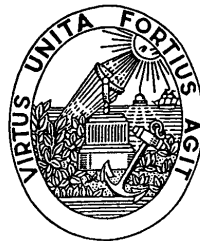


João Manuel R. S. Tavares

Comunicação Interna:

***DETERMINAÇÃO DE CORRESPONDÊNCIAS ENTRE
IMAGENS DE PEDOBAROGRAFIA DINÂMICA***



FEUP - *Faculdade de Engenharia da Universidade do Porto*

DEEC - *Departamento de Engenharia Electrotécnica e de Computadores*



INEB - *Instituto de Engenharia Biomédica*

Outubro de 1999

Sumário

Nesta comunicação é apresentada uma abordagem, baseada em modelização por intermédio de elementos finitos e em análise modal dos sistemas modelizados, para a determinação da correspondência entre objectos em imagens de pedobarografia dinâmica.

Com a abordagem apresentada é possível determinar as correspondências entre duas imagens distintas, utilizando modelos 2D ou 3D, e também estimar os deslocamentos nodais entre as imagens e calcular a energia de deformação.

Esta energia de deformação pode ser utilizada na determinação da similaridade existente entre objectos.

Palavras chaves: Visão por Computador, Computação Gráfica, Método dos Elementos Finitos, Análise Modal, Modelos Deformáveis, Pedobarografia Dinâmica, Emparelhamento.

1 - Introdução

Um dos problemas principais da visão por computador é o cálculo de descritores canónicos robustos para o reconhecimento de objectos 2D/3D, rígidos e não rígidos, e para a determinação da correspondência entre objectos de diferentes imagens.

Neste trabalho é apresentada uma metodologia por nós adaptada para resolução desse problema, inicialmente proposta por Sclaroff [1, 2, 3], e a sua aplicação em imagens de pedobarografia dinâmica.

Um diagrama da metodologia adoptada está representado na *Figura 1*. Para cada imagem consideram-se as localizações dos seus dados pontuais $X = [X_1 \dots X_m]$ que se utilizam como nodos, ou nós, na construção, para o objecto, de um modelo de elementos finitos¹ de material elástico. De seguida são determinados os modos próprios $\{\phi_i\}$ do modelo finito. Estes modos proporcionam uma descrição ortogonal, ordenada pela frequência, do objecto e das suas deformações naturais. Tais vectores são, por vezes, designados por vectores de forma para cada modo [5], pois descrevem como cada modo deforma o objecto por alteração das localizações originais dos dados; por exemplo: $X_{\text{deformado}} = X + a\{\phi_i\}$.

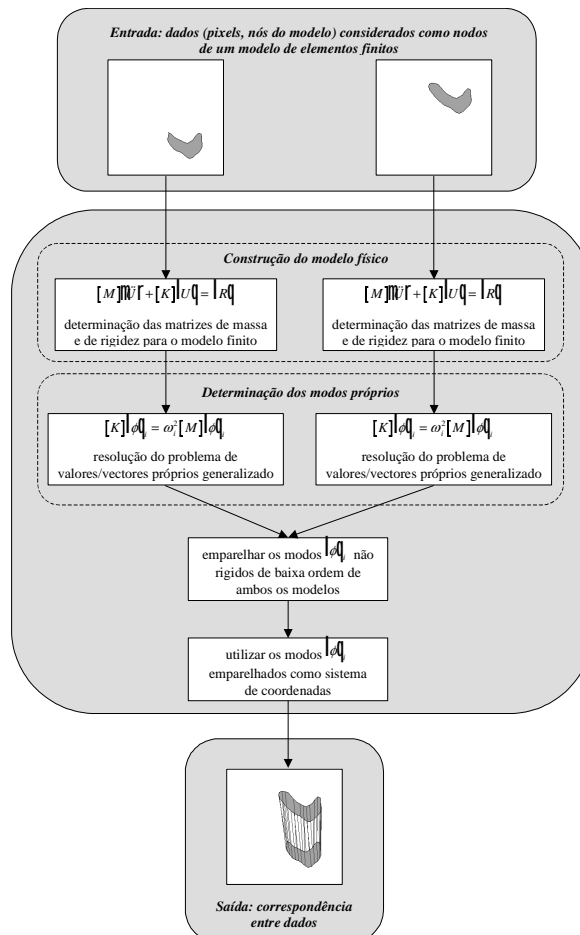


Figura 1 - Diagrama da metodologia adoptada.

¹ Desde a primeira utilização do método dos elementos finitos por Pentland em 1989 [4], no domínio da visão por computador, este tem vindo a generalizar-se às suas diferentes áreas, nomeadamente na análise de movimento rígido e não rígido, na obtenção de estruturas, na análise de faces, na análise de objectos deformáveis, na representação de imagens, em correspondência de imagens com modelos, e na descrição de objectos.

Em problemas bidimensionais os três primeiros modos são os modos de corpo rígido da translação e da rotação (em problemas tridimensionais são os seis primeiros modos); os restantes são os modos não rígidos [5, 6]. No geral, modos de baixa frequência descrevem deformações globais, enquanto modos de mais elevada frequência descrevem essencialmente as deformações localizadas. Este ordenamento do global para o local é bastante útil na comparação e no emparelhamento de objectos.

