

UNIVERSIDADE FEDERAL DE SANTA CATARINA – UFSC

PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM

ENGENHARIA DE PRODUÇÃO

**UM MODELO PARA O PLANEJAMENTO E A PROGRAMAÇÃO DA
PRODUÇÃO EM AMBIENTES *JOB SHOP***

BASEADO EM REDES DE PETRI:

Tese submetida ao Programa de
Pós-Graduação em Engenharia de Produção
da Universidade Federal de Santa Catarina
como requisito parcial para a obtenção
do Título de Doutor em Engenharia de Produção

Reynaldo Chile Palomino

Florianópolis, Julho de 2001

Reynaldo Chile Palomino

**UM MODELO PARA O PLANEJAMENTO E A PROGRAMAÇÃO DA PRODUÇÃO
EM AMBIENTES *JOBS SOP* BASEADO EM REDES DE PETRI:**

Esta Tese foi julgada adequada para obtenção do título de “Doutor em Engenharia”,
Especialidade em Engenharia de Produção e aprovada em sua forma final pelo Programa de
Pós-Graduação em Engenharia de Produção da Universidade Federal de Santa Catarina.



Prof. Ricardo Miranda Barcia, PhD

Banca Examinadora:



Prof. Luiz Fernando Jacintho Maia, Dr Eng.
(Universidade Federal de Santa Catarina – Orientador)



Prof. Luiz Carlos de Carvalho Junior, Dr. Eng.
(Universidade Federal de Santa Catarina – Moderador)



Prof. Carlos Alberto Maziero, Dr.
(Pontifícia Universidade Católica do Paraná – PUCPR)



Prof. Dalvio Ferrari Tubino, Dr Eng.
(Universidade Federal de Santa Catarina – UFSC)



Prof. Arlan Luiz Bettiol DSA
(Universidade do Vale Do Itajaí – UNIVALI)

A minha esposa, Daniela pelo apoio constante
durante a elaboração do presente trabalho.

Aos meus pais Justo e Mercedes por seu apoio
e incentivo ao longo destes anos.

Agradecimentos

À Universidade Federal de Santa Catarina.

À Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior – CAPES.

Ao Orientador Prof. Luiz Fernando Jacintho Maia pela compreensão e dedicação no período de orientação que foi fundamental para a realização deste trabalho.

A um amigo especial, Adelson Sousa Santos por sua ajuda desinteressada na correção do português.

Aos meus colegas de curso, pela compreensão e apoio, especialmente a Luis Alfaro Casas e Luis Aguilar Córdoba.

A todos que direta ou indiretamente contribuíram para a realização desta pesquisa

Resumo

Um dos maiores desafios enfrentados pela administração da produção e do qual depende muito a eficiência de todo sistema produtivo, sobretudo em ambientes flexíveis de manufatura, é a forma como são tratados os problemas relacionados com o planejamento e a programação da produção. O problema do planejamento está geralmente relacionado com a quantidade de cada tipo de produto a ser fabricado em cada período de planejamento, dentro de um determinado horizonte, tendo como objetivo satisfazer uma demanda prevista a um custo mínimo. A programação da produção, por sua vez, tem por função a alocação ótima de recursos às operações produtivas com a finalidade de cumprir com a fabricação das quantidades planejadas previamente. Este problema (programação) resulta sendo muito difícil de ser resolvido, sobretudo quando se trabalha em ambientes flexíveis, onde diferentes máquinas são capazes de realizar variadas operações. Neste sentido, o presente trabalho tem como objetivo apresentar as Redes de Petri como uma ferramenta de modelagem tanto gráfica como matemática, para resolver os problemas relacionados com o planejamento e a programação da produção, em ambientes flexíveis de manufatura do tipo *job shop*.

Palavras-chave: Planejamento, Programação, Redes de Petri, *Job Shop*.

Abstract

CHILE, Reynaldo Palomino. **Um Modelo para o planejamento e a programação da produção em ambientes *job shop* baseado em Redes de Petri**. 2001. Tese (Doutorado em Engenharia de Produção) – Programa de Pós-Graduação em Engenharia de Produção, UFSC, Florianópolis.

The manner problems concerning the production planning and scheduling are treated is one of the greatest challenges faced by production administration, mainly in flexible environments. The production planning is usually related to the amount of each product that is to be produced, in a given planning period, within given boundaries, with the objective of satisfying a previous demand at a minimum cost. The production scheduling, on its turn, is a charge of optimally allocating the resources to the producing operations, in order to fulfill the objectives settled in the production planning process. The production scheduling phase turns into a very difficult task, mainly when the work is carried out in flexible environments, where different machines are able to perform different operations. In reason of that, this thesis aims to present Petri Nets as a graphic and mathematical modeling tool to solve the problems concerning production planning and scheduling, within flexible manufacturing environment, such as job shop type.

Key-words: Planning, Scheduling, Petri net, job shop.

SUMÁRIO

Lista de Figuras	xi
Lista de Tabelas.....	xiii
CAPÍTULO 1 - INTRODUÇÃO	1
1.1 - Introdução	1
1.2 - Definição do Problema	2
1.3 - Motivação do Trabalho.....	2
1.4 - Objetivo do Trabalho	4
1.5 - Objetivos Específicos.....	4
1.6 - Estrutura do Trabalho	5
CAPÍTULO 2 - SISTEMAS DE MANUFATURA	6
2.1 - Introdução	6
2.2 - Sistemas de Manufatura.....	6
2.3 - Classificação dos Sistemas de Produção.....	7
2.3.1 - Sistemas de Produção em Massa	8
2.3.2 - Sistemas de Produção em Lotes.....	9
2.3.3 - Sistemas de Produção por Encomenda (Jobbing Shop).....	11
2.4 - Sistemas Flexíveis de Manufatura	12
2.5 - Flexibilidade nos Sistemas Flexíveis de Manufatura.....	14
2.6 - Planejamento e Programação da Produção	15
2.6.1 - Planejamento da Produção.....	15
2.6.2 - Programação da Produção.....	20
2.7 – Conclusão.....	22
CAPÍTULO 3 -REDES DE PETRI	23
3.1 - Introdução	23

3.2 - Definições Básicas.....	23
3.3 - Funcionamento de uma <i>RPM</i>	24
3.4 - Propriedades de uma Rede de Petri	27
3.4.1 - Propriedades Estruturais:	27
3.4.2 - Propriedades Comportamentais	28
3.5 - Invariantes.....	29
3.6 - Classes de Redes de Petri.....	31
3.6.1 - Máquina de Estado.....	32
3.6.2 - Grafo de Eventos.....	32
3.6.3 - Rede Escolha Livre (free-choise net).....	34
3.6.4 - Redes Livre de Conflito	35
3.7 - Redes de Petri Temporizadas.....	36
3.8 - Técnicas de Análise das Redes de Petri.....	38
3.8.1 - Árvore de Alcançabilidade	38
3.8.2 - Análise Invariante	40
3.8.3 - Análise por Redução	41
3.9 - Conclusão.....	41
CAPÍTULO 4 - APLICAÇÃO DE REDES DE PETRI A SISTEMAS DE PRODUÇÃO	42
4.1 - Introdução	42
4.2 - Modelagem de Sistemas de Manufatura por Redes de Petri.....	43
4.3 - Modelagem de um Processo de Manufatura.....	47
4.3.1 - Processo de Manufatura Linear	47
4.3.2 - Processo de Manufatura não-Linear	47
4.4 - Modelagem dos Elementos Básicos de um Sistema de Manufatura.....	48
4.4.1 - Modelagem de Tipos de Máquinas.....	49
4.4.2 - Sistemas de Transporte	53

4.4.3 - Dispositivos de Armazenagem	56
4.5 - Modelagem e Avaliação de Sistemas de Manufatura	58
4.5.1 - Sistemas de Manufatura Cíclicos.....	58
4.5.2 - Sistemas de Manufatura não-Cíclicos	58
4.6 - Conclusão.....	59

CAPÍTULO 5 - PROPOSTA DE UM MODELO BASEADO EM REDE DE PETRI PARA O PLANEJAMENTO E A PROGRAMAÇÃO DE SISTEMAS *JOB SHOP*..... 60

5.1 - Rede de Petri para o Planejamento e Programação da Produção (RP-PPP).....	61
5.2 - Modelagem dos Elementos Básicos de uma RP-PPP	65
5.2.1 - Modelagem do Tempo	65
5.2.2 - Modelagem de uma Operação de Transformação	66
5.2.3 - Modelagem de uma Operação de Montagem	68
5.2.4 - Modelagem de uma Operação que Utiliza mais de um Recurso.	68
5.2.5 - Modelagem de Processos Concorrentes num Job Shop.....	69
5.2.6 - Modelagem da Flexibilidade no Roteiro de Produção.....	70
5.2.7 - Modelagem de Recursos Compartilhados (flexibilidade de recurso)	71
5.2.8 - Modelagem dos Lugares de Controle de Fluxo de Produção (<i>Pf</i>).....	72
5.2.9 - Modelagem dos Lugares de Controle de Demanda	73
5.2.10 - Modelagem dos Lugares de Controle da Produção (<i>Pc</i>)	74
5.2.11 - Modelagem de <i>Buffers</i>	75
5.3 - Estado de um Sistema Modelado por RP-PPP.....	76
5.4 - Conclusão.....	78

CAPÍTULO 6 - MODELAGEM DO PLANEJAMENTO E A PROGRAMAÇÃO DA PRODUÇÃO HIERÁRQUICA DE SISTEMAS *JOB SHOP* UTILIZANDO RP-PPP

6.1 - Planejamento e Programação da Produção	79
6.2 - Planejamento da Produção de Sistemas Job Shop	80

6.3 - Processo de Manufatura.....	81
6.4 - Modelagem do Processo de Manufatura de Sistemas <i>Job Shop</i> Flexíveis não Cíclico por RP-PPP.....	84
6.5 - Planejamento da Produção.....	85
6.6 - Formulação Matemática do Processo de Planejamento.....	93
6.6.1 - Determinação dos Níveis de Inventário.....	93
6.6.2 - Determinação do Tempo Total de Ocupação das Máquinas.....	97
6.6.3 – Determinação das Restrições de Produção.....	98
6.6.4 - Determinação dos Custos de Produção de cada Roteiro.....	98
6.7 - Programação da Produção.....	102
6.7.1 - Modelo Final Baseado em RP-PPP para a Programação da Produção.....	104
6.7.2 - Designação de Máquinas para Operações Produtivas.....	107
6.8 – Exemplo de Aplicação.....	111
6.9 - Conclusão.....	121
CAPÍTULO 7 - CONCLUSÕES E RECOMENDAÇÕES.....	122
7.1 – Conclusões.....	122
7.2 – Recomendações para Trabalhos Futuros.....	123
REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS.....	125
ANEXOS.....	130
ANEXO 1 - Resultado do processo do Planejamento da Produção.....	130
ANEXO 2 – Resultados da programação (diagrama de Gant).....	135

LISTA DE FIGURAS

Figura 2.1 – Classificação de um sistema de produção pelo volume de produção	8
Figura 2.2 – Evolução dos sistemas de produção ao longo do tempo.....	11
Figura 2.3 – Tomada de decisões hierárquica num sistema de planeamento e programação da produção	18
Figura 3.1 – Rede de Petri ordinária	23
Figura 3.2 – Disparo de uma transição.....	25
Figura 3.3 – Representação de um self loop e a sua expansão.....	26
Figura 3.4 RP viva, limitada e reversível com seu grafo de cobertura	27
Figura 3.5 Modelo de RP com duas linhas de produção (PROHT 1996)	31
Figura 3.6 Rede de Petri a) Máquina de estado e b) Grafo a eventos	32
Figura 3.7 a) Grafo de eventos e b) Circuitos elementares (CARDOSO 1997)	34
Figura 3.8 Rede livre de escolha	34
Figura 3.9 Rede CFIO	36
Figura 3.10 Visualização das três fases de disparo de uma RPT-t.....	37
Figura 3.11 Três primeiros níveis da árvore de alcançabilidade da figura 3.13	39
Figura 3.12 Árvore de cobertura correspondente `a Rede de Petri da figura 3.13	39
Figura 3.13 Rede de Petri ordinária	39
Figura 4.1 Sistema flexível de manufatura (JENG 1992)	44
Figura 4.2 Modelagem por módulos dos recursos utilizados no exemplo 4.1	45
Figura 4.3 Rede de Petri final após a fusão dos módulos da figura 4.2	46
Figura 4.4 Modelo de um processo de manufatura linear com Redes de Petri	47
Figura 4.5 Processo de manufatura não linear e seu respectivo modelo de RP	48
Figura 4.6 Dois modelos de máquinas dedicadas	49
Figura 4.7 Modelo de RP para uma máquina multi-operacional	51
Figura 4.8 Modelo de RP para uma máquina montadora.....	52
Figura 4.9 Modelo de RP para uma máquina inspetora	52
Figura 4.10 Sistema de manufatura com duas máquinas e um transportador	53
Figura 4.11 Modelo de RP para o sistema da figura 4.10	54
Figura 4.12 Robô utilizado como meio de transporte num <i>flow shop</i>	55
Figura 4.13 Modelo de RP para o sistema da figura 4.12	55
Figura 4.14 Modelagem da entrada e saída de produtos a um <i>buffer</i>	56
Figura 4.15 Modelo de RP para um <i>buffer</i> com múltiplas entradas/saídas.....	57

Figura 4.16 Modelo de um <i>buffer</i> compartilhado com retiradas aleatórias	57
Figura 5.1- Modelagem do tempo numa Rede de Petri.....	66
Figura 5.2 Elementos de um módulo de processamento com um único recurso	67
Figura 5.3 Elementos de um processo de montagem com um único recurso	68
Figura 5.4 Modelo de um processador multi-recurso	69
Figura 5.5 Modelo de Rede de Petri mostrando processo paralelos	70
Figura 5.6 Modelo da flexibilidade no roteiro de produção.....	70
Figura 5.7 Compartilhamento de recursos entre processos.....	71
Figura 5.8 Modelagem de lugares de controle de fluxo 1	72
Figura 5.9 Modelagem de lugares de controle de fluxo 2.....	73
Figura 5.10 Modelagem de lugares de controle de demanda.....	73
Figura 5.11 Controle do número de vezes que um produto segue determinado roteiro de produção	74
Figura 5.12 – Modelagem da capacidade de um buffer numa Rede de Petri.....	76
Figura 5.13 Sequência de marcações de uma RP acíclica que modela um único processo de manufatura.....	77
Figura 6.1 Modelo de Rede de Petri para o planejamento da produção.....	81
Figura 6.2 Processo de manufatura de um <i>job shop</i>	82
Figura 6.3 Modelo de Rede de Petri do <i>job shop</i> da figura 6.2.....	85
Figura 6.4 Invariantes mínimos positivos das redes Z_1 e Z_2	89
Figura 6.5 Invariantes mínimos positivos da rede Z_3	90
Figura 6.6 - Processo de planejamento dinâmico (<i>Rolling Horizon</i>).....	92
Figura 6.7 - Representação gráfica do problema de planejamento	99
Figura 6.8- Modelo final de uma RP-PPP.....	103
Figura 6.9- Modelo de Rede de Petri do <i>job shop</i> da figura 6.2	105
Figura 6.10 – Vetor associado a uma transição inicial.....	106
Figura 6.11 - Transições habilitadas em níveis diferentes	108
Figura 6.12 - Transições habilitadas em níveis diferentes	108
Figura 6.13 - Alocação de um recurso para operações do mesmo nível e igual Fop.....	109
Figura 6.14 - Alocação de um recurso para operações do mesmo nível e diferente Fop.....	110
Figura 6.15 - Alocação de um recurso para operações do mesmo nível.....	111
Figura 6.16 - Modelo final da RP-PPP mostrada na figura 6.9.....	117

TABELAS

Tabela 4.1 Interpretação dos lugares para a RP da figura 4.3	46
Tabela 6.1 Roteiro de produção para três tipos de produtos	82
Tabela 6.2 Lista dos t-invariantes mínimos para os três produtos	91
Tabela 6.3 – Informação associada a cada transição inicial da rede da figura 6.9.....	107
Tabela 6.4 – Demanda dos produtos P_1 , P_2 e P_3 para 5 períodos	112
Tabela 6.5 – Custos de inventário e falta de estoque para os produtos P_1 , P_2 e P_3	112
Tabela 6.6 – Custos operacionais por unidade de tempo	112
Tabela 6.7 – Resultados do processo do planejamento utilizando o software LINDO.....	115
Tabela 6.8 – Número de vezes que cada transição dispara no primeiro período	116

CAPÍTULO 1 - INTRODUÇÃO

1.1 - Introdução

Durante as últimas duas ou três décadas, os países altamente industrializados têm realizado mudanças significativas na área de manufatura, permitindo produzir produtos de alta qualidade em pequenos lotes, substituindo assim, progressivamente, a chamada economia de escala pela economia de escopo. Devido às exigências cada vez maiores por parte do público consumidor, tanto na qualidade como na variedade de produtos e nos baixos custos, a competitividade na área industrial tem-se tornado geral, e demandas imprevisíveis estão cada vez mais substituindo (progressivamente) demandas constantes. Essa guerra pela sobrevivência tem levado as empresas a optar pela automação fabril, permitindo assim satisfazer a demanda e exigências do público consumidor.

Para satisfazer a essas exigências, as empresas industriais estão realizando sérias mudanças na estrutura de seus programas de produção. Essas mudanças vieram pela introdução de novas tecnologias de produção tais como, por exemplo, Just in time, MRP II, OPT, etc. Como resultado dessas mudanças, os sistemas de manufatura sofreram certa queda na sua produtividade, além de ficarem cada vez mais complexos o planejamento, a programação e o controle da produção, devido à flexibilidade que apresentam os novos sistemas de manufatura. Esta complexidade é devida geralmente à fabricação de produtos em lotes cada vez menores, o que traz consigo maiores tempos de preparação de máquinas para passar de um produto a outro.

Por outro lado, a falta de flexibilidade dos processos de fabricação tradicionais, que não permitem que uma ordem de produção seja redirecionada facilmente para outras máquinas, comprometem grandemente a qualidade e o custo dos produtos.

Conseqüentemente, para evitar certa queda na produtividade, é necessário que os programas de produção possuam certa flexibilidade para poder conciliar o aumento da complexidade dos novos sistemas produtivos com os programas de produção. Esta flexibilidade é uma característica essencial nos sistemas produtivos atuais, dando maior competitividade às empresas e obtendo assim uma rápida resposta às exigências do mercado.

1.2 - Definição do Problema

Como descrito no item anterior, a complexidade encontrada nos novos sistemas produtivos - como é o caso dos Sistemas Flexíveis de Manufatura e os Sistemas de Montagem Flexíveis em ambientes *job shop* - já não é mais possível de ser gerenciada através de técnicas tradicionais - como Redes de filas, Cadeias de Markov, Programação Matemática, Grafos Disjuntivos, etc - em função da dificuldade desses modelos para incorporar cada uma das características relevantes de um *job shop*, precisando, portanto, de novas ferramentas para resolver os problemas relacionados com o planejamento e a programação da produção desses novos sistemas complexos de manufatura.

Sabendo que tanto o planejamento quanto a programação da produção, estão por natureza, sujeitos a uma série de eventos aleatórios, os quais podem ser endógenos (falha dos equipamentos) ou exógenos (demoras na recepção de matéria prima e mudanças inesperadas na demanda), os problemas relacionados com a tomada de decisões destas duas atividades produtivas acabam tornando-se muito amplos e complexos.

Planejamento e programação da produção podem ser definidos como sendo duas tarefas que permitem determinar em certo momento o tempo de início e de término das atividades a serem realizadas num sistema de manufatura com a finalidade de satisfazer pedidos dos clientes e uma demanda prevista.

O planejamento da produção, usando informação da demanda, da estrutura do produto e o plano de processo do produto, encarrega-se de gerar ordens de manufatura para cada período de produção dentro de um horizonte pre-definido de planejamento. Este processo tem como finalidade satisfazer uma demanda prevista, enquanto satisfaz certas restrições de manufatura tais como capacidade de recursos.

A programação da produção, por outro lado, considera as ordens de manufatura geradas pelo planejamento da produção para cada período de planejamento e determina os tempos de início e término das tarefas de manufatura dessas ordens sobre cada recurso de produção.

1.3 - Motivação do Trabalho

Uma das motivações para desenvolver o presente trabalho, de acordo com o exposto no item anterior, é procurar uma nova ferramenta que nos permita controlar e gerenciar mais

eficazmente os novos sistemas complexos de manufatura. Neste sentido, as Redes de Petri têm-se mostrado muito eficientes para estudar estruturas complexas desse tipo de sistemas pelo fato de ser uma ferramenta que nos proporciona uma representação gráfica fácil de se entender, assim como um meio matemático para descrever todas as atividades, recursos (máquinas, buffers, robôs, etc) e estados possíveis de um sistema de manufatura qualquer, em especial, os sistemas complexos de manufatura.

Através de sua estrutura e marcação, um modelo em Redes de Petri nos permite representar todas as dependências seqüenciais e paralelas, restrições tecnológicas e de capacidade, disponibilidade de recursos, etc, necessários para resolver problemas relacionados com o planejamento e a programação da produção de sistemas *job shop* flexíveis.

Redes de Petri, como será estudado mais detalhadamente no capítulo 3, são uma ferramenta gráfica e matemática que tem-se mostrado muito útil para a especificação, a modelagem, análise, simulação e controle de sistemas a eventos discretos, especialmente os sistemas modernos de manufatura (Al-JAAR, 1988; DICESARE et ali.,1993; PROTH and SAUER, 1998).

Redes de Petri são uma ferramenta muito promissória para modelar sistemas em tempo real, incluindo Sistemas Flexíveis de Manufatura, devido a que:

- 1) redes de Petri representam as relações de precedência e interações estruturais de eventos concorrentes e assíncronos; além do mais, a sua representação gráfica permite visualizar com muita clareza as diversas mudanças ocorridas nos sistemas complexos;
- 2) conflitos e tamanhos de *buffers* podem ser modelados fácil e eficientemente;
- 3) *deadlocks* no sistema podem ser detectados com relativa facilidade;
- 4) redes de Petri proporcionam uma ferramenta de modelagem com uma matemática bem desenvolvida;
- 5) várias extensões de Redes de Petri tais como Redes de Petri Temporizadas, Estocásticas e Coloridas permitem a análise do sistema em forma qualitativa e quantitativa;

- 6) redes de Petri podem ser utilizadas para implementar sistemas de controle em tempo real substituindo em muitos casos os chamados controladores lógicos programáveis.

1.4 - Objetivo do Trabalho

O presente trabalho tem como objetivo principal propor uma extensão da Rede de Petri (chamada de RPPP), a qual será utilizada para resolver os problemas relacionados com o Planejamento e a Programação da Produção em ambientes *Job Shop* flexíveis não cíclicos e sem re-circulação de partes, permitindo um aumento na produtividade do sistema.

1.5 - Objetivos Específicos

- a) Desenvolver um novo modelo baseado em Redes de Petri para planejar e programar a produção em ambientes *job shop* flexíveis;
- b) Modelar um sistema do tipo *job shop* flexível com RPPP;
- c) Determinar todos os invariantes mínimos positivos de transição de cada Rede de Petri que modela o processo de manufatura de cada produto. Em termos de produção, cada um dos invariantes mínimos de transição irá representar cada um dos possíveis roteiros de produção para a manufatura de um determinado produto, levando em consideração a flexibilidade do sistema;
- d) Determinar a quantidade ótima a ser produzida de cada tipo de produto em cada período de planejamento que corresponda a um certo horizonte de planejamento. Para resolver este problema serão utilizados os invariantes mínimos positivos de transição da rede que modela o processo de produção de cada produto. Nesta fase será utilizada a informação da demanda de cada produto, as restrições de capacidade dos recursos produtivos e os custos de produção associados a cada roteiro de produção, determinando assim o número de vezes que cada produto será produzido seguindo determinado roteiro de produção;

- e) Com base na informação obtida no processo de planejamento, será determinada a alocação ótima dos recursos de produção para atingir as quantidades e cumprir com os prazos de entrega dos produtos para cada período de planejamento. Este processo é conhecido como programação da produção

1.6 - Estrutura do Trabalho

O presente trabalho está estruturado em 7 capítulos. No capítulo 1 são apresentados as justificativas e os objetivos a serem alcançados no trabalho. O capítulo 2 é dedicado a uma revisão geral sobre os sistemas produtivos e as diversas fases do planejamento da produção. O capítulo 3 introduz a teoria das Redes de Petri, a qual será utilizada no presente trabalho. O capítulo 4 é reservado para apresentar as Redes de Petri como ferramenta de modelagem de sistemas produtivos, assim como de diversos recursos produtivos tais como máquinas, *buffers*, sistemas de transporte, etc. O capítulo 5 apresenta a proposta de um modelo baseado em Redes de Petri, chamado de RPPP, que será utilizado para resolver os problemas relacionados com o planejamento e a programação da produção. No capítulo 6 será utilizada a Rede de Petri proposta no capítulo 5 (RPPP) para resolver os problemas relacionados com o planejamento e a programação da produção de sistemas *job shop* flexíveis não cíclicos e sem re-circulação de partes. Finalmente o capítulo 7 será reservado para apresentar algumas conclusões e recomendações para trabalhos futuros.

CAPÍTULO 2 - SISTEMAS DE MANUFATURA

2.1 - Introdução

Sistemas de produção são processos planejados pelos quais elementos são transformados em produtos úteis (RIGGS, 1993). Esses elementos são geralmente matérias primas que para a sua transformação em produtos acabados usam energia, equipamentos, mão de obra, etc.

Quando os produtos finais são compostos de partes discretas, isto é, podem ser quantificados numa forma discreta por um número real, tais sistemas são conhecidos como "**Sistemas de Produção Discreta**". Como exemplos deste tipo de sistemas podemos citar a produção de eletrodomésticos, automóveis, máquinas, ferramentas, livros....etc).

Por outro lado, quando o produto final não pode ser identificado individualmente, isto é, quando ele é contado em parcelas fracionárias, como litros, toneladas, metros,...etc, como é o caso das indústrias de processos em geral (líquidos, laminados, refinarias,...etc), estes tipos de sistemas são conhecidos como "**Sistemas de Produção Contínua**".

2.2 - Sistemas de Manufatura

Sistemas de manufatura são considerados (como sendo) sistemas de produção discreta e são compostos de: **a) um sistema físico, b) o layout de manufatura**, que representa a forma como os recursos físicos são distribuídos no chão da fábrica e a sua conexão de um com o outro e **c) sistema de gerenciamento**. Este último é conhecido também como sistema de controle ou sistema de tomada de decisão (DiCESARE, 1993). Faz parte do sistema físico o conjunto de recursos que opera sobre a matéria prima e/ou sobre o trabalho em processo, como máquinas, células, sistemas de transporte (transportadores, AGVs,.. etc), trabalhadores, dispositivos de armazenagem, estações de carga/descarga, estações de controle de qualidade,.. etc. Por outro lado, o sistema de gerenciamento é aquele que se utiliza do sistema físico para executar o trabalho de forma a otimizar alguns critérios como produtividade (a qual tem que ser maximizado), níveis de trabalho em processo (os quais têm que ser minimizados), tempo de espera (que devem ser reduzidos a zero se possível).

Sistema de manufatura (ou sistema de produção discreta) é definido por MOREIRA (1993) como sendo um conjunto de atividades e operações necessárias para a produção de

produtos envolvendo os seguintes elementos: insumos, o processo de transformação e os produtos fabricados.

Uma diferença marcante de todo sistema de produção discreta em relação aos sistemas de produção contínua é a identificação de gargalos, que são pontos no processo produtivo onde são gerados estoques que excedem a produção local.

Devido ao grande número de produtos fabricados simultaneamente nos sistemas produtivos atuais, o comportamento desses sistemas resulta (sendo) muito complexo, já que os mesmos envolvem uma série de atividades que são realizadas em forma simultânea e concorrente, ao que se acresce a complexidade em si do produto a ser fabricado, a diversificação dos produtos, a variação na quantidade de produtos a ser fabricados, variações na demanda, introdução de novos produtos, etc. Assim, a complexidade inerente será tanto maior quanto mais complexos forem os produtos a serem fabricados, quanto mais complexa for a estrutura de produção vinculada a esses produtos e quanto mais limitadas forem as liberdades de custos e prazos para a realização da manufatura (PORTO 1990).

Em resumo, pode-se dizer que o objetivo em si de todo sistema de manufatura é produzir um conjunto de tipos diferentes de produtos, os quais precisam seguir uma determinada seqüência de operações (roteiro de produção), sendo que cada operação pode ser realizada por uma ou mais máquinas. Para isso acontecer, é requerido previamente um planejamento da quantidade de produtos a serem produzidos período a período, assim como uma programação que permita alocar da melhor forma os recursos físicos disponíveis para cumprir com os prazos de entrega da produção planejada.

A forma como serão resolvidos os problemas referentes ao planejamento e programação da produção irá determinar a eficiência do sistema de manufatura como um todo. Este processo resulta sendo geralmente difícil, sobre tudo em ambientes flexíveis de produção como é o caso dos sistemas *job shop* em geral, objeto do presente trabalho.

2.3 - Classificação dos Sistemas de Produção

Existem várias formas de classificar os sistemas produtivos (MOREIRA, 1993; PAPADOPOULOS, 1993; TUBINO, 1997). Dependendo da natureza intrínseca do material a ser transformado e a dinâmica do fluxo do produto através da fábrica (por tipo de operações), os sistemas de produção podem ser classificados como sendo: sistemas discretos e contínuos.

Sistemas discretos de produção ou sistemas de manufatura, objeto deste trabalho, são sistemas que podem ser classificados:

- pelo tipo do processo de transformação, e
- pelo volume de produção.

No primeiro caso, dois tipos de processos de transformação são identificados: **a)** processos de montagem (assembly), onde o produto final é formado a partir de diversos componentes (produção de veículos, eletrodomésticos, etc), e **b)** processo de transformação propriamente dito (non-assembly), onde o produto final é resultado de um ou vários processo de transformação (fressadora, torneado, etc) que sofre a matéria prima.

O segundo tipo de classificação é o mais conhecido e divulgado na literatura. Dentro dessa classificação existem três categorias, as que são mostradas na figura 2.1.

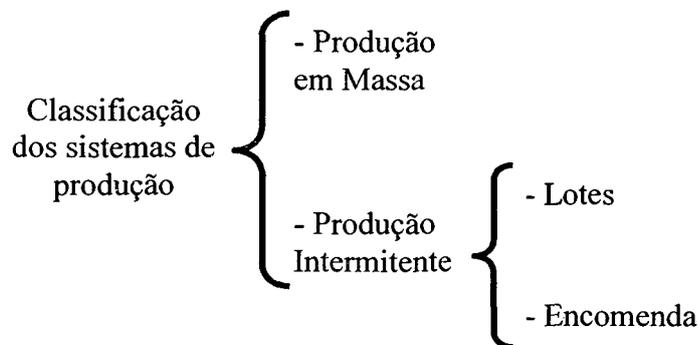


Figura 2.1 – Classificação de um sistema de produção discreto pelo volume de produção

2.3.1 - Sistemas de Produção em Massa

Sistemas de produção em massa são utilizados geralmente para produzir produtos altamente padronizados com demanda estável. Neste tipo de sistemas, os produtos fluem geralmente de um posto de trabalho para outro numa seqüência prevista (gerada pelo mesmo roteiro de fabricação para todos os produtos), sendo as operações realizadas nos postos de trabalho altamente repetitivas. Linhas de montagem em geral são exemplos típicos deste tipo de sistemas, como a fabricação de automóveis, geladeiras, eletrodomésticos em geral,

produtos têxteis, etc). Algumas das principais características deste tipo de manufatura, além das mostradas na figura 2.2, são as seguintes:

- a) Obtenção de altos índices de produção devido à produção em grande escala,
- b) Os produtos diferem apenas em termos de montagem final,
- c) Baixos custos de produção devido a economias de escala,
- d) Baixos tempos de processamento improdutivo,
- e) Sistemas altamente balanceados,
- f) Grau de diferenciação relativamente pequeno (produção de poucos modelos de produtos),
- g) Sistemas altamente eficientes e pouco ou nada flexíveis,
- h) O equipamento é geralmente dedicado à manufatura de um único tipo de produto.

Este tipo de sistemas é utilizado geralmente por empresas que procuram alta eficiência e ganhos por economias de escala para se manterem competitivos no mercado. Sistemas de produção em massa costumam também ser divididos em linhas de transferência e linhas de produção (ver figura 2.2). **Linhas de transferência** são sistemas altamente automatizados e inflexíveis (o que limita a número de produtos a ser fabricados), onde a transferência dos produtos de uma estação de trabalho para outra é realizada em forma síncrona, isto é, em forma simultânea. Neste tipo de sistemas, os tempos das operações são determinísticos, as estações de trabalho são totalmente automatizadas e o sistema é totalmente balanceado. **Linhas de produção** são sistemas onde a transferência dos produtos de uma estação de trabalho a outra é feita de forma assíncrona, isto é, dentro da linha de produção os produtos se movimentam independentemente um do outro. Este fato permite incorporar estações de trabalho operadas manualmente com variações no ciclo produtivo. Portanto, as linhas de produção não precisam ser totalmente balanceadas.

2.3.2 - Sistemas de Produção em Lotes

O que diferencia este tipo de sistemas da produção em massa é a sua flexibilidade, ou seja, a capacidade de produzir um grande número de produtos de volume médio do mesmo

item ou produto (fabricação intermitente de produtos em quantidades fixas ou lotes). Os lotes de produção podem ser produzidos apenas uma vez, ou a intervalos regulares de tempo.

Neste tipo de sistemas, o produto flui de forma irregular de um centro de trabalho para outro sendo os equipamentos utilizados para este tipo de produção de propósito geral, mas projetados para trabalhar com altos índices de produção. Estes tipos de equipamentos permitem grande facilidade para realizar mudanças tanto no produto como no volume de produção, o que se reflete numa perda de eficiência se comparado com os sistemas de produção em massa.

Assim, este tipo de sistemas apresenta maior flexibilidade diante da produção em massa, mas perde no volume de produção. Conforme mostra a figura 2.2, dois tipos de sistemas podem ser considerados como pertencentes à produção em lotes: **a) Sistemas Flexíveis de Manufatura** (FMS do inglês) e **b) Sistemas de Montagem Flexíveis** (FAS do inglês) conforme mostra a figura 2.2. Sistemas de Montagem Flexíveis (DONATH and GRAVES, 1988) são sistemas que consistem de um conjunto de produtos cada qual com um volume específico de montagem e um número fixo de células. FAS são caracterizados principalmente por possuírem linhas de montagem não balanceadas ou assíncronas, isto implica que, ou o índice de produção não é fixo (isto devido a que os tempos de processamento das operações variam de uma estação para outra) ou o índice de produção é fixo, mas não necessariamente o mesmo índice para todas as estações de trabalho (CHETTY and GNANASEKARAN, 1996).

Nos FAS, as estações de trabalho são separadas uma da outra e trabalham a índices diferentes daquelas de uma linha de montagem convencional. Devido a que as estações de trabalho ficam separadas, isso faz com que os tarefas (*jobs*) permaneçam nas estações de trabalho até que o trabalho seja totalmente completado. Nos FAS, os tempos de processamento diferem de uma estação para outra, o que resulta como consequência das flutuações aleatórias nos índices de trabalho, performance das máquinas, etc. Uma outra característica importante dos FAS é a sua flexibilidade de operação, isto é, os trabalhos podem ser direcionados para qualquer célula de trabalho capaz de realizar uma mesma operação, e, em casos de reparos ou quebras nas máquinas, os trabalhos podem ser re-direcionados. Sistemas Flexíveis de Manufatura serão vistos com mais detalhes no item 2.4.

2.3.3 - Sistemas de Produção por Encomenda (Jobbing Shop)

A principal característica deste tipo de sistemas é o baixo volume de produção, isto é, os tamanhos dos lotes de manufatura são pequenos, frequentemente um de cada tipo, pelo qual este tipo de produção é conhecido também como produção individual (MOREIRA, 1993; DAUZÈRE and PEREZ, 1994 (a)). Este tipo de produção é comumente usado para atender uma necessidade específica dos clientes.

Devido ao grande número de trabalhos realizados neste tipo de sistemas, os equipamentos utilizados na produção devem ser flexíveis e de propósito geral para poder, assim, atender os diversos pedidos por parte dos clientes. A produção de aeronaves, veículos espaciais, máquinas ferramentas, ferramentas e equipamentos especiais, e protótipos de futuros produtos, etc são alguns exemplos deste tipo de sistema de manufatura.

Obras de construção civil, assim como turbinas hidroelétricas, navios, pontes, etc, apesar de serem produzidos em poucas unidades e envolver a transformação de matéria prima em produtos acabados, não são identificadas dentro deste tipo de produção (*job shop*), pelo fato de não serem produzidos dentro de uma fábrica (GROOVER, 1987). Estes tipos de produção realizados em lugares específicos (fora da fábrica) são conhecidos na literatura como sistemas de produção por projeto (TUBINO, 1997), ou grandes projetos sem repetição (MOREIRA, 1993). A figura 2.2, resume o perfil da evolução dos sistemas de produção ao longo do tempo.

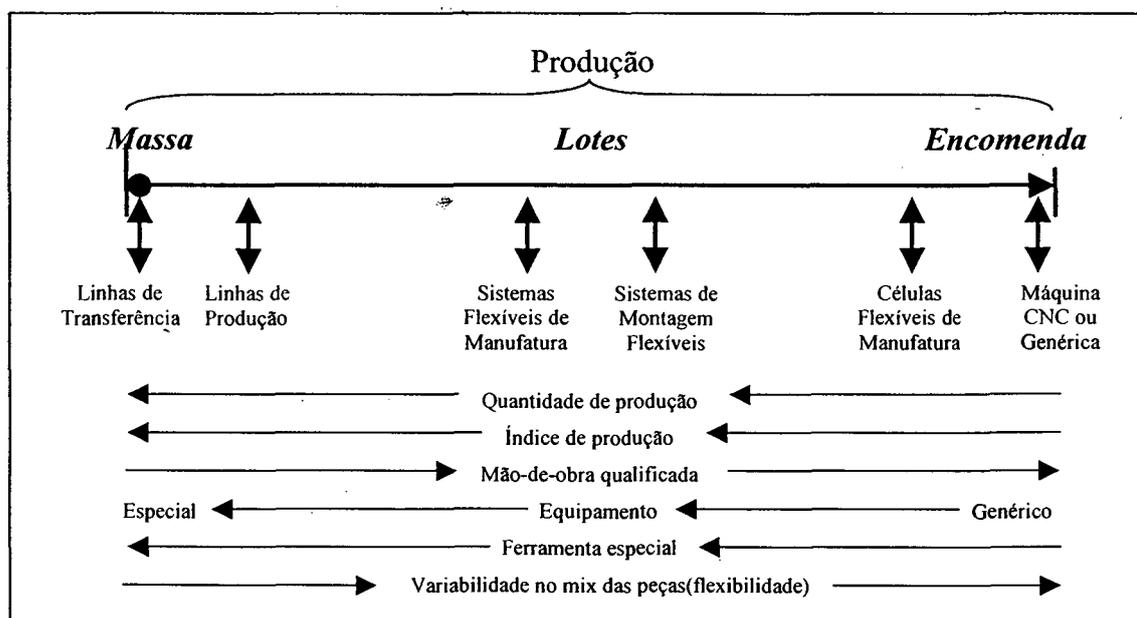


Figura 2.2.- Evolução dos Sistemas de Produção ao longo do tempo

GROOVER (1987) e GHOSH (1987 pp. 17) apontam que mais de 75 % de todas as partes manufaturadas na industria são produzidas em lotes de 50 peças ou menos. Isto faz com que a produção em lotes (*batch*) e por encomenda (*jobbing shop*) constituam uma considerável parcela de toda a atividade de manufatura.

2.4 - Sistemas Flexíveis de Manufatura

Sistemas flexíveis de manufatura (SFM ou FMS, do inglês Flexible Manufacturing System) representam o âmago da automação fabril no chão de fábrica, e foram desenvolvidos especialmente para manufaturar produtos em quantidades de volume médio (produção em lotes ou *batch manufacturing*), oferecendo muito da eficiência das linhas de alto volume de produção (produção em massa ou *mass manufacturing*) enquanto mantêm muito da flexibilidade achada no tradicional sistema de produção por encomenda (produção *jobbing shop*) ou de baixo volume de produção.

Sistemas Flexíveis de Manufatura, por outro lado, são exemplos típicos de sistema concorrente assíncrono que tem a capacidade de produzir múltiplos produtos (ou partes) simultaneamente usando vários recursos. Para isso, os SFM utilizam um conjunto de estações de trabalho flexíveis (geralmente máquinas CNC e robôs) interconectadas por meio de um sistema de armazenagem e transporte automático controlado por um sistema de computador integrado e um sistema de tomada de decisão (programador), para decidir a cada momento (quando) o que deve ser feito (o que) e sobre que máquina (onde).

A flexibilidade dada a este tipo de sistema permite-lhe ter a capacidade de escolher entre vários recursos para realizar uma determinada operação, assim como escolher o roteiro que irá seguir o produto, além de permitir-lhe (ter) um significativo aumento na produtividade. Para conseguir estas vantagens que oferece um FMS, o programador organiza a produção, os programas, e sincroniza a utilização das máquinas para permitir a introdução de novos produtos, evitando assim possíveis paradas ou quebras de máquinas com o objetivo de aumentar ao máximo a utilização das máquinas.

Dentre as muitas vantagens que apresentam os SFM temos (GROOVER, 1987):

- reduz o custo do trabalho;
- aumenta o nível de utilização dos equipamentos;

- melhora o nível de qualidade dos produtos;
- reduz o custo de produção;
- reduz o inventário de trabalho (produtos) em processo;
- reduz o *lead time* de manufatura;
- reduz os tempos de *setup*;
- permite controlar a produção de uma forma mais direta e fácil, etc.

Problemas concernentes a SFMs podem ser divididos em dois tipos: aqueles referentes ao projeto e os referentes à parte operacional. Os referentes ao projeto estão mais relacionados com a seleção ótima dos componentes dos SFMs e (as) suas inter-conexões, incluindo: a) seleção de família de peças, b) seleção de paletes e acessórios (fixtures), c) seleção dos sistemas de manuseio de material, d) seleção do sistema de informação que liga os vários módulos do SFM com o resto dos módulos da fábrica automatizada e e) layout do SFM (KUSIAK, 1985). Os referentes à parte operacional estão mais relacionados com a utilização do SFM e incluem: a) tamanho dos lotes, b) balanceamento da carga de trabalho, c) planejamento de longo e médio prazo, d) programação e execução, e) gerenciamento das ferramentas, f) respostas a mudanças na demanda e g) reação a quebra/ruptura de recursos (SURI and WHITNWY, 1984).

Considerando que os SFMs utilizam para o seu funcionamento uma série de recursos inter-relacionados entre si (que requerem um investimento muito alto), as decisões envolvidas nas etapas de projeto e operação resultam (sendo) muito complexas. Portanto, é importante planejar, projetar e operar um SFM tão eficientemente quanto possível. Sendo assim, faz-se necessário selecionar alguns métodos que permitam a modelagem e análise de tais sistemas que tenham (a) capacidade de suportar a seleção de boas alternativas de projeto e políticas operacionais.

Devido à grande flexibilidade que apresentam os SFMs que lhes permite escolher entre diversos recursos (máquinas multifuncionais, robôs, etc) e diversos roteiros a serem seguidos para a fabricação de produtos (permitindo assim um aumento na produtividade), estes sistemas impõem um problema desafiador, que se traduz na correta alocação dos recursos aos diversos processos requeridos para produzir uma gama de produtos, assim como a programação da seqüência das atividades para se obter o melhor desempenho do sistema.

Sistemas Flexíveis de Manufatura (SFM) podem ser considerados em muitos casos como sendo *job shop automatizados* (SABUNCUOGLU et alli., 1992). As principais diferenças são: a) num SFM as funções da maioria dos trabalhadores são automatizadas e b) um SFM possui um sistema de manuseio de material automatizado (freqüentemente veículos guiados automaticamente, robôs, transportadores, etc) que interliga as diversas estações de trabalho dentro do SFM.

