas de calor por convecção. A camisa de nitrogênio líquido desenvolvida para este fim operou por mais de 4,5 horas à temperaturas criogênicas. Os dois protótipos testados se mostraram eficientes ao dissipar 0,1 W à níveis de temperaturas próximos de 160 K.

Os resultados obtidos com este experimento foram comparados com o modelo matemático, considerando-se a resistência térmica de contato nula e infinita. Um caso intermediário também foi considerado e a concordância foi boa para todas as comparações. Os resultados experimentais confirmaram as estimativas do modelo e mostram que este é sensível às alterações dos níveis de temperaturas de cada estágio, em função da variação da carga térmica externa.

A Figura 79 mostra uma comparação entre os protótipos apresentados neste trabalho com outros dispositivos já existentes. O número entre parênteses ao lado do nome dos autores dos dispositivos mostra o número de estágios do radiador por eles desenvolvido. As linhas apresentadas nesta mesma figura representam os níveis de carga térmica parasita por unidade de área da placa fria (ver Fig. 10). Quanto mais próximo da linha de  $Q_p = 0$  W/ $m^2$  mais eficiente é o radiador. Muitos destes radiadores apresentados na literatura não tinham restrições aos tamanhos de seus estágios, ao contrário do presente trabalho. Apesar destas limitações, os RCP's testados mostraram ser mais eficientes que os modelos de vôo do programa NIMBUS, da NASA. Mesmo assim, acredita-se que os dois dispositivos aqui apresentados possam ter sua eficiência melhorada.

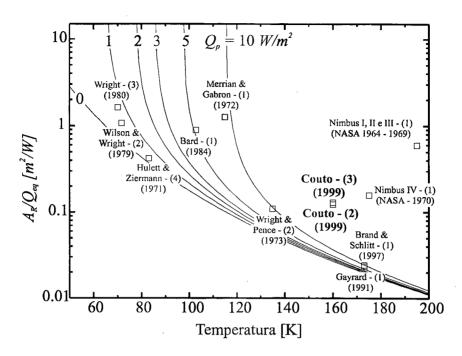


Figura 79 – Comparação dos protótipos testados com RCP's apresentados pela literatura.

O presente trabalho comprova que o LABSOLAR/NCTS possui capacitação técnica para o projeto e desenvolvimento de radiadores criogênicos passivos. Com as ferramentas apresentadas neste trabalho, dispositivos de maior porte podem ser projetados, visando atender necessidades de temperaturas mais baixas e/ou capacidades de refrigeração mais altas.

#### 7.2 Projetos Futuros

Apesar do processo proposto para a otimização das áreas dos estágios do radiador ter-se mostrado eficiente, melhorias podem ser feitas. As trocas térmicas entre o sombreador e os estágios do radiador, podem ser incluídas nas Eqs. (9) à (14), após a definição da geometria do sombreador. Assim, as áreas dos estágios serão função também da área do sombreador. O projeto também pode ser refinado pela inclusão das cargas térmicas externas nestas mesmas equações. Assim, poder-se-á otimizar a geometria dos radiadores para os casos quente ou frio. Isto é importante, por exemplo, no projeto de radiadores de satélites geoestagionários. Este tipo de

satélite orbita em torno da Terra a uma altitude de aproximadamente 36000 km fazendo com que, em grande parte da órbita (95 %), o satélite fique submetido à radiação solar direta (caso quente).

O modelo matemático apresentado neste trabalho mostrou algumas restrições. A resistência de contato entre os suportes de baixa condutividade térmica e os estágios mostrou ser um fator importante na determinação do nível de temperaturas dos mesmos. Estes suportes são comumentes fabricados com materiais poliméricos (Teflon, Kevlar, Fibras de carbono, etc.). Não encontrou-se na bibliografia pesquisada modelos que descrevam o comportamento da resistência de contato entre materiais metálicos e materiais poliméricos. Julga-se necessário um estudo mais profundo nesta área. Os resultados deste estudo tem aplicação direta não só no estudo de radiadores criogênicos, mas também no desenvolvimento de vários subsistemas térmicos, a níveis criogênicos, na área aeroespacial.

A carga térmica externa S é considerada absorvida de forma uniforme sobre toda a extensão do sombreador, no modelo matemático apresentado. Na verdade, estas cargas atingem somente um dos lados do sombreador. Este fato pode provocar temperaturas não uniformes sobre a placa fria do radiador e demais estágios, alterando a performance deste dispositivo em órbita. No caso do presente projeto, as limitações da bancada experimental não permitiram a simulação das cargas térmicas externas sobre a superfície externa do sombreador. Um estudo mais aprofundado sobre o efeito destas cargas térmicas sobre a distribuição de temperaturas dos estágios do radiador deve ser futuramente efetuado.

Outra importante linha de pesquisa a ser explorada é o acoplamento de tubos de calor aos radiadores criogênicos passivos. Com frequência, os sensores infravermelho a serem resfriados não se encontram junto ao radiador, sendo necessário um meio de transferir o calor desde estes até a placa fria do radiador. A forma mais comum de se realizar esta transferência é através de tubos de calor.

Finalmente, deve-se observar que o desenvolvimento de um sistema criogênico que atenda às necessidades de um programa brasileiro é um importante passo para o domínio da tecnologia de controle térmico à baixas temperaturas. Esta tecnologia pode propiciar o desenvolvimento futuro de sistemas passivos de maior capacidade de rejeição de carga térmica, visando atender necessidades futuras não só de programas espaciais nacionais, mas como também de programas internacionais.

#### Nota Sobre a Solução Analítica:

A solução da Eq. (46), genérica para todos os estágios do radiador e sombreador, considera  $q_i$  constante em relação ao tempo. Desta forma, ao se efetuar a integração desde  $\tau = 0$  até  $\tau = t$  considera-se que o estágio está submetido à uma carga térmica  $q_i$  (constante) durante todo o período de integração:

$$\Theta(r,t) = q_i \int_{\tau=0}^{t} \int_{r'} \frac{\alpha}{k} G(r,t \mid r',\tau) \frac{1}{A_i \delta} 2\pi r' dr' d\tau$$
(46)

Assim sendo, a integração da equação acima em  $\tau$ e r' fornece como solução as Eqs. (52), (54) e (57). O valor de  $q_i$  é calculado pelas Eqs. (58) à (68). Desta forma, para um instante de tempo  $t_i$  fixo e qualquer,  $q_i$  é estimado tendo como parâmetro de entrada a última temperatura obtida pela Eq. (46), e então a temperatura adimensional  $\Theta_i$  é calculada. Este processo se repete iterativamente até a convergência.

Na realidade, em cada integração efetuada, o valor de  $q_i$  deveria representar um balanço médio de energia  $(q_i)$  entre os instantes  $\tau = 0$  e  $\tau = t$ . Porém, a consideração de  $q_i$  constante faz com que este parâmetro seja determinado com base na última temperatura calculada  $(\tau = t)$ , e sendo assim, este não representa um valor médio.

