

FACULDADE DE ENGENHARIA DA UNIVERSIDADE DO PORTO



Setorização – Melhoria de método baseado em Eletromagnetismo

Alberto Manuel Machado Martinho

Mestrado Integrado em Engenharia Eletrotécnica e de Computadores

Orientador: José António Soeiro Ferreira

Co-orientadora: Ana Maria Moreira Rodrigues

27 de Julho de 2016

Resumo

A dissertação de mestrado aborda o tema da Setorização, tendo como base um Problema de Localização-Distribuição Capacitado.

Este documento principia com uma revisão do estado da arte relacionado com a setorização, teoria de grafos, heurísticas e meta-heurísticas. De seguida, é apresentado o Problema de Localização-Distribuição Capacitado. É também descrita a abordagem criada para a construção de setores, que é dividida em duas partes. A primeira parte consiste na obtenção de uma solução inicial através de uma heurística baseada na importância dos centros de distribuição e inspirada na Lei de Coulomb. A segunda parte consiste num algoritmo de melhoria baseado no equilíbrio de cargas e na definição de um orçamento. Após a criação de setores é utilizada uma meta-heurística *Particle Swarm Optimization* que define as rotas de abastecimento para cada setor.

No final deste documento são apresentados os resultados computacionais, incluindo uma comparação com a literatura existente. Da análise dos resultados e da comparação foi possível concluir que a Setorização baseada no Eletromagnetismo e na Importância dos Centros de Distribuição pode ser melhorada através da possibilidade de migrações de clientes, localizados em regiões fronteiriças, de uma área pertencente a um centro de distribuição para outra área pertencente a outro centro.

Abstract

This MSc dissertation considers the subject of Sectorization, in close connection with Capacitated Location Routing Problem

This document begins with a review of the state of the art about sectorization, graph theory, heuristics and meta-heuristics. Then it is presented the Capacitated Location Routing Problem. It is also described the created approach to sectors construction, which is divided in two stages. The first one, in order to obtain a first solution, uses a heuristic inspired in Coulomb's Law and based on the importance of the distribution centers. The second stage, it is used an improvement algorithm based on the loads' equilibrium and in a defined budget. After the sectors are created the meta-heuristic Particle Swarm Optimization defines the supply routes of each sector.

At the end of this paper, computational results are presented, including a comparison with the existent literature. From the analysis of this results and from the comparison it is possible to conclude that *Setorização baseada no Eletromagnetismo e na Importância dos Centros de Distribuição* it is an approach with space to be improved through the possibility of customer migration, for those located in border regions, from one center's area to another.

Agradecimentos

Ao meu orientador, o Professor José Soeiro, e à minha co-orientadora, a Professora Ana Maria Rodrigues, por todo o empenho, por toda a motivação e por toda a ajuda ao longo do trabalho. O meu sincero obrigado por todas as críticas, conselhos e opiniões fornecidas, foram sem dúvida a chave deste projeto.

Um agradecimento especial ao Eduardo Alves e ao João Basto por todo o apoio prestado durante o desenvolvimento desta dissertação.

À Margarida e aos meus amigos por toda a paciência, por todo o carinho e por todos os momentos.

Por fim, à minha família, especialmente aos meus pais e à minha irmã, por tudo, desde sempre. O meu sincero obrigado.

Alberto Manuel Machado Martinho

*“A single dream is more powerful
than a thousand realities...”*

J.R.R. Tolkien

Conteúdo

1	Introdução	1
1.1	Contexto	1
1.2	Motivação	2
1.3	Objetivos	2
1.4	Estrutura da Dissertação	2
2	Estado da Arte	5
2.1	Introdução	5
2.2	Setorização	5
2.2.1	Método baseado em Eletromagnetismo	6
2.2.2	Medidas de avaliação	7
2.3	Roteamento	8
2.3.1	Grafos e Redes	8
2.4	Processo Hierárquico Analítico	12
2.5	Métodos de resolução	12
2.5.1	Heurísticas	12
2.5.2	Meta-heurísticas	13
2.6	Particle Swarm Optimization	14
3	Problema de Localização-Distribuição Capacitado	17
3.1	Introdução	17
3.2	Problema de Localização-Distribuição Capacitado	17
3.3	Definição do CLRP em análise	18
4	Setorização baseada no Eletromagnetismo e na Importância dos Centros de Distribuição	21
4.1	Introdução	21
4.2	Importância dos centros de distribuição	23
4.3	Priorização das medidas	23
4.3.1	AHP	24
4.3.2	Adaptação ao Problema	28
4.4	Pré-setorização	29
4.5	Setorização	32
4.6	Equilíbrio de cargas	34
4.7	Rotas	35
4.7.1	Adaptação ao Problema	36
4.8	Orçamento	37
4.9	Análise da solução	38

5	Resultados Computacionais	43
5.1	Introdução	43
5.2	Variação do equilíbrio de clientes por centro de distribuição	44
5.2.1	Equilíbrio de clientes por centro de distribuição definido a 45%	44
5.2.2	Equilíbrio de clientes por centro de distribuição definido a 90%	47
5.3	Variação das prioridades	49
5.3.1	Preferência pela compacidade	49
5.3.2	Preferência pela desejabilidade	51
5.3.3	Preferência pelo equilíbrio de distâncias	54
5.3.4	Preferência pelo equilíbrio de cargas	54
5.3.5	Preferência pelo equilíbrio de clientes	56
5.4	Variação do orçamento	59
5.5	Variação do PSO	61
5.6	Comparação com a literatura	63
5.7	Observações finais	65
6	Conclusões e Trabalho Futuro	67
6.1	Conclusões	67
6.2	Trabalho Futuro	68
	Referências	71
A	Instâncias	75

Lista de Figuras

2.1	Grafo representativo da planta do metro de Londres	9
2.2	Possíveis movimentações de um jogo de xadrez	9
2.3	Configuração de vitória do jogo HEX	9
2.4	Gravuras que ilustram o grafo do problema das pontes de Königsberg, Euler 1736 [1]	10
2.5	Grafo representativo da localização das 8 cidades apresentadas na Tabela 2.1	11
2.6	Ciclo Hamiltoniano do grafo da Figura 2.5	11
3.1	Localização dos centros e clientes do problema em análise	19
3.2	Escolha dos centros e rotas definidas no artigo [2]	19
4.1	Localização das 150 maiores cidades europeias, onde os quadrados representam hipotéticos centros de distribuição [2]	21
4.2	Algoritmo que retratata a abordagem ao problema	22
4.3	Exemplo de importância dos setores	24
4.4	Comparações de pares [3]	24
4.5	Comparação entre 3 frutas [3]	25
4.6	Algoritmo para a priorização de medidas de avaliação	28
4.7	Exemplo com 2 centros de distribuição e 2 clientes	30
4.8	Algoritmo da pré-setorização	31
4.9	União dos pontos I e J no novo ponto C [4]	32
4.10	Exemplo de solução para um TSP	36
4.11	Pseudo-código do PSO	37
5.1	Iteração 11 para 45% de equilíbrio de clientes em centros - Melhor solução	46
5.2	Iteração 1 para 45% de equilíbrio de clientes em centros	46
5.3	Iteração 16 para 90% de equilíbrio de clientes em centros - Melhor solução	48
5.4	Iteração 1 para 90% de equilíbrio de clientes em centros - Menor custo	48
5.5	Imagem ilustrativa da compacidade da melhor classificação (n.º18). Compacidade em cada setor: 1 - 5.233; 2 - 6.467; 3 - 5.788; 5 - 7.021; 8 - 11.305; 9 - 8.148; 13 - 8.448	51
5.6	Clientes 20, 35 e 36 desejados no mesmo setor	52
5.7	A melhor classificação (n.º11) que possui os 3 clientes no mesmo setor	53
5.8	Melhor classificação e melhor equilíbrio de distâncias. Distância percorrida por setor: 1 - 67.091; 2 - 99.683; 3 - 99.141; 6 - 85.801; 8 - 87.648; 12 - 90.458; 15 - 82.068	55
5.9	Melhor classificação. Carga total por setor: 1 - 128; 2 - 131; 63 - 103; 6 - 113; 8 - 110; 12 - 85; 15 - 107	57
5.10	Melhor classificação. Clientes por setor: 1 - 7; 3 - 9; 8 - 9; 12 - 6; 16 - 10	59

5.11	Orçamento: 610 - Regressão Linear: $y = -0,0635x + 681.85$	60
5.12	Orçamento: 620 - Regressão Linear: $y = -0,0647x + 684.46$	61
5.13	Distância das iterações por tempo computacional - Total de partículas:14; Velocidade máxima:4; Máximo de iterações:500	62
5.14	Distância das iterações por tempo computacional - Total de partículas:14; Velocidade máxima:4; Máximo de iterações:2000	62
5.15	Distância das iterações por tempo computacional - Total de partículas:3; Velocidade máxima:4; Máximo de iterações:2000	63
5.16	CSR - Melhor resultado obtido no artigo [5]	63
5.17	Solução com menor custo obtido	64
5.18	Dois pré-setores	65
6.1	Abertura do centros c_1 , c_2 e c_5	68
6.2	Abertura de todos os centros	69

Lista de Tabelas

2.1	Coordenadas cartesianas de 8 cidades	11
4.1	“Pontuação” atribuída à importância do centro j para o cliente i	23
4.2	Número de comparações	25
4.3	Índice Aleatório de Consistência (RI)	27
4.4	Probabilidade de abertura P_j de centros c_j antes da iteração	38
4.5	Probabilidade de abertura P_j de centros c_j depois da iteração	38
4.6	Avaliação pelos diferentes fatores	42
4.7	Avaliação de fatores normalizada e classificação de iterações	42
5.1	Probabilidade de abertura inicial P_j de centros c_j	43
5.2	Resultados para 45% de equilíbrio de clientes em centros	45
5.3	Informação detalhada das iterações n.º1 e n.º11 (Tabela 5.2)	45
5.4	Probabilidade de abertura P_j de centros c_j depois das 20 iterações presentes na Tabela 5.2	45
5.5	Resultados para 90% de equilíbrio de clientes em centros	47
5.6	Informação detalhada das iterações n.º1 e n.º16 (Tabela 5.2)	47
5.7	Resultados para a preferência pela capacidade	50
5.8	Informação detalhada das iterações n.º3, n.º4 e n.º11 (Tabela 5.7)	50
5.9	Resultados para a preferência pela desejabilidade	52
5.10	Informação detalhada das iterações n.º2, n.º10 e n.º11 (Tabela 5.9)	53
5.11	Resultados para a preferência pelo equilíbrio de distâncias	54
5.12	Informação detalhada das iterações n.º1 e n.º19 (Tabela 5.11)	55
5.13	Resultados para a preferência pelo equilíbrio de cargas	56
5.14	Informação detalhada das iterações n.º1, n.º3 e n.º5 (Tabela 5.13)	57
5.15	Resultados para a preferência pelo equilíbrio de clientes	58
5.16	Informação detalhada da iteração n.º20 (Tabela 5.15)	58
5.17	Soluções com melhores classificações para variação do orçamento	60
5.18	Melhor solução obtida	64
A.1	Christofides69Cli50x5 [5]	75
A.2	Christofides69CA50x5 [5]	76

Abreviaturas e Símbolos

AHP	Analytic Hierarchy Process
CVRP	Capacitated Vehicle Routing Problem
CLRP	Capacitated Location Routing Problem
CMSH	Custo de Melhor Solução Heurística
CSMS	Custo da Solução obtida pelo Método Sequencial
CSR	Custo da Solução Relaxada
LRP	Location-Routing Problem
PSO	Particle Swarm Optimization
TSP	Travelling Salesman Problem
VRP	Vehicle Routing Problem

Capítulo 1

Introdução

1.1 Contexto

Setorização significa divisão de um todo em partes, ou em setores. Este é um processo que ocorre em muitos contextos e aplicações, geralmente para alcançar um objetivo ou para a melhor execução de uma atividade. Os objetivos podem ser diferentes, consoante o problema: melhor organização, ou otimização de diversos parâmetros, ou simplificação de um grande problema em problemas de menores dimensões. Existem aplicações tão diferentes como a formação de distritos políticos à gestão do espaço aéreo. A utilização de setorização para a escolha de rotas de transporte facilita a recolha de resíduos sólidos urbanos. A definição de pequenas áreas patrulhadas pelas forças de segurança também pode ser decidida através de uma setorização de uma cidade ou região. Uma aplicação mais recente é a deteção de comunidades em redes sociais, através da pesquisa de conjuntos de indivíduos que possuem conexões mais densas entre si.

Existindo uma elevada quantidade de aplicações de Setorização, o seu estudo revela-se de grande importância para a sociedade e para a ciência, tendo em conta que não existe uma solução fácil e óbvia para os problemas suscitados e que os seus métodos de resolução são altamente dependentes de aplicações computacionais. Os métodos utilizados são vários e vão desde os mais exatos, que utilizam programação matemática, até abordagens heurísticas e meta-heurísticas com critérios únicos ou variados.

O estudo de problemas de setorização na sua relação com o novo método de abordagem baseado numa metáfora da física será levado a cabo no contexto de um tipo de problemas muito importante: Problema de Localização-Distribuição Capacitado. Este tipo de problema surge na primeira metade do século XX, sob a forma de Problema de Localização-Distribuição, numa altura em que diversas empresas aumentavam progressivamente a sua complexidade. A expansão a nível mundial de algumas empresas lançou novos desafios relacionados com diferentes fases da criação, distribuição e venda de produtos. São, então, desenvolvidas novas redes de produção e distribuição. Este desenvolvimento de novas redes promoveu uma necessidade de criação de ferramentas de apoio às decisões relacionadas com localização e com a distribuição. Mas só no início da década de 60 surgiram as primeiras tentativas de abordar, de uma perspectiva de sistematização

matemática, este tipo de problemas. Nasce assim uma nova área de investigação. Os Problemas de Localização-Distribuição são problemas em que é necessária a tomada de decisão em dois tópicos (tal como o próprio nome indica): localização, distribuição. Mais tarde, foi associado aos veículos e aos potenciais centros de distribuição um limite de capacidade, transformando-se assim num Problema de Localização-Distribuição Capacitado.

1.2 Motivação

Ao longo do meu curso, as unidades curriculares com que senti maior afinidade foram Investigação Operacional e Sistemas de Apoio à Decisão, pelo que sempre senti que a minha dissertação envolveria as áreas científicas de Decisão e Otimização. Foi com esta mentalidade que entrei em contacto com o Professor José Soeiro Ferreira para integrar um projeto. Esta dissertação enquadra-se num projeto de investigação em curso do Professor José Soeiro e da Professora Ana Maria Rodrigues.

A Setorização quer pelos aspetos científicos, quer pelas diversas áreas onde pode ser aplicado como divisão de distritos políticos ou até a gestão do espaço aéreo, criou entusiasmo na realização desta dissertação. Ao longo de todo o projeto, o principal foco de motivação foi o contínuo apelo à imaginação, tanto para a criação de uma abordagem única, como também na constante necessidade de ultrapassar obstáculos.

Por fim, o facto de a dissertação estar enquadrada num projeto eleva a responsabilidade de todo o trabalho e conseqüentemente a motivação.

1.3 Objetivos

Os objetivos fundamentais da dissertação *Setorização – Melhoria de método baseado em Eletromagnetismo* são o estudo de Problemas de Setorização, com base num novo método inspirado na Lei de Coulomb, e a abordagem a um caso concreto - um Problema de Localização-Distribuição Capacitado, para aplicação e resolução. Considerando um método baseado em leis da Física, parte essencial do trabalho passará pela contemplação da melhoria desta nova abordagem e, naturalmente, pela sua aplicação ao caso mencionado. As soluções obtidas serão depois avaliadas por diversos critérios.

1.4 Estrutura da Dissertação

Para além da introdução, esta dissertação contém mais 5 capítulos.

No capítulo 2, é descrito o estado da arte e são referidos trabalhos relacionados. São apresentadas as principais referências e autores relevantes para uma melhor compreensão do trabalho realizado. São introduzidos alguns conceitos relacionados com teoria dos grafos, heurísticas e meta-heurísticas.

No capítulo 3 é dado a conhecer o problema em estudo, Problema de Localização-Distribuição Capacitado, a sua importância e as diferentes considerações e restrições que podem ser tomadas.

No capítulo 4 é descrito e explicado o método de resolução. Algoritmos sob a forma de “flow-chart” e exemplos ilustrativos estão também presentes para uma mais fácil leitura e compreensão.

A apresentação e a análise dos resultados obtidos constituem o capítulo 5.

Por fim, no capítulo 6 apresentam-se as conclusões, contribuições e também o trabalho futuro.

Capítulo 2

Estado da Arte

2.1 Introdução

Nesta secção é apresentado o Estado da Arte relativamente a Problemas de Setorização bem como uma alusão aos temas de Rotas, Grafos e Processo Hierárquico Analítico (AHP - *Analytic Hierarchic Process*). Será feita uma caracterização destes problemas e do seu enquadramento, apresentada uma revisão bibliográfica, que permitirá conhecer as aplicações existentes, as formas de lidar com esses problemas e a sua resolução.

Neste capítulo será abordado o AHP, que sendo um método fundamental para priorização dos fatores de avaliação dos setores, não irá ser abordado exhaustivamente, tendo em conta que, não é o foco desta dissertação. Os temas mais aprofundados neste capítulo serão a setorização e também o roteamento.

2.2 Setorização

Setorização significa divisão de um todo em partes, ou em setores. Este é um processo que ocorre em muitos contextos e aplicações, geralmente para alcançar um objetivo ou para a melhor execução de uma atividade. Os objetivos podem ser diferentes, consoante o problema: melhor organização, ou otimização de diversos parâmetros, ou simplificação de um grande problema em problemas de menores dimensões. Existem aplicações tão diferentes como a formação de distritos políticos [6] e gestão do espaço aéreo [7, 8, 9]. A utilização de setorização para a escolha de rotas de transporte facilita a recolha de resíduos sólidos urbanos [10, 4]. A definição de pequenas áreas patrulhadas pelas forças de segurança também pode ser escolhida através de uma setorização de uma cidade ou região [11]. Uma aplicação mais recente é a deteção de comunidades em redes sociais, através da pesquisa de conjuntos de indivíduos que possuem conexões mais densas entre si [12].

A definição de territórios de vendas é uma aplicação bastante importante de setorização. Mudanças no número de vendedores podem não só justificar redefinições dos territórios, como também melhorar a cobertura do território. O conceito é a definição de limites dentro de um território

com o intuito de produzir setores. O objetivo comum é a maximização do lucro, através da divisão da “força” de vendas, por áreas menores. O artigo [13] analisa diversas abordagens com o objetivo de maximização do lucro descritas por diferentes autores. Outras referências são [14, 15, 16].

A divisão uma certa região em áreas menores para garantir uma alocação ótima em serviços de saúde é outra aplicação da setorização. O artigo [17] considerou a procura e a capacidade, medida através do número de camas por hospital, para otimizar o distritamento de hospitais. Outra referência, [18], trabalhou com a partição de um território num número de áreas onde pelo menos um certo centro social deve estar presente.

Setorização está também presente em outras tantas situações: sistema de emergência médica em estradas [19]; minimização de custos em sistemas de cadeias, com a possibilidade de novas infraestruturas, descrito em [20]; os autores de [21] lidam com emergências urbanas (por exemplo bombeiros) ou ainda na definição de setores relacionados com operações de patrulha em zonas marítimas [22].

A formação de *clusters* e a setorização apresentam diferentes motivações [16]: o primeiro visa dissimilaridade entre grupos e o segundo apresenta motivações exatamente opostas. Ao setorizar é comum comparar as diferentes soluções através de diversas características, como contiguidade (elementos de cada sector dispostos numa forma única evitando a separação em pequenas porções), equilíbrio (proporção idêntica entre todas as partes em relação ao todo), compacidade (setores que mostram formas regulares, círculos ou quadrados). Estas características da solução não são exclusivas mas as mais utilizadas, no entanto, outras podem ser definidas e analisadas em conjunto com as três anteriores, como a desejabilidade da solução. Estas quatro medidas (contiguidade, equilíbrio, compacidade e desejabilidade) serão utilizadas na dissertação, como critério para avaliar as diferentes soluções, fruto das diversas setorizações obtidas por uma nova abordagem baseada nas leis das forças do Eletromagnetismo. Existindo uma elevada quantidade de aplicações de Problemas de Setorização, o seu estudo revela-se fundamental e de grande importância para a sociedade e para a ciência, tendo em conta que não existe uma solução fácil e óbvia e que os seus métodos são altamente dependentes de aplicações computacionais. Os métodos utilizados são vários e vão desde os mais exatos, que utilizam programação matemática, até abordagens heurísticas e meta-heurísticas com critérios únicos ou variados.

2.2.1 Método baseado em Eletromagnetismo

Todos os clientes apresentam uma certa “atração” entre si, excepto quando estão impedidos de pertencer ao mesmo setor por algum tipo de incompatibilidade.

De forma sucinta, esta ideia, apresentada por [23], é inspirada na Lei de Coulomb, que estabelece relações de força entre dois pontos com carga.

A lei de Coulomb refere que: “A força entre um dado par de cargas é inversamente proporcional ao quadrado da distância entre as cargas. [...] é diretamente proporcional à quantidade de uma carga multiplicada pela quantidade da outra”, em [24].

Supondo dois pontos com carga q_1 e q_2 a uma distância d entre si. A força \vec{F} entre duas cargas representa-se por:

$$\vec{F} = k \cdot \frac{|q_1||q_2|}{d^2} \hat{r}_{12} \quad (2.1)$$

k representa a Constante de Coulomb e corresponde a $8,99 \times 10^9 \text{ Nm}^2\text{C}^{-2}$ e \hat{r}_{12} é o versor que indica a direção da força.

Um conjunto de conceitos e consequências desta formulação aparecem listados em [24] entre os quais, por poderem ser úteis mais adiante, se destacam aqui simplifcadamente:

1. As forças entre dois ou mais corpos podem ser atractivas ou repulsivas.
2. Há dois tipos de cargas elétricas: as positivas e as negativas. A força está presente ao longo de uma linha reta que une as cargas. Se possuem o mesmo sinal, então a força electroestática entre eles é repulsiva, caso possuam sinais opostos, então a força entre as cargas é atrativa.
3. A carga é conservada, isto é, se duas cargas se juntarem, a carga total será o resultado da soma das duas cargas.

2.2.2 Medidas de avaliação

As medidas mais utilizadas na análise de setores são o equilíbrio, a compacidade e a contiguidade [25]. Em diversos problemas como distritos políticos, também é utilizada a integridade. No artigo [25], para além das medidas clássicas, também foi inserida a desejabilidade do cliente como uma medida de criação de setores. Nesta dissertação, a contiguidade não foi avaliada, tendo em conta que são analisados grafos completos, ou seja, todos os vértices apresentam ligações para todos os restantes. No entanto, nesta dissertação, fazem parte da análise de uma solução o equilíbrio de clientes, o equilíbrio de distâncias e também o custo total da solução (ver subcapítulo 4.9).

Estas medidas, juntamente com o método AHP (desenvolvido no subcapítulo 2.4), permitem avaliar de uma forma quantitativa diferentes soluções. Nesta dissertação, para além de avaliar soluções, estas medidas vão apoiar na própria construção dos setores (subcapítulo 4.5).

2.2.2.1 Equilíbrio

O Equilíbrio avalia a quantidade de constituintes (clientes, pontos de recolha de lixo, eleitores) em cada setor. Esta medida analisa o “desfasamento” de diferentes características, entre setores. Nesta dissertação vai ser analisado o Equilíbrio de distâncias, de cargas e de clientes de cada setor.

2.2.2.2 Compacidade

Para melhor entender a compacidade de uma solução, foi associada a este conceito, a ideia de concentração ou densidade.

É desejável que na mesma área/mapa em análise, diferentes setores apresentem valores similares de compacidade.