Como os SFMs são sistemas dinâmicos discretos, eles podem ser modelados e analisados por uma série de ferramentas tais como Filas de Espera, Cadeias de Markov, Programação Matemática,.. etc, enquanto que a simulação é freqüentemente utilizada para avaliar o desempenho do sistema.

Na fase operacional dos FMSs, um dos maiores problemas é o relacionado com o planejamento e programação da produção.

2.5 - Flexibilidade nos Sistemas Flexíveis de Manufatura

Flexibilidade é um aspecto muito importante na tomada de decisões manufatureiras, que irá determinar a vantagem competitiva de uma unidade de negocio. Do ponto de vista da manufatura, flexibilidade pode ser definida como (sendo) a capacidade de um sistema de manufatura para responder rapidamente a mudanças imprevistas (PAPADOPOULOS et ali., 1993) ou instabilidades causadas pelo ambiente (GUPTA and GOYAL, 1989).

Os diferentes tipos de flexibilidade que apresenta um sistema de manufatura são classificados de várias maneiras. Uma dessas maneiras é a análise da flexibilidade partindo de uma perspectiva de curto e longo prazo dada por Browne (GUPTA and GOYAL, 1989; BARAD and SIPPER, 1988). Dentre os principais tipos de flexibilidade tem-se:

a) Flexibilidade de máquina – é a capacidade de uma máquina para mudar rapidamente da produção de um tipo de peça para outro.

b) Flexibilidade de processo – está relacionada com a capacidade dos sistemas de variar os passos necessários para completar uma tarefa.

c) Flexibilidade de produto – é a capacidade para mudar rápida e economicamente de um produto para outro.

d) Flexibilidade de roteiro – é a capacidade do sistema de mudar a seqüência de visitação de máquinas (no caso da quebra de uma delas) e continuar produzindo peças. Esta

capacidade é devida à existência de diversos roteiros de produção ou ao fato de que uma operação pode ser realizada por mais de uma máquina.

e) Flexibilidade de Volume – é a capacidade do sistema (SFM) operar economicamente em diversos volumes de produção.

f) Flexibilidade de Operação – é a capacidade para mudar a ordem das operações de produção na fabricação de um produto.

g) Flexibilidade de Produção – é referida à capacidade para produzir rápida e economicamente qualquer um dos produtos que um sistema flexível de manufatura é capaz de produzir.

2.6 - Planejamento e Programação da Produção

Planejamento e programação da produção são duas funções que correspondem a dois níveis diferentes no processo de tomada de decisões hierárquica num sistema de planejamento e programação da produção (ver figura 2.3). Alguns autores, como Fontam and Inbert (1985) Dauxere-Peres (1994.a), tem tratado de integrar os dois níveis mais baixos do processo de tomada de decisão (tático e operacional) com bons resultados.

Dauxère-Peres (1994) por exemplo, apresenta um método que trata simultaneamente as decisões que correspondem ao planejamento e a programação da produção de sistemas do tipo *job shop*, onde as sequências das operações sobre as máquinas são fixas e as restrições de capacidade do sistema são facilmente expressas em termos das variáveis de planejamento (quantidades a serem produzidas em cada período). Estas restrições que não são nada menos que restrições lineares em termos das variáveis de planejamento são finalmente integradas e representadas através de um modelo de programação linear inteira.

2.6.1 - Planejamento da Produção

Planejamento da produção é uma função que dá as bases para todas as atividades gerenciais futuras, estabelecendo linhas de ação que devem ser seguidas para atingir determinados objetivos organizacionais através da utilização dos recursos de produção, estipulando ao mesmo tempo o momento no qual essas ações devem ocorrer (MOREIRA, 1993).

Ackoff (1975), por outro lado, define o planejamento como (sendo) um processo sistemático que envolve a contínua avaliação de alternativas e a tomada de um conjunto de decisões inter-relacionadas entre si, antes que a ação se concretize, em um momento em que a futura situação desejável provavelmente não aconteça, a menos que sejam tomadas certas providências que permitam aumentar a probabilidade de se obter um resultado favorável.

Outros autores como Gustavsson (1984), Wasenhove (1986), Grobeschallau (1986) e Rebouças (1988), que também consideram o planejamento como sendo um processo contínuo de tomada de decisões, distinguem três tipos de planejamento dependentes do nível de decisão, conforme mostrados na figura 2.3. Estes três níveis são:

- Planejamento estratégico
- Planejamento tático e
- Planejamento operacional

a) Nível Estratégico (ou Administrativo)

O planejamento e tomada de decisões neste nível tendem a ser a longo prazo, sendo, portanto, responsabilidade da mais alta cúpula da empresa (presidência da empresa ou executivo), tendo como finalidade estabelecer o rumo a ser seguido pela mesma, visando otimizar ao máximo a relação empresa-meio ambiente (REBOUÇAS, 1988). O planejamento neste nível tem portanto a finalidade de tomar decisões que permitam gerar condições para garantir a permanência da empresa no mercado no qual atua, diante das ameaças (por parte) da concorrência. Decisões que são tomadas neste nível normalmente incluem (SACOMANO, 1990; PORTO, 1990; MEHRA, 1995):

- estabelecer os objetivos gerais da empresa e de suas unidades funcionais principais;
- definir as estratégias (linhas de ação gerais) a serem seguidas visando a atingir os objetivos traçados;
- introduzir novos produtos e aquisição de novos recursos;
- planejar novas fábricas;
- avaliar a performance de produção;
- definir as metas que devem ser alcançadas ao longo dessas estratégias;

- desenvolver e alocar recursos necessários para que se possam atingir as metas, etc.

Do ponto de vista da missão corporativa, este primeiro nível de planejamento é subdividido em três níveis hierárquicos que são: o nível corporativo, o nível de unidade de negócios e o nível funcional (TUBINO, 1997). O primeiro encarrega-se de determinar as áreas de negócios nos quais a empresa irá atuar, assim como de organizar e distribuir os recursos necessários para cada área de atuação ao longo do tempo. O segundo nível diz respeito a empresas que atuam com unidades de negócios semi autônomas, onde cada unidade de negócio decide por si própria como irá competir no mercado. Finalmente, o terceiro nível está relacionado com as políticas operacionais das diversas áreas funcionais da empresa, como finanças, marketing e produção. Para mais detalhes a respeito destes três níveis o leitor poderá consultar o livro de Tubino (1997).

Um dos principais objetivos do planejamento estratégico é a elaboração de um plano de longo prazo, freqüentemente chamado de **Plano de Produção**. Este plano geralmente trabalha com informações agregadas de vendas e produção, pelo que também é conhecido como **Plano Agregado de Produção**. Os produtos são agrupados geralmente em famílias de produtos, sendo, portanto, expressos em unidades de medida como toneladas (de matéria prima), horas de trabalho para processar uma determinada família de produtos, etc. Os períodos de planejamento são referidos em geral a meses ou trimestres, abrangendo horizontes de tempo de um ou mais anos. Devido a que a informação neste nível resulta (sendo) altamente agregada, sendo (a) sua fonte muitas vezes totalmente externa, além de abranger horizonte de planejamento de longo prazo, as decisões tomadas neste nível são propensas a alto grau de risco e incertezas. Decisões estratégicas resultam sendo fonte de restrições para o planejamento tático, onde será desenvolvido o **Plano Mestre da Produção**.

b) Nível Tático (ou Gerencial)

Este nível de planejamento é mais estreito em escopo que o anterior, trabalhando com objetivos estabelecidos no planejamento estratégico (o plano de produção), e tem como objetivo desmembrar o plano produtivo, obtido no nível anterior, em planos específicos de produtos acabados. Decisões tomadas neste nível correspondem ao médio prazo e envolvem basicamente a alocação e utilização eficiente dos recursos, na manufatura dos diversos produtos, em cada período de tempo dentro de um horizonte de tempo especificado. O período de tempo do planejamento neste nível é expresso geralmente em semanas, para um

horizonte de tempo de 3 meses aproximadamente. A informação utilizada neste nível é moderadamente agregada e sua fonte é tanto externa como interna.

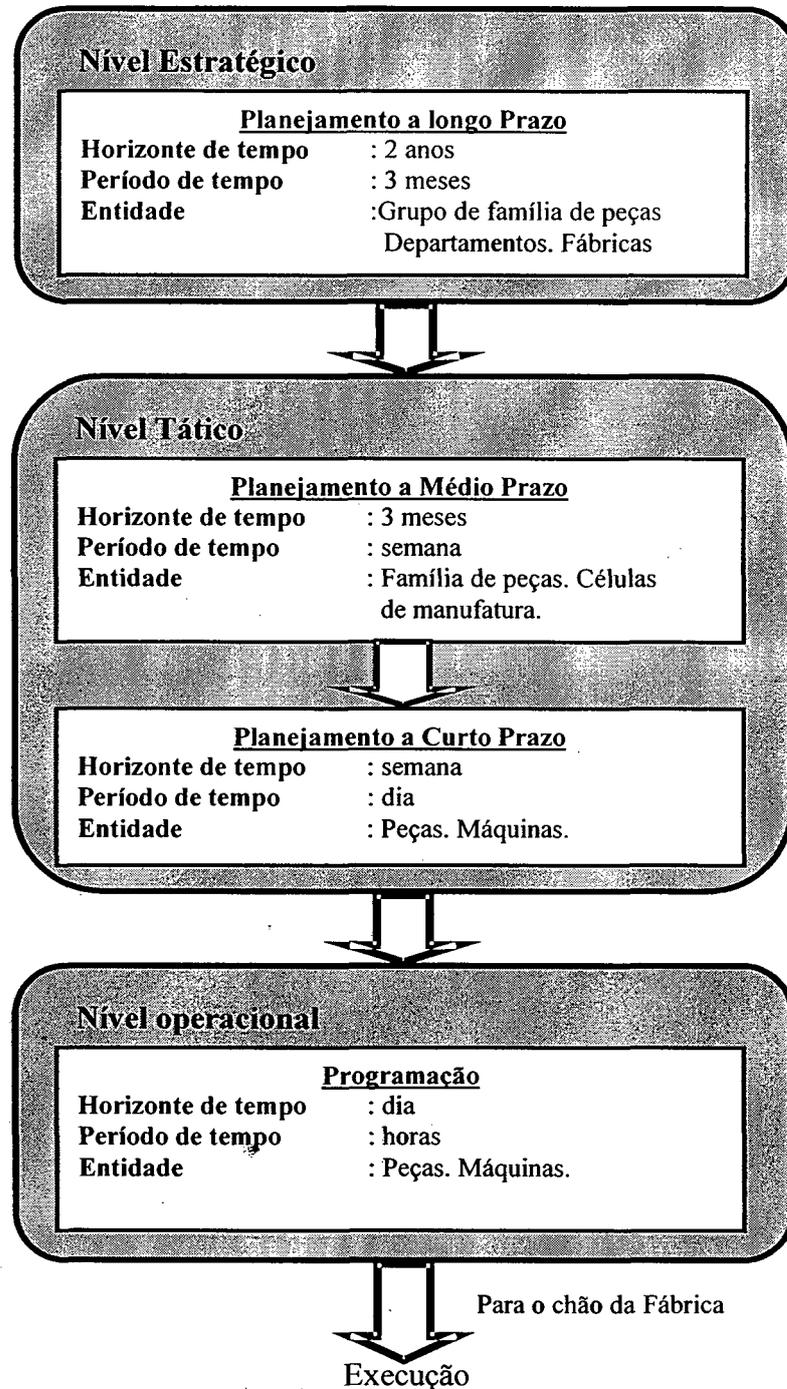


Figura 2.3 - Tomada de decisão hierárquica num sistema de planejamento e programação da produção

O planejamento tático ocorre basicamente no nível da fábrica, envolvendo decisões do tipo (PORTO, 1990; MEHRA, 1995):

- planejar e selecionar o curso de ação;
- adquirir recursos e melhor aloca-los nos departamentos (agrupamento de máquinas);
- alocar recursos para se obter um eficiente uso dos mesmos;
- replanejar as atividades que se desviaram das metas estabelecidas ou dos padrões;
- definir o número de unidades de peças agrupadas em família de peças (tamanho dos lotes) que serão produzidas em grupos de máquinas (células de manufatura) durante cada período (uma semana) do horizonte de tempo (três meses);
- o planejamento de curto prazo desagrega o plano do primeiro período de tempo de médio prazo (uma semana) em períodos de tempo de curto prazo (dias);
- determinar o número de unidades a serem produzidas em cada máquina para cada período de planejamento de curto prazo;
- avaliar a performance dos trabalhos, etc.

Estes tipos de decisões devem ser fixados claramente para poder responder às mudanças do mercado. Por estas decisões pertencerem a um horizonte de planejamento inferior ao estratégico, não envolvem usualmente riscos financeiros tão grandes como as decisões estratégicas.

Como resultado do planejamento mestre de produção, obtém-se o chamado **Plano-Mestre de Produção**. O plano mestre de produção tem como objetivo mostrar em detalhes as quantidades de cada um dos produtos finais, período a período, com base nas previsões de vendas de médio prazo ou pedidos em carteira, já confirmados (TUBINO, 1997). Da mesma forma que no nível anterior, decisões táticas tornam-se fonte de restrições para o planejamento operacional na hierarquia do planejamento.

c) Nível Operacional

Este último nível da hierarquia trata especificamente da programação da produção, isto é, da seqüência das tarefas (operações) sobre os recursos de produção, tendo como objetivo satisfazer as metas de produção especificadas no nível tático. O planejamento e a tomada de

decisões neste nível são dados no curto prazo e são em geral decisões tomadas no dia-a-dia da empresa, cobrindo prazos de até algumas semanas (MOREIRA, 1993). Este tipo de decisões está relacionado diretamente com as operações produtivas necessárias para atender a demanda prevista, procurando utilizar-se de forma eficiente da capacidade física de produção. A informação utilizada é bem detalhada e interna em sua totalidade.

Decisões neste nível de planejamento geralmente incluem:

- análise dos resultados da alocação dos recursos do sistema;
- alocação de carga aos departamentos produtivos;
- programação da produção;
- replanejamento para cobrir deficiências na produção (quebra de maquinaria ou falta de material);
- implementação do trabalho de acordo com o programado;
- preparação de relatórios sobre performance;
- reação a paradas inesperadas...etc.

Considerando as definições citadas acima, pode-se dizer que o planejamento da produção de um sistema de manufatura consiste basicamente em determinar o tipo (ou tipos) e a quantidade de partes (peças ou produtos) a serem produzidas num determinado período de tempo (o horizonte de planejamento).

2.6.2 - Programação da Produção

A programação da produção consiste basicamente em determinar o tempo de início e término de cada ordem de produção para dar cumprimento aos compromissos estabelecidos no Plano Mestre de Produção. Tal determinação é consequência de: a) uma correta distribuição das operações necessárias aos diversos centros de trabalho (alocação de carga) e b) a determinação da ordem na qual as operações serão executadas (seqüenciamento). Estas duas questões geralmente estão sujeitas a dois tipos de restrições que são: o número de máquinas disponíveis no sistema, e as restrições tecnológicas que determinam a ordem na qual as tarefas (*jobs*) devem ser realizadas. Uma tarefa, no caso de um sistema de manufatura, representa um conjunto de operações necessárias para produzir um produto acabado.

A programação da produção nem sempre é cumprida em sua totalidade, devido a que ela costuma sofrer alterações significativas no dia-a-dia. Essas alterações são freqüentemente ocasionadas por quebra de máquinas, mudanças no volume de produção e/ou novas ordens (urgentes) que entram na produção, o que leva a requerer uma reprogramação. Sendo assim, a programação final ocorrerá apenas no curto prazo, antes da ordem de produção (ou tarefa) ser realizada.

Problemas de programação na maioria das vezes, resultam sendo complexos mesmo para casos simples, sendo freqüentemente considerados (como sendo um) NP-hard (SULE, 1996; BAKER, 1998). Isto significa que apenas algoritmos heurísticos podem ser usados para se obter programas de produção que se aproximem do ótimo.

Para resolver problemas de programação, devem ser utilizados métodos capazes de formular explicita e concisamente o problema e proporcionar uma técnica geral e eficiente para resolver o problema formulado. Métodos de programação comumente encontrados na literatura tais como programação inteira (CHEN, 1996), programação linear (DAUZÈRE-PEREZ and LASSERRE, 1999), algoritmos genético (HOU and LI, 1991, CÂNDIDO, 1997; MAZZUCO, 1999), modelos de redes tais como grafos AND/OR (HOMEM de MELO et al., 1990) e grafos disjuntivos (DAUZÈRE-PEREZ and LASSERRE, 1994.b; PAULLI, 1995), fluxo em redes (GHOSH, 1987; CARVALHO, 1999) etc, por um lado, se apresentam como sendo técnicas eficientes de programação, mas por outro lado, apresentam muita dificuldade para representar recursos compartilhados, concorrência, flexibilidade de roteiros, tamanho de lotes, reprogramação, etc (LEE, 1992). Diferentemente dos modelos citados, as Redes de Petri são uma ferramenta muito apropriada para modelar a dinâmica de sistemas de manufatura automatizados e flexíveis, permitindo representar com muita facilidade recursos compartilhados, concorrência, tamanhos de lotes de produção e *buffers* entre outros.

Na literatura sobre programação, geralmente são encontrados três tipos de produção:

- a) **Produção *Flow Shop***, na qual todos os produtos visitam as máquinas seguindo a mesma ordem. Contudo, os tempos de processamento de cada tarefa sobre cada máquina podem ser diferentes.
- b) **Produção *Job Shop***, onde uma tarefa pode requerer algumas ou todas as máquinas disponíveis no sistema, seguindo uma seqüência específica; isto é, a ordem das operações (roteiro de produção) necessárias para produzir um determinado produto é fixa mas não

necessariamente a mesma. Uma restrição deste tipo de sistemas é que uma tarefa não pode usar a mesma máquina mais de uma vez.

- c) **Produção *Open Shop***, que é semelhante a um *job shop* com a diferença de que não existe um roteiro fixo de produção, isto é, não existe uma seqüência operacional dependente a ser seguida.

Nos três casos anteriores, o critério a ser otimizado é na maioria dos casos tentar minimizar o tempo de completação de todas as tarefas chamado de *makespan*.

Na literatura sobre programação, alguns autores fazem uma diferença entre *job shop* e *job shop flexível*. Num sistema *job shop*, em cada estágio de processamento existe apenas uma máquina capaz de realizar a operação, enquanto que num *job shop flexível* pode existir mais de uma máquina capaz de realizar a mesma operação. Este tipo de flexibilidade, onde mais de uma máquina é usada para realizar uma determinada operação, é conhecida na literatura como *routing flexibility*.

Para se ter uma visão mais ampla dos diversos modelos de programação existentes, o leitor pode consultar os livros de Sule (1997) e Baker (1998). Uma taxonomia para classificar sistemas de manufatura pode ser vista no trabalho de Dietrich (1991) e, Pacheco e Santoro (1999); onde são discutidas diversas abordagens utilizadas na modelagem, análise e otimização de sistemas de manufatura.

Geralmente, sempre que resolvemos um problema de programação da produção, um dos objetivos é o de cumprir prazos de entrega, minimizar o tempo de fluxo (*makespan*), minimizar estoques intermediários, maximizar a utilização das máquinas, etc ou mesmo uma combinação deles. Para se alcançar este objetivo são utilizados uma série de métodos tais como algoritmos genéticos, simulated annealing, grafos disjuntivos, etc. No presente trabalho serão utilizadas as Redes de Petri como ferramenta para planejar e programar a produção de sistemas do tipo *job shop flexíveis*.

2.7 – Conclusão

Neste capítulo foi apresentada uma revisão bibliográfica sobre as atividades que dizem respeito ao planejamento e programação da produção de sistemas de produção. Foi esclarecida também a diferença existente na literatura entre sistemas do tipo *job shop* (tradicional) e *job shop flexíveis*, objeto do presente trabalho.

CAPÍTULO 3 - REDES DE PETRI

3.1 - Introdução

A Rede de Petri introduzida por Carl Adam Petri em sua tese intitulada "Comunicação com Autômatos" é uma ferramenta gráfica e algébrica que apresenta um bom nível de abstração em comparação com outros modelos gráficos (PETERSON, 1981). Trata-se de um modelo do tipo estado-evento, onde cada evento possui pré-condições que vão permitir sua ocorrência e pós-condições decorrentes desta, as quais são por sua vez pré-condições de outros eventos posteriores.

Uma Rede de Petri é vista também como um tipo particular de grafo orientado bipartito constituído de dois tipos de nós, lugares e transições, no qual as transições (que correspondem aos eventos que caracterizam as mudanças de estado do sistema) são sempre seguidas por lugares (que correspondem às condições que devem ser certificadas para os eventos acontecerem) e vice-versa. Lugares e transições são interligados por arcos direcionados ponderados. A figura 3.1 representa uma Rede de Petri, onde são representadas situações tais como concorrência, conflito e sincronização.

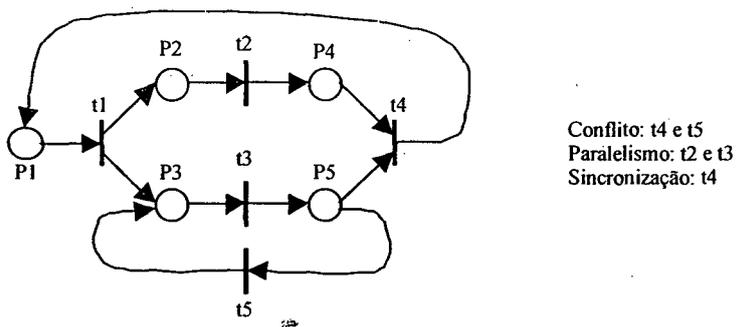


Figura 3.1.- Rede de Petri Ordinária

3.2 - Definições Básicas

Definição 3.2.1.- Uma Rede de Petri (RP) é uma quadrupla, $RP = (P, T, I, O)$, onde:

- $P = \{p_1, p_2, \dots, p_n\}$ é um conjunto finito de lugares, $n > 0$.
- $T = \{t_1, t_2, \dots, t_m\}$ é um conjunto finito de transições, $m > 0$.

- $I : P \times T \rightarrow N$ é uma função de entrada que define o conjunto de arcos dirigidos de P para T.
- $O : T \times P \rightarrow N$ é uma função de saída que define o conjunto de arcos dirigidos de T para P.
- $P \cap T = \emptyset, P \cup T \neq \emptyset$; isto é, lugares e transições são conjuntos disjuntos;
- N : é o conjunto dos números naturais.

Se o peso (W) dos arcos que ligam lugares a transições e vice-versa for igual a 1, a Rede de Petri é chamada de **Rede de Petri Ordinária** (ver figura 3.1). Por outro lado, se são permitidos múltiplos arcos, a rede é chamada de **Rede de Petri Generalizada**.

Uma ficha (representada por um ponto preto) numa Redes de Petri é definida como (sendo) uma entidade que reside nos lugares, e representa as pre/póst condições do disparo de uma transição.

Definição 3.2.2.- Uma marcação M de uma RP é uma função $M : P \rightarrow N$, a qual representa o número de fichas contidas em cada lugar $p \in P$. A marcação M é representada por um vetor coluna cuja dimensão é equivalente ao número “n” de lugares da rede.

$$M = [m(p_1) \ m(p_2) \ m(p_3) \ \dots \ m(p_n)]^T$$

Fichas residem apenas em lugares, representando a disponibilidade de recursos ou o status da operação.

Definição 3.2.3.- Se M_0 representa a marcação inicial de uma RP, então nós chamaremos ao par (RP, M_0) de uma Rede de Petri marcada e representá-la-emos como “**RPM**= (P, T, I, O, M_0) ”.

3.3 - Funcionamento de uma RPM

Definição 3.3.1.- Se $I(p_i, t_j) > 0$, então, um arco (ou arcos) liga(m) o lugar p_i à transição t_j , portanto p_i é um lugar de entrada de t_j e t_j é a transição de saída de p_i .

Se $O(t_j, p_i) > 0$, isto é, um arco (ou arcos) liga(m) a transição t_j ao lugar p_i , então p_i é um lugar de saída de t_j e t_j é a transição de entrada de p_i .

Consequentemente, pode-se definir $t \bullet (\bullet t)$ como sendo o conjunto de lugares de saída (entrada) de t e $p \bullet (\bullet p)$ como sendo o conjunto de transições de saída (entrada) de p .

Definição 3.3.2.- Uma transição t está habilitada para a marcação M , isto é, ela está pronta para disparar, se e somente se, todos os elementos de $\bullet t$ possuírem um número de marcas maior ou igual ao peso dos arcos relacionados.

$$\forall p \in P, M(p) \geq I(p,t)$$

Definição 3.3.3.- O disparo de uma transição habilitada consiste em remover $I(p,t)$ fichas (em número igual ao pesos dos arcos) de cada lugar de entrada de t e depositar $O(p,t)$ fichas em cada um dos lugares de saída de t como mostra a figura 3.2.

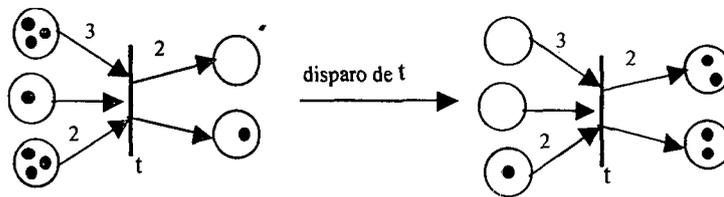


Figura 3.2 - Disparo de uma transição

Disparando uma transição, uma nova marcação M será obtida, a qual é definida como segue:

$$M_k = M_o + (O(p_i,t_j) - I(p_i,t_j)) \text{ ou}$$

$$M_k = M_o + C \cdot \sigma, \forall p_i \in P \tag{3.1}$$

onde $\sigma = t_1 t_2 t_3 t_2 \dots$, representa uma seqüência de disparo de transições, e $C = O - I$, representa a matriz de incidência a qual pode ser obtida da seguinte maneira:

$$C_{i,j} = \begin{cases} W(t_j, p_i) & \text{se } t_j \in \bullet p_i \\ -W(p_i, t_j) & \text{se } t_j \in p_i \bullet \\ 0 & \text{caso contrário} \end{cases}$$

Definição 3.3.4.- Um par (p, t) é chamado de *self-loop*, se p é um lugar de entrada e saída de t como mostra a figura 3.3 (a). Uma RP que não contém *self-loops* é chamada de **RP Pura**.

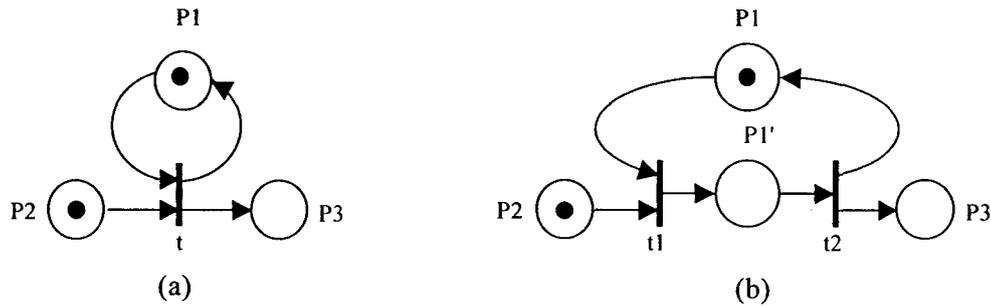


Figura 3.3 - Representação de um *self-loop* e a sua expansão

É importante observar que a matriz de incidência C reflete apenas a estrutura de RP puras. Para tornar uma RP com *self-loops* em RPs puras, basta expandir a transição t em duas transições t_1 e t_2 com um lugar intermediário p' como mostra a figura 3.3.b.

Definição 3.3.5.- Uma marcação M_k é dita ser alcançável a partir de M_0 se existir uma seqüência de disparo de transições $\sigma = t_1 t_2 t_3 t_2 \dots$, que leva M_0 a M_k . A mesma pode ser representado por: $M_0[\sigma > M_k$.

Definição 3.3.6.- Se $V_\sigma = [v_1, v_2, v_3, \dots, v_q]$ é um vetor linha cuja dimensão é igual ao número de transições da rede, onde v_i representa o número de vezes que t_i é disparado em σ , este vetor é chamado de "*counting vector*" da seqüência σ . Se M_k é a marcação obtida pelo disparo de uma seqüência s , então a expressão 3.1 pode ser rescrita como:

$$M_k = M_0 + C \cdot V_\sigma^t, \quad \forall p_i \in P \quad (3.2)$$

onde V^t representa a transposta de V .

Obs. Nem sempre uma seqüência de transições σ que satisfaz (3.2) é possível ser disparada.

Definição 3.3.7.- Dada uma RP marcada RPM, o conjunto de marcações acessíveis $A(RP, M_0)$ de uma RP marcada é o conjunto de marcações que podem ser alcançadas a partir da marcação inicial, através de uma seqüência de disparo:

$$A(RP, M_0) = \{M_i, \exists \sigma / M_0[\sigma > M_i\} \quad (3.3)$$

Se $A(RP, M_0)$ for finito, o mesmo pode ser representado sob a forma de um grafo $GA(RP, M_0)$, chamado de Grafo de Marcações Acessíveis ou Grafo de Cobertura (Coherability graph). Neste grafo, cada nó irá representar uma marcação acessível do conjunto $A(RP, M_0)$ enquanto que cada arco representará o disparo de uma transição. A figura 3.4 mostra uma Rede de Petri Marcada com seu correspondente *Grafo de Cobertura*.

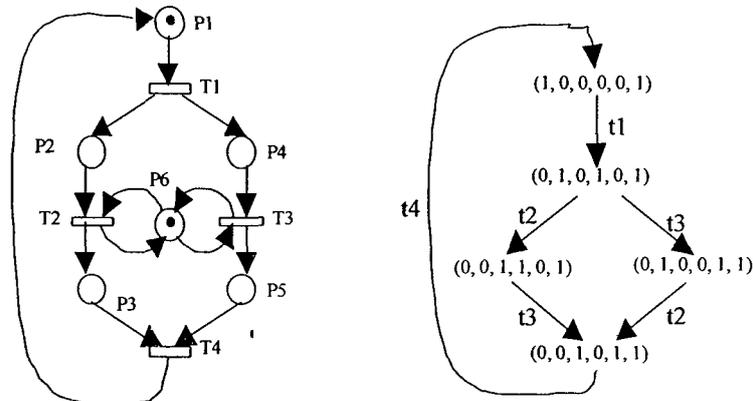


Figura 3.4 - RP viva, limitada e reversível com seu Grafo de cobertura

3.4 - Propriedades de uma Rede de Petri

As propriedades de uma Rede de Petri podem ser classificadas como sendo estruturais (se a rede não for marcada) e comportamentais (dependentes da marcação da rede).

3.4.1 - Propriedades Estruturais:

Definição 3.4.1.1.- Uma RP é estruturalmente limitada se a RPM é limitada para qualquer marcação inicial finita.

Definição 3.4.1.2.- Uma RP é estruturalmente viva se existe uma marcação inicial M_0 que torna a RPM viva.

Definição 3.4.1.3.- Uma RP é dita ser conservativa se $\exists Y > 0$ tal que $M^T \cdot Y = M_0^T \cdot Y, \forall M_0 \in A(RP, M_0)$. Onde $Y = [y(p_1), y(p_2), \dots, y(p_m)]^T$.

Definição 3.4.1.4.- Uma RP é considerada (como sendo) repetitiva se existe uma marcação inicial M_0 , e uma seqüência de disparos σ na qual toda transição dispara indefinidamente.

Definição 3.4.1.5.- Uma RP é consistente se existe uma marcação inicial M_0 e uma seqüência de disparos σ que permitam retornar ao estado inicial após o disparo de pelo menos uma vez cada transição, isto é, $M_0[\sigma > M_0$, e $V_\sigma > 0$.

3.4.2 - Propriedades Comportamentais

Definição 3.4.2.1.- Um lugar p de uma RPM é k -limitado se $\exists k \in \mathbb{N} / M(p) \leq k$, $\forall M \in A(RP, M_0)$. Uma RPM é k -limitada (bounded) se, e somente se, todos os seus lugares são k -limitados.

Definição 3.4.2.2.- Um lugar p de uma RPM é binário ou seguro (safe) se $k=1$. Uma RPM é binária ou segura se, e somente se, todos os seus lugares são binários.

Definição 3.4.2.3.- Uma transição t de uma RPM é viva se $\forall M \in A(RP, M_0)$ existe uma seqüência de disparo de transições σ que habilita t . Uma RPM é viva se, e somente se, todas as suas transições são vivas, isto é:

$$\forall t \in T \text{ e } \forall M \in A(RP, M_0); \exists \sigma / t \text{ é habilitada}$$

Vivacidade implica a não existência de “deadlocks” no sistema. Deadlock é um estado da rede no qual nenhuma transição da RPM está habilitada.

Definição 3.4.2.4.- Uma RPM é reinicializável (ou reversível) se $\forall M \in A(RP, M_0)$ existe uma seqüência de disparo de transições σ que leva de volta a rede para a marcação inicial. Isto é:

$$\forall M \in A(RP, M_0), \exists \sigma / M[\sigma > M_0 \quad (3.4)$$

Definição 3.4.2.5.- Uma marcação M_h de uma RP com marcação inicial M_0 é um Home State se, e somente se, M_h é alcançável a partir de qualquer marcação M_i obtida partindo de M_0 , isto é:

$$\forall M_h \in A(RP, M_0), \exists \sigma / M_i[\sigma > M_h, \forall M_i \in A(RP, M_0) \quad (3.5)$$

3.5 - Invariantes

Definição 3.5.1.- Um invariante de lugar (**P-invariante**), chamado também de componente conservativo (CARDOSO, 1997), é um vetor X de inteiros não negativos com n linhas (onde n é igual ao número de lugares da RP) e uma coluna se:

$$a) X^T \cdot C = 0, \quad x_i \in \{0, 1, 2, \dots\} \quad (3.6)$$

b) no mínimo um dos componentes de X é estritamente positivo.

Multiplicando a equação 3.2 por X^T e considerando a equação 3.6, obtem-se o seguinte resultado:

$$X^T M = X^T M_0 \quad (3.7)$$

Esta igualdade implica que, para qualquer marcação alcançável, o número de fichas ponderado pelo P-invariante permanece constante.

Por exemplo, considerando a rede da figura 3.3.b, com matriz de incidência igual a

$$C = \begin{array}{cc} & \begin{matrix} t_1 & t_2 \end{matrix} \\ \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 1 \\ -1 & 1 \end{bmatrix} & \begin{matrix} p_1 \\ p_2 \\ p_3 \end{matrix} \end{array}$$

e com $X = [x_1, x_2, x_3]^T$, usando a equação 3.6 temos:

$$\begin{aligned} x_1 - x_2 - x_3 &= 0 \\ -x_1 + x_2 + x_3 &= 0 \end{aligned}$$

Observa-se que as duas equações obtidas são equivalentes e que qualquer variável pode se tornar a variável dependente. Considerando x_1 como variável dependente, isto é $x_1 = x_2 + x_3$, e dando valores arbitrários (positivos) para x_2 e x_3 , obtemos "n" P-invariantes sendo alguns deles os seguintes:

$$X_1 = [1, 1, 0], X_2 = [1, 0, 1], X_3 = [2, 1, 1], X_4 = [4, 3, 1]$$

Portanto, seguindo a equação 3.7, temos que o número de fichas para qualquer $M_i \in A(RP, M_0)$ ponderado pelo P-invariante X_i permanece constante, isto é $Q = x_1 \cdot M(p_1) + x_2 \cdot M(p_2) + x_3 \cdot M(p_3)$. Por exemplo, considerando o P-invariante X_3 e a marcação inicial $M_0 = [1, 0, 0]$, temos que: $Q = 2 \times 1 + 1 \times 0 + 1 \times 0 = 2$. Se agora (nós) dispararmos a transição t_2 , a

nova marcação alcançada será $M_1 = [0, 1, 1]$, tendo assim o mesmo valor para Q , isto é, $Q = 2 \times 0 + 1 \times 1 + 1 \times 1 = 2$.

Um **P-invariante** é chamado de **mínimo** se não existe um outro invariante X_i de modo que $\forall p \in P, X_i(p) \leq X(p)$, isto é, X_i não pode ser representado como uma combinação linear de outros P-invariantes.

Definição 3.5.2.- Denomina-se de suporte de um P-invariante ($|X|$) ao conjunto de lugares que correspondem a componentes estritamente positivos de um P-invariante, isto é:

$$\text{Sup}(X) = |X| = \{p_i / x_i > 0, p_i \in P\} \quad (3.8)$$

P-invariantes são frequentemente usados para verificar propriedades como limitação, vivacidade, etc (ver item 3.8).

Sob o ponto de vista gráfico, um **P-invariante** representa uma **sub-rede**.

Definição 3.5.3.- Um vetor não negativo Y de inteiros não negativos com uma linha e m colunas (onde m é igual ao número de transições da RP) é um invariante de transição (**T-invariante**) se:

$$C \cdot Y^T = 0 \quad y_i \in \{0, 1, 2, \dots\} \quad (3.9)$$

Um invariante de transição corresponde a uma seqüência cíclica de disparo de transições que pode ser repetida indefinidamente e que não modifica a marcação da rede. Um T-invariante é chamado também de componente repetitivo estacionário (CARDOSO, 1997).

Um **T-invariante** é chamado de **mínimo** se não existe um outro invariante Y_i de modo que $\forall t \in T, Y_i(t) \leq Y(t)$.

Definição 3.5.4.- Suporte de um **T-invariante** é o conjunto de transições que correspondem a componentes estritamente positivos do T-invariante, o qual é definido como segue:

$$\text{Sup}(Y) = |Y| = \{t_i / y_i > 0, t_i \in T\} \quad (3.10)$$

Consideremos a Rede de Petri da figura 3.5. Para $Y = [y_1, y_2, y_3, y_4, y_5, y_6]$, e aplicando a equação 3.9, obtém-se as seguintes 6 equações

$$\begin{array}{rcl}
 y_1 - y_2 & & = 0 \\
 y_2 - y_3 & & = 0 \\
 & y_4 - y_5 & = 0 \\
 & y_5 - y_6 & = 0 \\
 & -y_4 + y_6 & = 0 \\
 -y_1 + y_3 & & = 0
 \end{array}$$

Resolvendo o sistema acima, verifica-se que: $y_1 = y_2 = y_3$ e $y_4 = y_5 = y_6$. Neste caso, dando valores para y_i , obtemos 2 invariantes mínimos que são $Y_1 = [1, 1, 1, 0, 0, 0]$ e $Y_2 = [0, 0, 0, 1, 1, 1]$ e um terceiro invariante que é uma combinação linear de Y_1 e Y_2 que é $Y_3 = [1, 1, 1, 1, 1, 1]$. Estes resultados significam que se t_1, t_2, t_3 e/ou t_4, t_5 e t_6 são disparados n vezes, a rede volta à marcação inicial.

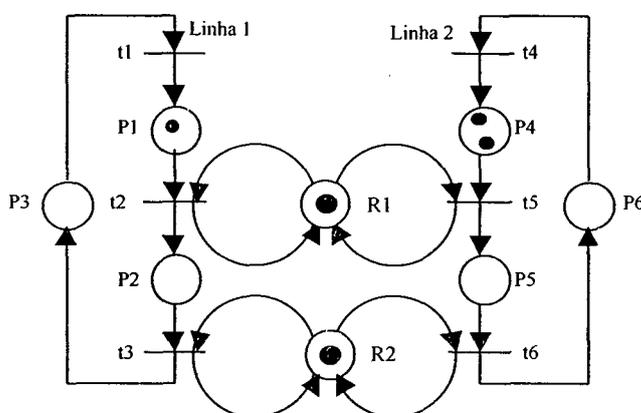


Figura 3.5 - Modelo de RP com duas linhas de produção (PROHT, 1996)

Um **T-invariante** representa também uma **sub-rede** formada pelas transições que correspondem a Y , com seus respectivos lugares de entrada e saída.

Invariantes de transição são uma ferramenta poderosa para analisar qualitativamente uma RP, facilitando as fases de planejamento e programação da produção.

3.6 - Classes de Redes de Petri

A seguir serão dados a conhecer alguns dos tipos de Redes de Petri Ordinárias mais importantes, os quais irão nos permitir modelar, analisar, controlar, avaliar a performance de sistemas de manufatura, assim como planejar e programar a produção no curto prazo.

3.6.1 - Máquina de Estado

Definição 3.6.1.- Uma máquina de estado (ME) é uma RPM ordinária, onde:

$$\forall t \in T, |\bullet t| = 1 \text{ e } |t\bullet| = 1 \quad (3.11)$$

isto é, cada transição possui apenas um lugar de entrada e um de saída. Máquinas de estado permitem a modelagem de conflitos (decisões) mas não paralelismo e sincronização, (ver figura 3.6.a).

Se cada nó em uma máquina de estado é fortemente conexa ($\forall x, x' \in (P \cup T)$ tal que $x \neq x'$, existe um caminho direto de x para x') então a mesma é chamada de **máquina de estado fortemente conexa (MEFC)**. Máquinas de estado fortemente conexas são usadas freqüentemente para modelar processos seqüenciais cíclicos (MU-DER, 1992), se apenas uma ficha é colocada em cada MEFC. Este tipo de rede é sempre conservativo, limitado, vivo e reversível para qualquer marcação inicial M_0 .

3.6.2 - Grafo de Eventos

Definição 3.6.2.- Um Grafo de Eventos (GE) ou Grafo Marcado, é uma RPM ordinária tal que

$$\forall p \in P, |p\bullet| = 1 \text{ e } |\bullet p| = 1 \quad (3.12)$$

ou seja, cada lugar da rede pode ter apenas uma transição de entrada e outra de saída e o peso associado a cada arco é 1. Este tipo de rede não possibilita a representação de conflitos. Por outro lado, permite a representação de processos paralelos e a sincronização entre processos (ver figura 3.6.b, lugares p2 e p3).

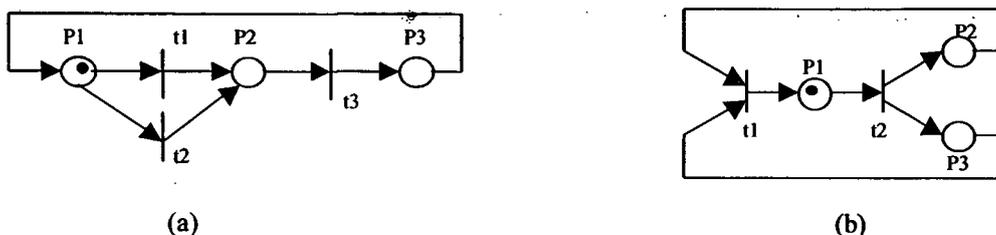


Figura 3.6 – Rede de Petri a) Máquina de estado e b) Grafo de eventos

Grafos Marcados são por natureza **fortemente conexos**, isto é, são tais que, partindo de um nó qualquer (lugar ou transição), existe um caminho ou circuito que leva de volta ao

mesmo nó. Graficamente, um circuito representa uma seqüência de disparo de transições $\sigma = t_1, t_2, \dots, t_1$. Circuitos passando no máximo uma vez por cada nó são chamados de "**circuitos elementares (γ)**", sendo a dimensão de cada circuito elementar igual ao número de lugares do grafo.

Este tipo de grafo é utilizado para avaliar sistemas cíclicos de manufatura, como é o caso dos sistemas job-shop, sempre que o roteiro de produção e o seqüenciamento das máquinas sejam previamente definidos.

Propriedades:

P1.- Todo circuito do grafo de eventos associado obtido, conservando como nó apenas as transições, é um componente conservativo (CARDOSO, 1997), isto é, se $X = [x_1, x_2, \dots, x_n]$ é um vetor com componentes inteiros não negativos, sendo "n" igual ao número de lugares do grafo de eventos, e se x_i é igual a 1 se $p_i \in \gamma$ e 0 se $x_i \notin \gamma$, então X é um P-invariante. Portanto, segundo a definição 3.5.1, o número de fichas em cada circuito elementar é invariante para qualquer seqüência de disparo de transições.

P2.- Uma condição necessária e suficiente para que um grafo de eventos seja livre de deadlock e vivo é que todo circuito elementar contenha no mínimo uma ficha, como é o caso do grafo mostrado na figura 3.7.b, onde os circuitos elementares obtidos (γ_1, γ_2 , e γ_3) contêm apenas uma ficha cada.