A questão que surge é: em quanto que esta discrepância afeta os resultados finais? Estudos realizados com o modelo matemático integrando  $\tau$  na Eq. (46) entre 0 e t e entre  $t_{i-1}$  e  $t_i$  mostraram que, para o problema analisado neste trabalho, o erro cometido adotando-se a aproximação de  $q_i$  constante é muito pequeno. Nota-se que no início da órbita, quando o transiente é bastante abrupto, e no final da órbita, quando a temperatura tende ao regime permanente, estes erros são desprezíveis como mostrado na Fig. 80. Para outros problemas aplicados a satélites em órbita terrestre, onde o transiente também é abrupto (eclipse – insolação)

esta aproximação também causa erros desprezíveis. Em casos quando o comportamento transiente da temperatura é bastante lento, este erro pode ser perceptível.

Um procedimento mais correto e recomendado para esta questão seria efetuar a integração da Eq. (46) apenas no intervalo  $\Delta t_i = t_i - t_{i-1}$ , e tendo como temperatura inicial  $T_0$  na adimensionalização de  $\Theta$  na Eq. (46) a temperatura da iteração anterior ( $T_0(t_i) = T_{i-1}$ ). Assim para pequenos intervalos de tempo a aproximação de  $q_i$  constante dentro deste intervalo é aceitável.

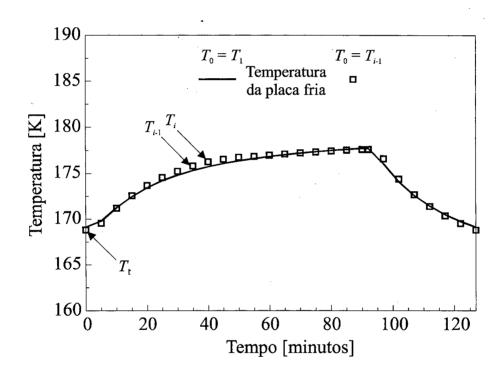


Figura 80: Comportamento da temperatura da placa fria utilizando-se o modelo matemático com (a) integração em  $\tau = 0$  até  $\tau = t$  e (b) integração em  $\tau = t_{i-1}$  até  $\tau = t_i$ .

### REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- Bard, S., "Advanced Passive Radiator for Spaceborne Cryogenic Cooling", **Journal of Spacecraft**, Vol. 21, pp. 150–155, April 1984.
- Baron, R. F., "Cryogenic Systems", Oxford University Press, NY, 1985.
- Beck, J. V., Cole, K. D., Haji-Sheikh, A. and Litkouhi, B., "Heat Conduction Using Green's Functions", Hemisphere Publishing Co., Washington, DC, 1992.
- Bradshaw, T. W and Orlowska, A. H., "A Closed Cycle 4 K Mechanical Cooler for Space Applications", Proceedings of the 4<sup>th</sup> European Symposium on Space Environmental and Control Systems (ESA SP-324), Italy, October 1991.
- Brand, O. and Schlitt, R., "Low Temperature Radiator Design for the ABRIXAS X-Ray Satellite", Proceedings of the 6<sup>th</sup> European Symposium on Space Environmental and Control Systems (ESA SP-400), The Netherlands, 1997.
- Breckenridge Jr., R. W., "Cooling Systems for Spaceborne Infrared Experiments", Manno and Ring (eds.), Infrared Detection Techniques for Space Research, pp 171–188, Dordrecht, Holland, 1972.
- Bywaters, R. P. and Keeling, M. C.,"Multistage Radiative Coolers for Spacecraft Sensors", Advances in Cryogenic Engineering, Vol. 19, pp. 490 499, Plenum Press, NY, 1974.
- Couto, P. e Mantelli, M. B. H., "Environmental Heat Loads Over External Plates of a Microgravity Capillary Pumped Loop Experiment", proceedings of the PanAmerican Congress of Applied Mechanics PACAN VI, pp. 213–216, Rio de janeiro, RJ, 1999.
- Donabedian, M., "Survey of Cryogenic Cooling Techniques", Aerospace Report TR-0073(3901-01)-1, October 1972.

- Gayrard, J., "SIGMA VCHP Radiator: In Orbit Performance", Proceedings of the 4<sup>th</sup> European Symposium on Space Environmental and Control Systems (ESA SP-324), Italy, October 1991.
- Gilmore, D. G., "Satellite Thermal Control Handbook", The Aerospace Corporation Press, El Segundo, CA, 1994.
- Gordon, G. D., "Spacecraft Thermal Design", 1965, Apostila do curso ministrada por este autor no INPE em 1983.
- Hulett, R. H. and Zierman, C. A., "Staged Radiator Design for Low Temperatures Spacecraft Applications", Progress in Astronautics and Aeronautics, Vol. 24, pp. 614–629, Cambridge, MA, 1971.
- Iqbal, M. "An Introduction to Solar Radiation", Academic Press, Toronto, Canadá, 1983.
- Jewell, C., "An Overview of ESA Cryocooler Activities", Proceedings of the 4<sup>th</sup> European Symposium on Space Environmental and Control Systems (ESA SP-324), Italy, October 1991.
- Jones, B. G., Bradshaw, T. W., Orlowska, A. H. and Jewell, C., "Development and Pre-Qualification Testing of a 20 K Space Cooler", Proceedings of the 4<sup>th</sup> European Symposium on Space Environmental and Control Systems (ESA SP-324), Italy, October 1991.
- Mayer, R. D., "Fabrication of a Lightweight Circular Orbit Passive Radiative Cooler", Philo-Ford Corporation, Palo Alto, CA, 1972.
- Merrian, R. and Gabron, F., "Spaceborne Passive Radiators for Detector Cooling", ASME paper No. 71-Av-30, May 1972.
- National Climatic Data Center home-page http://www.ncdc.noaa.gov.
- Özişik, N. M., "Heat Conduction", 2<sup>nd</sup> ed, John Wiley & Sons, Inc., New York, NY, 1993.

- Agência Espacial Brasileira, "PNAE Programa Nacional de Atividades Espaciais", Brasília, DF, 1996.
- Scull, S. R. and Jewell, C., "Pre-Qualification Level Testing of an 80 K Stirling Cycle Cooler", Proceedings of the 4<sup>th</sup> European Symposium on Space Environmental and Control Systems (ESA SP-324), Italy, October 1991.
- Siegel, R. and Howell, J. R., "Radiation Heat Transfer", Taylor and Francis, 3<sup>rd</sup> edition, 1992.
- Wilson, D. E. and Wright, J. P., "The Multistage Heat Pipe Radiator An Advancement in Passive Cooling Technology", AIAA Paper No. 77-760, June 1977.
- Wilson, D. E. and Wright, J. P., "Development and Testing of Two and Three Stage Heat Plpe Radiators", AIAA Paper No. 79-1060, June 1979.
- Wright, J. P., "Development of a 5 W 70 K Passive Radiator", AIAA Paper No. 80-1512, July 1980.
- Wright, J. P. and Pence, W. R., "Development of a Cryogenic Heat Pipe Radiator for a Detector Cooling System", ASME Paper No. 73-ENAs-47, July 1973.