2.2.2.3 Contiguidade

A contiguidade é outra característica recorrente e importante para considerar ao avaliar a qualidade de setores. Dependendo da aplicação, é desejável que cada setor forme um só “corpo”, ou seja, que as interseções entre diferentes setores sejam o mais pequenas possível.

2.2.2.4 Desejabilidade

Parte-se da ideia que existe uma situação em que seria desejável que alguns grupos específicos de elementos pertencessem ao mesmo setor. Apenas uma preferência e não uma situação obrigatória. Por alguma razão, por exemplo experiências passadas, o agente decisor prefere que determinados elementos fiquem juntos (no mesmo setor): servidos pelo mesmo veículo, voto no mesmo distrito ou frequentar a mesma escola, dependendo da aplicação. Após uma determinada construção de setores, o grau de desejabilidade deve medir o quão perto a solução está das preferências previamente estabelecidas pelo agente decisor.

2.3 Roteamento

O Problema de Roteamento de Veículos (VRP - *Vehicle Routing Problem*), introduzido pela primeira vez por [26], é um problema bem conhecido de otimização combinatória no domínio da gestão de operações de serviços e logística. O Problema de Roteamento de Veículos Capacitados (CVRP - *Capacitated Vehicle Routing Problem*) é um problema de definição de rotas de vários veículos, tendo como ponto de partida e de chegada um depósito central ou centro de distribuição. Estas rotas devem ser definidas sem ultrapassar a capacidade do veículo.

2.3.1 Grafos e Redes

A ideia de grafo é, provavelmente, a representação ou estrutura mais útil na área da matemática discreta. Os grafos aparecem associados as mais vastas áreas, desde redes sociais em psicologia, passando pela representação de linhas de metro, de redes de computadores, de circuitos elétricos, de interações entre estruturas moleculares ou até mesmo em teoria de jogos [4].

Um grafo $G=(V, E)$, consiste num conjunto, não vazio, não necessariamente finito, V , de vértices (ou nodos) e num conjunto E de ligações que representam uma associação entre um par de elementos do conjunto V .

Na Figura 2.1, é apresentada a planta do metro de Londres. Neste caso, os vértices representam as estações de metro e as arestas representam os percursos das diferentes linhas de metro.

Uma das principais disciplinas a utilizar grafos, como já foi referido anteriormente, é a teoria dos jogos. Na Figura 2.2 são representadas as possíveis movimentações de um jogo de xadrez e na Figura 2.3 é representada uma configuração de vitória do jogo HEX inventado pelo matemático John Nash.

Em 1736, Leonhard Euler publicou um artigo sobre o problema das sete pontes de Königsberg, sendo considerado o primeiro resultado da teoria dos grafos [27].

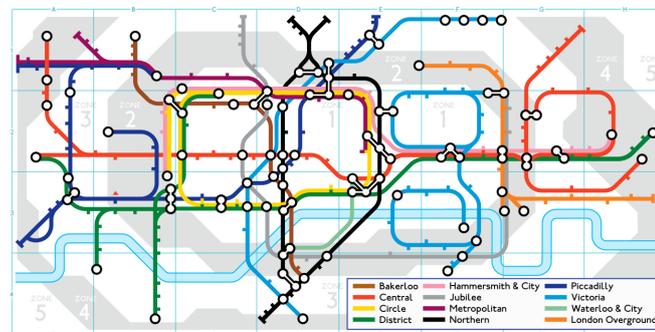


Figura 2.1: Grafo representativo da planta do metro de Londres

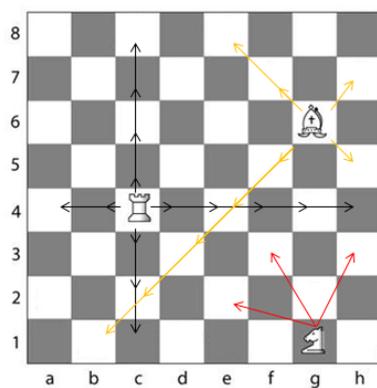


Figura 2.2: Possíveis movimentações de um jogo de xadrez

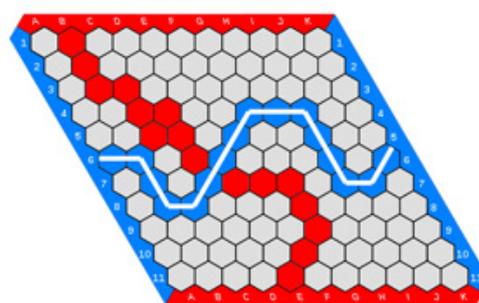


Figura 2.3: Configuração de vitória do jogo HEX

O problema das sete pontes de Königsberg consiste na seguinte formulação:

“The East Prussian city of Königsberg (now Kaliningrad) occupies both banks of the River Pregel and an island, Kneiphof, which lies in the river at a point where it branches into two parts. There were seven bridges that spanned the various sections of the river, and the problem posed was this: Could a person devise a path through Königsberg so that one could cross each of the seven bridges only once and return home?” [1].

Atribuí-se a Leonhard Euler a autoria do primeiro grafo, Figura 2.4.

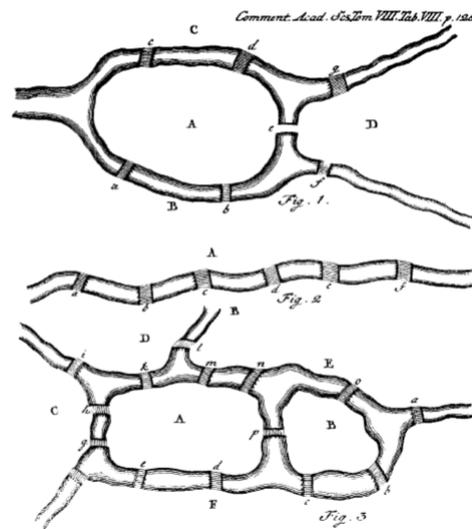


Figura 2.4: Gravuras que ilustram o grafo do problema das pontes de Königsberg, Euler 1736 [1]

2.3.1.1 Problema do Caixeiro-Viajante

O Problema do Caixeiro-Viajante (TSP - *Travelling Salesman Person*) é um problema de otimização combinatória. A sua formulação é (enganosamente) simples, e ainda assim, permanece como um dos problemas mais estudados da Investigação Operacional [28].

Sendo $G = (V, A)$, um grafo onde V é um conjunto de n vértices. A é um conjunto de arcos ou arestas, e $C=(c_{ij})$ é a matriz distância, ou custo, associada a A . Um TSP tem como objetivo determinar o circuito cuja distância percorrida é mínima, passando em todos os vértices uma, e apenas uma, vez. Tal circuito é denominado por *tour* ou circuito Hamiltoniano. Em várias aplicações, C também pode ser interpretada como matriz do tempo de viagem.

Colocando o problema de uma forma prática: existindo um conjunto de cidades e um custo de viagem entre cada par de cidades, o objetivo do TSP é encontrar a maneira mais barata de viajar por todas as cidades e voltar ao ponto de partida. Partindo de um sistema de eixos cartesianos, existem 8 cidades (A, B, \dots, H) cujas coordenadas podem ser consultadas na Tabela 2.1. A localização pode ser visualizada na Figura 2.5. Neste caso, a distância mínima é 86.63 e o ciclo Hamiltoniano do grafo pode ser consultado na Figura 2.6.

Tabela 2.1: Coordenadas cartesianas de 8 cidades

Cidade	A	B	C	D	E	F	G	H
Coordenadas (x,y)	(9, 9)	(9, 19)	(19, 25)	(29, 25)	(40, 20)	(40, 10)	(30, 5)	(20, 5)

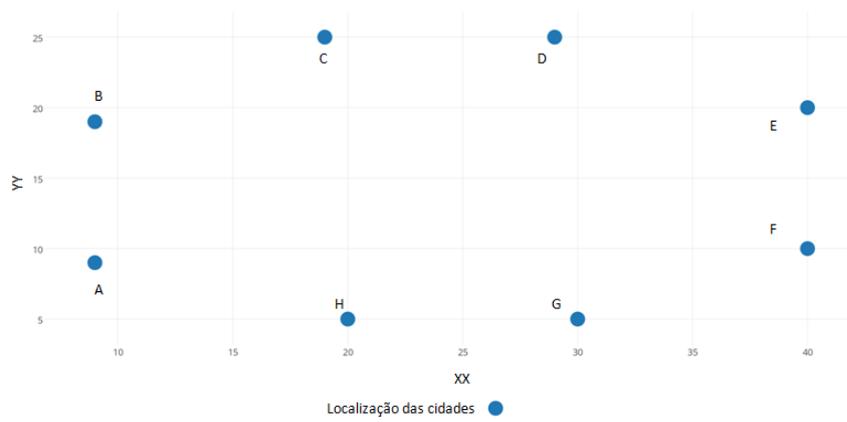


Figura 2.5: Grafo representativo da localização das 8 cidades apresentadas na Tabela 2.1

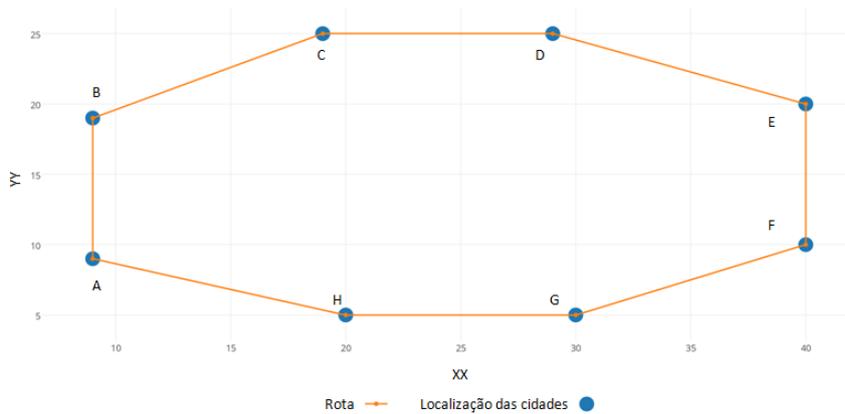


Figura 2.6: Ciclo Hamiltoniano do grafo da Figura 2.5

O TSP tem aplicações nas mais diversas áreas como na logística, genética, telecomunicações, neurociência, entre outras. Existe bastante literatura que refere a utilização de meta-heurísticas na resolução de problemas TSP, por exemplo: *Ant Colony Optimization* [29], *Particle Swarm Optimization* [30] e *Genetic Algorithms* [31].

Nesta dissertação é utilizada a *Particle Swarm Optimization* para definir rotas para os diferentes setores (ver subcapítulo 4.7).

2.4 Processo Hierárquico Analítico

O Processo Hierárquico Analítico é um dos vários métodos de tomada de decisão com múltiplos critérios.

Os *inputs* deste método podem ser critérios de medição quantitativa como o preço, peso, altura, etc, ou critérios subjetivos como sentimentos de satisfação e preferências [3]. Este método permite ligeiras inconsistências, tal como o próprio comportamento humano, que nem sempre é consistente. AHP permite a obtenção de escalas de relação a partir de comparações de pares.

No subcapítulo 4.3, para melhor entendimento dos diferentes passos, será apresentado o exemplo desenvolvido em [3]. Ao longo deste exemplo serão comparadas três frutas. Na abordagem realizada ao trabalho serão comparados seis fatores de avaliação de setores 4.3.

2.5 Métodos de resolução

Em problemas de otimização combinatória com bastantes variáveis inteiras a ter em conta, e conhecida a complexidade computacional, a utilização de métodos exatos poderá ficar limitada. Exemplos de métodos exatos frequentemente utilizados são o *branch and bound* ou a programação dinâmica.

Poderá então ser aconselhável recorrer a métodos aproximados isoladamente ou em articulação com métodos exatos. Exemplos desses métodos aproximados são as heurísticas (subcapítulo 2.5.1) e meta-heurísticas (subcapítulo 2.5.2).

2.5.1 Heurísticas

Heurística é uma técnica capaz de obter soluções admissíveis, com um custo computacional reduzido. Contudo, não garante que a solução seja ótima, e por vezes, nem a informação sobre a qualidade da solução é fornecida [32].

No artigo [33], heurísticas são agrupadas da seguinte forma:

- **Heurísticas de construção.** Uma solução vai sendo construída sem se partir de uma solução inicial. Como é o caso do método baseado na Lei de Coulomb, referido no subcapítulo 2.2.1.
- **Heurísticas de melhoramento.** A partir de uma solução admissível já existente procuram chegar a soluções melhores através de sucessivos melhoramentos.

- **Heurísticas de partição e decomposição.** Dividem o problema em componentes mais simples, podendo depois ser resolvidas em sequência ou independentemente.
- **Heurísticas dedicadas.** Aproveitam características específicas do problema em causa.

2.5.2 Meta-heurísticas

Meta-heurísticas são estratégias que “guiam” o processo de procura de soluções [34]. O objetivo é explorar eficientemente o espaço de soluções de modo a encontrar soluções próximas do ótimo ou mesmo soluções ótimas. Existem diferentes formas de classificar as meta-heurísticas:

- **Inspiradas na Natureza vs Não-inspiradas na Natureza.** Distinção baseada na origem do algoritmo. Existem vários algoritmos inspirados na Natureza, como é o caso dos Algoritmos Genéticos ou a Otimização por Enxame de Partículas (PSO - *Particle Swarm Optimization*). Por outro lado, existem também algoritmos não-inspirados na Natureza como o *Tabu Search*.
- **Baseadas em Populações vs Baseadas em soluções únicas.** Outra distinção usada nas meta-heurísticas é o número de soluções que são usadas ao mesmo tempo. Algoritmos que trabalham apenas com uma única solução são chamados de “métodos de trajetória”, visto que é como se descrevessem uma trajetória à medida que vão avançando na pesquisa. Por outro lado, as meta-heurísticas baseadas em populações apresentam processos de procura que descrevem a evolução de um conjunto de pontos do espaço de soluções.
- **Função objetivo estática vs Função objetivo dinâmica.** Enquanto que alguns algoritmos mantêm a função objetivo constante, do início ao fim, outros modificam-na durante a procura de soluções. Uma procura com função de objetivo dinâmica pode ser vantajosa para evitar que a pesquisa de soluções fique “presa” em mínimos/máximos locais.
- **Estrutura de vizinhança única vs Múltipla estrutura de vizinhança.** A grande maioria das meta-heurísticas utiliza apenas uma estrutura de vizinhança, ou seja, esta não se altera durante a execução do algoritmo. No entanto, existem algumas meta-heurísticas, como o *Variable Neighborhood Search* (VNS) que contemplam a possibilidade de variar as vizinhanças.
- **Com memória vs Sem memória.** Um dos principais critérios para avaliar uma meta-heurística é a qualidade da utilização do histórico de procura. Normalmente diferencia-se entre meta-heurísticas com memória de curto-prazo e meta-heurísticas com memória de longo-prazo. As primeiras guardam em histórico apenas os movimentos mais recentes, como últimas soluções visitadas ou decisões tomadas. As meta-heurísticas de memória de longo-prazo são aquelas que vão acumulando parâmetros que sintetizam toda a procura realizada até ao momento. O uso de memória é considerado, atualmente, um elemento fundamental a considerar numa meta-heurística.

No âmbito desta dissertação, também se entendeu como conveniente recorrer a uma meta-heurística, nomeadamente para a formação das rotas dentro dos setores. Sendo assim, é feita de seguida uma breve introdução à meta-heurística em questão, a *Particle Swarm Optimization*.

2.6 Particle Swarm Optimization

O método PSO é uma meta-heurística populacional baseada na inteligência de enxames. Foi originalmente proposto por Kennedy e Eberhart em 1995, como uma simulação de comportamentos em organismos sociais, tais como, bandos de pássaros e cardumes de peixes [35]. PSO utiliza os movimentos físicos dos indivíduos constituintes de um enxame e tem um mecanismo flexível e balanceado que permite melhorar e adaptar às capacidades globais e locais de exploração. Tendo em conta que é um método facilmente implementável, com reduzido custo computacional, simples de programar e possui um desempenho consistente, PSO é um algoritmo competitivo e eficaz em problemas de otimização em espaço contínuo. A maior parte das aplicações deste método consiste na otimização em espaço contínuo mas, recentemente, existe algum trabalho a ser realizado na otimização de problemas discretos, o que também será o caso desta dissertação [36].

Desde a sua introdução, PSO ganhou rápida popularidade, quando comparado a outras meta-heurísticas. O algoritmo PSO principia com uma inicialização aleatória do enxame de partículas. A posição de cada indivíduo i (denominado partícula) é representado por um vetor com dimensão d no problema espacial $s_i = (s_{i1}, s_{i2}, \dots, s_{id})$, $i = 1, 2, \dots, B$ (B é o tamanho da população) e o seu desempenho é avaliado através de uma função de aptidão (*fitness*) pré-definida. Assim, cada partícula é aleatoriamente colocada numa posição do vetor como solução candidata.

A velocidade da partícula i , $v_i = (v_{i1}, v_{i2}, \dots, v_{id})$ é definida como a mudança da sua posição. A direção de vôo de cada partícula é a interação dinâmica individual e social de experiência de vôo. O algoritmo completa a otimização seguindo a melhor solução individual de cada partícula e a melhor solução global de todo o enxame. Cada partícula ajusta a sua trajetória em relação à sua melhor posição anterior e em relação à melhor posição obtida por qualquer partícula do enxame, definidas por p_i e p_g , respetivamente. A cada iteração o enxame é atualizado através das seguintes equações [35]:

$$v_i(t+1) = v_i(t) + c_1 \times rand1 \times (p_i - s_i(t)) + c_2 \times rand2 \times (p_g - s_i(t)) \quad (2.2)$$

$$s_i(t+1) = s_i(t) + v_i(t+1) \quad (2.3)$$

onde, $p_i=(p_{i1}, \dots, p_{id})$ é a melhor posição encontrada pela partícula i até ao momento; $p_g=(p_{g1}, \dots, p_{gd})$ é a melhor posição encontrada pelo enxame até ao momento; t é o contador de iterações; c_1 e c_2 são coeficientes de aceleração; $rand1$ e $rand2$ são dois números aleatórios entre $[0,1]$. Os coeficientes de aceleração c_1 e c_2 controlam o quão longe uma partícula pode ir numa iteração. Valores

mais baixos não provocam grandes alterações das partículas, enquanto elevados valores resultam em movimentos abruptos no sentido das regiões alvo. Tipicamente, c_1 e c_2 são colocados a 2.0, apesar de, por vezes, a atribuição de valores diferentes possa melhorar o desempenho. A expressão 2.3 consiste na atualização da solução com base na solução anterior obtida e na velocidade da partícula.

O PSO básico e as suas variantes têm operado, com sucesso, em otimização de funções contínuas, como já foi mencionado. Com a finalidade de estender a aplicação para espaços discretos, Kennedy e Eberhart propuseram uma versão binária do PSO [37] onde a partícula se move num estado de espaço restrito a zero e um, em cada dimensão, representando cada v_i a probabilidade do bit s_i assumir o valor 1. Assim, as trajetórias das partículas são definidas como as mudanças na probabilidade e v_i é a medida da probabilidade atual do indivíduo se tornar 1. Se a velocidade for elevada é mais provável escolher 1, valores mais reduzidos favorecem a escolha de zero. A função sigmóide, sig , é aplicada para transformar a velocidade de um espaço de número reais para um espaço de probabilidades:

$$sig(v_{id}) = \frac{1}{1 + \exp(-v_{id})} \quad (2.4)$$

Na versão binária do PSO, as velocidades e as posições das partículas são atualizadas para as seguintes fórmulas:

$$v_{id}(t+1) = wv_{id}(t) + c_1 \times rand1 \times (p_{id} - s_{id}(t)) + c_2 \times rand2 \times (p_{gd} - s_{id}(t)) \quad (2.5)$$

$$s_{id} = \begin{cases} 1, & \text{se } rand3 < sig(v_{id}) \\ 0, & \text{se } rand3 \geq sig(v_{id}) \end{cases}$$

onde s_{id} é o valor da dimensão d da partícula s_i , e $s_{id} \in \{0,1\}$; v_{id} é a velocidade correspondente; $sig(v_{id})$ é calculado através da expressão 2.4, $rand3$ é um número aleatório entre $[0,1]$. Assim como num PSO básico, um parâmetro U_{max} é incorporado para limitar v_{id} , de maneira que $sig(v_{id})$ nem se aproxime de 0 nem de 1. Esta implementação garante que o bit pode ser transferido entre 1 e 0 com uma probabilidade positiva. Na prática, U_{max} é normalmente definido a ± 4 . No artigo [38] é proposto um modelo baseado num PSO estandardizado, denominando PSO básico que utiliza peso de inércia desenvolvido por Shi e Eberhart em [39], onde w é o peso da inércia. O peso da inércia controla o impacto do conhecimento de velocidades anteriores na velocidade atual. A partícula ajusta a trajetória baseando-se na informação do seu melhor desempenho anterior e no melhor desempenho dos seus vizinhos. w é também usado para controlar a convergência do comportamento do PSO. Para reduzir o peso ao longo das iterações, permitindo que o algoritmo explore áreas específicas, o peso da inércia é atualizado pela seguinte expressão:

$$w = w_{max} - \frac{w_{max} - w_{min}}{iter_{max}} \cdot iter \quad (2.6)$$

onde w_{max} , w_{min} , são os valores máximo e o mínimo, respectivamente, que o peso da inércia pode alcançar, $iter$ é a iteração atual do algoritmo e $iter_{max}$ é o número máximo de iterações.

Capítulo 3

Problema de Localização-Distribuição Capacitado

3.1 Introdução

Numa sociedade cada vez mais exigente, com clientes cada vez menos dispostos a esperar pelos produtos que pretendem adquirir, a escolha relativa à localização de centros de distribuição, e a definição de rotas são um problema central. A investigação em modelos e resoluções de Problemas de Localização-Distribuição tem tido a atenção de um elevado número de investigadores refletindo-se numa vasta produção científica [2, 5], permitindo uma completa e detalhada visão do problema e das suas características. As resoluções destes problemas passa frequentemente pela minimização das rotas existentes e a redução de custos associados.

Nesta dissertação é analisado um Problema de Localização-Distribuição Capacitado (*CLRP-Capacitated Location Routing Problem*) que pode ser dividido em dois níveis:

- Problemas de Localização de Instalações
- Problemas de Rotas de Veículos

3.2 Problema de Localização-Distribuição Capacitado

Seja definido num plano um conjunto de clientes e potenciais centros de distribuição. Cada cliente tem uma certa procura (unidade de carga) sendo conhecidos o custo da localização de cada centro e o custo unitário de distribuição (em função da distância percorrida). Os veículos e os potenciais centros têm uma capacidade máxima (unidade de carga). O objetivo principal de CLRP é então escolher os melhores centros a ser abertos (instalados) e desenhar as rotas desde os centros até aos clientes, tendo como objetivo, como já foi referido anteriormente, a minimização dos custos totais (instalação e distribuição).

Resolver de forma exata um CLRP não é uma tarefa fácil, tendo em conta que é um problema NP-completo [40] (elevado número de clientes não permite um tempo de resolução razoável). Assim, uma maneira de resolver de forma “eficiente” problemas com instâncias de elevada dimensão poderá passar por heurísticas, que trazem algumas vantagens como: produção de um conjunto de “boas soluções” em pouco tempo, permitindo ao agente decisor optar pela solução mais adequada ao seu cenário. Além disso, é uma maneira facilmente perceptível, adaptável a outros contextos e de fácil implementação em problemas de larga escala.

3.3 Definição do CLRP em análise

Um conjunto de clientes, cada um, com localização e procura conhecidas, deve ser fornecido a partir de um centro de distribuição, por veículos com capacidade conhecida. A resolução do problema consiste no desenho rotas para estes veículos sujeitos às seguintes condições:

- (a) Os requisitos (procura) de todos os clientes devem ser satisfeitos.
- (b) A capacidade dos veículos não deve ser violada, ou seja, o total de carga alocada ao veículo não pode ser superior à sua capacidade.
- (c) O tempo total (ou distância) que cada veículo completa não deve ser ultrapassado (normalmente devido a situações legais ou contratuais).