Os modos próprios também formam um sistema de coordenadas ortogonal e centrado no objecto para descrição da localização dos dados pontuais. Isto é, a localização de cada dado pontual pode ser descrita de forma única, em termos de como se move segundo cada modo próprio.

A transformação entre as localizações no sistema cartesiano e no sistema modal é conseguida pela utilização dos vectores próprios do modelo finito como uma base coordenada. Dois grupos de dados, correspondentes, por exemplo, a imagens sucessivas de um objecto em deformação, são comparados neste espaço próprio. A ideia principal é que os modos de baixa ordem para dois objectos similares irão ser bastante próximos mesmo na presença de deformações afins, de deformações não rígidas, de perturbações locais da forma ou de ruído.

Utilizando esta propriedade, a correspondência entre dados é determinada por emparelhamento modal. Assim a correspondência entre dois objectos pode ser determinada por comparação das suas trajectórias no espaço modal. Dados cujo emparelhamento apresente um elevado grau de confiança são obtidos por este processo; os deslocamentos dos restantes dados serão estimados pela utilização do modelo físico como uma restrição de suavização, procedimento idêntico ao utilizado no domínio dos contornos activos [1, 7].

Finalmente determinada a correspondência entre muitos dos dados pontuais que constituem os dois objectos pode-se medir as suas diferenças de forma. Como o processo modal decompõe as deformações num conjunto ortogonal pode-se medir selectivamente as diferenças de corpo rígido, ou as deformações do tipo projectivo de baixa ordem, ou as deformações que são principalmente locais. Consequentemente pode-se reconhecer objectos duma maneira flexível e geral.

Alternativamente, dadas as correspondências, pode-se alinhar ou distorcer um objecto num outro. Tal alinhamento é útil na fusão de dados obtidos por sensores diferentes, ou para a comparação de dados obtidos em instantes de tempo diferentes ou sob condições diferentes. Também é útil em computação gráfica, em que a referida distorção de um objecto num outro é designada por *morphing*.

Em resumo, podemos afirmar que a técnica modal utilizada oferece três vantagens sobre outras técnicas existentes: primeiro, pode ser utilizada automaticamente para identificar e etiquetar dados correspondentes entre dois objectos, permitindo alinhar, comparar e realizar *morphing* entre os dois; segundo, a representação modal obtida permite a separação de diferentes tipos de deformação; por último, os parâmetros de deformação correspondem qualitativamente aos que, comumente, se aceita serem utilizados pelos humanos e, desta forma, podem ser utilizados para animação e para busca em bases de dados [1].

Além do mais, deve-se ter em conta que a representação modal é suportada pelas teorias defendidas por biólogos, envolvidos no estudo da morfologia dos esqueletos e das formas dos animais, segundo as quais as formas de espécies diferentes estão relacionadas entre si por deformações [1]. Estudos recentes também utilizam as deformações modais para a descrição do crescimento de órgãos de animais e para a correspondência entre órgãos do mesmo tipo [8, 9, 10].

Quando o número de dados a ter em conta é muito elevado, a obtenção dos modos próprios pode ser um processo bastante custoso em termos computacionais; tal pode-se traduzir numa desvantagem do método apresentado para aplicações em tempo real. Para resolver este problema pode-se utilizar modelos multi-resolução [1, 2, 3]; contudo, para uma classe particular de objectos similares os modos podem ser predeterminados e generalizados [11]. Em alguns casos, para topologias do tipo tubo e esfera, Nastar, em [12], demonstra que os modos de deformação podem

ser determinados analiticamente.

Esta apresentação está organizada do seguinte modo: em primeiro lugar, é feita uma introdução à pedobarografia dinâmica; no ponto seguinte são apresentadas as modelizações pontuais por nós utilizadas para os objectos em cada imagem; após esta descrição, são apresentados alguns resultados experimentais obtidos; por último, são apresentadas algumas conclusões finais e perspectivas de desenvolvimentos futuros.

2- Pedobarografia Dinâmica

A pedobarografia é um método de medir e visualizar a distribuição de pressões sob a planta do pé. O registo de impressões pedobarográficas ao longo do tempo de uma passada em marcha normal permite a análise dinâmica do comportamento do pé; a introdução da dimensão temporal amplia o potencial deste tipo de exame como auxiliar de diagnóstico e de planeamento terapêutico [13].

O sistema básico de pedobarografia consiste numa placa de vidro ou acrílico, transiluminada pelos seus bordos polidos, de tal modo que a luz se reflecte internamente; a placa é coberta na sua face de topo por uma fina camada simples ou dupla de plástico, sobre a qual são aplicadas as pressões, *Figura 2*. Quando observada a face inferior da placa; destacam-se áreas de brilho nas zonas correspondentes à aplicação de pressão, devido à alteração localizada da relação de índices de refração produzida pelo esvaziamento da interface de ar entre a placa e a camada plástica. A relação entre a intensidade do brilho e a pressão aplicada é de quase proporcionalidade, com uma selecção adequada de materiais e uma conveniente calibração do sistema de aquisição de imagem.

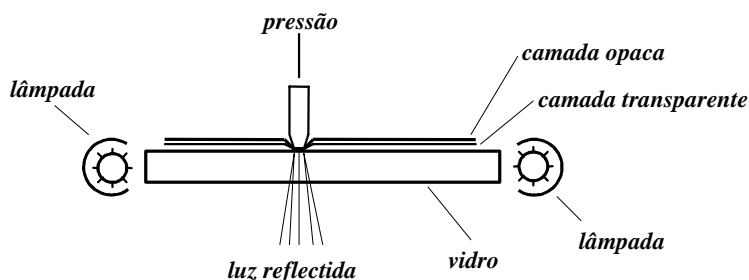


Figura 2 - Sistema básico de pedobarografia.