## **APÊNDICES**

APÊNDICE A –	PARÂMETROS DE PROJETO UTILIZADOS	113
APÊNDICE B –	OBTENÇÃO DA EQUAÇÃO-SOLUÇÃO DE GREEN PARA O	
	MODELO ANALÍTICO	115
APÊNDICE C –	OBTENÇÃO DA FUNÇÃO DE GREEN PARA A SOLUÇÃO DO	
	MODELO ANALÍTICO	124
APÊNDICE D –	CÁLCULO DOS FATORES DE FORMA ENTRE OS ESTÁGIOS E	
	O SOMBREADOR	130
APÊNDICE E –	DESENHOS DOS PROTÓTIPOS DOS RCP'S	133

## APENDICE A. PARÂMETROS DE PROJETOS UTILIZADOS

Parâmetro de projeto	Valor
k – condutividade térmica do material dos estágios [ $W/m$ $K$ ]	237
$\rho$ – densidade do material dos estágios $[kg/m^3]$	2707
$C_p$ – calor específico do material dos estágios $[J/kg K]$	903
$\alpha$ – difusividade térmica dos estágios $[m^2/s]$	$9,72 \times 10^{-5}$
$k_s$ – condutividade térmica dos suporte de Teflon [ $W/m K$ ]	0,37
$L_s$ – comprimento dos suportes de Teflon $[m]$	$5\times10^{-3}$
$A_s$ – área transversal dos suportes de Teflon $[m^2]$	$5,89 \times 10^{-5}$
$A_1$ – área do primeiro estágio (placa fria) (RCP de três estágios) $[m^2]$	0,01674
$A_2$ – área do segundo estágio (RCP de três estágios) $[m^2]$	0,00387
$A_3$ – área do terceiro estágio (RCP de três estágios) $[m^2]$	0,00209
$A_1$ – área do primeiro estágio (placa fria) (RCP de dois estágios) $[m^2]$	0,01584
$A_2$ – área do segundo estágio (RCP de dois estágios) $[m^2]$	0,00686
$A_1$ – área do primeiro estágio (placa fria) (RCP de um estágio) $[m^2]$	0,02270
$A_4$ – área do sombreador $[m^2]$	0,08460
$\delta$ – espessura dos estágios e sombreador [ $m$ ]	4 × 10 <sup>-4</sup>
$b_1$ – raio externo da placa fria (RCP de três estágios) [m]	0,073
$b_I$ – raio externo da placa fria (RCP de dois estágios) [m]	0,071
$b_I$ – raio externo da placa fria (RCP de um estágio) [m]	0,085
$b_2$ – raio externo do segundo estágio (RCP de três estágio) [m]	0,081
b <sub>2</sub> – raio externo do segundo estágio (RCP de dois estágio) [m]	0,085
$b_3$ – raio externo do terceiro estágio (RCP de três estágios) [m]	0,085
a2 – raio mediano do segundo estágio (RCP) de três estágios) [m]	0,073
a3 – raio mediano do terceiro estágio (RCP) de três estágios) [m]	0,081
a2 – raio mediano do segundo estágio (RCP) de dois estágios) [m]	0,071
$r_a$ – raio menor do sombreador [ $m$ ]	0,085
$r_b$ – raio maior do sombreador $[m]$	0,101
H – altura do sombreador $[m]$	0,0757

Parâmetro de projeto	Valor
$Q_{eq,1}$ – carga térmica imposta pelo equipamento à placa fria [W]	0,1
$Q_{eq,2}$ – carga térmica imposta pelo equipamento ao segundo estágio [W]	1,0 e 0
$R_c$ – resistência de contato $[K/W]$	0 e ∞
$R_s$ – resistência condutiva [ $K/W$ ]	229,4
$\varepsilon_R$ – emissividade da superfície do radiador (tinta branca)	0,90 e 0,75
$\varepsilon_{MLI}$ – emissividade efetiva do MLI	0,005
$\varepsilon_4$ – emissividade da superfície interna do sombreador	0,014
α – absortividade da tinta branca	0,23 e 0,4
t1 – duração da insolação na órbita do satélite [min]	92
$S$ – carga térmica externa durante a insolação [ $W/m^2$ ]	1777
t2 – duração do eclipse na órbita do satélite [min]	35
$S$ – carga térmica externa durante o eclipse $[W/m^2]$	226
$a_e$ – albedo terrestre [%]	35
$R_e$ – raio da Terra [ $km$ ]	6378,2
h – altitude do satélite [ $km$ ]	2000
$T_e$ – temperatura da Terra [ $K$ ]	288
$T_b$ – temperatura da base do radiador [ $K$ ]	300
$T_{\infty}$ – temperatura do espaço [ $K$ ]	4 e 90

# APENDICE B. OBTENÇÃO DA EQUAÇÃO-SOLUÇÃO DE GREEN PARA O MODELO ANALÍTICO

A forma geral da Equação-Solução de Green (GFSE) é obtida nesta seção. Esta forma geral da GFSE é apresentada por Beck et al. (1992) e Özişik (1993) e pode ser aplicada a qualquer geometria tridimensional em qualquer sistema ortogonal de coordenadas.

A equação diferencial parcial linear que descreve problemas de condução de calor em regime transiente, em geometrias multidimensionais em um meio homogêneo e isotrópico é:

$$\nabla^2 T + \frac{1}{k} g(\mathbf{r}, t) - m^2 T = \frac{1}{\alpha} \frac{\partial T}{\partial t}, \text{ na região } R \in t > 0.$$
 (B.1)

onde  $\mathbf{r}$  são as coordenadas de um sistema ortogonal qualquer. A condutividade térmica k e a difusividade térmica  $\alpha$  são constantes com a posição, tempo e temperatura. O termo  $g(\mathbf{r}, t)$  representa a geração volumétrica de energia, variável no espaço e no tempo. O termo  $m^2T$  pode representar, por exemplo, perdas laterais de calor em aletas. Componentes da geração volumétrica de energia dependentes da temperatura T devem ser incluídos no termo  $m^2T$ , assim como os efeitos de aquecimento elétrico e reações químicas. O termo  $m^2$  pode ser função de  $\mathbf{r}$  mas não de t.

A condição inicial deste problema é dado pela distribuição inicial de temperaturas  $F(\mathbf{r})$ :

$$T(\mathbf{r},0) = F(\mathbf{r}) \tag{B.2}$$

E as condições de contorno possuem a forma geral:

$$k_{i} \frac{\partial T}{\partial n_{i}} + h_{i} T = f_{i}(\mathbf{r}_{i}, t) - (\rho C_{p} b)_{i} \frac{\partial T}{\partial t}, t > 0$$
(B.3)

onde a temperatura T é avaliada nas superfícies de contorno  $S_i$  e  $\mathbf{r}_i$  denota as fronteiras. A derivada espacial  $\partial/\partial n_i$  são as diferenciais avaliadas segundo a normal externa às superfícies  $S_i$ . O coeficiente de transferência de calor,  $h_i$ , e  $(\rho C_p b)_i$  podem variar com a posição, mas são independentes da temperatura e do tempo. A condição de contorno dada pela Eq. (B.3) inclui a possibilidade de um filme de alta condutividade e de espessura  $b_i$ . Cinco diferentes condições de contorno podem ser obtidas da Eq. (B.3), fazendo  $k_i = 0$  ou k,  $h_i = 0$  ou k e, também, k = 0 ou positivo.

