

UNIVERSIDADE FEDERAL DE SANTA CATARINA
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA DE PRODUÇÃO

MODELAGEM CLÁSSICA E BAYESIANA: UMA EVIDÊNCIA EMPÍRICA
DO PROCESSO INFLACIONÁRIO BRASILEIRO

TESE SUBMETIDA A UNIVERSIDADE FEDERAL DE SANTA CATARINA PARA
OBTENÇÃO DO GRAU DE DOUTOR EM ENGENHARIA DE PRODUÇÃO



0.207.492-7

UFSC-BU

Maria Emilia Camargo

Florianópolis, dezembro de 1992

MODELAGEM CLÁSSICA E BAYESIANA: UMA EVIDÊNCIA EMPÍRICA DO
PROCESSO INFLACIONÁRIO BRASILEIRO

MARIA EMILIA CAMARGO

Esta tese foi julgada adequada para a obtenção do título de

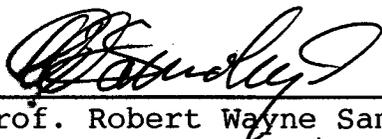
DOUTOR EM ENGENHARIA DE PRODUÇÃO

e aprovada em sua forma final pelo programa de Pós-Graduação.



Prof. Neri dos Santos, Dr.
Coordenador do Curso

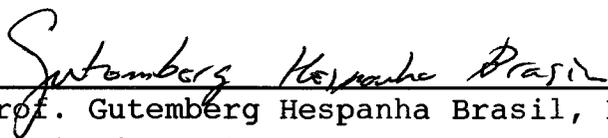
BANCA EXAMINADORA:



Prof. Robert Wayne Samohyl, Ph.D.
Orientador



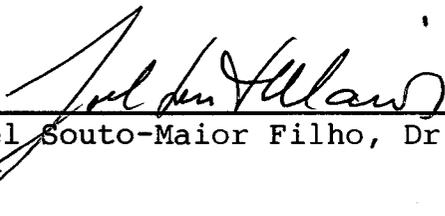
Prof. Ramachandran Radhramanan, Ph.D.
Examinador externo



Prof. Gutemberg Hespanha Brasil, Ph.D.
Examinador externo



Prof. Edgar Augusto Lanzer, Ph.D.



Prof. Joel Souto-Maior Filho, Dr.
Moderador

"A fé em Deus, o sacrifício, a vontade de vencer e a esperança, são as armas para se chegar a vitória".

AGRADECIMENTOS

Esta tese representa, apenas, um dos pré-requisitos para a obtenção do grau de Doutor em Engenharia de Produção. Neste sentido, um longo caminho foi percorrido, em todos os trechos houve, sem dúvidas, inúmeras e valiosas contribuições. Tentar citar àqueles que direta ou indiretamente participaram desta jornada é, praticamente, impossível.

Entretanto, por uma questão de justiça, gostaria de agradecer especialmente:

Ao Professor Doutor Robert Wayne Samohyl, mais que um seguro orientador, um amigo sincero, pela eficiente orientação, segurança e confiança que soube transmitir e pelo incentivo sem o qual este trabalho não teria sido realizado.

Ao Professor Doutor Gutemberg Hespanha Brasil pelo apoio, dedicação e valioso acompanhamento, através de correções, sugestões e incentivo dispensados durante a elaboração deste trabalho e participação da banca examinadora.

Ao Professor Doutor Ramachandran Radharamanan, pelo in-

centivo e pela participação da banca examinadora.

Ao Professor Doutor Reinaldo Castro Souza, meu grande incentivador para a realização do Curso de Doutorado.

Aos Professores Doutores Edgar Augusto Lanzer e Joel Souto-Maior Filho pela participação da banca examinadora.

Ao Programa de Engenharia de Produção através de seu Coordenador Professor Doutor Neri dos Santos.

À CAPES, instituição da qual fui bolsista.

Aos professores e funcionários do Programa de Pós-Graduação em Engenharia de Produção e Sistemas da Universidade Federal de Santa Catarina - UFSC.

Finalmente, um agradecimento especial, com muito carinho e amor, à minha mãe Angela, meu esposo Osvaldo e minhas filhas Angela Isabel, Mariane e Tiane para os quais dedico este trabalho de pesquisa.

RESUMO

Este trabalho de tese tem por objetivo, em essência, realizar uma investigação empírica sobre o comportamento do processo inflacionário, procurando verificar as relações entre oferta monetária, preços, salários, taxa de juros, taxas de câmbio, dívida federal e uso da capacidade instalada (hiato do produto) no período de janeiro 1971 a dezembro 1991, bem como detectar as mudanças estruturais ocorridas e investigar se os choques de oferta que influenciam na direção de causalidade entre as variáveis no período amostral analisado, através da utilização das modelagens Clássica e Bayesiana. Para análise de séries temporais também foi proposto um algoritmo de monitoração dos dados que permite detectar "outliers" nas séries temporais que podem provocar mudanças na direção de causalidade de variáveis econômicas. Através do algoritmo o período amostral de análise foi separado em dois sub-períodos importantes para a economia brasileira, ou seja, os períodos pré e pós década de 70. Das dez variáveis analisadas para os dois sub-períodos amostrais somente três não apresentaram mudanças de direção de causalidade, ou seja, a Base Monetária,

a Taxa de Juros e a Dívida Pública Federal, que permaneceram exógenas nos dois sub-períodos em relação aos preços, mostrando que essas variáveis são importantes na determinação de um plano de contenção da inflação.

ABSTRACT

The principal objective of this thesis is to empirically investigate the behavior of the inflationary process in Brazil, attempting to verify the relationships among the money supply, the price level, wages, interest rates, exchange rates, the government debt, and the GNP GAP for the period January, 1971 to December, 1991. Furthermore, an attempt is made to detect structural changes in the time series and investigate the direction of causality using both Bayesian and Classical methods. As part of the time series analysis, a monitoring algorithm is proposed that permits the analysis of outliers that provoke changes in the direction of causality among the economic variables analyzed. The algorithm separates the time series in two sub-periods, before and after 1980. For the ten variables analyzed, only three presented no change in causality remaining exogenous for the two sub-periods in relation to the inflation rate: the monetary base, interest rates and the government debt. The principal conclusion is therefore that exogenous variables would be important in any plan to reduce inflation.

ÍNDICE

LISTA DE FIGURAS	xiii
LISTA DE TABELAS	xv
LISTA DE APÊNDICES	xvi
CAPÍTULO I - INTRODUÇÃO	1
I.1 - DESCRIÇÃO DOS OBJETIVOS DO PROJETO	2
I.1.1 - Objetivo Geral	2
I.1.2 - Objetivos Específicos	3
I.2 - HIPÓTESES	3
I.3 - Metodologia	4
I.3.1 - Banco de Dados	4
I.3.2 - Técnicas para monitoração dos dados ...	5
I.3.3 - Metodologias utilizadas para Modelagem	5
I.4 - Estrutura da Tese	5
CAPÍTULO II - DISCUSSÃO ECONÔMICA	7
II.1 - Política Monetária	7
II.2 - Política Cambial	8
II.3 - Política Salarial	8
II.4 - Taxas de Juros	9
II.5 - Hiato do Produto	9
II.6 - Dívida Pública	10
II.7 - Trajetória da Inflação no Brasil	10
II.7.1 - Período de 1946 a 1958	10
II.7.2 - Período de 1959 a 1963	10
II.7.3 - Período de 1964 a 1967	11
II.7.4 - Período de 1968 a 1973	11
II.7.5 - Período de 1974 a 1979	12
II.7.6 - Período de 1980 a 1985	12
II.7.7 - Período de 1986 a 1991	13
II.8 - Planos Econômicos ocorridos a partir de 1986 ...	15
II.8.1 - Plano Cruzado	15
II.8.2 - Plano Bresser	16
II.8.3 - Plano Verão	18
II.8.4 - Plano Collor I	18
II.8.5 - Plano Collor II	19

CAPÍTULO III - REVISÃO DA LITERATURA	20
III.1 - Enfoque de Séries Temporais	20
III.2 - Enfoque Econômico	22
CAPÍTULO IV - MÉTODOS DE MODELAGEM	33
IV.1 - Processos Estocásticos	33
IV.2 - Função de Autocovariância, Autocorrelação e Autocorrelação Parcial	34
IV.3 - Modelos Univariados de Box & Jenkins	37
IV.3.1 - Introdução	37
IV.3.2 - Modelo Geral	37
IV.4 - Modelos Bayesianos Univariados	40
IV.4.1 - Modelos Lineares Dinâmicos (MLD's) ...	40
IV.4.2 - Modelos Bayesianos Normais com Des conto	41
IV.5 - Modelagem Estrutural Clássica e Bayesiana	43
IV.5.1 - Introdução	43
IV.5.2 - Modelo Estrutural	44
IV.5.3 - Formulação em Espaço de Estado	48
IV.5.4 - Tratamento dos Hiperparâmetros	50
IV.5.5 - Estimação dos Parâmetros	52
IV.6 - Modelos de Função de Transferência	56
IV.6.1 - Introdução	56
IV.6.2 - Modelos de Função de Transferência com Entrada Simples	57
IV.6.2.1 - Função de Correlação Cruzada.....	59
IV.6.3 - Modelos de Função de Transferência de Box & Jenkins com Múltiplas En- tradas	59
IV.6.4 - Modelos de Função de Transferência Sazonal de Box & Jenkins	61
IV.6.5 - Identificação dos Modelos de Função de Transferência com Entrada Sim- ples- Procedimento de Box & Jenkins ...	62
IV.6.6 - Identificação dos Modelos de Função de Transferência com Múltiplas En- tradas- Procedimento de Liu & Hans- sens	67
IV.6.7 - Estimação dos Parâmetros dos Mode- los de Função de Transferência	72
IV.6.8 - Verificação do Modelo de Função de Transferência (MFT)	74
IV.6.8.1 - Testes de Adequação	77
IV.6.9 - Previsão com Erro Quadrático Mínimo ..	79
IV.6.10 - Função de Transferência de Harvey e de Harrison	80

IV.6.10.1 - Variáveis Exógenas	80
IV.6.10.2 - Variáveis de Interven- ção	81
IV.7 - Modelos de Intervenção	82
IV.7.1 - Modelos dinâmicos para intervenção	83
IV.7.2 - Efeitos da intervenção	86
IV.7.3 - Estrutura da Função de Transferência ..	87
IV.7.4 - Estimacão e teste do efeito de inter- venção	88
IV.7.4.1 - Teste de t de Student	88
IV.8 - Critérios de Ajustamento e Previsão	92
IV.8.1 - Critérios de Ajustamento	93
IV.8.2 - Critérios de Previsão	97
 CAPÍTULO V - CAUSALIDADE	 99
V.1 - Caracterizacão	101
V.2 - Testes de Causalidade	106
 CAPÍTULO VI - TÉCNICAS DE MONITORAÇÃO DE DADOS	 111
VI.1 - CUSUM (Sommas Cumulativas)	111
VI.2 - Método de Trigg e Leach	112
VI.3 - Método de Chow	113
VI.4 - Fator de Bayes	114
VI.5 - ALGORITMO DE MONITORAÇÃO	115
VI.5.1 - Descriçao do algoritmo de monitora- çao	117
 CAPÍTULO VII - ANÁLISE EMPÍRICA DO PROCESSO INFLACIONÁ- RIO	 124
VII.1- Introduçao	124
VII.2- Verificar a estrutura de séries econômicas sem colocar restriçoes a priori, através do algoritmo de monitoraçao proposto	125
VII.3- Verificar se os choques de oferta alteram as relaçoes de causa e efeito de variáveis econô- micas no tempo	128
VII.4- Verificar a contribuiçao das diversas metodo- logias para o entendimento do sistema econô- mico.....	134
VII.4.1- Representaçao do melhor modelo para o comportamento inflacionário para os dois sub-períodos analisados	135
VII.4.1.1- Período de janeiro de 1971 a dezembro de 1979	136
VII.4.1.2- Período de janeiro de 1980 a dezembro de 1991 ...	143

VII.5-	Verificar se os efeitos externos são detectados automaticamente pelos modelos de intervenção	154
VII.5.1-	Política Monetária	154
VII.5.2-	Política Cambial	156
VII.5.3-	Política Salarial	156
VII.5.4-	Taxas de Juros	157
VII.5.5-	Hiato do Produto	157
VII.5.6-	Dívida Pública	158
VII.5.7-	Indicador da Inflação (IGP-DI)	158
VII.6-	Verificar a natureza inercial da Inflação Brasileira	161
VII.7-	Verificar a capacidade preditiva do modelo através de projeções de 12 períodos mensais.....	164
CAPÍTULO VIII -	CONCLUSÃO E SUGESTÕES	166
VIII.1-	Sugestões	168
REFERÊNCIAS	BIBLIOGRÁFICAS	169

LISTA DE FIGURAS

FIGURA 1	- Esquema ilustrativo dos modelos de função de transferência	56
FIGURA 2	- Representação de um modelo dinâmico de intervenção	83
FIGURA 3	- Fluxograma do Algoritmo de Monitoração.....	116
FIGURA 4	- Atualização sequencial do modelo para o IGP-DI	137
FIGURA 5	- Representação da tendência, incluindo o efeito das variáveis exógenas e de intervenção	138
FIGURA 6	- Representação do fator de crescimento do IGP-DI no período de janeiro de 1971 a dezembro de 1979	138
FIGURA 7	- Representação dos Fatores Sazonais	139
FIGURA 8	- Coeficiente da variável exógena Base Monetária	139
FIGURA 9	- Coeficiente da variável exógena Dívida Federal	140
FIGURA 10	- Coeficiente da variável exógena Taxa de Juros	140
FIGURA 11	- Efeito da variável exógena Base Monetária ...	141
FIGURA 12	- Efeito da variável exógena Dívida Federal ...	141
FIGURA 13	- Efeito da variável exógena Taxa de Juros	142
FIGURA 14	- Estimador sequencial da variância observacional	142
FIGURA 15	- Atualização sequencial do modelo para o IGP-DI	145
FIGURA 16	- Representação da tendência, incluindo o efeito das variáveis exógenas e de intervenção	146
FIGURA 17	- Representação do fator de crescimento do IGP-DI no período de janeiro de 1980 a dezembro de 1991	146
FIGURA 18	- Representação dos Fatores Sazonais	147
FIGURA 19	- Coeficiente da variável exógena Taxa de Juros	147
FIGURA 20	- Coeficiente da variável exógena Salário	148
FIGURA 21	- Coeficiente da variável exógena Base Mone-	

	tária	148
FIGURA 22 -	Coefficiente da variável exógena Taxa de Câmbio	149
FIGURA 23 -	Coefficiente da variável exógena Dívida Federal	149
FIGURA 24 -	Efeito da variável exógena Taxa de Juros	150
FIGURA 25 -	Efeito da variável exógena Salário	150
FIGURA 26 -	Efeito da variável Base Monetária	151
FIGURA 27 -	Efeito da variável exógena Taxa de Câmbio ...	151
FIGURA 28 -	Efeito da variável exógena Dívida Federal ...	152
FIGURA 29 -	Estimador seqüencial da variância observacional	152

LISTA DE TABELAS

TABELA 1	- Relação de causalidade através de correlações cruzadas para o período de janeiro de 1971 a dezembro de 1979	129
TABELA 2	- Relação de causalidade através de correlações cruzadas para o período de janeiro de 1980 a dezembro de 1991	130
TABELA 3	- Distribuição à posteriori dos parâmetros do modelo univariado com intervenção para o IGP-DI em dez/79	143
TABELA 4	- Distribuição à posteriori dos parâmetros do modelo univariado com intervenção para o IGP-DI em dez/91	153
TABELA 5	- Tipos de Intervenção detectadas para a variável M1	154
TABELA 6	- Tipos de Intervenção detectadas para a variável M2	155
TABELA 7	- Tipos de Intervenção detectadas para a variável M3	155
TABELA 8	- Tipos de Intervenção detectadas para a variável M4	155
TABELA 9	- Tipos de Intervenção detectadas para a variável Base Monetária	155
TABELA 10	- Tipos de Intervenção detectadas para a variável Taxa de Câmbio	156
TABELA 11	- Tipos de Intervenção detectadas para a variável Salário - ABDIB	156
TABELA 12	- Tipos de Intervenção detectadas para a variável Taxa de Juros	157
TABELA 13	- Tipos de Intervenção detectadas para a variável Uso da Capacidade Instalada	157
TABELA 14	- Tipos de Intervenção detectadas para a variável Dívida Federal	158
TABELA 15	- Tipos de Intervenção detectadas para a variável IGP-DI	158
TABELA 16	- Valores previstos e observados para o IGP-DI no período de janeiro a dezembro de 1992	165

LISTA DE APÊNDICE

APÊNDICE -1 - Filtro de Kalman	177
APÊNDICE -2 - Fatores de Desconto	182
APÊNDICE -3 - Gráficos das séries originais	184
APÊNDICE -4 - Modelos e critérios de ajustamento para as séries econômicas em estudo para o pe ríodo de janeiro de 1971 a dezembro de 1991	190

CAPÍTULO I - INTRODUÇÃO

A redução do poder aquisitivo da moeda, identificada como inflação, é um dos mais antigos fenômenos econômicos. As teorias explicativas da Inflação são numerosas, mas são poucas as conclusões definitivas quanto às suas causas e consequências (CAMARGO, 1979).

A multiplicidade de teorias sobre a Inflação resulta de não haver uma teoria capaz de explicar todas as inflações que têm ocorrido nos diversos países, através da história. Para explicar os movimentos inflacionários, os economistas têm formulado diversas teorias, pois uma que parece plausível para determinada situação real pode ser totalmente inadequada para outra. As causas da Inflação podem, a qualquer tempo, diferir de um país para outro, em decorrência de seus níveis de desenvolvimento, do poder de negociação de suas organizações, do grau de concorrência observada em suas várias indústrias e da maior ou menor significação do comércio internacional no conjunto de suas atividades econômicas (SHAPIRO, 1976).

Os estudiosos geralmente desejam fazer afirmações sobre

o comportamento de variáveis macroeconômicas, mas nem sempre há uniformidade sobre as opiniões. Na atual conjuntura, em que a crise econômica atinge não só o Brasil, mas o mundo em geral, os fatos econômicos são temas bastante discutidos tanto entre os estudiosos como entre leigos, pois são fenômenos que afetam a todos gerando intranquilidade social e instabilidade política (CAMARGO, 1979).

Colocando-se as questões nestes termos, compreende-se a importância de se estabelecer um método de estudo objetivo e impessoal, que tenha suficiente aproximação e esclareça o fenômeno no quadro realista da conjuntura econômica correspondente às circunstâncias da etapa em que se vive do desenvolvimento econômico. Assim, através da Metodologia de Séries Temporais, vislumbra-se a possibilidade de se poder considerar com objetivismo e imparcialidade a dinâmica real do universo econômico em que o problema se põe, isto é, o comportamento de variáveis Macroeconômicas Brasileiras.

I.1 - DESCRIÇÃO DOS OBJETIVOS

I.1.1 - Objetivo Geral

Realizar uma investigação empírica sobre o comportamento do processo inflacionário, procurando verificar as relações entre oferta monetária, preços, salários, taxa de juros, taxa

de câmbio, dívida federal e uso da capacidade instalada (hiato do produto) no período de janeiro 1971 a dezembro 1991, bem como detectar as mudanças estruturais ocorridas procurando verificar se os choques de oferta influenciam na direção de causalidade entre as variáveis consideradas no período amostral analisado.

I.1.2 - Objetivos Específicos

- Construir um algoritmo para monitoração de dados de séries temporais.
- Verificar a estrutura das séries econômicas sem colocar restrições a priori, através do algoritmo de monitoração proposto.
- Verificar se os choques de oferta alteram as relações de causa e efeito das variáveis econômicas no tempo.
- Verificar a contribuição das diversas metodologias para o entendimento do sistema econômico.
- Verificar se os efeitos externos são detectados automaticamente pelos modelos de intervenção.
- Verificar a natureza inercial da inflação brasileira com a inclusão no modelo de variáveis como: oferta monetária, taxa de câmbio, um indicador de salários e taxa de juros, através da Metodologia de Box-Jenkins para o período de janeiro de 1980 a dezembro de 1991, bem como a elasticidade das variáveis exógenas.
- Verificar a capacidade preditiva do modelo, para o período de janeiro a dezembro de 1992.

I.2 - HIPÓTESES

O comportamento dos salários contribui para explicar o

comportamento da inflação.

As mudanças estruturais causam mudanças na direção da causalidade das variáveis.

A política monetária é essencialmente ativa no sub-período de 1980 a 1991.

A base monetária e os meios de pagamento são exógenos no período analisado.

I.3 - Metodologia

I.3.1 - Banco de Dados

Num estudo com variáveis econômicas é necessário, antes de tudo, que estas estejam disponíveis em um arquivo, com fácil acesso e atualização mensal. Foi criado um banco de dados com todas as séries necessárias ao desenvolvimento da presente tese, com a finalidade de facilitar a utilização das variáveis nos modelos.

Apesar de existir uma preocupação em obter-se as informações diretamente das fontes primárias, a maior parte delas foi coletada através da Revista Conjuntura Econômica da Fundação Getúlio Vargas, e do Boletim do Banco Central.

Após a coleta das informações, abrangendo o período amostral de janeiro de 1971 a dezembro de 1991, foi construído um Banco de dados, utilizando-se software apropriado.

I.3.2 - Técnicas para monitoração dos dados

As técnicas para monitoração dos dados que foram apresentadas nesta tese são: Somas Cumulativas (CUSUM); Teste de Trigg e Leach; Teste de Chow; Fator de Bayes, bem como o Algoritmo de Monitoração proposto pela autora.

I.3.3 - Metodologias utilizadas para a Modelagem

Foram utilizadas as seguintes metodologias:

1. Metodologia de Box & Jenkins: Univariada e Função de Transferência;
2. Metodologia Bayesiana: Modelos Lineares Dinâmicos;
3. Metodologia Estrutural: Clássica e Bayesiana.

I.4 - Estrutura da Tese

O capítulo II aborda a discussão econômica sobre o processo inflacionário brasileiro. No capítulo III apresenta-se uma revisão da literatura com enfoque na área econômica e em séries temporais. O capítulo IV trata do detalhamento teórico dos métodos de modelagem. O capítulo V apresenta um referencial teórico sobre causalidade e no capítulo VI, apresenta-se algumas técnicas de monitoração de dados, bem como o algoritmo de monitoração que é um dos objetivos desta tese. No capítulo VII encontra-se a análise das variáveis econômicas utilizadas

nesta tese para explicar o comportamento inflacionário brasileiro em função dos objetivos propostos. O capítulo VIII apresenta as conclusões e propostas para futuras pesquisas.

CAPÍTULO II - DISCUSSÃO ECONÔMICA

Entre os vários problemas, de ordem econômica e social, que têm preocupado o povo brasileiro há um que se destaca, de modo tocante como sendo, no consenso geral, o maior co-responsável pelo estado de inquietação e incerteza no futuro, que se configura na presente conjuntura econômica, denominado inflação. Assim, este capítulo procurará definir as variáveis que serão utilizadas para representar a política monetária, a política cambial, taxas de juros, hiato do produto, dívida pública, bem como descrever a trajetória da inflação no Brasil e dos planos de estabilização implantados após a Nova República.

II.1 - Política Monetária

Para identificar a influência, ou seja, os efeitos da política monetária no período de 1971 a 1991, no processo inflacionário brasileiro, foi analisada a evolução da oferta monetária, através da comparação das variações percentuais dos meios de pagamento (M1, M2, M3, M4)¹ e da base monetária com

- 1 - M1 = papel-moeda em poder do público + depósitos à vista
- M2 = M1 + títulos federais
- M3 = M2 + depósitos de poupança
- M4 = M3 + depósitos a prazo

as taxas de expansão dos preços, medidos através do Índice Geral de Preços-Disponibilidade Interna (IPA-DI).

II.2 - Política Cambial

A taxa de câmbio cr\$/us\$ é um dos mais importantes preços administrados pelo governo, devido à sua influência sobre as contas do balanço de pagamentos, sobre os ativos e passivos indexados ao dólar e sobre o comportamento dos preços internos. Não existe uma fórmula ou índice oficialmente vinculado à correção do valor nominal da taxa média ponderada de câmbio.

Nesta tese, foi utilizada a variação percentual da taxa média ponderada de câmbio oficial fornecida pela Fundação Getúlio Vargas.

II.3 - Política Salarial

A relação salarial no Brasil define a taxa de salários, por um lado, pela mobilização e luta sindical e, por outro, pela política salarial oficial. O resultado desses dois movimentos é algum grau de indexação dos salários à variação dos preços. Nesta tese para focar a política salarial no processo inflacionário foi utilizada a variação percentual mensal do salário médio da ABDIB (Associação Brasileira para o

Desenvolvimento das Indústrias de Base) no período amostral de janeiro de 1971 a dezembro de 1991.

II.4 - Taxas de Juros

O Brasil tem apresentado, ao longo dos últimos anos, uma das maiores taxas de juros do mundo. Tal situação constitui um dos maiores entraves para a retomada do processo de crescimento econômico, pois inibe todos ou praticamente todos os planos de investimento do setor privado. Sendo assim, torna-se necessário incluir uma variável que represente as taxas de juros no estudo do comportamento inflacionário. No período de janeiro de 1971 a dezembro de 1979, utilizou-se a variação percentual mensal da taxa de juros das letras de câmbio e para o período amostral de janeiro de 1980 a dezembro de 1991, utilizou-se a variação percentual mensal da taxa de juros do overnight-ADM.

II.5 - Hiato do Produto

Um dos enfoques mais comuns da Curva de Phillips é o que relaciona o comportamento da taxa de inflação e do hiato do produto. Nesta tese utilizou-se como proxy do hiato do produto a variação percentual mensal do uso da capacidade instalada fornecida pela FIESP (Federação das Indústrias do Estado de São Paulo), no período amostral de janeiro de 1980 a dezembro de 1991, devido a falta de dados mensais para períodos ante-

riores.

II.6 - Dívida Pública

Em um contexto de inflação elevada e instável, como observada no Brasil, todo modelo estocástico utilizado para delinear o comportamento inflacionário deve conter uma variável representativa da dívida pública. Nesta tese utilizou-se a variação percentual mensal do saldo da dívida pública federal em poder do público.

II.7 - Trajetória da Inflação no Brasil ²

II.7.1 - Período de 1946 a 1958

A taxa de inflação desse sub-período é ainda baixa, situando-se em torno de um nível médio aritmético ligeiramente inferior a 15% ao ano. Mantinha-se também sob relativo controle a expansão dos meios de pagamento, cuja taxa média anual de crescimento foi de aproximadamente 18%. Pelas características observadas nesse sub-período, denomina-se inflação de crédito a persistente alta de preços que nele se registrou.

II.7.2 - Período de 1959 a 1963

Nessa fase, a inflação acelerou-se vertiginosamente,

² - Vários números da Revista Conjuntura Econômica)

acompanhada por acentuado aumento dos meios de pagamento e elevação do déficit orçamentário do Tesouro Nacional. A inflação de crédito do período anterior iria então sobrepor-se um crescente surto de inflação fiscal. Esta última denominação é devida à generalizada concepção de que os déficits de caixa da União atuaram como fatores básicos da expansão vertiginosa da oferta monetária nessa fase.

II.7.3 - Período de 1964 a 1967

Em 1964, o governo elegeu o controle inflacionário como objetivo prioritário da política econômica. Em decorrência dessa opção política, conteve a expansão dos meios de pagamento e reduziu a taxa de déficit resultante da execução financeira do orçamento da União, debelando assim o foco fiscal da inflação do período anterior, ao mesmo tempo em que passou a exercer severo controle dos salários e de outros importantes componentes do custo da oferta global.

II.7.4 - Período de 1968 a 1973

Neste período, a inflação manteve-se sob controle, situando-se inicialmente em torno de 20% e depois recuando para posições ligeiramente inferiores a 20% (anos de 1970 e 1971) e ligeiramente superiores a 15% (anos de 1972 e 1973). Nesse período o Produto Interno Bruto (PIB) cresceu na faixa de 14%.

II.7.5 - Período de 1974 a 1979

Registrou uma aceleração inflacionária estrutural, em decorrência do aumento de preços e da conta do petróleo, que quadruplicaram, afetando o balanço de pagamentos. O ponto de estrangulamento ocorrido gerou um aumento generalizado de custos, elevando o patamar da inflação. A inércia criada pela indexação trouxe dificuldades para a sua redução. O controle de demanda não mais funcionou, e os descuidos monetários favoreciam os aumentos de preços. Em 1977, a inflação foi de 45%. Um novo choque de oferta foi registrado com a quebra da safra agrícola, e a inflação passou para 70%. O quadro econômico indicava um déficit em transações correntes, o aumento do endividamento externo, maior oferta monetária interna, déficit global do setor público de 6% do PIB e fortes subsídios creditícios.

II.7.6 - Período de 1980 a 1985

Neste período o País sofre uma maxidesvalorização do cruzeiro e os efeitos do segundo choque do petróleo, cujos preços duplicaram. A política monetária mantinha-se liberal, os salários passaram a ter reajustes de seis em seis meses e as ORTNs (Obrigações Reajustáveis do Tesouro Nacional) vieram a ser empregadas nas operações do mercado aberto, transformadas assim, em quase-moeda indexada. Registrou-se ainda, uma

elevação na expansão monetária e no déficit público. Em 1981, houve um aperto monetário frustrado. O choque da dívida externa, com o aumento dos juros internacionais, fez com que a economia se voltasse para a exportação. Deu-se, então a segunda maxidesvalorização de 30%, gerando um novo aperto nas contas do governo. O déficit público chegou a 17% do PIB, em 1982, com o aumento dos juros internos e o recrudescimento da inflação, que passou de 100% para 200% ao ano em 1985. O conflito distributivo e o déficit consolidaram a inelasticidade para baixo do processo inflacionário. O crescimento da economia no período foi zero. Os saldos da balança comercial, obtidos a partir de produtos necessários ao consumo interno e a redução de juros internos para incentivar o crescimento da economia proporcionaram uma nova escalada da inflação.

II.7.7 - Período de 1986 a 1991

Nesse período houve vários choques heterodoxos, com congelamento de preços, de salários e de câmbio. A emissão monetária entretanto não foi contida. As questões cruciais da economia brasileira são: a dívida externa, a dívida interna e o controle da inflação.

A dívida externa, aliada à falta de investimentos estrangeiros, exige a orientação dos esforços para a exportação,

de forma a se obter saldos positivos no mercado externo. A aquisição das divisas para o pagamento do serviço da dívida é feita através da emissão de moeda. Cresce assim a oferta monetária sem o necessário aumento da oferta interna de produtos. Esse aumento de demanda é contrabalançado pela contenção do crescimento do mercado interno, garantindo os saldos na balança comercial.

O endividamento interno, por sua vez, esgotou a capacidade do sistema monetário de obter financiamento. O crescimento do produto real foi muito pequeno. Dessa forma, o Governo precisa manter taxas de juros reais acima da inflação para diminuir a liquidez. As pressões inflacionárias aumentam, realimentando o processo. O endividamento total do setor público é de aproximadamente, 50% do PIB.

A expectativa do aumento da inflação amplifica a sua componente inercial. Os preços são reajustados pela inflação futura estimada, aplicando-se um fator de correção, individual e aleatório, sobre a elevação passada, que compensa os erros das estimativas dos meses anteriores. A dispersão de preços relativos torna-se grande, e o público perde a noção da medida de valor dos bens através da moeda. A indexação generalizada e o conflito distributivo rapidamente transferem para todo o sistema econômico os efeitos dos choques de oferta e demanda

setoriais.

II.8 - Planos Econômicos ocorridos a partir de 1986 ³

II.8.1 - Plano Cruzado

Em 28 de fevereiro de 1986, fundamentado no caráter inercial da inflação brasileira, o governo optou por um programa de estabilização monetária considerado heterodoxo. Contrariando a ortodoxia baseada na contenção dos meios de pagamento, o choque heterodoxo compreendeu um conjunto articulado de medidas, das quais as de maior relevância nas áreas da moeda e dos preços foram: criação de uma nova moeda, o cruzado; extinção do cruzeiro; extinção da correção monetária generalizada; congelamento total de tarifas e preços públicos e privados; fixidez da taxa de câmbio do cruzado em relação às divisas externas conversíveis.

Com esse conjunto de medidas de choque, reverteram-se temporariamente as expectativas inflacionárias. A inflação recuou para níveis próximos de zero, quebrando-se seu ímpeto inercial. Com os preços congelados e os ativos financeiros quase-monetários desindexados ocorreu intenso processo de monetização, ampliando-se as pressões sobre o setor real da economia. A demanda por todas as categorias de bens e serviços, de

3 - Vários números da Revista Conjuntura Econômica.

consumo e de produção, tornou-se exacerbada. Em mercados paralelos, à margem do congelamento decretado, os preços efetivos passaram a incorporar ágios, cuja magnitude variou segundo os desajustamentos entre a oferta rígida e a demanda expandida.

No final de 86, os ágios sinalizavam a existência de inflação reprimida. Esta, alimentada pela expansão da oferta de moeda, pela elevação dos níveis de salários e de emprego e pela redução da pressão fiscal sobre a renda corrente, voltou a manifestar-se com vigor ainda maior que o observado antes da adoção do Plano Cruzado. Conseqüentemente, no início de 87, os preços romperam a barreira do congelamento e a inflação acelerou-se a taxas historicamente inusitadas. No início do segundo semestre de 87, as taxas anuais projetadas situavam-se no patamar de quatro dígitos. Um segundo tratamento de choque foi então aplicado, mesclando-se a heterodoxia do congelamento, com tentativas ortodoxas para conter o déficit público e a oferta primária de moeda.

II.8.2 - Plano Bresser

O segundo choque heterodoxo aplicado na economia brasileira no início do segundo semestre de 87 não produziu resultados duradouros. A engenharia econômica do novo choque buscou apoio em instrumentos ortodoxos, de índole fiscal (redução do défi-

cit público) e monetário (controle da base monetária e elevação do patamar real da taxa de juros). Mas o não-cumprimento das metas ortodoxas, somado à reinstalação de processo inercial de alta de preços, tornaram efêmeros os resultados iniciais alcançados. A inflação recuou para índices mensais de um dígito apenas em agosto e setembro. No último trimestre de 87 acelerou-se, em trajetória crescente que se estendeu por todo o ano de 88. As taxas mensais saltaram para patamares de 15%, depois 20%, caminhando no final de 88 para 30% (28,7% em dezembro). Segundo o Banco Central (Relatório Anual de 1988), no ano de 1988, os índices de preços registraram acelerado ritmo inflacionário, configurando, ao contrário dos dois anos anteriores, plena liberdade e flexibilidade dos preços na economia. Observou-se, em 1988, a recomposição de custos e preços relativos que se tem tornado sistemática após cada período de congelamento. Contribuíram, também, para a aceleração inflacionária a sempre presente expectativa de novo congelamento (com os agentes econômicos praticando reajustes defensivos), a indexação generalizada dos preços, bem como a política de realismo tarifário e de eliminação dos subsídios. Por outro lado, no mercado agrícola, a alta internacional das culturas de exportação, refletindo-se internamente, exerceu também considerável pressão sobre os índices de preços.

muito profundo. Outras referências importantes são os livros de NELSON (1973), GRANGER & NEWBOLD (1977), MORETTIN & TOLOI (1985), FARNAUM & STANTON (1989), o artigo de BOX & TIAO (1975) sobre análise de intervenção e suas aplicações, a monografia sobre modelos univariados de Box & Jenkins apresentada por SOUZA & CAMARGO (1991), e o artigo sobre formulação estrutural uma abordagem clássica e Bayesiana suas semelhanças e dessemelhanças de SOUZA & BRASIL (1988).

ENGLE (1978), introduziu o conceito de modelo estrutural em séries temporais que é uma volta à formulação de uma série via componentes não-observáveis.

Uma discussão sobre a utilização de componentes não-observáveis em séries temporais econômicas pode ser encontrada no livro de NERLOVE et alli (1979).

HARVEY (1981, 1984, 1985, 1989), apresenta fundamentação teórica e realizações práticas sobre a metodologia estrutural clássica, bem como a utilização do Filtro de Kalman.

A classe de modelos Bayesianos de previsão, introduzida por HARRISON & STEVENS (1976), possui vários atrativos; no entanto trazia em sua formulação inicial algumas dificuldades operacionais que foram recentemente superadas. Além disso, como pode-se constatar após um exame da literatura, apenas um

tipo de modelo ficou popularizado: a versão original do Modelo de Crescimento Linear de Estados Múltiplos (MCL - EM).

AMEEN & HARRISON (1984), introduziram os fatores de descontos na formulação Bayesiana, os quais proporcionaram facilidade na especificação da variância do sistema.

HARRISON & JOHNSTON (1984), fizeram a implementação da lei de potência para a estimação on-line da variância V_t .

Outro resultado importante foi apresentado recentemente (1989) por BRASIL, relativo à versão Bayesiana da modelagem de ciclos amortecidos em séries temporais.

WEST & HARRISON (1989), apresentam a fundamentação teórica e aplicações bastante amplas sobre modelos estruturais Bayesianos.⁴

III.2 - Enfoque Econômico

CAGAN (1956), estudou as dinâmicas monetárias da hiperinflação, considerando que os dois ingredientes da hiperinflação são: a decisão de alocação de portfólio por parte dos agentes econômicos, com a especificação de uma equação de demanda de moeda em que a taxa de inflação esperada é um argumento funda-

⁴ - Extensões multivariadas podem ser encontradas em QUINTANA & WEST (1986) e BARBOSA & HARRISON (1989).

mental e um mecanismo que descreva a formação de expectativas, considerando a moeda como exógena.

LEMGRUBER (1974), realizou um estudo cujo objetivo era apresentar as relações entre o modelo de realimentação apresentado por Mario Henrique Simonsen e a teoria da aceleração da inflação, elaborada por Milton Friedman e Edmund Phelps.

CARDOSO (1977), investigou o ordenamento causal entre moeda e renda e entre a taxa de inflação e a taxa de crescimento da oferta de moeda, nos períodos 1954-69 e 1946-74, respectivamente, concluindo que a Moeda (M1) era endógena em relação aos preços (IGP-DI).

CONTADOR (1978), examinou as relações de causalidade entre os meios de pagamento e a inflação e a base monetária e a inflação entre os anos de 1955 e 1976, concluindo que a política monetária foi endógena no conceito de meios de pagamentos M1 e exógena considerando a base monetária.

CAMARGO (1979), estudou os efeitos da Correção Monetária sobre a inflação brasileira, utilizando a metodologia de Box & Jenkins, o modelo encontrado mostrou os efeitos de estabilização da correção monetária, o efeito realimentador da inflação passada, no processo inflacionário no período de janeiro de 1964 a dezembro de 1978, utilizando a variações percen-

tuais mensais das Obrigações Reajustáveis do Tesouro Nacional e o Índice de Preço por Atacado - Disponibilidade Interna.

THURY (1980), analisou o desempenho da previsão dos modelos de função de transferência de entrada simples, utilizando o produto nacional bruto, despesas pessoais do consumidor e empregos, com dados trimestrais no período de 1954 a 1978, para a Áustria. O trabalho detém-se em discriminar adequadamente a causalidade unidirecional e feedback.

BARBOSA (1983), faz um estudo da inflação brasileira no período pós-guerra em relação ao monetarismo versus estruturalismo, concluindo que a política monetária, os choques do petróleo e as más safras agrícolas foram os principais responsáveis pela inflação brasileira no período pós-guerra.

CARDOSO (1983), levanta a hipótese de que a inflação brasileira teria seguido um passeio aleatório a partir de 1968, quando foi introduzido a política de mini-desvalorizações cambiais. Ela apresentou alguns testes econométricos que conduziram a aceitar tentativamente esta hipótese para o período de 1969 a 1982, com dados trimestrais.

MARQUES (1983), estudou a relação de causalidade entre taxa de expansão das variáveis monetárias (meios de pagamento e base monetária) e a taxa de inflação para o período de 1946

a 1981, com dados trimestrais. Utilizou o conceito de causalidade de Granger⁵, e o teste estatístico de Sims⁶. Concluindo que para o período de 1946-1981 existe uma estrutura de realimentação entre a taxa de expansão dos meios de pagamento e a taxa de inflação, enquanto que a taxa de crescimento da base monetária seria exógena, a um nível de significância de 1%, com relação a taxa de inflação e bidirecional a um nível de 5% de significância.

NARAYAN (1983), investigou o relacionamento entre o estado da economia Americana mensurado através do Produto Nacional Bruto e de vários indicadores econômicos, tais como: Performance de vendas, meios de pagamento, taxa da utilização da capacidade de manufatura, horas trabalhadas, variação de índices de preços, taxa de desemprego, contratos de máquinas e equipamentos, variação do total de ativo líquido e índice da construção civil. Foi construído um modelo autoregressivo-médias móveis bivariado para cada um dos indicadores. Foram comparadas as previsões obtidas através dos modelos univariados e os bivariados, concluindo-se que os modelos bivariados são mais representativos.

- ⁵ - GRANGER, C.W.J. Investigating causal relations by econometric models and cross-spectral methods. *Econometrica*, 37: 424-38, July 1969.
- ⁶ - SIMS, C.A. Money, income and causality. *American economic review*, 62: 540-52, Sept. 1972.

NAVARRO (1983), estudou o problema da causalidade entre preços e a moeda na argentina, concluindo que a moeda comporta-se endogenamente.

STOKES (1983), estudou o relacionamento entre variáveis monetárias, taxas de juros e preços no período de 1867 a 1933, com a utilização de modelos de função de transferência, concluindo que existe um relacionamento de feedback entre as variáveis monetárias e a taxa de juros.

CAMARGO et alli (1984), desenvolveram um modelo de intervenção para analisar o comportamento do crescimento econômico e do processo inflacionário no período de janeiro de 1965 a dezembro de 1982, utilizando-se as taxas de crescimento do Produto Interno Bruto e os aumentos percentuais dos Índices de Preços por Atacado Disponibilidade Interna. A análise feita mostra os períodos de aceleração e de desaceleração do crescimento econômico e da inflação.

CARNEIRO NETO & FRAGA NETO (1984), empregaram a técnica Auto-regressão Vetorial (VAR) para testar a exogeneidade da oferta monetária no Brasil, para o período de 1971 a 1981 e concluíram que a relação causal entre base monetária e inflação era bidirecional.

BRANDÃO (1985), utilizando a técnica de auto-regressão

vetorial estimou um modelo com treze defasagens constituído pelas variáveis oferta monetária (M1), o componente agrícola do Índice de Preços por Atacado e o componente industrial deste índice, para o período de julho de 1969 a julho de 1984. Testou a hipótese de exogeneidade da moeda segundo Granger-Sims concluindo que a oferta de moeda é essencialmente exógena em relação aos preços agrícolas ou industriais dos agregados monetários medidos pelos meios de pagamento (M1) em relação às variações de preços.

MARQUES (1985), realizou um estudo com o objetivo de identificar os principais fatores responsáveis pela elevação da taxa de crescimento dos preços, de cerca de 15% em 1973, para 211% em 1983. Foram analisados diversos elementos, como a crise do petróleo, a evolução das políticas monetária e fiscal, a inter-relação entre hiato do produto e inflação, o desempenho da agricultura, os mecanismos de realimentação inflacionário e o ajuste do setor externo.

BARBOSA et alii (1986), desenvolveu um modelo utilizando a metodologia de função de transferência para estudar a taxa de inflação brasileira, concluindo que a taxa de inflação depende da própria inflação passada através dos coeficientes de realimentação, das políticas monetárias e fiscal e dos diferentes choques de ofertas que podem ocorrer na economia.

CAMARGO (1986), identificou um modelo de séries temporais, para verificar o comportamento da Inflação brasileira no período de janeiro de 1964 a dezembro de 1979, com o objetivo de verificar a contribuição das componentes de custo e de demanda na formação da Inflação Brasileira, no período de 1950 a 1985 utilizando-se como variáveis a taxa de expansão monetária, taxa de aumento salarial e Índice de Preços por Atacado-Disponibilidade Interna. No período analisado conclui-se que a componente de demanda mostrou-se mais poderosa que a componente de custos, podendo-se dizer que ambas as variáveis explicam parcela ponderável da variância dos índices de preços.