As imagens captadas, numa sequência temporal, utilizando um *setup* prático idêntico ao da *Figura 3*, são muito densas e ricas em informação sobre a interacção da planta do pé com a superfície plana da placa; nas *Figura 4 ... Figura 9* é possível observar algumas das imagens de uma sequência exemplo.

3 - Os Modelos Pontuais Utilizados

Na primeira fase do nosso trabalho optamos por considerar os contornos presentes em cada imagem e tentar obter o emparelhamento entre os *pixels* que os constituem. Apesar dos resultados encorajadores obtidos na utilização da abordagem descrita no ponto anterior, o primeiro problema com que nos deparamos prendia-se com a possibilidade, facilmente verificada ao analisar-se as *Figura 4 ... Figura 9*, da existência de mais do que um contorno em cada imagem.

Este problema poderia ser facilmente resolvido utilizando um outro qualquer processo que identifica-se, previamente, quais os contornos a emparelhar em cada uma das imagens. Uma solução possível para este problema seria a utilização de filtragem de Kalman², que estimasse em

² Ver, por exemplo, [14].

cada uma das imagens qual a localização do centroide do contorno em questão; outra solução, que nos pareceu da mesma forma viável, seria a utilização da energia de deformação necessária para alinhar cada conjunto de dois contornos e seleccionar o emparelhamento entre os dois que apresentassem um menor valor.

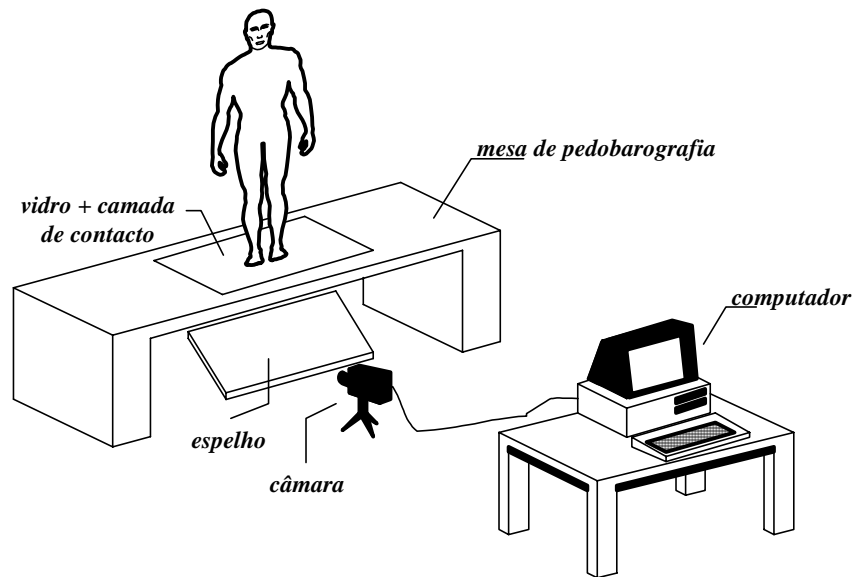


Figura 3 - Setup de um sistema de pedobarografia.

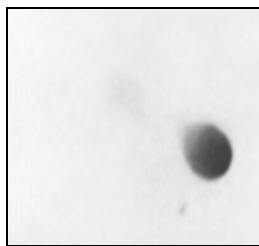


Figura 4 - Imagem 4 de uma sequência exemplo.

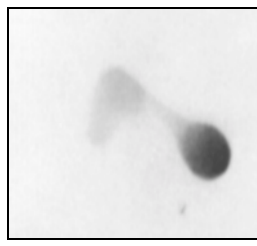


Figura 5 - Imagem 5 de uma sequência exemplo.



Figura 6 - Imagem 6 de uma sequência exemplo.

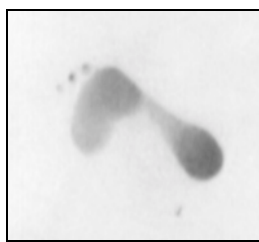


Figura 7 - Imagem 7 de uma sequência exemplo.

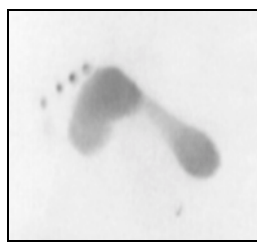


Figura 8 - Imagem 8 de uma sequência exemplo.



Figura 9 - Imagem 10 de uma sequência exemplo.

No entanto, mesmo com a existência de mais do que uma solução para resolver este primeiro problema, deparamo-nos com um outro: a possibilidade de existir a fusão ou a divisão de alguns dos contornos presentes nas imagens ao longo da sequência. Este segundo problema, de resolução mais complexa do que o anterior, foi resolvido da seguinte forma: como, para este tipo de imagens, o brilho dos *pixels* está fortemente correlacionado com o nível de pressão utilizou-se uma modelação idêntica à já adoptada em problemas similares, nomeadamente na análise e reconhecimento de faces [15, 16, 17, 18] cujas as imagens são obtidas em ambientes controlados, considerando o nível de brilho de cada *pixel* como a sua terceira coordenada. Com esta modelação evolui-se para elementos superficiais o que nos permitiu resolver os dois problemas iniciais: cada imagem passou a ser

constituída por um único modelo superficial do tipo casca.