Como já foi referido, o principal objetivo deste tipo de problemas é a minimização do custo de distribuição, nomeadamente custos associados à frota e custos relacionados com as rotas de entrega. Assim, é possível formular diversos subproblemas:

1. Se a frota consiste num só veículo com capacidade suficiente e se a restrição *c*) for ignorada, o problema transforma-se num *travelling-salesman problem*, bastando encontrar o percurso mais curto/rápido.
2. Se a restrição *c*) for ignorada, deve ser encontrado o número mínimo de veículos necessários. Este problema do tamanho da frota é similar ao problema da mochila.
3. Para o menor número de veículos necessários e compatibilidade com os pontos *a*), *b*) e *c*) devem ser estipuladas as menores rotas possíveis.
4. Se a frota for composta por veículos de diferentes capacidades (frota heterogénea) e for possível a sua escolha é necessário encontrar a melhor combinação de veículos para minimizar o custo total de distribuição.
5. Para um dado conjunto de clientes, cuja procura não é fixa, mas sim fornecida em termos probabilísticos, deve ser pensada uma resolução para os problemas 2 e 4, tendo em conta que os diferentes valores de procura que os clientes podem ter, influenciam a escolha da frota.

Em particular, nesta dissertação a condição c) é ignorada na construção da solução, ou seja, não foi considerado um tempo total máximo, ou uma distância máxima para cada veículo na construção dos setores. No entanto, este parâmetro vai ser considerado na avaliação do setor (ver subcapítulo 4.9).

O objetivo é a criação de uma rede de distribuição, através de uma frota com mais de um veículo com capacidade limitada. Abordando o problema através da setorização (ver capítulo 4), e atribuindo a cada setor apenas um veículo, o problema transforma-se (após a criação dos setores) num TSP.

Será considerada a existência de um conjunto de 5 potenciais centros de distribuição e 50 clientes, retratados na Figura 3.1. Os clientes possuem um número de identificação, uma abcissa e uma ordenada, que permitem definir a sua localização, e um valor correspondente ao número de encomendas. A frota de transportes é homogénea, existindo uma capacidade máxima igual em todos os veículos. O problema em mãos consiste num CLRP adaptado do artigo [41].

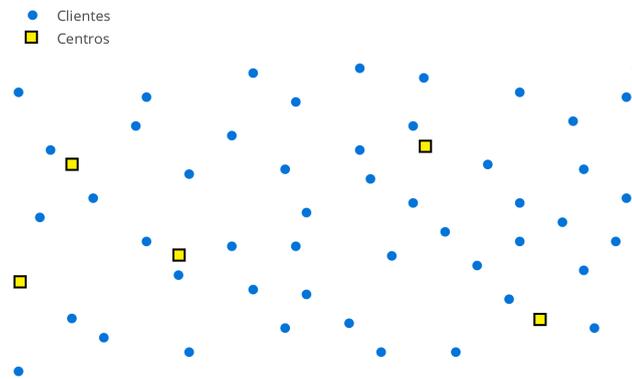


Figura 3.1: Localização dos centros e clientes do problema em análise

Os resultados obtidos serão comparados com os resultados de outro artigo [2], cuja solução pode ser observada na Figura 3.2.

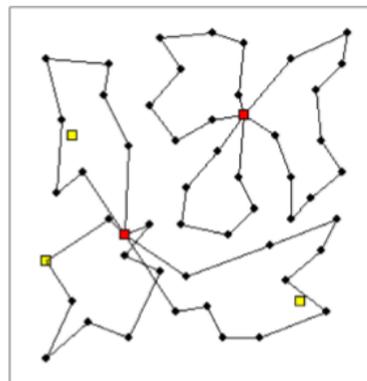


Figura 3.2: Escolha dos centros e rotas definidas no artigo [2]

Capítulo 4

Setorização baseada no Eletromagnetismo e na Importância dos Centros de Distribuição

4.1 Introdução

Considerando, como exemplo, a Figura 4.1, que mostra as 150 principais cidades europeias [42], onde os quadrados representam potenciais centros de distribuição, parece natural que um CLRP relativo a estas cidades vai consistir na construção de rotas em que zonas de elevada densidade (aglomerações populacionais) tenderão a ficar no mesmo setor.

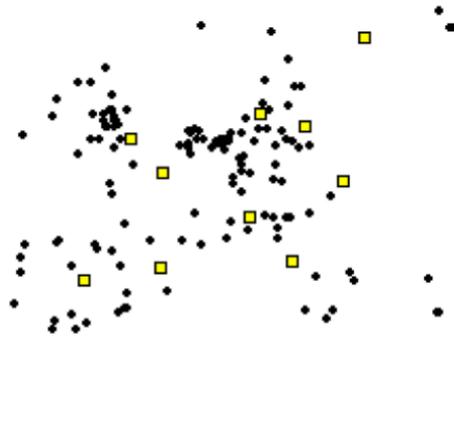


Figura 4.1: Localização das 150 maiores cidades europeias, onde os quadrados representam hipotéticos centros de distribuição [2]

Visualmente, é possível identificar alguns grupos de cidades, que podem ser uma boa base para a criação de rotas (por exemplo a Península Ibérica, o norte da Europa). Apesar de ser fácil

visualizar é um pouco mais difícil de executar. Mesmo assim, como abordagem inicial ao CLRP é possível utilizar diversas heurísticas na criação de grupos.

Relativamente a problemas de localização, no artigo [43], também são reconhecidos os benefícios da criação de grupos quando referem que “... *in many cases a priori judgments can be made that customers in certain geographical regions will not be serviced from potential warehouses in other regions (...) customers can frequently be aggregated into concentrations of demand (for example, metropolitan chain grocery and wholesaler warehouses) because of geographical proximity*”. É o primeiro artigo com referências explícitas acerca do interesse em agrupar clientes.

Neste capítulo é apresentada a abordagem utilizada para encontrar melhores soluções para o CLRP em estudo, e que está ilustrada no algoritmo da Figura 4.2.

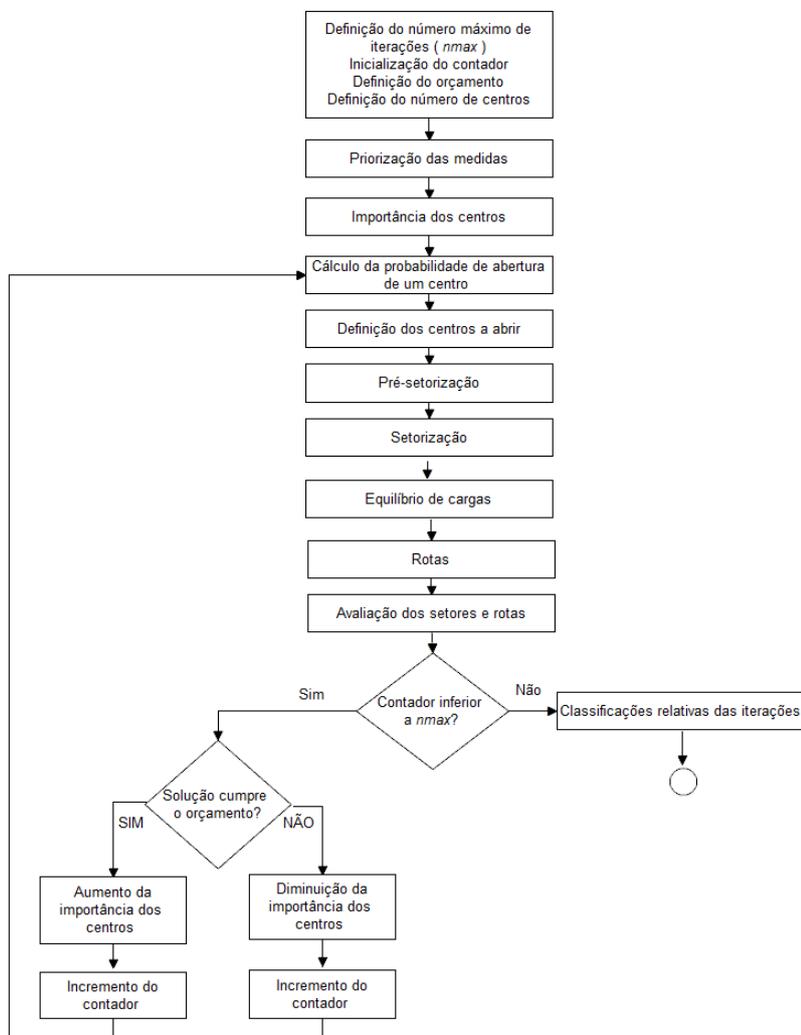


Figura 4.2: Algoritmo que retratata a abordagem ao problema

4.2 Importância dos centros de distribuição

O agente decisor define a quantidade de centros a abrir. Para um total de m centros foi então definida a probabilidade (P_j), presente na expressão 4.1, de um centro j ser aberto. Cada centro possui uma determinada importância I_j consoante a sua localização.

$$P_j = \frac{I_j}{\sum_{i=1}^m I_i} \cdot 100\% \quad (4.1)$$

P_j é alterado a cada iteração efetuada, consoante o orçamento definido pelo agente decisor (ver subcapítulo 4.8).

Sendo n o número total de clientes existentes, a importância de cada centro, calculada através da expressão 4.2, depende de uma “pontuação” (p_{ij}) atribuída consoante a distância (d_{ij}) de um dado cliente (i) a um centro (j) em análise.

$$I_j = \sum_{i=1}^n p_{ij} \quad (4.2)$$

Entre clientes e centros, foi encontrada a maior das distâncias, (d_{max}). Para cada quartil entre zero e d_{max} foi atribuído um valor presente na Tabela 4.1.

Tabela 4.1: “Pontuação” atribuída à importância do centro j para o cliente i

d_{ij}	$\left[0, \frac{d_{max}}{4}\right]$	$\left[\frac{d_{max}}{4}, \frac{d_{max}}{2}\right]$	$\left[\frac{d_{max}}{2}, \frac{3d_{max}}{4}\right]$	$\left[\frac{3d_{max}}{4}, d_{max}\right]$
p_{ij}	6	3	1	0

Na Figura 4.3 existem quatro clientes e dois centros: $C1$ e $C2$. Seguindo a abordagem explicada anteriormente $C2$ tem uma importância igual a 7 ($C2 = 3 + 3 + 1 + 0$) e $C1$ tem uma importância igual a zero ($C1 = 0 + 0 + 0 + 0$), tendo em conta que todos os clientes, na análise do centro $C1$, estão situados na região definida pelo último quartil. Assim, o centro $C2$ é mais importante que o centro $C1$.

4.3 Priorização das medidas

Na priorização das medidas de avaliação foi utilizado o método AHP. O objetivo de utilizar este método é obter um vetor de prioridades que permite avaliar uma solução através de vários critérios.

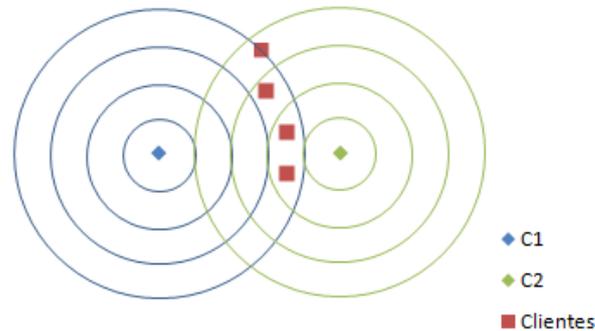


Figura 4.3: Exemplo de importância dos setores

4.3.1 AHP

Como já foi referido o método AHP é um dos vários métodos de tomada de decisão com múltiplos critérios. É um método fundamental na priorização dos fatores de avaliação desta abordagem.

4.3.1.1 Comparações de pares

Existindo dois objetos (por exemplo uma maçã e uma banana) e sendo pretendido definir qual deles se gosta mais, é necessário fazer uma comparação entre os dois, através de uma escala relativa, como mostra a Figura 4.4. Quanto mais à direita de 1 estiver o valor resultante da comparação, maior será a preferência da maçã quando comparada com a banana. Analogamente, quando mais à esquerda de 1 estiver o valor resultante, menor será a preferência da maçã quando comparada com a banana.

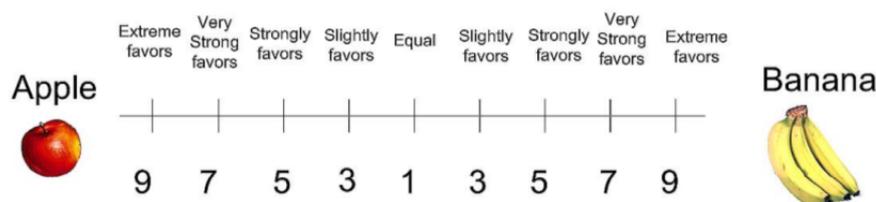


Figura 4.4: Comparações de pares [3]

O número de comparações é a combinação do número de objetos a ser comparados. No caso de existirem três objetos ou três fatores de avaliação de uma solução (como é o caso desta dissertação) existem três comparações, como mostra a Tabela 4.2.

4.3.1.2 Matriz de Comparação

Para melhor entendimento do método vai ser desenvolvido um exemplo com três frutas: maçã, banana e cereja (mesmo número de critérios de avaliação de um setor). É inicialmente realizada

Tabela 4.2: Número de comparações

Número de objetos	1	2	3	4	5	6	7	...	n
Número de comparações	0	1	3	6	10	15	21	...	$\frac{n(n-1)}{2}$

uma decisão subjetiva de qual das frutas é a preferida de um cliente. A Figura 4.5 retrata a decisão feita.

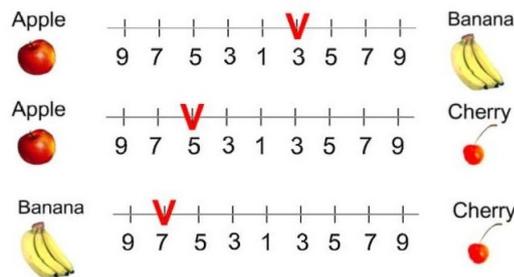


Figura 4.5: Comparação entre 3 frutas [3]

A partir desta decisão é elaborada uma matriz. Como temos três decisões então, a matriz de comparação será uma matriz 3x3. Os elementos diagonais da matriz serão sempre iguais a 1. Tendo em conta a escala apresentada na Figura 4.4, em que 1 é o valor central, os elementos do triângulo superior da matriz de comparação A (a_{ij} com $i < j$) ou correspondem ao valor atribuído à comparação, no caso desse valor se encontrar à esquerda de 1, ou correspondem ao inverso do valor de comparação se este se encontrar à direita de 1.

Assim, atendendo ao exemplo apresentado na Figura 4.5 surge a matriz A.

$$A = \begin{matrix} & \begin{matrix} maçã & banana & cereja \end{matrix} \\ \begin{matrix} maçã \\ banana \\ cereja \end{matrix} & \begin{bmatrix} 1 & \frac{1}{3} & 5 \\ & 1 & 7 \\ & & 1 \end{bmatrix} \end{matrix}$$

Para preencher a diagonal inferior da matriz são utilizados os valores inversos da diagonal superior. Se a_{ij} for o valor correspondente à linha i e coluna j da matriz, então a diagonal inferior é preenchida utilizando a expressão 4.3.

$$a_{ji} = \frac{1}{a_{ij}} \tag{4.3}$$

Desta forma, obtém-se a matriz de comparação.

$$\begin{array}{rcc}
 & \begin{array}{ccc} \text{maçã} & \text{banana} & \text{cereja} \end{array} \\
 A = & \begin{array}{l} \text{maçã} \\ \text{banana} \\ \text{cereja} \end{array} & \begin{bmatrix} 1 & \frac{1}{3} & 5 \\ 3 & 1 & 7 \\ \frac{1}{5} & \frac{1}{7} & 1 \end{bmatrix} \\
 & \text{soma} & \begin{array}{ccc} \frac{21}{5} & \frac{31}{21} & 13 \end{array}
 \end{array}$$

De salientar que todos os elementos da matriz de comparação são positivos, ou seja, $a_{ij} > 0$. Como é possível observar, o somatório de cada coluna difere de 1, pelo que é necessário normalizar a matriz.

4.3.1.3 Vetor de prioridade

Partindo da matriz de comparação, o passo seguinte é o cálculo do vetor de prioridade. A matriz de comparação pode ser normalizada através da expressão 4.4.

$$a_{ij} := \frac{a_{ij}}{\sum_{n=1}^i a_{nj}} \quad (4.4)$$

A matriz normalizada obtida é a seguinte:

$$\begin{array}{rcc}
 A = & \begin{bmatrix} \frac{5}{21} & \frac{7}{31} & \frac{5}{13} \\ \frac{15}{21} & \frac{21}{31} & \frac{7}{13} \\ \frac{1}{21} & \frac{3}{31} & \frac{1}{13} \end{bmatrix} \\
 & \text{soma} & \begin{array}{ccc} 1 & 1 & 1 \end{array}
 \end{array}$$

De seguida, é calculado o vetor de prioridade. Sendo normalizado, a soma de todas as componentes do vetor é igual a 1. O vetor W representa os pesos relativos entre as frutas.

$$W = \frac{1}{3} \times \begin{bmatrix} \frac{5}{21} + \frac{7}{31} + \frac{5}{13} \\ \frac{15}{21} + \frac{21}{31} + \frac{7}{13} \\ \frac{1}{21} + \frac{3}{31} + \frac{1}{13} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0.2828 \\ 0.6434 \\ 0.0738 \end{bmatrix}$$

O fruto mais apetecível é então a banana (64,34%), seguido pela maçã (28,28%) e finalmente a cereja (7,38%). É então possível deduzir que a banana é 2,27 ($\frac{64,64}{28,28} = 2,27$) vezes mais apetecível que a maçã.

Seguidamente, é fundamental verificar a consistência das escolhas tomadas. Para isto, é necessário calcular o valor próprio principal, resultante da soma dos produtos do vetor próprio da matriz com a soma da coluna da matriz inversa, tal como é demonstrado no cálculo 4.5.

$$\lambda_{max} = \begin{bmatrix} \frac{21}{5} & \frac{31}{21} & 13 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0,2828 \\ 0,6434 \\ 0,0738 \end{bmatrix} = 3,0967 \quad (4.5)$$

4.3.1.4 Índice de Consistência e Relação de Consistência

Após estes passos é necessário analisar a consistência das decisões tomadas. Inicialmente, o agente decisor prefere a banana A à maçã B ($A > B$). Em seguida, opta pela maçã B em relação à cereja C ($B > C$). Se for uma decisão consistente, então irá existir preferência da banana A em relação à cereja C ($A > C$).

Tendo em consideração que é uma escolha humana a decisão dificilmente será 100% consistente, ou seja, se A é duas vezes preferível em relação a B e B for cinco vezes preferível em relação a C , A não deverá ser forçosamente dez vezes preferível em relação a C .

A consistência é verificada pelo índice de consistência (CI), calculado através da expressão 4.6. Sendo n o número de alternativas em comparação, no caso do exemplo retratado $CI = 0,0484$ ($n = 3$ e $\lambda_{max} = 3,0967$).

$$CI = \frac{\lambda_{max} - n}{n - 1} \quad (4.6)$$

A Tabela 4.3 representa o índice aleatório de consistência (RI), resultante de um tamanho de amostra de 500 matrizes.

Tabela 4.3: Índice Aleatório de Consistência (RI)

n	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
RI	0	0	0.58	0.9	1.12	1.24	1.32	1.41	1.45	1.49

Em seguida, é calculado a relação de consistência (CR), que consiste numa comparação entre o índice de consistência e o índice aleatório de consistência (expressão 4.7).

$$CR = \frac{CI}{RI} \quad (4.7)$$

Caso a relação de consistência seja inferior a 10%, então a inconsistência da decisão é aceitável. Caso seja superior a 10% a decisão é considerada inconsistente. No caso do exemplo retratado $CR = \frac{0,0484}{0,58} = 8,3\% < 10\%$, logo as comparações entre as alternativas são consistentes.

4.3.2 Adaptação ao Problema

A única adaptação está relacionada com a quantidade de fatores a ser analisados. Nesta dissertação são abordados 6 fatores de comparação, ao invés dos 3 fatores exemplificados. O algoritmo de priorização de fatores pode ser consultado na Figura 4.6.

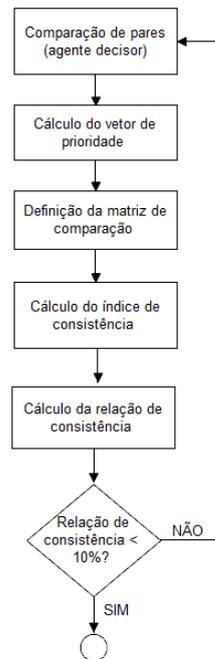


Figura 4.6: Algoritmo para a priorização de medidas de avaliação

f_i , $i = 1, 2, \dots, 6$, corresponde a cada um dos fatores em análise: compacidade, equilíbrio de cargas, equilíbrio de distâncias, custo, equilíbrio de clientes e desejabilidade (ver subcapítulo 4.9), respectivamente.

Assumindo que o cliente define o custo total da solução, f_4 , como extremamente importante, então, é definida a seguinte matriz de comparação:

$$A = \begin{matrix} & f_1 & f_2 & f_3 & f_4 & f_5 & f_6 \\ \begin{matrix} f_1 \\ f_2 \\ f_3 \\ f_4 \\ f_5 \\ f_6 \end{matrix} & \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & \frac{1}{9} & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & \frac{1}{9} & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & \frac{1}{9} & 1 & 1 \\ 9 & 9 & 9 & 1 & 9 & 9 \\ 1 & 1 & 1 & \frac{1}{9} & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & \frac{1}{9} & 1 & 1 \end{bmatrix} \end{matrix}$$

Por fim, é obtido um vetor com a prioridade de cada fator:

$$W = \begin{matrix} \textit{compacidade} \\ \textit{equilíbrio de cargas} \\ \textit{equilíbrio de distâncias} \\ \textit{custo} \\ \textit{equilíbrio de clientes} \\ \textit{desejabilidade} \end{matrix} \begin{matrix} \omega_1 \\ \omega_2 \\ \omega_3 \\ \omega_4 \\ \omega_5 \\ \omega_6 \end{matrix} = \begin{bmatrix} 0.071490 \\ 0.071490 \\ 0.071490 \\ 0.642552 \\ 0.071490 \\ 0.071490 \end{bmatrix}$$

Neste exemplo a relação de consistência CR é igual a zero. Desta forma, a relação entre fatores é consistente.

4.4 Pré-setorização

Após serem definidos os centros a abrir é realizada uma primeira alocação de clientes - pré-setorização. Para um total de clientes n e um total de centros m , existe uma “atração”, b_{ij} , entre cada cliente i e cada centro j , tendo em consideração a importância relativa do centro e da distância entre os dois pontos. A matriz M representa todas as atrações entre clientes e centros.

$$M = [b_{ij}]_{\substack{i=1,\dots,n \\ j=1,\dots,m}} = \frac{1}{d_{ij}^2} \cdot \frac{I_j}{\sum_{j=1}^m I_j} \quad (4.8)$$

Caso o centro esteja fechado o valor da “atração” será igual a zero. Também é definido o número máximo de clientes n_{max} por setor:

$$n_{max} = \frac{n}{\sum_{j=1}^m a_j} \cdot (2 - p_e) \quad (4.9)$$

p_e consiste numa percentagem, definida pelo agente decisor, entre 0% e 100%. Assumindo que o agente decisor decidiu abrir dois centros (e lembrando que o problema em estudo tem 50 clientes), para $p_e = 100\%$ (prioridade máxima de equilíbrio), cada centro terá 25 clientes alocados. No caso totalmente oposto de $p_e = 0\%$ (prioridade mínima de equilíbrio) existe a possibilidade de um centro ter 50 clientes alocados e o outro ter zero.