LABÁN (1987), estudou a evolução da demanda por dinheiro no Chile para o período de 1974 a 1986. Este trabalho apresenta uma evidência empírica sobre a estabilidade e predictibilidade da demanda, por um país exposto a instabilidades contínuas, através da utilização do Filtro de Kalman.

BALACCO & NAVARRO (1988), analisaram o comportamento do processo inflacionário argentino, no período de 1978 a 1986, utilizando-se Vetores Auto-regressivos. Os resultados encontrados indicam que o comportamento da taxa de inflação é do tipo inercial.

PEREIRA & MASCOLO (1988), verificaram o padrão de "causa

lidade" existente na economia brasileira entre as taxas de expansão da base monetária e as taxas de inflação com dados anuais para o período de 1960 a 1985. Os resultados encontrados mostram que a moeda foi exógena em relação aos preços no período analisado.

BARBOSA & PEREIRA (1989), estudaram o caso do Plano Cruzado e a inflação inercial através de modelos Auto-regressivos-Integrados-Médias Móveis, analisando caminhos alternativos que podem ser utilizados para se testar a hipótese de inflação inercial. Apresentaram um estudo empírico da curva de Phillips para salários, usando a técnica de parâmetros variando no tempo, devido às mudanças salariais ocorridas no período analisado. Concluíram que a inflação não é puramente inercial e que a política monetária brasileira tem sido bastante instável, não apresentando um padrão que a caracterize como puramente passiva.

CAMARGO & BRASIL (1989), estudaram o comportamento de variáveis macroeconômicas através da metodologia de função de transferência de Box-Jenkins e de regressão dinâmica, um enfoque bayesiano, para o período de 1950 a 1986, utilizando com dados anuais. As variáveis analisadas foram: taxa de expansão dos meios de pagamento (M1), representando a componente de demanda e a taxa de expansão do salário mínimo (componente de

custos) como variáveis de entrada e a taxa de expansão do Índice de Preços por Atacado-Disponibilidade Interna como variável de saída. Concluíram que a componente de demanda foi mais poderosa que a componente de custos na explicação da expansão inflacionária brasileira.

KIGUEL (1989), realizou um estudo sobre a hiperinflação partindo da hipótese de que os preços e salários não são completamente flexíveis, introduziu no modelo, para captar esse fato, a suposição de que o mercado monetário não se ajusta instantaneamente, mas sim de acordo com um mecanismo de ajustamento parcial. Com essa hipótese, o modelo com expectativas racionais é capaz de gerar processos hiperinflacionários para alguns valores dos parâmetros estruturais do modelo.

LIMA & SEDLACEK (1990), avaliaram os efeitos que trajetórias alternativas para o estoque de moeda (M1), no Brasil, teriam sobre o desempenho de variáveis macroeconômicas como a taxa de inflação, o nível de atividade econômica e a taxa de juros da economia e simularam trajetórias alternativas no curto prazo para o estoque de alguns ativos financeiros, a taxa de juros e o crescimento do setor industrial, para o período de fevereiro de 1971 a novembro de 1988, através do modelo de Auto-regressão Vetorial Bayesiana, considerando a política monetária como ativa, identificando os efeitos de políticas eco-

nômicas distintas nas variáveis macroeconômicas, bem como a componente inercial do processo inflacionário.

MARQUES (1991), estudou a inflação e política a macroeconômica após o primeiro choque do petróleo, concluindo que a regra de política monetária seguida entre 1974-79, explica a ocorrência de períodos de aceleração da inflação e forte crescimento do produto real. E que períodos de redução ou estabilidade da inflação e queda do nível de atividade, resulta do objetivo de estabilizar o componente esperado da taxa de inflação, ao nível da taxa do período anterior. Também verificou a passividade da base monetária em relação aos preços.

MOREIRA et alli (1991), estudaram um modelo macroeconômico de curto prazo, ou seja, com dados trimestrais, para o nível de atividade da indústria brasileira, com o objetivo de fazer uma caracterização detalhada da interdependência estatística e dinâmica entre a produção industrial e um conjunto de variáveis macroeconômicas relevantes. Também foi identificado um modelo estrutural a partir da imposição de restrições sobre as relações contemporâneas entre as variáveis. Utilizaram a metodologia de Auto-regressão Vetorial Bayesiana.

ROSSI (1991), realizou um estudo com o objetivo de verificar a relação entre a oferta monetária, nível de atividade e

inflação para o período de 1973 a 1988, concluindo que há relação de longo prazo entre a moeda e o nível de atividade econômica.

TRICHES (1992), estudou a demanda por moeda no Brasil e a causalidade entre as variáveis monetárias e a taxa de inflação no período de 1972 a 1987 com dados trimestrais, através da metodologia de Granger, concluindo que a moeda independentemente de sua definição, não pode ser tratada de forma exógena em relação ao nível de preços.

Esses resultados serão utilizados para comparar os resultados encontrados no capítulo VII.

CAPÍTULO IV - MÉTODOS DE MODELAGEM

Apresenta-se neste capítulo, o embasamento teórico para o desenvolvimento desta tese, baseando-se principalmente em: BOX & JENKINS(1976), ANDERSON(1976), HARRISON & STEVENS(1976), HARVEY(1981,1984, 1985, 1989 e 1990), VANDAELE (1983) e WEST & HARRISON (1989).

IV.1 - Processos Estocásticos

Escolher uma família de modelos que possa garantir uma série temporal significa supor que cada observação y_t é um particular valor da variável aleatória Y_t . Então, uma série de tempo $\{y_t, t \in T_0\}$ é uma realização da família de variáveis aleatórias $\{Y_t, t \in T\}$. Desta maneira, pode-se representar os dados como uma realização de um processo estocástico $\{Y_t, t \in T\}$ onde $T_0 \subseteq T$.

Definição 1 - A série temporal $\{Y_t, t \in Z\}$, $Z = \{0, \pm 1, \dots\}$ é estacionária de segunda ordem ou estacionária fraca se $E[Y_t]^2 < \infty$, $E[Y_t] = \mu$ e $\gamma_Y(r,s) = \gamma_Y(r+t,s+t) \forall r, s$ e $t \in Z$, onde $\gamma_Y(\cdot)$ é a função de autocovariância de Y_t .

Se Y_t é estacionária então $\gamma_Y(r,s) = \gamma_Y(r-s,0)$. Então para um processo estacionário a função de autocovariância não depende de t , mas da diferença entre defasagens.

Definição 2 - A série temporal $\{Y_t, t \in Z\}$ é dita estritamente estacionária se $\{Y_{t_1}, \dots, Y_{t_r}\}$ e $\{Y_{t_1+k}, \dots, Y_{t_r+k}\}$ têm a mesma distribuição conjunta para todo inteiro positivo r e para todo t_1, \dots, t_r e $k \in Z$.

Se Y_t é estritamente estacionária, implica que o processo também é estacionário de segunda ordem, desde que seus momentos de primeira ordem existam. Porém, a recíproca não é verdadeira.

Definição 3 - O processo $\{Y_t\}$ é uma série temporal Gaussiana, se e somente se, as distribuições de $\{Y_t\}$ são todas normais multivariadas.

Se $\{Y_t, t \in Z\}$ é um processo Gaussiano estacionário de segunda ordem, então $\{Y_t\}$ é estritamente estacionário, desde que $\{Y_{t_1}, \dots, Y_{t_r}\}$ e $\{Y_{t_1+k}, \dots, Y_{t_r+k}\}$ têm a mesma média e matriz de covariância para todo r inteiro positivo e $k, t_1, t_2, \dots, \in Z$.

IV.2 - Função de Autocovariância, Autocorrelação e Autocorrelação Parcial

Definição 4 - A autocovariância é a covariância entre Y_t e o valor de suas observações distanciadas por k intervalos de tempo, definida como:

$$\begin{aligned} \gamma_k &= \text{Cov}[Y_t, Y_{t+k}] = E\{[Y_t - \mu][Y_{t+k} - \mu]\} = \\ &= \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} (Y_t - \mu)(Y_{t+k} - \mu)P(Y_t, Y_{t+k}) \delta Y_t \delta Y_{t+k} \end{aligned} \quad (1)$$

onde:

$P(Y_t, Y_{t+k})$: é a função de densidade de probabilidade (fdp) conjunta das variáveis aleatórias Y_t e Y_{t+k} ;

$\gamma_0 = \sigma^2 \rightarrow$ é a variância da série.

Tendo-se uma série Y_1, Y_2, \dots, Y_N , o estimador amostral não-tendencioso da autocovariância é dado por:

$$C_k = \frac{1}{N-1} \sum_{t=1}^{N-k} (Y_t - \bar{Y})(Y_{t+k} - \bar{Y}), \quad k = 1, 2, \dots, j \quad (2)$$

Como a autocovariância é uma função par, tem-se que para todo inteiro k , $\gamma_k = \gamma_{-k}$, já que a $\text{Cov}[Y_t, Y_{t+k}] = \text{Cov}[Y_t, Y_{t-k}]$ e, portanto, é necessário determinar γ_k apenas para $k \geq 0$.

Definição 5 - A autocorrelação é a autocovariância padronizada. Serve para medir o comprimento e a memória de um processo, ou seja, a extensão para a qual o valor tomado no tempo t ,

depende daquele tomado no tempo $t-k$. A autocorrelação de defasagem k é definida como:

$$\rho_k = \frac{Y_k}{Y_0} = \frac{\text{Cov} [Y_t, Y_{t+k}]}{[V(Y_t) V(Y_{t+k})]^{1/2}} \quad (3)$$

Assim, $\rho_0 = 1$, e, $\rho_k = \rho_{-k}$. Um estimador amostral da autocorrelação de defasagem k é dado por:

$$r_k = \frac{C_k}{C_0}, \quad k = 0, 1, 2, \dots, j. \quad (4)$$

BOX-JENKINS (1976, pág. 33) argumentam que para obter-se uma boa estimativa da função de autocorrelação precisa-se de pelo menos 50 observações e, as autocorrelações (ρ_k), seriam calculadas para $k = 0, 1, \dots, j$, onde j não precisa ser maior que $N/4$.

Definição 6 - A idéia de autocorrelação pode ser estendida, para a função de autocorrelação parcial, que é uma medida de autocorrelação de ordem k condicionada ao conhecimento das autocorrelações em todas as defasagens de ordem inferior a k . É definida por $\{\phi_{kk}\}$, dada por:

$$\phi_{kk} = \frac{|\rho^*_{k}|}{|\rho_k|} \quad (5)$$

sendo:

ρ_k : é a matriz de autocorrelação;

7 - Para uma análise mais pormenorizada veja-se BOX & JENKINS, 1976, capítulo 3, pág. 64.

$|P_k|$: é o determinante da matriz de autocorrelação;

P_k^* : é a matriz que difere de P_k somente pela última coluna, substituída por $\{\rho_1, \rho_2, \dots, \rho_k\}$;

$|P_k^*|$: é o determinante da matriz de autocorrelação com a última coluna substituída pela ordem natural dos coeficientes de autocorrelação.

IV.3 - Modelos Univariados de Box & Jenkins

IV.3.1. Introdução

Neste item, será apresentado um resumo sobre a metodologia Box & Jenkins para modelos univariados.

IV.3.2. Modelo Geral *

Teoricamente, Box & Jenkins assumem que a série temporal Y_t é uma realização particular de um processo estocástico gerado pela passagem sucessiva de um processo ruído branco a_t a uma sequência de dois filtros lineares; um estável e outro instável, assim seja $Y_1, Y_2, \dots, Y_{t-1}, Y_t, Y_{t+1}, \dots, Y_N$, uma série temporal discreta mensurada para intervalos iguais de tempo. O modelo Auto-regressivo-Integrado-Médias Móveis (ARIMA) sazonal $(p,d,q)(P,D,Q)_S$ para Y_t é representado por:

$$\Phi(B)\Phi(B^S)\{[(1-B)^d(1-B^S)^D Y_t^{(\lambda)}] - \mu\} = \Theta(B)\Theta(B^S)a_t$$

ou

$$\Phi(B)\Phi(B^S)(Y_t - \mu) = \Theta(B)\Theta(B^S)a_t \quad (6)$$

* - Maiores detalhes ver Box & Jenkins (1976) e SOUZA & CARMARGO, 1991).

onde:

$Y_t(\lambda)$: transformação de Box-Cox [Mcleod, 1982];

t : tempo discreto;

s : comprimento sazonal;

B : operador de retardo, tal que, $B^k Y_t(\lambda) = Y_{t-k}(\lambda)$,
 $B^{sk} Y_t(\lambda) = Y_{t-ks}(\lambda)$

a_t : processo ruído branco, normalmente e identicamente distribuído, com média zero e variância σ_a^2 (NID(0, σ_a^2)).

$\Phi(B) = (1 - \phi_1 B - \phi_2 B^2 - \dots - \phi_p B^p)$, operador não sazonal autoregressivo (AR) ou polinômio de ordem p tal que as raízes da equação característica $\Phi(B)=0$ deve estar fora do círculo unitário para garantir a estacionariedade e os ϕ_i , $i = 1, 2, \dots, p$ são os parâmetros autoregressivos não sazonais.

$(1-B)^d = \nabla^d$: operador diferença não sazonal de ordem d , usualmente $d = 0, 1$, ou 2 ;

$\Phi(B) = (1 - \phi_1 B^s - \phi_2 B^{2s} - \dots - \phi_p B^{ps})$, operador sazonal autoregressivo (AR) ou polinômio de ordem P tal que as raízes da equação característica $\Phi(B^s) = 0$ devem estar fora do círculo unitário para garantir a estacionariedade sazonal e os ϕ_i , $i = 1, 2, \dots, P$ são os parâmetros autoregressivos sazonais;

$(1-B^s)^D = \nabla_s^D$: operador diferença sazonal de ordem D , usualmente $D = 0, 1$, ou 2 ;

$y_t = \nabla^d \nabla_s^D Y_t(\lambda)$: série estacionária, obtida através da diferenciação da série $Y_t(\lambda)$ ($n = N-d-sD$) é o número de termos na série de w_t ;

$\Theta(B) = (1 - \theta_1 B - \theta_2 B^2 - \dots - \theta_q B^q)$, operador não sazonal médias móveis (MA) ou polinômio de ordem q tal que as raízes da equação característica $\Theta(B) = 0$ devem estar fora do círculo unitário para garantir a inversibilidade do processo e os θ_i , $i = 1, 2, \dots, q$ são os parâmetros médias móveis não sazonais;

$\Theta(B) = (1 - \theta_1 B^s - \theta_2 B^{2s} - \dots - \theta_Q B^{Qs})$, operador sazonal médias móveis (MA) ou polinômio de ordem Q tal que as raí-

zes da equação característica $\Theta(B^S) = 0$ devem estar fora do círculo unitário para garantir a invertibilidade do processo e os Θ_i , $i=1, 2, \dots, Q$ são os parâmetros de médias móveis sazonais.

μ : nível do processo, usualmente é tomada como a média da série μ_t (se $D+d > 0$, frequentemente $\mu \approx 0$);

A modelagem Box & Jenkins, conforme originalmente proposta pelos autores em 1970, consiste de quatro estágios distintos e aproximadamente independentes.

- i) Identificação da estrutura do modelo, isto é, os valores de p , d e q (ou P , D , Q no caso sazonal) pela utilização conjunta de estimadores da função de autocorrelação (FAC) e autocorrelação parcial (FACP). Para auxiliar a identificação de um modelo, existem ainda, a função de autocorrelação inversa (FACI), a função de autocorrelação parcial inversa (PFACI), a função de autocorrelação parcial generalizada (FACPG) e a função de autocorrelação estendida (FACE).
- ii) Estimação dos parâmetros do modelo, isto é, Φ 's, Θ 's e σ_a^2 (ou Φ 's, Θ 's no caso sazonal) através da maximização da função de verossimilhança condicional, equivalente à estimação por mínimos quadrados assumindo normalidade de a_t .
- iii) Testes de aderência, para verificar se a seqüência dos resíduos estimados \hat{a}_t é uma realização possível de um ruído branco. Em caso afirmativo, o modelo contemplado é adequado; senão volta-se ao estágio inicial da identificação para se selecionar um outro modelo.
- iv) Previsão dos valores futuros $Y_T(1), \dots, Y_T(l)$ através do modelo devidamente testado.

Os modelos ARIMA de Box & Jenkins são bastante rígidos, particularmente nos seguintes aspectos: exigência de estacionariedade obtida por diferenciação da série a ser modelada, uma certa dose de subjetividade e conseqüente dificuldade na

identificação do número de parâmetros e a não generalidade do próprio modelo utilizado, para contornar essa situação e que surgiram os modelos de previsão baseados na filosofia Bayesiana, os quais permitem que essas restrições sejam relaxadas. No próximo item apresentaremos a metodologia Bayesiana.

IV.4 - Modelos Bayesianos Univariados

IV.4.1 - Modelos Lineares Dinâmicos (MLD's)

Qualquer modelo Bayesiano dinâmico para uma seqüência de observações Y_t ($t=1,2,\dots$) e parametrizado por $\underline{\theta}_t$ é caracterizado por três elementos: uma verossimilhança $P(Y_t|\underline{\theta}_t)$ ou distribuição das observações dado os parâmetros, uma distribuição de evolução $P(\underline{\theta}_t|\underline{\theta}_{t-1})$ a qual descreve a transição Markoviana do vetor de parâmetros $\underline{\theta}$ entre os tempos $t-1$ e t , e uma distribuição a priori inicial $P(\underline{\theta}_0)$.

Assim, o Modelo Linear Dinâmico (MLD) univariado (normal) para uma seqüência de observações Y_t , $t=1,2,\dots$ e parametrizado por um vetor $\underline{\theta}_t$ de dimensão $p \times 1$, é definido por:

$$i) \text{ Equação das observações: } Y_t = \underline{F}_t' \underline{\theta}_t + v_t, \quad v_t \sim N(0, V_t) \quad (7)$$

$$ii) \text{ Equação do sistema: } \underline{\theta}_t = \underline{G}_t \underline{\theta}_{t-1} + \underline{w}_t, \quad \underline{w}_t \sim N(0, \underline{W}_t) \quad (8)$$

$$iii) \text{ Informação inicial: } (\underline{\theta}_0 | D_0) \sim N(\underline{m}_0; \underline{C}_0) \quad (9)$$

onde:

$\underline{\theta}_t$: é um vetor de dimensão $p \times 1$ representando o estado do sis-

tema;

\underline{F}'_t : é uma matriz $l \times p$ denominada matriz das variáveis independentes, e faz a conexão entre os parâmetros da distribuição amostral e o vetor de estado;

\underline{G}_t : é a matriz ($p \times p$) de transição que caracteriza a evolução determinística do vetor de estado (transição markoviana);

v_t : é a perturbação das observações;

\underline{w}_t : é a perturbação do estado.

Assim, a quádrupla $\{\underline{F}_t, \underline{G}_t, V_t, \underline{W}_t\}$ é conhecida e as seqüências dos erros observacionais e de evolução, respectivamente V_t e \underline{W}_t , são independentes não só no tempo como uma em relação a outra, além de serem independentes de $(\underline{\theta}_0 | D_0)$.

A variância V_t do ruído da observações pode ser estimada seqüencialmente o que confere uma maior robustez ao modelo. A matriz \underline{W}_t está associada à evolução estocástica do vetor de parâmetros e é supostamente conhecida, o que nem sempre ocorre na prática, tornando difícil a sua atualização.⁹

IV.4.2 - Modelos Bayesianos Normais com Desconto

A classe de Modelos Bayesianos Normais com Desconto é definida, em analogia ao Modelo Linear Dinâmico, pela quádrupla $(\underline{F}_t, \underline{G}_t, V_t, \underline{B}_t)$, para $t > 0$. A matriz \underline{W}_t foi substi-

⁹ - A utilização dos "fatores de descontos" na especificação de matriz de covariância do ruído dos parâmetros " \underline{W} " pode ser encontrada em AMEEN & HARRISON(1984).

tuída pela matriz \underline{B}_t dos fatores de desconto: $\underline{B}_t = \text{diag}[\beta_{1t}, \beta_{2t}, \dots, \beta_{pt}]$, com $0 < \beta_i \leq 1$, $i = 1, \dots, p$. Neste modelo o conceito de desconto é introduzido, na previsão Bayesiana de Harrison & Stevens (1976): a equação do sistema no MLD é substituída por uma relação descontada entre o parâmetro de precisão (ou, alternativamente a covariância) da posteriori para $\underline{\theta}_{t-1}$ e o parâmetro de precisão da priori (ou, alternativamente a covariância) da priori para $\underline{\theta}_t$.

Em termos Bayesianos pode-se dizer que, se a distribuição a posteriori para os parâmetros no instante $t = 0$ é $(\underline{\theta}_0 | D_0) \simeq N(\underline{m}_0, \underline{C}_0)$, e em um tempo $t-1$ qualquer é $(\underline{\theta}_{t-1} | D_{t-1}) \simeq N(\underline{m}_{t-1}; \underline{C}_{t-1})$, então a distribuição a priori em t será $(\underline{\theta}_{t-1} | D_{t-1}) \simeq N(\underline{a}_t; \underline{R}_t)$.

Se o modelo probabilístico para as observações é dado por $(Y_t | \underline{\theta}_t) \simeq N(\underline{F}_t' \underline{\theta}_t; V_t)$, então as distribuições de probabilidade anteriormente descritas e a distribuição preditiva $(Y_t | D_{t-1}) \simeq N(f_t; Q_t)$ produzem a distribuição a posteriori (após ter sido computado o erro de previsão uma passo-à-frente): $(\underline{\theta}_t | D_t) \simeq N(\underline{m}_t; \underline{C}_t)$.

Assim, o Modelo Bayesiano Normal com Desconto pode ser definido através das seguintes equações:

$$i) \text{ Equação das observações: } Y_t = \underline{F}_t' \underline{\theta}_t + v_t \quad (10)$$

$$ii) \text{ Equação do sistema: } \underline{\theta}_t = \underline{G}_t \underline{\theta}_{t-1} \quad (11)$$

iii) Priori dos parâmetros: $(\theta_t | D_{t-1}) \approx N(\underline{a}_t; \underline{R}_t)$ (12)

onde, a equação do sistema é apenas uma relação de referência, porquanto a incerteza na evolução dos parâmetros, antes caracterizada pela matriz de covariância \underline{W}_t , é substituída pela matriz de desconto \underline{B}_t .¹⁰

Para a estimação dos parâmetros é utilizada uma relação recursiva denominada Filtro de Kalman (Apêndice-1), que atualiza, a cada instante, a informação sobre eles.

Os modelos ARIMA apresentados anteriormente, em geral são de difícil interpretação da estrutura de uma série temporal, do lado Bayesiano, vale a pena mencionar que a natureza subjetiva e a flexibilidade associadas a esta corrente estatística, requerem quase que obrigatoriamente a análise de séries temporais através de suas componentes não-observáveis, assim no próximo item apresentaremos a modelagem estrutural enfoque Clássico e Bayesiano.

IV.5 - Modelagem Estrutural Clássica e Bayesiana

IV.5.1 - Introdução

A idéia básica da Modelagem Estrutural consiste em admitir a existência de componentes básicos não-observáveis:

10 - Ver maiores detalhes em AMEEN & HARRISON(1984).

tendência, sazonalidade, ciclo e irregular. O modelo formulado desta forma é conhecido na literatura como modelo estrutural, uma terminologia devida a Engle (1978), e a sua principal atratividade está relacionada ao fato de cada componente individual ter uma clara e direta interpretação.

A idéia de decomposição de séries em suas componentes não-observáveis, é considerada até certo ponto, pioneira nas propostas de formulações univariadas. Por outro lado, a retomada destas idéias de decomposição nos anos 80's é feita de maneira distinta. Ao invés de tentar ajustar funções que descrevam a tendência, a sazonalidade, ciclo e a componente irregular aos dados históricos, no caso presente, procura-se identificar estas componentes básicas na série, e o modelo resultante sob a forma de espaço de estados. O modelo assim, expresso permite a utilização do Filtro de Kalman para a estimação sequencial do vetor de estado e das previsões requeridas. Esta estrutura básica, bem como procedimento de atualização sequencial via Filtro de Kalman são utilizados integralmente por Harvey & Harrison.

IV.5.2 - Modelo Estrutural

No modelo estrutural univariado aditivo consideramos a

decomposição de uma série temporal na forma:

$$Y_t = \mu_t + \gamma_t + \varphi_t + \epsilon_t \quad (13)$$

onde cada uma componente é definida como a seguir:

i) Componente de tendência (μ_t)

Seja μ_t um processo estocástico representando o nível da série temporal Y_t em estudo. Na formulação estrutural para o nível da série, (HARRISON e STEVENS, 1976), segundo o qual, evolui lentamente no tempo de acordo com a equação:

$$\mu_t = \mu_{t-1} + \beta_{t-1} + \delta_{\mu_t} \quad (14)$$

onde:

β_{t-1} : é o fator de crescimento do processo que ocorreu no instante $t-1$.

δ_{μ_t} : é a perturbação aleatória do nível no instante t , supostamente com as seguintes propriedades:

$$\delta_{\mu_t} \simeq N(0; V_{\mu}); E(\delta_{\mu_i}, \delta_{\mu_j}) = 0; i \neq j; i, j = 1, 2, \dots$$

Com relação ao fator de crescimento que aparece no lado direito da equação (14), assume-se uma evolução dinâmica de acordo com o seguinte passeio aleatório:

$$\beta_t = \beta_{t-1} + \delta_{\beta_t} \quad (15)$$

onde:

δ_{β_t} : é a perturbação aleatória do fator de crescimento no instante t , com as seguintes propriedades:

$$\delta_{\beta t} \approx N(0; V_{\beta}); E[\delta_{\beta i}, \delta_{\beta j}] = 0; i \neq j; i, j = 1, 2, \dots$$

O modelo para a tendência, descrito pelas equações (14) e (15), corresponde na realidade em assumir que o processo gerador da tendência é linear no tempo. Entretanto, a natureza estocástica de seus componentes intrínsecos (nível e fator de crescimento), implica que estamos assumindo uma tendência localmente linear, cujos coeficientes variam lentamente no tempo de acordo com suas respectivas equações de evolução dinâmica. Esta característica é suficientemente geral para modelar localmente a tendência da maioria das séries temporais reais.

A formulação anterior para a tendência é também conhecida na literatura como Modelo de Crescimento Linear (MCL), devida a HARRISON & STEVENS (1976). No caso a suposição que o fator de crescimento seja nulo no modelo de crescimento linear acima, a tendência passa a ser descrita simplesmente pela seguinte equação de evolução dinâmica:

$$\mu_t = \mu_{t-1} + \delta_{\mu t} \quad (16)$$

onde $\delta_{\mu t}$ é como definido anteriormente.

ii) Componente sazonal (γ_t)

Com relação ao processo gerador da componente sazonal, este pode ser modelado de duas formas distintas na formulação

estrutural. A primeira delas expressa a presença de fatores discretos que representam a influência de cada mês, por exemplo no caso dos dados anuais, dentro do período s . A segunda expressa a sazonalidade através da soma de funções trigonométricas.¹¹

iii) Componente ciclo (φ_t)

A componente ciclo (φ_t) que pode ser incluída no modelo é representada por uma harmônica amortecida de frequência λ_c ; $0 \leq \lambda_c \leq \pi$ e fator de amortecimento ρ , $0 \leq \rho \leq 1$ dado por:

$$\varphi_t = \rho [A \sin \lambda_{ct} + \psi] \quad (17)$$

A formulação estocástica dinâmica é obtida de forma similar a usada para a componente sazonal, isto é:

$$\varphi_t = \rho \cos \lambda_c \varphi_{t-1} + \rho \cdot \text{sen} \lambda_c \psi^*_{t-1} + \delta_{\varphi t} \quad (18)$$

$$\psi^*_t = -\rho \text{sen} \lambda_c \psi_{t-1} + \rho \cdot \cos \lambda_c \psi^*_{t-1} + \delta^*_{\psi t} \quad (19)$$

onde:

- $\delta_{\varphi t}$ e $\delta^*_{\psi t}$ são as perturbações associadas a φ_{jt} e ψ^*_t , normais e independentemente distribuídas com variância comum V_ψ , isto é:

$$\delta_{\varphi t} \sim N(0, V_\psi) \quad \text{e} \quad \delta^*_{\psi t} \sim N(0, V_\psi)$$

11 - Ver WEST & HARRISON (1989).

iv) Componente irregular (ϵ_t)

A componente irregular da série, ϵ_t , é responsável pelo erro de medida de Y_t , sendo modelada como um ruído branco com distribuição $N(0, V_\epsilon)$.

IV.5.3 - Formulação Em Espaço de Estados

A formulação dinâmica para as componentes não observáveis será apresentada na forma compacta através de espaço de estados via Modelo Linear Dinâmico descrito através do conjunto de equações estocásticas dinâmicas (7) e (8). Outro aspecto importante é a propriedade de superposição no qual aloca-se diferentes sub-modelos MLD's para cada partição do vetor de estado. Neste sentido, pode-se considerar separadamente cada componente do modelo estrutural e seu correspondente MLD, como a seguir:

Vetor de estados: $\underline{\theta}_t$

$$\underline{\theta}_t = [\mu_t \quad \beta_t \quad ; \quad y_{1t} \quad y^*_{1t} \quad y_{2t} \quad y^*_{2t} \quad \dots \quad ; \quad \psi_t \quad \psi^*_t] \quad (20)$$

Tendência: μ_t

De acordo com as equações (14) e (15) pode-se escrever a tendência como:

$$G^\mu_t = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} ; \quad F^\mu_t [1 \ 0] ; \quad W_\mu = \begin{bmatrix} V_\mu + V_\beta & V_\beta \\ V_\beta & V_\beta \end{bmatrix}$$

Sazonalidade: γ_t

A componente sazonal na formulação do Modelo Linear Dinâmico para cada harmônica j é dada por:

$$F^{\gamma j}_t = [1 \ 0] ; G^{\gamma j}_t = \begin{bmatrix} \cos \lambda_j & \sin \lambda_j \\ -\sin \lambda_j & \cos \lambda_j \end{bmatrix} ; W^{\gamma j} = \begin{bmatrix} v_j & 0 \\ 0 & v_j \end{bmatrix}$$

O correspondente bloco completo é dado:

$$F^{\gamma}_t = [F^{\gamma 1}_t \ F^{\gamma 2}_t \ \dots]; G^{\gamma} = \text{diag} [G^{\gamma 1} \ G^{\gamma 2} \ \dots] \text{ e}$$

$$W^{\gamma} = \text{diag} [W^{\gamma 1} \ W^{\gamma 2} \ \dots]$$

Ciclo: ψ_t

O bloco para a componente ciclo no Modelo Linear Dinâmico obtido das equações (18) e (19) é dado por:

$$G^{\psi}_t = \begin{bmatrix} \rho \cos \lambda_c & \rho \sin \lambda_c \\ -\rho \sin \lambda_c & \rho \cos \lambda_c \end{bmatrix} ; F^{\psi}_t = [1 \ 0] ; W^{\psi} = \begin{bmatrix} v_{\psi} & 0 \\ 0 & v_{\psi} \end{bmatrix}$$

Irregular: ϵ_t

Finalmente, a componente irregular da formulação estrutural ϵ_t tem a especificação usual, ou seja, um processo ruído branco com média nula e variância constante V_{ϵ} .

Usando o princípio da superposição, a representação em espaço de estado para os modelos estruturais é definida pela quádrupla $\{ \underline{F}_t, \underline{G}_t, \underline{V}_t, \underline{W}_t \}$, onde:

$$\underline{F}_t = [F^\mu_t : F^\gamma_t : F^\psi_t]$$

$$\underline{G}_t = [G^\mu_t : G^\gamma_t : G^\psi_t]$$

$$V_t = V_\epsilon$$

$$\underline{W}_t = \text{diag} [W^\mu; W^\gamma; W^\psi]$$

A operacionalização do modelo requer o conhecimento prévio das variâncias V_ϵ , V_β , V_γ , V_ψ , e os parâmetros do ciclo ρ e λ_c , são estimados conjuntamente com as variâncias dos diversos ruídos através da maximização de verossimilhança na Metodologia de Harvey. No caso Bayesiano existe o modelo proposto por BRASIL (1989). Essas quantidades são chamadas no modelo de hiperparâmetros.

IV.5.4 - Tratamento dos Hiperparâmetros

A formulação estrutural univariada, fica completamente especificada conhecendo-se, a cada instante de tempo t os elementos da quádrupla $\{\underline{F}_t, \underline{G}_t, V_t, \underline{W}_t\}$. O conhecimento destes elementos permitirá a atualização sequencial do vetor de estado $\underline{e}_{t|t}$ assim como a obtenção das previsões futuras $Y_{t+j|t}$.

Por outro lado, à excessão dos modelos que incluem a componente cíclica, as quantidades \underline{F}_t e \underline{G}_t são vetores e matrizes de constantes reais conhecidas. Neste caso, as únicas quantidades desconhecidas passam a ser a variância do ruído observacional V e a matriz de variância-covariância da pertur-

bação de estado \underline{W}_t . No caso mais geral da incorporação da componente cíclica ψ_t na formulação, tem-se que adicionar ao conjunto de quantidades desconhecidas V e \underline{W}_t a matriz \underline{G}_t , que conterà em seus elementos termos envolvendo o fator de amortecimento ρ e a frequência correspondente λ . Pode-se ver dessa forma, que a operacionalização completa da formulação estrutural dependerá, em última instância, do conhecimento destas quantidades V , \underline{W}_t e \underline{G}_t (no caso de existência da componente cíclica).

Considerando-se a formulação linear estrutural completa, isto é, aquela contendo nível μ_t ; fator de crescimento β_t ; sazonalidade (fatores ou harmônicas) γ_t e ciclo ψ_t ; e admitindo uma perturbação não nula associada a cada um destes componentes (isto é, V_μ , V_β , V_γ e V_ψ todos não-nulos) então, o conhecimento das quantidades de interesse V , \underline{W}_t , e \underline{G}_t , fica unicamente determinado pelo conhecimento das quantidades ρ , λ , V_ϵ , V_μ , V_γ , V_ψ , que caracterizam o modelo estrutural completo.

É exatamente no tratamento dado a estes hiperparâmetros que surge a divergência básica entre as duas abordagens que aqui consideramos: a clássica de Harvey que estima os hiperparâmetros diretamente da série histórica e a Bayesiana de Harrison & Stevens que utiliza argumentos da inferência Bayesiana e subjetivismo na definição destes.

IV.5.5 - Estimação dos Parâmetros

Neste item, será apresentado como as quantidades desconhecidas ou hiperparâmetros do modelo estrutural, podem ser estimadas a partir de dados históricos disponíveis. A solução proposta por HARVEY (1984), faz uso conjunto da função de verossimilhança e do Filtro de Kalman, o qual permite que o logaritmo da função de verossimilhança dos parâmetros seja expresso em termos da decomposição do erro de predição.

HARVEY (1981), capítulo 3, mostra como a função de verossimilhança para um conjunto de observações dependentes pode ser obtida através da decomposição do erro de predição.

Seja $Y^N = (Y_1, \dots, Y_N)$ uma série temporal de tamanho N e vamos assumir que $Y^N \simeq NM(\mu, \sigma^2 V)$. Neste caso, o logaritmo da função de verossimilhança pode ser fatorado como a seguir:

$$\log L(Y^N) = \sum_{t=2}^N \log L(Y_t | Y_{t-1}, \dots, Y_1) + \log L(Y_1) \quad (21)$$

Assumindo agora a existência de um modelo que produza previsões não-tendenciosas 1-passo-à frente de Y_t baseada nas informações disponíveis até o instante $t-1$; denotada por $\hat{Y}_{t|t-1} = E\{Y_t | Y_{t-1}, \dots, Y_1\}$ e a variância correspondente igual a $\sigma^2 f_t$, pode-se então escrever:

$$(Y_t | Y_{t-1}, \dots, Y_1) \simeq N(\hat{Y}_{t|t-1}; \sigma^2 f_t) \quad (22)$$

Definindo $e_t = Y_t - \hat{Y}_{t|t-1}$ como o erro de previsão condicional 1-passo-à-frente temos:

$$e_t \simeq N(0, \sigma^2 f_t) \quad (23)$$

Assumindo-se que $Y_1 \simeq N(\mu_1; \sigma^2 f_1)$ onde μ_1 é a média não-condicional de Y_1 , pode-se finalmente levar resultados à expressão (21) que fornece:

$$\begin{aligned} \log L(Y^N) = & -(N/2) \cdot \log \pi - (N/2) \cdot \log \sigma^2 - \left(\sum_{t=1}^N \log f_t \right) / 2 - \\ & + (\sigma^{-2} \cdot \sum_{t=1}^N e_t^2) / 2 \cdot f_t \end{aligned} \quad (24)$$

Assim, pode-se maximizar $\log L(Y^N)$ em relação aos parâmetros desconhecidos do modelo, bastando para isto que se tenha um procedimento que forneça recursivamente os erros de predição 1-passo-à-frente. Observa-se também que de (24) pode-se obter a expressão do estimador condicional de σ^2 , a qual possibilitará chegar-se à expressão para a função de verossimilhança concentrada em σ^2 . Reduz-se desta forma o espaço paramétrico de 1 parâmetro; no caso σ^2 . Retornando ao problema de estimação dos parâmetros do modelo estrutural, que no caso geral (sem variáveis exógenas e de intervenção para simplificar a apresentação dos resultados) é composto do vetor H:

$H = (\rho, \lambda, V_\epsilon, V_\mu, V_\beta, V_\gamma, V_\psi)$, estes podem ser obtidos através do mesmo argumento acima, ou seja, através da maximização da função de verossimilhança (ou o seu log) de H expressa em

função do erro de predição. É importante observar que, estando o modelo na forma de espaço de estados, o erro de predição e_t e sua variância f_t são diretamente obtidos das equações de recursão do Filtro de Kalman.

Assumindo que os primeiros k valores da série são utilizados para a construção dos valores iniciais do vetor de estado, o logaritmo da função de verossimilhança (concentrada em relação a V_ϵ) de $Y_{k+1} \dots Y_N$ denotada por $L(Y^N)$ é:

$$\log L(Y^N) = -[(N-k) \cdot \log 2\pi] / 2 - [(N-k) \cdot \log \sigma^2] / 2 - \\ + \left[\sum_{t=k+1}^N \log f_t \right] / 2 - \left[\sum_{t=k+1}^N e_t^2 / f_t \right] / 2 \cdot \sigma^2 \quad (25)$$

Assim, a maximização da função objetivo é obtida numericamente, começando-se com um valor inicial para o vetor paramétrico $H_0 = (\rho, \lambda, V_\epsilon, V_\mu, V_\beta, V_\gamma, V_\psi)_0$, sendo então utilizada uma passagem pelo filtro de Kalman que fornece sucessivamente os valores condicionais do erro de predição, isto é, $(e_t | H_0)$ e $(f_t | H_0)$ e assim sucessivamente até a convergência final ser atingida.

Em HARVEY & PETERS (1984) encontra-se uma descrição detalhada do procedimento anterior, bem como variações destes, dependendo de como é definido o estado inicial $\underline{\theta}_0$ necessário à recursão do filtro. Além destes métodos do domínio do tempo,

mostram como estes mesmos parâmetros podem ser estimados através da maximização da função de verossimilhança (concentrada ou não) no domínio da frequência. Este procedimento, apesar de bem mais rápido em termos computacionais que o correspondente no domínio do tempo, tem como desvantagem o excessivo número de observações (N) da série exigida para garantir a consistência dos estimadores (usualmente $N \geq 200$).

Finalmente, com relação ao método de otimização a ser utilizado, a natureza do problema e a característica não-linear da função objetivo (25) requerem um método de otimização não-linear com restrição nos parâmetros, visto que os parâmetros de H são tais que: $V \geq 0$; $0 < \rho \leq 1$; $0 \leq \lambda \leq \pi$.

A aplicação dos métodos ARIMA e Bayesianos apresentados até agora, bem como os estruturais vem sendo, cada vez mais, largamente utilizados para previsão e controle de séries econômicas. Entretanto, há situações em que a série a ser prevista e/ou controlada é dinamicamente relacionada a outras, chamadas de séries exógenas. Nestes casos, o desempenho de um particular modelo pode ser melhorado pela inclusão de uma ou mais séries exógenas. A classe de modelos de função de transferência que será apresentado no item a seguir é particularmente útil para a formulação deste tipo de problema.

IV.6 - Modelos de Função de Transferência

IV.6.1 - Introdução

Até aqui apresentamos os modelos univariados, ou seja os que consideram a descrição do comportamento futuro da série explicado somente pelo seu próprio passado, agora consideraremos o caso da descrição de uma série não só pelo seu passado, como também por outras séries explicativas, conforme ilustrado na Figura 1.

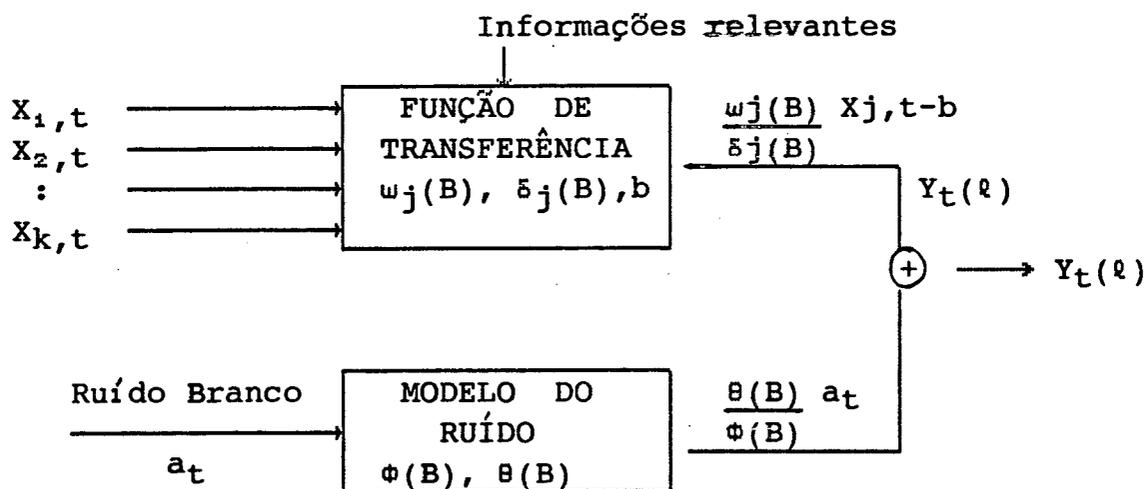


FIGURA 1 - Esquema ilustrativo dos modelos de função de transferência

É importante observar que nos modelos assim classificados nesta classe considera-se o sentido de causalidade¹² unidirecional, ou seja $X_{1,t}, X_{2,t}, \dots, X_{k,t}$ causam Y_t . Apresenta-se a seguir, três metodologias de função de transferência em uso corrente, duas metodologias baseadas na estatística

12 - O capítulo V tratará especificamente deste assunto.

clássica (BOX & JENKINS, 1976 e HARVEY, 1989) e uma baseada na estatística Bayesiana (WEST & HARRISON, 1989).

IV.6.2. Modelos de Função de Transferência de Box & Jenkins com Entrada Simples

A formulação que relaciona as séries discretas Y_t e X_t pode ser em princípio qualquer, mas estar-se-á interessado no caso em que a relação é linear:

$$Y_t = \sum_{j=0}^{\infty} v_j X_{t-j}, \quad t \in Z.$$

onde $Y_t = (v_0 + v_1 B + v_2 B^2 + \dots) X_t$

$$\text{ou } Y_t = v(B) X_t \tag{26}$$

A equação (26) denomina-se Filtro Linear ou Modelo de Função de Transferência Linear. O polinômio de grau infinito em B , $v(B)$ é conhecido como Função de Transferência do Filtro.

Os pesos v_0, v_1, v_2, \dots são chamados respostas impulsivas ou função de resposta de impulso do sistema.

O sistema diz-se estável quando a série $v(B)$ converge para $|B| \leq 1$. A condição de estabilidade implica que mudanças finitas na série de entrada resultam em mudanças na série de saída.