Com a utilização de modelos superfícies, torna-se possível a extracção de contornos isobáricos de forma bastante simples; como tem especial interesse na análise de imagens de sequências em pedobarografia dinâmica [13] obter-se os emparelhamentos entre contornos isobáricos em imagens diferentes ou entre contornos de diferentes “pressões” na mesma imagem também optou-se por aplicar a metodologia adoptada a este tipo de objectos.

Nos pontos seguintes serão descritos os modelos utilizados, para objectos do tipo contorno, superficial e do tipo contorno isobárico, e a construção de cada um.

3.1 - Para Contornos

Para determinar as correspondências e a energia de deformação entre dois contornos em imagens distintas foram utilizadas dois tipos de modelização:

- No primeiro, é utilizado um único elemento finito isoparamétrico 2D de Sclaroff para modelizar cada um dos contornos. Na construção deste tipo de elemento não é necessária a prévia existência de ordem nos nodos e são utilizadas funções de forma de base Gaussianas. Em [1, 2, 3] está descrito como são determinadas as matrizes de massa e de rigidez para este tipo de elemento 2D.
- No segundo, foram utilizados elementos finitos 2D do tipo axial e linear de forma a construir cada um dos contornos, *Figura 10*. Obviamente que neste tipo de discretização torna-se necessária a prévia existência de ordem nos nodos que constituem cada contorno. Em [19, 20] está descrito como são definidas as matrizes de massa e de rigidez de cada um dos elementos axiais utilizados na modelização e do sistema global resultante.

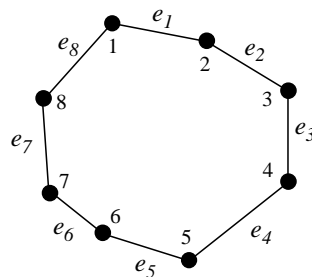


Figura 10 - Modelização de um contorno por intermédio de um conjunto e_i de elementos finitos do tipo axial.

Na determinação dos *pixels* que constituem cada contorno são utilizadas técnicas standard de análise e processamento de imagem; nomeadamente: binarização, detectores de orlas, detecção e seguimento de linhas com histerese [14], etc. A título de exemplo, é possível observar-se na *Figura 12* e na *Figura 13* a determinação dos contornos existentes na *Figura 11*.

3.2 - Para Superfícies

Para determinar as correspondências e a energia de deformação entre duas superfícies distintas foram também utilizadas dois tipos de modelização:



Figura 11 - Imagem (negada) na qual se pretende determinar os contornos.

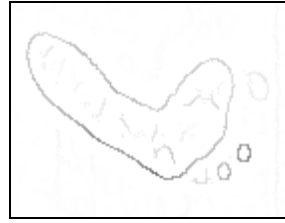


Figura 12 - Imagem resultante (negada) da aplicação de um detector de orlas.

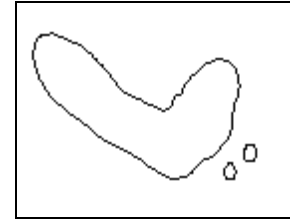


Figura 13 - Contornos obtidos após aplicação de um algoritmo de detecção e seguimento de linhas com histerese.

- No primeiro, é utilizado um único elemento finito isoparamétrico 3D de Sclaroff para modelizar cada uma das superfícies. Mais uma vez, deve-se notar que na construção deste tipo de elemento não é necessária a prévia existência de ordem nos nodos. Em [1, 3] está descrito como são determinadas as matrizes de massa e de rigidez para este tipo de elemento isoparamétrico 3D.
- No segundo, foram utilizados elementos finitos 3D do tipo axial e linear de forma a construir cada uma das superfícies, *Figura 14*. Obviamente que neste tipo de discretização torna-se necessária a existência de ordem nos nodos que constituem cada uma das superfícies. Em [19, 20] está descrito como são definidas as matrizes de massa e de rigidez de cada um dos elementos axiais 3D utilizados na modelização e do sistema global resultante.

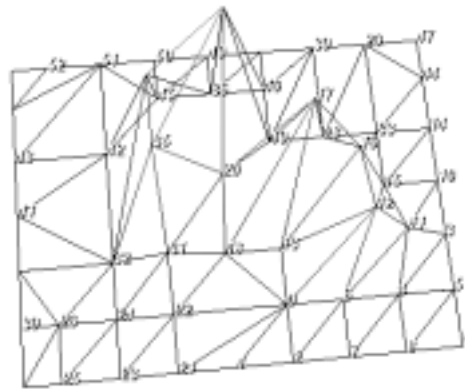


Figura 14 - Modelização de uma superfície por intermédio de um conjunto de elementos finitos 3D do tipo axial. Cada nodo está ligado aos seus vizinhos por intermédio de elementos axiais.

