

**Caracterização à fratura de um laminado híbrido de  
carbono-epóxico e cortiça sob solicitações  
de modo-misto I+II**

*Pedro Manuel Lima Carneiro Cavaleiro*

**Dissertação de Mestrado**

Orientador: Professor Doutor Marcelo Francisco de Sousa Ferreira de Moura



**Mestrado Integrado em Engenharia Mecânica**

Junho de 2015







## Resumo

O presente trabalho visa a caracterização à fratura de um laminado híbrido de carbono-epóxico e cortiça sob solicitações de modo-misto I+II, através da realização de uma série de ensaios *Single Leg Bending* de provetes com quatro comprimentos de pré-fenda diferentes. A partir dos ensaios foram recolhidas as curvas força-deslocamento. O método utilizado para o cálculo da taxa de libertação de energia em modo-misto foi o *Compliance Based Beam Method*. Este método assenta na teoria de vigas de Timoshenko e na utilização do conceito de comprimento de fenda equivalente que é calculado a partir da flexibilidade do provete durante o ensaio. Os resultados das curvas força-deslocamento mostram que o laminado híbrido apresenta uma falha mais gradual comparativamente ao material monolítico de carbono-epóxico, o que se traduz numa descida pós-pico menos abrupta nas curvas experimentais. A propagação da fenda ocorreu de uma forma estável na maioria dos casos, mesmo para configurações do provete teoricamente instáveis. As superfícies de fratura revelaram que o processo de fabrico do material foi eficaz, já que foi possível verificar a ocorrência de uma rotura coesiva pela cortiça. A validação das curvas força-deslocamento e das curvas de resistência (que representam a taxa de libertação de energia em função do comprimento de fenda equivalente) foi feita através da realização de simulações numéricas em que a propagação do dano foi simulada utilizando um modelo de zona coesiva de modo-misto I+II. Neste modelo, a propagação em modo-misto é simulada a partir das leis coesivas de modo puro utilizadas num trabalho anterior. A concordância entre as curvas força-deslocamento numéricas e experimentais foi boa, apesar de os valores obtidos numericamente para a taxa de libertação de energia não terem respeitado os critérios testados. Tal ocorrência impediu a definição de um critério de fratura de modo-misto e sugere porventura uma reformulação do modelo numérico. Os valores obtidos para a taxa crítica de libertação de energia, quer numericamente quer experimentalmente, parecem estar acima do valor real, o que é em parte justificado pela ocorrência de um efeito espúrio devido à compressão da zona de processo de fratura realizada pelo atuador, e que impediu a livre propagação da fenda. Este fenómeno remete para a utilização de provetes de comprimentos superiores em eventuais campanhas de ensaios futuras.



## Fracture characterization of a hybrid cork/carbon-epoxy laminate under mixed-mode I+II loading conditions

### Abstract

The aim of the present work is the fracture characterization of a hybrid cork/carbon-epoxy laminate under mixed-mode I+II loading conditions, performing Single Leg Bending interlaminar fracture toughness tests, using four different pre-crack length specimens. Load-displacement curves were obtained from the experimental tests. The data reduction scheme used to calculate the energy release rate was the Compliance Based Beam Method. This method is based on Timoshenko's beam theory and uses an equivalent crack length procedure based on the specimen's compliance. The load-displacement curves have shown an improved fracture behaviour of the hybrid composite in comparison to the monolithic material, since the post-peak region of the plotted curves had a smoother shape. The crack propagation was stable in most cases, even for unstable specimen configurations. The analysis of the fracture surfaces revealed the occurrence of cohesive failure, which indicates that the used manufacturing process is effective. The numerical validation of the load-displacement curves and resistance curves (which represent the energy release rate as a function of the equivalent crack length) was performed using a cohesive zone model for mixed-mode I+II conditions. In this model damage propagation is simulated using cohesive laws established in a previous work. Good agreement between numerical and experimental curves was found, although the energy release rate values didn't agree with the fracture criteria used in numerical simulations. This occurrence prevented the definition of a mixed-mode I+II fracture criteria and perhaps suggests a reformulation of the numerical model. In addition, there was a spurious effect noted in numerical simulations, due to compressive stresses induced near the loading point of the tests, which restricted the free development of the fracture process zone and led to increased energy release rate values. This aspect suggests that this effect probably occurred on experimental tests, and suggests the use of specimens with superior length in future works.





## Agradecimentos

Ao Professor Marcelo Moura, pelo apoio e disponibilidade permanentes que ofereceu ao longo deste trabalho.

Ao Eng<sup>o</sup> Filipe Silva, por toda a ajuda prestada ao longo do trabalho, nomeadamente na parte da simulação numérica e do tratamento de dados.

À Eng<sup>a</sup> Romina Fernandes, pelo apoio prestado e pelo importante trabalho previamente desenvolvido sobre o material de carbono-epóxico e cortiça, juntamente com o Professor Marcelo Moura e o Eng<sup>o</sup> Filipe Silva.

Ao Eng<sup>o</sup> Raul Moreira, pela ajuda prestada na parte do procedimento experimental.

À minha mãe, pelo apoio de sempre.

O autor agradece ainda à “Comissão de Coordenação e Desenvolvimento Regional do Norte (CCDRN)” pelo apoio concedido ao abrigo do *Operational Programme of the North Region* (ON2) (Grant no. 07-0124-000033), através do projeto de investigação “*Composite Materials, Structures & Processes, Operation NORTE-07-0124-FEDER-000033*”.



## Índice

Resumo .....	i
Abstract.....	iii
Agradecimentos .....	v
Símbolos e siglas .....	ix
Índice de figuras .....	xiii
Índice de tabelas .....	xvii
1. Introdução.....	1
2. Revisão bibliográfica.....	3
2.1. Laminado híbrido de C-E e cortiça.....	3
2.1.1. Carbono-epóxico .....	3
2.1.2. Cortiça .....	5
2.2. Mecânica da fratura .....	10
2.3. Caracterização à fratura do laminado de C-E e cortiça.....	15
2.3.1. Caracterização sob solicitações em modo I.....	15
2.3.2. Caracterização sob solicitações em modo II.....	17
2.3.3. Caracterização sob solicitações em modo-misto I+II.....	18
3. Metodologia utilizada.....	21
3.1. Cálculo de $G_{I+II}$ .....	21
3.2. Repartição de $G_{I+II}$ em $G_I$ e $G_{II}$ .....	28
4. Procedimento experimental .....	31
4.1. Material utilizado .....	31
4.2. Produção dos provetes .....	33
4.3. Geometria dos provetes .....	36
4.4. Ensaios experimentais.....	37
5. Resultados experimentais .....	39
5.1. Curvas $P-\delta$ .....	39
5.2. Curvas $R$ .....	42
5.3. Superfícies de fratura .....	44
6. Validação numérica .....	45
6.1. Lei coesiva .....	45
6.2. Validação e análise dos resultados.....	49
7. Conclusões.....	57

Referências .....	59
Anexo A: Cálculo de $D_m$ e $D_{mT}$ .....	61
Anexo B: Cálculo de $d_l$ e $d_c$ .....	63
Anexo C: Cálculo de $a_e$ .....	65
Anexo D: Correspondência entre expressões do ensaio SLB e dos ensaios DCB e ENF .....	67
Anexo E: Folha de cálculo .....	69
Anexo F: Resultados obtidos - curvas $P-\delta$ .....	71
Anexo G: Resultados obtidos - curvas $R$ .....	73
Anexo H: Resultados obtidos - gráficos $G_I = f(G_{II})$ .....	75

## Símbolos e siglas

$a$  – comprimento de fenda

$A$  – parâmetro utilizado no cálculo de  $a_e$

$A_c$  – área de cortiça da secção correspondente a um braço do provete

$A_l$  – área de C-E da secção correspondente a um braço do provete

$a_0$  – comprimento de fenda inicial (pré-fenda)

$a_e$  – comprimento de fenda equivalente

$b$  – largura do provete

$C$  – flexibilidade (*compliance*)

$C_c$  – flexibilidade devido ao corte

$C_f$  – flexibilidade devido à flexão

$C_T$  – flexibilidade total

$d$  – parâmetro de dano

**D** – matriz de dano

$D$  – rigidez equivalente à flexão

$d_c$  – distância do centro de gravidade da cortiça ao eixo neutro do braço do provete

$d_l$  – distância do centro de gravidade do C-E ao eixo neutro do braço do provete

$D_m$  – rigidez equivalente à flexão da secção correspondente a um braço do provete

$D_{mT}$  – rigidez equivalente à flexão da secção completa do provete

$e_c$  – coordenada do eixo-neutro da cortiça relativamente ao eixo neutro do braço do provete

$e_l$  – coordenada do eixo-neutro do C-E relativamente ao eixo neutro do braço do provete

**E** – matriz de rigidez

$E$  – módulo de elasticidade

$E_c$  – módulo de elasticidade da cortiça

$E_l$  – módulo de elasticidade do C-E

$G$  – taxa de libertação de energia

$G_c$  – taxa crítica de libertação de energia

$G_i$  – taxa de libertação de energia em modo puro ( $i = I, II$ )

$G_{I+II}$  – taxa de libertação de energia em modo-misto I+II

$G_{xy(c)}$  – módulo de resistência ao corte da cortiça

$G_{xy(l)}$  – módulo de resistência ao corte do C-E

$h_c$  – metade da espessura do aglomerado de cortiça

$h_l$  – espessura de 8 camadas (lâminas) de C-E

$\mathbf{I}$  – matriz identidade

$k$  – parâmetro de rigidez

$L$  – metade da distância entre apoios no ensaio SLB

$M, N$  – constantes associadas à componente da energia de deformação devido ao corte

$M_f$  – momento fletor

$P$  – carga do ensaio de modo-misto I+II

$P_i$  – carga do ensaio de modo puro ( $i = \text{I, II}$ )

$R$  – raio de curvatura do eixo neutro de uma viga à flexão

$U_c$  – energia de deformação elástica devido ao corte

$U_f$  – energia de deformação elástica devido à flexão

$v$  – deslocamento do eixo neutro da viga sanduíche segundo a direção  $y$

$V$  – esforço cortante

$\alpha$  – expoente do critério energético adotado para a propagação do dano

$\alpha_m, \beta_m, \gamma_m$  – coeficientes utilizados no cálculo de  $a_e$  e de  $G_{I+II}$

$\alpha_i, \beta_i$  – coeficientes utilizados no cálculo de  $G_i$  ( $i = \text{I, II}$ )

$\delta$  – deslocamento do ensaio de modo-misto I+II

$\delta_{j,i}$  – deslocamento relativo da lei coesiva de modo puro ( $j = 1, 2, 3 ; i = \text{I, II}$ )

$\delta_{jm}$  – deslocamento relativo da lei coesiva de modo-misto ( $j = 1, 2, 3, u$ )

$\varepsilon_{xx}$  – deformação segundo o eixo  $x$

$\sigma_{j,i}$  – tensão local da lei coesiva de modo puro ( $j = 1, 2, 3 ; i = \text{I, II}$ )

$\sigma_{jm}$  – tensão local da lei coesiva de modo-misto ( $j = 1, 2, 3$ )

$\sigma_c$  – tensão atuante na cortiça segundo o eixo  $x$

$\sigma_l$  – tensão atuante no C-E segundo o eixo  $x$

$\sigma_{xx}$  – tensão segundo o eixo  $x$

$\tau_c$  – tensão de corte na cortiça

$\tau_{li}$  – tensão de corte no laminado inferior

$\tau_{ls}$  – tensão de corte no laminado superior

$\tau_{xy}$  – tensão de corte no plano perpendicular à direção  $x$ , segundo a direção  $y$

C-E – carbono-epóxico

CBBM – *Compliance Based Beam Method*

DCB – *Double Cantilever Beam*

ENF – *End Notched Flexure*

INEGI – Instituto de Ciência e Inovação em Engenharia Mecânica e Engenharia Industrial

SLB – *Single Leg Bending*

ZPF – zona de processo de fratura





## Índice de figuras

Figura 1 - Curvas força-deslocamento (experimental e numérica) de um laminado de C-E sob solicitação em modo II; adaptado de (Dourado et al. 2012) .....	4
Figura 2 - Direções e secções definidas para a cortiça; adaptado de (Carvalho 2008) .....	6
Figura 3 - Estrutura celular da cortiça (secção tangencial); adaptado de (Gil 2009) .....	7
Figura 4 - Representação de uma célula de cortiça (Gil 2007) .....	7
Figura 5 - Curva do ensaio de compressão do aglomerado NL20; (Fernandes 2012), adaptado de (Soares, Reis, e Sousa 2011) .....	8
Figura 6 - Propagação de uma fenda numa estrutura sanduíche com peles de C-E e núcleo de aglomerado de cortiça (Castro et al. 2010) .....	8
Figura 7 - Modos de deformação; adaptado de (Wang 1996) .....	11
Figura 8 - $d\delta_c/da$ em função de $a/L$ (Szekrényes 2010) .....	12
Figura 9 - Lei coesiva trapezoidal; adaptado de (de Moura, Campilho, e Gonçalves 2009) ...	13
Figura 10 - Esquema do ensaio DCB; adaptado de (Fernandes et al. 2014) .....	15
Figura 11 - Detalhe que mostra a dificuldade em identificar a frente de fenda num ensaio DCB (Fernandes et al. 2014).....	16
Figura 12 - Curva $P-\delta$ numérica e experimental; adaptado de (Fernandes et al. 2014) .....	16
Figura 13 - Curva $R$ numérica e experimental; adaptado de (Fernandes et al. 2014) .....	16
Figura 14 - Esquema do ensaio ENF; adaptado de (de Moura et al. 2015).....	17
Figura 15 - Curvas $P-\delta$ para provetes com $a_0 = 10$ mm (de Moura et al. 2015) .....	17
Figura 16 - Curvas $R$ para provetes com $a_0 = 10$ mm (de Moura et al. 2015).....	17
Figura 17 - Exemplos de ensaios para o modo-misto I+II; adaptado de (Fernández et al. 2013) .....	18
Figura 18 - Esquema do ensaio SLB; adaptado de (de Moura et al. 2015).....	19
Figura 19 - Secção correspondente a um braço; adaptado de (Fernandes et al. 2014).....	22
Figura 20 - Secção completa; adaptado de (Fernandes et al. 2014) .....	22
Figura 21 - Esforços nas diferentes secções do provete .....	22
Figura 22 - Laminado superior, laminado inferior e cortiça; adaptado de (Fernandes et al. 2014) .....	23
Figura 23 - Ensaio SLB como a sobreposição dos ensaios DCB e ENF; esquemas adaptados de (Szekrényes 2010) .....	28
Figura 24 - Placa inicial.....	33
Figura 25 - Marcação dos contornos dos cortes .....	33
Figura 26 - Corte da placa .....	33

Figura 27 - Quatro partes obtidas da placa inicial .....	33
Figura 28 - Esquema da placa utilizada. Dimensões em milímetros.....	34
Figura 29 - Sequência de preparação dos provetes.....	34
Figura 30 - Aspeto usual de um provete SLB .....	35
Figura 31 - Aspeto do provete SLB utilizado.....	35
Figura 32 - Aspeto da montagem experimental para realização do ensaio SLB.....	37
Figura 33 - Ensaio do provete 30-8 .....	37
Figura 34 - Pormenor que mostra a dificuldade em identificar a frente de fenda (provetes 20-6) .....	37
Figura 35 - Curvas $P-\delta$ dos provetes com $a_0 = 10$ mm .....	39
Figura 36 - Curvas $P-\delta$ dos provetes com $a_0 = 20$ mm .....	39
Figura 37 - Curvas $P-\delta$ dos provetes com $a_0 = 30$ mm .....	40
Figura 38 - Curvas $P-\delta$ dos provetes com $a_0 = 40$ mm .....	40
Figura 39 - Propagação da fenda no provete 30-5.....	41
Figura 40 - Curvas $R$ para o provete 10-6 .....	42
Figura 41 - Curvas $R$ para o provete 20-5 .....	42
Figura 42 - Curvas $R$ para o provete 30-1 .....	42
Figura 43 - Curvas $R$ para o provete 40-7 .....	43
Figura 44 - Gráfico $G_I = f(G_{II})$ para os diferentes comprimentos de pré-fenda .....	43
Figura 45 - Superfícies de fratura dos provetes 10-3, 20-1, 30-2 e 40-4.....	44
Figura 46 - Malha de elementos finitos utilizada na simulação dos provetes SLB.....	45
Figura 47 - Pormenor da frente de fenda.....	45
Figura 48 - Leis coesivas de modo puro e de modo-misto; adaptado de (de Moura et al. 2015) .....	46
Figura 49 - Curva $P-\delta$ experimental (provetes 10-6) e numérica, para $\alpha = 1$ .....	49
Figura 50 - Curva $R$ experimental (provetes 10-6) e numérica, para $\alpha = 1$ .....	49
Figura 51 - Curva $P-\delta$ experimental (provetes 20-5) e numérica, para $\alpha = 1$ .....	49
Figura 52 - Curva $R$ experimental (provetes 20-5) e numérica, para $\alpha = 1$ .....	49
Figura 53 - Curva $P-\delta$ experimental (provetes 30-1) e numérica, para $\alpha = 1$ .....	50
Figura 54 - Curva $R$ experimental (provetes 30-1) e numérica, para $\alpha = 1$ .....	50
Figura 55 - Curva $P-\delta$ experimental (provetes 40-7) e numérica, para $\alpha = 1$ .....	50
Figura 56 - Curva $R$ experimental (provetes 40-7) e numérica, para $\alpha = 1$ .....	50
Figura 57 - Gráfico $G_I = f(G_{II})$ .....	51

Figura 58 - Curvas $R$ numéricas de $G_{I+II}$ para cada comprimento de pré-fenda ( $\alpha = 1$ ).....	51
Figura 59 - Curvas $R$ numéricas de $G_I$ para cada comprimento de pré-fenda ( $\alpha = 1$ ).....	51
Figura 60 - Curvas $R$ numéricas de $G_{II}$ para cada comprimento de pré-fenda ( $\alpha = 1$ ).....	51
Figura 61 - Gráfico $G_I = f(G_{II})$ para diferentes configurações do provete .....	52
Figura 62 - Perfil de tensões de modo I para um provete com $2L = 130$ mm e $a_0 = 30$ mm....	53
Figura 63 - Perfil de tensões de modo I para um provete com $2L = 240$ mm e $a_0 = 30$ mm....	53
Figura 64 - Gráfico $G_I = f(G_{II})$ obtido utilizando a lei teste .....	54
Figura 65 - Curvas $P-\delta$ experimentais e numérica ( $\alpha = 1$ ) proveniente da lei teste, para o caso $a_0 = 10$ mm.....	55
Figura 66 - Curvas $P-\delta$ experimentais e numérica ( $\alpha = 1$ ) proveniente da lei teste, para o caso $a_0 = 20$ mm.....	55
Figura 67 - Curvas $P-\delta$ experimentais e numérica ( $\alpha = 1$ ) proveniente da lei teste, para o caso $a_0 = 30$ mm.....	55
Figura 68 - Curvas $P-\delta$ experimentais e numérica ( $\alpha = 1$ ) proveniente da lei teste, para o caso $a_0 = 40$ mm.....	56
Figura 69 - Perfil de tensões de modo I para um provete com $2L = 130$ mm e $a_0 = 30$ mm, utilizando a lei teste com $\alpha = 1$ .....	56



## Índice de tabelas

Tabela 1 - Propriedades mecânicas de alguns tipos de fibras de carbono; informação retirada de (Herakovich 1998) .....	3
Tabela 2 - Propriedades mecânicas da resina epóxico; informação retirada de (Herakovich 1998) .....	4
Tabela 3 - Composição da cortiça e função dos constituintes; informação retirada de (Campos 2000, Gil 2007) .....	6
Tabela 4 - Propriedades de uma camada de pré-impregnado TEXIPREG HS 160 RM; informação retirada de (de Moura et al. 2015).....	31
Tabela 5 - Propriedades do aglomerado CORECORK NL20; informação retirada de (A.C.Composites 2009) .....	31
Tabela 6 - Propriedades do aglomerado CORECORK NL20 numa estrutura sanduíche com peles de fibra de vidro e epóxico; informação retirada de (A.C.Composites 2009)	32
Tabela 7 - Dimensões dos provetes .....	36
Tabela 8 - Parâmetros das leis coesivas de modo puro .....	45
Tabela 9 - Valores experimentais (médios) e numéricos para $G_{I+II}$ , $G_I$ e $G_{II}$ .....	50
Tabela 10 - Parâmetros das leis coesivas de modo puro utilizados na lei teste.....	54



## 1. Introdução

No seguimento dos estudos relativos a materiais compósitos laminados, em particular sobre o comportamento à fratura de laminados de fibras de carbono e resina epóxico, nasce o interesse em adotar soluções que permitam melhorar o seu comportamento tipicamente frágil e sujeito a fenómenos de delaminação. Apesar de este material possuir excelentes propriedades mecânicas específicas e de estar associado a um grande número de aplicações, inclusive nas mais exigentes áreas da engenharia como é o caso da aeronáutica, este é ainda alvo de investigação no que toca a formas para aumentar a sua tenacidade interlaminar e promover a ocorrência de uma falha suave e suscetível de reparação, em vez do colapso repentino e catastrófico por vezes verificado em estruturas deste tipo.

De entre os estudos realizados sobre a cortiça, são de realçar os resultados referentes às propriedades de tolerância ao dano que este material demonstrou possuir. É neste contexto que surge o interesse em tentar tirar proveito destas propriedades da cortiça com o objetivo de melhorar o comportamento à fratura de um laminado de C-E. Em trabalhos recentes foi já realizada a caracterização à fratura de um laminado de C-E e cortiça sob solicitações de modo puro I e II, tendo sido obtidos resultados positivos, quer no que respeita aos valores obtidos para  $G_{Ic}$  e  $G_{IIc}$ , quer na propagação suave do dano observada. Dado que em componentes mecânicos a ocorrência de solicitações de modo puro isoladamente não é comum, é necessário estudar o comportamento do material mediante solicitações em modo-misto I+II, realizando ensaios mecânicos para este efeito. O objetivo deste trabalho é perceber como o material se comporta em cenários deste tipo e estabelecer um critério de fratura para o modo-misto. A definição de um critério de fratura visa providenciar as ferramentas necessárias à simulação numérica associada ao projeto de aplicações estruturais que envolvam este material.