Às vezes, o efeito de uma mudança na série de entrada

não se manifesta imediatamente sobre a série de saída, mas após "b" instantes de tempo:

$$Y_t = v(B) X_{t-b} \quad (27)$$

onde:

$$X_{t-b} = B^b X_t$$

e o parâmetro inteiro "b" é denominado defasagem.

O modelo pode conter ainda, um ruído independente de X_t :

$$Y_t = v(B) X_{t-b} + \eta_t \quad (28)$$

O ruído η_t , em geral, não é ruído branco e pode ser representado por um modelo Autoregressivo-Integrado-Média Móveis (ARIMA).

O modelo (28) que relaciona Y_t e X_t , conforme Box & Jenkins, contém um número infinito de pesos (v_0, v_1, \dots), portanto não é parcimonioso. Assim, se $v(B)$ for uma função racional, pode-se escrevê-la:

$$v(B) = \frac{w(B)}{\delta(B)} \quad (29)$$

onde:

$$w(B) = w_0 - w_1 B - w_2 B^2 - \dots - w_s B^s$$

$$\delta(B) = 1 - \delta_1 B - \delta_2 B^2 - \dots - \delta_r B^r$$

são polinômios de graus "s" e "r", respectivamente.

IV.6.2.1 - Função de Correlação Cruzada

A ferramenta utilizada na análise de dados para a identificação do modelo de função de transferência é a função de correlação cruzada entre a entrada e a saída. A dependência normalizada entre as séries X_t e Y_t será medida pela função de correlação cruzada, denotada por $\rho_{xy}(k)$:¹³

$$\rho_{xy}(k) = \frac{\text{Cov} [X_t, Y_{t+k}]}{[\sigma_x^2 \sigma_y^2]^{1/2}} = \frac{\gamma_{xy}(k)}{[\gamma_{xx}(0) \gamma_{yy}(0)]^{1/2}} \quad (30)$$

com $k \in \mathbb{Z}$, sendo σ_x e σ_y os desvios padrões das séries X_t e Y_t , respectivamente.

IV.6.3 - Modelos de Função de Transferência de Box & Jenkins com Múltiplas Entradas

Considerando-se uma situação onde, a partir da compreensão física do fenômeno, k séries temporais de comprimento n , $X_{j,t}$, $t = 1, 2, \dots, N$, $j = 1, 2, \dots, k$ são supostas exógenas e a série Y_t , $t = 1, 2, \dots, N$ é suposta endógena. O modelo de função de transferência-ruído que relaciona as séries $X_{j,t}$ e Y_t pode ser escrito como,

$$Y_t - \mu_y = \sum_{j=1}^k \nu_j(B)(X_{t,j} - \mu_j) + \varepsilon_t \quad (31)$$

¹³ - Ver BOX & JENKINS (1976), cap.11, pág. 371-376 e VANDAELE(1983), cap. 12.

onde,

$\nu_j(B) = \left[\frac{w_j(B)}{\delta_j(B)} \right] B^j = \nu_{0,j} + \nu_{1,j} B + \nu_{2,j} B^2 + \dots$, é a função de transferência da j -ésima função de transferência da j -ésima série com os pesos $\nu_{0,j}$, $\nu_{1,j}$, \dots , os quais são chamados de função impulso resposta;

$w_j(B) = w_{0,j} - w_{1,j} B - w_{2,j} B^2 - \dots - w_{s,j} B^s$ é o operador do numerador da j -ésima função de transferência, tal que as raízes de $w_j(B) = 0$ caíam fora do círculo unitário e, $w_{i,j}$, $i = 0, 1, 2, \dots, s$, são os parâmetros de $w_j(B)$;

$\delta_j(B) = 1 - \delta_{1,j} B - \delta_{2,j} B^2 - \dots - \delta_{r,j} B^r$ é o operador do denominador da função de transferência e, para garantir a estabilidade do sistema as raízes de $\delta_j(B) = 0$ devem cair fora do círculo unitário e, $\delta_{i,j}$, $i = 1, 2, 3, \dots, r$ são os parâmetros de $\delta_j(B)$;

μ_j : é a média da j -ésima série de entrada;

b_j : é o atraso no tempo para $X_{t,j}$ afetar Y_t ;

$$\varepsilon_t = \frac{\Theta(B)}{\Phi(B)} a_t \quad \text{é o ruído ARMA,} \quad (32)$$

a_t : é uma sequência ruído branco, com média zero e variância σ_a^2 e, $\Theta(B)$ e $\Phi(B)$ são, respectivamente, os operadores médias móveis e autoregressivo, como definidos na equação 6.

O modelo não é identificável se os operadores AR e MA possuírem zeros em comum e/ou o numerador e o denominador da função de transferência possuírem raízes comuns.

Quando do ajustamento de um particular modelo de função de transferência-ruído para um dado conjunto de observações, é

recomendável que se siga os estágios de identificação, estimação e testes de verificação do modelo.¹⁴

IV.6.4 - Modelos de Função de Transferência Sazonal de Box & Jenkins

Como nos modelos de séries temporais univariadas, pode-se ter parâmetros sazonais num modelo de função de transferência. De forma semelhante, para induzir estacionariedade nos dados deve-se utilizar diferenciação adequada. Portanto, o modelo de função de transferência sazonal multiplicativo mais geral, é dado por:

$$Y_t = \frac{\omega_j(B)\Omega_j(B^S)}{\delta_j(B)\nabla_j(B^S)} x_{j,t-b_j} + \frac{\theta(B)\Theta(B^S)}{\phi(B)\Phi(B^S)} a_t \quad (33)$$

com

$$Y_t = \nabla_S^{D'} \nabla^{d'} Y_t \quad (34)$$

$$x_{j,t} = \nabla_S^D \nabla^d x_{j,t} \quad (35)$$

Os polinômios sazonais são definidos como:

$$\Omega(B^S) = \Omega_0 - \Omega_1 B^S - \Omega_2 B^{2S} - \dots - \Omega_S B^{SS}$$

$$\nabla(B^S) = 1 - \nabla_1 B^S - \nabla_2 B^{2S} - \dots - \nabla_R B^{RS}$$

$$\Theta(B^S) = 1 - \Theta_1 B^S - \Theta_2 B^{2S} - \dots - \Theta_Q B^{QS}$$

$$\Phi(B^S) = 1 - \Phi_1 B^S - \Phi_2 B^{2S} - \dots - \Phi_P B^{PS}$$

¹⁴ - Maiores detalhes em BOX & JENKINS(1976), cap.10 e 11 e VANDAELE (1983), cap. 11,12 e 13; pág. 267 a 323.

Os parâmetros d' e D' em (34) são os operadores de diferença simples e sazonal, respectivamente para o processo Y . De forma semelhante d e D em (35) são operadores de diferença simples e sazonal para o processo X .

Observa-se que se há parâmetros regulares no numerador, normaliza-se a função de transferência com $\omega_0 \neq 1$ e $\Omega_0 = 1$. Se, no entanto não há parâmetros regulares no numerador assume-se que $\Omega_0 \neq 1$.

IV.6.5 - Identificação dos Modelos de Função de Transferência com Entrada Simples - Procedimento de Box & Jenkins

Os objetivos da identificação são:

1. Obter uma idéia dos valores de r e s e as estimativas iniciais de $\delta_1, \dots, \delta_r, \omega_0, \dots, \omega_s$.

2. Obter uma idéia dos valores $p, d, e q$ e estimar $\phi_1, \dots, \phi_p, \theta_1, \dots, \theta_q$ e a variância do ruído branco.

Quando se tem o caso de função de transferência para um modelo bivariado, o processo de identificação aconselhado é o método de Box & Jenkins, descrito a seguir.

Passo 1 - Identificação das transformações

Quando as séries de entrada e de saída são não estacionárias, assume-se que a estacionariedade pode ser conseguida

através de diferenças. Os graus de diferenças adequadas para induzir estacionariedade serão conseguidos quando as autocorrelações e autocorrelações cruzadas amostrais, convergiram rapidamente para zero.

Às vezes é conveniente aplicar a transformação logaritmica aos dados, antes de se tomar diferenças; isto ocorre quando a série de entrada e/ou de saída apresenta um aumento de variabilidade.

Passo 2 - Estimação dos pesos v_j

Para tal, identifica-se inicialmente um modelo ARMA para a série de entrada.

$$\phi_x(B) x_t = \theta_x(B) \alpha_t$$

de modo que

$$\alpha_t = \theta_x(B) \phi_x^{-1}(B) x_t, \quad (36)$$

seja um ruído branco. Diz-se então, que a série de entrada foi "pré-branqueada".

Em seguida, filtra-se a série de saída y_t , aplicando a ela o mesmo modelo, obtendo-se:

$$\beta_t = \theta_x(B) \phi_x^{-1}(B) y_t \quad (37)$$

sendo β_t não necessariamente ruído branco.

Sendo a série de ruído:

$$\epsilon_t = \theta_x(B) \phi_x^{-1}(B) \eta_t$$

$$\text{Então, o modelo } y_t = \frac{w(B)}{\delta(B)} x_{t-b} + \eta_t$$

pode ser escrito:

$$\beta_t = v(B) \alpha_t + \epsilon_t \quad (38)$$

Multiplicando-se a equação (38) por α_{t-k} e tomando-se as esperanças de ambos os membros, tem-se:

$$\gamma_{\alpha\beta}(k) = v_k \sigma_a^2 \quad (39)$$

onde $\gamma_{\alpha\beta}(k) = E[\alpha_{t-k}, \beta_t]$ é a covariância cruzada de lag k entre α e β . Portanto a resposta impulsional é calculada como:

$$\hat{v}_j = \frac{C_{\alpha\beta}(j)}{C_{\alpha\alpha}(0)} = r_{\alpha\beta}(j) \frac{S_\beta}{S_\alpha}, \text{ com } j = 0, 1, \dots \quad (40)$$

onde S_α e S_β são estimativas dos desvios padrões de α_t e β_t , respectivamente. Os parâmetros $\phi_x(B)$ e $\theta_x(B)$ são estimados e obtém-se na realidade estimativas $\hat{\alpha}_t$ e $\hat{\beta}_t$, de modo que se tenha estimativas $r_{\hat{\alpha}\hat{\beta}}(j)$ de $r_{\alpha\beta}(j)$.

Passo 3 - Determinação de r , s , b .

As estimativas \hat{v}_j fornecem elementos para identificação dos operadores $\delta(B)$ e $w(B)$ e o valor de b do modelo de função de transferência.

Os pesos das respostas impulsionais consistem de:

a) b valores nulos v_0, v_1, \dots, v_{b-1} ;

b) $s - r + 1$ valores $v_b, v_{b+1}, \dots, v_{b+s}$ que não seguem um padrão fixo ($s < r$);

c) valores v_j com $j > b + s - r + 1$, que seguem o padrão dado, por uma equação de diferenças $\delta(B) v_j = 0$ ou então:

$$v_j = \delta_1 v_{j-1} - \dots - \delta_r v_{j-r} = 0, \quad j > b + s$$

com r valores iniciais $v_{b+s}, \dots, v_{b+s-r+1}$

Baseando-se nas estimativas de \hat{v}_j , tem-se:

a) O valor de b será dado pelo primeiro peso não nulo;

b) O valor de r é sugerido pela equação de diferenças:

$$v_j - \delta_1 v_{j-1} - \delta_2 v_{j-2} - \dots - \delta_r v_{j-r} = 0, \quad j > b + s.$$

- Se os pesos v_j 's decrescem exponencialmente, $r = 1$.

- Se decrescem seguindo uma onda senoidal suavizada, $r = 2$.

- Qualquer outro valor de r , fará com que os pesos decresçam, segundo uma soma de exponenciais negativas ou ondas senoidais suavizadas, que são de difícil identificação.

c) Encontrando no gráfico $\hat{v}_j \times j$, o lag k^* , a partir da qual verifica-se um corte brusco ($r = 0$), decréscimo exponencial ($r = 1$) ou uma senóide amortecida ($r = 2$) em v_j .

Identifica-se " s " pela seguinte relação:

$$s = k^* - b - 1.$$

Passo 4 - Identificação do modelo do ruído do sistema

Existem três maneiras distintas para identificar o ruído:

a) Obtidos os pesos estimados \hat{v}_j , pode-se calcular os resíduos

$$\hat{h}_t = Y_t - v(B) x_{t-b} \quad (41)$$

e ajustar um modelo ARMA a eles. Na prática, supõem-se que $\hat{v}_j = 0$, para $j > J$, onde J é um valor arbitrário obtido da análise dos \hat{v}_j .

b) $\hat{v}(B)$ pode ser substituído pelo modelo da função de transferência tentativo $\hat{\delta}^{-1}(B) \omega(B) B^b$ determinado no Passo 3.

Assim,

$$\hat{h}_t = Y_t - \hat{\delta}^{-1}(B) \omega(B) x_{t-b} \quad (42)$$

ajustando-se um modelo ARMA a \hat{h}_t através das funções de autocorrelação e autocorrelação parcial estimadas.

c) Uma terceira maneira de identificar o ruído é utilizar a relação (38)

$$\beta_t = v(B) \alpha_t + \epsilon_t$$

para identificar um modelo para ϵ_t . A seguir, utiliza-se a relação $\epsilon_t = \theta_x(B) \phi_x^{-1}(B) h_t$ para deduzir o modelo do ruído h_t .

Segundo Box & Jenkins (1976, pág. 385), será necessário

estimar a transformação do pré-branqueamento; depois de fazer a estimação da função de autocorrelação dos resíduos $r_{\epsilon\epsilon}(k)$. Através do comportamento de $r_{\epsilon\epsilon}(k)$, estima-se um modelo para ϵ_t e, conseqüentemente, para y_t .

IV.6.6 - Identificação dos Modelos de Função de Transferência com Múltiplas Entradas - Procedimento de Liu & Hanssens

Um outro procedimento de identificação de uma função de transferência foi elaborado por LIU & HANSSENS (1982).

O procedimento requer a identificação da função de transferência, utilizando as séries originais (estacionárias) ou as séries de entrada e saída transformadas através de um filtro comum. Este filtro comum é obtido através da estrutura auto-regressiva das variáveis de entrada. No caso que segue, para exemplificar o método, utiliza-se duas séries de entrada, representada pelo seguinte modelo:

$$y_t = \frac{w_1(B)}{\delta_1(B)} x_{1t} + \frac{w_2(B)}{\delta_2(B)} x_{2t} + \epsilon_t, \quad t = 1, 2, \dots, n \quad (43)$$

onde x_{1t} e x_{2t} são as séries de entrada e y_t é a série de saída.

A função de transferência também pode ser expressa da seguinte forma:

$$\frac{\omega_j(B)}{\delta_j(B)} B^{b_j} = v_j(B) = v_{j0} + v_{j1} B + v_{j2} B^2 + \dots \quad (44)$$

onde $v_j(B)$ tem um número finito de termos se $\delta_j(B) = 1$ e um número infinito, caso contrário.

Se o modelo (43) é estável, todas as raízes de $\delta_j(B)$, com $j = 1, 2, \dots$ caem fora do círculo unitário e a função de transferência (44) pode ser aproximada por um polinômio $v_j(B)$ com um número finito de termos, denotado por k_j .

O objetivo é encontrar estimativas apropriadas de $v_j(B)$ e expressá-las na forma racional $(\omega_j(B)/\delta_j(B))$, utilizando a técnica de Box & Jenkins, para identificação de r , s e b .

Suponha k_1 e k_2 suficientemente grandes, de forma que possamos reescrever (83) da seguinte forma:

$$Y_t = (v_{10} + v_{11} B + \dots + v_{1k_1} B^{k_1}) x_{1t} + v_{20} + v_{21} B + \dots + v_{2k_2} B^{k_2}) x_{2t} + \epsilon_t \quad (45)$$

$$\text{onde } \epsilon_t = \frac{\theta(B)}{\phi(B)} a_t$$

$$\text{Fazendo } \underline{\beta} = [v_{10}, v_{11}, \dots, v_{1k_1}, v_{20}, v_{21}, \dots, v_{2k_2}]'$$

$$\underline{x} = [\underline{x}_1^0, \underline{x}_1^1, \dots, \underline{x}_1^{k_1}, \underline{x}_2^0, \underline{x}_2^1, \dots, \underline{x}_2^{k_2}]'$$

$$\underline{Y} = [Y_{k+1}, Y_{k+2}, \dots, Y_{k+n}]'$$

$$\text{onde } \underline{x}_j^i = B^j \underline{x}_j^0, \quad \underline{x}_j^0 = [x_j(kj+1), x_j(kj+2), \dots, x_j(kj+n)]$$

$$\hat{\underline{\beta}} = (\underline{x}' \underline{H} \underline{x})^{-1} \underline{x}' \underline{H}' \underline{H} \underline{y} \quad (48)$$

onde $\underline{H} \underline{y} = \underline{D}_{\theta}^{-1} \underline{D}_{\phi}^{-1}$ consiste em filtrar a série de saída por $\phi(B) \theta^{-1}(B)$. Assim, o estimador (48) corresponde a um estimador de mínimos quadrados usual (MQO) utilizando as séries de entrada e saída, filtrada pelo modelo do ruído.

O procedimento pode ser expresso nos cinco passos a seguir:

Passo 1 - Ajustamento das séries de entrada

i) Diferenciar as séries de entrada de modo a torná-las estacionárias.

ii) Ajustar, a cada uma delas, um modelo ARMA apropriado.

iii) Observar se os modelos não apresentaram componentes AR ou se essas componentes tiveram raízes bem maiores que um. Se isto ocorrer passa-se para o 2º Passo.

Se a parte AR, de pelo menos um dos modelos ajustados, contém raízes próximas de um, construa um filtro do tipo $(1-G_1B)(1-G_2B)\dots(1-G_lB)$, onde G_i^{-1} , $i = 1, \dots, l$ são raízes próximas de um. Este filtro é denominado "filtro comum". Aplique o filtro comum às séries de saída e entrada.

Esta operação é denominada pré-filtragem e é indicada com o objetivo de inverter mais facilmente a matriz $\underline{X}' \underline{X}$ (a

pré-filtragem é indicada para obter precisão numérica).

Observa-se que o modelo de função de transferência não se altera quando seu filtro comum é aplicado a todas as séries, se elas forem estacionárias como neste caso. Conforme PRIESTLEY (1971) e GRANGER & NEWBOLD (1977).

Passo 2 - Estimação preliminar dos pesos da Função de Transferência

Estimar os parâmetros do modelo da função de transferência, utilizando o MQO e as séries obtidas no 1º Passo.

Para assegurar que valores adequados de k_j estão sendo utilizados, sugere-se começar com $k_j = 6$ e ir aumentando de 3 em 3 unidades. Um teste F pode ser utilizado para decidir quantos termos devem ser incluídos na análise.

Passo 3 - Construção do modelo preliminar para os resíduos

i) Ajustar um modelo ARMA aos resíduos obtidos da estimação preliminar da função de transferência, filtrando todas as séries "pré-filtradas" por esse modelo ARMA.

ii) Caso os resíduos sejam ruído branco, obtém-se uma forma racional $(\omega_j(B))/(\delta_j(B))$ para as séries de entrada x_j .

Passo 4 - Estimação dos pesos da Função de Transferência

Estimar os parâmetros do modelo da função de transferência, utilizando o MQO e as séries obtidas no 3º Passo (isto equivale a calcular $\hat{\beta}$ da equação (48)). Recomenda-se excluir todos os termos não significativos na estimação de MQO.

Passo 5 - Estimação do modelo de Função de Transferência

i) Identificar um modelo ARMA para os resíduos a partir da série de saída original (estacionária) e os pesos da função de transferência obtidos na estimação preliminar (4º Passo).

ii) Reescrever as funções de transferências $v_j(B)$ na forma racional $w_j(B)/\delta_j(B)$, obtendo um modelo preliminar da função de transferência.

IV.6.7 - Estimação dos Parâmetros dos Modelos de Função de Transferência

Após a identificação de um modelo de função de transferência o próximo passo é estimar os seus parâmetros.

Representando o modelo de função de transferência através da equação (26) a tarefa é estimar os vetores de parâmetros $\underline{w}_j(w_{0j}, w_{1j}, \dots, w_{sj})'$, $\underline{\delta}_j(\delta_{0j}, \delta_{1j}, \dots, \delta_{r,j})'$, $\underline{\phi}(\phi_1, \phi_2, \dots, \phi_p)'$ e $\underline{\theta}(\theta_0, \theta_1, \dots, \theta_q)'$. De modo semelhante se o modelo de função de transferência é sazonal haverá

vetores representativos dos parâmetros sazonais que deverão ser estimados e possivelmente diferenças sazonais [eq.33].

Como para os modelos univariados ARMA, há várias aproximações para estimação destes parâmetros. Escolhe-se $\hat{\omega}_j$, $\hat{\delta}_j$, $\hat{\phi}$ e $\hat{\theta}$, como estimadores de mínimos quadrados de ω_j , δ_j , ϕ , θ , respectivamente, assim que:

$$S(\hat{\omega}_j, \hat{\delta}_j, \hat{\phi}, \hat{\theta}) = \sum_{t=1}^n a^2 t \quad (49)$$

é um mínimo. O índice n representa o número de observações possivelmente ajustadas por diferenciação. No processo de minimização serão utilizados os seguintes passos.

Passo 1 - dada a escolha inicial dos valores dos parâmetros nos polinômios $\omega_j(B)$ e $\delta_j(B)$, pode-se prever a parte sistemática do modelo de Função de Transferência da equação como:

$$\hat{y}_t = \hat{v}(B)x_{jt-b}$$

Passo 2 - Calcular os resíduos \hat{a}_t usando

$$\hat{a}_t = y_t - \hat{y}_t$$

Finalmente, a série \hat{a}_t pode ser usada para avaliar $\hat{\epsilon}_t$ usando o modelo univariado ARMA, cuja representação é:

$$\hat{\epsilon}_t = \phi(B)^{-1} \cdot \theta(B) \hat{a}_t$$

Se o parâmetro de atraso b é desconhecido, em princípio

pode-se calcular os valores de \underline{w}_j , $\underline{\delta}_j$, Φ e Θ , os quais minimizam a soma quadrática dos resíduos (49), para diferentes valores de b , de forma semelhante e seleciona-se o valor de b , que corresponde o mínimo geral (49).

IV.6.8 - Verificação do Modelo de Função de Transferência

Tendo sido identificado o modelo

$$Y_t = \frac{\underline{w}_j(B)}{\underline{\delta}_j(B)} x_{jt-b} + \frac{\Theta(B)}{\Phi(B)} a_t \quad (50)$$

e os parâmetros \underline{w} , $\underline{\delta}$, Φ , Θ estimados, deve-se verificar se o modelo é adequado ou não. Esta verificação é baseada nos resíduos.

$$\hat{\epsilon}_t = y_t - \hat{Y}_t, \quad (51)$$

onde

$$\hat{Y}_t = \frac{\hat{\omega}_j(B)}{\hat{\delta}_j(B)} x_{jt-b} + \frac{\hat{\Theta}(B)}{\hat{\Phi}(B)} a_t. \quad (52)$$

PIERCE (1972) mostra que $\hat{a}_t \xrightarrow{P} a_t$, para todo t , quando $n \rightarrow \infty$.

As possíveis inadequações do modelo (51) poderão ser detectadas examinando-se as auto-correlações dos resíduos \hat{a}_t e correlações cruzadas entre os resíduos e a entrada pré-branqueada a_t , isto porque, se o modelo ajustado for

$$y_t = v_0(B) x_{jt} + \psi(B) a_{0t} \quad (53)$$

enquanto que o modelo correto é (50), então

$$a_{0t} = \psi_0^{-1}(B) \{v(B) - v_0(B)\} x_t + \psi_0^{-1}(B) a_t \quad (54)$$

Logo, dado que o modelo identificado é incorreto, os resíduos a_{0t} serão auto-correlacionados e também correlacionados com x_t (e α_t).

Pode-se ter dois casos:

- i) Modelo de função de transferência correto e modelo do ruído a_t incorreto

Neste caso, $v_0(B) = v(B)$ e $\psi_0(B) \neq \psi(B)$ e (54) fica:

$$a_{0t} = \psi_0^{-1}(B) \psi(B) a_t, \quad (55)$$

de modo que os a_{0t} serão auto-correlacionados e examinando-se as auto-correlações $r_{a_0 a_0}(k)$ poderemos sugerir modificações no modelo. Neste caso, os a_{0t} não serão correlacionados com x_t e α_t .

- ii) Modelo de função de transferência incorreto

Neste caso, como ressaltamos acima, teremos os a_{0t} auto-correlacionados e ainda correlacionados com a entrada. Se o modelo de ruído estiver correto, $\psi_0(B) = \psi(B)$ e

$$a_{0t} = \psi^{-1}(B) \{v(B) - v_0(B)\} x_t + a_t, \quad (56)$$

e ainda teríamos as duas situações acima. Portanto, tenta-se primeiro modificar o modelo de função de transferência para

depois analisarmos o modelo do ruído.

Considerando a entrada pré-branqueada α_t dado por:

$$\alpha_t = \theta_x^{-1}(B) \phi(B) x_t \quad (57)$$

β_t dado por

$$\beta_t = v(B) \alpha_t + \varepsilon_t, \text{ isto é,} \quad (58)$$

onde $\varepsilon_t = \theta_x^{-1}(B) \phi_x(B) \eta_t$, logo

$$\varepsilon_{0t} = \beta_t - v_0(B) \alpha_t = [v(B) - v_0(B)] \alpha_t + \varepsilon_t \quad (59)$$

Desta equação, vê-se que a existência de correlação entre ε_{0t} e α_t indicará se o modelo de função de transferência está correto ou não. Multiplicando-se (59) por α_{t-k} e tomando a esperança e usando \hat{v}_j obtemos:

$$v_k - v_{0k} = \rho_{\alpha\varepsilon_0}(k) \cdot \frac{\sigma_{\varepsilon_0}}{\sigma_{\alpha}}, \quad k = 0, 1, 2, \dots \quad (60)$$

que fornece uma medida da diferença entre a função resposta de impulsos estimada e a correta. Substituindo $\rho_{\alpha\varepsilon_0}(K)$ por $r_{\alpha\varepsilon_0}(k)$ e σ_{ε_0} , por estimativas s_{ε_0} , s_{α} , teremos novos valores preliminares para a função resposta de impulso. Depois voltamos a analisar o modelo do ruído, para ver se é adequado.

Existem outros critérios de identificação, mas descreveremos somente o critério de Liu & Hanssens porque será o critério utilizado no capítulo VII, para analisar séries de múlti-

plas entradas, maiores detalhes poderão ser obtidos em TIAO et alli (1975), BEGUIN et alli (1980) e LII (1985).

IV.6.8.1 - Testes de Adequação

Os resíduos \hat{a}_t dados por (51) têm auto-correlação estimada por:

$$r_{\hat{a}\hat{a}}(k) = \frac{\sum_{t=k+1}^m \hat{a}_t \hat{a}_{t+k}}{\sum_{t=1}^m \hat{a}_t^2}, \quad (61)$$

onde m é o número da observação de \hat{a}_t efetivamente disponíveis. Quando m é grande, a distribuição de $r_{\hat{a}\hat{a}}(k)$ é aproximadamente a mesma de $r_{aa}(k)$, que é dada pelo seguinte resultado (BOX & PIERCE, 1970).

Se o modelo (50) for correto e se os a_t são calculados usando-se os verdadeiros valores dos parâmetros (e portanto estes a_t são não-correlacionados), temos que $r_{aa}(1), \dots, r_{aa}(k)$ terão uma distribuição assintótica normal multivariada, supondo-se k pequeno em relação a m . As autocorrelações $r_{aa}(k)$ são dadas por

$$r_{aa}(k) = \frac{\sum a_t a_{t-k}}{\sum a_t^2}, \quad k = 1, \dots, k, \quad (62)$$

são não-correlacionadas e $\text{Var} \{r_{aa}(k)\} = \frac{m-k}{m(m+2)} \approx \frac{1}{m}$.

Como os a_t são ruído branco, com $a_t \sim N(0, m^{-1})$. Assim, segue a estatística

$$Q = m(m+2) \sum_{k=1}^k (m-k)^{-1} r_{aa}^2(k), \quad (63)$$

para m grande, tem uma distribuição qui-quadrado com k graus de liberdade. Contudo, tem-se que estimar os a_t e as propriedades de $\hat{r}_{aa}(k)$, para valores pequenos de k , são afetadas. Em particular, a variância de $\hat{r}_{aa}(k)$ pode ser menor do que m^{-1} e comparar as autocorrelações dos \hat{a}_t com $1/\sqrt{m}$ pode sub-estimar sua significância. Um teste que leva em conta este fato é o seguinte.

Teste de autocorrelação: se o modelo for correto e k suficientemente grande, a estatística

$$Q = m \sum_{k=1}^k r_{aa}^2(k) \quad (64)$$

tem uma distribuição χ^2 com $\nu = k-p-q$ graus de liberdade. Portanto, o número de graus de liberdade depende somente do número de parâmetros do modelo do ruído.

Assim, tem-se a seguinte relação

$$\text{Corr}\{r_{xa}(k), r_{xa}(k+l)\} \approx \rho_{xx}(l),$$

de modo que o mesmo modelo seja correto, ainda existirá correlação entre a entrada x_t e o ruído a_t . Portanto, dado que os x_t são auto-correlacionados, um modelo de função de transfe-

rência correto poderá resultar em algum padrão das correlações cruzadas $r_{x\hat{a}}(k)$. Este efeito é eliminado ao calcular-se as correlações cruzadas entre os resíduos e a entrada pré-branqueada α_t . Ou, seja, analisa-se as correlações cruzadas $r_{\alpha\hat{a}}(k)$, onde:

$$r_{\alpha\hat{a}}(k) = \frac{\sum \alpha_{t-k} \hat{a}_t}{\sqrt{\sum \alpha_t^2 \sum \hat{a}_t^2}} \quad (65)$$

O seguinte teste é baseado num resultado de PIERCE (1972).

Teste de correlação cruzada: se o modelo for correto e k suficientemente grande, a estatística

$$S = m \sum_{k=0}^k r^2_{\alpha\hat{a}}(k) \quad (66)$$

tem distribuição aproximada χ^2 com $\nu = k+1-(r+s+1) = k-r-s$ graus de liberdade.

IV.6.9 - Previsão com Erro Quadrático Mínimo

Dados os parâmetros do modelo e as observações $y_t, y_{t-1}, y_{t-2}, \dots$ a previsão no tempo t para um horizonte h , denotada por $\hat{y}_t(h)$, pode ser recursivamente calculada considerando o seguinte fato:

$$\begin{aligned} [Y_{t+h}] &= Y_{t+h}, \text{ se } h \leq 0 \\ &\hat{y}_t(h), \text{ se } h > 0 \end{aligned}$$

$$[a_{t+h}] = a_{t+h}, \text{ se } h \leq 0$$

$$0, \text{ se } h > 0$$

onde, $[Y_{t+h}]$ e $[a_{t+h}]$ representa o valor esperado da variável aleatória Y_{t+h} e a_{t+h} , respectivamente.

IV.6.10 - Função de Transferência de Harvey e de Harrison

A formulação matemática do modelo de função de transferência estrutural assume a série univariada Y_t descrita anteriormente através de suas componentes estruturais não observáveis: tendência, sazonalidade, ciclo e erro com a inclusão de variáveis exógenas e/ou de intervenção.

IV.6.10.1 - Variáveis Exógenas

. Se este for o caso, pode-se facilmente incorporar estas informações no modelo, re-escrevendo a equação (13) na forma:

$$Y_t = \mu_t + \gamma_t + \psi_t + \sum_{j=1}^k \beta_j X_{jt} + \epsilon_t \quad (67)$$

onde:

$\beta_j X_{jt}$ - correspondem às variáveis exógenas.

Estas podem incluir defasagens na própria variável dependente Y_t . Com relação aos β_j 's, estes podem ser considerados constantes desconhecidas, isto é, $\beta_{jt} = \beta_{jt-1}$ para todo $j = 1, 2, \dots, k$ e $t = 2, 3, \dots$ ou pode-se assumir que estes evoluem segundo um passeio aleatório, como a seguir:

$$\beta_{jt} = \beta_{jt-1} + \delta\beta_{jt} \quad (68)$$

$$e \delta\beta_{jt} \sim N(0, v_{\beta j}), \quad j = 1, 2, \dots, k$$

Neste caso, os $v_{\beta j}$ são incluídos no vetor de hiperparâmetros do modelo.

Caso seja necessário incluir uma estrutura de defasagem em uma ou mais variáveis independentes, basta reescrever (13) na forma apropriada [HARVEY (1984)].

IV.6.10.2 - Variáveis de intervenção

Variáveis de intervenção, conforme definidas por BOX & TIAO (1975), podem também ser incluídas no modelo estrutural, bastando para isto que (67) seja reescrita como:

$$Y_t = \mu_t + \gamma_t + \varphi_t + \sum_{j=1}^k \beta_j X_{jt} + \sum_{j=1}^J \alpha_j W_{ij} + \varepsilon_t \quad (69)$$

onde:

w_{ij} - é uma variável "dummy" representando o tipo de intervenção (transiente, mudança de nível, mudança de inação, etc...), ou seja, variáveis composta de valores binários "0" (ausência) e "1" (presença).

α_j - o parâmetro correspondente; $j = 1, 2, \dots, J$.

Aqui também, para os parâmetros α_j , podem-se assumir uma evolução dinâmica como em (68). Neste caso, estes passam a fazer parte do vetor de estado θ_t .

No item, a seguir trataremos especificamente o caso dos modelos de intervenção os quais possibilitam a inclusão de informações externas ao modelo.

IV.7 - Modelos de Intervenção

A análise de intervenção é um modelo de função de transferência estocástica, onde é possível interpretar a maneira de incorporar seus efeitos ao modelo da série temporal.

É possível fazer intervenções naturais ou induzidas pelo homem, com o objetivo de avaliar o impacto de tal evento no comportamento da série temporal, verificando se causa ou não uma mudança significativa no nível médio de uma série temporal.

Os maiores efeitos da intervenção são notados na mudança do nível na direção ou inclinação da série em estudo, e também para alterar as variáveis dos erros e introduzir no modelo componentes que não haviam antes, por exemplo, introduzir componentes auto-regressivos em um processo de médias móveis.

Outro exemplo é em relação à variabilidade da série, onde pode-se torná-la mais estável ou mais variável a partir das intervenções.

Quando a intervenção a ser feita é complexa, o seu

efeito ocorre gradativamente e se houver mais de uma intervenção é possível existir uma interação entre elas, confundindo parte de seus efeitos.

Os efeitos de Intervenção podem ser constatados ao longo do tempo, assim como podem ser variáveis. O seu efeito é determinado pela estrutura da Função de Transferência, do seu modelo e dos seus parâmetros estimados.

IV.7.1 - Modelos dinâmicos para intervenção

Basicamente a construção de modelos de intervenção consiste em acrescentar aos modelos ARIMA os efeitos de variáveis exógenas através de uma função de transferência. Na Figura 2, mostra-se a representação de um modelo dinâmico de intervenção.

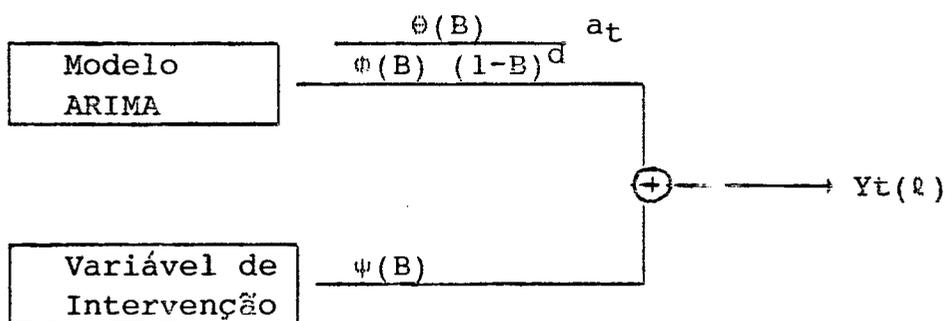


FIGURA 2 - Representação de um modelo dinâmico de intervenção

Seja uma série temporal para a qual verificou-se e estimou-se um modelo ARIMA com o qual vêm se fazendo previsões

há algum tempo. Num dado instante ocorre um evento independente do fenômeno que originou a série temporal, mas cujos efeitos podem se manifestar sobre ela, este fato será analisado no capítulo VII, para as variáveis econômicas que estão relacionadas com o comportamento do processo inflacionário brasileiro.

Esse evento externo, cujos efeitos influenciam a série em estudo, deve ser incorporado ao modelo, como uma informação adicional à série. Esta incorporação de informação chama-se de intervenção.

Na maioria dos casos trata-se de modelos dinâmicos onde uma variável pode ser endógena ou dependente; dependente de uma ou mais variáveis chamadas exógenas ou independentes, e esta dependência é especificada através de modelos da forma:

$$y_t = f(k, x, t) + \eta_t$$

onde:

$y_t = F(x_t)$ é a série x_t transformada ou não

$f(k, x, t)$ é algum efeito determinístico no tempo t , ou o efeito da variável exógena " x ", no caso, de intervenções.

$$f(k, x, t) = \sum_{j=1}^k v_j(B) x_{tj} + \eta_t \quad (70)$$

$$f(k, x, t) = \sum_{j=1}^k \frac{\omega_j(B)}{\delta_j(B)} x_{tj} + \eta_t \quad (71)$$

$x_{t,j}$, $j = 1, 2, \dots, k$ são k variáveis exógenas (intervenções). Eventualmente pode-se usar x_{t-b} , onde b é o espaço de tempo decorrido entre as séries de entrada e saída (defasagem entre as séries); k é o conjunto de parâmetros desconhecidos que aparecem em $v_j(B)$ ou em $\omega_j(B)$ e $\delta_j(B)$.

$v_j(B) = \omega_j(B)/\delta_j(B)$, $j = 1, 2, \dots, k$ é a função de transferência da j -ésima variável exógena, sendo $v_j(B)$, $\omega_j(B)$ e $\delta_j(B)$ polinômios em B e η_t é o ruído que pode ser representado por um modelo ARIMA, inclusive com componentes sazonais.

Cada série x_{tj} é um indicador que assume os valores 0 ou 1, representando, respectivamente, a ausência ou a presença da j -ésima intervenção, isto é, a não-ocorrência ou a ocorrência do j -ésimo evento.

As séries indicadoras de intervenções podem ser representadas por três tipos de variáveis binárias.

1) Função impulso

$$X_{i,t} = I_{i,t}^{(T)} \begin{cases} 0, & t \neq T \\ 1, & t = T \end{cases} \quad (72)$$

2) Função degrau ("Step function")

$$X_{i,t} = S_{i,t} \begin{cases} 0, & t < T \\ 1, & t \geq T \end{cases} \quad (73)$$

3) Função impulso sazonal

$$X_{i,t} = I_{S_{i,t}}^{(S)} \begin{cases} 0, & t \neq S, 2S, 3S, \dots \\ 1, & t = S, 2S, 3S, \dots \end{cases} \quad (74)$$

No caso da função (72) o efeito da intervenção é temporário, no caso da função (73) o efeito da intervenção é permanente após o instante T , ao passo que a função (74) o efeito é S e seus múltiplos.

IV.7.2 - Efeitos de intervenção

Há muitas formas pelas quais uma intervenção pode afetar uma série temporal. As alterações mais comuns são as mudanças no nível da série e as mudanças na direção ou inclinação da série. Estas últimas ocorrem quando a intervenção é complexa e seu efeito manifesta-se gradativamente. Além disso, a intervenção pode alterar a variância dos erros e também introduzir no modelo componentes que não haviam antes, por exemplo, introduzir uma componente auto-regressiva num processo de médias móveis.

A mudança pode ser abrupta (ou imediata), ou, então, só ocorrer depois de algum tempo de iniciada a intervenção

(demorada ou defasada). Pode, ainda, ser temporária ou permanente, podendo tornar a série mais estável ou aumentar a variabilidade. A série também pode ser afetada de várias maneiras simultaneamente.¹⁵

IV.7.3 - Estrutura da Função de Transferência

O efeito de intervenção é determinado pela estrutura da Função de Transferência. Conhecendo-se a forma da Função de Transferência do modelo e estimando-se seus parâmetros, conhece-se o tipo de efeito de intervenção. Por outro lado o conhecimento do problema pode sugerir o possível efeito da intervenção, o que facilitará a identificação do modelo a ser usado. O conhecimento apriorístico do problema auxilia na identificação da função de transferência, enquanto os dados fornecem novas informações sobre efeitos desconhecidos a priori.

Seja o caso de uma só intervenção cujo o modelo é dado por

$$Y_t = v(B) x_t = \frac{w(B)}{\delta(B)} x_t$$

$$Y_t = \frac{w_0 - w_1 B - \dots - w_S B^S}{1 - \delta_1 B - \dots - \delta_r B^r} x_t \quad (75)$$

¹⁵ - Para maiores detalhes ver FOX (1972), GLASS et alli (1975), TIAO et alli (1975), VANDAELE (1983), THURY (1980), HILLMER et alli (1983), TSAY (1986), CHANG et alli (1988) e TSAY (1988).

onde \bar{x}_1 e \bar{x}_2 são as médias amostrais das duas sub-séries e s é a estimativa de σ , conforme BOX & TIAO (1975).

Se as observações não são independentes, mas, as situações "ocorre a intervenção e "não ocorre a intervenção" podem ser aplicadas aleatoriamente, então, a distribuição t de Student pode ser usada como uma aproximação, fornecendo base válida para inferência. Ver BOX & TIAO (1975).

Segundo BOX & TIAO (1975), as observações de séries temporais são quase sempre dependentes, não há possibilidade de aleatorização e frequentemente a série é não-estacionária, podendo haver, ainda, fortes efeitos sazonais. Todos estes fatos invalidam seriamente os procedimentos estatísticos usuais baseados na distribuição t de student.

Um procedimento natural para testar efeitos de intervenção, encontrado em BOX & TIAO (1975), consiste em:

i) Identificar e estimar um modelo estocástico apropriado para a parte da série anterior à intervenção;

ii) usá-lo para fazer previsões de valores posteriores à intervenção, estas previsões são comparadas com os valores reais para avaliar o efeito da intervenção;

iii) calcular as funções apropriadas dos erros de previsões, que possam indicar as possíveis mudanças no modelo.

onde \bar{x}_1 e \bar{x}_2 são as médias amostrais das duas sub-séries e s é a estimativa de σ , conforme BOX & TIAO (1976).

Se as observações não são independentes, mas, as situações "ocorre a intervenção e "não ocorre a intervenção" podem ser aplicadas aleatoriamente, então, a distribuição t de Student pode ser usada como uma aproximação, fornecendo base válida para inferência. Ver BOX & TIAO (1976).

Segundo BOX & TIAO (1976), as observações de séries temporais são quase sempre dependentes, não há possibilidade de aleatorização e frequentemente a série é não-estacionária, podendo haver, ainda, fortes efeitos sazonais. Todos estes fatos invalidam seriamente os procedimentos estatísticos usuais baseados na distribuição t de student.

Um procedimento natural para testar efeitos de intervenção, encontrado em BOX & TIAO (1976), consiste em:

i) Identificar e estimar um modelo estocástico apropriado para a parte da série anterior à intervenção;

ii) usá-lo para fazer previsões de valores posteriores à intervenção, estas previsões são comparadas com os valores reais para avaliar o efeito da intervenção;

iii) calcular as funções apropriadas dos erros de previsões, que possam indicar as possíveis mudanças no modelo.

Para um modelo ARIMA escrito na forma

$$Y_t = \sum_{j=0}^{\infty} \psi_j a_{t-j}, \text{ sendo } \psi_0 = 1,$$

a previsão de erro quadrático médio mínimo é dada por

$$\hat{Y}_t(\ell) = \sum_{j=0}^{\infty} \psi_{\ell+j} a_{t-j} \quad (78)$$

e o erro de previsão $e_t(\ell) = Y_{t+\ell} - \hat{Y}_t(\ell)$ é dado por

$$e_t(\ell) = \sum_{j=0}^{\ell+1} \psi_j a_{t+\ell-j},$$

sendo ℓ o horizonte de previsão e t a origem das previsões.

Segue-se que $e_t(1) = a_{t+1}$, ou seja, os erros de previsão a um passo são não-correlacionados.

