

UNIVERSIDADE FEDERAL DE SANTA CATARINA
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA ELÉTRICA

**CRITÉRIOS DE DESEMPENHO E ASPECTOS
DE ROBUSTEZ NA SÍNTESE DE
CONTROLADORES PREDITIVOS ADAPTATIVOS**

DISSERTAÇÃO SUBMETIDA À UNIVERSIDADE FEDERAL DE
SANTA CATARINA PARA A OBTENÇÃO DO TÍTULO DE
MESTRE EM ENGENHARIA ELÉTRICA

José Eli Santos dos Santos

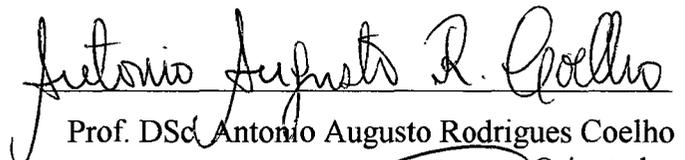
Florianópolis - SC - Brasil

Março de 1998

**CRITÉRIOS DE DESEMPENHO E ASPECTOS
DE ROBUSTEZ NA SÍNTESE DE
CONTROLADORES PREDITIVOS ADAPTATIVOS**

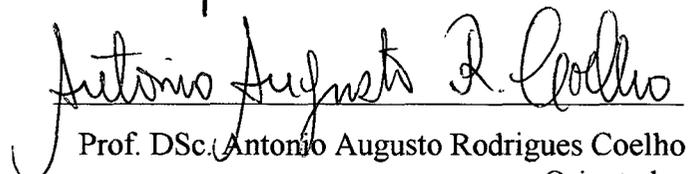
José Eli Santos dos Santos

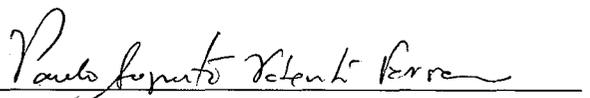
Esta dissertação foi julgada adequada para obtenção do título de **Mestre em Engenharia Elétrica**, área de concentração **Controle, Automação e Informática Industrial** e aprovada em sua forma final pelo curso de pós-graduação.


Prof. DSc Antonio Augusto Rodrigues Coelho
Orientador


Prof. Dr. Adroaldo Raizer
Coordenador do Curso de Pós-Graduação
em Engenharia Elétrica

Banca Examinadora


Prof. DSc Antonio Augusto Rodrigues Coelho
Orientador
UFSC - DAS


Prof. Paulo Augusto Valente Ferreira, D.Sc.
UNICAMP - FEEC - DT


Prof. Werner Kraus Jr., Ph.D.
UFSC - DAS

“... os princípios são férteis em resultados, enquanto que os resultados isolados são estéreis. Aquele que aprendeu uma fórmula está a mercê de sua memória, mas aquele que dominou um princípio pode manter o seu espírito isento de fórmulas, sabendo que, no momento desejado, pode fabricar tantas quantas forem necessárias.”

James C. Maxwell - 1860

*A minha filha,
Alana.*

AGRADECIMENTOS

A minha esposa Fabiane que sempre ajudou nos momentos difíceis com suas palavras de carinho e incentivo.

Ao professor Antonio Augusto Rodrigues Coelho, pela orientação e dedicação demonstrada em todas as etapas deste trabalho.

Aos integrantes da banca examinadora pelas valiosas contribuições apresentadas.

Aos colegas do Colégio Técnico Industrial (CTI), da FURG, que possibilitaram o meu afastamento para a realização deste trabalho, particularmente aos professores e amigos Marcos Barros de Souza e José Luiz Lima de Azevedo.

Aos integrantes do Laboratório de Controle de Processos (LCP), da UFSC, especialmente aos amigos Henrique Simas e Allan Celestino da Silva que muito contribuíram para o andamento deste trabalho seja por preciosas contribuições, seja pelo bom humor demonstrado.

A todos professores e colegas do LCMII que de diversas formas contribuíram neste período de aprendizado.

A CAPES, Fundação Universidade do Rio Grande e Universidade Federal de Santa Catarina pelo apoio financeiro e logístico.

RESUMO

Técnicas de controle preditivo adaptativo são cada vez mais empregadas em aplicações industriais devido aos excelentes resultados no controle de uma variedade de sistemas complexos, variantes no tempo e não-lineares. A proposta deste trabalho é estudar e comparar diferentes técnicas de controle preditivo adaptativo aplicadas a processos práticos monovariáveis em escala de laboratório e, através destes experimentos, analisar as propriedades destes controladores relacionadas a capacidade de lidar com as complexidades de cada processo.

A análise de estabilidade robusta em relação à seleção da ordem do modelo matemático do processo é realizada por duas técnicas: índice de robustez e teorema do pequeno ganho, comparando com os resultados obtidos através de técnicas convencionais para seleção da ordem do modelo.

As experimentações são realizadas para a análise qualitativa, não somente quanto ao comportamento servo e regulatório da malha de controle, mas também do ponto de vista de robustez, flexibilidade de projeto e facilidade de implementação, de modo a avaliar a performance e as características de cada controlador.

ABSTRACT

Techniques of adaptive predictive control are increasingly used in industrial applications due to excellent performance in controlling a variety of complex physical systems which can be time-varying and nonlinear. The proposal of this work is to study and to compare different adaptive predictive control techniques applied to monovariate processes in laboratory scale and, using these experiments, to assess some properties of the controllers related to the complexity and performance of each process.

The robust stability analysis in relation to the order selection of the process mathematical model is accomplished by two techniques: robustness index and small gain theorem and, comparing with the results obtained through conventional techniques for order selection of the model.

The experiments are carried out for the qualitative analysis, not only considering the servo and regulatory behavior of the control loop, but also from the robustness point of view, design flexibility and easiness of implementation in order to evaluate the performance and characteristics of each controller.

SUMÁRIO

RESUMO	vi
ABSTRACT	vii
1. INTRODUÇÃO	1
1.1 CONTROLE ADAPTATIVO	1
1.2 CONTROLE PREDITIVO ADAPTATIVO	4
1.3 MOTIVAÇÃO E OBJETIVOS	5
1.4 ESTRUTURA DA DISSERTAÇÃO	6
2. CONTROLADORES PREDITIVOS <i>SINGLE-STEP-AHEAD</i>	8
2.1 INTRODUÇÃO	8
2.2 CONTROLADOR DE VARIÂNCIA MÍNIMA	9
2.3 CONTROLADOR DE VARIÂNCIA MÍNIMA GENERALIZADA	13
2.4 EVOLUÇÕES DO CONTROLADOR <i>GMV</i>	16
2.4.1 Controlador <i>GMV</i> com Alocação de Pólos	17
2.4.2 Controlador de Favier	17
2.4.3 Controlador de Coelho	18
2.4.4 Controlador de Furuta	19
2.4.5 Controlador de Lim	20
2.5 IMPLEMENTAÇÃO DOS CONTROLADORES	21
2.5.1 Controlador de Variância Mínima	22
2.5.2 Controlador <i>GMV</i> de Clarke	22
2.5.3 Controlador <i>GMV</i> com Alocação de Pólos	23
2.5.4 Controlador de Favier	23

2.5.5 Controlador de Coelho.....	23
2.5.6 Controlador de Furuta.....	24
2.5.7 Controlador de Lim.....	24
2.6 FUNÇÃO CUSTO GENERALIZADA PARA O CONTROLADOR SSA	25
2.7 CONCLUSÃO	27
3. CONTROLADORES PREDITIVOS <i>MULTI-STEP-AHEAD</i>	28
3.1 INTRODUÇÃO.....	28
3.2 CONTROLADOR PREDITIVO GENERALIZADO	29
3.3 GENERALIZAÇÕES DO <i>GPC</i>	37
3.3.1 <i>GPC</i> com Alocação de Pólos (<i>GPP</i>).....	37
3.3.2 Controlador Preditivo de Wertz.....	43
3.3.3 Controlador Preditivo de Kwok.....	44
3.3.4 Controlador Preditivo de Wang.....	50
3.4 CARACTERÍSTICAS DOS CONTROLADORES <i>MULTI-STEP-AHEAD</i>	51
3.5 CASOS PARTICULARES DO <i>GPC</i>	51
3.6 CONCLUSÃO	53
4. ASPECTOS DE ESTABILIDADE ROBUSTA	54
4.1 INTRODUÇÃO.....	54
4.2 SELEÇÃO DE ORDEM DE MODELOS DE SISTEMAS MONOVARIÁVEIS.....	55
4.2.1 Métodos Baseados na Razão entre Determinantes.....	56
4.2.1.1 Caso Determinístico.....	56
4.2.1.2 Caso Estocástico.....	57
4.2.2 Métodos Baseados em Medidas de Informação	59
4.2.2.1 Critério do Erro de Predição Final (<i>FPE</i>).....	59
4.2.2.2 Critério de Informação de Akaike (<i>AIC</i>).....	60
4.2.3 Métodos de Validação da Estrutura	60
4.2.3.1 Teste dos Sinais de Erro.....	61
4.2.3.2 Teste Polinomial	61
4.2.3.3 Análise em Termos do Erro Previsto	61
4.2.3.4 Teste F	62
4.3 ÍNDICE DE ROBUSTEZ	63
4.4 APLICAÇÃO DO TEOREMA DO PEQUENO GANHO.....	67
4.5 CONCLUSÃO	70

5. RESULTADOS EXPERIMENTAIS	71
5.1 INTRODUÇÃO.....	71
5.2 PROCESSO DE NÍVEL.....	74
5.2.1 Descrição do Processo	74
5.2.2 Modelagem do Processo	75
5.2.3 Identificação do Processo via <i>MQR</i>	76
5.2.4 Experimentos com o Processo de Nível.....	77
5.3 PROCESSO TÚNEL DE VENTO	80
5.3.1 Descrição do Processo	80
5.3.2 Modelagem do Processo.....	81
5.3.3 Identificação do Processo via <i>MQR</i>	82
5.3.4 Experimentos do Comportamento Servo.....	84
5.3.5 Experimentos do Comportamento Regulatório	87
5.4 PROCESSO <i>FAN-AND-PLATE</i>.....	89
5.4.1 Descrição do Processo	89
5.4.2 Modelagem do Processo.....	91
5.4.3 Identificação do Processo via <i>MQR</i>	91
5.4.4 Experimentos com o Processo <i>Fan-and-Plate</i>	92
5.5 PROCESSO DE 4ª ORDEM A BASE DE AMPLIFICADORES OPERACIONAIS.....	95
5.5.1 Descrição do Processo	95
5.5.2 Modelagem do Processo.....	97
5.5.3 Identificação do Processo via <i>MQR</i>	97
5.5.4 Experimentos com o Processo de 4ª Ordem	98
6. CONCLUSÃO.....	105
REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS.....	108

1. INTRODUÇÃO

A teoria clássica de controle por realimentação tem sido a base para o desenvolvimento de sistemas simples de controle automático. As principais razões para a boa aceitação na indústria deve-se a simplicidade de implementação, baixo custo e o princípio matemático de fácil entendimento por operadores (engenharia de controle não-complexa). Apesar destas vantagens, as técnicas clássicas nem sempre conseguem contornar situações adversas encontradas na prática como variações paramétricas no processo ou mudanças ambientais, que comprometem a estabilidade da malha de controle (Clarke, 1994; Schmidt, 1995; Åström, 1996). Uma das soluções possíveis para contornar estes problemas é a utilização de estratégias de controle preditivas adaptativas.

1.1 CONTROLE ADAPTATIVO

A habilidade para preservar o desempenho do sistema de controle adaptativo em malha fechada a partir da identificação das variações na dinâmica da planta e do meio por um algoritmo *on-line*, bem como uma sintonização adequada para o controlador em diferentes pontos de operação, motiva um crescente número de aplicações de algoritmos de controle adaptativo, auto-ajustável e preditivo. Nas últimas três décadas, várias técnicas de controle preditivo tem sido propostas na literatura de controle de processos para substituir os métodos de controle clássicos convencionais na indústria, em virtude aos desenvolvimentos promovidos nas teorias da estabilidade e controle moderno (Schmidt, 1995).

A magnitude das perturbações de uma planta pode variar ao longo do seu funcionamento. O resultado pode ser um sistema altamente complexo e com comportamento não-linear. Sob estas condições os controladores de parâmetros fixos são incapazes de fornecer um controle eficaz sobre todos os pontos de operação da planta. Pesquisas recentes têm mostrado que o controle adaptativo pode oferecer um solução eficiente para tais problemas garantindo que os parâmetros de sintonia ajustem-se às variações nas condições de operação e garantindo uma dinâmica de malha estável (Flynn *et al.*, 1997).

Um controlador adaptativo (figura 1.1) pode modificar seu comportamento em resposta a variações na dinâmica do processo e/ou na presença de perturbações determinísticas ou estocásticas. Na prática isto significa que um controlador adaptativo apresenta uma concepção de controle com parâmetros ajustáveis e que são sintonizados *on-line* de acordo com algum mecanismo de adaptação (modelo de referência, ganho escalonado, auto-ajustável) para lidar com diferentes complexidades atuantes no processo (dinâmica assimétrica, atraso e parâmetros variantes). Estas características, aliadas ao aumento da capacidade de processamento, melhoria da eficiência da instrumentação, e redução dos custos dos equipamentos utilizados em controle de processos, têm garantido a gradual substituição das tecnologias de controle clássicas convencionais em aplicações industriais por técnicas de controle avançadas do tipo preditivo adaptativo (Fisher, 1991; Landau, 1993; Åström, 1995; Mahfouf, 1997).

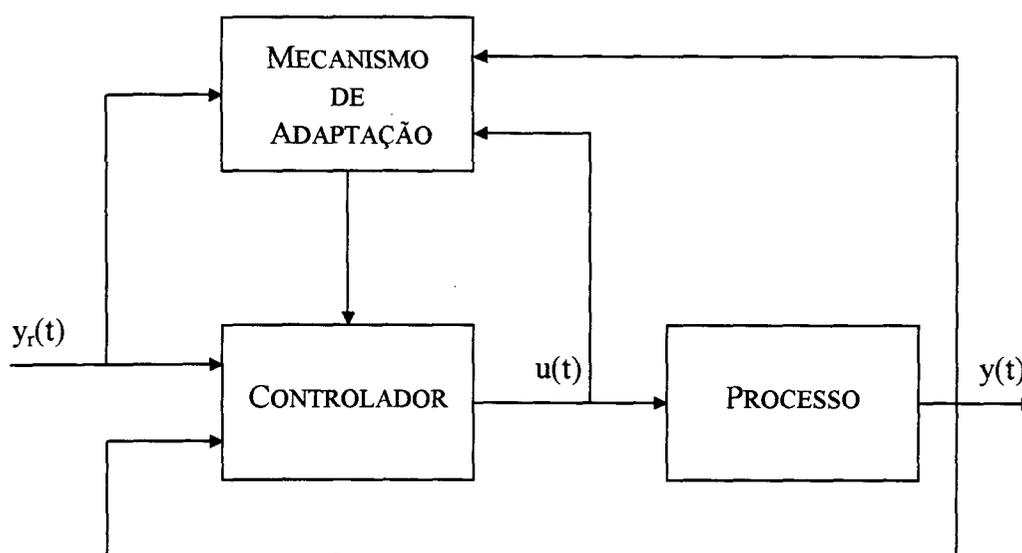


Figura 1.1 - Diagrama de um controlador adaptativo.

Apresentam-se como características desejáveis no projeto de controladores adaptativos:

- **Larga aplicabilidade** - deve ser capaz de tratar processos de fase não-mínima, instáveis em malha aberta, com atraso de transporte variante ou desconhecido, etc.
- **Projeto de controle robusto** - o controlador deve apresentar uma boa margem de estabilidade, ou seja, baixa sensibilidade a incertezas de modelagem na ausência de adaptação. Estabelece-se, portanto, um compromisso entre a estabilidade em malha fechada e desempenho do controlador.
- **Desempenho livre de erro em regime permanente** - perturbações de carga devem ser rejeitadas sem a presença de erro em regime permanente.
- **Especificação de desempenho simples.**
- **Lei de adaptação robusta** - o algoritmo de adaptação deve ser robusto em relação a dinâmicas variantes no tempo e/ou não-modeladas.
- **Hardware/software de baixa complexidade** - o controlador adaptativo resultante deve ser factível em implementações num microcomputador.

A literatura mostra três diferentes procedimentos de ajuste dos ganhos do controlador adaptativo (modelo de referência, ganho escalonado, auto-ajustável). As estratégias de controle preditivo adaptativo a serem apresentadas neste trabalho, baseiam-se na estratégia auto-ajustável na qual, a cada instante de amostragem, os parâmetros do modelo matemático dinâmico assumido são estimados recursivamente a partir das medidas de entrada e saída e os parâmetros de sintonia do controlador são atualizados (Seborg *et al.*, 1986). Apesar de todos os algoritmos de controle implementados utilizarem o estimador dos mínimos quadrados recursivo (*MQR*), o estudo detalhado desta técnica de identificação não faz parte dos objetivos deste trabalho e informações adicionais podem ser encontradas em Fisher (1991), Malik *et al* (1991), Johansson (1993).

1.2 CONTROLE PREDITIVO ADAPTATIVO

Os algoritmos de controle preditivo podem ser obtidos segundo dois procedimentos de projeto: direto e indireto. O caso direto utiliza um estimador recursivo para obter diretamente os parâmetros da lei de controle de realimentação a partir das medidas de entrada e saída do processo. O caso indireto combina um estimador recursivo para obter os parâmetros do modelo da planta e um procedimento de projeto do algoritmo de controle. Adicionalmente, os controladores preditivos apresentam parâmetros de projeto que podem ser de difícil sintonização e entendimento para engenheiros e operadores de processos (relacionar os parâmetros de projeto com as ações de controle é uma tarefa de engenharia complexa).

Os algoritmos de controle preditivo empregam um preditor que utiliza o modelo do sistema para calcular a ação de controle atual e permitir que as saídas futuras sigam as trajetórias desejadas. Adicionalmente, a característica preditiva proporciona ao controlador a observação além do atraso de transporte do sistema para determinar uma entrada antecipativa apropriada (Schmidt, 1995). A figura 1.2 ilustra o esquema de um controlador preditivo adaptativo.

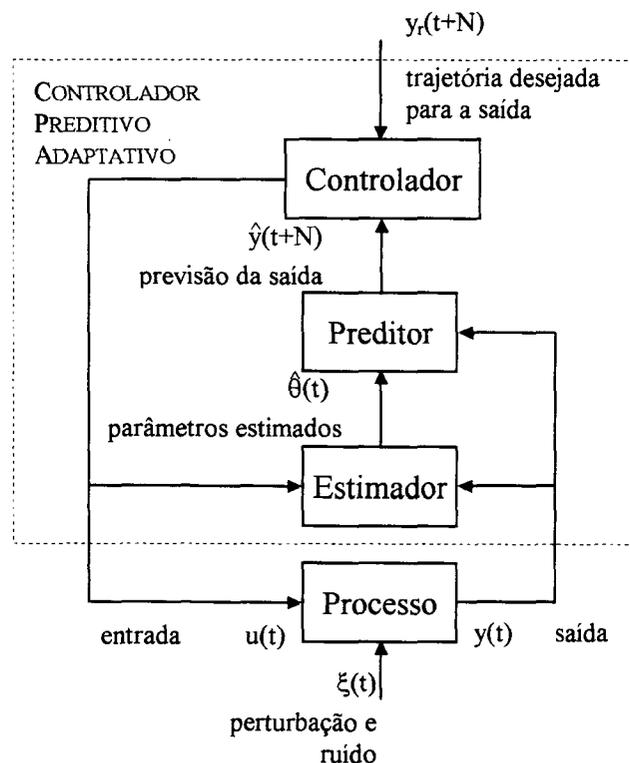


Figura 1.2 - Estrutura de um controlador preditivo adaptativo.

Em sistemas industriais, a qualidade dos sinais da planta usados nos controladores é comprometida em função das incertezas encontradas. Isto pode ser atribuído a diversos fatores tais como ruído e atraso nos sensores, polarização, quantização do erro, etc. Problemas tais como dinâmicas não-modeladas, perturbações, erros em regime permanente e não-linearidades associados com a planta podem ter um considerável efeito sobre as propriedades de robustez do sistema e necessitam, portanto, de atenção durante a etapa de projeto (Farsi *et al.*, 1997).

1.3 MOTIVAÇÃO E OBJETIVOS

A tecnologia de controle adaptativo encontra-se em fase de amadurecimento, fornecendo uma opção realista para a solução de um amplo campo de problemas industriais onde os controladores de ganhos fixos mostram-se ineficientes como em plantas instáveis em malha aberta, com comportamento não-linear (dinâmica assimétrica), com parâmetros desconhecidos ou variantes no tempo. Esta constatação torna necessário que um número maior de estudos práticos sejam realizados nesta área para comprovar e justificar a aplicabilidade deste tipo de controlador em aplicações industriais (Landau, 1993).

A imprecisão na etapa de modelagem da planta ou dos parâmetros do controlador pode conduzir a desempenhos inadequados na lei de controle, portanto, estudos relativos aos aspectos de robustez na síntese de controladores preditivos adaptativos mostram-se importantes pois aparecem como uma indicação que relaciona a estrutura do modelo matemático empregado e os parâmetros de sintonia selecionados com a estabilidade do sistema. Esta análise auxilia e torna-se importante na solução do compromisso entre a complexidade computacional relacionada a ordem do modelo e a sua capacidade de representação das dinâmicas da planta preservando a estabilidade do sistema controlado.

Os principais objetivos deste trabalho são, portanto,

- realizar um estudo comparativo entre diversas técnicas de controle preditivo adaptativo destacando as suas principais vantagens e dificuldades;

- analisar o comportamento das técnicas estudadas na presença de dificuldades encontradas na prática (presença de ruídos, não-linearidades, incertezas de modelagem, variações paramétricas);
- avaliar aspectos de robustez quanto à incerteza de modelagem na aplicação de controladores preditivos adaptativos.

1.4 ESTRUTURA DA DISSERTAÇÃO

Este trabalho apresenta um estudo comparativo composto de equacionamentos e simulações experimentais de vários algoritmos de controle preditivo com aplicação a processos práticos monovariáveis em escala de laboratório. Os algoritmos de controle avaliados utilizam diferentes critérios de projeto, parâmetros de sintonia e são baseados na técnica de variância mínima (*VM*) implementada por K. J. Åström e B. Wittenmark em 1973 com evolução segundo a proposição de outros pesquisadores da área de controle adaptativo, como D. W. Clarke (1975), M. A. Lelic e M. B. Zarrop (1987), D. W. Clarke *et al.* (1987), A. A. R. Coelho *et al.* (1988), K. Furuta *et al.* (1989), C. M. Lim (1992) de acordo com o tipo de problema a ser solucionado para o processo controlado. O estudo de caso proposto consiste da implementação de malhas de controle em escala de laboratório para avaliação do desempenho servo e regulatório das estratégias de controle, evidenciando as características de cada estratégia de controle. Assim, pela utilização em processos práticos pode-se aplicar cada algoritmo de controle para solucionar o mesmo problema e, conseqüentemente, entender as diferenças de projeto e investigar as características positivas e negativas de cada metodologia de controle preditivo adaptativo sob condições idênticas de operação (mudanças de referência e a presença de perturbações de carga) em uma experimentação de laboratório.

Adicionalmente, em projetos práticos de sistemas de controle preditivo adaptativo é necessário preservar a estabilidade do sistema devido a erros de modelagem. Assim, técnicas para seleção da ordem do modelo do processo são apresentadas e aspectos de robustez são avaliados com base no índice de robustez proposto por Wen-Teng Wu *et al.* (1989) e no teorema do pequeno ganho conforme discutido por P. Banerjee e S. L. Shah (1995), para auxiliar na seleção da ordem do modelo utilizado na aplicação das técnicas de *GMV*

(*Generalized Minimum Variance*) e *GPC (Generalized Predictive Controller)* com alocação de pólos (Allidina e Hughes, 1980; Lelic e Zarrop, 1987; Åström, 1995).

Esta dissertação está organizada de acordo com os seguintes capítulos. Os algoritmos de controle preditivo *single-step-ahead* e os *multi-step-ahead* são apresentados nos capítulos 2 e 3, respectivamente. Técnicas de seleção da ordem dos modelos matemáticos e aspectos de robustez são apresentados no capítulo 4. A descrição dos processos práticos utilizados e os resultados experimentais de cada controlador estão ilustrados no capítulo 5. Finalmente, o capítulo 6 apresenta os comentários, conclusões e sugestões para trabalhos futuros.

2. CONTROLADORES PREDITIVOS *SINGLE-STEP-AHEAD*

2.1 INTRODUÇÃO

Os algoritmos de controle preditivo empregam um preditor que utiliza o modelo do sistema para calcular a ação de controle atual e permitir que as saídas futuras sigam as trajetórias desejadas. Nos controladores *single-step-ahead* (*SSA*) a característica preditiva proporciona ao controlador a observação d passos a frente, onde d é o atraso de transporte do sistema (Clarke, 1994). Esta classe de controladores é implementada minimizando-se uma função custo, determinada a partir de critérios de desempenho, para projeto dos sistemas de controle em malha fechada. Estes critérios podem determinar quais fatores devem ser valorizados ou penalizados para obtenção da lei de controle, isto é, quais especificações de desempenho (sobre-elevação, tempo de subida, comportamentos transitório e regime permanente) são otimizadas. Assim, no projeto dos controladores preditivos adaptativos deve-se avaliar uma função custo (que depende do modelo do sistema) e otimizá-la de modo a obter uma lei de controle ótima no sentido auto-ajustável (Åström e Wittenmark, 1995).

Este capítulo apresenta alguns algoritmos implementados sob diferentes critérios de projeto, parâmetros de sintonia e que se baseiam na concepção clássica da técnica de variância mínima proposta por K. J. Åström e B. Wittenmark (1973) com evolução e variações segundo a proposição de outros pesquisadores da área de controle adaptativo, isto é: D. W. Clarke e P. J. Gawthrop (1979), A. A. R. Coelho *et al.* (1988), K. Furuta *et al.* (1989), C. M. Lim (1992).

Os controladores preditivos *single-step-ahead* a serem apresentados utilizam um modelo matemático para a representação do processo do tipo *CARMA* (*Controlled Auto-Regressive Moving Average*) conforme caracterizado pela seguinte equação a diferenças

$$A(q^{-1})y(t) = q^{-d}B(q^{-1})u(t) + C(q^{-1})\xi(t) \quad (2.1)$$

onde

$$A(q^{-1}) = 1 + a_1q^{-1} + \dots + a_{n_a}q^{-n_a}$$

$$B(q^{-1}) = b_0 + b_1q^{-1} + \dots + b_{n_b}q^{-n_b}$$

$$C(q^{-1}) = 1 + c_1q^{-1} + \dots + c_{n_c}q^{-n_c}$$

$y(t)$ é a saída do sistema, $u(t)$ é o sinal de controle (entrada) e $\xi(t)$ é uma seqüência aleatória do tipo ruído branco. Considera-se, para fins de projeto, que o atraso de transporte d é previamente conhecido.

2.2 CONTROLADOR DE VARIÂNCIA MÍNIMA

Em 1973, K. J. Åström e B. Wittenmark apresentaram o regulador auto-ajustável (*self-tuning regulator*). O objetivo de projeto do controlador é regular a saída do sistema em relação a uma referência constante de forma que a variância da saída seja mínima. A função custo a ser minimizada é

$$J_{AS} = \varepsilon \left\{ \left[y_r(t) - y(t+d) \right]^2 \right\} \quad (2.2)$$

onde $\varepsilon\{\cdot\}$ representa a esperança matemática e $y_r(t)$ é o sinal de referência. Neste regulador, os parâmetros estimados pelo algoritmo dos *MQR* (Mínimos Quadrados Recursivo) são utilizados na lei de controle em substituição aos parâmetros verdadeiros do modelo do sistema (Princípio da Equivalência Certa). K. J. Åström e B. Wittenmark mostraram que, sob certas condições, se os parâmetros estimados convergem para os valores reais da planta, então o regulador obtido minimiza a função (2.2).

Do modelo do processo representado pela equação (2.1) pode-se escrever

$$y(t+d) = \frac{B(q^{-1})}{A(q^{-1})} u(t) + \frac{C(q^{-1})}{A(q^{-1})} \xi(t+d) \quad (2.3)$$

Seja a identidade polinomial

$$C(q^{-1}) = A(q^{-1})E(q^{-1}) + q^{-d}S(q^{-1}) \quad (2.4)$$

onde

$$E(q^{-1}) = 1 + e_1 q^{-1} + \dots + e_{n_e} q^{-n_e}$$

$$S(q^{-1}) = s_0 + s_1 q^{-1} + \dots + s_{n_s} q^{-n_s}$$

e o polinômio $E(q^{-1})$ representa os d primeiros termos da relação $C(q^{-1})/A(q^{-1})$, $n_e = d-1$ e $n_s = \max(n_a-1, n_c-d)$.

Pela associação das equações (2.3) e (2.4) obtêm-se

$$y(t+d) = \left[\frac{B(q^{-1})}{A(q^{-1})} u(t) + \frac{S(q^{-1})}{A(q^{-1})} \xi(t) \right] + E(q^{-1})\xi(t+d) \quad (2.5)$$

e o sinal $\xi(t)$ pode ser obtido da equação (2.1)

$$\xi(t) = \frac{A(q^{-1})}{C(q^{-1})} y(t) - q^{-d} \frac{B(q^{-1})}{C(q^{-1})} u(t) \quad (2.6)$$

Substituindo a equação (2.6) em (2.5) e manipulando com auxílio da equação (2.4) têm-se

$$y(t+d) = \left[\frac{B(q^{-1})E(q^{-1})}{C(q^{-1})} u(t) + \frac{S(q^{-1})}{C(q^{-1})} y(t) \right] + E(q^{-1})\xi(t+d) \quad (2.7)$$

|← informações disponíveis →| |← futuro →|
no instante t

que equivale a

$$y(t+d) = \hat{y}(t+d/t) + E(q^{-1})\xi(t+d)$$

onde $\hat{y}(t+d/t)$ é a previsão de $y(t+d)$ com base nas informações disponíveis até o instante t , e $E(q^{-1})\xi(t+d)$ é o erro de previsão.

Assim, a função custo pode ser representada por

$$J_A = \varepsilon \left\{ [\hat{y}(t+d/t)]^2 \right\} + \varepsilon \left\{ [E(q^{-1})\xi(t+d)]^2 \right\}$$

e como as informações estão disponíveis até o instante t e a informação futura não é conhecida, a função custo J_A é minimizada quando

$$\frac{\hat{B}(q^{-1})E(q^{-1})}{C(q^{-1})}u(t) + \frac{S(q^{-1})}{C(q^{-1})}y(t) = 0$$

ou

$$u(t) = \frac{S(q^{-1})}{B(q^{-1})E(q^{-1})} [y_r(t) - y(t)] \quad (2.8)$$

e a variância do erro de regulação é dada por

$$\varepsilon \left\{ [E(q^{-1})\xi(t+d)]^2 \right\} = [1 + e_1^2 + \dots + e_{d-1}^2] \sigma_\xi^2$$

onde σ_ξ^2 é a variância do ruído.

A estrutura do controlador de variância mínima (*VM*) está ilustrada pela figura (2.1) e a equação de malha fechada é

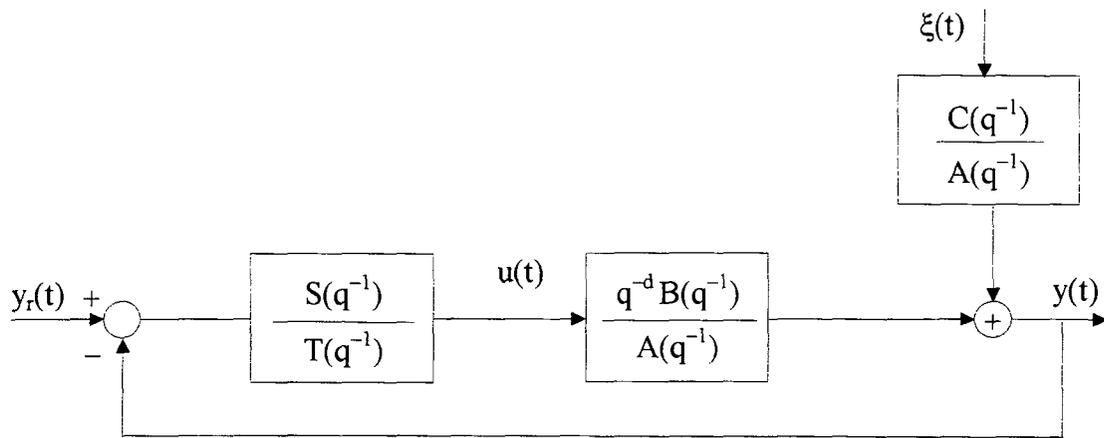


Figura 2.1 - Estrutura do controlador de variância mínima.

$$y(t) = \frac{q^{-d}BS}{AT + q^{-d}BS} y_r(t) + \frac{CT}{AT + q^{-d}BS} \xi(t) \quad (2.9)$$

onde

$$T(q^{-1}) = B(q^{-1})E(q^{-1})$$

Através da análise da parcela determinística da equação de malha fechada do controlador *VM* (equação 2.9) observa-se que esta técnica de controle não garante o erro nulo em regime permanente quando o sistema apresenta uma referência não-nula. As principais características apresentadas por esta técnica são a simplicidade do algoritmo de controle e as propriedades assintóticas de regulação, o que o torna adequado no controle de processos industriais, apesar de sua aplicação estar limitada a processos de fase mínima e àqueles com referência constante ou de variação lenta.

Esta técnica de projeto de variância mínima deu origem a diferentes variações de projeto de controle que são destacadas neste trabalho. A seguir, as equações para a síntese das estratégias de controle preditivo são apresentadas para cada algoritmo de controle sob avaliação.