A derivação da GFSE utiliza as Eq. (B.1) – (B.3) e também, um problema auxiliar, cuja forma é idêntica à do problema original, com exceção da geração volumétrica de energia, que passa a ser uma função delta de Dirac na posição  $\mathbf{r}'$  e no tempo  $\tau$ . As condições de contorno do problema auxiliar são homogêneas e do mesmo tipo que as do problema original e a condição inicial é de temperatura igual a zero. A solução do problema auxiliar é uma função to tipo  $G(\mathbf{r}, t|\mathbf{r}', \tau)$ , onde a fonte instantânea está localizada na posição  $\mathbf{r}'$  e no tempo  $\tau$ . A temperatura é observada na posição  $\mathbf{r}$  e no tempo t. A função  $G(\mathbf{r}, t|\mathbf{r}', \tau)$  é conhecida por *Função de Green*.

A derivação da GFSE começa a partir da propriedade da reciprocidade das funções de Green (Beck et. Al. – 1992):

$$G(\mathbf{r}, t \mid \mathbf{r}', \tau) = G(\mathbf{r}', -\tau \mid \mathbf{r}, -t)$$
(B.4)

E o problema auxiliar é:

$$\nabla_0^2 G + \frac{1}{\alpha} \delta(\mathbf{r} - \mathbf{r}') \delta(t - \tau) - m^2 G = -\frac{1}{\alpha} \frac{\partial G}{\partial \tau}, t > \tau$$
(B.5)

Com as condições de contorno e inicial:

$$k_{i} \frac{\partial G}{\partial n'_{i}} + h_{i}G = (\rho C_{p}b)_{i} \frac{\partial G}{\partial \tau}, t > \tau$$
(B.6)

$$G(\mathbf{r}', -\tau | \mathbf{r}, -t) = 0, t < \tau$$
(B.7)

onde  $\nabla_0^2$  é o operador Laplaciano para as coordenadas  $\mathbf{r}'$ , e o sinal negativo no termo à direita da Eq. (B.5) resultou da substituição de t por  $-\tau$ , proveniente da Eq. (B.4). No termo fonte da Eq. (B.5), a função delta  $\delta(\mathbf{r} - \mathbf{r}')$  representa uma fonte de calor pontual localizada em  $\mathbf{r}'$ , enquanto que a função delta  $\delta(t-\tau)$  indica que há uma fonte de calor instantânea liberando energia no tempo  $t=\tau$ .

Para problemas bidimensionais,  $\delta(\mathbf{r} - \mathbf{r}')$  é uma função delta bidimensional que caracteriza uma fonte de calor linear localizada em  $\mathbf{r}'$ , enquanto que em problemas unidimensionais,  $\delta(x-x')$  é uma função delta unidimensional que representa uma fonte plana de calor localizada em x=x'.

O significado físico da função de Green  $G(\mathbf{r}, t \mid \mathbf{r}', \tau)$  para problemas tridimensionais é:  $G(\mathbf{r}, t \mid \mathbf{r}', \tau)$  representa a temperatura em uma posição  $\mathbf{r}$ , em um tempo t, devido à uma fonte de calor instantânea, localizada em  $\mathbf{r}'$ , liberando energia espontaneamente no tempo  $t = \tau$ . Este significado físico pode ser interpretado como: G(efeitolimpulso), onde a primeira parte do argumento, " $\mathbf{r}$ , t", representa o efeito, isto é, a temperatura de um corpo na posição  $\mathbf{r}$  e no tempo t, enquanto que a Segunda parte, " $\mathbf{r}'$ , t", representa o impulso, isto é, a fonte de calor instantânea posicionada em  $\mathbf{r}'$  e que libera sua energia espontaneamente no tempo t.

A equação da temperatura do problema original, Eq. (B.1), pode ser escrita em função de **r**' e τ, da seguinte forma:

$$\nabla_0^2 T + \frac{1}{k} g(\mathbf{r}', \tau) - m^2 T = \frac{1}{\alpha} \frac{\partial T}{\partial \tau}$$
(B.8)

Multiplicando-se a Eq. (B.8) por G, multiplicando-se a Eq. (B.5) por T, e subtraindo a Eq. (B.5) da Eq. (B.8), tem-se:

$$(G\nabla_0^2 T - T\nabla_0^2 G) + \frac{g(\mathbf{r}', \tau)}{k} G - \frac{1}{\alpha} \delta(\mathbf{r} - \mathbf{r}') \delta(t - \tau) T = \frac{1}{\alpha} \frac{\partial (GT)}{\partial \tau}$$
(B.9)

Integrando a equação acima em relação a  $\mathbf{r}$ ' sobre toda a região R, e integrando em relação à  $\tau$  de 0 à  $t + \varepsilon$ , onde  $\varepsilon$  é um infinitesimal positivo e qualquer, tem-se:

$$\int_{\tau=0}^{t+\varepsilon} \int_{R} \alpha (G\nabla_{0}^{2}T - T\nabla_{0}^{2}G)dv'd\tau + \int_{\tau=0}^{t+\varepsilon} \int_{R} \frac{\alpha}{k} G g(\mathbf{r}', \tau)dv'd\tau - T(\mathbf{r}, t) = \int_{R} [GT]_{\tau=0}^{t+\varepsilon} dv'$$
(B.10)

onde dv' é o elemento de volume na região R. Reorganizando a Eq. (B.10), a distribuição de temperatura é dada por:

$$T(\mathbf{r},t) = -\int_{R} [GT]_{\tau=0}^{t+\varepsilon} dv' + \int_{\tau=0}^{t+\varepsilon} \int_{R} \frac{\alpha}{k} G g(\mathbf{r}',\tau) dv' d\tau + \int_{\tau=0}^{t+\varepsilon} \int_{R} \alpha (G\nabla_{0}^{2}T - T\nabla_{0}^{2}G) dv' d\tau$$
(B.11)

O termo à esquerda da Eq. (B.11) é a distribuição de temperaturas sobre um corpo na posição  ${\bf r}$  e no tempo t.

O primeiro termo à direita da Eq. (B.11) pode ser simplificado pela relação de casualidade\*: o efeito não pode começar antes do impulso da fonte instantânea. Assim,  $G(\mathbf{r}, t, \mathbf{r}', t + \varepsilon) = 0$ . Quando  $\tau = 0$ , a distribuição de temperatura  $T(\mathbf{r}', 0)$  é a condição inicial  $F(\mathbf{r}')$ . Assim, o primeiro termo à direita da Eq. (B.11) torna-se:

$$\int_{R} G(\mathbf{r}, t, \mathbf{r}', 0) F(\mathbf{r}') dv'$$
(B.12)

<sup>\*</sup> A relação de casualidade é uma das propriedades das funções de Green, e diz que G ≥ 0 no domínio R para t - τ ≥ 0. G = 0 no domínio R para t - τ < 0.

Para a condução de calor transiente em um corpo, este termo é o efeito da condição inicial transiente de temperaturas.

O segundo termo à direita da Eq. (B.11) é a contribuição da geração volumétrica de energia na distribuição de temperaturas. Este termo não será simplificado.