Sempre que o centro j tem n_{max} clientes alocados, o centro é “bloqueado”, ou seja, a matriz de atração é reformulada com $b_{ij} = 0$ para todo o j . Desta forma, os pontos ainda não alocados não são atraídos pelo centro “bloqueado”. Quando o cliente é alocado, também é “bloqueado”, sendo mais uma vez a matriz reformulada desta feita com $b_{ij} = 0$ para todo o i .

Foi verificado ao longo do desenvolvimento desta abordagem, a necessidade de relativização das atrações da matriz A_{ij} , de forma a evitar o erro exemplificado a seguir.

Existam 2 clientes (c_1, c_2) e 2 centros de distribuição (cd_1, cd_2), com a mesma importância. Cada centro apenas tem capacidade para 1 cliente. A situação é representada na Figura 4.7. A reta $y = -x + 10$ representa a mediatriz entre cd_1 e cd_2 . Esta reta permite verificar que o cliente c_1 está mais perto do centro cd_2 do que do cd_1

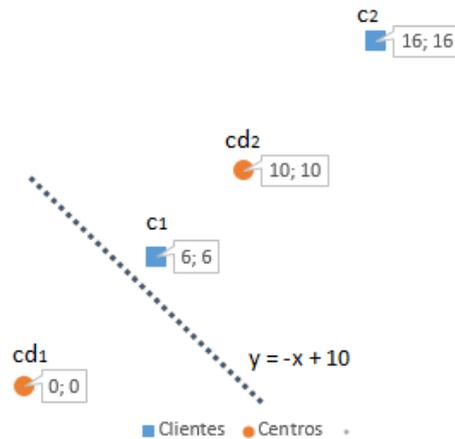


Figura 4.7: Exemplo com 2 centros de distribuição e 2 clientes

$$M = \begin{matrix} & cd_1 & cd_2 \\ c_1 & \begin{bmatrix} 0,014 & 0,031 \end{bmatrix} \\ c_2 & \begin{bmatrix} 0,002 & 0,014 \end{bmatrix} \end{matrix}$$

Caso seja escolhido o máximo da matriz de atração o cliente c_1 será alocado ao centro cd_2 e, de seguida, não restando qualquer outra opção, o cliente c_2 é alocado ao centro cd_1 . Através da realização desta experiência ficou clara a necessidade de normalizar os valores da atração.

$$M^* = \frac{b_{ij}}{\sum_{j=1}^m b_{ij}} \tag{4.10}$$

Assim sendo, a matriz de atração fica normalizada:

$$M^* = \begin{matrix} & cd_1 & cd_2 \\ c_1 & \begin{bmatrix} 0,311 & 0,689 \end{bmatrix} \\ c_2 & \begin{bmatrix} 0,125 & 0,875 \end{bmatrix} \end{matrix}$$

Desta forma, optando pelo máximo da matriz de atração normalizada, M^* , o cliente c_2 fica alocado ao centro cd_2 e o cliente c_1 fica alocado ao centro cd_1 .

A pré-setorização segue um conjunto de passos definidos na Figura 4.8.

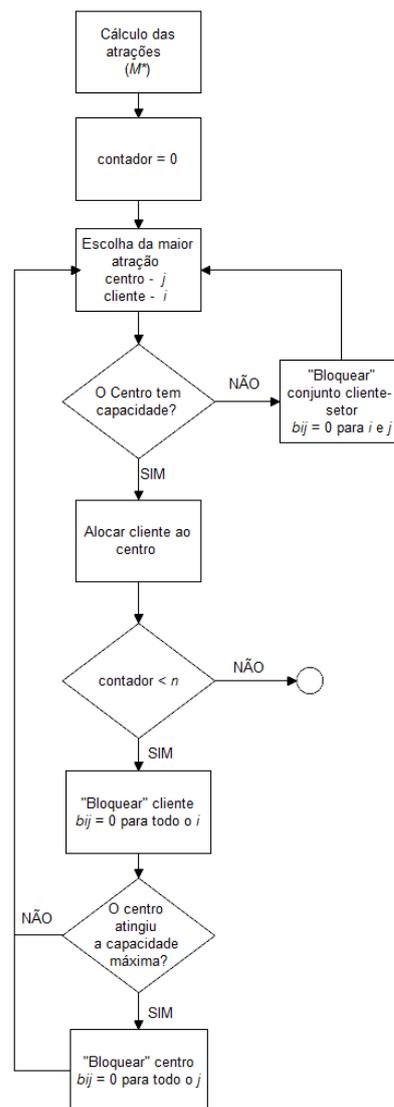


Figura 4.8: Algoritmo da pré-setorização

4.5 Setorização

Inspirado no Eletromagnetismo, um sistema com n clientes é analisado como n “pontos com carga” num determinado mapa. As coordenadas de cada ponto são conhecidas, assim como as respectivas “cargas”, que correspondem à procura dos clientes.

Por inspiração na Lei de Coulomb, é calculada uma matriz simétrica A de atração entre cada par de n clientes [23]. A constante k foi definida como 1.

O vetor comprimento que representa a “força de atração” entre dois pontos $I = (x_i, y_i)$ e $J = (x_j, y_j)$ com cargas q_i e q_j , respetivamente, é calculado através do quociente entre o produto das cargas e a raiz quadrada da distância ao quadrado entre I e J , representado em 4.11.

Assim, a atração a_{ij} entre o cliente i e o cliente j é dada pela expressão:

$$a_{ij} = \|\vec{a}_{ij}\| = \|\vec{a}_{ji}\| = \frac{q_i \cdot q_j}{d_{ij}^2} \quad (4.11)$$

onde $d_{ij} = \sqrt{(x_i - x_j)^2 + (y_i - y_j)^2}$ é a distância Euclidiana entre os pontos I e J .

Depois de calculado o valor da atração entre cada par de pontos, isto é, depois de construída a matriz A , é possível encontrar o par com a maior “atração admissível”. “Admissível” porque é necessário verificar as restrições de capacidade, o que significa que a soma das cargas dos dois pontos com máxima atração não pode ser superior do que a capacidade disponível para o setor. Suponhamos que Q representa a carga máxima (procura) que pode ser satisfeita, e I e J são dois pontos genéricos com cargas q_i e q_j , respetivamente. O objetivo é encontrar o par (I, J) , tal que $\arg \max \{a_{ij} \in A : q_i + q_j \leq Q\}$.

Depois, os dois pontos selecionados irão formar um novo ponto $C = (x_c, y_c)$, com carga q_c como ilustrado na Figura 4.9.

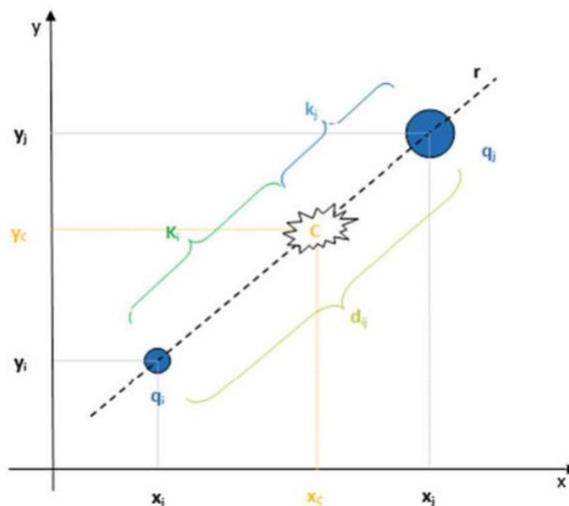


Figura 4.9: União dos pontos I e J no novo ponto C [4]

As distâncias k_i e k_j representadas na Figura 4.9 são iguais a

$$k_i = \frac{q_j}{q_i + q_j} \cdot d_{ij} \quad (4.12)$$

e

$$k_j = \left(1 - \frac{q_j}{q_i + q_j}\right) \cdot d_{ij} = \frac{q_i}{q_i + q_j} \cdot d_{ij} \quad (4.13)$$

No caso em que as cargas q_i e q_j são iguais, o ponto C situa-se à mesma distância de I e de J . C localiza-se sempre mais perto do ponto com maior carga.

Após a primeira iteração, a carga resultante contém um valor elevado. Isto significa que, na segunda iteração, esta carga vai ter uma presença bem mais forte devido à sua dimensão, na junção seguinte. Portanto, quando a expressão 4.11 é utilizada para calcular a atração entre cargas, o resultado vai ser desequilibrado. A carga vai aumentar enquanto a restrição da capacidade não for violada. Caso este aumento de carga não seja anulado vai ser criado um espécie de “buraco negro” que irá criar uma elevada atração em todos os clientes.

Para lidar com esta dificuldade, que é, uma atração “extremamente forte”, são propostas algumas mudanças na expressão 4.11. É necessário que o expoente do denominador aumente a cada iteração, para que o efeito de “buraco negro” seja anulado. A atração resultante é A^d , definida pela expressão 4.14.

$$\|\vec{a}_{ij}^d\| = \|\vec{a}_{ji}^d\| = \frac{q_i \cdot q_j}{d_{ij}^{2+(NIP-NS) \times 0,08}} \quad (4.14)$$

NIP representa o Número Inicial de Pontos e NS é número de setores criados. No início, $NS = NIP$, após a primeira iteração $NS = NIP - 1$, em seguida $NS = NIP - 2$, até ser obtido o número final de setores.

No artigo [23] o expoente do denominador era a expressão $2 + (NIP - NS)$, mas considerando que as distâncias eram baseadas na diferença de latitude e longitude de coordenadas GPS, a variável teve de ser ajustada. No problema analisado nesta dissertação, as distâncias entre clientes são da ordem das dezenas, enquanto no artigo [23] são da ordem das milésimas. Assim sendo, o decremento ao expoente, neste problema, teria que ser menor, ou teria um impacto maior do que o desejado. Assim sendo, foi o expoente foi adaptado para $2 + (NIP - NS) \times 0,08$.

A desejabilidade é incluída na construção dos setores através da expressão $1 + w_6 \cdot s_{ij}$ presente na expressão 4.15, sendo w_6 a prioridade dada à desejabilidade.

$$\|\vec{a}_{ij}^d\| = \|\vec{a}_{ji}^d\| = \frac{q_i \cdot q_j}{d_{ij}^{2+(NIP-NS) \times 0,08}} \cdot (1 + w_6 \cdot s_{ij}) \quad (4.15)$$

$$s_{ij} = \begin{cases} 1, & \text{se é desejável que os pontos } I \text{ e } J \text{ pertençam ao mesmo setor} \\ 0, & \text{em caso contrário} \end{cases}$$

A inclusão da compacidade na construção de setores é garantida pela própria expressão baseada na Lei de Coulomb (expressão 4.11).

4.6 Equilíbrio de cargas

O equilíbrio de cargas consiste numa heurística de melhoria, utilizada para diminuir o “desfasamento” de cargas entre setores [44]. Esta melhoria do equilíbrio de cargas é alcançada através da troca de clientes entre setores.

A cada iteração é verificado o setor com menor carga. Em seguida, é analisada a proximidade entre o centro de massa do setor e outros clientes não associados ao setor em análise. Caso a troca seja admissível, isto é, se o setor possuir a capacidade de alocar o cliente em questão, o cliente é então alocado ao setor e o centro de massa é atualizado. É necessário também ter em atenção o centro de distribuição que serve o cliente. Se o cliente for servido por um centro de distribuição diferente do que serve o setor de carga mínima, deve verificar-se, em primeiro lugar, se a prioridade atribuída ao equilíbrio das cargas, pelo agente decisor, é superior à importância atribuída ao equilíbrio do número de clientes por centro de distribuição. Isto porque, trocar um cliente de um setor servido por um determinado centro para um outro setor servido por um centro diferente implica alterar a distribuição dos clientes pelos centros, podendo estar-se a ir contra o julgamento do agente decisor. No entanto, se esta condição for verificada então deve, em segundo lugar, ter-se em atenção a capacidade de abastecimento do centro e verificar que esta não é excedida com a alocação do novo cliente.

O algoritmo de equilíbrio de cargas apenas termina quando é atingido o valor de “diferença de cargas” pretendido, ou seja, quando a diferença entre as cargas do setor mais carregado e do setor menos carregado atingem um determinado valor anteriormente estipulado. Este valor está diretamente relacionado com o julgamento do agente decisor e, sendo p o peso atribuído ao equilíbrio de cargas, segundo o vetor de prioridade, a expressão para o cálculo da diferença de carga máxima (d_{carga}) está representada na expressão 4.16. O valor de q_{total} representa a carga total apresentada por todos os clientes.

$$d_{carga} = q_{total} \times (1 - w_5) \quad (4.16)$$

No entanto, constatou-se que era possível que este critério de paragem nunca fosse atingido devido à possibilidade de ocorrência de situações em que, por exemplo, dois setores têm carga muito próxima e são os setores menos carregados. Se, para além disto, forem também setores próximos um do outro pode acontecer que o algoritmo esteja infinitamente a trocar o mesmo cliente de um setor para o outro. Por exemplo, considere-se que numa iteração o cliente k é tirado ao setor i e colocado no setor j , que corresponde ao setor de menor carga para essa iteração, e que

na iteração seguinte o setor i devido à perda de carga associada ao cliente k ficaria a ser o setor menos carregado. Isto faria com que, muito provavelmente, o setor i fosse de novo buscar o cliente k ao setor j na iteração seguinte e, a partir daqui, esta transição entre o setor i e o setor j por parte do cliente k continuaria infinitamente.

Para diminuir a probabilidade de ocorrência deste acontecimento é introduzida memória ao algoritmo e a regra é: os 3 clientes escolhidos nas últimas 3 iterações não podem ser escolhidos na iteração atual. Esta regra minimiza a probabilidade de ocorrer este problema, no entanto, este pode mesmo assim ocorrer e, portanto, também se estabeleceu que o critério de paragem, para além do teste de diferença entre cargas, devia incluir um limite de iterações a serem realizadas pelo algoritmo desta heurística.

4.7 Rotas

Após a criação de setores é necessário definir as rotas para abastecer os clientes. É importante saber que:

1. Um veículo parte de um centro de distribuição, abastece diversos clientes e volta para o mesmo centro de distribuição.
2. Cada veículo é responsável por abastecer todos os clientes de um determinado setor.

Assim sendo, o problema transforma-se num TSP em que o veículo deve atravessar todos os clientes e o respetivo centro a que estão alocados. Cada cliente e cada centro possuem coordenadas cartesianas (x_i, y_i) . O objetivo é obter uma rota com a mínima distância Euclidiana entre todos os pontos.

Na criação de rotas foi utilizada a meta-heurística PSO (ver subcapítulo 2.6). Ao longo das iterações, um conjunto de parâmetros são ajustados tendo em consideração um elemento cujo valor está mais próximo do objetivo (alvo). Imagine-se um bando de aves em circulação sobre uma área, onde conseguem pressentir uma fonte oculta de comida. Aquela ave que está mais próxima da comida chilreia mais alto e as restantes deslocam-se na sua direção. Se alguma das restantes aves fica mais perto do alvo que a primeira, então chilreia mais alto e as restantes deslocam-se na sua direção. Este padrão continua até uma das aves alcance o foco da comida. É um algoritmo simples de implementar e de adaptar ao problema em análise. No caso deste problema, a partícula não é uma ave, mas uma ordem de clientes, que constituem uma solução.

Este algoritmo tem três variáveis globais:

- Valor alvo ou condição.
- Melhor valor global ($mGlobal$) indica que partícula possui os dados atuais mais próximos do alvo.
- Valor de paragem que indica quando o algoritmo deve parar se o alvo não for encontrado.

E cada partícula consiste em:

- Dados que representam uma solução possível, neste caso uma rota possível, ou seja, um caminho que começa no centro de distribuição, passa por todos os clientes, apenas uma vez, e retorna ao ponto de origem.
- Um valor de velocidade que indica a quantidade de dados que pode ser modificada. Este valor tem de ser, obrigatoriamente, igual ou inferior ao número de clientes do setor em análise.
- Um recorde pessoal de cada partícula (*mPartícula*) onde, para cada partícula, estão registradas as melhores soluções obtidas até ao momento.

A ordem de clientes de cada partícula, ao longo do algoritmo, irá tentar aproximar-se da ordem de clientes da partícula que se encontra mais perto do alvo (*mGlobal*). A velocidade é calculada de acordo com o quão longe um determinado indivíduo se encontra do alvo. O valor *mPartícula* de cada partícula indica a posição mais perto que este esteve do valor alvo.

O valor *mGlobal* apenas muda quando qualquer valor *mPartícula* de qualquer partícula se encontra mais perto do alvo que *mGlobal*. A cada iteração do algoritmo *mGlobal* fica gradualmente mais perto do alvo.

4.7.1 Adaptação ao Problema

São definidas três variáveis fundamentais para o algoritmo como já foi referido:

1. Total de partículas.
2. Velocidade máxima.
3. Número máximo de iterações.

Quanto maior for o total de partículas e o número máximo de iterações maior vai ser o tempo computacional e, consequentemente, maior é a probabilidade de obter o resultado ótimo.

Para simplificar o algoritmo não existe nenhum ponto inicial, nem final, porque é um caminho fechado (como demonstrado na Figura 4.10).

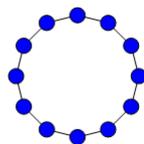


Figura 4.10: Exemplo de solução para um TSP

Tendo em conta que não é conhecida a distância mínima entre todas as partículas (alvo), foi definido como alvo o valor 0. Sabendo à partida que o alvo nunca vai ser atingido, o algoritmo irá

parar quando for atingido o número máximo de iterações. O pseudo-código da Figura 4.11 retrata o algoritmo descrito neste capítulo.

```

Para cada partícula
{
    Inicializar partícula
}

Fazer até obter o valor pretendido (alvo) ou máximo de iterações
{
    Para cada partícula
    {
        Calcular valor de desempenho

        Se valor de desempenho < mPartícula
        {
            mPartícula ← valor de desempenho
        }
        Se pMelhor < gMelhor
        {
            mGlobal ← mPartícula
        }
    }
    Para cada partícula
    {
        Calcular a velocidade da partícula
        Utilizar mGlobal e Velocidade para atualizar a informação da partícula
    }
}

```

Figura 4.11: Pseudo-código do PSO

4.8 Orçamento

O orçamento privilegia a abertura de centros que “produzam” soluções com custo inferior ao seu valor. Engloba duas vertentes: o custo relacionado com a distância percorrida e o custo associado à abertura de centros. No entanto, nesta dissertação, o custo de abertura de centros não foi tido em consideração, pelo que, o orçamento apenas está associado ao custo por distância percorrida. O orçamento é definido pelo agente decisor.

Após cada iteração é calculado o custo total da solução, o que permite ao algoritmo favorecer a abertura de centros, cuja solução teve um custo igual ou inferior ao estipulado pelo agente decisor. Quando o custo é superior ao estipulado, então os centros são desfavorecidos.

Este “favorecimento” de determinados centros visa alcançar soluções menos custosas ao longo das iterações. É obtido através do incremento da importância e provoca, conseqüentemente, um aumento na probabilidade do centro ser aberto (ver subcapítulo 4.2).

Tabela 4.4: Probabilidade de abertura P_j de centros c_j antes da iteração

c_j	c_1	c_2	c_3	c_4	c_5
P_j	18,75%	23,26%	14,97%	17,88%	25,14%

Partindo de uma tabela inicial (Tabela 4.4), assumindo um orçamento de 610, que são abertos os centros c_2 e c_5 e que o custo da rede de distribuição é 588, então a probabilidade de abertura na próxima iteração, destes dois centros, aumenta, neste caso para os valores da Tabela 4.5.

Tabela 4.5: Probabilidade de abertura P_j de centros c_j depois da iteração

c_j	c_1	c_2	c_3	c_4	c_5
P_j	18,22%	24,01%	14,55%	17,37%	25,85%

O aumento da probabilidade de abertura do centro é obtida através do incremento, de 10 pontos, da importância. Caso o custo fosse inferior ao orçamento estipulado, seriam retirados 10 pontos à importância do centro.

4.9 Análise da solução

A análise de cada solução será realizada no final de todas as iterações e contempla os seguintes parâmetros:

1. **Compacidade** - A compacidade está relacionada com concentração/densidade, ou seja, a compacidade avalia concentração de clientes em redor do “centro de massa” da rota em questão. Um valor de compacidade alto significa que a rota tem os seus clientes próximos uns dos outros e que dificilmente será atravessada por uma outra rota.

Para melhor entender a compacidade de uma solução, foi associada a este conceito, a ideia de concentração ou densidade. Cada setor i ($i=1, \dots, k$) possui um valor de compacidade d_i definido pela expressão 4.17. As seguintes equações foram desenvolvidas no artigo [25].

$$d_i = \frac{\sum_j q_{ij}}{\text{dist}(o_i, p_i)} \quad (4.17)$$

q_{ij} representa a capacidade/carga do ponto j presente no setor i e $\text{dist}(o_i, p_i)$ representa a distância euclidiana entre o centro de massa do setor i (o_i) e o ponto mais afastado do centro de massa, pertencente ao mesmo setor (p_i).

Mais uma vez, para ser possível comparar valores de compacidade de setores de diferentes soluções é necessário calcular o coeficiente de variação de compacidade:

$$CV_d = \frac{s'_d}{\bar{d}} \quad (4.18)$$

onde

$$\bar{d} = \frac{\sum_{i=1}^k d_i}{k} \quad (4.19)$$

$$s'_d = \sqrt{\frac{1}{k-1} \sum_{i=1}^k (d_i - \bar{d})^2} \quad (4.20)$$

Uma maior densidade num dado setor é representada por um valor d_i elevado. É desejável que na mesma área/mapa em análise, diferentes setores apresentem valores similares de compacidade.

2. **Equilíbrio de cargas** - O equilíbrio dos valores de procura entre as rotas ou equilíbrio de cargas pode ser importante se o agente decisor pretender que os veículos de transporte viagem com quantidades de mercadoria semelhantes, ou seja, se for desejado que não haja muito “desfasamento” entre as cargas associadas a cada rota.

Para avaliar o equilíbrio de cargas de um setor, isto é, a quantidade que um veículo tem de transportar em cada setor, a medida utilizada é o coeficiente de variação (CV_q) [25], calculado com base nas quantidades $q_i, i=1, \dots, k$, associadas a cada um dos k setores:

$$CV_q = \frac{s'_q}{\bar{q}} \quad (4.21)$$

onde

$$\bar{q} = \frac{\sum_{i=1}^k q_i}{k} \quad (4.22)$$

$$s'_q = \sqrt{\frac{1}{k-1} \sum_{i=1}^k (q_i - \bar{q})^2} \quad (4.23)$$

3. **Equilíbrio de distâncias** - Outro critério importante é o equilíbrio de distâncias que reflete o “desfasamento” entre as distância que cada veículo de transporte de mercadorias percorre. Este equilíbrio de distâncias reflete um consequente equilíbrio nas horas de viagem que cada motorista tem de fazer para cumprir a sua rota.

Para avaliar o equilíbrio de distâncias de um conjunto de setores é utilizado o coeficiente de variação (CV_{dist}). É calculado para k setores com as distâncias de percurso $d_l, l=1, \dots, k$:

$$CV_{dist} = \frac{s'_{dist}}{\overline{dist}} \quad (4.24)$$

onde

$$\overline{dist} = \frac{\sum_{l=1}^k d_l}{k} \quad (4.25)$$

$$s'_{dist} = \sqrt{\frac{1}{k-1} \sum_{i=1}^k (d_i - \overline{dist})^2} \quad (4.26)$$

4. **Custo da solução** - O custo relacionado com este problema pode ter três proveniências principais: a distância percorrida, custo de abertura de centros e o custo associado ao veículo. No entanto, nesta dissertação apenas consideramos a distância percorrida. A análise do custo de abertura de centros e do custo por veículo são excelentes tópicos de análise para trabalho futuro (ver subcapítulo 6.2). Neste problema é, então, considerado que a distância percorrida tem uma relação direta com o custo e que, portanto, quando maior for a distância percorrida pelo veículo de transporte de mercadorias, maior será também o custo associado a esse transporte.