2.3 CONTROLADOR DE VARIÂNCIA MÍNIMA GENERALIZADA

Em 1975, D. W. Clarke e P. J. Gawthrop apresentaram uma generalização do regulador de variância mínima (*Generalized Minimum Variance - GMV*) proposto por K. J. Åström e B. Wittenmark, onde a função custo a ser minimizada é sintetizada em função do processo e da dinâmica desejada para a malha de controle através de uma saída generalizada $\phi(t)$ (figura 2.2). O sinal de controle é otimizado de maneira a determinar, através dos parâmetros de projeto, a dinâmica transitória, reduzindo a sobre-elevação e eliminando o erro em regime permanente.

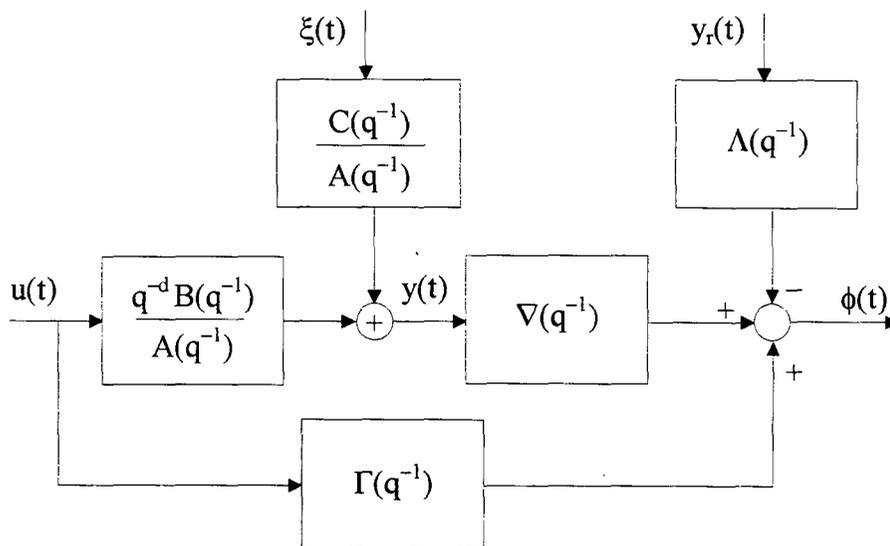


Figura 2.2 - Saída generalizada do sistema para o projeto do controlador *GMV*.

O projeto do controlador baseia-se no seguinte critério

$$J_{CL} = \left\{ [\phi(t+d)]^2 \right\} \quad (2.10)$$

onde

$$\phi(t+d) = \nabla(q^{-1})y(t+d) + \Gamma(q^{-1})u(t) - \Lambda(q^{-1})y_r(t)$$

e sendo ∇ , Γ e Λ polinômios de ponderação da saída, controle e referência, respectivamente.

Seja a identidade polinomial

$$\nabla(q^{-1})C(q^{-1}) = A(q^{-1})E(q^{-1}) + q^{-d}S(q^{-1}) \quad (2.11)$$

onde

$$\begin{aligned} E(q^{-1}) &= 1 + e_1 q^{-1} + \dots + e_{n_e} q^{-n_e} \\ S(q^{-1}) &= s_0 + s_1 q^{-1} + \dots + s_{n_s} q^{-n_s} \\ n_e &= d - 1 \quad n_s = \max(n_a - 1, n_v + n_c - d) \end{aligned}$$

Multiplicando a equação do sistema (equação 2.1) por $E(q^{-1})$ têm-se

$$E(q^{-1})A(q^{-1})y(t + d) = E(q^{-1})B(q^{-1})u(t) + E(q^{-1})C(q^{-1})\xi(t + d) \quad (2.12)$$

e substituindo-se a equação (2.11) em (2.12) obtêm-se

$$\nabla(q^{-1})C(q^{-1})y(t + d) = B(q^{-1})E(q^{-1})u(t) + S(q^{-1})y(t) + C(q^{-1})E(q^{-1})\xi(t + d) \quad (2.13)$$

Pela adição de $[\Gamma(q^{-1})C(q^{-1})u(t) - C(q^{-1})\Lambda(q^{-1})y_r(t)]$ em ambos os lados da equação (2.13) têm-se, após simplificações, que

$$\phi(t + d) = [Sy(t) + (BE + \Gamma C)u(t) - C\Lambda y_r(t)] / C + E\xi(t + d) \quad (2.14)$$

|← informações disponíveis →| |← futuro →|
no instante t

Assim, de maneira análoga ao regulador de variância mínima, minimiza-se a função custo J_{CL} (função 2.10) zerando o primeiro termo da equação (2.14), isto é

$$[B(q^{-1})E(q^{-1}) + \Gamma(q^{-1})C(q^{-1})]u(t) = C(q^{-1})\Lambda(q^{-1})y_r(t) - S(q^{-1})y(t) \quad (2.15)$$

e a lei de controle pode ser representada da forma

$$S(q^{-1})y(t) + T(q^{-1})u(t) + R(q^{-1})y_r(t) = 0 \quad (2.16)$$

onde

$$T(q^{-1}) = B(q^{-1})E(q^{-1}) + \Gamma(q^{-1})C(q^{-1})$$

$$R(q^{-1}) = -\Lambda(q^{-1})C(q^{-1})$$

$$n_s = n_a - 1, \quad n_t = n_b + d - 1 \quad e \quad n_r = n_\Lambda + n_c$$

A estrutura utilizada pelo controlador de variância mínima generalizada é ilustrada na figura (2.3).

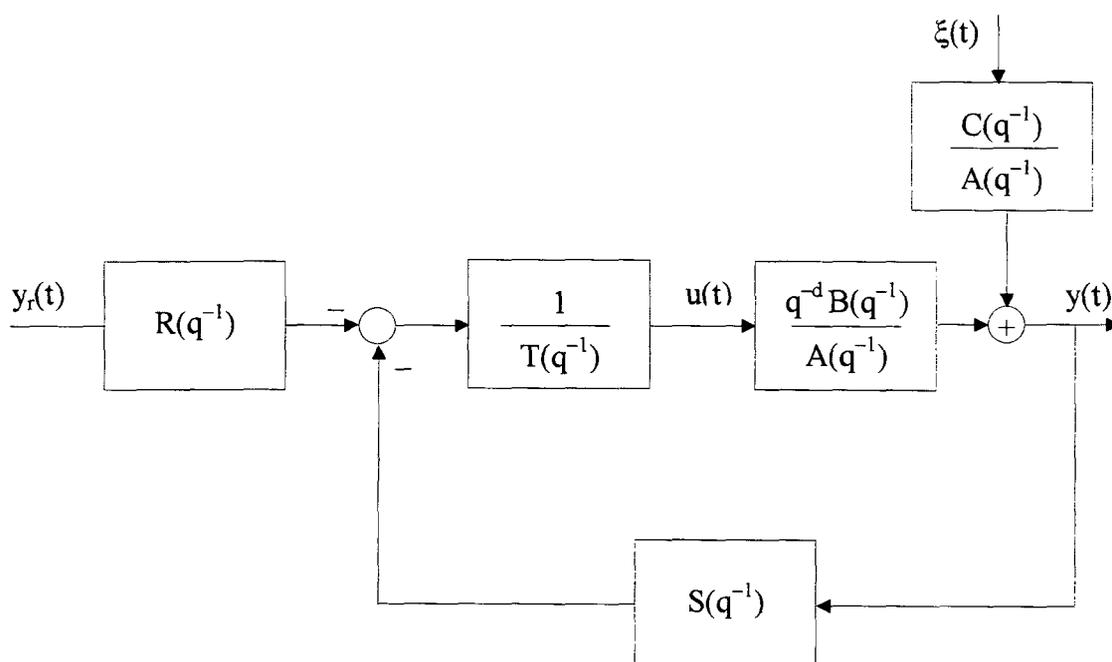


Figura 2.3 - Estrutura do controlador *GMV*.

Substituindo a lei de controle na equação do processo, equação (2.1), obtêm-se a equação de malha fechada dada por

$$y(t) = \frac{q^{-d}B\Lambda}{\nabla B + \Lambda\Gamma} y_r(t) + \frac{BE + \Lambda C}{\nabla B + \Lambda\Gamma} \xi(t) \quad (2.17)$$

Para que o sistema apresente erro nulo em regime permanente torna-se necessário satisfazer a relação

$$\left. \frac{B(q^{-1})\Lambda(q^{-1})}{\nabla(q^{-1})B(q^{-1}) + A(q^{-1})\Gamma(q^{-1})} \right|_{q=1} = 1$$

Uma das maneiras de obter-se erro nulo em regime permanente corresponde à utilização de uma ponderação incremental para o controle, ou seja, $\Gamma(q^{-1}) = \Gamma_0(1 - q^{-1})$, ou ainda, pelo uso de um modelo *CARIMA* (*Controlled Auto-Regressive Integrated Moving Average*), a ser abordado no capítulo 3 para a representação matemática do processo. Através da correta seleção do polinômio $\Gamma(q^{-1})$, cujo objetivo é limitar o esforço de controle, pode-se tratar sistemas de fase não-mínima bem como instáveis em malha aberta. Pela correta sintonia dos polinômios $\nabla(q^{-1})$ e $\Lambda(q^{-1})$ pode-se reduzir a sobre-elevação da resposta transitória do sistema.

Este controlador, além de permitir o rastreamento da referência, é eficiente para alguns sistemas de fase não-mínima e permite diminuir a variância do sinal da saída e de controle em relação ao regulador de K. J. Åström e B. Wittenmark.

A estratégia de controle *GMV* é vantajosa em relação ao regulador de variância mínima auto-ajustável, que tenta minimizar apenas a variância da saída pois:

- permite a ponderação do controle (a penalização do esforço de controle na função custo impede que este aumente indefinidamente);
- apresenta bom seguimento da referência;
- trata alguns sistemas de fase não-mínima sem a necessidade da utilização de outros métodos auxiliares.

2.4 EVOLUÇÕES DO CONTROLADOR *GMV*

Nos últimos anos surgiram variações de projeto, em relação ao controlador *GMV*, visando melhorar algumas de suas características para solucionar dificuldades encontradas em processos práticos. Estas contribuições visam o aumento da robustez quanto a presença de perturbação de carga e erros de modelagem, facilidade no tratamento de processos de fase não-mínima, melhoria do comportamento transitório e, também, contornar outros problemas inerentes em aplicações particulares.

2.4.1 Controlador *GMV* com Alocação de Pólos

Visando aliar o bom seguimento de referência apresentado pelo controlador *GMV* com a robustez da técnica de alocação de pólos, em 1980, A. Y. Allidina e F. M. Hughes, propuseram um controlador *GMV* com alocação de pólos.

A lei de controle minimiza a mesma função custo utilizada por Clarke e Gawthrop (função 2.10). A alocação de pólos é garantida igualando-se o denominador da equação de malha fechada do controlador *GMV* (equação 2.16) com um polinômio especificado pelo projetista, $D(q^{-1})$, cujas raízes correspondem aos pólos desejados para a malha fechada, isto é

$$B(q^{-1})\nabla(q^{-1}) + A(q^{-1})\Gamma(q^{-1}) = D(q^{-1}) \quad (2.18)$$

As ponderações $\nabla(q^{-1})$ e $\Gamma(q^{-1})$ são calculadas recursivamente através da equação (2.18) e $\Lambda(q^{-1})$ é determinada por

$$\Lambda(q^{-1}) = \Lambda_0 = \nabla(1) \quad (2.19)$$

Nesta estratégia é desnecessária a seleção das ponderações por parte do usuário uma vez que estas são obtidas a partir da equação (2.18) através do polinômio desejado $D(q^{-1})$ cujas raízes contêm as informações quanto ao desempenho do sistema em malha fechada.

2.4.2 Controlador de Favier

Em 1982, G. Favier e M. Hassani apresentaram, para sistemas *MIMO* (*Multiple Input Multiple Output*), um método para a eliminação do erro em regime permanente usando um controlador de variância mínima generalizada através do emprego de uma referência para o sinal de controle. A função custo para minimização é

$$J_{FA} = \left\{ \nabla(q^{-1})y(t+d) - \Lambda(q^{-1})y_r(t) \right\}^2 + \left\{ \Gamma(q^{-1}) \{u(t) - u_r(t)\} \right\}^2 \quad (2.20)$$

onde

$$u_r(t) = \frac{\Lambda(1) + \nabla(1)[A(1) - 1]}{\nabla(1)B(1)} y_r(t)$$

e sendo $u_r(t)$ a referência para o sinal de controle a qual é calculada de maneira a garantir que a saída $y(t)$ tenda a referência $y_r(t)$ quando o controle $u(t)$ converge para $u_r(t)$. A ponderação $\Gamma(q^{-1})$ permite que se penalize o erro do sinal de controle em relação à sua referência $u_r(t)$.

A abordagem de projeto deste controlador visa garantir o erro nulo em regime permanente e, como a referência para o controle é calculada a cada iteração, torna-se aplicável a sistemas não-lineares bem como sistemas variantes no tempo.

2.4.3 Controlador de Coelho

Em 1988, A. A. R. Coelho *et al.* apresentou numa comparação para sistemas *MIMO*, um método para a eliminação do erro em regime permanente usando o controlador de variância mínima generalizada através do emprego de uma ponderação adaptativa para a referência. A função custo apresentada foi

$$J_{CO} = [\nabla(q^{-1})y(t+d) - \Lambda(q^{-1})y_r(t)]^2 + [\Gamma(q^{-1})u(t)]^2 \quad (2.21)$$

onde a ponderação da referência, $\Lambda(q^{-1})$, é calculada a cada iteração de modo a garantir que o ganho do sistema em malha fechada seja unitário, ou seja

$$\left. \frac{b_0 B(q^{-1}) \nabla(q^{-1}) \Lambda(q^{-1})}{\nabla(q^{-1}) b_0 B(q^{-1}) + A(q^{-1}) \Gamma^2(q^{-1})} \right|_{q=1} = 1$$

e, conseqüentemente, calcular a ponderação da referência como

$$\Lambda(q^{-1}) = \Lambda_0 = \nabla(1) + \frac{A(1)\Gamma^2(1)}{\nabla(1)b_0 B(1)}$$

Este procedimento de projeto de controle garante a eliminação do erro em regime permanente sem a necessidade do uso de uma ponderação integral para o sinal de controle ou o uso da representação *CARIMA* para o modelo matemático do processo.

2.4.4 Controlador de Furuta

A estrutura de controlador proposto por K. Furuta *et al.*, em 1989, procurou compensar a deficiência do comportamento transitório do sistema de controle inerentes em algumas estratégias de controle adaptativo pelo acréscimo de um termo, que é função do erro do sistema e ponderado através de parâmetros de projeto. Para o equacionamento da lei de controle utilizou-se a seguinte função custo a ser minimizada

$$J_{FU} = \Lambda_e [e(t+1) + k_1 e(t) + k_2 e(t-1)]^2 + \Gamma [\Delta u(t)]^2 \quad (2.22)$$

onde $e(t) = y_r(t) - y(t)$. Os parâmetros de projeto Λ_e e Γ ponderam o desempenho transitório e o esforço de controle, respectivamente. As constantes k_1 e k_2 determinam a dinâmica transitória do sistema.

A flexibilidade de projeto deste controlador está no ajuste assintótico para zero do primeiro termo de J_F , isto é, $e(t) + k_1 e(t-1) + k_2 e(t-2) = 0$. Para obter um sistema de controle em malha fechada estável deve-se selecionar as raízes do polinômio $q^2 + k_1 q + k_2 = 0$ no interior do círculo unitário no plano complexo-z. O segundo termo é utilizado para limitar a variância da ação de controle.

Esta técnica motivou, em 1992, Y. Jen e C. Lee a proporem um controlador que utiliza a mesma função custo dispensando, porém, o uso de um estimador *on-line*. A lei de controle proposta apresenta uma parcela de controle ótima que corresponde à lei de controle utilizada por K. Furuta *et al.* e uma outra parcela auxiliar cujo objetivo é de aumentar a robustez quanto a erros de modelagem e/ou compensar variações paramétricas (figura 2.4).

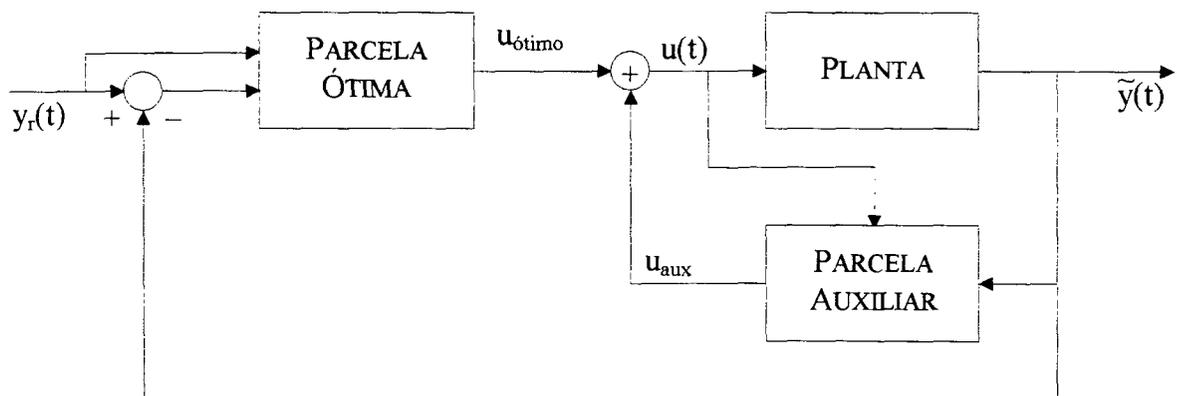


Figura 2.4 - Estrutura do Controlador de Jen.

O sinal $\tilde{y}(t)$ representa a saída do processo na presença de incertezas de modelagem ou variação de parâmetros. Assim, a lei de controle apresenta duas parcelas, isto é

$$u(t) = u_{\text{ótimo}}(t) + u_{\text{aux}}(t)$$

onde $u_{\text{ótimo}}(t)$ é calculado pela minimização da função custo (função 2.22) e $u_{\text{aux}}(t)$ pode ser calculado através da equação

$$u_{\text{aux}}(t) = \frac{1}{\Gamma} [y(t) - \tilde{y}(t)]$$

onde $y(t)$ representa a saída do modelo do processo (não leva em conta as incertezas).

Em estudos de simulação esta parcela adicional de controle mostrou-se eficaz quando o modelo apresenta incertezas devido a dinâmicas não-modeladas ou pequenas variações paramétricas, no entanto, esta estratégia de controle não será avaliada neste trabalho.

2.4.5 Controlador de Lim

Em 1990, partindo da estrutura de controle convencional de variância mínima utilizada por D. W. Clarke e P. J. Gawthrop, C. M. Lim apresentou uma estrutura de controle

adaptativo que acrescenta um termo da derivada da saída do processo na função custo. A lei de controle é obtida da seguinte função custo

$$J_{LI} = [y(t+d) - y_r(t)]^2 + \rho' \left[\frac{dy(t+d)}{dt} \right]^2 + \Gamma [\Delta u(t)]^2 \quad (2.23)$$

onde ρ' e Γ são os parâmetros de projeto a serem sintonizados de acordo com o processo. Este controlador proporciona uma característica antecipatória devido ao termo derivativo e o ajuste da ponderação do termo derivativo penaliza a sobre-elevação da saída do processo.

Em 1992, C. M. Lim associado com T. Hiyama apresentou uma modificação em seu controlador pelo acréscimo, na função custo, de um termo correspondente ao erro do modelo interno

$$J_{LH} = [y(t+d) - y_r(t)]^2 + \rho' \left[\frac{dy(t+d)}{dt} \right]^2 + \Gamma_v [v(t+d)]^2 + \Gamma [u(t)]^2 \quad (2.24)$$

onde

$$e(t) = y_r(t-d) - y(t) \quad (1 - q^{-1})v(t) = e(t)$$

O objetivo da inclusão deste termo na função custo é de aumentar a robustez da performance do sistema quanto à presença de perturbações de carga. Esta alteração no controlador de C. M. Lim mostrou-se eficaz para a resolução de problemas de regulação em sistemas de potência.

2.5 IMPLEMENTAÇÃO DOS CONTROLADORES *SINGLE-STEP-AHEAD*

Os diferentes controladores apresentados foram implementados a partir de um modelo *CARMA* de 4ª ordem para o processo descrito pela equação (2.25). Esta implementação tem o objetivo de que estas estratégias de controle sejam avaliadas através de experimentações servo e regulação em processos práticos de baixa ordem em escala de laboratório conforme será mostrado no capítulo 5. Para possibilitar a aplicação prática e para maior simplicidade de projeto admite-se $d = 1$ e $C(q^{-1}) = 1$. Logo, a equação (2.1) é reescrita como

$$(1 + a_1q^{-1} + a_2q^{-2} + a_3q^{-3} + a_4q^{-4})y(t) = (b_0 + b_1q^{-1} + b_2q^{-2} + b_3q^{-3})u(t-1) + \xi(t) \quad (2.25)$$

A seguir, com base na representação matemática da equação (2.25), obtêm-se a lei de controle para alguns dos controladores *SSA* discutidos nas seções anteriores.

2.5.1 Controlador de Variância Mínima

A função custo utilizada é

$$J_{AS} = \varepsilon \left\{ [y_r(t) - y(t+1)]^2 \right\} \quad (2.26)$$

e, a partir da equação (2.25), a lei de controle do controlador de variância mínima torna-se

$$u(t) = [y_r(t) + a_1y(t) + a_2y(t-1) + a_3y(t-2) + a_4y(t-3) - b_1u(t-1) - b_2u(t-2) - b_3u(t-3)] / b_0 \quad (2.27)$$

2.5.2 Controlador *GMV* de Clarke

A função custo empregada para o controlador de variância mínima generalizada de D. W. Clarke e P. J. Gawthrop é

$$J_{CL} = [\nabla y(t+1) - \Lambda y_r(t)]^2 + [\Gamma(1 - q^{-1})u(t)]^2 \quad (2.28)$$

e a lei de controle é dada por

$$u(t) = \frac{1}{(\nabla^2 b_0^2 + \Gamma^2)} \left\{ \Gamma^2 u(t-1) - \nabla^2 b_0 [b_1 u(t-1) + b_2 u(t-2) + b_3 u(t-3)] + \nabla \Lambda b_0 y_r(t) + \nabla^2 b_0 [a_1 y(t) + a_2 y(t-1) + a_3 y(t-2) + a_4 y(t-3)] \right\} \quad (2.29)$$

2.5.3 Controlador *GMV* com Alocação de Pólos

Este controlador apresenta função custo e lei de controle idênticos ao *GMV* convencional (equações 2.28 e 2.29), apenas os parâmetros de sintonia que estão vinculados a seleção das raízes do polinômio desejado $D(q^{-1})$ devem ser ajustados.

Para a existência de uma solução única para o posicionamento dos pólos em malha fechada do sistema, os polinômios devem possuir as seguinte ordens

$$n_{\nabla} = n_a - 1 = 3, \quad n_{\Gamma} = n_b - 1 = 2 \quad \text{e} \quad n_d \leq n_a + n_b - 1 \leq 6,$$

2.5.4 Controlador de Favier

A função custo é dada por

$$J_{FA} = [\nabla y(t+1) - \Lambda y_r(t)]^2 + \left\{ \Gamma [u(t) - u_r(t)] \right\}^2 \quad (2.30)$$

e a lei de controle é calculada através de

$$u(t) = \frac{1}{(\nabla^2 b_0^2 + \Gamma^2)} \left\{ \Gamma^2 u_r(t) - \nabla^2 b_0 [b_1 u(t-1) + b_2 u(t-2) + b_3 u(t-3)] + \nabla \Lambda b_0 y_r(t) + \nabla^2 b_0 [a_1 y(t) + a_2 y(t-1) + a_3 y(t-2) + a_4 y(t-3)] \right\} \quad (2.31)$$

onde

$$u_r(t) = \frac{[\Lambda + \nabla(a_1 + a_2 + a_3 + a_4)]y_r(t)}{\nabla(b_0 + b_1 + b_2 + b_3)}$$

2.5.5 Controlador de Coelho

Este controlador apresenta, na sua implementação, a seguinte função custo

$$J_{CO} = [\nabla y(t+1) - \Lambda y_r(t)]^2 + [\Gamma u(t)]^2 \quad (2.32)$$

a qual após minimização gera a seguinte lei de controle

$$u(t) = \frac{1}{(\nabla^2 b_0^2 + \Gamma_0^2)} \left\{ \nabla \Lambda b_0 y_r(t) - \nabla^2 b_0 [b_1 u(t-1) + b_2 u(t-2) + b_3 u(t-3)] + \nabla^2 b_0 [a_1 y(t) + a_2 y(t-1) + a_3 y(t-2) + a_4 y(t-3)] \right\} \quad (2.33)$$

onde a ponderação da referência é calculada a cada nova iteração para garantir erro nulo em regime permanente de acordo com a seguinte relação

$$\Lambda = \nabla + \frac{(1 + a_1 + a_2 + a_3 + a_4)\Gamma^2}{b_0(b_0 + b_1 + b_2 + b_3)}$$

2.5.6 Controlador de Furuta

Minimizando a função custo (função 2.22), obtêm-se a lei de controle

$$u(t) = \frac{1}{b_0^2 \Gamma + \Lambda} \left\{ (\Lambda u(t-1) - \Gamma b_0 [b_1 u(t-1) + b_2 u(t-2) + b_3 u(t-3)] + b_0 \Gamma [y_r(t+1) + k_1 e(t) + k_2 e(t-1) + a_1 y(t) + a_2 y(t-1) + a_3 y(t-2) + a_4 y(t-3)]) \right\} \quad (2.34)$$

2.5.7 Controlador de Lim

Utilizando-se a aproximação de primeira ordem para o termo derivativo, isto é,

$$\frac{dy(t+1)}{dt} \cong \frac{y(t+1) - y(t)}{T_s}$$

a função custo torna-se

$$J_{LI} = [y(t+1) - y_r(t)]^2 + \rho [y(t+1) - y(t)]^2 + \Gamma [\Delta u(t)]^2 \quad (2.35)$$

onde $\rho = \rho' T_s^2$ (T_s - período de amostragem) e a lei de controle ótima é calculada por

$$u(t) = \frac{1}{\alpha} \left\{ \Gamma u(t-1) + b_0 [y_r(t) + \rho y(t) + (1 + \rho)\beta(t)] \right\} \quad (2.36)$$

onde

$$\alpha = \left[\Gamma + b_0^2(1 + \rho) \right]$$

$$\beta(t) = \left[a_1 y(t) + a_2 y(t-1) + a_3 y(t-2) + a_4 y(t-3) - b_1 u(t-1) - b_2 u(t-2) - b_3 u(t-3) \right]$$

Levando em conta as modificações propostas por Lim e Hiyama apresentadas na função (2.22), chega-se a seguinte lei de controle

$$u(t) = \frac{1}{\alpha} \left\{ \Gamma u(t-1) + b_0 \left[(1 + \Gamma_v) y_r(t) + \Gamma_v v(t) + \rho y(t) + (1 + \rho + \Gamma_v) \beta(t) \right] \right\} \quad (2.37)$$

onde agora α é calculado por

$$\alpha = \left[\Gamma + b_0^2(1 + \rho + \Gamma_v) \right]$$

2.6 FUNÇÃO CUSTO GENERALIZADA PARA OS CONTROLADORES SSA

Visando identificar as características de projeto e a utilização prática por quaisquer das técnicas apresentadas, generalizou-se a função custo dos controladores *single-step-ahead* como apresentado na função (2.38)

$$J = \left[\nabla y(t+1) - \Lambda y_r(t) \right]^2 + \Lambda_e \left[e(t) + k_1 e(t-1) + k_2 e(t-2) \right]^2 + \rho \left[\dot{y}(t+1) \right]^2 + \Lambda_v \left[v(t+1) \right]^2 + \left\{ \Gamma \left[u(t) - u_r(t) \right] \right\}^2 \quad (2.38)$$

As ponderações utilizadas por cada estratégia estão apresentadas na tabela (2.1).

TÉCNICA DE CONTROLE	∇	Λ	ρ'	Λ_v	Λ_e	Γ	u_r
<i>VM ÅSTRÖM</i>	1	1	–	–	–	–	0
<i>GMV CLARKE</i>	$\nabla(q^{-1})$	$\Lambda(q^{-1})$	–	–	–	$\Gamma(q^{-1})$	0
ALOC. PÓLOS	$\nabla(q^{-1})$	$\Lambda(q^{-1})$	–	–	–	Γ	0
FAVIER	$\nabla(q^{-1})$	$\Lambda(q^{-1})$	–	–	–	Γ	$\neq 0$
COELHO	$\nabla(q^{-1})$	$\Lambda(q^{-1})$	–	–	–	Γ	0
FURUTA	–	–	–	–	Λ_e	$\Gamma^{1/2}(1-q^{-1})$	0
LIM	1	1	ρ'	Λ_v	–	$\Gamma^{1/2}(1-q^{-1})$	0

“– denota uma ponderação (termo) inexistente.”

As principais características das técnicas apresentadas estão resumidas na tabela (2.2).

Tabela 2.2 - Características das estratégias de controle SSA.

TÉCNICA DE CONTROLE	PRINCIPAIS CARACTERÍSTICAS
<i>VM ÅSTRÖM</i>	<ul style="list-style-type: none"> – minimiza a variância da saída; – dificuldade para tratar sistemas de fase não-mínima.
<i>GMV CLARKE</i>	<ul style="list-style-type: none"> – função custo com ponderações para a entrada, saída e referência; – capaz de tratar alguns sistemas de fase não-mínima.
ALOC. PÓLOS	<ul style="list-style-type: none"> – permite selecionar a dinâmica de malha fechada através da escolha dos pólos associada a minimização da variância do erro e controle.
FAVIER	<ul style="list-style-type: none"> – utiliza uma referência para o sinal de controle para garantir erro nulo em regime; – capacidade de tratar sistemas de fase não-mínima e não-lineares.
COELHO	<ul style="list-style-type: none"> – utiliza uma ponderação para a referência adaptativa que é calculada de maneira a garantir erro nulo em regime permanente.
FURUTA	<ul style="list-style-type: none"> – função custo com erro ponderado por constantes k_1 e k_2 para melhorar o desempenho no transitório.
LIM	<ul style="list-style-type: none"> – função custo com termo derivativo para dar uma característica antecipativa; – função custo com um termo da saída do modelo interno para aumentar a robustez (rejeição de perturbações).

2.7 CONCLUSÃO

Este capítulo apresentou sete algoritmos baseados na estratégia *single-step-ahead* que, utilizando o modelo matemático do processo do tipo *CARMA*, foram implementados sob diferentes critérios de projeto e parâmetros de sintonia. Embora as técnicas de controle sejam eficientes com vários tipos de sistemas, apresentam dificuldades para tratar algumas plantas instáveis ou de fase não-mínima.

Neste capítulo, apresentou-se uma função custo genérica que, conforme as suas ponderações, pode representar qualquer um dos controladores propostos facilitando ao usuário a análise de suas principais características de projeto.

Para superar algumas dificuldades de desempenho em malha fechada encontradas com os controladores implementados neste capítulo, são avaliados no capítulo 3, controladores baseados na estratégia preditiva *multi-step-ahead*.

3. CONTROLADORES PREDITIVOS *MULTI-STEP-AHEAD*

3.1 INTRODUÇÃO

Os algoritmos de controle preditivo *multi-step-ahead* (*MSA*) empregam um preditor que utiliza o modelo do sistema para calcular a ação de controle atual e permitir que as saídas futuras sigam as trajetórias desejadas. Diferente dos projetos de controle apresentados no capítulo 2, a característica preditiva proporciona ao controlador a observação além do atraso de transporte do sistema para determinar uma entrada antecipativa apropriada (Clarke *et al.*, 1987a; Bitmead *et al.*, 1990).

Atualmente, o controle preditivo é empregado nas mais diversas áreas não somente da indústria (regulação de tensão, controle de temperatura, pressão, nível, etc.) mas também em outras áreas do conhecimento humano como a medicina (anestesia, controle de pressão sangüínea) mostrando a evolução prática destas estratégias e comprovando que em breve devem substituir a maioria dos controladores clássicos utilizados que mostram-se ineficientes em ambientes complexos (Landau, 1993; Froisy, 1994; Kwong *et al.*, 1995; Schmidt e Modarreszadeh, 1995).

Este capítulo apresenta a síntese do controlador preditivo generalizado, suas variações e casos particulares num estudo comparativo composto de equacionamentos e simulações para processos monovariáveis. Os algoritmos de controle implementados utilizam diferentes critérios de projeto, parâmetros de sintonia e baseiam-se na concepção de Controlador Preditivo Generalizado proposta por D. W. Clarke *et al.* em 1987 com evolução segundo a

proposição de outros pesquisadores como: M. A. Lelic e M. B. Zarrop (1987), V. Wertz *et al.* (1987), K. Y. Kwok e S. L. Shah (1994) e Y. Wang e J. Tan (1995).

Os controladores preditivos *multi-step-ahead* utilizam um modelo para o processo do tipo *CARIMA* (*Controlled Auto-Regressive Integrated Moving Average*) conforme representado pela seguinte equação a diferenças

$$A(q^{-1})y(t) = q^{-d}B(q^{-1})u(t) + C(q^{-1})\xi(t) / \Delta \quad (3.1)$$

que pode ser reescrita na forma

$$A(q^{-1})\Delta y(t) = q^{-d}B(q^{-1})\Delta u(t) + C(q^{-1})\xi(t) \quad (3.2)$$

onde

$$A(q^{-1}) = 1 + a_1q^{-1} + \dots + a_{n_a}q^{-n_a}$$

$$B(q^{-1}) = b_0 + b_1q^{-1} + \dots + b_{n_b}q^{-n_b}$$

$$C(q^{-1}) = c_0 + c_1q^{-1} + \dots + c_{n_c}q^{-n_c}$$

$y(t)$ é a saída do sistema, $u(t)$ é o sinal de controle (entrada), $\xi(t)$ é uma seqüência aleatória do tipo ruído branco e $\Delta = (1 - q^{-1})$.