A abordagem utilizada para a determinação em cada imagem dos nodos que constituem cada superfície pode ser descrita do seguinte modo:

1. “removem-se” os *pixels* considerados como ruído e aplica-se um filtro Gaussiano de forma a suavizar a imagem, *Figura 15*;
2. determina-se o rectângulo que circunscreve o objecto a modelizar e realiza-se uma amostragem desse rectângulo, *Figura 16*;
3. realiza-se a triangulação dos pontos amostrados através do algoritmo 2D de Delaunay³ e considera-se o nível de brilho de cada ponto como a terceira coordenada do mesmo;
4. realiza-se uma simplificação da malha triangular utilizando-se um algoritmo de decimação³, diminuindo-se assim o número de nodos a considerar e reduzindo-se os custos computacionais;

³ Ver, por exemplo, [21, 22].

5. realiza-se uma suavização da malha, utilizando-se um algoritmo que ajusta a posição dos nodos através de uma suavização Laplaciana³, reduzindo-se assim o ruído associado às altas frequências;
6. realiza-se uma mudança da escala utilizada na terceira coordenada de forma a existir uma distribuição semelhante nas três coordenadas, *Figura 17*.



Figura 15 - Imagem (negada) após remoção do ruído e aplicação de um filtro Gaussiano.



Figura 16 - Amostragem do objecto (imagem negada).

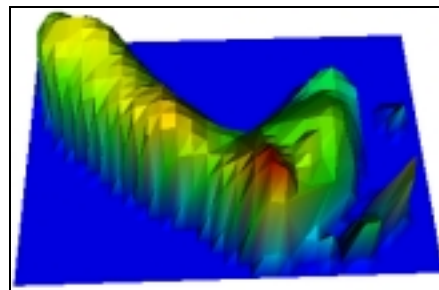


Figura 17 - Superfície resultante.

3.3 - Para Contornos Isobáricos

Para determinar as correspondências e a energia de deformação entre contornos isobáricos foram utilizadas dois tipos de modelização 2D e 3D:

- No primeiro, é utilizado um único elemento finito isoparamétrico 2D ou 3D de Sclaroff para modelizar cada um dos contornos.
- No segundo, foram utilizados elementos finitos 2D ou 3D do tipo axial e linear de forma a construir cada um dos contornos.

Após a obtenção da superfície para a imagem em questão, através da metodologia apresentada no ponto anterior, os contornos isobáricos são extraídos, *Figura 18*.

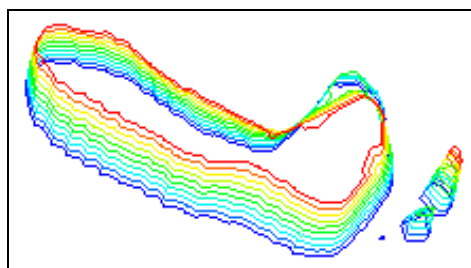


Figura 18 - Dez contornos isobáricos extraídos da superfície representada na Figura 17.

4 - Resultados Experimentais

A metodologia apresentada nesta comunicação foi por nós implementada em *Microsoft Visual C++*, em plataforma *Microsoft Windows 95/98/NT*, tendo-se integrado no sistema para o cálculo matricial a biblioteca em *C++ Newmat* [23] e para a visualização 3D, triangulação, simplificação e suavização das malhas e extracção de contornos isobáricos, o *VTK - The Visualization Toolkit* - [21, 22] em *C++*.

Neste ponto serão apresentados alguns resultados experimentais obtidos com modelos de contorno, de superfície e de contornos isobáricos em imagens de pedobarografia dinâmica. Outros

resultados, alguns para diferentes tipos de imagens, podem ser observados em [3, 20, 24, 25].

4.1 - Para Contornos

Consideremos o contorno constituído por 62 *pixels* representado na *Figura 19*, e o representado na *Figura 20*, resultante da aplicação de uma transformação geométrica rígida ao primeiro contorno, constituída por uma rotação de -15° em torno da origem, uma translação segundo o eixo x de -100 e segundo o eixo y de 25 *pixels* e um escalonamento relativamente à origem de 1.25.

Utilizando-se a metodologia apresentada, e modelizando-se os contornos através de elementos finitos axiais e lineares construídos por borracha, obtiveram-se 60 emparelhamentos com sucesso. Com as correspondências obtidas, e com uma implementação por nós realizada do método de *quaternions* unitários, proposto por Horner [26, 27], para determinação da transformação rígida existente obteve-se uma translação segundo o eixo x de -99.75 e segundo o eixo y de -24.98 *pixels*, uma rotação de -24.88° e um escalonamento de 1.25. Aplicando ao contorno 1 a rotação e a translação obtida obtemos⁴ a *Figura 21*.

Consideremos agora o contorno constituído por 64 *pixels* representado na *Figura 22* e o contorno constituído por 51 *pixels* representado na *Figura 23*. Utilizando-se a metodologia apresentada, modelizando-se os contornos por intermédio de elementos isoparamétricos de Sclaroff construídos por borracha, obtiveram-se 34 emparelhamentos com sucesso, *Figura 24*. Após a determinação dos deslocamentos nodais e modais aplicamos os mesmos ao contorno 3 resultando a *Figura 25*. O valor da energia de deformação obtido foi igual a 33.6.

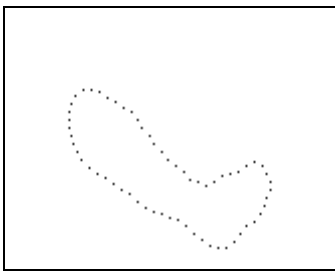


Figura 19 - Contorno 1.