P3.- Uma outra condição necessária e suficiente para que um grafo de eventos seja **limitado** é que todos os lugares do grafo pertençam a pelo menos um circuito elementar, como é o caso do grafo mostrado na figura 3.7 onde os seis lugares da rede fazem parte de pelo menos um dos 3 circuitos elementares obtidos, sendo portanto a rede limitada.

Propriedades tais como vivacidade, limitação, consistência, reversibilidade e home state são propriedades qualitativas necessárias para avaliar sistemas de manufatura. É este o motivo pelo qual grafos de eventos são muito utilizados pois permitem verificar todas estas propriedades.

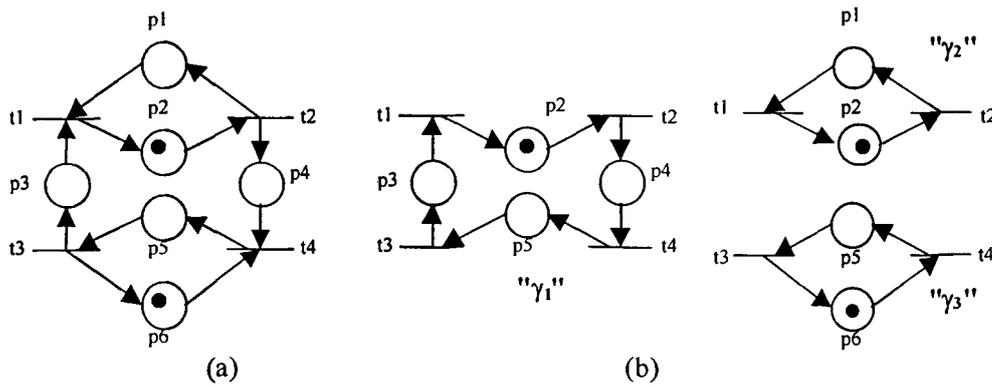


Figura 3.7 - a) Grafo de Eventos; b) Circuitos Elementares (CARDOSO 1997)

3.6.3 - Rede Escolha Livre (free-choise net)

Uma rede **escolha livre** é uma RP ordinária tal que

$$\forall p \in P, |p \bullet| > 1 \Rightarrow \forall t_k \in p \bullet, |\bullet t_k| = 1$$

isto é, um lugar p_i pode ter duas (ou mais) transições de saída (representando um conflito ou decisão) sendo p_i o único lugar de entrada dessas duas (ou mais) transições.

Redes de escolha livre possibilitam a modelagem do conflito (máquina de estado), do paralelismo e a sincronização (grafo de eventos) (MACIEL E COLEGAS, 1996). Redes de escolha livre são geralmente muito usadas para modelar o tempo médio entre falhas (MTBF) e os tempos médios entre reparos (MRT) quando utilizamos máquinas propensas a falhas (*unreliable*). Redes de escolha livre podem ser usadas também para modelar operações que correspondam a uma manutenção preventiva. A figura 3.8 mostra o funcionamento de uma máquina com essas características através de uma rede de escolha livre. A localização da ficha nos lugares p1, p2, p3, ou p4, representa o estado da máquina.

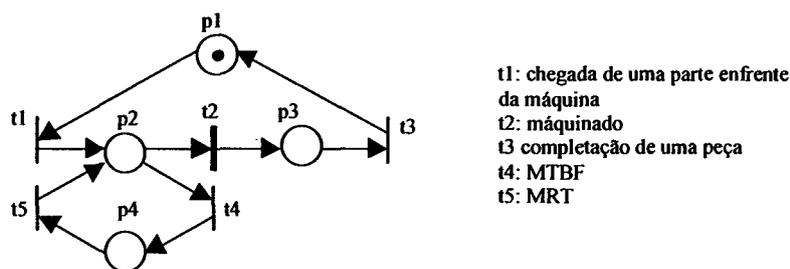


Figura 3.8 - Rede de Escolha livre

3.6.4 - Redes Livre de Conflito

Redes livres de conflito, ou livres de decisão, são redes nas quais cada lugar tem apenas uma transição de saída, isto é, $\forall p \in P, \bullet t_i = 1$. Uma classe especial deste tipo de rede é o chamado **Grafo a Eventos** que permitem a modelagem de sistemas cíclicos. Redes Livres de Conflito com Transições de Entrada e Saída (*Conflict Free Nets with Input and Output Transition* ou simplesmente **CFIO**) são uma nova classe de rede livre de conflito introduzida por Harhalakis et al. (1992) que é apropriada para modelar e analisar sistemas de manufatura não cíclicos. Redes CFIO são caracterizadas por possuírem lugares de controle (DICESARE et al., 1993) e dois tipos de transições que suportam o comportamento não-cíclico.

O primeiro tipo de transições que são as transições de entrada, servem para modelar a entrada de fichas (matéria prima e/ou peças) no sistema (sistema de manufatura); enquanto que o segundo tipo, que são as transições de saída, servem para modelar a remoção de fichas da rede, que num sistema de manufatura representam produtos acabados ou peças semi-acabados deixando o sistema.

Redes CFIO são uma sub-classe de **RP Ordinária e Pura** com as seguintes características:

- a) são estruturalmente livres de conflito, isto é, cada lugar possui apenas uma única transição de saída

$$\bullet t_1 \cap \bullet t_2 = 0, \forall t_1, t_2 \in T.$$

- b) não incluem lugares de entrada e saída, isto é,

$$\bullet T = T \bullet$$

- c) possuem no mínimo uma transição de entrada e uma de saída, isto é,

$$T - P \bullet \neq 0, \text{ e } T - \bullet P \neq 0$$

A respeito deste tipo de redes, as seguintes propriedades foram estabelecidas por Harhalakis et al. (1992):

- 1) uma rede **CFIO** é viva se e somente se cada circuito elementar contém no mínimo uma ficha;
- 2) uma rede **CFIO** não é estruturalmente limitada devido a que possui transições fonte. Na rede da figura 3.9 que é uma CFIO, por exemplo, t_1 e t_2 representam transições fonte as

quais podem disparar indefinidamente, permitindo assim que p_1 e p_2 possam acumular infinitas fichas, tornando desse modo a rede ilimitada.

- 3) se uma rede CFIO é consistente, então qualquer marcação válida da rede pode ser alcançável a partir de qualquer outro estado válido, isto é, $M_0 \in A(RP, M_0)$.
- 4) se um lugar p , que corresponda a qualquer um dos circuitos elementares de uma rede CFIO, possuir mais de uma transição de entrada, então a rede não é consistente.

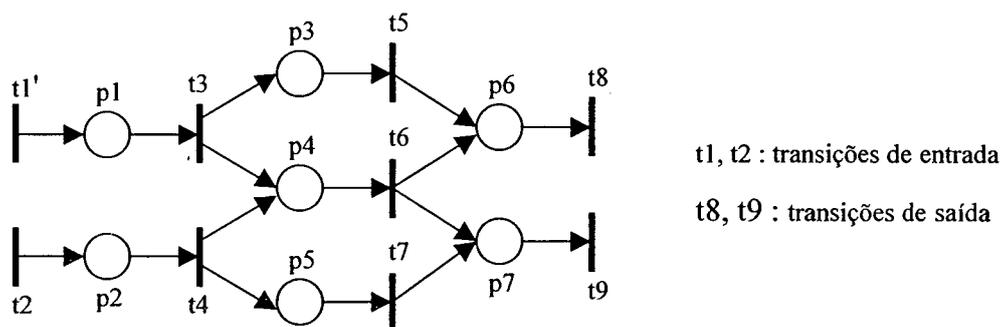


Figura 3.9 - Rede CFIO

3.7 - Redes de Petri Temporizadas

Para representar e analisar problemas ligados a atividades de produção, a incorporação do tempo num modelo de RP é de vital importância, sobretudo quando estamos interessados em avaliar seu desempenho, achar um programa que permita produzir a quantidade planejada para cada período de produção ou controlar o sistema em tempo real.

Existem várias formas de introduzir o tempo numa RP (ZUBERECK, 1980). Em alguns casos o tempo é associado ou a lugares (LEE and DiCESSARE, 1994) ou a transições (DiCESSARE et al., 1993). No presente trabalho o tempo será associado às transições conforme introduzidas por Ranchandani (DiCESSARE et al., 1993), de modo a que, daqui em diante, toda atividade de um sistema de manufatura que consuma um determinado tempo (determinístico) para a sua execução será modelado por uma transição enquanto que condições (restrições) serão representados por lugares.

Definição 3.7.1.- Uma RP com transições temporizadas (RPT-t) é uma dupla $\langle RP, Z \rangle$, onde:

- a) $RP = (P, T, I, O)$ é uma Rede de Petri como definida anteriormente e
- b) $Z: T \rightarrow \mathbf{R}^+$, é uma função que designa um número real não negativo z_i a cada transição da rede.

$z_i = Z(t)$ representa o tempo de disparo da transição t_i .

O funcionamento de uma RPT-t segue as mesmas regras definidas no item 3.3 com a única diferença de que aqui cada transição t_i consome z_i unidades de tempo. O disparo de uma transição compreende três fases que são (DiCESARE, 1993):

- a) uma transição t é disparada assim que ela estiver habilitada; nesta fase, $I(p, t)$ fichas são removidas de cada lugar de entrada da transição segundo a função de peso W ;
- b) as fichas removidas dos lugares de entrada permanecem por z_i unidades de tempo na transição;
- c) quando o disparo da transição termina, após z_i unidades de tempo, $O(t, p)$ fichas são depositadas em cada lugar de saída de t segundo a função de peso W .

A figura 3.10 Representa o disparo de uma transição em três fases.

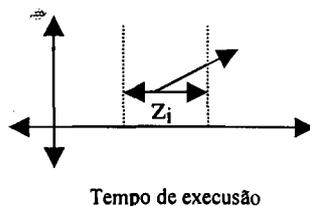
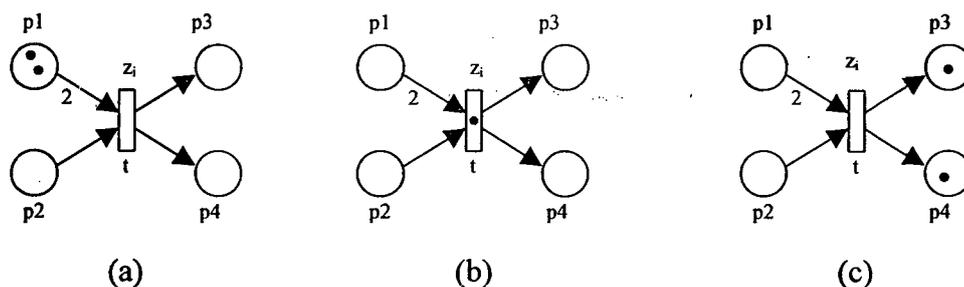


Figura 3.10 - Visualização das três fases de disparo de uma RPT-t: a) t desabilitado, b) início do disparo de t após a chegada de uma ficha em p_2 e c) fim do disparo.

Para evitar que em uma RPT-t a mesma transição dispare duas vezes simultaneamente, devido a que um recurso só pode realizar uma tarefa por vez, associa-se geralmente a cada transição temporizada um lugar q de modo a formar um *self loop*, isto é, $q \in \bullet t$ e $q \in t \bullet$. Cada lugar q possuirá apenas uma ficha representando a disponibilidade do recurso, e o conjunto desses lugares q serão representados por $Q = \{ q_1, q_2, \dots, q_m \}$, onde m representa o número de recursos (máquinas) utilizadas no sistema. Uma RP temporizada com estas características é chamada de non-reentrant.

3.8 - Técnicas de Análise das Redes de Petri

Nos itens anteriores foram apresentadas as diversas propriedades de uma Rede de Petri, tanto comportamentais como estruturais. Para verificar a presença ou não de tais propriedades numa Rede de Petri existem vários métodos/técnicas de análise (MURATA, 1989; PETERSON, 1981) tais como a árvore de alcançabilidade (ou grafo de alcançabilidade), análise invariante e análise algébrica.

3.8.1 - Árvore de Alcançabilidade

Dada uma Rede de Petri Marcada $RPM = (RP, M_0)$, a sua árvore de alcançabilidade consiste em achar todas as marcações (estados) que podem ser alcançadas a partir de M_0 . Se a rede for limitada, a árvore de alcançabilidade é **finita** e as diversas propriedades podem ser facilmente verificadas. Se a rede for ilimitada, a árvore de alcançabilidade é **infinita** sendo portanto impossível a sua construção. **Árvores finitas** são geralmente conhecidas como **árvores de cobertura** (ver figura 3.4). Árvores de alcançabilidade podem ser representados por árvores de cobertura (tornando-se finitas), porém existirá certa perda de informação a respeito do funcionamento (ou estados) do sistema. Nestas árvores, nós representam as marcações alcançáveis a partir da marcação inicial enquanto cada arco representa o disparo de uma transição, (ver figuras 3.11, 3.12 e 3.13).

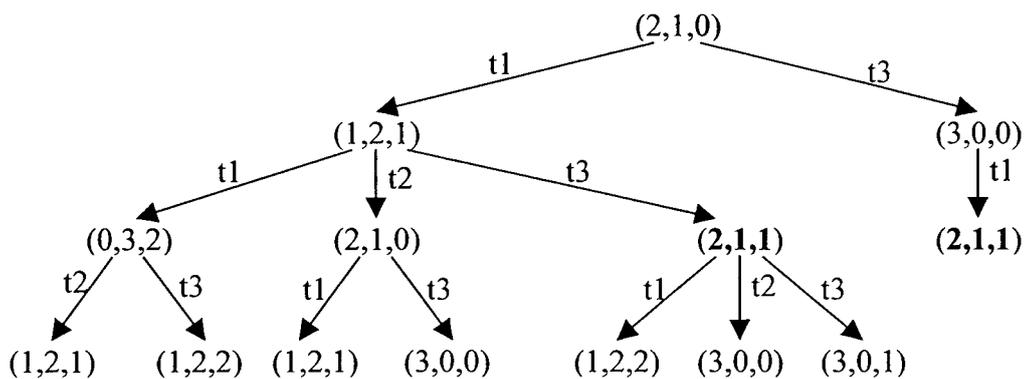


Figura 3.11 - Três primeiros níveis da árvore de alcançabilidade da rede da figura 3.13.

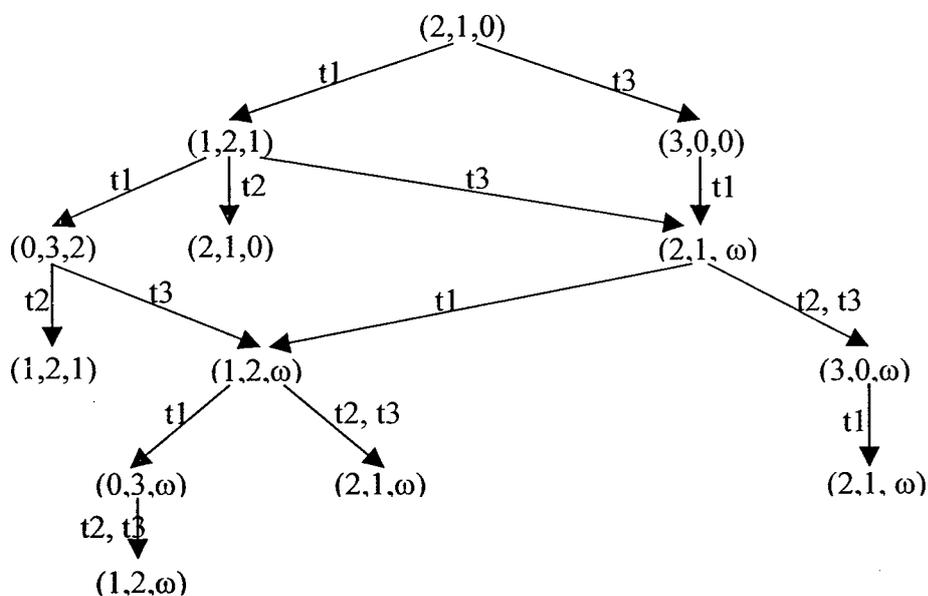


Figura 3.12 - Árvore de cobertura correspondente à Rede de Petri da figura 3.13.

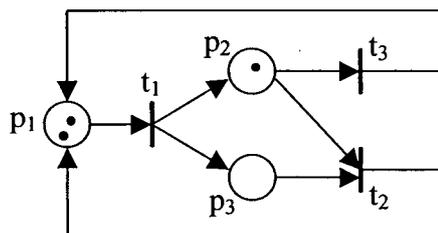


Figura 3.13 - Rede de Petri ordinária (PROHT, 1996)

A respeito da árvore de alcançabilidade, as seguintes conclusões podem ser obtidas:

- 1) Uma RP é limitada sempre que não aparecer a letra ω na árvore. Neste caso, a árvore de cobertura permite saber todas as marcações (o qual é finito) a partir da marcação inicial M_0 . Limitação é uma propriedade muito importante em sistemas de manufatura porque permite controlar a quantidade dos estoques intermediários, permitindo que o mesmo se mantenha sempre abaixo de um determinado nível.
- 2) Uma RP é ilimitada sempre que aparecer a letra ω em qualquer nó da árvore. A aparição da letra ω na árvore indica que no lugar em que aparece ω existe acúmulo de fichas o qual pode crescer indefinidamente.
- 3) Quando um nó da árvore (marcação) não habilita nenhuma transição (nó terminal), isso indica que após n disparos de transições o sistema não evolui mais, entrando em deadlock. Deadlock numa rede que modela um sistema de manufatura ajuda a detectar estados do sistema, que nunca irão acontecer.
- 4) Uma RP é reinicializável (reversível) se não existir nós terminais na árvore e todos os nós duplicados forem iguais ao nó raiz.
- 5) Uma RP é viva se não existir nós duplicados.

Uma desvantagem de se utilizar este método é o fato de se tornar exaustivo para redes muito grandes. Um algoritmo para construir a árvore de alcançabilidade pode ser achado em Murata (1989).

3.8.2 - Análise Invariante

Este tipo de análise utiliza para a verificação das propriedades a estrutura da rede representada pela matriz de incidência. Embora não exaustivo, é limitado para RP puras.

- 1) Uma RP é limitada se para todo $p \in P$, $p \in X$, sendo X um invariante de lugar.
- 2) Uma RP é viva se cada um dos lugares da RP pertence a pelo menos um invariante de transição.
- 3) Uma RP é reversível se existir invariantes de transição.

3.8.3 - Análise por Redução

Quando a complexidade de sistemas do mundo real nos leva à construção de uma rede muito grande, como é o caso de sistemas de manufatura complexos, resulta impossível analisar a rede utilizando o grafo de alcançabilidade ou métodos invariantes. Daí que muitos pesquisadores têm desenvolvido técnicas de redução (BERTHELOT, 1982; LEE and FAVREL, 1985,1987). Esta técnica consiste em aplicar regras de redução a modelos relativamente grandes com a finalidade de obter posteriormente um modelo (rede) mais simples (pequeno) que apresente as mesmas propriedades da rede inicial. Esta redução é feita retirando da RdP lugares e/ou transições que não afetam as propriedades, via de regra. Portanto, a razão básica de aplicar métodos de redução é a de diminuir a complexidade da análise. Redes de Petri de alto nível tais como RdPs Predicado/transição, RdPs Coloridas (JENSEN, 1981) e algumas RdPs estendidas, podem ser usadas também para superar o problema de complexidade.

Uma outra abordagem da análise por redução é o método de síntese (DiCESSARE et al.; 1993). Técnicas de síntese consistem em construir modelos sistematicamente e progressivamente numa maneira tal que preserve todas as propriedades desejáveis ao longo do processo de construção do modelo. Diferentemente dos dois métodos vistos nos itens anteriores, onde as propriedades são verificadas após a modelagem do sistema, neste método de síntese as propriedades são conhecidas durante o processo de modelagem.

Existem duas abordagens de técnicas de síntese que são: a abordagem top-down e a abordagem bottom-up.

A modelagem de um sistema utilizando a abordagem top-down consiste em construir inicialmente um modelo agregado do sistema, o qual posteriormente é refinado progressivamente introduzindo cada vez mais detalhes. A idéia básica do refinamento consiste em substituir um lugar ou transição por um bloco bem formado.

3.9 - Conclusão

O presente capítulo teve como objetivo apresentar a teoria das Redes de Petri, a qual será utilizada no próximo capítulo como uma ferramenta capaz de modelar os diversos componentes de sistema de manufatura assim como o sistema como um todo.

CAPÍTULO 4 - APLICAÇÃO DE REDES DE PETRI A SISTEMAS DE PRODUÇÃO

4.1 - Introdução

Com a incorporação do tempo às redes de Petri por Merlim (MERLIM, 1974), Ranchandani (RANHANDANI, 1974) e Sifakis (SIFAKIS, 1977), as Redes de Petri começaram a ser utilizadas para representar e analisar problemas ligados a atividades de produção onde o tempo resulta sendo um fator muito importante. Desde então, o uso das RPs em ambientes de manufatura tem sido constante sobretudo a partir da década dos 80 conforme atestam uma série de artigos publicados (FAVREL AND LEE, 1984; DUBOIS AND STEKE, 1983; KAMAT and VISWANADHAM, 1986; DAVID and ALLA, 1994).

Além da incorporação do tempo ao modelo, sua facilidade para representar situações tais como concorrência, paralelismo, sincronização entre processos, competição por um único recurso.. etc, que dificilmente são representadas por outros modelos (como redes de filas, redes PER/CPM, etc) tornou as redes de petri ainda mais importantes para o seu uso no gerenciamento de sistemas produtivos (PROTH, 1994). Esta aplicação deu-se sobretudo em ambientes complexos e altamente automatizados, como é o caso dos Sistemas Flexíveis de Manufatura (FMS) e Sistemas de Manufatura Automatizados em geral, e vem cada vez mais ganhando maior interesse na sua aplicação na indústria apesar da desvantagem que apresenta esta ferramenta na análise, devido à explosão combinatória de estados.

Como ferramenta gráfica, as RP servem como uma técnica de modelagem visual permitindo: a) o diálogo entre as diversas pessoas envolvidas na fase do projeto e operação, b) do ponto de vista matemático, ser usado para montar equações de estado através de equações algébricas como visto no capítulo 3 e c) simulações.

RPs nestes últimos anos, sobretudo a partir do final da década dos 80, têm sido usadas geralmente para modelar, simular e analisar sistemas de manufatura (AL-JAAR and DESROCHERS, 1998; DICESARE et al., 1993; DAVID and ALLA, 1994; CHETTY and GNANASEKARAN, 1996).

4.2 - Modelagem de Sistemas de Manufatura por Redes de Petri

Como foi visto no capítulo 2, um sistema de manufatura é formado por um **conjunto de recursos** (máquinas, ferramentas, transportadores, pallet,...etc), os quais são necessários para transformar matéria prima (ou partes) em produtos acabados (ou semi acabados/subprodutos), o **layout da fábrica** e um **sistema de gerenciamento** ou controle. A seguir apresentaremos uma metodologia para a modelagem dos sistemas de manufatura.

Devido a que num sistema de manufatura geralmente estão envolvidos diversos tipos de recursos interagindo entre si, a sua modelagem resulta usualmente complexa, sobretudo quando recursos são compartilhados para executar diversas tarefas. Para evitar essa complexidade inerente, uma abordagem modular (JENG, 1992; RIGHINI, 1993) resulta sendo a melhor forma para modelar e analisar sistemas complexos de manufatura.

Geralmente uma abordagem modular consiste em (RIGHINI, 1993; PROTH, 1996):

- a) decompor o sistema de manufatura em pequenos módulos os quais podem ser facilmente modelados e analisados;
- b) modelar cada módulo em separado, usando Redes de Petri;
- c) checar as propriedades qualitativas requeridas (limitação, vivacidade, reversibilidade, home state, consistência, ... etc) para garantir o bom funcionamento do sistema;
- d) analisar as propriedades quantitativas de cada módulo, como: produtividade, índices de utilização de recursos, níveis médios de inventário,...etc
- e) integrar os diversos modelos numa forma que mantenha as propriedades qualitativas dos diversos módulos;
- f) deduzir as propriedades quantitativas do sistema integrado a partir das propriedades dos módulos componentes.

Exemplo 4.2.1.- Consideremos um Sistema Flexível de Manufatura formado por 3 máquinas (M1, M2 e M3), um robô (R) e um buffer (B) com capacidade de k espaços como mostra a figura 4.1 (JENG, 1992). O sistema produz um único produto a partir de matéria prima bruta, o que requer duas operações; uma sobre a máquina M1 e a outra sobre a máquina M2 ou M3. Considera-se que neste sistema, M1 carrega e descarrega automaticamente a matéria prima e a

matéria processada respectivamente, e M2 e M3 apenas descarregam o produto final automaticamente.

O funcionamento do sistema segue a seguinte ordem de operação (relação de precedência):

- M1 carrega a si mesmo com uma parte de matéria prima e realiza a primeira operação;
- a seguir a matéria prima processada por M1 é descarregada automaticamente e colocada num buffer (B, de tamanho k);
- R1 pega uma parte do buffer B e carrega, M2 ou M3, dependendo de qual das duas máquinas está disponível para realizar a segunda operação;
- finalmente M2 (M3) descarrega a parte automaticamente, movendo o produto final para fora do sistema.

O sistema é decomposto em 5 módulos que são: módulo 1, que corresponde à máquina 1; módulos 2 e 3, respectivamente, que correspondem às máquinas 2 e 3; módulo 4, que corresponde ao funcionamento do buffer e, finalmente, o módulo 5, que corresponde ao funcionamento do robô. Os respectivos modelos de cada módulo são dados na figura 4.2

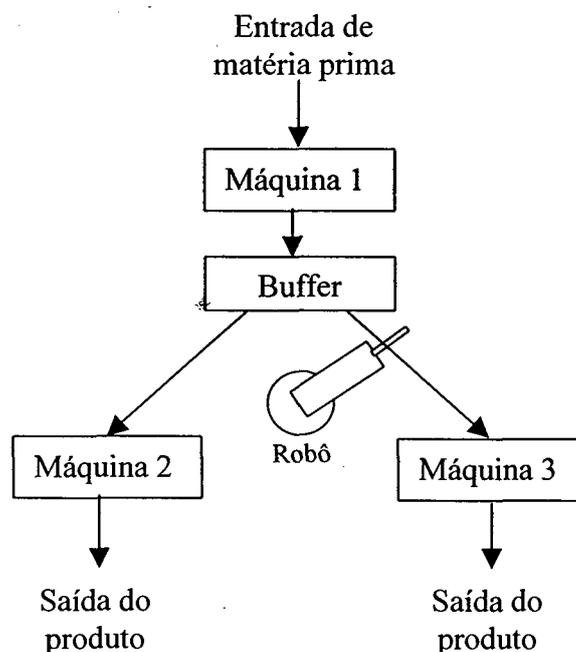


Figura 4.1 - Sistema flexível de manufatura (JENG 1992)

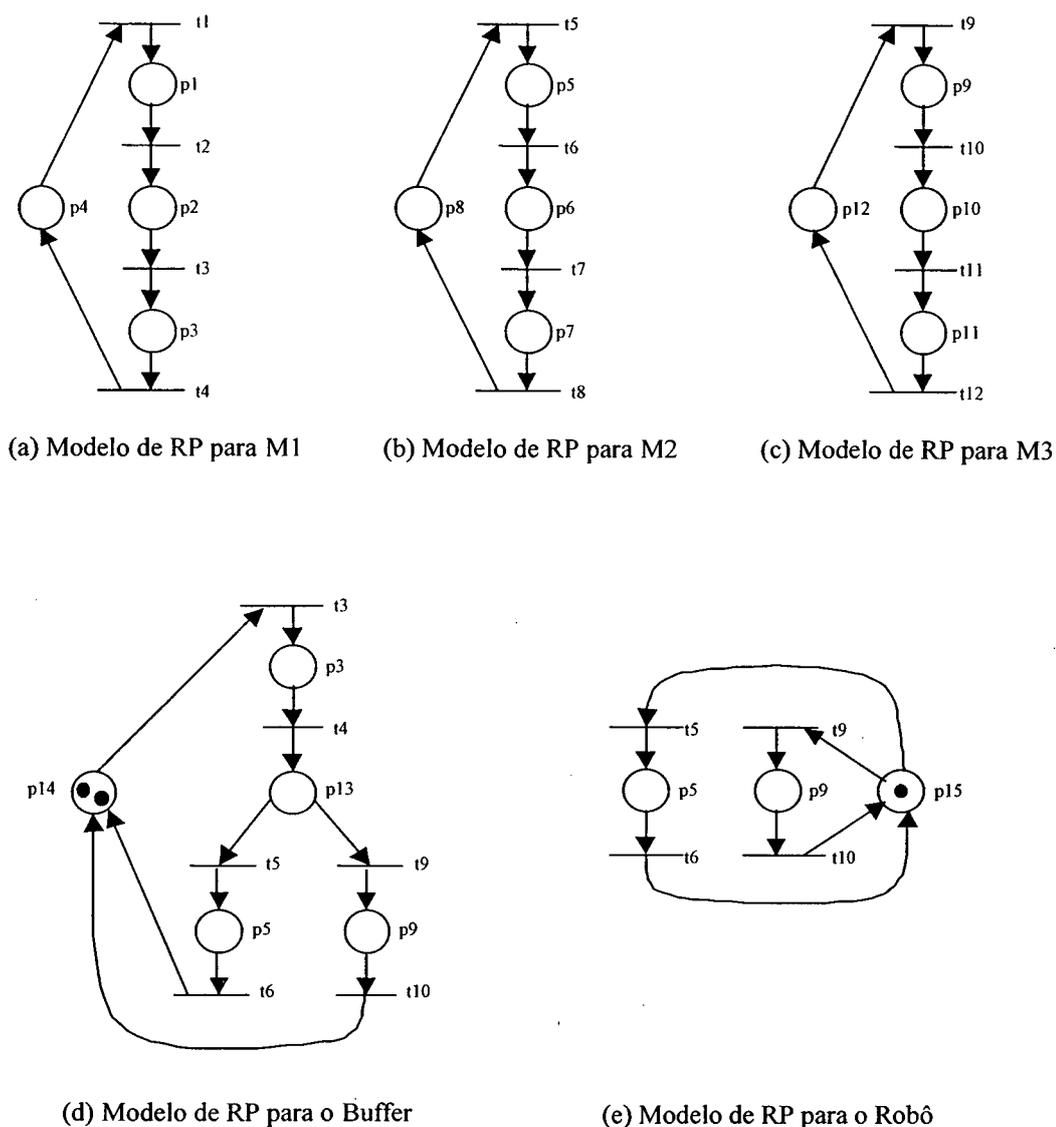


Figura 4.2 - Modelagem por módulos para cada recurso utilizado no sistema do exemplo 4.1

Sempre que pensamos em produção (ou manufatura) de um produto, geralmente estão envolvidos nesse processo uma lista dos recursos disponíveis, assim como um conjunto de operações (atividades de transformação ou montagem), tempos designados para a realização de cada operação, relações de precedência entre operações que determinam o roteiro de produção,...etc. O roteiro de produção (*routing ou process planning*) conjuntamente com os tempos de operação determinam o **Processo de Manufatura**.

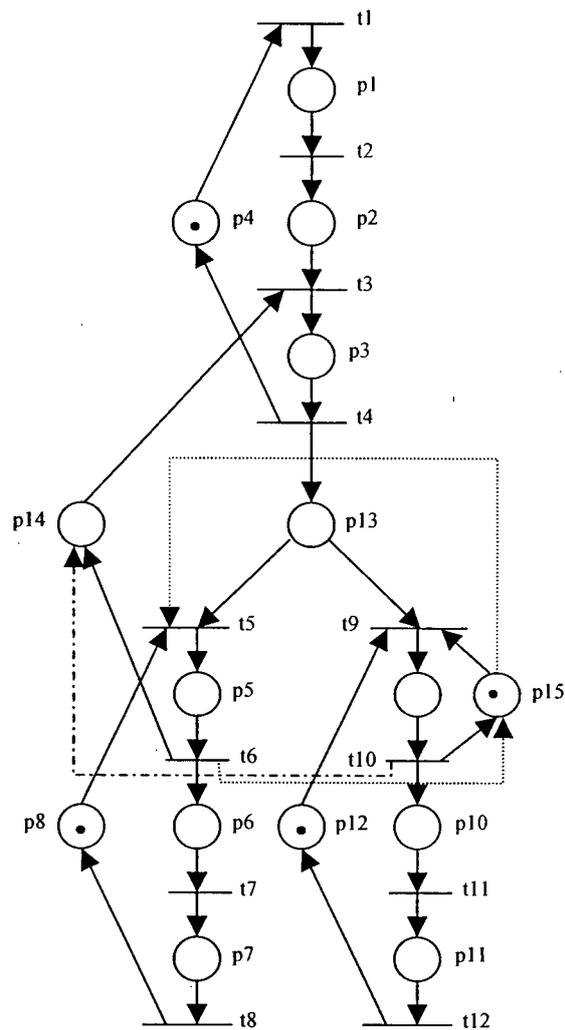


Figura 4.3 - Rede de Petri final, após a fusão dos módulos da figura 4.2

p1	M1 carrega a si mesmo com uma parte de matéria prima (MP)
P2	M1 processa a matéria prima
P3	M1 descarrega automaticamente a MP processada e move a mesma para o buffer (B).
P4	M1 está disponível
P5	R carrega M2 com uma parte processada estocada em B.
P6	M2 realiza a segunda operação sobre MP.
P7	M2 descarrega automaticamente a MP processada e move o produto para fora do sistema
P8	M2 está disponível.
P9	R carrega M3 com uma parte processada estocada em B.
P10	M3 realiza a Segunda operação sobre MP.
P11	M3 descarrega automaticamente MP processada a e move a mesma para fora do sistema
P12	M3 está disponível
P13	Espaços do buffer ocupados com matérias primas processadas.
P14	Espaços do buffer vazios.
p15	Robô (R) disponível

Tabela 4.1 - Interpretação dos lugares para a Rede de Petri da figura 4.3

A figura 4.3 modela a rede completa do sistema, onde as transições representam o início e/ou fim de cada operação, e uma lista com a interpretação de cada lugar é dada na tabela 4.1.

4.3 - Modelagem de um Processo de Manufatura

4.3.1 - Processo de Manufatura Linear

Processos de manufatura linear geralmente correspondem a sistemas do tipo *flow shop*, onde as operações são realizadas em forma seqüencial, isto é, o material flui sempre da primeira para a última máquina, as quais são separadas por *buffers*. A figura 4 mostra um processo de manufatura linear com 3 máquinas e dois buffers. As transições t_1 , t_2 e t_3 representam as operações e " θ " representa o tempo requerido por cada operação. É importante observar que a cada transição está associado um *self loop* garantindo assim que cada máquina não poderá realizar mais do que uma operação ao mesmo tempo. A modelagem da capacidade dos *buffers* será visto posteriormente.

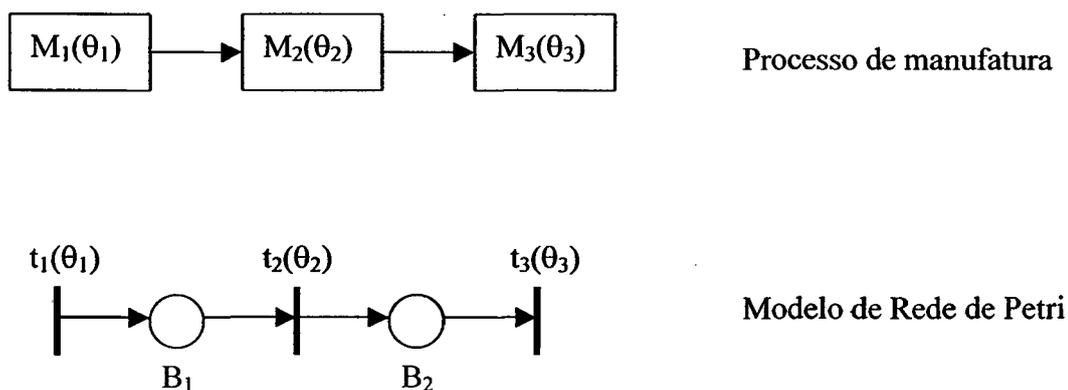


Figura 4.4 - Modelo de um processo de manufatura linear com Redes de Petri

4.3.2 - Processo de Manufatura não-Linear

Sistemas de manufatura não linear geralmente correspondem a sistemas de montagem, onde o processo de manufatura é representado através de uma árvore chamada de "lista de materiais" (Bill of Material) como mostra a figura 4.5, onde também é mostrado o

correspondente modelo baseado em RP. Nesta figura, três tipos de matéria prima MP1, MP2 e MP3 são necessários para fabricar um produto final P.

As matérias primas MP1 e MP3 são submetidas às operações O1 (que precisa de duas partes de MP1) e O3, enquanto que MP2 é submetida a duas operações diferentes e separadas, O2 e O4. Logo, três componentes provenientes de MP1 (resultado da operação O1) e MP2 (resultado da operação O2), respectivamente, são montados na operação O5, enquanto que um componente proveniente de MP2 (resultado da operação O4) e dois de MP3 (resultado da operação O3), respectivamente, são montados na operação O6. Finalmente duas partes montadas em O5 e O6, respectivamente, são montadas através da operação O7 para se obter uma unidade de produto final P.

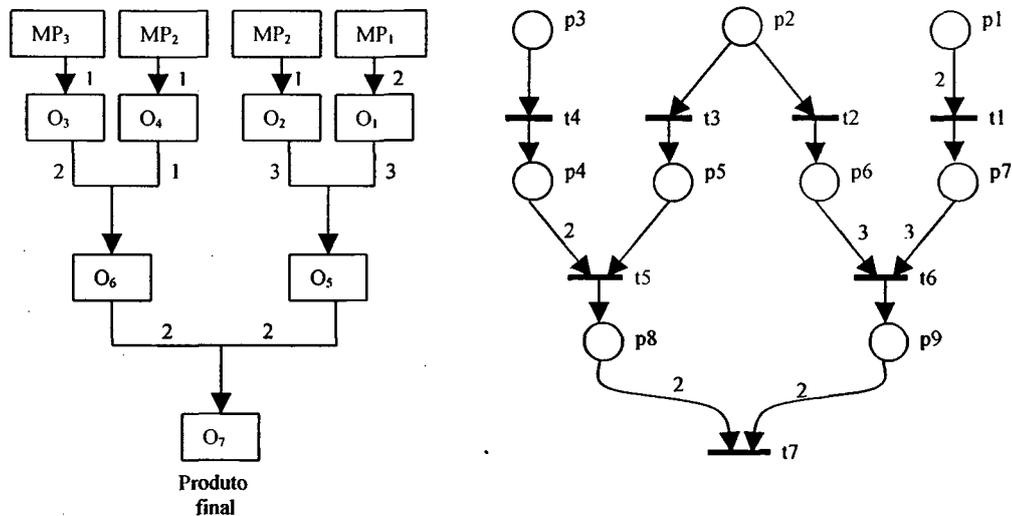


Figura 4.5 - Processo de Manufatura não linear e seu respectivo modelo de RP.

4.4 - Modelagem dos Elementos Básicos de um Sistema de Manufatura

A seguir, será mostrado o processo de modelagem para os diversos recursos utilizados num processo de manufatura utilizando Redes de Petri. Estes módulos podem posteriormente ser agrupados seguindo certas regras (JENG, 1992) até a obtenção do modelo final o qual preserva as propriedades previamente achadas em cada módulo como no exemplo 4.1.

Das muitas formas de representação dos estados e eventos de um sistema de manufatura, duas são as mais comuns: **a) Lugares** podem representar a disponibilidade de

recursos (restrições) ou o estado de uma operação (ou atividade), enquanto que **transições** representam eventos, como mostra a figura 3.3 (b) (Nesta figura, p_1 e p_2 representam as restrições (recursos) necessárias para o disparo de t_1 (evento, início do disparo) e p_1' representa o estado do sistema (máquina processando matéria prima)) e b) **Lugares** representam apenas condições (restrições), enquanto **transições** modelam eventos que desta vez representam atividades.

Na figura 3.3 (a) por exemplo, p_1 e p_2 representam as condições para o disparo de t_1 , enquanto que t_1 representa o evento (atividade) máquina processando matéria prima. No presente trabalho será utilizado a segunda forma de modelagem devido a sua facilidade e simplicidade de representação. Neste processo de modelagem, um **lugar** irá modelar qualquer recurso utilizado no processo de manufatura (máquinas, sistemas de transporte, buffers, etc), assim como o estado do mesmo (recurso processando um produto); **transições** irão representar o início e fim de uma operação; **fichas** representarão o número de recursos disponíveis e arcos direcionados irão representar as relações de precedência.

4.4.1 - Modelagem de Tipos de Máquinas

a) **Máquinas dedicadas.**- Este tipo de máquinas é geralmente utilizado para produzir um único tipo de produto com alto índice de demanda (PROTH, 1996.a). A figura 4.6 mostra o modelo deste tipo de máquinas, onde os lugares " E " e " S " representam os respectivos buffers de entrada e saída de produtos (pode ser matéria prima, produtos semi acabados,... etc) e a transição " t " representa a operação realizada pela máquina com um tempo de manufatura θ .

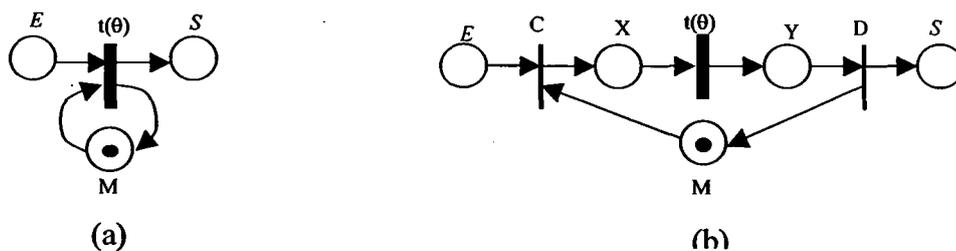


Figura 4.6 - Dois modelos de máquinas dedicadas

Na figura (a), o lugar M , que representa o recurso máquina, possui apenas uma ficha, garantindo desse modo que a transição t que modela uma operação, não pode ser disparada duas vezes simultaneamente, o que indica que a máquina só poderá realizar uma operação por vez. Por outro lado, uma descrição mais detalhada do funcionamento da máquina pode ser dada pela figura (b), onde existe apenas uma ficha no circuito $M-C-X-t(\theta)-Y-D-M$. A posição da ficha em cada um dos lugares M , X , e Y , respectivamente, indicará os possíveis estados da máquina num determinado momento no tempo. Por exemplo, se a ficha estiver posicionada em M , indicará que a máquina está disponível para uma nova operação; se estiver sobre X , indicará que a máquina está carregada com uma peça pronta para ser processada, e se estiver sobre Y , a peça estará pronta para ser descarregada.

As transições C e D representam os processos de carga e descarga, respectivamente, da máquina com uma peça. Neste caso, supõe-se que os processos de carga e descarga são instantâneos. Se for o caso que estes processos ocupem um determinado tempo, então serão alocados esses tempos às transições C e D na figura (b). Por outro lado, se a modelagem for feita como mostrado na figura (a) o tempo da transição t será a soma dos tempos de carga-operação-descarga.

Para o caso onde existam mais de uma máquina que realizam a mesma operação (máquinas idênticas), o modelo que representa o funcionamento de todas elas é obtido apenas incrementando-se o número de fichas (em número igual à quantidade de máquinas) no lugar M . Neste caso, a transição C da figura 4.6-b poderá disparar n vezes simultaneamente, indicando que vários produtos do mesmo tipo estão sendo processados ao mesmo tempo em diferentes máquinas.

b) **Máquinas Multi-Operacionais.**- Geralmente é todo tipo de máquina projetado para realizar diversos tipos de operações com ou sem prévia troca de ferramentas, sendo portanto multi-operacionais. Este tipo de máquinas poderá ter um modelo semelhante ao da figura 4.6 (ver figura 4.7).

Neste modelo, o circuito formado pelos lugares $X_1-Y_1-M-X_2-Y_2$ possui apenas uma ficha em qualquer momento do tempo, o qual indica que a máquina não poderá realizar duas operações diferentes ao mesmo tempo, isto é, ou dispara primeiro a transição C_1 para produzir uma unidade do produto 1 ou dispara primeiro a transição C_2 para produzir uma unidade do produto 2.