3.2 CONTROLADOR PREDITIVO GENERALIZADO

Em 1987, D. W. Clarke *et al.* apresentou uma evolução em relação às estratégias de controle preditivo do tipo *single-step-ahead* avaliadas no capítulo 2. Com o objetivo de suprir algumas deficiências dos controladores apresentados por D. W. Clarke e P. J. Gawthrop (1975), A. A. R. Coelho *et al.* (1988), K. Furuta *et al.* (1989) e C. M. Lim (1990), que falham no controle de alguns processos de fase não-mínima ou quando o atraso de transporte não é perfeitamente conhecido, D. W. Clarke *et al.* desenvolveu uma nova estratégia de controle

denominada de *GPC* (*Generalized Predictive Control*) a qual faz parte de uma classe de controladores preditivos denominados *multi-step-ahead controllers*.

A lei de controle *GPC* é obtida pela minimização do seguinte critério

$$J_{\text{GPC}} = E \left\{ \sum_{j=N_1}^{N_2} [y(t+j) - y_r(t+j)]^2 + \sum_{j=1}^{N_u} \Gamma \Delta u^2(t+j-1) \right\} \quad (3.3)$$

onde Γ é a ponderação do sinal de controle, N_1 e N_2 são os horizontes de previsão da saída inicial e final, respectivamente, e N_u é o horizonte de controle. Os termos $y(t+j)$ e $y_r(t+j)$ representam o sinal da saída e o sinal de referência j passos a frente e, $\Delta u(t+j-1)$ é o incremento do sinal de controle no instante $(t+j-1)$. Os horizontes de previsão e a ponderação do controle são os principais parâmetros de sintonia do *GPC*. A partir da seleção destes parâmetros é possível obter-se diferentes tipos de controladores preditivos e ajustar o desempenho desejado para o sistema controlado (Clarke *et al.*, 1987; De Keyser *et al.*, 1988; Bitmead *et al.*, 1991).

Seja a identidade polinomial

$$C(q^{-1}) = A(q^{-1})\Delta E_j(q^{-1}) + q^{-j}F_j(q^{-1}) \quad (3.4)$$

onde os coeficientes dos polinômios

$$E_j(q^{-1}) = 1 + e_1 q^{-1} + \dots + e_{n_e} q^{-n_e}$$

$$F_j(q^{-1}) = f_0 + f_1 q^{-1} + \dots + f_{n_f} q^{-n_f}$$

$$n_e = j - 1; \quad n_f = \max(n_a, n_c - j)$$

são determinados pelo conhecimento do intervalo de previsão j e dos polinômios $A(q^{-1})$ e $C(q^{-1})$.

Multiplicando a equação do modelo do sistema (equação 3.2) por $q^j E_j(q^{-1})$, têm-se

$$E_j(q^{-1})A(q^{-1})\Delta y(t+j) = E_j(q^{-1})B(q^{-1})\Delta u(t+j-d) + E_j(q^{-1})C(q^{-1})\xi(t+j) \quad (3.5)$$

e, substituindo-se a equação (3.4) em (3.5), obtêm-se

$$C(q^{-1})y(t+j) = E_j(q^{-1})B(q^{-1})\Delta u(t+j-d) + F_j(q^{-1})y(t) + E_j(q^{-1})C(q^{-1})\xi(t+j) \quad (3.6)$$

que pode ser reescrita como

$$y(t+j) = \frac{F_j(q^{-1})}{C(q^{-1})}y(t) + \frac{G_j'(q^{-1})}{C(q^{-1})}\Delta u(t+j-d) + E_j(q^{-1})\xi(t+j) \quad (3.7)$$

onde

$$G_j'(q^{-1}) = E_j(q^{-1})B(q^{-1})$$

Como o ruído está descorrelacionado dos sinais mensuráveis no instante t têm-se que a saída prevista de $y(t+j)$ é

$$\hat{y}(t+j) = \frac{F_j(q^{-1})}{C(q^{-1})}y(t) + \frac{G_j'(q^{-1})}{C(q^{-1})}\Delta u(t+j-d) \quad (3.8)$$

Utilizando uma segunda identidade polinomial

$$G_j'(q^{-1}) = C(q^{-1})G_j(q^{-1}) + q^{-j}\bar{G}_j(q^{-1}) \quad (3.9)$$

e substituindo na equação (3.7)

$$\hat{y}(t+j) = \frac{F_j(q^{-1})}{C(q^{-1})}y(t) + \frac{\bar{G}_j(q^{-1})}{C(q^{-1})}\Delta u(t-d) + G_j(q^{-1})\Delta u(t+j-d) \quad (3.10)$$

|← informações disponíveis →| |← futuro →|
no instante t

onde os elementos g_i de $G_j(q^{-1})$ são formados da resposta ao degrau do modelo do processo, que correspondem aos termos da divisão de $B(q^{-1})/A(q^{-1})\Delta$. A partir da equação (3.10) retira-se a previsão da resposta livre do sistema (com base na informação disponível no instante t), isto é

$$\hat{y}(t+j/t) = \frac{F_j(q^{-1})}{C(q^{-1})} y(t) + \frac{\bar{G}_j(q^{-1})}{C(q^{-1})} \Delta u(t-d) \quad (3.11)$$

Seja o vetor \mathbf{f} formado a partir das previsões da resposta livre

$$\mathbf{f} = [\hat{y}(t+N_1/t) \quad \hat{y}(t+N_1+1/t) \quad \dots \quad \hat{y}(t+N_2/t)]^T \quad (3.12)$$

e o vetor do controle incremental futuro

$$\Delta \mathbf{U} = [\Delta u(t) \quad \Delta u(t+1), \quad \dots, \quad \Delta u(t+N_u-1)]^T \quad (3.13)$$

A equação (3.8) pode ser representada na forma vetorial

$$\hat{\mathbf{Y}} = \mathbf{G} \Delta \mathbf{U} + \mathbf{f} \quad (3.14)$$

onde

$$\hat{\mathbf{Y}} = [\hat{y}(t+N_1) \quad \hat{y}(t+N_1+1) \quad \dots \quad \hat{y}(t+N_2)]^T$$

$$\mathbf{G} = \begin{bmatrix} g_{N_1-d} & \dots & g_0 & 0 & 0 & \dots & 0 \\ g_{N_1-d+1} & \dots & g_1 & g_0 & 0 & \dots & 0 \\ \vdots & \ddots & & & \ddots & & \vdots \\ \vdots & & \ddots & & & & g_0 \\ \vdots & \dots & & & & & \vdots \\ g_{N_2-d} & g_{N_2-d-1} & \dots & & & & g_{N_2-N_u-d+1} \end{bmatrix}$$

A matriz G tem dimensões $(N_2 - N_1 + 1) \times N_u$ pois leva em conta a suposição de que $\Delta u(t+j-1) = 0, \forall j > N_u$ para penalizar o controle além deste horizonte e reduzir o esforço computacional do algoritmo de controle.

A função custo do *GPC* pode ser representada na forma vetorial, isto é

$$J_{GPC} = [\hat{\mathbf{Y}} - \mathbf{Y}_r]^T [\hat{\mathbf{Y}} - \mathbf{Y}_r] + \Gamma \Delta \mathbf{U}^T \Delta \mathbf{U} \quad (3.15)$$

onde

$$\mathbf{Y}_r = [y_r(t + N_1) \quad y_r(t + N_1 + 1) \quad \dots \quad y_r(t + N_2)]^T$$

Assim, minimiza-se a função custo J_{GPC} da função (3.15) obtendo a seguinte lei de controle

$$\Delta \mathbf{U} = [\mathbf{G}^T \mathbf{G} + \Gamma \mathbf{I}]^{-1} \mathbf{G}^T [\mathbf{Y}_r - \mathbf{f}] \quad (3.16)$$

Na prática, somente o primeiro sinal de controle é aplicado e, a cada iteração, um novo problema de minimização é resolvido. Assim, calcula-se a lei de controle por

$$u(t) = u(t - 1) + \Delta u(t) \quad (3.17)$$

A utilização do *GPC* possibilita tratar processos que possuam atrasos de transporte desconhecidos ou variantes, sistemas sob restrições, não-linearidades, sistemas de fase não-mínima, bem como plantas instáveis em malha aberta (Clarke *et al.*, 1987b).

A estrutura utilizada pelo controlador preditivo generalizado é ilustrada na figura 3.3.

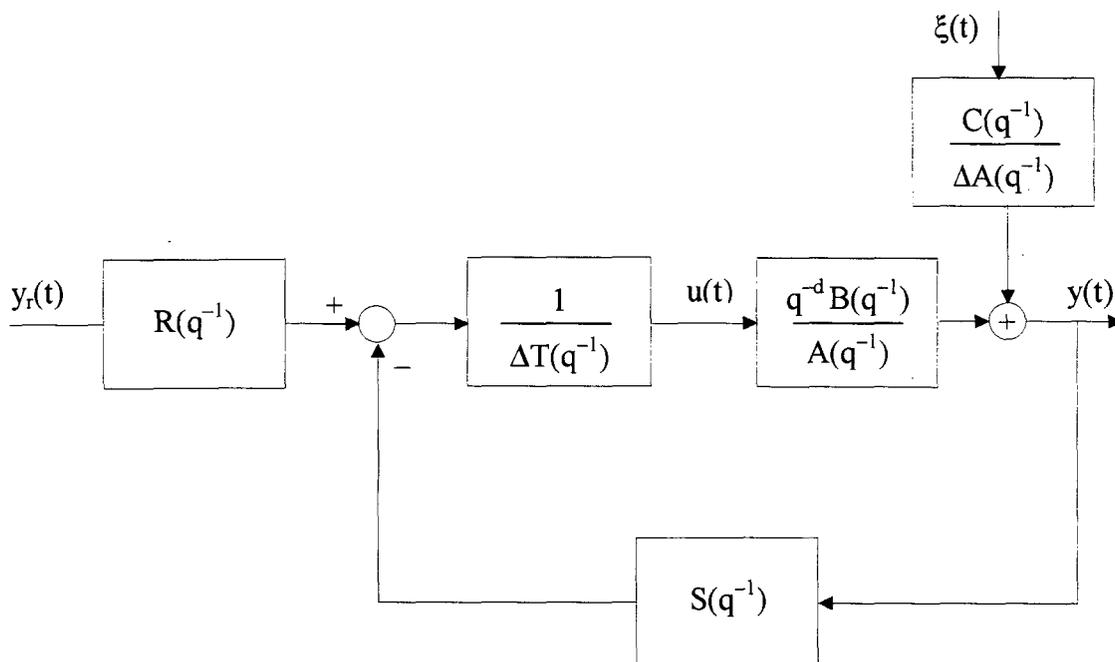


Figura 3.1 - Estrutura do controlador *GPC*.

Seja o vetor M representado pela primeira linha da matriz $(\mathbf{G}^T \mathbf{G} + \mathbf{\Pi})^{-1} \mathbf{G}^T$

$$M = [1 \ 0 \ \dots \ 0][(\mathbf{G}^T \mathbf{G} + \mathbf{\Pi})^{-1} \mathbf{G}^T] \tag{3.18}$$

onde

$$M = [m_{N_1} \ m_{N_1+1} \ \dots \ m_{N_2}]$$

O controle aplicado ao processo pode ser descrito como

$$\Delta u(t) = M[\mathbf{Y}_r - \mathbf{f}] \tag{3.19}$$

e, substituindo as equações (3.11) e (3.12) em (3.19), observa-se que

$$\Delta u(t) = \sum_{j=N_1}^{N_2} m_j \left[y_r(t+j) - \frac{F_j(q^{-1})}{C(q^{-1})} y(t) - \frac{\bar{G}_j(q^{-1})}{C(q^{-1})} \Delta u(t-d) \right]$$

$$\left[C + q^{-d} \sum_{j=N_1}^{N_2} m_j \bar{G}_j \right] \Delta u(t) = \left[C \sum_{j=N_1}^{N_2} m_j y_r(t+j) \right] - \left[\sum_{j=N_1}^{N_2} m_j F_j \right] y(t)$$

$$\left[C + q^{-d} \sum_{j=N_1}^{N_2} m_j \bar{G}_j \right] \Delta u(t) = \left[C \sum_{j=N_1}^{N_2} m_{N_2+N_1-j} q^{-(j-N_1)} \right] y_r(t+N_2) - \left[\sum_{j=N_1}^{N_2} m_j F_j \right] y(t) \quad (3.20)$$

Portanto, a lei de controle, que satisfaz a figura 3.1, pode ser representada como

$$T(q^{-1})\Delta u(t) = R(q^{-1})y_r(t+N_2) - S(q^{-1})y(t) \quad (3.21)$$

onde

$$R(q^{-1}) = C(q^{-1}) \sum_{j=N_1}^{N_2} m_{N_2+N_1-j} q^{-(j-N_1)}$$

$$S(q^{-1}) = \sum_{j=N_1}^{N_2} m_j F_j(q^{-1})$$

$$T(q^{-1}) = C(q^{-1}) + q^{-d} \sum_{j=N_1}^{N_2} m_j \bar{G}_j(q^{-1})$$

$$n_r = \max(n_c, n_b); \quad n_s = \max(n_a, n_c - N_2) \quad e \quad n_t = N_2 - N_1$$

Substituindo a lei de controle (equação 3.21) na equação do processo (equação 3.2) obtêm-se

$$A(q^{-1})\Delta y(t) = q^{-d}B(q^{-1}) \left[\frac{R(q^{-1})}{T(q^{-1})} y_r(t+N_2) - \frac{S(q^{-1})}{T(q^{-1})} y(t) \right] + C(q^{-1})\xi(t)$$

$$\left[A(q^{-1})\Delta + \frac{q^{-d}B(q^{-1})S(q^{-1})}{T(q^{-1})} \right] y(t) = q^{-d}B(q^{-1}) \left[\frac{R(q^{-1})}{T(q^{-1})} y_r(t+N_2) \right] + C(q^{-1})\xi(t)$$

$$y(t) = \frac{\left[q^{-d}B(q^{-1})R(q^{-1}) \right] y_r(t+N_2)}{\left[A(q^{-1})\Delta T(q^{-1}) + q^{-d}B(q^{-1})S(q^{-1}) \right]} + \frac{C(q^{-1})T(q^{-1})\xi(t)}{\left[A(q^{-1})\Delta T(q^{-1}) + q^{-d}B(q^{-1})S(q^{-1}) \right]} \quad (3.22)$$

A partir da equação (3.22) têm-se o polinômio característico do sistema em malha fechada calculado por

$$P_{mf}(q^{-1}) = A(q^{-1})\Delta T(q^{-1}) + q^{-d}B(q^{-1})S(q^{-1}) \quad (3.23)$$

onde o número de pólos em malha fechada é calculada por

$$np_{mf} = \max(n_a + n_r, n_b + n_s + 1) \quad \text{ou} \quad np_{mf} = \max(n_a + n_c + 1, n_a + n_b + 1, n_b + n_c + 1 - N_1)$$

Os parâmetros de sintonia do *GPC* permitem uma maior flexibilidade de projeto para o sistema controlado. No entanto, algumas peculiaridades que devem ser levadas em conta na sua seleção, são:

Horizonte de Previsão Inicial (N_1) - Normalmente é selecionado como 1 (um), mas nos casos em que o atraso de transporte é perfeitamente conhecido este pode ser ajustado com $N_1 \leq d$ fazendo com que o esforço computacional seja reduzido.

Horizonte de Previsão Final (N_2) - Sua seleção, normalmente, é tal que este seja maior do que o tempo de subida do processo (Castanho, 1991). Para a maioria dos processos estáveis em malha aberta a dinâmica de malha fechada torna-se mais rápida com a diminuição de N_2 . Para processos instáveis em malha aberta um N_2 elevado pode levá-lo a instabilidade também em malha fechada visto que os pólos do sistema em malha fechada tendem aos de malha aberta quando $N_2 \rightarrow \infty$ (Bitmead *et al.*, 1990). O aumento de N_2 provoca um aumento da robustez do sistema quanto à presença de dinâmicas não-modeladas aumentando, porém, o esforço computacional.

Horizonte de Controle (N_u) - Valores elevados de N_u além de aumentar o esforço computacional (inversão da matriz $[G^T G + \Pi]$, que tem dimensões $N_u \times N_u$), aumenta a agressividade da ação de controle. Para sistemas estáveis em malha aberta $N_u = 1$ mostra-se, geralmente, adequado. Na prática o valor de N_u deve ser o menor possível que permita um desempenho satisfatório do sistema.

Ponderação do Controle (Γ) - A introdução desta ponderação faz com que a magnitude do sinal de controle seja levada em conta na função custo a ser minimizada. Isto provoca uma diminuição dos níveis do sinal de controle podendo causar, também, aumento na sobre-elevação da saída do sistema (Pereira, 1997). A ponderação Γ com um valor diferente de zero melhora o condicionamento da matriz $[G^T G + \Gamma]$, possibilitando sua inversão, além de aumentar a robustez do sistema quando sujeito a incertezas de modelagem (Banerjee e Shah, 1995).

3.3 GENERALIZAÇÕES DO GPC

Nos últimos anos surgiram várias evoluções, em relação ao controlador GPC, visando melhorar algumas de suas características para solucionar dificuldades encontradas em processos práticos. Estas contribuições visam aumento de robustez quanto a presença de perturbação de cargas e erros de modelagem, facilidade no tratamento de processos de fase não-mínima, melhoria do comportamento transitório e, também, contornar outros problemas inerentes a aplicações particulares.

3.3.1 GPC com Alocação de Pólos (GPP)

Esta variação do GPC foi proposta por M. A. Lelic e M. B. Zarrop (1987) que modificaram a função custo do GPC incorporando a técnica por alocação de pólos no projeto do controlador. Este algoritmo de controle preditivo foi denominado GPP (*Generalized Pole Placement*) e a função custo modificada é

$$J_{GPP} = E \left\{ \sum_{j=N_1}^{N_2} \Phi_j^2(t) + \sum_{j=1}^{N_u} \Gamma_f \Delta u^2(t+j-1) \right\} \quad (3.24)$$

onde $\Phi_j(t)$ é uma saída auxiliar definida por

$$\Phi_j(t) = \nabla_f y(t+j) - \Lambda_f y_r(t+j) + \Gamma_p \Delta u(t-d) + \nabla_p y(t)$$

∇_f é a ponderação das saídas futuras, Λ_f é a ponderação da referência, Γ_p é a ponderação do incremento de controle passado, Γ_f é a ponderação do incremento de controle futuro e ∇_p pondera a saída presente. Estes parâmetros de projeto do *GPP* são selecionados a partir do posicionamento dos pólos em malha fechada em localizações desejadas para eliminar o erro de rastreamento da saída em regime permanente e garantir estabilidade ao sistema controlado.

Seja a identidade polinomial

$$\nabla_f(q^{-1})C(q^{-1}) = A(q^{-1})\Delta E_j(q^{-1}) + q^{-d}F_j(q^{-1}) \quad (3.25)$$

onde

$$\begin{aligned} E_j(q^{-1}) &= 1 + e_1q^{-1} + \dots + e_{n_e}q^{-n_e} \\ F_j(q^{-1}) &= f_0 + f_1q^{-1} + \dots + f_{n_f}q^{-n_f} \\ n_e &= j - 1 \quad \text{e} \quad n_f = \max(n_a, n_{\nabla_f} + n_c - j) \end{aligned}$$

Substituindo a equação do sistema (equação 3.1) e a equação (3.25), a pseudo-saída $\Phi_j(t)$ pode ser reescrita como

$$\Phi_j(t) = \left[\frac{F_j}{C} + \nabla_p \right] y(t) + \Gamma_p \Delta u(t-d) + \frac{BE_j}{C} \Delta u(t+j-d) + \Lambda_f y_r(t+j) + E_j \xi(t+j) \quad (3.26)$$

Considerando uma nova identidade polinomial dada por

$$B(q^{-1})E_j(q^{-1}) = C(q^{-1})G_j(q^{-1}) + q^{-j}\bar{G}_j(q^{-1}) \quad (3.27)$$

onde

$$n_g = j - 1 \quad n_{\bar{g}} = \max(n_c - 1, n_b - 1)$$

e substituindo na equação (3.26), então, $\Phi_j(t)$ torna-se

$$\Phi_j(t) = \left[\frac{F_j}{C} + \nabla_p \right] y(t) + \left[\Gamma_p + \frac{\bar{G}_j}{C} \right] \Delta u(t-d) + G_j \Delta u(t+j-d) + \Lambda_f y_r(t+j) + E_j \xi(t+j) \quad (3.28)$$

Na forma vetorial a equação (3.28) pode ser reescrita como

$$\Phi = \nabla y(t) + \mathbf{G} \Delta \mathbf{U} + \Gamma \Delta u(t-d) + \mathbf{f} - \Lambda \quad (3.29)$$

onde

$$\Phi = \left[\Phi_{N_1}(t) \quad \Phi_{N_1+1}(t) \quad \dots \quad \Phi_{N_2}(t) \right]^T$$

$$\nabla = C^{-1} \left[\left(F_{N_1} + C \nabla_p \right) \quad \left(F_{N_1+1} + C \nabla_p \right) \quad \dots \quad \left(F_{N_2} + C \nabla_p \right) \right]^T$$

$$\mathbf{G} = \begin{bmatrix} g_{N_1-d} & \dots & g_0 & 0 & 0 & \dots & 0 \\ g_{N_1-d+1} & \dots & g_1 & g_0 & 0 & \dots & 0 \\ \vdots & \ddots & & & \ddots & & \vdots \\ \vdots & & & & & & g_0 \\ \vdots & \dots & & & & & \vdots \\ g_{N_2-d} & g_{N_2-d-1} & \dots & & & & g_{N_2-N_u-d+1} \end{bmatrix}$$

$$\Delta \mathbf{U} = \left[\Delta u(t) \quad \Delta u(t+1) \quad \dots \quad \Delta u(t+N_u-1) \right]^T$$

$$\Gamma = C^{-1} \left[\left(\bar{G}_{N_1} + C \Gamma_p \right) \quad \left(\bar{G}_{N_1+1} + C \Gamma_p \right) \quad \dots \quad \left(\bar{G}_{N_2} + C \Gamma_p \right) \right]^T$$

$$\mathbf{f} = \left[E_{N_1} \xi(t+N_1) \quad E_{N_1+1} \xi(t+N_1+1) \quad \dots \quad E_{N_2} \xi(t+N_2) \right]^T$$

$$\Lambda = \Lambda_f \left[y_r(t+N_1) \quad y_r(t+N_1+1) \quad \dots \quad y_r(t+N_2) \right]^T$$

A função custo do *GPC* pode ser representada na forma vetorial, isto é

$$J_{GPP} = \Phi^T \Phi + \Gamma_f \Delta U^T \Delta U \quad (3.30)$$

Assim, minimiza-se a função custo J_{GPP} da função (3.30), obtendo a seguinte lei de controle

$$\Delta U = [\mathbf{G}^T \mathbf{G} + \Gamma_f \mathbf{I}]^{-1} \mathbf{G}^T [\Lambda - \nabla y(t) - \Gamma \Delta u(t-d)] \quad (3.31)$$

Assim, como no controlador *GPC* convencional, a cada iteração o vetor ΔU é calculado mas apenas o primeiro elemento, $\Delta u(t)$, é calculado.

Seja o vetor M representado pela primeira linha da matriz $(\mathbf{G}^T \mathbf{G} + \Gamma_f \mathbf{I})^{-1} \mathbf{G}^T$

$$M = [1 \quad 0 \quad \dots \quad 0] [(\mathbf{G}^T \mathbf{G} + \Gamma_f \mathbf{I})^{-1} \mathbf{G}^T] \quad (3.32)$$

onde

$$M = [m_{N_1} \quad m_{N_1+1} \quad \dots \quad m_{N_2}]$$

O controle aplicado ao processo pode ser descrito como

$$\Delta u(t) = M[\Lambda - \nabla y(t) - \Gamma \Delta u(t-d)] \quad (3.33)$$

$$C \Delta u(t) = \sum_{j=N_1}^{N_2} m_j \left\{ C \Lambda_f y_r(t+j) - [F_j + C \nabla_p] y(t) - [\bar{G}_j + C \Gamma_p] \Delta u(t-d) \right\}$$

$$\left[C + q^{-d} \sum_{j=N_1}^{N_2} m_j (\bar{G}_j + C \Gamma_p) \right] \Delta u(t) = \left[C \Lambda_f \sum_{j=N_1}^{N_2} m_j y_r(t+j) \right] - \left[\sum_{j=N_1}^{N_2} m_j (F_j + C \nabla_p) \right] y(t)$$

$$\left[C + q^{-d} \sum_{j=N_1}^{N_2} m_j (\bar{G}_j + C\Gamma_p) \right] \Delta u(t) = \left[C\Lambda_f \sum_{j=N_1}^{N_2} m_{N_2+N_1-j} q^{-(j-N_1)} \right] y_r(t + N_2) - \left[\sum_{j=N_1}^{N_2} m_j (F_j + C\nabla_p) \right] y(t)$$

Portanto, a lei de controle do *GPP* pode ser representada por

$$T(q^{-1})\Delta u(t) = R(q^{-1})y_r(t + N_2) - S(q^{-1})y(t) \quad (3.34)$$

onde

$$R(q^{-1}) = C(q^{-1})\Lambda_f \sum_{j=N_1}^{N_2} m_{N_2+N_1-j} q^{-(j-N_1)}$$

$$S(q^{-1}) = \sum_{j=N_1}^{N_2} m_j [F_j(q^{-1}) + C(q^{-1})\nabla_p]$$

$$T(q^{-1}) = C(q^{-1}) + q^{-d} \sum_{j=N_1}^{N_2} m_j [\bar{G}_j(q^{-1}) + C(q^{-1})\Gamma_p]$$

$$n_r = \max(n_c + n_{\Gamma_b}, n_b), \quad n_s = \max(n_a, n_{\nabla_f} + n_c - N_2, n_{\nabla_p} + n_c), \quad n_t = N_2 - N_1 + n_{\Lambda_f} + n_c$$

Substituindo a lei de controle (equação 3.34) na equação do processo (equação 3.2) obtêm-se a equação de malha fechada do sistema de maneira análoga àquela realizada para o *GPC*, isto é

$$y(t) = \frac{[q^{-d}B(q^{-1})R(q^{-1})]y_r(t + N_2)}{[A(q^{-1})\Delta T(q^{-1}) + q^{-d}B(q^{-1})S(q^{-1})]} + \frac{C(q^{-1})T(q^{-1})\xi(t)}{[A(q^{-1})\Delta T(q^{-1}) + q^{-d}B(q^{-1})S(q^{-1})]} \quad (3.35)$$

O polinômio característico do sistema em malha fechada é calculado por

$$P_{mf}(q^{-1}) = A(q^{-1})\Delta T(q^{-1}) + q^{-d}B(q^{-1})S(q^{-1}) \quad (3.36)$$

As ponderações de sintonia do controlador ∇_f , ∇_p , Λ_f , Γ_p são escolhidas de maneira a obter um perfeito seguimento da referência pela saída e posicionar os pólos em malha

fechada arbitrariamente nas posições desejadas. Pode-se observar através da equação (3.35) que, para garantir o erro nulo em regime permanente, deve ser satisfeita a igualdade

$$R(1) = S(1)$$

e isto implica que

$$\Lambda_f(1) = \nabla_f(1) + \nabla_p(1)$$

Os polinômios ∇_p e Γ_p são selecionados a partir do polinômio $D(q^{-1})$ especificado pelo usuário e cujas raízes correspondem aos pólos desejados para a malha fechada.

$$A(q^{-1})\Delta T(q^{-1}) + q^{-d}B(q^{-1})S(q^{-1}) = C(q^{-1})D(q^{-1}) \quad (3.37)$$

$$\lambda_N = \sum_{j=N_1}^{N_2} m_j$$

$$T(q^{-1}) = C(q^{-1}) + q^{-d}M\Gamma' + q^{-d}\lambda_N C(q^{-1})\Gamma_p$$

$$S(q^{-1}) = M\nabla' + \lambda_N C(q^{-1})\nabla_p$$

$$\Gamma' = C^{-1} \begin{bmatrix} \bar{G}_{N_1} & \bar{G}_{N_1+1} & \dots & \bar{G}_{N_2} \end{bmatrix}^T$$

$$\nabla' = C^{-1} \begin{bmatrix} F_{N_1} & F_{N_1+1} & \dots & F_{N_2} \end{bmatrix}^T$$

Substituindo estas expressões na equação (3.37) e considerando

$$A(q^{-1})\Delta\Gamma' + B(q^{-1})\nabla' = C(q^{-1})\mathbf{X}$$

$$D(q^{-1}) - A(q^{-1})\Delta = q^{-d}H_1(q^{-1})$$

resulta na forma

$$\lambda_N \left[A(q^{-1}) \Delta \Gamma_p + C(q^{-1}) \nabla_p \right] = H_1(q^{-1}) + MX \quad (3.38)$$

A solução da identidade polinomial da equação (3.38) permite o cálculo das ponderações ∇_p e Γ_p garantindo a alocação dos pólos desejados em malha fechada. O problema apresenta solução única caso sejam verificadas as seguintes condições

$$n_{\Gamma_p} = \max(0, n_b - 1); \quad n_{\nabla_p} = n_a; \quad n_d \leq n_a + n_b + 1; \quad n_{\nabla_r} \leq n_a + N_2 - N_1 + 1$$

Diferente de algumas técnicas de controle preditivo, que empregam procedimentos heurísticos para seleção das ponderações, a técnica de sintonia por alocação de pólos do *GPP* proporciona uma ampla escolha no projeto do desempenho do controle, apoiada em uma interpretação adequada no domínio do tempo para respostas de primeira e segunda ordem. Apesar destes parâmetros de sintonia aparecerem vinculados a seleção dos pólos de malha fechada, a estratégia do *GPP*, apresenta uma grande flexibilidade de projeto visto que os horizontes de previsão inicial e final, horizonte de controle bem como a ponderação do controle continuam livres para a escolha do usuário.

3.3.2 Controlador Preditivo de Wertz

V. Wertz *et al.* (1987), apresentou uma função custo modificada com o objetivo de aumentar a robustez do controlador quanto à presença de um atraso de transporte desconhecido no sistema. Esta função custo contempla o erro da saída e do controle em relação as suas referências

$$J_{WERTZ} = E \left\{ \sum_{j=0}^{N_2-1} \gamma_y [y(t+j+d) - r(t+j+d)]^2 + \Gamma \sum_{j=0}^{N_u-1} \gamma_u [\Delta u(t+j) - \Delta u_r(t+j)]^2 \right\} \quad (3.39)$$

onde $r(t)$ e $u_r(t)$ são obtidos a partir do modelo de referência

$$A_r(q^{-1})r(t) = q^{-d}B(q^{-1})Q(q^{-1})y_r(t)$$

$$A_r(q^{-1})u_r(t) = A(q^{-1})Q(q^{-1})r(t)$$

onde $A_r(q^{-1})$ é um polinômio mônico que correspondente a dinâmica desejada para o transitório e $Q(q^{-1})$ é outro polinômio que pode ser especificado pelo usuário, por exemplo,

$$Q(q^{-1}) = A_r(1) / B(1)$$

garantindo erro nulo em regime permanente.

3.3.3 Controlador Preditivo de Kwok

K. Y. Kwok e S. L. Shah (1994) modificaram a função custo do *GPC* pela inclusão de um termo relativo ao erro em regime permanente, ou seja

$$J_{KWOK} = E \left\{ \sum_{j=N_1}^{N_2} \gamma_y [y(t+j) - y_r(t+j)]^2 + \sum_{j=1}^{N_u} \Gamma \Delta u^2(t+j-1) + \sum_{j=1}^{N_u} \gamma [\hat{y}(s|t+j-1) - y_r(s)]^2 \right\} \quad (3.40)$$

onde γ_y é a ponderação da saída, γ é a ponderação do erro em regime permanente e s denota um valor da previsão quando $t \rightarrow \infty$ (regime permanente). A proposta desta estratégia de projeto é conduzir uma seleção menor para o horizonte de saída e, assim, reduzir a carga computacional e garantir robustez na implementação do controlador. Os autores propõem, pelo uso da ponderação do erro em regime permanente aliada a utilização de um horizonte de saída relativamente curto, resolver o compromisso entre a economia na carga computacional e a robustez.

De maneira análoga ao *GPC* pelo uso da identidade polinomial

$$C(q^{-1}) = A(q^{-1})\Delta E_j(q^{-1}) + q^{-j}F_j(q^{-1}) \quad (3.41)$$

obtêm-se

$$y(t+j) = \frac{F_j(q^{-1})}{C(q^{-1})} y(t) + \frac{E_j(q^{-1})B(q^{-1})}{C(q^{-1})} \Delta u(t+j-d) + E_j(q^{-1})\xi(t+j) \quad (3.42)$$

Como o ruído está descorrelacionado dos sinais mensuráveis no instante t e utilizando uma segunda identidade polinomial

$$E_j(q^{-1})B(q^{-1}) = C(q^{-1})G_j(q^{-1}) + q^{-j}\bar{G}_j(q^{-1}) \quad (3.43)$$

A saída prevista de $y(t+j)$ é dada por

$$\hat{y}(t+j) = \frac{F_j(q^{-1})}{C(q^{-1})} y(t) + \frac{\bar{G}_j(q^{-1})}{C(q^{-1})} \Delta u(t-d) + G_j(q^{-1}) \Delta u(t+j-d) \quad (3.44)$$

$$\hat{y}(t+j/t) = \frac{F_j(q^{-1})}{C(q^{-1})} y(t) + \frac{\bar{G}_j(q^{-1})}{C(q^{-1})} \Delta u(t-d) \quad (3.45)$$

Considerando que os polinômios $A(q^{-1})$ e $C(q^{-1})$ apresentam as raízes no interior do círculo unitário do plano- z , para um coeficiente j suficientemente grande os polinômios $F_j(q^{-1})$ e $\bar{G}_j(q^{-1})$ convergem para F_s e \bar{G}_s , respectivamente, e combinando as identidades das equações (3.41) e (3.43) obtêm-se

$$q^j \left[\frac{B(q^{-1})}{A(q^{-1})\Delta} - G_j(q^{-1}) \right] = \frac{\bar{G}_s}{C(q^{-1})} + \frac{B(q^{-1})F_s}{A(q^{-1})\Delta C(q^{-1})} ; j \rightarrow \infty \quad (3.46)$$

cuja demonstração encontra-se disponível em Kwok e Shah (1994).