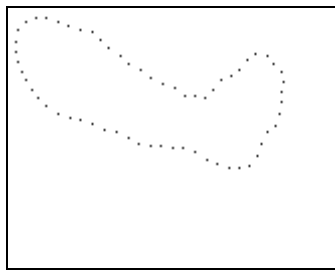


Figura 20 - Contorno 2.

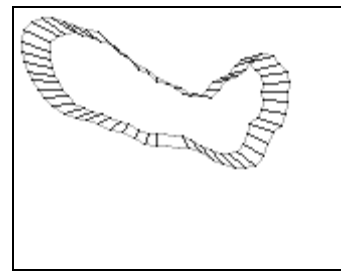


Figura 21 - Emparelhamentos obtidos entre os contornos 1 e 2 após aplicação ao contorno 1 da rotação e da translação obtida.

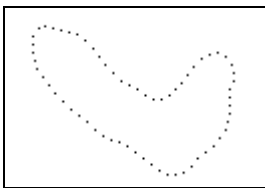


Figura 22 - Contorno 3.

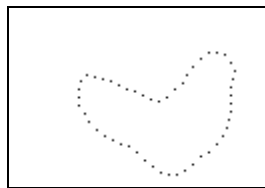


Figura 23 - Contorno 4.

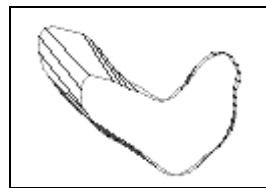


Figura 24 - Emparelhamentos obtidos entre os contornos 3 e 4.

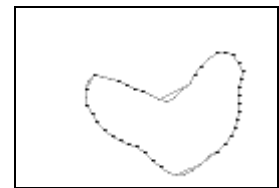


Figura 25 - ... após a aplicação ao contorno 3 dos deslocamentos obtidos.

Repetindo o processo para os contornos representados na *Figura 23* e na *Figura 26* (50 *pixels*), obtêm-se 33 emparelhamentos e uma energia de deformação de 6.53, traduzindo a maior proximidade entre estes contornos, como se observa na *Figura 27*.

⁴ Nestas imagens os emparelhamentos aparecem representados por segmentos de recta e, para facilitar a análise dos resultados, os contornos estão com os seus *pixels* ligados entre si.

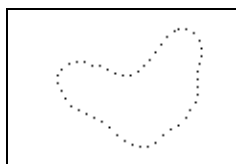


Figura 26 - Contorno 5.

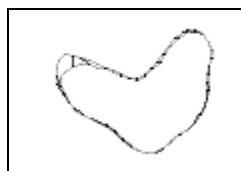


Figura 27 - Emparelhamentos obtidos entre os contornos 3 e 5.

4.2 - Para Superfícies

Consideremos a superfície constituída por 127 nodos representada na *Figura 28* e a representada na *Figura 29* constituída por 133 nodos.

Utilizando-se a metodologia apresentada, e modelizando-se as superfícies através de elementos finitos isoparamétricos de Sclaroff construídos por borracha, obtiveram-se 66 emparelhamentos com sucesso, *Figura 30* e *Figura 31*. O valor da energia de deformação obtido foi igual a 785.97.

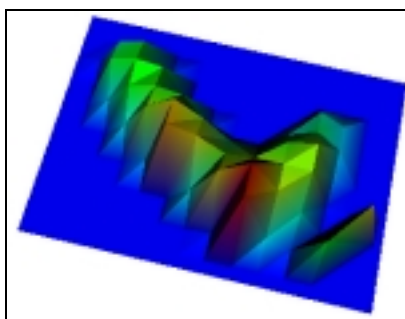


Figura 28 - Superfície 1.

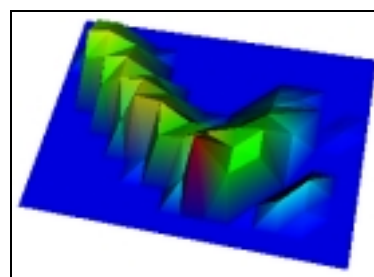


Figura 29 - Superfície 2.

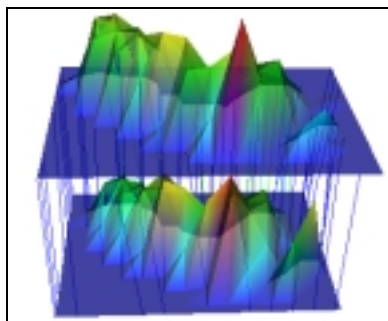


Figura 30 - Correspondências obtidas entre as superfícies 1 e 2.

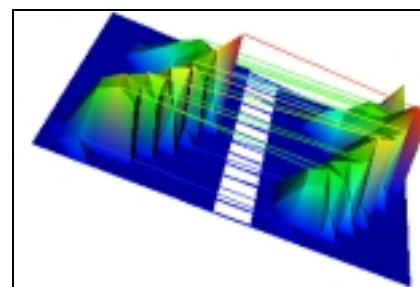


Figura 31 - Correspondências obtidas entre as superfícies 1 e 2 (outra vista).

Repetindo o processo para as superfícies representadas na *Figura 32* (109 nodos) e na *Figura 28*, obtêm-se 58 emparelhamentos e uma energia de deformação de 1141.77, traduzindo a maior diferença entre estas superfícies, como se observa na *Figura 33* e na *Figura 34*.