## 2. Revisão bibliográfica

### 2.1. Laminado híbrido de C-E e cortiça

De entre os materiais compósitos laminados é possível distinguir os laminados híbridos, que podem consistir num material compósito com diferentes fibras de reforço ou num material compósito combinado com outro tipo de material (Herakovich 1998). A este último caso corresponde o laminado estudado no presente trabalho, que combina um compósito de C-E com uma camada de cortiça. Neste capítulo são justificados os motivos da utilização da combinação destes dois materiais, sendo cada um deles primeiramente apresentado de forma individual. Na seção 2.3 é retomada a abordagem a este laminado híbrido e é exposta a sua caracterização à fratura até à data.

#### 2.1.1. Carbono-epóxico

Os compósitos constituídos por uma matriz de resina epóxico com reforço de fibras de carbono ocupam um lugar de destaque entre os compósitos fibrosos mais divulgados na indústria atual, graças às extraordinárias propriedades que oferecem e que permitem cumprir requisitos únicos, nomeadamente no que refere a propriedades mecânicas específicas.

As fibras de carbono possuem a maior rigidez e resistência específicas de entre todas as fibras de reforço. O seu valor em comparação com a rigidez e resistência específicas do alumínio é apresentado na Tabela 1. Possuem ainda a vantagem de manter a rigidez e resistência a elevadas temperaturas (Callister e Rethwisch 2007).

A resina epóxico é uma resina termoendurecível que se destaca pela facilidade de impregnação graças à sua baixa viscosidade (Prickett 2001) e pelas elevadas propriedades mecânicas de entre os materiais utilizados como matriz (Tabela 2). O seu comportamento à fratura é tipicamente frágil (Becker e Lampman 2002), embora já existam algumas resinas epóxico com tenacidade superior.

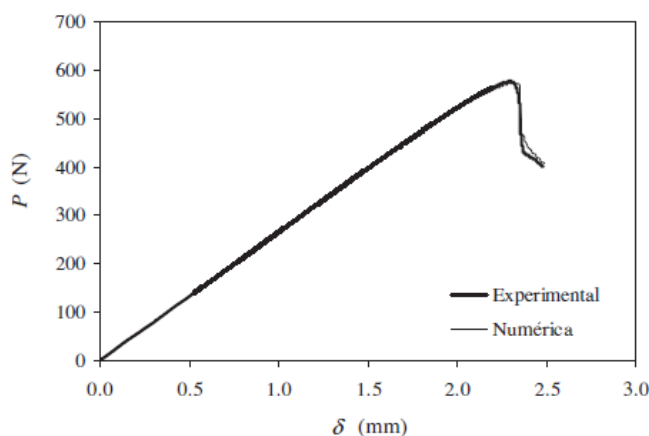
Tabela 1 - Propriedades mecânicas de alguns tipos de fibras de carbono; informação retirada de (Herakovich 1998)

Fibras de carbono	Massa volúmica, $\rho$ [kg/m <sup>3</sup> ]	Coefficiente de Poisson, $\nu_L$	Módulo de Young, $E_L$ (longitudinal) [GPa]	Tensão de rotura, $\sigma_L$ (longitudinal) [MPa]	Rigidez específica, $(E/\rho)/(E/\rho)_{Al}$	Resistência específica, $(\sigma/\rho)/(\sigma/\rho)_{Al}$
AS4	1800	0.20	235	3599	5.1	11.1
P100S	2150	0.20	724	2199	13.2	5.5
IM8	1800	0.20	310	5171	6.7	16.1

Tabela 2 - Propriedades mecânicas da resina epóxico; informação retirada de (Herakovich 1998)

	Massa volúmica, $\rho$ [kg/m <sup>3</sup> ]	Coefficiente de Poisson, $\nu$	Módulo de Young, $E$ [GPa]	Tensão de rotura, $\sigma$ [MPa]	Rigidez específica, $(E/\rho)/(E/\rho)_{Al}$	Resistência específica, $(\sigma/\rho)/(\sigma/\rho)_{Al}$
Epóxico	1380	0.36	4.6	58.6	0.08	0.4

No entanto, não obstante das suas excelentes propriedades, o sistema C-E apresenta um comportamento à fratura tipicamente frágil e é também afetado por alguns dos problemas comuns aos materiais compósitos, nomeadamente a delaminação. Na Figura 1 é apresentada uma curva força-deslocamento de um ensaio de fratura interlaminar em modo II de um laminado de C-E, onde é possível observar uma zona pós-pico com uma descida abrupta, representativa de um colapso repentino do material. É mediante este cenário que surge o interesse da realização do presente trabalho, que pretende com a inserção de uma camada de cortiça melhorar o comportamento à fratura do material, por um processo de hibridização, de simples implementação e economicamente viável. Evidentemente que a escolha da cortiça não é fruto do acaso, já que é um material com propriedades de grande interesse e a sua utilização em trabalhos anteriores conduziu a resultados promissores. Estes e outros aspetos sobre a cortiça serão abordados na secção 2.1.2.

Figura 1 - Curvas força-deslocamento (experimental e numérica) de um laminado de C-E sob solicitação em modo II; adaptado de (Dourado *et al.* 2012)

### 2.1.2. Cortiça

A cortiça é a casca do sobreiro (*Quercus Suber L.*), uma árvore que cresce nas zonas mediterrânicas e sobretudo em Portugal. O sobreiro é uma árvore de grande longevidade e com uma enorme capacidade de regeneração, que vive em média entre 150 a 200 anos, durante os quais é sujeito a cerca de 16 descortiçamentos intercalados por períodos de 9 anos (APCOR 2015). A União Europeia é o maior produtor de cortiça, com mais de 80% da produção mundial, de onde se destaca Portugal, país líder da produção de cortiça a nível mundial, responsável por mais de 50% desta. O primeiro descortiçamento do sobreiro produz uma cortiça chamada virgem, com uma superfície exterior muito irregular. Descortiçamentos sucessivos dão origem a cortiça com uma superfície exterior mais uniforme, designada cortiça de reprodução (ou amadia). A primeira cortiça de reprodução (chamada secundeira), ainda com algumas irregularidades, é utilizada, tal como a cortiça virgem, sobretudo para trituração e obtenção de granulados.

É a partir dos granulados que são fabricados os aglomerados de cortiça, que constituem o segundo produto mais importante da indústria corticeira, a seguir às rolhas. O seu aparecimento possibilitou o aproveitamento da cortiça desperdiçada no fabrico de rolhas, que chega a atingir os 75% (Gil 2009). Estes dividem-se essencialmente em aglomerados compostos e aglomerados puros (expandidos). Nos aglomerados compostos, são utilizados granulados obtidos a partir da trituração de cortiça virgem, rolhas defeituosas, restos de aglomerados e outros desperdícios. A obtenção deste tipo de aglomerados resulta de um processo de aglutinação dos grânulos com uma granulometria e massa volúmica específicas e pré-determinadas por ação conjunta da pressão, temperatura e um agente de aglutinação, em função do produto e da aplicação pretendida. O agente de aglutinação é geralmente uma resina de origem sintética ou natural. As aplicações possíveis são diversificadas, desde material de revestimento e isolamento até fins decorativos.

No fabrico dos aglomerados puros expandidos é utilizado um granulado mais grosseiro, obtido essencialmente por trituração de falca (cortiça virgem crua). A falca, por possuir um teor de extrativos (ceróides e taninos) superior ao dos restantes tipos de cortiça, permite a aglutinação dos grânulos sem a necessidade de aglutinantes externos. A aglomeração é então realizada num autoclave que funciona como molde e comprime ligeiramente os grânulos. É insuflado vapor de água sobreaquecido (temperatura de 300-370 °C) que atravessa os grânulos, provocando a exsudação da resina da cortiça para a superfície dos grânulos e o seu aumento de volume, causando a aglutinação entre estes. Este tipo de aglomerado é utilizado em aplicações de isolamento acústico e térmico, possuindo a vantagem de poder ser totalmente reciclado e reutilizado e de ser fabricado a partir de matéria-prima 100% natural e renovável (Chiebao 2011, Gil 2007).

## Estrutura, composição e propriedades

A estrutura da cortiça é anisotrópica. As três principais direções que é possível definir para a sua estrutura são a direção radial (paralela aos raios da seção circular da árvore), axial (direção vertical da árvore) e tangencial (perpendicular às outras duas). As secções perpendiculares a estas três direções são respetivamente designadas por tangencial, transversal e radial (Figura 2). É importante referir que a anisotropia deixa de ser sentida para os aglomerados de cortiça, visto que a orientação dos grânulos é aleatória.

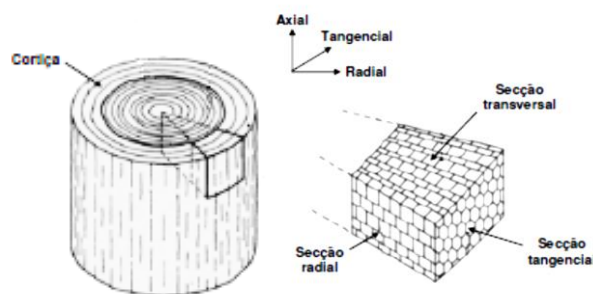


Figura 2 - Direções e secções definidas para a cortiça; adaptado de (Carvalho 2008)

Ao nível microscópico a cortiça é um tecido constituído por células dispostas de modo compacto e cujo conteúdo desapareceu durante o crescimento, e sofreu um posterior processo de suberificação (impermeabilização) das membranas celulares. As células comunicam entre si por microcanais que atravessam a parede celular. O volume das paredes é de cerca de 10-15% do volume total da célula, sendo os restantes 85-90% ocupados por um gás usualmente considerado semelhante ao ar. Estas cavidades de ar são responsáveis pelas propriedades de isolamento e resiliência deste material, características estas que são também comuns a outros materiais celulares, como é o caso das espumas. A parede celular de uma célula de cortiça apresenta cinco camadas: duas de natureza celulósica que revestem as cavidades celulares, duas mais interiores suberificadas (formadas por suberina e ceras) e uma camada média lenhificada, comum a duas células adjacentes (Figura 4).

Tabela 3 - Composição da cortiça e função dos constituintes; informação retirada de (Campos 2000, Gil 2007)

	Constituição	Função
Suberina	45%	Responsável pela compressibilidade, elasticidade e também pela impermeabilidade.
Lenhina	27%	Confere rigidez à estrutura celular.
Polissacarídeos	12%	Função estrutural, juntamente com a lenhina.
Ceróides	6%	Repelem a água e contribuem para a impermeabilidade.
Taninos	6%	Conferem a cor e conservam o material.
Cinzas	4%	

As membranas celulares possuem uma espessura mais fina nas células geradas na Primavera e no Verão (1 a 1.25  $\mu\text{m}$ ) do que nas células geradas no Outono e no Inverno (2 a 2.5  $\mu\text{m}$ ). Este facto, associado à maior ou menor dimensão das células, interfere também nas propriedades da cortiça. A configuração típica da célula da cortiça pode ser considerada um polígono de base hexagonal. As suas dimensões médias são entre 30 e 40  $\mu\text{m}$  de largura e entre 35 e 45  $\mu\text{m}$  de altura, sendo que 1  $\text{cm}^3$  de cortiça possui em média entre 30 a 42 milhões de células.

As características de isolamento da cortiça advêm do facto de a sua estrutura possuir células cheias de ar que, por serem muito menores do que as dos materiais celulares comuns, justificam as excelentes propriedades de isolamento deste material. A transferência de calor por condução depende apenas da quantidade de material sólido da estrutura das células, que é menor para a cortiça expandida termicamente, e justifica a utilização do aglomerado puro expandido para este fim. A convecção depende do tamanho das células e, no caso de estas serem pequenas, não tem uma contribuição significativa. A radiação depende também do tamanho das células, pois quanto menores, mais vezes o calor tem que ser absorvido e irradiado novamente (Gil 2007).

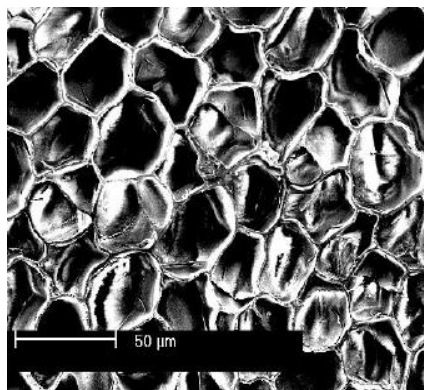


Figura 3 - Estrutura celular da cortiça (secção tangencial); adaptado de (Gil 2009)

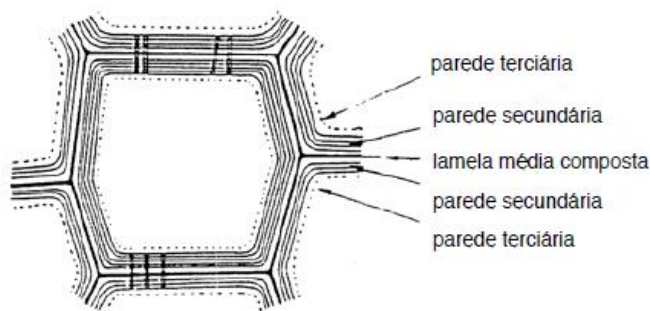


Figura 4 - Representação de uma célula de cortiça (Gil 2007)

Quando a cortiça é comprimida, as suas células encurvam e dobram, não existindo praticamente qualquer expansão lateral, ocorrendo uma posterior recuperação graças ao gás comprimido no interior das células. Na Figura 5 é apresentada a curva de um ensaio de compressão do aglomerado de cortiça NL20, onde é possível observar a enorme deformação compressiva que o material suporta até ao colapso. Este comportamento está associado à capacidade de absorção de energia de deformação deste material. A cortiça possui uma baixa massa volúmica que ronda os 200  $\text{kg}/\text{m}^3$  (Gil 2007) e uma baixa condutividade térmica de cerca de 0.045  $\text{W}/\text{m}\cdot\text{K}$  (Castro *et al.* 2010, Fernandes 2012). É caracterizada por possuir um baixo coeficiente de Poisson e um elevado coeficiente de atrito e ainda excelentes propriedades de tolerância ao dano e de amortecimento de vibrações.

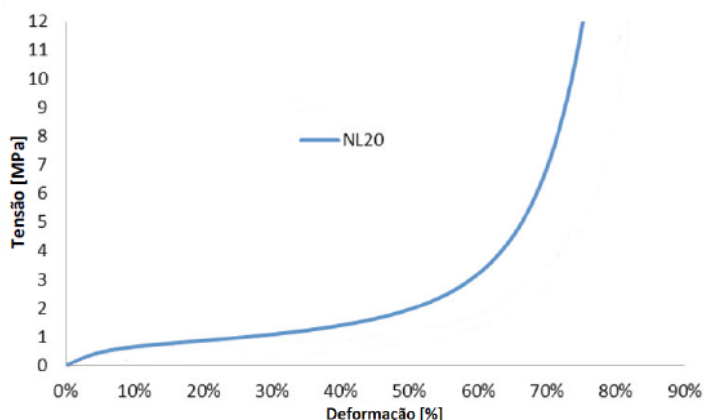


Figura 5 - Curva do ensaio de compressão do aglomerado NL20; (Fernandes 2012), adaptado de (Soares, Reis, e Sousa 2011)

### Compósitos com cortiça

Uma das aplicações para a cortiça que tem sido alvo de estudo é o seu emprego como núcleo em estruturas sanduíche. O fabrico de aglomerados de cortiça com resina epóxico permite obter um material otimizado com propriedades que não só superam as dos aglomerados de cortiça comuns como ainda competem com outros materiais comerciais utilizados para o núcleo de estruturas sanduíche. Castro *et al.* 2010 registaram valores elevados da tensão de corte máxima instalada para o ensaio de flexão em três pontos de estruturas com peles de C-E. No mesmo estudo foi possível verificar que a falha do material com núcleo de cortiça é progressiva (Figura 6), ocorrendo a propagação de uma fenda desde a zona do carregamento central até à extremidade do provete, pelo plano médio, ao invés da falha localizada ocorrente na zona do carregamento para as estruturas com outros tipos de núcleo. Ainda para o mesmo ensaio de flexão em três pontos foi possível verificar, pela observação das curvas força-deslocamento, que a descida após a carga máxima é menos abrupta no caso do material com núcleo de cortiça, o que é um dado particularmente importante numa situação de projeto de uma estrutura com requisitos de tolerância ao dano.



Figura 6 - Propagação de uma fenda numa estrutura sanduíche com peles de C-E e núcleo de aglomerado de cortiça (Castro *et al.* 2010)

De notar também que para estruturas sujeitas a solicitações dinâmicas, como as resultantes de impactos, os núcleos de cortiça apresentaram-se como a melhor solução para absorver vibrações e garantir a integridade estrutural do material. Ainda no mesmo estudo foi possível constatar que a produção de um aglomerado com mistura de dois tamanhos de granulado de cortiça permitiu alcançar coeficientes de condutividade térmica da ordem dos das estruturas sanduíche de núcleos convencionais, com a vantagem de possuir uma massa volúmica inferior, o que constitui um fator decisivo quando se trata de estruturas deste tipo (Castro *et al.* 2010).

Também Silva *et al.* 2011 investigaram o comportamento de materiais compósitos de C-E e cortiça para eventual aplicação na aeronáutica. Nomeadamente, foi estudado um material sanduíche com núcleo de aglomerado de cortiça e epóxico e peles de C-E, e um laminado de C-E intercalado com duas camadas de granulado de cortiça (consolidados durante o processo de fabrico). Apesar da resistência específica da cortiça estar aquém do necessário para aplicações aeronáuticas, os resultados dos estudos são interessantes. Para o material sanduíche foi averiguado o seu comportamento dinâmico. Foi então realizada uma simulação numérica, em que, para uma situação de encastramento, a frequência natural atingida para este material foi superior à verificada para o C-E sem cortiça e para o alumínio, materiais usados para comparação de resultados. Ou seja, a utilização de um núcleo de cortiça e epóxico permitiu diminuir a massa da estrutura, sem comprometer a sua rigidez.

Para o laminado de C-E com duas camadas de granulado de cortiça foram realizados ensaios de fadiga para obtenção da curva de Wöhler, que foi posteriormente comparada com a curva do material monolítico de C-E. Os resultados obtidos permitiram concluir que as duas curvas são muito idênticas, o que permitiu por sua vez afastar qualquer suspeita de que a presença da cortiça no laminado pudesse constituir uma inclusão que conduzisse à iniciação de uma fenda e compromettesse o comportamento à fadiga do material (Silva *et al.* 2011).

Não foram apresentados dados quantitativos relativos aos resultados dos estudos previamente expostos, já que estes dependem do material ensaiado em cada caso, bem como do seu processo de fabrico. No entanto, é importante notar que as conclusões retiradas suscitam o interesse de dar continuidade aos trabalhos de investigação relativos a compósitos com cortiça.

## 2.2. Mecânica da fratura

Neste capítulo são brevemente apresentados alguns conceitos basilares da mecânica da fratura que são de relevante importância para a execução e compreensão do trabalho realizado.

### Considerações energéticas

Experiências conduzidas por Griffith constituíram um importante ponto de partida para os avanços alcançados na mecânica da fratura linear elástica. Estes primeiros estudos foram aplicados ao vidro, e permitiram estipular que a condição de propagação de uma fenda num sólido elástico, associada a um incremento  $dA$  da superfície da fenda, é dada por

$$\frac{dW_{ext}}{dA} - \frac{dU}{dA} = \frac{dW_s}{dA} = 2\gamma \quad (2.1)$$

sendo  $\gamma$  a energia de tensão superficial necessária para a criação de uma nova unidade de superfície,  $W_s = 2\gamma a$  a energia necessária à criação de uma fenda (duas novas superfícies) de comprimento  $a$  no material,  $W_{ext}$  o trabalho realizado pelas forças exteriores e  $U$  a energia de deformação do sólido. Para materiais frágeis como o vidro o valor crítico da taxa de libertação de energia,  $G_c$  (valor que origina a propagação da fenda), é igual a  $2\gamma$ . Em estudos posteriores, Orowan descobriu que para materiais mais dúcteis do que o vidro o valor de  $G_c$  dependia sobretudo da energia de deformação plástica associada ao processo de fratura. Nos materiais compósitos os mecanismos de dissipação de energia na zona de processo incluem outros fenómenos (roturas de fibra e de matriz, pontes de fibras, entre outros) que podem ser englobados numa energia por unidade de superfície,  $\gamma_f$ , que é várias ordens de grandeza superior a  $\gamma$ . Tomando estes fatores em consideração, vem que  $G_c = 2(\gamma + \gamma_f)$  (de Moura, de Moraes, e de Magalhães 2011). Desde que a extensão da zona de processo seja muito menor do que  $a$ , a resistência à fratura é dada pelo valor de  $G_c$ , que pode ser calculado recorrendo à expressão de Irwin-Kies,

$$G = \frac{P^2}{2b} \frac{\partial C}{\partial a} \quad (2.2)$$

em que, para um dado ensaio mecânico,  $P$  é o valor da carga aplicada,  $b$  é a largura do provete testado e  $C$  é a flexibilidade (*compliance*) do sistema para um comprimento de fenda  $a$ , que é definida como

$$C = \frac{\delta}{P} \quad (2.3)$$

em que  $\delta$  é o deslocamento verificado no ponto de aplicação da força (Anderson 2005, Branco, Fernandes, e Castro 1986).



## Fratura em materiais compósitos: delaminação

Um dos principais mecanismos de fratura nos materiais compósitos é a delaminação, que consiste na degradação da interface de duas camadas (lâminas) adjacentes do material. Esta pode ocorrer segundo três modos puros de deformação, representados na Figura 7, e pelas combinações entre estes. Caso ocorra este fenómeno, a rigidez e a integridade estrutural do material ficam altamente comprometidas, o que pode resultar na falha catastrófica de um componente. A sua origem pode estar num defeito decorrente do próprio processo de fabrico do material ou da queda de uma ferramenta sobre este aquando da montagem de um equipamento, por exemplo. Alguns dos cenários favoráveis à sua ocorrência são a existência de tensões fora do plano do laminado, tensões compressivas (encurvadura) e tensões de corte interlaminares. Outro problema associado a este fenómeno é o facto de não ser facilmente detetável (Anderson 2005, de Moura *et al.* 2015). É portanto de grande importância tentar descobrir como se comporta um material sujeito a fenómenos de delaminação. Com o objetivo de estudar a resistência ou a tolerância à propagação de fissuras de delaminação, são realizados testes para determinar o valor de  $G_c$ , os chamados ensaios de fratura interlaminar. O objetivo é prever com fiabilidade a vida útil de uma estrutura feita em material compósito, avaliando a tolerância à presença de defeitos interlaminares (Rebelo 1989).