Pode-se definir os polinômios $F_{j+1}(q^{-1})$ e $\bar{G}_{j+1}(q^{-1})$ como

$$C(q^{-1}) = A(q^{-1})\Delta E_{j+1}(q^{-1}) + q^{-j-1}F_{j+1}(q^{-1}) \quad (3.47)$$

$$E_{j+1}(q^{-1})B(q^{-1}) = C(q^{-1})G_{j+1}(q^{-1}) + q^{-j-1}\bar{G}_{j+1}(q^{-1}) \quad (3.48)$$

Subtraindo as equações (3.41) e (3.43) das equações (3.47) e (3.48), respectivamente

$$e_j A(q^{-1}) = F_j(q^{-1}) - q^{-1} F_{j+1}(q^{-1}) \quad (3.49)$$

$$e_j B(q^{-1}) = g_j C(q^{-1}) + q^{-1} \bar{G}_{j+1}(q^{-1}) - \bar{G}_j(q^{-1}) \quad (3.50)$$

onde e_j e g_j são os últimos coeficientes de $F_{j+1}(q^{-1})$ e $\bar{G}_{j+1}(q^{-1})$, para j grande o suficiente, os coeficientes convergem para

$$e_j A(q^{-1}) = e_s A(q^{-1}) = F_s - q^{-1} F_s \quad (3.51)$$

$$e_j B(q^{-1}) = e_s B(q^{-1}) = g_s C(q^{-1}) + q^{-1} \bar{G}_s - \bar{G}_s \quad (3.52)$$

onde

$$e_s = \frac{C(1)}{A(1)} \quad g_s = \frac{B(1)}{A(1)} \quad F_s = e_s A(q^{-1})$$

e a equação (3.52) torna-se

$$\bar{G}_s \Delta = g_s C(q^{-1}) - e_s B(q^{-1}) \quad (3.53)$$

Portanto, pode-se calcular \bar{G}_s , pela identidade polinomial da equação (3.53) e sabendo que

$$n_{\bar{g}} = \max(n_c - 1, n_b - 1)$$

Aplicando os resultados obtidos na equação (3.45) na equação da saída prevista (equação 3.44)

$$\begin{aligned} \lim_{j \rightarrow \infty} \hat{y}(t+j) &= \frac{F_j(q^{-1})}{C(q^{-1})} y(t) + \frac{\bar{G}_j(q^{-1})}{C(q^{-1})} \Delta u(t-d) + G_j(q^{-1}) \Delta u(t+j-d) = \\ &= \frac{F_s}{C(q^{-1})} y(t) + \frac{\bar{G}_s}{C(q^{-1})} \Delta u(t-d) + \lim_{j \rightarrow \infty} [G_j \Delta u(t+j-d)] = \\ &= \frac{F_s}{C(q^{-1})} y(t) + \frac{\bar{G}_s}{C(q^{-1})} \Delta u(t-d) + \lim_{j \rightarrow \infty} [g_{j-1} \Delta u(t) + g_{j-2} \Delta u(t-1) + \dots + g_0 \Delta u(t+j-d)] \end{aligned}$$

considerando que, quando $t \rightarrow \infty$, $g_j \rightarrow g_s$ e que $\Delta u(t+j-1) = 0, \forall j \geq N_u$

$$\hat{y}(s/t) = \frac{F_s}{C(q^{-1})} y(t) + \frac{\bar{G}_s}{C(q^{-1})} \Delta u(t-d) + g_s \sum_{j=1}^{N_u} \Delta u(t+j-d) \quad (3.54)$$

Seja o vetor \mathbf{f} formado a partir das previsões da resposta livre

$$\mathbf{f} = [\hat{y}(t+N_1/t) \quad \hat{y}(t+N_1+1/t) \quad \dots \quad \hat{y}(t+N_2/t)]^T \quad (3.55)$$

e o vetor do controle incremental futuro

$$\Delta \mathbf{U} = [\Delta u(t) \quad \Delta u(t+1), \quad \dots, \quad \Delta u(t+N_u-1)]^T \quad (3.56)$$

a saída prevista do sistema pode ser representada na forma

$$\hat{\mathbf{Y}} = \mathbf{G} \Delta \mathbf{U} + \mathbf{f} \quad (3.57)$$

onde

$$\hat{\mathbf{Y}} = [\hat{y}(t+N_1) \quad \hat{y}(t+N_1+1) \quad \dots \quad \hat{y}(t+N_2)]^T$$

$$\mathbf{G} = \begin{bmatrix} g_{N_1-d} & \dots & g_0 & 0 & 0 & \dots & 0 \\ g_{N_1-d+1} & \dots & g_1 & g_0 & 0 & \dots & 0 \\ \vdots & \ddots & & & \ddots & & \vdots \\ \vdots & & & \ddots & & & g_0 \\ \vdots & \dots & & & & & \vdots \\ g_{N_2-d} & g_{N_2-d-1} & \dots & & & & g_{N_2-N_u-d+1} \end{bmatrix}$$

Da mesma forma a saída prevista em regime permanente pode ser representada

$$\hat{\mathbf{Y}}_s = \mathbf{G}_s \Delta \mathbf{U} + \mathbf{f}_s \quad (3.58)$$

onde

$$\hat{\mathbf{Y}}_s = [\hat{y}(s/t) \quad \hat{y}(s/t) \quad \dots \quad \hat{y}(s/t)]^T$$

$$\mathbf{G}_s = \begin{bmatrix} g_s & 0 & \dots & 0 \\ g_s & g_s & \ddots & \vdots \\ \vdots & & \ddots & 0 \\ g_s & g_s & \dots & g_s \end{bmatrix} \quad (N_u \times N_u)$$

$$\mathbf{f}_s = [1 \quad 1 \quad \dots \quad 1]^T \left[\frac{\bar{G}_s}{C(q^{-1})} \Delta u(t-d) + \frac{F_s}{C(q^{-1})} y(t) \right] \quad (N_u \times 1)$$

A função custo do controlador (função 3.40) pode ser representada na forma vetorial, isto é

$$J_{KWOK} = [\hat{\mathbf{Y}} - \mathbf{Y}_r]^T \gamma_y [\hat{\mathbf{Y}} - \mathbf{Y}_r] + \Delta \mathbf{U}^T \Gamma \Delta \mathbf{U} + [\hat{\mathbf{Y}}_s - \mathbf{Y}_{rs}]^T \gamma [\hat{\mathbf{Y}} - \mathbf{Y}_{rs}] \quad (3.59)$$

onde

$$\mathbf{Y}_r = [y_r(t+N_1) \quad y_r(t+N_1+1) \quad \dots \quad y_r(t+N_2)]^T$$

$$\mathbf{Y}_{rs} = [1 \quad 1 \quad \dots \quad 1]^T y_r(s) \quad (N_u \times 1)$$

Assim, minimiza-se a função custo J_{KWOK} da função (3.58) obtendo a seguinte lei de controle

$$\Delta U = [\mathbf{G}^T \gamma_y \mathbf{G} + \mathbf{\Gamma} \mathbf{I} + \mathbf{G}_s^T \gamma \mathbf{G}_s]^{-1} [\mathbf{G}^T \gamma_y (\mathbf{Y}_r - \mathbf{f}) + \mathbf{G}_s^T \gamma (\mathbf{Y}_{rs} - \mathbf{f}_s)] \quad (3.60)$$

O termo $\mathbf{G}_s^T \gamma \mathbf{G}_s$ é de ordem $N_u \times N_u$ e possui *rank* completo garantindo a não-singularidade da matriz a ser invertida mesmo quando a matriz $\mathbf{G}^T \gamma_y \mathbf{G}$ seja mal condicionada devido a um grande atraso de transporte ou um horizonte de previsão de saída (N_2) muito curto.

Fazendo $\gamma_y = 1$ e definindo o vetor α representado pela primeira linha da matriz $(\mathbf{G}^T \mathbf{G} + \mathbf{\Gamma} \mathbf{I} + \mathbf{G}_s^T \gamma \mathbf{G}_s)^{-1} \mathbf{G}^T$

$$\alpha = [1 \quad 0 \quad \dots \quad 0] (\mathbf{G}^T \mathbf{G} + \mathbf{\Gamma} \mathbf{I})^{-1} \mathbf{G}^T \quad (3.61)$$

$$\alpha = [\alpha_{N_1} \quad \alpha_{N_1+1} \quad \dots \quad \alpha_{N_2}]$$

definindo também a variável

$$\alpha_s = \beta_{N_1} + \beta_{N_1+1} + \dots + \beta_{N_2}$$

onde o vetor β representa a primeira linha da matriz $(\mathbf{G}^T \mathbf{G} + \mathbf{\Gamma} \mathbf{I} + \mathbf{G}_s^T \gamma \mathbf{G}_s)^{-1} \mathbf{G}_s^T \gamma$

$$\beta = [1 \quad 0 \quad \dots \quad 0] (\mathbf{G}^T \mathbf{G} + \mathbf{\Gamma} \mathbf{I})^{-1} \mathbf{G}_s^T \gamma \quad (3.62)$$

$$\beta = [\beta_{N_1} \quad \beta_{N_1+1} \quad \dots \quad \beta_{N_2}]$$

Considerando a estrutura básica do controlador

$$\mathbf{T}(q^{-1}) \Delta u(t) = \mathbf{R}(q^{-1}) y_r(t + N_2) - \mathbf{S}(q^{-1}) y(t) \quad (3.63)$$

têm-se que

$$R(q^{-1}) = C(q^{-1}) \left[\alpha_s + \sum_{j=N_1}^{N_2} \alpha_j \right]$$

$$S(q^{-1}) = \sum_{j=N_1}^{N_2} \alpha_j F_j(q^{-1}) + \alpha_s F_s$$

$$T(q^{-1}) = C(q^{-1}) + q^{-d} \left[\sum_{j=N_1}^{N_2} \alpha_j \bar{G}_j(q^{-1}) + \alpha_s \bar{G}_s \right]$$

$$n_r = n_c, \quad n_s = n_a, \quad n_t = \max(n_b, n_c)$$

3.3.4 Controlador Preditivo de Wang

O trabalho de Y. Wang e J. Tan (1995), apresentou uma modificação na função custo do *GPC* com o objetivo de tratar sistemas de fase não-mínima com um bom seguimento de referência e robustez quanto a variações paramétricas. Esta modificação consiste no acréscimo de um termo referente à velocidade do erro, isto é

$$J_{\text{WANG}} = E \left\{ \sum_{j=N_1}^{N_2} \gamma_y [y(t+j) - y_r(t+j)]^2 + \sum_{j=N_1}^{N_2} \gamma_d [\Delta y(t+j) - \Delta y_r(t+j)]^2 + \sum_{j=1}^{N_u} \Gamma \Delta u^2(t+j-1) \right\} \quad (3.64)$$

onde γ_y é a ponderação do erro e γ_d é a ponderação da velocidade do erro. Esta função custo requer não somente que as saídas futuras acompanhem a referência mas que também a taxa de variação das saídas sigam a taxa de variação da referência o mais próximo possível.

Estudos de simulação mostraram que, aplicando este critério para o caso particular do controlador *GMV*, o desempenho é equivalente ao do controlador proposto por C. M. Lim, visto que o termo adicional sugerido por Y. Wang e J. Tan tem o mesmo efeito da derivada da saída que C. M. Lim acrescentou na sua função custo.

3.4 CARACTERÍSTICAS DOS CONTROLADORES *MULTI-STEP-AHEAD*

As principais características das técnicas de controle *MSA* apresentadas estão descritas resumidamente na tabela (3.1)

Tabela 3.1 - Características de cada estratégia *GPC*.

TÉCNICA DE CONTROLE	PRINCIPAIS CARACTERÍSTICAS
<i>GPC CLARKE</i>	– capaz de tratar sistemas instáveis em malha aberta, de fase não-mínima, sob restrições, com atraso de transporte desconhecido ou variante, com não-linearidades.
ALOC. PÓLOS (<i>GPP</i>)	– permite determinar a dinâmica de malha fechada através da seleção dos pólos além de apresentar uma maior flexibilidade de projeto devido ao grande número de parâmetros de sintonia.
KWOK	– possibilita o uso de um horizonte de previsão menor e conseqüente redução do esforço computacional; – melhor condicionamento da matriz a ser invertida.
WANG	– função custo penalizando não só o erro de rastreamento da saída em relação a referência mas também da taxa de variação do erro da saída em relação a referência.
WERTZ	– pondera em sua função custo o erro de rastreamento da saída e do controle em relação ao modelo de referência; – trata sistemas onde há incertezas quanto ao atraso de transporte.

3.5 CASOS PARTICULARES DO *GPC*

Além dos próprios controladores *GMV* que podem ser considerados como casos particulares do *GPC*, onde a previsão da saída ocorre d passos a frente, destacam-se os seguintes casos particulares do *GPC*: *MAC* (*Model Algorithmic Control*), desenvolvido por J. Richalet *et al.* em 1976, *DMC* (*Dynamic Matrix Control*) apresentado por C. R. Cutler e B. C. Ramaker em 1980, *EPSAC* (*Extended Prediction Self-Adaptive Control*) proposto por R. M. C. De Keyser em 1982 e *EHAC* (*Extended Horizon Adaptive Control*) de B. Ydstie, derivado

em 1984 (De Keyser *et al.*, 1988; Pike *et al.*, 1996). A comparação de suas funções custo é apresentada na tabela (3.2) e suas principais características na tabela (3.3)

Tabela 3.2 - Comparação entre os casos particulares do *GPC*.

TÉCNICA DE CONTROLE	FUNÇÃO CUSTO
<i>MAC</i>	$J_{MAC} = E \left\{ \sum_{j=1}^{N_2} \left[(y(t+j) - y_r(t+j))^2 + \Gamma^2 \Delta u^2(t+j-1) \right] \right\}$
<i>DMC</i>	$J_{DMC} = E \left\{ \sum_{j=N_1}^{N_2} [y(t+j) - y_r(t+j)]^2 + \sum_{j=1}^{N_u} [\Gamma \Delta u(t+j-1)]^2 \right\}$
<i>EPSAC</i>	$J_{EPSAC} = E \left\{ \sum_{j=1}^{N_2} \gamma [y(t+j) - P(q^{-1})y_r(t+j)]^2 \right\}$
<i>EHAC</i>	$J_{EHAC} = E \left\{ \sum_{j=1}^{N_2-N_1} [\Delta u(t+j-1)]^2 \right\}$

Tabela 3.3 - Características dos casos particulares do *GPC*.

TÉCNICA DE CONTROLE	PRINCIPAIS CARACTERÍSTICAS
<i>MAC</i>	– utiliza um modelo baseado na resposta ao impulso.
<i>DMC</i>	– utiliza um modelo baseado na resposta ao degrau; – incapaz de lidar com processos instáveis em malha aberta.
<i>EPSAC</i>	– através de uma correta sintonia é capaz de tratar sistemas instáveis em malha aberta; – como sua função custo não penaliza o controle este pode apresentar uma variância elevada.
<i>EHAC</i>	– como só possui um parâmetro de sintonia deve-se, então, estabelecer um compromisso entre a performance em malha fechada e a estabilidade do sistema.

3.6 CONCLUSÃO

Este capítulo apresentou o controlador preditivo generalizado, seus casos particulares e variações que, utilizando um modelo do tipo *CARIMA*, foram implementadas com o objetivo de melhorar certas características já presentes no algoritmo básico do *GPC* como a capacidade de tratar sistemas de fase não-mínima, instáveis em malha aberta, com atraso de transporte desconhecido ou variante, não-lineares bem como sujeitos a restrições.

Neste capítulo apresentou-se, também, uma comparação entre os casos particulares do *GPC* destacando as principais características de projeto dos controladores *MSA* propostos.

Apesar das vantagens apresentadas pelos controladores *multi-step-ahead*, incertezas de modelagem podem conduzir o processo controlado à instabilidade, fazendo-se necessário, portanto, um estudo relativo aos aspectos de robustez que são apresentados no capítulo 4.

4. ASPECTOS DE ESTABILIDADE ROBUSTA

4.1 INTRODUÇÃO

Neste capítulo estuda-se os aspectos de estabilidade robusta de sistemas de controle relativos a capacidade de preservar a estabilidade na presença de erros de modelagem. A performance e robustez de um controlador preditivo adaptativo baseado em modelo matemático depende do quanto este modelo é capaz de capturar as dinâmicas da planta. Processos complexos podem, em alguns casos, ser controlados de maneira satisfatória por controladores simples utilizando modelos reduzidos. A complexidade de um controlador é, geralmente, determinada pela complexidade do modelo. Um modelo de ordem elevada resulta num controlador de ordem elevada e vice-versa. Para obter-se um controlador simples é, portanto, importante basear o projeto sobre um modelo de ordem reduzida, assim, reduz-se o esforço computacional do algoritmo de controle possibilitando sua aplicação em tempo real em processos com dinâmicas rápidas (Åström, 1980; Dion e Popescu, 1997).

Em projetos práticos de sistemas de controle preditivo adaptativo faz-se necessário preservar a estabilidade do sistema sujeito a erros de modelagem e a solução deste problema pode ser viabilizada através do uso de uma indicação *on-line* da robustez do sistema (Wu *et al.*, 1989).

Técnicas convencionais de seleção de estrutura dos modelos matemáticos são apresentadas e, adicionalmente, aspectos de estabilidade robusta são avaliados em relação aos modelos com base no índice de robustez proposto por Wen-Teng Wu *et al.* (1989) e no teorema do pequeno ganho conforme discutido por P. Banerjee e S. L. Shah (1995), para

auxiliar na seleção da ordem do modelo utilizado na aplicação de estratégias de controle *GMV* e *GPC*.

4.2 SELEÇÃO DA ORDEM DE MODELOS DE SISTEMAS MONOVIÁVEIS

A identificação de sistemas consiste na determinação de um modelo matemático que represente seus aspectos essenciais caracterizados por sinais de entrada e de saída, relacionados através de uma função de transferência (Castanho, 1991). O processo de identificação consiste de três etapas fundamentais: *i)* determinação da estrutura, *ii)* estimação dos parâmetros e, *iii)* validação do modelo estimado.

Os métodos de determinação da estrutura para sistemas monovariáveis consistem na obtenção das ordens das equações a diferenças que descrevem a dinâmica do sistema. Isto corresponde a escolha do número de parâmetros a serem estimados. A utilização de modelos subparametrizados (número de parâmetros menor que o real) aumenta o grau de incerteza, pois estes modelos de ordem reduzida deixam de representar certas características do sistema aumentando, assim, o grau de incerteza já existente devido às perturbações. O uso de um modelo sobreparametrizado (número de parâmetros maior que o real) provoca aumento do esforço computacional e maior imprecisão na estimação dos parâmetros. Os métodos apresentados baseiam-se na análise do grau de dependência estatística entre os sinais de entrada, saída e perturbação (Johansson, 1993).

A estimação de parâmetros é um procedimento numérico que determina os valores dos parâmetros do modelo, desconhecidos e não-observáveis. Após encontrar os valores dos parâmetros, aplicam-se métodos de validação de modelos, com o objetivo de qualificar o desempenho do modelo estimado. Estes métodos baseiam-se, por exemplo, na comparação entre a resposta real (temporal e frequencial) do sistema e aquela obtida através do modelo (Ljung e Guo, 1996).

A escolha da ordem de um modelo aparece como um compromisso entre a capacidade de representação das dinâmicas do sistema e a simplicidade do modelo que representa um menor esforço computacional para os algoritmos de estimação e controle.

Através destes métodos é possível julgar se o incremento na ordem do modelo traz uma contribuição significativa na capacidade de representar o sistema real (Haber e Unbehauen, 1990).

4.2.1 Métodos Baseados na Razão entre Determinantes

Estes métodos baseiam-se na singularidade da matriz de informação cujos elementos contêm dados sobre a correlação entre os sinais de entrada e saída em diferentes instantes de tempo. A ordem da matriz de informação é função da ordem do modelo a ser obtido. Quando a ordem do modelo é selecionada maior que o sistema real, a matriz de informação torna-se redundante, isto é, têm-se colunas linearmente dependentes causando a singularidade (Castanho, 1991).

4.2.1.1 Caso Determinístico

Considera-se o caso determinístico quando o sinal de perturbação é nulo, ficando o processo representado pela equação (4.1).

$$A(q^{-1})y(t) = B(q^{-1})q^{-d}u(t) \quad (4.1)$$

onde

$$\begin{aligned} A(q^{-1}) &= 1 + a_1q^{-1} + a_2q^{-2} + \dots + a_nq^{-n} \\ B(q^{-1}) &= b_0q^{-d} + b_1q^{-d-1} + \dots + b_{n-1}q^{-d-n+1} \end{aligned}$$

Representando-se a saída $y(t)$ pela equação (4.2) e considerando $d = 1$ reescreve-se a equação (4.1) como

$$y(t) = \theta^T(n)\phi(t,n) \quad (4.2)$$

onde n é a ordem do modelo, $\phi(t,n)$ é o vetor de medidas e $\theta(n)$ é vetor de parâmetros definidos por

$$\phi(t,n) = [y(t-1) \ y(t-2) \ \dots \ y(t-n) \ u(t-1) \ u(t-2) \ \dots \ u(t-n)]^T \quad (4.3)$$

$$\theta(n) = [a_1 \ a_2 \ \dots \ a_n \ b_0 \ b_1 \ \dots \ b_{n-1}]^T$$

Define-se, então, a matriz de informação pela equação (4.4)

$$Q'(t, n) = E\{\phi(t, n)\phi^T(t, n)\} \quad (4.4)$$

que para um grande número de medidas N , pode ser representada, aproximadamente, como a equação (4.5)

$$Q(\phi, n) = \frac{1}{N} \sum_{k=1}^N \phi(t, n)\phi^T(t, n) \quad (4.5)$$

Considerando que n_0 seja a ordem real do sistema, quando é utilizado um modelo de ordem $n_0 + 1$, as últimas medidas de entrada e saída são uma combinação linear das anteriores e, portanto, $\det Q(\phi, n_0 + 1) = 0$.

A seleção da ordem é obtida calculando o valor do determinante da matriz de informação, comparando-o com o de ordem imediatamente superior. Se a razão entre estes valores (DR , equação 4.6) apresenta um aumento significativo obtêm-se, então, a ordem mais adequada.

$$DR(n) = \left| \frac{\det Q(\phi, n)}{\det Q(\phi, n + 1)} \right| \quad (4.6)$$

$$n = 1 \dots n_{\max}$$

$$DR(n) \gg DR(n+1)$$

$$n \cong n_0 \text{ (ordem real do sistema)}$$

4.2.1.2 Caso Estocástico

Considera-se o caso estocástico quando o sinal de saída apresenta-se contaminado por um ruído $\xi(t)$. Para reduzir a influência desta perturbação pode-se utilizar técnicas baseadas na estimação da matriz de covariância ou técnicas baseadas na utilização da variável instrumental como as discutidas neste trabalho e, que apresentadas são a seguir.

Razão entre Determinantes Instrumental (IDR)

Baseia-se na utilização de uma variável instrumental $v(t)$ no vetor de medidas. A variável pode ser obtida filtrando-se a entrada $u(t)$ através de um filtro linear estável, produzindo-se um sinal não-correlacionado com o ruído.

$$\phi'(t,n) = [y(t-1) \ y(t-2) \ \dots \ y(t-n) \ v(t-1) \ v(t-2) \ \dots \ v(t-n)]^T \quad (4.7)$$

$$\phi(t,n) = [y(t-1) \ y(t-2) \ \dots \ y(t-n) \ u(t-1) \ u(t-2) \ \dots \ u(t-n)]^T$$

A matriz de informação torna-se

$$Q_i(\phi, n) = \frac{1}{N} \sum_{t=1}^N \phi'(t, n) \phi^T(t, n) \quad (4.8)$$

e a razão entre determinantes instrumental corresponde a

$$IDR(n) = \left| \frac{\det Q_i(\phi, n)}{\det Q_i(\phi, n+1)} \right| \quad (4.9)$$

Apesar da possibilidade de aplicação da *IDR*, da mesma forma que a *DR*, esta apresenta algumas dificuldades de implementação:

- a escolha do filtro para a obtenção da variável instrumental $v(t)$;
- inviabilidade do cálculo recursivo da matriz $Q_i(\phi, n)$

Estas dificuldades podem ser contornadas através de modificações na razão entre determinantes instrumental, como na técnica apresentada a seguir.

Razão entre Determinantes Instrumental Modificada (IIDR)

Para minimizar as dificuldades apresentadas pelo *IDR* a variável instrumental $v(t)$ é selecionada igual ao sinal de entrada $u(t)$ com um atraso variante de l a n (equação 4.10), considerando a hipótese de independência entre a entrada e o ruído, isto é

$$v(t) = u(t-j) \quad j = 1 \dots n \quad (4.10)$$

O novo vetor de medidas torna-se

$$\begin{aligned}\phi''(t,n) &= [y(t-1) \ y(t-2) \ \dots \ y(t-n) \ u(t-2) \ u(t-3) \ \dots \ u(t-n-1)]^T \\ \phi(t,n) &= [y(t-1) \ y(t-2) \ \dots \ y(t-n) \ u(t-1) \ u(t-2) \ \dots \ u(t-n)]^T\end{aligned}\quad (4.11)$$

e a matriz de informação pode ser reescrita na forma

$$Q_{ii}(\phi, n) = \frac{1}{N} \sum_{t=1}^N \phi''(t, n) \phi(t, n)^T \quad (4.12)$$

obtendo-se a razão entre determinantes instrumental modificada por

$$IIDR(n) = \left| \frac{\det Q_{ii}(\phi, n)}{\det Q_{ii}(\phi, n+1)} \right| \quad (4.13)$$

Da mesma forma que as técnicas anteriores, a ordem real do sistema é aquela obtida quando a razão entre determinantes $IIDR$ apresenta um crescimento significativo, ou seja

$$n = 1 \ \dots \ n_{\max} \quad IIDR(n) \gg IIDR(n+1) \quad n \cong n_0 \text{ (ordem real do sistema)}$$

4.2.2 Métodos Baseados em Medidas de Informação

A principal vantagem em relação aos métodos anteriores é devida à inclusão de uma medida de parcimônia na estimação, o que provoca a eliminação de parâmetros redundantes no modelo evitando, portanto, a sobremodelagem (Goodwin *et al.*, 1992).

4.2.2.1 Critério do Erro de Previsão Final (FPE)

Método desenvolvido por H. Akaike em 1969 consiste, entre modelos pré-determinados, na escolha daquele que apresente o menor valor de FPE , conforme a função (4.14).

$$\text{FPE}(n) = \frac{N + p}{N - p} V(\theta) \quad (4.14)$$

sendo p o número de parâmetros do modelo (considera-se que $p = 2n$), N o número de amostras e

$$V(\theta) = \frac{1}{N} \sum_{t=1}^N e(t, \theta) e(t, \theta) \quad (4.15)$$

onde $e(t, \theta)$ corresponde ao erro de estimação, ou seja,

$$e(t, \theta) = [y(t) - \theta^T(n)\phi(t, n)]$$

4.2.2.2 Critério de Informação de Akaike (*AIC*)

Baseia-se na minimização do erro entre o modelo aproximado e a verdadeira função de transferência do sistema. O modelo escolhido como o mais adequado é o que apresenta o menor valor de *AIC* conforme a função (4.16).

$$\text{AIC}(n) = \log V(\theta) + \frac{2p}{N} \quad (4.16)$$

4.2.3 Métodos de Validação da Estrutura

Estes métodos são utilizados com a finalidade de selecionar-se o modelo mais adequado dentre os obtidos nas etapas anteriores e permitem avaliar se o modelo é redundante e se, por outro lado, fornece uma descrição adequada do sistema a ser representado.

Em aplicações práticas o modelo real apresenta, geralmente, uma ordem elevada a ponto de tornar inviável sua aplicação. Isto acontece porque sistemas físicos apresentam não-linearidades além de um ruído com estrutura complexa. Estas dificuldades fazem com que o projetista escolha o modelo mais simples que atenda os requisitos de performance previamente estabelecidos (Pan e Levine, 1992).

4.2.3.1 Teste dos Sinais de Erro

Esta técnica mostra-se simples e eficiente pois consiste em comparar-se o comportamento do modelo estimado com o do sistema real em relação as suas saídas, respostas ao degrau e ao impulso. Isto é realizado pela análise do erro obtido para cada situação (equação 4.17) e pode ser feita visual e/ou numericamente.

$$\begin{aligned} e_y(t) &= y(t) - \hat{y}(t) \\ e_g(t) &= g(t) - \hat{g}(t) \\ e_h(t) &= h(t) - \hat{h}(t) \end{aligned} \quad (4.17)$$

onde a resposta impulsiva, $h(t)$, pode ser obtida pela derivada da resposta ao degrau, $g(t)$, utilizando a aproximação de primeira ordem, isto é

$$h(t) = \frac{g(t) - g(t-1)}{T_s}$$

4.2.3.2 Teste Polinomial

Este teste é utilizado para indicar se os polinômios da função de transferência discreta do modelo possuem raízes comuns acarretando cancelamentos de pólos/zeros e mostrando, portanto, que a ordem utilizada para o modelo é maior do que a necessária o que caracteriza redundância de informação. O inconveniente desta técnica é que ela indica apenas quando ocorre sobreparametrização possibilitando, porém, observações quanto à estabilidade do sistema, bem como inferir a respeito de características do sistema a partir de raízes que apresentam-se, praticamente, invariantes em relação ao incremento de ordem no modelo.

4.2.3.3 Análise em Termos do Erro Previsto

Considera-se que um modelo é adequado quando produzir uma seqüência de erro ao longo do tempo com característica de ruído branco. Assim, pode-se analisar a função de autocorrelação do erro previsto (equação 4.18), por

$$R_e(k) = \frac{1}{N} \sum_{t=1+n}^{N+n} e(t)e(t+k) \quad (4.18)$$

A análise da função de autocorrelação normalizada deve apresentar o primeiro elemento unitário enquanto que os demais devem distribuí-se aleatoriamente em torno do zero ($\pm 5\%$) para que seu comportamento seja considerado como de ruído branco. Este método é adequado para indicar quando a ordem do modelo é reduzida (submodelagem) não apresentando, porém, qualquer informação que indique a sobremodelagem do sistema (Unbehauen e Göhring, 1974).

4.2.3.4 Teste F

Este teste aparece como um complemento em relação ao método anterior pois permite avaliar se a melhoria na qualidade do modelo, pelo incremento da ordem do mesmo, é significativa.

Dada a hipótese zero:

$$\begin{aligned} H_0: \quad & a_i = b_i = c_i \neq 0 \quad \text{para } 0 \leq i \leq n_1 \\ & a_i = b_i = c_i = 0 \quad \text{para } i > n_1 \end{aligned} \quad (4.19)$$

esta hipótese pode ser testada pelo cálculo do índice de desempenho $V[\theta(n_2)]$ (função 4.15) para $n_2 = n + j$ ($j = 1, 2, \dots, 9$) de forma que $V[\theta(n_2)]$ não seja muito menor do que $V[\theta(n_1)]$. Para a realização do teste calcula-se a variável t_g conforme a equação (4.20)

$$t_g(n_1) = \frac{V[\theta(n_1)] - V[\theta(n_2)]}{V[\theta(n_2)]} \cdot \frac{N - n_2}{n_2 - n_1} \quad (4.20)$$

que para um número elevado de amostras $N \gg n_2$ pode ser calculada conforme a equação (4.21)

$$t_g(n_1) = \frac{V[\theta(n_1)] - V[\theta(n_2)]}{V[\theta(n_2)]} N \quad (4.21)$$

Se os erros do modelo são normalmente distribuídos e as funções custo $V[\theta(n_1)]$ e $V[\theta(n_2)]$ tem uma distribuição χ^2 com o mesmo desvio padrão, então, a variável t_g deve ter uma distribuição F (figura 4.1) com $f_1 = n_2 - n_1$ e $f_2 = N - n_2$ graus de liberdade.

Para um nível de significância α , se t_g é maior que o valor tabelado de referência t_α , $t_g > t_\alpha$, a probabilidade de $V[\theta(n_2)]$ não ser necessariamente menor do que $V[\theta(n_1)]$ é maior que o valor permitido de α . Neste caso a hipótese H_0 é válida e $n_1 = n_0$ é a ordem estimada correta do sistema. Caso $t_g < t_\alpha$, a ordem estimada correta é $n_2 = n_0$ e a hipótese válida é H_1 conforme a equação (4.22).

$$\begin{aligned}
 H_1: \quad & a_i = b_i = c_i \neq 0 \quad \text{para } 0 \leq i \leq n_1 + 1 \\
 & a_i = b_i = c_i = 0 \quad \text{para } i > n_1 + 1
 \end{aligned}
 \tag{4.22}$$

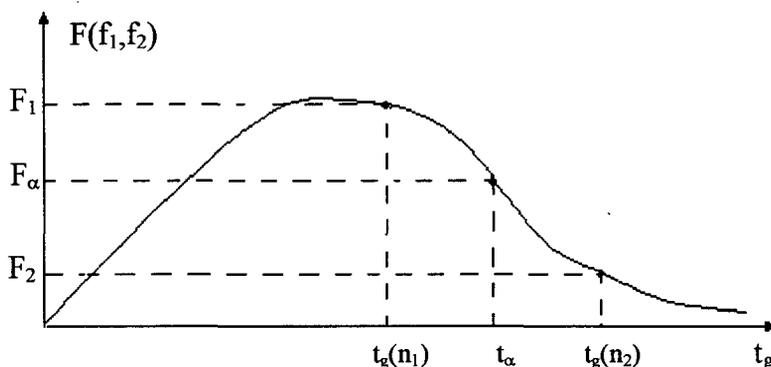


Figura 4.1 - Diagrama da distribuição F.