O terceiro termo à direita da Eq. (B.11) representa a contribuição de todas as condições de contorno sobre a distribuição de temperaturas. Este termo pode ser simplificado com o uso do Teorema de Green, para transformar uma integral de volume em uma integral de superfície. O resultado é:

$$\int_{\tau=0}^{t+\varepsilon} \int_{R} \alpha (G\nabla_{0}^{2}T - T\nabla_{0}^{2}G) dv' d\tau = \int_{\tau=0}^{t+\varepsilon} \sum_{i=1}^{s} \int_{S_{i}} \alpha \left( G\frac{\partial T}{\partial n_{i}} \Big|_{\mathbf{r}'=\mathbf{r}_{i}'} - T\frac{\partial G}{\partial n_{i}'} \Big|_{\mathbf{r}'=\mathbf{r}_{i}'} \right) ds_{i}' d\tau$$
(B.13)

onde  $\partial/\partial n_i$ ' são as diferenciações ao longo da normal externa à superfícies  $S_i$ , e  $ds_i$  é um elemento de área de  $S_i$ .

O integrando da Eq. (B.13) pode ser expresso em função das condições de contorno do problema de condução de calor original e do problema auxiliar. Se as condições de contorno são do segundo, terceiro, quarto, ou quinto tipo, então as condições de contorno para T e G podem ser usadas para se obter  $\partial T/\partial n_i$  e  $\partial G/\partial n_i$  nos contornos. As Eqs. (B.3) e (B.6) podem ser rescritas como:

$$\frac{\partial G}{\partial n_i}\Big|_{\mathbf{r}=\mathbf{r}_i} = -\frac{h_i}{k_i} G\Big|_{\mathbf{r}=\mathbf{r}_i} + \frac{(\rho C_p b)_i}{k_i} \frac{\partial G}{\partial \tau}$$
(B.14)

$$\frac{\partial T}{\partial n_i}\Big|_{\mathbf{r}'=\mathbf{r}_i} = \frac{f_i(\mathbf{r}_i',\tau)}{k_i} - \frac{h_i}{k_i}T\Big|_{\mathbf{r}'=\mathbf{r}_i'} + \frac{(\rho C_p b)_i}{k_i} \frac{\partial T}{\partial \tau}$$
(B.15)

A Tabela B.1 mostra exemplos de condições de contorno do primeiro ao quinto tipos.

Tabela B.1 - Tipos de condições de contorno.

Tipo	<i>Definição</i>	Exemplo
1° ou condição de Dirichlet	Temperatura prescrita	$T = T_0$ , em $r = 0$
2° ou condição de Newman	Fluxo de calor prescrito na fronteira	$k\frac{\partial T}{\partial r} = f(r_i, t)$ ; em $r_i$
3° ou condição de Robin	Fluxo de calor convectivo prescrito na fronteira	$k\frac{\partial T}{\partial r} + hT = hT_{\infty}(r_i, t)$ ; em $r_i$
4°	Filme fino de espessura <i>b</i> na fronteira com fluxo de calor prescrito	$k\frac{\partial T}{\partial r} = f(r_i, t) - (\rho C_p b)_i \frac{\partial T}{\partial t}$ ; em $r_i$
5°	Filme fino de espessura b na fronteira permitindo perdas por convecção	$k\frac{\partial T}{\partial r} + hT = f(r_i, t) - (\rho C_p b)_i \frac{\partial T}{\partial t}; \text{ em } r_i$

As condições do primeiro ao terceiro tipo são bem conhecidas. A condição do quarto tipo é para um filme fino de espessura b na fronteira. Um exemplo físico deste tipo de condição é a transferência de calor em grandes objetos de cerâmica com uma fina camisa metálica na superfície. A distribuição de temperaturas na fina camisa de metal pode ser desprezada através da fina espessura b porque a condutividade térmica do metal é muito maior se comparada à condutividade da cerâmica. Por outro lado, o armazenamento de energia na camisa metálica não pode ser desprezado. Esta condição também descreve um filme superficial composto por um fluido de capacidade térmica ( $\rho C_p b$ ) $_i$ .

A quinta condição é para um filme fino perdendo calor por convecção. Esta condição é quase idêntica à quarta condição, porém, ao invés do fluxo de calor especificado na superfície, há um coeficiente de transferência de calor h especificado.

Multiplicando-se a Eq. (B.14) por T, a Eq. (B.15) por G, e subtraindo-se a Segunda da primeira, tem-se:

$$\left[ G \frac{\partial T}{\partial n_i} \Big|_{\mathbf{r} = \mathbf{r}_i} - T \frac{\partial G}{\partial n_i} \Big|_{\mathbf{r} = \mathbf{r}_i} \right] = \frac{f_i(r_i, \tau)}{k_i} G - \frac{(\rho C_p b)_i}{k_i} \frac{\partial (GT)}{\partial \tau}$$
(B.16)

Substituindo-se a Eq. (B.16) na Eq. (B.13) obtém-se o termo referente à contribuição das condições de contorno do segundo ao quinto tipo na distribuição de temperaturas:

$$\int_{\tau=0}^{t+\varepsilon} \sum_{i=1}^{s} \int_{S_{i}} \alpha \left( G \frac{\partial T}{\partial n_{i}} \Big|_{\mathbf{r}'=\mathbf{r}_{i}'} - T \frac{\partial G}{\partial n_{i}} \Big|_{\mathbf{r}'=\mathbf{r}_{i}'} \right) ds_{i}' d\tau =$$

$$= \alpha \int_{\tau=0}^{t+\varepsilon} \sum_{i=1}^{s} \int_{S_{i}} \frac{f_{i}(\mathbf{r}_{i}',\tau)}{k_{i}} G(\mathbf{r},t,\mathbf{r}',\tau) ds_{i}' d\tau - \alpha \sum_{i=1}^{s} \int_{S_{i}} \frac{(\rho C_{p} b)_{i}}{k_{i}} G(\mathbf{r},t,\mathbf{r}',0) F(\mathbf{r}') ds_{i}'$$
(B.17)

É importante observar que a integral sobre  $\tau$  foi resolvida para o termo  $\partial (GT)/\partial \tau$ .

Para condições de contorno do primeiro tipo, o termo do lado direito da Eq. (B.13) assume uma forma diferente. Para este tipo de condição, G é zero nos contornos (o problema auxiliar possui condições de contorno homogêneas), e T é expresso por  $f_i(\mathbf{r}_i,t)$ . Assim, o lado direito da Eq. (B.13) torna-se:

$$-\alpha \int_{\tau=0}^{t+\varepsilon} \sum_{i=1}^{s} \int_{S_{i}} f_{i}(\mathbf{r}_{i}',\tau) \frac{\partial G}{\partial n} \bigg|_{\mathbf{r}'=\mathbf{r}_{i}'} ds_{i}' d\tau$$
(B.18)

O último passo na derivação da GFSE para o problema apresentado é levar a Eq. (B.11) ao limite quando  $\varepsilon \to 0$ . Então o termo  $t + \varepsilon$  pode ser substituído por t nesta equação. A derivação fica completa combinando-se a Eq. (B.11) com os termos simplificados dados pelas Eqs. (B.12), (B.17) e (B.18). Esta combinação fornece a forma geral da GFSE para problemas de condução de calor para corpos homogêneos:

$$T(\mathbf{r}, t) = T_{in}(\mathbf{r}, t) + T_g(\mathbf{r}, t) + T_{cc}(\mathbf{r}, t)$$
(B.19)

A Eq. (B.19) possui três termos: um para a condição inicial, um para a geração volumétrica, e um para as condições de contorno. A contribuição da condição inicial é:

$$T_{in}(\mathbf{r}, t) = \int_{R} G(\mathbf{r}, t, \mathbf{r}', 0) F(\mathbf{r}') dv', \text{ para todos os tipos de condições iniciais.}$$
 (B.20)

+ 
$$\alpha \sum_{i=1}^{s} \int_{S_{i}} \frac{(\rho C_{p} b)_{i}}{k_{i}} G(\mathbf{r}, t, \mathbf{r}', 0) F(\mathbf{r}') ds_{i}'$$
, para condições iniciais do quarto e quinto tipos – Eq. (B.17).