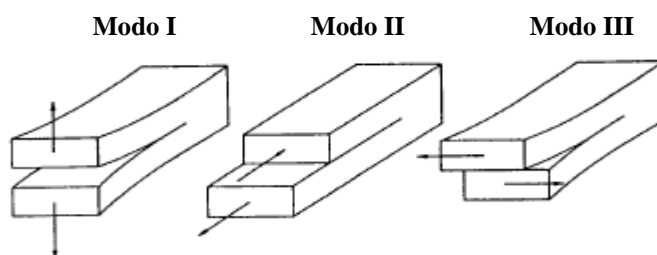


Figura 7 - Modos de deformação; adaptado de (Wang 1996)

Para aumentar a resistência à delaminação foram já utilizadas várias técnicas que promovem o aumento da tenacidade interlaminar, nomeadamente através do uso de materiais com maior tenacidade, uso de reforços ao longo da espessura, processos de *interleaving* e através da hibridização do material, sendo este último método o alvo de investigação do presente trabalho. À parte da hibridização, todas as outras técnicas são de difícil implementação e implicam um aumento do custo de fabrico do material. Esta técnica consiste na adição de um material com elevada tenacidade ao material base. No presente trabalho o material adicionado é a cortiça, que tem um custo reduzido em comparação com o C-E. Não existe nenhum custo adicional no processo de fabrico do laminado de C-E com cortiça, já que apenas se insere a camada de cortiça e se realiza o processo convencional de cura do pré-impregnado de C-E (de Moura *et al.* 2015), que em trabalhos anteriores (de Moura *et al.* 2015, Fernandes *et al.* 2014) já demonstrou proporcionar uma eficaz aderência entre os materiais. Estes fatores, juntamente com o comportamento da cortiça à fratura, tornam esta solução de hibridização particularmente interessante.

### Critérios de estabilidade de propagação de uma fenda

O critério tradicional de estabilidade (conhecido como critério de flexibilidade ou de energia) define que esta depende da derivada da taxa de libertação de energia em ordem ao comprimento de fenda e estabelece que, caso o seu valor seja menor ou igual a zero, a propagação da fenda será estável. A condição de estabilidade segundo este critério é então

$$\frac{dG}{da} \leq 0 \quad (2.4)$$

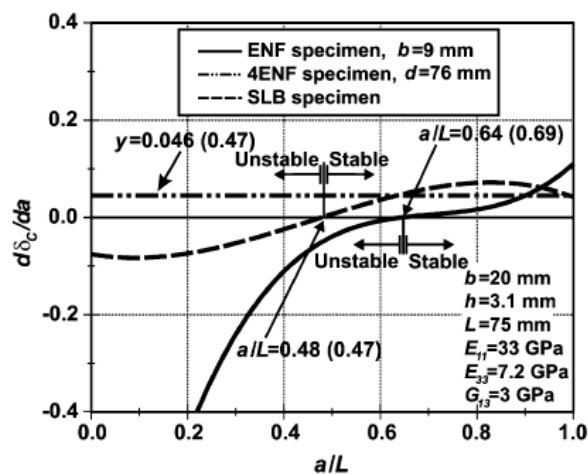
onde a expressão para  $G$  é obtida utilizando a equação de Irwin-Kies (equação (2.2)) e definindo a flexibilidade do sistema a partir da sua energia de deformação.

Num estudo aplicado a compósitos de fibra de vidro e poliéster (Szekrényes 2010) é definido um critério de estabilidade baseado em testes experimentais. Assim, por observação experimental foi possível definir um critério que está relacionado com a derivada do deslocamento crítico,  $\delta_c$ , em ordem ao comprimento de fenda. O deslocamento crítico é o deslocamento que ocorre no ponto de aplicação da carga no momento da propagação da fenda. O critério estabelece que caso o seu valor seja maior ou igual a zero, a propagação da fenda será estável, ou seja, caso se verifique a condição

$$\frac{d\delta_c(a)}{da} \geq 0 \quad (2.5)$$

A instabilidade traduz-se experimentalmente na observação de uma propagação rápida e repentina da fenda, que por sua vez impede a medição dos valores da carga e do comprimento da fenda durante aquele instante. Ensaando vários provetes com diferentes comprimentos de fenda foi possível observar que para razões  $a_0/L$  inferiores a um certo valor, não é possível monitorizar a propagação da fenda, ou seja, as configurações testadas são instáveis.

Foi possível observar para diferentes tipos de ensaios que ambos os critérios conduzem a limites de estabilidade muito próximos, tal como é possível notar na Figura 8, em que os valores correspondentes ao limite  $a_0/L$  obtido pelo critério tradicional são apresentados entre parênteses.



### Modelos coesivos

A utilização de modelos coesivos (ou modelos de zona coesiva) permite simular o comportamento à fratura de um material, recorrendo às chamadas leis coesivas. Estas últimas exprimem, para um dado material, a zona de comportamento elástico, a iniciação do dano e a sua propagação até à fratura. As leis coesivas relacionam parâmetros coesivos, que são tensões e deslocamentos relativos verificados num dado ponto de integração, e podem tomar diversas formas. Se o material apresentar um comportamento dúctil, então a lei que à partida melhor caracteriza o seu comportamento terá um patamar correspondente ao comportamento plástico, e será então uma lei trapezoidal (Figura 9). Por sua vez, se o material possuir diferentes mecanismos de dano, a lei coesiva pode conter uma zona de amaciamento bilinear. Os modelos coesivos são utilizados em simulações numéricas de elementos finitos, que neste trabalho foram realizadas para a validação da metodologia utilizada. As leis coesivas governam o comportamento dos elementos coesivos utilizados na simulação e os parâmetros das leis de modo puro fazem então parte dos dados de entrada necessários para a sua realização.

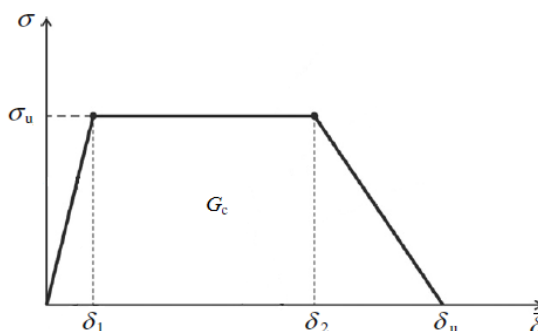


Figura 9 - Lei coesiva trapezoidal; adaptado de (de Moura, Campilho, e Gonçalves 2009)

A obtenção da lei coesiva pode ser feita pelo método direto ou indireto. O método direto requer a medição do deslocamento local na extremidade da fenda até à iniciação da sua propagação (utilizando a correlação digital de imagem) e o cálculo do valor da taxa de libertação de energia (utilizando, por exemplo, o método CBBM utilizado neste trabalho). Este método assenta na relação

$$G = \int_0^{\delta} \sigma(\bar{\delta}) d\bar{\delta} \quad (2.6)$$

e a lei coesiva é por sua vez obtida calculando

$$\sigma(\delta) = \frac{dG}{d\delta} \quad (2.7)$$

Posteriormente, é necessário sincronizar a evolução de  $G$  com  $\delta$ . A correlação digital de imagem (CDI) é um método ótico que permite medir deslocamentos e deformações de uma determinada superfície. Para utilizar a CDI é necessário aplicar um padrão aleatório (padrão *speckle*) na superfície do material. Durante um ensaio mecânico é então feita a captura sucessiva de imagens da superfície do material, e a comparação do padrão inicial da superfície não deformada com o padrão da superfície deformada permite obter o valor do deslocamento pretendido (Dias *et al.* 2013).

O método inverso tem como objetivo o ajuste das curvas força-deslocamento ( $P$ - $\delta$ ) numéricas com as experimentais, avaliando os valores ótimos dos parâmetros da lei coesiva (cuja forma é assumida à priori) que permitem obter a melhor concordância entre as curvas. Tal tarefa pode ser realizada, por exemplo, utilizando um algoritmo genético que determina os valores que permitem minimizar a diferença entre as curvas numéricas e experimentais, o que pode ser expresso pela minimização da função objetivo

$$\Pi = \sum_{i=1}^N \|P_{n,i} - P_{e,i}\|^2 \quad (2.8)$$

em que  $N$  representa o número de pontos obtidos na curva  $P$ - $\delta$  numérica e  $P_{n,i}$  e  $P_{e,i}$  representam os valores da carga para um ponto  $i$  da curva numérica e experimental, respetivamente. O algoritmo gera conjuntos de soluções e a análise termina quando é gerado um número suficiente de soluções que conduzam à convergência da função  $\Pi$  para o valor mínimo, que corresponde à solução ótima. São impostas restrições para que as soluções que vão sendo geradas não possam conter parâmetros com valores sem significado físico no contexto do problema (de Morais *et al.* 2015).

## 2.3. Caracterização à fratura do laminado de C-E e cortiça

O material que é alvo de estudo neste trabalho já foi previamente caracterizado à fratura sob solicitações em modo I e modo II em trabalhos anteriores (de Moura *et al.* 2015, Fernandes 2012, Fernandes *et al.* 2014). No entanto, apesar da grande importância da caracterização à fratura nos modos puros referidos, esta não proporciona só por si uma caracterização suficiente do comportamento do material. De facto, na maioria das aplicações de engenharia as estruturas e componentes mecânicos não são normalmente sujeitos a solicitações em modo puro isoladamente, ocorrendo com maior frequência cenários de solicitação em modo-misto, nomeadamente em modo-misto I+II. Nas secções seguintes são brevemente apresentados os estudos realizados para os modos puros I e II e é feita a introdução ao estudo do modo-misto I+II.

### 2.3.1. Caracterização sob solicitações em modo I

A caracterização à fratura sob solicitações em modo I foi feita submetendo o material ao ensaio *Double Cantilever Beam* (DCB). O ensaio consiste em aplicar uma solicitação  $P$  na extremidade do provete que contém uma pré-fenda, sendo registado o seu valor em função do deslocamento  $\delta$  verificado no mesmo ponto.

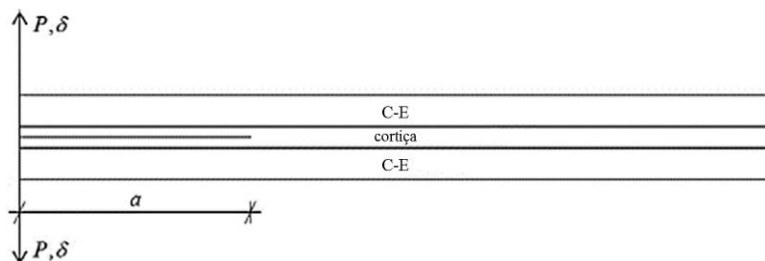


Figura 10 - Esquema do ensaio DCB; adaptado de (Fernandes *et al.* 2014)

Para determinar experimentalmente a taxa de libertação de energia em modo I,  $G_I$ , foi utilizado um método baseado na flexibilidade do provete, na teoria de vigas de Timoshenko e no conceito de comprimento de fenda equivalente, o *Compliance Based Beam Method* (CBBM).

Este método tem duas grandes vantagens relativamente a outros métodos como o *Compliance Calibration Method* (CCM) ou o *Direct Beam Theory* (DBT). A primeira reside na desnecessária monitorização do comprimento de fenda durante o ensaio. Esta tarefa por vezes não é de fácil execução, sendo particularmente difícil no caso de ensaios em modo II já que a fenda se propaga essencialmente com as duas faces em contacto. Para o caso da cortiça esta tarefa é inexecutável qualquer que seja o modo de solicitação, dado que a fenda não apresenta contornos únicos e bem definidos (Figura 11). A segunda vantagem está relacionada com a contabilização dos mecanismos de dissipação de energia na vizinhança da frente de fenda, a chamada zona de processo de fratura (ZPF). A utilização de um comprimento de fenda equivalente (superior ao comprimento de fenda real),  $a_e$ , permite ter em conta estes efeitos, e o cálculo deste parâmetro é realizado a partir da flexibilidade do provete ao longo do ensaio.



Figura 11 - Detalhe que mostra a dificuldade em identificar a frente de fenda num ensaio DCB (Fernandes *et al.* 2014)

Para aplicar este método basta recolher os dados experimentais correspondentes à curva força-deslocamento ( $P-\delta$ ) (Chaves *et al.* 2013). No entanto, é necessário conhecer as dimensões do provete e as propriedades mecânicas do material. A necessidade de fazer medições nos provetes e os erros a que estas estão sujeitas podem constituir uma desvantagem deste método. Também os casos em que as propriedades mecânicas do material não estejam bem estabelecidas ou não estejam disponíveis na literatura podem constituir um obstáculo à sua utilização. A desvantagem mais importante está relacionada com a eventual ocorrência de fenómenos experimentais (fenómenos de escorregamento, por exemplo) que induzem efeitos espúrios durante o ensaio, influenciando de forma indesejada os valores obtidos para a flexibilidade do sistema e consequentemente para os resultados obtidos.

A aplicação do CBBM e do conceito de  $a_e$  serão oportunamente apresentados na metodologia utilizada neste trabalho para o cálculo da taxa de libertação de energia em modo-misto I+II (secção 3.1), já que também foi empregue este método.

No estudo que visou a caracterização do material ao modo I a validação numérica foi feita através de uma simulação numérica que utilizou um modelo de zona coesiva e uma lei coesiva triangular. No entanto, como será abordado na secção 6.1, as leis utilizadas para a caracterização do material ao modo-misto I+II são leis que apresentam uma forma mais geral, como é o caso das leis trapezoidais com zona de amaciamento bilinear.

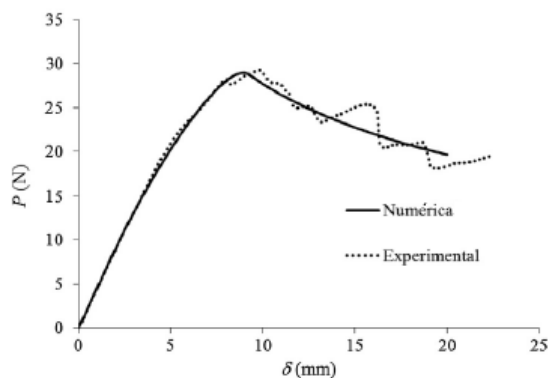


Figura 12 - Curva  $P-\delta$  numérica e experimental; adaptado de (Fernandes *et al.* 2014)

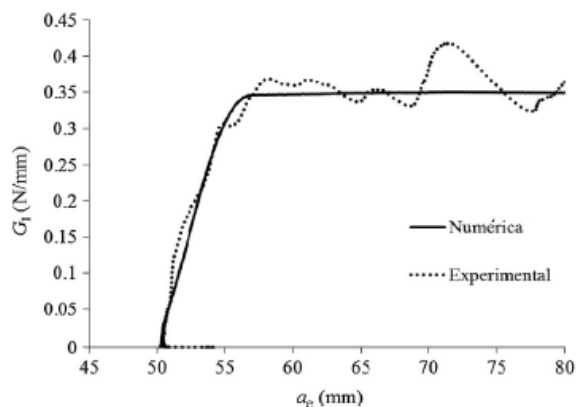


Figura 13 - Curva  $R$  numérica e experimental; adaptado de (Fernandes *et al.* 2014)

O trabalho desenvolvido permitiu concluir que o valor de  $G_{Ic}$  é superior ao que tinha sido obtido para o material monolítico de C-E. O valor obtido foi de 0.361 N/mm, o que corresponde a um aumento de 32% face ao valor de 0.273 N/mm obtido para o material monolítico (Fernandes *et al.* 2014).

### 2.3.2. Caracterização sob solicitações em modo II

A caracterização à fratura sob solicitações em modo II foi feita submetendo o material ao ensaio *End Notched Flexure* (ENF). O ensaio consiste em aplicar uma solicitação  $P$  no ponto médio do provete que está simplesmente apoiado nas duas extremidades e contém uma pré-fenda numa delas. É registado o valor da carga  $P$  em função do deslocamento  $\delta$  verificado no seu ponto de aplicação.

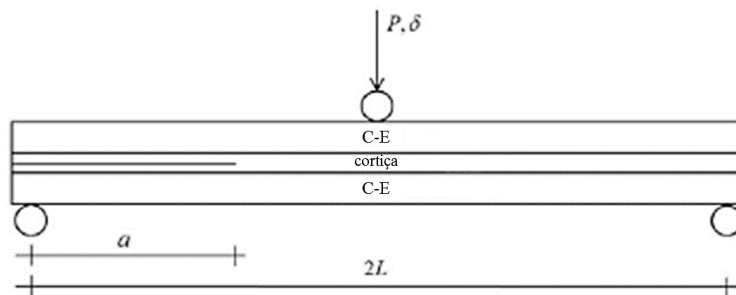


Figura 14 - Esquema do ensaio ENF; adaptado de (de Moura *et al.* 2015)

Para determinar experimentalmente a taxa de libertação de energia em modo II,  $G_{II}$ , foi utilizado o CBBM bem como o conceito de  $a_e$ , tal como no trabalho desenvolvido para o modo I.

A validação numérica dos resultados foi realizada recorrendo a uma simulação numérica de elementos finitos que utilizou um modelo de zona coesiva para simular a zona de propagação da fenda. A lei coesiva trapezoidal com zona de amaciamento bilinear utilizada na simulação foi obtida por um método inverso que utilizou um algoritmo genético, tal como foi descrito no subcapítulo “Modelos coesivos” da secção 2.2.

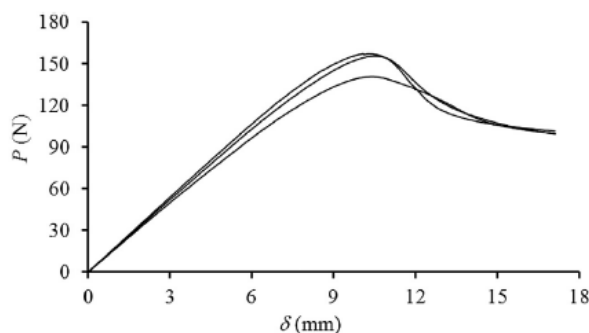


Figura 15 - Curvas  $P$ - $\delta$  para provetes com  $a_0 = 10$  mm (de Moura *et al.* 2015)

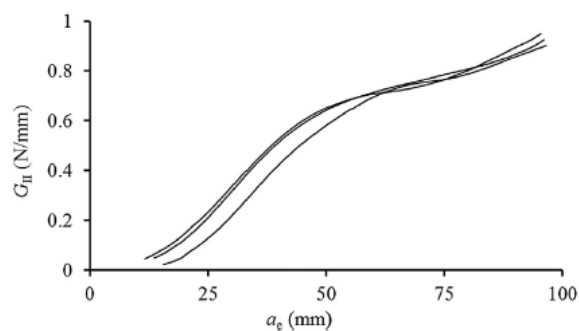


Figura 16 - Curvas  $R$  para provetes com  $a_0 = 10$  mm (de Moura *et al.* 2015)

O trabalho desenvolvido permitiu concluir que embora o valor de  $G_{IIc}$  seja ligeiramente inferior ao que tinha sido obtido para o material monolítico de C-E ( $G_{IIc} = 0.75$  N/mm face ao valor de 0.82 N/mm obtido para o material monolítico), a utilização deste laminado híbrido promove uma propagação estável da fenda, o que não acontece no caso do material monolítico. Recorde-se que a propagação instável de uma fenda e consequente falha catastrófica de uma estrutura constituída apenas por C-E constitui uma desvantagem deste material e naturalmente uma preocupação em termos de projeto (de Moura *et al.* 2015).

Neste estudo foram testados provetes com valores de  $a_0$  de 10, 20 e de 30 mm e uma distância entre apoios  $2L = 240$  mm. Ora, a combinação destas dimensões resulta em configurações altamente instáveis, uma vez que  $a_0/L$  toma o valor de 0.083, 0.17 e 0.25, valores bem inferiores ao limite de estabilidade de  $a_0/L = 0.64$  estabelecido para o ensaio ENF (ver Figura 8). É de notar que ainda assim, tal como foi referido, a propagação da fenda foi estável.

### 2.3.3. Caracterização sob solicitações em modo-misto I+II

A caracterização de um material sob solicitações em modo-misto I+II pode ser feita através de vários testes. As diferenças entre eles prendem-se logicamente com as diferentes montagens experimentais, com as diferentes combinações de modo I e modo II, que são comumente avaliadas pela relação  $G_I / G_{II}$  ou pelo parâmetro  $\varphi = \tan^{-1}(G_{II} / G_I)^{1/2}$ , e ainda pela maior ou menor possibilidade de ajuste da contribuição de cada um dos modos.

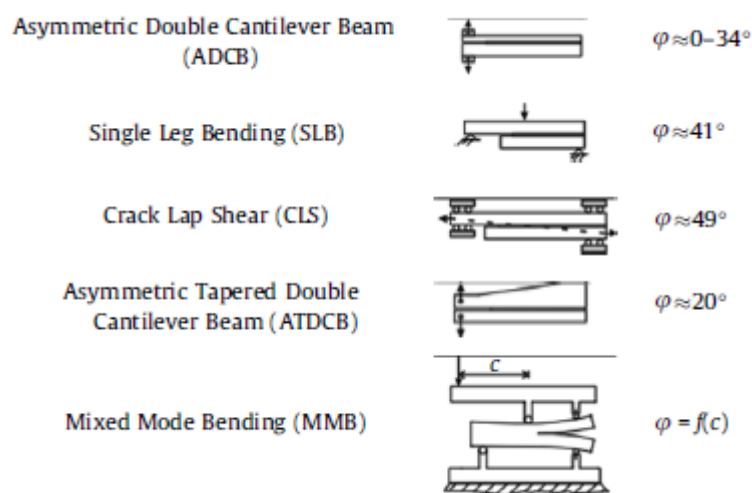


Figura 17 - Exemplos de ensaios para o modo-misto I+II; adaptado de (Fernández *et al.* 2013)

No caso particular do ensaio *Single Leg Bending* (SLB), que é o utilizado neste trabalho, as vantagens são a simplicidade da montagem e o equilíbrio entre as energias dissipadas nos dois modos,  $G_I / G_{II} = 1.35$  ( $\varphi \approx 41^\circ$ ) (para um material monolítico). No entanto a liberdade de ajuste da contribuição dos dois modos é nula (ou muito reduzida, no caso de se utilizarem braços do provete com espessuras diferentes), ou seja, a relação  $G_I / G_{II}$  para o ensaio SLB é praticamente fixa, o que pode constituir uma desvantagem (Fernández *et al.* 2013).