Para $\ell = 1, 2, \dots, m$, definem-se os seguintes vetores e matrizes:

$$a = \begin{bmatrix} a_{t+1} \\ \dots \\ a_{t+m} \end{bmatrix}, \quad e = \begin{bmatrix} e_t(1) \\ \dots \\ e_t(m) \end{bmatrix},$$

$m \times 1 \qquad \qquad \qquad m \times 1$

$$\pi = \psi^{-1} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & \dots & 0 \\ -\pi_1 & 1 & 0 & 0 & \dots & 0 \\ -\pi_2 & -\pi_1 & 1 & 0 & \dots & 0 \\ -\pi_3 & -\pi_2 & -\pi_1 & 1 & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ -\pi_{m-1} & -\pi_{m-2} & -\pi_{m-3} & -\pi_{m-4} & \dots & 1 \end{bmatrix},$$

$m \times m$

então,

$$\underset{\sim}{e} = \underset{\sim}{\psi} \underset{\sim}{a} \quad e \quad \underset{\sim}{a} = \underset{\sim}{\pi} \underset{\sim}{e}$$

A matriz de covariância (m x m) dos erros de previsão é dada por:

$$\underset{\sim}{V} = E (\underset{\sim}{e} \underset{\sim}{e}')$$

$$\underset{\sim}{V} = E (\underset{\sim}{\psi} \underset{\sim}{a} \underset{\sim}{a}' \underset{\sim}{\psi}')$$

$$\underset{\sim}{V} = \underset{\sim}{\psi} E (\underset{\sim}{a} \underset{\sim}{a}') \underset{\sim}{\psi}'$$

$$\underset{\sim}{V} = \underset{\sim}{\psi} \underset{\sim}{\psi}' \sigma^2.$$

$$\underset{\sim}{Q} = \underset{\sim}{e}' \frac{\underset{\sim}{\pi}' \underset{\sim}{\pi}}{\sigma^2} \underset{\sim}{e}$$

$$\underset{\sim}{Q} = \frac{\underset{\sim}{a}' \underset{\sim}{a}}{\sigma^2}$$

$$\underset{\sim}{Q} = \frac{1}{\sigma^2} \sum_{\ell=1}^m a_{\ell}^2 \quad (79)$$

Então, a soma dos quadrados dos erros de previsão um passo-à-frente fornece um teste de Qui-quadrado para intervenção.

Uma boa aproximação é dada pela estimativa

$$\hat{Q} = \sum_{\ell=1}^m \frac{a_{\ell}^2}{\sigma^2} \quad (80)$$

onde $a_{\ell} = y_{\ell} - \hat{y}_{\ell-1}$, $\ell = 1, \dots, m$ são os erros de previsão um passo-à-frente e m é o comprimento do período pós-intervenção. \hat{Q} segue uma distribuição qui-quadrado, com m graus de

liberdade (X^2_m), se m for grande.

Se Q for maior que o valor tabelado, as previsões são consideradas significativamente diferentes dos valores observados.

Como σ^2_a não é conhecido, usamos $\hat{\sigma}^2_a$ em (80), obtendo-se

$$\hat{Q} = \frac{\sum_{p=1}^m a^2_p}{\hat{\sigma}^2_a}$$

sendo que \hat{Q} pode ser comparado ao valor tabelado de F com m e $n-p$ graus de liberdade, sendo n o número de observações e p o número de parâmetros estimados.

Se o número total de observações for relativamente pequeno este procedimento não é adequado.¹⁴

Um procedimento alternativo sugerido por GLASS et alli (1975) é transformar o modelo ARIMA no modelo linear geral e então usar os procedimentos usuais.

IV.8 - Critérios de Ajustamento e Previsão

Desde o trabalho pioneiro de AKAIKE (1969) vários critérios para seleção de modelos foram desenvolvidos, reduzindo significativamente a necessidade do julgamento do

14 - Ver BATTACHARYA & ANDERSON (1976) e PINO (1980).

analista e ao mesmo tempo podendo ser automatizados facilmente em computador.

A idéia geral é que todos os critérios de qualidade de ajustamento melhoram mais ou menos regularmente quando aumenta-se o número de parâmetros do modelo. Entretanto, aumentar demasiadamente o número de parâmetros é indesejável pois a precisão das estimativas diminui e o modelo se torna de pouca utilidade. Para resolver esses dois objetivos, a princípio conflitantes, os métodos de escolha procuram penalizar os critérios de ajustamento pelo número de parâmetros incluídos no modelo.

A escolha do melhor modelo consiste em ajustar consecutivos modelos, em ordem crescente, e selecionar o modelo que fornecer o melhor valor do critério. Este critério é uma estatística que consiste de um termo de penalidade e outro da soma de quadrado dos resíduos, onde a penalidade depende do número de observações e é uma função crescente do número de parâmetros do modelo. O problema da escolha de um critério é então escolher uma estatística que forneça a melhor forma para a penalidade.

IV.8.1 - Critérios de Ajustamento

ENGLE & BROWN (1986) fazem uma descrição dos critérios

aqui apresentados e analisam empiricamente os erros de previsão para os modelos selecionados por diferentes critérios tais como:

a) Critério de informação de AKAIKE (AIC), desenvolvido por AKAIKE (1974) na sua forma geral é dado por:

$$AIC = -2 \log (\text{máxima verossimilhança}) + 2 (\text{número de parâmetros}) \quad (81)$$

O AIC incorpora em suas duas parcelas, medidas sobre o ajustamento e confiabilidade do modelo. A primeira parcela mede a imperfeição do ajuste pela máxima verossimilhança; a segunda mede o decréscimo de confiabilidade à medida que se aumenta o número de parâmetros estimados.

b) AIC (Akaike Information Criterium Estimation) para um processo ARIMA (OZAKI, 1977), é dado por:

$$AIC(p,d,q) = N \log \hat{\sigma}_a^2 + \frac{N}{N-d} 2 (p+q+1 + \delta_0) + N \log 2\pi + N \quad (82)$$

onde:

$$\delta_0 = \begin{cases} 1, & d = 0 \\ 0, & d \neq 0 \end{cases}$$

N = número de observações da série

$\hat{\sigma}_a^2$ = variância estimada dos resíduos

p, q = grau dos polinômios $\phi(B)$ e $\theta(B)$, respectivamente.

c) Critério de SCHWARZ, também conhecido como BIC (Bayesian Information Criterion)

O BIC é dado por:

$$\text{BIC} = \log(\hat{\sigma}_a^2) + \frac{\log(N)K}{N} \quad (83)$$

onde K é o número de parâmetros.

Para o caso do processo ARIMA (p,d,q) o critério de SCHWARZ é dado por:

$$\text{BIC}(p,d,q) = \log(\hat{\sigma}_a^2) + (p+q) \frac{\log(N)}{N} \quad (84)$$

onde:

N = número de resíduos

$\hat{\sigma}_a^2$ = é o estimador de máxima verossimilhança da variância residual

OBS: Os critérios AIC e BIC são equivalentes e medem as verossimilhanças dos modelos mais a parcimônia paramétrica, o modelo selecionado deve ser o que apresentar o menor AIC ou BIC.

c) Coeficiente de determinação (R^2)

Faremos a apresentação do coeficiente de determinação conforme HARVEY (1984).

c.1. - Regressão

Define-se o coeficiente de determinação " R^2 " como sendo a Soma dos Quadrados dos Resíduos estimados (SQR), comparando-a com a correspondente Soma dos Quadrados Totais.

Assim, R^2 pode ser interpretado como a fração da variação

total (SQT) que é explicada pela reta de regressão de mínimos quadrados, ou seja, mede o percentual de explicação do modelo com relação a variação da série original e a variância residual (σ^2_a), dado por:

$$R^2 = 1 - \frac{SQR}{SQT} \quad (85)$$

onde:

SQR = Soma dos Quadrados dos Resíduos

SQT = Soma dos Quadrados Totais.

c.2. Série temporal univariada não sazonal

Verifica-se a adequabilidade do modelo de séries temporais, comparando os resíduos estimados pelo modelo escolhido, com aqueles obtidos pelo modelo univariado mais simples, ou seja, passeio aleatório com fator de crescimento constante β , dado por:

$$Y_t = Y_{t-1} + \beta + \epsilon_t$$

O coeficiente de determinação R^2_D , é dado por:

$$R^2_D = 1 - \left[\frac{SQR}{\sum_{t=2}^N (\Delta Y_t - \overline{\Delta Y_t})^2} \right] \quad (86)$$

onde ΔY_t é a média da série da 1ª diferença simples ($Y_t - Y_{t-1}$).

c.3. Série temporal univariada sazonal

Seja s o período sazonal e considerando-se a versão sazonal do modelo simples, ou seja o passeio aleatório dado por:

$$\Delta Y_t = \sum_j \gamma_j Y_{tj} + \epsilon_t; \quad t = 2, 3, \dots, T \quad (87)$$

onde:

$Y_{tj} = 0$ para todo t diferente do mês j

$\gamma_j, j = 1, 2, \dots, s$ são os fatores sazonais correspondentes

Aplicando o método dos mínimos quadrados a equação (87) e seja SQRO a soma dos quadrados dos resíduos correspondentes. Assim, se SQR é a soma dos quadrados dos resíduos do modelo, o coeficiente de determinação pode ser expresso por:

$$R^2S = 1 - \frac{SQR}{SQRO} \quad (88)$$

Por ser um critério consistente, nesta tese a escolha dos modelos será feita através do critério de Schwarz (também conhecido como BIC - Bayesian Information Criterion), conforme ROCHA, 1991 pág. 71.

IV.8.2 - Critérios de Previsão

Para avaliar o erro de previsão pode-se usar o erro percentual médio absoluto (MAPE) e a raiz quadrada do erro médio quadrático (RMSE), definidas por:

$$MAPE(h) = \left[\frac{1}{NP} \sum_{t=1}^{NP} |e_t(h) / Y_{t+h}| \right] \times 100 \quad (89)$$

$$RMSE(h) = \left[\frac{1}{NP} \sum_{t=1}^{NP} e_t^2(h) \right]^{1/2} \quad (90)$$

onde NP é o número de períodos previstos e $e_t(l)$ é o erro de previsão l passos-à-frente, representado por:

$$e_t(h) = Y_{t+h} - \hat{Y}_t(h).$$

CAPÍTULO V - CAUSALIDADE

O conceito de causalidade é fundamental na construção de modelos de função de transferência. Poucos economistas se questionam da verdadeira direção de causalidade entre as variáveis, ao desenvolver um modelo. No entanto, ao colocarem uma variável como função de outras, ditas independentes, estão fazendo uma forte hipótese com relação à causalidade entre aquela e estas. Quando existem relações causais unidirecionais entre duas ou mais séries temporais pode-se construir modelos de função de transferência que unem estas variáveis. Estes modelos entre duas variáveis X e Y só têm sentido se X causa Y. Além disso, é necessário que o inverso não ocorra, isto é, se Y também causa X tem-se uma relação de "feedback" e os modelos de função de transferência não serão mais adequados.

Pode-se definir causalidade formal e informalmente. Informalmente, GRANGER (1969) define que a variável X causa a variável Y se o valor atual de Y é melhor predito utilizando-se valores passados de X do que não os utilizando, isto é, mantendo-se iguais todas as outras informações.

A definição formal⁽¹⁷⁾ é a seguinte:

Sejam X_t e Y_t duas séries temporais, seja $\{A_t: t = 0, \pm 1, \pm 2, \dots\}$ um dado conjunto universo de informações, incluindo pelo menos as séries X_t e Y_t , $t = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$. Definamos: $\bar{A}_t = \{A_{t-j} : j = 1, 2, \dots\}$, o passado de A_t e $\tilde{A} = \{A_{t-j} : 0, 1, 2, \dots\}$, o presente e o passado de A_t .

De maneira similar defina-se \bar{X}_t , \bar{Y}_t , \tilde{X}_t e \tilde{Y}_t . Dado um conjunto de informações B , seja $P_t(Y|B)$ o previsor de mínimos quadrados ótimo, não viciado de Y_t , usando o conjunto de informações B e seja $\sigma^2(Y|B)$ a varância do erro de previsão, $\varepsilon_t = Y_t - P_t(Y|B)$. Então obtém-se:

i) Causalidade: diz-se que X_t causa Y_t se

$$\sigma^2(Y|\bar{A}) < \sigma^2(Y|\bar{A}-\bar{X}) \quad (91)$$

Ou seja, pode-se prever Y_t , usando toda a informação disponível, melhor do que se dispusermos de informações que não incluam o passado de X_t . Diz-se também que X_t é exógena a Y_t ou antecedente a Y_t .

ii) Causalidade instantânea: diz-se que X_t causa Y_t instantaneamente se:

$$\sigma^2(Y|\bar{A}, \tilde{X}) < \sigma^2(Y|\bar{A}). \quad (92)$$

Isto é, o valor presente de Y_t é melhor previsto se o valor presente de X_t é incluído.

Na aplicação de modelos de função de transferência o primeiro passo, portanto, é verificar a causalidade entre as variáveis independentes e a variável dependente. É necessário que as variáveis independentes causem a variável dependente e, além disto, que o contrário não ocorra. No caso de "feedback", isto é, se Y causa X e X causa Y , então torna-se necessário o uso de modelos multivariados.

V.1 - Caracterização

Um dos passos na construção de testes para a direção da causalidade é relacionar a definição de Granger com a estrutura dos modelos paramétricos relacionados às séries temporais.

i) Modelos ARMA

Considerando o modelo bivariado (X_t, Y_t) , cuja representação vetorial ARMA (p, q)

$$\begin{bmatrix} X_t \\ Y_t \end{bmatrix} - \sum_{j=1}^p \Phi_j \begin{bmatrix} X_{t-j} \\ Y_{t-j} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \alpha_t \\ \eta_t \end{bmatrix} - \sum_{j=1}^q \theta_j \begin{bmatrix} \alpha_t \\ \eta_t \end{bmatrix} \quad (93)$$

ou

$$\begin{bmatrix} \Phi_{11}(B) & \Phi_{12}(B) \\ \Phi_{21}(B) & \Phi_{22}(B) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X_t \\ Y_t \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \theta_{11}(B) & \theta_{12}(B) \\ \theta_{21}(B) & \theta_{22}(B) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \alpha_t \\ \eta_t \end{bmatrix}$$

onde:

$$\phi_{ii}(0) = 1 = \theta_{ii}(0) \quad \text{para } i = 1,2$$

$$\phi_{ij}(0) = 0 = \theta_{ij}(0) \quad \text{para } i \neq j$$

e $\epsilon_t = (\alpha_t, \eta_t)$ é um vetor de ruídos brancos tal que

$$E(\epsilon_t \epsilon_t') = \Sigma$$

$$E(\epsilon_t \epsilon_{t-j}) = 0 \quad \text{para } j \neq 0.$$

Mostra-se então que Y não causa X se e somente se

$$\phi_{12}(B) = 0 = \theta_{12}(B) \quad (94)$$

e a causalidade instantânea ocorre se e somente se Σ não é diagonal.

Se (X_t, Y_t) admite a representação vetorial AR(∞),

então

$$\begin{bmatrix} X_t \\ Y_t \end{bmatrix} - \sum_{j=1}^{\infty} \Pi_j \begin{bmatrix} X_{t-j} \\ Y_{t-j} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \alpha_t \\ \eta_t \end{bmatrix} \quad (95)$$

ou

$$\begin{bmatrix} \Pi_{11}(B) & \Pi_{12}(B) \\ \Pi_{21}(B) & \Pi_{22}(B) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X_t \\ Y_t \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \alpha_t \\ \eta_t \end{bmatrix}$$

onde:

$$\Pi_{ii}(0) = 1 \quad \text{para } i = 1,2$$

$$\Pi_{ij}(0) = 0 \quad \text{para } i \neq j.$$

Mostra-se então que Y não causa X se e somente se

$$\Pi_{12}(B) = 0 \quad (96)$$

e a causalidade instantânea ocorre se e somente se Σ não é diagonal.

Se (X_t, Y_t) admite a representação vetorial MA(∞), então,

$$\begin{bmatrix} X_t \\ Y_t \end{bmatrix} = \sum_{j=1}^{\infty} \psi_j \begin{bmatrix} \alpha_{t-j} \\ \eta_{t-j} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \alpha_{Xt} \\ \eta_{Yt} \end{bmatrix} \quad (97)$$

ou

$$\begin{bmatrix} X_t \\ Y_t \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \psi_{11}(B) & \psi_{12}(B) \\ \psi_{21}(B) & \psi_{22}(B) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \alpha_t \\ \eta_t \end{bmatrix}$$

onde:

$$\psi_{ii}(0) = 1 \quad \text{para } i = 1, 2$$

$$\psi_{ij}(0) = 0 \quad \text{para } i \neq j.$$

Mostra-se então que Y não causa X se e somente se

$$\psi_{12}(B) = 0 \quad (98)$$

e a causalidade instantânea ocorre se e somente se Σ não é diagonal.

ii) Correlação cruzada dos ruídos univariados

Na prática, pode-se verificar a causalidade através da função de correlação cruzada entre as séries X_t e Y_t . Pode-se escrever as séries estacionárias x_t e y_t como modelos Auto-regressivos-Médias Móveis (ARMA):

$$\begin{aligned}\phi_x(B) x_t &= \theta_x(B) \alpha_t \\ \phi_y(B) y_t &= \theta_y(B) \eta_t\end{aligned}\quad (99)$$

onde:

ϕ_x : polinômio auto-regressivo da série de entrada

ϕ_y : polinômio auto-regressivo da série de saída

θ_x : polinômio de médias móveis da série de entrada

θ_y : polinômio de médias móveis da série de saída

α_t : ruído branco da série de entrada

η_t : ruído branco da série de saída

As correlações cruzadas entre os ruídos α_t e η_t refletem a dependência linear entre as séries x_t e y_t e fornecem também o tipo de causalidade que pode estar presente entre estas séries.

A função de correlação cruzada entre as séries filtradas ou pré-branqueadas é da seguinte forma:

$$\begin{aligned}p_{\alpha\eta}(k) &= \text{cor}(\alpha_t, \eta_{t+k}), \quad k = 0, 1, \dots \\ p_{\alpha\eta}(k) &= \frac{E[\alpha_{t-k}, \eta_t]}{[E[\alpha_t^2]E[\eta_t^2]]^{1/2}}\end{aligned}\quad (100)$$

As correlações cruzadas $\{p_{\alpha\eta}(k)\}$ são também aproximadamente relacionadas com os coeficientes de regressão de η_t sobre todos os α 's passados, presentes e futuros. Se

$$E(\eta_t | \alpha_s: -\infty < s < \infty) = \sum_{j=-\infty}^{\infty} \eta_t \alpha_{t-j} = v(B) \alpha_t, \quad (101)$$

então a projeção de η_t sobre o passado, presente e futuro $\{\alpha_t\}$ é uma relação bilateral,

$$\eta_t = v(B)\alpha_t + f_t. \quad (102)$$

Note que α_t e η_t são processos de ruído branco, mas, f_t é serialmente correlacionado se os dois últimos η_j são não nulos. Entretanto, f_t é não correlacionado com α_t para todos os lags, e as correlações cruzadas em (100) são expressas como:

$$\rho_{\alpha\eta}(k) = (\sigma_\alpha/\sigma_\eta)v_k \quad (103)$$

Uma relação análoga com α como variável dependente e da forma

$$\alpha_t = w(B)\eta_t + g_t \quad (104)$$

onde $w(B)$ é em geral duplamente infinito, g_t é não correlacionado com o passado, presente e futuro de η_t , e

$$\rho_{\alpha\eta}(k) = (\sigma_\eta/\sigma_\alpha)w_k \quad (105)$$

Tais relações bilaterais entre α e η são análogas para relações similares que também possuem para x e y . Assim, tem-se:

$$y_t = V(B)x_t + h_t, \quad (106)$$

e

$$x_t = W(B)y_t + k_t \quad (107)$$

onde

$$V(B) = \frac{F(B)}{G(B)} v(B),$$

$$W(B) = \frac{F(B)}{G(B)} w(B), \quad (108)$$

Em (107) e (108) os operadores $V(B)$ e $W(B)$ podem ser duplamente infinitos, e h_t e k_t tem média zero e são descorrelatados com x_t e y_t , respectivamente. Raramente, no entanto h_t e k_t serão serialmente descorrelatados, como esses são geralmente conectados com as séries autocorrelacionadas f_t e g_t através da relação

$$G(B)h_t = f_t, \quad F(B)k_t = g_t \quad (109)$$

V.2 - Testes de Causalidade

i) Teste direto de Granger ¹⁸

O teste implícito na definição de GRANGER (1969), consiste em utilizar um modelo bivariado AR(M) de ordem M suficientemente grande para aproximar a representação AR(∞), dada pela equação (95), isto é,

$$X_t = \sum_{j=1}^M \pi_{11j} X_{t-j} + \sum_{j=1}^M \pi_{12j} Y_{t-j} + \alpha_t, \quad (110)$$

$$Y_t = \sum_{j=1}^M \pi_{21j} X_{t-j} + \sum_{j=1}^M \pi_{22j} Y_{t-j} + \eta_t. \quad (111)$$

Por exemplo, a hipótese nula de que Y não causa X é

¹⁸ - Ver GRANGER (1969, 1980)

equivalente a hipótese $\Pi_{12j} = 0 \quad j = 1, \dots, M$ na regressão (110). Esta hipótese é testada usando o teste F. Análogamente outras hipóteses podem ser testadas.

Este procedimento sofre o defeito de que um grande número de graus de liberdade (observações) são perdidas ao estimar os parâmetros do modelo (110) ou (111) que é usado para aproximar a estrutura do correspondente modelo AR(∞) em (95). Uma alternativa é tentar obter um modelo parcimonioso da forma mista ARMA(p,q) vetorial. A hipótese nula Y não causa X pode ser testada através do teste da razão de verossimilhança da hipótese:

$\Phi_{12}(L) = 0 = \Theta_{12}(L)$, na representação ARMA vetorial, equação (93) que toma a forma:

$$LR = n \log \{ |\hat{\Sigma}_R| / |\hat{\Sigma}| \} \quad (112)$$

e é assintoticamente distribuída como uma Qui-quadrada com p+q graus de liberdade. Em (112) $\hat{\Sigma}$ e $\hat{\Sigma}_R$ são as matrizes variância e covariância dos resíduos das estimações, respectivamente do modelo completo (93) e restrito (94).

O teste de causalidade instantânea é obtido testando se a matriz da variância dos resíduos (Σ) é diagonal.

ii) Teste de Sims ¹⁹

¹⁹ - Ver SIMS (1972)

Assumindo que as séries temporais a serem analisadas são conjuntos estacionários e pela consideração só dos preditores lineares e usando os erros quadráticos esperados de previsão como critério para a acurácia preditiva, SIMS (1972) desenvolveu um teste o qual deu conteúdo empírico para a definição de Granger.

Quando se está fazendo a regressão de Y sobre os valores futuros, correntes e passados de X e os valores futuros de X são significativamente diferentes de zero, então X não pode causar Y, uma vez que o futuro não pode causar o passado. Por outro lado se só os valores passados de X são não nulos, estão no sentido causal de Granger X causa Y.

Assim, este teste é baseado no filtro bilateral

$$Y_t = \sum_{j=-\infty}^{\infty} \beta_j X_{t-j} + u_t \quad (113)$$

onde u_t é não correlacionado com X_{t-j} , mas não necessariamente ruído branco, e na prática, por exemplo para testar se Y não causa X testa-se $\beta_j = 0$, $j = -1, -2, \dots, -M_1$, através do teste F na regressão, representada por:

$$Y_t = \sum_{j=-M_1}^{M_2} \beta_j X_{t-j} + u_t, \quad (114)$$

com M_1 e M_2 suficientemente grandes. Entretanto, em geral u_t não é ruído branco e isso distorce os resultados do teste F.

Para evitar este efeito SIMS (1972) sugeriu utilizar arbitrariamente o filtro $(1-0.75B)^2$. Outra alternativa é incluir valores de Y defasados em (99), isto é,

$$Y_t = \sum_{j=-M_1}^{M_2} \beta_j X_{t-j} + \sum_{i=1}^{M_3} \gamma_i Y_{t-i} + \epsilon_t \quad (115)$$

A escolha dos M_i em (114) ou (115) é arbitrária e se esses valores são grandes, muitos graus de liberdade se perdem ao estimar os parâmetros.

iii) Teste de Haugh- Pierce

Testes baseados nas correlações cruzadas dos ruídos univariados obtidos de modelos ARMA univariados para as séries X e Y , foram desenvolvidos por HAUGH (1976).

Seja $r_{\alpha\beta}(k)$ a correlação cruzada amostral, isto é, a estimativa de $\rho_{\alpha\beta}(k)$ em (100). Sob a hipótese de que a série X_t é independente da série Y_t , tem-se que:

$$a) r_{\alpha\beta}(k) \sim N(0, 1/n) \quad (116)$$

$$b) Q_M = n \sum_{k=-M_1}^{M_2} r_{\alpha\beta}^2(k) \quad (117)$$

$$c) Q^*M = n^2 \sum_{k=-M_1}^{M_2} (n-k)^{-1} r_{\alpha\beta}^2(k) \sim \chi^2(-M_1+M_2+1) \quad (118)$$

A amplitude do lag $[-M_1, M_2]$, o qual deve ser usado

nestas estatísticas depende do conhecimento do próprio analista sobre o fenômeno que está sendo estudado. As estatísticas Q_M e Q_M^* seguem uma distribuição de Qui-quadrado com $(-M_1 + M_2 + 1)$ graus de liberdade.

A estatísticas Q_M e Q_M^* testam as $r_{\alpha\eta}(k)$ em grupos e não individualmente. Um teste para verificar a significância individual das correlações cruzadas pode ser feito através da comparação de $r_{\alpha\eta}(k)$ com 2 erros padrões.

O conteúdo deste capítulo será muito importante no desenvolvimento do capítulo VII, onde serão aplicados esses conceitos de causalidade na análise das variáveis econômicas consideradas nesta tese.

CAPÍTULO VI - TÉCNICAS PARA MONITORAÇÃO DE DADOS

Neste capítulo, serão apresentadas algumas técnicas para monitoração de dados representativos de séries temporais⁽²⁰⁾, bem como o algoritmo proposto nesta tese.

VI.1 - CUSUM (SOMAS CUMULATIVAS)

Pode ser utilizado para detectar mudanças estruturais. É representado pela seguinte expressão:

$$\text{CUSUM}(t) = \hat{\sigma}^{-1} \sum_{j=d+1}^t v_j, \quad t = d+1, \dots, n \quad (119)$$

cuja variância é expressa pela seguinte expressão:

$$\hat{\sigma}^2 = (n-d-1)^{-1} \sum_{t=d+1}^n (v_j - \bar{v})^2 \quad (120)$$

e os limites de controle são dados pela expressão:

$$\text{CUSUM} = \pm [a \sqrt{n-d} + 2 a (t-d) / \sqrt{n-d}] \quad (121)$$

onde:

v_j : resíduos

\bar{v} : média dos resíduos

d : distância, valor tabelado, Harvey (1990), pág. 366.

n : número de observações

$a = 0.948$ para um nível de significância de 5%

$a = 0.850$ para um nível de significância de 10%

O CUSUM indicará se a série temporal apresenta alguma mudança estrutural se a soma acumulada das observações estiver fora dos limites de controle, essa técnica é muito utilizada em controle de qualidade.

VI.2 - Método de Trigg e Leach ²¹

Este método se baseia no erro do sinal de alerta amortecido, dado por:

$$T(t) = |Q(t)/\Delta(t)|, \quad T(t) < 1 \quad (122)$$

onde:

$Q(t)$: é o erro de previsão amortecido

$\Delta(t)$: é a média dos desvios amortecidos absolutos

Ambos os erros são computados para o período (t) . O erro de previsão amortecido é computado da seguinte forma:

$$Q(t) = \alpha e_1(t) + (1-\alpha) Q(t-1) \quad (123)$$

²¹ - Maiores detalhes ver MONTGOMERY & JOHNSON (1976) e FARNAUM & STANTON(1989).

A média dos desvios amortecidos absolutos é dado por:

$$\Delta(t) = \alpha |e_1(t)| + (1-\alpha) \Delta(t-1) \quad (124)$$

onde:

$e_1(t)$: é o erro de previsão no período t ;

α : é a constante de amortecimento, que varia no intervalo de $(0,1)$.

Se a série não apresenta mudanças estruturais, $T(t)$ estará perto de 0 e neste caso as observações são estáveis, caso contrário próximo de 1.

VI.3 - Método de Chow²²

O teste Chow pode ser utilizado para testar a hipótese de mudanças estruturais entre dois períodos.

O teste estatístico é dado por:

$$F(\ell) = \left[\frac{\sum_{j=1}^{\ell} \tilde{v}_{T+j}/\ell}{\sum_{t=d+1}^T \tilde{v}_t/(T-d)} \right] \quad (125)$$

segue uma distribuição $F(\ell, T-d)$.

onde:

\tilde{v}_{T+j} : é o erro de previsão 1-passo-à frente padronizado;
 $j = 1, \dots, \ell$

\tilde{v}_t : resíduos padronizados;

ℓ : horizonte de previsão;

22 - Ver Chow (1960).

d: número de diferenças;

T: número de observações da série temporal.

Se $\xi(\varrho) > F(\varrho, T-d)$, aceita-se a hipótese de que há mudanças estruturais entre dois períodos, caso contrário rejeita-se a hipótese de haver mudanças estruturais.

VI.4 - Fator de Bayes

Introduzindo na metodologia Bayesiana de Harrison & Stevens por WEST (1986) serve para monitorar a previsão, os quais são semelhantes às somas cumulativas no caso de normalidade.

As previsões para a série Y_t são produzidas através da distribuição preditiva, e quando for observado um valor anormal $P(Y_t | D_{t-1})$, obviamente será pequeno.

Assim, para cada $k = 1, 2, \dots, t$ (observações) define-se o Fator de Bayes, denotando por $W_t(k)$ pela relação:

$$W_t(k) = \frac{P(Y_t, \dots, Y_{t-k+1} | D_{t-k})}{P_a(Y_t, \dots, Y_{t-k+1} | D_{t-k})} \quad (126)$$

logo:

$$W_t(k) = \frac{P(Y_t | D_{t-1}) P(Y_{t-1} \dots Y_{t-k+1} | D_{t-k})}{P_a(Y_t | D_{t-1}) P_a(Y_{t-1}, \dots, Y_{t-k+1} | D_{t-k})} \quad (127)$$

para $1 \leq k \leq t$.

Definindo $W_t(0) = 1$ para qualquer t , pode-se então estabelecer a seguinte expressão para $W_t(k)$: $W_t(k) = H_t \cdot W_{t-1}(k-1)$; onde $H_t = P(Y_t | D_{t-1}) / P_a(Y_t | D_{t-1})$ é o Fator de Bayes baseado em Y_t somente.

Pelo exposto, está claro que um valor pequeno para H_t é uma indicação de descontinuidade na série. Entretanto, não pode-se identificar a natureza desta baseado somente em H_t . Esta pode ter sido causada por um transiente (outlier) no sistema, ou o começo de uma mudança estrutural (isto é, a primeira observação num novo nível da série). WEST & HARRISON (1989) mostram como é feita a identificação do tipo específico da descontinuidade através da análise sequencial da estatística $W_t(k)$.

VI.5 - Algoritmo de Monitoração

Este algoritmo é uma contribuição desta tese na área de séries temporais, para a identificação de mudanças estruturais em séries temporais, consta basicamente das seguintes passos, conforme apresentado na Figura 3.

Passo 1. Análise exploratória de dados

Passo 2. Teste de homogeneidade da série temporal

Passo 3. Teste de estacionariedade

Passo 4. Teste de direção de causalidade

Passo 5. Modelagem

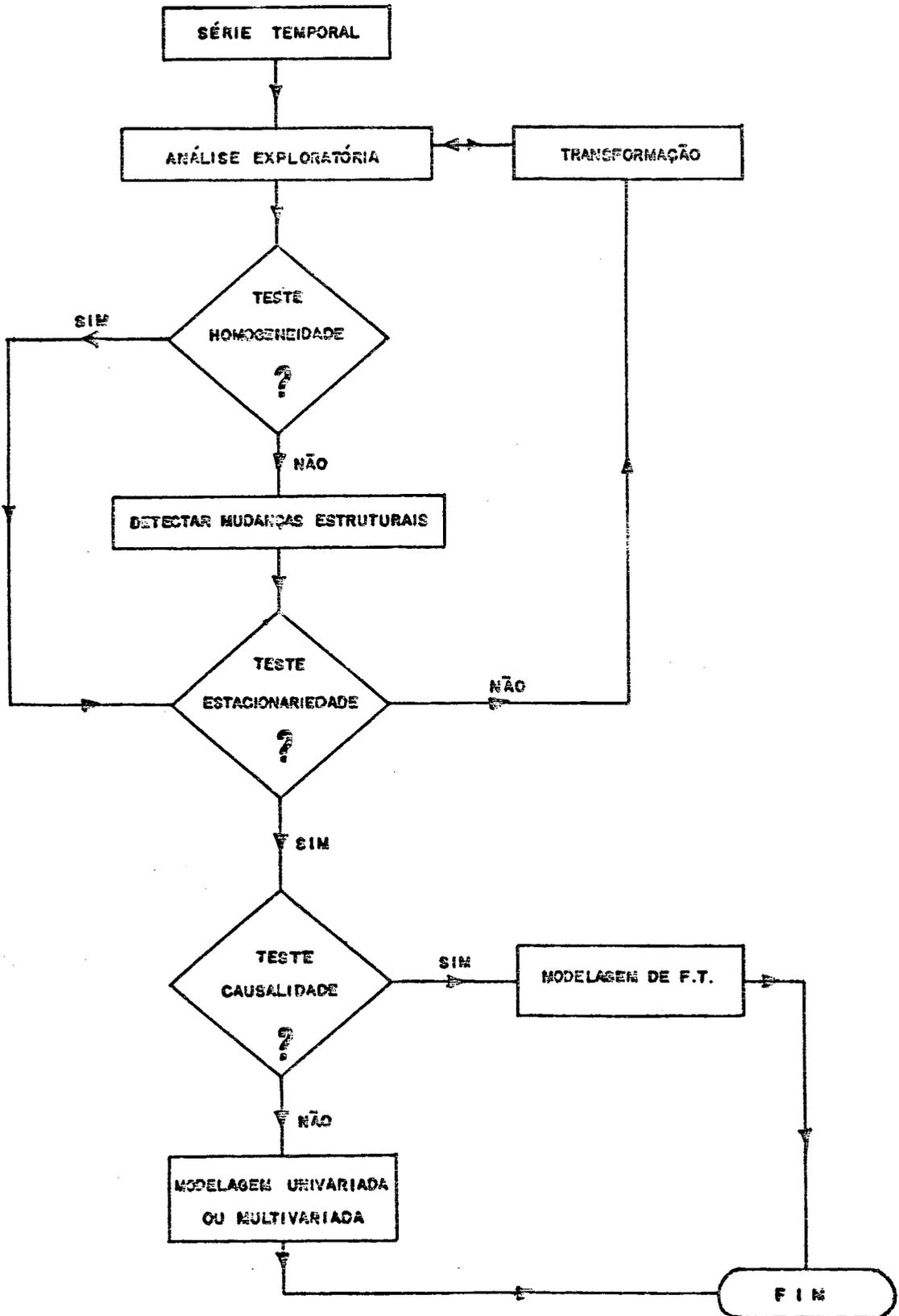


FIGURA 3 - Fluxograma do algoritmo de monitoração

VI.5.1 - Descrição do algoritmo de monitoração

Passo 1 - Análise Exploratória dos dados

a) Fazer o histograma com sumário estatístico da série global, e aplicar o teste do Qui-quadrado (X^2) para verificar a normalidade dos dados, bem como a presença das componentes e de valores aberrantes. Se os dados não forem normais usar a transformação linear geral de Box-Cox dada por:

$$Y_t^\lambda = \begin{cases} Y^\lambda / \lambda & \text{se } \lambda \neq 0 \\ \log(Y) & \text{se } \lambda = 0 \end{cases} \quad (128)$$

b) Subdividir a série em k sub-séries. O tamanho (n) de cada subsérie deve ser de acordo com a periodicidade dos dados. Encontrar as estatísticas básicas (média e variância) e fazer gráficos.

Passo 2 - Teste de homogeneidade da série temporal

No teste de homogeneidade das observações será tomada a decisão sobre a existência de outliers na série temporal em estudo. Se no teste de homogeneidade for aceito H_0 , o método termina negando a existência de qualquer observação aberrante, logo a série temporal não apresenta mudanças estruturais, e pode-se utilizar todo o período amostral inicialmente selecionado para o estudo.

Se a hipótese nula for rejeitada, passe-se para a etapa seguinte do método onde é selecionada a observação que, de acordo com um critério objetivo, será então considerada como outlier.

Assim, considera-se uma série temporal Y_1, \dots, Y_n , de tamanho n de um processo estocástico com função de densidade de probabilidade $f(Y; \delta)$. A verossimilhança da série temporal será genericamente representada por:

$$L (Y_1, Y_2, \dots, Y_n; \delta) = \prod_{i=1}^n f(Y_i, \delta) \quad (129)$$

No método proposto considera-se o seguinte modelo de discordância:

1. Hipótese nula (H_0), de homogeneidade

Admite-se que todas as observações Y_1, Y_2, \dots, Y_n têm a mesma função de densidade de probabilidade $f(Y_i, \delta)$, ($i= 1, \dots, n$). Seja $L_0(Y_1, Y_2, \dots, Y_n; \delta)$ a verossimilhança da série temporal na hipótese H_0 .

2. Hipótese alternativa (H_a), alternativa natural

É admitida a presença de um ou mais valores discordantes na amostra e que, em princípio, pode ser qualquer uma das n observações. Nesse sentido seja H_{aj} a hipótese que admite Y_j como observação discordante, isto é, tal que:

- Y_j tenha densidade de probabilidade $f(Y_t; \delta')$ para algum $j \in \{1, 2, \dots, n\}$
- $Y_1, \dots, Y_{j-1}, Y_{j+1}, \dots, Y_n$ seguem uma distribuição com densidade $f(Y_i; \delta)$ para $i \neq j$.

Aceitando-se a hipótese alternativa natural (H_a), existindo portanto pelo menos uma observação discordante Y_j , significa pois, que a hipótese é assumida como H_{aj} . Sendo assim, a hipótese alternativa natural (H_a) pode ser considerada como a reunião das n hipóteses (H_{aj}). Na hipótese alternativa natural H_a e sendo assumida a hipótese H_{aj} representa-se por:

$$L_j(Y_1, \dots, Y_n; \delta, \delta') = \left(\prod_{i \neq j}^n f(Y_i; \delta) \right) f(Y_j; \delta') \quad (130)$$

a respectiva verossimilhança da série temporal.

Se for representado por $\hat{\delta}$ o estimador de máxima verossimilhança para δ na hipótese nula H_0 e por $\hat{\delta}_j$ e $\hat{\delta}'_j$ os estimadores de máxima verossimilhança para δ, δ' na hipótese alternativa H_{aj} tem-se, para máximo das funções de verossimilhança sob H_0 e H_{aj} , respectivamente \hat{L}_0 e \hat{L}_j .

Para a formulação do teste de homogeneidade baseou-se no teste da razão de verossimilhanças [HARVEY, 1989].

Assim:

$$\lambda_n = \frac{\max(H_0) L(Y_1, \dots, Y_n; \delta)}{\max(H_{aj}) L(Y_1, \dots, Y_n; \delta, \delta')} \quad (131)$$

Pelo princípio de máxima verossimilhança, se a Hipótese H_0 é certa, deve-se esperar que \hat{L}_0 e \hat{L}_j difiram pouco, isto é que λ_n seja próximo de 1.

Considerando que a função de verossimilhança do conjunto das sub-séries é:

$$L = \prod_{i=1}^k \left(\frac{1}{2\pi\sigma_i^2} \right)^{\frac{n_i}{2}} e^{-\frac{\sum_{j=1}^{n_i} (x_{ji}-m_i)^2}{2\sigma_i^2}} \quad (132)$$

ou

$$\log L = \sum_{i=1}^k \left\{ -\frac{n_i}{2} \log (2\pi\sigma_i^2) - \frac{\sum_{j=1}^{n_i} (x_{ji}-m_i)^2}{2\sigma_i^2} \right\} \quad (133)$$

Portanto, os estimadores de máxima verossimilhança serão dados por:

$$\frac{\partial \log L}{\partial m_i} = \frac{\sum_{j=1}^{n_i} (x_{ji}-m_i)^2}{\hat{\sigma}_i^2} = 0, \quad i=1,2, \dots, k \quad (134)$$

$$\frac{\partial \log L}{\partial \hat{\sigma}_i^2} = \frac{-n_i}{2\hat{\sigma}_i^2} + \frac{\sum_{j=1}^{n_i} (x_{ji}-m_i)^2}{2\hat{\sigma}_i^4} = 0, \quad (135)$$

Donde resulta:

$$\hat{m}_i = \hat{x}_i \quad \text{e} \quad \hat{\sigma}_i^2 = s^2_i$$

Quando as variâncias são iguais, $\sigma^2_1 = \dots = \sigma^2_k = \sigma^2$, a função de verossimilhança será:

$$L = \prod_{i=1}^k \left\{ \left(\frac{1}{2\pi\sigma^2_i} \right)^{\frac{n_i}{2}} e^{-\frac{\sum_{j=1}^{n_i} (x_{ji}-m_i)^2}{2\sigma^2_i}} \right\} =$$

$$L = \left\{ \prod_{i=1}^k \left(\frac{1}{2\pi\sigma^2} \right)^{\frac{n_i}{2}} \right\} e^{-\frac{\sum_{i=1}^k \sum_{j=1}^{n_i} (x_{ji}-m_i)^2}{2\sigma^2}} \quad (136)$$

e os estimadores de máxima verossimilhança serão

$$\hat{m}_i = \bar{x}_i, \quad \hat{\sigma}_i^2 = \frac{\sum_{i=1}^k n_i \cdot s^2_i}{\sum_{i=1}^k n_i}$$

Das relações anteriores segue-se:

$$\hat{L}_j = e^{-n/2} \prod_{i=1}^k \left(\frac{1}{2\pi s^2_i} \right)^{n_i/2} \quad (137)$$

$$\hat{L}_0 = e^{-n/2} \prod_{i=1}^k \left[\frac{1}{2\pi \frac{\sum_{i=1}^k n_i s^2_i}{n}} \right]^{n_i/2} \quad (138)$$

Por conseguinte, tem-se a razão de verossimilhança:

$$\lambda_n = \hat{L}_0 / \hat{L}_j \quad (139)$$

$$\lambda_n = \prod_{i=1}^k \left[s^2_i / \frac{1}{n} \sum_{i=1}^k n_i s^2_i \right]^{n_i/2} \quad (140)$$

HARVEY (1989) mostra que $-2 \log \lambda_n$ tem distribuição χ^2 com $k-1$ graus de liberdade para grandes valores de n .

Uma melhor aproximação consiste em substituir n_i , por (n_i-1) e observar que a expressão

$$X^2_c = \frac{-2 \log \lambda_n'}{1 + \frac{1}{3(k-1)} \left[\sum_{i=1}^k \frac{1}{n_i} - \frac{1}{\sum_{i=1}^k n_i} \right]} \quad (141)$$

tem distribuição X^2 com $k-1$ graus de liberdade, onde λ_n' resulta de λ_n , substituindo-se n_i por n_i-1 ($i= 1,2,\dots, k$). A região crítica do teste está no ramo à direita da curva X^2 .

Se a hipótese nula for aceita, nega-se a existência de qualquer observação discordante e termina nesta fase a análise estatística de outlier e passa-se direto para o passo seguinte. Caso a hipótese nula tenha sido rejeitada, aceitando portanto a existência de uma ou mais observações discordantes deverá ser selecionada a observação Y_j que só então será identificada como outlier. O índice j onde a estatística λ_n atinge o máximo, define a observação Y_j responsável pela não homogeneidade na amostra.

Passo 3 - Teste de Estacionariedade

Será feito através da análise dos coeficientes de autocorrelação, ou seja, se a função de autocorrelação apresentar um decaimento exponencial, significa que a série é estacioná-

rio, caso contrário a série não é estacionário e necessita-se fazer algum tipo de transformação.