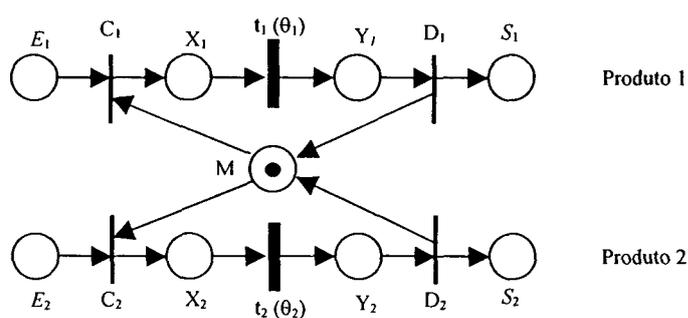


Figura 4.7 - Modelo de RP para uma máquina multi-operacional

A decisão sobre qual das duas transições dispara primeiro quando M contém uma ficha corresponde a um problema de programação, fato que será estudado posteriormente.

Semelhante ao caso anterior, quando existem várias máquinas que realizam o mesmo tipo de operações, o modelo de RP para todas as máquinas é o mesmo que o da figura 4.7, exceto que o número de fichas no lugar M será equivalente ao número de máquinas disponíveis. Neste caso, as transições C_1 e C_2 poderão disparar tantas vezes quanto o número de fichas que contenha o lugar M.

Caso os tempos de manufatura sejam diferentes apesar de serem máquinas idênticas (fato devido ao desgaste ou outros problemas), o modelo deste tipo de sistemas será obtido duplicando o número de lugares e transições tantas vezes quanto seja o número de máquinas disponíveis, isto é, cada máquina terá uma representação igual ao modelo da figura anterior.

c) **Máquinas Montadoras.**- Este tipo de máquinas, diferentemente das máquinas simples, precisa que diversos componentes estejam disponíveis na entrada da máquina para que a mesma possa realizar uma determinada operação de montagem, a fim de obter um determinado produto acabado (ou semi-acabado). A figura 4.8 mostra uma máquina deste tipo que é capaz de realizar dois tipos de montagens (produtos) diferentes.

O modelo mostra que, para se obter uma unidade do produto 1, são necessárias duas unidades do componente depositado no buffer E_1 e uma unidade do componente depositado no buffer E_3 . Por outro lado, para se obter uma unidade do produto 2, serão necessárias duas unidades do componente depositado no buffer E_3 e três unidades do componente depositado no buffer E_2 .

Os componentes depositados nos três *buffers* podem ser ou produtos adquiridos ou produtos resultantes de uma prévia operação. Neste caso, cada *buffer* possuirá uma transição de entrada que modelará a chegada de um componente inicial (adquirido) ou um componente produto de uma prévia operação.

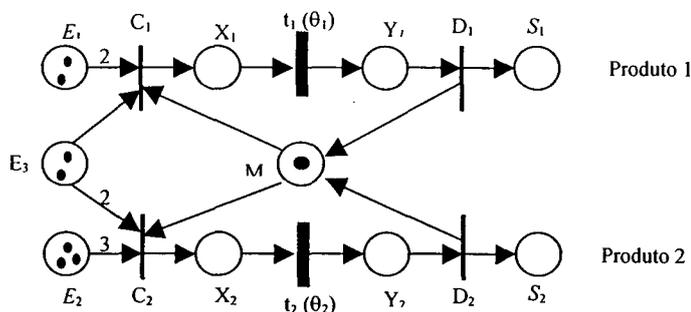


Figura 4.8 - Modelo de RP para uma máquina montadora

d) **Máquinas inspetoras.**- Este tipo de máquinas é desenhado para verificar (checar) a qualidade dos produtos após uma determinada operação ou no final do processo produtivo.

Após a verificação de um produto, ele pode ser aceito como bom ou apresentar defeito. Neste ultimo caso, dependendo das especificações do produto, o mesmo pode ser rejeitado ou ser enviado novamente ao sistema de manufatura para retrabalho. A figura 4.9 mostra este tipo de máquina, onde a transição t representa a operação de verificação (checagem). As transições D_1 , D_2 e D_3 representam as três classificações do produto após a operação de verificação. Neste caso, D_1 dispara se o produto for bom, D_2 dispara se o produto for rejeitado e D_3 disparará se o produto precisar de retrabalho. Os lugares E_2 , E_3 e E_4 , representam os inventários (ou estoques) de produtos bons, rejeitados e produtos que precisam de retrabalho.

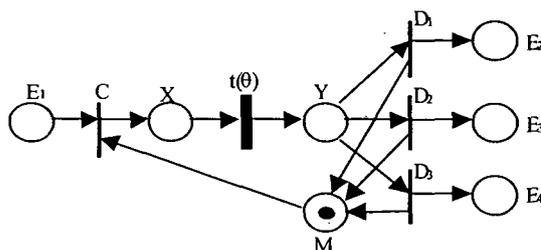


Figura 4.9 - Modelo de RP para uma máquina inspetora

4.4.2 - Sistemas de Transporte

Sistemas de transporte são utilizados geralmente para transportar um produto de uma máquina para outra, ou de uma máquina para buffer (lugar onde o produto permanece temporariamente até ser requerido por outra máquina) e vice-versa (buffer para máquina). Dentre os meios de transporte mais utilizados numa empresa manufatureira, que serão descritos nesta seção, estão os chamados AGVs ou Veículos guiados Automaticamente e os robôs.

- a) **Veículos Guiados Automaticamente (AGV).**- Este tipo de sistema de transporte é muito utilizado para transportar produtos de uma estação de trabalho a outra dentro do sistema de manufatura através do chão da fábrica. AGVs possuem uma variação de modelos dependendo de seu uso dentro do sistema de manufatura. Para uma melhor compreensão, o leitor pode consultar o trabalho de Shiizuka and Suzuki (1994).
- b) **Transportadores (conveyors).**- Este tipo de transporte é geralmente usado para transportar objetos (produtos) pesados ou volumosos de uma máquina para outra num sistema onde o fluxo de produtos é constante.

Devido à natureza física deste tipo de transporte, este é dividido em seções seqüenciais, onde cada seção representa uma porção do mesmo a qual pode transportar no máximo um único produto por vez. A figura 4.10 mostra um transportador dividido em 3 partes, as quais são usadas para transportar produtos de uma máquina a outra.

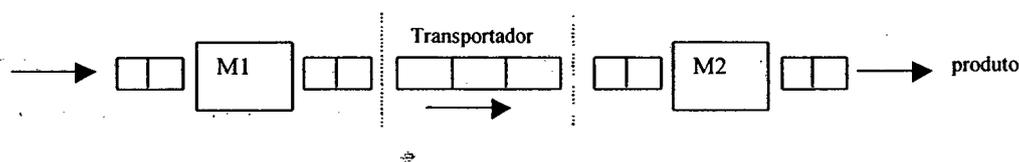


Figura 4.10 - Sistema de manufatura com duas máquinas e um transportador

O modelo baseado em RP para este transportador é dado na figura 4.11. Neste modelo, as transições $t_1(\theta)$ e $t_4(\theta)$ representam as operações de entrada e saída de um produto (ou *pallet*) ao transportador, com seus respectivos tempos, e as transições t_2 e t_3 representam o movimento de um produto de uma seção para a próxima sendo θ seu tempo de passagem. Os lugares P_i e S_i representam os estados de cada seção, sendo designada portanto apenas uma

ficha para cada par de lugares P_i e S_i . Uma seção i do transportador estará ocupada se a respectiva ficha estiver localizada no lugar S_i , e vazia se a ficha estiver no lugar P_i .

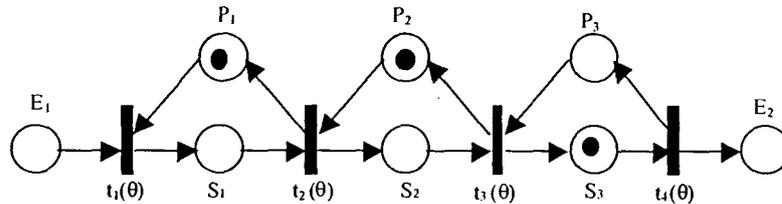


Figura 4.11 – Modelo de RP para o sistema da figura 4.10

Um outro tipo de sistema de transporte utilizados em sistema de manufatura são os chamados guindastes (*Cranes*), que são sistemas de transporte que permitem a movimentação de produtos de um ponto qualquer do chão da fábrica para um outro, via aérea, ignorando qualquer obstáculo físico.

Industrialmente existem dois tipos de guindastes: a) guindastes de um Eixo, que permitem a movimentação de produtos num único sentido e b) guindastes de dois eixos, que permitem movimentar produtos em dois sentidos perpendiculares, permitindo assim movimentar um produto de um ponto qualquer para um outro dentro do ambiente físico do sistema de manufatura. A modelagem de um guindaste é semelhante ao modelo de um AGV.

c) **Robôs.**- Este tipo de recurso de transporte é usado geralmente para realizar movimentos de componentes relativamente leves e sua área de alcance é limitada e restringida pelo braço do mesmo. Este tipo de transporte é geralmente utilizado para movimentar peças (ou produtos) de uma máquina para outra ou de uma máquina para um buffer e vice-versa. A figura 4.12 mostra este caso, onde o sistema produtivo utiliza um robô como meio de transporte num *flow shop* (sistema linear), e cujo modelo baseado em Redes de Petri é dado na figura 4.13.

Neste sistema produtivo, o robô inicialmente carrega uma peça do buffer de entrada para a máquina M1, logo movimenta o produto de M1 para M2 e de M2 para M3 para finalmente descarregar a peça de M3 para o buffer de saída. No seu modelo de redes de Petri mostrado na figura 4.13, uma ficha no lugar R indicará que o robô está inativo, esperando para realizar uma tarefa. A transição t_1 representa a carga de uma peça na máquina M1

transportada pelo robô. As transições t_3 e t_5 modelam o processo de transporte da peça de uma máquina para a próxima. Finalmente a transição t_7 modela o processo de descarga da peça processada por M3 para o buffer de saída. No caso de existir um buffer na saída de M1 (o qual representa o buffer de entrada da máquina M2), deveríamos colocar mais uma transição e um lugar antes da transição t_3 para modelar o processo de descarga da peça de M1 e a ocupação do buffer respectivamente. O mesmo acontecerá antes da transição t_5 se existir um buffer de saída após a máquina M2.

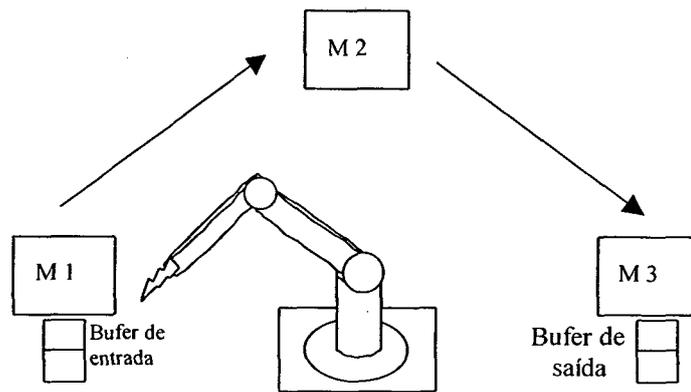


Figura 4.12 - Robô utilizado como meio de transporte num *Flow shop*

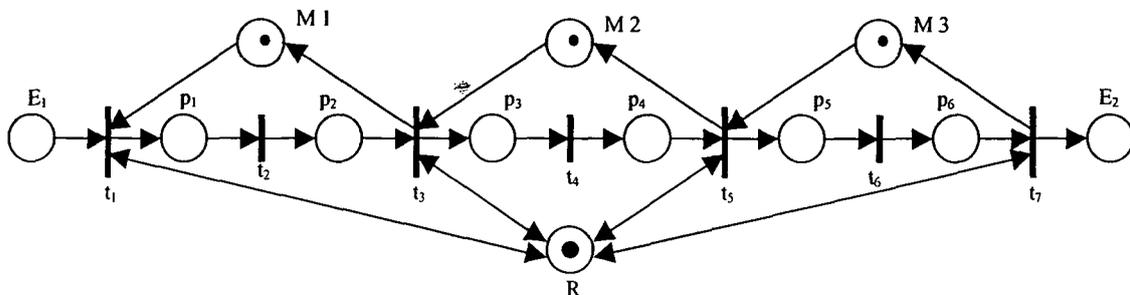


Figura 4.13 – Modelo de RP para o sistema da figura 4.12

4.4.3 - Dispositivos de Armazenagem

Facilidades de armazenagem são freqüentemente utilizadas para satisfazer demandas inesperadas (de produtos acabados) ou para evitar quebra no fluxo do produto causada por falhas nas máquinas downstream (máquinas que são alimentadas por partes processadas por uma outra máquina). Num sistema produtivo geralmente existem os seguintes tipos de buffers:

- a) **Buffer dedicado.**- São espaços físicos que servem para armazenar temporariamente um único tipo de produto (produto em processo). Por exemplo, se nós colocarmos um buffer entre a máquina M1 e M2 (ou M2 e M3) no sistema da figura 4.13, Teremos o modelo em RP mostrado na figura 4.14. A figura 4.14 (a) mostra a modelagem do buffer se o mesmo tiver capacidade ilimitada. Por outro lado, se o buffer tiver capacidade limitada (para 3 unidades por exemplo) o respectivo modelo é mostrado pela figura 4.14 (b). Nas duas figuras, o lugar B representa a quantidade de produtos armazenados (depositados no buffer), enquanto o lugar C representa a capacidade do buffer. As transições $t_{3,1}$ e $t_{3,2}$ representam os processos de depósito/retirada de produtos no buffer. Este tipo de buffer é também conhecido como "*single-input-output, random order buffer*" (ZHOU, 1996). Neste caso, qualquer produto depositado em B pode ser retirado para uma próxima operação sem existir uma ordem sendo, portanto aleatória.

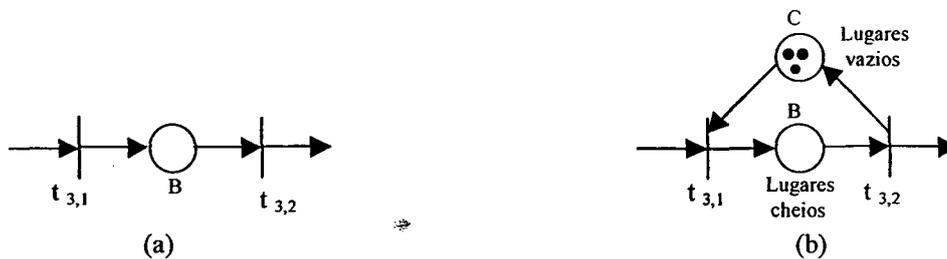


Figura 4.14 - Modelagem da entrada e saída (aleatória) de produtos de um *buffer*

A modelagem de um buffer dedicado com múltiplas entradas e múltiplas saídas (*multiple-input-multiple-output, random order buffer*) pode ser vista na figura 4.15.

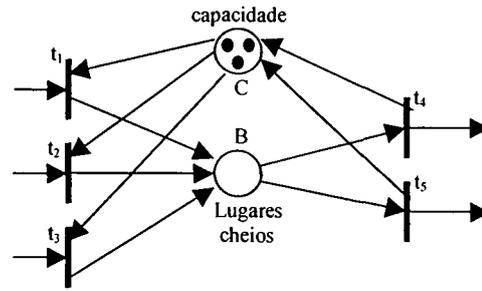


Figura 4.15 - Modelo de RP para um buffer com múltiplas entradas/saídas

- b) **Buffer compartilhado.**- São espaços físicos utilizados para armazenar diversos tipos de produtos (*shared buffer*). Se a capacidade do buffer for limitada, então sua modelagem poderá ser como mostra a figura 4.16. Neste caso, não existe um limite para armazenar no buffer uma determinada quantidade de semi-produtos que pertençam ao produto P_i ; a única restrição é a capacidade total do buffer dada pelo número de fichas colocadas no lugar C. Por exemplo, se a capacidade do buffer for de 3 unidades, em determinado momento poderão existir no buffer B_1 duas unidades de um componente que pertencem a P_1 e uma unidade no buffer B_2 de um componente que pertence a P_2 ou, poderá ainda existir três unidades no buffer B_2 e zero unidades no buffer B_1 preenchendo a capacidade total do buffer. Portanto, o número de fichas colocadas em B_1 e B_2 será igual à capacidade do buffer dada pelo número de fichas colocadas em C.

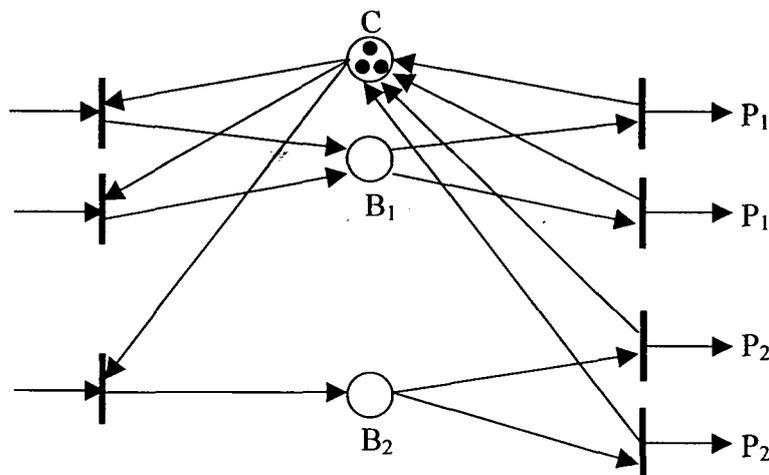


Figura 4.16 – Modelo de um buffer compartilhado com retiradas aleatórias

Outros modelos de buffer, como por exemplo aquele onde os produtos que entram num buffer têm uma determinada ordem para sair (First-In-First-Out ou FIFO), assim como uma metodologia pelo qual estes buffers podem ser incluídos num modelo em RP de um sistema de manufatura sem introduzir deadlock ou overflow (num contexto de manufatura automatizado) podem ser vistos melhor em Zhou (ZHOU and DICESARE, 1996 e PROTH and XIE, 1996).

4.5 - Modelagem e Avaliação de Sistemas de Manufatura

No que diz respeito à modelagem e avaliação de sistemas de manufatura por Redes de Petri, estes são usualmente classificados em dois tipos: sistemas de manufatura cíclicos e sistemas de manufatura não-cíclicos ou acíclicos.

4.5.1 - Sistemas de Manufatura Cíclicos

Sistemas de manufatura cíclicos são sistemas nos quais os índices de produção são constantes. Do ponto de vista analítico, este tipo de sistemas tem sido amplamente estudado por Hillion and Proth (1989), Laftit et al. (1992) e Proth et ali. (1997), mostrando que o mesmo pode ser modelado por um tipo particular de Redes de Petri chamado “Grafo a Eventos” (ver item 3.6.2).

Para maximizar o fluxo do produtos (*throughput*) neste tipo de sistemas enquanto se minimiza a combinação linear das marcações foram propostos algoritmos heurísticos assim como uma abordagem baseada no método arborecente (*branch and bound*), os quais têm sido desenvolvidos mais especificamente para o caso de sistemas com tempos determinísticos, isto é, o caso em que os tempos de disparo das transições são fixos (PROTH and XIE, 1994). O caso em que os tempos associados às transições assumem valores estocásticos foi estudado por Laftit et al. (1992).

4.5.2 - Sistemas de Manufatura não-Cíclicos

Sistemas de manufatura não cíclicos (ou acíclicos) são sistemas onde os produtos são produzidas uma única vez ou a intervalos regulares de tempo (sistemas intermitentes). Sistemas não cíclicos são também chamados de sistemas on line (PROTH, 1994) devido a que os mesmos dependem de informação externa (demanda), a qual muda constantemente no

decorrer do tempo. As decisões tomadas neste tipo de sistemas têm como finalidade principal, responder satisfatoriamente às necessidades dos clientes, enquanto se minimiza o trabalho-em-processo. Os problemas relacionados com o planejamento e a programação da produção deste tipo de sistemas são resolvidos geralmente utilizando uma abordagem hierárquica (PROTH and SAUER, 1998). Numa abordagem hierárquica, o processo de tomada de decisão global é decomposto em vários níveis de decisão (ver figura 2.3), conforme descrito no capítulo 2. Nesta figura, observa-se que a solução de um nível maior na hierarquia impõe restrições para a tomada de decisões no nível imediatamente inferior. Sendo assim, o presente trabalho tratará exclusivamente do estudo do nível mais baixo do planejamento tático (que corresponde ao planejamento da produção no curto prazo) e do nível de planejamento operacional que corresponde à programação da produção.

4.6 - Conclusão

O presente capítulo mostrou a forma como são utilizadas as redes de petri na modelagem dos recursos utilizados em sistemas de manufatura (como máquinas, robôs, sistemas de transporte, *buffers*, etc), assim como a interação entre elas na modelagem do sistema como um todo. Mostrou-se também a diferença existente entre sistemas cíclicos e não cíclicos, sendo este último objeto do presente trabalho.

O capítulo a seguir será, portanto, encarregado de propor um modelo baseado em Redes de Petri para modelar sistemas não cíclicos do tipo *job shop*.

CAPÍTULO 5 - PROPOSTA DE UM MODELO BASEADO EM REDE DE PETRI PARA O PLANEJAMENTO E A PROGRAMAÇÃO DE SISTEMAS *JOB SHOP*

O presente capítulo tem como propósito apresentar um modelo baseado em Redes de Petri para o planejamento e programação da produção de sistemas *job shop* flexíveis não cíclicos e sem re-circulação de partes, que são sistemas nos quais o processo de manufatura de um produto deverá seguir obrigatoriamente uma seqüência linear de produção, a qual determina que o produto será processado apenas uma vez em cada máquina.

Sistemas de produção do tipo *job shop*, como visto no capítulo 2, são sistemas que permitem a fabricação de uma grande variedade de produtos utilizando os mesmos recursos. Esta utilização simultânea dos recursos na fabricação de n produtos irá acarretar variações na carga de trabalho de cada recurso produtivo. Sendo assim, para se obter a máxima utilização de cada recurso, é preciso determinar cuidadosamente o que cada recurso irá produzir a cada momento (programação) para satisfazer a demanda prevista (planejamento).

O modelo descrito a seguir irá permitir-nos modelar situações típicas encontradas em sistemas do tipo *job shop* flexíveis tais como: compartilhamento de recurso, escolhas entre roteiros alternativos de produção, produções variáveis de demanda, processamentos paralelos, capacidade de recursos produtivos e restrições tecnológicas, assim como lógicas, entre outras.

Quando da modelagem de um sistema do tipo *job shop* por redes de Petri, o maior interesse é, em geral, saber se o mesmo satisfaz certas propriedades qualitativas que permitam o bom funcionamento do mesmo. Essas propriedades, em termos de Redes de Petri, são: vivacidade, limitação reversibilidade e consistência.

- a) Vivacidade assegura, por um lado, que o sistema funcionara sem interrupções, isto é, nunca será bloqueado.
- b) Limitação, por sua parte, garante em geral que o número de produtos em processo, que ficam temporariamente nos *buffers*, não cresçam indevidamente, mas se mantenham dentro de um limite (capacidade do buffer). A não satisfação desta propriedade pode levar a situações absurdas tais como, por exemplo, capacidade infinita dos *buffers* ou incremento da quantidade de recursos ao longo do tempo, que é impossível, devido a que os recursos de produção são sempre limitados em número.

- c) Reversibilidade, por outro lado, permite que o sistema esteja em condições de voltar a seu estado inicial a partir de qualquer estado que assuma (o sistema) no tempo.

5.1 - Rede de Petri para o Planejamento e Programação da Produção (RP-PPP)

Uma RP-PPP é uma Rede de Petri ordinária acíclica, onde lugares modelam buffers, recursos físicos, operações de produção, restrições de demanda e restrições de produção; enquanto que as transições servem para modelar eventos que podem ou não consumir tempo. Arcos que ligam lugares a transições modelam os diversos relacionamentos lógicos assim como restrições de recursos e tecnológicas entre operações. A cada transição é associado um tempo de disparo para representar o tempo que dura o evento.

Uma RP-PPP é uma adaptação da rede CO encontrada em PROTH et ali. (1997). Esta adaptação incorpora “lugares de controle de demanda (D)”, que nos permitirão controlar o número de unidades a serem produzidas de cada produto num determinado período de tempo, “lugares de controle do fluxo de produção (F)”, que irão controlar a quantidade de matéria prima que será liberada para dentro do sistema durante o tempo de produção e, “lugares de controle de produção (Q)”, que permitirão controlar o número de vezes que um determinado produto será produzido seguindo determinado roteiro de produção.

Uma das razões para utilizar a rede CO é o fato da mesma ter sido desenvolvida para modelar sistemas de manufatura não cíclicos e possuírem certas propriedades essenciais que garantem o bom funcionamento do sistema. Essas propriedades são: vivacidade, consistência, e reversibilidade. Uma deficiência da rede CO é o fato dela não ser limitada. Limitação é uma propriedade muito importante na análise de um sistema *job shop*, e a não satisfação da mesma irá permitir, por exemplo, que a quantidade de produtos em processo aumente indevidamente, o que não é possível num sistema de manufatura já que a capacidade de um *buffer* entre duas máquinas é sempre limitado a um certo número de unidades. A não satisfação desta propriedade poderá influenciar também nos recursos produtivos (máquinas, robôs, esteiras, etc) fazendo com que os mesmos aumentem em número ao longo do tempo, o que é ilógico.

Sendo que uma máquina só pode ter dois estados (disponível ou ocupado), os quais são excludentes entre si, isso permite que o número máximo de fichas que pode aparecer num lugar que modela um recurso pode ser no máximo 1 (a menos que exista mais de 1 recurso do mesmo tipo). Uma ficha num lugar que modela um recurso mostra a disponibilidade do

recurso; por outro lado, se não houver nenhuma ficha no lugar, isso significará que o recurso (máquina) está sendo ocupado (ver figura 5.1).

A Rede de Petri aqui apresentada, RP-PPP, é uma rede que permite a modelagem e análise de sistemas *job shop*, os quais são por natureza não cíclicos. Devido a que uma RP-PPP pode possuir através de sua estrutura e marcação, todas as restrições e dependências seqüenciais e paralelas num *job shop*, a mesma será utilizada posteriormente para resolver os problemas relacionados com a programação da produção.

Definição: Uma Rede de Petri RP-PPP é uma 15-tupla,

$$RP-PPP = (Pf \cup Pe \cup Ps \cup Pc \cup Pr \cup Pb, Tl, Ti, Top, I, O, M_{Pf} \cup M_{Pe} \cup M_{Pc} \cup M_{Pr})$$

Onde:

- 1.- $Pf = (pf_1, pf_2, \dots, pf_N)$ é um conjunto finito de lugares de controle do fluxo de produção, que determinam a quantidade de unidades de matéria prima liberadas para dentro do sistema produtivo ao longo do tempo;
- 2.- $Pe = (pe_1, pe_2, \dots, pe_N)$ é um conjunto finito de lugares de controle da demanda, que determinam a quantidade a ser produzida (lote de produção) de cada tipo de produto, $N > 0$;
- 3.- $Ps = (ps_1, ps_2, \dots, ps_N)$ é um conjunto finito de lugares de controle das unidades produzidas, que determinam a quantidade de itens produzidos de cada tipo de produto, $N > 0$;
- 4.- $Pc = (pc_1, pc_2, \dots, pc_s)$ é um conjunto finito de lugares de controle de produção, que controlam o número de produtos que são processados seguindo determinado roteiro de produção. $\forall pc \in Pc, |m_0(pc)| \geq 0$ para qualquer marcação m de pc , $s > 0$;
- 5.- $Pm = (pm_1, pm_2, \dots, pm_k)$ é um conjunto finito de lugares que modelam recursos (máquinas em geral, podendo ser outro tipo de recursos tais como robôs, etc). $\forall pr \in Pr, m_0(pr) = 1, k > 0$;
- 6.- $Pb = (pb_1, pb_2, \dots, pb_v)$ é um conjunto de lugares que representam buffers de entrada e saída de uma máquina, $v > 0$;
- 7.- $P = (p_1, p_2, \dots, p_w)$ é um conjunto de lugares que representam operações produtivas, $w > 0$;
- 8.- $Tp = (tp_1, tp_2, \dots, tp_w)$ é um conjunto de transições temporizadas que modelam o tempo de uma operação de produção, $w > 0$;

9.- $T_i = (ti_1, ti_2, \dots, ti_k)$ é um conjunto de transições que modelam o início de operações produtivas;

10.- $k = w$;

11.- $T_l = (tl_1, tl_2, \dots, tl_{2N})$ é um conjunto de transições que modelam a entrada e saída de itens (matérias primas/produtos acabados) para dentro e fora do sistema, respectivamente;

12.- $I : (P_f \cup P_e \cup P_s \cup P_c \cup P_m \cup P_b \cup P) \times (T_p \cup T_i \cup T_l) \rightarrow \{0, 1\}$ é um conjunto finito de arcos que ligam lugares a transições;

13.- $O : (T_p \cup T_i \cup T_l) \times (P_f \cup P_e \cup P_s \cup P_c \cup P_m \cup P_b \cup P) \rightarrow \{0, 1\}$ é um conjunto finito de arcos que ligam transições a lugares;

14.- $M_0 := \{ M_{P_f} \cup M_{P_e} \cup M_{P_c} \cup M_{P_m} \} \rightarrow \{0, 1, 2, \dots\}$ é a marcação inicial da rede. M_{P_f} representa o número máximo de unidades de matéria prima X que são introduzidas no sistema produtivo, M_{P_e} , representa o número de unidades a serem produzidas de cada tipo de produto, M_{P_c} , determina o número de unidades a serem produzidas pelas máquinas alternativas para a realização de uma operação, M_{P_m} representa a quantidade de recursos utilizados, neste caso, $\forall pm \in P_m, |m_0(pm)| = 1$, isto é, o número de recursos de cada tipo é limitado a 1;

15.- $P \cap T = \emptyset$ e $P \cup T \neq \emptyset$, para $P = (P_f \cup P_e \cup P_s \cup P_c \cup P_m \cup P_b \cup P)$ e $T = (T_p \cup T_i \cup T_l)$, isto é, lugares e transições são conjuntos disjuntos;

17.- “ P_e ” e “ P_s ” representam o conjunto dos nós extremos da RP-PPP. Os lugares “ P_e ” representam o conjunto de lugares iniciais (entrada) da rede, que servirão para representar as quantidades a serem produzidos de cada tipo de produto, enquanto que os lugares finais (saída) da rede “ P_s ” representarão a quantidade de itens produzidos de cada tipo de produto.

$$P_e = \{pe / \circ pe = 0, \forall pe \in P_e\}, P_s = \{ps / ps^\circ = 0 \forall ps \in P_s\}$$

18.- A sub-rede $RP-PPP' = (P_b', P_m', T_p', T_i', T_l', I', O')$ onde $I: (P_b' \cup P')$ e $O: (T_p' \cup T_i' \cup T_l') \times (P_b' \cup P')$ é um grafo acíclico sem nós isolados. Esta sub-rede será a base para abordar o problema relacionado com o planejamento da produção;

19.- A sub-rede $RP-PPP'$ está coberta por um conjunto de t-invariantes mínimos positivos, onde cada um desses t-invariantes possui apenas uma transição de saída. Cada um desses t-invariantes mínimos representa uma rede, que partindo do nó inicial permite chegar ao nó final após o disparo de todas as transições uma vez. Em termos de produção, cada t-invariante

representa cada uma das formas alternativas para a manufatura de um produto (roteiro de produção).

Para garantir o correto funcionamento de uma RP-PPP que modela sistemas acíclicos sem re-circulação de partes, as seguintes características precisam ser satisfeitas:

- a) o modelo precisa ser limitado;
- b) para qualquer marcação inicial “Pe”, o modelo deverá funcionar normalmente até alcançar seu estado final (marcação “Ps”);
- c) o modelo precisa ser vivo enquanto o sistema não alcançar seu estado final (marcação Ps);
- d) o modelo precisa ser consistente.

Limitação: Devido a que uma RP-PPP não possui transições fonte, as quais geram fichas indefinidamente (PROTH et Ali. 1996), nem re-circulação de partes, uma marcação inicial qualquer da rede será suficiente para garantir a satisfação desta propriedade.

Vivacidade: Sendo que uma RP-PPP é projetada para modelar sistemas acíclicos, a satisfação desta propriedade somente será satisfeita enquanto o sistema não alcançar seu estado final, isto é, sempre será possível realizar uma operação qualquer (disparar uma transição) até que todas as partes brutas (matérias primas) tenham sido processadas resultando em produtos acabados (marcação “Ps”). Uma vez que o sistema alcança seu estado final (marcação “Ps”) o sistema automaticamente entrará num estado de *deadlock*, isto é, nenhuma transição mais estará habilitada para o disparo. Este fato pode ser visto claramente na figura 5.12, a qual mostra uma Rede acíclica que processa um lote de produção de duas unidades (marcação “Pe”). O lote de produção é processado seguindo uma seqüência linear de produção até alcançar o estado final da rede (marcação “Ps”), o qual modela o número de unidades produzidas (produtos acabados).

Para que uma RP-PPP seja sempre viva (ver item 2.4.2.3), basta tornar a produção infinita. Este fato é alcançado de duas formas: ou colocando-se infinitas fichas nos lugares de entrada Pe (colocar infinitas fichas nos lugares de entrada da rede resulta sendo o mesmo que se a rede possuísse transições fonte; neste caso a demonstração matemática para verificar vivacidade pode ser vista em Proth et ali.(1997)), ou tornando a rede cíclica (isto é, ligando os nós final e inicial da rede).

Consistência: Consistência é uma propriedade intimamente ligada a vivacidade. Sendo assim, se a RP-PPP tiver uma marcação inicial infinita, segundo a definição 3.4.1.5, a mesma resulta sendo consistente. Devido também a que a RP-PPP está coberta por um conjunto de invariantes de transição, onde cada invariante está relacionado com uma única transição de saída do sistema t_s (t_s representa a liberação de uma unidade produzida do sistema - ver figura 6.1), isso garante que a rede é consistente (PROTH et al. 1997).

Um invariante de transição representa um conjunto de transições que, disparadas no mínimo uma vez (em nosso caso de redes acíclicas), levam a rede do estado inicial ao estado final.

As regras de funcionamento de uma RP-PPP são as seguintes:

- a) sempre que todos os lugares de entrada de uma transição possuam no mínimo uma ficha, então essa transição está habilitada e pronta para o disparo;
- b) o disparo da transição sensibilizada “ tp ”, o qual demora θ unidades de tempo, remove uma ficha de cada um dos seus lugares de entrada após ter transcorrido θ unidades de tempo e deposita uma ficha em cada um dos lugares de saída da transição (ver figura 5.2).

5.2 - Modelagem dos Elementos Básicos de uma RP-PPP

Uma Rede de Petri RP-PPP, como definida no item anterior, é formada por uma série de elementos (lugares, transições, marcações, etc) que, agrupados numa ordem adequada, permitem-nos modelar e analisar sistemas *job shop* flexíveis acíclicos. Situações que freqüentemente são encontradas em sistemas complexos de manufatura, tais como operações paralelas, decisões entre processos, etc., podem facilmente ser modeladas por meio de uma RP-PPP através de seus elementos básicos.

5.2.1 - Modelagem do Tempo

O tempo requerido por uma operação produtiva nem sempre costuma ser igual quando a operação é realizada por uma mesma máquina. Esta incerteza do tempo real de processo é geralmente representada através de um intervalo de tempo como mostra a figura 5.1(a).

De acordo com a definição 3.3.4, a rede da figura 5.1(a) é uma rede não pura, sendo portanto impossível a sua representação através da matriz de incidência. Para tornar a rede

pura, a transição t deve ser substituída por duas transições e um lugar intermediário entre elas (ver figura 5.1(b)). O lugar intermediário irá representar neste caso o estado ocupado da máquina. A transição t_i representará o início do disparo, que é instantâneo, enquanto que a transição final t_f , irá representar o tempo que demora a operação.

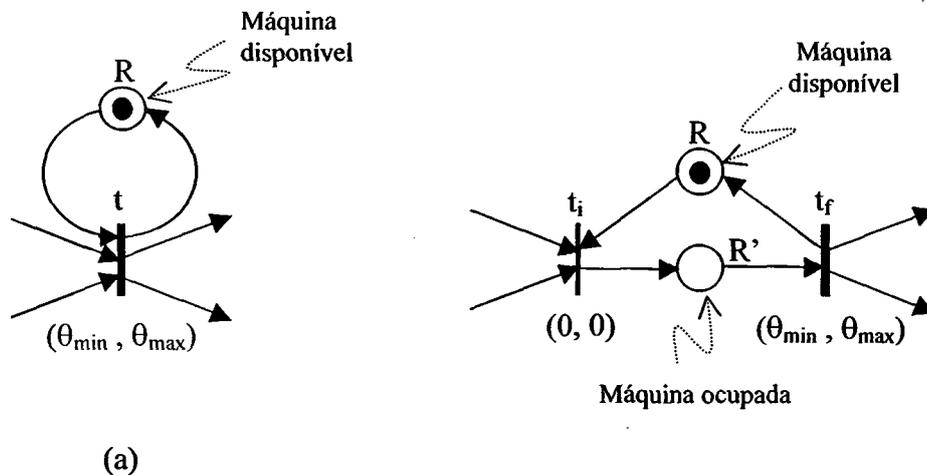


Figura 5.1- Modelagem do tempo numa Rede de Petri

Em sistemas automatizados de manufatura, os tempos de cada operação costumam ser quase sempre iguais, portanto os mesmos podem ser considerados como sendo determinísticos. No presente trabalho trataremos os tempos produtivos como sendo determinísticos, os quais serão representados daqui em diante de acordo com a figura 5.2. Nesta figura, a transição t_i representará a transferência de uma unidade de produto do buffer de entrada p_1 para a máquina (recurso R) assim como o início da operação que demora θ_2 unidades de tempo.

5.2.2 - Modelagem de uma Operação de Transformação

Numa RP-PPP, uma operação de transformação (torneado por exemplo), que utiliza um único recurso produtivo, pode ser modelada por uma RP-PPP, conforme mostra a figura 5.2. Nesta figura, o lugar indicado como sendo buffer de entrada (p_1) representa o espaço físico que aloja as partes a serem processadas pelo recurso R. O número de partes dentro do buffer físico (lugar p_1) é representado pelo número de fichas que apareçam dentro desse nó.

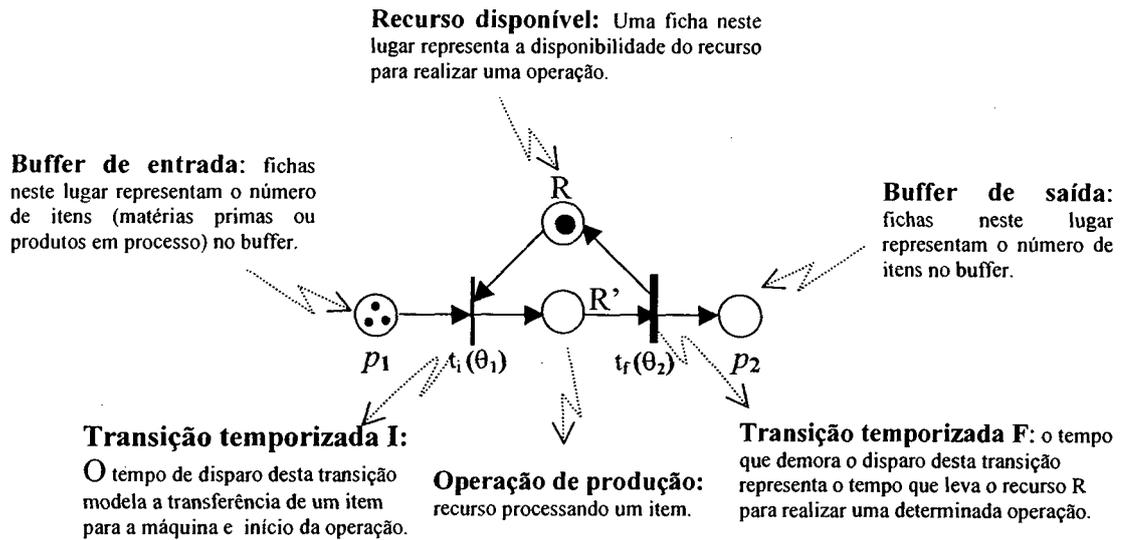


Figura 5.2 - Elementos de um módulo de processamento com um único recurso

Neste caso, a capacidade do *buffer* de entrada é considerada como sendo ilimitada e única para servir uma determinada máquina (*buffer* não compartilhado). O lugar R representa o recurso utilizado para realizar a operação modelada pelo lugar R'. Uma ficha em R significa que o recurso (máquina) está disponível para realizar uma operação; por outro lado, se não aparecer nenhuma fichas neste lugar, isso indicará que o recurso está sendo utilizado; neste caso a marcação do lugar R' será igual a 1, indicando que uma operação esta acontecendo.

Tanto o *buffer* de entrada assim como o lugar recurso R são conectados com a transição t_i , a qual demora θ_1 unidades de tempo e representa a transferência de um item do *buffer* de entrada para a máquina (recurso), assim como o início da operação realizada pelo recurso R. A transição t_f , que é temporizada, representa o tempo de duração da operação, isto é, o tempo que uma ficha permanecerá no lugar R'. Finalmente, após ter transcorrido θ_2 unidades de tempo (tempo que dura a operação) desde a chegada de uma ficha em R', uma ficha é depositadas no *buffer* de saída p_2 . (o qual representa uma unidade de produto em processo pronta para a próxima operação) e outra ficha no lugar R (o que indica que o recurso R está disponível para uma próxima operação). O recurso R pode representar também um recurso de transporte, como um AGV, por exemplo. Neste caso, o tempo designado para a transição t_f , representaria o tempo necessário para o AVG (veículo guiado automaticamente)

mover uma peça (matéria prima ou produto semi-acabado) de uma máquina para outra. Em nosso caso, este último será desconsiderado.

5.2.3 - Modelagem de uma Operação de Montagem

No caso de uma operação de montagem (junção de duas ou mais partes numa só), a modelagem através de uma RP-PPP será conforme mostra a figura 5.3. Neste caso, a transição t_i terá no mínimo dois lugares de entrada, os quais irão representar as partes componentes para realizar a operação de montagem. Na figura 5.3 observa-se, por exemplo, que, para se obter uma unidade de produto acabado, serão necessárias uma unidade do item 1 e outra do item 2. Caso a operação de montagem precise de uma unidade do item 1 e de duas unidades do item 2 para ser realizada, neste caso o peso do arco que liga o lugar pe_2 com a transição t_i deverá ser igual a 2.

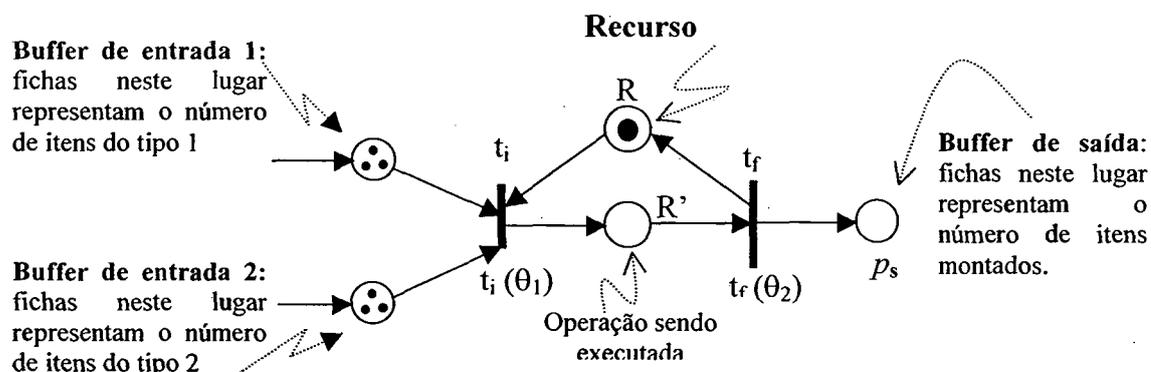


Figura 5.3 - Elementos de um processo de montagem com um único recurso

5.2.4 - Modelagem de uma Operação que Utiliza mais de um Recurso.