Assim sendo, o custo de cada solução C é calculado pelo somatório das distâncias de cada setor $l, l=1, \dots, k$:

$$C = \sum_{l=1}^k d_l \quad (4.27)$$

5. **Equilíbrio de clientes** - O equilíbrio de clientes por centro de distribuição reflete o equilíbrio que existe entre o número de clientes associados a cada centro de distribuição aberto.

Para avaliar o equilíbrio de clientes de um conjunto de setores é utilizado o coeficiente de variação (CV_C). É calculado para k setores com um quantidade de clientes $c_i, i=1, \dots, k$:

$$CV_c = \frac{s'_c}{\bar{c}} \quad (4.28)$$

onde

$$\bar{c} = \frac{\sum_{i=1}^k c_i}{k} \quad (4.29)$$

$$s'_c = \sqrt{\frac{1}{k-1} \sum_{i=1}^k (c_i - \bar{c})^2} \quad (4.30)$$

6. **Desejabilidade** - A desejabilidade está relacionada com a preferência do agente decisor em relação aos clientes, isto é, o agente decisor decide *a priori* se pretende que dois determinados clientes fiquem na mesma rota ou se, pelo contrário, pretende que esses dois clientes não sejam colocados na mesma rota. O valor da desejabilidade, neste caso, deverá refletir o quanto a solução se enquadra nas preferências do agente decisor. A desejabilidade foi desenvolvida pela primeira vez no artigo [25].

Após uma determinada construção de setores, o grau de desejabilidade deve medir o quão perto a solução está das preferências previamente estabelecidas pelo agente decisor. Neste contexto, seja F o número de grupos identificados pelo decisor como tendo alguma afinidade e $f_i, i=1, \dots, F$, o número de unidades elementares em cada um dos grupos F predefinidos .

Se a setorização envolver a criação de k setores, o número máximo (H) de unidades elementares fora dos F grupos, definidos pelo agente decisor, é representada pela expressão 4.31.

$$H = \sum_{i=1}^F \left(f_i - \min \left\{ f_i - 1; \left\lceil \frac{f_i}{k} \right\rceil \right\} \right) \quad (4.31)$$

Então, é possível calcular a medida de desejabilidade (Des) definida por:

$$Des = 1 - \frac{NE}{H} \quad (4.32)$$

onde NE é o número de elementos “fora dos grupos” desejados (depois da setorização).

Valores perto de 1 indicam que os grupos selecionados são maioritariamente respeitados no processo de setorização, enquanto valores perto de 0 indicam que a setorização não respeitou as preferências.

Apesar de ser uma medida clássica em problemas de setorização, a contiguidade não foi abordada nesta dissertação, visto que, no problema em análise cada ponto (seja cliente ou centro de distribuição) pode ser “ligado” a qualquer outro ponto (ver subcapítulo 2.2.2.3).

Sendo x_{if_j} o resultado obtido para a iteração i , $i = 1, 2, \dots, n$, para a avaliação de cada fator f_j , o resultado normalizado r_{if_j} é dado por:

$$r_{if_j} = \frac{x_{if_j}}{\sum_{i=1}^n x_{if_j}} \quad (4.33)$$

f_i , $i = 1, 2, \dots, 6$, corresponde a cada um dos fatores em análise: compacidade, equilíbrio de cargas, equilíbrio de distâncias, custo, equilíbrio de clientes e desejabilidade, respetivamente.

Tabela 4.6: Avaliação pelos diferentes fatores

iteração	f_1	f_2	f_3	f_4	f_5	f_6
1	x_{1f_1}	x_{1f_2}	x_{1f_3}	x_{1f_4}	x_{1f_5}	x_{1f_6}
2	x_{2f_1}	x_{2f_2}	x_{2f_3}	x_{2f_4}	x_{2f_5}	x_{2f_6}
...
n	r_{nf_1}	r_{nf_2}	r_{nf_3}	r_{nf_4}	r_{nf_5}	r_{nf_6}

Sendo a r_{if_j} o resultado normalizado obtido para a iteração i , $i = 1, 2, \dots, n$, para cada fator f_j , $j = 1, 2, \dots, 6$, a classificação final c_i é dada por:

$$c_i = \left(\sum_{j=1}^5 w_j \times r_{if_j} \right) - w_6 \times r_{if_6} \quad (4.34)$$

w_j é a prioridade do fator j (ver subcapítulo 4.3). O tempo para cada iteração, i , é representado por t_i . Em todos os fatores, excepto a desejabilidade, quanto menor o valor da sua avaliação melhor, daí na expressão 4.34, o valor w_6 , correspondente à desejabilidade, ter sinal oposto à restantes avaliações. Assim sendo, quanto menor o valor de c_i , melhor a classificação.

A Tabela 4.7 representa a organização de resultados presente no Capítulo 5.

Tabela 4.7: Avaliação de fatores normalizada e classificação de iterações

iteração	f_1	f_2	f_3	f_4	f_5	f_6	Tempo (seg)	Classificação final
1	r_{1f_1}	r_{1f_2}	r_{1f_3}	r_{1f_4}	r_{1f_5}	r_{1f_6}	t_1	c_1
2	r_{2f_1}	r_{2f_2}	r_{2f_3}	r_{2f_4}	r_{2f_5}	r_{2f_6}	t_2	c_2
...
n	r_{nf_1}	r_{nf_2}	r_{nf_3}	r_{nf_4}	r_{nf_5}	r_{nf_6}	t_n	c_n

Capítulo 5

Resultados Computacionais

5.1 Introdução

Este capítulo apresenta os principais resultados computacionais obtidos aquando da aplicação da abordagem descrita no Capítulo 4. São realizadas diversas variações de parâmetros, com o intuito de analisar o funcionamento da abordagem. Com a finalidade de aproximar, o mais possível, o problema à realidade é importante referir que nenhum veículo atinge a capacidade máxima definida. Todos os setores foram construídos de forma a garantir que pelo menos 5% do veículo se encontra vazio, de forma a evitar a utilização de um veículo na sua capacidade máxima.

De um aprofundado estudo com instância de 50 clientes e 5 centros (ver Anexo A), será comparada a melhor solução obtida com o melhor resultado do artigo [2]. Tendo em consideração que este artigo privilegia a obtenção do menor custo, foram realizadas iterações, onde o veículo pode atingir 100% da sua capacidade. A capacidade do veículo é 160.

A Tabela 5.1 indica as probabilidades iniciais, que foram obtidas, de cada centro ser escolhido.

Tabela 5.1: Probabilidade de abertura inicial P_j de centros c_j

c_j	c_1	c_2	c_3	c_4	c_5
P_j	18,75%	23,25%	14,97%	17,88%	25,15%

Como é possível verificar os centros c_2 e c_5 são os únicos que apresentam uma probabilidade de abertura, inicial, superior a 20%. Pelo que, à partida, serão os dois centros mais importantes.

Todas as soluções apresentadas nas Figuras 5.1, 5.2, 5.3, 5.4, 5.5, 5.7, 5.8, 5.9, 5.10, 5.17, 5.18, 6.1 e 6.2, apresentam a diferentes cores, diferentes setores, tal como é ilustrado na legenda da respetiva figura.

É também necessário relembrar que f_i , $i = 1, 2, \dots, 6$, corresponde a cada um dos fatores em análise: capacidade, equilíbrio de cargas, equilíbrio de distâncias, custo, equilíbrio de clientes e desejabilidade, respetivamente.

5.2 Variação do equilíbrio de clientes por centro de distribuição

Foram analisados os resultados para dois valores de equilíbrio de clientes por centro de distribuição: 45% e 90%, ou seja, será analisado o custo associado a diferentes variações de clientes por centro de distribuição

Para analisar o impacto do equilíbrio de clientes por centro foram estabilizadas as seguintes variáveis:

- **Orçamento:** 610
- **Número de centros:** 2
- **Número de iterações:** 20

A nível do algoritmo PSO foram estabilizadas as seguintes variáveis:

- **Total de partículas:** 12
- **Velocidade máxima:** 4
- **Máximo de iterações:** 2000

Em relação à prioridade dos fatores, o custo foi privilegiado nove vezes em relação à capacidade, aos equilíbrios de carga, de distâncias e de clientes e à deseabilidade, tal como demonstra a matriz de prioridades W seguinte:

$$W = \begin{bmatrix} 0.071490 \\ 0.071490 \\ 0.071490 \\ 0.642552 \\ 0.071490 \\ 0.071490 \end{bmatrix}$$

5.2.1 Equilíbrio de clientes por centro de distribuição definido a 45%

Como é possível verificar na Tabela 5.2, a iteração com a melhor classificação (para um equilíbrio de 45%) é a décima-primeira (dados na Tabela 5.3).

No entanto, foi verificado logo na primeira iteração a existência de outra solução com os mesmo centros, cujos dados estão presentes na Tabela 5.3. Como é possível verificar, na primeira iteração c_2 tem 22 clientes alocados e c_5 tem 28. Na melhor solução obtida (ver Tabela 5.3), na décima-primeira iteração, c_2 tem 25 clientes alocados e c_5 tem 25. Este maior equilíbrio de clientes deve-se ao facto da importância de c_2 ter aumentado (ver Tabela 5.4). Este aumento da importância de c_2 originou uma maior atração de clientes na pré-setorização. (ver subcapítulo 4.4).

Tabela 5.2: Resultados para 45% de equilíbrio de clientes em centros

iteração	f_1	f_2	f_3	f_4	f_5	f_6	Tempo (seg)	Classificação final
1	0.047805	0.048031	0.052475	0.043908	0.054228	0.000000	25.945938	0.042693
2	0.053764	0.057608	0.054981	0.048316	0.046357	0.000000	52.564362	0.046252
3	0.066160	0.050692	0.052488	0.053717	0.023781	0.000000	78.626060	0.048322
4	0.037716	0.040113	0.039027	0.047980	0.072910	0.000000	105.273216	0.044396
5	0.040263	0.053501	0.057490	0.042834	0.064252	0.000000	134.488388	0.042930
6	0.071293	0.036681	0.038347	0.057330	0.044471	0.000000	160.521103	0.050477
7	0.055696	0.068575	0.063054	0.050384	0.046357	0.000000	188.469162	0.04908
8	0.065806	0.063861	0.040520	0.053358	0.046357	0.000000	214.557037	0.049766
9	0.065203	0.044520	0.062223	0.047356	0.044471	0.000000	239.291504	0.045900
10	0.056179	0.042316	0.048533	0.063768	0.031006	0.000000	265.404999	0.053702
11	0.040263	0.053501	0.057011	0.042769	0.064252	0.000000	291.764221	0.042854
12	0.040118	0.063235	0.044829	0.050980	0.061094	0.000000	318.389038	0.047718
13	0.040118	0.063235	0.049595	0.051942	0.061094	0.000000	344.528748	0.048677
14	0.054268	0.051210	0.045374	0.044209	0.054998	0.000000	370.665070	0.043123
15	0.040118	0.063235	0.049595	0.051942	0.061094	0.000000	344.528748	0.048677
16	0.051091	0.047718	0.053342	0.044904	0.050447	0.000000	423.741791	0.043337
17	0.040263	0.053501	0.057490	0.042834	0.064252	0.000000	134.488388	0.042930
18	0.052270	0.030517	0.046488	0.048724	0.058084	0.000000	474.151215	0.044702
19	0.040118	0.063235	0.046491	0.051472	0.061094	0.000000	500.362366	0.048153
20	0.056179	0.042316	0.048533	0.063768	0.031006	0.000000	527.151367	0.053702

Tabela 5.3: Informação detalhada das iterações n.º1 e n.º11 (Tabela 5.2)

Iteração	1	11
Centros abertos	c_2 e c_5	c_2 e c_5
Clientes por centro	22 e 28	25 e 25
Distância total percorrida	588.376831	573.116699

Tabela 5.4: Probabilidade de abertura P_j de centros c_j depois das 20 iterações presentes na Tabela 5.2

c_j	c_1	c_2	c_3	c_4	c_5
P_j	9,64%	29,53%	16,34%	16,34%	28,15%

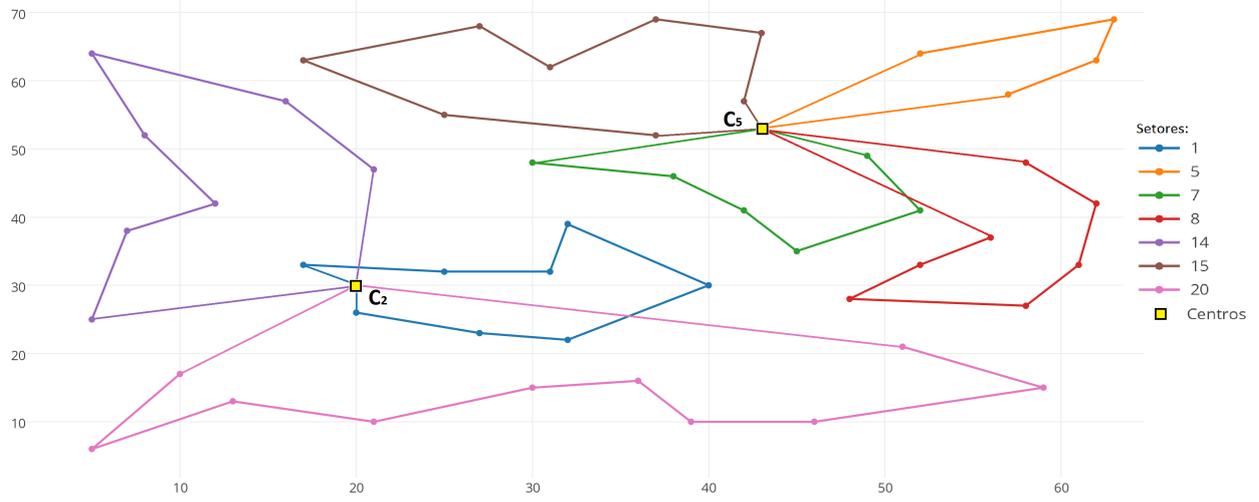


Figura 5.1: Iteração 11 para 45% de equilíbrio de clientes em centros - Melhor solução

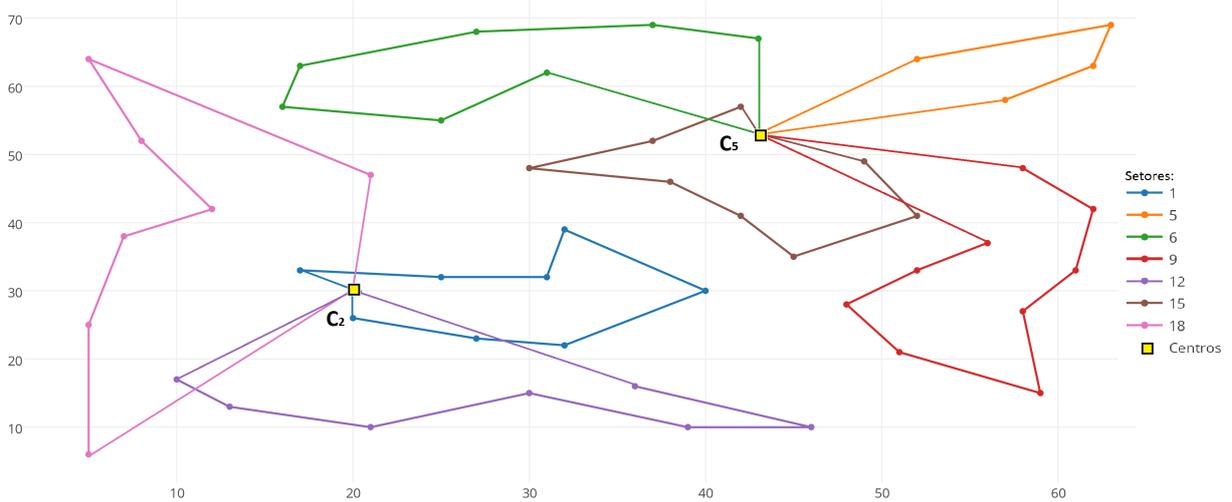


Figura 5.2: Iteração 1 para 45% de equilíbrio de clientes em centros

5.2.2 Equilíbrio de clientes por centro de distribuição definido a 90%

Como é possível verificar na Tabela 5.5, a iteração com a melhor classificação (para um equilíbrio de 90%) é a décima-sexta.

Tabela 5.5: Resultados para 90% de equilíbrio de clientes em centros

iteração	f_1	f_2	f_3	f_4	f_5	f_6	Tempo (seg)	Classificação final
1	0.055768	0.053304	0.047288	0.045313	0.048776	0.000000	26.475960	0.043781
2	0.054545	0.056825	0.049301	0.053147	0.052432	0.000000	53.151642	0.049384
3	0.054545	0.056825	0.049439	0.052858	0.052432	0.000000	79.364273	0.049209
4	0.045658	0.060030	0.062281	0.052748	0.059070	0.000000	106.892975	0.050124
5	0.045658	0.060030	0.062516	0.052789	0.059070	0.000000	133.132065	0.050167
6	0.046471	0.026390	0.067256	0.056919	0.058994	0.000000	157.784653	0.050808
7	0.036291	0.027191	0.039995	0.051216	0.029497	0.000000	182.391586	0.042415
8	0.045658	0.060030	0.062649	0.052846	0.059070	0.000000	208.073898	0.050214
9	0.055768	0.053304	0.047288	0.045313	0.048776	0.000000	234.062012	0.043781
10	0.055768	0.053304	0.047288	0.045313	0.048776	0.000000	261.074249	0.043781
11	0.055768	0.053304	0.047288	0.045313	0.048776	0.000000	289.391541	0.043781
12	0.054545	0.056825	0.049301	0.053147	0.052432	0.000000	318.273102	0.049384
13	0.055768	0.053304	0.047288	0.045313	0.048776	0.000000	347.617004	0.043781
14	0.054545	0.056825	0.050408	0.053280	0.052432	0.000000	376.142303	0.049549
15	0.057029	0.046066	0.044652	0.049157	0.048776	0.000000	405.139282	0.045635
16	0.025945	0.034160	0.035508	0.045510	0.048776	0.000000	436.081665	0.039565
17	0.025945	0.034160	0.035508	0.045510	0.048776	0.000000	465.406982	0.039565
18	0.054545	0.056825	0.050408	0.053280	0.052432	0.000000	492.044678	0.049549
19	0.065237	0.044473	0.054897	0.048171	0.029497	0.000000	517.392334	0.046829
20	0.054545	0.056825	0.049439	0.052858	0.052432	0.000000	544.956055	0.049209

Apesar de o custo ser o fator com maior prioridade na avaliação de soluções, a solução com melhor classificação não apresenta o melhor custo. A primeira iteração é aquela que apresenta menor custo. A décima-sexta iteração obteve a melhor classificação, porque apresenta valores bem mais reduzidos na compacidade, no equilíbrio de cargas e no equilíbrio de distâncias (ver Tabela 5.5).

Tabela 5.6: Informação detalhada das iterações n.º1 e n.º16 (Tabela 5.2)

Iteração	1	16
Centros abertos	c_2 e c_5	c_4 e c_5
Clientes por centro	23 e 27	23 e 27
Distância total percorrida	601.726685	604.338562

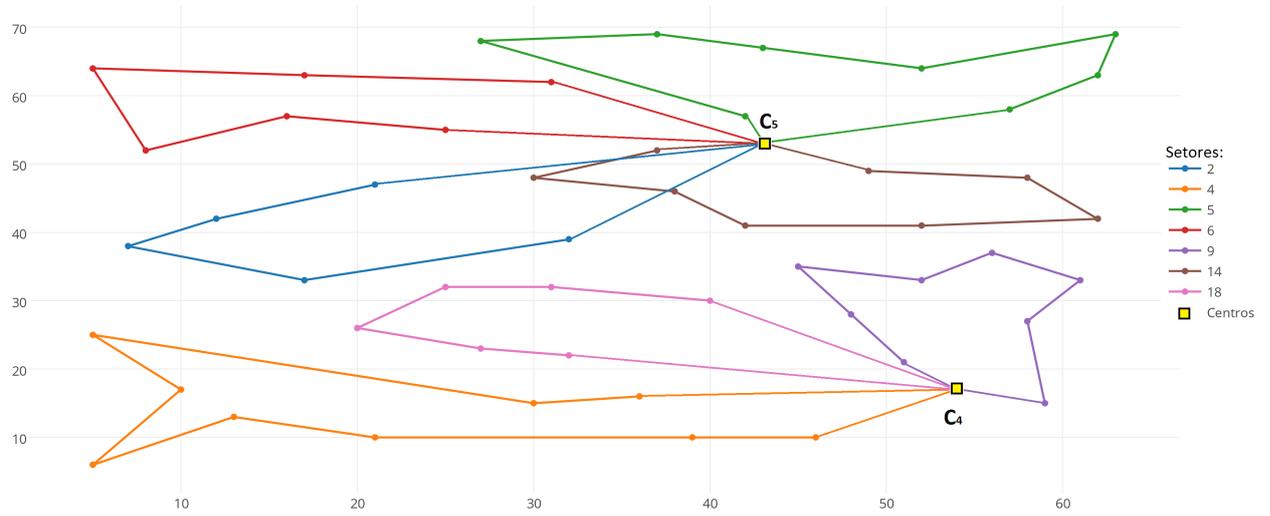


Figura 5.3: Iteração 16 para 90% de equilíbrio de clientes em centros - Melhor solução

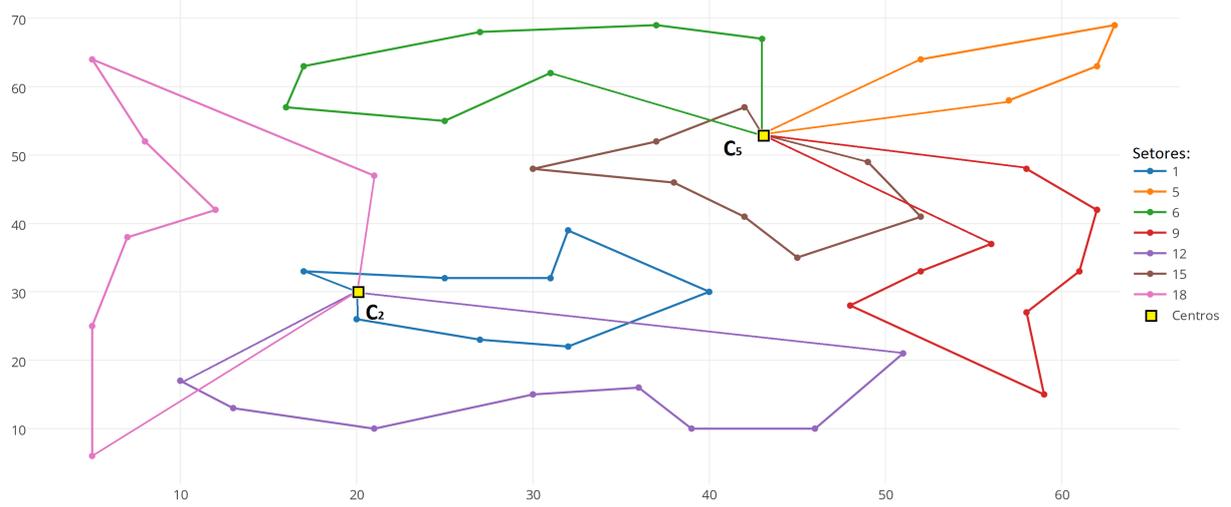


Figura 5.4: Iteração 1 para 90% de equilíbrio de clientes em centros - Menor custo

5.3 Variação das prioridades

Foram analisados os resultados para a preferência por diferentes fatores de avaliação de setores: compacidade, desejabilidade, equilíbrio de distâncias, de cargas e de clientes. Tendo em consideração que o custo foi o fator com maior preferência no subcapítulo 5.2, não foi privilegiado neste subcapítulo.