Passo 4 - Teste de direção de causalidade

Para verificar a direção de causalidade, usa-se o teste de PIERCE & HAUGH (1977), baseado na análise dos coeficientes de auto-correlação cruzada dos ruídos, equação (100).

Se as séries analisadas apresentarem causalidade unidirecional, passe-se para a fase de modelagem através de função de transferência, caso contrário, aconselha-se usar uma modelagem multivariada ou univariada.

Passo 5 - Modelagem

Nesta etapa, pode-se utilizar as metodologias Clássica e/ou Bayesiana de acordo com os objetivos previamente determinados.

Nesta tese, utilizamos as metodologias Clássica e Bayesiana na análise empírica do comportamento inflacionário brasileiro no período de janeiro de 1971 a dezembro de 1991 que será apresentada no capítulo a seguir.

CAPÍTULO VII - ANÁLISE EMPÍRICA DO PROCESSO INFLACIONÁRIO

VII.1 - Introdução

O objetivo deste capítulo é descrever os resultados da análise empírica das variáveis macroeconômicas envolvidas direta ou indiretamente na explicação do processo inflacionário brasileiro no período de janeiro de 1971 a dezembro de 1991.

As variáveis macroeconômicas utilizadas foram:

1. Variação percentual mensal dos Meios de Pagamento (M1, M2, M3 e M4) e da Base Monetária (BM) no período de janeiro de 1971 a dezembro de 1991.
2. Variação percentual mensal da Taxa de Câmbio (TC) no período de janeiro de 1971 a dezembro de 1991.
3. Variação percentual mensal do salário médio da ABDIB (SA) no período de janeiro de 1971 a dezembro de 1991.
4. Variação percentual mensal da Taxa de Juros: Letras de Câmbio no período de janeiro de 1971 a dezembro de 1979 e do overnight-ADM no período de janeiro de 1980 a dezembro de 1991.
5. Variação percentual mensal do Uso da Capacidade Instalada (UCI) da FIESP no período de janeiro de 1980 a dezembro de 1991.
6. Variação percentual mensal da Dívida Pública Federal (DF) no período de janeiro de 1971 a dezembro de 1991.
7. Variação percentual mensal do Índice Geral de Preços Disponibilidade Interna (IGP-DI) no período de janeiro de 1971 a

dezembro de 1991.

A representação gráfica destas variáveis encontra-se nas Figuras de 1 a 12 do Apêndice-3. Essas variáveis apresentam uma tendência crescente, bem como uma sazonalidade bastante marcante e vários "outliers".

A análise destas variáveis será apresentada seguindo os objetivos específicos propostos no capítulo I.

VII.2 - Verificar a estrutura de séries econômicas sem colocar restrições a priori, através do algoritmo de monitoração proposto.

Para atingir este objetivo foi utilizado o algoritmo de monitoração proposto nesta tese, capítulo VI. Primeiramente todas as séries temporais anteriormente mencionadas foram subdividas em sub-séries de tamanho 12 cada uma, por se referirem a dados mensais. Foi feita uma análise exploratória de todos os dados, bem como verificado a normalidade das séries, através do teste do Qui-quadrado. Todas as variáveis a um nível de significância de 5% apresentaram normalidade, assim passou-se para o passo seguinte que é o teste de homogeneidade.

i) Teste de homogeneidade

No teste de homogeneidade foi rejeitada a hipótese de não haver valores discrepantes na série original, pois a

estatística proposta no algoritmo de monitoração para a análise (λ_n) para as variáveis mostrou-se próxima de zero, e o valor da estatística X^2 variou entre 72.24 e 86.46, enquanto a estatística tabelada $X^2_{\alpha; k}$ foi de 31.41. Logo a seguir passou-se para a fase de detectar qual observação que seria considerada discrepante. A primeira observação que proporcionou a maximização da estatística (λ_n) foi referente ao ano de 1979, o que também foi confirmada em quase todas as variáveis através da análise de intervenção de Box-Jenkins, realizada automaticamente pelo programa computacional AFS e pela análise Bayesiana através da monitoração realizada pelo fator de Bayes opção automática.

Assim, de acordo com os resultados passou-se a ter dois sub-períodos amostrais para análise das variáveis econômicas envolvidas neste estudo empírico, ou seja o primeiro sub-período que vai de janeiro de 1971 a dezembro de 1979 e o segundo sub-período que vai de janeiro de 1980 a dezembro de 1991.

Conforme Marques (1991) o ano de 1979 parece como divisor de águas entre taxas de inflação na faixa de 30% e 40% ao ano e uma inflação de três dígitos, até então inédita. Na verdade, o volume de pressões inflacionárias acumuladas em 1979 foi substancial. Aconteceu o segundo choque do petróleo, os preços administrados sofreram fortes reajustes reais, foi rea-

lizada a primeira máxidesvalorização do cruzeiro e alterou-se profundamente a política salarial, e elevação das taxas de juros no mercado internacional. Esta foi a época em que a política cambial passou a ser incerta com o abandono das regras cambiais explícitas e sustentadas por longos períodos. Todos estes fatores afetaram desfavoravelmente a taxa de inflação e também as expectativas inflacionárias.

Em 7 de dezembro 79, foi adotado um elenco de medidas com vistas a amenizar a médio prazo o ritmo de crescimento do nível geral de preços e corrigir os desequilíbrios do balanço de pagamentos.

Com o objetivo de amenizar as elevadas altas de preços, foi estabelecido um programa de redução de subsídios creditícios, a fim de propiciar melhores condições para o controle efetivo da política monetária. Com relação ao balanço de pagamentos, foi estipulado reajuste cambial de 30%, fato esse que se espera possa tornar mais simples a adaptação da economia brasileira à nova realidade estrutural representada pelas drásticas alterações nos preços internacionais do petróleo.

Com essas medidas as autoridades governamentais buscaram implantar melhores condições para alcançar o equilíbrio da balança comercial a prazo mais curto e manter o fluxo de

recursos financeiros imprescindíveis ao financiamento do déficit em transações correntes.

Paralelamente, no sentido de uma estratégia global de evitar artificialismos e caminhar na direção da realidade de preços e custos, foram eliminados todos os subsídios fiscais às exportações, como também os depósitos restituíveis sobre importações e viagens ao exterior, e as isenções generalizadas de impostos de importação - com vistas à racionalização da política industrial de amparo à produção nacional de máquinas e equipamentos.

VII.3 - Verificar se os choques de oferta alteram as relações de causa e efeito de variáveis econômicas no tempo

Para verificar se os choques de oferta ocorridos na economia brasileira em 1979, detectados pelo algoritmo proposto, alteram a direção de causalidade entre as variáveis em estudo foram calculadas as correlações cruzadas, através da equação (62) do capítulo IV entre os resíduos de todas as variáveis em relação aos preços para os dois sub-períodos amostrais. Os resultados estão apresentados nas Tabelas 1 e 2, para os sub-períodos de janeiro de 1971 a dezembro de 1979 e de janeiro de 1980 a dezembro de 1991, respectivamente.

TABELA 1 - Relação de causalidade através de correlações cruzadas para o período de jan/1971 a de/1979

Relações	Coeficientes de correlação cruzada significativos (5%)	
M1 \rightleftarrows IGP-DI	$\rho(-1) = 0.208$ (0.104)	$\rho(3) = 0.211$ (0.105) ²³
M2 \rightleftarrows IGP-DI	$\rho(-4) = 0.214$ (0.108)	$\rho(1) = 0.2060$ (0.107)
M3 \rightleftarrows IGP-DI	$\rho(-7) = 0.222$ (0.113)	$\rho(13) = -0.244$ (0.119)
M4 \rightleftarrows IGP-DI	$\rho(-7) = -0.216$ (0.105)	$\rho(19) = -0.326$ (0.120)
BM \rightarrow IGP-DI	$\rho(14) = -0.227$ (0.112)	$\rho(19) = -0.256$ (0.115)
SA \leftarrow IGP-DI	$\rho(-2) = 0.204$ (0.099)	
TC \rightarrow IGP-DI	$\rho(-3) = 0.200$ (0.105)	$\rho(11) = 0.240$ (0.112)
TJ \rightarrow IGP-DI	$\rho(1) = -0.311$ (0.100)	
DF \rightarrow IGP-DI	$\rho(9) = -0.266$ (0.110)	

Pelos resultados apresentados na Tabela 1 pode-se observar que os meios de pagamentos apresentaram causalidade bidirecional, enquanto que a base monetária foi exógena em relação a variação dos preços no sub-período de janeiro de 1971 a dezembro de 1979. A variável representativa da Política Salarial foi endógena em relação a variação dos preços, enquanto que as outras variáveis representando a Política Cambial, a Taxa de Juros bem como a Dívida Pública Federal foram exógenas neste sub-período.

23 - Os valores entre parenteses correspondem ao erro padrão do coeficiente da correlação cruzada dado pela aproximação de Bartlett (1946).

TABELA 2 - Relação de causalidade através de correlações cruzadas para o período de jan/1980 a dez/1991

Relações	Coeficientes de correlação cruzada significativos (5%)	
M1 ← IGP-DI	$\rho(-12) = -0.221$ (0.095)	$\rho(-22) = 0.205$ (0.100)
M2 ← IGP-DI	$\rho(-1) = 0.215$ (0.090)	$\rho(-15) = -0.212$ (0.096)
M3 ← IGP-DI	$\rho(-1) = 0.211$ (0.085)	
M4 ← IGP-DI	$\rho(-15) = -0.186$ (0.089)	
BM → IGP-DI	$\rho(2) = 0.273$ (0.088)	
SA → IGP-DI	$\rho(2) = 0.274$ (0.086)	
UCI ← IGP-DI	$\rho(-11) = 0.173$ (0.088)	
TC → IGP-DI	$\rho(1) = 0.524$ (0.085)	
TJ → IGP-DI	$\rho(1) = -0.184$ (0.085)	
DF → IGP-DI	$\rho(1) = 0.288$ (0.089)	

Analisando-se os resultados Tabela 2, pode-se concluir que a base monetária foi exógena em relação a variação dos preços no Brasil, nos dois sub-períodos analisados, enquanto que os meios de pagamento nos seus conceitos (M1, M2, M3, M4) foi endógeno para o sub-período de janeiro de 1980 a dezembro de 1991.

De maneira geral, pode-se afirmar que os resultados obtidos possuem suporte empírico para a economia brasileira. Comparando-se com os estudos apresentados no capítulo III,

pode-se afirmar que nossos resultados em relação a política monetária também concordam com os obtidos por:

→ CARDOSO (1977), a qual concluiu que a moeda (M1) era endógena, como sempre afirmou a visão estruturalista, para os períodos de 1954-1969 e 1946-1974.

→ CONTADOR (1978, pág. 483), que por sua vez, diz: "a política monetária será endógena ou exógena conforme esteja identificada pelos movimentos nos conceitos de meios de pagamento (M1) ou base monetária, respectivamente, para o período de 1955-1976.

→ CONTADOR (1978) afirma que se comprovado que M1 é endógeno, pode-se dizer que os conceitos mais amplos de política monetária são também endógenos. Em nossa análise, pode-se comprovar essa afirmação de Contador, pois os meios de pagamento em seus conceitos mais amplos: M2, M3 e M4, mostraram-se também endógenos; assim, a inflação pode anteceder no tempo as variações na oferta monetária, via meios de pagamento.

→ MARQUES (1983) também constatou que a base monetária era exógena para o período 1946-1981, e que a relação entre os meios de pagamento e a taxa de inflação foi de realimentação.

→ BRANDÃO (1985) conclui que a relação causal entre base mo-

netária e inflação era unidirecional, partindo da base para os preços, ou seja, a base monetária comportou-se como uma variável exógena.

→ PEREIRA & MASCOLO (1988) mostraram que a moeda (base monetária) foi preponderantemente exógena em relação aos preços no período de 1960 a 1983.

Os resultados aqui obtidos concordam em parte com os encontrados por ROSSI(1991), que analisou a direção de causalidade entre base monetária e meios de pagamento com a inflação, para dados mensais e trimestrais no período de 1973 a 1988, e conclui que a direção de causalidade pelo Teste de Granger iria do índice de preços para a oferta monetária.

Nossos resultados não concordam com os encontrados por MARQUES (1991), em que a taxa de expansão da oferta de moeda teria sido passiva em relação à inflação, sancionando os patamares sucessivamente mais elevados da taxa de variação dos preços, explicados por choques de oferta e/ou demanda, no período de 1974 a 1979, com dados mensais e trimestrais para base monetária.

Em relação à política salarial medida pela variação mensal dos salários médios da ABDIB, pode-se dizer que no sub-

período de janeiro de 1971 a dezembro de 1979 foi endógena, passando para exógena no período de janeiro de 1980 a dezembro de 1991. Esses resultados são bastante interessantes, tendo em vista que eram as regras salariais ditadas pelo governo que vigoravam no período de 1971 a 1979 efetivamente, e o poder de pressão dos sindicatos era muito reduzido, assim esses resultados estão de acordo com a colocação feita por CAMARGO (1990, página 306), em que diz "desenvolvemos um modelo no qual a taxa de variação dos salários nominais é determinada pela política salarial adotada pelo governo (a que damos o nome de salário institucional) e pelo poder de mobilização dos sindicatos de trabalhadores".

A variação percentual mensal da utilização da capacidade instalada utilizada como uma variável proxy do hiato do produto, mostrou-se como uma variável endógena para o sub-período de janeiro de 1980 a dezembro de 1991, variando de acordo com as variações inflacionárias.

A variação percentual da taxa de câmbio para o sub-período de janeiro de 1971 a dezembro de 1979, em relação aos preços apresentou uma causalidade bidirecional ou seja, ora influenciava a variação dos preços, ora era influenciada pela variação dos preços, mas para o sub-período de janeiro de 1980 a dezembro de 1991, mostrou-se exógena, ou seja, a causa-

lidade flui da variação da taxa de câmbio para os preços.

As variáveis taxa de juros e dívida pública federal foram exógenas em relação a variação dos preços nos dois subperíodos.

VII.4 - Verificar a contribuição das diversas metodologias para o entendimento do sistema econômico

Este item, se ocupa das aplicações às séries em estudo das metodologias apresentadas no capítulo IV, ou seja das metodologias univariadas de Box & Jenkins e Bayesiana, da metodologia estrutural Clássica e Bayesiana, bem como a metodologia de função de transferência.

Os critérios de ajustamento utilizados foram: o critério de Akaike (AIC), equação (81), o critério de BAYES (BIC), equação (83), o coeficiente de explicação ajustado R^2 , equação (85) e a média dos resíduos $\mu(a)$, que estão apresentados Apêndice-4, sendo que o modelo escolhido como o representativo foi o que apresentou menor BIC. Os modelos encontrados pela metodologia de Box & Jenkins, para todas as variáveis utilizadas neste estudo empírico também estão apresentados Apêndice-4.

Os melhores modelos em termos de ajustamento foram os modelos de Box-Jenkins com intervenção e os modelos Bayesianos com intervenção e com variáveis exógenas para os dois

sub-períodos da análise, assim no próximo ítem faremos um estudo detalhado através da metodologia Bayesiana.

VII.4.1. Representação do melhor modelo para o comportamento inflacionário para os dois sub-períodos analisados

Para representar o comportamento inflacionário brasileiro escolheu-se a metodologia Bayesiana na qual os parâmetros do modelo estrutural dinâmico tem interpretação física muito clara e variam ao longo do tempo. No modelo de crescimento linear com dados mensais um dos parâmetros representa o crescimento do processo inflacionário brasileiro nos sub-períodos analisados; as outras componentes do modelo são variáveis de intervenção e/ou exógenas, cujos coeficientes das variáveis exógenas podem ser interpretados como uma elasticidade. A modelagem bayesiana permite que a análise seja feita com os parâmetros variando no tempo, facilitando assim a compreensão de que os aspectos qualitativos do modelo são mais estáveis do que os aspectos quantitativos. Assim, os parâmetros estarão aptos a acomodar mudanças estruturais que venham a ocorrer. Pois no envolver econômico há uma grande necessidade de se rever os parâmetros no instante t após observar-se os dados futuros, isto é, $t+1$, \dots , N .

VII.4.1.1 - Período de janeiro de 1971 a dezembro de 1979

Como modelo estrutural para o IGP-DI, adotamos o Modelo de Crescimento Linear com sazonalidade aditiva. Assim a tendência é modelada por um crescimento linear (2 parâmetros) e as flutuações mensais são captadas por uma sazonalidade aditiva (via harmônicas), três variáveis exógenas (Base Monetária, Dívida Pública Federal e Taxa de Juros) e cinco variáveis de intervenção detectadas automaticamente pelo programa computacional AFS (Jan/74, Jan/79, Mar/79, Mai/79 e Jul/79) períodos estes muito significativos para a análise, pois em janeiro de 1974 houve o reflexo do forte aumento dos preços internacionais do petróleo ocorrido em dezembro de 1973 e em 1979 foi o marco de várias mudanças na economia brasileira como já relacionadas no objetivo anterior.

Foram utilizados os valores default para os hiperparâmetros (fatores de desconto) e prioris de referência para designar os valores iniciais de vetor de estado.

A Figura 4 se refere a atualização seqüencial do modelo para o IGP-DI. A tendência, incluindo o efeito dos regressores está apresentada na Figura 5. Na Figura 6 apresenta-se o fator de crescimento. Na Figura 7 apresenta-se os fatores sazonais e nas Figuras 8, 9, 10, 11, 12 e 13 apresenta-se os coeficientes

e os efeitos das variáveis exógenas Base Monetária, Dívida Federal e Taxa de Juros, respectivamente, as quais incluem os limites de probabilidade de 90%, e na Figura 14 apresenta-se o estimador sequencial da variância observacional. Os coeficientes das variáveis exógenas variam ligeiramente no tempo como pode-se observar nas Figuras de 8 a 10. Os fatores sazonais foram positivos de janeiro a maio e agosto e negativo para os outros meses do ano como pode ser observado na Figura 7. Os efeitos das variáveis exógenas representados nas Figuras de 11 a 13 mostram o mesmo comportamento da variável endógena Índice de Preços.

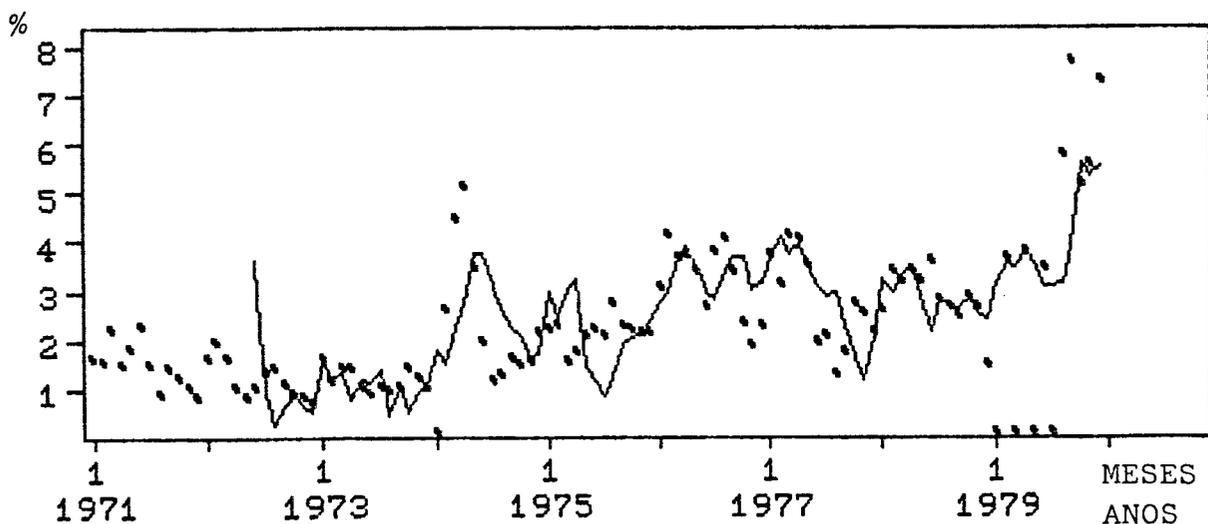


FIGURA 4 - Atualização sequencial do modelo para o IGP-DI

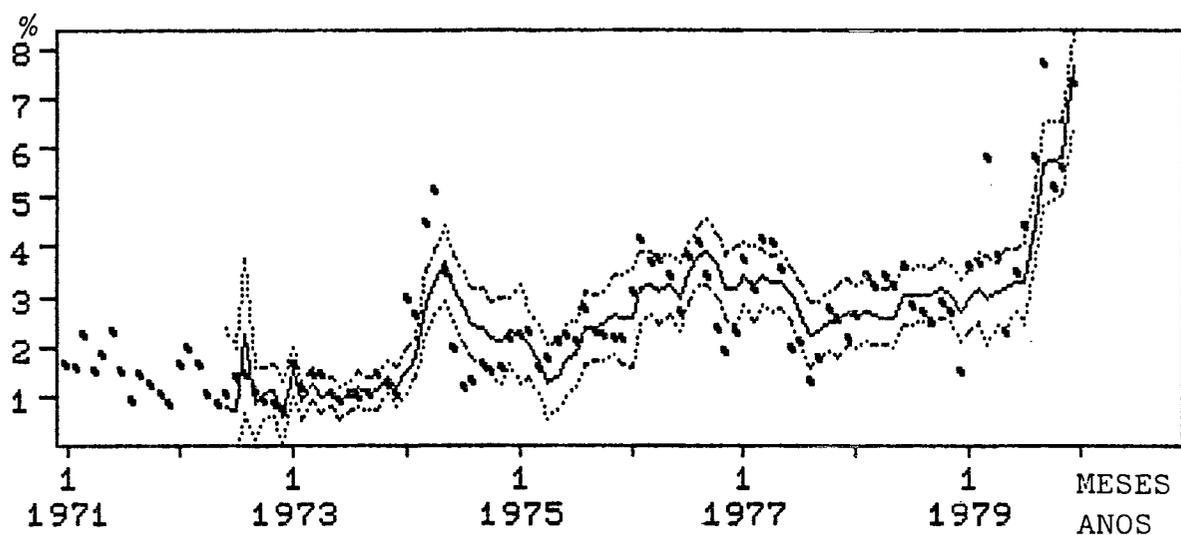


FIGURA 5 - Representação da tendência, incluindo o efeito das variáveis exógenas e de intervenção

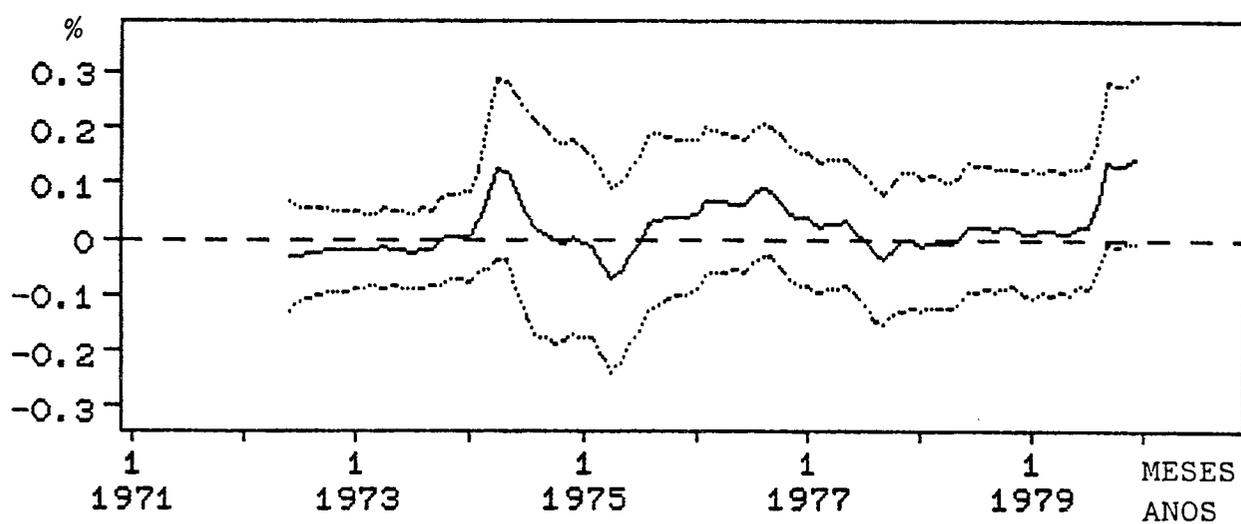


FIGURA 6 - Representação do fator de crescimento do IGP-DI no período de janeiro de 1971 a dezembro de 1979

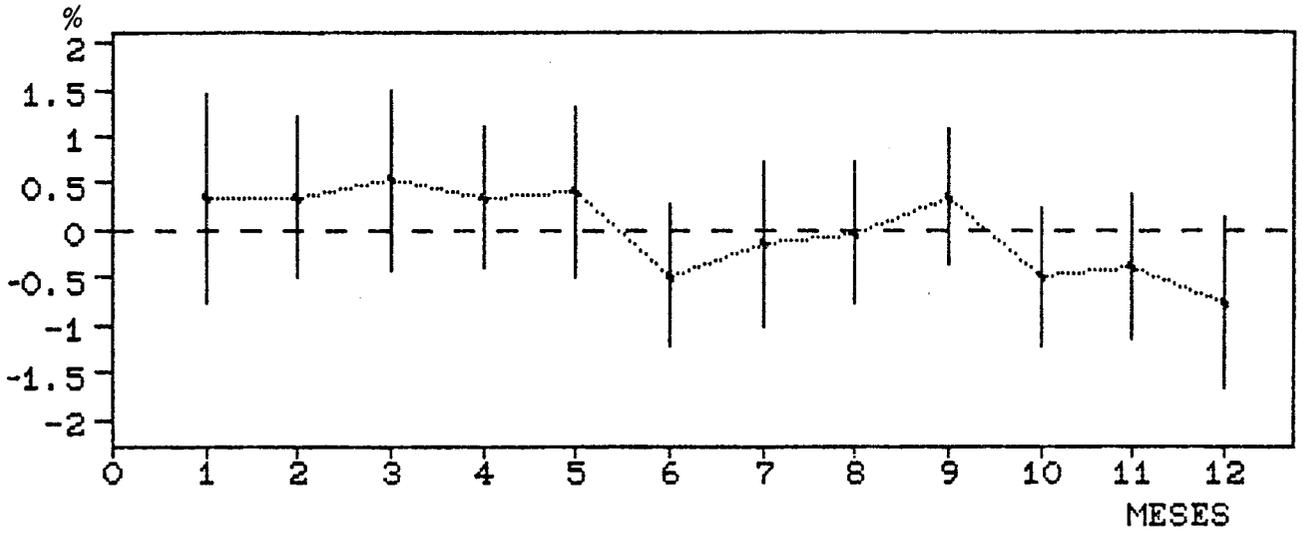


FIGURA 7 - Representação dos Fatores sazonais

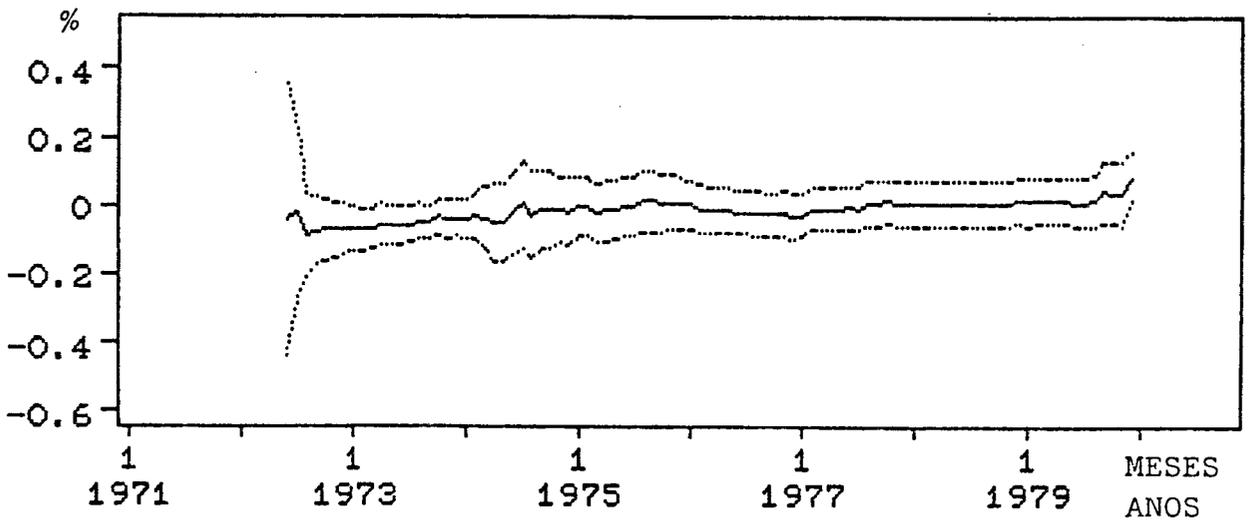


FIGURA 8 - Coeficiente da variável exógena Base Monetária

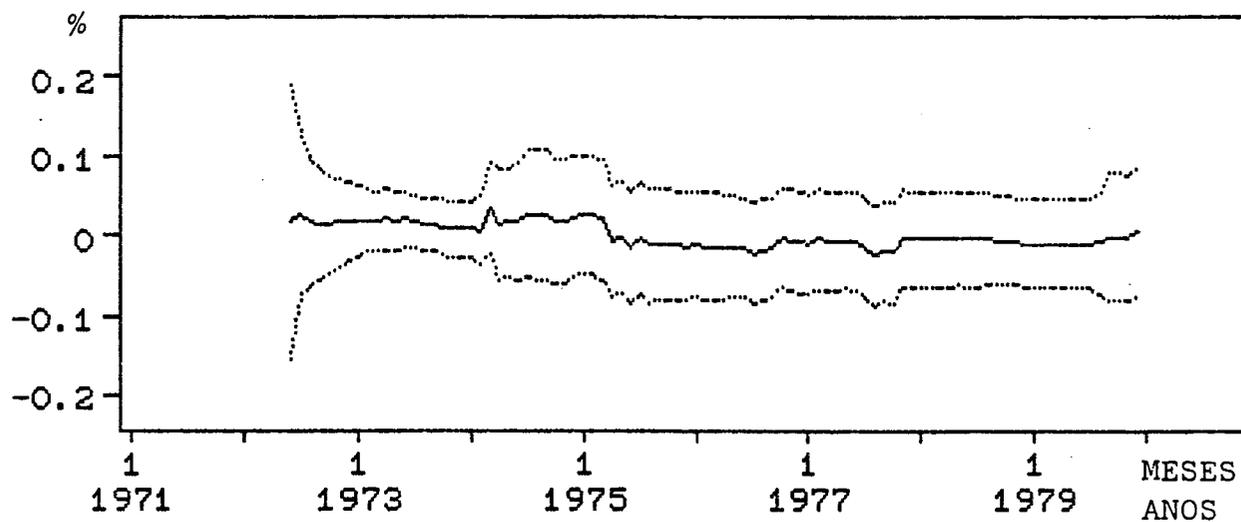


FIGURA 9 - Coeficiente da variável exógena Dívida Federal

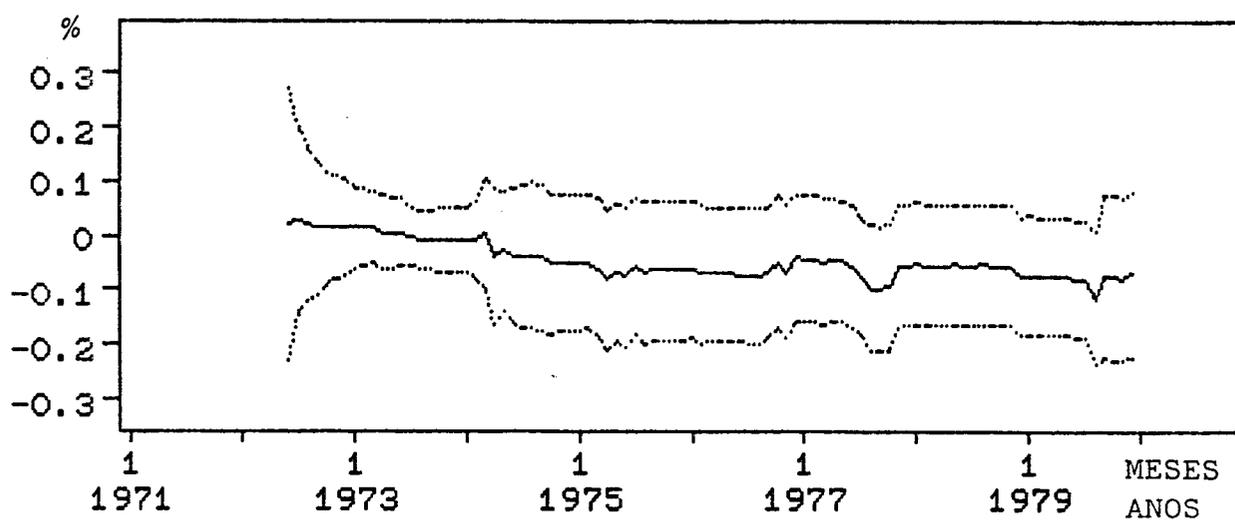


FIGURA 10 - Coeficiente da variável exógena Taxa de Juros

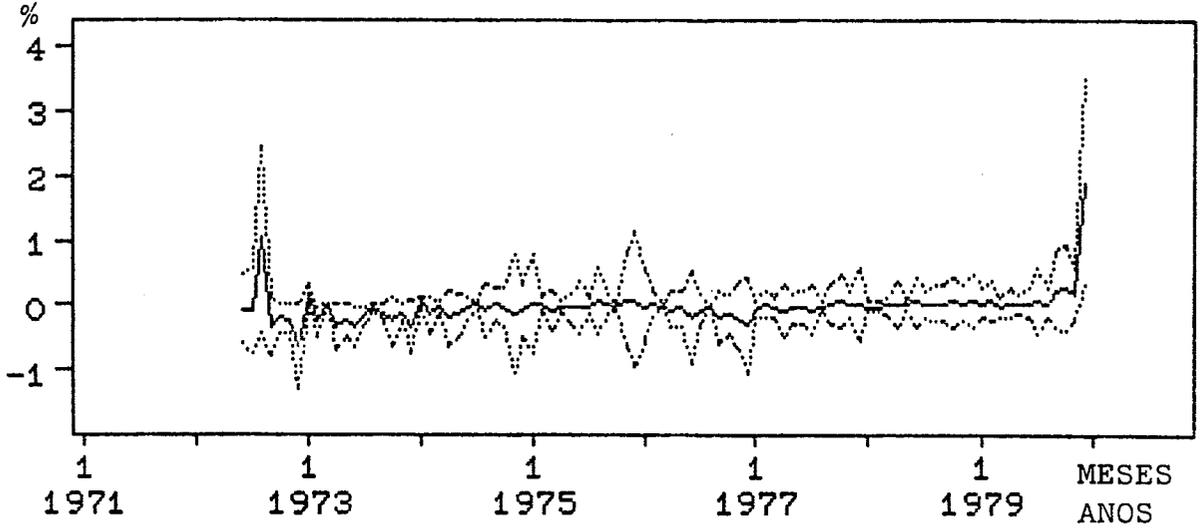


FIGURA 11 - Efeito da variável exógena Base Monetária

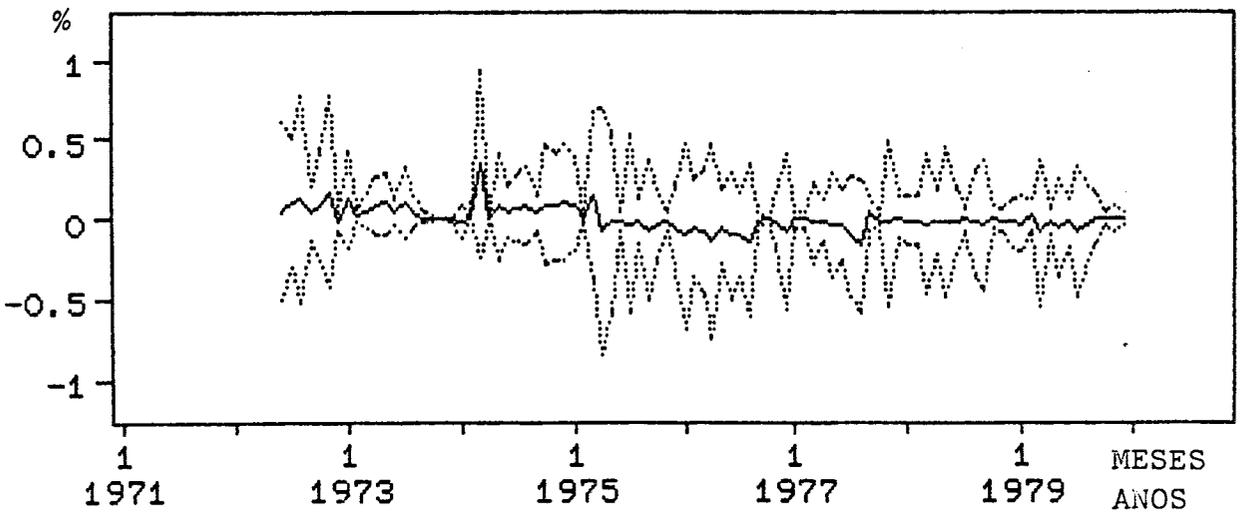


FIGURA 12 - Efeito da variável exógena Dívida Federal

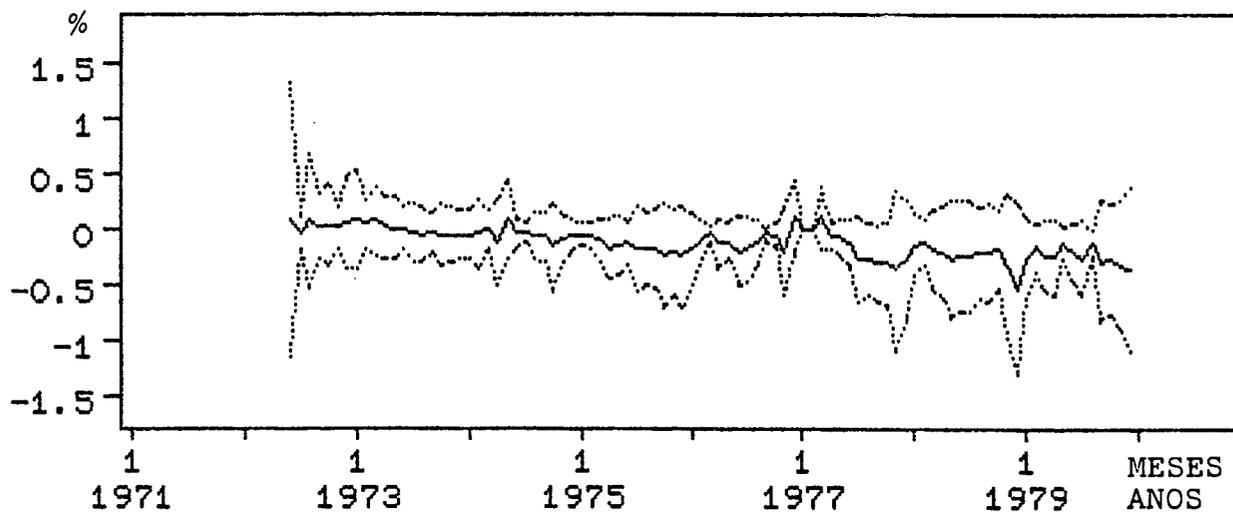


FIGURA 13 - Efeito da variável exógena Taxa de Juros

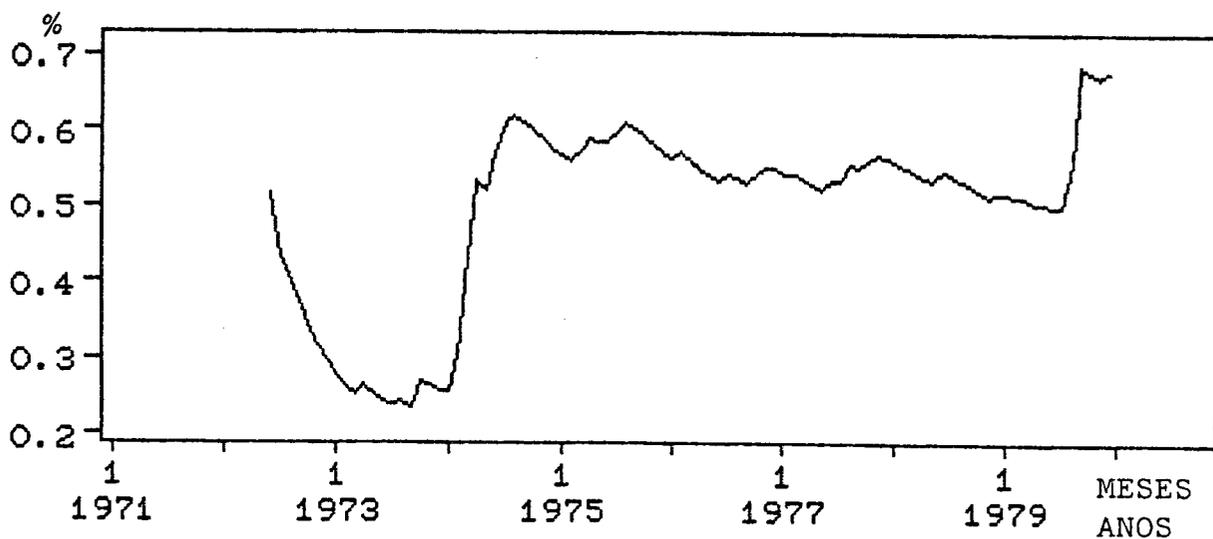


FIGURA 14 - Estimador sequencial da variância observacional

O estimador sequencial da variância plotado na Figura 14 apresenta um aumento sensível em 1974, período em que houve o primeiro choque do petróleo, mantendo-se mais ou menos estável até o início de 1979, e aumentando sensivelmente a partir deste período, quando da ocorrência de novos choques de oferta.

Na Tabela 3 apresenta-se a distribuição à posteriori dos parâmetros do modelo, em dezembro de 1979.

TABELA 3 - Distribuição à posteriori dos parâmetros do modelo univariado com intervenção para IGP-DI em dez/79

Parâmetros	Média	Desvio Padrão
Nível	5.792	0.545
Fator de Crescimento	0.130	0.041
Fatores Sazonais	0.331	0.578
	0.334	0.439
	0.629	0.489
	0.461	0.393
	0.502	0.472
	-0.355	0.383
	-0.203	0.386
	0.141	0.382
	-0.429	0.435
	-0.395	0.375
	-0.399	0.376
	-0.163	0.442
Base	0.088	0.037
Divida	-0.024	0.041
Juros	-0.097	0.063

VII.4.1.2 - Período de janeiro de 1980 a dezembro de 1991

Um modelo estrutural apropriado para a série do IGP-DI, é o Modelo de Crescimento Linear com sazonalidade aditiva. As-

sim a tendência é modelada por um crescimento linear (2 parâmetros) e as flutuações mensais são captadas por uma sazonalidade aditiva (via harmônicas), cinco variáveis exógenas (Base Monetária, Salários, Dívida Federal e Taxa de Juros e Taxa de Câmbio) e dezesseis variáveis de intervenção sendo cinco detectadas automaticamente pelo programa computacional AFS e onze introduzidas pelo analista (Jan/86, Fev/86, Nov/86, Jul/87, Mar/89, Mai/89, Jan/90, Fev/90, Mar/90, Abr/90, Fev/91, Mar/91, Jul/91, Out/91, Nov/91 e Dez/91), que representam as intervenções governamentais como plano cruzado I e II, plano Bresser, plano verão, plano Collor I e II. Nestes períodos pode-se observar que no mês e nos seguintes da implantação dos planos há uma redução na taxa de crescimento em decorrência das novas medidas econômicas, mas logo em seguida ocorre aumento taxa de crescimento do processo em decorrência das expectativas da retomada do crescimento inflacionário e da incerteza associada à forma de implementação e medidas posteriores do plano.

Foram utilizados os valores default para os hiperparâmetros (fatores de desconto) e prioris de referência para designar os valores iniciais de vetor de estado.