4.3 - Para Contornos Isobáricos

Consideremos o contorno isobárico constituído por 80 nodos representado na *Figura 35* e o representado na *Figura 36* constituída por 70 nodos, ambos pertencentes à mesma superfície.

Utilizando-se a metodologia apresentada, e modelizando-se os contornos através de elementos finitos isoparamétricos 3D de Sclaroff construídos por borracha, obtiveram-se 43 emparelhamentos com sucesso, *Figura 37*. O valor da energia de deformação obtido foi igual a 844.33.

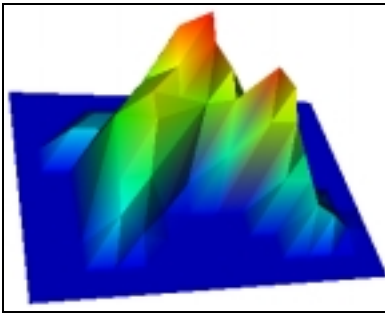


Figura 32 - Superfície 3.

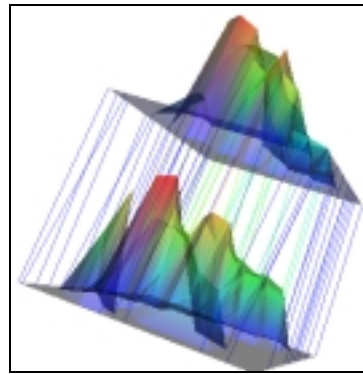


Figura 33 - Correspondências obtidas entre as superfícies 3 e 1.

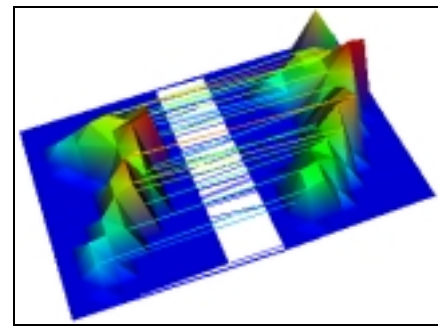


Figura 34 - Correspondências obtidas entre as superfícies 3 e 1 (outra vista).

Repetindo o processo para os contornos isobáricos representados na *Figura 35* e na *Figura 38* (60 nodos), ambos pertencentes à mesma superfície, obtêm-se 58 emparelhamentos e uma energia de deformação de 1315.43, traduzindo a maior diferença entre estes contornos, como se observa na *Figura 39*.

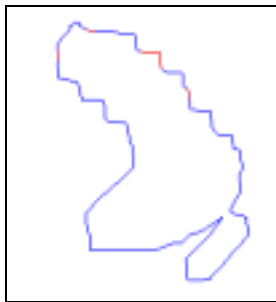


Figura 35 - Contorno isobárico 1.

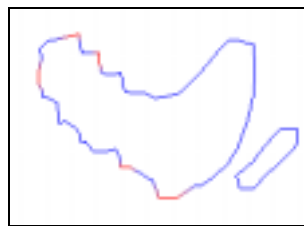


Figura 36 - Contorno isobárico 2.

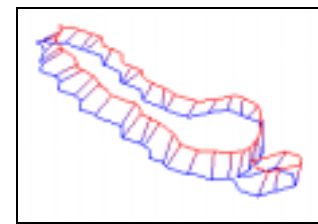


Figura 37 - Emparelhamentos obtidos entre os contornos isobáricos 1 e 2



Figura 38 - Contorno isobárico 3.



Figura 39 - Emparelhamentos obtidos entre os contornos isobáricos 1 e 3.

5 - Conclusões e Perspectivas de Trabalho Futuro

Foi apresentada uma metodologia para a obtenção da correspondência entre objectos 2D e 3D, rígidos e não rígidos, aplicada a imagens de pedobarografia dinâmica. É utilizada uma modelação dos objectos por intermédio de elementos finitos e análise modal para a definição do espaço modal de cada objecto modelado no qual são determinadas as correspondências. Para a estimação dos deslocamentos dos nodos não emparelhados é utilizada uma formulação de minimização da energia de deformação, por mínimos quadrados, de forma que os deslocamentos são estimados de acordo com as propriedades do material adoptado na modelação.

A partir de alguns resultados experimentais obtidos pode-se confirmar que é possível obter-se resultados satisfatórios em imagens de pedobarografia dinâmica, quer para a determinação das

correspondências, quer para a estimação dos deslocamentos dos nodos não emparelhados; a utilização da energia de deformação para a comparação de objectos do tipo contorno, superficial e contorno isobárico, também se revela consistente com a similitude entre os mesmos.

Em sequências de imagens de pedobarografia dinâmica, para as quais o brilho de cada *pixel* está fortemente correlacionado com a pressão exercida, a utilização do brilho como a terceira coordenada de cada nodo revela-se bastante satisfatória; nomeadamente na resolução dos casos nos quais os contornos iniciais se dividem ou se fundem e na consideração de um único objecto em cada imagem.

Na fase actual do nosso trabalho uma versão paralelizada para ambiente *WPVM - Windows Parallel Virtual Machine* - está a ser desenvolvida sendo bastante encorajadores os resultados já obtidos relativamente ao aumento da velocidade de execução.