Para todas as preferências, exceto na desejabilidade, foram analisadas as iterações com melhor classificação, com menor custo e com melhor classificação no fator em análise. Na preferência pela desejabilidade foi definida uma preferência pela junção de três clientes no mesmo setor e foram analisadas três situações diferentes.

Foram estabilizadas as seguintes variáveis:

- **Orçamento:** 610
- **Número de centro:** 2
- **Número de iterações:** 20

A nível do algoritmo PSO foram estabilizadas as seguintes variáveis:

- **Total de partículas:** 12
- **Velocidade máxima:** 4
- **Máximo de iterações:** 2000

5.3.1 Preferência pela compacidade

Em relação à prioridade dos fatores, a compacidade foi privilegiada nove vezes em relação ao custo, aos equilíbrios de carga, de distâncias e de clientes e à desejabilidade, tal como demonstra a matriz de prioridades W seguinte:

$$W = \begin{bmatrix} 0.642552 \\ 0.071490 \\ 0.071490 \\ 0.071490 \\ 0.071490 \\ 0.071490 \end{bmatrix}$$

Para esta análise foi ainda definido:

- **Equilíbrio clientes por centro:** 95%

Deste conjunto de iterações são analisadas três (ver Tabela 5.8). A melhor classificação (n.º18), a menor distância (n.º4) e a maior compacidade (n.º3). Na Figura 5.5 está representada a melhor solução obtida.

Tabela 5.7: Resultados para a preferência pela compacidade

iteração	f_1	f_2	f_3	f_4	f_5	f_6	Tempo (seg)	Classificação final
1	0.048986	0.049530	0.067141	0.048963	0.040768	0.000000	24.572767	0.046232
2	0.054941	0.024495	0.059511	0.054320	0.063313	0.000000	49.120029	0.049718
3	0.039808	0.068669	0.043960	0.055396	0.052953	0.000000	77.696663	0.041376
4	0.045156	0.064418	0.054193	0.044422	0.058902	0.000000	104.128677	0.044881
5	0.045156	0.064418	0.055738	0.044652	0.058902	0.000000	130.686096	0.045008
6	0.048182	0.027554	0.058209	0.055911	0.047420	0.000000	155.606277	0.044478
7	0.063077	0.049627	0.036852	0.051798	0.050418	0.000000	180.127899	0.054020
8	0.054941	0.024495	0.059468	0.054229	0.063313	0.000000	204.393845	0.049708
9	0.046809	0.061018	0.042276	0.045445	0.052953	0.000000	230.371933	0.044496
10	0.067851	0.043310	0.052836	0.049591	0.022110	0.000000	256.192535	0.055597
11	0.046809	0.061018	0.043331	0.045622	0.052953	0.000000	282.731903	0.044584
12	0.039808	0.068669	0.043092	0.055173	0.052953	0.000000	308.650818	0.041298
13	0.054941	0.024495	0.058735	0.053892	0.063313	0.000000	332.911560	0.049632
14	0.046809	0.061018	0.042276	0.045445	0.052953	0.000000	358.798035	0.044496
15	0.046809	0.061018	0.042276	0.045445	0.052953	0.000000	384.705933	0.044496
16	0.046809	0.061018	0.042276	0.045445	0.052953	0.000000	410.731812	0.044496
17	0.048182	0.027554	0.061165	0.054637	0.047420	0.000000	435.231964	0.044598
18	0.040268	0.053350	0.042577	0.054128	0.038384	0.000000	461.146942	0.039346
19	0.067851	0.043310	0.051810	0.050043	0.022110	0.000000	485.694855	0.055556
20	0.046809	0.061018	0.042276	0.045445	0.052953	0.000000	511.504395	0.044960

Tabela 5.8: Informação detalhada das iterações n.º3, n.º4 e n.º11 (Tabela 5.7)

Iteração	3	4	18
Centros abertos	c_1 e c_2	c_2 e c_5	c_3 e c_4
Cientes por centro	26 e 24	25 e 25	24 e 26
Distância total percorrida	717.565125	575.413025	701.146729
Compacidade	0.270351	0.306669	0.273476
Equilíbrio de distâncias	0.242128	0.227139	0.188114
Equilíbrio de cargas	0.278769	0.34664	0.270001
Equilíbrio de clientes	0.234663	0.261024	0.170098

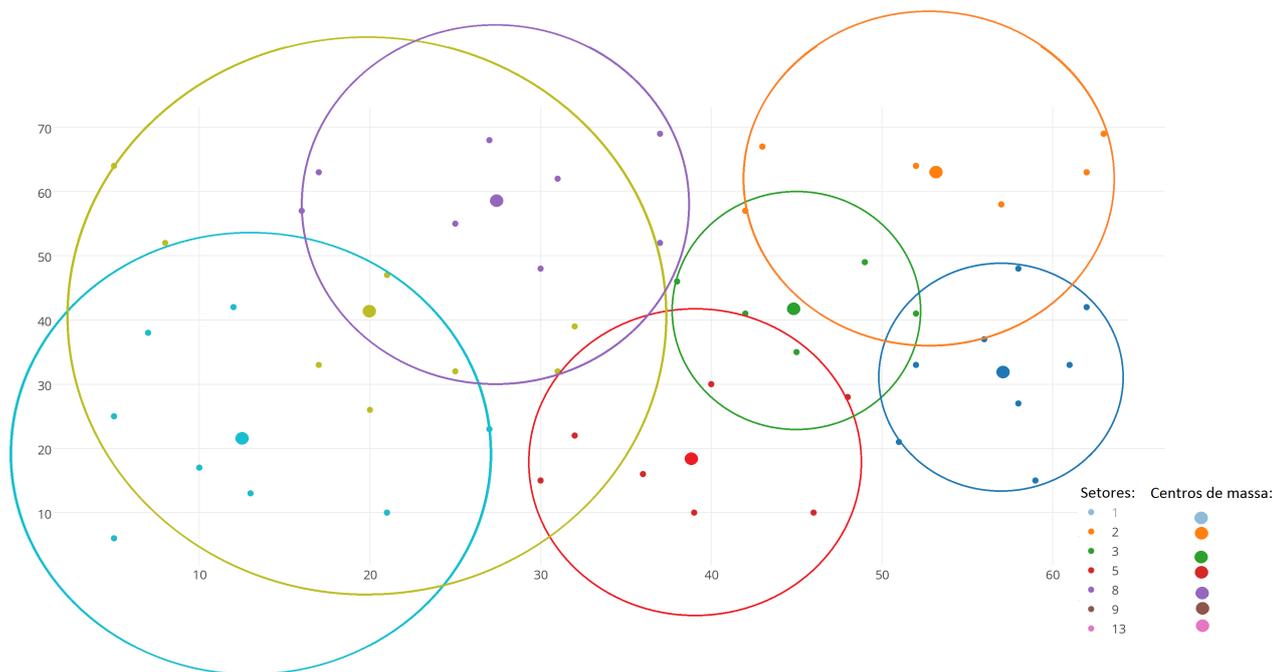


Figura 5.5: Imagem ilustrativa da compacidade da melhor classificação (n.º18). Compacidade em cada setor: 1 - 5.233; 2 - 6.467; 3 - 5.788; 5 - 7.021; 8 - 11.305; 9 - 8.148; 13 - 8.448

5.3.2 Preferência pela desejabilidade

Em relação à prioridade dos fatores, a desejabilidade foi privilegiada nove vezes em relação à compacidade ao custo, equilíbrio de carga, de distâncias e de clientes, tal como demonstra a matriz de prioridades W seguinte:

$$W = \begin{bmatrix} 0.071490 \\ 0.071490 \\ 0.071490 \\ 0.071490 \\ 0.071490 \\ 0.642552 \end{bmatrix}$$

Para esta análise foi ainda definido:

- **Equilíbrio clientes por centro:** 75%

Nesta análise foi considerado como desejável que os clientes 20, 35 e 36 fossem alocados no mesmo setor (ver Figura 5.6).

Deste conjunto de iterações são analisadas três. A melhor classificação (n.º11) que verifica os 3 clientes no mesmo setor. São também abordadas na Tabela 5.10 a iteração n.º10, com 2 clientes no mesmo setor e a iteração n.º2 com os 3 clientes em 3 setores distintos.

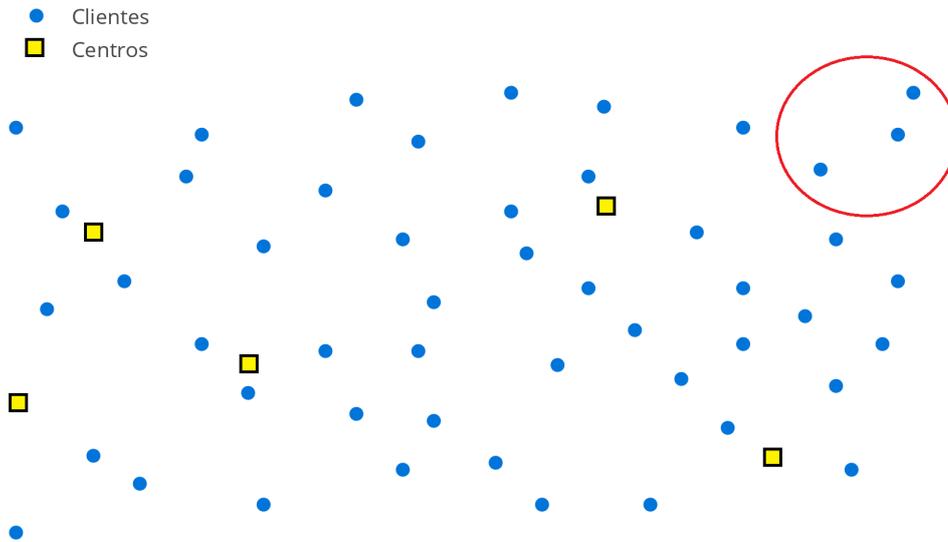


Figura 5.6: Clientes 20, 35 e 36 desejados no mesmo setor

Dada uma importância tão elevada à desejabilidade, é fácil perceber que, neste caso, quanto maior for o respeito pelas preferências do agente decisor, maior será a classificação final atribuída à solução (Ver Tabelas 5.9 e 5.10 e Figura 5.7 onde estão representadas as rotas referentes à melhor solução obtida).

Tabela 5.9: Resultados para a preferência pela desejabilidade

iteração	f_1	f_2	f_3	f_4	f_5	f_6	Tempo (seg)	Classificação final
1	0.039255	0.056082	0.060388	0.051661	0.058678	0.057143	27.317736	-0.017700
2	0.071606	0.051951	0.037436	0.048952	0.039454	0.000000	52.945057	0.017830
3	0.048554	0.046376	0.056856	0.047895	0.057493	0.057143	77.377663	-0.018330
4	0.054861	0.048082	0.054238	0.046029	0.047535	0.057143	103.219063	-0.018790
5	0.071606	0.051951	0.037436	0.048952	0.039454	0.000000	128.975677	0.017830
6	0.046207	0.040701	0.040587	0.050948	0.043682	0.057143	155.528702	-0.020840
7	0.048554	0.046376	0.057296	0.047615	0.057493	0.057143	180.388062	-0.018320
8	0.039255	0.056082	0.060388	0.051661	0.058678	0.057143	207.963089	-0.017700
9	0.039255	0.056082	0.060388	0.051661	0.058678	0.057143	235.324127	-0.017700
10	0.062503	0.066571	0.053537	0.064660	0.060544	0.028571	261.315704	-0.00365
11	0.042495	0.034632	0.036605	0.044427	0.047535	0.057143	287.235565	-0.022010
12	0.045839	0.056787	0.040728	0.045717	0.039454	0.057143	313.176086	-0.020380
13	0.053416	0.040513	0.054430	0.055031	0.047535	0.057143	339.000183	-0.018780
14	0.048554	0.046376	0.055186	0.047077	0.057493	0.057143	363.537292	-0.018510
15	0.048554	0.046376	0.057647	0.048040	0.057493	0.057143	388.690399	-0.018270
16	0.046207	0.040701	0.040587	0.050948	0.043682	0.057143	414.980072	-0.020840
17	0.045839	0.056787	0.040728	0.045717	0.039454	0.057143	441.502686	-0.020380
18	0.053416	0.040513	0.055156	0.055200	0.047535	0.057143	467.309967	-0.018710
19	0.054769	0.060979	0.039995	0.046146	0.039454	0.057143	493.176300	-0.019460
20	0.039255	0.056082	0.060388	0.051661	0.058678	0.057143	520.534241	-0.017700

Tabela 5.10: Informação detalhada das iterações n.º2, n.º10 e n.º11 (Tabela 5.9)

Iteração	2	10	11
Centros abertos	c_3 e c_5	c_2 e c_3	c_2 e c_5
Cientes por centro	19 e 31	31 e 19	21 e 29
Distância total percorrida	639.929688	845.275940	580.780273
Compacidade	0.507919	0.443347	0.301429
Equilíbrio de distâncias	0.218890	0.280488	0.145916
Equilíbrio de cargas	0.217087	0.310453	0.212268
Equilíbrio de clientes	0.170098	0.261024	0.204939
Desejabilidade	0	0.5	1

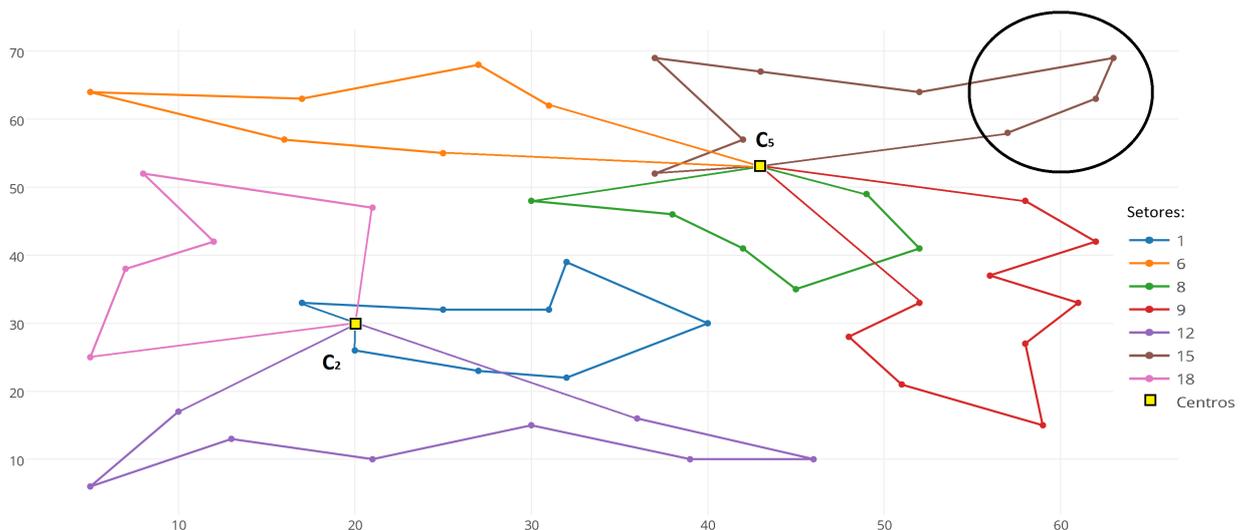


Figura 5.7: A melhor classificação (n.º11) que possui os 3 clientes no mesmo setor

5.3.3 Preferência pelo equilíbrio de distâncias

Em relação à prioridade dos fatores, o equilíbrio de distâncias foi privilegiado nove vezes em relação à compacidade, ao custo, aos equilíbrios de carga e de clientes e à deseabilidade, tal como demonstra a matriz de prioridades W seguinte:

$$W = \begin{bmatrix} 0.071490 \\ 0.071490 \\ 0.642552 \\ 0.071490 \\ 0.071490 \\ 0.071490 \end{bmatrix}$$

Para esta análise foi ainda definido:

- **Equilíbrio clientes por centro: 75%**

Tabela 5.11: Resultados para a preferência pelo equilíbrio de distâncias

iteração	f_1	f_2	f_3	f_4	f_5	f_6	Tempo (seg)	Classificação final
1	0.051200	0.060542	0.056367	0.045180	0.047875	0.000000	25.884949	0.050860
2	0.072047	0.069329	0.034899	0.064860	0.047875	0.000000	51.943943	0.040591
3	0.051200	0.060542	0.057180	0.045308	0.047875	0.000000	77.975113	0.051391
4	0.053715	0.030658	0.073390	0.047884	0.052194	0.000000	102.275467	0.060343
5	0.052872	0.041374	0.059634	0.054205	0.047875	0.000000	128.001099	0.052353
6	0.042805	0.061969	0.034452	0.048250	0.054818	0.000000	153.746201	0.036996
7	0.032617	0.033946	0.042083	0.049308	0.043994	0.000000	179.541794	0.0338469
8	0.072047	0.069329	0.033491	0.065125	0.047875	0.000000	205.490112	0.039705
9	0.052872	0.041374	0.059807	0.054241	0.047875	0.000000	231.103683	0.052467
10	0.042779	0.044716	0.065617	0.050926	0.063833	0.000000	256.920502	0.056662
11	0.052347	0.031214	0.060765	0.052251	0.051464	0.000000	282.652252	0.052433
12	0.045990	0.047991	0.024088	0.046013	0.043994	0.000000	308.488037	0.028631
13	0.035439	0.054035	0.032163	0.048450	0.054818	0.000000	334.127808	0.034446
14	0.053715	0.030658	0.073680	0.047964	0.052194	0.000000	358.286865	0.060535
15	0.042779	0.044716	0.065344	0.050870	0.063833	0.000000	384.033630	0.056442
16	0.051200	0.060542	0.058368	0.045491	0.047875	0.000000	409.761169	0.052168
17	0.051200	0.060542	0.059669	0.045688	0.047875	0.000000	435.576782	0.053018
18	0.045990	0.047991	0.024088	0.046013	0.043994	0.000000	461.369568	0.028631
19	0.045990	0.047991	0.024029	0.046105	0.043994	0.000000	487.191742	0.028600
20	0.051200	0.060542	0.060885	0.045868	0.047875	0.000000	512.889282	0.053812

Deste conjunto de iterações são analisadas duas (ver Tabela 5.12). A iteração com melhor classificação e com melhor equilíbrio de distâncias (n.º19) e a iteração com menor custo (n.º1). Na Figura 5.8 estão representadas as rotas referentes à melhor solução obtida.

5.3.4 Preferência pelo equilíbrio de cargas

Em relação à prioridade dos fatores, o equilíbrio de cargas foi privilegiado nove vezes em relação à compacidade ao custo, aos equilíbrios de distâncias e de clientes e à deseabilidade, tal como demonstra a matriz de prioridades W (ver página 56).

Tabela 5.12: Informação detalhada das iterações n.º1 e n.º19 (Tabela 5.11)

Iteração	1	19
Centros abertos	c_1 e c_5	c_2 e c_5
Cientes por centro	19 e 31	19 e 31
Distância total percorrida	599.616943	611.893250
Compacidade	0.366913	0.329579
Equilíbrio de distâncias	0.249773	0.197993
Equilíbrio de cargas	0.298342	0.127181
Equilíbrio de clientes	0.204939	0.188326

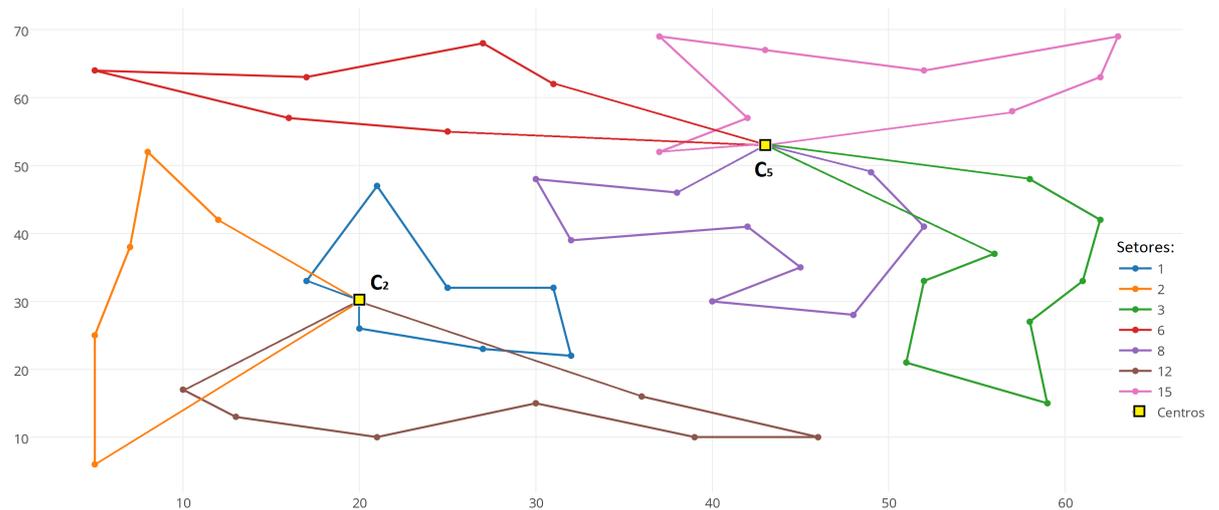


Figura 5.8: Melhor classificação e melhor equilíbrio de distâncias. Distância percorrida por setor: 1 - 67.091; 2 - 99.683; 3 - 99.141; 6 - 85.801; 8 - 87.648; 12 - 90.458; 15 - 82.068

$$W = \begin{bmatrix} 0.071490 \\ 0.642552 \\ 0.071490 \\ 0.071490 \\ 0.071490 \\ 0.071490 \end{bmatrix}$$

Para esta análise foi ainda definido:

- **Equilíbrio clientes por centro: 75%**

Tabela 5.13: Resultados para a preferência pelo equilíbrio de cargas

iteração	f_1	f_2	f_3	f_4	f_5	f_6	Tempo (seg)	Classificação final
1	0.056762	0.053354	0.054174	0.045621	0.049755	0.000000	25.923746	0.049032
2	0.047791	0.048269	0.059844	0.052182	0.061713	0.000000	52.929352	0.046853
3	0.060009	0.033094	0.067401	0.048961	0.050461	0.000000	78.424011	0.037481
4	0.057198	0.065352	0.055225	0.047004	0.046285	0.000000	105.066734	0.056698
5	0.036439	0.036643	0.038974	0.050673	0.042533	0.000000	131.812286	0.035600
6	0.060009	0.033094	0.068203	0.049396	0.050461	0.000000	156.699005	0.037569
7	0.047820	0.066892	0.032222	0.049549	0.052998	0.000000	183.265762	0.056035
8	0.047791	0.048269	0.058878	0.051950	0.061713	0.000000	209.356842	0.046767
9	0.053434	0.056161	0.038327	0.046803	0.038416	0.000000	235.507843	0.048739
10	0.053434	0.056161	0.039357	0.047130	0.038416	0.000000	262.354401	0.048836
11	0.047791	0.048269	0.057529	0.051608	0.061713	0.000000	288.452850	0.046640
12	0.031354	0.053561	0.044980	0.052641	0.038416	0.000000	314.994934	0.046383
13	0.053434	0.056161	0.039784	0.047250	0.038416	0.000000	341.449921	0.048875
14	0.060009	0.033094	0.068103	0.049492	0.050461	0.000000	366.669830	0.037569
15	0.036439	0.036643	0.038974	0.050673	0.042533	0.000000	393.357117	0.035600
16	0.047791	0.048269	0.060137	0.052251	0.061713	0.000000	421.223999	0.046878
17	0.059066	0.044662	0.055264	0.055780	0.046285	0.000000	448.862854	0.044168
18	0.047791	0.048269	0.058220	0.051786	0.061713	0.000000	476.088928	0.046708
19	0.047820	0.066892	0.032222	0.049549	0.052998	0.000000	503.120422	0.056035
20	0.047820	0.066892	0.032180	0.049698	0.052998	0.000000	529.664185	0.057043

Deste conjunto de iterações são analisadas três (Ver Tabela 5.14). A iteração com melhor classificação (n.º5), com menor custo (n.º1) e com melhor equilíbrio de cargas (n.º3). Na Figura 5.9 estão representadas as rotas referentes à melhor solução obtida.