As dimensões relevantes para o ensaio SLB do laminado de C-E e cortiça em estudo estão representadas na Figura 18. Neste tipo de ensaio o provete tem a particularidade de ter parte do braço inferior removida. O ensaio consiste em aplicar uma solicitação  $P$  no ponto médio do provete que está simplesmente apoiado nas duas extremidades e contém uma pré-fenda naquela em que foi removida parte do braço. É registado o valor da carga  $P$  em função do deslocamento  $\delta$  verificado no seu ponto de aplicação.



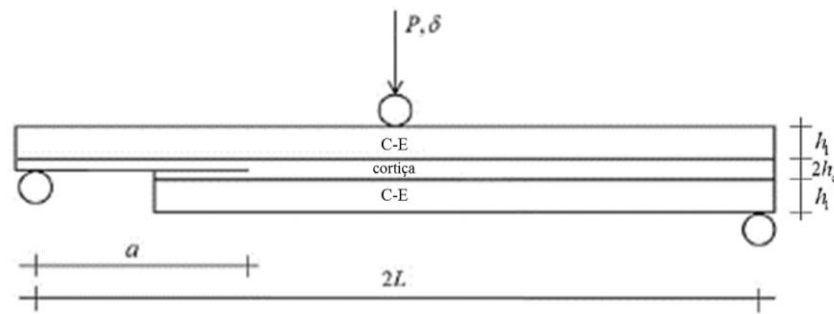


Figura 18 - Esquema do ensaio SLB; adaptado de (de Moura *et al.* 2015)

A validação da metodologia para o caso do modo-misto I+II é realizada a partir das leis coesivas de modo puro I e II utilizadas num trabalho anterior (de Moura *et al.* 2015), que visou a caracterização do laminado de C-E e cortiça a solicitações de modo II. Os parâmetros das leis serão oportunamente apresentados na secção 6.1, inserida no capítulo da validação numérica.



### 3. Metodologia utilizada

#### 3.1. Cálculo de $G_{I+II}$

Para a determinação das curvas de resistência  $G_{I+II} = f(a_e)$  foi utilizado o CBBM. Para tal, é necessário estabelecer as expressões da energia de deformação elástica associada aos efeitos de flexão e de corte sofridos pelo provete,  $U_f$  e  $U_c$ , respetivamente.

A componente relativa à energia de flexão,  $U_f$ , obtém-se recorrendo à expressão

$$U_f = \int_0^a \frac{M_{f1}^2}{2D_m} dx + \int_a^L \frac{M_{f2}^2}{2D_{mT}} dx + \int_L^{2L} \frac{M_{f3}^2}{2D_{mT}} dx \quad (3.1)$$

em que  $M_f$  representa o momento fletor para cada troço do provete (ver Figura 21) e  $D_m$  e  $D_{mT}$  representam a rigidez equivalente à flexão para a secção correspondente a meia espessura (um braço) do provete e para a secção correspondente à espessura total, respetivamente (Figura 19 e Figura 20). O raciocínio para o cálculo da rigidez equivalente é apresentado no Anexo A. Para meia espessura fica então

$$\begin{aligned} D_m &= E_l \left( \frac{bh_l^3}{12} + bh_l d_l^2 \right) + E_c \left( \frac{bh_c^3}{12} + bh_c d_c^2 \right) = \\ &= E_l b \left( \frac{h_l^3}{12} + h_l d_l^2 \right) + E_c b \left( \frac{h_c^3}{12} + h_c d_c^2 \right) \end{aligned} \quad (3.2)$$

em que  $E_l$  e  $E_c$  representam respetivamente o módulo de Young do laminado de C-E e da cortiça, e  $d_l$  e  $d_c$  representam a distância do centro de gravidade do C-E e da cortiça ao eixo neutro do braço. Estas distâncias são obtidas partindo do raciocínio que estabelece o equilíbrio de forças internas para uma secção composta, apresentado no Anexo B.

Por sua vez, para a espessura total fica

$$\begin{aligned} D_{mT} &= 2E_l \left( \frac{bh_l^3}{12} + bh_l \left( \frac{h_l}{2} + h_c \right)^2 \right) + E_c \left( \frac{b(2h_c)^3}{12} \right) = \\ &= b \left[ 2E_l \left( \frac{h_l^3}{12} + h_l \left( \frac{h_l}{2} + h_c \right)^2 \right) + E_c \frac{2h_c^3}{3} \right] \end{aligned} \quad (3.3)$$

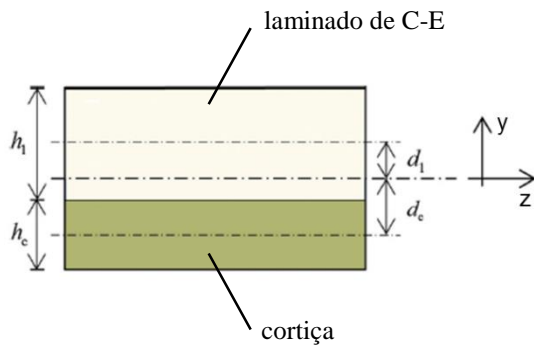


Figura 19 - Secção correspondente a um braço; adaptado de (Fernandes *et al.* 2014)

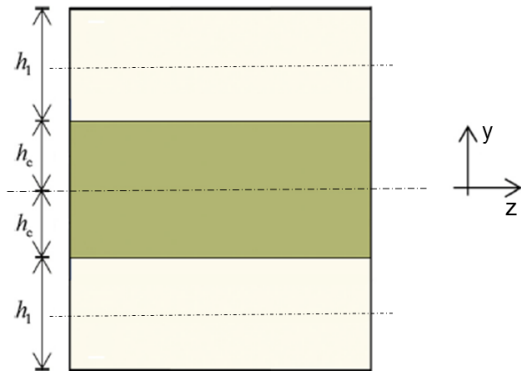
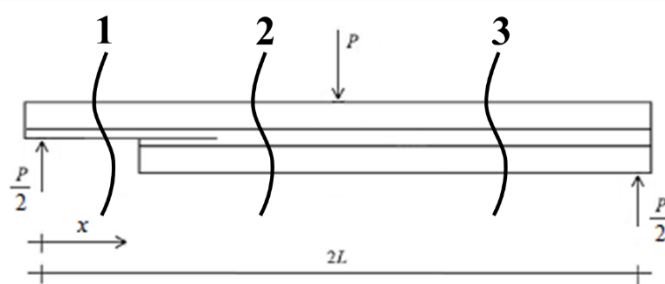


Figura 20 - Secção completa; adaptado de (Fernandes *et al.* 2014)

Calculando os esforços para os diferentes troços do provete vem que



$$M_{f1} = \frac{P}{2}x \quad V_1 = -\frac{P}{2}$$

$$M_{f2} = \frac{P}{2}x \quad V_2 = -\frac{P}{2}$$

$$M_{f3} = P\left(L - \frac{x}{2}\right) \quad V_3 = \frac{P}{2}$$

Figura 21 - Esforços nas diferentes secções do provete

ficando

$$U_f = \int_0^a \frac{P^2}{8D_m} x^2 dx + \int_a^L \frac{P^2}{8D_{m_r}} x^2 dx + \int_L^{2L} \frac{P^2}{2D_{m_r}} \left(L - \frac{x}{2}\right)^2 dx =$$

$$= \frac{P^2 a^3}{24D_m} + \frac{P^2}{24D_{m_r}} (2L^3 - a^3) \quad (3.4)$$

Aplicando o teorema de Castigliano obtém-se

$$\delta_f = \frac{\partial U_f}{\partial P} =$$

$$= \frac{Pa^3}{12D_m} + \frac{P}{12D_{m_r}} (2L^3 - a^3) \quad (3.5)$$

Calculando a flexibilidade, vem

$$C_f = \frac{\delta_f}{P} = \frac{a^3}{12D_m} + \frac{1}{12D_{m_r}}(2L^3 - a^3) \quad (3.6)$$

O cálculo de  $U_c$  é feito repartindo-a nas componentes  $U_{c(0 \rightarrow a)}$  e  $U_{c(a \rightarrow 2L)}$ , relativas ao troço  $0 \leq x \leq a$  e  $a \leq x \leq 2L$ , respetivamente. Para o primeiro troço vem então

$$U_{c(0 \rightarrow a)} = \int_0^a \int_0^b \int_0^{d_l + \frac{h_l}{2}} \frac{\tau_{ls}^2}{2G_{xy(l)}} dydzdx + \int_0^a \int_0^b \int_{-d_c + \frac{h_c}{2}}^0 \frac{\tau_{li}^2}{2G_{xy(l)}} dydzdx + \int_0^a \int_0^b \int_{-d_c - \frac{h_c}{2}}^{-d_c + \frac{h_c}{2}} \frac{\tau_c^2}{2G_{xy(c)}} dydzdx \quad (3.7)$$

sendo  $G_{xy(l)}$  e  $G_{xy(c)}$  os módulos de resistência ao corte do laminado de C-E e da cortiça, respetivamente, e as componentes  $\tau_{ls}$ ,  $\tau_{li}$  e  $\tau_c$  as tensões de corte no laminado superior, laminado inferior e na cortiça, respetivamente (Figura 22). Estas tensões obtêm-se a partir da expressão da tensão de corte  $\tau_{xy}$  para uma viga de secção composta por mais do que um material, a saber

$$\tau_{xy} = \frac{V}{bD} \iint y E_i dydz \quad (3.8)$$

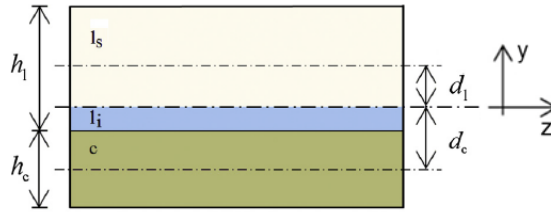


Figura 22 - Laminado superior, laminado inferior e cortiça; adaptado de (Fernandes *et al.* 2014)

ficando então

$$\begin{aligned} \tau_{ls} &= \frac{V}{bD_m} \int_0^b \int_y^{d_l + \frac{h_l}{2}} y E_l dydz = \frac{V E_l}{bD_m} b \int_y^{d_l + \frac{h_l}{2}} y dy = \\ &= \frac{V E_l}{2D_m} \left[ \left( d_l + \frac{h_l}{2} \right)^2 - y^2 \right] \quad \text{para } 0 \leq y \leq d_l + \frac{h_l}{2} \end{aligned} \quad (3.9)$$

$$\begin{aligned} \tau_{li} &= \frac{V}{bD_m} \left[ \int_0^b \int_y^{-d_c + \frac{h_c}{2}} y E_l dydz + \int_0^b \int_{-d_c - \frac{h_c}{2}}^{-d_c + \frac{h_c}{2}} y E_c dydz \right] = \frac{V}{bD_m} \left[ b E_l \int_y^{-d_c + \frac{h_c}{2}} y dy + b E_c \int_{-d_c - \frac{h_c}{2}}^{-d_c + \frac{h_c}{2}} y dy \right] = \\ &= \frac{V}{2D_m} \left[ E_l \left[ \left( -d_c + \frac{h_c}{2} \right)^2 - y^2 \right] + 2 E_c d_c h_c \right] \quad \text{para } -d_c + \frac{h_c}{2} \leq y \leq 0 \end{aligned} \quad (3.10)$$

$$\begin{aligned}
 \tau_c &= \frac{V}{bD_m} \int_0^b \int_y^{-d_c - \frac{h_c}{2}} y E_c dy dz = \frac{VE_c}{bD_m} b \int_y^{-d_c - \frac{h_c}{2}} y dy = \\
 &= \frac{VE_c}{2D_m} \left[ \left( d_c + \frac{h_c}{2} \right)^2 - y^2 \right] \quad \text{para} \quad -d_c - \frac{h_c}{2} \leq y \leq -d_c + \frac{h_c}{2} \quad (3.11)
 \end{aligned}$$

Substituindo (3.9), (3.10) e (3.11) em (3.7) e resolvendo as integrações, fica

$$\begin{aligned}
 U_{c(0 \rightarrow a)} &= \frac{ba}{2G_{xy(l)}} \left( \frac{VE_l}{2D_m} \right)^2 \left[ \frac{8}{15} \left( d_l + \frac{h_l}{2} \right)^5 \right] + \\
 &+ \frac{ba}{2G_{xy(l)}} \left( \frac{V}{2D_m} \right)^2 \left[ -\frac{8}{15} E_l^2 \left( -d_c + \frac{h_c}{2} \right)^5 - \frac{8}{3} E_l E_c d_c h_c \left( -d_c + \frac{h_c}{2} \right)^3 - 4E_c^2 d_c^2 h_c^2 \left( -d_c + \frac{h_c}{2} \right) \right] + \\
 &+ \frac{ba}{2G_{xy(c)}} \left( \frac{VE_c}{2D_m} \right)^2 \left[ \left( -d_c + \frac{h_c}{2} \right) \left( d_c + \frac{h_c}{2} \right)^4 + \frac{1}{5} \left( -d_c + \frac{h_c}{2} \right)^5 - \frac{2}{3} \left( -d_c + \frac{h_c}{2} \right)^3 \left( d_c + \frac{h_c}{2} \right)^2 + \frac{8}{15} \left( d_c + \frac{h_c}{2} \right)^5 \right] \quad (3.12)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 U_{c(0 \rightarrow a)} &= \frac{baV^2}{8D_m^2} \left[ \frac{8}{15} \frac{E_l^2}{G_{xy(l)}} \left( d_l + \frac{h_l}{2} \right)^5 + \frac{1}{G_{xy(l)}} \left( -\frac{8}{15} E_l^2 \left( -d_c + \frac{h_c}{2} \right)^5 - \frac{8}{3} E_l E_c d_c h_c \left( -d_c + \frac{h_c}{2} \right)^3 - \right. \right. \\
 &- 4E_c^2 d_c^2 h_c^2 \left. \left( -d_c + \frac{h_c}{2} \right) \right) + \frac{E_c^2}{G_{xy(c)}} \left( \left( -d_c + \frac{h_c}{2} \right) \left( d_c + \frac{h_c}{2} \right)^4 + \frac{1}{5} \left( -d_c + \frac{h_c}{2} \right)^5 - \right. \\
 &\left. \left. - \frac{2}{3} \left( -d_c + \frac{h_c}{2} \right)^3 \left( d_c + \frac{h_c}{2} \right)^2 + \frac{8}{15} \left( d_c + \frac{h_c}{2} \right)^5 \right) \right] \quad (3.13)
 \end{aligned}$$

Substituindo  $V = -P/2$  e após manipulação algébrica é possível escrever finalmente para o primeiro troço

$$\begin{aligned}
 U_{c(0 \rightarrow a)} = \frac{baP^2}{32D_m^2} & \left[ \frac{8}{15} \frac{E_l^2}{G_{xy(l)}} \left( d_l + \frac{h_l}{2} \right)^5 + \frac{1}{G_{xy(l)}} \left( -\frac{8}{15} E_l^2 \left( -d_c + \frac{h_c}{2} \right)^5 - \frac{8}{3} E_l E_c d_c h_c \left( -d_c + \frac{h_c}{2} \right)^3 - \right. \right. \\
 & \left. \left. -4E_c^2 d_c^2 h_c^2 \left( -d_c + \frac{h_c}{2} \right) \right) + \frac{E_c^2}{G_{xy(c)}} \left( h_c \left( d_c + \frac{h_c}{2} \right)^4 + \frac{1}{5} \left( -d_c + \frac{h_c}{2} \right)^5 - \right. \right. \\
 & \left. \left. -\frac{2}{3} \left( -d_c + \frac{h_c}{2} \right)^3 \left( d_c + \frac{h_c}{2} \right)^2 - \frac{7}{15} \left( d_c + \frac{h_c}{2} \right)^5 \right) \right] \\
 & (3.14)
 \end{aligned}$$

Designando por  $M$  as parcelas contidas entre parênteses retos e aplicando o teorema de Castigliano obtém-se

$$\begin{aligned}
 \delta_{c(0 \rightarrow a)} &= \frac{\partial U_{c(0 \rightarrow a)}}{\partial P} = \\
 &= \frac{baP}{16D_m^2} M \\
 & (3.15)
 \end{aligned}$$

Calculando a flexibilidade, vem

$$\begin{aligned}
 C_{c(0 \rightarrow a)} &= \frac{\delta_{c(0 \rightarrow a)}}{P} = \\
 &= \frac{ba}{16D_m^2} M \\
 & (3.16)
 \end{aligned}$$

A componente de energia de deformação de corte do segundo troço,  $a \leq x \leq 2L$  (de notar que é desnecessário subdividir esta componente de corte em  $a \leq x \leq L$  e  $L \leq x \leq 2L$  visto que  $V_2^2 = V_3^2 = P^2/4$  e a secção transversal é idêntica), escreve-se (ver Figura 20)

$$U_{c(a \rightarrow 2L)} = 2 \int_a^{2L} \int_0^b \int_{h_c}^{h_c+h_l} \frac{\tau_l^2}{2G_{xy(l)}} dydzdx + 2 \int_a^{2L} \int_0^b \int_0^{h_c} \frac{\tau_c^2}{2G_{xy(c)}} dydzdx \quad (3.17)$$

em que

$$\begin{aligned} \tau_l &= \frac{V}{bD_{m_r}} \int_0^b \int_y^{h_c+h_l} yE_l dydz = \frac{VE_l}{bD_{m_r}} b \int_y^{h_c+h_l} y dy = \\ &= \frac{VE_l}{2D_{m_r}} \left[ (h_c + h_l)^2 - y^2 \right] \quad \text{para } h_c \leq y \leq h_c + h_l \end{aligned} \quad (3.18)$$

$$\begin{aligned} \tau_c &= \frac{V}{bD_{m_r}} \left[ \int_0^b \int_y^{h_c} yE_c dydz + \int_0^b \int_{h_c}^{h_c+h_l} yE_l dydz \right] = \frac{V}{bD_{m_r}} \left[ bE_c \int_y^{h_c} y dy + bE_l \int_{h_c}^{h_c+h_l} y dy \right] = \\ &= \frac{V}{2D_{m_r}} \left[ E_c (h_c^2 - y^2) + E_l (h_l^2 + 2h_c h_l) \right] \quad \text{para } 0 \leq y \leq h_c \end{aligned} \quad (3.19)$$

Substituindo (3.18) e (3.19) em (3.17) e resolvendo as integrações fica então

$$\begin{aligned} U_{c(a \rightarrow 2L)} &= \frac{2b(2L-a)}{2G_{xy(l)}} \left( \frac{VE_l}{2D_{m_r}} \right)^2 \left[ \frac{8}{15} (h_c + h_l)^5 - h_c (h_c + h_l)^4 - \frac{h_c^5}{5} + \frac{2}{3} h_c^3 (h_c + h_l)^2 \right] + \\ &+ \frac{2b(2L-a)}{2G_{xy(c)}} \left( \frac{V}{2D_{m_r}} \right)^2 \left[ \frac{8}{15} E_c^2 h_c^5 + E_l^2 h_c (h_l^2 + 2h_c h_l)^2 + \frac{4}{3} E_c E_l h_l h_c^3 (h_l + 2h_c) \right] \end{aligned} \quad (3.20)$$

Substituindo  $V = P/2$  e reorganizando,

$$\begin{aligned} U_{c(a \rightarrow 2L)} &= \frac{bP^2(2L-a)}{16D_{m_r}^2} \left[ \frac{E_l^2}{G_{xy(l)}} \left( h_l (h_c + h_l)^4 - \frac{7}{15} (h_c + h_l)^5 - \frac{h_c^5}{5} + \frac{2}{3} h_c^3 (h_c + h_l)^2 \right) + \right. \\ &\left. + \frac{1}{G_{xy(c)}} \left( \frac{8}{15} E_c^2 h_c^5 + E_l^2 h_l^2 h_c (h_l + 2h_c)^2 + \frac{4}{3} E_c E_l h_l h_c^3 (h_l + 2h_c) \right) \right] \end{aligned} \quad (3.21)$$

Designando por  $N$  as parcelas contidas entre parênteses retos e aplicando o teorema de Castigliano obtém-se

$$\begin{aligned} \delta_{c(a \rightarrow 2L)} &= \frac{\partial U_{c(a \rightarrow 2L)}}{\partial P} = \\ &= \frac{bP(2L-a)}{8D_{m_r}^2} N \end{aligned} \quad (3.22)$$



Calculando a flexibilidade, vem

$$\begin{aligned} C_{c(a \rightarrow 2L)} &= \frac{\delta_{c(a \rightarrow 2L)}}{P} = \\ &= \frac{b(2L-a)}{8D_{m_r}^2} N \end{aligned} \quad (3.23)$$

A flexibilidade total é a soma das três componentes: de flexão, de corte no troço  $0 \leq x \leq a$  e de corte no troço  $a \leq x \leq 2L$ . É então igual a

$$\begin{aligned} C_T &= C_f + C_{c(0 \rightarrow a)} + C_{c(a \rightarrow 2L)} = \\ &= \frac{a^3}{12D_m} + \frac{1}{12D_{m_r}} (2L^3 - a^3) + \frac{ba}{16D_m^2} M + \frac{b(2L-a)}{8D_{m_r}^2} N \end{aligned} \quad (3.24)$$

que se pode escrever na forma

$$\alpha_m a^3 + \beta_m a + \gamma_m = 0 \quad (3.25)$$

com

$$\alpha_m = \frac{1}{12} \left( \frac{1}{D_m} - \frac{1}{D_{m_r}} \right) \quad (3.26)$$

$$\beta_m = b \left( \frac{M}{16D_m^2} - \frac{N}{8D_{m_r}^2} \right) \quad (3.27)$$

$$\gamma_m = \frac{L^3}{6D_{m_r}} + \frac{bLN}{4D_{m_r}^2} - C_T \quad (3.28)$$

O uso de um comprimento de fenda equivalente,  $a_e$ , requer o seu cálculo a partir da expressão (3.25), cuja solução pode ser obtida utilizando o software Matlab<sup>®</sup>, conforme referido no Anexo C. Recorrendo à expressão de Irwin-Kies para o cálculo da taxa de libertação de energia, vem finalmente

$$\begin{aligned} G_{I+II} &= \frac{P^2}{2b} \frac{\partial C_T}{\partial a_e} = \\ &= \frac{P^2}{2b} (3\alpha_m a_e^2 + \beta_m) \end{aligned} \quad (3.29)$$

### 3.2. Repartição de $G_{I+II}$ em $G_I$ e $G_{II}$

De maneira a analisar as componentes de modo puro, foi feita a repartição da taxa de libertação de energia total em modo-misto,  $G_{I+II}$ , em  $G_I$  e  $G_{II}$ . A análise realizada é baseada na possibilidade de assumir que o ensaio SLB pode ser entendido como a sobreposição dos ensaios DCB e ENF. Um raciocínio semelhante foi outrora apresentado para outros ensaios em modo-misto, como é o caso do ensaio MMB apresentado em (Chaves *et al.* 2013).