4.3 ÍNDICE DE ROBUSTEZ

O conhecimento da sensibilidade de um sistema quanto à presença de perturbações é de grande importância na fase de projeto pois auxilia o projetista na seleção dos parâmetros de sintonia preservando a estabilidade e garantindo a performance adequada. Estas perturbações podem ser introduzidas no sistema pelo uso de modelos simplificados o que aumenta o grau de incerteza em relação ao mesmo podendo comprometer sua estabilidade (Åström e Wittenmark, 1995).

A partir do teorema de Nyquist pode-se obter informações importantes a respeito da estabilidade do sistema em malha fechada quando se possui informações do mesmo em malha aberta. Considera-se o sistema da figura (4.2) onde $H^0(q^{-1})$ é a função de transferência de malha aberta real do processo e $H(q^{-1})$ é o valor nominal (estimado) de $H^0(q^{-1})$.

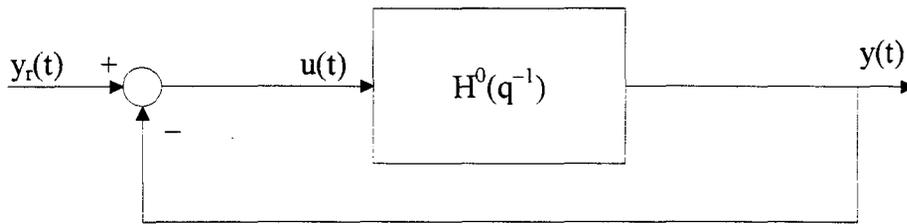


Figura 4.2 - Sistema com realimentação unitária.

A função de transferência de malha fechada para o sistema é

$$H_{mf}^0(q^{-1}) = \frac{H^0(q^{-1})}{1 + H^0(q^{-1})} \quad (4.23)$$

Seja a função $P_{mf}(q^{-1})$ o polinômio característico do sistema em malha fechada

$$P_{mf}(q^{-1}) = 1 + H^0(q^{-1}) = 1 + H(q^{-1}) + H^0(q^{-1}) - H(q^{-1})$$

$$|H^0(q^{-1}) - H(q^{-1})| < |1 + H(q^{-1})| \quad (4.24)$$

Se a diferença entre o número de pólos e zeros fora do círculo unitário de $1 + H(q^{-1})$ e $1 + H^0(q^{-1})$ é a mesma, então, a inequação (4.24) é condição suficiente para estabilidade do sistema real caso as seguintes condições sejam satisfeitas

- i) o sistema nominal seja estável.
- ii) $H(q^{-1})$ e $H^0(q^{-1})$ tenham o mesmo número de pólos fora do círculo unitário.
- iii) a desigualdade da inequação (4.24) seja satisfeita para $|q| = 1$.

A partir do critério de estabilidade apresentado na inequação (4.24) e a estrutura de um controlador de dois graus de liberdade ilustrado na figura (4.3) obtêm-se o novo critério de estabilidade

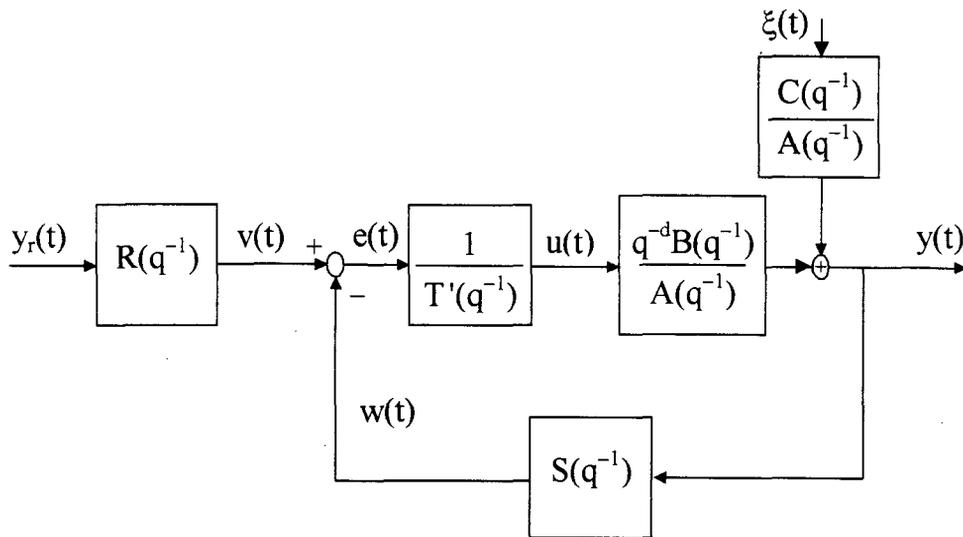


Figura 4.3 - Diagrama do sistema de controle.

Assumindo que $H_{mf}(q^{-1})$ é estável (sistema nominal), o sistema relacionado a $H^0(q^{-1})$ (sistema real) será estável se

$$|H(q^{-1}) - H^0(q^{-1})| < \frac{|H(q^{-1})R(q^{-1})|}{|H_{mf}(q^{-1})S(q^{-1})|} \quad (4.25)$$

mantidas as condições anteriores (*i*, *ii* e *iii*) válidas para o critério da inequação (4.24).

A demonstração do critério de estabilidade da inequação (4.25) está disponível em Åström e Wittenmark (1995) e através de sua manipulação obtêm-se a função $f(q^{-1})$

$$f(q^{-1}) = \frac{|H(q^{-1}) - H^0(q^{-1})|}{\frac{|H(q^{-1})R(q^{-1})|}{|H_{mf}(q^{-1})S(q^{-1})|}}$$

a qual, multiplicando o seu numerador e denominador por $U(q^{-1})$, resulta

$$f(q^{-1}) = \frac{|Y(q^{-1}) - Y^0(q^{-1})|}{\frac{|Y(q^{-1})R(q^{-1})|}{|H_{mf}(q^{-1})S(q^{-1})|}}$$

onde

$$\begin{aligned} Y(q^{-1}) &= H(q^{-1})U(q^{-1}) \\ Y^0(q^{-1}) &= H^0(q^{-1})U(q^{-1}) \end{aligned}$$

Considerando o termo da parte inferior e multiplicando o numerador e denominador por $Y_r(q^{-1})$ obtêm-se

$$f(q^{-1}) = \frac{|Y(q^{-1}) - Y^0(q^{-1})|}{\left| \frac{Y(q^{-1})V(q^{-1})}{W(q^{-1})} \right|} \quad (4.26)$$

onde

$$\begin{aligned} Y(q^{-1}) &= H_{mf}(q^{-1})Y_r(q^{-1}) \\ V(q^{-1}) &= R(q^{-1})Y_r(q^{-1}) \\ W(q^{-1}) &= S(q^{-1})Y(q^{-1}) \end{aligned}$$

Define-se, portanto, o índice de robustez $IR(N)$ cujo módulo deve manter-se sempre menor do que a unidade (um) para garantir a estabilidade do sistema em malha fechada e pode ser avaliado pela seguinte equação

$$IR(N) = \frac{\left| \sum_{t=0}^N y(t) - \sum_{t=0}^N y^0(t) \right|}{\left| \frac{\sum_{t=0}^N y(t) \sum_{t=0}^N v(t)}{\sum_{t=0}^N w(t)} \right|} \quad (4.27)$$

O critério suficiente de estabilidade torna-se, então

$$IR(N) < 1$$

Um índice de robustez maior do que 1 (um) indica que a ordem do modelo estimado não representa adequadamente o processo, podendo conduzir o sistema de controle à instabilidade.

4.4 APLICAÇÃO DO TEOREMA DO PEQUENO GANHO

A análise de robustez baseada no domínio da frequência requer o conhecimento do espectro de incertezas. A discussão relacionada a estimação do espectro das incertezas não faz parte deste trabalho e pode ser encontrada em Banerjee e Shah (1995). A função de transferência real do processo é considerada como aquela obtida da estimação do modelo com a ordem correta e a incerteza corresponde, portanto, à diferença entre o modelo estimado com a ordem real e o modelo subparametrizado (Banerjee e Shah, 1992).

Uma importante ferramenta para análise de estabilidade de um sistema na presença de incertezas de modelagem é o teorema do pequeno ganho baseado no critério de estabilidade de Nyquist (Banerjee e Shah, 1993). A representação espectral do critério do pequeno ganho fornece informações importantes a respeito da estabilidade e performance do sistema controlado em relação a erros de modelagem e parâmetros de sintonia do controlador (Banerjee e Shah, 1995).

O teorema do pequeno ganho para sistemas monovariáveis, para a estrutura $M-\Delta$ da figura (4.4) e pressupondo o polinômio $M(q^{-1})$ estável, é

$$|\Delta(e^{-j\omega})| < |1/M(e^{-j\omega})| \quad \forall \omega \in [0, \pi] \quad (4.28)$$

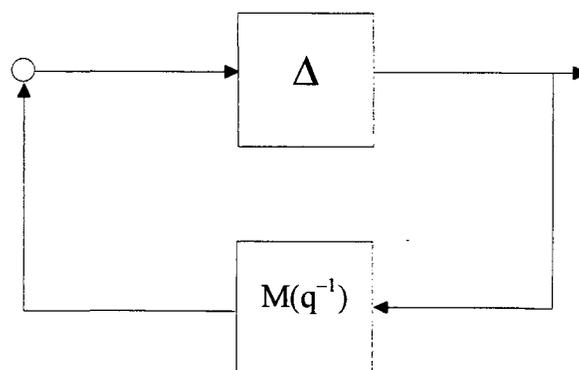


Figura 4.4 - Estrutura $M-\Delta$.

A condição suficiente para a estabilidade de malha fechada deve satisfazer a seguinte inequação

$$|\tilde{H}(q^{-1})| < \left| \frac{1}{M(q^{-1})} \right| \quad \forall \omega \in [0, \pi] \quad (4.29)$$

Na figura (4.5) representa-se a estrutura de malha básica de um controlador de dois graus de liberdade que pode representar tanto um controlador *GMV* como *GPC*.

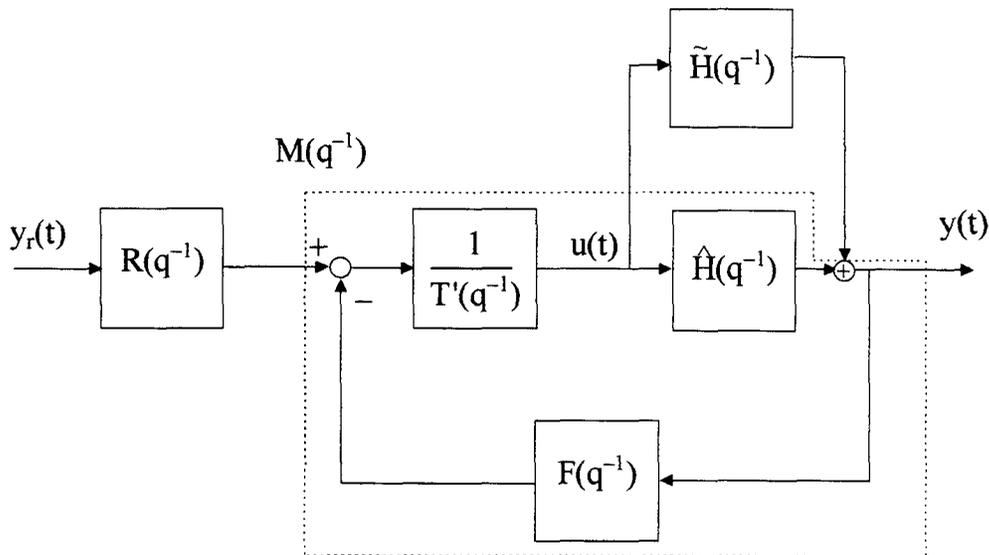


Figura 4.5 - Controlador de dois graus de liberdade com incertezas aditivas na planta.

Observa-se que a função de transferência real, na presença de incertezas aditivas, é

$$H(q^{-1}) = \hat{H}(q^{-1}) + \tilde{H}(q^{-1}) \quad (4.30)$$

onde “ $\hat{}$ ” denota o modelo estimado e “ $\tilde{}$ ” as incertezas e sendo o polinômio $M(q^{-1})$ calculado por

$$M(q^{-1}) = \frac{S(q^{-1})}{T'(q^{-1}) + S(q^{-1})\hat{H}(q^{-1})} \quad (4.31)$$

Através deste critério pode-se analisar a estabilidade de um sistema discreto no domínio da frequência observando se a curva que representa as incertezas, *MPM* (*Model Plant Mismatch*), está abaixo da curva que representa $1/M(q^{-1})$.

A utilização de um modelo *CARMA* faz com que $T'(q^{-1}) = T(q^{-1})$ enquanto que, para um modelo *CARIMA*, $T'(q^{-1}) = \Delta T(q^{-1})$ e a equação (4.31) pode ser reescrita como

$$\frac{1}{M(e^{-j\omega})} = \frac{\Delta T(e^{-j\omega})}{S(e^{-j\omega})} + \frac{\hat{B}(e^{-j\omega})}{\hat{A}(e^{-j\omega})}$$

em regime permanente têm-se que $\omega \rightarrow 0$ $\Delta(e^{-j\omega}) = 1 - e^{-j\omega} \cong 0$ e a equação (4.31) reduz-se a

$$\frac{1}{M(e^{-j\omega})} = \frac{\hat{B}(e^{-j\omega})}{\hat{A}(e^{-j\omega})}$$

Nas baixas frequências a margem de estabilidade é mais influenciada pela qualidade do modelo estimado para o processo do que pelo controlador. A condição suficiente para a estabilidade torna-se, portanto, que o ganho em regime permanente da incerteza não exceda o ganho do modelo estimado, ou seja,

$$|\tilde{H}(e^{-j\omega})| < \left| \frac{\hat{B}(e^{-j\omega})}{\hat{A}(e^{-j\omega})} \right|, \quad \omega = 0$$

Quando $\omega \rightarrow \infty$ $\Delta(e^{-j\omega}) \cong 1$ a equação (4.31) simplifica-se para

$$\frac{1}{M(e^{-j\omega})} = \frac{T(e^{-j\omega})}{S(e^{-j\omega})} + \frac{\hat{B}(e^{-j\omega})}{\hat{A}(e^{-j\omega})}$$

Nas altas frequências é maior a influência do controlador sobre o cálculo do polinômio $M(q^{-1})$ e, portanto, sobre a margem de estabilidade do sistema controlado.

4.5 CONCLUSÃO

Neste capítulo foram discutidos aspectos de estabilidade robusta de sistemas de controle na presença de erros de modelagem. Técnicas de seleção de ordem para o modelo do processo foram apresentadas com o objetivo de auxiliar na solução do compromisso entre a complexidade do modelo e a capacidade de representação do processo.

Técnicas para avaliar a estabilidade dos sistemas com base no índice de robustez proposto por Wen-Teng Wu *et al.* (1989) e no teorema do pequeno ganho conforme discutido por P. Banerjee e S. L. Shah (1995), foram apresentadas para auxiliar na seleção da ordem do modelo, servindo, também como orientação na síntese e sintonia dos controladores *GMV* e *GPC*.

Resultados experimentais em relação as estratégias de controle apresentadas nos capítulos 2 e 3 e, quanto aos aspectos de estabilidade robusta discutidos neste capítulo, são ilustrados no capítulo 5.

5. RESULTADOS EXPERIMENTAIS

5.1 INTRODUÇÃO

O elevado custo de *kits* para ensino e pesquisa na área de controle de processos industriais nem sempre permite sua aquisição em função dos reduzidos orçamentos das universidades públicas. Estas dificuldades fazem com que diversos laboratórios tomem a iniciativa de desenvolver os seus próprios protótipos para possibilitar a realização de aulas práticas e estimular, assim, o aprendizado baseado em experimentações práticas e não somente em estudos de caráter teórico. Baseado nesta filosofia o Laboratório de Controle de Processos (*LCP*) do Departamento de Automação e Sistemas da Universidade Federal de Santa Catarina tem desenvolvido, através de seu grupo de bolsistas e sob a coordenação do Prof. A. A. R. Coelho, uma série de processos práticos em escala de laboratório com o objetivo de desenvolver atividades experimentais em ensino e pesquisa em sistemas lineares, não-lineares, multivariáveis; avaliação e aplicação de técnicas de controle adaptativas, robustas, clássicas e inteligentes (*fuzzy*, neural) tanto em nível de graduação como pós-graduação dos cursos de Engenharia Elétrica e Engenharia de Controle e Automação Industrial.

Os processos desenvolvidos segundo esta concepção apresentam em comum o baixo custo de montagem e a flexibilidade de aplicação pois permitem o uso tanto de controladores analógicos como digitais bem como aplicação de técnicas de controle avançadas. Dentre os processos desenvolvidos no *LCP* estão aqueles que foram utilizados neste trabalho e que serão apresentados a seguir, informações adicionais sobre estes e outros processos estão disponíveis em Coelho (1995; 1997) ou em <http://lcp.lcmi.ufsc.br>.

A aplicação dos algoritmos de controle preditivos adaptativos em processos práticos permite observar-se a capacidade destas técnicas em tratar diversos problemas encontrados na indústria como dinâmicas assimétricas, presença de ruídos, variações paramétricas, atraso de transporte variante.

Neste capítulo são apresentados os resultados experimentais obtidos pela aplicação de alguns algoritmos discutidos nos capítulos 2, 3 e 4, conforme ilustra a tabela (5.1).

Tabela 5.1 - Organização dos resultados experimentais.

SEÇÃO	PROCESSO	CONTROLADORES EMPREGADOS	ASPECTOS AVALIADOS
5.2	NÍVEL	<i>GMV</i> / Clarke, Favier, Furuta, Lim	Comportamento servo
5.3	TÚNEL DE VENTO	<i>GMV</i> / Clarke, Favier, Furuta, Lim, <i>GPC</i>	Comportamento servo / regulatório
5.4	<i>FAN-AND-PLATE</i>	<i>GMV</i> / Clarke, Favier, Furuta, Lim, <i>GPC</i>	Comportamento servo
5.5	PROC. 4 ^ª ORDEM (AMPOP)	<i>GMV</i> com Alocação de Pólos, <i>GPP</i>	Estabilidade robusta

Após exaustivas simulações com apoio dos softwares VisSim e MatLab, os controladores foram implementados em linguagem Pascal em microcomputadores padrão IBM PC-AT. Para viabilizar a aplicação dos algoritmos de controle digital avançados, uma placa de comunicação de dados AD/DA (figura 5.1), projetada e montada no *LCP*, é utilizada e apresenta as seguintes características: oito canais de conversão analógica/digital com resolução de 8 bits, faixa de entrada de 0 a 5 volts e tempo de conversão de 40 μ seg, um canal de conversão digital/analógica com resolução de 8 bits, faixa de saída de 0 a 5 volts e tempo de conversão de 0.8 μ seg.

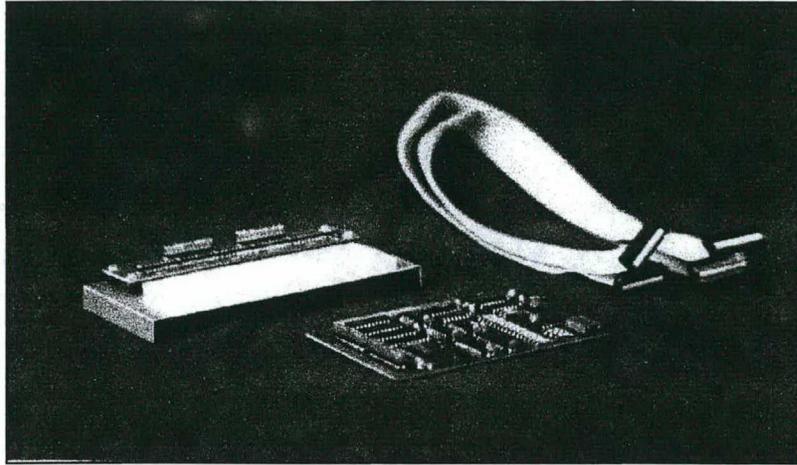


Figura 5.1 - Foto da placa de comunicação de dados.

Com o objetivo de comparar os resultados obtidos nas experimentações práticas, o desempenho das técnicas de controle foi qualificado sob o seguinte critério

$$J(u, e) = \sum_{t=1}^N [e^2(t) + \gamma \Delta u^2(t)] \quad (5.1)$$

$$e(t) = y_r(t) - y(t)$$

$$\Delta u(t) = u(t) - \bar{u}$$

$$\bar{u} = \frac{1}{N} \sum_{t=1}^N u(t)$$

onde a ponderação γ deve ser selecionada com cuidado para cada processo particular visto que sua escolha corresponde ao compromisso entre penalizar-se o erro de rastreamento ou a variância do controle. Esta escolha deve respeitar as características particulares de cada processo onde será levada em conta a maior importância da eliminação do erro ou da preservação dos atuadores, conforme o caso. Na avaliação dos algoritmos de controle deste trabalho utiliza-se $\gamma = 0.1$ em todas as experimentações uma vez que satisfaz os requisitos mencionados anteriormente.

O critério da função (5.1) foi selecionado para avaliar de forma efetiva a diferença entre as respostas dos diversos controladores preditivos adaptativos implementados. Isto deve-se uma vez que o índice de desempenho *ISE* (*Integral of Square Error*) somente avalia a trajetória da saída sem considerar o esforço de controle (Silva *et al.*, 1997).

5.2 PROCESSO DE NÍVEL

Um processo de nível está presente nos mais diversos sistemas empregados na indústria e devido as características não-lineares que apresenta (do tipo raiz quadrada e zona morta da bomba) revela-se uma planta adequada para avaliação do desempenho de controladores preditivos adaptativos.

5.2.1 Descrição do Processo

A planta de nível cuja foto é mostrada na figura (5.2) consiste de um tanque retangular de vidro com dimensões de 29cm x 12cm x 28cm e com capacidade para 9.8 litros e em cuja base existe um reservatório com capacidade para, aproximadamente, 10 litros de fluido. A água é bombeada do reservatório ao tanque por uma mini-bomba elétrica DC e o nível de fluido é medido por um sensor do tipo bóia (potenciômetro) acoplado ao tanque, as variações na resistência devidas ao movimento do potenciômetro são convertidas em tensões analógicas através de uma Ponte de Wheatstone com ajuste de zero. Um circuito transmissor com amplificadores operacionais para o ganho (ajuste de *span*) é utilizado na calibração do nível medido para a faixa de operação da placa de comunicação de dados que é de 0 a 5 volts, que correspondem aos níveis de 5cm e 18cm, respectivamente. Adicionalmente, existe um circuito de potência envolvido na implementação. O problema de controle é regular o nível da água fornecendo a correta voltagem para a mini-bomba DC, que corresponde, conseqüentemente, em equilibrar as vazões de entrada e saída da planta assim que o nível desejado é alcançado. A figura (5.3) ilustra o diagrama do sistema de controle de nível.

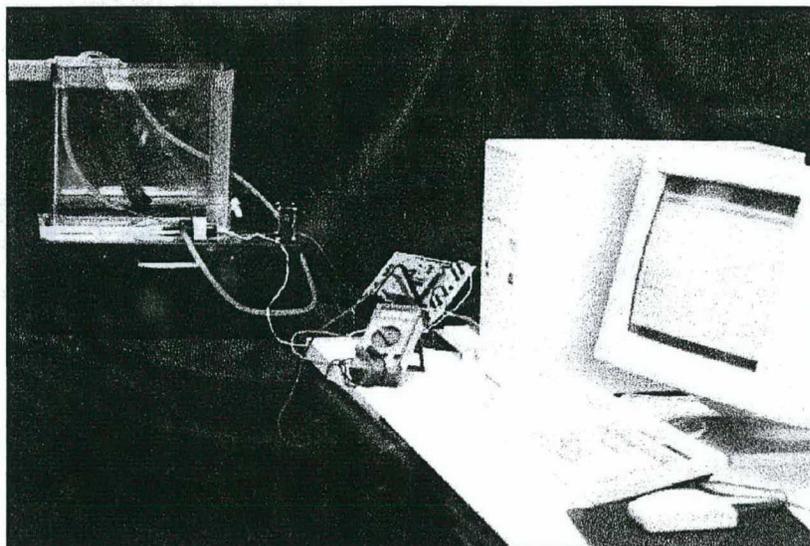


Figura 5.2 - Foto do processo de nível.

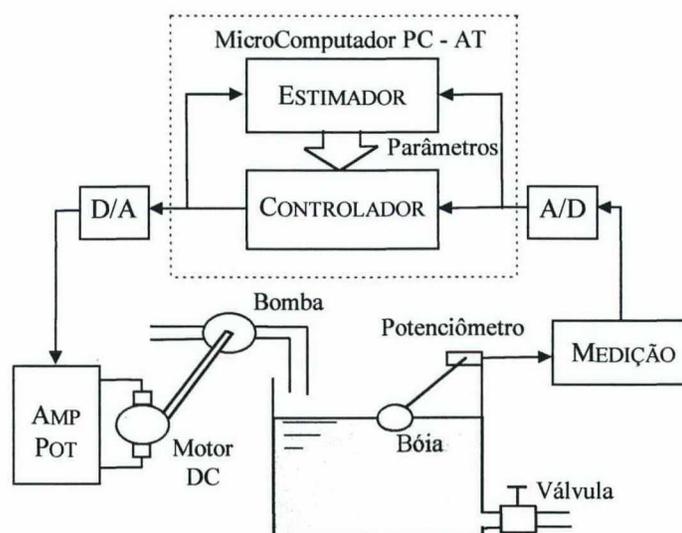


Figura 5.3 - Diagrama do sistema de controle de nível.

5.2.2 Modelagem do Processo

Para o propósito de projeto dos controladores preditivos adaptativos os cálculos são realizados no computador digital e as medidas são tipicamente amostradas. Portanto, deve-se utilizar um modelo *SISO* (*Single Input Single Output*) discreto com base nos sinais amostrados periodicamente da planta. O processo de nível pode ser modelado pela seguinte função de transferência

$$H_p(s) = \frac{K_p e^{-Ls}}{T_s s + 1} \quad (5.2)$$

onde K_p é o ganho estático, L é o atraso de transporte e T é a constante de tempo. Obtêm-se o modelo linear discreto estocástico dado pela seguinte equação a diferenças

$$A(q^{-1})y(t) = B(q^{-1})u(t-d) + \xi(t) \quad (5.3)$$

onde $y(t)$, $u(t)$ e $\xi(t)$ são a saída do processo (nível), a variável de controle (energia fornecida à bomba) e a perturbação, respectivamente. O atraso de transporte discreto, d , é um número inteiro satisfazendo a relação $(d-1)T_s \leq L \leq dT_s$ e, os polinômios $A(q^{-1})$ e $B(q^{-1})$ são definidos por

$$A(q^{-1}) = 1 + a_1 q^{-1}, \quad B(q^{-1}) = b_0 \quad (5.4)$$

caracterizando um modelo de 1ª ordem, sendo T_s o período de amostragem e q^{-1} o operador deslocamento de modo que $q^{-i}y(t) = y(t-i)$. Em aplicações industriais seleciona-se heurísticamente o período de amostragem como entre $1/5$ e $1/10$ da constante de tempo do processo. A perturbação $\xi(t)$ é descrita por $\xi(t) = C(q^{-1})v(t)$, onde $C(q^{-1})$ é uma função racional e $v(t)$ é um ruído branco. Neste caso experimental admite-se $C(q^{-1}) = 1$ e $d = 1$, então o algoritmo de estimação dos mínimos quadrados recursivo proporciona estimativas não-polarizadas e $v(t)$ representa ou a imprecisão na estimativa dos parâmetros estimados, caracterizando um erro de previsão (dinâmicas não-modeladas) ou a presença de incertezas nas variáveis medidas do processo.

5.2.3 Identificação do Processo via MQR

O estimador dos mínimos quadrados recursivo, com fator de esquecimento unitário e matriz de covariância inicial de $2000I_2$ é utilizado para estimar os parâmetros do sistema e sua convergência para os valores $a_1 = -0.988$ e $b_0 = 0.045$ é mostrada na figura (5.4). A técnica da reinicialização da matriz de covariância para $50I_2$ é utilizada sempre que exista uma mudança de referência, visando compensar variações no modelo estimado da planta causado por não-linearidades inerentes ao sistema. Em todos os casos foi aplicado um fator de filtro digital passa-baixas de 0.1 nas medidas do processo com o objetivo de reduzir a influência do ruído.

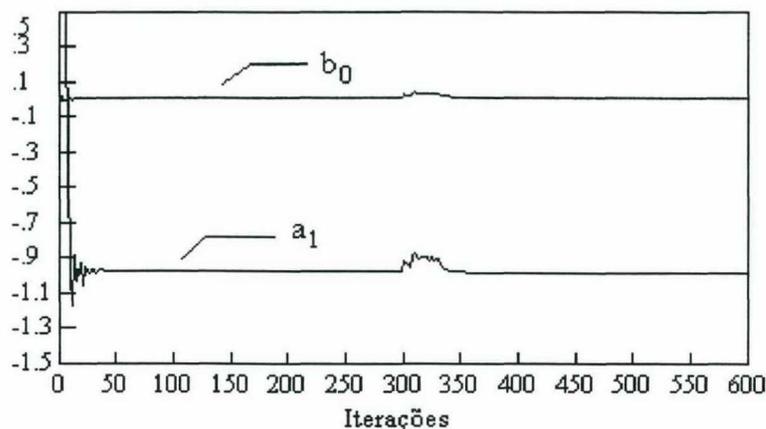


Figura 5.4 - Estimação *on-line* do modelo de planta.

5.2.4 Experimentos com o Processo de Nível

Através do processo de nível, avaliou-se quatro algoritmos de controle *single-step-ahead* apresentados no capítulo 2, os controladores: *GMV* de D. W. Clarke e P. J. Gawthrop, de G. Favier, K. Furuta *et al.* e C. M. Lim. Para cada algoritmo de controle, variações de referência são executadas sobre o sistema de controle de nível. Cada experimento é conduzido sobre 600 amostras utilizando-se um período de amostragem de 300mseg que resulta no tempo total para cada experimentação de 3 minutos. Para se obterem resultados adequados em cada experimentação, correções heurísticas e ajustes finos sobre os parâmetros em cada esquema de controle foram realizados visando melhorar características de performance como a minimização da sobre-elevação e do tempo de resposta.

No conjunto de experimentos, uma mudança de referência, em degrau, foi aplicada após transcorridas 300 amostras para observar a performance e a robustez dos controladores sob o ponto de vista servo e regulatório. No caso do Controlador *GMV* de Clarke, o melhor desempenho é observado quando as ponderações de projeto são ajustados por $\nabla = \Lambda = 40$ e $\Gamma = 0.01$ (ponderações da resposta transitória e esforço de controle, respectivamente). Este algoritmo apresentou grandes dificuldades de sintonia e controle oscilatório para o processo em questão, embora tenha apresentado seguimento de referência e regulação adequados. No caso do controlador de Favier, o melhor desempenho é obtido quando os parâmetros de projeto são selecionados de acordo com os seguintes valores $\nabla = \Lambda = 30$ e $\Gamma = 1$. Tal esquema mostrou-se bom para regulação embora sensível às variações do modelo estimado, com controle bastante oscilatório no transitório, onde os parâmetros ainda estão sendo estimados. O controlador de

Furuta foi sintonizado em $\Lambda_e = 1$ e $\Gamma = 0.09$, com desempenho em malha fechada otimizado através das ponderações para o transitório $k_1 = -0.77$ e $k_2 = 0.075$. Finalmente o controlador de Lim teve como parâmetros de projeto ρ' e Γ , ajustados respectivamente em 10 e 0.01 para otimizar o desempenho. Destaca-se que foi efetuada uma busca exaustiva pelo método da tentativa e erro necessária para o projeto de estratégias de controle não-convencionais, entretanto não se descarta a possibilidade de melhoria de desempenho através de novas tentativas. As figuras apresentadas a seguir (5.5 a 5.8) mostram a evolução das variáveis controlada, $y(t)$, e de controle, $u(t)$, para duas mudanças na referência, $y_r(t)$, de 1 volt para 2 volts. De acordo com os resultados experimentais, observa-se um comportamento adequado para a saída do processo (mínima sobre-elevação e rápida estabilização) enquanto que a variável de controle apresenta um comportamento oscilatório na maioria dos casos. Os algoritmos de controle proporcionam um desempenho dinâmico consistente no sistema de controle de nível para diferentes referências, porém com excessivas oscilações do controle em regime transitório atribuídas ao fato do estimador ainda estar convergindo.

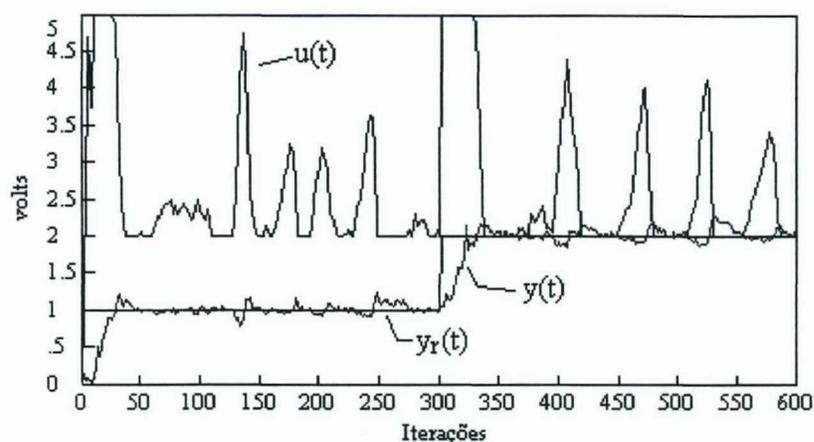


Figura 5.5 - Resposta temporal do controlador de *GMV* de Clarke.