Na modelagem de um processador multi-recurso, operações produtivas que precisam de mais de um recurso físico para serem realizadas podem ser modeladas por uma rede RP-PPP conforme mostra a figura 5.4. Nesta figura, os lugares R representam cada um desses recursos. Uma ficha num lugar recurso representa a disponibilidade do mesmo para realizar a operação, enquanto que fichas no *buffer* de entrada representam matérias primas ou produtos em processo disponíveis para o processo.

Um exemplo desta situação é o caso em que um robô é necessário para segurar uma peça enquanto uma máquina realiza uma determinada operação, tal como corte, inspeção, etc.,. No caso de uma operação de montagem, a modelagem é semelhante à de uma operação que utiliza mais de um recurso, com a única diferença que a transição t_i possuirá mais de um lugar de entrada.

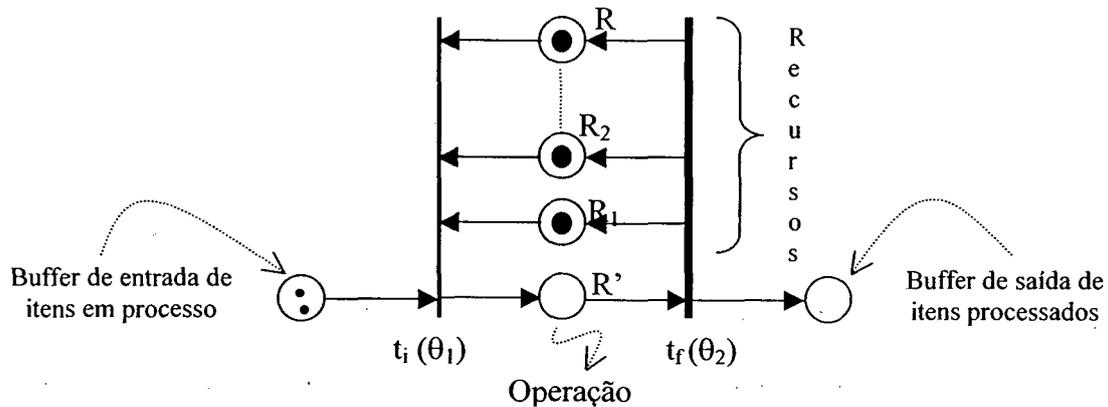


Figura 5.4 - Modelo de um processador multi-recurso

5.2.5 - Modelagem de Processos Concorrentes num Job Shop

Algumas das configurações comumente encontradas em sistemas do tipo *job shop* são situações onde vários processos podem ser realizados simultaneamente (processamentos paralelos). A modelagem desta situação pelos elementos básicos de uma RP-PPP é mostrada através da figura 5.5 que representa um sistema com duas máquinas (modeladas por R_1 e R_2) operando em paralelo.

Neste caso, devido a que o lugar de entrada de t_1 e t_2 possui mais de uma ficha, tanto o recurso R_1 como o recurso R_2 podem ser ocupados simultaneamente. Caso exista apenas uma ficha no *buffer* de entrada, (neste caso) a decisão sobre que transição deverá disparar poderá ser feita externamente ou seguindo certas regras de decisão. No presente trabalho serão utilizadas regras de decisão aplicadas a toda transição que modela o início de uma operação, que irão permitir o melhor aproveitamento dos recursos produtivos (ver item 6.7.2).

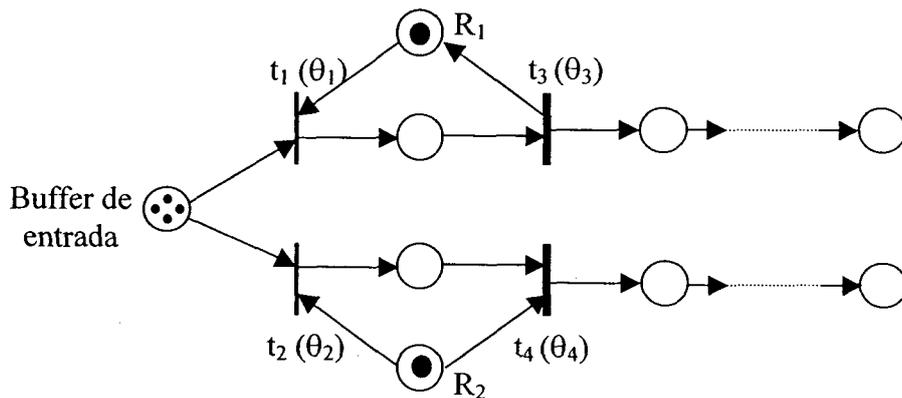


Figura 5.5 - Modelo de Rede de Petri mostrando processos paralelos

5.2.6 - Modelagem da Flexibilidade no Roteiro de Produção

Uma característica típica dos sistemas flexíveis de manufatura é o fato de existirem várias máquinas candidatas para realizar uma mesma operação. Este fato por si mesma caracteriza uma típica situação de conflito. Essa flexibilidade, conhecida como flexibilidade de operação, pode ser facilmente modelada por uma Rede de Petri conforme mostra a figura 5.6. Nesta figura, observa-se que quando um item qualquer alcança o *buffer* de entrada, a seguinte operação sobre o produto pode ser realizada ou pela máquina 1 ou pela máquina 2.

Caso exista mais de uma ficha no *buffer* de entrada, as duas máquinas poderão ser utilizadas simultaneamente aumentando assim o número de produtos em processo no *buffer* de saída.

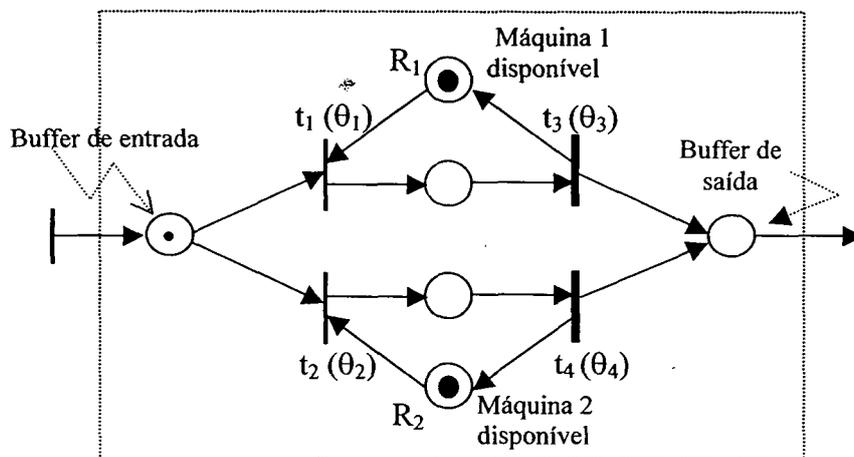


Figura 5.6 - Modelo da flexibilidade no roteiro de produção

5.2.7 - Modelagem de Recursos Compartilhados (flexibilidade de recurso)

Em sistemas *job shop* flexíveis, os recursos utilizados na produção (máquinas ou robôs) são geralmente compartilhados entre vários produtos. Esta capacidade de um recurso ser utilizado para realizar diversos tipos de operações sobre produtos diferentes pode ser facilmente modelada por meio de uma RP-PPP, conforme mostra a figura 5.7.

Nesta figura, o recurso R (que pode ser uma máquina ou robô) é utilizado para realizar dois diferentes processos de manufatura (sobre os produtos P_1 e P_2), representados pelas operações O_{11} e O_{12} , os quais são mutuamente excludentes. Uma ficha no lugar recurso R indica a disponibilidade do recurso (máquina) para realizar ou a operação O_{11} (disparo da transição t_1) ou a operação O_{12} (disparo da transição t_2). Fica claro na figura que a habilitação de uma operação desabilita automaticamente a outra devido a que a máquina (ou recurso) não pode realizar as duas operações O_{11} e O_{12} ao mesmo tempo.

O fato de que um recurso é compartilhado por várias tarefas diferentes representa uma típica situação de conflito que é conhecida na literatura sobre Redes de Petri como exclusão mútua paralela (ZHOU et al. 1989). Quando um mesmo recurso é utilizado para realizar mais de uma operação no mesmo produto, o tipo de exclusão passa a ser seqüencial e não mais paralela. Este caso não será tratado no presente trabalho.

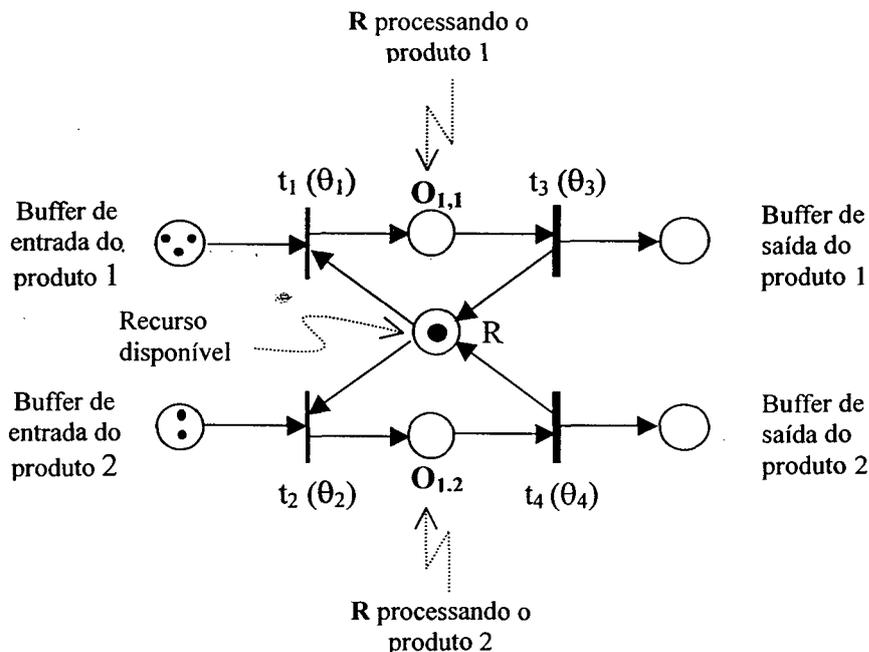


Figura 5.7 - Compartilhamento de um recurso entre processos

Numa situação de conflito, como mostra a figura 5.7, onde as transições t_1 e t_2 estão habilitadas pela ficha que aparece no lugar R, uma RP-PPP não decide por si só qual das transições habilitadas será disparada. O modelo apenas identifica todos os eventos que podem aparecer num determinado momento no tempo. A decisão sobre qual das transições habilitadas deverá disparar é tomada geralmente por agentes externos através de regras heurísticas aplicadas sobre as transições t_1 e t_2 . Em nosso caso serão utilizadas diversas prioridades de disparo de transições de acordo com certos critérios tais como: flexibilidade da máquina, menor tempo de processamento e nível de operação (ver item 6.7.1).

5.2.8 - Modelagem dos Lugares de Controle de Fluxo de Produção (*Pf*)

Estes lugares permitirão controlar a quantidade de matéria prima que é liberada no decorrer do tempo para dentro do sistema. O controle é dado pelo número de fichas que são colocadas neste tipo de lugar e introduzidas no sistema através do disparo da transição t_e .

Lugares *Pf* tornam-se portanto um limitante da quantidade do fluxo de produção. Este lugar pode ser considerado também como sendo a capacidade do buffer na entrada da máquina que realiza a primeira operação de um determinado produto.

A figura 5.8 mostra esta situação, em que a ficha colocada no lugar *Pf* faz com que apenas uma ficha (unidade de matéria prima) seja introduzida por vez no sistema, e assim que disparar a transição t_1 (início da operação) uma ficha é liberada para o lugar *Pf*, permitindo dessa maneira que mais uma ficha possa ser colocada na entrada da máquina (recurso R).

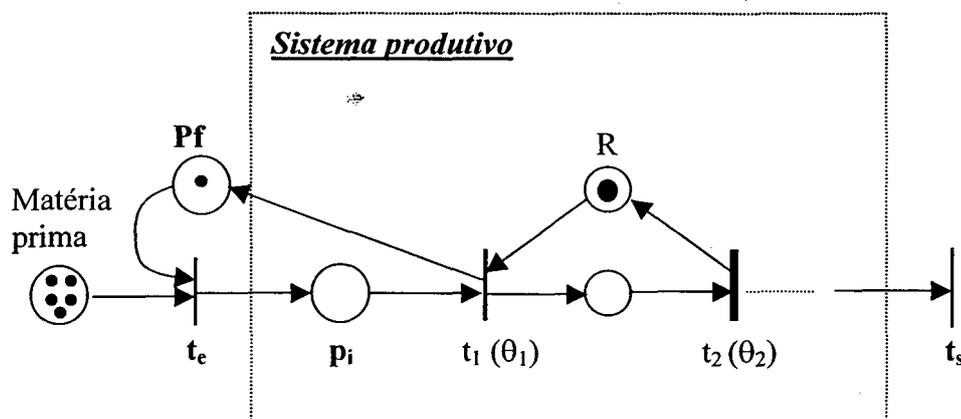


Figura 5.8 - Modelagem de lugares de controle de fluxo 1

No caso de existirem várias máquinas alternativas para executar a primeira operação de um produto, as transições que modelam o início da operação serão ligadas através de um arco com o lugar P_f , conforme mostra a figura 5.9.

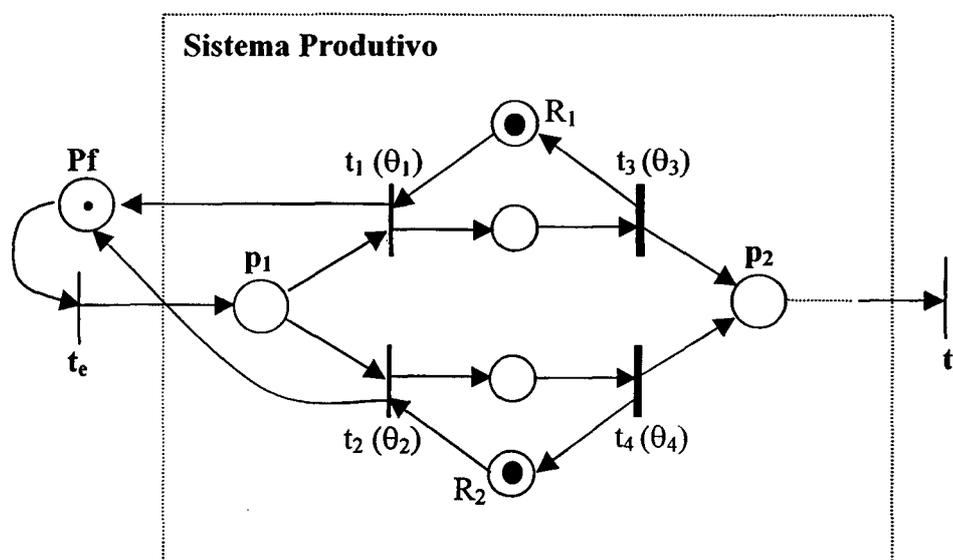


Figura 5.9 - Modelagem de lugares de controle de fluxo

5.2.9 - Modelagem dos Lugares de Controle de Demanda

Lugares P_e e P_s representam lugares de entrada e saída de uma RP-PPP. Lugares de controle de demanda P_e servem para modelar a quantidade de produtos a serem fabricados (demanda do produto), enquanto que lugares de controle de demanda P_s servem para representar a quantidade de produtos fabricados no final de um determinado período de tempo.

Lugares P_e inicialmente, contém “n” fichas de acordo com a quantidade demandada do produto, enquanto que lugares P_s , inicialmente, não possuem nenhuma marcação. Ambos os lugares são ligados ao processo de manufatura de um produto através de uma transição (t_e e t_s), conforme mostra a figura 5.10.

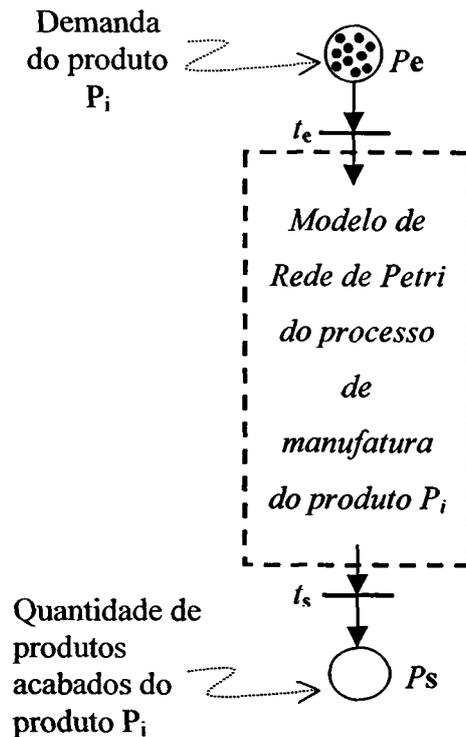


Figura 5.10 - Modelagem de lugares de controle de demanda

5.2.10 - Modelagem dos Lugares de Controle da Produção (P_c)

Em ambientes flexíveis de manufatura, como é o caso de um job shop, geralmente existe a possibilidade de um produto (ou tarefa) ser produzido seguindo diversos roteiros de produção. Assim sendo, faz-se necessário no processo de modelagem mostrar de alguma forma o número de vezes que um produto deverá ser produzido seguindo determinado roteiro de produção. Nesse sentido, são introduzidos os lugares de controle da produção P_c , os quais podem ser vistos na figura 5.11. Esta figura mostra o processo de manufatura de um produto X, onde a segunda operação pode ser realizada tanto pelo recurso R_1 como pelo recurso R_2 .

O número de vezes que o produto X (ou tarefa) deverá ser produzido seguindo determinado roteiro de produção é modelado pelo número de fichas que aparecem dentro de cada um dos lugares de controle P_c . Sendo assim, observa-se na figura 5.11 que, das cinco unidades de produto que se encontram no lugar P_e que modela a demanda do produto X, três delas serão processadas pelo recurso R_2 (seguindo o roteiro 1), enquanto que apenas duas delas são processadas pelo recurso R_3 (que seguem o roteiro alternativo 2).

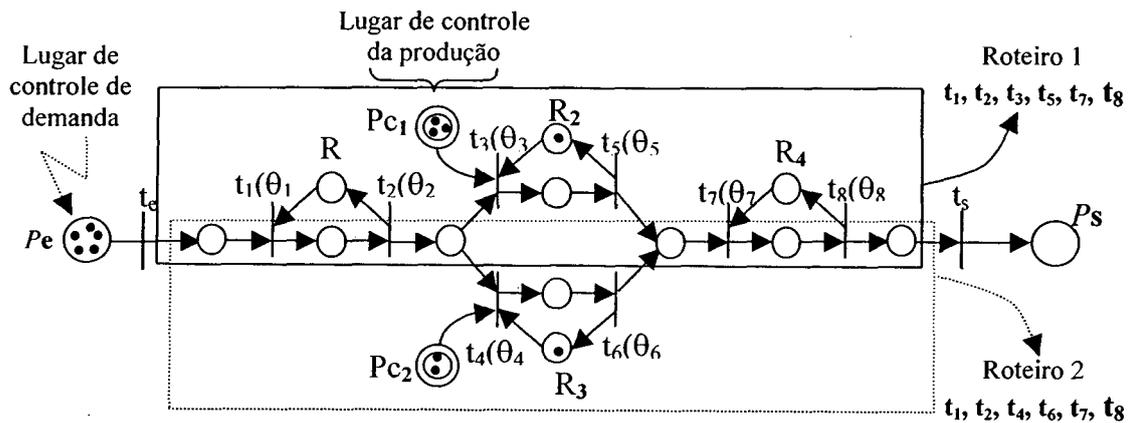


Figura 5.11 - Controle do número de vezes que um produto segue determinado roteiro de produção

5.2.11 – Modelagem de *Buffers*

Num *job shop* físico, geralmente cada uma das máquinas possui um *buffer* de entrada e outro de saída. Estes *buffers*, os quais representam espaços físicos, são muitas vezes compartilhados por diversas máquinas, isto é, duas ou mais máquinas compartilham o mesmo *buffer* de entrada ou de saída para pegar ou depositar respectivamente unidades de produto (partes) em processo ou acabadas.

Buffers, geralmente possuem uma certa capacidade (espaço disponível) para alojar temporariamente as partes em processo ou produtos acabados (ver figura 5.12). Embora a capacidade de um *buffer* dependa das dimensões das partes que circulam pelo processo produtivo, isto é, partes com maior volume ocupam mais espaço, este caso (onde a capacidade dos *buffers* depende das dimensões das partes) não será considerada no presente trabalho.

Meios de transporte como robôs, esteiras e os veículos automáticos (AGVs), tampouco são considerados no presente trabalho, mas podem facilmente serem incluídos conforme mostrados no capítulo 4.

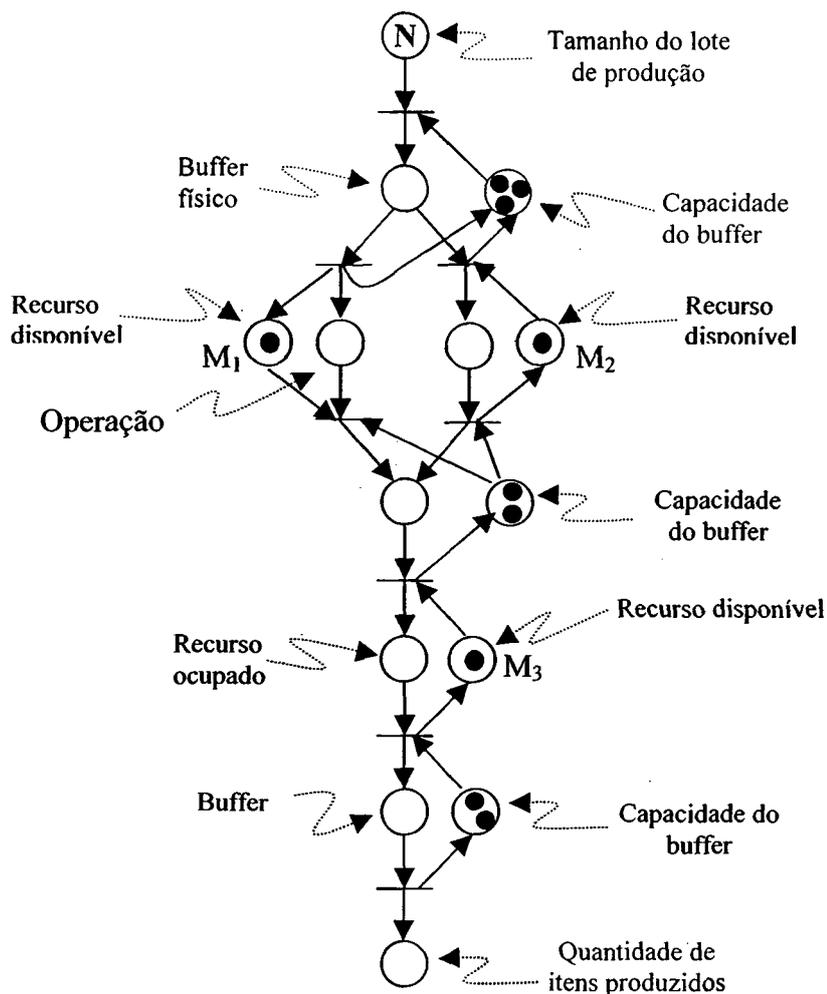


Figura 5.12 – Modelagem da capacidade de um buffer numa Rede de Petri

5.3 - Estado de um Sistema Modelado por RP-PPP

O estado de uma Rede de Petri temporizada é descrito em Venkatesh et al. (1996) como sendo uma quadrupla $ID=(m, F, Q, A)$ onde:

- a) m é uma marcação;
- b) F é uma função binária que associa a cada transição habilitada o número 1, e zero, caso contrário, isto é, $F: T \rightarrow \{0,1\}$. Se $F(t) = 1$, então t está habilitada, caso contrário, se $F(t) = 0$, t está desabilitada;

- c) $Q: R \rightarrow R^+$ é uma função que representa o tempo restante para completar o disparo de uma transição; se $Q(t) = q$, então ali existe uma quantidade q de tempo para completar o disparo de t ; Q é uma função de tempo decrescente;
- d) $A: T \rightarrow R^+$ é uma função de tempo que mostra o tempo total de disparo de uma transição num determinado instante de tempo. A é portanto uma função de tempo acumulativa crescente.

O estado da Rede RP-PPP, aqui apresentada, é parecido com o da rede apresentada por Venkatesh (1996), a qual pode ser definida como sendo um vetor $E = (m, H, \pi)$, onde:

- a) m representa a marcação da rede num instante de tempo;
- b) H é um vetor binário de dimensão igual a T que associa o número 1 a toda transição habilitada para o disparo, e zero em caso contrário;
- c) π é uma função que associa a cada transição da rede um número real, o qual indica o tempo que falta para que uma transição complete o seu disparo,

A figura 5.13 mostra o estado de uma RP-PPP utilizando o vetor E .

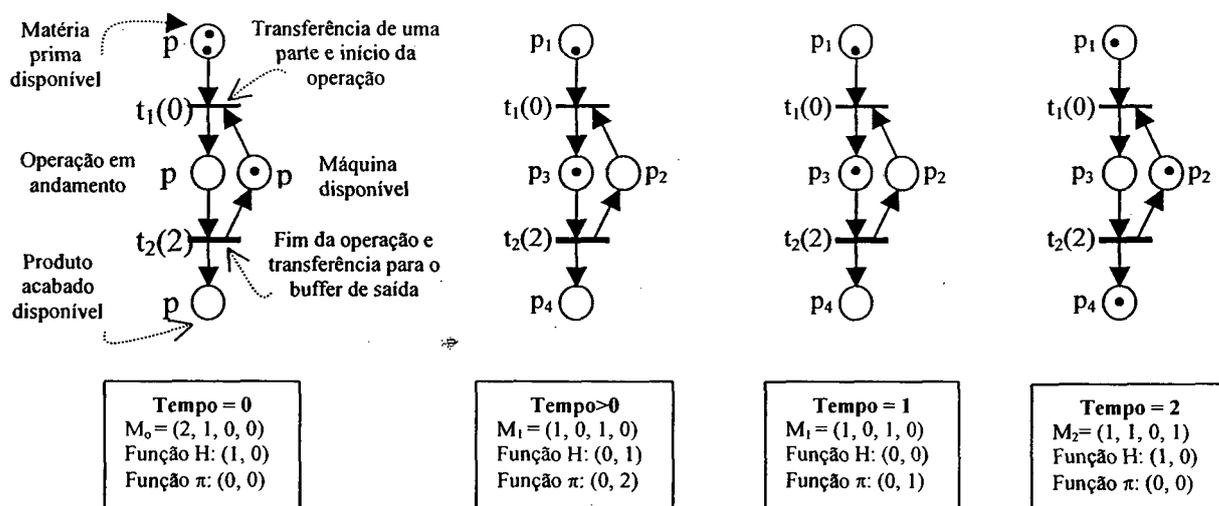


Figura 5.13 - Seqüência de marcações de uma RP acíclica que modela um único processo de produção

As regras de funcionamento da RP-PPP de acordo com o vetor E são:

- 1) determinar a marcação M_i da rede num instante qualquer;
- 2) achar as transições habilitadas por m (vetor H);
- 3) determinar o vetor π (o valor associado a cada transição temporizada é igual a “ $\theta-1$ ”);
- 4) disparar as transições habilitadas no vetor H , quando seu valor correspondente no vetor π é igual a zero;
- 5) voltar ao passo 1.

5.4 - Conclusão

Neste capítulo foi apresentada uma proposta de um modelo baseado em Redes de Petri para a modelagem de sistemas não cíclicos do tipo *job shop*, assim como a modelagem de cada um dos componentes que fazem parte do mesmo. Foi apresentada também a modelagem do estado da rede no decorrer do tempo.

A modelagem de um sistema do tipo *job shop* por uma RP-PPP será a base para a modelagem do planejamento e a programação da produção apresentadas no próximo capítulo.

CAPÍTULO 6 - MODELAGEM DO PLANEJAMENTO E A PROGRAMAÇÃO DA PRODUÇÃO HIERÁRQUICA DE SISTEMAS *JOB SHOP* UTILIZANDO RP-PPP

O presente capítulo tem como objetivo apresentar primeiramente o processo de modelagem gráfica de um *job shop* flexível com RP-PPP, utilizando os componentes básicos apresentados no capítulo 5, assim como o processo de modelagem matemática do planejamento e programação da produção.

6.1 – Planejamento e Programação da Produção

Dado um conjunto de atividades a serem realizadas junto com seus tempos de início e término, a função básica do planejamento e programação da produção consiste em decidir quanto, quando e como produzir cada tipo de produto, tendo como objetivo satisfazer os pedidos dos clientes e uma demanda prevista.

O planejamento e a programação da produção, funções chave nas modernas indústrias manufatureiras, podem ser considerados também como (sendo) um conjunto de atividades necessárias para gerenciar o processo de manufatura de produtos, o qual começa a partir do momento em que a demanda é conhecida, até que o produto esteja pronto para a venda.

A demanda é dada geralmente pelos requerimentos dos clientes ou por uma previsão e, em alguns casos, por ambos. Em qualquer situação, a entrega dos produtos sempre tem um prazo final para a entrega. Por outro lado, devido a que numa indústria os recursos produtivos são limitados e escassos, um dos maiores desafios do planejamento e a programação da produção é a determinação das quantidades a serem produzidas de cada tipo de produto em cada período de planejamento ao menor custo possível. Para se alcançar esse objetivo, é requerido se fazer um bom uso da capacidade produtiva disponível, que é alcançado quando da realização de um bom planejamento e programação da produção.

O planejamento da produção é uma função que, partindo da informação da demanda dos produtos, assim como de outras informações relevantes associadas aos mesmos (custos por exemplo), gera ordens de manufatura para uma seqüência de períodos dentro do horizonte de planejamento, tendo como objetivo otimizar certos critérios (custos de produção, por exemplo), enquanto satisfaz certas restrições de manufatura (capacidade de recursos, etc).

A programação da produção, por sua parte, considera as ordens de manufatura geradas pelo planejamento da produção para cada um dos períodos de planejamento e determina os tempos de início e término das tarefas de manufatura sobre cada recurso de produção.

Devido a que o planejamento e a programação da produção geralmente estão sujeitos a eventos aleatórios, os quais podem ser endógenos (isto, é, falha dos equipamentos) ou exógenos (demoras na recepção de matéria prima e mudanças inesperadas na demanda), os problemas relacionados com a tomada de decisão costumam se tornar muito complexos. A maioria dos softwares disponíveis no mercado para uso industrial (MRP II por ex.) não trata diretamente alguns aspectos chave do planejamento da produção, tais como restrições de capacidade. Neste sentido, as Redes de Petri são uma ferramenta que nos permite representar e analisar de uma forma muito fácil, através de sua representação gráfica, os problemas relacionados com as atividades correspondentes ao planejamento e programação da produção.

A abordagem a ser seguida no presente trabalho, utilizando a RP-PPP proposta no capítulo 5, terá como objetivo tratar os problemas relacionados com o planejamento e a programação da produção. Estes problemas serão tratados numa forma hierárquica, isto é, inicialmente será tratado o problema relacionado com o planejamento, para depois se completar o modelo e se poder, assim, resolver o problema relacionado com a programação da produção.

6.2 - Planejamento da Produção de Sistemas Job Shop

Uma das características mais marcantes deste tipo de sistemas é a flexibilidade para mudar rapidamente da produção de um produto para outro, sendo portanto possível fabricar uma grande variedade de produtos com os mesmos equipamentos. Este fato faz com que haja uma considerável variação na carga de trabalho dos diversos recursos de manufatura. Devido a que os diversos pedidos de trabalho (lotes de produção) muitas vezes requerem formas de processo diferentes, os problemas relacionados com o planejamento, programação e controle da produção resultam sendo muito difíceis.

Por outro lado, sendo que o tempo de produção de cada lote de fabricação nos sistemas do tipo *job shop* é relativamente curto, estes resultam sendo por natureza sistemas não-cíclicos. Sendo assim, o modelo baseado em Redes de Petri deste tipo de sistemas, do ponto de vista do planejamento será representado pelo conjunto dos vários modelos baseados em Redes de Petri dos diversos processos de manufatura (ver figura 6.3). Cada um desses

modelos representa uma seqüência de operações necessárias para a obtenção de uma unidade de produto acabado. Para fins de estudo, cada um desses modelos será considerado como (sendo) uma linha de produção independente, isto é, dedicada apenas à produção de um único tipo de produto, sabendo-se porém que diversos recursos são compartilhados entre eles.

Do ponto de vista do planejamento da produção, o modelo apresentado no presente trabalho será de acordo com a figura 6.1. Neste modelo, a transição de entrada t_e servirá para modelar a liberação de um lote (ou unidade) de matéria prima para dentro do sistema, o qual será utilizado na produção de um determinado produto, enquanto que a transição de saída t_s servirá para modelar a saída de um lote (ou unidade) de produto do sistema.

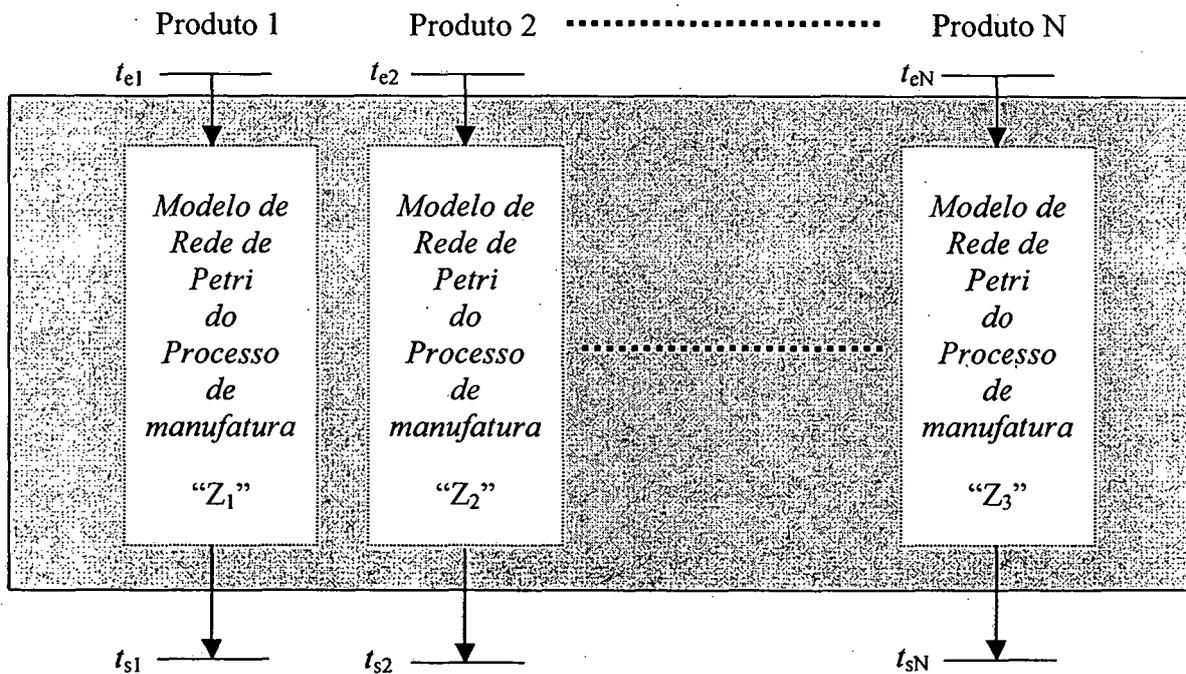


Figura 6.1 - Modelo de Rede de Petri para o planejamento da produção

6.3 - Processo de Manufatura

Os processos de manufatura dos diversos produtos que uma empresa fabrica são a base para a construção do modelo para o planejamento da produção. O processo de manufatura de um produto qualquer é determinado pelo seu **roteiro de produção** e uma lista com os **tempos de processamento** de cada operação sobre cada recurso produtivo (máquinas em geral). O **roteiro de produção** por sua vez é definido por: a) um conjunto de operações (a serem

realizadas sobre determinada matéria prima) necessárias para a obtenção do produto, levando em consideração as restrições de precedência entre elas e b) uma lista de recursos (máquinas em geral) utilizados para a realização das diversas operações sobre os produtos. A tabela abaixo mostra o roteiro de produção de um sistema *Job Shop* formado por 5 máquinas representadas por M_1, M_2, M_3, M_4 e M_5 que processam três tipos de produtos P_1, P_2 e P_3 .

Produto	1ª operação	2ª operação	3ª operação
P_1	M_1	M_2 / M_3	M_5
P_2	M_2 / M_3	M_4	-
P_3	M_1 / M_2	M_3	M_4 / M_5

Tabela 6.1 - Roteiro de produção para três tipos de produtos

A informação do roteiro de produção, juntamente com a informação a respeito dos tempos de processamento requerido por cada máquina para realizar as diversas operações, como mostra a figura 6.2, determina o processo de manufatura ou plano de processo como também é conhecido muitas vezes.

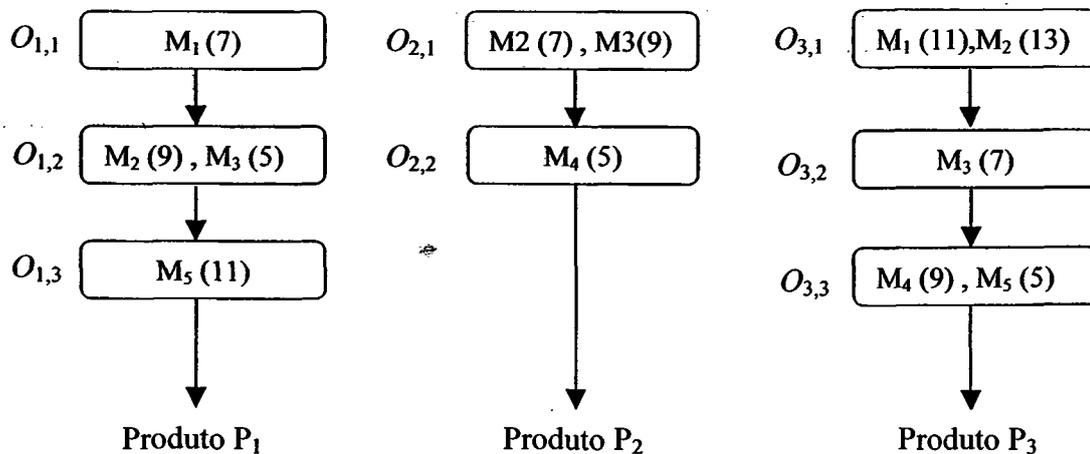


Figura 6.2 - Processo de manufatura de um *job shop*

Na figura 6.2 observa-se que, para se produzir um determinado tipo de produto, várias operações são necessárias. Por exemplo, para a produção do produto P_1 , são necessárias três operações $O_{1,1}$, $O_{1,2}$ e $O_{1,3}$, sendo que a segunda operação pode ser realizada tanto pela máquina M_2 com um tempo de processamento de 4 unidades de tempo, ou pela máquina M_3 com um tempo de processamento de 2 unidades de tempo. Similarmente, a primeira operação do produto P_2 , assim como a primeira e terceira operações do produto P_3 , podem ser realizadas por mais de uma máquina.

No processo de planejamento da produção, um dado muito importante é o conhecimento do número de formas (roteiros) possíveis através dos quais um produto pode ser fabricado. Este dado pode ser facilmente obtido com os dados do processo de manufatura (ver figura 6.2). Por exemplo, para a fabricação do produto P_1 existem 2 roteiros alternativos de produção que são: $M1-M2-M5$ ou $M1-M3-M5$. Este dado pode ser obtido, multiplicando-se para cada produto o número de formas alternativas pelos quais cada operação poderá ser realizada. Assim temos, por exemplo, que para o caso dos 3 produtos acima citados, P_1 , P_2 e P_3 , mostrados na figura 6.2, o número de roteiros alternativos será:

Produto 1 = $1 \times 2 \times 1 = 2$ formas alternativas de produção;

Produto 2 = $2 \times 1 = 2$ formas alternativas de produção;

Produto 3 = $2 \times 1 \times 2 = 4$ formas alternativas de produção.

No caso do produto P_1 , por exemplo, a primeira e terceira operações são realizadas por apenas uma máquina ($M1$ e $M5$ respectivamente), enquanto que a segunda operação pode ser realizada ou pela máquina 2 ou pela máquina 3; daí temos que o número de roteiros alternativos de produção para o respectivo produto é calculado pela expressão $1 \times 2 \times 1$.

No caso dos outros dois produtos age-se da mesma maneira, tendo-se em geral que:

$$j_i = \prod_{n=1}^{k_i} O_{n,i}$$

onde j_i : representa o número de roteiros alternativos do produto P_i ;

$O_{n,i}$: representa o número de formas alternativas pelas quais a operação n do produto i pode ser realizado, e

k_i : representa o número de operações necessárias para produzir o produto i .

6.4 - Modelagem do Processo de Manufatura de Sistemas *Job Shop* Flexíveis não Cíclico por RP-PPP

O processo de manufatura de um produto qualquer, obtido a partir de uma unidade de matéria prima após k_i operações de transformação, será modelado através de uma rede de Petri Ordinária, isto é, os pesos dos arcos serão sempre iguais a 1 (ver cap. 3, item 3.1). Esta Rede de Petri Ordinária será representada pela sub-rede RP-PPP $_i = Z_i = (P', T', I', O', M')$ a qual é não cíclica, isto é, aberta (ou não fechada).

Em nosso modelo baseado em Redes de Petri, de acordo com a figura 5.2, operações de transformação assim como restrições (condições necessárias para a realização de uma determinada operação) serão representadas por lugares. Fichas nos lugares indicarão a satisfação de uma condição para o disparo de uma transição, e transições representarão eventos que podem ou não consumir tempo.

A figura 6.3 mostra o modelo baseado em Redes de Petri dos processos de manufatura para os três tipos de produto mostrados na figura 6.2. Nesta rede, os tempos para carregar uma máquina com uma peça (matéria prima ou produto em processo) a partir de um buffer de entrada são incluídos nos tempos de processamento.

A respeito da Rede de Petri que modela o processo de manufatura de um produto, os seguintes aspectos podem ser observados: **a)** toda transição que modela o início de uma operação (t_2 por ex. na figura 6.3) possui dois lugares de entrada que representam o buffer de entrada (alojamento temporal de produtos em processo) da máquina e a disponibilidade do recurso (máquina m_1), respectivamente; **b)** toda transição temporizada, que modela o tempo para a realização de uma determinada operação, terá apenas um único lugar de entrada, o qual representa a operação sendo executada, e **c)** todo lugar de saída de uma transição temporizada, que modela o tempo que demora uma operação, irá representar um buffer (deposito temporário de produtos em processo ou acabados), o qual se torna automaticamente uma restrição (condição) para a realização do próximo evento (início de uma outra operação ou liberação de uma unidade de produto para fora do sistema).