A Figura 15 se refere às estimativas sequenciais dos parâmetros. A tendência, incluindo o efeito dos regressores está

apresentado na Figura 16. Na Figura 17 apresenta-se o fator de crescimento. Na Figura 18 apresenta-se os fatores sazonais e nas Figuras 19, 20, 21, 22, 23, 24, 25, 26, 27 e 28 apresentam-se os coeficientes e os efeitos das variáveis exógenas Taxa de Juros, Salário, Base Monetária, Taxa de Câmbio e Dívida Federal, respectivamente, as quais incluem os limites de probabilidade de 90%. Na Figura 29 apresenta-se o estimador da variância observacional. Os coeficientes das variáveis exógenas variam ligeiramente no tempo como pode-se observar nas Figuras de 19 a 23. Os fatores sazonais também mostram que o pico da variação dos preços ocorre no mes de janeiro, como pode ser observado na Figura 17. Os efeitos das variáveis exógenas representados nas Figuras de 24 a 28 mostram-se estáveis durante o período do congelamento do Plano Cruzado I.

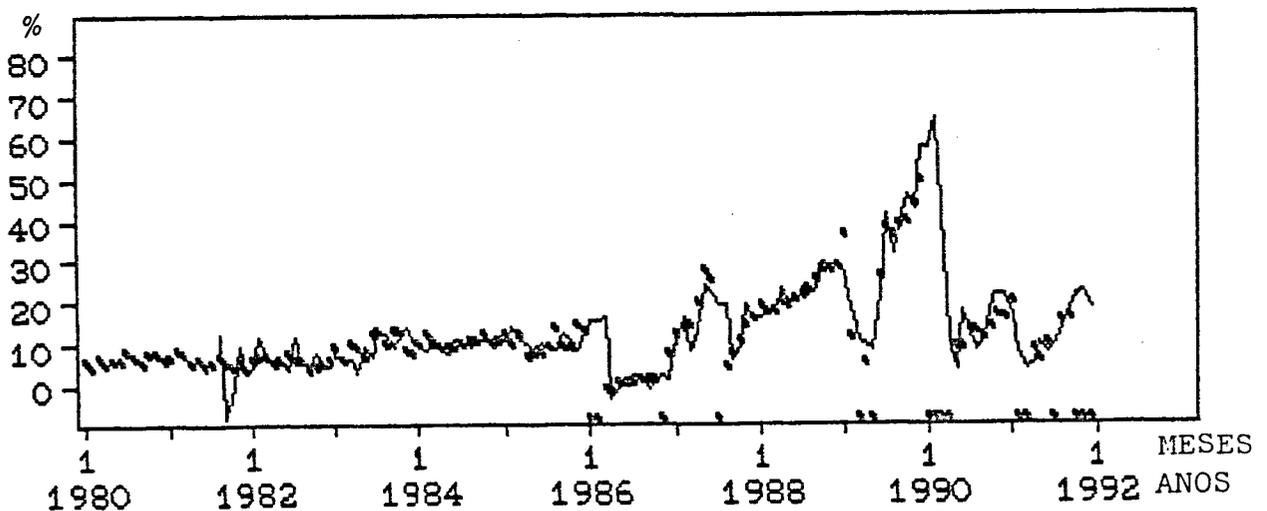


FIGURA 15 - Atualização sequencial do modelo para o IGP-DI

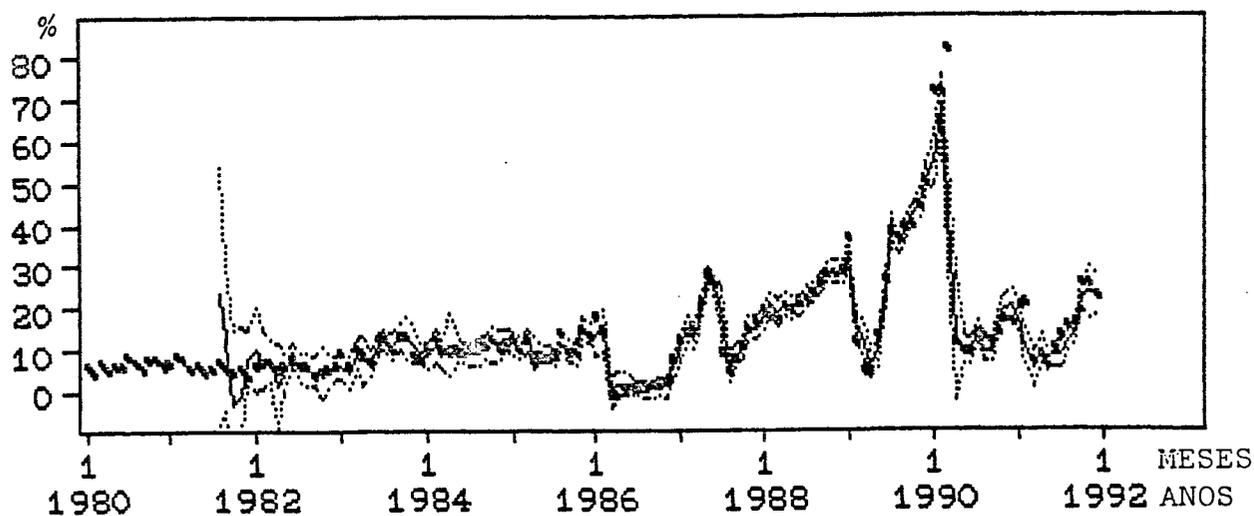


FIGURA 16 - Representação da tendência, incluindo o efeito das variáveis exógenas e de intervenção

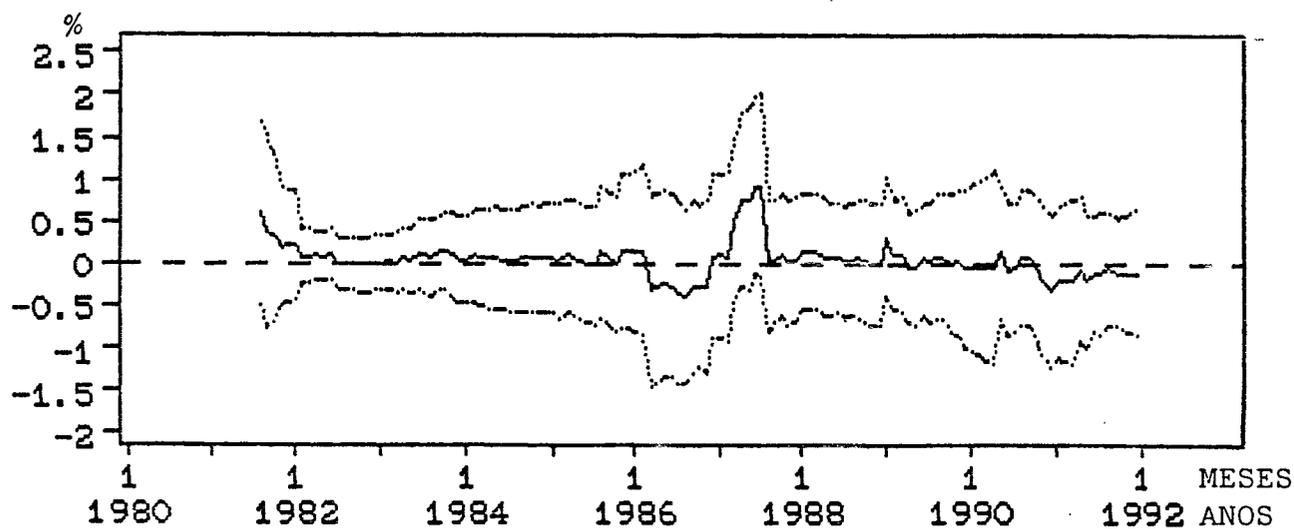


FIGURA 17 - Representação do fator de crescimento do IGP-DI no período de janeiro de 1980 a dezembro de 1991

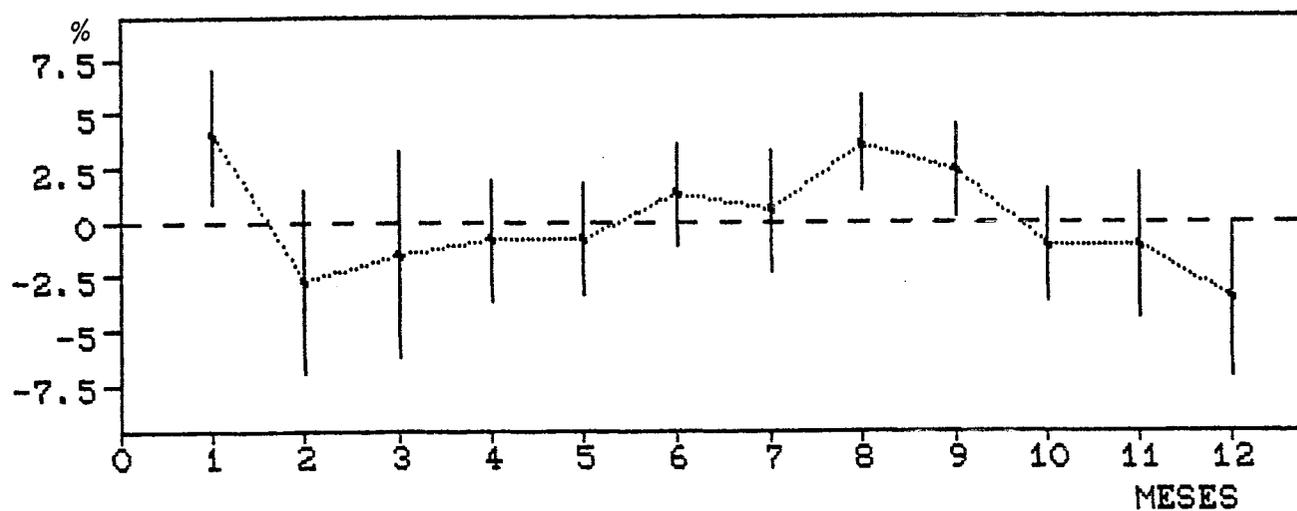


FIGURA 18 - Representação Fatores sazonais

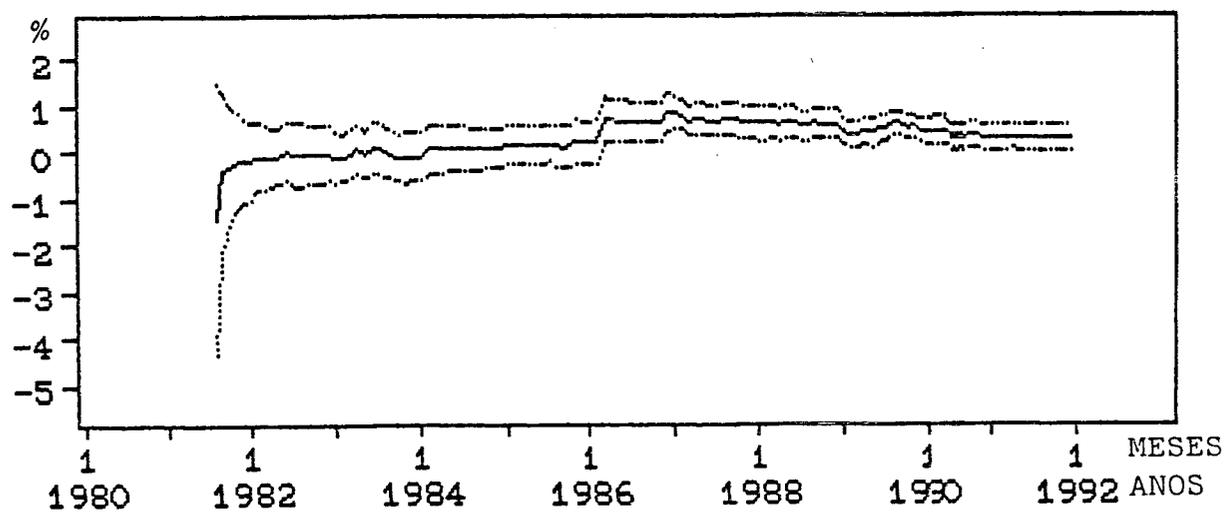


FIGURA 19 - Coeficiente da variável exógena Taxa de Juros

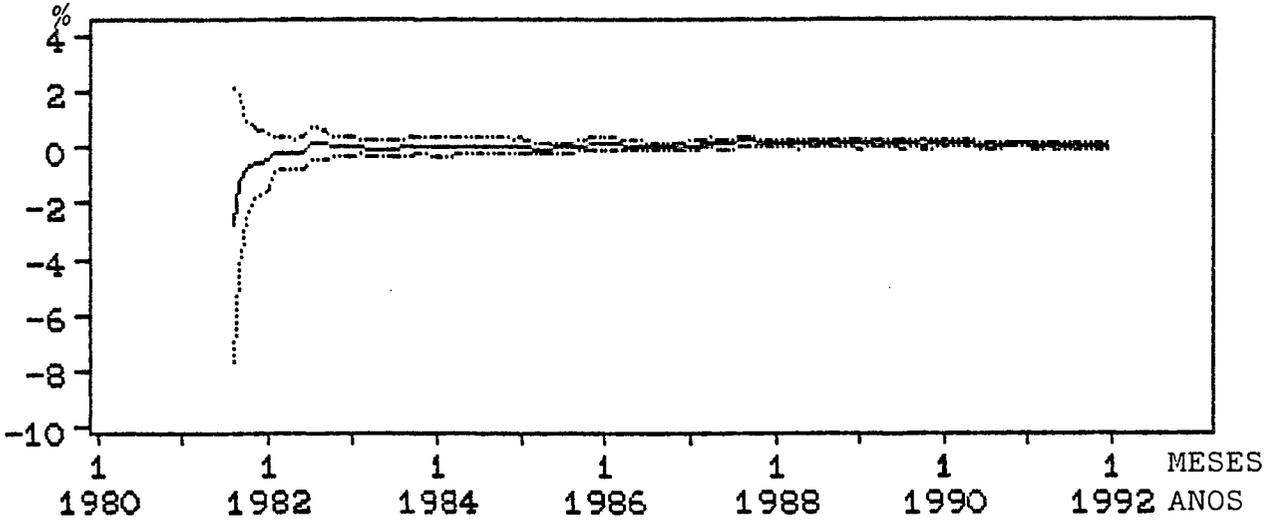


FIGURA 20 - Coeficiente da variável exógena Salário

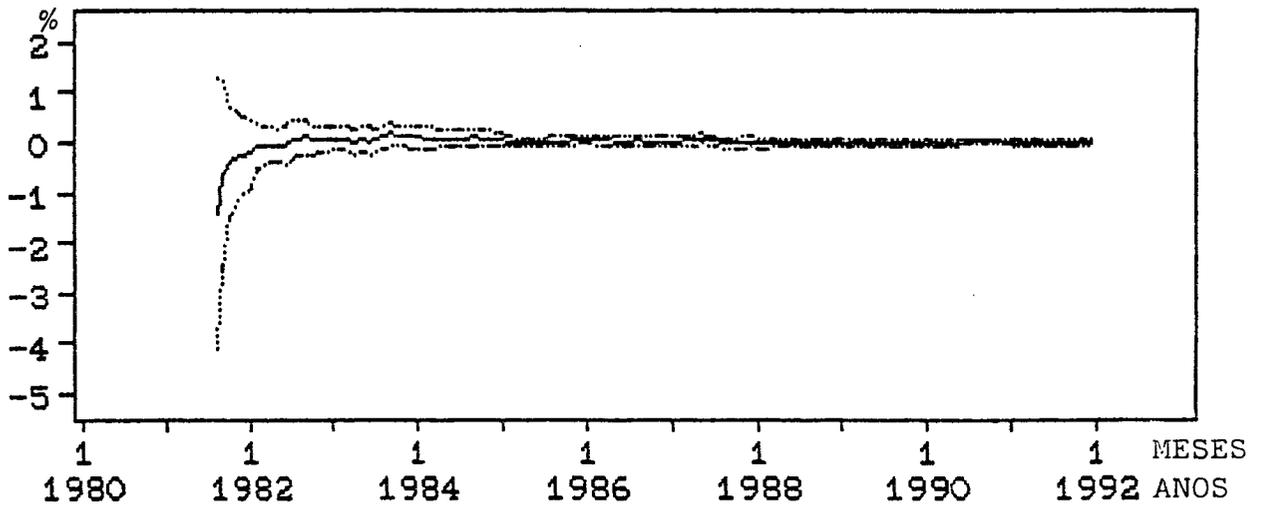


FIGURA 21 - Coeficiente da variável exógena Base Monetária

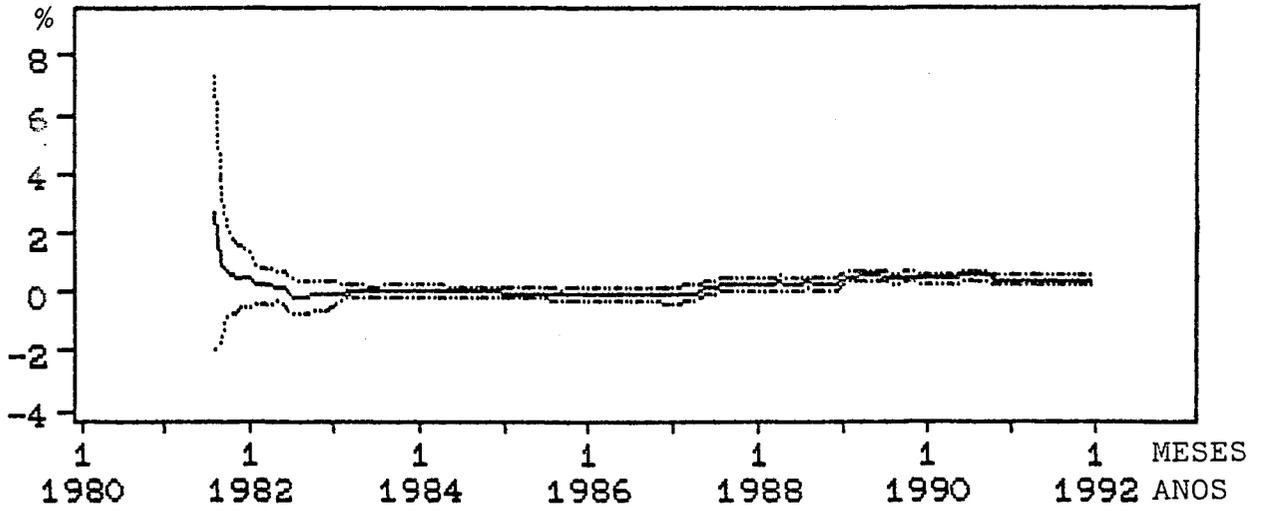


FIGURA 22 - Coeficiente da variável exógena Taxa de Câmbio

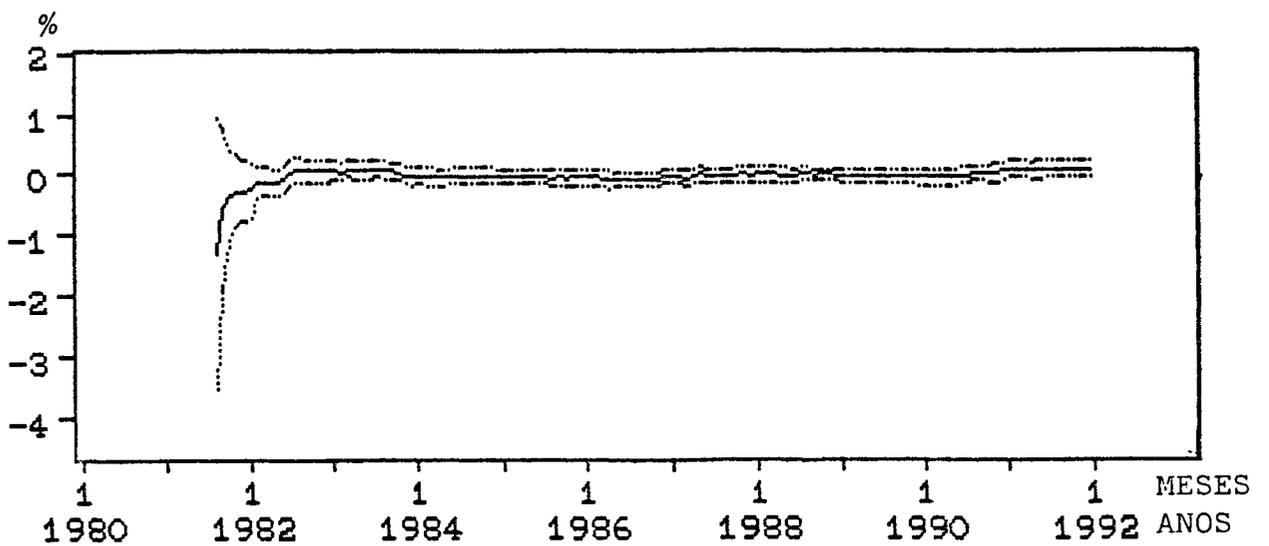


FIGURA 23 - Coeficiente da variável exógena Dívida Federal

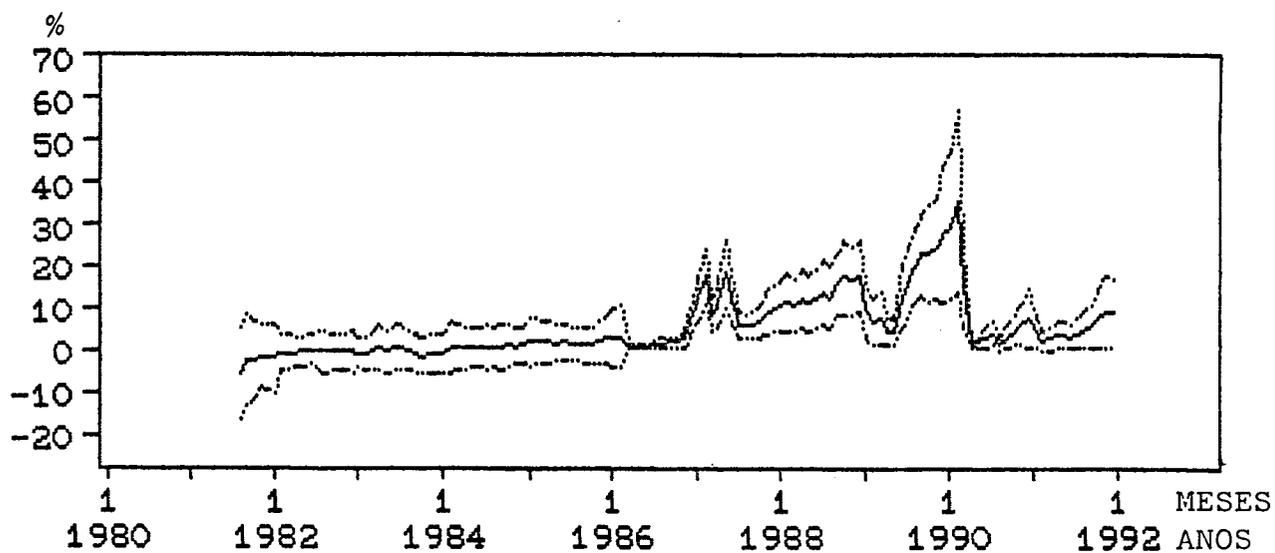


FIGURA 24 - Efeito da variável exógena Taxa de Juros

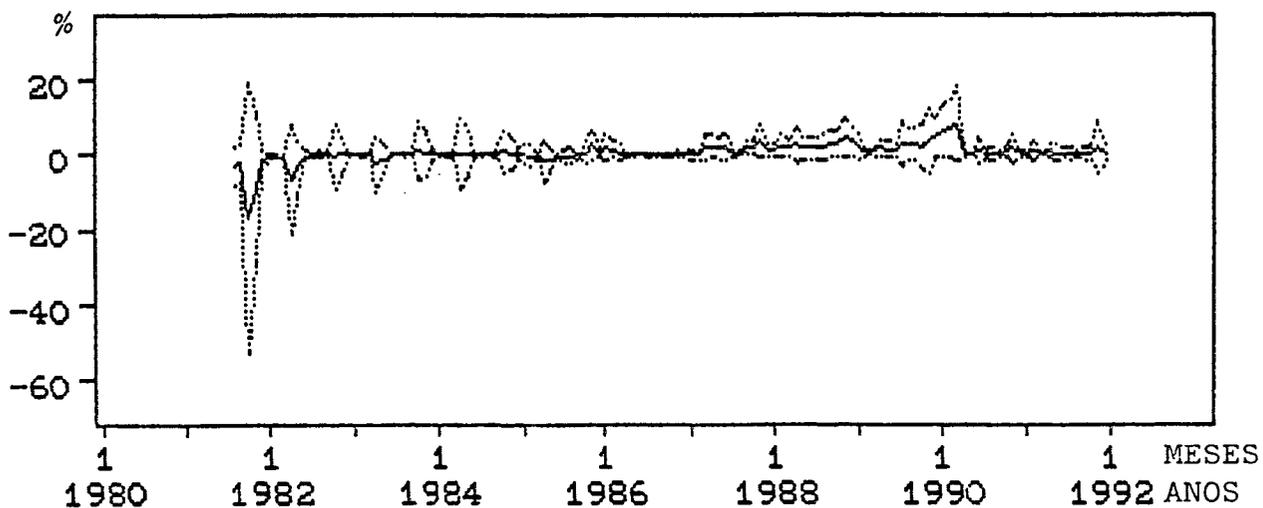


FIGURA 25 - Efeito da variável exógena Salário

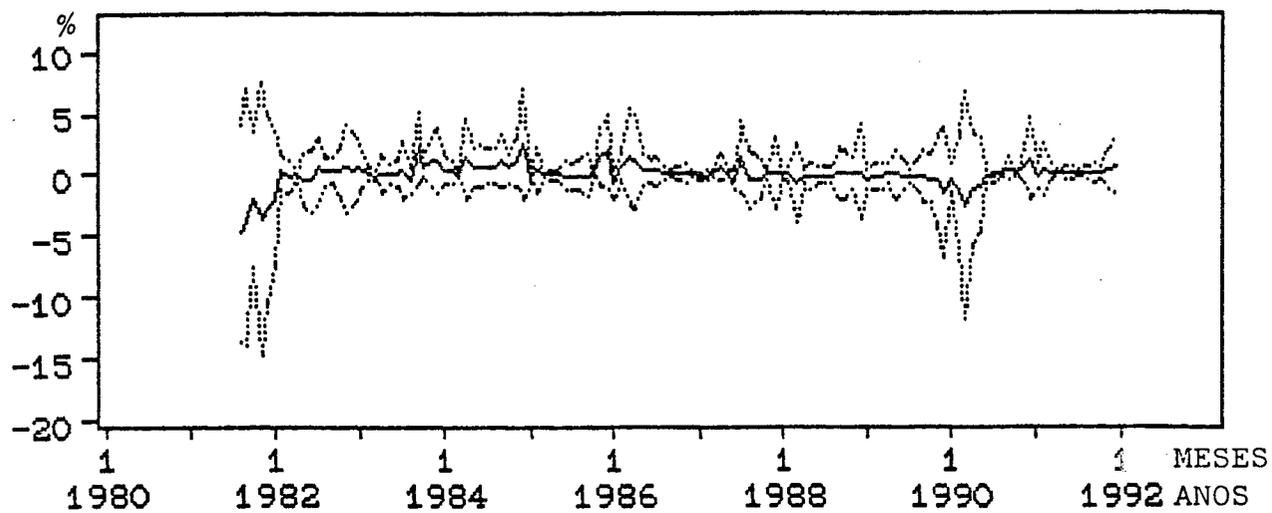


FIGURA 26 - Efeito da variável exógena Base Monetária

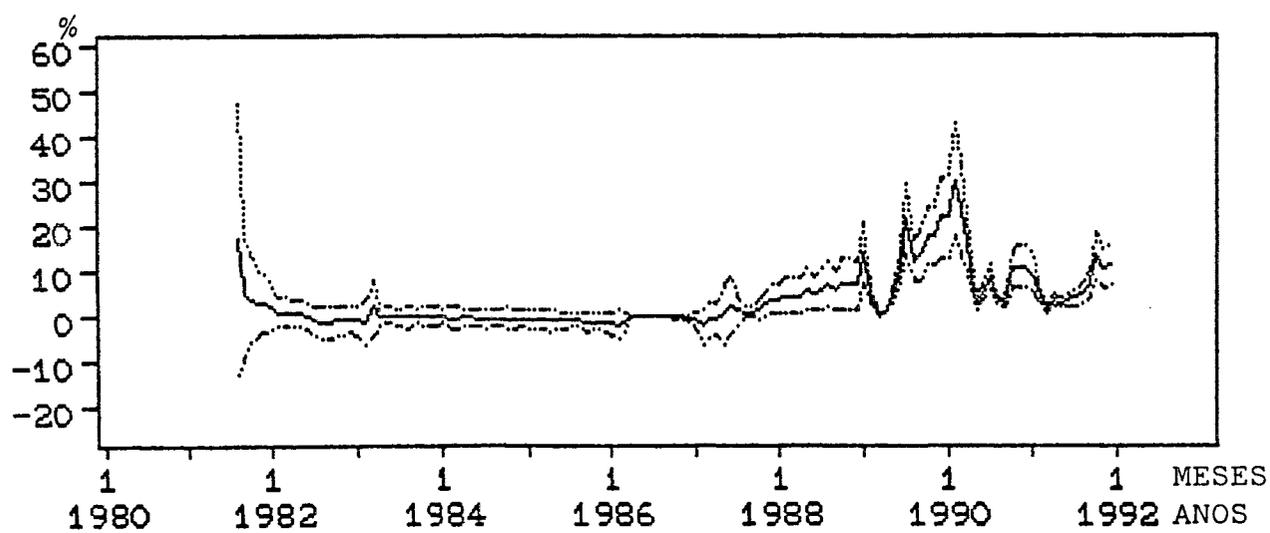


FIGURA 27 - Efeito da variável exógena Taxa de Câmbio

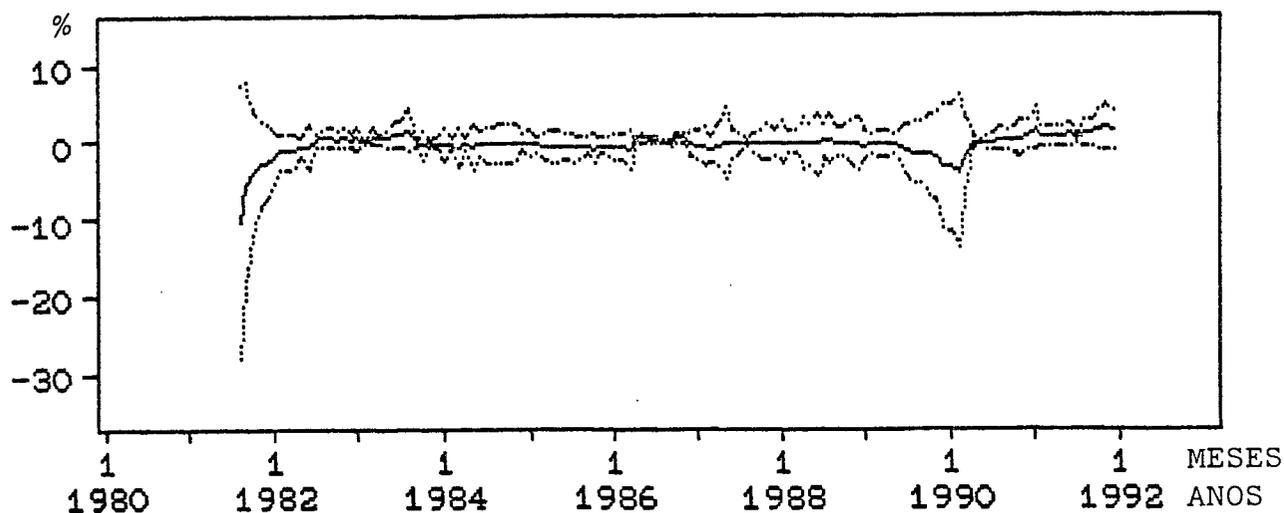


FIGURA 28 - Efeito da variável exógena Dívida Federal

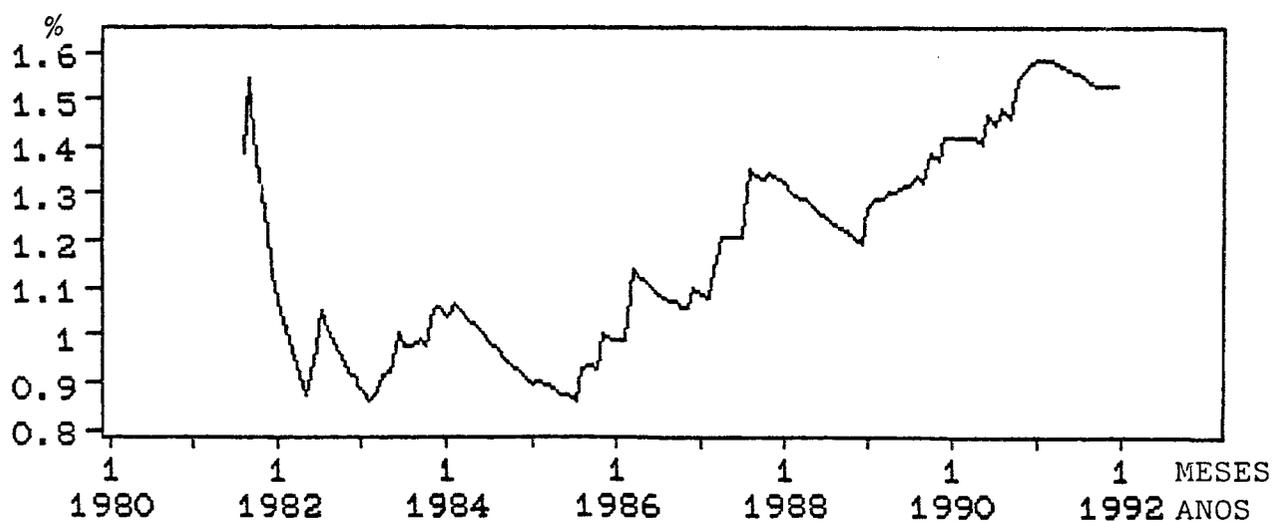


FIGURA 29 - Estimador sequencial da variância observacional

O estimador sequencial da variância plotado na Figura 29 apresenta um aumento sensível no início da década de 80, decaindo em 1982 e aumentando em 1983 e a partir deste período, mantendo-se instável, decaindo por ocasião dos planos de estabilização e em seguida aumentando.

Na Tabela 4 apresenta-se a distribuição à posteriori dos parâmetros do modelo, em dezembro de 1991.

TABELA 4 - Distribuição à posteriori dos parâmetros do modelo com variáveis exógenas e intervenção para IGP-DI em dez/1991

Parâmetros	Média	Desvio Padrão
Nível	-0.555	2.986
Fator de Crescimento	-0.113	0.241
Fatores Sazonais	3.951	1.846
	-2.739	2.494
	-1.495	2.779
	-0.845	1.664
	-0.748	1.509
	1.238	1.351
	0.501	1.674
	3.565	1.289
	2.343	1.272
	-1.164	1.512
	-1.057	1.939
	-3.548	2.113
Juros	0.287	0.157
Salário	0.031	0.065
Base	0.014	0.034
TCâmbio	0.398	0.098
Dívida	0.082	0.082

VII.5 - Verificar se os efeitos externos são detectados automaticamente pelos modelos de intervenção

Os tipos de intervenção detectados automaticamente pela metodologia de Box-Jenkins e pela metodologia Bayesiana, em todas as variáveis analisadas para os dois sub-períodos, ou seja, intervenção tipo 1 (impulso), intervenção tipo 2 (degrau) e intervenção tipo 3 (impulso sazonal), bem como a especificação do instante e do período a que corresponde cada intervenção estão apresentados nas tabelas a seguir.

VII.5.1 - Política Monetária

Conforme definido no Capítulo II as variáveis utilizadas na análise para representar a Política Monetária foram os Meios de Pagamentos nos seus diversos conceitos (M1, M2, M3, M4) e a Base Monetária, as quais estão apresentadas nas Tabelas de 5 a 9 com suas respectivas intervenções, juntamente com os instantes e períodos de ocorrência.

TABELA 5 - Tipos de Intervenção detectadas para a variável M1

	Tipo de Intervenção		Instante		Períodos	
	1971-79	1980-91	1971-79	1980-91		
$X_{1t} \rightarrow 1$	1		+ 108	- 93	Dez/79	Set/87
$X_{2t} \rightarrow 2$	1		- 39	+123	Mar/74	Mar/90
$X_{3t} \rightarrow 1$	3		+ 56	- 61, ...	Ago/75	Jan/85
$X_{4t} \rightarrow 1$	1		+ 44	+ 76	Ago/74	Abr/86
$X_{5t} \rightarrow 1$	3		+ 76	+122, ...	Abr/77	Fev/90

TABELA 6 - Tipos de Intervenção detectadas para a variável M2

	Tipo de Intervenção		Instante		Períodos	
	1971-79	1980-91	1971-79	1980-91		
$X_{1t} \rightarrow 1$		3	+ 54	- 1, ...	Dez/79	Jan/80
$X_{2t} \rightarrow 2$		2	- 34	+ 95	Mar/74	Nov/87
$X_{3t} \rightarrow 3$		1	+ 24, ...	-123, ...	Ago/75	Mar/90
$X_{4t} \rightarrow 1$		3	+ 56	+ 12, ...	Ago/74	Dez/80
$X_{5t} \rightarrow 1$		1	+ 108	-126, ...	Abr/77	Jun/90

TABELA 7 - Tipos de Intervenção detectadas para a variável M3

	Tipo de Intervenção		Instante		Períodos	
	1971-79	1980-91	1971-79	1980-91		
$X_{1t} \rightarrow 1$		1	+ 81	+123	Set/77	Mar/90
$X_{2t} \rightarrow 1$		2	- 80	+ 95	Ago/77	Nov/87
$X_{3t} \rightarrow 2$		1	+ 91	+ 61	Jul/78	Jan/85
$X_{4t} \rightarrow -$		1	--	-126	--	Jun/90
$X_{5t} \rightarrow -$		1	--	+122	--	Fev/90

TABELA 8 - Tipos de Intervenção detectadas para a variável M4

	Tipo de Intervenção		Instante		Períodos	
	1971-79	1980-91	1971-79	1980-91		
$X_{1t} \rightarrow 1$		1	+ 81	-123	Set/77	Mar/90
$X_{2t} \rightarrow 1$		1	- 80	-113	Ago/77	Abr/89
$X_{3t} \rightarrow 3$		2	- 1, ...	+120	Jan/71	Dez/89
$X_{4t} \rightarrow 3$		2	+ 24, ...	-104	Dez/72	Ago/88
$X_{5t} \rightarrow -$		1	--	+122	--	Fev/90

TABELA 9 - Tipos de Intervenção detectadas para a variável BM

	Tipo de Intervenção		Instante		Períodos	
	1971-79	1980-91	1971-79	1980-91		
$X_{1t} \rightarrow 1$		1	+108	-133	Dez/79	Jan/91
$X_{2t} \rightarrow 1$		1	- 20	+123	Ago/72	Mar/90
$X_{3t} \rightarrow 3$		1	- 49, ...	+124	Jan/75	Abr/90
$X_{4t} \rightarrow 3$		1	+ 73, ...	- 73	Jan/77	Jan/86
$X_{5t} \rightarrow 1$		3	+ 60	+ 60, ...	Dez/75	Dez/84

Nas variáveis monetárias houve uma predominância das intervenções do tipo 1 (impulso), seguido pelo tipo 3 (impulso sazonal) e do tipo 2 (degrau).

VII.5.2 - Política Cambial

TABELA 10 - Tipos de Intervenção detectadas para a variável Taxa de Câmbio

	Tipo de Intervenção		Instante		Períodos	
	1971-79	1980-91	1971-79	1980-91		
$X_{1t} \rightarrow 1$	1	1	+108	-111	Dez/79	Mar/89
$X_{2t} \rightarrow 1$	1	1	+ 64	+ 76	Dez/75	Abr/86
$X_{3t} \rightarrow 1$	1	2	+105	+130	Set/79	Out/90
$X_{4t} \rightarrow 1$	1	1	-103	-135	Jul/79	Mar/91
$X_{5t} \rightarrow 1$	1	1	+ 14	+ 39	Fev/72	Mar/83

Na variável representativa da Política Cambial houve uma predominância das intervenções do tipo 1 (impulso), seguido pelo tipo 2 (degrau).

VII.5.3 - Política Salarial

TABELA 11 - Tipos de Intervenção detectadas para a variável Salario - ABDIB

	Tipo de Intervenção		Instante		Períodos	
	1971-79	1980-91	1971-79	1980-91		
$X_{1t} \rightarrow 3$	3	1	+ 71,...	-124	Nov/76	Abr/90
$X_{2t} \rightarrow 1$	1	1	+100	-125	Abr/79	Mai/90
$X_{3t} \rightarrow 1$	1	1	+107	-135	Nov/79	Mar/91
$X_{4t} \rightarrow 1$	1	2	+ 60	+ 85	Dez/75	Jan/87
$X_{5t} \rightarrow 1$	1	2	+ 90	- 76	Jun/78	Abr/86

Na variável representativa da Política Salarial houve uma predominância das intervenções do tipo 1 (impulso), seguido pelo tipo 2 (degrau) e do tipo 3 (impulso sazonal).

VII.5.4 - Taxas de Juros

TABELA 12 - Tipos de Intervenção detectadas para a variável
Taxa de Juros

Tipo de Intervenção	Instante		Períodos	
	1971-79	1980-91	1971-79	1980-91
$X_{1t} \rightarrow 1$	1	- 41	- 09	Mai/74 Set/80
$X_{2t} \rightarrow 1$	1	- 75	-124	Mar/77 Abr/90
$X_{3t} \rightarrow 1$	2	- 72	+ 84	Dez/76 Dez/76
$X_{4t} \rightarrow 2$	1	+ 08	- 75	Ago/71 Mar/86
$X_{5t} \rightarrow 3$	2	+ 96, ...	+ 11	Dez/78 Nov/80

Na variável representativa da Política de Juros houve uma predominância das intervenções do tipo 1 (impulso), seguido pelo tipo 2 (degrau) e do tipo 3 (impulso sazonal).

VII.5.5 - Hiato do Produto

TABELA 13 - Tipos de Intervenção detectadas para a variável
Uso da Capacidade Instalada no período de 1980-91

Tipo de Intervenção	Instante	Períodos
$X_{1t} \rightarrow 1$	-124	Abr/90
$X_{2t} \rightarrow 1$	-132, ...	Dez/90
$X_{3t} \rightarrow 1$	+125	Mai/90
$X_{4t} \rightarrow 1$	- 12, ...	Dez/80
$X_{5t} \rightarrow 1$	-123	Mar/90

Na variável utilizada como uma proxy do hiato do produto houve somente intervenções do tipo 1 (impulso).

VII.5.6 - Dívida Pública

TABELA 14 - Tipos de Intervenção detectadas para a variável Dívida Pública Federal

	Tipo de Intervenção		Instante		Períodos	
	1971-79	1980-91	1971-79	1980-91		
$X_{1t} \rightarrow 1$	1	1	- 12	- 46	Dez/71	Out/83
$X_{2t} \rightarrow 3$		2	+ 15, ...	+ 84	Mar/72	Dez/86
$X_{3t} \rightarrow -$		2	--	-124	--	Abr/90
$X_{4t} \rightarrow -$		1	--	- 06	--	Jun/80

Na variável representativa da Dívida Pública Federal houve uma predominância das intervenções do tipo 1 (impulso), seguido pelo tipo 2 (degrau) e do tipo 3 (impulso sazonal).

VII.5.7 - Indicador da Inflação (IGP-DI)

Medido através da variação percentual do índice geral de preços - Disponibilidade Interna

TABELA 15 - Tipos de Intervenção detectadas para a variável IGP-DI

	Tipo de Intervenção		Instante		Períodos	
	1971-79	1980-91	1971-79	1980-91		
$X_{1t} \rightarrow 2$		1	+ 97	- 75	Jan/79	Mar/86
$X_{2t} \rightarrow 1$		1	+105	- 76	Set/79	Abr/86
$X_{3t} \rightarrow 1$		2	- 99	+ 84	Mar/79	Dez/86
$X_{4t} \rightarrow 2$		2	+ 37	-124	Jan/74	Abr/90
$X_{5t} \rightarrow 1$		2	-101	+113	Mai/79	Mai/89

Na variável IGP-DI houve intervenções do tipo 1 (impulso) e do tipo 2 (degrau).