Assim, analisando as solicitações e as reações atuantes nos provetes de cada ensaio, em particular na extremidade que contem a fenda e a meio vão,

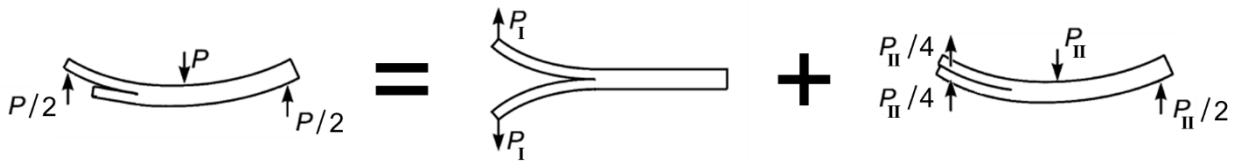


Figura 23 - Ensaio SLB como a sobreposição dos ensaios DCB e ENF; esquemas adaptados de (Szekrényes 2010)

é possível escrever,

$$\begin{cases} P = P_{II} \\ \frac{P}{2} = P_I + \frac{P_{II}}{4} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} P_{II} = P \\ P_I = \frac{P}{4} \end{cases} \quad (3.30)$$

Os valores de  $P_I$  e  $P_{II}$  estão escritos em função da carga  $P$  aplicada (e de valor conhecido) no ensaio SLB e podem então ser utilizados no cálculo de  $G_I$  e  $G_{II}$  através da expressão de Irwin-Kies. Para tal são utilizados os resultados provenientes de estudos prévios relativos aos ensaios de modo puro DCB e ENF (de Moura *et al.* 2015, Fernandes 2012, Fernandes *et al.* 2014) e é usado um procedimento semelhante ao apresentado na secção 3.1 para o ensaio SLB.

Para o ensaio DCB vem

$$G_I = \frac{P_I^2}{2b} (3\alpha_I a_e^2 + \beta_I) \quad (3.31)$$

em que

$$\alpha_I = \frac{2}{3D_m} \quad (3.32)$$

$$\beta_I = \frac{bM}{2D_m^2} \quad (3.33)$$

Por sua vez, para o ensaio ENF,

$$G_{II} = \frac{P_{II}^2}{2b} (3\alpha_{II} a_e^2 + \beta_{II}) \quad (3.34)$$

em que

$$\alpha_{II} = \frac{1}{24D_m} - \frac{1}{12D_{m_T}} \quad (3.35)$$

$$\beta_{II} = b \left( \frac{M}{32D_m^2} - \frac{N}{8D_{m_T}^2} \right) \quad (3.36)$$

Substituindo  $P_I$  e  $P_{II}$  conforme estabelecido nas equações (3.30), é então possível proceder ao cálculo de  $G_I$  e  $G_{II}$ .

Um raciocínio de validação é apresentado no Anexo D, que demonstra a correspondência entre as componentes associadas à flexão e ao corte da expressão de cálculo de  $G_{I+II}$  do ensaio SLB e a soma das componentes associadas à flexão e ao corte provenientes das expressões de cálculo de  $G_I$  e  $G_{II}$  relativas ao ensaio DCB e ENF, respetivamente.

A metodologia referida em 3.1 e 3.2 foi aplicada utilizando uma folha de cálculo similar à apresentada no Anexo E.



## 4. Procedimento experimental

### 4.1. Material utilizado

Os materiais utilizados na produção do material híbrido foram camadas de pré-impregnado unidirecional de fibras de carbono e resina epóxico, TEXIPREG HS 160 RM, produzido pela SEAL<sup>®</sup>, e um aglomerado de cortiça, CORECORK<sup>®</sup> NL20, produzido pela Amorim Cork Composites. Este aglomerado tem uma excelente compatibilidade com resinas, nomeadamente com a resina epóxico (A.C.Composites 2009). A espessura de uma camada de pré-impregnado de C-E é de 0.14 mm e a espessura do aglomerado de cortiça é de 1 mm.

Tabela 4 - Propriedades de uma camada de pré-impregnado TEXIPREG HS 160 RM; informação retirada de (de Moura *et al.* 2015)

TEXIPREG HS 160 RM					
$E_1$	109000 MPa	$G_{12}$	4315 MPa	$\nu_{12}$	0.34
$E_2$	8819 MPa	$G_{13}$	4315 MPa	$\nu_{13}$	0.34
$E_3$	8819 MPa	$G_{23}$	3200 MPa	$\nu_{23}$	0.34

Tabela 5 - Propriedades do aglomerado CORECORK NL20; informação retirada de (A.C.Composites 2009)

CORECORK NL20	
Massa volúmica	200 kg/m <sup>3</sup>
Tensão de cedência à compressão	0.5 MPa
Módulo de compressão	6.0 MPa
Tensão de cedência	0.7 MPa
Tensão de cedência ao corte	0.9 MPa
Módulo de resistência ao corte	5.9 MPa
Condutividade térmica	0.034 W/m.K

Quando o aglomerado de cortiça é inserido no núcleo de uma estrutura sanduíche as suas propriedades podem ser melhoradas, graças à compressão sofrida pela cortiça e à resina que se infiltra nesta durante o processo de cura. As propriedades do aglomerado CORECORK NL20 numa estrutura sanduíche com peles de fibra de vidro e resina epóxico podem ser consultadas na Tabela 6.

Tabela 6 - Propriedades do aglomerado CORECORK NL20 numa estrutura sanduíche com peles de fibra de vidro e epóxico; informação retirada de (A.C.Composites 2009)

CORECORK NL20 em estrutura sanduíche	
Tensão de cedência à compressão	2.2 MPa
Módulo de compressão	23 MPa
Tensão de cedência ao corte	0.9 MPa
Módulo de resistência ao corte	41 MPa

Dada a falta de informação relativa às propriedades da cortiça no laminado utilizado neste trabalho, usou-se para o módulo de elasticidade,  $E_c$ , e módulo de resistência ao corte,  $G_{(xy)c}$ , os valores indicados na Tabela 6 para o módulo de compressão e módulo de resistência ao corte.

## 4.2. Produção dos provetes

As placas de onde foram obtidos os provetes utilizados foram produzidas no INEGI. Numa primeira fase, o pré-impregnado de C-E e o aglomerado de cortiça são cortados em quadrados de dimensões 300×300 mm. Em seguida é feito o empilhamento da forma  $[0^\circ]_8$ , cortiça,  $[0^\circ]_8$ . A utilização de camadas unidirecionais de C-E permite obter uma rigidez à flexão superior. A pré-fenda é obtida inserindo um filme de teflon com 25  $\mu\text{m}$  de espessura entre o C-E e a cortiça, na fase do empilhamento. Posteriormente é realizada a cura do material numa prensa de pratos quentes. Foi utilizado o ciclo de cura habitual para o pré-impregnado de C-E, que consiste na aplicação de uma pressão de 4 bar a uma temperatura de 130°C, durante 1 hora. A resina epóxico é a responsável pela aderência do C-E e da cortiça, atravessando inclusivamente a estrutura porosa da cortiça (de Moura *et al.* 2015, Fernandes 2012).

A placa foi cortada em quatro partes, contendo cada uma delas um diferente comprimento de teflon, que posteriormente deram origem aos provetes com os diferentes valores de  $a_0$  a estudar.

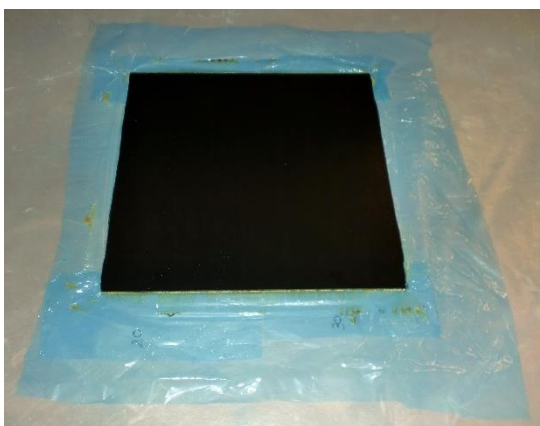


Figura 24 - Placa inicial



Figura 25 - Marcação dos contornos dos cortes

A placa foi cortada numa serra mecânica adequada para o efeito, tendo sido previamente assinalados os contornos dos cortes.



Figura 26 - Corte da placa



Figura 27 - Quatro partes obtidas da placa inicial

O primeiro corte foi feito segundo o eixo vertical de simetria apresentado na Figura 28. Cada uma das metades obtidas foi cortada segundo o eixo horizontal de simetria.

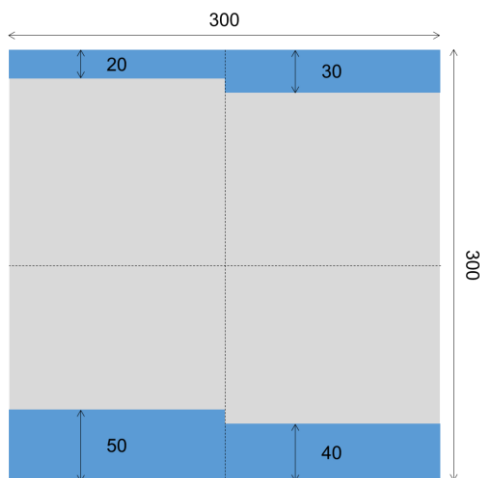


Figura 28 - Esquema da placa utilizada. Dimensões em milímetros

Em seguida cada quarto de placa foi cortado em provetes. Foram obtidos 9 provetes com pré-fendas de 10 e 40 mm (comprimento de teflon 20 e 50 mm), e 8 provetes com pré-fendas de 20 e 30 mm (comprimento de teflon 30 e 40 mm), apesar de um dos provetes com pré-fenda de 10 e de 40 mm ter sido sacrificado para averiguar se a montagem experimental estava operacional.

Como foi já referido, para a realização do ensaio SLB é necessário fazer um corte na extremidade daquele que será o braço inferior do provete no momento do ensaio. Como o comprimento mínimo de  $a_0$  que foi ensaiado foi de 10 mm, o que se traduz num comprimento de teflon de 20 mm, o troço cortado possui um comprimento entre 10 e 20 mm ( $\approx 18$  mm). Este corte foi realizado numa primeira fase numa serra mecânica que removeu 8 camadas de C-E e alguma cortiça. A cortiça que sobrou foi posteriormente removida manualmente com uma lâmina de corte (Figura 29, etapa 2).

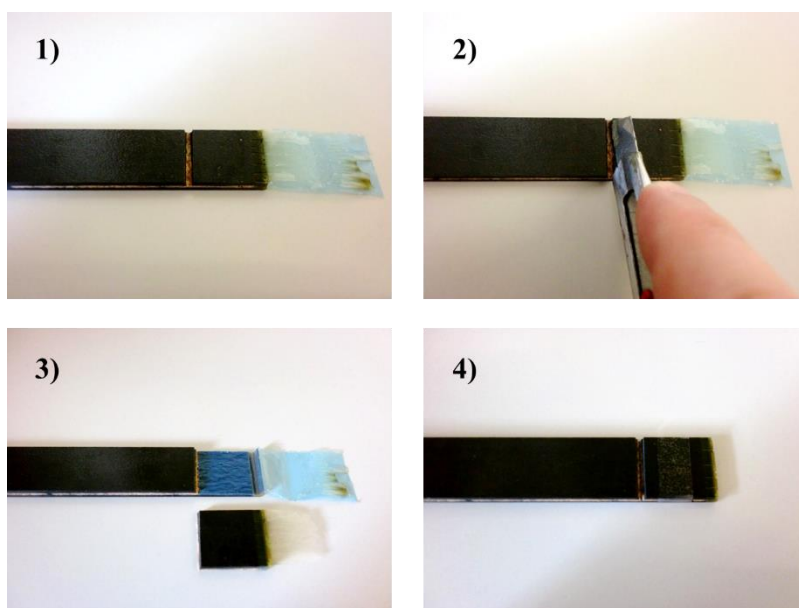


Figura 29 - Sequência de preparação dos provetes



Dado que no presente trabalho os ensaios foram feitos num suporte em que os apoios do provete estão ao mesmo nível, foi necessário arranjar uma solução que permitisse obter uma configuração semelhante à configuração habitual do ensaio SLB em que os apoios estão desnivelados. Assim, após ter sido feita a remoção completa da extremidade do braço, esta foi ligada ao provete através de fita adesiva (Figura 29).

Deste modo consegue-se uma configuração equivalente à habitualmente apresentada nos ensaios SLB, já que a recolocação do troço cortado não desempenha qualquer função estrutural no provete.

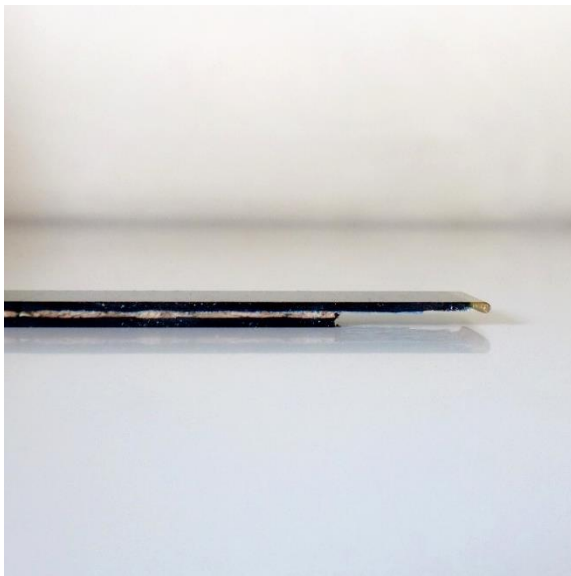


Figura 30 - Aspeto usual de um provete SLB

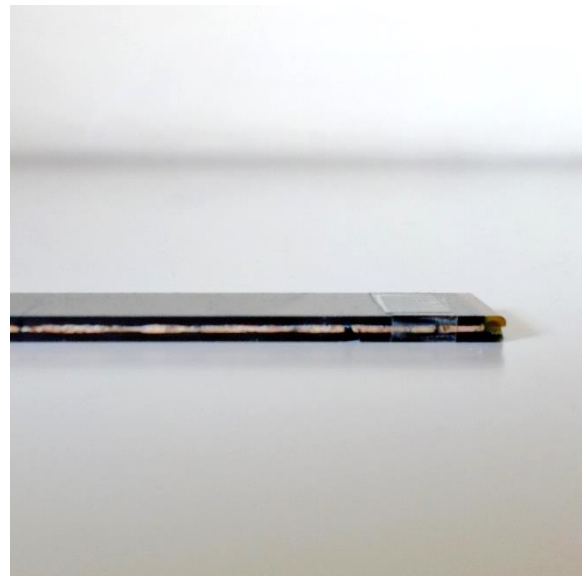


Figura 31 - Aspeto do provete SLB utilizado

### 4.3. Geometria dos provetes

Os provetes foram originalmente numerados de acordo com o comprimento de teflon que continham: 20, 30, 40 ou 50 mm (aos quais correspondem comprimentos iniciais de fenda de 10, 20, 30 e 40 mm). No entanto, para uma organização mais coerente, os nomes adotados para os provetes daqui em diante referem-se ao seu comprimento de pré-fenda, ou seja: 10- $X$ , 20- $X$ , 30- $X$  e 40- $X$  ( $X = 1, 2, \dots, 8$ ).

As medições da largura e da espessura total foram feitas em 3 sítios diferentes do provete, pelo que os valores apresentados são uma média dessas medições. A espessura nominal dos provetes é igual a  $16 \times 0.14 + 1 \times 1 = 3.24$  mm, valor superior ao verificado nas medições realizadas. Tal acontecimento está certamente relacionado com a compressão sofrida pela cortiça durante o processo de fabrico.

Tabela 7 - Dimensões dos provetes

Provete	Largura [mm]	Espessura [mm]	Provete	Largura [mm]	Espessura [mm]
10-1	15.24	2.91	20-1	15.38	2.91
10-2	15.42	2.92	20-2	15.39	2.91
10-3	15.46	2.91	20-3	15.40	2.91
10-4	15.44	2.92	20-4	15.43	2.91
10-5	15.45	2.93	20-5	15.41	2.91
10-6	15.45	2.94	20-6	15.43	2.92
10-7	15.47	2.94	20-7	15.40	2.92
10-8	15.47	2.94	20-8	15.45	2.93
30-1	15.35	2.91	40-1	15.39	2.91
30-2	15.41	2.91	40-2	15.38	2.91
30-3	15.39	2.92	40-3	15.32	2.91
30-4	15.38	2.92	40-4	15.38	2.91
30-5	15.39	2.92	40-5	15.39	2.91
30-6	15.39	2.92	40-6	15.37	2.92
30-7	15.38	2.93	40-7	15.36	2.92
30-8	15.41	2.93	40-8	15.37	2.92

#### 4.4. Ensaios experimentais

Os ensaios foram realizados no Laboratório de Ensaio Mecânicos do INEGI, numa máquina INSTRON 4208. A célula de carga utilizada foi de 5 kN e a velocidade de ensaio em controlo de deslocamento foi de 3 mm/min, tendo todos os ensaios sido realizados à temperatura ambiente ( $\approx 20\text{-}25^\circ\text{C}$ ). Através do sistema de aquisição de dados foram recolhidos os valores da carga aplicada em função do deslocamento do provete a meio vão. A distância entre apoios utilizada foi sempre a mesma,  $2L = 130\text{ mm}$ .



Figura 32 - Aspeto da montagem experimental para realização do ensaio SLB

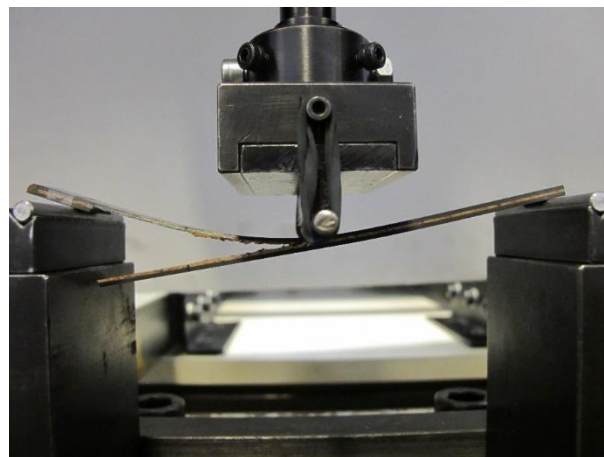


Figura 33 - Ensaio do provete 30-8



Figura 34 - Pormenor que mostra a dificuldade em identificar a frente de fenda (provete 20-6)



## 5. Resultados experimentais

### 5.1. Curvas $P$ - $\delta$

As curvas  $P$ - $\delta$  obtidas a partir do sistema de aquisição de dados da máquina de ensaios INSTRON 4208 são apresentadas em seguida.