O termo para a geração volumétrica é:

$$T_{g}(\mathbf{r},t) = \int_{\tau=0}^{t} \int_{R} \frac{\alpha}{k} G(\mathbf{r},t,\mathbf{r}',\tau) g(\mathbf{r}',\tau) dv' d\tau$$
(B.21)

O termo para as condições de contorno possui dois tipos de expressão, pois as condições de contorno de primeiro tipo devem ser tratadas de forma diferente.

$$T_{cc}(\mathbf{r},t) = \alpha \int_{\tau=0}^{t} \sum_{i=1}^{s} \int_{S_i} \frac{f_i(\mathbf{r}_i',\tau)}{k_i} G(\mathbf{r},t,\mathbf{r}',\tau) ds_i' d\tau ; \text{ para condições de contorno do 2° ao 5° tipos}$$
(B.22)

$$T_{cc}(\mathbf{r},t) = -\alpha \int_{\tau=0}^{t} \int_{i=1}^{s} \int_{S_{i}} f_{i}(\mathbf{r}_{i}',\tau) \frac{\partial G}{\partial n} \bigg|_{\mathbf{r}'=\mathbf{r}_{i}'} ds_{i}'d\tau; \text{ para condições de contorno do 1° tipo}$$
(B.23)

A Eq. (B.19) aplica-se a qualquer sistema de coordenadas ortogonal se a correta forma para ds e dv são utilizadas. A Tabela B.2, apresentada por Beck et. al. (1992) mostra as formas corretas para os sistemas de coordenadas retangular, cilíndrico e esférico.

Assim a equação *GFSE* para o fluxo de calor radial em coordenadas cilíndricas para o problema proposto na seção 4.2 é:

$$T(r,t) = \int_{r'} G(r,t \mid r',0) T_0 2\pi r' dr' + \int_{\tau=0}^{t} \int_{r'} \frac{\alpha}{k} G(r,t \mid r',\tau) g_i 2\pi r' dr' d\tau -$$

$$-\alpha \int_{\tau=0}^{t} \sum_{i=1}^{s} \int_{S_i} f_i(\mathbf{r}_i',\tau) \frac{\partial G}{\partial n} \Big|_{\mathbf{r}'=\mathbf{r}_i'} ds_i' d\tau$$
(B.24)

Tabela B.2 – Formas de dsi' e dv' para três sistemas de coordenadas.

Geometria	Coorde- nadas	ds <sub>i</sub> '	dv'	Unidade de G*	
Barra fina	x	** ]	dx'	$m^{-I}$	Coordenadas retangulares
Placa plana	<i>x</i> , <i>y</i> ,	dx' ou dy'	dx'dy'	$m^{-2}$	$ \begin{array}{c} z \\ \uparrow P(x, y, z) \end{array} $
Paralelepípedo	<i>x</i> , <i>y</i> , <i>z</i>	dx'dy', dx'dz' ou dy'dz'	dx'dy'dz'	$m^{-3}$	x y
Cilindro	,				
Infinito	r	$^{**}2\pi r_i$	$2\pi r' dr'$	$m^{-2}$	Coordenadas
Casca fina	$\phi$	$^{**}\delta$ (espessura da casca fina)	$\delta a  d\phi'$ (a = raio da casca)	$m^{-2}$	cilíndricas z ↑ P(r, φ, z)
Cilindro finito	<i>r</i> , <i>z</i> .	$2\pi r_i dz$ ' ou $2\pi r' dr'$	$2\pi r'dr'dz'$	$m^{-3}$	r
Cunha	r, φ	$dr'$ ou $r_i d\phi'$	$r' dr' d\phi'$	$m^{-2}$	
Esfera	r	** $4\pi r_i^2$	$4\pi(r')^2dr'$	$m^{-3}$	Coordenadas esféricas • P (r, θ, φ)
Seção cônica de uma esfera	r, θ	$2\pi(r')^2 dr' \sin \theta_i$ ou $2\pi r_i^2 \sin \theta' d\theta'$	$2\pi(r')^2 dr' \sin\theta' d\theta'$	$m^{-3}$	φ (1, υ, ψ)

<sup>\*</sup> A unidade de G é tal que o produto (G dv') é adimensional. \*\* Não há integral em  $S_i$ .

# APENDICE C. OBTENÇÃO DA FUNÇÃO DE GREEN PARA A SOLUÇÃO DO MODELO ANALÍTICO

Nesta seção é apresentada a solução da equação diferencial do modelo matemático proposto na seção 4.2 através do uso de Funções de Green e da técnica da separação de variáveis. Esta equação é:

$$\frac{\partial^2 \Theta}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial \Theta}{\partial r} + \frac{1}{kA \delta} q = \frac{\partial \Theta}{\partial t}; t > 0 \text{ e } 0 < r < b$$
 (C.1)

com as seguintes condições de contorno:

$$\frac{\partial \Theta}{\partial r} = 0 \text{ em } r = 0 \text{ e } t > 0$$
 (C.2)

$$\frac{\partial \Theta}{\partial r} = 0 \text{ em } r = b \text{ e } t > 0$$
 (C.3)

e com a seguinte condição inicial:

$$\Theta = 0 \text{ em } t = 0 \text{ e } 0 < r < b$$
 (C.4)

onde  $\Theta$  é a temperatura adimensional, definida por:

$$\Theta(r,t) = \frac{T_0 - T(r,t)}{T_0 - T_{\infty}}$$
 (C.5)

A solução da Eq. (C.1) por Funções de Green é igual ao termo referente à contribuição da geração volumétrica de energia na distribuição de temperaturas, mostrado nas Eqs. (B.11) e (B.24). Os demais termos são cancelados devido às condições de contorno e inicial serem iguais a zero:

$$\Theta(r,t) = \int_{r} G(r,t|r',0)\Theta_{0} 2\pi r' dr' + \int_{\tau=0}^{t} \int_{r=0}^{b} \frac{\alpha}{k} G(r,t|r',\tau) \frac{q}{A\delta} 2\pi r' dr' d\tau -$$

$$-\alpha \int_{\tau=0}^{t} \left[ f(r',\tau) \frac{\partial G}{\partial n} \Big|_{r'=0} + f(r',\tau) \frac{\partial G}{\partial n} \Big|_{r'=b} \right] d\tau$$
(C.6)

$$\Theta(r,t) = \int_{\tau=0}^{t} \int_{r=0}^{b} \frac{\alpha}{k} G(r,t \mid r',\tau) \frac{q}{A\delta} 2\pi r' dr' d\tau$$

onde  $G(r, t \mid r', \tau)$  é a Função de Green a ser determinada.