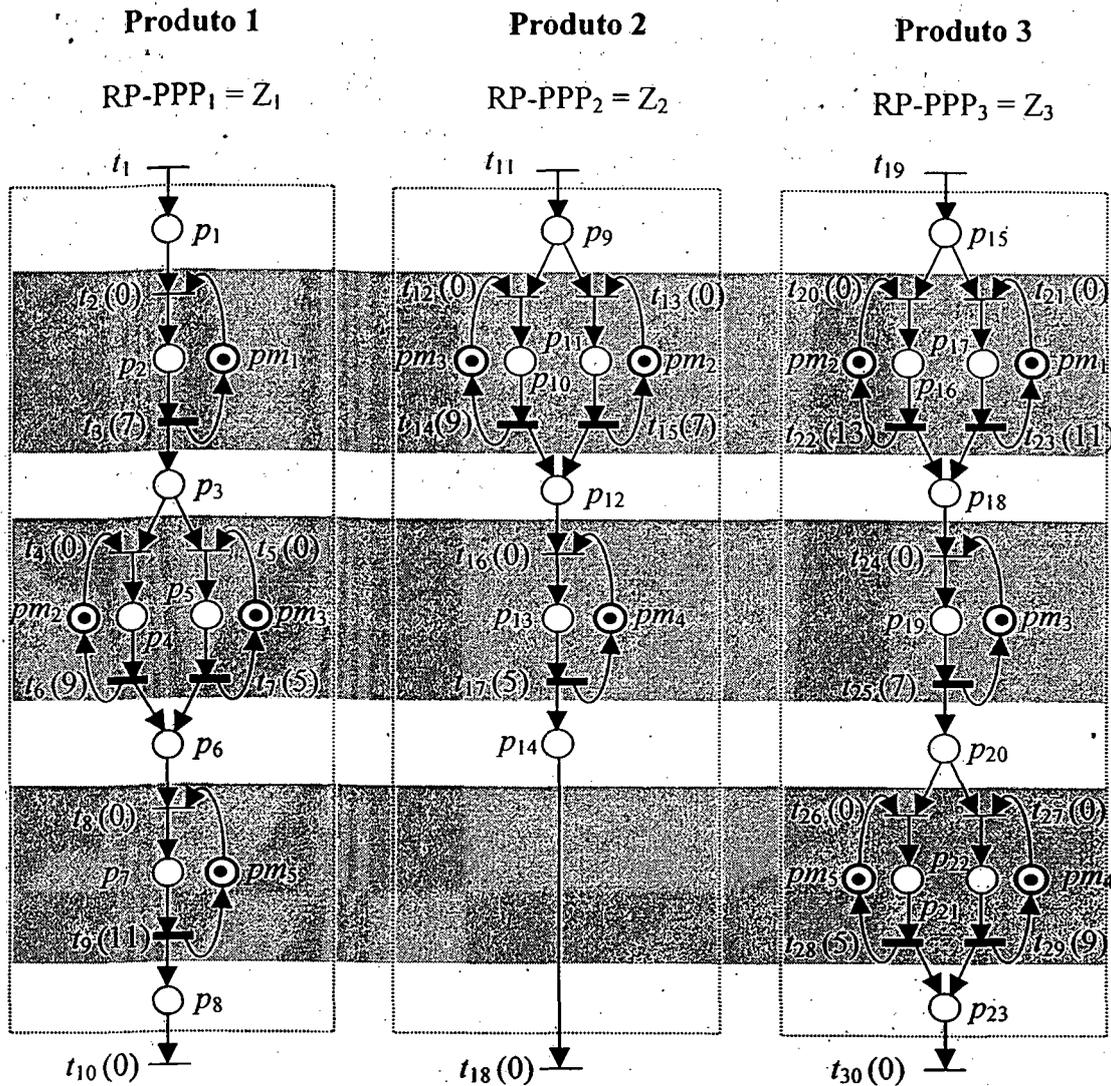


Figura 6.3- Modelo de Rede de Petri do job shop da figura 6.2

6.5 - Planejamento da Produção

Com base na informação obtida no Plano Mestre de Produção (lista dos produtos a serem produzidos com suas respectivas quantidades e as datas de entrega) e um horizonte de tempo definido (semana, por exemplo), o objetivo do planejamento da produção no curto prazo (ver figura 2.5) consiste em decidir a quantidade que será produzida de cada tipo de produto em cada período de trabalho (dia, por exemplo), levando em consideração a capacidade de produção do sistema (recursos e tempo). Este planejamento é feito geralmente com a finalidade de otimizar um ou mais índices de performance do sistema, tais como

minimizar o inventário de trabalho-em-processo, minimizar a soma dos custos de fabricação, minimizar os custos de estocagem e atrasos nas entregas, etc.

O presente trabalho tem como objetivo, através de um modelo baseado em programação linear inteira, a determinação (planejamento) da quantidade de cada tipo de produto que será produzido seguindo determinado roteiro de produção, em cada um dos períodos de trabalho, que correspondem a um dado horizonte de tempo e a um custo mínimo. Os custos que serão levados em consideração nesta primeira etapa serão os custos relacionados com a estocagem de produtos, de atrasos nas entregas e os custo de fabricação.

O custo de estocagem ou armazenamento é sem dúvida um dos custos que merece especial atenção nos dias atuais, devido sobretudo ao alto custo do capital empatado quando da produção em excesso. Alguns dos elementos mais importantes que fazem parte deste tipo de custo são: custo de capital, custo de seguro, custo de transportes, custo de obsolescência, depreciação, conservação etc. (DIAS, 1993). Duas das variáveis que tornam este tipo de custo elevado são, em geral, a quantidade do produto a ser armazenada e o tempo de permanência em estoque.

O custo de falta de estoque, por sua parte, é um tipo de custo de difícil mensuração, mas de muita importância para toda a empresa pelo fato de repercutir diretamente no lucro da empresa. Alguns dos itens que fazem parte deste custo podem ser os seguintes: cancelamento de pedidos, prejuízo da imagem da empresa e gastos administrativos ocasionados pela geração e cancelamento de pedidos.

Finalmente, os custos de fabricação são custos relacionados com os custos de operação, que dizem respeito ao custo de utilização das máquinas na produção de uma unidade de produto, seguindo determinado roteiro de produção.

Neste sentido, o maior objetivo do planejamento da produção é, tentar conciliar essas situações indesejáveis, tentando diminuir, portanto, a soma total desses custos para cada período de trabalho que corresponda a um determinado horizonte de planejamento.

Como resultado do problema de programação linear, ter-se-á o número de vezes q_{ijk} (ver item 6.6.1) que cada invariante mínimo Y_{ij} (roteiro ou forma alternativa de produção) será ativado em cada período de trabalho k , tendo como propósito satisfazer a demanda prevista a um custo mínimo.

Se observarmos o modelo baseado em Redes de Petri da figura 6.3, veremos que as operações $O_{1,2}$, $O_{2,1}$ e $O_{3,1}$, representadas pelos lugares p_4 , p_{11} , e p_{16} , respectivamente, utilizam ambas o mesmo recurso (máquina 2 - lugar pm_2). De acordo com esta figura, as três operações antes mencionadas, as quais pertencem a três redes separadas, poderão ser realizadas simultaneamente pelo fato de não existir nenhuma restrição gráfica entre elas. Porém, este fato nunca será possível no mundo real já que um recurso nunca poderá realizar mais de uma operação ao mesmo tempo. Nesta etapa do planejamento da produção, esta situação não será levada em consideração devido a que a solução deste problema corresponde ao processo da programação da produção, que trata da alocação de recursos para as operações produtivas. Neste sentido, o principal propósito nesta etapa do planejamento da produção no curto prazo consiste apenas em determinar o número de unidades que serão fabricadas de cada tipo de produto, seguindo determinado roteiro de produção. Para o caso do **produto P₁**, por exemplo, o mesmo pode ser fabricado seguindo dois roteiros diferentes de produção que são $M_1-M_2-M_5$ ou $M_1-M_3-M_5$, o que em termos de Redes de Petri, significa disparar as transições $t_1-t_2-t_3-t_4-t_6-t_8-t_9-t_{10}$ ou $t_1-t_2-t_3-t_5-t_7-t_8-t_9-t_{10}$ (ver figura 6.3).

Para achar as diversas formas (roteiros) alternativas de produção para cada produto, serão utilizadas cada uma das redes $RP-PPP_i$ (ou Z_i) separadamente. Cada uma destas redes Z_i está coberta por um conjunto de t-invariantes mínimos positivos, onde cada uma delas, as quais possuem apenas uma transição de saída, irá representar um roteiro de produção diferente na fabricação de um tipo de produto.

Em termos de Redes de Petri, para se achar os r_i roteiros de produção de cada produto, utiliza-se a expressão invariante $C.W^T = 0$ (ver Capítulo 3, definição 3.5.3), a qual permite determinar os t-invariantes mínimos (W_i) positivos correspondentes a cada modelo baseado em Redes de Petri, que modela cada um dos processos de manufatura (redes Z_i). A dimensão do vetor W_i é igual ao número de transições da rede Z_i .

Sabe-se também, por definição, que cada um dos t-invariantes mínimos positivos representa um conjunto de disparos de transições que, se disparados pelo menos uma vez, levam a rede do estado inicial ao estado final. Cada um desses t-invariantes mínimos positivos irá definir, portanto, cada um dos roteiros de produção alternativos para a fabricação de um determinado produto.

Para o caso do produto 1, por exemplo, temos que a expressão $C.W^T = 0$ (onde C é a matriz de incidência da rede Z_i e W é um vetor que determina um invariante) é representada pelo sistema:

$$\begin{array}{c}
 p_1 \\
 p_2 \\
 p_3 \\
 p_4 \\
 p_5 \\
 p_6 \\
 p_7 \\
 p_8 \\
 pr_1 \\
 pr_2 \\
 pr_3 \\
 pr_5
 \end{array}
 \begin{array}{cccccccccc}
 t_1 & t_2 & t_3 & t_4 & t_5 & t_6 & t_7 & t_8 & t_9 & t_{10} \\
 \left[\begin{array}{cccccccccc}
 1 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
 0 & 1 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
 0 & 0 & 1 & -1 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 \\
 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & -1 & 0 & 0 \\
 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & -1 & 0 \\
 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & -1 \\
 0 & -1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\
 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 1 & 0
 \end{array} \right]
 \begin{array}{c}
 w_1 \\
 w_2 \\
 w_3 \\
 w_4 \\
 w_5 \\
 w_6 \\
 w_7 \\
 w_8 \\
 w_9 \\
 w_{10}
 \end{array}
 = 0
 \end{array}$$

Resolvendo este sistema, obtêm-se diversos t-invariantes, dos quais apenas 4 são mostrados a seguir (qualquer múltiplo destes t-invariantes também é um invariante):

$$W_1 = (0,0,0,0,0,0,0,0,0,0)$$

$$W_2 = (0,0,0,-1,-1,1,1,0,0,0)$$

$$W_3 = (1,1,1,1,0,1,0,1,1,1)$$

$$W_4 = (1,1,1,0,1,0,1,1,1,1)$$

Deste conjunto de 4 t-invariantes de transição, apenas os dois últimos, W_3 e W_4 (que serão representados por Y_{ij} , onde "i", para $i=1,\dots,N$, representa o tipo de produto, e "j" para $j=1,\dots,J_i$ representa um invariante mínimo) são mínimos positivos e irão representar as duas formas alternativas de produzir o produto P_1 . Assim temos, por exemplo, que o número de roteiros alternativos de produção do produto P_1 será $r_1 = 2$, isto é, $W_3=Y_{1,1}=(1,1,1,1,0,1,0,1,1,1)$ e $W_4=Y_{1,2}=(1,1,1,0,1,0,1,1,1,1)$. Cada roteiro de produção (Z_{ij}), conforme mostram as figuras 6.4 e 6.5, representa uma sub-rede de Z_i formada pelas transições cujo valor em Y_{ij} é igual a 1. Seguindo o mesmo processo para P_1 , obtêm-se os t-invariantes mínimos positivos para o resto dos produtos, os quais são dados nas tabela 6.2.

Na tabela 6.2 observa-se que cada invariante mínimo positivo $Y_{ij} = (y_{ij1}, y_{ij2}, \dots, y_{ijw_i})$, onde w_i representa o numero de transições da rede Z_i , é a imagem de uma função que associa um numero binário (0 ou 1) a cada transição da rede Z_i . Sendo assim, nós temos que a imagem de t , ($f(t) = y_{ijw}$, para $h=1, \dots, w_i$), no invariante Y_{ij} , é igual a 1, se t pertence a Z_{ij} , e 0, caso contrário. Na tabela 6.2, observa-se por exemplo que $f(t_{13})=y_{213}$ em Y_{21} é igual a 0, enquanto que $f(t_{13})=y_{213}$ em Y_{22} é igual a 1.

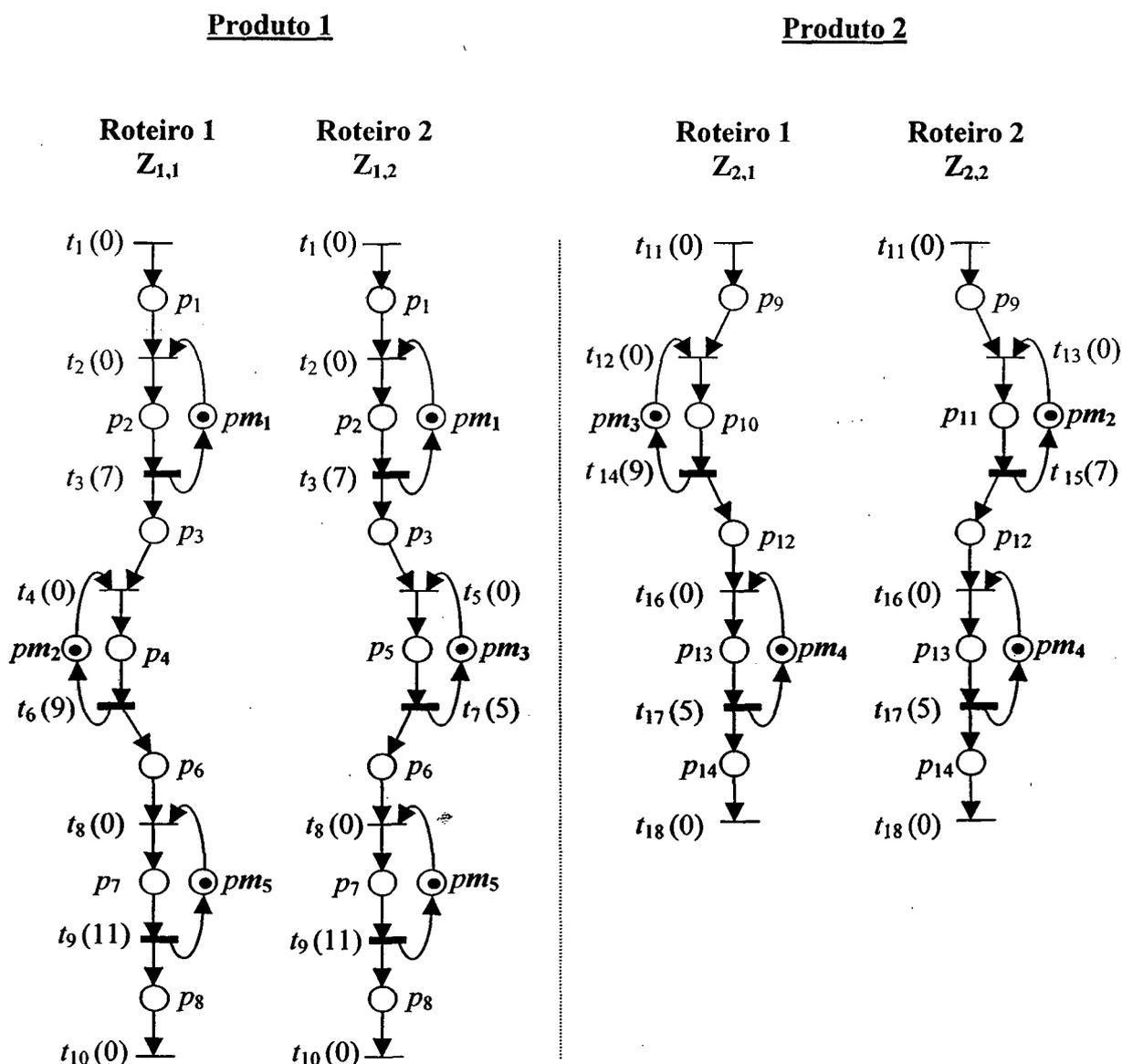


Figura 6.4 - Invariantes mínimos positivos das redes Z_1 e Z_2 .

Uma vez conhecidos os t-invariantes de cada rede Z_i , os t-invariantes mínimos positivos Y_{ij} (os quais representam, roteiros alternativos de produção) serão considerados de forma independente durante o processo do planejamento no curto prazo como se fossem roteiros de produção de produtos diferentes. Este fato irá permitir-nos, por um lado, além de selecionar o(s) melhor(es) roteiro(s) de produção para cada produto, determinar simultaneamente o número de vezes (q_{ijk}) que cada roteiro de produção $Z_{i,j}$ (ou invariante Y_{ij}) deverá ser ativado em cada período de trabalho k , tendo como finalidade satisfazer a demanda prevista, respeitando as restrições de recursos e produção.

Produto 3

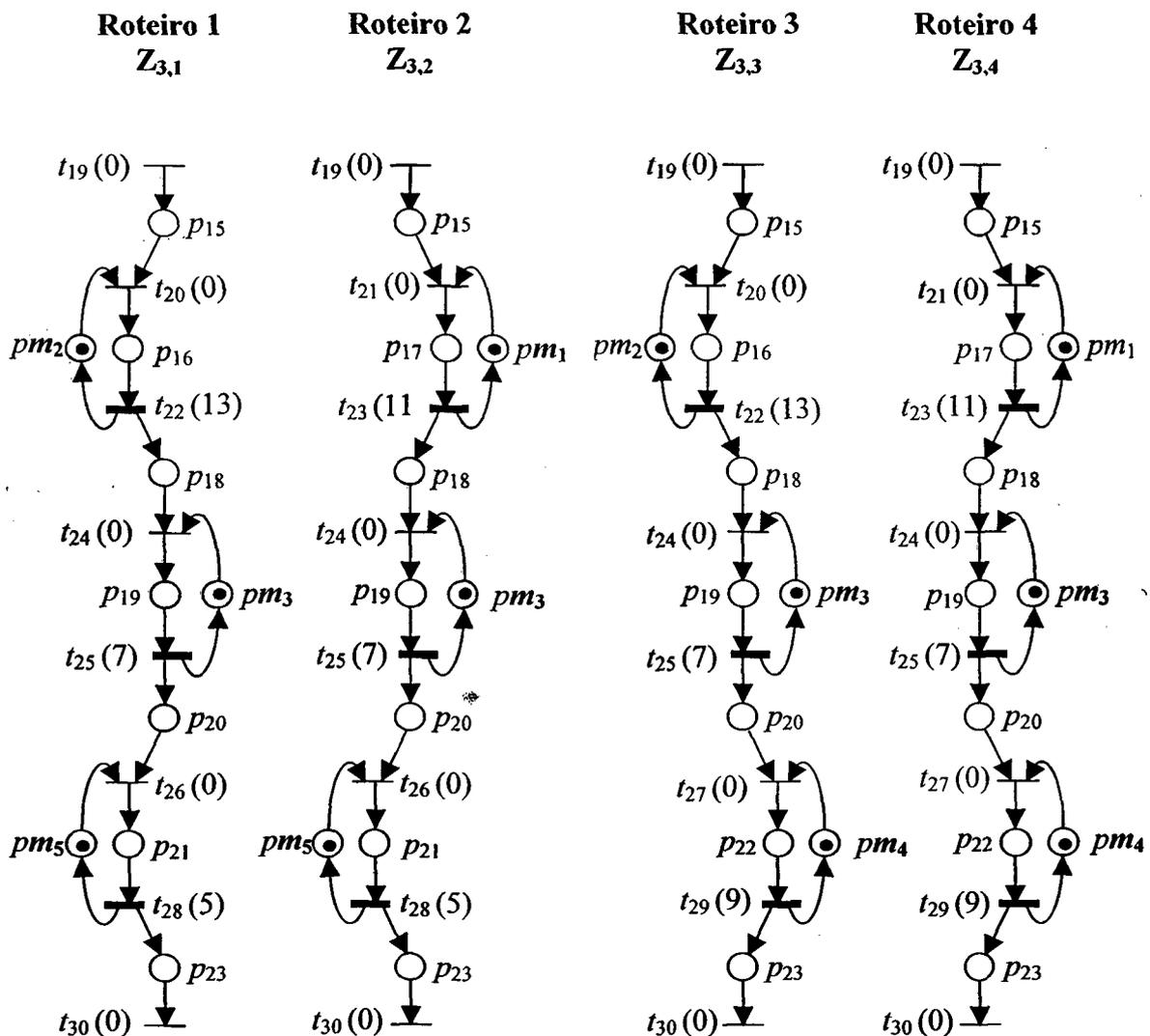


Figura 6.5 - Invariantes de transição mínimos positivos da Rede Z_3

Rede		Z_1								
Transição \Rightarrow	t_1	t_2	t_3	t_4	t_5	t_6	t_7	t_8	t_9	t_{10}
t-invariante \Downarrow		$M_1(0)$	$M_1(7)$	$M_2(0)$	$M_3(0)$	$M_3(9)$	$M_3(5)$	$M_5(0)$	$M_5(11)$	
Y_{11}	(1	1	1	1	0	1	0	1	1	1)
Y_{12}	(1	1	1	0	1	0	1	1	1	1)

Rede		Z_2						
Transição \Rightarrow	t_{11}	t_{12}	t_{13}	t_{14}	t_{15}	t_{16}	t_{17}	t_{18}
t-invariante \Downarrow		$M_3(0)$	$M_2(0)$	$M_3(9)$	$M_1(7)$	$M_4(0)$	$M_4(5)$	
Y_{21}	(1	1	0	1	0	1	1	1)
Y_{22}	(1	0	1	0	1	1	1	1)

Rede		Z_3										
Transição \Rightarrow	t_{19}	t_{20}	t_{21}	t_{22}	t_{23}	t_{24}	t_{25}	t_{26}	t_{27}	t_{28}	t_{29}	t_{30}
t-invariante \Downarrow		$M_2(0)$	$M_1(0)$	$M_2(13)$	$M_1(11)$	$M_3(0)$	$M_3(7)$	$M_5(0)$	$M_4(0)$	$M_5(5)$	$M_4(9)$	
Y_{31}	(1	1	0	1	0	1	1	1	0	1	0	1)
Y_{32}	(1	0	1	0	1	1	1	1	0	1	0	1)
Y_{33}	(1	1	0	1	0	1	1	0	1	0	1	1)
Y_{34}	(1	0	1	0	1	1	1	0	1	0	1	1)

Tabela 6.2 - Lista dos t-invariante mínimos positivos para os três produtos

Selecionados os roteiros de produção mais econômicos, e conhecido o número de vezes (q_{ijk}) que cada roteiro de produção será ativado em cada período de trabalho k , o próximo passo no processo de planejamento será achar o número de vezes que cada transição da rede deverá disparar em cada período de trabalho. Esse dado é representado pelo vetor G_{ik} , de acordo com a equação 6.1.

$$G_{ik} = (g_{ik1}, g_{ik2}, \dots, g_{ikw_i}) = \sum_{j=1}^{J_i} q_{ijk} \cdot Y_{ij} \quad \text{para } i = 1 \dots N; \forall k \quad (6.1)$$

onde J_i representa o número de invariantes mínimos positivos da rede Z_i (que modela o produto i) e w_i representa o número de transições da rede Z_i . Conseqüentemente, cada elemento do vetor G_{ik} será um número inteiro positivo $0 \leq g_{iv} \leq p e_i$, para $v = 1 \dots w_i$. Assim temos, por exemplo, que, se a demanda do produto P_1 ($p e_1$) para o primeiro período ($k=1$) for de 5 unidades, e se, após o processo inicial do planejamento, for indicado que os roteiros $Y_{1,1}$ e $Y_{1,2}$ deverão ser executados 3 e 2 vezes, respectivamente, então ter-se-á que o número de

vezes que cada uma das transições que modela o processo de manufatura do produto. P_1 irá disparar será $G_{11} = 3.Y_{1,1} + 2.Y_{1,2} = 3(1,1,1,1,0,1,0,1,1,1) + 2(1,1,1,0,1,0,1,1,1,1) = (5,5,5,3,2,3,2,5,5,5)$, isto é, as transições t_1, t_2, t_3, t_8, t_9 , e t_{10} irão disparar 5 vezes enquanto que as transições t_4, t_6 e t_5, t_7 , irão disparar apenas 3 e 2 vezes cada uma, respectivamente.

Num processo de planejamento tradicional, geralmente o processo de tomada de decisões é feito numa forma estática, isto é, planeja-se a produção para vários períodos de trabalho (semanas/meses, por exemplo), que compreendem um período maior (meses/anos), chamado de horizonte de planejamento, e depois cumpre-se apenas com a meta de produção planejada para cada período de trabalho, com certos ajustes no decorrer do tempo. Em nosso caso, pelo fato da produção ser em quantidades pequenas com tempos de duração curtos, o processo de tomada de decisão, no que diz respeito ao processo do planejamento, será feito numa forma dinâmica, isto é, a cada novo período de produção o planejamento da produção será re-calculado, sempre no início de cada período de trabalho sobre o mesmo número de períodos, sendo que a programação será feita apenas para o primeiro período, conforme mostra a figura 6.6.

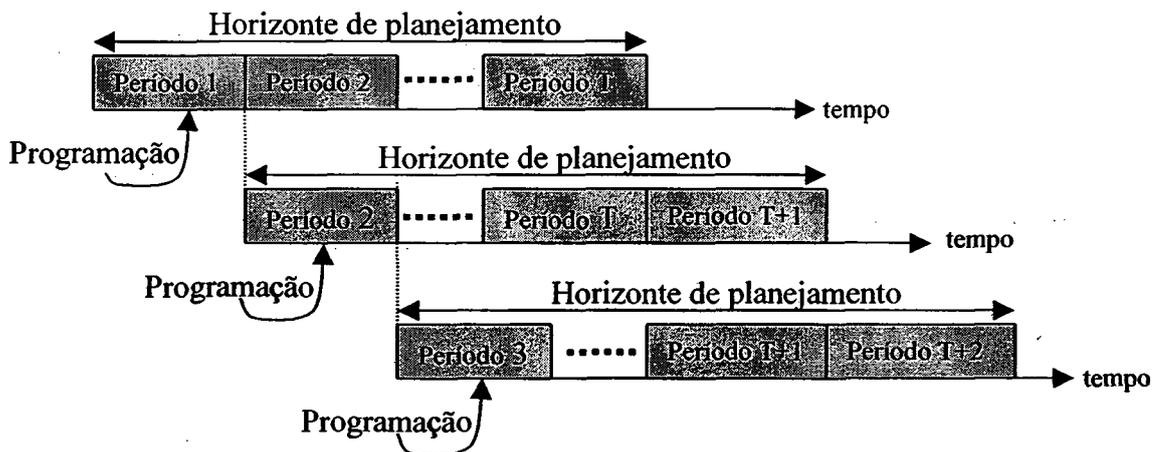


Figura 6.6 - Processo de planejamento dinâmico (*Rolling horizon*)

Este tipo de re-planejamento, que é feito sempre no início de cada período, é conhecido na literatura como processo *rolling horizon* (DAUZÈRE-PERES and LASSERRE, 1994), o qual será utilizado aqui, já que empresas que trabalham sob encomenda normalmente costumam receber com muita frequência novos requerimentos por parte dos clientes durante

cada período de trabalho (produção), os quais precisam ser considerados na produção dos próximos períodos de trabalho.

6.6 - Formulação Matemática do Processo de Planejamento

Se $RP-PPP' = Z$ representa a Rede de Petri que modela o processo de manufatura de um produto sem recirculação de partes (isto é, uma máquina não pode realizar mais de uma operação sobre o mesmo produto), e se Y representa um vetor cujos componentes são todos estritamente positivos, então temos que

$$C_z Y^T = 0 \quad (6.2)$$

onde C_z , representa a matriz de incidência da rede Z e Y é um t-invariante.

Se Z_i (para $i=1... N$) representa cada uma das redes que modelam os processos de manufatura dos N produtos, então temos que em Z_i existem J_i invariantes mínimos positivos, onde cada um deles representa uma forma (roteiro) alternativa de produção do produto i . Este conjunto de invariantes mínimos positivos (ou roteiros alternativos de produção Z_{ij}) são representado pelos vetores $Y_{i1}, Y_{i2}, \dots, Y_{ij_i}$, para $i=1...N$.

6.6.1 - Determinação dos Níveis de Inventário

Se Q_{ik} representa a quantidade de produtos do tipo P_i a serem produzidos durante o período k , então temos que:

$$Q_{ik} = \sum_{j=1}^{J_i} q_{ijk}, \text{ para } i=1, \dots, N \text{ e } k=1, \dots, T \quad (6.3)$$

onde,

q_{ijk} é um número inteiro positivo que representa o número de vezes que o produto i é produzido durante o período k seguindo o roteiro j .

Por outro lado, se d_{ik} representa a demanda do produto i durante o período k , então teremos que, para qualquer período de planejamento, o inventário final será dado pela equação

$$IF_{ik} = II_{ik} + Q_{ik} - d_{ik} \quad (6.4)$$

ou simplesmente,

$$IF = II + P - D \quad (6.5)$$

onde:

IF é o nível de inventário no final do período

II é o nível de inventário no início do período

P é a quantidade a ser produzida durante o período

D é a demanda do período.

Na equação 6.5, caso IF seja positivo, isso indicará que no final do período existirão X unidades de produto, as quais ficarão em estoque para serem consumidas em períodos posteriores.

Por outro lado, caso IF resulte (sendo) negativo, isso indicará que o total de unidades de produto disponíveis para consumo (II+P) resultarão (sendo) insuficientes para satisfazer a demanda D do período. Neste caso, o valor absoluto de IF, isto é, $|IF|$, irá representar o número de unidades que estarão faltando para satisfazer a demanda D do período. Esta falta de itens demandados, o que representa a demanda insatisfeita do período, será representada daqui em diante como DI. DI é também conhecida na literatura como Falta de estoques (Arnold 1999), atrasos nas entregas (TUBINO, 1997) ou backlog (DAUZÉRE-PÉRES and LASSERRE, 1994.a).

Como IF e DI são duas variáveis mutuamente excludentes, ambas as variáveis podem ser escritas numa mesma equação da seguinte maneira:

$$IF = II + P - D + DI \quad (6.6)$$

Neste caso, se no final de um período restarem unidades em estoque ($IF \geq 0$), DI será obrigatoriamente igual a zero pelo simples fato da demanda do período ter sido satisfeita em sua totalidade. Por outro lado, se no final do período a quantidade de unidades disponíveis para consumo (II + P) resultam (sendo) insuficientes para satisfazer a demanda D, isso indicará que no final do período não haverá unidades em estoque, assim, IF será igual a zero ($IF=0$), sendo DI portanto maior ou igual a zero. Obviamente, caso a disponibilidade de produtos num período (II+P) seja igual à demanda (D), então, nesse caso, tanto IF como DI serão iguais a zero.

Conseqüentemente, de acordo com a equação 6.6 temos que:

Se $DI = 0$, então $IF \geq 0$, ou:

$$IF = II + P - D \quad (6.7)$$

Se $IF = 0$, então $DI \geq 0$, ou:

$$DI = -II - P + D \quad (6.8)$$

Em termos de Redes de Petri, de acordo com a equação 6.7, temos que, para qualquer produto P_i , o nível inventário acumulado no final do período r para $IF \geq 0$ será:

$$\text{Inventário Final} = \text{Inventário Inicial} + \text{Produção Acumulada} - \text{Demanda Acumulada}$$

ou,

$$IF_{ir} - II_{i1} - \sum_{k=1}^r \sum_{j=1}^{J_i} q_{ijk} + \sum_{k=1}^r d_{ik} = 0, \text{ para } i = 1 \dots N \text{ e } r = 1 \dots T \quad (6.9)$$

onde:

- IF_{ir} é o nível de inventário do produto i no final do período r ,
- II_{i1} é o inventário inicial do produto i no período 1,
- q_{ijk} é quantidade a ser produzida do produto i seguindo o roteiro j durante o período k
- d_{ik} é a demanda do produto i durante o período k

Por outro lado, de acordo com a equação 6.8, a demanda insatisfeita acumulada (DI) do produto i no final do período r para $DI \geq 0$ será:

$$DI_{ir} + II_{i1} + \sum_{k=1}^r \sum_{j=1}^{J_i} q_{ijk} - \sum_{k=1}^r d_{ik} = 0, \text{ para } i = 1 \dots N \text{ e } r = 1 \dots T \quad (6.10)$$

onde:

DI_{ir} : é o número de unidades de demanda insatisfeita do produto i durante o período r .

De acordo com Hax and Candeia (1984), citado por Dauzère-Péres and Lasserre (1994), a equação 6.6 pode ser escrita da seguinte maneira:

$$(IF - DI) = II + P - D \quad (6.11)$$

onde a diferença do lado esquerdo da equação (IF - DI), que é representado pela variável **I** em Hax and Candeia, indica o número de unidades em excesso (**IF**) ou o número de unidades em falta (**DI**) após um período qualquer de produção. Sabendo que **IF** e **DI** são duas variáveis mutuamente excludentes, isso faz com que o lado esquerdo da equação se torne automaticamente um valor sempre positivo. Por exemplo, se o inventário inicial de um produto (II) for igual a 4, a quantidade produzida (P) igual a 8 e a demanda (D) igual a 10, então teremos que:

$$(IF - DI) = II + P - D$$

$$(IF - DI) = 4 + 8 - 10$$

$$(IF - DI) = 2$$

Nesta situação, como a soma do inventário inicial (II) mais a produção (P) excede a demanda do produto, isso indica que no final do período existirão unidades em estoque. Sendo assim, IF será igual a 2 e DI igual a zero.

Caso as variáveis II e P permaneçam inalteráveis e D seja igual a 16, então teremos a seguinte situação:

$$(IF - DI) = II + P - D$$

$$(IF - DI) = 4 + 8 - 16$$

$$(IF - DI) = -4$$

Neste caso, como a demanda resultou (sendo) maior que a soma do inventário inicial (II) e a produção (P), isso indica que no final do período estarão faltando 4 unidades de produto para satisfazer a demanda prevista, portanto, não haverá unidades em estoque, tornando assim a variável IF igual a zero. Sendo assim, teremos que:

$$(0 - DI) = -4$$

$$DI = 4$$

Conseqüentemente, sabendo que o inventário inicial (II) representa nada menos que o inventário final (IF) de um período anterior, então a equação 6.11, para qualquer produto “i” em qualquer período “k”, pode ser re-escrita da seguinte maneira:

$$(IF_{i,k} - DI_{i,k}) = (IF_{i,k-1} - DI_{i,k-1}) + P - D \quad (6.12)$$

ou

$$(IF_{i,k} - DI_{i,k}) - (IF_{i,k-1} - DI_{i,k-1}) - P + D = 0 \quad (6.13)$$

Em termos de redes de Petri, a equação 6.13 pode facilmente substituir as equações 6.9 e 6.10, e ser escrita como segue:

$$(IF_{i,k} - DI_{i,k}) - (IF_{i,k-1} - DI_{i,k-1}) - \sum_{j=1}^{J_i} q_{ijk} + d_{ik} = 0, \quad \text{para } i = 1, \dots, N, \quad \forall k \quad (6.14)$$

6.6.2 - Determinação do Tempo Total de Ocupação das Máquinas

Num job shop, onde um conjunto de máquinas $M=(m_1, m_2, \dots, m_s)$ é utilizado na produção de P_i produtos (para $i=1 \dots N$), o tempo total de ocupação das máquinas na produção das Q_{ik} unidades representadas na equação 6.3 deverá ser sempre menor que ou igual à duração do período de trabalho k (disponibilidade da máquina durante o período k). Neste caso, o tempo de ocupação de uma máquina irá incluir, além do tempo de operação, o tempo gasto pelo sistema na acomodação de uma peça sobre a referida máquina.

Se m_a (para $a = 1 \dots s$) representa qualquer uma das máquinas do conjunto M , e se T_a^{ij} representa o conjunto de transições que modelam a ocupação da máquina m_a no invariante Y_{ij} , então as restrições de capacidade das s máquinas podem ser dadas pela equação:

$$\sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^{J_i} \left(\sum_{(t,t) \in T_a^{ij}} q_{ijk} \cdot f(t)_{ij} \cdot (\theta_{t'} + \theta_t) \right) \leq \mu_k, \quad \forall m_a \in M; \quad \forall k \quad (6.15)$$

onde:

T_a^{ij} representa o conjunto de transições ligadas com a máquina m_a no invariante Y_{ij} ;

q_{ijk} é a quantidade a ser produzida do produto i seguindo o roteiro j durante o período k ;

$f(t)_{ij}$, é a imagem da transição t no invariante Y_{ij} , ou o valor (0 ou 1) do h -ésimo elemento do invariante Y_{ij} que corresponde à máquina m_a ;

$\theta_{t'}$, representa o tempo de disparo da transição que modela o início da ocupação da máquina m_a (transição inicial), ou a colocação de uma peça sobre a máquina;

θ_t , representa o tempo de disparo de cada transição que modela o tempo de operação da máquina m_a ,

μ_k representa o tempo disponível durante o período k.

6.6.3 – Determinação das Restrições de Produção

Se Q_{ik} representa a quantidade de produtos do tipo P_i a serem produzidos durante o período k, então, a produção acumulada do produto P_i no final do período T (PA_{iT}) será

$$PA_{iT} = \sum_{k=1}^T Q_{ik}, \text{ para } i = 1, \dots, N \quad (6.16)$$

que, de acordo com a equação 6.3, resulta :

$$PA_{iT} = \sum_{k=1}^T \sum_{j=1}^{J_i} q_{ijk}, \text{ para } i = 1, \dots, N \quad (6.17)$$

Por outro lado, se d_{ik} representa a demanda do produto i durante o período k, então a demanda total acumulada (DA) do produto i no final do período T será dada por:

$$DA_{iT} = \sum_{k=1}^T d_{ik}, \text{ para } i = 1, \dots, N \quad (6.18)$$

De acordo com as equações 6.17 e 6.18, e sabendo que a demanda prevista para os T períodos de trabalho (DA) precisa ser atendida, temos então que a produção acumulada não poderá ser inferior à demanda acumulada dos T períodos, isto é,

$$PA_{iT} \geq DA_{iT} \quad (6.19)$$

ou

$$\sum_{k=1}^T \sum_{j=1}^{J_i} q_{ijk} \geq \sum_{k=1}^T d_{ik}, \text{ para } i = 1, \dots, N \quad (6.20)$$

6.6.4 - Determinação dos Custos de Produção de cada Roteiro

Se P_i (para $i = 1, 2, \dots, N$) representa o conjunto de produtos a serem produzidos num job shop, e se T_i (para $i = 1, 2, \dots, N$) representa o conjunto de transições que modelam as operações de produção do produto P_i , então teremos que

$$c_{ij}^{pr} = \sum_{t \in T_i} c_t^{pr} \cdot f(t)_{ij} \cdot \theta_t, \text{ para } i = 1, \dots, N; \text{ para } j = 1, \dots, J_i \quad (6.21)$$

onde:

c_{ij}^{pr} é o custo de produção do produto i que segue o roteiro j (invariante Y_{ij}),

c_t^{pr} é o custo por unidade de tempo da transição t que modela uma operação em Y_{ij} ,

$f(t)_{ij}$ representa a imagem da transição t no invariante Y_{ij} , (o valor 0 ou 1 que corresponde ao h -ésimo elemento do invariante Y_{ij} que corresponde à transição t),

θ_t é o tempo de disparo da transição t

Finalmente, o problema de planejamento pode ser resumido e representado através da figura 6.7.

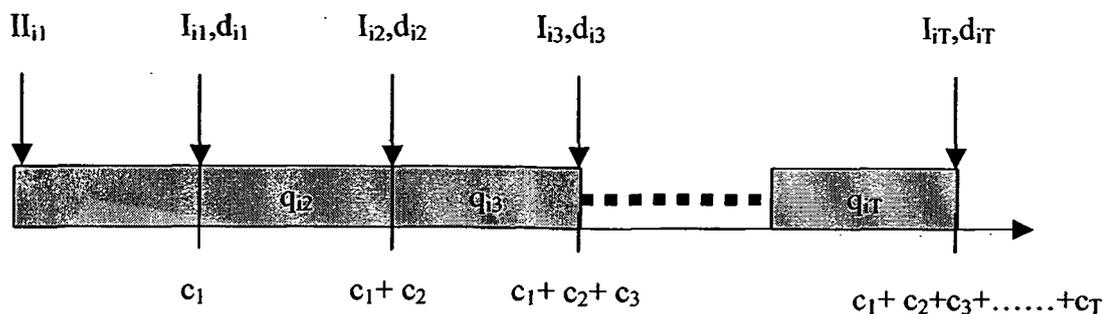


Figura 6.7 - Representação gráfica do problema de planejamento

onde:

I_{i1} é a quantidade de inventário do produto i no início do período 1;

I_{ik} é o nível de inventário IF ou DI do produto i no final do período k (para $k=1 \dots T$);

d_{ik} é a demanda do produto P_i durante o período k ;

c_k é o custo total incorrido pela existência de estoque (IF) ou demanda insatisfeita (DI) do produto i durante o período k ;

q_{ik} é a quantidade de produtos do tipo P_i produzida durante o período k .

Baseado nos resultados obtidos até aqui, o objetivo do planejamento da produção consistirá em otimizar a função objetivo $F(Q, I)$, isto é:

$$\text{Minimizar} \quad \sum_{i=1}^N c_{i1}^+ II_{i1} + \sum_{i=1}^N \sum_{k=1}^T (c_{i,k+1}^+ \cdot IF_{ik} + c_{ik}^- \cdot DI_{ik}) + \sum_{i=1}^N \sum_{k=1}^T \sum_{j=1}^{J_i} c_{ij}^{pr} \cdot q_{ijk} \quad (6.22)$$

Onde:

- c_{ik}^+ é o custo de manter uma unidade do produto i em estoque durante o período k ;
- c_{ik}^- é o custo incorrido por uma unidade de demanda insatisfeita do produto i no período k ;
- c_{ij}^{pr} é o custo de produção de uma unidade do produto i que segue o roteiro de produção j ;
- II_{i1} é o inventário inicial do produto i no período 1;
- IF_{ik} é o nível de inventário do produto i no final do período k ;
- DI_{ik} é o número de unidades de demanda insatisfeita do produto i no período k ;
- q_{ijk} é o número de unidades do produto i produzido no período k , e que seguem o roteiro j .

Sabendo que os níveis de inventário inicial II_{i1} (para $i=1...N$) assim como o custo de se manter uma unidade em estoque são quantidades conhecidas, então os valores $c_{i1} \cdot II_{i1}$ resultarão sendo quantidades fixas. Sendo assim, estes valores podem ser facilmente removidos da equação 6,22 sem influenciar no resultado. Neste caso, a função objetivo será:

$$\text{Minimizar} \quad \sum_{i=1}^N \sum_{k=1}^T (c_{i,k+1}^+ \cdot IF_{ik} + c_{ik}^- \cdot DI_{ik}) + \sum_{i=1}^N \sum_{k=1}^T \sum_{j=1}^{J_i} c_{ij}^{pr} \cdot q_{ijk} \quad (6.23)$$

Sujeito a:

$$IF_{ir} - II_{i1} - \sum_{k=1}^r \sum_{j=1}^{J_i} q_{ijk} + \sum_{k=1}^r d_{ik} = 0, \text{ para } i=1.....N \text{ e } r=1.....T \quad (6.24)$$

$$DI_{ir} + II_{i1} + \sum_{k=1}^r \sum_{j=1}^{J_i} q_{ijk} - \sum_{k=1}^r d_{ik} = 0, \text{ para } i=1,\dots,N \text{ e } r=1,\dots,T \quad (6.25)$$

$$\sum_{k=1}^T \sum_{j=1}^{J_i} q_{ijk} \geq \sum_{k=1}^T d_{ik}, \text{ para } i=1,\dots,N \quad (6.26)$$

$$\sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^{J_i} \left[\sum_{(t,t) \in T_a^{ij}} q_{ijk} \cdot f(t)_{ij} \cdot (\theta_{t'} + \theta_t) \right] \leq \mu_k, \quad \forall m_a \in M; \forall k \quad (6.27)$$

$$IF_{ir}, DI_{ir}, q_{ijk} \geq 0 \text{ para } : i=1,\dots,N; r=k=1,\dots,T; j=1,\dots,J_i \quad (6.28)$$

A função objetivo 6.23 expressa a soma dos custos de inventário esperados, os custos incorridos pela não satisfação da demanda e os custos de produção. A equação 6.24 permite-nos achar os níveis de inventário para cada produto i no final de cada período r , caso a disponibilidade de produtos seja superior ou igual à demanda. A equação 6.25, por sua vez, permite-nos determinar a quantidade de demanda insatisfeita para cada período, caso existir. A equação 6.26 mostra que a produção acumulada pode, no máximo, ser igual à demanda, caso a capacidade produtiva seja suficiente. A equação 6.27 determina a restrição da capacidade dos recursos, onde o tempo total de ocupação da máquina m_a nunca será maior que seu tempo total disponível no período. Finalmente a equação 6.28 representa as restrições de não negatividade.