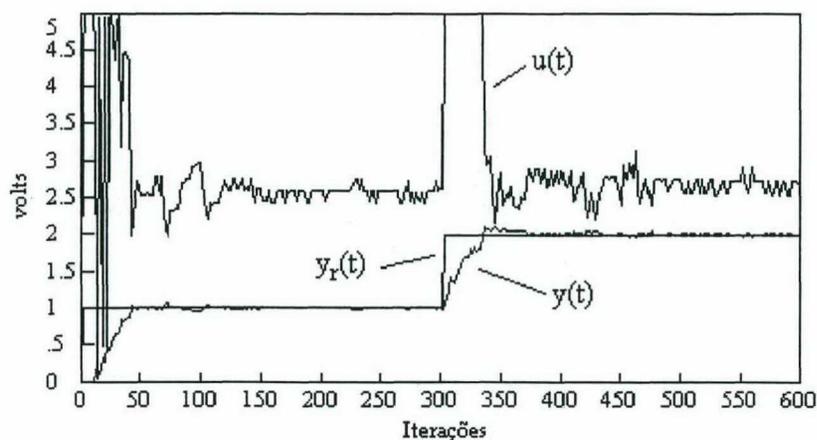


Figura 5.6 - Resposta temporal do controlador de Favier.

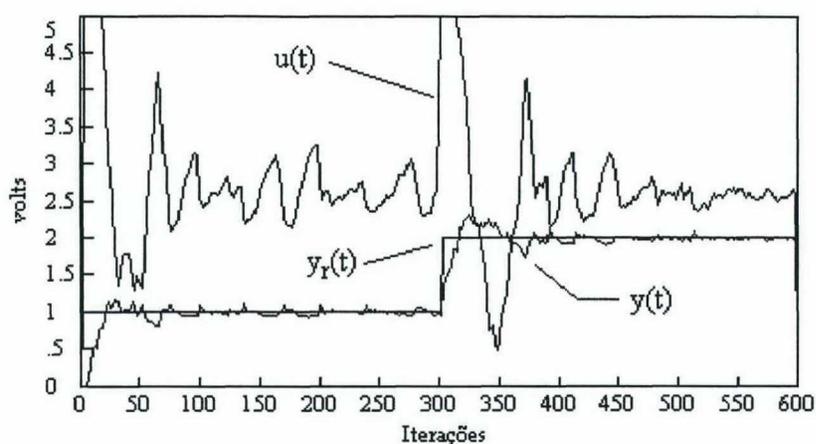


Figura 5.7 - Resposta temporal do controlador de Furuta.

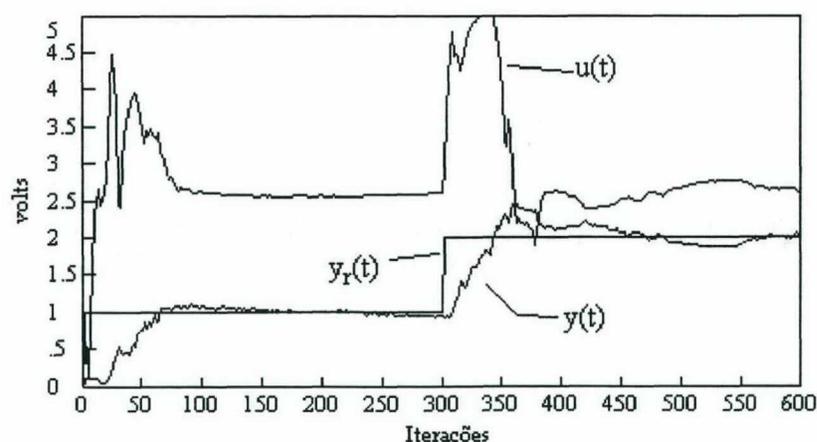


Figura 5.8 - Resposta temporal do controlador de Lim.

A avaliação dos resultados obtidos através do critério de desempenho da função (5.1) apresentados na figura (5.9) deve ser cuidadosa, os controladores de Favier e Furuta que apresentaram, praticamente, o mesmo valor para a função custo possuem características

distintas. Enquanto que a resposta proporcionada pelo controlador de Furuta tem um tempo de resposta menor, a resposta do controlador de Favier apresenta menores oscilações no sinal de controle o que pode ser desejável em algumas situações. Da mesma forma os controladores de Clarke e Lim também com desempenhos semelhantes em termos do critério utilizado apresentam, no entanto, respostas bem diferentes, principalmente, no que diz respeito às variações do sinal de controle.

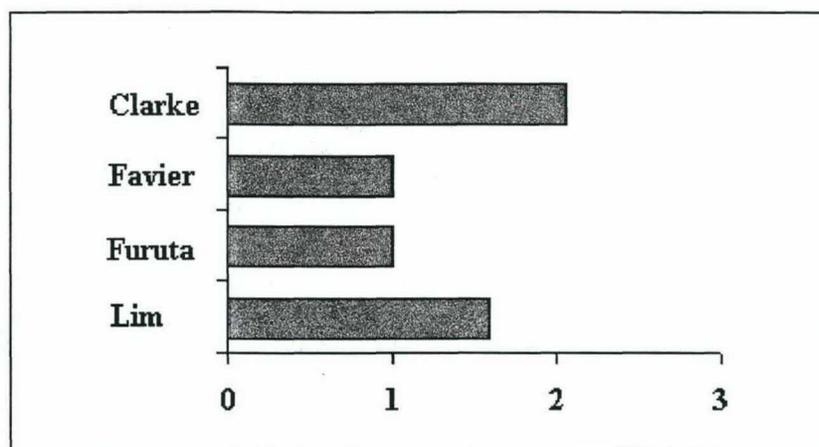


Figura 5.9 - Critério de desempenho normalizado para a avaliação dos controladores.

5.3 PROCESSO TÚNEL DE VENTO

5.3.1 Descrição do Processo

O processo túnel de vento, cuja malha de controle está representada na figura (5.10), tem seu funcionamento baseado no acionamento de um motor DC, que opera na faixa de 0 a 24 volts, a partir de uma circuito de potência que tem como entrada a variável de controle (tensão variando de 0 a 5 volts). Acoplada ao eixo do motor existe uma hélice, produzindo um fluxo de ar no interior de um duto cilíndrico com 42cm de comprimento e 9cm de diâmetro. O fluxo incide sobre outra hélice conectada a um segundo motor DC na saída do túnel cuja rotação resultante produz uma tensão nos terminais do motor, proporcional ao fluxo de ar no interior do duto. A tensão medida no anemômetro é tratada por um circuito de medição constituído por filtros, amplificadores e uma ponte de Wheatstone. Adicionalmente, apresenta uma chave *on-off* que permite a aplicação de uma perturbação de carga com a magnitude da

tensão controlada via *trimpot* para utilização nos ensaios de regulação de controladores adaptativos.

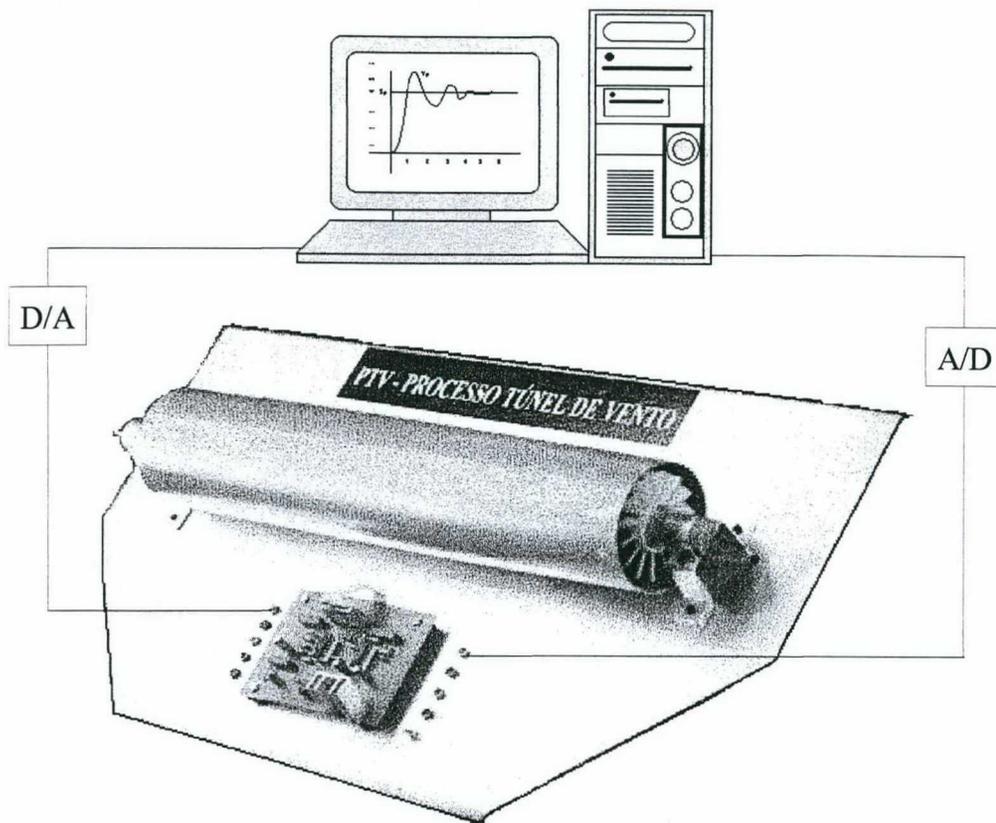


Figura 5.10 - Malha de controle digital do processo túnel de vento.

5.3.2 Modelagem do Processo

Para conseguir um desempenho satisfatório na implementação dos controladores preditivos adaptativos, que empregam a técnica auto-ajustável, é necessária a utilização de um estimador *on-line* que assegure um modelo adequado à aplicação particular. Esta condição de implementação é importante para garantir em malha fechada um sistema estável na presença de um comportamento não-linear (dinâmica assimétrica) do processo túnel de vento. A figura (5.11) ilustra a dinâmica não-linear do processo, observando-se a saída a partir da aplicação de uma entrada crescente de zero até o valor máximo de 5 volts e, em seguida, decrescendo até zero volt.

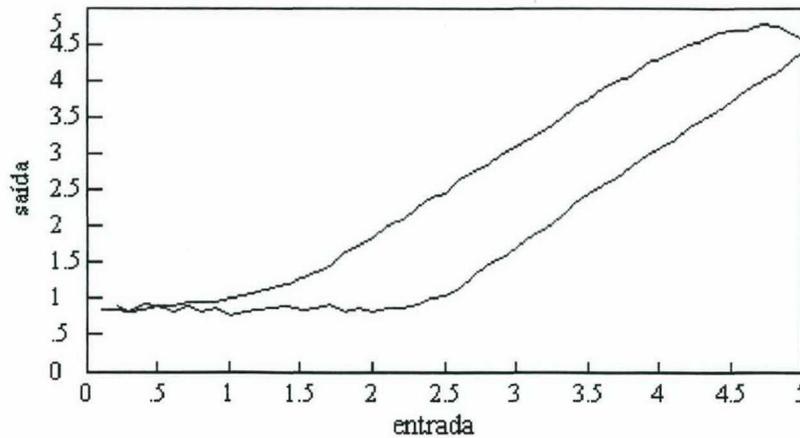


Figura 5.11 - Característica não-linear do processo túnel de vento.

A escolha da ordem do modelo para o processo aparece como um compromisso entre a capacidade de representação das dinâmicas do sistema e a simplicidade do modelo (menor esforço computacional para os algoritmos de identificação e de controle). O teste da razão entre determinantes, conforme apresentado no capítulo 4, é utilizado para a seleção da ordem onde, quando a razão entre determinantes mostra um aumento significativo, a ordem identificada representa, aproximadamente, a ordem real do processo. Pela inspeção da figura (5.12) justifica-se o modelo de segunda ordem para o processo túnel de vento.

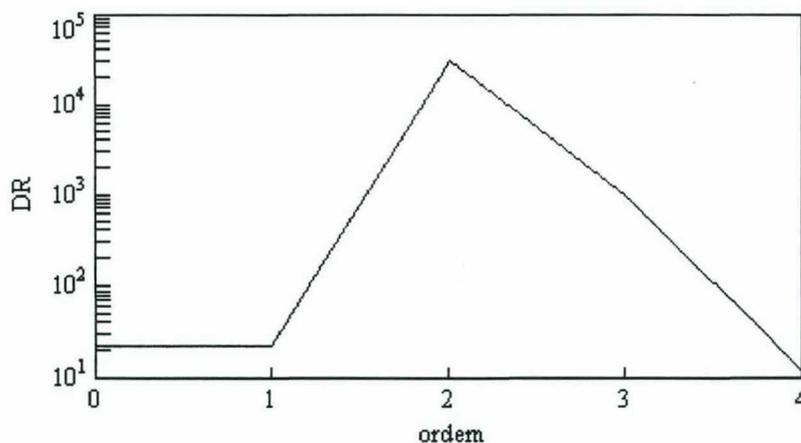


Figura 5.12 - Influência da ordem do modelo sobre a razão entre determinantes DR.

5.3.3 Identificação do Processo via *MQR*

Para evitar variações excessivas na magnitude do sinal de controle buscou-se, através do estimador dos *MQR*, um modelo matemático para uso *a posteriori* na inicialização da implementação dos diferentes controladores. Assim, para efeito da modelagem do processo

túnel de vento realizou-se uma experimentação com 600 iterações e um período de amostragem de 400mseg. Nas primeiras 300 iterações aplicou-se um sinal do tipo *PRBS* (*Pseudo Random Binary Sequence*) e nas restantes um ruído branco na faixa de operação do processo (figura 5.13). Para melhorar a adaptação dos parâmetros estimados utilizou-se um fator de esquecimento calculado de modo que o traço da matriz de covariância seja mantido em um valor constante $trP(0) = 0.15$ em cada iteração e ajustado por

$$\lambda(t) = \frac{tr P(t)}{tr P(0)}$$

Adicionalmente, foram utilizados filtros digitais passa-baixa de primeira ordem nas medidas de entrada e saída para penalizar a presença de ruídos imprevistos (Malik *et al.*, 1991).

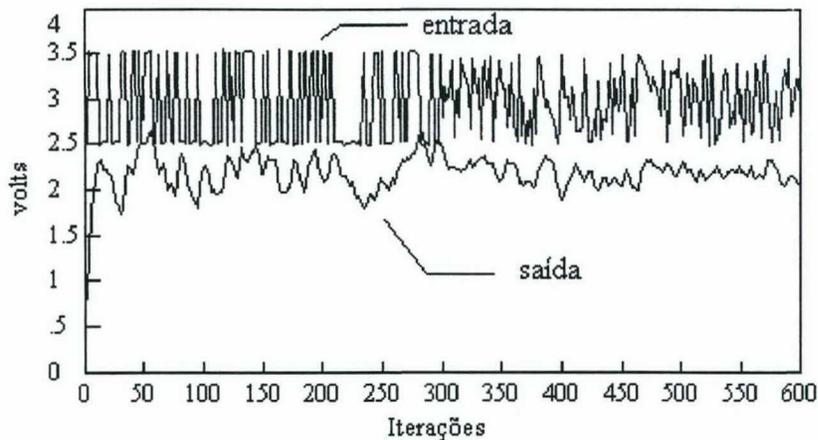


Figura 5.13 - Entrada e saída para identificação.

O modelo matemático estimado, ajustado a partir dos sinais de entrada e saída da figura (5.13), pode ser representado pela seguinte função de transferência discreta

$$H_p(q^{-1}) = \frac{0.0207q^{-1} + 0.0643q^{-2}}{1 - 1.1997q^{-1} + 0.3134q^{-2}}$$

e a convergência dos parâmetros estimados está ilustrada na figura (5.14).

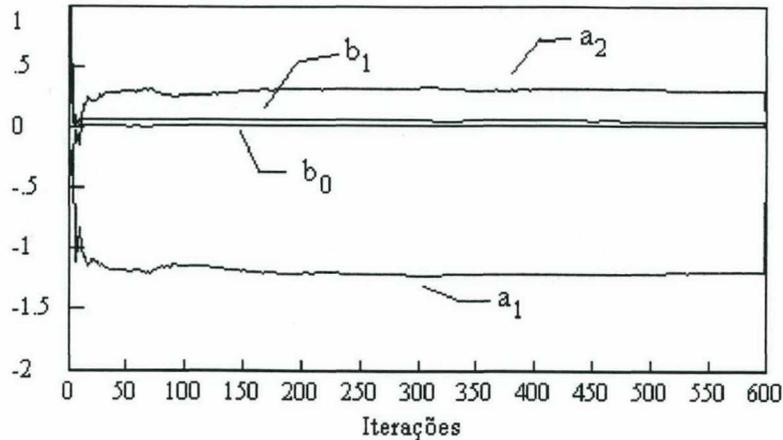


Figura 5.14 - Parâmetros estimados via *MQR*.

5.3.4 Experimentos do Comportamento Servo

As experimentações para a avaliação do comportamento servo do processo utilizaram duas referências 2.5 volts ($0 \leq t < 150$) e 3.5 volts ($150 \leq t \leq 300$) e, período de amostragem de 400mseg.

No caso do controlador *GMV* de Clarke (figura 5.15) a melhor sintonia, encontrada heurísticamente, foi com $\nabla = \Lambda = 5$ e $\Gamma = 1$. Este algoritmo de controle proporcionou uma resposta oscilatória no período transitório com erro nulo em regime após 75 iterações na mudança de cada referência. O controlador de Favier (figura 5.16) apresentou um adequado seguimento da referência e uma reduzida variância do controle com a sintonia $\nabla = \Lambda = 5$ e $\Gamma = 0.75$. O controlador de Furuta (figura 5.17), com os parâmetros de sintonia selecionados em $\Gamma = 0.1$, $\Lambda_e = 0.01$, $k_1 = -0.7$ e $k_2 = 0.12$, apresentou um desempenho apropriado para o seguimento da referência e variância do controle. O controlador de Lim (figura 5.18) ajustado com a sintonia $\rho' = 0.08$ e $\Gamma = 0.35$ conseguiu um bom seguimento da referência com um mínimo de variância do controle. O controlador *GPC* (figura 5.19), sintonizado com $\Gamma = 1.5$, $N_l = N_u = 1$ e $N_2 = 6$, apresentou um perfeito seguimento do sinal de referência. A opção de uma ponderação para o controle em média 300% maior, se comparado com o ajuste dos controladores de Clarke, Favier, Furuta e Lim, tem por objetivo reduzir as excessivas variações no sinal de controle. Da figura (5.20), que ilustra a qualidade do estudo experimental comparativo para mudança de referência com base no critério da função (5.1), observa-se o melhor desempenho para o *GPC*.

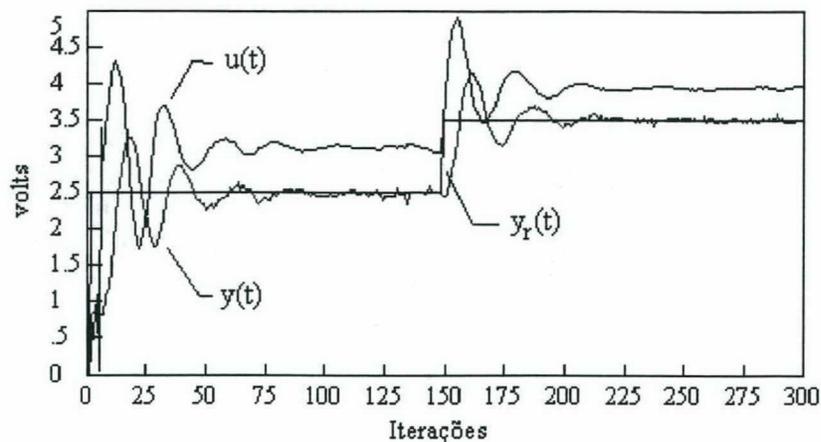


Figura 5.15- Comportamento servo do controlador de Clarke.

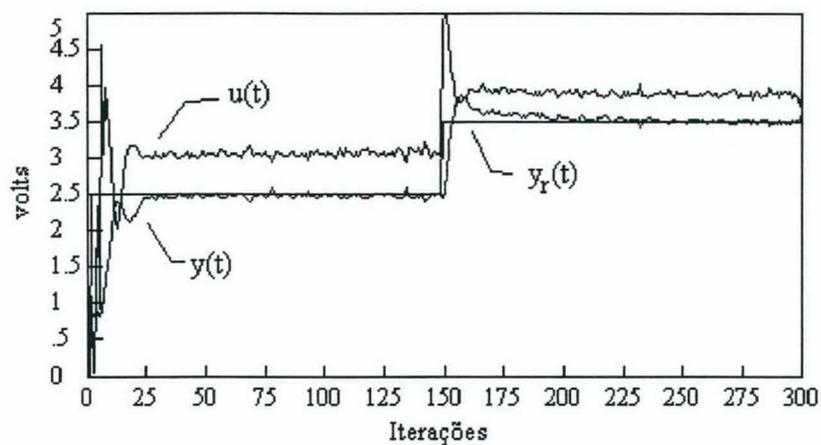


Figura 5.16 - Comportamento servo do controlador de Favier.

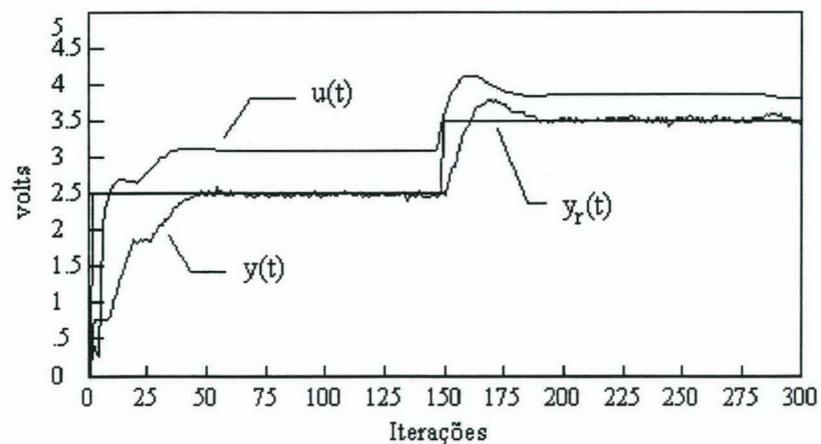


Figura 5.17 - Comportamento servo do controlador de Furuta.

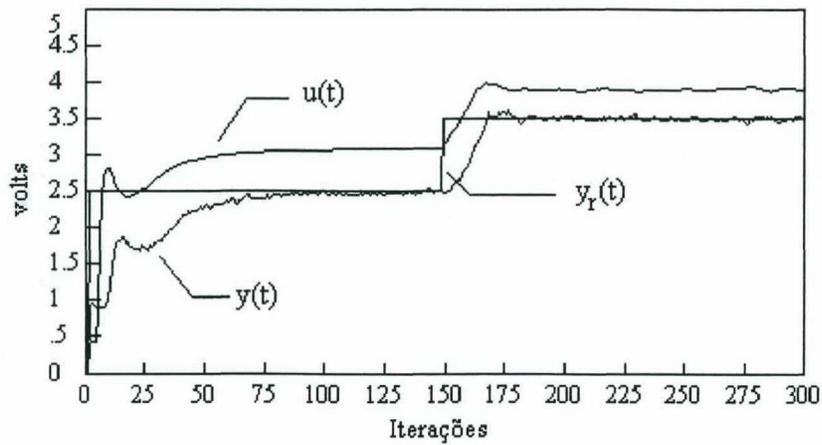


Figura 5.18 - Comportamento servo do controlador de Lim.

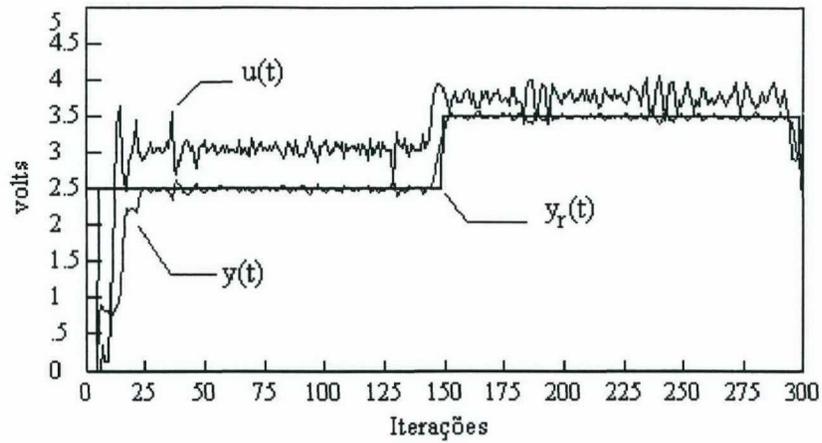


Figura 5.19 - Comportamento servo do GPC.

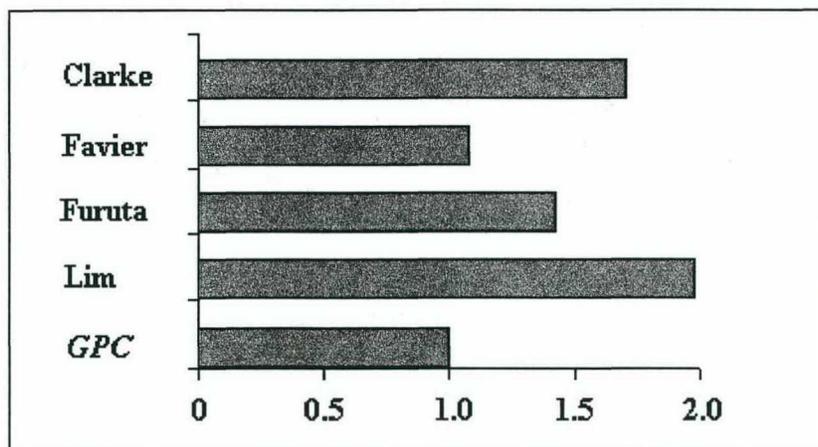


Figura 5.20 - Critério de desempenho normalizado para avaliação do comportamento servo.

5.3.5 Experimentos do Comportamento Regulatório

Para avaliar o comportamento das técnicas de controle quanto à rejeição de perturbações, aplicou-se uma perturbação do tipo degrau de magnitude 0.5 volts entre as iterações 150 e 200 e, com o critério da função (5.1) calculado entre as iterações 125 e 275. As experimentações foram realizadas considerando-se 300 iterações e período de amostragem de 400mseg. Os controladores foram ajustados com a mesma sintonia da experimentação servo.

O controlador de Clarke (figura 5.21) apesar do início oscilatório devido ao estimador ainda não ter convergido, conseguiu rejeitar totalmente a perturbação sem aumento significativo do esforço de controle. O controlador de Favier (figura 5.22) não conseguiu rejeitar totalmente a perturbação no intervalo proposto embora observe-se uma rejeição assintótica. O controlador de Furuta (figura 5.23) também apresentou um bom desempenho quanto a eliminação da perturbação. O controlador de Lim (figura 5.24) proporcionou um desempenho adequado conseguindo rejeitar a perturbação com um pequeno incremento no esforço de controle. O controlador *GPC* (figura 5.25), de modo semelhante, também conseguiu eliminar os efeitos da perturbação apresentando, no entanto, uma variação elevada no sinal de controle. Da figura (5.26), que ilustra a qualidade do estudo experimental comparativo para rejeição de perturbação de carga com base no critério da função (5.1), observa-se o melhor desempenho para o controlador de Clarke.

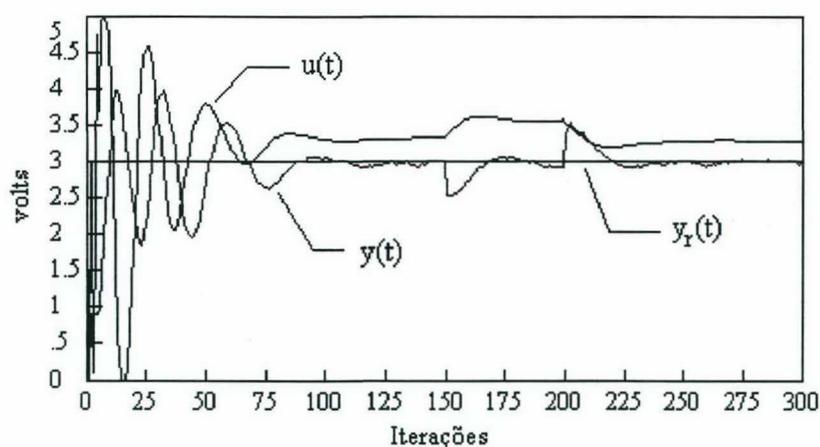


Figura 5.21 - Comportamento regulatório do controlador de Clarke.

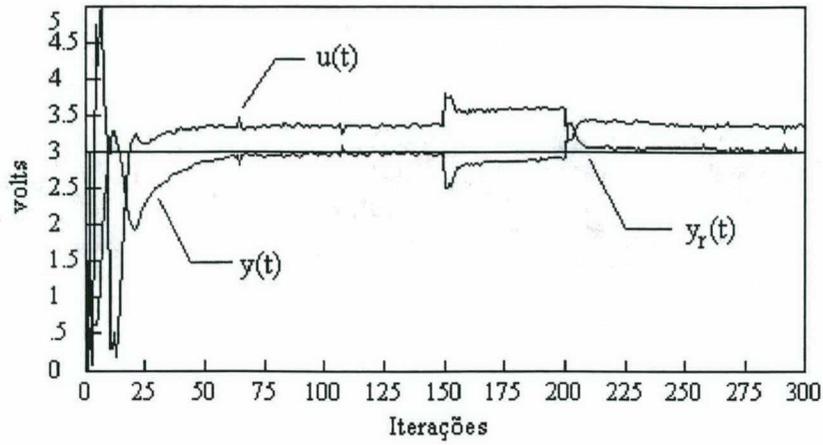


Figura 5.22 - Comportamento regulatório do controlador de Favier.

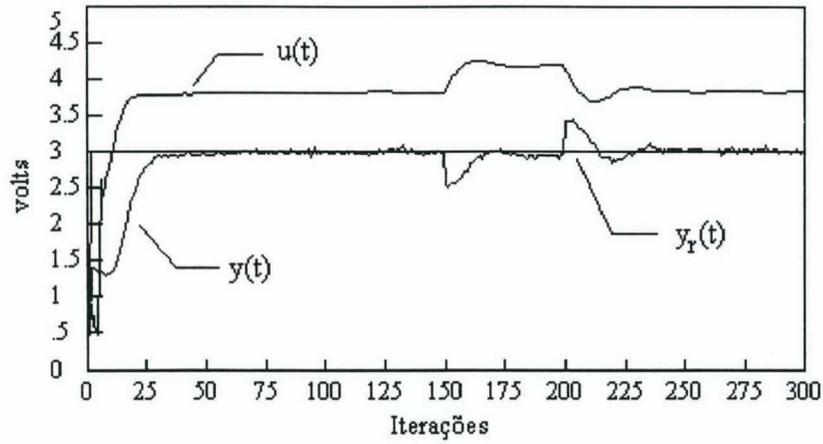


Figura 5.23 - Comportamento regulatório do controlador de Furuta.

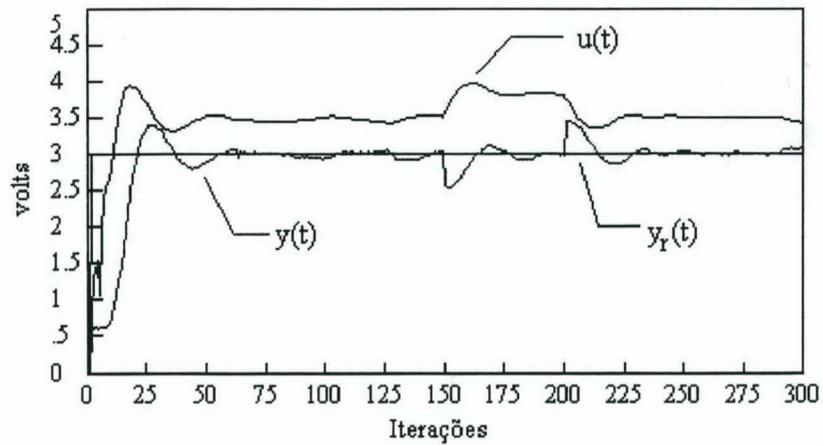


Figura 5.24 - Comportamento regulatório do controlador de Lim.

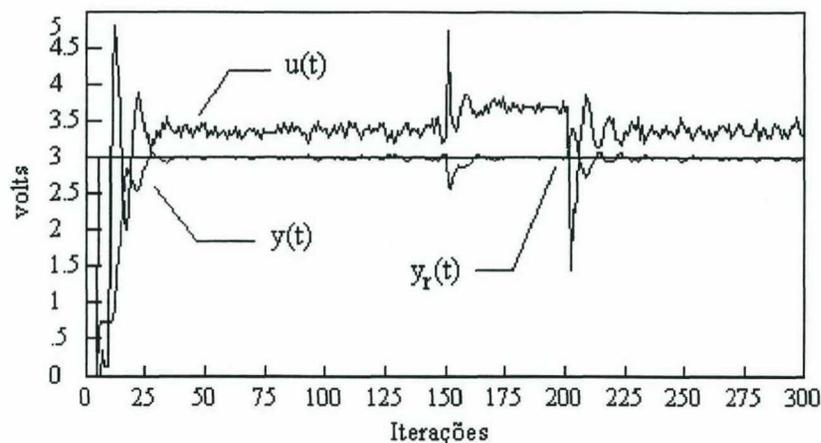


Figura 5.25 - Comportamento regulatório do GPC.