5.3.5 Preferência pelo equilíbrio de clientes

Em relação à prioridade dos fatores, o equilíbrio de clientes foi privilegiado nove vezes em relação à compacidade ao custo, aos equilíbrios de distâncias e de clientes e à deseabilidade, tal como demonstra a matriz de prioridades W seguinte:

$$W = \begin{bmatrix} 0.071490 \\ 0.071490 \\ 0.071490 \\ 0.071490 \\ 0.642552 \\ 0.071490 \end{bmatrix}$$

Tabela 5.14: Informação detalhada das iterações n.º1, n.º3 e n.º5 (Tabela 5.13)

Iteração	1	3	5
Centros abertos	c_2 e c_5	c_4 e c_5	c_2 e c_4
Cientes por centro	22 e 28	19 e 31	31 e 19
Distância total percorrida	588.376831	631.457397	653.535034
Compacidade	0.364114	0.384939	0.233747
Equilíbrio de distâncias	0.203917	0.126485	0.140051
Equilíbrio de cargas	0.309405	0.384955	0.222594
Equilíbrio de clientes	0.220303	0.223428	0.188326

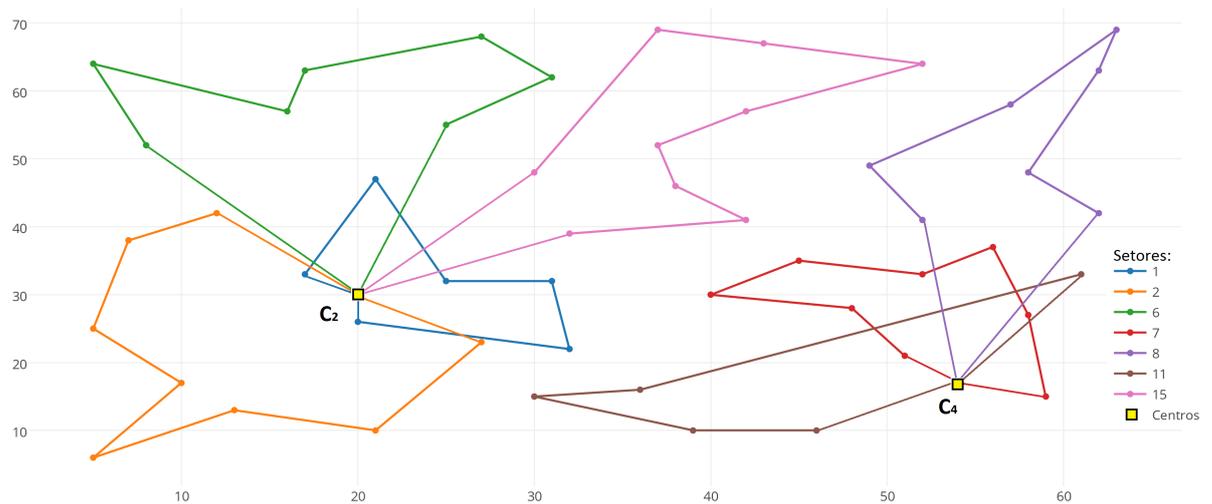


Figura 5.9: Melhor classificação. Carga total por setor: 1 - 128; 2 - 131; 63 - 103; 6 - 113; 8 - 110; 12 - 85; 15 - 107

Para esta análise foi ainda definido:

- **Equilíbrio clientes por centro: 85%**

Tabela 5.15: Resultados para a preferência pelo equilíbrio de clientes

iteração	f_1	f_2	f_3	f_4	f_5	f_6	Tempo (seg)	Classificação final
1	0.056927	0.045314	0.049213	0.051191	0.044434	0.000000	28.356968	0.043038
2	0.046419	0.041994	0.037651	0.057041	0.046582	0.000000	58.796055	0.043021
3	0.058891	0.057170	0.046091	0.051020	0.039821	0.000000	88.921295	0.040826
4	0.050595	0.046078	0.044855	0.048701	0.049618	0.000000	119.151161	0.045482
5	0.050064	0.064272	0.063998	0.047935	0.074697	0.000000	147.969589	0.064173
6	0.046556	0.054753	0.064251	0.052693	0.072953	0.000000	176.968277	0.062479
7	0.050064	0.064272	0.068172	0.049624	0.074697	0.000000	205.860291	0.064592
8	0.051112	0.046555	0.053342	0.049621	0.044434	0.000000	234.446228	0.042894
9	0.050064	0.064272	0.069287	0.049068	0.074697	0.000000	263.376831	0.064632
10	0.058891	0.057170	0.045562	0.051048	0.039821	0.000000	293.591156	0.040791
11	0.050595	0.046078	0.044713	0.048902	0.049618	0.000000	324.030701	0.045486
12	0.040564	0.035781	0.043141	0.046348	0.038201	0.000000	352.626465	0.036401
13	0.051885	0.043674	0.050417	0.047669	0.039821	0.000000	382.705627	0.039430
14	0.042347	0.053060	0.045237	0.048177	0.049894	0.000000	411.337830	0.045558
15	0.051112	0.046555	0.048756	0.048877	0.044434	0.000000	439.889954	0.042513
16	0.051112	0.046555	0.047584	0.048845	0.044434	0.000000	468.393524	0.042427
17	0.046926	0.051502	0.051105	0.049297	0.047243	0.000000	497.052063	0.044570
18	0.058891	0.057170	0.046091	0.051020	0.039821	0.000000	527.246338	0.040826
19	0.046419	0.041994	0.037651	0.057041	0.046582	0.000000	557.728149	0.043021
20	0.040564	0.035781	0.042882	0.045881	0.038201	0.000000	586.413696	0.036349

Deste conjunto de iterações é analisada uma (ver Tabela 5.16). A iteração com melhor classificação, menor custo e melhor equilíbrio de clientes por setor - iteração n.º20. Na Figura 5.10 estão representadas as rotas referentes à melhor solução obtida.

Tabela 5.16: Informação detalhada da iteração n.º20 (Tabela 5.15)

Iteração	20
Centros abertos	c_1 e c_5
Clientes por centro	22 e 28
Distância total percorrida	574.844238
Compacidade	0.283850
Equilíbrio de distâncias	0.277289
Equilíbrio de cargas	0.188755
Equilíbrio de clientes	0.180665

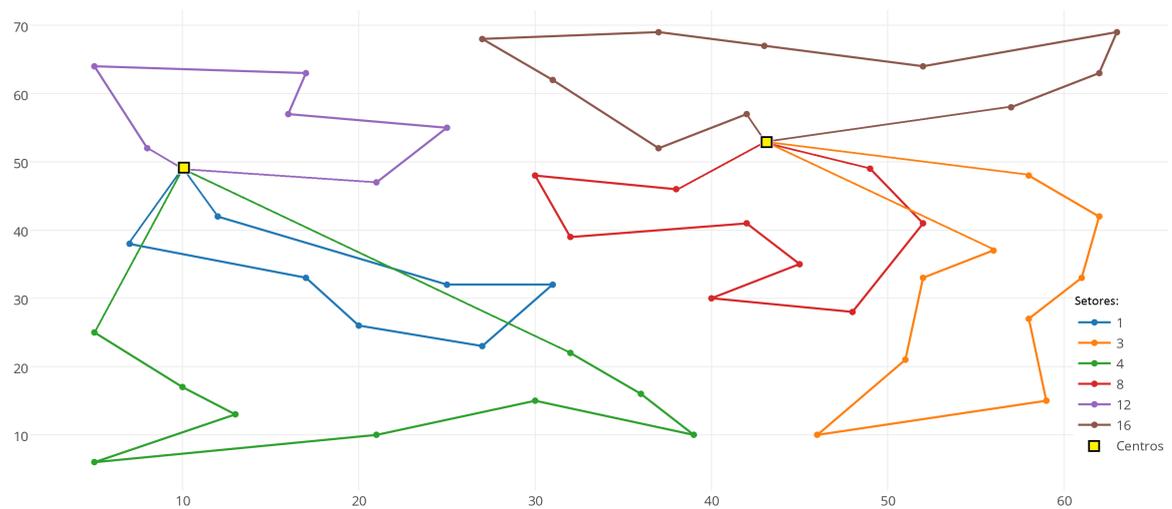


Figura 5.10: Melhor classificação. Clientes por setor: 1 - 7; 3 - 9; 8 - 9; 12 - 6; 16 - 10

5.4 Variação do orçamento

Foram analisados os resultados para dois orçamentos: 610 e 620.

Para analisar o impacto do orçamento foram estabilizadas as seguintes variáveis:

- **Número de centro:** 2
- **Número de iterações:** 20
- **Equilíbrio clientes por centro:** 90%

A nível do algoritmo PSO foram estabilizadas as seguintes variáveis:

- **Total de partículas:** 12
- **Velocidade máxima:** 4
- **Máximo de iterações:** 2000

Em relação à prioridade dos fatores, o custo foi privilegiado nove vezes em relação à capacidade, aos equilíbrios de carga, de distâncias e de clientes e à desejabilidade, tal como demonstra a matriz de prioridades W seguinte:

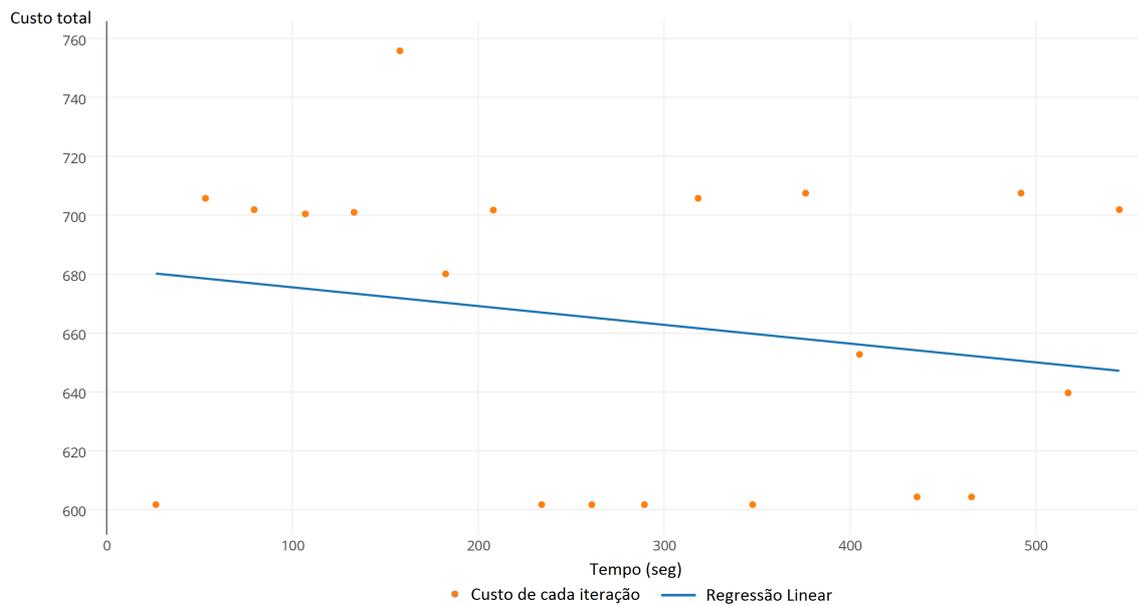
$$W = \begin{bmatrix} 0.071490 \\ 0.071490 \\ 0.071490 \\ 0.642552 \\ 0.071490 \\ 0.071490 \end{bmatrix}$$

Tabela 5.17: Soluções com melhores classificações para variação do orçamento

Orçamento	610	620
Centros abertos	c_4 e c_5	c_3 e c_5
Clientes por centro	23 e 27	23 e 27
Distância total percorrida	604.338562	591.239014

Não existe grande diferença no custo total da melhor solução, como é possível verificar na Tabela 5.17. Ambas as variações produziram soluções com menores custos.

Através da regressão linear efetuada nos gráficos, presentes nas Figuras 5.11 e 5.12, é possível verifica que à medida que são realizadas iterações, os custos totais (distância total) vão diminuindo. Esta diminuição é verificada através do declive negativo calculado através da regressão linear.

Figura 5.11: Orçamento: 610 - Regressão Linear: $y = -0,0635x + 681,85$

No entanto, a escolha do orçamento neste algoritmo não é fácil e é bastante importante. Se o orçamento escolhido for muito reduzido acaba por beneficiar poucos, ou mesmo nenhuns, centros. Caso seja demasiado elevado pode acabar por beneficiar todos os centros.

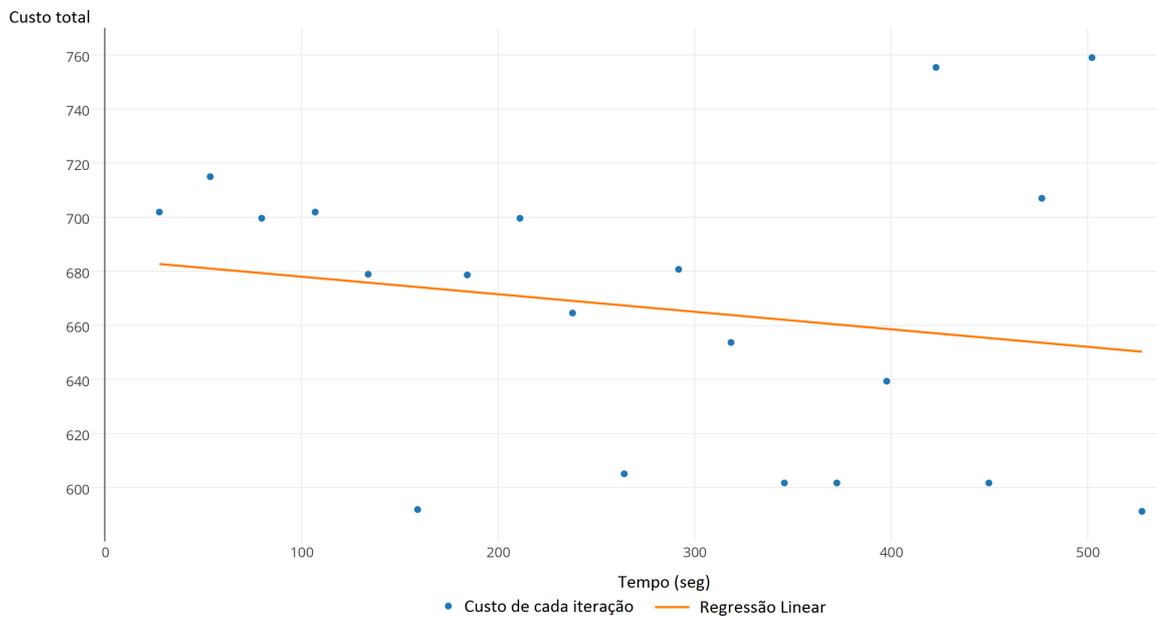


Figura 5.12: Orçamento: 620 - Regressão Linear: $y = -0,0647x + 684.46$

5.5 Variação do PSO

A variação dos *inputs* do PSO tem um grande impacto em 2 fatores: tempo computacional e distâncias das rotas, como é comprovado. Para analisar o impacto das mudanças nos parâmetros do PSO, foram estabilizadas as seguintes variáveis:

- **Orçamento:** 610
- **Número de centros:** 2
- **Número de iterações:** 20
- **Equilíbrio clientes por centro:** 90%

A Figura 5.13 serve como base de comparação para as duas experiências efetuadas. Em relação à Figura 5.13, na Figura 5.14 o número de iterações aumentou 4 vezes e na Figura 5.15 houve uma redução do número de partículas.

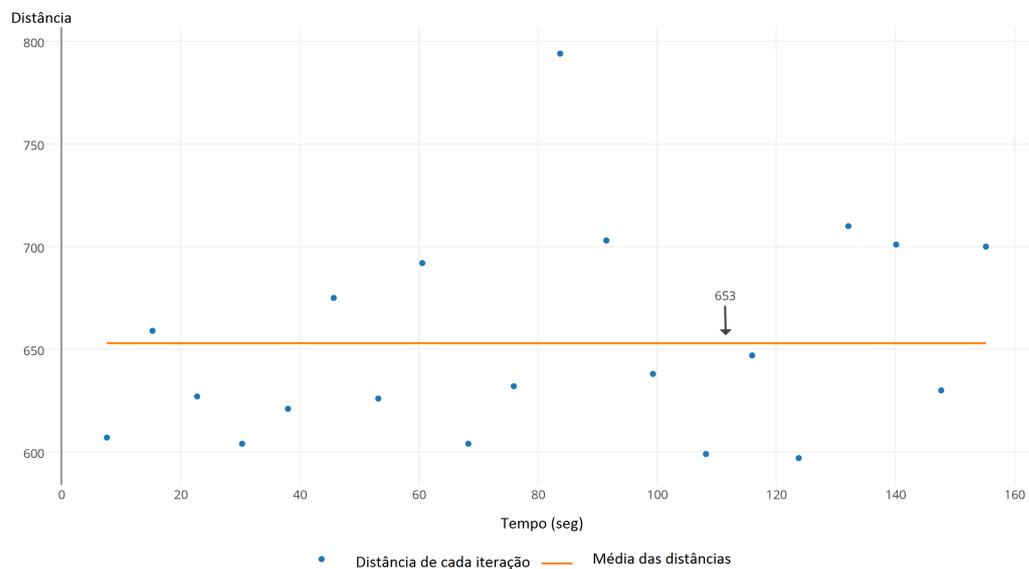


Figura 5.13: Distância das iterações por tempo computacional - Total de partículas:14; Velocidade máxima:4; Máximo de iterações:500

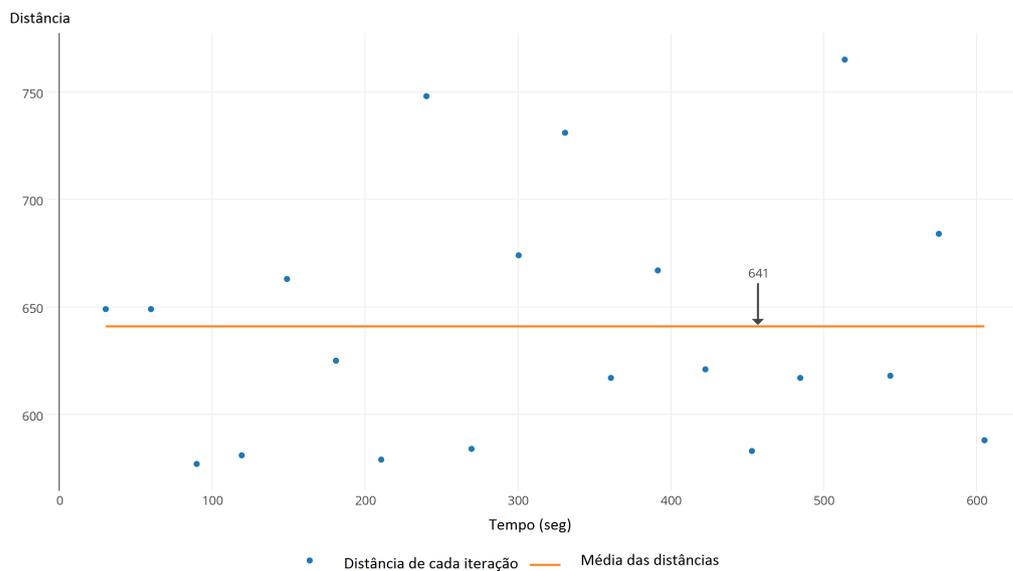


Figura 5.14: Distância das iterações por tempo computacional - Total de partículas:14; Velocidade máxima:4; Máximo de iterações:2000

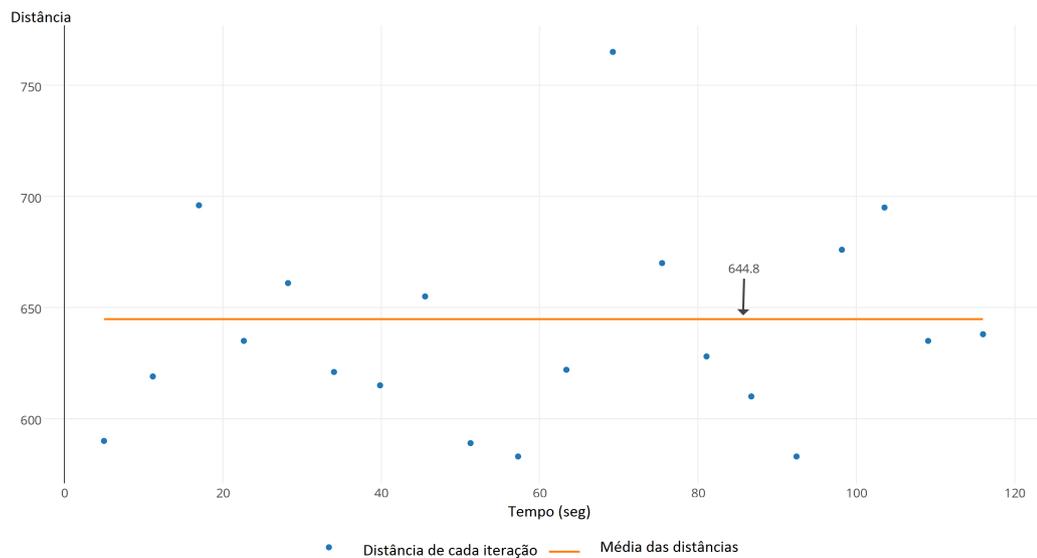


Figura 5.15: Distância das iterações por tempo computacional - Total de partículas:3; Velocidade máxima:4; Máximo de iterações:2000

5.6 Comparação com a literatura

O melhor resultado obtido ao longo das diferentes iterações foi 562.876770 para os setores e rotas obtidos na Figura 5.17. No entanto, para compararmos com os artigos [2, 5] é necessário introduzir o custo por centro de distribuição. Assim sendo, com um custo por centro igual a 40, a melhor solução obtida é igual a 642.876770.

Quando comparando com o resultado da heurística apresentada no artigo [2] e com CSR (Custo da Solução Relaxada), CMSH (Custo de Melhor Solução Heurística) e o CSMS (Custo da Solução obtida pelo Método Sequencial), presentes no artigo [5], os resultados ficaram aquém do esperado, onde o melhor resultado obtido, 582.7, é bem inferior ao obtido nesta dissertação (ver Tabela 5.18).

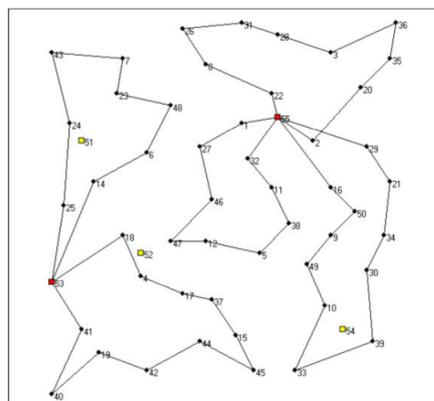


Figura 5.16: CSR - Melhor resultado obtido no artigo [5]

A Figura 3.2 representa a solução obtida no artigo [2] e a Figura 5.16 representa a solução do CSR do artigo [5].