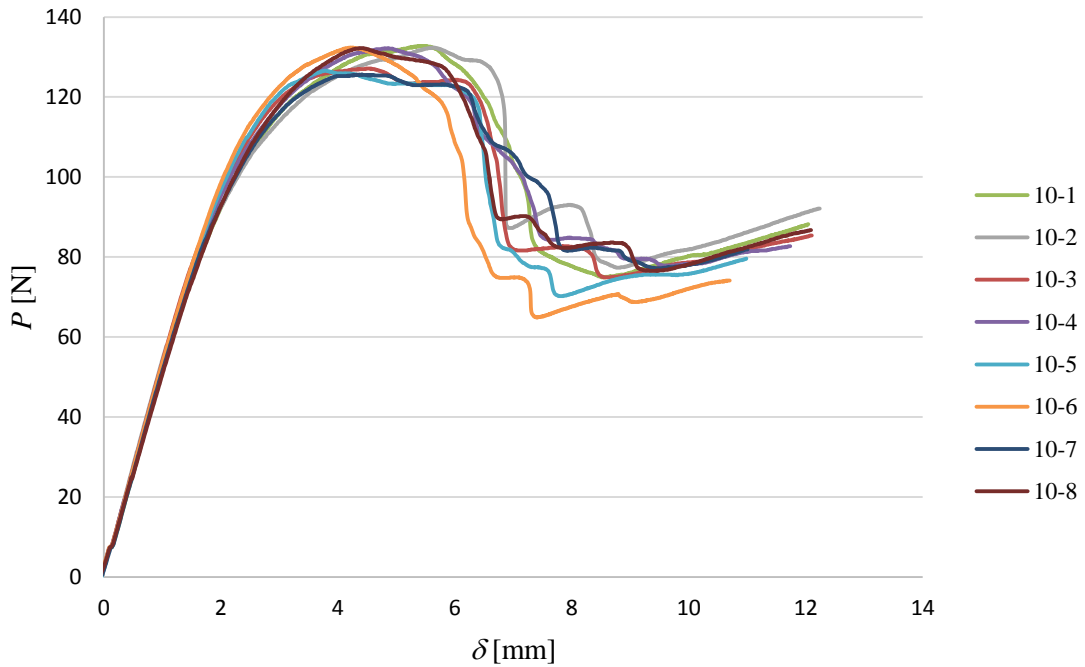


Figura 35 - Curvas  $P$ - $\delta$  dos provetes com  $a_0 = 10$  mm

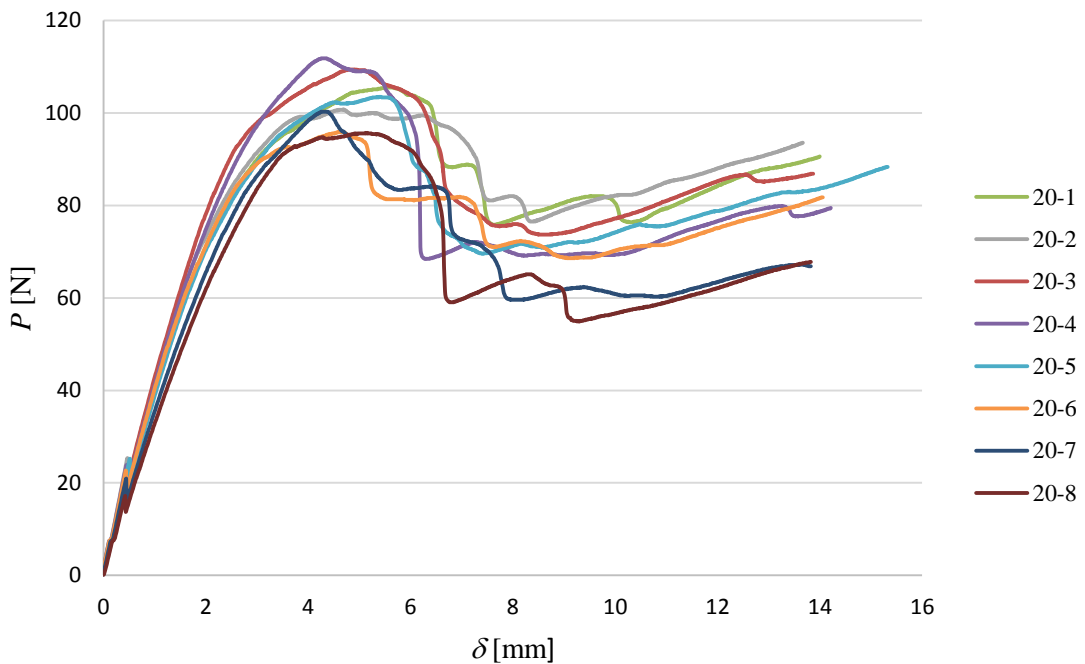


Figura 36 - Curvas  $P$ - $\delta$  dos provetes com  $a_0 = 20$  mm

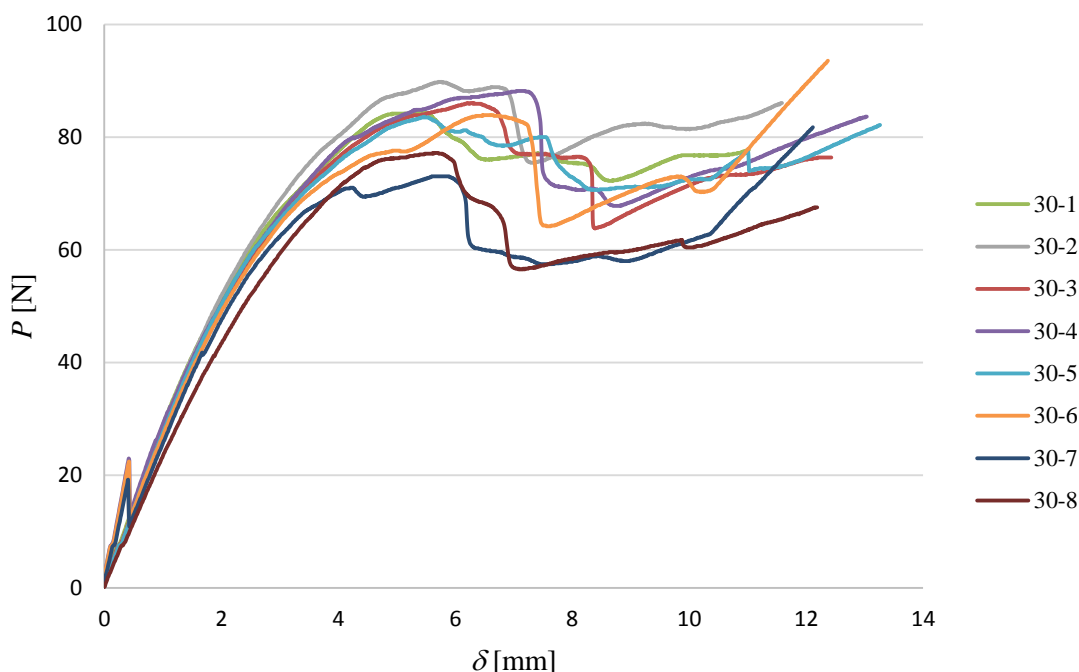


Figura 37 - Curvas  $P$ - $\delta$  dos provetes com  $a_0 = 30$  mm

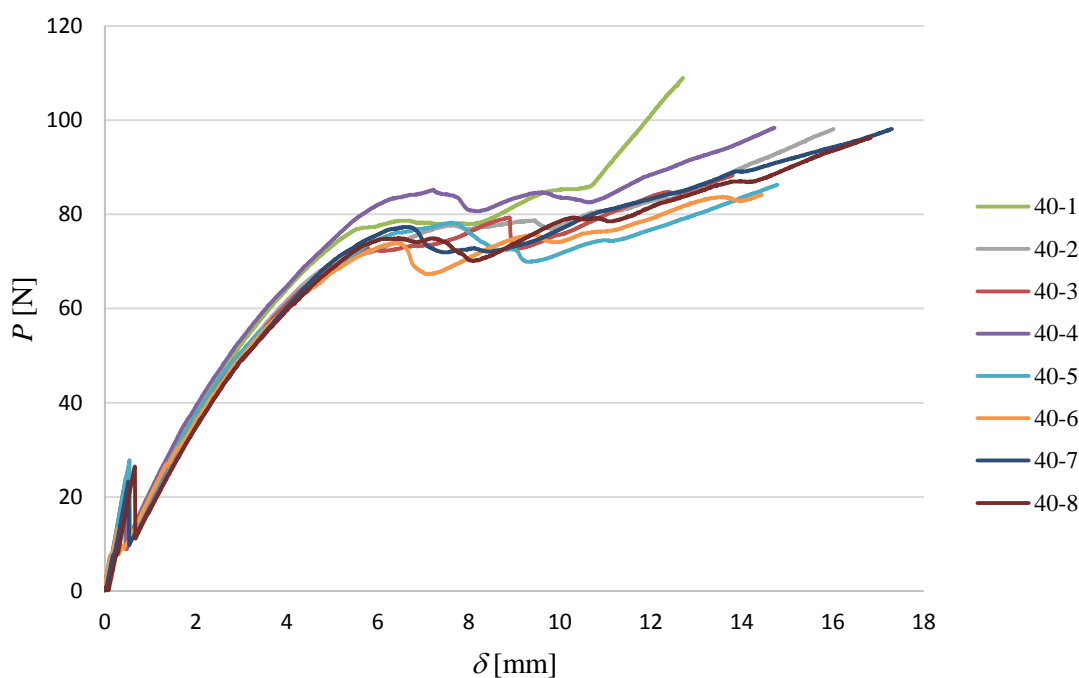


Figura 38 - Curvas  $P$ - $\delta$  dos provetes com  $a_0 = 40$  mm

Para alguns dos ensaios em provetes com  $a_0$  igual a 20, 30 e 40 mm verificou-se uma subida inicial acentuada da curva, devido à presença indesejada de vestígios de resina na zona da pré-fenda. Nos ensaios em que se verificou este fenómeno foi possível observar o descolamento da resina, que corresponde à irregularidade inicial verificada nos gráficos. Após este instante registou-se o aumento monotónico da flexibilidade dos provetes. Como é natural, é possível observar no regime elástico das curvas que a flexibilidade é tanto maior quanto maior o valor de  $a_0$  testado.

Para os ensaios com  $a_0 = 10$  mm e  $a_0 = 20$  mm é possível verificar em alguns casos uma descida pós-pico mais acentuada, que é justificável pelo facto de estes provetes possuírem as configurações mais instáveis (menores valores de  $a_0/L$ ).

De notar que as quatro configurações testadas correspondem a razões  $a_0/L$  iguais a 0.15, 0.31, 0.46 e 0.62, sendo que os três primeiros valores estão abaixo do limite de estabilidade de 0.48 indicado na Figura 8. Em todo o caso, foi possível observar propagações estáveis da fenda durante os ensaios, o que é confirmado pela rara ocorrência de descidas pós-pico abruptas nas curvas  $P-\delta$  e que possibilitou inclusive o registo da propagação utilizando uma câmara fotográfica de uso corrente (Figura 39). Ainda assim, é possível notar um aumento de estabilidade com o aumento de  $a_0$ , o que também se reflete nas curvas  $R$  (ver Figura 40 até Figura 43, secção 5.2).

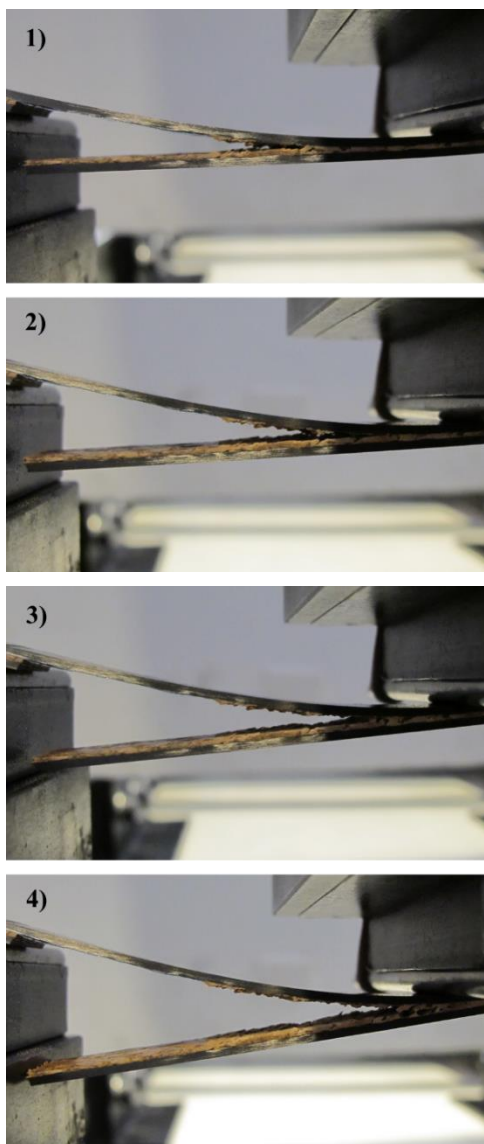


Figura 39 - Propagação da fenda no provete 30-5

## 5.2. Curvas R

As curvas de resistência que representam  $G$  em função de  $a_e$  foram obtidas por aplicação aos dados experimentais ( $P-\delta$ ) da metodologia de cálculo apresentada em 3.1. Apenas é aqui apresentada uma curva para cada comprimento de pré-fenda, sendo a totalidade das curvas incluída no Anexo G. São também apresentadas as curvas  $G_I$  e  $G_{II}$  obtidas por aplicação da metodologia apresentada em 3.2, bem como os patamares representativos do valor de  $G_c$ . De notar que, para este material, verificou-se que  $G_I / G_{II} \approx 1.2$ , resultado inferior ao valor usual de 1.35 para o ensaio SLB de um material monolítico. Pela análise das parcelas  $G_I$  e  $G_{II}$  para o caso do material monolítico e para o caso do bi-material (ver Anexo D) é simples concluir que o rácio  $G_I / G_{II}$  seja diferente nos dois casos.

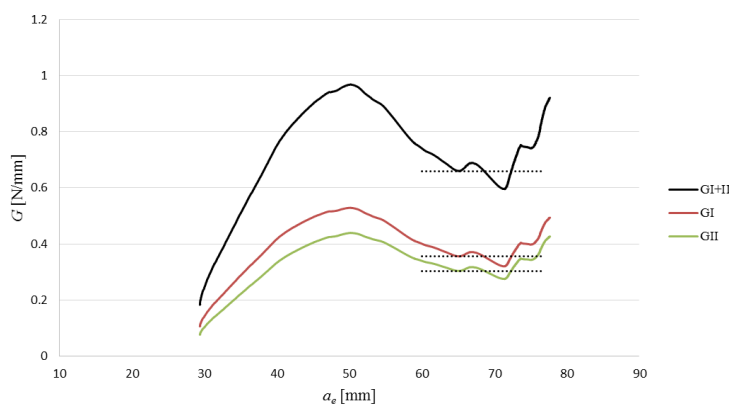


Figura 40 - Curvas R para o provete 10-6

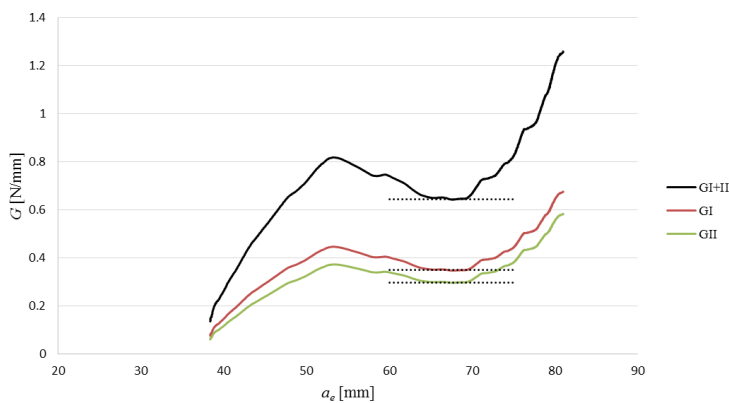


Figura 41 - Curvas R para o provete 20-5

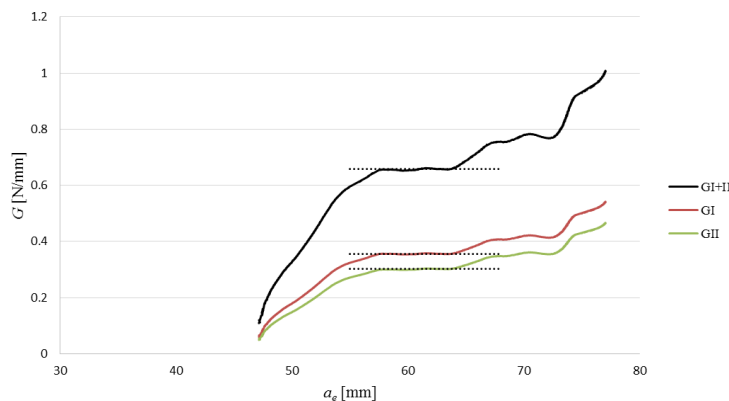


Figura 42 - Curvas R para o provete 30-1



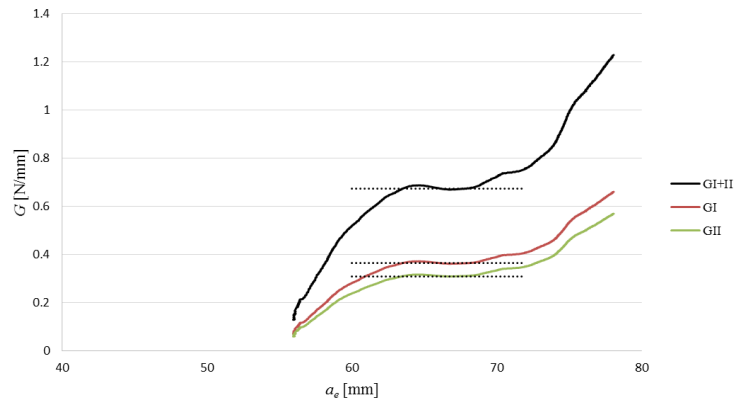


Figura 43 - Curvas  $R$  para o provete 40-7

Os valores médios obtidos para  $G_I$  e  $G_{II}$  para cada comprimento de pré-fenda são representados graficamente na Figura 44. Os pontos obtidos para cada um dos ensaios são apresentados no Anexo H.

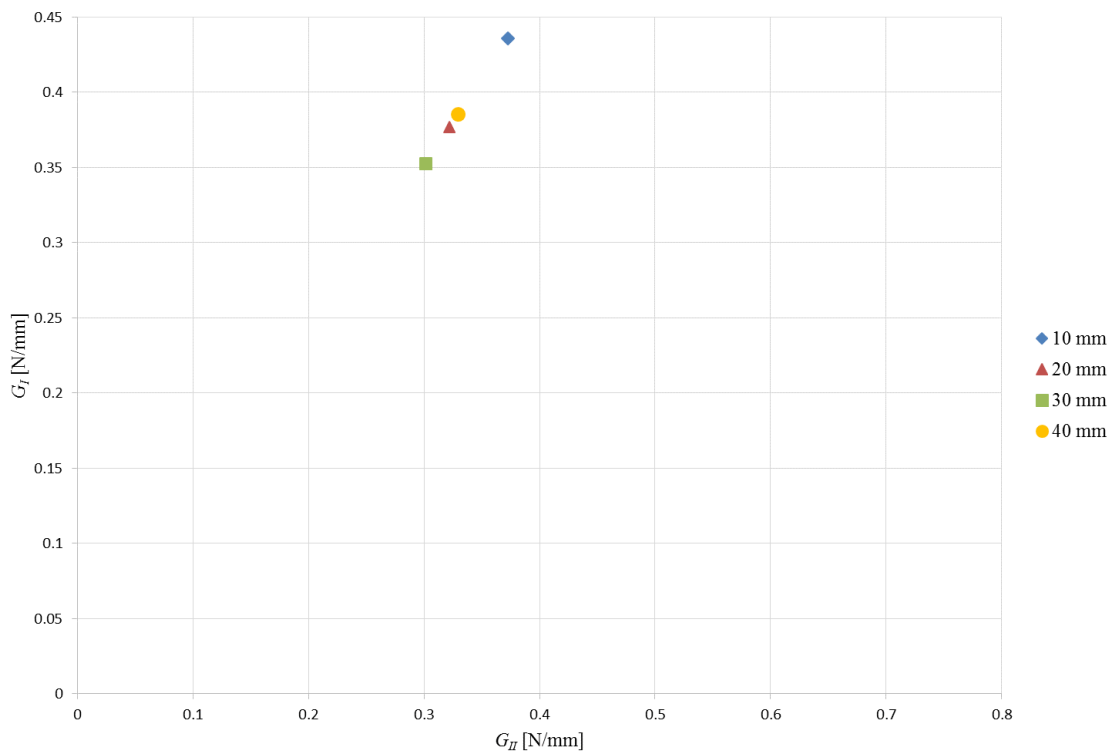


Figura 44 - Gráfico  $G_I = f(G_{II})$  para os diferentes comprimentos de pré-fenda

### 5.3. Superfícies de fratura

A análise das superfícies de fratura dos provetes ensaiados provou que a aderência entre o C-E e a cortiça foi boa. É possível observar (Figura 45) que ocorreu uma rotura coesiva pela cortiça, o que prova que tanto a aderência entre os materiais como o processo de fabrico do laminado foram eficazes. A união entre a cortiça e o C-E está associada ao fenómeno de ancoragem, já que a resina epóxico se infiltra na estrutura da cortiça durante o processo de fabrico do laminado, garantindo a aderência entre os materiais. É possível observar nas superfícies de fratura a presença predominante de grãos inteiros, o que remete para a ocorrência de rotura intergranular devido ao arrancamento relacionado com a componente de modo I do ensaio, e é ainda possível observar esporadicamente alguns grãos mais alongados, o que sugere a ocorrência de deformação causada pela tensão de corte associada à componente de modo II.

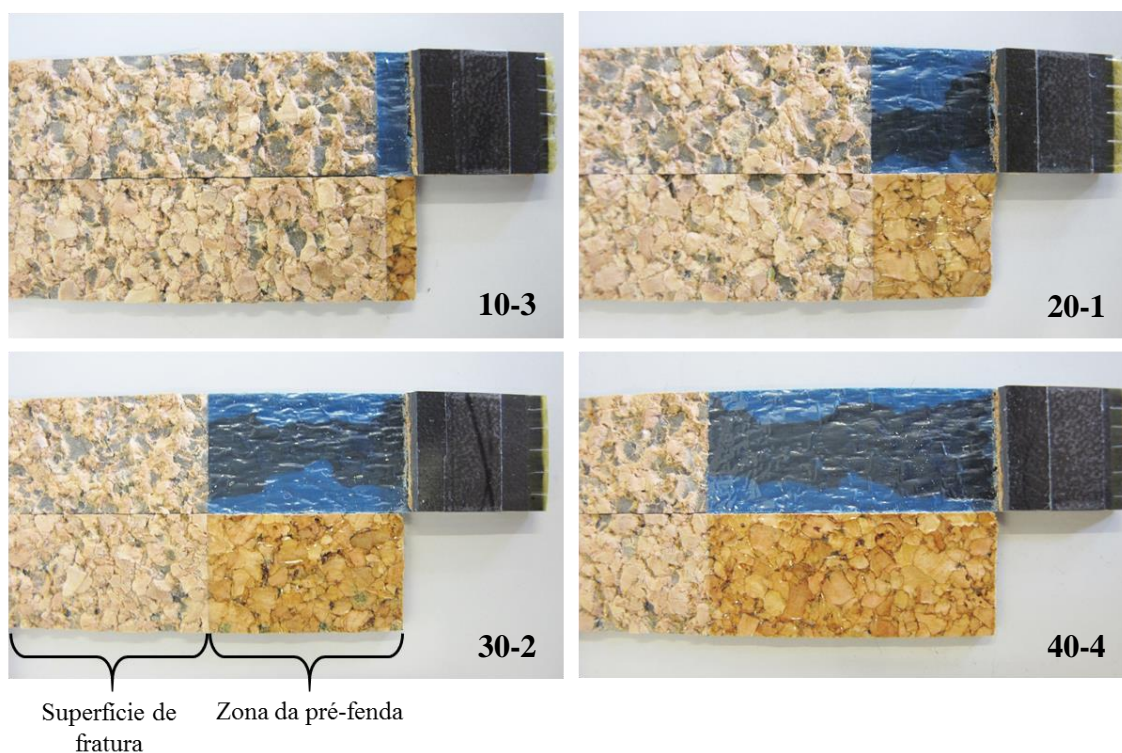


Figura 45 - Superfícies de fratura dos provetes 10-3, 20-1, 30-2 e 40-4

## 6. Validação numérica

Na simulação numérica por elementos finitos foi utilizada uma malha com 1060 elementos, dos quais 848 são elementos sólidos em estado plano de tensão de 8 nós e 212 são elementos coesivos de interface de 6 nós e de espessura nula. Os elementos coesivos são colocados no plano da fenda, que se assume ser a meia espessura do provete, e estão assinalados com cruces na Figura 47.