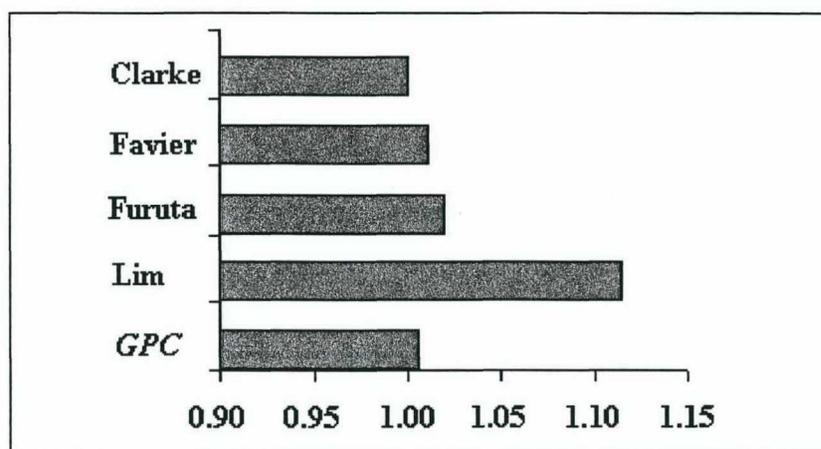


Figura 5.26 - Critério de desempenho normalizado para avaliação do comportamento regulatório.

5.4 PROCESSO *FAN-AND-PLATE*

5.4.1 Descrição do Processo

O processo *fan-and-plate* (figura 5.27) funciona, basicamente, a partir de um motor DC de alimentação 0 a 24 volts, o qual produz um fluxo de ar dentro de um duto de 50cm de comprimento e seção retangular. Este fluxo incide sobre uma placa ligada a um eixo na extremidade de saída do duto, esta inclina-se proporcionalmente ao fluxo de ar. A inclinação da placa é medida por um sensor que gera uma tensão proporcional a sua inclinação, que após é tratado através de um filtro e amplificado (variável controlada), na faixa de 0 a 5 volts. Um

circuito de acionamento composto de uma ponte de transístores aciona o motor DC a partir de uma tensão de entrada (variável manipulada), também na faixa de 0 a 5 volts.

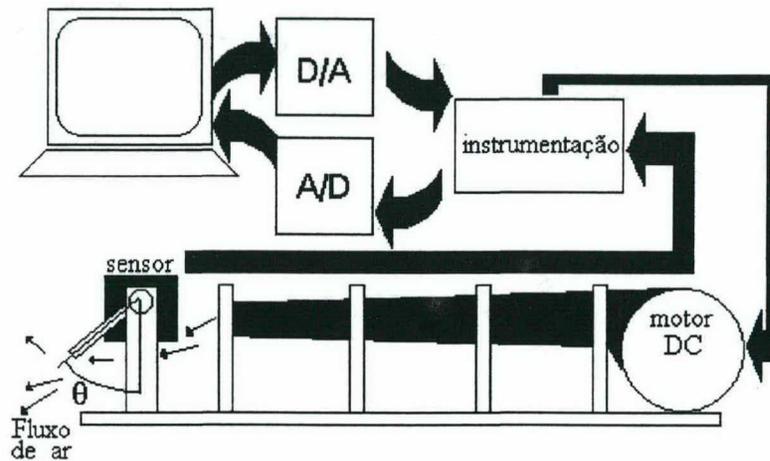


Figura 5.27 - Diagrama do processo *Fan-and-Plate*.

O problema de controle é, basicamente, regular a posição angular do placa através da tensão no motor DC. A distância entre o ventilador e a placa pode ser alterada modificando, assim, o atraso de transporte do sistema. O protótipo (figura 5.28) que é de fase não-mínima, possui atraso de transporte, perturbação com comportamentos ressonante e turbulento, pode servir como evidência da utilidade de técnicas auto-ajustáveis, preditivas e técnicas de controle inteligente.

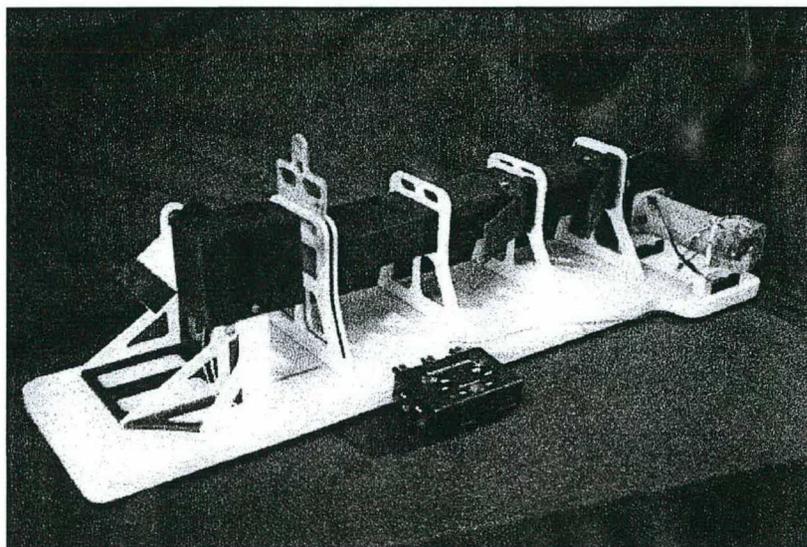


Figura 5.28 - Foto do processo *Fan-and-Plate*.

5.4.2 Modelagem do Processo

Assim como o processo túnel de vento, o *fan-and-plate* também apresenta características não-lineares sendo importante a escolha de um modelo adequado que garanta sua controlabilidade sem, no entanto, apresentar um esforço computacional excessivo. Aplicando o método da relação entre determinantes como já visto no capítulo 4, pode-se, através da observação da figura (5.29) justificar o modelo de segunda ordem para o processo *fan-and-plate* pois a taxa de crescimento da relação entre determinantes com incremento de 1^a para 2^a ordem mostrou-se maior do que com o incremento de 2^a para 3^a ordem. Este comportamento indica que um modelo de 3^a ordem acrescentará informação porém o aumento da complexidade do modelo poderá não justificar esta escolha devido ao aumento do esforço computacional.

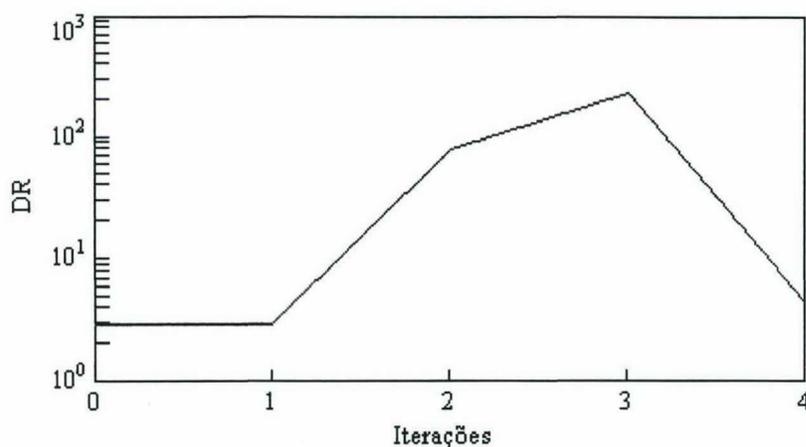


Figura 5.29 - Influência da ordem do modelo sobre a razão entre determinantes DR.

5.4.3 Identificação do Processo via MQR

Após a escolha da ordem do modelo obtêm-se, através do estimador dos MQR, um modelo matemático para ser utilizado na inicialização dos controladores implementados. Assim, para efeito da modelagem do processo *fan-and-plate* realizou-se uma experimentação com 600 iterações e um período de amostragem de 300mseg. Nas primeiras 300 iterações aplicou-se um sinal do tipo PRBS e nas restantes um ruído branco na faixa de operação do processo. O fator de esquecimento foi calculado da mesma forma que para o processo túnel de

vento assim como a utilização de filtros passa-baixas. O modelo matemático estimado, a partir dos sinais de entrada e saída, pode ser representado pela função de transferência discreta

$$H_p(q^{-1}) = \frac{0.1388q^{-1} + 1.1597q^{-2}}{1 + 0.2663q^{-1} + 0.2085q^{-2}}$$

e a convergência de seus parâmetros está ilustrada na figura (5.30).

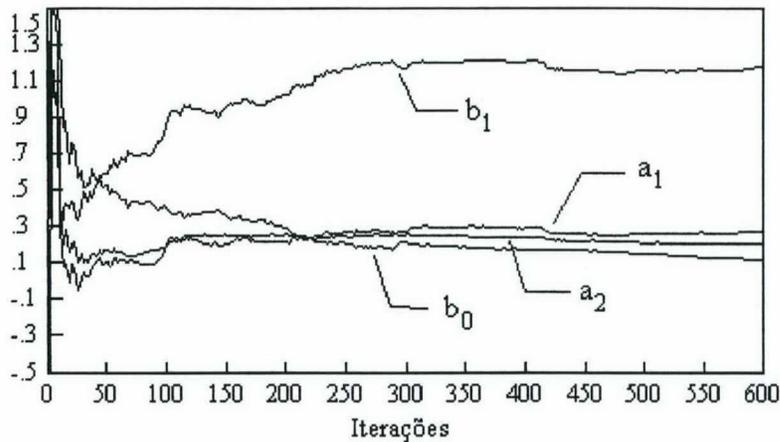


Figura 5.30 - Parâmetros estimados via MQR.

5.4.4 Experimentos com o Processo *Fan-and-Plate*

As experimentações para a avaliação do comportamento servo do processo utilizaram duas referências 2.5 volts ($0 \leq t < 150$ e $300 \leq t < 450$) e 3.5 volts ($150 \leq t < 300$) e, período de amostragem de 300mseg.

No caso do controlador *GMV* de Clarke (figura 5.31) a melhor sintonia, encontrada heurísticamente, foi com $\nabla = \Lambda = 3$ e $\Gamma = 2$. Este algoritmo de controle proporcionou um bom comportamento servo apresentando, porém, variações bruscas no sinal de controle quando ocorreram mudanças na referência. O controlador de Favier (figura 5.32) apresentou um adequado seguimento da referência e uma reduzida variância do controle, de maneira semelhante ao controlador de Clarke, com a sintonia $\nabla = \Lambda = 6$ e $\Gamma = 2$. O controlador de Furuta (figura 5.33), com os parâmetros de sintonia selecionados em $\Gamma = 0.05$, $\Lambda_e = 0.05$, $k_1 = -0.7$ e $k_2 = 0.12$, apresentou um desempenho apropriado para o seguimento da referência e uma pequena variância do controle. O controlador de Lim (figura 5.34) ajustado com a sintonia $\rho' = 0.02$ e $\Gamma = 0.1$ conseguiu um bom seguimento da referência com uma variância do controle tal como Clarke e

Favier. O controlador *GPC* (figura 5.35), sintonizado com $\Gamma = 3.5$, $N_l = N_u = 1$ e $N_2 = 8$, apresentou comportamento servo muito bom assim como a variância do sinal de controle. Da figura (5.36), que ilustra a qualidade do estudo experimental comparativo para mudança de referência com base no critério da função (5.1), observa-se o melhor desempenho para o o *GPC* e para controlador de Furuta com uma ligeira vantagem para este último.

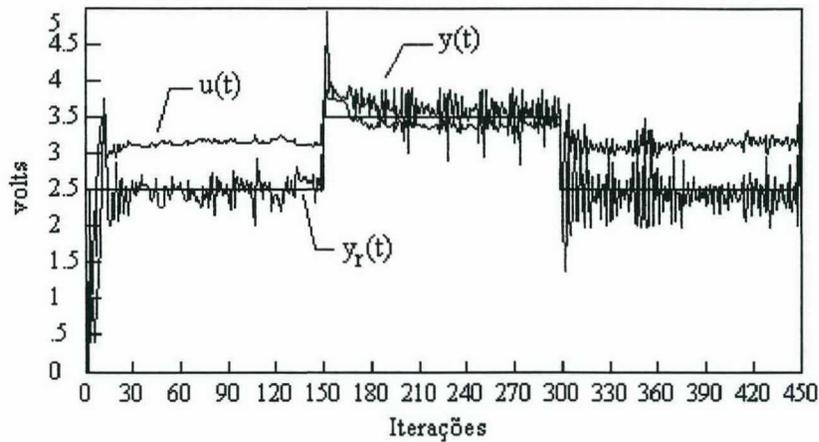


Figura 5.31- Comportamento servo do controlador de Clarke.

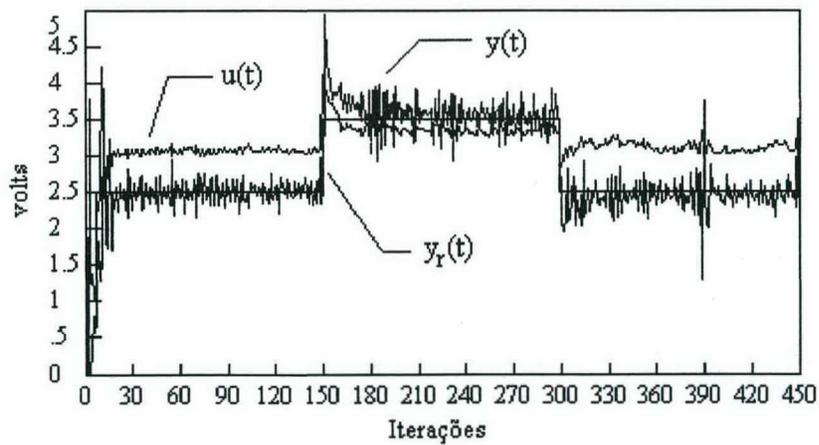


Figura 5.32- Comportamento servo do controlador de Favier.

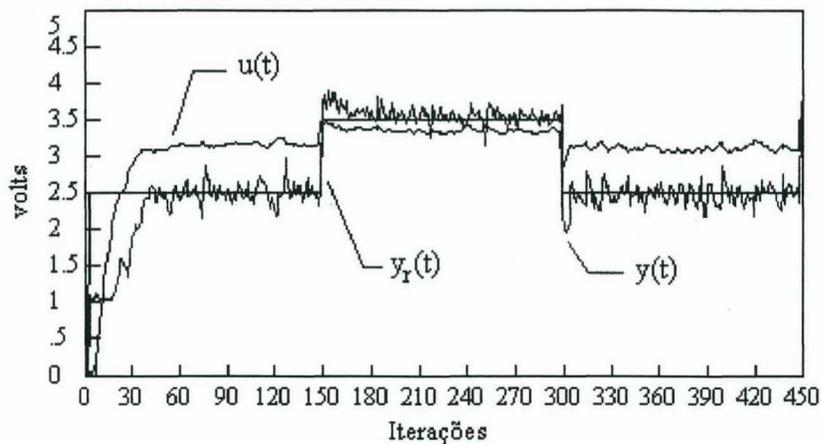


Figura 5.33- Comportamento servo do controlador de Furuta.

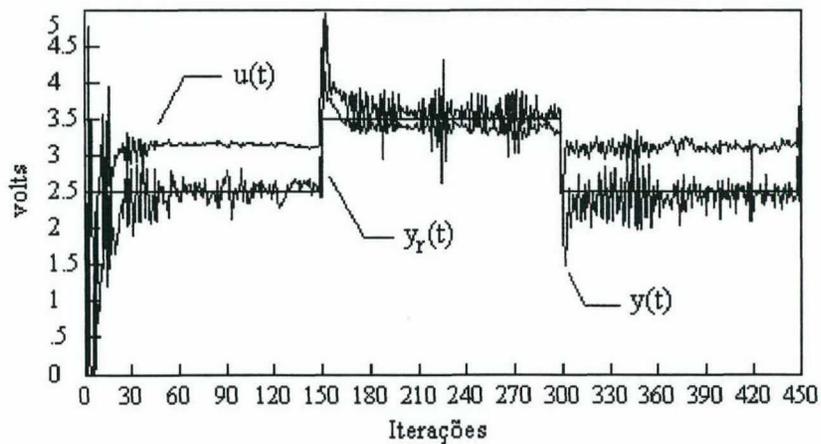


Figura 5.34- Comportamento servo do controlador de Lim.

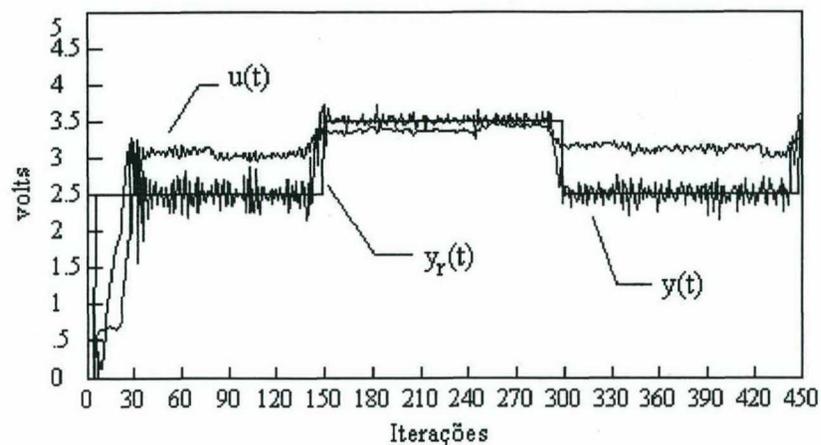


Figura 5.35- Comportamento servo do GPC.

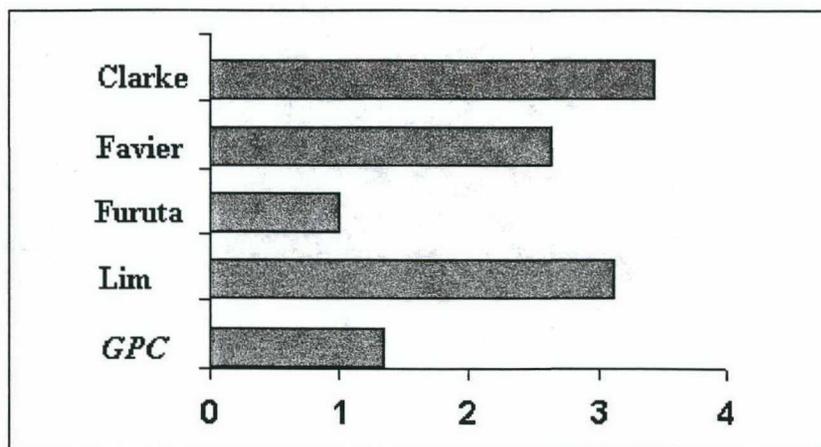


Figura 5.36 - Critério de desempenho normalizado para avaliação do comportamento servo.

5.5 PROCESSO DE 4ª ORDEM A BASE DE AMPLIFICADORES OPERACIONAIS

O uso de processos analógicos implementados a partir de AmpOps (amplificadores operacionais) têm-se mostrado eficiente na substituição de processos físicos reais pois, além de apresentar um custo bastante reduzido, possibilita a aproximação de situação real com problemas práticos como a presença de ruídos preservando, no entanto, características encontradas em ambientes de simulação como uma boa linearidade e repetibilidade nos resultados obtidos.

5.5.1 Descrição do Processo

O processo analógico utilizado foi implementado (figura 5.37), a partir de amplificadores operacionais ligados em cascata (figura 5.38), para compor a função de transferência de 4ª ordem com período de amostragem $T_s = 1.5$ seg dada por

$$H(s) = \frac{1}{(s+1)(2s+1)(2.4s+1)(3.3s+1)}$$

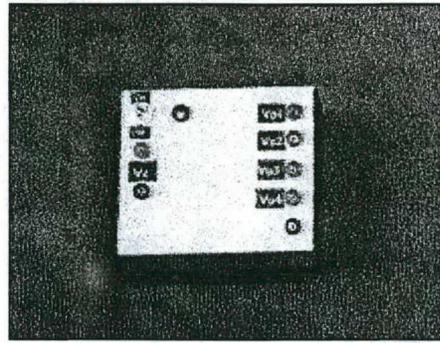


Figura 5.37 - Foto do processo de 4ª ordem implementado a base de AmpOps.

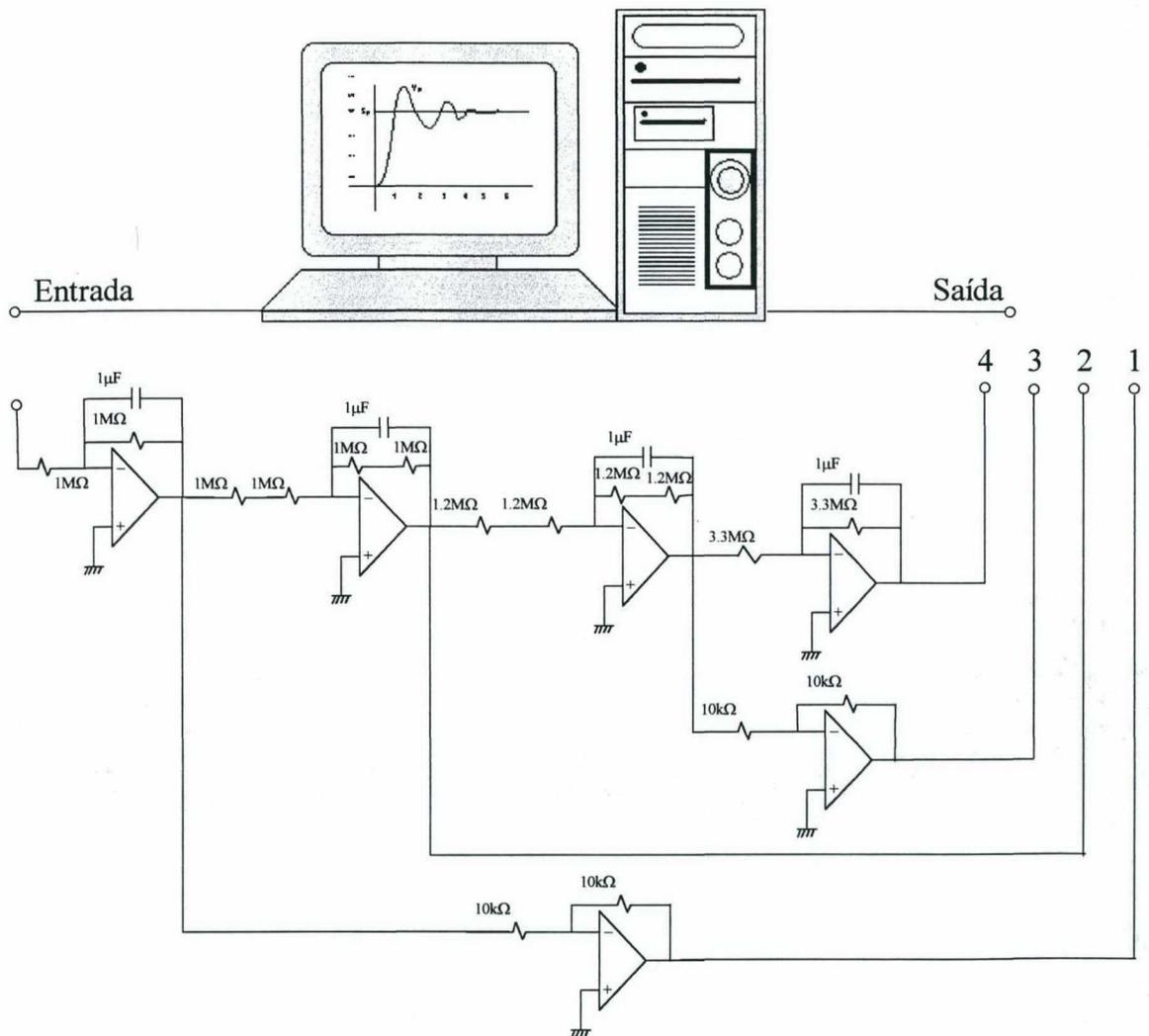


Figura 5.38 - Processo de 4ª ordem a partir de amplificadores operacionais.

5.5.2 Modelagem do Processo

Apesar da ordem do processo já ser conhecida (4ª ordem) aplicou-se a técnica da relação entre determinantes para obter uma indicação em relação a ordem capaz de representar a dinâmica do processo e poder comparar este resultado com aqueles obtidos através da aplicação do teorema do pequeno ganho como proposto por P. Banerjee e S. L. Shah e do índice de robustez desenvolvido por W. T. Wu *et al.*, técnicas apresentadas no capítulo 4.

Através da figura (5.39) conclui-se que um modelo de 3ª ordem é capaz de representar adequadamente o processo visto que o valor de DR relativo a esta modelagem apresentou um rápido crescimento em relação ao modelo anterior.

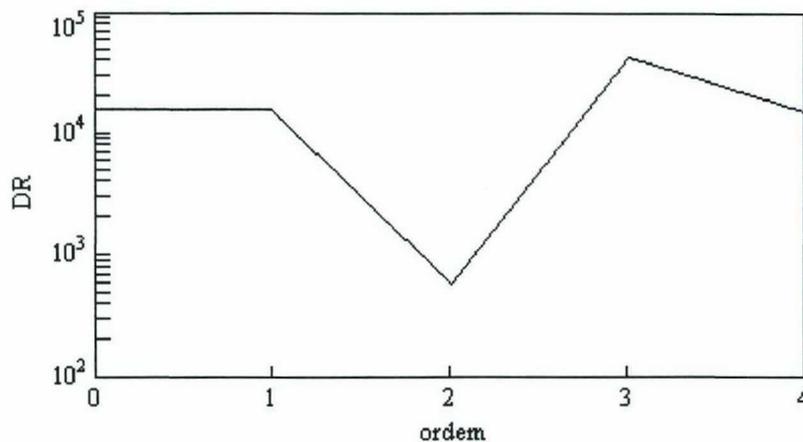


Figura 5.39 - Influência da ordem do modelo sobre a razão entre determinantes.

5.5.3 Identificação do Processo via MQR

Obteve-se a partir do estimador do MQR um modelo matemático de 4ª ordem para ser utilizado como a função de transferência discreta real do processo necessária para a aplicação do teorema do pequeno ganho no cálculo do espectro de incertezas como já foi discutido no capítulo 4.

Os parâmetros obtidos e cuja convergência pode ser observada na figura (5.40) são

$$H_p(q^{-1}) = \frac{0.0074q^{-1} + 0.0138q^{-2} + 0.0261q^{-3} + 0.0279q^{-4}}{1 - 0.9258q^{-1} - 0.2900q^{-2} + 0.1339q^{-3} + 0.1663q^{-4}}$$

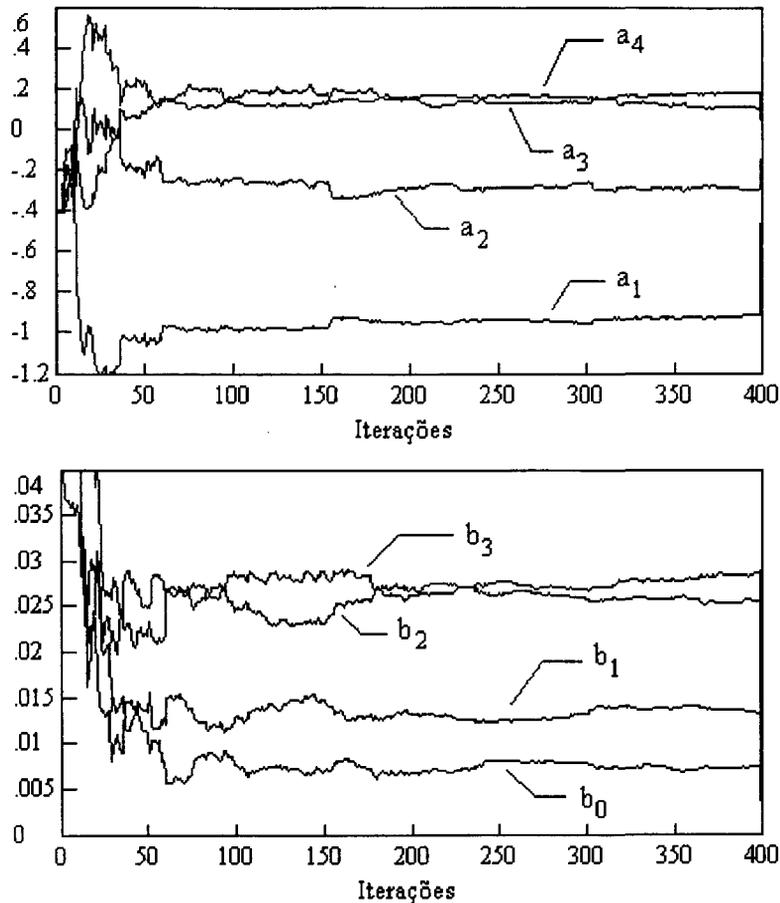


Figura 5.40 - Parâmetros estimados via *MQR* .

5.5.4 Experimentos com o Processo de 4^a Ordem

As experimentações, para a avaliação da estabilidade robusta, foram realizadas submodelando-se o processo como de 1^a, 2^a e 3^a ordens, cujos parâmetros são identificados pelo estimador dos *MQR*. Cada experimentação tem 400 iterações ao longo das quais ocorreram variações de *setpoint*. Nos diferentes experimentos aloca-se um pólo em 0.7 e os demais na origem.

A figura (5.41) apresenta o comportamento da saída e controle para duas mudanças de *setpoint* e aplicando-se modelos estimados de ordens diferentes (modelo de 1^a ordem $0 \leq t \leq 200$, modelo de 2^a ordem $201 \leq t \leq 400$, modelo de 3^a ordem $401 \leq t \leq 600$). A partir dos resultados observa-se que o modelo de 1^a ordem mostra-se inadequado, levando o processo à instabilidade. Considerando um modelo de 2^a ordem têm-se uma variância excessiva no controle, apesar do adequado seguimento da referência. Para o modelo de 3^a ordem observa-se que, quanto mais próxima é a modelagem da ordem real do processo, melhor é o desempenho servo e menor a variância do sinal de controle para o sistema de controle *GMV*.

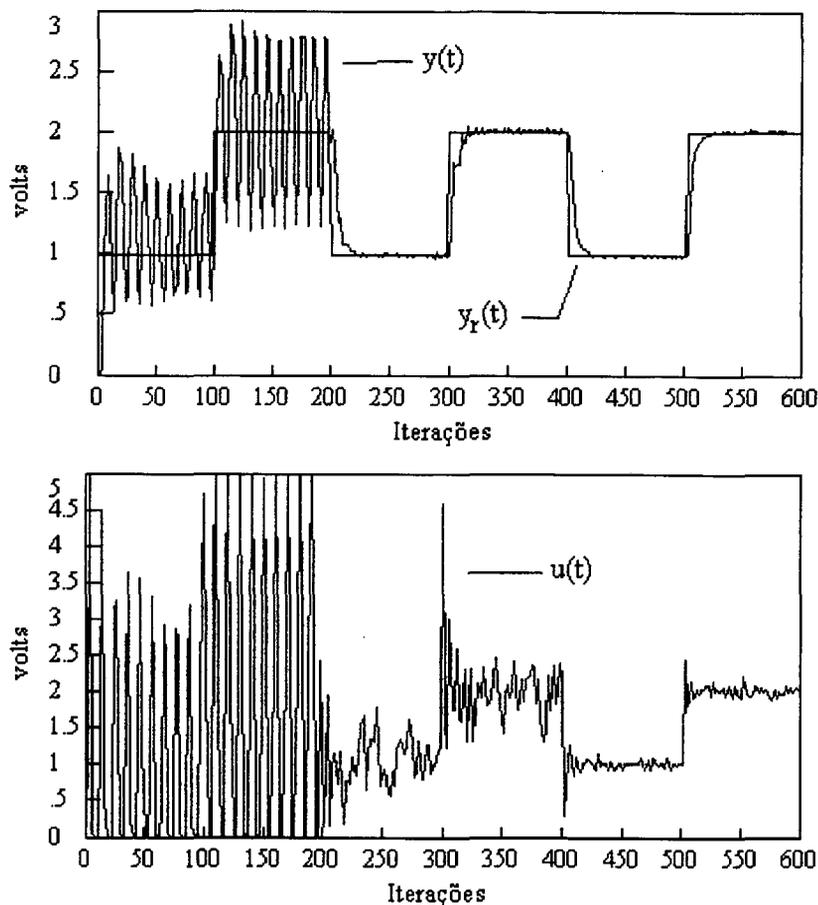


Figura 5.41 - Respostas para diferentes modelagens do *GMV*.

Apesar do controle com modelo de 1ª ordem apresentar-se instável, o seu índice de robustez não ultrapassa a unidade (figura 5.42). Isto deve-se ao fato de que na experimentação limita-se o sinal de controle em 5 volts (saturador na malha de controle), o que impede o aumento indefinido da saída do sistema, caso contrário certamente o índice de robustez violaria a sua condição de estabilidade ($IR(N) < 1$).

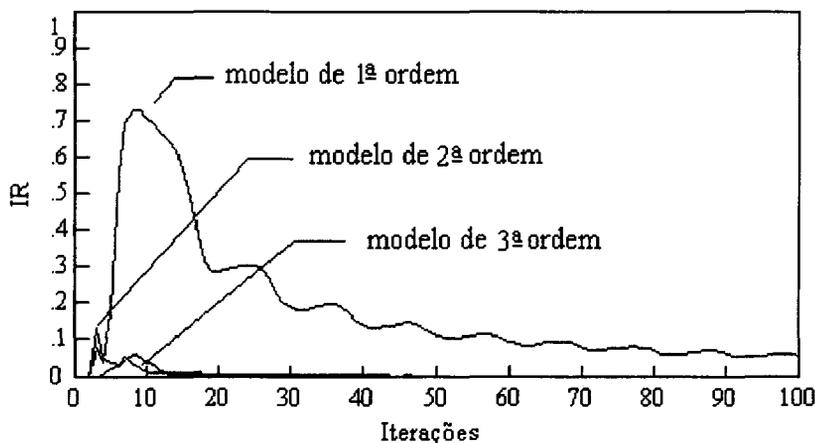


Figura 5.42 - Índice de robustez relativo as modelagens para o *GMV*.