Tabela 5.18: Melhor solução obtida

	Abordagem	Artigo [2]	CMSH [5]	CSR [5]	CSMS [5]
Centros abertos	c_1 e c_5	c_2 e c_5	-	c_3 e c_5	-
Cientes por centro	25 e 25	26 e 24	-	20 e 30	-
Custo total	642.876770	614	549.4	582.7	653.9
Compacidade	0.215418	0.176347	-	0.121500	-
Equilíbrio de distâncias	0.239445	0.255088	-	0.134601	-
Equilíbrio de cargas	0.344058	0.193559	-	0.032050	-
Equilíbrio de clientes	0.210143	0.195958	-	0.1	-

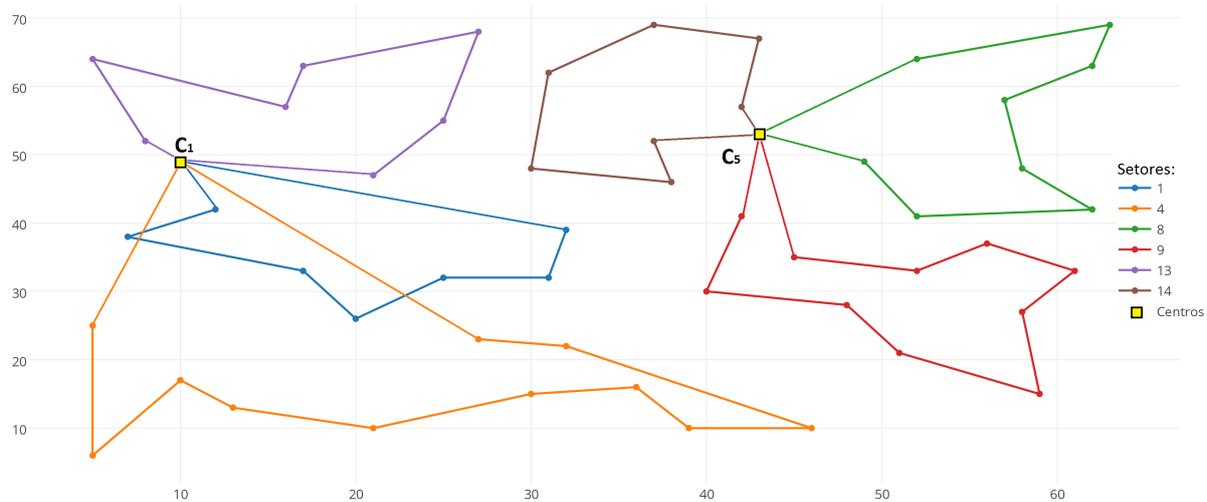
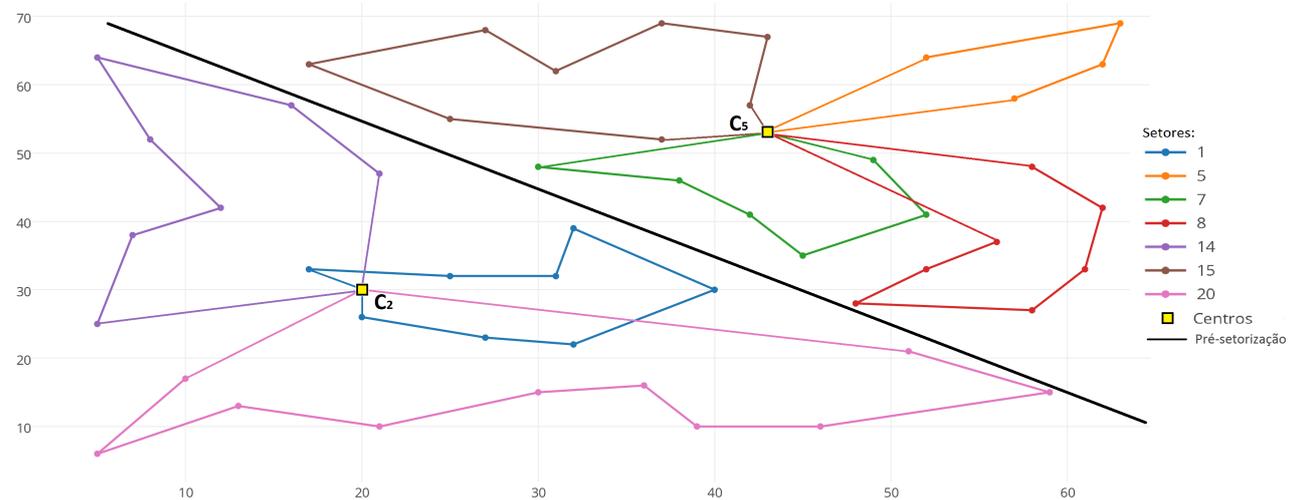


Figura 5.17: Solução com menor custo obtido

5.7 Observações finais

A pré-setorização é bem sucedida como se pode verificar pela Figura 5.18 e permitiu resultados interessantes.



No entanto, a pré-setorização não permitiu alcançar todas as soluções possíveis, o que prejudicou um pouco a obtenção de soluções com custos reduzidos. A pré-setorização pode ter interesse em problemas reais em que seja realmente necessário dividir a área de alcance de cada centro. Como é referido no subcapítulo 6.2 também seria muito interessante tornar a pré-setorização menos rígida.

O orçamento revelou-se uma ferramenta muito eficaz, como foi comprovado, na contínua procura de soluções com custo reduzido. No entanto, é necessário ser definido com precaução para que seja obtido o efeito necessário.

O sistema criado funciona, fornecendo ao agente decisor bastante liberdade na escolha da sua rede de distribuição o que é uma vantagem da Setorização baseada no Eletromagnetismo e na Importância dos Centros de Distribuição.

Ao nível do tempo computacional foi verificado que o número de iterações do algoritmo tem importância, assim como os parâmetros da meta-heurística *PSO*. Quanto maior o número de iterações do algoritmo menores são as distâncias, mas por outro lado, o tempo computacional é maior. O mesmo se verifica para o número de partículas.

Por fim, a comparação com a literatura existente permite perceber que o método precisa de ser refinado. No entanto, foram obtidos resultados interessantes. O melhor resultado obtido, com a Setorização baseada no Eletromagnetismo e na Importância dos Centros de Distribuição, apresentou um custo superior relativamente ao dos artigos [2] e [5], mas inferior ao CSMS calculado no artigo [5].

Capítulo 6

Conclusões e Trabalho Futuro

Neste último capítulo encontram-se as conclusões do projeto. Também se incluem algumas sugestões para trabalhos futuros.

6.1 Conclusões

Esta dissertação abordou o tema da Setorização. Setorização consiste na divisão de um todo em partes, ou em setores. Este é um processo que ocorre em muitos contextos e aplicações, geralmente para alcançar um objetivo ou para a melhor execução de uma atividade.

O tema foi enquadrado num problema bastante geral e complicado: Problema de Localização-Distribuição Capacitado. Este problema é definido por um conjunto de clientes e potenciais centros de distribuição. Cada cliente tem uma certa procura (unidade de carga) sendo conhecidos o custo da localização de cada centro e o custo unitário de distribuição (em função da distância percorrida).

Foi criada uma abordagem mais complexa baseada na Lei de Coulomb e na importância dos centros de distribuição. Toda a abordagem foi “construída” com o intuito de resolver problemas multi-critérios e não, totalmente, na obtenção do custo mínimo. Inicialmente esta abordagem foca-se no problema de localização dos centros. Este primeiro contacto com o problema visava compreender, através de um algoritmo que analisa a quantidade de clientes existentes nas proximidades dos centros, quais os centros mais importantes. De seguida, era verificado qual o melhor centro para cada cliente através de uma pré-setorização. A existência de centros muito importantes levou a uma excessiva alocação de clientes em certos centros, que teve de ser controlada com a restrição de um número de máximo de clientes por centro, tendo em consideração, sempre, a vontade e as preferências do agente decisor. O problema de distribuição foi resolvido através da Setorização baseada na Lei de Coulomb. A criação de setores facilitou a criação das rotas de abastecimento dos clientes. Na criação de rotas foi utilizada a meta-heurística *Particle Swarm Optimization*.

Assim, e resumindo, para além da caracterização do problema, o trabalho realizado contribuiu com uma melhoria da abordagem baseada no Eletromagnetismo e na importância dos centros de distribuição e uma análise multi-critério de várias soluções.

Para avaliar a qualidade da abordagem mencionada foram também apresentados resultados efetuados e muitos testes computacionais. Todas as iterações efetuadas geraram uma classificação, através de 6 fatores avaliativos: compacidade, equilíbrio de cargas, equilíbrio de distâncias, custo, equilíbrio de clientes e desejabilidade. Estes fatores também foram tidos em consideração na própria construção de setores e foram priorizados pelo agente decisor.

Destes resultados pode concluir-se que o sistema criado fornece ao agente decisor bastante liberdade na escolha da sua rede de distribuição. A pré-setorização limitou o número de soluções possíveis, pelo que deve ser menos rígida.

Finalmente podemos afirmar, pelo exposto, que os objetivos propostos foram alcançados.

6.2 Trabalho Futuro

Para trabalho futuro seria interessante analisar o mesmo problema desta vez com custos associados aos centros e também a cada veículo utilizado.

A pré-setorização na abordagem atual e para o problema em análise revelou-se restritiva em relação às variações de soluções produzidas. A permissão de migração de clientes presentes nas imediações dos pré-setores criados seria uma opção a ter em consideração no futuro. Esta migração aumentaria as possíveis soluções em análise.

Nesta dissertação foram realizadas duas experiências, uma com 3 clientes e outra com 5 clientes, que a nível de custos totais revelaram resultados interessantes. No entanto, este estudo não incide nos objetivos desta dissertação, pelo que não foi aprofundado. De qualquer forma, é possível consultar as Figuras 6.1 e 6.2 com custos associados de 531.058350 e 532.909241, respetivamente.

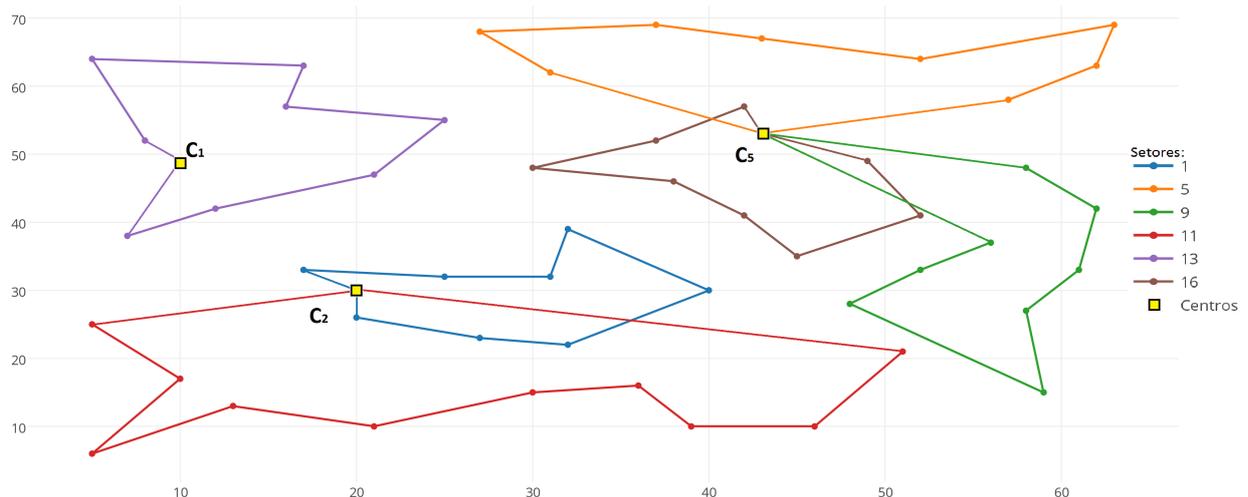


Figura 6.1: Abertura dos centros c_1 , c_2 e c_5

Seria também visionário inserir um certo ganho por cada unidade encomendada. Eventualmente, poderiam existir clientes cujo custo inerente à deslocação do veículo fosse inferior ao

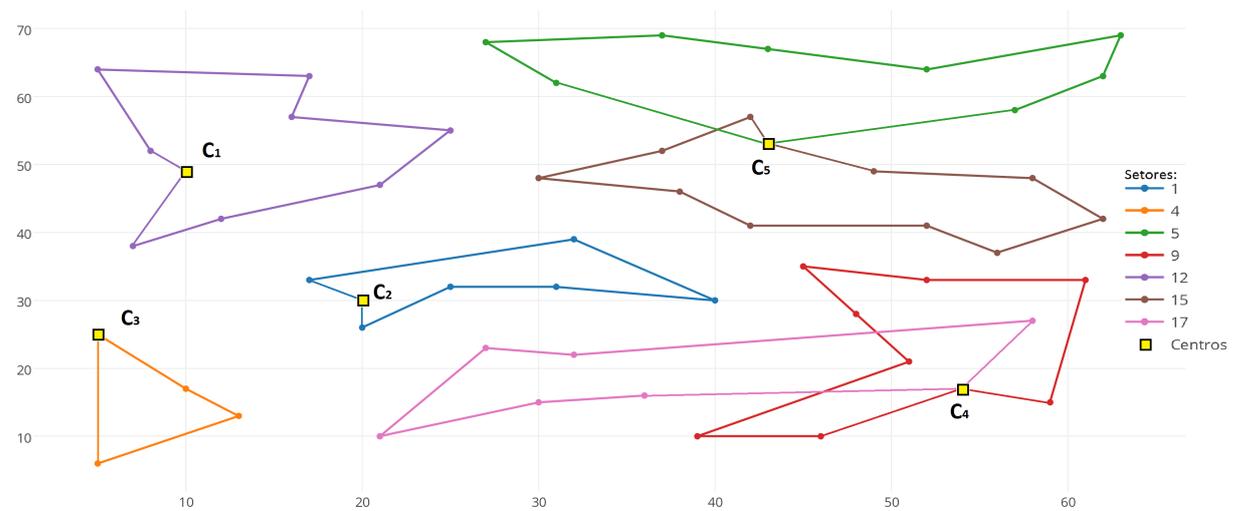


Figura 6.2: Abertura de todos os centros

ganho associado à encomenda. Assim, poderia ser introduzida a possibilidade de “repensar” clientes.

Definir uma velocidade média para cada veículo, tornaria o problema mais desafiante. Tendo em conta que os motoristas possuem um limite de tempo para o qual podem conduzir continuamente (após este limite ou param o veículo, ou são substituídos por um colega), seria interessante condicionar a construção de setores a um determinado tempo de percurso.

Por fim, em relação à procura dos clientes deveria existir, para além do limite de quantidade já existente, um limite de volume, que teria de ser equacionado para cada encomenda. Poderiam ser equacionados dois parâmetros de carga dos veículos: limite de peso e limite de volume. Assim a procura de cada cliente teria de ser expressa nestes dois tipos e, como é evidente, estes dois limites nunca poderiam ser ultrapassados, para um determinado veículo - Problemas de empacotamento.

Referências

- [1] Gerald Alexanderson. About the cover: Euler and königsberg’s bridges: A historical view. *Bulletin of the american mathematical society*, 43(4):567–573, 2006.
- [2] Sérgio Barreto, Carlos Ferreira, Jose Paixao, e Beatriz Sousa Santos. Using clustering analysis in a capacitated location-routing problem. *European Journal of Operational Research*, 179(3):968–977, 2007.
- [3] Kardi Teknomo. Analytic hierarchy process (ahp) tutorial. <http://people.revoledu.com/kardi/tutorial/ahp/>, 2006. Acedido: 2016-04-16.
- [4] Ana Maria Moreira Rodrigues. *Sectores e Rotas na Recolha de Resíduos Sólidos Urbanos*. Tese de doutoramento, Universidade do Porto, 2014.
- [5] SS Barreto. Análise e modelização de problemas de localização-distribuição (analysis and modelization of location-routing problems). *University of Aveiro, campus universitário de Santiago (in Portuguese)*, 2004.
- [6] Federica Ricca, Andrea Scozzari, e Bruno Simeone. Political districting: from classical models to recent approaches. *Annals of Operations Research*, 204(1):271–299, 2013.
- [7] Huy Trandac, Philippe Baptiste, e Vu Duong. Airspace sectorization with constraints. *RAIRO-Operations Research*, 39(02):105–122, 2005.
- [8] Jiangjun Tang, Sameer Alam, Chris Lokan, e Hussein A Abbass. A multi-objective evolutionary method for dynamic airspace re-sectorization using sectors clipping and similarities. *2012 IEEE Congress on Evolutionary Computation: 1–8*, 2012.
- [9] OV Degtyarev, VN Minaenko, e MO Orekhov. Solution of sectorization problems for an air traffic control area. i. basic principles and questions of airspace sectorization and its formalization as an optimization problem. *Journal of Computer and Systems Sciences International*, 48(3):384–400, 2009.
- [10] Ana Maria Rodrigues e José Soeiro Ferreira. Waste collection routing—limited multiple landfills and heterogeneous fleet. *Networks*, 65(2):155–165, 2015.
- [11] Steven J D’Amico, Shoou-Jiun Wang, Rajan Batta, e Christopher M Rump. A simulated annealing approach to police district design. *Computers & Operations Research*, 29(6):667–684, 2002.
- [12] Mark EJ Newman. Detecting community structure in networks. *The European Physical Journal B-Condensed Matter and Complex Systems*, 38(2):321–330, 2004.

- [13] Bernd Skiera e Sönke Albers. Costa: Contribution optimizing sales territory alignment. *Marketing Science*, 17(3):196–213, 1998.
- [14] Sidney W. Hess e Stuart A. Samuels. Experiences with a sales districting model: criteria and implementation. *Management Science*, 18(4-part-ii):P-41, 1971.
- [15] Andris A Zoltners e Prabhakant Sinha. Sales territory alignment: A review and model. *Management Science*, 29(11):1237–1256, 1983.
- [16] Jörg Kalcsics, Stefan Nickel, e Michael Schröder. Towards a unified territorial design approach—applications, algorithms and gis integration. *Top*, 13(1):1–56, 2005.
- [17] Ferdinando Pezzella, Roberto Bonanno, e Bernardo Nicoletti. A system approach to the optimal health-care districting. *European Journal of Operational Research*, 8(2):139–146, 1981.
- [18] R Minciardi, PP Puliafito, e R Zoppoli. A districting procedure for social organizations. *European Journal of Operational Research*, 8(1):47–57, 1981.
- [19] Ana Paula Iannoni, Reinaldo Morabito, e Cem Saydam. An optimization approach for ambulance location and the districting of the response segments on highways. *European Journal of Operational Research*, 195(2):528–542, 2009.
- [20] V Marianov e F Fresard. A procedure for the strategic planning of locations, capacities and districting of jails: application to chile. *Journal of the Operational Research Society*, 56(3):244–251, 2005.
- [21] Paola Bertolazzi, Lucio Bianco, e Salvatore Ricciardelli. A method for determining the optimal districting in urban emergency services. *Computers & Operations Research*, 4(1):1–12, 1977.
- [22] Brian J Lunday, Hanif D Sherali, e Kevin E Lunday. The coastal seaspace patrol sector design and allocation problem. *Computational Management Science*, 9(4):483–514, 2012.
- [23] Ana Maria Rodrigues e José Soeiro Ferreira. Sectors and routes in solid waste collection. *Operational Research*, 353–375, 2015.
- [24] Arthur F Kip. Fundamentals of electricity and magnetism. *McGraw-Hill Series in Fundamentals of Physics: An undergraduate textbook program*, New York: McGraw-Hill, 1, 1969.
- [25] Ana Maria Rodrigues e José Soeiro Ferreira. Measures in sectorization problems. *Operations Research and Big Data*, 203–211, 2015.
- [26] George B Dantzig e John H Ramser. The truck dispatching problem. *Management science*, 6(1):80–91, 1959.
- [27] Norman Biggs, E Keith Lloyd, e Robin J Wilson. *Graph Theory, 1736-1936*. Oxford University Press, 1976.
- [28] Gilbert Laporte. The traveling salesman problem: An overview of exact and approximate algorithms. *European Journal of Operational Research*, 59(2):231–247, 1992.
- [29] Marco Dorigo e Luca Maria Gambardella. Ant colonies for the travelling salesman problem. *BioSystems*, 43(2):73–81, 1997.

- [30] Xiaohu H Shi, Yanchun Chun Liang, Heow Pueh Lee, C Lu, e QX Wang. Particle swarm optimization-based algorithms for tsp and generalized tsp. *Information Processing Letters*, 103(5):169–176, 2007.
- [31] Pedro Larrañaga, Cindy M. H. Kuijpers, Roberto H. Murga, Inaki Inza, e Sejla Dizdarevic. Genetic algorithms for the travelling salesman problem: A review of representations and operators. *Artificial Intelligence Review*, 13(2):129–170, 1999.
- [32] Marc H Romanycia e Francis J Pelletier. What is a heuristic. *Computational Intelligence*, 1(1):47–58, 1985.
- [33] Günther Zäpfel e Roland Braune. *Metaheuristic search concepts: A tutorial with applications to production and logistics*. Springer Science & Business Media, 2010.
- [34] Christian Blum e Andrea Roli. Metaheuristics in combinatorial optimization: Overview and conceptual comparison. *ACM Computing Surveys (CSUR)*, 35(3):268–308, 2003.
- [35] Russ C Eberhart, James Kennedy, et al. A new optimizer using particle swarm theory. *Proceedings of the sixth international symposium on micro machine and human science*, 1, 39–43, 1995.
- [36] Matthias Hoffmann, Moritz Mühlenthaler, Sabine Helwig, e Rolf Wanka. *Discrete particle swarm optimization for TSP: theoretical results and experimental evaluations*. Springer, 2011.
- [37] James Kennedy e Russell C Eberhart. A discrete binary version of the particle swarm algorithm. *Systems, Man, and Cybernetics, 1997. Computational Cybernetics and Simulation., 1997 IEEE International Conference on*, 5, 4104–4108, 1997.
- [38] Yannis Marinakis e Magdalene Marinaki. A particle swarm optimization algorithm with path relinking for the location routing problem. *Journal of Mathematical Modelling and Algorithms*, 7(1):59–78, 2008.
- [39] Yuhui Shi e Russell Eberhart. A modified particle swarm optimizer. *Evolutionary Computation Proceedings, 1998. IEEE World Congress on Computational Intelligence., The 1998 IEEE International Conference on*, 69–73, 1998.
- [40] Rajesh Srivastava. *Algorithms for solving the location-routing problem*. Tese de doutorado, The Ohio State University, 1986.
- [41] Nicos Christofides e Samuel Eilon. An algorithm for the vehicle-dispatching problem. *Or*, 309–318, 1969.
- [42] Mark S Daskin. *Network and discrete location: models, algorithms, and applications*. John Wiley & Sons, 2011.
- [43] Alfred A Kuehn e Michael J Hamburger. A heuristic program for locating warehouses. *Management science*, 9(4):643–666, 1963.
- [44] Eduardo Alves. Documento interno de dissertação, 2016.

Anexo A

Instâncias

Tabela A.1: Christofides69Cli50x5 [5]

Centro de Distribuição	Abcissa	Ordenada	Capacidade	Custo Fixo	Custo Variável
1	10	49	10000.0	40.00	0.000
2	20	30	10000.0	40.00	0.000
3	5	25	10000.0	40.00	0.000
4	54	17	10000.0	40.00	0.000
5	43	53	10000.0	40.00	0.000

Tabela A.2: Christofides69CA50x5 [5]

Cliente	Abcissa	Ordenada	Encomenda
1	37	52	7
2	49	49	30
3	52	64	16
4	20	26	9
5	40	30	21
6	21	47	15
7	17	63	19
8	31	62	23
9	52	33	11
10	51	21	5
11	42	41	19
12	31	32	29
13	5	25	23
14	12	42	21
15	36	16	10
16	52	41	15
17	27	23	3
18	17	33	41
19	13	13	9
20	57	58	28
21	62	42	8
22	42	57	8
23	16	57	16
24	8	52	10
25	7	38	28
26	27	68	7
27	30	48	15
28	43	67	14
29	58	48	6
30	58	27	19
31	37	69	11
32	38	46	12
33	46	10	23
34	61	33	26
35	62	63	17
36	63	69	6
37	32	22	9
38	45	35	15
39	59	15	14
40	5	6	7
41	10	17	27
42	21	10	13
43	5	64	11
44	30	15	16
45	39	10	10
46	32	39	5
47	25	32	25
48	25	55	17
49	48	28	18
50	56	37	10