Quanto às intervenções detectadas automaticamente tanto pela metodologia de Box-Jenkins como pela Bayesiana tiveram os sinais esperados, bem como, referem-se a fatos externos que tiveram grande influência no comportamento das variáveis econômicas nos dois sub-períodos amostrais da análise, tais como choque do petróleo, mudanças de políticas cambial e salarial e planos de estabilização. O choque de oferta do petróleo em 1973 elevou a taxa anual de inflação para 40% em 1974-1978. Este período de quatro anos demonstrou uma estabilidade notável na taxa de inflação, bem como em todas as outras variáveis econômicas analisadas. O segundo choque do petróleo, também foi detectado tanto pelas metodologias de Box-Jenkins como pela Bayesiana, confirmando o que o algoritmo de monitoração proposto já havia detectado no início da análise, acompanhado da redução à metade do intervalo de indexação do salários e contratos de aluguéis e de uma desvalorização do cruzeiro de 30% acima da depreciação da paridade face ao dólar no final de 1979, explica a aceleração da inflação em 1979 e 1980 para o nível de 100%.

Os efeitos sazonais também foram detectados nas variáveis em estudo, como por exemplo nas variáveis monetárias em que nos meses de dezembro há um aumento e nos meses de janeiro um decréscimo, ou seja como costuma acontecer por

motivos sazonais, o primeiro trimestre do ano representa uma fase de contração dos estoques monetários em termos reais.

Outro fato importante detectado é que em termos de planos de congelamento os dois planos detectados em todas as variáveis foram o Plano Cruzado I e Plano Collor I, isto confirma que uma grande parcela da formação inflacionária depende das expectativas dos consumidores e empresários, ou seja, do povo em geral, pois tanto o Plano Cruzado I como Plano Collor I, foram implantados em épocas de mudanças de governo, em que o povo estava confiante nas mudanças radicais propostas pelos planos no combate ao processo inflacionário.

" A resistência da inflação à baixa tem um forte componente de expectativa que está diretamente relacionada ao grau de credibilidade dado pela sociedade ao sucesso da política econômica. Esse componente, que nada tem a ver com uma cultura inflacionária enraizada na população ou algum processo psicológico, resultaria da avaliação dos indivíduos sobre a consistência das políticas econômicas, em função das informações disponíveis. Neste sentido, é uma avaliação perfeitamente racional, embora por vezes imperfeita, particularmente no tocante às informações disponíveis sobre as contas públicas e a execução da política monetária". KANDIR (1990).

Quanto ao IGP-DI as três primeiras intervenções ocorreram e exatamente no ano da implantação do Plano Cruzado I. A inflação no trimestre dezembro de 1985 à fevereiro de 1986 estava na faixa dos 14% ao mês. No primeiro mês do Plano Cruzado ela é negativa e fica na faixa de 1 à 2% até outubro de 1986, embora cada vez menos refletissem a verdadeira taxa de inflação, em consequência da crise de desabastecimento e da cobrança generalizada de ágio na comercialização de bens e serviços, atingindo em dezembro 7.56%.

VII.6 - Verificar a natureza inercial da inflação brasileira

Neste item, foi verificado a comportamento inercial da inflação brasileira com a inclusão no modelo de variáveis como: oferta monetária, taxa de câmbio, um indicador de salários e taxa de juros, através da Metodologia de Box-jenkins para o período de janeiro de 1980 a dezembro de 1991, bem como a elasticidade das variáveis exógenas.

Inflação inercial refere-se à inflação decorrente do conflito distributivo e da capacidade de cada agente econômico de repassar automaticamente os aumentos de custos para preços, independentemente de pressão de demanda. Assim, a manutenção do patamar de inflação decorre da indexação formal e informal da economia, através da qual o conflito distributivo é relati-

vamente neutralizado. Esta inflação é autônoma, porque limita-se a reproduzir no presente a inflação passada.

Tendo em vista que os resíduos da série pré-branqueada referente aos salários apresentam correlação com os resíduos das outras séries exógenas, na modelagem final, essa variável foi excluída do modelo para evitar o efeito da multicolineariedade.

O modelo de função de transferência para explicar o comportamento inercial da inflação no período de janeiro de 1980 a dezembro de 1991 é o seguinte:

$$\ln Y_t - 5.3851 = \begin{array}{c} (81.68) \\ 0.1389 \end{array} \begin{array}{c} (2.34) \\ (0.0594) \end{array} \text{BM}_{t-2} + \begin{array}{c} (5.98) \\ (0.0792) \end{array} \text{TC}_t + \begin{array}{c} (5.13) \\ (0.0534) \end{array} \text{TJ}_t +$$

$$+ \frac{\begin{array}{c} a_t \\ (5.66) \\ (1 - 0.4819 B) \\ (0.0851) \end{array}}{\quad}$$

A política monetária através da Base Monetária apresentou uma elasticidade de curto prazo foi de 13.89% com uma variação de $\pm 5.94\%$, a taxa de câmbio em 47.39% com uma variação de $\pm 7.92\%$ e a taxa de juros em 27.40% com uma variação de $\pm 5.34\%$. A componente inercial está representada pela componente auto-regressiva de ordem (1) do resíduo, o que não concorda com os resultados encontrados por Cardoso (1983) que para o período de 1968 a 1982, a inflação brasileira teria seguido um

passaio aleatório.

Assim, além dos fatores que ajudam explicar as variações da taxa de inflação ao longo do tempo, como o curso das políticas monetárias e fiscal e os choques de oferta, que podem ser exógenos ou derivados de medidas de política econômica, existem mecanismos que concorrem para realimentar a taxa de inflação com base na evolução passada dos preços, tornando-a mais rígida no sentido descendente.

Como a maioria dos contratos e preços são reajustados com base em índices que refletem a inflação passada, cria-se uma cadeia de realimentação na economia, onde aumentos passados de preços determinam, em grande medida, a taxa corrente de inflação que, por sua vez, servirá de parâmetro para novos reajustes, e assim por diante. Esse procedimento, como é fácil perceber, introduz forte elemento de inércia na taxa de inflação, na medida em que o comportamento dos preços em determinado período passa a ficar intimamente vinculado aos movimentos precedentes na taxa de inflação.

Embora represente fator de transmissão das altas(ou baixas) de preços, não se pode dizer que um sistema de indexação que reproduz integralmente a inflação passada seja causa primária da inflação, já que não é responsável por

mudanças na sua trajetória, que são explicadas por choques de oferta ou de demanda. O papel dos mecanismos de realimentação consiste em consolidar os novos patamares alcançados pela taxa de variação dos preços. Desse modo, aumentos na taxa de inflação que poderiam ser apenas transitórios tendem a estabilizar-se e a perpetuar-se.

VII.7 - Verificar a capacidade preditiva do modelo, através de projeções de 12 períodos mensais

Considerando o modelo do tipo

$$Y_t = \mu_t + \gamma_t + \sum_{j=1}^5 \beta_j X_{jt} + \sum_{j=1}^{16} \alpha_j w_{jt} + \varepsilon_t$$

apresentado como o melhor modelo para representar o comportamento inflacionário no período de janeiro de 1980 a dezembro de 1991, contendo cinco variáveis exógenas (Taxa de Juros, Salário, Base Monetária, Taxa de Câmbio e Dívida Federal) e dezesseis intervenções, foi utilizado para fazer previsão para a variação mensal percentual do Índice Geral de Preços Disponibilidade Interna (indicador da inflação) para o período de janeiro a dezembro de 1992, cujos valores estão apresentados na Tabela 16. Vale lembrar que utilizou-se para os valores das prioris do nível ($\mu = 0.05$) e para o fator de crescimento ($\beta = 0.1$) para tornar o modelo mais sensível a aceleração inflacionária. Foram utilizados os valores previstos para as variá-

veis exógenas para o período de janeiro a dezembro de 1992.

TABELA 16 - Valores previstos e observados para o IGP-DI no período de janeiro a dezembro de 1992

Meses	Valores Previstos	Valores Observados
Jan	26.9	26.8
Fev	20.5	24.8
Mar	21.9	20.7
Abr	22.8	18.5
Mai	23.1	22.5
Jun	25.3	21.4
Jul	24.7	21.7
Ago	27.9	25.5
Set	27.0	27.4
Out	23.7	24.9
Nov	24.0	24.2
Dez	22.0	23.7

Como pode-se observar pelos dados apresentados na Tabela 16, o modelo Bayesiano mostrou um excelente desempenho, pois os valores previstos estão bem próximos da expectativa do desenvolvimento econômico, apresentando um erro percentual médio absoluto de previsão de 8.76%.

CAPÍTULO VIII - CONCLUSÕES E SUGESTÕES

Com o algoritmo de monitoração de dados proposto, conseguiu-se detectar a separação de dois sub-períodos importantes para a economia brasileira, ou seja, período pré e pós década de 70. O período em que o algoritmo detectou mudanças nas variáveis, ou seja, 1979, foi o ano em que ocorreram mudanças estruturais significativas no país, pois como já mencionado, foi a partir de 1979, que a economia brasileira entrou na fase mais turbulenta, com sucessivos choques aceleradores, fazendo com que a taxa anual de inflação passasse para 77.2% em 1979 e 110.2% em 1980.

O ano de 1979 inicia-se com pressão nos preços agrícolas em função da expansão inadequada na área plantada e da quebra de safra nos anos 1977-1979. Na realidade, desde o início da década de 70 os preços agrícolas vinham se constituindo em fatores de pressão inflacionária, mas vinham sendo reprimidos ao nível do consumidor através do controle de preços, e a partir daí a inflação só tendeu a crescer.

Foi a separação em dois sub-períodos que proporcionou a

análise das mudanças de direção de causalidade das variáveis econômicas estudadas. Das dez (10) variáveis analisadas para os dois sub-períodos amostrais somente três não apresentaram mudanças de direção de causalidade, ou seja, a Base Monetária, a Taxa de Juros e a Dívida Pública Federal que permaneceram exógenas nos dois sub-períodos em relação ao índice de preços, mostrando que essas variáveis são importantes na determinação de um plano de contenção da inflação.

Fatos importantes foram detectados, tais como em relação à política salarial que comportou-se como endógena no período de janeiro de 1971 a dezembro de 1979 e exógena no período de janeiro de 1980 a dezembro de 1991.

Quanto às hipóteses levantadas no início da pesquisa, pode-se confirmar:

1. Que o comportamento da política salarial contribuiu para explicar o comportamento inflacionário de forma ativa no período de janeiro de 1980 a dezembro de 1991.
2. Que as mudanças estruturais causaram mudanças na direção da causalidade das variáveis em estudo.
3. Que a política monetária analisada em relação à Base Monetária foi essencialmente ativa nos dois sub-períodos analisados.
4. Que a Base Monetária foi exógena, mas os meios de pagamento foram endógenos no período analisado de janeiro de 1980 a dezembro de 1991.

Assim, pode-se afirmar que a metodologia de séries temporais é uma ferramenta de grande importância na explicação do comportamento de variáveis econômicas e que os modelos dinâmicos apresentam uma superioridade em relação aos modelos estáticos, tendo em vista a instabilidade das variáveis econômicas, pelo menos no caso brasileiro, e a necessidade de se permitir que os parâmetros do modelo variem.

Assim, espera-se que os resultados aqui alcançados e apresentados sejam encarados como uma modesta contribuição empírica ao debate central sobre questões de estabilização no Brasil, para que este adquira contornos mais nítidos e palpáveis.

Pode-se afirmar que o resultado final gerou um conjunto harmonioso entre a Estatística e a Economia, ou seja, entre os processos estocásticos de geração das observações e as proposições econômicas teóricas.

VIII.1 - Sugestões para Pesquisas Futuras

1. Utilizar o algoritmo de monitoração proposto na área de controle de qualidade para monitorar processos produtivos.
2. Utilizar os modelos encontrados para determinar cenários com o objetivo de estabelecer a política monetária, a política salarial, a política cambial e a política fiscal ótima para uma economia com alta taxa de inflação.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- AKAIKE, H. (1974). A new look at statistical model identification. IEEE Trans. Automatic Control, AC-19, 6, 716-723.
- AMEEN, J.R.M. & HARRISON, P.J. (1984). Discount weighted estimation. Journal of Forecasting, 3, 285 - 296.
- AMEEN, J.R.M. & HARRISON, P.J. (1985). Normal Discount Bayesian Models. In Bayesian Statistics 2, J.M. Bernardo et al eds., North-Holland, 271-298.
- ANDERSON, O. D. (1976). Time series analysis and forecasting: The Box-Jenkins approach Butterworth: London and Boston.
- BALLACO, H.R. & NAVARRO, A.M. (1988). El proceso inflacionario Argentino 1978-1986: Un estudio econométrico. Revista de Econometria. Rio de Janeiro, 8, 21-44.
- BARBOSA, E. & HARRISON, J. (1989). Dynamic bayesian models for vetor time series analysis and forecasting. Warwick, University, PH.D. Thesis.
- BARBOSA, F. H. (1983). A inflação brasileira no pós-guerra: monetarismo versus estruturalismo. IPEA/PNPE. Rio de Janeiro.
- BARBOSA, F. H. & McNELIIS, P. (1986). Brazilian indexing and inertial inflation: evidence from time-varying estimates of an inflation transfer function. EPGE. Ensaios Econômicos, Rio de Janeiro, nº 81.
- BARBOSA, F.H. & PEREIRA, P.L.V.(1989).O insucesso do plano cruzado: A evidência empírica da inflação 100% inercial para o Brasil. Plano Cruzado: Inércia e Inépcia. São Paulo. Globo.
- BARTLETT, M.S. (1946). On the theoretical specification of sampling properties of autocorrelated time series. Journal of the Royal Statistical Society, 8, 1, 27-41, 85-97.
- BATTACHARYYA, M.N. & ANDERSON, A.P. (1976). A post-sample

- diagnostic test for a time series model. *Australian Journal of Management*, 1, 33-56.
- BEGUIN, J.M.; GOURIEROUX, C. & MONFORT, A. (1980). Identification of a mixed autoregressive moving average process: the Corner method. In *time series*.ed. O.D. Anderson, Amsterdam: North Holland, 423-26.
- BOX, G. E. P. and JENKINS, G. M. (1976). *Time series analysis: forecasting and control*, revised edition. San Francisco: Holden-day.
- BOX, G.E.P. & PIERCE, D.A. (1970). Distribution of residual autocorrelations in autoregressive-integrated-moving average time series models. *Journal of the American Statistical Association*, 70, 70-80.
- BOX, G.E.P. & TIAO, G.C. (1975). Intervention analysis with applications to economic and environmental problems. *Journal of the American Statistical Association*, 70, 70-79.
- BRANDÃO, A.S.P. (1985). Moeda e preços relativos: evidência empírica. *Revista de Econometria*. Rio de Janeiro, 5, 2, 33-80.
- BRASIL, G.H. (1989). Modelagem dinâmica bayesiana da componente cíclica na formulação estrutural de séries temporais. Tese de Doutorado, Grupo de Sistemas, DEE, PUC/RJ.
- BRASIL, G.H. (1987). Fatores de desconto e previsão bayesiana. In: IX Congresso Brasileiro de Econometria, IX, Salvador, Anais, 179-213.
- BROWN, R.G. (1962). *Smoothing, Forecasting and Prediction of Discrete Time Series*. Englewood Cliffs, N.J.: Prentice-Hall, Inc.
- CAGAN, P. (1956). The monetary dynamics of hyperinflation. In: Friedman, M. *Studies in the quantity theory of money*. Chicago. University of Chicago Press.
- CAMARGO, M.E. (1979). Efeitos da correção monetária sobre a inflação brasileira: aplicação da metodologia de Box-Jenkins. Dissertação de Mestrado, CPEP, CT, UFSM. Santa Maria.
- CAMARGO, M.E.; RADHARAMANAN, R.; SORTICA, G.B. (1984). Análise dos efeitos de índices de preços sobre o crescimento econômico brasileiro. In: Congresso Latino-Americano de Automá-

tica e 5º Congresso Brasileiro de Automática, 1, Campina Grande. Anais, 980-985.

CAMARGO, M.E. (1986). Estudo da inflação brasileira através das componentes de demanda e de custos. In: Encontro Brasileiro de Econometria, 8. Brasília, Anais, 161-168.

CAMARGO, M. E. & BRASIL, G. H. (1989). A inflação brasileira via componentes de demanda e custos: modelos de função de transferência e de regressão dinâmica. In: Simpósio Nacional de Métodos Quantitativos, e Reunião Regional de Estatística, 15, Juiz de Fora, MG. Anais.

CAMARGO, J.M. (1990). Salários e negociações coletivas. Pesquisa e Planejamento Econômico. Rio de Janeiro. 20, 2, 305-24.

CANTARELIS, N.S. (1980). An Investigation into the properties of bayesian forecasting models. Ph.D. Thesis, School of Industrial and Business Studies, Warwick University, England.

CARDOSO, E.A.(1977). Moeda, renda e Inflação: Algumas evidências da economia brasileira. Pesquisa e Planejamento Econômico. Rio de Janeiro. 7, 2, 423-34.

CARDOSO, E.A. (1983). Indexação e acomodação monetária um teste do processo inflacionário brasileiro. Revista Brasileira de Economia. Rio de Janeiro. 37, 3-11.

CARNEIRO NETO, D. & FRAGA NETTO, A. (1984). Variáveis de crédito e endogeneidade dos agregados monetários: nota sobre a evidência empírica dos anos 70. Pesquisa e Planejamento Econômico, Rio de Janeiro, 14, 1, 175-96.

CHANG, I., TIAO, G.C. & CHEN, C. (1988). Estimation of time series parameters in the presence of outliers. Technometrics, 30, 193-204.

CHOW, G.C. (1960). Test for equality between sets of coefficients in two linear regressions. Econometrica. 28, 591-605.

CONTADOR, C.R. (1978). A exogeneidade da oferta de moeda no Brasil. Pesquisa e Planejamento Econômico. Rio de Janeiro, 8,2, 475-504, ago.

ENGLE, R.F. (1978). Estimating structural models of seasonality; in A. Zellner (ed.), Seasonal analysis of economic time series, Washington D.C., Bureau of the Census, 281-308.

- ENGLE, R.F. & BROWN, S.J. (1986). Model Selection for forecasting. *Applied Mathematics and computation*, 20, 313-27.
- FOX, A.J. (1972). Outliers in time series. *Journal of the Royal Statistical Society, B*, 34, 3, 350-63.
- FARNAUM, N.R. & STANTON, L.W. (1989). *Quantitative forecasting methods*. PWS-Kent Publishing company, Boston.
- GLASS, G.V.; WILLSON, V.L. & GOTTMAN, J.M. (1975). *Design and analysis of time series experiments*. Colorado: Colorado University Press.
- GRANGER, C.W.J. (1969). Investigating causal relations by econometric models and cross spectral methods. *Econometrica*, 37, 424-38, July.
- GRANGER, C.W.J. (1980). Testing of causality: A personal Viewpoint. *Journal of Economic Dynamics and Control*, 2, 4, 329-352.
- GRANGER, C.W.J. & NEWBOLD, P. (1977). *Forecasting economic time series*. San Francisco: Academic Press.
- HARVEY, A.C. (1981). *The Econometric analysis of time series*. Philip Allan, U.K.
- HARVEY, A.C. (1984). A unified view of statistical forecasting procedures. *Journal of Forecasting*, 3, 245-283.
- HARVEY, A.C. & PETERS, S. (1984). Estimation procedure for structural time series models. Discussion Paper, A44, Statistics Dept., L.S.E., London, U.K.
- HARVEY, A.C. (1985). Trends and cycles in macroeconomics time series. *Journal of Business and Economic Statistics*, 3, 216-227.
- HARVEY, A.C. (1989). *Forecasting, structural time series models and the Kalman filter*. Cambridge University Press.
- HARVEY, A.C. (1990). *The econometric analysis of time series* Philip Allan. New York.
- HARRISON, P.J. & STEVENS, C. (1976). Bayesian forecasting (with discussion). *Journal of the Royal Statistical Society, B*, 38, 205-247.

- HARRISON, P.J. & JOHNSTON, F.R. (1984). Discount Weighted Regression. *Journal of Opl. Res. Soc.*, 35, 10, 923-932.
- HAUGH, L.D. (1976). Checking the independence of two covariance stationary time series: a univariate residual cross-correlation approach. *Journal of the American Statistical Association*, 71, 378-385.
- HILLMER, S.C., BELL, W.R. & TIAO, G.C. (1983). Modelling Considerations in the seasonal adjustment of economics time series, in A. Zellner(Editor), *Applied time series analysis of economic data*. Washington, DC: US Department of Commerce, Bureau of the Census.74-100.
- KALMAN, R.E. (1960). A New Approach to Linear Filtering and Prediction Problems, *Trans. ASME, J. BASIC Eng. D*, 1, 35-45.
- KALMAN, R.E. & BUCY, R.S.(1961). New results in linear filtering and prediction. *Trans. ASME, J. Basic Eng.D*, 1, 95-108.
- KANDIR, A. (1990). *A dinâmica da inflação*. Ed. Nobel. São Paulo.
- KIGUEL, M.A. (1989). Budget, déficit, stability and the monetary dynamics of hyperinflation. *Journal of Money Credit and Bank*, 121, maio, 148-157.
- LÁBAN, R. (1988). Evolución de la Demanda por Dinero en Chile (1974-86): Una aplicación del Filtro de Kalman. *Revista de Econometria*. Rio de Janeiro, 8, 1, 45-82.
- LEMGRUBER, A. C. (1974). Inflação: o modelo da realimentação e o modelo da aceleração. *Revista Brasileira de Economia*, Rio de Janeiro, 28,3, 35-56, jul./set.
- LII, K.S. (1985) Transfer function model order and parameter estimation. *Journal of Time Series Analysis*. 6, 153-169.
- LIMA, E.C.R. (1990). Inflação e ativos financeiros no Brasil: uma análise de auto-regressão vetorial. *Pesquisa e Planejamento Econômico*, Rio de Janeiro, 20 ,1, 21-48.
- LIMA, E.C.R. & SEDLACEK, G.L. (1990). Estabilização da inflação através de uma política monetária ativa: um exercício de simulação. *Pesquisa e Planejamento Econômico*, Rio de Janeiro, 20, 2, 257-276.

- LIU, L.M. & HANSSENS, D.M. (1982). Identification of multiple input transfer function models. *Communications in Statistics, A*, 11, 297-314.
- LJUNG, G. M. & BOX, G.E.P. (1979). The likelihood function of stationary autoregressive-moving average models. *Biometrika*, 66, 265-270.
- McLEOD, G. (1982). *Box-Jenkins in practice*. Lancaster: GJP Ltd.
- MARQUES, M.S.B. (1983). Moeda e inflação: a questão da causalidade. *Revista Brasileira de Economia*. Rio de Janeiro, 37, 13-88.
- MARQUES, M.S.B. (1985). Aceleração inflacionária no Brasil: 1973-83. *Revista Brasileira de Economia*. Rio de Janeiro, 39.
- MARQUES, M.S.B. (1991). *Inflação e Política Macroeconômica após o primeiro choque do Petróleo*. Tese de Doutorado. Escola de Pós-Graduação em Economia. Ed. FGV. Rio de Janeiro.
- MONTGOMERY, D.C. & JOHNSON, L.A. (1976). *Forecasting and Time series analysis*. New York, Mc Graw-Hill, 1976.
- MOREIRA, A.R.B., LIMA, E.C.R., MIGON, H.S. (1991). Um modelo macroeconômico para o nível de atividade: previsões e projeções condicionais. In: *Encontro Brasileiro de Econometria*, 8, Curitiba, 3-6 dez. Anais..
- MORETTIN, P. A. & TOLOI, C.M.C. (1985). *Previsão de séries temporais*. São Paulo, Ed. Atual.
- NARAYAN, Y.J. (1983). Multiple time series modeling of macroeconomic series. *Time series analysis: Theory and practice* 4. O.D. Anderson (editor). Elsevier science publishers B.V. (North Holland, 160-171).
- NAVARRO, A.M. & RAYO, A. (1983). Precios causalidad y dinero en Argentina. *R. Económica*, May./Dic.
- NELSON, C.R. (1973). *Applied time series analysis for managerial forecasting*. San Francisco: Holden-Day, Inc.
- NERLOVE, M; GREYER, D.M. & CARVALHO, J.L. (1979). *Analysis of economic time series*, New York: Academic Press.
- OZAKI, T. (1977). On the order determination of ARIMA models.

- Applied Statistics. 26, 290-301.
- PEREIRA, B.B.. (1984). Séries temporais multivariados. Instituto de Matemática. UFRJ.
- PEREIRA, L.V.& MASCOLO, J.L. (1988). Testes de exogeneidade da moeda para a economia brasileira. Pesquisa e Planejamento Econômico, Rio de Janeiro, 18, 3, 595-614.
- PIERCE, D.A. (1972b). Residual correlations and diagnostic checking in dynamic-disturbance time series models. Journal of the American Statistical Association. 67, 636-40.
- PIERCE, D.A. & HAUGH, L.D. (1977). Causality in Temporal Systems: Characterization and a Survey. Journal of Econometrics. 5, 265-93.
- PINO, F.A. (1980). Análise de intervenção e séries temporais. - aplicações em economia agrícola. Dissertação de Mestrado. IME-USP.
- PRIESTLEY, M.B. (1971). Fitting relationship between time series. Bulletin of International Statistical Institute. 34, 1-29.
- Revista Conjuntura Econômica Vários volumes.
- ROCHA, E.C. (1991). Comparação de métodos automáticos de modelagem de séries temporais uni e multivariadas. Tese de Doutorado. COPPE, UFRJ. Rio de Janeiro.
- ROSSI, J. W. (1991). Oferta monetária, nível de atividade econômica e inflação. Revista brasileira de economia, Rio de Janeiro, 45, 1, 91-102, Jan./mar. 1991.
- SHAPIRO, E. (1976). Análise macroeconômica. Atlas, São Paulo.
- SIMS, C.A. (1972). Money, income, and causality. American Economic Review. 62, 540-552.
- SOUZA, R.C. & BRASIL, G.H. (1988). Formulação estrutural-abordagens clássica e bayesiana: semelhanças e dessemelhanças. Econometria. 8, 1, 111-125.
- SOUZA, R.C.& CAMARGO, M.E. (1991). Metodologia Box-Jenkins para previsão de séries temporais univariadas. Monografia, DEE, PUC/Rio de Janeiro.

- STOKES, H.H. (1983). The relationship between money, interest rates and prices 1867-1933: A vector model approach. Time Series Analysis: Theory and practice 3. O.D. Anderson (editor). North-Holland Publishing Company, 231-250.
- QUINTANA, J.M. & WEST, M.(1986). Multivariate time series analysis. The Statistician. 36, 275-281.
- QUINTANA, J.M. (1987). Multivariate Bayesian forecasting models. PhD. Thesis, University of Warwick, U.K.
- TIAO, G.C.; BOX, G.E.P. & HAMMING, W.J. (1975). Analysis of Los Angeles photochemical smog data: A statistical overview. Journal of the Air Pollution Control Association. 25, 260-68.
- THURY, G.(1980). The use Transfer Function Models for the Purposes of Macroeconomic Forecasting: Some Empirical Evidence for Austria. In: Analysing Time Series (Proceedings of the International Conference held North-Holland, Amsterdam and New York), 349-364.
- TRICHES, D. (1992). Demanda por moeda no Brasil e a causalidade entre as variáveis monetárias e a taxa de inflação: 1972/87. 16º Prêmio BNDES de Economia. Ed. Lidador Ltda. Rio de Janeiro.
- TSAY, R.S. (1986). Time series model specification in the presence of outliers. Journal of the American Statistical Association, 81, 132-141.
- TSAY, R.S. (1988). Outliers, Level Shifts, and Variance Changes in Time Series. Journal of Forecasting, 7, 1-20.
- VANDAELE, W. (1983). Applied Time series and Box-Jenkins models. Academic Press, Inc.. New York.
- WEST, M. (1986). Bayesian model monitoring. Journal Royal Statistical Society, B, 48, 1, 70-78.
- WEST, M. & HARRISON, P.J. (1989). Bayesian forecasting and dynamic models. Springer-verlag. New York.
- WEST, M. , HARRISON, P.J. & MIGON, H.S (1985). Dynamic Generalized Linear Models and Bayesian Forecasting. Journal of the American Statistical Association, 80, 389, 73-97.

APÊNDICE - 1 - Filtro de Kalman

Mostra-se a seguir os passos do filtro.

Passo 1 - Atualização Sequencial do Vetor de Estado

. Instante "t-1"

Seja o instante genérico "t-1" no qual conhece-se:

\underline{m}_{t-1} : estimador de Erro Quadrático Médio (EQM) mínimo de $\underline{\theta}_{t-1}$ baseado em $Y_1 \dots Y_{t-1}$; isto é, $\underline{m}_{t-1} = E [\underline{\theta}_{t-1} | t-1]$

\underline{C}_{t-1} : matriz de variância do estimador EQM; isto é, $\underline{C}_{t-1} = \text{Var} (\underline{\theta}_{t-1} | t-1)$

. Instante "t"

Antes da informação Y_t ser recebida, pode-se calcular as estatísticas do estimador EQM de $\underline{\theta}_t$ dado o conhecimento da história do sistema até t-1, isto é, $\underline{\theta}_t | t-1$. Denotando-se estas por $\underline{a}_t = E (\underline{\theta}_t | t-1)$ e $\underline{R}_t = \text{Var} (\underline{\theta}_t | t-1)$, tem-se:

$$\underline{a}_t = \underline{G}_t \cdot \underline{m}_{t-1} \quad (1)$$

$$\underline{R}_t = \underline{G}_t \cdot \underline{C}_{t-1} \cdot \underline{G}_t' + \underline{W}. \quad (2)$$

Observando-se Y_t no instante t, pode-se atualizar os estimadores \underline{a}_t e \underline{R}_t do vetor de estado no instante t, isto é, calcular: $\underline{m}_t = E (\underline{\theta}_t / t)$ e $\underline{C}_t = \text{Var} (\underline{\theta}_t / t)$, obtidos através das equações recursivas a seguir:

$$\underline{m}_t = \underline{a}_t + \underline{R}_t \cdot \underline{F}_t \cdot (Y_t - \underline{F}_t \cdot \underline{a}_t) / f_t \quad (3)$$

$$\underline{C}_t = \underline{R}_t - \underline{R}_t \cdot \underline{F}_t \cdot \underline{F}_t' \cdot \underline{R}_t / f_t \quad (4)$$

onde:

$$f_t = \underline{F}_t' \cdot \underline{R}_t \cdot \underline{F}_t + V \quad (5)$$

As equações (1) a (5) constituem o Filtro de Kalman o qual permite a atualização sequencial do vetor de estado no instante $t-1$ para o instante t , isto é, $\underline{\theta}_{t-1|t-1} \Rightarrow \underline{\theta}_{t|t}$. No contexto Bayesiano, interpreta-se o procedimento acima da seguinte forma (HARRISON & STEVENS (1976)):

. Posteriori no instante $t-1$: (conhecida)

$$(\underline{\theta}_{t-1|t-1}) \simeq N(\underline{m}_{t-1}, \underline{C}_{t-1})$$

. Priori no instante t : (calculada pela equação 8, cap.IV)

$$(\underline{\theta}_{t|t-1}) \simeq N(\underline{a}_t, \underline{R}_t)$$

. Posteriori no instante t : (calculada pelo Teorema de Bayes)

$$(\underline{\theta}_{t|t}) \simeq N(\underline{m}_t, \underline{C}_t).$$

É interessante observar que em (3), o valor atualizado de \underline{m}_t corresponde ao seu estimador corrente (\underline{a}_t) somado a um termo de correção devido ao erro de previsão cometido no instante t , isto é, $(Y_t - \underline{F}_t' \underline{a}_t)$, ponderado pelo fator $(\underline{R}_t \cdot \underline{F}_t / f_t)$. Chama-se este fator de ganho do sistema, posteriormente denominado ganho de Kalman (KALMAN (1960)).

A operacionalização sequencial do Filtro de Kalman requer que os valores \underline{m}_0 e \underline{C}_0 sejam conhecidos a priori. Estes podem ser calculados a partir das k primeiras observações, como podem também ser obtidos a partir de uma priori difusa, ou seja, fazendo $\underline{m}_0 = \text{constante}$ (por exemplo, $\underline{m}_0 = 0_{m \times 1}$) e

$\underline{C}_0 = cI_{m \times m}$, onde c é um número real grande, suficiente para refletir a ignorância a respeito do estado inicial (HARVEY, 1984).

Passo 2 - Previsões futuras; $Y_{t+j|t}$; $j = 1, 2, \dots$

As previsões dos valores futuros condicionais à origem t , isto é, $Y_{t+j|t}$ são diretamente obtidas do MLD fazendo $t \Rightarrow t+j$ nas equações (7 e 8, cap.IV) e levando em conta os valores atualizados de $\underline{\theta}_{t|t}$.

. Projeções do vetor de estado; $\underline{\theta}_{t+j|t}$; $j = 1, 2, \dots$

Obtém-se diretamente de (16) com $t \Rightarrow t+j$, que fornece:

$$\underline{a}_{t+j|t} = \underline{G}_{t+j} \cdot \underline{a}_{t+j-1|t} \quad (6)$$

$$\underline{R}_{t+j|t} = \underline{G}_{t+j} \cdot \underline{R}_{t+j-1|t} \cdot \underline{G}_{t+j}' + \underline{W}_t \quad (7)$$

onde:

$$\underline{a}_{t+j|t} = E(\underline{\theta}_{t+j|t}); \underline{R}_{t+j|t} = \text{Var}(\underline{\theta}_{t+j|t}), \text{ e}$$

$$\underline{a}_{t|t} = \underline{m}_t \quad (3); \quad \underline{R}_{t|t} = \underline{C}_t \quad (4)$$

. Projeções das observações: $\hat{Y}_{t+j|t}$

Denotando-se $E(Y_{t+j|t})$ por $\hat{Y}_{t+j|t}$ e $\text{Var}(Y_{t+j|t})$ por $V(Y_{t+j|t})$ obtém-se diretamente de (7 e 8, cap.IV), (6) e (7):

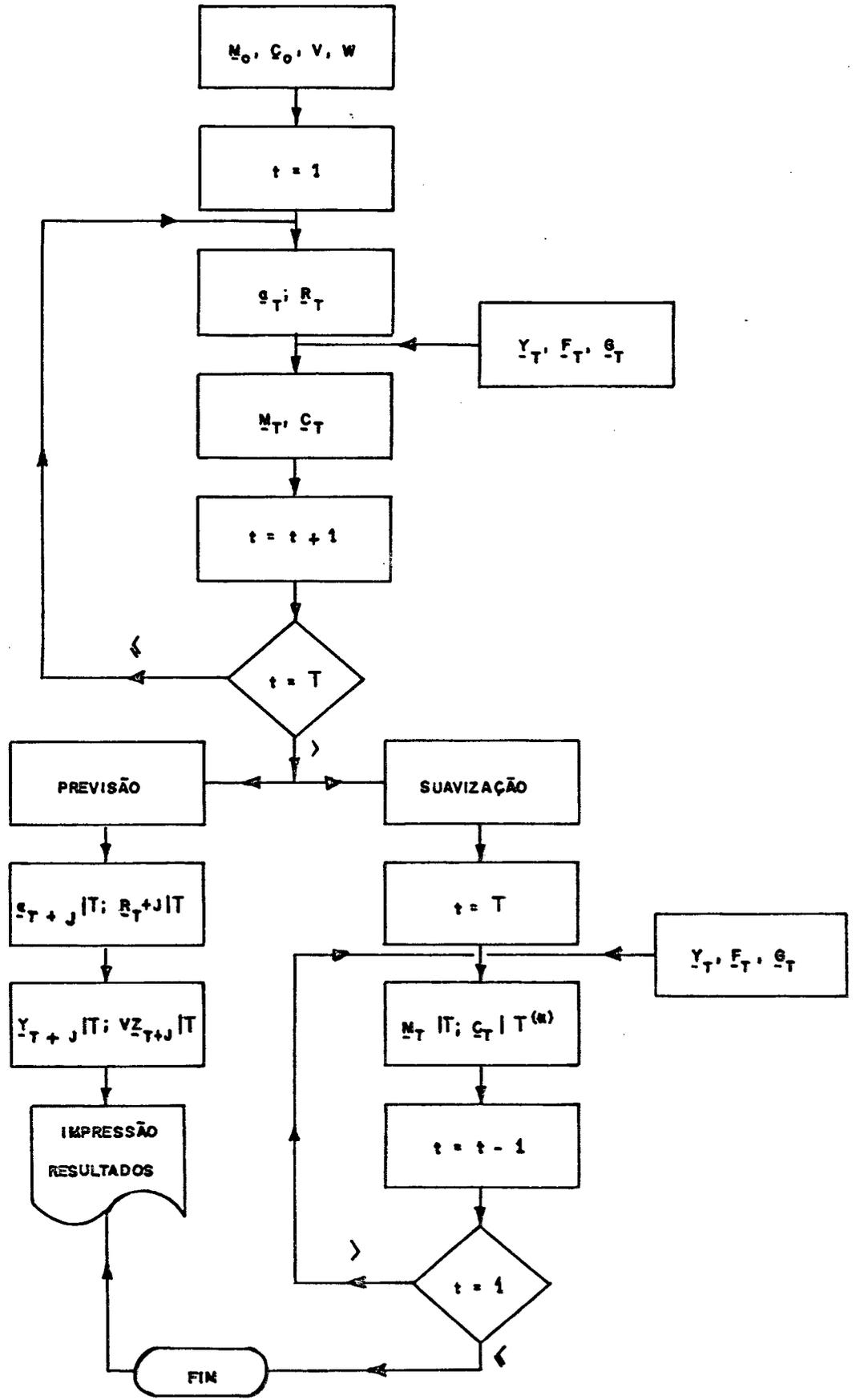
$$\hat{Y}_{t+j|t} = \underline{F}'_{t+j} \cdot \underline{a}_{t+j|t} \quad (8)$$

$$V(Y_{t+j|t}) = \underline{F}'_{t+j} \cdot \underline{R}_{t+j|t} \cdot \underline{F}_{t+j|t} + V \quad (9)$$

Passo 3 - Suavização: $\underline{\theta}_{t|T}$; $t = T, T-1, \dots, 1$

Caso interesse os estimadores do vetor de estado correspondente ao período amostrado, estes podem ser obtidos recursivamente aplicando o Filtro de Kalman em sentido inverso. Em

outras palavras, adota-se o último estimador do vetor de estado, obtido pela passagem do Filtro de Kalman às observações disponíveis (Y_1, Y_2, \dots, Y_t) , isto é, \underline{m}_t e \underline{C}_t , como valores iniciais para uma recursão inversa do Filtro. Obtém-se desta forma os estimadores $\underline{m}_{t|T}$ e $\underline{C}_{t|T}$; $t = T-1, T-2, \dots, 1$ que constituem os estimadores suavizados ótimos do vetor de estado. Este procedimento é conhecido como suavização do vetor de estado. No fluxograma a seguir são apresentadas as três características básicas do Filtro de Kalman, ou seja: Atualização, Previsão e Suavização.



Fluxograma ilustrativo do Filtro de Kalman

APÊNDICE - 2 - Fatores de Desconto

Os fatores de desconto β são, por definição, números tais que: $0 < \beta \leq 1$. A idéia de usar a informação descontada em dados temporais, isto é, que o conteúdo informativo de uma observação decai com sua idade, é, não apenas intuitiva mas já demonstrou bons resultados na técnica de mínimos quadrados ponderados desenvolvida por BROWN(1962), denominada regressão exponencialmente ponderada.

AMEEN & HARRISON (1984, 1985) e HARRISON & JOHNSTON (1984) estenderam a idéia de Brown, permitindo que vários fatores de desconto atuem separadamente em cada componente do modelo.

Os fatores de desconto são invariantes a escala de mensuração, tanto da variável dependente quanto das outras quantidades envolvidas no modelo e, representam na classe de modelos Bayesianos normais com desconto, o papel da matriz de covariância do sistema, \underline{W}_t , no modelo linear dinâmico, ou seja, é por intermédio dos fatores de desconto que é conferida a natureza estocástica aos parâmetros do modelo. É através dos fatores de desconto, que o usuário informa ao sistema na matriz \underline{G}_t , de transição de estado, a velocidade com que os parâmetros do modelo se adaptam no tempo, isto é, o quanto dinâmicos eles

são.

Se o conteúdo informativo de um dado é, hoje, I unidades, N períodos atrás essa informação vale $\beta^N \cdot I$. Uma regra prática é estabelecer N , de modo a que o conteúdo informativo do dado decaia à sua metade em N períodos, ou seja, $\beta^N \cdot I = 1/2 \cdot I$, desse modo, pode-se determinar os fatores β para cada componente (BRASIL, 1987).