Segundo Özişik (1993), para se determinar a Função de Green correspondente ao problema descrito pelas Eqs. (C.1) à (C.4) deve-se considerar a solução da versão homogênea desse problema para os mesmos domínios de r e t. Utilizando-se as variáveis adimensionais  $\xi$  (raio) e  $t^*$  (tempo), definidos por:

$$t^* = \frac{\alpha t}{b^2} \tag{C.7}$$

$$\xi = \frac{r}{b} \tag{C.8}$$

O problema homogêneo pode ser escrito como:

$$\frac{\partial^2 \Theta}{\partial \xi^2} + \frac{1}{\xi} \frac{\partial \Theta}{\partial \xi} = \frac{\partial \Theta}{\partial t^*}; t^* > 0 \text{ e } 0 < \xi < 1$$
(C.9)

com as seguintes condições de contorno:

$$\frac{\partial \Theta}{\partial \xi} = 0 \text{ em } \xi = 0 \text{ e } t^* > 0$$
 (C.10)

$$\frac{\partial \Theta}{\partial \xi} = 0 \text{ em } \xi = I \text{ e } t^* > 0$$
 (C.11)

e com a seguinte condição inicial:

$$\Theta = \Theta_0^* \text{ em } t^* = 0 \text{ e } 0 < \xi < 1$$
 (C.12)

A solução do problema proposto é uma série da forma:

$$\Theta(\xi, t^*) = \sum_{n=0}^{\infty} \Theta_n(\xi, t^*)$$
(C.13)

O método da separação de variáveis considera que a solução  $\Theta_n(\xi, t^*)$  tem a forma:

$$\Theta_n(\xi, t^*) = R(\xi)\theta(t^*) \tag{C.14}$$

Substituindo a Eq. (C.14) na Eq. (C.9), e rearranjando os termos, temos:

$$\frac{1}{R} \left[ \frac{\partial^2 R}{\partial \xi^2} + \frac{1}{\xi} \frac{\partial R}{\partial \xi} \right] = \frac{1}{\theta} \frac{\partial \theta}{\partial t^*} = -\beta^2$$
(C.15)

A Eq. (C.15) representa duas equações diferenciais ordinárias. A equação para R é:

$$\frac{\partial^2 R}{\partial \xi^2} + \frac{1}{\xi} \frac{\partial R}{\partial \xi} + \beta^2 R = 0, \text{ para } 0 < \xi < 1$$
 (C.16)

com as seguintes condições de contorno:

$$\frac{dR}{dr} = 0 \text{ em } \xi = 0 \tag{C.17}$$

$$\frac{dR}{dr} = 0 \text{ em } \xi = 1 \tag{C.18}$$

A solução da Eq. (C.16) sujeita às Eqs. (C.17) e (C.18) é:

$$R(\xi) = A_n J_0(\beta_n \xi) \tag{C.19}$$

<sup>\*</sup> A condição de contorno original é Θ = 0. Para a dedução da função de Green, a condição apresentada será considerada. Ao final desta seção este artifício será explicado com detalhes.

onde  $\beta_n$  são os autovalores, obtidos de:

$$J_1(\beta_n) = 0 \tag{C.20}$$

A equação diferencial para  $\theta(t^*)$  é:

$$\frac{d\theta}{dt^*} + \beta^2 \theta = 0, \text{ para } t^* > 0$$
 (C.21)

com a condição inicial:

$$\theta(t^*) = 0$$
, para  $t^* = 0$  (C.22)

A solução para a Eq. (C.21) pode ser obtida por integração simples, e é expressa por:

$$\theta(t^*) = C_n e^{-\beta^2 t^*} \tag{C.23}$$

onde  $C_n$  é uma constante arbitrária. Assim, a solução para  $\Theta_n$   $(\xi, t^*)$  é:

$$\Theta(\xi, t^*) = \sum_{i=0}^{\infty} A_i e^{-\beta^2 t^*} J_0(\beta_i \xi)$$
 (C.24)

onde a constante  $C_n$  já foi embutida em  $A_n$ .

A constante  $A_n$  pode ser determinada aplicando-se a condição inicial (C.10) na Eq. (C.24):

$$\Theta_0 = \sum_{i=0}^{\infty} A_n J_0(\beta_n \xi) \tag{C.25}$$

Multiplicando-se ambos os lados da Eq. (C.25) por  $J_0(\beta_m \xi)$ , e integrando-se sobre o volume do cilindro definido por  $0 < \xi < 1$ , tem-se:

$$\int_{\xi=0}^{1} \Theta_{0} J_{0}(\beta_{m} \xi') 2\pi \xi' d\xi' = \int_{\xi=0}^{1} \sum_{i=0}^{\infty} A_{n} J_{0}(\beta_{n} \xi') J_{0}(\beta_{m} \xi') 2\pi \xi' d\xi'$$
(C.26)

De acordo com o teorema da ortogonalidade das auto-funções, m = n, pois:

$$\int_{\xi=0}^{1} \sum_{i=0}^{\infty} A_{n} J_{0}(\beta_{n} \xi') J_{0}(\beta_{m} \xi') 2\pi \xi' d\xi' = \begin{cases} 0 & \text{, se } m \neq n \\ [A_{n} \pi \xi'^{2} J_{1}^{2}(\beta_{n} \xi')]_{\xi'=0}^{1} = A_{n} \pi J_{1}^{2}(\beta_{n}) & \text{, se } m = n \end{cases}$$
(C.27)

Assim, de acordo com a Eq. (C.27),  $A_n$  é:

$$A_{n} = \frac{1}{\pi J_{1}^{2}(\beta_{n})} \int_{\xi=0}^{1} \Theta_{0} J_{0}(\beta_{n} \xi') 2\pi \xi' d\xi'$$
 (C.28)

A solução da Eq. (C.9) com as condições de contorno (C.10) e (C.11) e condição inicial (C.12) é:

$$\Theta(\xi, t^*) = \int_{\xi=0}^{1} \Theta_0 \left[ \frac{1}{\pi} \sum_{i=0}^{\infty} e^{-\beta_n^2 t^*} \frac{J_0(\beta_n \xi) J_0(\beta_n \xi^*)}{J_0^2(\beta_n)} \right] 2\pi \xi^* d\xi^*$$
(C.29)

onde  $\xi$  é a variável de integração.

A solução do problema dado pelas Eqs. (C.9) à (C.12) por Funções de Green é:

$$\Theta(\xi, t^*) = \int_{\xi=0}^{1} \Theta_0 \left[ G(\xi, t^*, \xi', 0) \right] 2\pi \xi d\xi'$$
(C.30)

As Eqs. (C.29) e (C.30) são soluções do mesmo problema de valor de contorno, e uma vez que um problema de valor de contorno só tem uma única solução, a expressão entre colchetes na Eq. (C.29) deve ser igual à  $G(\xi, t^*|\xi, 0)$ , que é a Função de Green avaliada em  $\tau = 0$ .

$$G(\xi, t^* \mid \xi', 0) = \frac{1}{\pi} \sum_{i=0}^{\infty} e^{-\beta_n^2 t^*} \frac{J_0(\beta_n \xi) J_0(\beta_n \xi')}{J_0^2(\beta_n)}$$
(C.31)

O último passo para a determinação da Função de Green, é substituir o termo  $(t^* - 0)$  da Eq. (C.31) por  $(t^* - \tau)$ . Assim, temos:

$$G(\xi, t^* | \xi', \tau) = \frac{1}{\pi} \sum_{i=0}^{\infty} e^{-\beta_n^2 (t^* - \tau)} \frac{J_0(\beta_n \xi) J_0(\beta_n \xi')}{J_0^2(\beta_n)}$$
(C.32)

e esta é a Função de Green relacionada ao problema dado pelas Eqs. (C.7) à (C.10).