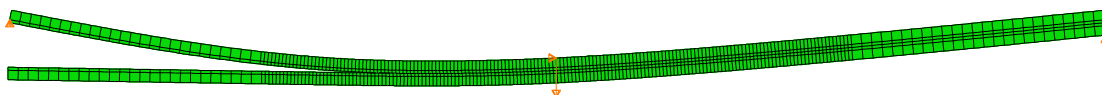


Figura 46 - Malha de elementos finitos utilizada na simulação dos provetes SLB

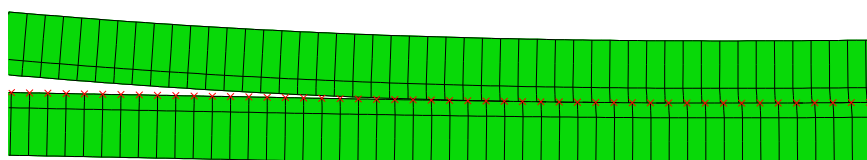


Figura 47 - Pormenor da frente de fenda

A vantagem da utilização de elementos coesivos reside na contabilização da existência da zona de processo de fratura. Este aspeto é relevante dado que se verificou a existência de uma ZPF de grandes dimensões, o que torna o problema claramente não linear. No entanto, a utilização de elementos coesivos implica que a fenda apenas se propaga ao longo destes elementos, e é necessário definir os parâmetros da lei coesiva que descreve o seu comportamento, nomeadamente o domínio elástico, a iniciação do dano e a sua evolução até uma eventual rotura (Zhu 2009). O modelo coesivo utilizado na simulação numérica foi introduzido através de uma sub-rotina programada em ambiente Fortran e de acordo com a lei coesiva apresentada na secção 6.1.

### 6.1. Lei coesiva

Para representar o comportamento do material à fratura em modo-misto foi utilizada uma lei coesiva trapezoidal com uma zona de amaciamento bilinear, obtida a partir das leis de modo puro com a mesma forma, que revelaram caracterizar adequadamente o comportamento do material em (de Moura *et al.* 2015) e cujos parâmetros são apresentados na Tabela 8. Apesar do estudo citado ser referente ao modo II de solicitação, foi utilizado um modelo de modo-misto para contemplar a presença do modo I nos ensaios. Embora o amaciamento bilinear possa representar dois mecanismos de dano diferentes, em certos casos consitui simplesmente uma boa aproximação matemática (Dourado *et al.* 2012) para modelar a zona coesiva.

Tabela 8 - Parâmetros das leis coesivas de modo puro

	$\sigma_{1,i}$ [MPa]	$\delta_{2,i}$ [mm]	$\sigma_{2,i}$ [MPa]	$\delta_{3,i}$ [mm]	$\sigma_{3,i}$ [MPa]	$G_{ic}$ [N/mm]
Modo I ( $i = I$ )	0.7	0.2	0.7	0.4	0.35	0.361
Modo II ( $i = II$ )	2.0	0.12	2.0	0.34	0.71	0.75

O deslocamento correspondente à iniciação do dano nos modos puros,  $\delta_{I,i}$ , é calculado a partir do quociente entre  $\sigma_{I,i}$  e um fator de penalidade ( $k = 10^7 \text{ N/mm}^3$ ).

A definição dos parâmetros da lei coesiva para o modo-misto I+II é apresentada em seguida.

Parte-se então da relação

$$\sigma = \mathbf{E}\delta \quad (6.1)$$

em que  $\mathbf{E}$  é uma matriz que contém o parâmetro de rigidez  $k$  na sua diagonal principal. O valor de  $k$  é escolhido de modo a que tome um valor tão elevado quanto possível ( $10^6$ - $10^7 \text{ N/mm}^3$ ) sem que origine instabilidades numéricas (de Moura *et al.* 2015). Após a iniciação do dano, na zona de amaciamento, fica

$$\sigma = (\mathbf{I} - \mathbf{D})\mathbf{E}\delta \quad (6.2)$$

em que  $\mathbf{I}$  é a matriz identidade e  $\mathbf{D}$  é uma matriz diagonal que contém o parâmetro de dano  $d$  cujo valor varia entre 0 e 1.

O critério utilizado para estabelecer a iniciação do dano é o seguinte,

$$\left( \frac{\sigma_{1m,I}}{\sigma_{1,I}} \right)^{2\alpha} + \left( \frac{\sigma_{1m,II}}{\sigma_{1,II}} \right)^{2\alpha} = 1 \quad \text{se } \sigma_I > 0 \quad (6.3)$$

$$\sigma_{1m,II} = \sigma_{1,II} \quad \text{se } \sigma_I \leq 0$$

em que  $\alpha$  é o expoente do critério energético de fratura usado para a propagação e que será apresentado à posteriori (equação (6.10)). Os termos  $\sigma_{1m,I}$  e  $\sigma_{1m,II}$  representam as componentes de modo puro I e II da solicitação de modo-misto, e  $\sigma_{1,I}$  e  $\sigma_{1,II}$  representam a tensão de iniciação de dano dos modos puros I e II. O critério estabelece que caso a tensão de modo I seja compressiva, a iniciação do dano é definida pela tensão de iniciação de dano do modo II, já que se assume que uma tensão compressiva não provoca dano.

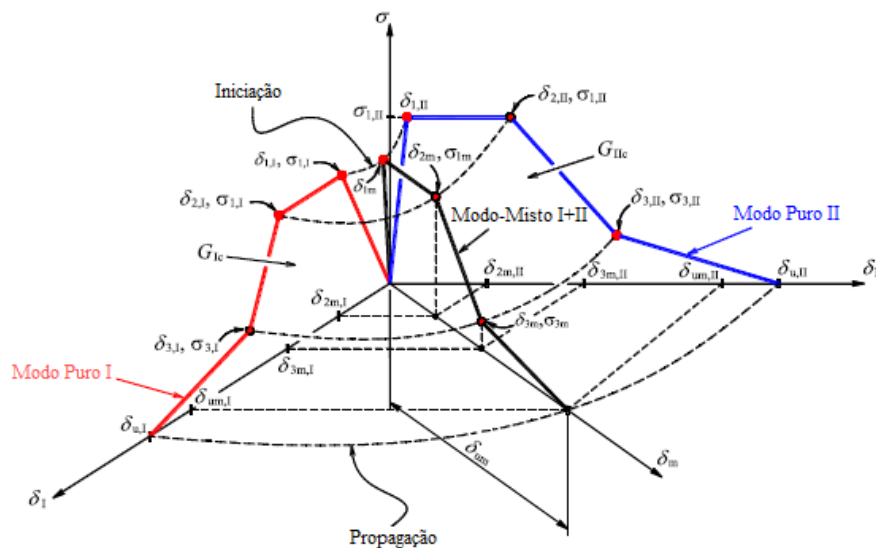


Figura 48 - Leis coesivas de modo puro e de modo-misto; adaptado de (de Moura *et al.* 2015)

Substituindo (6.1) em (6.3) para  $\sigma_I > 0$ , é possível escrever

$$\left(\frac{\delta_{1m,I}}{\delta_{1,I}}\right)^{2\alpha} + \left(\frac{\delta_{1m,II}}{\delta_{1,II}}\right)^{2\alpha} = 1 \quad (6.4)$$

em que os termos  $\delta_{1m,I}$  e  $\delta_{1m,II}$  representam as componentes de modo puro I e II do deslocamento em modo-misto, e  $\delta_{1,I}$  e  $\delta_{1,II}$  representam o deslocamento para o qual ocorre a iniciação de dano nos modos puros I e II.

Definindo o parâmetro

$$\beta = \frac{\delta_{1,II}}{\delta_{1,I}} \quad (6.5)$$

e sabendo que

$$\delta_m = \sqrt{\delta_{m,I}^2 + \delta_{m,II}^2} \quad (6.6)$$

é então possível através da combinação de (6.4), (6.5) e (6.6) calcular o deslocamento em modo-misto correspondente à iniciação do dano,

$$\delta_{1m} = \frac{\delta_{1,I}\delta_{1,II}\sqrt{1+\beta^2}}{(\delta_{1,II}^{2\alpha} + \beta^{2\alpha}\delta_{1,I}^{2\alpha})^{1/\alpha}} \quad (6.7)$$

Utilizando o mesmo critério, é da mesma forma possível escrever para os parâmetros intermédios da lei coesiva ( $j = 2, 3$ ),

$$\delta_{jm} = \frac{\delta_{j,I}\delta_{j,II}\sqrt{1+\beta^2}}{(\delta_{j,II}^{2\alpha} + \beta^{2\alpha}\delta_{j,I}^{2\alpha})^{1/\alpha}} \quad (6.8)$$

$$\sigma_{jm} = \frac{\sigma_{j,I}\sigma_{j,II}\sqrt{1+\beta^2}}{(\sigma_{j,II}^{2\alpha} + \beta^{2\alpha}\sigma_{j,I}^{2\alpha})^{1/\alpha}} \quad (6.9)$$

Quanto ao deslocamento último,  $\delta_{um}$ , este é calculado utilizando os valores obtidos para  $G_{Ic}$  e  $G_{IIc}$  e tendo em consideração o seguinte critério energético para simular a propagação do dano

$$\left(\frac{G_I}{G_{Ic}}\right)^\alpha + \left(\frac{G_{II}}{G_{IIc}}\right)^\alpha = 1 \quad (6.10)$$

Atendendo a que  $G_i = f(\delta_i^2)$  e considerando a equação (6.5) obtém-se

$$\frac{G_{II}}{G_I} = \beta^2 \quad (6.11)$$

Partindo do critério apresentado na equação (6.10) e considerando a relação (6.11), é possível escrever para a componente de modo I,

$$G_I = \frac{G_{Ic} G_{IIc}}{\left(G_{IIc}^\alpha + \beta^{2\alpha} G_{Ic}^\alpha\right)^{1/\alpha}} \quad (6.12)$$

Por outro lado, o valor de  $G_I$  obtém-se a partir da área da projeção da lei de modo-misto no plano do modo I (ver Figura 48), de onde resulta que

$$G_I = \frac{1}{2(1+\beta^2)} \left[ \sigma_{1m} (\delta_{2m} + \delta_{3m} - \delta_{1m}) + \sigma_{2m} (\delta_{um} - \delta_{2m}) \right] \quad (6.13)$$

Igualando (6.12) e (6.13) é por fim possível escrever para o deslocamento último (que corresponde à rotura)

$$\delta_{um} = \left[ \frac{2(1+\beta^2)G_{Ic}G_{IIc}}{\left(G_{IIc}^\alpha + \beta^{2\alpha}G_{Ic}^\alpha\right)^{1/\alpha}} - \sigma_{1m} (\delta_{2m} + \delta_{3m} - \delta_{1m}) \right] \frac{1}{\sigma_{2m}} + \delta_{2m} \quad (6.14)$$

Os parâmetros calculados a partir das expressões, (6.7), (6.8), (6.9) e (6.14) são utilizados para definir o parâmetro de dano,  $d$ , ficando para o troço  $\delta_{1m} \leq \delta_m \leq \delta_{2m}$

$$d = 1 - \frac{\delta_{1m}}{\delta_m} \quad (6.15)$$

e para o troço  $\delta_{2m} \leq \delta_m \leq \delta_{3m}$

$$d = 1 - \frac{\frac{\sigma_{3m}}{k} (\delta_m - \delta_{2m}) + \delta_{1m} (\delta_{3m} - \delta_m)}{\delta_m (\delta_{3m} - \delta_{2m})} \quad (6.16)$$

e finalmente, para  $\delta_{3m} \leq \delta_m \leq \delta_{um}$

$$d = 1 - \frac{\sigma_{3m} (\delta_{um} - \delta_m)}{k \delta_m (\delta_{um} - \delta_{3m})} \quad (6.17)$$

## 6.2. Validação e análise dos resultados

Recorde-se que um dos principais objetivos deste trabalho é estabelecer um critério de fratura em modo-misto I+II, o que se traduz na definição de um valor para o parâmetro  $\alpha$  (equação (6.10)). Para o efeito, é realizada a repartição do valor crítico de  $G_{I+II}$  (correspondente ao patamar observado nas curvas  $R$ ) em  $G_I$  e  $G_{II}$ , e é analisado o espaço de pontos obtidos num gráfico  $G_I = f(G_{II})$ . Assim, variando o valor de  $\alpha$  (entre 1 e 2, por exemplo), seria averiguado qual o valor que melhor captura os pontos experimentais. Logicamente que as curvas  $P$ - $\delta$  e as curvas  $R$  obtidas numericamente são diferentes para cada valor de  $\alpha$ , o que implica que teria também que ser verificada a sua concordância com as correspondentes curvas experimentais. Após ser verificada uma concordância global entre as curvas experimentais e numéricas, e entre os pontos de coordenadas  $G_I$  e  $G_{II}$  obtidos pelas duas vias, consumir-se-ia a caracterização à fratura deste material, e estaria possivelmente aberto o caminho para caracterizar outros materiais deste tipo.

Com vista à validação dos resultados foram então realizadas simulações numéricas, que partiram da introdução dos dados relativos às propriedades mecânicas do C-E e da cortiça, à geometria do provete, às leis coesivas de modo puro e ao parâmetro  $\alpha$ . Para uma primeira abordagem foi utilizado para o critério de propagação de dano o critério linear,  $\alpha = 1$ , tendo sido obtida uma boa concordância tanto nas curvas  $P$ - $\delta$  como nas curvas  $R$ . A totalidade das curvas experimentais e numéricas é apresentada nos Anexos F e G, que incluem ainda os resultados numéricos obtidos utilizando o critério quadrático,  $\alpha = 2$ .

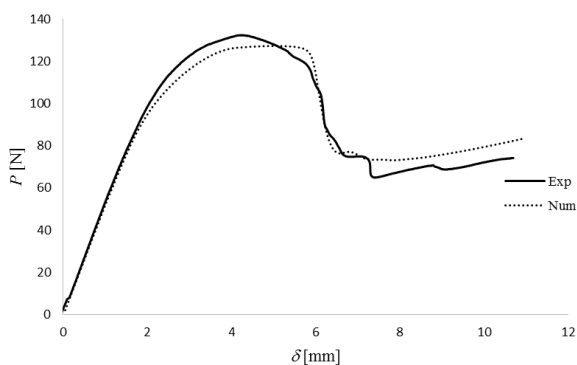


Figura 49 - Curva  $P$ - $\delta$  experimental (provete 10-6) e numérica, para  $\alpha = 1$

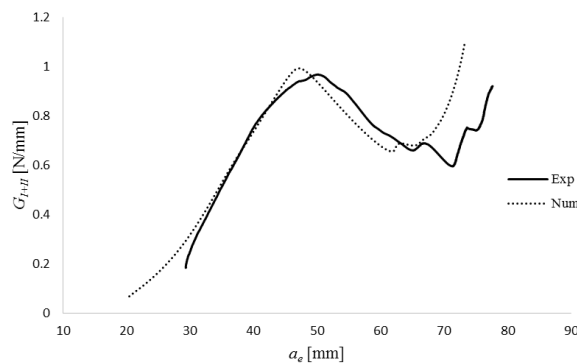


Figura 50 - Curva  $R$  experimental (provete 10-6) e numérica, para  $\alpha = 1$

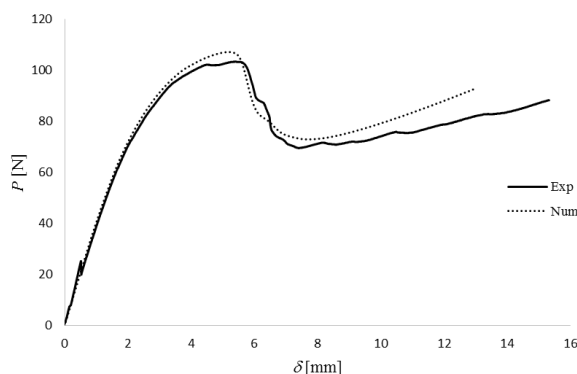


Figura 51 - Curva  $P$ - $\delta$  experimental (provete 20-5) e numérica, para  $\alpha = 1$

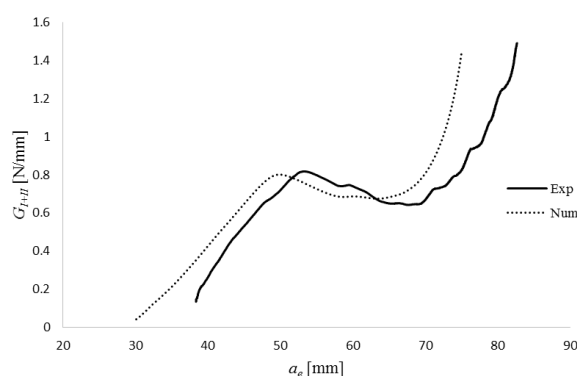


Figura 52 - Curva  $R$  experimental (provete 20-5) e numérica, para  $\alpha = 1$

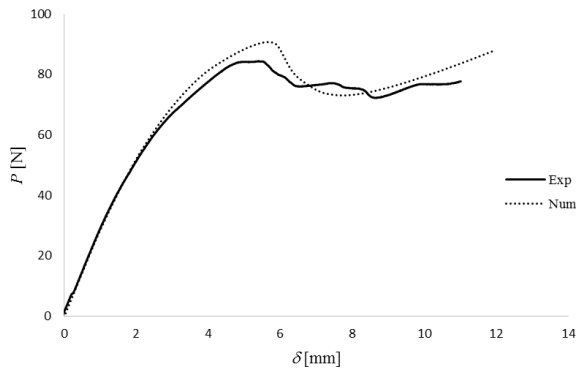


Figura 53 - Curva  $P$ - $\delta$  experimental (provete 30-1) e numérica, para  $\alpha = 1$

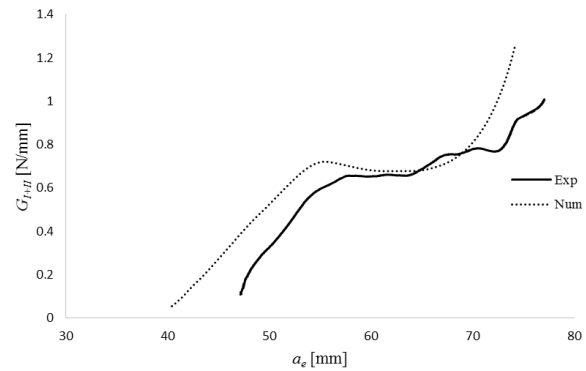


Figura 54 - Curva  $R$  experimental (provete 30-1) e numérica, para  $\alpha = 1$

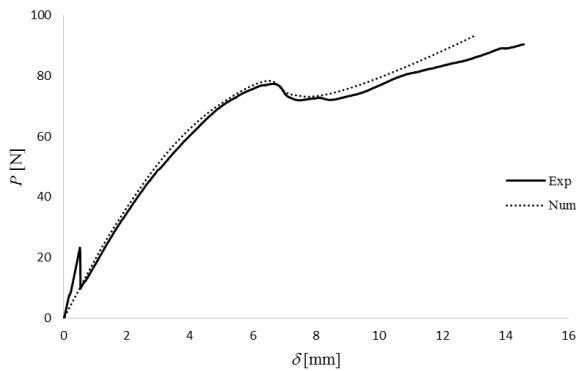


Figura 55 - Curva  $P$ - $\delta$  experimental (provete 40-7) e numérica, para  $\alpha = 1$

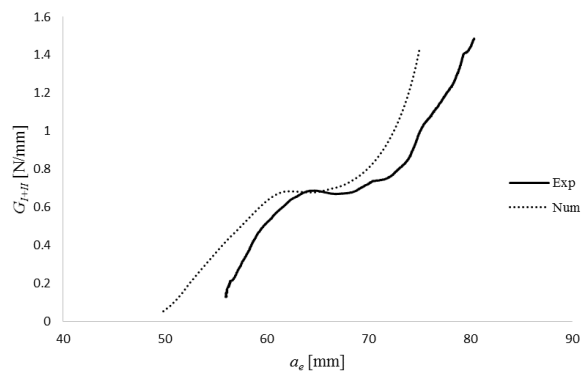


Figura 56 - Curva  $R$  experimental (provete 40-7) e numérica, para  $\alpha = 1$

Pela repartição do valor crítico de  $G_{I+II}$  nas componentes  $G_I$  e  $G_{II}$  e analisando o gráfico  $G_I = f(G_{II})$  é possível notar que os pontos obtidos não respeitam o critério linear, situando-se acima deste. Porém, para os dados numéricos, era esperada a obtenção de um ponto próximo do critério linear que foi introduzido, o que no entanto não se verificou (ponto “ $\alpha = 1$ ”, Figura 57). Na Figura 57 os pontos experimentais correspondem aos valores médios de  $G_I$  e  $G_{II}$ , para cada comprimento de pré-fenda. Para a pré-fenda de 10 mm o resultado está mais afastado dos restantes, o que se deve possivelmente a uma instabilidade associada à dificuldade de propagação desta pré-fenda de menor dimensão, o que resultou em valores de  $G$  superiores.