Uma relação similar, proposta por HARRISON & JOHNSTON (1984), é determinar β de modo a que, dado N , seu valor seja dado por:

$$\beta = (3N-1)/(3N+1).$$

APÊNDICE 3 - Gráficos das séries originais

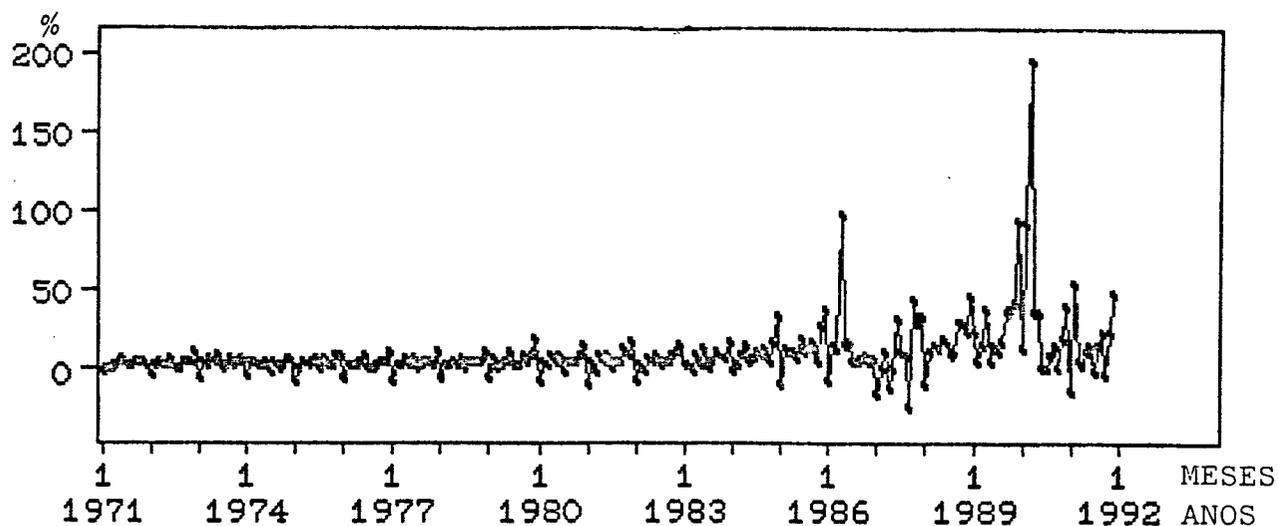


FIGURA 1 - Série original de M1 no período de janeiro de 1971 a dezembro de 1991

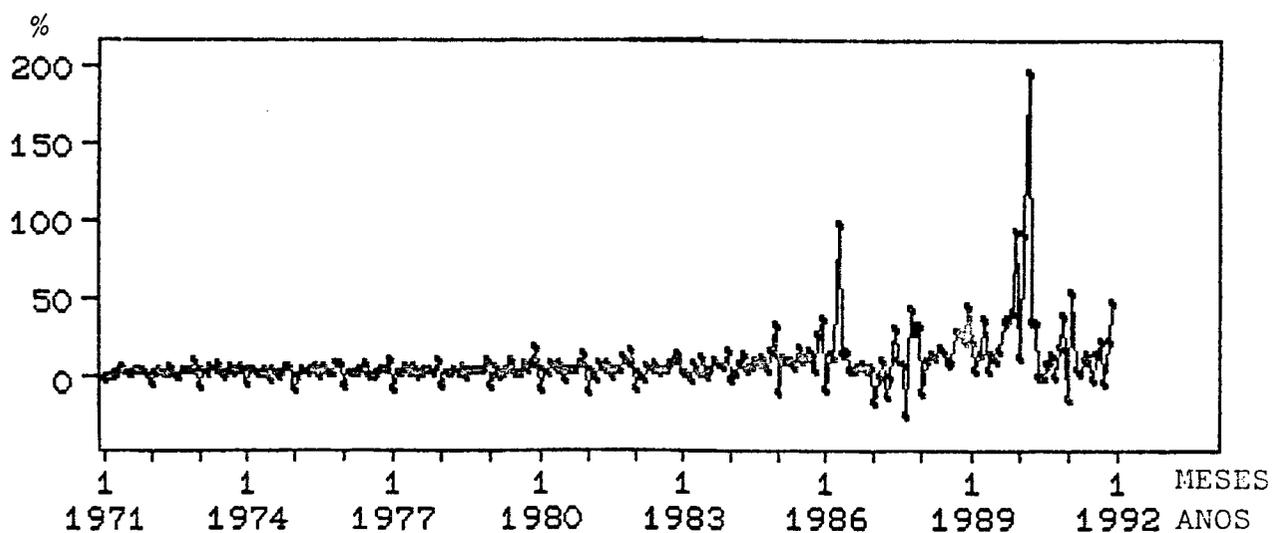


FIGURA 2 - Série original de M2 no período de janeiro de 1971 a dezembro de 1991

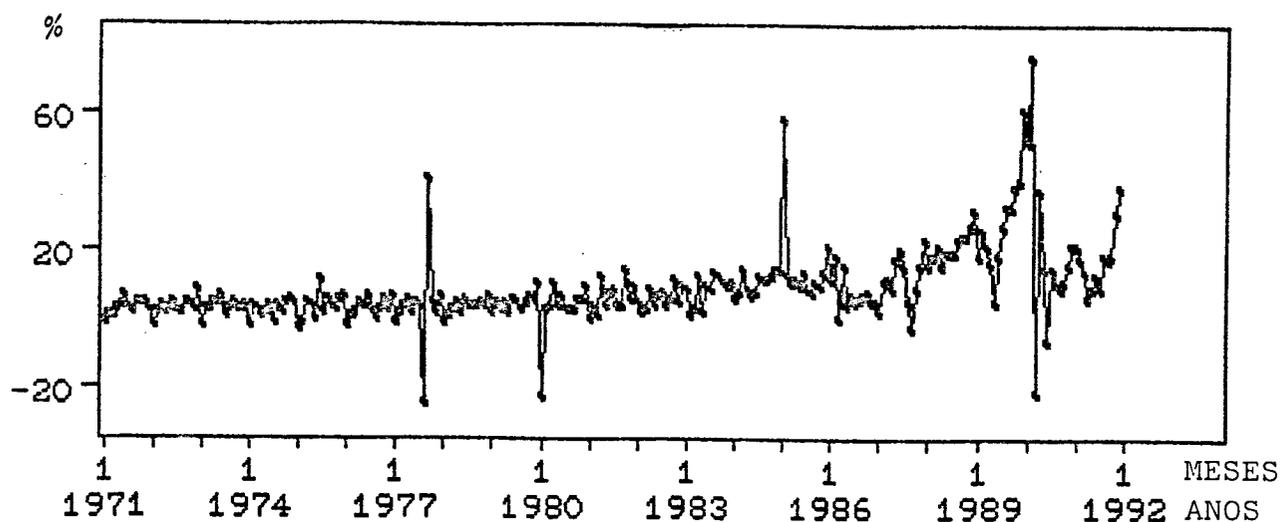


FIGURA 3 - Série original de M3 no período de janeiro de 1971 a dezembro de 1991

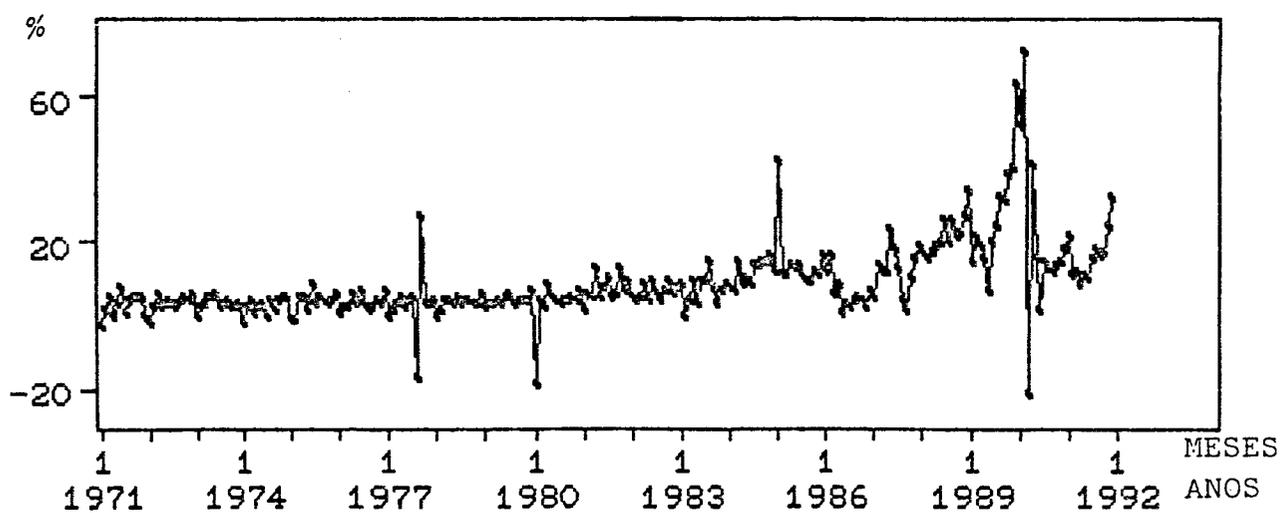


FIGURA 4 - Série original de M4 no período de janeiro de 1971 a dezembro de 1991

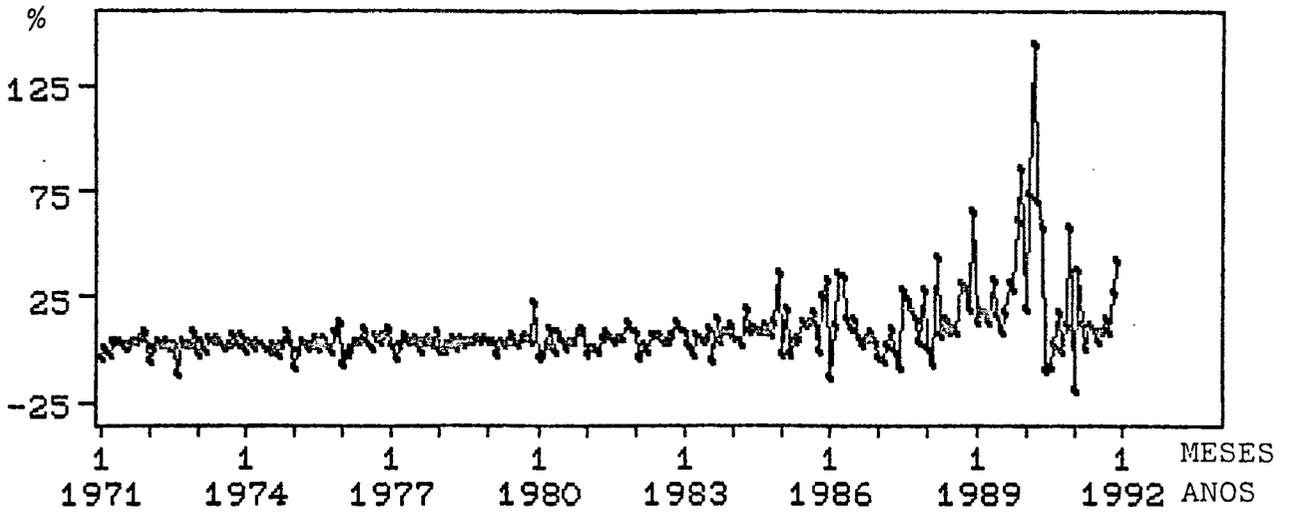


FIGURA 5 - Série original da Base Monetária no período de janeiro de 1971 a dezembro de 1991

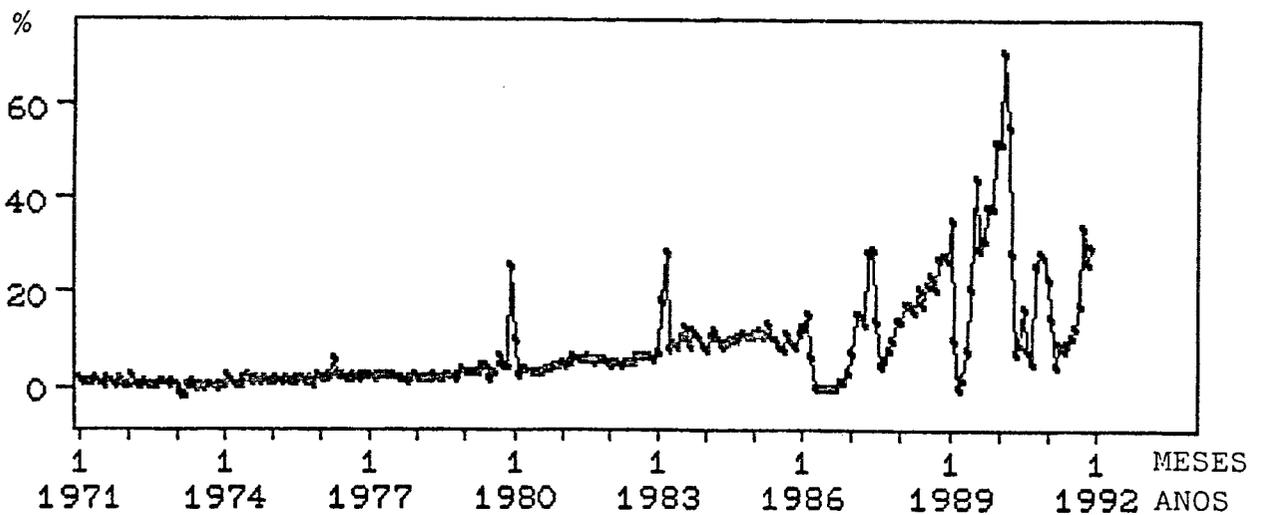


FIGURA 6 - Série original da Taxa de Câmbio no período de janeiro de 1971 a dezembro de 1991

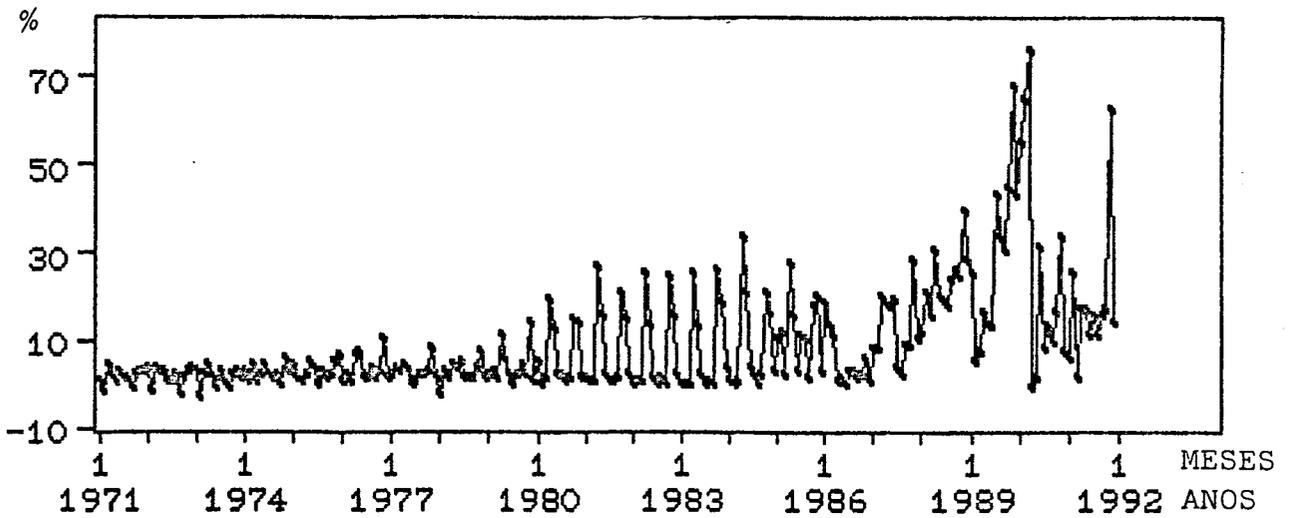


FIGURA 7 - Série original do Salário Médio da ABDIB no período de janeiro de 1971 a dezembro de 1991

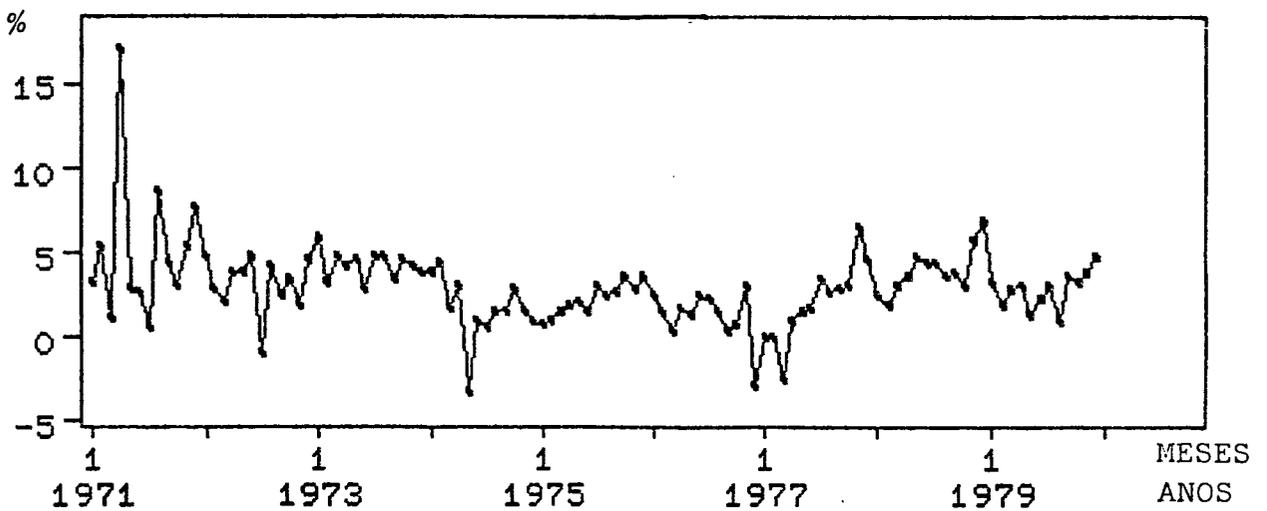


FIGURA 8 - Série original da Taxa de Juros no período de janeiro de 1971 a dezembro de 1979

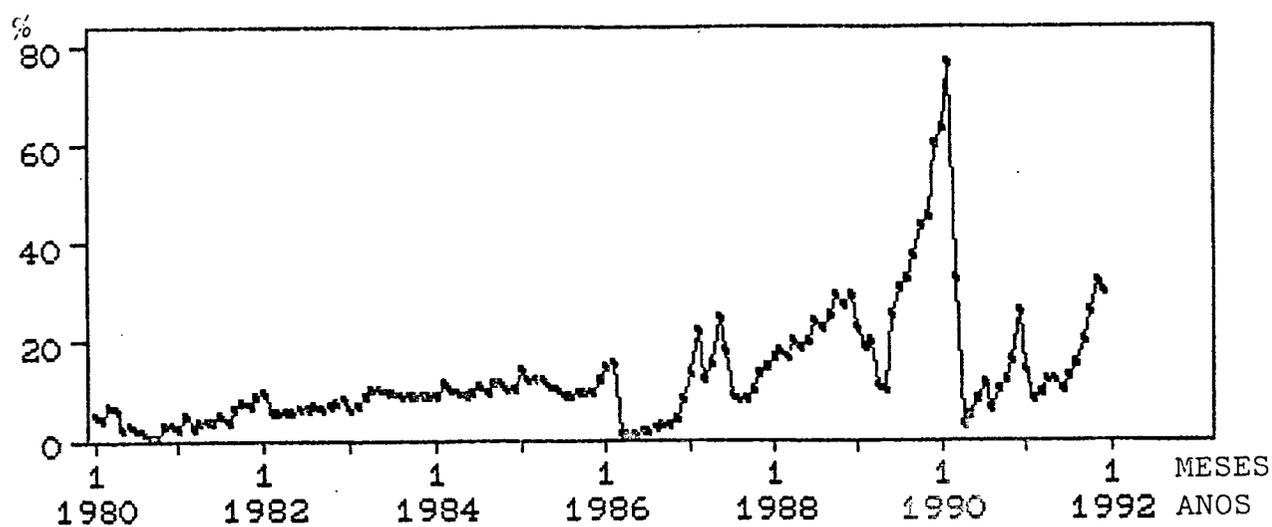


FIGURA 9 - Série original da Taxa de Juros no período de janeiro de 1980 a dezembro de 1991

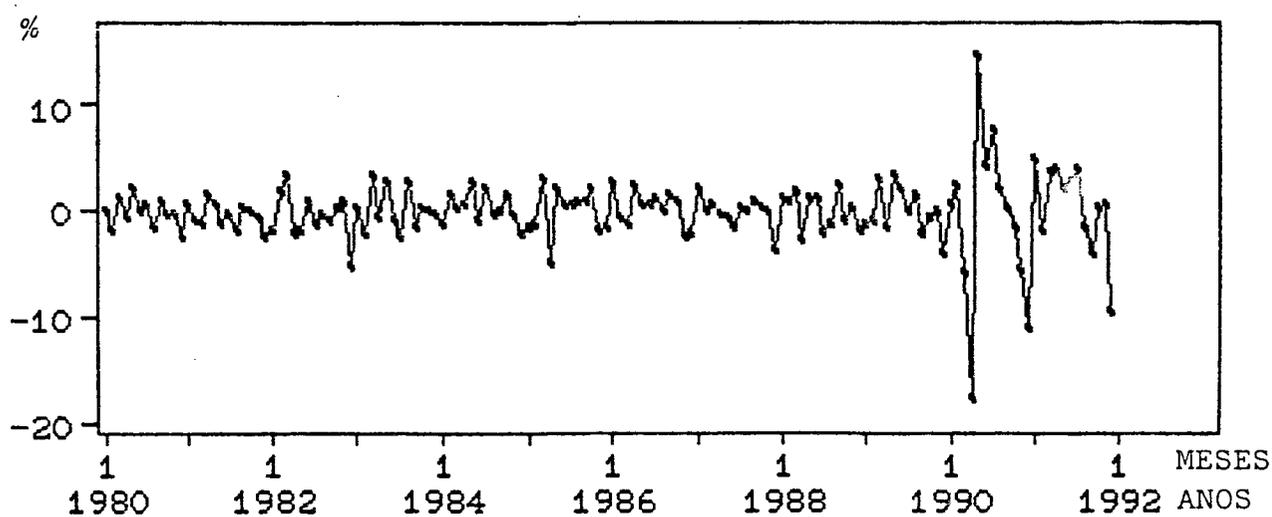


FIGURA 10 - Série original do Uso da Capacidade Instalada no período de janeiro de 1980 a dezembro de 1991

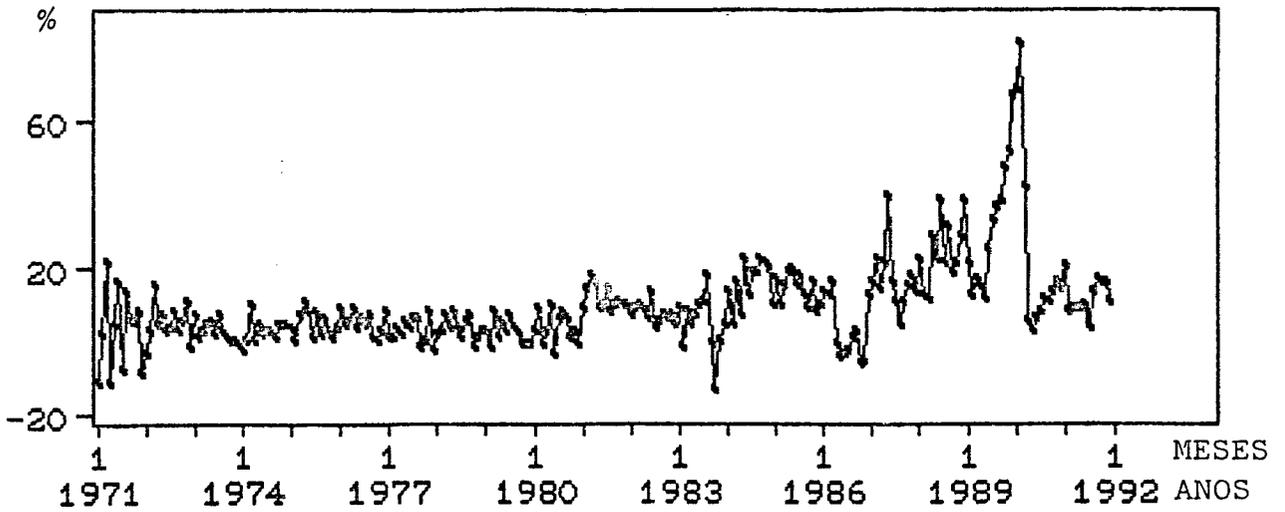


FIGURA 11 - Série original da Dívida Pública no período de janeiro de 1971 a dezembro de 1979

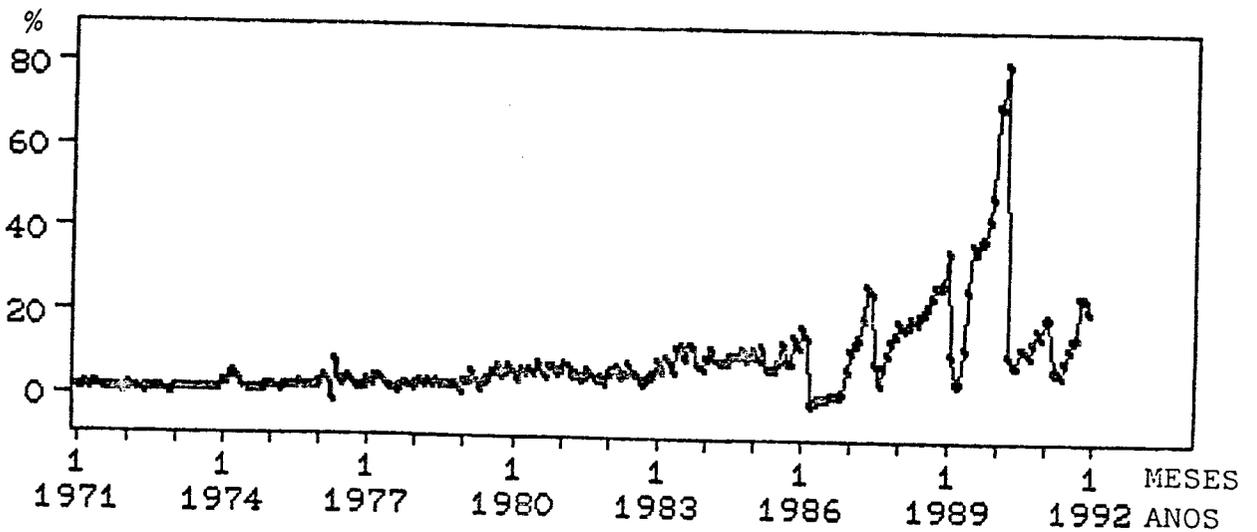


FIGURA 12 - Série original do IGP-DI no período de janeiro de janeiro de 1971 a dezembro de 1991

APÊNDICE-4- Modelos e critérios de ajustamento para as séries econômicas em estudo para o período de janeiro de 1971 a dezembro de 1991

1. Período de janeiro de 1971 a dezembro de 1991

1.1 - Política Monetária

1.1.1 - O modelo univariado para M1 é:

$$Y_t (1-B)^{12} = \frac{(2.47) (1 + 0.3734 B^{24})}{(1 + 0.4232 B^{12})} a_t$$

(-3.70)

1.1.2 - O modelo com intervenção para M1 é:

$$Y_t (1-B^{12}) = \frac{(2.55) (1 + 0.36880 B^{24})}{(1 + 0.36304 B^{12})} a_t + 9.4810 X_1(108)(1-B^{12})$$

(4.91)

(-3.52)

$$- 1.0949 X_2(39)(1-B^{12}) + 6.1022 X_3(56)(1-B^{12}) + 4.0498 X_4(44)$$

+ (-2.19) (3.49) (2.29)

$$(1-B^{12}) + 3.7996 X_5(76)$$

(2.36)

TABELA 1 - Critérios de ajustamento para a série M1

Modelos	Critérios			
	AIC	BIC	R ² %	H _a
ARIMA(s/interv.)	1.7037	1.7616	71.47	0.3548
ARIMA(c/interv.)	1.3579	1.5605	82.08	0.5249
EC(c/interv.)	2.5010	2.5387	79.46	0.0896
BAY(c/interv.)	0.7952	0.8754	89.78	0.0180

1.1.3 - O modelo univariado para M2 é:

$$Y_t(1-B)^{12} = (1 + 0.65856 B^{12}) a_t$$

(7.42)

1.1.4 - O modelo com intervenção para M2 é:

$$Y_t (1-B^{12}) = \frac{(7.95) (1 + 0.72957 B^{12})}{(1 + 0.72957 B^{12})} a_t + 7.4852 X_1(54)(1-B^{12})$$

(4.44)

$$- 0.74926 X_2(34)(1-B^{12}) + 5.0646 X_3(24, \dots)(1-B^{12}) + 4.2739 X_4(56)$$

(-2.02) (3.99) (2.54)

$$(1-B^{12}) + 5.7923 X_5(108)$$

(3.18)

TABELA 2 - Critérios de ajustamento para a série M2

Modelos	Critérios			
	AIC	BIC	R ² %	μ _a
ARIMA(s/interv.)	1.5791	1.6058	55.18	0.3017
ARIMA(c/interv.)	1.2206	1.3809	71.78	0.3350
EC(c/interv.)	1.3456	1.3522	82.31	0.0955
BAY(c/interv.)	1.2134	1.2278	83.95	0.0038

1.1.5 - O modelo univariado para M3 é:

$$Y_t - \overset{(13.85)}{3.769} = \frac{\overset{(6.37)}{(1 + 0.56755 B^{12})}}{(1 - 0.20045 B)} a_t$$

1.1.6 - O modelo com intervenção para M3 é:

$$Y_t (1 - B^{12}) = \overset{(60.26)}{(1 + 0.94311B^{12})} \overset{(2.29)}{(1 + 0.22863B^4)} a_t +$$

$$+ \overset{(24.97)}{37.591} X_1(81)(1-B^{12}) - \overset{(-17.60)}{26.839} X_2(80)(1-B^{12}) + \overset{(4.07)}{1.2323} X_3(91)$$

TABELA 3 - Critérios de ajustamento para a série M3

Modelos	Critérios			
	AIC	BIC	R ² %	μ _a
ARIMA(s/interv.)	3.1652	3.2454	24.47	-0.0420
ARIMA(c/interv.)	0.8433	0.9769	92.89	-0.0337
EC(c/interv.)	1.8976	1.9743	70.12	0.0357
BAY(c/interv.)	0.8645	0.9342	89.45	0.0309

1.1.7 - O modelo univariado para M4 é:

$$Y_t - \overset{(20.56)}{3.602} = \overset{(5.33)}{(1 + 0.46375 B)} a_t$$

1.1.8 - O modelo com intervenção para M4 é:

$$Y_t - \overset{(28.65)}{3.7939} = \overset{(2.78)}{(1 + 0.26817 B^4)} a_t + \overset{(14.99)}{23.0980} X_1(81) +$$

$$- \overset{(-13.07)}{20.260} X_2(80) - \overset{(-8.10)}{4.4310} X_3(1, 13, \dots) + \overset{(3.68)}{2.1220} X_4(24, 36, \dots)$$

TABELA 4 - Critérios de ajustamento para a série M4

Modelos	Critérios			
	AIC	BIC	R ² %	μ _a
ARIMA(s/interv.)	2.4447	2.4943	15.73	-0.0409
ARIMA(c/interv.)	0.9652	1.1142	82.18	-0.0202
EC(c/interv.)	1.9776	1.9984	67.99	0.0893
BAY(c/interv.)	0.8934	0.9254	82.98	0.0532

1.1.9 - O modelo univariado para Base Monetária é:

$$Y_t - \overset{(4.11)}{3.6407} = \frac{a_t}{(1 - \underset{(5.71)}{0.56154 B^{12}})}$$

1.1.10 - O modelo com intervenção para Base Monetária é:

$$Y_t - \overset{(5.91)}{3.5216} = \frac{a_t}{(1 - \underset{(5.85)}{0.52542 B^{12}})} a_t + \overset{(6.42)}{17.2390} X_1(108) +$$

$$\overset{(-5.45)}{-12.853} X_2(20) - \overset{(-4.13)}{9.8547} X_3(49, 61, \dots) + \overset{(3.27)}{8.7291} X_4(73, 85, \dots)$$

$$+ \overset{(2.88)}{6.7840} X_5(60)$$

TABELA 5 - Critérios de ajustamento para a série BM

Modelos	Critérios			
	AIC	BIC	R ² %	μ _a
ARIMA(s/interv.)	2.6712	2.7246	25.77	0.0006
ARIMA(c/interv.)	2.0275	2.2145	64.86	0.0000
EC(c/interv.)	2.0298	2.0309	63.56	0.0456
BAY(c/interv.)	1.9867	2.0023	72.01	0.0410

1.2 - Taxa de Câmbio

1.2.1 - O modelo univariado para Taxa de Câmbio é:

$$Y_t (1 - B) = (1 + \underset{(4.43)}{0.5938}) a_t$$

1.5 - Dívida Pública Federal

1.5.1 - O modelo univariado para Dívida Federal é:

$$Y_t - \overset{(8.65)}{3.6047} = \frac{\overset{(3.91)}{(1 + 0.50310 B^3)}}{\underset{(5.90)}{(1 - 0.54445 B^3)}}$$

1.5.2 - O modelo com intervenção para Dívida Federal é:

$$\ln Y_t - \overset{(6.81)}{3.3505} = \frac{\overset{(3.39)}{(1 + 0.45676 B^3)}}{\underset{(7.56)}{(1 - 0.61490 B^3)}} a_t - \overset{(-4.47)}{16.060} X_1(12) + \overset{(3.50)}{4.3678} X_2(15, 27, \dots)$$

TABELA 9 - Critérios de ajustamento para a série Dívida Federal

Modelos	Critérios			
	AIC	BIC	R ² %	μ _a
ARIMA(s/interv.)	2.7601	2.8360	17.60	-0.0166
ARIMA(c/interv.)	2.5063	2.6326	38.46	-0.0011
EC(c/interv.)	2.4589	2.5867	54.32	-0.0481
BAY(c/interv.)	2.2398	2.3879	74.06	-0.0456

1.6 - Indicador da inflação (IGP-DI)

1.6.1 - O modelo univariado para IGP-DI é:

$$Y_t - \overset{(4.47)}{2.8568} = \frac{\overset{(-2.07)}{(1 - 0.21442 B^6)} a_t}{\underset{(13.60)}{(1 - 0.85047 B)}}$$

1.6.2 - O modelo com intervenção para IGP - DI é:

$$Y_t - \overset{(3.51)}{1.1949} = \frac{a_t}{\underset{(9.13)}{(1 - 0.72025B)}} a_t + \overset{(4.64)}{2.2541} X_1(97) + \overset{(4.53)}{2.2241} X_2(105) + \overset{(4.05)}{1.9840} X_3(99) + \overset{(4.06)}{1.5838} X_4(37) + \overset{(-2.90)}{-1.4211} X_5(101)$$

1.6.3 - Índice de Preços em função da Base Monetária

$$\ln Y_t = \frac{\overset{(2.63)}{0.3045}}{\underset{(17.96)}{(1 - 0.9872B)}} X_{1,t-2} + \frac{\overset{(8.71)}{(1 - 0.2207B^{12})}}{\underset{(8.71)}{(1 - 0.6726B)}} a_t$$

1.6.4 - Índice de Preços em função da Taxa de Juros

$$\ln Y_t - 2.1933 = \frac{(-0.5021 - 0.3227B^2)}{\underset{(-3.37)}{}} X_{1,t} + \frac{a_t}{\underset{(15.29)}{(1 - 0.8623B)}}$$

1.6.5 - Índice de Preços em função da Dívida Federal

$$\ln Y_t - 2.2662 = \frac{\overset{(10.21)}{-0.1977}}{\underset{(-2.13)}{}} X_{1,t-5} + \frac{a_t}{\underset{(14.79)}{(1 - 0.8603B)}}$$

TABELA 10 - Critérios de ajustamento para a série IGPI-DI

Modelos	Critérios			
	AIC	BIC	R ² %	μ _a
ARIMA(s/interv.)	-0.4437	-0.3687	67.94	0.0017
ARIMA(c/interv.)	-0.9484	-0.7735	82.04	0.0000
FT(BM)	-0.5075	-0.4064	70.93	-0.0084
FT(TJ)	-0.4525	-0.3514	72.11	0.0000
FT(DF)	-0.4200	-0.3390	70.60	0.0000
EC(int. + exóg.)	-0.9856	-0.8765	62.84	0.0694
BAY(c/interv.)	-1.0978	-0.9823	80.78	0.0965
BAY(BASE)	-0.9967	-0.9748	73.48	0.0890
BAY(BM+DF+TJ)	-0.9945	-0.9834	74.00	0.0789
BAY(TJ)	-1.0980	-0.9678	78.00	0.0756
BAY(DF)	-1.1230	-0.7543	76.09	0.0568
BAY(TC)	-0.9870	-0.6789	56.78	0.0786

2.1.4 - O modelo univariado para M2 é:

$$\ln Y_t - 5.0064 = a_t \quad (145.65)$$

2.1.5 - O modelo com intervenção para M2 é:

$$\begin{aligned} \ln Y_t - 4.9332 = & \frac{(138.94) \quad (-2.61) \quad (-2.99) \quad (-10.00)}{(1 - 0.2466B^2)(1 - 0.2715B^4)} a_t - 3.7365 X_1(1) \\ & \frac{(1 - 0.3536 B)}{(3.92)} \\ & (5.10) \quad (-11.80) \quad (5.07) \\ + 0.2926 X_2(95) - & 1.5268 X_3(123) + 0.1982 X_4(12, 24, \dots) + \\ & (-5.53) \\ - 0.7186 X_5(126) & \end{aligned}$$

2.1.6 - M2 em função do IGP-DI

$$\ln Y_t - 5.0540 = (0.0827 - 0.0568B^{17}) X_{1t} + a_t \quad (251.94) \quad (3.57) \quad (-2.44)$$

TABELA 12 - Critérios de ajustamento para a série M2

Modelos	Critérios			
	AIC	BIC	R ² %	H _a
ARIMA(s/interv.)	-1.7642	-1.7435	0.000	0.0000
ARIMA(c/interv.)	-3.8484	-3.6619	67.10	-0.0002
FT(IGP-DI)	-2.9653	-2.8977	15.69	0.0000
EC(c/interv.)	-2.8900	-2.7650	54.41	-0.0057
BAY(c/interv.)	-3.7020	-3.6765	74.00	-0.0052

2.1.7 - O modelo univariado para M3 é:

$$\ln Y_t - 3.7468 = \frac{(97.07) \quad a_t}{(1 - 0.2461 B^2 - 0.1976 B^3)} \quad (2.99) \quad (2.76)$$

2.1.8 - O modelo com intervenção para M3 é:

$$\begin{aligned} \ln Y_t - 3.6365 = & \frac{(104.93) \quad a_t \quad (-17.46)}{(1 - 0.2999 B^2 - 0.4565 B)} - 2.0450 X_1(123) \\ & (3.37) \quad (5.26) \\ + 0.3143 X_2(95) + & 0.7372 X_3(61) - 0.7404 X_4(126) + 0.3183 X_5(122) \\ & (5.69) \quad (6.64) \quad (-6.47) \quad (2.70) \end{aligned}$$

2.4.2 - O modelo com intervenção para a Taxa de Juros é:

$$\ln Y_t - 6.2030 = \frac{(17.22) \quad (1 - 0.3051 B) \quad (-3.12)}{(1 - 0.7516 B) \quad (-3.12)} a_t - 4.7574 X_1(9) +$$

$$(-5.68) X_2(124) + 0.7932 X_3(84) - 1.3104 X_4(75) + 1.4129 X_5(11) \quad (4.22)$$

2.5 - Hiato do Produto

2.5.1 - Modelo univariado para o Uso da Capacidade Instalada

$$\ln Y_t - 2.2574 = a_t \quad (Des) \quad (231.95)$$

2.5.2 - Modelo com intervenção para o Uso da Capacidade Instalada

$$\ln Y_t - 2.2744 = (1 + 0.3284 B^4) a_t - 1.2713 X_1(124) +$$

$$(-9.14) X_2(132, 144, \dots) + 0.1677 X_3(125) +$$

$$(-7.07) X_4(12, 24, \dots) - 0.1037 X_5(123) \quad (5.82) \quad (-3.60)$$

2.5.3 - Utilização da Capacidade Instalada em função dos Preços

$$\ln Y_t - 2.9728 = (0.0923 + 0.1438 B) X_{1t} \quad (162.92) \quad (2.57) \quad (4.00)$$

TABELA 18 - Critérios de ajustamento para a série Uso da Capacidade Instalada

Modelos	Critérios			
	AIC	BIC	R ² %	μ _a
ARIMA(s/interv.)	-2.9442	-2.9236	00.00	0.0000
ARIMA(c/interv.)	-4.7780	-4.6336	85.30	-0.0003
FT(IGP-DI)	-3.0241	-2.9619	10.84	0.0000
EC(c/interv.)	-2.5646	-2.4940	55.02	-0.0030
BAY(c/interv.)	-2.8978	-2.8643	85.42	0.0004
BAY(IGP-DI)	-2.1320	-2.4567	68.90	0.0012

2.6 - Dívida Pública Federal

2.6.1 - Preços em função da Dívida Pública Federal

$$\ln Y_t - 5.3392 = \frac{\begin{matrix} (2.91) \\ 0.5033 \end{matrix}}{\begin{matrix} (40.63) \\ (1 - 0.6424 B) \\ (4.48) \end{matrix}} X_{1t} + \frac{a_t}{(1 - 0.6592)} \quad \begin{matrix} (8.79) \end{matrix}$$

TABELA 19 - Critérios de ajustamento para a série Taxa de juros - ADM

Modelos	Critérios			
	AIC	BIC	R ² %	µ _a
ARIMA(s/interv.)	-0.7920	-0.7506	56.72	0.0000
ARIMA(c/interv.)	-2.1804	-2.0146	90.07	0.0000
EC(c/interv.)	-2.0987	-2.0546	6.54	0.0746
BAY(c/interv.)	-2.1456	-2.1323	84.00	0.0123

2.6.2 - O modelo univariado para a Dívida Federal é:

$$\ln Y_t - 3.4785 = \frac{\begin{matrix} (44.10) \\ a_t \end{matrix}}{(1 - 0.7103 B)}$$

2.6.3 - O modelo com intervenção para Dívida Federal é:

$$\ln Y_t - 3.3246 = \frac{\begin{matrix} (45.15) \\ a_t \end{matrix}}{\begin{matrix} (1 - 0.7040 B) \\ (10.49) \end{matrix}} - 1.0954 X_{1t} \begin{matrix} (-6.57) \\ (46) \end{matrix}$$

$$+ 0.5680 X_{2t} \begin{matrix} (4.85) \\ (84) \end{matrix} - 0.6512 X_{3t} \begin{matrix} (-3.85) \\ (124) \end{matrix} - 0.5510 X_{4t} \begin{matrix} (-3.31) \\ (6) \end{matrix}$$

TABELA 20 - Critérios de ajustamento para a série Dívida Pública Federal

Modelos	Critérios			
	AIC	BIC	R ² %	µ _a
ARIMA(s/interv.)	4.2887	4.3546	64.11	-0.0802
ARIMA(c/interv.)	3.8660	4.0415	78.21	-0.0053
EC(c/interv.)	3.9870	4.0089	56.54	0.0026
BAY(c/interv.)	3.0890	3.2348	72.34	-0.0067

2.7 - Indicador da Inflação (IGP-DI)

2.7.1 - O modelo univariado para o IGP-DI é:

$$\ln Y_t - 5.3851 = \frac{\overset{(25.42)}{a_t}}{\underset{(15.62)}{(1 - 0.7976 B)}}$$

2.7.2 - O modelo com intervenção para o IGP-DI é:

$$\ln Y_t - 5.0423 = \frac{\overset{(33.57)}{(1 - 0.2302 B)}}{\underset{(10.68)}{(1 - 0.7606 B)}} a_t - \overset{(-14.95)}{3.9526} X_1(75) +$$

$$\overset{(-7.29)}{-1.9284} X_2(76) + \overset{(4.09)}{0.8809} X_3(84) - \overset{(-5.59)}{1.4897} X_4(124) +$$

$$\overset{(3.73)}{+ 0.9385} X_5(113)$$

2.7.3 - Preços em função da Base Monetária

$$\ln Y_t - 5.3906 = \overset{(25.35)}{(0.2243)} X_{1t-2} + \frac{\overset{(3.64)}{a_t}}{\underset{(15.87)}{(1 - 0.8060 B^3)}}$$

2.7.4 - Preços em função de salários

$$\ln Y_t - 5.3804 = \frac{\overset{(38.01)}{0.1291}}{\underset{(6.69)}{(1 - 0.7530 B)}} X_{1t} + \frac{\overset{(2.49)}{a_t}}{\underset{(10.58)}{(1 - 0.6986 B)}}$$

2.7.5 - Preços em função da Taxa de Câmbio

$$\ln Y_t - 5.3554 = \overset{(84.30)}{0.7060} X_{1t} + \frac{\overset{(9.51)}{a_t}}{\underset{(4.45)}{(1 - 0.4034 B)}}$$

2.7.6 - Preços em função da Taxa de Juros

$$\ln Y_t - 5.3619 = \overset{(37.00)}{0.3740} X_{1t} + \frac{\overset{(-2.16)}{(1 - 0.1825 B^6)} a_t}{\underset{(10.86)}{(1 - 0.6881 B)}}$$

2.7.7 - Preços em função da Dívida Pública Federal

$$\ln Y_t - 5.3392 = \frac{\begin{matrix} (2.91) \\ 0.5033 \end{matrix}}{\begin{matrix} (1 - 0.6424 B) \\ (4.48) \end{matrix}} X_{1t} + \frac{a_t}{(1 - 0.6592)} \quad \begin{matrix} \\ (8.79) \end{matrix}$$

TABELA 21 - Critérios de ajustamento para a série IGP-DI

Modelos	Critérios			
	AIC	BIC	R ² %	µ _a
ARIMA(s/interv.)	-1.3243	-1.2829	63.37	0.0000
ARIMA(c/interv.)	-2.3843	-2.2186	88.33	0.0007
FT(BM)	-1.3934	-1.3307	66.58	0.0000
FT(SA)	-1.3474	-1.2644	65.27	0.0002
FT(TC)	-1.6128	-1.5507	72.93	0.0000
FT(TJ)	-1.5544	-1.4715	71.70	0.0000
FT(DF)	-2.8448	-2.7099	72.67	0.0000
EC(c/int.+ exóg.)	-2.1675	-2.0945	83.86	0.0207
BAY(c/interv.)	-2.2345	-2.1289	84.00	0.0012
BAY(BM)	-2.1531	-2.1267	76.09	0.0013
BAY(DF)	-2.2345	-2.2134	78.10	0.0011
BAY(TJ)	-2.3450	-2.2456	79.00	0.0009
BAY(SA)	-2.3876	-2.3674	80.67	0.0006
BAY(SA+BASE)	-2.3946	-2.3765	81.34	0.0001
BAY(TJ+BASE)	-2.3675	-2.2897	79.67	0.0010
BAY(BM+SA+TJ+TC+D)	-2.8760	-2.7423	92.05	0.0000