Agradecimentos

O trabalho descrito foi realizado no âmbito dos doutoramentos do primeiro e do segundo autor, que agradecem respectivamente as bolsas PRAXIS XXI BD/3243/94 e BD/2850/94 atribuídas pela JNICT, Junta Nacional de Investigação Científica e Tecnológica.

Bibliografia

- [1] Stanley Edward Sclaroff, PhD Thesis: Modal Matching: A Method for Describing, Comparing, and Manipulating Digital Signals, MIT, 1995
- [2] Stan Sclaroff, Alex Pentland, Modal Matching for Correspondence and Recognition, MIT Media Laboratory - Technical Report N° 95-008, 1995
- [3] João Manuel R. S. Tavares, Relatório Interno: Apresentação de uma Abordagem Modal para a Determinação da Correspondência entre dois Objectos Não Rígidos Utilizando o Modelo Finito de Sclaroff, FEUP/INEB, 1998
- [4] Alex Pentland, Jonh Williams, Perception Of Non-Rigid Motion Inference of Shape, Material and Force, M.I.T. Media Laboratory - Technical Report N° 113, 1989
- [5] S. Graham Kelly, Fundamentals of Mechanical Vibrations, McGraw-Hill, 1993
- [6] Klaus-Jürgen Bathe, Finite Element Procedures, Prentice Hall, 1996
- [7] Michael Kass, Andrew Witkin, Demetri Terzopoulos, Snakes: Active Contour Models, International Journal of Computer Vision, 321-331, 1988
- [8] J. Martin, Alex Pentland, Stan Sclaroff, R. Kikinis, Characterization of Neuropathological Shape Deformations, IEEE Transactions on Pattern and Machine Intelligence, Vol. 20, N° 3, February 1998
- [9] N. H-M. Syn, R. W. Prager, FEM Eigenmodes as Shape Features, Cambridge University Engineering Department - Technical Report N° 211, 1995
- [10] N. H-M. Syn, R. W. Prager, Bayesian Registration of Models using FEM Eigenmodes, Cambridge University Engineering Department - Technical Report N° 213, 1995
- [11] Alex Pentland, Stan Sclaroff, Closed-Form Solutions for Physically Based Shape Modeling and Recognition, IEEE Transactions on Pattern and Machine Intelligence, Vol. 13, N° 7, July 1991
- [12] Chahab Nastar, PhD Thesis: Modèles Phisiques Déformables et Modes Vibratoires pour l'Analyse du Mouvement non-rigide dans les Images Multidimensionnelles, L'École Nationale des

Ponts et Chaussées, 1994

- [13] A. Jorge Padilha, Luis A. Serra, Susana A. Pires, A. Filipe N. Silva, Caracterização Espacio-Temporal de Pressões Plantares em Pedobarografia Dinâmica, FEUP/INEB, 1995
- [14] João Manuel R. S. Tavares, Tese de Mestrado: Obtenção de Estrutura Tridimensional a Partir de Movimento de Câmara, FEUP, 1995
- [15] T. F. Cootes, C. J. Taylor, Active Shape Model Search using Grey-Level Models: A Quantitative Evaluation, Proc. British Machine Vision Conference (Ed. J. Illingworth), BMVA Press, pp. 639/648, 1993
- [16] T. F. Cootes, C. J. Taylor, A Unified Approach to Coding and Interpreting Face Images, Proc. British Machine Vision Conference (Ed. J. Illingworth), BMVA Press, pp. 639/648, 1993
- [17] T. F. Cootes, C. J. Taylor, Modelling Object Appearance Using The Grey-Level Surface, Proc. British Machine Vision Conference, pp. 479/488, 1994
- [18] Baback Moghaddam, Chahab Nastar, Alex P. Pentland, Bayesian Face Recognition using Deformable Intensity Surfaces, MIT Media Laboratory - Technical Report N° 371, 1996
- [19] João Manuel R. S. Tavares, Relatório Interno: Introdução ao Método dos Elementos Finitos, FEUP/INEB, 1998
- [20] João Manuel R. S. Tavares, Relatório Interno: Apresentação de uma Modelização por Elementos Finitos Lineares do Tipo Axial, FEUP/INEB, 1998
- [21] Will Schroeder, Ken Martin, The VTK User's Guide, Kitware Inc., June 1999
- [22] Will Schroeder, Ken Martin, Bill Lorensen, The Visualization Toolkit, 2nd Edition, Prentice Hall, 1998
- [23] Robert Davies, Newmat, A matrix library in C++, 1997 - <http://webnz.co.nz/robert/>
- [24] João Manuel R. S. Tavares, Relatório Interno: Estudo de Dois Modelos para Seguimento em Imagens de Pedobarografia, FEUP/INEB, 1997
- [25] João Manuel R. S. Tavares, J. Barbosa, A. Jorge Padilha, Determinação da Correspondência entre Objectos, em Visão por Computador, Utilizando o Método dos Elementos Finitos e Análise Modal, 4º Encontro Nacional do Colégio de Engenharia Electrotécnica, Lisboa, Portugal, 27/28 de Maio de 1999
- [26] Berthold K. P. Horn, Closed-form solution of absolute orientation using unit quaternions, Journal of the Optical Society of America A, Vol. 4, 629/642, April 1987
- [27] João Manuel R. S. Tavares, Relatório Interno: Apresentação de um Método para a Determinação da Transformação Rígida entre dois Contornos Constituídos por Pixels, FEUP/INEB, 1997