De acordo com teorema do pequeno ganho, observa-se que, para altas frequências, a magnitude das incertezas (MPM) ultrapassa a do polinômio $1/M$, caracterizando a instabilidade do sistema. A figura (5.43) mostra o comportamento destas grandezas no domínio da frequência (normalizada em relação à frequência de Nyquist).

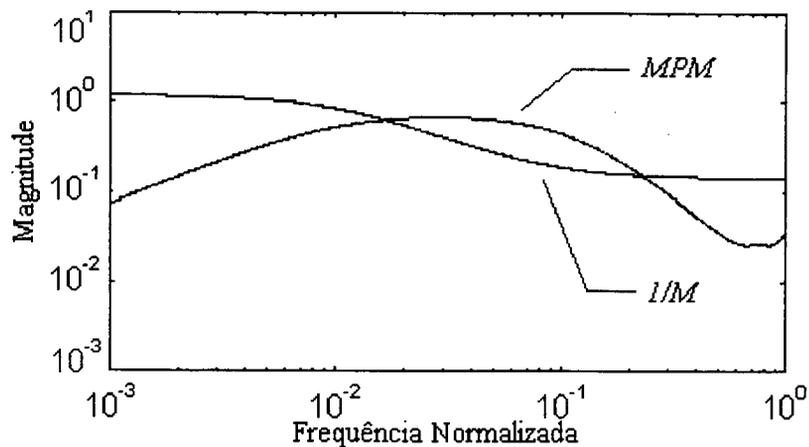


Figura 5.43 - Resposta frequencial do modelo de 1ª ordem.

Para o modelo de 2ª ordem nota-se que a desigualdade $MPM < 1/M$ é satisfeita sendo, portanto, estável. (figura 5.44).

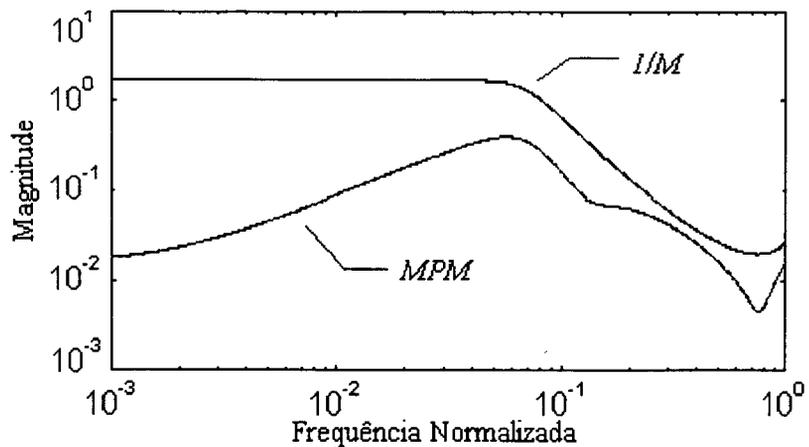


Figura 5.44 - Resposta frequencial do modelo de 2ª ordem.

Com o modelo de 3ª ordem observa-se um aumento da margem de estabilidade devido a melhor modelagem (figura 5.45). Maior robustez implica na redução da variância do controle.

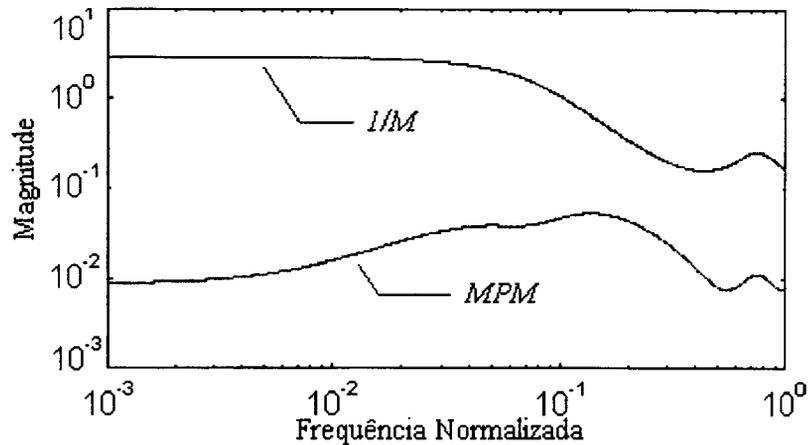
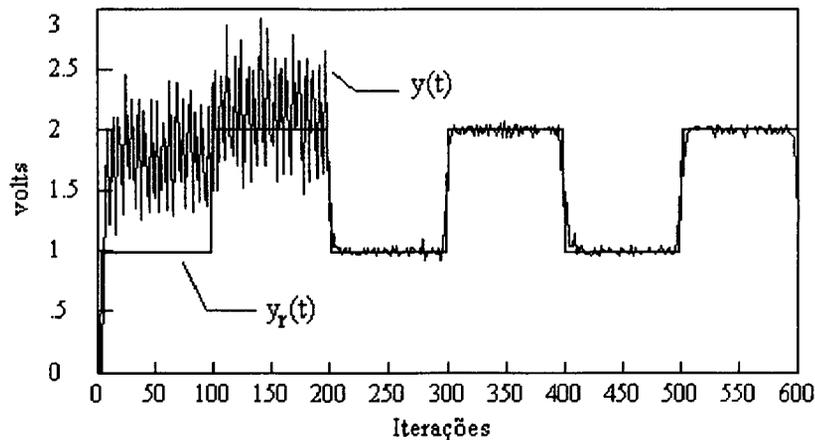


Figura 5.45 - Resposta frequencial do modelo de 3ª ordem.

A figura (5.46) apresenta o comportamento da saída e controle do processo, com as mesmas condições apresentadas para o *GMV*, agora com o controlador *GPP* apresentado no capítulo 3 sintonizado com os parâmetros $N_1 = N_u = 1$, $N_2 = 6$ e $\Gamma = 0$. De maneira análoga aos resultados anteriores, também, para o controle *GPP* observa-se que o modelo de 1ª ordem não representa adequadamente o processo levando-o à instabilidade. O modelo de 2ª ordem apresenta um bom comportamento servo porém com uma excessiva variância do sinal de controle. O modelo de 3ª ordem mostra-se como o mais adequado por permitir um bom seguimento da referência com uma variância do controle reduzida.



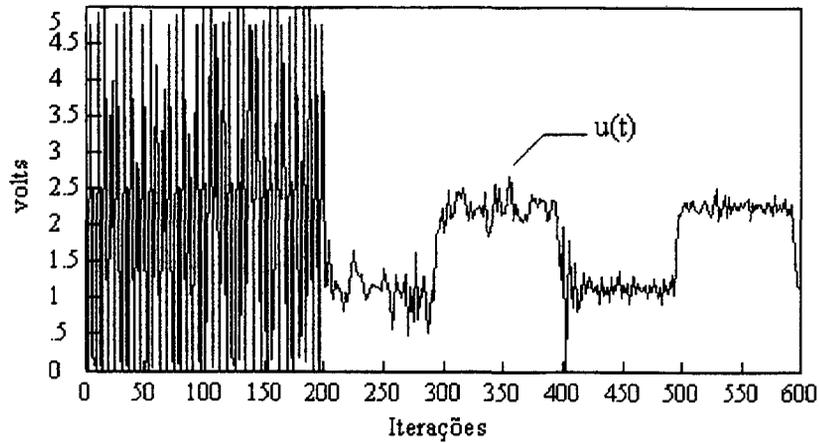


Figura 5.46 - Respostas para diferentes modelagens do *GPP*.

Os resultados obtidos através do índice de robustez (figura 5.47) embora não excedendo o limite de estabilidade (o valor 1) em função das restrições físicas da placa de comunicação de dados (saturador na malha de controle em 5 volts) apresenta o seu valor na relação inversa em relação à qualidade do modelo.

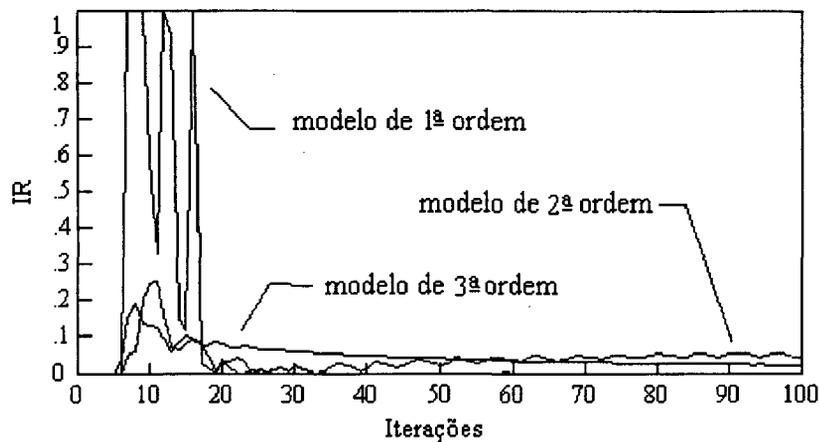


Figura 5.47 - Índice de robustez relativo as modelagens para o *GPP*.

De acordo com teorema do pequeno ganho, observa-se em quase toda a faixa de frequências analisadas a magnitude das incertezas (*MPM*) é superior a do polinômio $1/M$, caracterizando a instabilidade do sistema (figura 5.48).

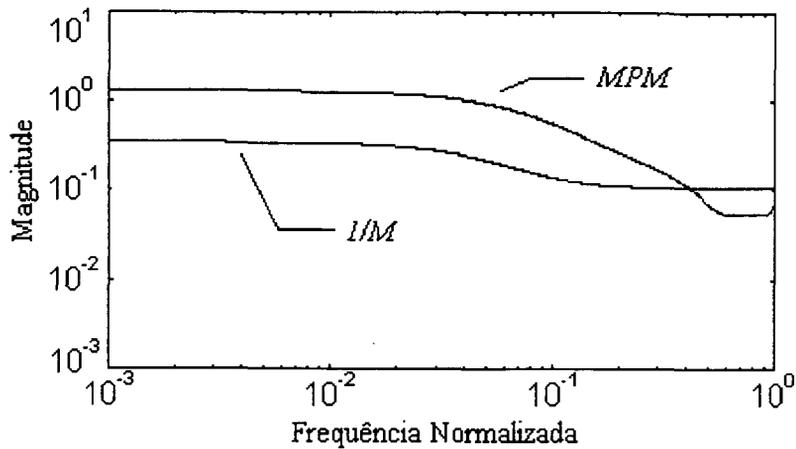


Figura 5.48 - Resposta frequencial do modelo de 1ª ordem.

Para o modelo de 2ª ordem nota-se que a desigualdade $MPM < 1/M$ é satisfeita garantindo, portanto, a estabilidade do sistema. (figura 5.49).

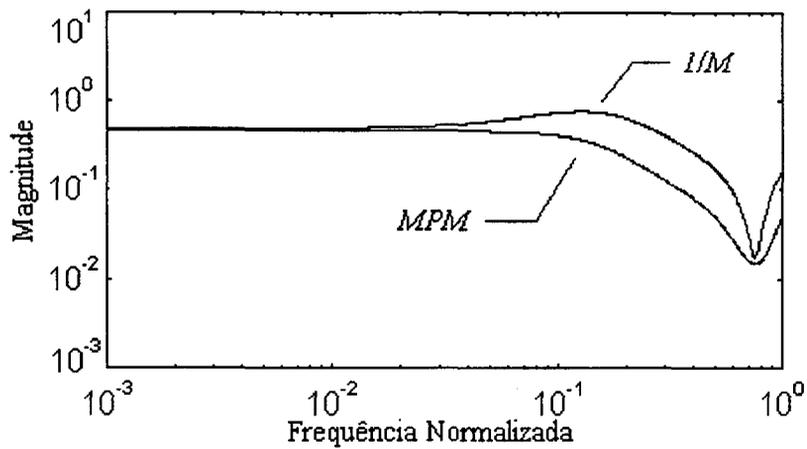


Figura 5.49 - Resposta frequencial do modelo de 2ª ordem.

Com o modelo de 3ª ordem observa-se que a melhor modelagem proporcionou um aumento da margem de estabilidade do sistema (figura 5.50).

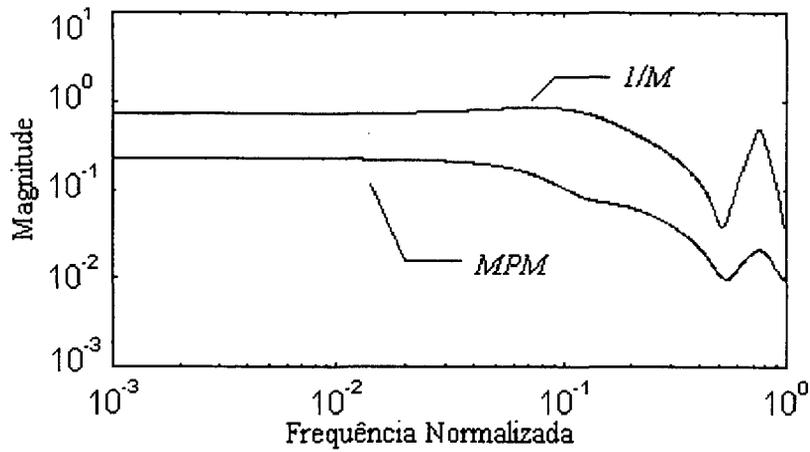


Figura 5.50 - Resposta frequencial do modelo de 3^a ordem.

Os procedimentos de avaliação da estabilidade robusta quanto a ordem do modelo utilizado podem, também, ser empregados no ajuste dos parâmetros de sintonia dos controladores (ponderação do esforço de controle, horizontes de previsão) *GMV* e *GPC*. Pode-se, portanto, utilizar o índice de robustez e o teorema do pequeno ganho como indicadores na síntese e sintonia dos parâmetros dos algoritmos de controle de maneira a garantir estabilidade em malha fechada.

6. CONCLUSÃO

Esta dissertação apresentou um estudo comparativo quanto ao desempenho de diversos algoritmos de controle preditivo adaptativo em relação a diversos critérios de desempenho para aplicação em processos práticos em escala de laboratório. Foram discutidos, também, os aspectos de estabilidade robusta como auxiliares na síntese dos controladores preditivos adaptativos de maneira a garantir estabilidade em malha fechada.

O capítulo 2 apresentou vários algoritmos baseados na estratégia *single-step-ahead* que foram implementados sob diferentes critérios de projeto e parâmetros de sintonia. Embora mostrando-se eficientes para vários tipos de sistemas, ainda apresentam algumas dificuldades para tratar algumas plantas instáveis ou de fase não-mínima.

O capítulo 3 apresentou o controlador preditivo generalizado como um complemento a estratégia *single-step-ahead* discutida no capítulo 2 pois este tipo de controlador supera deficiências dos anteriores no que se refere ao controle de sistemas que apresentem fase não-mínima, atraso de transporte desconhecido ou variante, não-linearidades e outras dificuldades encontradas em situações práticas.

Estudos de robustez foram discutidos no capítulo 4 onde abordou-se aspectos de estabilidade robusta de sistemas na presença de erros de modelagem, apresentadas técnicas para seleção de ordem do modelo matemático do processo. Adicionalmente, técnicas para avaliação da estabilidade do sistema com base no índice de robustez e no teorema do pequeno ganho, foram apresentadas para auxiliar na seleção da ordem do modelo, servindo, também como orientação para a seleção dos parâmetros de sintonia de controladores *GMV* e *GPC*.

O capítulo 5 apresentou um estudo comparativo experimental de estratégias de controle preditivo adaptativo aplicadas a processos práticos em escala de laboratório além de estudos relativos a aspectos de estabilidade robusta quanto a ordem do modelo utilizado.

A partir dos resultados práticos observou-se que, para os processos avaliados, todos os controladores implementados foram capazes de rejeitar perturbações de carga e rastrear as mudanças de referência apresentando, portanto, desempenhos satisfatórios. Pode-se destacar o controlador *GPC* como o de melhor desempenho global mediante uma análise qualitativa dos resultados, tanto do ponto de vista de comportamento servo como regulatório.

Os estudos de caso propostos mostraram, também, que as várias técnicas de controle podem ser utilizadas para a solução de um mesmo problema de controle com desempenhos individuais que dependem da estrutura implementada (parâmetros de sintonia, complexidade computacional), características peculiares do sistema ou mesmo das especificações impostas no projeto.

Embora cada um dos controladores apresentados tenha sido concebido para tratar um tipo de problema de controle, este tipo de estudo comparativo permite o desenvolvimento de diferentes algoritmos de controle digital avançado que aproveitem as melhores características de cada técnica obtendo-se, assim, resultados que mais se aproximem das especificações de projeto.

O nível de adaptação presente na implementação das estratégias de controle preditivo adaptativo baseou-se na técnica dos *MQR*, proporcionando adequação na utilização em processos não-lineares mas estabelecendo um compromisso entre a robustez, a complexidade na malha de controle, facilidade de implementação e a flexibilidade de projeto.

Os experimentos referentes aos aspectos de estabilidade robusta mostraram que tanto o índice de robustez como a aplicação do teorema do pequeno ganho apresentaram-se eficazes, tanto em simulação quanto em implementações práticas. Os resultados mostraram-se concordantes com aqueles obtidos através da aplicação de técnicas convencionais de seleção de ordem do modelo matemático do processo. Esta técnicas proporcionaram uma idéia real quanto a estabilidade do sistema em malha fechada com modelos subparametrizados, podendo também ser utilizados na sintonia dos parâmetros de projeto dos controladores *GMV* e *GPC*.

A seguir, apresentam-se como sugestões de trabalhos futuros:

- proposição de outras técnicas de controle que aproveitem as melhores características de cada estratégia apresentada para cada processo prático estudado;
- utilização de um algoritmo de estimação que proporcione o aumento da robustez mesmo na presença de dinâmicas não-modeladas e perturbações de carga;
- estudos relativos a estabilidade robusta do sistema em relação a outros parâmetros de sintonia dos controladores (ponderação do controle, horizontes de previsão);
- estudos relativos às incertezas explorando técnicas de estimação do espectro das incertezas;
- desenvolvimento de estudos em relação às incertezas estruturadas presentes nos parâmetros estimados para o modelo do processo;
- avaliação dos controladores em novos processos do *LCP* como o processo balanço horizontal, um processo constituído de uma haste com duas hélices fixadas nos extremos. O objetivo de controle é controlar o ângulo da haste formado com a horizontal em valores previamente selecionados. A variável de controle é a tensão entregue ao amplificador de potência de um dos motores *DC* acoplados a uma das hélices, sendo mantida constante a tensão associada ao outro motor. As características deste processo são: integrador duplo e instável; função de transferência discreta de fase não-mínima para o período de amostragem de interesse; presença de não-linearidades; perturbação de carga agindo sobre o momento de inércia, de modo que a ação de controle integral é necessária para minimizar o erro em regime. Estas diversas complexidades dificultam a aplicação de algoritmos de controle convencionais e motivam a utilização de técnicas de controle avançadas, tais como os controladores preditivos adaptativos.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

ALLIDINA, A. Y. and HUGHES, F. M. "Generalized Self-tuning Controller with Pole Assignment", *IEE Proceedings Part D*, vol. 127, nº 1, p. 13-18, 1980.

ÅSTRÖM, K. J. "Robustness of a Design Method Based on Assignment of Poles and Zeros", *IEEE Transactions on Automatic Control*, vol. 25, nº 3, p. 588-591, 1980.

ÅSTRÖM, K. J. "Tuning e Adaptation", *Proc. 13th IFAC Triennial World Congress*, San Francisco, USA, p. 1-18, 1996.

ÅSTRÖM, K. J. and HÄGGLUND, T. "Practical Experiences of Adaptive Techniques", *Automatic Control Conference*, p. 1599-1606, 1990.

ÅSTRÖM, K. J. and WITTENMARK, B. "*Adaptive Control*", Addison-Wesley, New York, 1995.

ÅSTRÖM, K. J. and WITTENMARK, B. "*Computer-Controlled Systems - Theory and Design*", 2^a Ed., Prentice-Hall, Englewood Cliffs, NJ, 1990.

ÅSTRÖM, K. J. and WITTENMARK, B. "On Self Regulators", *Automatica*, vol. 9, p. 185-199, 1973.

- ÅSTRÖM, K. J. and WITTENMARK, B. "Self-tuning Controllers Based on Pole-zero Placement", *IEE Proceedings Part D*, vol. 127, nº 3, p. 120-130, 1980.
- BANERJEE, P. and SHAH, S. L. "Estimation of Model-Plant Uncertainty and its Role in Robust of Predictive Control", *Proc. 12th IFAC World Congress*, Sydney, vol. 2, p. 321-326, 1993.
- BANERJEE, P. and SHAH, S. L. "The Role of Signal Processing Methods in the Robust Design of Predictive Control", *Automatica*, vol. 31, nº 5, p. 681-695, 1995.
- BANERJEE, P. and SHAH, S. L. "Tuning Guidelines for Robust Generalized Predictive Control", *Proceedings of 31st Conference on Decision and Control*, p. 3233-3234, 1992.
- BITMEAD, R. R.; GEVERS, M. and WERT, V. "*Adaptive Optimal Control - The Thinking Man's GPC*", Prentice-Hall, Englewood Cliffs, NJ, 1990.
- CASTANHO, M. C. "*Métodos para Determinação da Estrutura de Modelos de Sistemas Monovariáveis*", Dissertação de Mestrado, UNICAMP, 1991.
- CLARKE, D. W. "*Advances in Model-Based Predictive Control*", Oxford Sci. Publication, New York, 1994.
- CLARKE, D. W.; MOHTADI, C. and TUFFS, P. S. "Generalized Predictive Control - Part I. The Basic Algorithm", *Automatica*, vol. 23, nº 2, p. 137-148, 1987a.
- CLARKE, D. W.; MOHTADI, C. and TUFFS, P. S. "Generalized Predictive Control - Part II. Extensions and Interpretations", *Automatica*, vol. 23, nº 2, p. 149-160, 1987b.
- CLARKE, D. W. and MOHTADI, C. "Properties of Generalized Predictive Control", *Automatica*, vol. 25, nº 6, p. 859-875, 1989.
- CLARKE, D. W. and GAWTHROP, P. J. "Self-Tuning Controller", *IEE Proceedings*, vol.122, nº 9, p. 929-934, 1975.

- COELHO, A. A. R. "Laboratory Experiments for Education in Process Control", *Workshop on Control Education and Technology Transfer Issues*, p. 133-138, Curitiba, PR, Brazil, 1995.
- COELHO, A. A. R.; BRUCIAPAGLIA, A. H.; SIMAS, H. and GOMES, F. J. "Low Cost Laboratory Equipment for Analysis and Design of Dynamic Systems", *Preprints of 4th Symposium on Advances in Control Education*, p. 125-130, Istanbul, Turkey, 1997.
- COELHO, A. A. R.; AMARAL, W. C. e FAVIER, G. "Métodos de Ajuste do Erro de Regime para o Controlador Auto-Ajustável Multiváriavel", *7^o Congresso Brasileiro de Automática*, p. 93-98, 1988.
- DE KEYSER, R. M. C.; VAN DE VELDE, G. A. and DUMORTIER, F. A. G. "A Comparative Study of Self-adaptive Long-range Predictive Control Methods", *Automatica*, vol. 24, n^o 2, p. 149-163, 1988.
- DION, J.-M. et POPESCU, D. "*Commande Optimale - Conception Optimisée des Systèmes*", Diderot Editeur, Paris, 1997.
- FARSI, M.; ZACHARIAH, K. J. and FINCH, J. W. "Implementation of a Self-tuning AVR", *IEE Proceedings - Control Theory Applications*, vol. 144, p. 32-39, 1997.
- FAVIER, G. "Self-Tuning Long-Range Predictive Controller", *Proc. 10th IFAC World Congress*, Munich, Germany, vol. 10, p. 80-87, 1987.
- FISHER, D. G. "Process Control: An Overview and Personal Perspective", *The Canadian Journal of Chemical Engineering*, vol. 69, p. 5-26, 1991.
- FLYNN, D.; HOGG, B. W. and SWIDENBANK, E. "Expert Adaptive Control Applied to Turbogenerator Systems", *IEE Proceedings - Control Theory Applications*, vol. 144, p. 2-7, 1997.

- FROISY, J. B. "Model Predictive Control: Past, Present and Future", *ISA Transactions*, vol. 33, p. 235-243, 1994.
- FURUTA, K.; KOSUGE, K. and KOBAYASHI, K. "VSS-Type Self-Tuning Control of Direct-Drive Motor", *Proceedings of IECON'89*, p. 281-286, 1989.
- GAWTHROP, P. J. and LIM, K. W. "Robustness of Self-tuning Controllers", *IEE Proceedings Part D*, vol. 129, nº 1, p. 21-29, 1982.
- GOODWIN, G. C.; R., GEVERS M. and NINNESS, B. "Quantifying the Error in Estimated Transfer Functions with Application to Model Order Selection", *IEEE Transactions on Automatic Control*, vol. 37, nº 7, p. 913-928, 1992.
- GOREZ, R.; WERTZ V. and ZHU, K. "On a Generalized Predictive Control Algorithm", *Systems & Control Letters*, nº 9, p. 369-377, 1987.
- HABER, R. and UNBEHAUEN, H. "Structure Identification of Nonlinear Dynamic Systems - A Survey on Input/Output Approaches", *Automatica*, vol. 26, p. 651-677, 1990.
- HANG, C. C. and CHIN, D. "Reduced Order Process Modeling in Self-tuning Control", *Automatica*, vol. 27, nº 3, p. 529-534, 1991.
- JEN, Y. and LEE, C. "Robust Speed Control of a Pump-Controlled Motor System", *IEE Proceedings Part D*, vol. 139, nº 6, p. 503-510, 1992.
- JOHANSSON, R. "*System Modeling Identification*", Prentice-Hall, Englewood Cliffs, NJ, 1993.
- KWOK, K. Y. and SHAH, S. L. "Long-Range Predictive Control with a Terminal Matching Condition", *Chemical Engineering Science*, vol. 49, nº 9, p. 1287-1300, 1994.

- KWONG, G. K.; KWOK, K. E.; FINEGAN, B. A. and SHAH, S. L. "Clinical Evaluation of Long Range Adaptive Control for Mean Arterial Blood Pressure Regulation", *Proc. of the American Control Conference*, Seattle, Washington, p. 786-790, 1995.
- LANDAU, I. D. "Evolution of Adaptive Control", *Journal of Dynamic Systems, Measurement, and Control*, vol. 115, p. 381-391, 1993.
- LELIC, M. A. and ZARROP, M. B. "Generalized Pole-Placement Controller, Part 1. Basic Algorithm", *International Journal of Control*, vol.46, nº 2, p. 547-568, 1987.
- LIM, C. M. and HIYAMA, T. "Application of a Self-Tuning Control Scheme to a Power System with Multi-Mode Oscillations", *International Journal of Electric Power System Research*, vol. 24, nº 2, p. 91-98, 1992.
- LIM, C. M. "A Self-Tuning Stabilizer for Excitation or Governor Control of Power Systems", *IEEE Transactions on Energy Conversion*, vol. 4, nº 2, p. 152-159, 1989.
- LIM, C. M. "Experimental Evaluation of a Self-Tuning Controller", *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, vol. 37, nº 3, p. 193-194, 1990.
- LJUNG, L. and GUO, L. "Estimating the Total Error from Standard Model Validation Tests", *Proc. 13th IFAC Triennial World Congress*, San Francisco, USA, p. 133-138, 1996.
- LJUNG, L. and GUO, L. "The Role of Model Validation for Assessing the Size of the Unmodeled Dynamics", *IEEE Transactions on Automatic Control*, vol. 42, nº 9, p. 1230-1239, 1997.
- MAHFOUF, M.; LINKENS, D. A. and ASBURY, A. J. "Generalised Predictive Control (GPC) A Powerfull Control Tool in Medicine", *IEE Proceedings - Control Theory Applications*, vol. 144, p. 8-14, 1997.

- MALIK, O. P.; HOPE, G. S. and CHENG, S. J. "Some Issues on the Practical Use of Recursive Least Squares Identification in Self-Tuning Control", *International Journal of Control*, vol. 53, nº 5, p. 1021-1033, 1991.
- MCÍNTOSH, A. R.; FISHER, D. G. and SHAH, S. L. "Performance Tuning of Adaptive Generalized Predictive Control", *Proc. 11th IFAC World Congress*, Tallin, Estonia, URSS, vol. 4, p. 174-179, 1990.
- MCÍNTOSH, A. R.; SHAH, S. L. and FISHER, D. G. "Analysis and Tuning of Adaptive Generalized Predictive Control", *The Canadian Journal of Chemical Engineering*, vol. 69, p. 97-110, 1991.
- MOHTADI, C. "*Studies in Advanced Self-Tuning Algorithms*", D. Phil Thesis, University of Oxford, 1987.
- NARENDRA, K. S. "Parameter Adaptive Control - The End ... or the Beginning", *Proceedings of 33rd Conference on Decision and Control*, Lake Buena Vista, FL, p. 2117-2125, 1994.
- OLIVEIRA, G. H. C. "*Controlador Preditivo Generalizado: Alocação de Pólos, Robustez e Aplicação em Sistemas Flexíveis*", Dissertação de Mestrado, UNICAMP, 1992.
- PALSSON, O. P.; MADSEN, H. and SØGAARD, H. T. "Generalized Predictive Control for Non-Stationary Systems", *Automatica*, vol.30, nº 12, p. 1991-1997, 1994.
- PAN, J. and LEVINE, W. S. "Theoretical and Experimental Study of Order Estimation", *Technical Research Report*, TR92-31, University of Maryland at College Park, also available in <http://www.isr.umd.edu/isr/searchtr.html>, 1992.
- PENG, L.; FISHER, D. G. and SHAH, S. L. "Tuning Generalized Predictive Control Using a Pole-Placement Criterion", *Proc. of American Control Conference*, p. 2391-2395, 1992.

- PEREIRA, W. F. A. “Projeto e Avaliação do Controlador Preditivo Generalizado Sujeito a Restrições via Métodos de Otimização de Pontos Interiores”, Dissertação de Mestrado, Universidade Federal de Santa Catarina, 1997.
- PIKE, A. W.; GRIMBLE, M. J.; JOHNSON, M. A., ORDYS, A. W. and SHAKOOR, S. “Predictive Control”. In: “*The Control Handbook*” (W. S. LEVINE, Ed.), CRC Press & IEEE Press, p. 805-814, 1996.
- ROUX, G.; DAHHOU, B. and QUEINNEC, I. “Modelling and Estimation Aspects of Adaptive Predictive Control in a Fermentation Process”, *Control Eng. Practice*, vol. 4, nº 1, p. 55-66, 1996.
- SCHMIDT, R. N. and MODARRESEZADEH, M. “A Case for the Adaptive, Predictive Multiloop Controller”, *Instrumentation & Control Systems*, vol. 68, nº 8, p. 59-63, 1995.
- SEBORG, D. E.; EDGAR, T. F. and SHAH, S. L. “Adaptive Control Strategies for Process Control: A Survey”, *AIChE Journal*, vol. 32, nº 6, p. 881-913, 1986.
- SILVA, A. C.; SANTOS, J. E. S. e COELHO, A. A. R. “Avaliação de Algoritmos de Controle Auto-Ajustável em um Processo de Nível”, *XIII Congresso Regional de Iniciação Científica e Tecnológica em Engenharia*, Porto Alegre, RS, 1997.
- SILVA, A. C.; SANTOS, J. E. S. e COELHO, A. A. R. “Projeto e Robustez de Estratégias de Controle Preditivo: Estudo de Caso em Regulação de Nível”, *XII Congreso Chileno de Ingeniería Eléctrica*, Temuco, Chile, vol. II, p. 467-472, 1997.
- SILVA, A. C.; SANTOS, J. E. S. e COELHO, A. A. R. “Regulação Auto-Ajustável de Nível com Base em Estratégias de Controle Preditivo”, *XIV Congresso Brasileiro de Engenharia Mecânica*, 1997.

- SILVA, A. C.; SANTOS, J. E. S. e COELHO, A. A. R. "Robustness and Implementation Aspects of Single-Step-Ahead Self-Tuning Controllers: Two Case Studies", *Controlo '98*, Coimbra, Portugal, 1998.
- SKOGESTAD, S. and POSTLETHWAITE, I. "*Multivariable Feedback Control - Analysis and Design*", John Wiley & Sons, New York, 1996.
- SÖDESTROM, T. "On Model Structure Testing in System Identification", *International Journal of Control*, vol. 26, nº 1, p. 1-18, 1977.
- TAUBE, B. "Clearness of Tuning Possibilities in Long-Range Predictive Control (LRPC)", *Proceedings of 30th Conference on Decision and Control*, Brighton, England, p. 2726-2728, 1991.
- UNBEHAUEN, H. and GÖHRING, B. "Tests for Determining Model Order in Parameter Estimation", *Automatica*, vol. 10, p. 233-244, 1974.
- WANG, Y. and TAN, J. "Predictive Control Development for Non-Minimum Phase Processes with Application in Food Manufacturing", *Proc. of the American Control Conference*, Seattle, Washington, p. 1215-1219, 1995.
- WELLSTEAD, P. E. and ROJAS, R. A. "Instrumental Product Moment Model-Order Testing: Extensions and Applications", *International Journal of Control*, vol. 35, nº 6, p. 1013-1027, 1982.
- WELLSTEAD, P. E. and ZARROP, M. B. "*Self-Tuning Systems. Control and Signal Processing*", John Wiley & Sons, New York, 1991.
- WERTZ, V.; GOREZ, R. and ZHU, K. "Application to the Control of Processes with Uncertain Dead-Time", *Proceedings 26th Conference on Decision and Control*, p. 2168-2173, 1987.

WITTENMARK, B. and ÅSTRÖM, K. J. "Practical Issues in the Implementation of Self-tuning Control", *Automatica*, vol. 20, nº 5, p. 595-605, 1984.

WU, W.-T.; CHEN, K.-C. and JANG, Y.-J. "Robustness Index for Adaptive Control Based on Pole-zero Placement", *Int. Journal of Systems Sci.*, vol. 20, nº 10, p. 1967-1978, 1989.