De acordo com o que foi explanado no final do item 6.6.1, as restrições 6.24 e 6.25 podem ser substituídas por apenas uma única restrição, que será representada pela equação 6.14. Sendo assim, a função objetivo $F(Q, I)$ ficará sendo:

$$\text{Minimizar } \sum_{i=1}^N \sum_{K=1}^T (c_{i,k+1}^+ \cdot IF_{ik} + c_{ik}^- \cdot DI_{ik}) + \sum_{i=1}^N \sum_{k=1}^T \sum_{j=1}^{J_i} c_{ij}^{pr} \cdot q_{ijk} \quad (6.29)$$

sujeito a:

$$(IF_{i,k} - DI_{i,k}) - (IF_{i,k-1} - DI_{i,k-1}) - \sum_{j=1}^{J_i} q_{ijk} + d_{ik} = 0, \text{ para } i=1,\dots,N, \forall k \quad (6.30)$$

$$\sum_{k=1}^T \sum_{j=1}^{J_i} q_{ijk} \geq \sum_{k=1}^T d_{ik}, \text{ para } i = 1, \dots, N \quad (6.31)$$

$$\sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^{J_i} \left(\sum_{(t',t) \in T_a^{ij}} q_{ijk} \cdot f(t)_{ij} \cdot (\theta_{t'} + \theta_t) \leq \mu_k, \quad \forall m_a \in M; \forall k \quad (6.32)$$

$$IF_{ik}, DI_{ik}, q_{ijk} \geq 0 \text{ para } i = 1, \dots, N; k = 1, \dots, T; j = 1, \dots, J_i \quad (6.33)$$

6.7 - Programação da Produção

A problema da programação da produção será baseado numa rede RP-PPP, a qual é uma extensão do modelo de planejamento (figura 6.1), conforme mostra a figura 6.8. Essa extensão compreende a inclusão de três tipos de lugares: **a) Lugares de controle de demanda (Pe)**, que nos permitirão modelar a quantidade de itens de cada tipo de produto a ser produzidos (tamanho dos lotes de produção) num determinado período de trabalho; **b) Lugares de controle de fluxo (Pf)**, que permitem controlar a quantidade de unidades de produto que são liberadas para dentro do sistema; **c) Lugares de controle da produção (Pc)**, os quais permitem controlar a quantidade de itens que são processados em cada máquina alternativa que realiza a mesma operação e **d) Lugares recurso (Pr)**, que irão modelar cada uma das máquinas utilizadas no sistema. No modelo baseado em RP-PPP, que representa o problema de programação, o estado inicial e final do sistema será representado pela marcação inicial e final da rede, respectivamente.

Na figura 6.8, a marcação inicial dos lugares Pe_i irá depender do numero de unidades a serem fabricadas de cada produto, isto é, do tamanho do lote de produção (demanda do produto X), enquanto que o numero de fichas que aparecerão nos lugares Ps_i (marcação final), após um período de tempo T, representará o número de unidades fabricadas, prontas para serem consumidas ou vendidas. A marcação de um lugar Pf será sempre igual a 1, fazendo, desse modo, com que apenas uma unidade de matéria prima seja introduzida por vez dentro do sistema. Sendo assim, Pf torna-se um limitante da quantidade de produtos em processo. A marcação inicial dos lugares Pc , por outro lado, dependerá do resultado da etapa de planejamento. No modelo final, apenas as transições que modelam o início de uma operação, a qual possui várias máquinas candidatas, estarão ligadas a um lugar Pc . Cada lugar Pm será preenchido com apenas uma ficha, o que indica que existe apenas uma única máquina do tipo

m_a . Finalmente, todo lugar que modela um recurso será ligado através de arcos com cada uma das transições que modelam o início de uma operação que ocupa tal recurso.

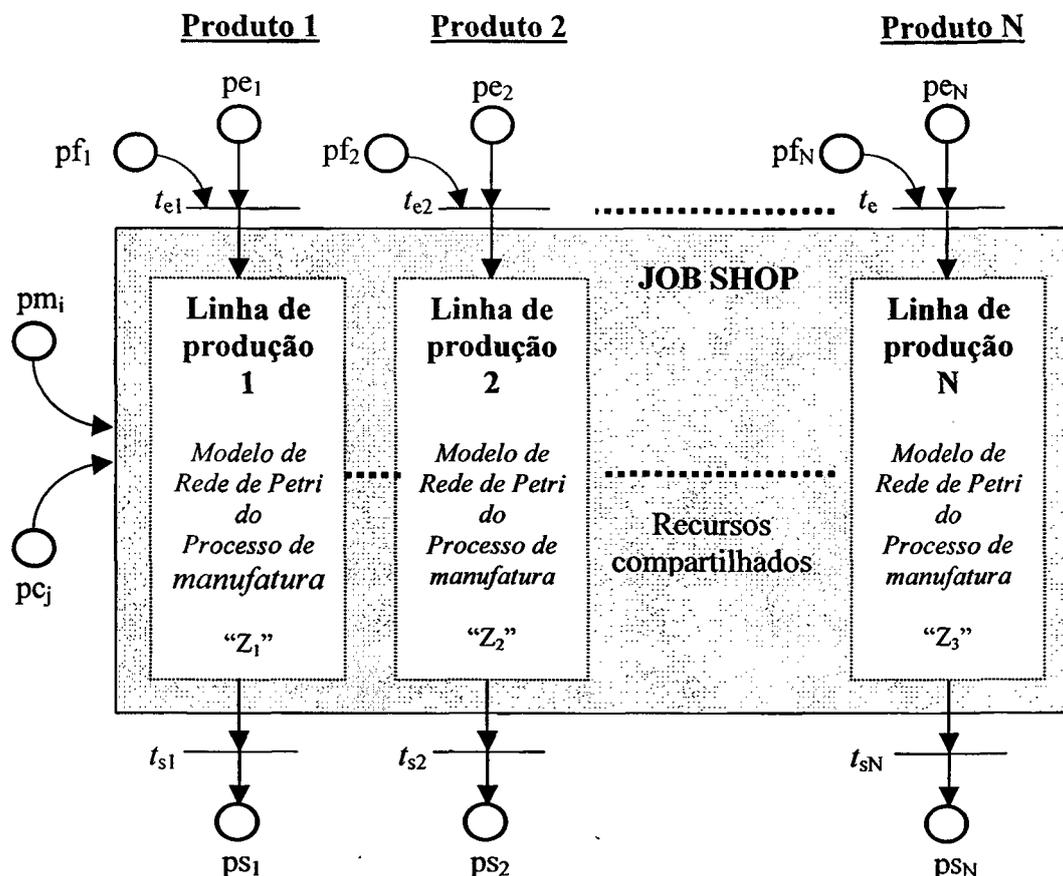


Figura 6.8- Modelo final de uma RP-PPP

Uma vez completado o modelo, e sabendo que as diversas linhas de produção (processos de manufatura) competem pelo uso dos diversos recursos produtivos (máquinas) dentro do *job shop*, conforme mostra a figura 6.9, o maior desafio da programação da produção é tentar coordenar o compartilhamento desse recurso entre as diversas linhas de produção, de modo a otimizar determinados critérios. Na maioria dos casos, o critério mais otimizado no que diz respeito à programação da produção é o tempo de permanência de um produto dentro do sistema denominado *makespan*, o qual é minimizado. Neste caso, além de minimizar o *makespan*, serão otimizados também o inventário de produtos em processo e a ocupação das máquinas.

6.7.1 - Modelo Final Baseado em RP-PPP para a Programação da Produção

De acordo com a figura 6.8, o modelo final de uma RP-PPP é a rede mostrada na figura 6.9, a qual servirá para abordar o problema relacionado com a programação da produção. Nesta rede, durante o processo da programação, precisam ser tomados dois tipos de decisões para cumprir com a produção planejada. Estas decisões estão relacionadas, por um lado, com a flexibilidade do roteiro de produção, isto é, decisão sobre que roteiro alternativo seguir na fabricação de um determinado produto, e a flexibilidade de recurso que diz respeito à designação de um recurso para realizar uma certa operação. A solução ótima destes dois tipos de decisões na programação da produção irá permitir-nos maximizar por um lado a utilização das máquinas e, por outro, minimizar o *makespan* de produção.

Após o processo de planejamento, uma vez conhecido o número de vezes que cada transição deve ser disparada em cada período (vetor G_{ik}) a fim de satisfazer a demanda prevista, e sabendo que um recurso só pode realizar uma operação por vez, o propósito da programação da produção limita-se a determinar a seqüência de disparos das transições que modelam o início de cada operação de modo a satisfazer a demanda do período no menor tempo possível.

A designação das máquinas para as operações produtivas (solução de conflitos) será baseada em certa informação associada a toda transição (t_s) que modela o início de cada operação. Este tipo de transições iniciais carrega informações que dizem respeito à flexibilidade de operação (F_{op}), o nível de operação (N_{op}) e o tempo de ocupação das máquinas (δ), o qual é designado pelo vetor $t_s = (F_{op}, N_{op}, \delta)$, conforme mostra a figura 6.10.

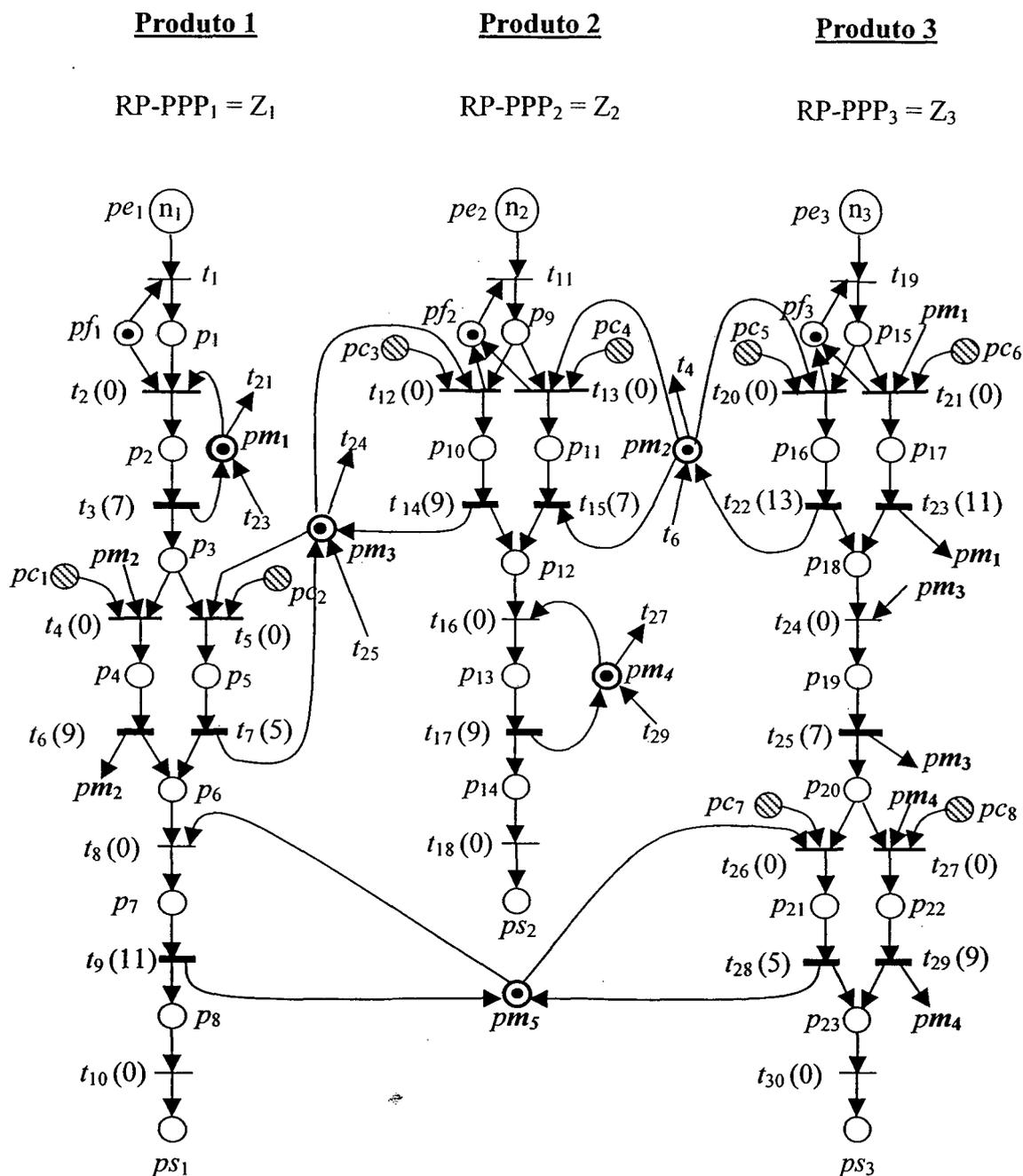


Figura 6.9- Modelo de Rede de Petri do job shop da figura 6.2

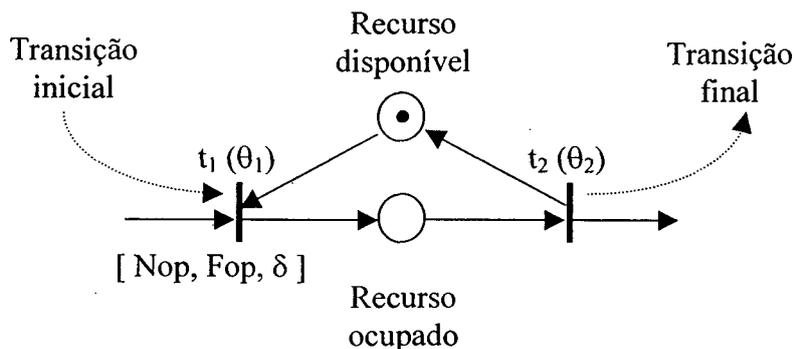


Figura 6.10 – Vetor associado a uma transição inicial

Na figura 6.10, a informação associada a toda transição inicial é representada por:

- a) O valor associado ao índice **Nop** (nível de operação) dependerá do número da operação realizada sobre o produto. Por exemplo, se um produto precisa de três operações para ficar pronto, a transição que modela o início da primeira operação terá associado um valor de **Nop** igual a 1, a segunda operação igual a 2 e assim sucessivamente.
- b) O valor associado índice **Fop** (flexibilidade de operação) é dado pelo número de máquinas disponíveis capazes de realizar uma determinada operação. No caso da figura 6.11, por exemplo, as transições t_1 , t_3 e t_5 terão associado um valor de **Fop** igual a 1 pelo fato de existir apenas uma máquina capaz de realizar essas operações; por outro lado, as transições t_7 e t_8 terão associado um valor de **Fop** igual a 2, pelo fato de representarem o início das operações de duas máquinas capazes de realizar a segunda operação do produto 2.
- c) No caso do tempo de ocupação das máquinas (δ), este valor será dado pelo tempo que dura a operação. Caso a transição inicial represente o tempo da transferência de uma peça sobre a máquina, então este valor será dado pela soma da transição inicial e final, respectivamente.

Para o caso da rede mostrada na figura 6.9, por exemplo, os valores associados às transições que modelam o início de cada operação produtiva são mostradas na tabela 6.3.

Transições (iniciais)												
	t ₂	t ₄	t ₅	t ₈	t ₁₂	t ₁₃	t ₁₆	t ₂₀	t ₂₁	t ₂₄	t ₂₆	t ₂₇
Nop	1	2	2	3	1	1	2	1	1	2	3	3
Fop	1	2	2	1	2	2	1	2	2	1	2	2
δ	7	9	5	11	9	7	9	13	11	7	5	9
	Produto 1				Produto 2				Produto 3			

Tabela 6.3 – Informação associada a cada transição inicial da rede da figura 6.9

6.7.2 - Designação de Máquinas para Operações Produtivas

A respeito da utilização dos recursos produtivos, existem dois tipos de decisões que precisam ser tomadas:

a) Designação de um recurso quando o mesmo é utilizado para realizar duas operações de níveis diferentes, conforme mostra a figura 6.10.

Nesta rede observa-se que tanto a primeira como a segunda operação dos produtos 1 e 2, respectivamente, podem ser realizadas por apenas um único recurso (pr_1). Neste caso, o recurso pr_1 será reservado para o disparo da transição de nível mais alto (transição t_7), permitindo assim que produtos em processo com maior valor agregado sejam terminados o mais cedo possível. Por exemplo, se na figura 6.11 aparecer uma ficha em p_1 e outra em p_8 , o recurso pr_1 será reservado para o disparo de t_7 (início da segunda operação do produto 2). Caso o valor de δ da transição t_5 (nível 1) seja menor que o valor de δ associada à transição t_1 , então o recurso pr_1 será reservado exclusivamente para processar apenas o produto 2. Isto é devido a que, sempre que pr_1 se tornar disponível, haverá sempre uma ficha esperando em p_8 . Sendo assim, o produto 1 será processado somente após o término do produto 2.

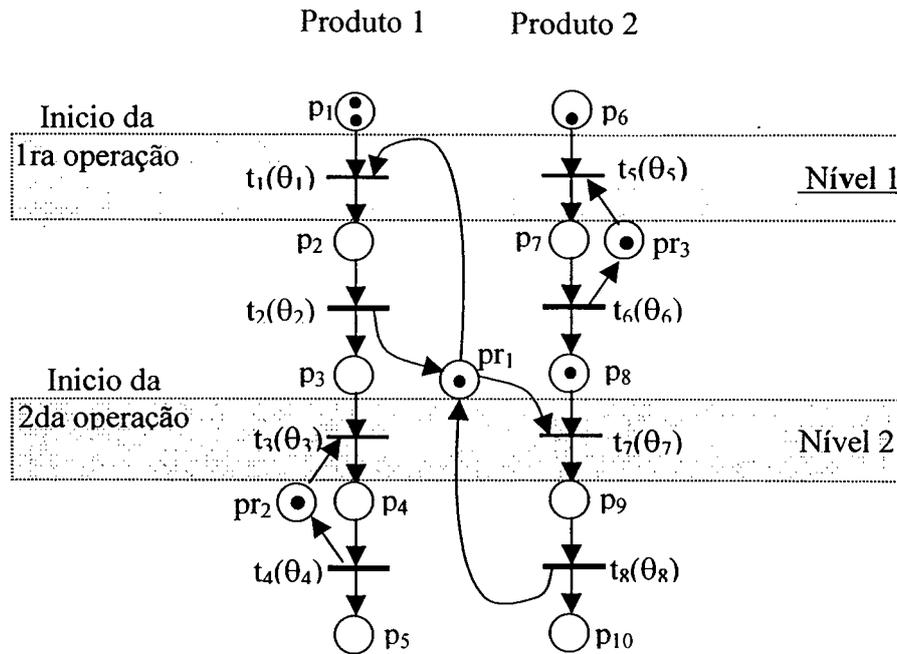


Figura 6.11 - Transições habilitadas em níveis diferentes

b) Designação de um recurso quando uma das duas operações de níveis diferentes possui mais de uma máquina candidata ($F_{op} > 1$).

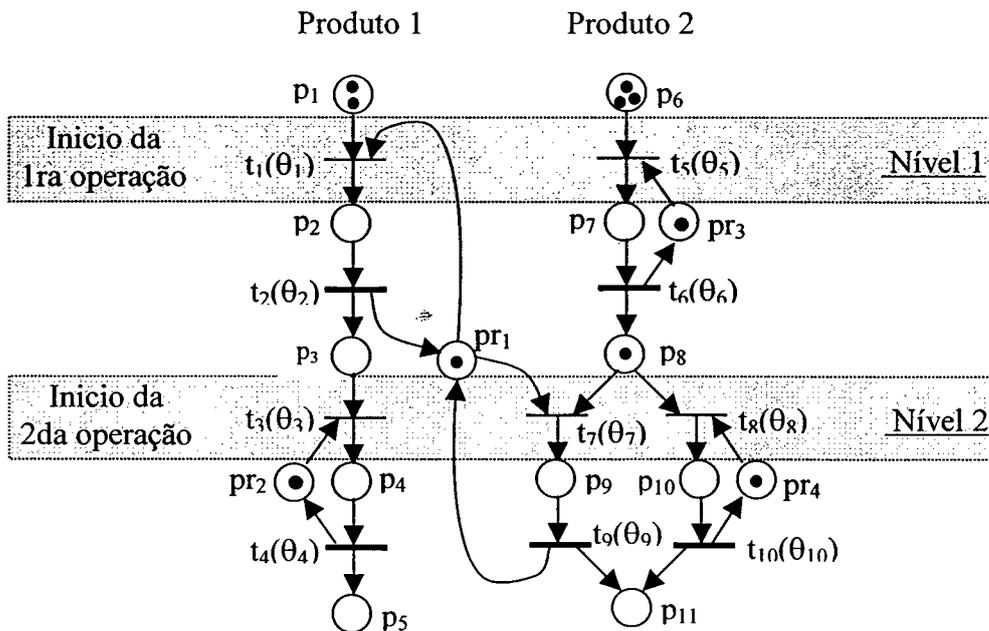


Figura 6.12 - Transições habilitadas em níveis diferentes

Na figura 6.12, como t_1 e t_7 estão habilitadas, então a transição a ser disparada será aquela que possua o menor índice de “flexibilidade de operação” (Fop). Como a flexibilidade das transições de t_1 e t_7 são 1 e 2, respectivamente, neste caso o recurso pr_1 será designado para a primeira operação do produto p_1 .

c) Seleção de um recurso quando o mesmo é utilizado para realizar duas operações do mesmo nível.

Neste caso, podem acontecer as seguintes situações:

c.1) Quando as transições que modelam o início das operações possuem igual $Fop = 1$.

Nesta caso, a regra de decisão utilizada para o disparo das transições t_1 ou t_5 (ocupação do recurso pr_1) será a regra de programação conhecida como “Menor Tempo de Processamento”. A utilização desta regra permitirá que o recurso fique disponível o mais cedo possível para ser utilizado numa outra operação. No caso da figura 6.13, se δ_1 , que pertence a t_1 , for menor que o valor de δ_5 (que pertence a t_5), então o recurso pr_1 será reservado para o disparar a transição t_1 .

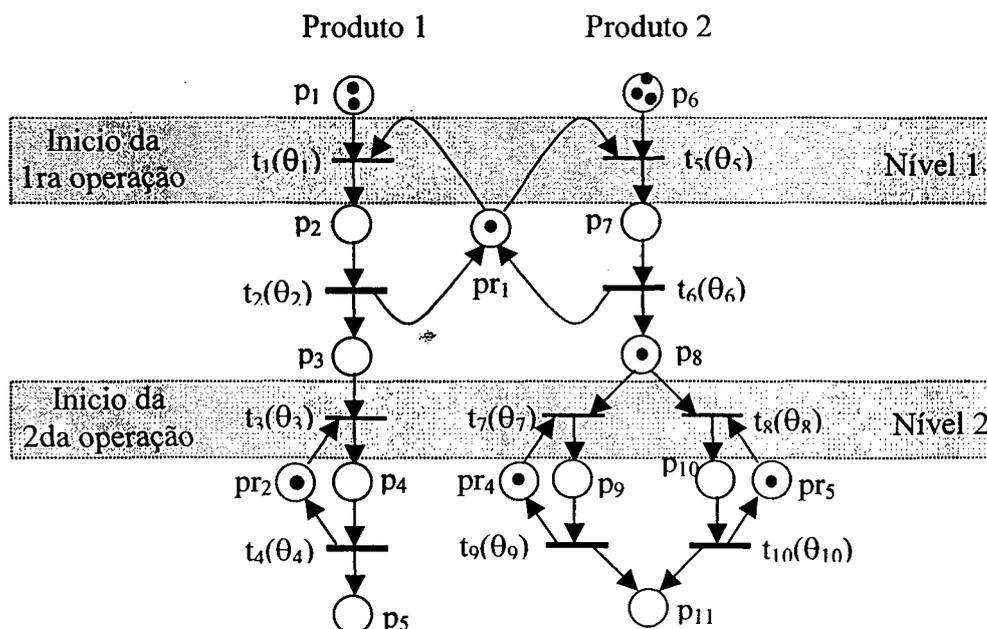


Figura 6.13 - Alocação de um recurso a operações do mesmo nível e igual Fop

c.2) Quando as transições que modelam o início das operações possuem diferente Fop .

Neste caso, conforme mostra a figura 6.14, três transições (t_3 , t_7 e t_8) estão habilitadas para o disparo mas, dependendo da decisão a ser tomada, apenas uma ou duas transições poderão disparar. Por exemplo, se o recurso pr_1 for utilizado para o disparo de t_7 , então apenas t_7 disparará, desabilitando t_3 e t_8 . Por outro lado, se a ficha em pr_1 for utilizado para o disparo de t_3 , então t_7 será automaticamente desabilitada, ficando pr_4 livre para disparar t_8 . Obviamente a segunda situação é a mais conveniente. Esta situação é obtida alocando o recurso R_1 à transição que possua o menor valor de Fop (flexibilidade de operação). Neste caso, t_3 possuirá uma Fop igual a 1, por existir apenas uma máquina para realizar a operação, enquanto que t_7 e t_8 possuirão uma Fop igual a 2, pelo fato de existirem duas máquinas capazes de realizar a segunda operação do produto 2.

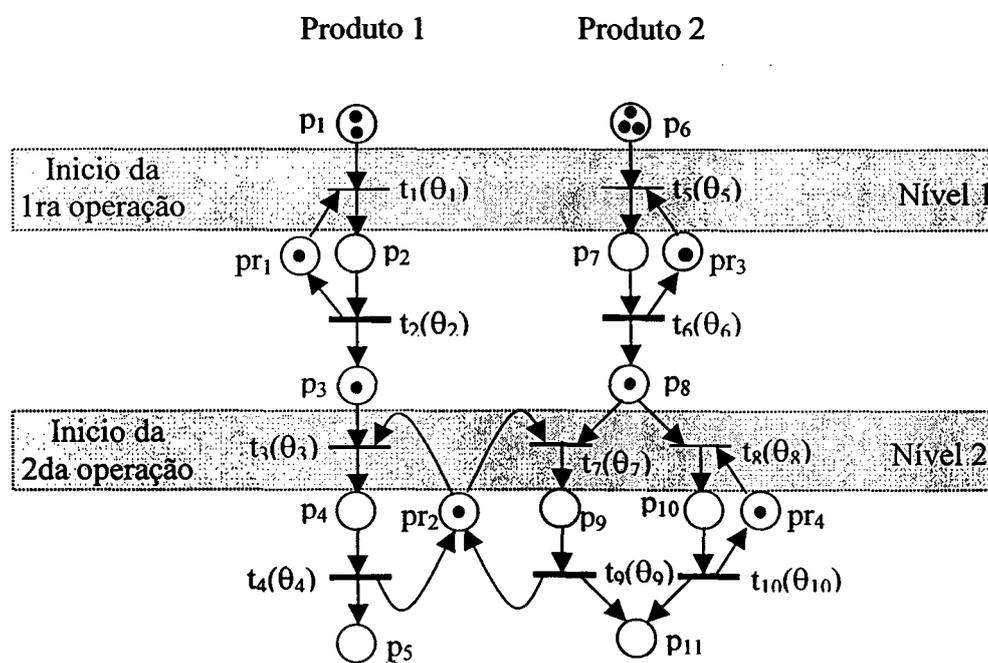


Figura 6.14 - Alocação de um recurso para operações do mesmo nível e diferente Fop

c.3) Quando as transições que modelam o início das operações possuem igual $Fop > 1$.

Neste caso, como t_3 , t_4 , t_9 e t_{10} possuem o mesmo índice de Fop e N_{op} , escolhe-se para o disparo aquela transição habilitada que possua o menor tempo δ . Na figura 6.15, por exemplo, se δ_4 for menor que δ_9 , então a ficha (recurso) em pr_2 será utilizado para o disparo da transição t_4 (segunda operação do produto 1), reservando a ficha em pr_2 para o disparo de t_4 , o

que faz com que as transições t_3 e t_9 sejam desabilitadas automaticamente, ficando livre portanto a ficha em p_8 para o disparo de t_{10} .

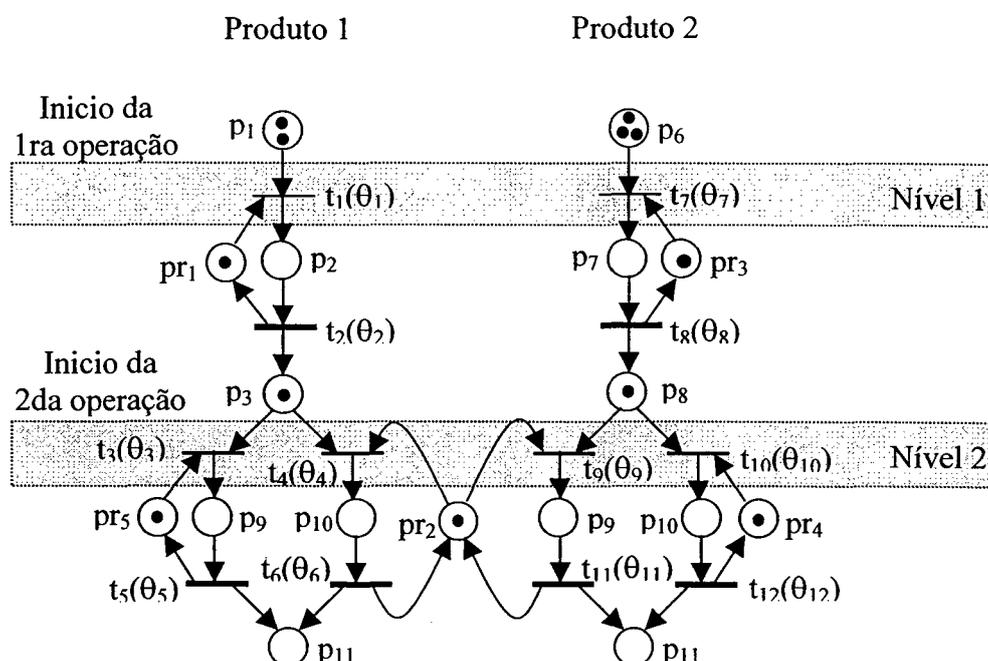


Figura 6.15 - Alocação de um recurso para operações do mesmo nível

6.8 – Exemplo de Aplicação

Consideremos o exemplo da figura 6.3, o qual representa um sistema *job shop* formado por três produtos (P_1 , P_2 e P_3), e cinco máquinas $M=(m_1, m_2, m_3, m_4, e m_5)$. Supondo que as demandas de cada produto para os cinco próximos períodos sejam os mostrados na tabela 6.4, e que os custos de inventário (IF) e falta de estoques (DI) sejam os mesmos para todos os períodos que são apresentados na tabela 6.5; considerando ainda que a empresa trabalhe apenas num único turno de trabalho (8 horas/dia), então teremos que o tempo de cada período de trabalho será de 480 minutos. Os custos por unidade de tempo de cada máquina também são apresentados na tabela 6.6.

Demanda \Rightarrow Período \Downarrow	Produto		
	P ₁	P ₂	P ₃
K = 1	30	40	20
K = 2	20	55	30
K = 3	28	50	35
K = 4	15	55	15
K = 5	25	45	25
Total	118	245	125

Tabela 6.4 – Demanda dos produtos P₁, P₂ e P₃ para 5 períodos.

Produto \Rightarrow Custo \Downarrow	P ₁	P ₂	P ₃
	Inventário c_{ik}^+	2	3
Inventário c_{ik}^-	4	6	8

Tabela 6.5 – Custos de inventário e falta de estoque para os produtos P₁, P₂ e P₃.

	Máquina				
	m_1	m_2	m_3	m_4	m_5
Custo por unidade de tempo	\$ 3	\$ 4	\$ 2	\$ 5	\$ 3

Tabela 6.6 – Custos operacionais por unidade de tempo

Solução:

a) Planejamento da Produção

Conhecidos os t-invariantes mínimos de cada Rede de Petri que modelam os processos de manufatura para os três produtos, os quais são mostrados na tabela 6.2; o objetivo do planejamento da produção é achar o número de vezes que cada invariante (roteiro de produção) deverá ser ativado em cada período de trabalho. Este dado é achado através da função objetivo:

$$\text{Min: } \sum_{k=1}^T (2.IF_{1k} + 4.DI_{1k} + 3.IF_{2k} + 6DI_{2k} + 4.IF_{3k} + 8.DI_{3k}) + \sum_{k=1}^T (40.q_{11k} + 28.q_{12k} + 18.q_{21k} + 22.q_{22k} + 36.q_{31k} + 27.q_{32k} + 50.q_{33k} + 40.q_{34k})$$

Sujeito a:

Inventário/falta de estoque

$$(IF_{i,k} - DI_{i,k}) - (IF_{i,k-1} - DI_{i,k-1}) - q_{i,j,k} + d_{i,k} = 0, \text{ para } i=1,2,\dots,N, j=1,\dots,J_i; k=1,\dots,T$$

Ocupação da máquina 1

$$7.q_{11k} + 7.q_{12k} + 11.q_{32k} + 11.q_{34k} \leq 450, \text{ para } k=1,\dots,T$$

Ocupação da máquina 2

$$9.q_{11k} + 7.q_{22k} + 13.q_{31k} + 13.q_{33k} \leq 450, \text{ para } k=1,\dots,T$$

Ocupação da máquina 3

$$5.q_{12k} + 9.q_{21k} + 7.q_{31k} + 7.q_{32k} + 7.q_{33k} + 7.q_{34k} \leq 450, \text{ para } k=1,\dots,T$$

Ocupação da máquina 4

$$5.q_{21k} + 5.q_{22k} + 9.q_{33k} + 9.q_{34k} \leq 450, \text{ para } k=1,\dots,T$$

Ocupação da máquina 5

$$11.q_{11k} + 11.q_{12k} + 5.q_{31k} + 5.q_{32k} \leq 450, \text{ para } k=1,\dots,T$$

Restrições de produção

$$\sum_{k=1}^T (q_{11k} + q_{12k}) \geq 118, \text{ para } k=1,\dots,T$$

$$\sum_{k=1}^T (q_{21k} + q_{22k}) \geq 245, \text{ para } k=1,\dots,T$$

$$\sum_{k=1}^T (q_{31k} + q_{32k} + q_{33k} + q_{34k}) \geq 125, \text{ para } k=1,\dots,T$$

Restrições de não negatividade

$$IF_{ik} \geq 0, \text{ para } i=1,\dots,N; \text{ para } k=1,\dots,T$$

$DI_{ik} \geq 0$, para $i=1, \dots, N$; para $k=1, \dots, T$

$q_{ijk} \geq 0$, para $i=1, \dots, N$; para $j=1, \dots, J_i$; para $k=1, \dots, T$

Utilizando o software de programação linear inteira LINDO, foram achados os diversos valores das variáveis q_{ijk} , os quais indicam, por um lado, os roteiros de produção selecionados que permitem uma produção econômica, assim como o número de vezes que cada um deles precisa ser ativado em cada período de planejamento. Junto com os valores de q_{ijk} , o software permite também obter a quantidade das variáveis IF_{ik} , DI_{ik} e o tempo que as máquinas ficam ociosas em cada período (estes valores são mostrados no anexo 1, na coluna “*Slack or Surplus*”).

Os valores das variáveis q_{ijk} que otimizam a produção e cuja função objetivo (custo mínimo de produção) é de \$ 27.527,00, são mostrados na tabela 6.7. Nesta tabela observa-se, como resultado do processo de planejamento, que apenas um dos roteiros dos produtos 1 e 3, respectivamente, serão ativados nos 5 períodos; enquanto que os dois roteiros do produto 2 são necessários para satisfazer a demanda prevista. O fato de sabermos que apenas um dos roteiros de produção para a fabricação dos produtos 1 e 3 é necessário, torna ainda mais fácil o processo de programação da produção devido à diminuição do tamanho da rede mostrada na figura 6.9.

Uma vez conhecido o número de vezes que cada roteiro de produção é ativado em cada período do planejamento (planejamento da produção), o próximo passo consiste na designação dos recursos para as operações produtivas, que diz respeito à programação da produção. Este processo resume-se em determinar a seqüência de disparos das transições da rede da figura 6.15. Para isso, é fundamental sabermos quantas vezes cada uma das transições irá disparar em cada período de trabalho. Este dado é fornecido pela equação 6.1, que é resumida na tabela 6.8. Como a programação é feita apenas para o primeiro período de trabalho (ver figura 6.6), então a tabela 6.8 mostrará apenas os dados para o primeiro período.

	PRODUTO 1				PRODUTO 2				PRODUTO 3					
	roteiro		demanda	produção	roteiro		demanda	Produção	roteiro				demanda	produção
	Z ₁₁	Z ₁₂			Z ₂₁	Z ₂₂			Z ₃₁	Z ₃₂	Z ₃₃	Z ₃₄		
	q _{11k}	q _{12k}			q _{21k}	q _{22k}			q _{31k}	q _{32k}	q _{33k}	q _{34k}		
K=1	0	30	30	30	17	23	40	40	0	21	0	0	21	21
K=2	0	20	20	20	17	38	55	55	0	28	0	0	28	28
K=3	0	10	28	10	18	32	50	50	0	34	0	0	34	34
K=4	0	33	15	33	18	37	55	55	0	17	0	0	17	17
K=5	0	25	25	25	16	29	45	45	0	25	0	0	25	25
TOTAL			118	118	TOTAL		245	245	TOTAL				125	125

Tabela 6.7.– Resultados do processo do planejamento utilizando o software LINDO.

Transição \Rightarrow	t_1	t_2	t_3	t_4	t_5	t_6	t_7	t_8	t_9	t_{10}
t-invariante \Downarrow		$M_1(0)$	$M_1(7)$	$M_2(0)$	$M_3(0)$	$M_3(9)$	$M_3(5)$	$M_5(0)$	$M_5(11)$	
Y_{11}	(1	1	1	1	0	1	0	1	1	1)
Y_{12}	(1	1	1	0	1	0	1	1	1	1)
$G_{11} =$ $0.Y_{11} + 30.Y_{12}$	(30	30	30	0	30	0	30	30	30	30)

Transição \Rightarrow	t_{11}	t_{12}	t_{13}	t_{14}	t_{15}	t_{16}	t_{17}	t_{18}
t-invariante \Downarrow		$M_3(0)$	$M_2(0)$	$M_3(9)$	$M_3(7)$	$M_4(0)$	$M_4(5)$	
Y_{21}	(1	1	0	1	0	1	1	1)
Y_{22}	(1	0	1	0	1	1	1	1)
$G_{21} =$ $17.Y_{21} + 23.Y_{22}$	(40	17	23	17	23	40	40	40)

Transição \Rightarrow	t_{19}	t_{20}	t_{21}	t_{22}	t_{23}	t_{24}	t_{25}	t_{26}	t_{27}	t_{28}	t_{29}	t_{30}
t-invariante \Downarrow		$M_2(0)$	$M_1(0)$	$M_2(13)$	$M_1(11)$	$M_3(0)$	$M_3(7)$	$M_5(0)$	$M_4(0)$	$M_5(5)$	$M_4(9)$	
Y_{31}	(1	1	0	1	0	1	1	1	0	1	0	1)
Y_{32}	(1	0	1	0	1	1	1	1	0	1	0	1)
Y_{33}	(1	1	0	1	0	1	1	0	1	0	1	1)
Y_{34}	(1	0	1	0	1	1	1	0	1	0	1	1)
$G_{31} =$ $0.Y_{31} + 21.Y_{32} +$ $0.Y_{33} + 0.Y_{34}$	(21	0	21	0	21	21	21	21	0	21	0	21)

Tabela 6.8 – Número de vezes que cada transição dispara no primeiro período

b) Programação da Produção

De acordo com os resultados obtidos na etapa do planejamento da produção (ver tabela 6.6), obtém-se a rede RP-PPP final, conforme mostra a figura 6.15, que será utilizada na etapa da programação da produção.

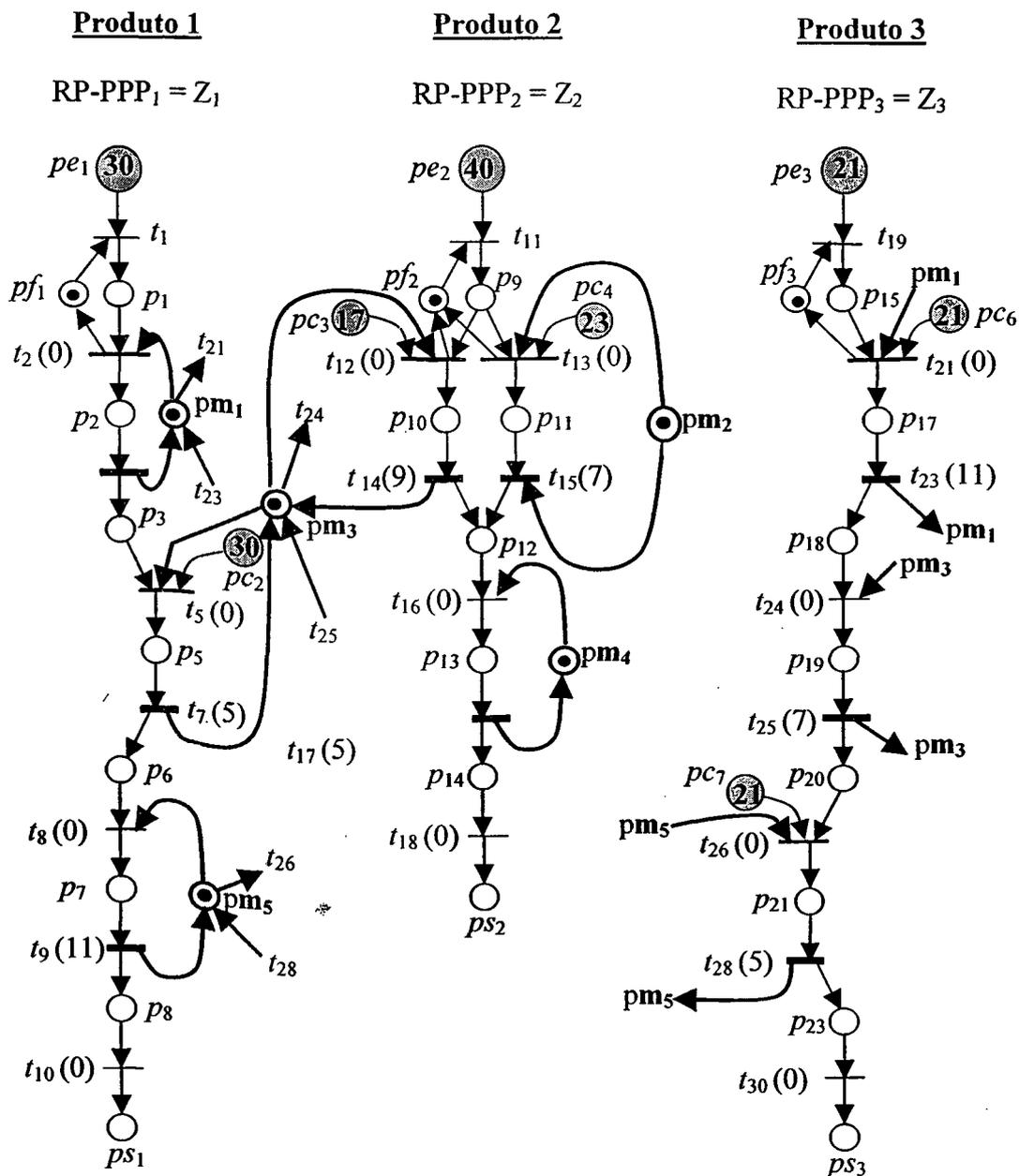


Figura 6.15 - Modelo final da RP-PPP mostrada na figura 6.9

O resultado do problema da programação, a partir da figura 6.15, consiste em determinar uma seqüência de disparos de transições que permitam produzir as quantidades planejadas na etapa anterior (planejamento da produção) no menor tempo possível, mantendo um mínimo de inventário de produtos em processo. Este objetivo é alcançado utilizando as regras antes mencionadas no item 6.6.2 que são resumidas no seguinte algoritmo:

Algoritmo de programação:

1.- *Determine as transições habilitadas na marcação inicial M_0*

2.- *Verifique se existem transições habilitadas que possuam lugares de entrada em comum*

SIM: Para cada grupo de transições que possuem lugares de entrada em comum faça:

Compare os valores de seus índices Fop e pergunte:

Fop é igual para todas as transições

SIM: Compare os valores dos índices Nop e pergunte:

Nop é igual para todas as transições

SIM: selecione para o disparo, as transições com menor valor de δ , e desabilite os resto das transições.

NÃO: selecione para o disparo a transição com maior valor de Nop e desabilite as demais transições.

NÃO: selecione para o disparo as transições com maior valor do índice Nop e desabilite as outras transições.

Junte às transições selecionadas e aquelas que não compartilham lugares de entrada para formar o vetor de disparo.