A solução do problema original, dado pelas Eqs. (C.1) à (C.4) pode utilizar a mesma Eq. (C.32) como Função de Green para a sua solução (Özişik, 1993), que é dada pela Eq. (C.6). Assim, temos:

$$\Theta(r,t) = \frac{\alpha}{k} \int_{\tau=0}^{t} \int_{r=0}^{b} \frac{q}{\pi A \, \delta b^{2}} \left[ \sum_{i=0}^{\infty} e^{-\beta_{n}^{2} \alpha (t-\tau)/b^{2}} \frac{J_{0}(\beta_{n} r/b) J_{0}(\beta_{n} r'/b)}{J_{0}^{2}(\beta_{n})} \right] 2\pi r' dr' d\tau$$
(C.33)

onde os autovalores  $\beta_n$  são as soluções de  $J_1(\beta_n) = 0$ . É importante observar que, quando n = 0,  $\beta_0 = 0$ , e este também é autovalor da Eq. (C.33) pois  $J_0(0) = 1$ .

O problema original possui uma condição inicial de temperatura zero,  $\Theta = 0$ , dada pela Eq. (C.4). O problema auxiliar utilizou uma condição inicial de temperatura prescrita,  $\Theta = \Theta_0$ , dada pela Eq. (C.12). Este artifício foi utilizado pois se a condição inicial (C.4) fosse considerada o valor de  $A_n$ , dado pela Eq. (C.28), seria zero e a solução do problema auxiliar seria a solução trivial, indesejável. Por outro lado, a condição inicial de temperatura zero já havia sido utilizada na determinação da GFSE do problema original, dada pela Eq. (C.6). O valor entre colchetes da Eq. (C.29) é um valor independente de  $\Theta$  e pode, portanto, ser utilizado como Função de Green para um problema com  $\Theta = 0$ .

## APENDICE D. CÁLCULO DOS FATORES DE FORMA ENTRE OS ESTÁGIOS E O SOMBREADOR.

Nesta seção, é apresentada a metodologia para o cálculo dos fatores de forma entre os estágios e o sombreador presentes nas Eqs. (58), (60), (62), (64), (65), (67) e (68) da seção 4.4. Para tanto será utilizado como exemplo o cálculo dos fatores de forma para o RCP de três estágios. O cálculo para as demais configurações segue esta mesma metodologia, com as devidas simplificações.

Considere a Fig. D.1 onde  $A_1$ ,  $A_2$ ,  $A_3$  e  $A_4$  são as áreas dos estágios e do sombreador, respectivamente. Para o cálculo dos fatores de forma, o radiador é considerado uma cavidade fechada, onde a abertura maior do sombreador (que é aberta ao espaço escuro) tida como sendo uma tampa de área  $A_5$ .

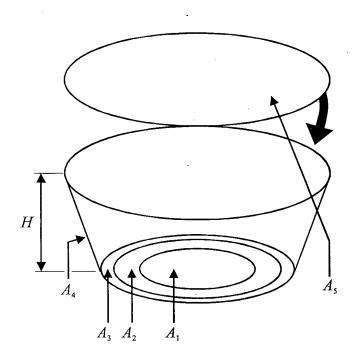


Figura D.1 – Fatores de forma do RCP de três estágios.

O campo de visão da placa fria  $(A_1)$  "enxerga" somente o sombreador  $(A_4)$  e o espaço escuro  $(A_5)$ . Assim o fator de forma entre a placa fria e o sombreador  $(F_{1-4})$ é dado por:

$$F_{1-4} + F_{1-5} = 1 (D.1)$$

onde  $F_{1-5}$  é o fator de forma entre a placa fria e o espaço escuro. Como a abertura maior do sombreador é considerada como uma tampa (disco) de área  $A_5$ , o fator de forma  $F_{1-5}$  pode ser calculado por (Siegel e Howell, 1992):

$$F_{1-5} = \frac{1}{2} \frac{A_5}{A_1} \left[ X - \sqrt{X^2 - 4 \left( \frac{R_5}{R_1} \right)^2} \right]$$
 (D.2)

onde X,  $R_1$  e  $R_5$  são, respectivamente:

$$X = 1 + \frac{1 + R_5^2}{R_1^2} \tag{D.3}$$

$$R_1 = \frac{r_1}{H} \tag{D.4}$$

$$R_5 = \frac{r_5}{H} \tag{D.5}$$

onde  $r_1$  e  $r_5$  são os raios externos da placa fria e da abertura maior do sombreador, e H é altura do sombreador.

O campo de visão do segundo estágio  $(A_2)$  somado ao campo de visão da placa fria  $(A_1)$  "enxerga" somente o sombreador  $(A_4)$  e o espaço escuro  $(A_5)$ . Assim, o fator de forma entre a placa fria mais o segundo estágio e o sombreador  $(F_{12-4})$  é dado por:

$$F_{12-4} + F_{12-5} = 1 (D.6)$$

e o fator de forma  $F_{12-5}$  pode ser calculado pela Eq. (D.2). O fator de forma entre o segundo estágio e a placa fria ( $F_{2-4}$ ) é determinado por:

$$A_{12}F_{12-4} = A_1F_{1-4} + A_2F_{2-4}$$
 (D.6)

onde  $F_{12-4}$  foi obtido com a Eq. (D.6) e  $F_{1-4}$  foi obtido com a Eq. (D.1).

O campo de visão do terceiro estágio  $(A_3)$ , somado ao campo de visão do segundo estágio  $(A_2)$  e somado ao campo de visão da placa fria  $(A_1)$  "enxerga" somente o sombreador  $(A_4)$  e o espaço escuro  $(A_5)$ . Assim, o fator de forma entre estes três estágios e o sombreador  $(F_{123-4})$  é dado por:

$$F_{123-4} + F_{123-5} = 1 ag{D.7}$$

e o fator de forma  $F_{123-5}$  pode ser calculado pela Eq. (D.2). O fator de forma entre o terceiro estágio e a placa fria ( $F_{3-4}$ ) é determinado por:

$$A_{123}F_{123-4} = A_1F_{1-4} + A_2F_{2-4} + A_3F_{3-4}$$
 (D.8)

onde  $F_{123-4}$  foi determinado pela Eq. (D.7),  $F_{2-4}$  foi obtido com a Eq. (D.6) e  $F_{1-4}$  foi obtido com a Eq. (D.1).

Os fatores de forma entre o sombreador e os demais estágios ( $F_{4-i}$ , i=1,2 e 3) é obtido pela expressão:

$$F_{4-i} = \frac{A_i}{A_4} F_{i-4}, i = 1,2 \text{ e } 3.$$
 (D.9)

## APENDICE E. DESENHOS DOS PROTÓTIPOS DOS RCP'S

1.	DESENHO DOS ESTÁGIOS DOS RADIADORES DE UM, DOIS E	
	TRÊS ESTÁGIOS	134
2.	DESENHO DO SOMBREADOR	137
3.	DESENHO DA BASE DO RADIADOR	138
4.	DESENHO DA BASE DO EXPERIMENTO	139