NÃO: Selecione para o disparo todas as transições habilitadas.

3) *Construir o vetor de disparo*

4) *Disparar as transições selecionadas e ache a nova marcação.*

5) *Determine as transições habilitadas para a nova marcação*

6) *Voltar para o passo 2.*

A utilização das máquinas em relação aos produtos também pode ser representada através da ordem na qual os produtos passam pelas máquinas, isto é, a ordem de alocação das máquinas para os produtos.

O valor entre parêntese representa o número de vezes consecutivas que o produto "P_i" é processado pela máquina m_j.

Máquina 1:

P₁ (30) → P₃ (21)

Máquina 2:

P₂ (23)

Máquina 3:

P₂ (1) → P₁ (2) → P₂ (1) → P₁ (4) → P₂ (1) → P₁ (5) → P₂ (1) → P₁ (4) → P₂ (1) → P₁ (5) →
P₂ (1) → P₁ (4) → P₂ (1) → P₁ (5) → P₂ (1) → P₁ (1) → P₃ (1) → P₂ (1) → P₃ (2) → P₂ (1) →
P₃ (2) → P₂ (1) → P₃ (3) → P₂ (1) → P₃ (2) → P₂ (1) → P₃ (2) → P₂ (1) → P₃ (2) → P₂ (1) →
P₃ (3) → P₂ (1) → P₃ (2) → P₂ (1) → P₃ (2)

Máquina 4:

P₂ (40)

Máquina 5:

P₁ (20) → P₃ (1) → P₁ (1) → P₃ (2) → P₁ (1) → P₃ (2) → P₁ (1) → P₃ (1) → P₁ (1) → P₃ (2)
→ P₁ (1) → P₃ (2) → P₁ (1) → P₃ (2) → P₁ (1) → P₃ (2) → P₁ (1) → P₃ (2) → P₁ (1) → P₃ (1)
→ P₁ (1) → P₃ (4).

6.9 - Conclusão

No presente capítulo mostrou-se como a RP-PPP pode ser utilizada para resolver os problemas relacionados com o planejamento e a programação da produção de sistemas *job shop* flexíveis não cíclicos e sem recirculação de partes.

No processo de planejamento, buscou-se determinar a quantidade ótima de cada tipo de produto a ser produzido em cada período de produção, dentro de um horizonte determinado de tempo, a um custo mínimo, levando em consideração o custo de manutenção de estoques, os custos relacionados com a falta de estoques e os custos de produção associados a cada roteiro alternativo na produção dos produtos.

No processo da programação da produção, tratou-se, utilizando três regras de decisão (flexibilidade de operação, menor tempo de processamento e nível de operação), cumprir com a produção da quantidade planejada no menor tempo possível, com um mínimo de estoques em processo.

CAPÍTULO 7 - CONCLUSÕES E RECOMENDAÇÕES

7.1 – Conclusões

As Redes de Petri, conforme atesta uma série de artigos publicados nestes últimos anos, (FAVREL AND LEE, 1984; DUBOIS AND STEKE, 1983; KAMAT and VISWANADHAM, 1986; DAVID and ALLA, 1994) têm-se mostrado uma ferramenta muito apropriada para modelar a dinâmica de sistemas de manufatura automatizados e flexíveis, permitindo representar com muita facilidade recursos compartilhados, concorrência entre atividades, flexibilidade nos roteiros de produção, tamanhos de lotes de produção, *buffers* entre outros.

Neste sentido, o presente trabalho teve como objetivo principal a introdução de um novo modelo de Rede de Petri chamada de “Rede de Petri para o Planejamento e a Programação da Produção” (RP-PPP). Esta rede, a qual é uma extensão da rede CO desenvolvida por Proth et al. (1997), foi aqui utilizada para a modelagem de sistemas (não cíclicos) intermitentes de produção do tipo *job shop*, com a finalidade de abordar os problemas relacionados com o planejamento e a programação da produção. Além da introdução do modelo, o problema do planejamento da produção foi formulado de uma forma matemática utilizando as propriedades invariantes das Redes de Petri.

Durante o processo de planejamento da produção no curto prazo, objeto deste trabalho, foi usada uma das propriedades de análise das Redes de Petri, que correspondem aos invariantes de transição. Invariantes mínimos positivos de transição representam (em termos de produção) seqüências de operações alternativas (disparo de transições) para a produção de um produto. Estes invariantes mínimos positivos foram utilizados durante a etapa do planejamento da produção, com o propósito de determinar, por um lado, o(s) roteiro (s) de produção mais econômico a ser(em) utilizado(s) em cada período de planejamento e, por outro, a quantidade de cada tipo de produto a ser fabricado em cada período; verificando-se, conforme mostram os resultados obtidos na tabela 6.7, que em certos períodos, um produto poderá ser fabricado não necessariamente seguindo a mesma seqüência de visitação de máquinas mas, em alguns casos, um produto poderá ser fabricado seguindo roteiros diferentes como é o caso do produto P2.

Durante o processo de planejamento da produção foram consideradas apenas três variáveis consideradas de maior relevância, no âmbito decisório. Estas variáveis

compreendem os custos com: 1) estocagem de produtos; 2) falta de estoques; e 3) custos unitários de produção, os quais foram equacionados em um problema de programação linear inteira que, resolvido com ajuda do software LINDO obteve-se resultados satisfatórios em termos de custo total de produção.

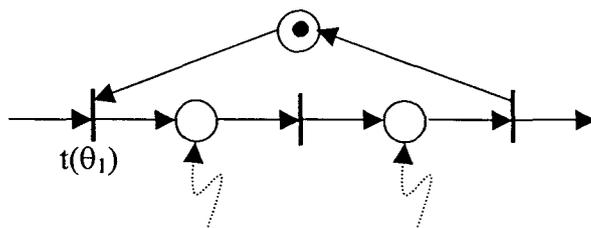
Completando o modelo utilizado na fase do planejamento foi obtida a RP-PPP final, verificando-se que a programação da produção, neste caso, possibilita encontrar, em termos de seqüência de disparo de transições, um programa ótimo, ou quase ótimo, que nos permita cumprir com a meta de produção planejada. Para determinar a seqüência de disparos das transições (ordem de alocação dos recursos), nesta etapa da programação da produção, foi utilizada uma nova abordagem baseada em três regras heurísticas que, utilizadas conjuntamente, verificou-se que o número de fichas nos lugares que modelam os estoques intermediários (*buffers*) foi mínimo, não existindo assim um acúmulo grande destas fichas.

Sendo assim, o modelo aqui apresentado, nos permite trabalhar com uma quantidade reduzida de inventário em processo (conforme mostram os resultados apresentados no anexo 1) e, ao mesmo tempo, obter o menor tempo de produção (*ou makespan*) que ficou ligeiramente (5 minutos) um pouco acima do tempo disponível que é de 450 min./dia. Esta pequena diferença de tempo, o qual não é muito significativo em termos de eficiência, pode ser resolvida seguindo a abordagem integrada entre planejamento e programação apresentada por Dauzère and Lasserre (1994.a).

7.2 – Recomendações para Trabalhos Futuros

Como recomendações para futuros trabalhos, propõem-se as seguintes inclusões no modelo:

- a) inclusão de outras variáveis de decisão durante o processo de planejamento, tais como data de entrega dos pedidos ou, outras variáveis que sejam de vital importância na tomada de decisões nos sistemas *job shop*;
- b) inclusão dos tempos de *setup* de acordo com a seguinte figura, onde t_i e t_f representam o início e final da operação;



Pode-se estudar também a possibilidade de antecipar uma operação de *setup* antes de uma operação produtiva com o objetivo de minimizar o tempo de produção de um produto, isto é, realizar a operação de *setup* antes mesmo de terminar a operação anterior;

- c) fixar as capacidades dos *buffers* intermediários entre máquinas, conforme mostrados no item 4.3.3, evitando assim que esporadicamente possa existir acúmulo de fichas nos lugares que representam a capacidade dos *buffers* na RP-PPP. Esta inclusão no modelo dos tamanhos dos *buffers* permitirá mais ainda a satisfação da propriedade de limitação na Rede de Petri;
- d) considerar o fato da quebra de máquinas de acordo com o modelo apresentado na figura 3.8. O tempo de reparação de uma máquina pode seguir, neste caso, qualquer função de probabilidade;
- e) inclusão no modelo de meios de transferência de material (*buffer-máquina-buffer*), como Veículos Guiados automaticamente (AGVs), robôs, esteiras, etc.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- ACKOFF, R. L.. Planejamento Empresarial. Rio de Janeiro, Livros Técnicos e Científicos, 1975.
- AL-JAAR, Robert Y. and DESROCHERS Alan A..A Survey of Petri Nets in Automated Manufacturing Systems. IMACS World Congress, vol. 2, Paris, june 1988.
- ARNOLD, Tony J. R.. Administração de Materiais. Editora Atlas. S. A., 1999.
- BAKER, Kenneth R.. Elements of Sequencing and Scheduling. Wiley, New York, 1998.
- BARAD, Miryam and SIPPER, Daniel. Flexibility im Manufacturing Systems: definition and Petri net modeling. Int. Journal Prod. Res., vol.26, n° 2, pp. 237-248, 1988.
- BERTHELOT Gerard and TERRAT Richard. Petri Nets Theory for the correctness of Protocols. IEEE Transaction on communications, vol.COM-30, n° 12, dec. 1982.
- CÂNDIDO,Marco Antonio B.. A hybrid genetic approach to solve real make-to-order job shop scheduling problems. Doctoral Thesis submitted at the Graduate Program in Production Engineering –UFSC, 1997.
- CARDOSO, Janette e VALETTE. Robert. Redes de Petri. Editora da UFSC, Florianópolis, (1997).
- CARVALHO, Marcius F e FERNANDES, C. A. O.. Planejamento da Produção de Manufatura por Fluxo em Redes. Gestão & Produção, vol.6, n.1, pp. 30-50, abril de 1999.
- CHEN, Injazz J. and CHUNG Chia-Shin. Sequential Modelling of the Planning and scheduling Problems of Flexible Manufacturing Systems. Journal of the operational research society, vol.47, pp 1216-1227, (1996).
- CHETTY, O. V. Krishnaiah and GNANASEKARAN, O. C.. Modelling, Simulation and Scheduling of Flexible Assembly Systems with Coloured Petri Nets. The Int. J. Advanced Manufacturing Technology, vol. 11 pp. 430-438, 1996.
- CONTADOR, José Celso e colegas. Gestão de Operações: A Engenharia de Produção a Serviço da Modernização da Empresa - Fundação Vanzolini, 2da edição. Editora Edgar Blücher Ltda. 1997.
- CORRÊA, E. L.; GIANESI, G. N. e GAON Mauro. Planejamento, Programação e Controle da Produção. São Paulo, Editora Atlas S. A. 1997.
- DAUZÈRE-PÉRES, Stéphane and LASSERRE Jean-Bernard. An Integrated approach in Production Planning and Scheduling. Lectura Notes in Economics and Mathematical Systems, Springer-Verlag, Heidelberg, vol. 411, (1994.a).
- DAUZÈRE-PÉRES, Stéphane and LASSERRE Jean-Bernard. Integration of lotsizing and scheduling decision in job shop. European journal of operational research, vol.75, pp. 413-426, (1994.b).
- DAUZÈRE-PÉRES, Stéphane and LASSERRE Jean-Bernard. Planning and Scheduling in a multi-site enviroment. Production Planning & Control, vol. 10, n° 1, pp. 19-28, (1999).
- DAVID, René and ALLA, Hassane. Petri net for Modeling of dynamic Systems-A survey. Automatica, vol. 30, n°2, pp. 175-202, 1994.

- DIAS, Marco Aurélio P.. Administração de materiais: Uma abordagem logística. Editora Atlas S.A. 1993.
- DICESARE F., HARHALAKIS G., PROTH J-M., SILVA M., VERNADAT F.. Practice of Petri Nets in Manufacturing. Chapman and Hall, London, 1993.
- DIETRICH, B. L.. A taxonomy of discrete manufacturing systems. Operations Research, vol.39, nº6, november-december 1991.
- DUBOIS, Didier and STECKE, Katryn E. .Using Petri Net to represent Production Processes. In Proc. Of the 22nd, IEEE conf. On decision and control, pp. 1062-1067, San Francisco-Texas 1983.
- FAVREL, Joel and LEE, Kuang H..Modelling, Analysing, Scheduling and Control of Flexible Manufacturing System by Petri Net. In IFIP Conf. Production System, Copenhagen, amsterdam:North-Holland, pp. 223-243, aug. 1984.
- GHOSH, Soumen. Production Planning and Scheduling in Flexible Manufacturing system Environment. Dissertation presented in partial fulfillment of the requeriment for the degree Doctor of Philosaphy in the graduate school of the Ohio State University. The Ohio Sate University 1987.
- GROSSESCHALLAU, W., Materials Handling and Logistic. Demand for efficiency and flexibility. Modelling and Design of Flexible Manufacturing systems, Edited by Andrew Kusiak, Ed. Elsier, 1986
- GROOVER, Mikell P.. Automation Production Systems and Computer Integrated Manufacturing. Prentice Hall, Englewood Cliffs, NJ 07632, 1987.
- GUPTA Yash P. and GOYAL Sameer. Flexibility of Manufacturing Systems: Concepts and measurements. European J. of Operations Research, vol.43, nº 2, pp. 119-135, 1989.
- GUSTAVSSON, S. O., Flexibility and Productivity in Complex production Processes. Int. J. prod. Res., vol. 22, nº 5, 1984.
- HARHALAKIS G., LEVENTOPOULOS M., LIN C. P., PROYH J-M.. A Class Conflit Free Petri Nets used Controlling Manufacturing Systems. Technical Report, TR92-90, Systems Research Center, The University of Maryland at College Park, 1992.
- HILLION, H. P. and PROTH J-M.. Performance evaluation of job shop systems using timed event graphs. IEEE Transaction Automattic Control 34(1), pp. 3-9, 1989.
- HOMEM de MELLO, L. S. and SANDERSON A. C.. AND/OR graph representation of assembly plans. IEEE trans. On rōbotics and automation, vol. 6,nº 2, pp.188-199., 1990. .
- HOU, E. S. H. and LI, H. Y. Task sheduling for flexible manufacturing systems based on genetics algorithms. In proceeding of the 1991 IEEE Internatuional conference on Systems, Mans and Cybernetics, 1991, pp. 397-402. 1
- JENSEN Kurt. Coloured Petri Nets and the invariant-Method. Theoretical Computer Science. Vol. 14, pp. 317-336, 1981.
- KAMATH, M. and VISWANADHAM, N. . Aplication of Petri net based model in the modelling and analysis of Flexible Manufacturing System. In proceeding of the IEEE Int. Conf. On Robotic and Automation, San Francisco, California, pp. 312-317, 1986.
- KUSIAK, A., Flexible Manufacturing Systems: A Strutural approach. Int. J. Production Research., vol. 23, nº 6, pp. 1057-1073, 1985.

- LAFIT, S.; PROTH, J-M. and XIE X.. Optimization of invariant criteria for event graphs. IEEE Transaction Automatic Control 37(5), pp. 547-555, 1992.
- LEE, Kwang-Hyung; FAVREL, Joel. Hierarchical Reduction Method for Analysis and Decomposition of Petri Net. IEEE Transaction on System Man and Cybernetics, vol.SMC-15, n° 2, pp. 272-280, march/april 1985.
- LEE, Kwang-Hyung; FAVREL, Joel and BAPTISTE, Pierre. Generalized Petri Net Reduction Method. IEEE Transaction on System man and Cybernetics, vol. SMC-17, n-2, pp. 297-303, march/april (1987).
- LEE, Doo Yong and DiCESARE, Frank. Experimental Study of a Heuristic Function for FMS Scheduling. JAPAN/USA Symposium on Flexible Automation – Vol 2, ASME 1992(b).
- LEE, Doo Yong and DiCESARE, Frank. Sheduling Flexible Manufacturing Systems Using Petri Nets and Heuristics Search. IEEE transactions on robotics and automation, vol. 10, N 2, april 1994.
- MACIEL, Paulo Romero Martins e colegas. Introdução às Redes de Petri e aplicações. 10 escola de computação, Campinas, de 8 a 13 de julho de 1996.
- MAZZUCCO, José. Uma abordagem Híbrida do problema da programação da Produção através dos algoritmos simulated annealing e genético. Tese apresentada ao Programa de pós-Graduação em Engenharia de Produção da Universidade Federal de Santa Catarina, 1999.
- MEHRA, A. Hierarchy Production Planning for Job Shop. Dissertation submitted to the Faculty of the Graduate School of the University of Maryland in partial fulfillment of the requirements for the degree of Doctor of Philosophy, 1995.
- MOREIRA, Daniel A., Administração da Produção e Operações Editora Pioneira, São Paulo 1993.
- MURATA, Tadao. Petri nets: Properties, Analysis and Applications. Proceeding of the IEEE, vol. 77, n°4, pp. 541-580, april 1989.
- PACHECO, Ricardo Ferrari e SANTORO, Miguel Cezar. Proposta de Classificação hierarquizada dos modelos de solução para o problema de Job Shop Sheduling. Gestão & Produção, vol.6, n°1, pp,1-15, abril de 1999.
- PAPADOPOULOS, H. T.; HEAVEY C. and BROWNE J.. Queueing Theory in Manufacturing Systems Analysis and Design. Chapman & Hall, ISBN 0 412 38720 4, USA.
- PAULLI Jan. A Hierarchical approach for the FMS Scheduling Problem. European Journal of Operation Research vol.86, pp. 32-42, 1995.
- PETERSON, J. L.. Petri Net Theory and the Modelling of System. Prentice Hall Editions, 1981.
- PIRES, R. I. Silvio. Gestão Estratégica da Produção. Editora UNIMEP, Piracicaba-SP, 1995.
- PORTO, José Vieira, Desenvolvimento de um método de integração do planejamento do processo de fabricação e do planejamento e controle da produção, baseado na flexibilidade do processo de fabricação. Tese submetida à escola de engenharia de São Carlos da Universidade de São Paulo como requisito para a obtenção do título de doutor em Engenharia, São Carlos, 1990.

- PROTH J-M and XIE Xiaolan. Cycle time of stochastic event graphs: Evaluation and marking optimization. *IEEE Transaction Automatics Control* 39(7), pp. 1482-1486, 1994.a.
- PROTH, J-M and MINIS I.. Complexity of Production Management in a Petri Net Enviroment. Technical Research Report N° TR 94-19, Institute for Systems Research, The University of Maryland at College Park, 1994.b.
- PROTH J-M and XIE Xiaolan. PETRI NETS: A tool for Desing and Management of Manufacturing systems. Jonh Wiley & Sons Ltd., 1996.a.
- PROTH Jean-Marie; SAUER Nathalie and XIE, Xaolan. Optimization of tha number of transportation devices in a flexible manufacturing system using event graphs. *IEEE transaction on Industrial Electronics* 44(3), pp. 298-306, 1996.b.
- PROTH Jean-Marie; WANG, Liming and XIE, Xaolan. A Class of Petri Net for Manufacturing System Integration. *IEEE Transaction on Robotics and Automation*, vol.13, n° 3, june 1997.
- PROTH Jean-Marie and SAUER Nathalie. Scheduling of piecewise constant product flows: A Petri Net approach. *European Journal of Operational Research* 106, pp. 45-56, 1998.
- REBOUÇAS de OLIVEIRA, Djalma de Pinho, *Estratégia Empresarial*. Editora Atlas S.A., são Paulo 1988.
- RIGHINI, R.. Modular Petri Nets for simulation of flexible manufacturing systems. In *Int. J. Prod. Res.*, vol.
- SABUNCUOGLU, Ihsan and HOMMERTZHEIM, Don L.. Dynamic Dispatching Algoritm for Scheduling Machines and Automated Guided Vehicles in a Flexible Manufacturing System. *Int. Journal of Production Research*, vol. 30, n° 5, pp. 1050-1079, 1992.
- SACOMANO, José Benedito, *Uma Análise da Estrutura Funcional do Planejamento e Controle da Produção e suas Técnicas Auxiliares*. Tese submetida à Escola de engenharia de São Carlos - USP, como parte para a obtenção do título de Doutor, 1990.
- SHIIZUKA, Hisao and SUZUKI, Misa. Modeling of AGV networks in flexible manufacturing systems. *Computers ind. Engng*. Vol. 27, Nos 1-4, pp. 81-86, 1994.
- SULE, D. R.. *Industrial Scheduling*. PWS Publishing Company, 20 Park Plaza-Boston, MA 02116, 1996.
- SURI, R. and WHITNWY C., *Decision Support Requeriments in Flexible Manufacturing*. *Journal of Manufacturing Systems*, vol. 3, n° 1, pp. 27-38, 1984.
- TUBINO, Dalvio Ferrari. *Manual de Planejamento e Controle da Produção*. Editora Atlas 1997
- UM-DER, Jeng. Theory and aplications of resource control Petri Nets for automated manufacturing systems. Thesis submitted to the graduate Faculty of Renseelaer Polytechnic Institute in Partial Fulfillment of the requeriments for the Degree of Doctor of Philosophy. Troy, New York 1992.
- VENKATESH, K.; ZHOU, M-C.; KAIGHOBADI, M. AND CAUDIL, R.. A Petri net approach to investigating push and pull paradigms in flexible automated systems. *Int. J. Production Research*. 1996, vol. 34, n° 3, pp. 595-620.
- WASSENHOVE, L. N. ,*A review of Planning Methods. Modelling and Design of Flexible Manufacturing systems*, Edited by Andrew Kusiak, Ed. Elsier, 1986.

ZHOU Meng-Chu; DICESARE Frank and DESROCHERS A.A.. A top -down modular Approach to Synthesis of Petri Net Models for Manufacturing Systems. Proc. Of IEEE Robotics and Automation Conf.,pp. 534-539, Scottsdale, AZ, May, 1989.

ZHOU Meng-Chu and DICESARE Frank. Petri Net Modeling of Buffers in Automated Manufacturing Systems. IEEE transactions on Systems, Man and Cybernetic-Part B. vol.26, n° 1, february 1996.

ZUBEREK, W. M. Timed Petri Nets and Preliminary Performance Evaluation. Conference Proceedings of the 7th Annual on Computer Architecture. May 6-8, pp. 88-96, 1980.

ANEXOS

ANEXO 1 - Resultado do processo do Planejamento da Produção

!PLANEJAMENTO DA PRODUÇÃO

!

!MIN:

$2 \text{ IF11} + 4 \text{ DI11} + 2 \text{ IF12} + 4 \text{ DI12} + 2 \text{ IF13} + 4 \text{ DI13} + 2 \text{ IF14} + 4 \text{ DI14} + 2 \text{ IF15} + 4 \text{ DI15} +$
 $3 \text{ IF21} + 6 \text{ DI21} + 3 \text{ IF22} + 6 \text{ DI22} + 3 \text{ IF23} + 6 \text{ DI23} + 3 \text{ IF24} + 6 \text{ DI24} + 3 \text{ IF25} + 6 \text{ DI25} +$
 $4 \text{ IF31} + 8 \text{ DI31} + 4 \text{ IF32} + 8 \text{ DI32} + 4 \text{ IF33} + 8 \text{ DI33} + 4 \text{ IF34} + 8 \text{ DI34} + 4 \text{ IF35} + 8 \text{ DI35} +$
 $90 \text{ q111} + 64 \text{ q121} + 90 \text{ q112} + 64 \text{ q122} + 90 \text{ q113} + 64 \text{ q123} + 90 \text{ q114} + 64 \text{ q124} + 90 \text{ q115} + 64$
 $\text{q125} + 43 \text{ q211} + 53 \text{ q221} + 43 \text{ q212} + 53 \text{ q222} + 43 \text{ q213} + 53 \text{ q223} + 43 \text{ q214} + 53 \text{ q224} + 43 \text{ q215}$
 $+ 53 \text{ q225} + 81 \text{ q311} + 62 \text{ q321} + 111 \text{ q331} + 92 \text{ q341} + 81 \text{ q312} + 62 \text{ q322} + 111 \text{ q332} + 92 \text{ q342} +$
 $81 \text{ q313} + 62 \text{ q323} + 111 \text{ q333} + 92 \text{ q343} + 81 \text{ q314} + 62 \text{ q324} + 111 \text{ q334} + 92 \text{ q344} + 81 \text{ q315} + 62$
 $\text{q325} + 111 \text{ q335} + 92 \text{ q345}$

!

SUBJECT TO

!PRODUTO 1:

$$2) \text{ IF11} - \text{DI11} - \text{IF10} + \text{DI10} - \text{q111} - \text{q121} = - 30$$

$$3) \text{ IF12} - \text{DI12} - \text{IF11} + \text{DI11} - \text{q112} - \text{q122} = - 20$$

$$4) \text{ IF13} - \text{DI13} - \text{IF12} + \text{DI12} - \text{q113} - \text{q123} = - 28$$

$$5) \text{ IF14} - \text{DI14} - \text{IF13} + \text{DI13} - \text{q114} - \text{q124} = - 15$$

$$6) \text{ IF15} - \text{DI15} - \text{IF14} + \text{DI14} - \text{q115} - \text{q125} = - 25$$

!

!PRODUTO 2:

$$6) \text{ IF21} - \text{DI21} - \text{IF20} + \text{DI20} - \text{Q211} - \text{Q221} = - 40$$

$$7) \text{ IF22} - \text{DI22} - \text{IF21} + \text{DI21} - \text{Q212} - \text{Q222} = - 55$$

$$8) \text{ IF23} - \text{DI23} - \text{IF22} + \text{DI22} - \text{Q213} - \text{Q223} = - 50$$

$$9) \text{ IF24} - \text{DI24} - \text{IF23} + \text{DI23} - \text{Q214} - \text{Q224} = - 55$$

$$10) \text{ IF25} - \text{DI25} - \text{IF24} + \text{DI24} - \text{Q215} - \text{Q225} = - 45$$

!

!PRODUTO 3:

$$11) \text{ IF31} - \text{DI31} - \text{IF30} + \text{DI30} - \text{Q311} - \text{Q321} - \text{Q331} - \text{Q341} = - 20$$

$$12) \text{ IF32} - \text{DI32} - \text{IF31} + \text{DI31} - \text{Q312} - \text{Q322} - \text{Q332} - \text{Q342} = - 30$$

$$13) \text{ IF33} - \text{DI33} - \text{IF32} + \text{DI32} - \text{Q313} - \text{Q323} - \text{Q333} - \text{Q343} = - 35$$

$$14) \text{ IF34} - \text{DI34} - \text{IF33} + \text{DI33} - \text{Q314} - \text{Q324} - \text{Q334} - \text{Q344} = - 15$$

$$15) \text{ IF35} - \text{DI35} - \text{IF34} + \text{DI34} - \text{Q315} - \text{Q325} - \text{Q335} - \text{Q345} = - 25$$

!

!RETRIÇÕES DE MÁQUINAS

!Máquina 1:

$$16) 7 \text{ q111} + 7 \text{ q121} + 0 \text{ Q311} + 11 \text{ q321} + 0 \text{ q331} + 11 \text{ q341} \leq 450$$

$$17) 7 \text{ q112} + 7 \text{ q122} + 0 \text{ q312} + 11 \text{ q322} + 0 \text{ q332} + 11 \text{ q342} \leq 450$$

$$18) 7 \text{ q113} + 7 \text{ q123} + 0 \text{ q313} + 11 \text{ q323} + 0 \text{ q333} + 11 \text{ q343} \leq 450$$

$$19) 7 \text{ q114} + 7 \text{ q124} + 0 \text{ q314} + 11 \text{ q324} + 0 \text{ q334} + 11 \text{ q344} \leq 450$$

$$20) 7 \text{ q115} + 7 \text{ q125} + 0 \text{ q315} + 11 \text{ q325} + 0 \text{ q335} + 11 \text{ q345} \leq 450$$

!

!Máquina 2:

$$21) 9 \text{ q111} + 0 \text{ q121} + 0 \text{ q211} + 7 \text{ q221} + 13 \text{ q311} + 0 \text{ q321} + 13 \text{ q331} + 0 \text{ q341} \leq 450$$

$$22) 9 \text{ q112} + 0 \text{ q122} + 0 \text{ q212} + 7 \text{ q222} + 13 \text{ q312} + 0 \text{ q322} + 13 \text{ q332} + 0 \text{ q342} \leq 450$$

$$23) 9 q_{113} + 0 q_{123} + 0 q_{213} + 7 q_{223} + 13 q_{313} + 0 q_{323} + 13 q_{333} + 0 q_{343} \leq 450$$

$$24) 9 q_{114} + 0 q_{124} + 0 q_{214} + 7 q_{224} + 13 q_{314} + 0 q_{324} + 13 q_{334} + 0 q_{344} \leq 450$$

$$25) 9 q_{115} + 0 q_{125} + 0 q_{215} + 7 q_{225} + 13 q_{315} + 0 q_{325} + 13 q_{335} + 0 q_{345} \leq 450$$

!

!Máquina 3:

$$26) 0 q_{111} + 5 q_{121} + 9 q_{211} + 0 q_{221} + 7 q_{311} + 7 q_{321} + 7 q_{331} + 7 q_{341} \leq 450$$

$$27) 0 q_{112} + 5 q_{122} + 9 q_{212} + 0 q_{222} + 7 q_{312} + 7 q_{322} + 7 q_{332} + 7 q_{342} \leq 450$$

$$28) 0 q_{113} + 5 q_{123} + 9 q_{213} + 0 q_{223} + 7 q_{313} + 7 q_{323} + 7 q_{333} + 7 q_{343} \leq 450$$

$$29) 0 q_{114} + 5 q_{124} + 9 q_{214} + 0 q_{224} + 7 q_{314} + 7 q_{324} + 7 q_{334} + 7 q_{344} \leq 450$$

$$30) 0 q_{115} + 5 q_{125} + 9 q_{215} + 0 q_{225} + 7 q_{315} + 7 q_{325} + 7 q_{335} + 7 q_{345} \leq 450$$

!

!Máquina 4:

$$31) 5 q_{211} + 5 q_{221} + 0 q_{311} + 0 q_{321} + 9 q_{331} + 9 q_{341} \leq 450$$

$$32) 5 q_{212} + 5 q_{222} + 0 q_{312} + 0 q_{322} + 9 q_{332} + 9 q_{342} \leq 450$$

$$33) 5 q_{213} + 5 q_{223} + 0 q_{313} + 0 q_{323} + 9 q_{333} + 9 q_{343} \leq 450$$

$$34) 5 q_{214} + 5 q_{224} + 0 q_{314} + 0 q_{324} + 9 q_{334} + 9 q_{344} \leq 450$$

$$35) 5 q_{215} + 5 q_{225} + 0 q_{315} + 0 q_{325} + 9 q_{335} + 9 q_{345} \leq 450$$

!

!Máquina 5:

$$36) 11 q_{111} + 11 q_{121} + 5 q_{311} + 5 q_{321} + 0 q_{331} + 0 q_{341} \leq 450$$

$$37) 11 q_{112} + 11 q_{122} + 5 q_{312} + 5 q_{322} + 0 q_{332} + 0 q_{342} \leq 450$$

$$38) 11 q_{113} + 11 q_{123} + 5 q_{313} + 5 q_{323} + 0 q_{333} + 0 q_{343} \leq 450$$

$$39) 11 q_{114} + 11 q_{124} + 5 q_{314} + 5 q_{324} + 0 q_{334} + 0 q_{344} \leq 450$$

$$40) 11 q_{115} + 11 q_{125} + 5 q_{315} + 5 q_{325} + 0 q_{335} + 0 q_{345} \leq 450$$

!

!Restrições de produção:

$$41) q_{111} + q_{121} + q_{112} + q_{122} + q_{113} + q_{123} + q_{114} + q_{124} + q_{115} + q_{125} \geq 118$$

$$42) q_{211} + q_{221} + q_{212} + q_{222} + q_{213} + q_{223} + q_{214} + q_{224} + q_{215} + q_{225} \geq 245$$

$$43) q_{311} + q_{321} + q_{331} + q_{341} + q_{312} + q_{322} + q_{332} + q_{342} + q_{313} + q_{323} + q_{333} + q_{343} \\ + q_{314} + q_{324} + q_{334} + q_{344} + q_{315} + q_{325} + q_{335} + q_{345} \geq 125$$

!

!ESTOQUES INICIAIS

$$44) IF_{10} = 0$$

$$45) IF_{20} = 0$$

$$46) IF_{30} = 0$$

$$47) DI_{10} = 0$$

$$48) DI_{20} = 0$$

$$49) DI_{30} = 0$$

!

END

GIN q111
 GIN q121
 GIN q112
 GIN q122
 GIN q113
 GIN q123
 GIN q114
 GIN q124
 GIN q115
 GIN q125
 GIN q211
 GIN q221
 GIN q212
 GIN q222

GIN q213
 GIN q223
 GIN q214
 GIN q224
 GIN q215
 GIN q225
 GIN q311
 GIN q321
 GIN q331
 GIN q341
 GIN q312
 GIN q322
 GIN q332
 GIN q342

GIN q313
 GIN q323
 GIN q333
 GIN q343
 GIN q314
 GIN q324
 GIN q334
 GIN q344
 GIN q315
 GIN q325
 GIN q335
 GIN q345

The screenshot shows the LINDO software interface with a window titled "LINDO - (C:\REY\CASOS\D-1-K5-1.LTX)". The main window displays a linear programming problem for "PLANEJAMENTO DA PRODUÇÃO".

Objective Function:
 MIN 2 IF11 + 4 DI11 + 2 IF12 + 4 DI12 + 2 IF13 + 4 DI13 + 2 IF14 + 4 DI14 + 2 IF15 + 4 DI15 + 3 IF21 + 6 DI21 + 3 IF22 + 6 DI22 + 3 IF23 + 6 DI23 + 3 IF24 + 6 DI24 + 3 IF25 + 6 DI25 + 8 DI34 + 4 IF35 + 8 DI35 + 90 q111 + 64 q121 + 90 q114 + 64 q124 + 90 q115 + 64 q125 + 43 q211 + 53 q221 + 43 q214 + 53 q224 + 43 q215 + 53 q225 + 81 q311 + 62 q321 + 81 q312 + 62 q322 + 81 q313 + 62 q323 + 81 q315 + 62 q325 + 1 q332 + 92 q342 + 1 q334 + 92 q344

Constraints:
 ?
 SUBJECT TO
 ?
 ?PRODUTO 1:
 2) IF11 - DI11 - IF10 + DI10
 3) IF12 - DI12 - IF11 + DI11
 4) IF13 - DI13 - IF12 + DI12
 5) IF14 - DI14 - IF13 + DI13
 6) IF15 - DI15 - IF14 + DI14
 ?
 ?PRODUTO 2:
 6) IF21 - DI21 - IF20 + DI20
 7) IF22 - DI22 - IF21 + DI21
 8) IF23 - DI23 - IF22 + DI22
 9) IF24 - DI24 - IF23 + DI23
 10) IF25 - DI25 - IF24 + DI24
 ?
 ?PRODUTO 3:
 11) IF31 - DI31 - IF30 + DI30 - Q311 - Q321 - Q331 - Q341 = - 20
 12) IF32 - DI32 - IF31 + DI31 - Q312 - Q322 - Q332 - Q342 = - 30
 13) IF33 - DI33 - IF32 + DI32 - Q313 - Q323 - Q333 - Q343 = - 35

An "LINDO solver status" dialog box is open, showing the following information:

Optimizer Status	
Status	Optimal
Iterations	44925
Infeasibility	0
Objective	27527
Best IP	27527
IP Bound	27505
Branches	1032
Elapsed Time	00:00:36

At the bottom of the dialog box, there is an "Update Interval" set to 1, and buttons for "Interrupt Solver" and "Close".

LAST INTEGER SOLUTION IS THE BEST FOUND
 RE-INSTALLING BEST SOLUTION...

1) OBJECTIVE FUNCTION VALUE = 27527.00

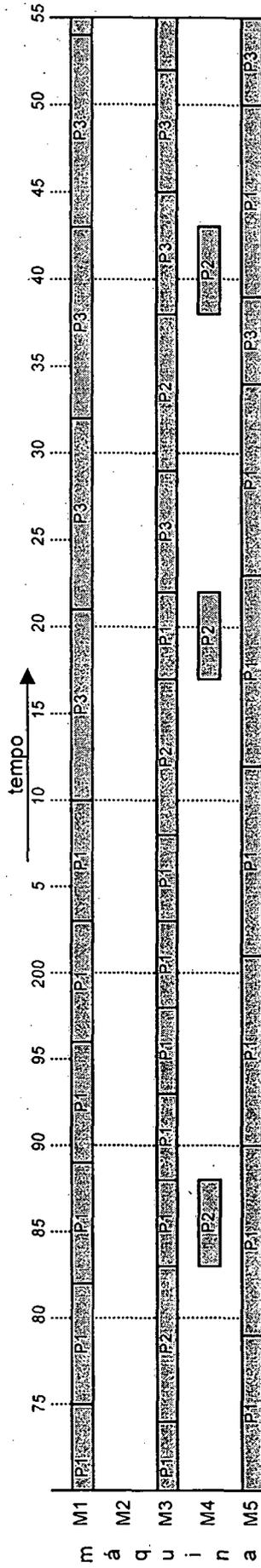
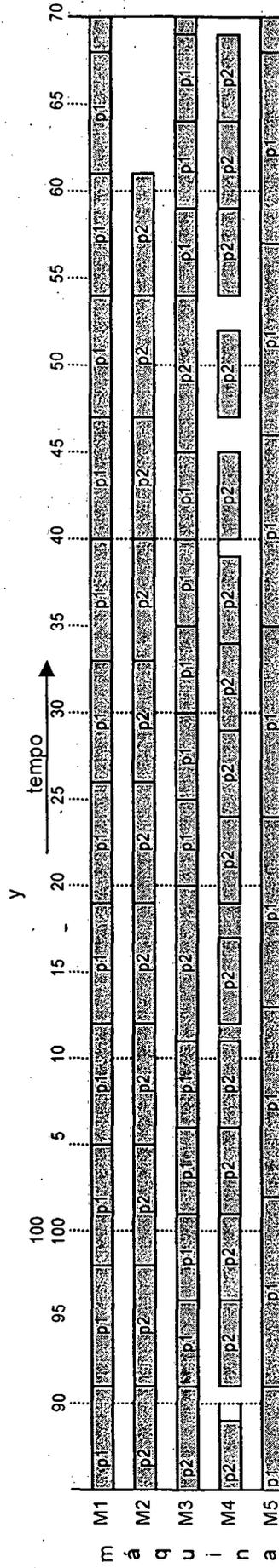
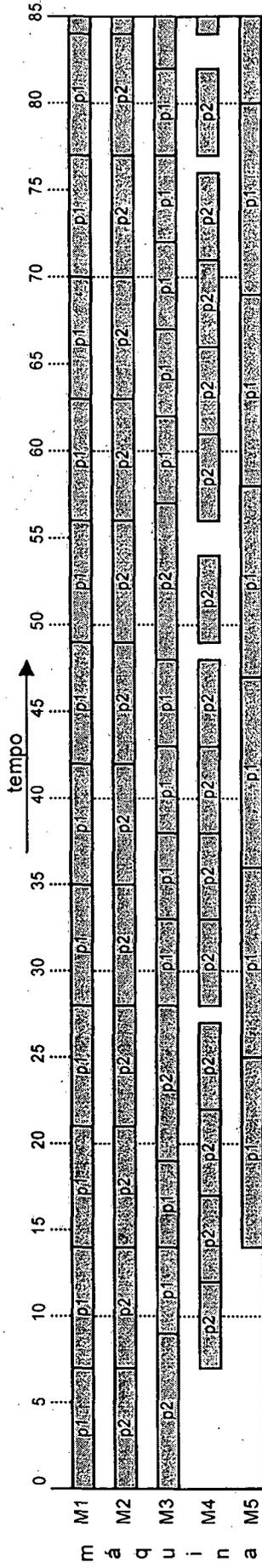
VARIABLE	VALUE	REDUCED COST			
Q111	0.000000	82.000000	Q335	0.000000	103.000000
Q121	30.000000	66.000000	Q345	0.000000	84.000000
Q112	0.000000	82.000000	IF11	0.000000	60.000000
Q122	20.000000	56.000000	DI11	0.000000	4.000000
Q113	0.000000	80.000000	IF12	0.000000	0.000000
Q123	10.000000	54.000000	DI12	0.000000	6.000000
Q114	0.000000	84.000000	IF13	0.000000	6.000000
Q124	33.000000	58.000000	DI13	18.000000	0.000000
Q115	0.000000	84.000000	IF14	0.000000	2.000000
Q125	25.000000	58.000000	DI14	0.000000	4.000000
Q211	17.000000	61.000000	IF15	0.000000	0.000000
Q221	23.000000	53.000000	DI15	0.000000	6.000000
Q212	17.000000	43.000000	IF21	0.000000	3.000000
Q222	38.000000	53.000000	DI21	0.000000	6.000000
Q213	18.000000	43.000000	IF22	0.000000	3.000000
Q223	32.000000	53.000000	DI22	0.000000	6.000000
Q214	18.000000	41.000000	IF23	0.000000	1.000000
Q224	37.000000	51.000000	DI23	0.000000	8.000000
Q215	16.000000	46.000000	IF24	0.000000	8.000000
Q225	29.000000	56.000000	DI24	0.000000	1.000000
Q311	0.000000	79.000000	IF25	0.000000	0.000000
Q321	21.000000	60.000000	DI25	0.000000	9.000000
Q331	0.000000	109.000000	IF31	1.000000	0.000000
Q341	0.000000	90.000000	DI31	0.000000	12.000000
Q312	0.000000	61.000000	IF32	0.000000	12.000000
Q322	28.000000	42.000000	DI32	1.000000	0.000000
Q332	0.000000	91.000000	IF33	0.000000	12.000000
Q342	0.000000	72.000000	DI33	2.000000	0.000000
Q313	0.000000	69.000000	IF34	0.000000	0.000000
Q323	34.000000	50.000000	DI34	0.000000	12.000000
Q333	0.000000	99.000000	IF35	0.000000	12.000000
Q343	0.000000	80.000000	DI35	0.000000	0.000000
Q314	0.000000	77.000000	IF10	0.000000	0.000000
Q324	17.000000	58.000000	DI10	0.000000	0.000000
Q334	0.000000	107.000000	IF20	0.000000	0.000000
Q344	0.000000	88.000000	DI20	0.000000	0.000000
Q315	0.000000	73.000000	IF30	0.000000	0.000000
Q325	25.000000	54.000000	DI30	0.000000	0.000000

**ROW - SLACK OR - DUAL PRICES
SURPLUS**

2)	0.000000	0.000000	28)	0.000000	0.000000
3)	0.000000	0.000000	29)	4.000000	0.000000
4)	0.000000	2.000000	30)	6.000000	0.000000
5)	0.000000	-2.000000	31)	250.000000	0.000000
6)	0.000000	-2.000000	32)	175.000000	0.000000
6)	0.000000	0.000000	33)	200.000000	0.000000
7)	0.000000	0.000000	34)	175.000000	0.000000
8)	0.000000	0.000000	35)	225.000000	0.000000
9)	0.000000	2.000000	36)	15.000000	0.000000
10)	0.000000	-3.000000	37)	90.000000	0.000000
11)	0.000000	16.000000	38)	170.000000	0.000000
12)	0.000000	20.000000	39)	2.000000	0.000000
13)	0.000000	12.000000	40)	50.000000	0.000000
14)	0.000000	4.000000	41)	0.000000	8.000000
15)	0.000000	8.000000	42)	0.000000	0.000000
16)	9.000000	0.000000	43)	0.000000	0.000000
17)	2.000000	0.000000	44)	0.000000	0.000000
18)	6.000000	0.000000	45)	0.000000	0.000000
19)	32.000000	0.000000	46)	0.000000	16.000000
20)	0.000000	0.000000	47)	0.000000	0.000000
21)	289.000000	0.000000	48)	0.000000	0.000000
22)	184.000000	0.000000	49)	0.000000	-16.000000
23)	226.000000	0.000000			
24)	191.000000	0.000000			
25)	247.000000	0.000000			
26)	0.000000	2.000000			
27)	1.000000	0.000000			

NO. ITERATIONS= 44925
BRANCHES= 4032 DETERM.= 1.000E
0

ANEXO 2 – Resultados da programação (diagrama de Gant)



Continuação.....

Diagrama de Gant