Tabela 9 - Valores experimentais (médios) e numéricos para  $G_{I+II}$ ,  $G_I$  e  $G_{II}$

	$G_{I+II}$ [N/mm]	$G_I$ [N/mm]	$G_{II}$ [N/mm]
$a_0 = 10$ mm	0.81	0.44	0.37
$a_0 = 20$ mm	0.70	0.38	0.32
$a_0 = 30$ mm	0.65	0.35	0.30
$a_0 = 40$ mm	0.71	0.38	0.33
Numérico, $\alpha = 1$	0.68	0.37	0.31



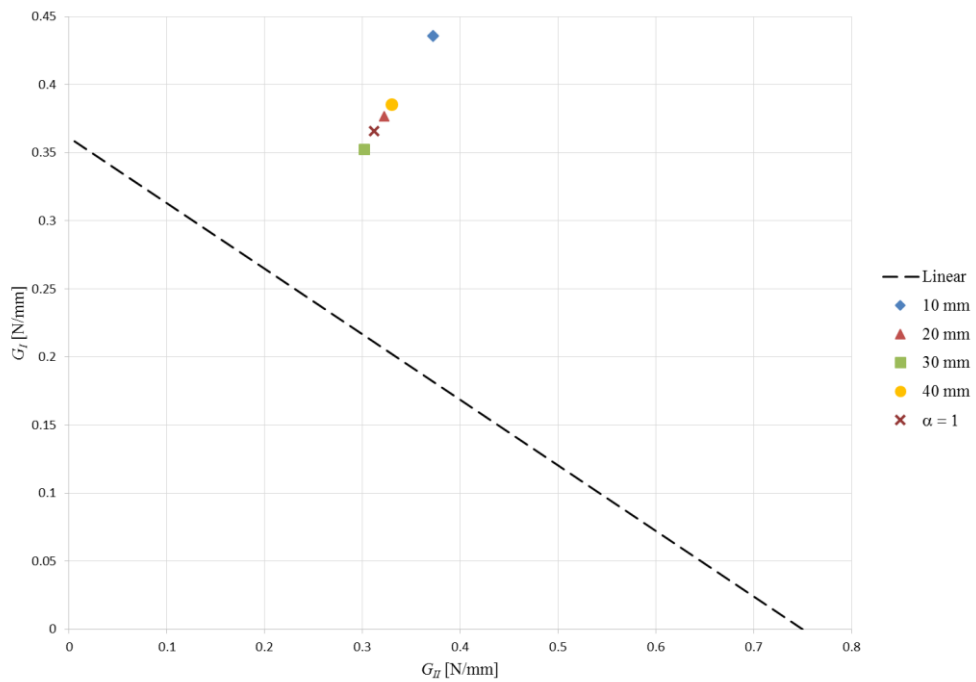


Figura 57 - Gráfico  $G_I = f(G_{II})$

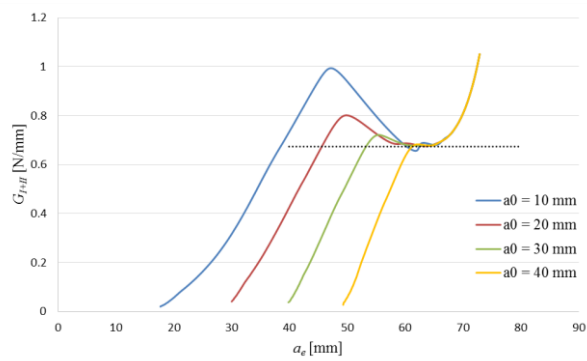


Figura 58 - Curvas R numéricas de  $G_{I+II}$  para cada comprimento de pré-fenda ( $\alpha = 1$ )

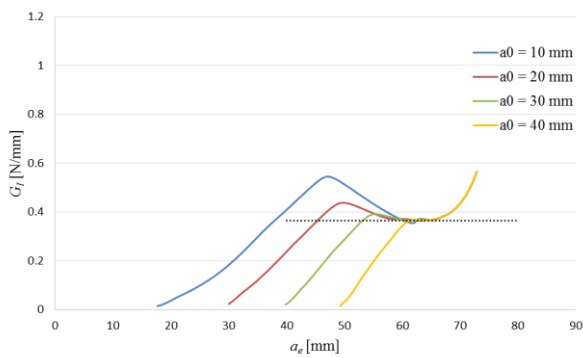


Figura 59 - Curvas R numéricas de  $G_I$  para cada comprimento de pré-fenda ( $\alpha = 1$ )

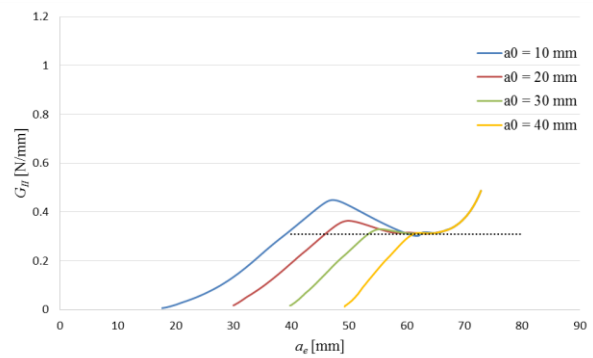


Figura 60 - Curvas R numéricas de  $G_{II}$  para cada comprimento de pré-fenda ( $\alpha = 1$ )

O facto de a lei coesiva utilizada originalmente (Tabela 8) ter por um lado propiciado curvas  $P-\delta$  concordantes com as experimentais e por outro valores de  $G_c$  superiores ao esperado sugere que o cálculo dos parâmetros da lei coesiva poderá ter que ser revisitado. É de notar que apenas o deslocamento último,  $\delta_{um}$ , é calculado com base no critério energético de fratura (ver equação (6.14)), o que pode ter estado na origem de uma incorreta distribuição de energia ao longo do processo de fratura. A solução deste problema poderá passar pela reformulação do modelo, assumindo um critério energético de fratura no cálculo de todos os parâmetros coesivos intermédios.

A ocorrência de um efeito espúrio devido ao carregamento central nos provetes que impossibilita a propagação livre da fenda é um fenómeno comum em alguns ensaios, como é o caso do ENF e do SLB. Este efeito está na origem de valores de  $G_c$  superiores ao valor real, já que é necessária energia adicional para propagar a fenda e superar as tensões de compressão junto à frente de fenda. Como tal, para averiguar a possibilidade da ocorrência deste fenómeno, foram analisados os perfis de tensões em modo I ao longo do plano de propagação da fenda e foram realizadas simulações para comprimentos de provete superiores, nomeadamente de 240 e 500 mm (para  $\alpha = 1$ ).

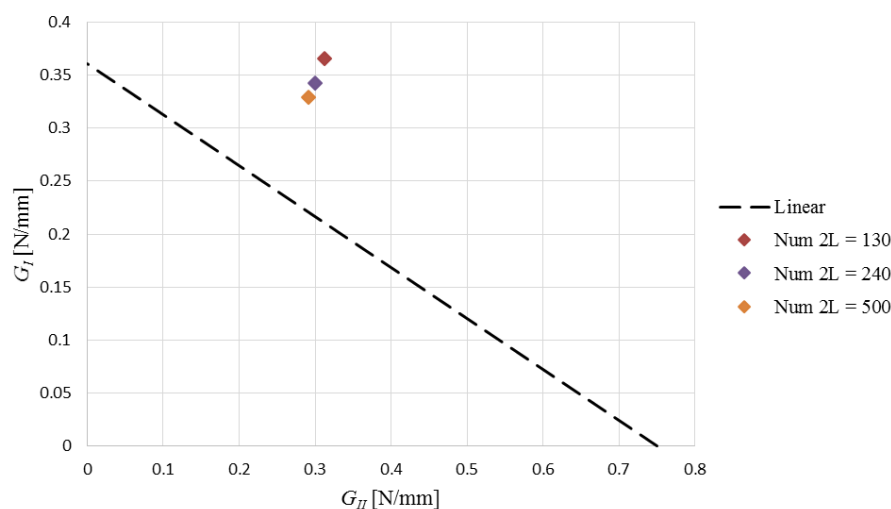


Figura 61 - Gráfico  $G_I = f(G_{II})$  para diferentes configurações do provete

Pela observação do gráfico da Figura 61 é possível notar que o valor de  $G_I$  e de  $G_{II}$  diminui para os provetes de comprimento superior, o que evidencia a diminuição do efeito espúrio verificado inicialmente. Apesar da análise dos perfis de tensões mostrar que a zona de processo de fratura (ZPF) dos provetes com comprimento superior não está isenta do efeito de compressão, a magnitude destas tensões diminui (Figura 63) relativamente aos valores verificados para o provete de comprimento igual a 130 mm (Figura 62). Esta constatação encoraja a utilização de provetes de comprimentos maiores em eventuais campanhas de ensaios futuras. No entanto, para ensaiar experimentalmente provetes com comprimentos superiores deverá ser utilizada uma espessura de C-E maior, de modo a obter uma configuração que não origine comportamento não linear geométrico.

É possível notar, pela análise do perfil de tensões de modo I do provete com o mesmo comprimento que foi usado nos ensaios (Figura 62), que no início da propagação da fenda a ZPF já se encontra comprimida e alastrada até à zona central que é carregada pelo atuador (coordenada  $x = L = 65$  mm), o que confirma a ocorrência de um efeito compressivo indesejado e que está na origem de valores de  $G_c$  irreais. O comprimento da ZPF foi calculado recorrendo a um dos ficheiros de saída de dados da simulação numérica que indica a extensão do dano no provete ao longo do ensaio. Para o provete com  $2L = 130$  mm (Figura 62) esta mede 36.5 mm e para o provete de comprimento superior (Figura 63) esta mede 70.6 mm. A existência de uma ZPF extensa constitui um obstáculo à realização deste tipo de ensaios, já que se torna mais difícil que esta não seja afetada pelo carregamento central. É de salientar que embora este efeito compressivo tenha sido averiguado por via numérica, a análise realizada indica que um fenómeno similar poderá ter afetado os resultados experimentais.

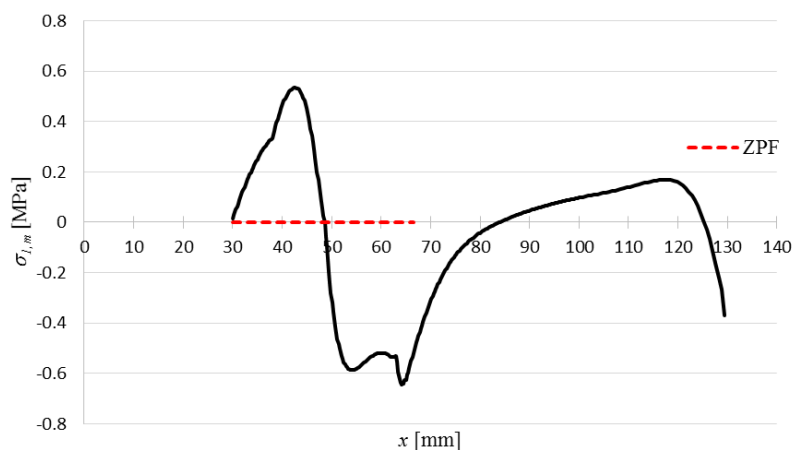


Figura 62 - Perfil de tensões de modo I para um provete com  $2L = 130$  mm e  $a_0 = 30$  mm

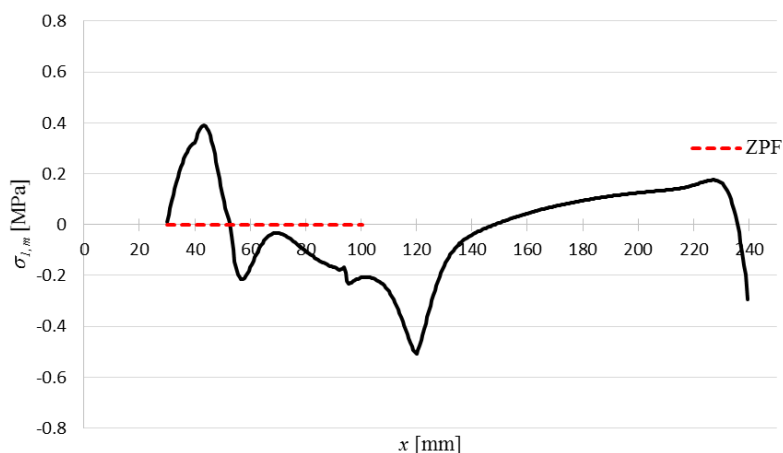


Figura 63 - Perfil de tensões de modo I para um provete com  $2L = 240$  mm e  $a_0 = 30$  mm

Para além do fenómeno referido, foi possível constatar que a própria lei coesiva utilizada tem uma enorme influência nos valores críticos de  $G_{I+II}$  e consequentemente nos valores de  $G_I$  e  $G_{II}$ . Para ilustrar esta influência é apresentado na Figura 64 o ponto  $G_I = f(G_{II})$  obtido utilizando uma lei coesiva diferente (Tabela 10), intitulada de “lei teste” e em que  $\sigma_{1,I} = 2.2$  MPa (em vez de 0.7 MPa), valor sugerido por observação do valor da tensão de cedência à compressão apresentado na Tabela 6. Foram testados o critério linear e o critério quadrático de propagação.

Tabela 10 - Parâmetros das leis coesivas de modo puro utilizados na lei teste

	$\sigma_{1,i}$ [MPa]	$\delta_{2,i}$ [mm]	$\sigma_{2,i}$ [MPa]	$\delta_{3,i}$ [mm]	$\sigma_{3,i}$ [MPa]	$G_{ic}$ [N/mm]
Modo I ( $i = I$ )	2.2	0.05	2.2	0.15	1.0	0.361
Modo II ( $i = II$ )	2.0	0.12	2.0	0.34	0.71	0.75

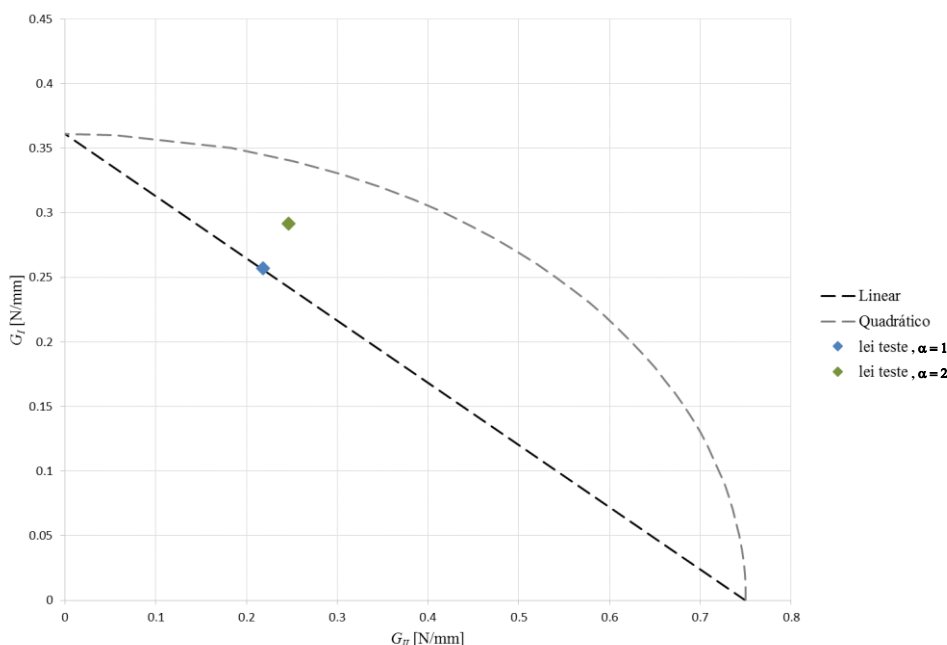


Figura 64 - Gráfico  $G_I = f(G_{II})$  obtido utilizando a lei teste

Pela análise do gráfico da Figura 64 é possível verificar que o critério linear é respeitado. No entanto, as curvas  $P-\delta$  obtidas nas simulações realizadas com esta lei coesiva e com o critério linear não são representativas das curvas  $P-\delta$  obtidas experimentalmente, ou seja, não representam corretamente o comportamento do material (ver Figura 65 até Figura 68).

Quanto ao critério quadrático, é possível observar na Figura 64 que este não é respeitado, ficando os valores de  $G_I$  e  $G_{II}$  bastante abaixo do esperado, o que vem reforçar a hipótese de que o modelo numérico necessita de reformulação.

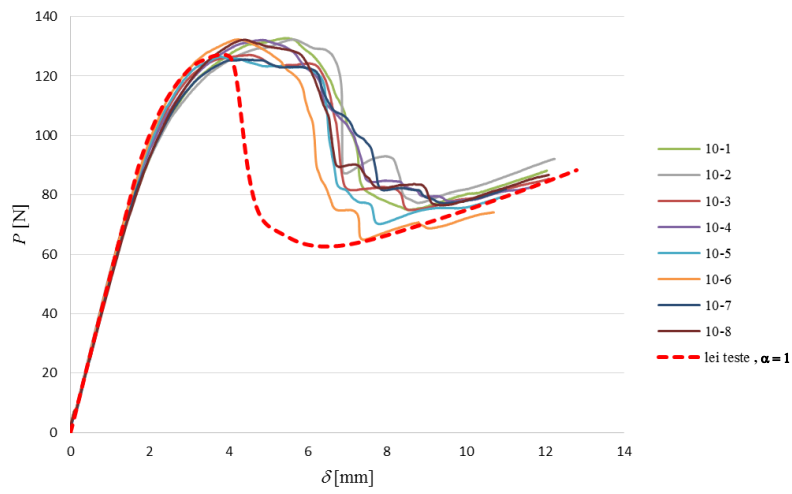


Figura 65 - Curvas  $P$ - $\delta$  experimentais e numérica ( $\alpha = 1$ ) proveniente da lei teste, para o caso  $a_0 = 10$  mm

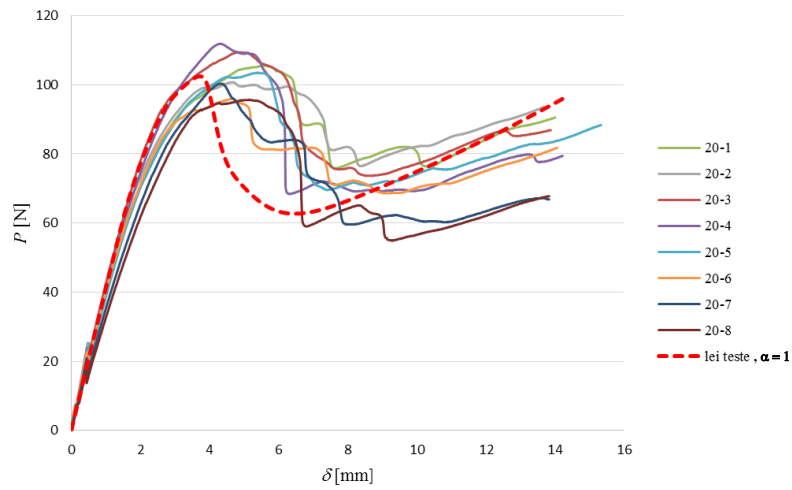


Figura 66 - Curvas  $P$ - $\delta$  experimentais e numérica ( $\alpha = 1$ ) proveniente da lei teste, para o caso  $a_0 = 20$  mm

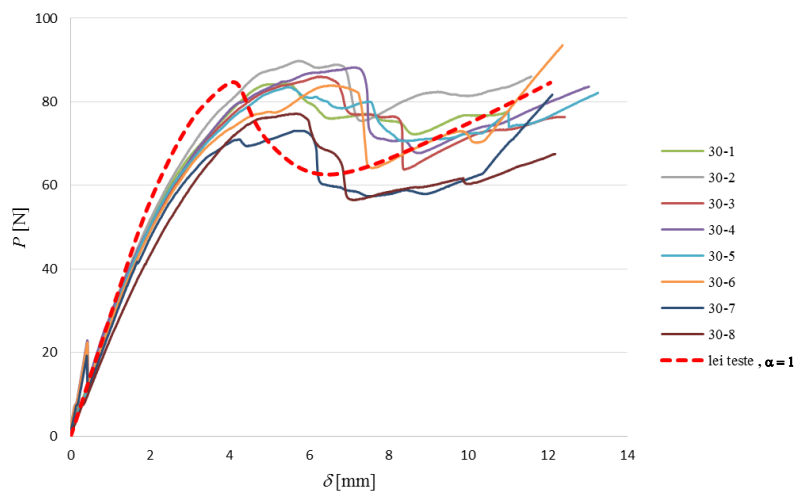


Figura 67 - Curvas  $P$ - $\delta$  experimentais e numérica ( $\alpha = 1$ ) proveniente da lei teste, para o caso  $a_0 = 30$  mm

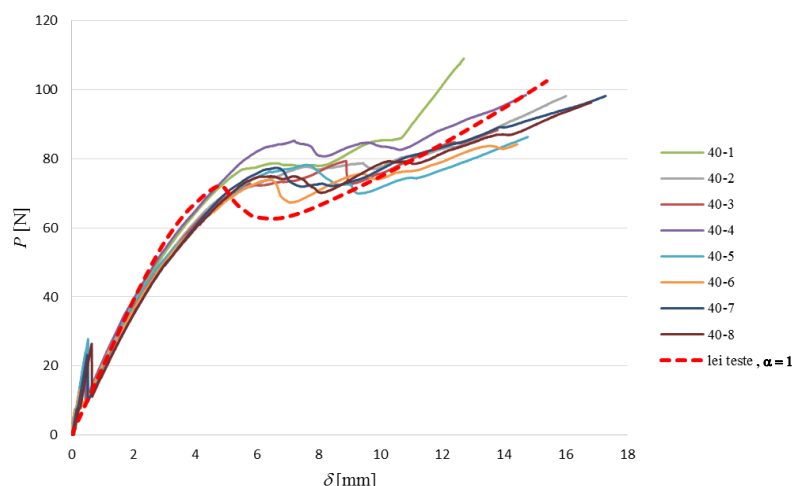


Figura 68 - Curvas  $P$ - $\delta$  experimentais e numérica ( $\alpha = 1$ ) proveniente da lei teste, para o caso  $a_0 = 40$  mm

É ainda de salientar que embora com a utilização desta lei coesiva o critério linear tenha sido respeitado, o efeito espúrio verificado anteriormente não desapareceu, como é possível observar na Figura 69. Para esta situação é também possível notar que o comprimento inicial da ZPF diminuiu, tomando o valor de 29.0 mm. Esta diminuição está relacionada com o aumento do valor do parâmetro  $\sigma_I$ , sendo o mesmo efeito verificado em (de Moura *et al.* 2011). Assim, para uma análise clara dos resultados é necessário estudar ensaios em que o efeito espúrio de compressão da ZPF devido ao carregamento central seja reduzido ou inexistente.

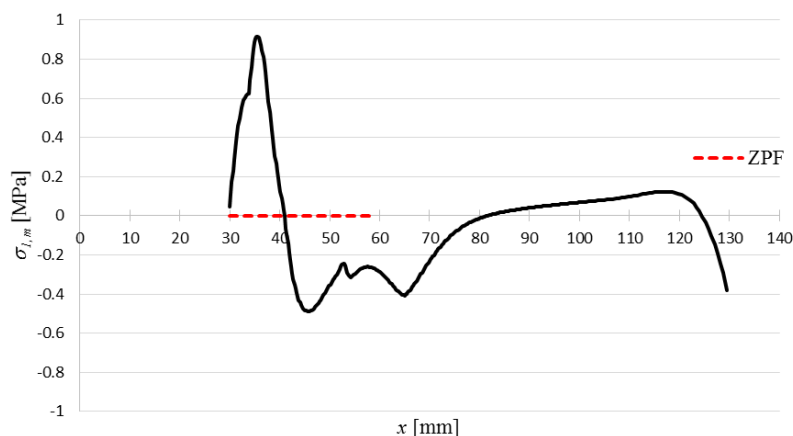


Figura 69 - Perfil de tensões de modo I para um provete com  $2L = 130$  mm e  $a_0 = 30$  mm, utilizando a lei teste com  $\alpha = 1$

## 7. Conclusões

Com este trabalho pretendeu-se averiguar o comportamento à fratura de um laminado híbrido de carbono-epóxico (C-E) e cortiça sob solicitações de modo-misto I+II, já que esta é uma situação frequente em aplicações de engenharia e que propicia a ocorrência de fenómenos de fratura interlaminar e delaminação. A sua realização teve também o intuito de estabelecer um critério de fratura em modo-misto I+II. Para o efeito, foram realizados ensaios *Single Leg Bending* de provetes com diferentes comprimentos de pré-fenda e analisadas as curvas força-deslocamento ( $P-\delta$ ) correspondentes. A determinação das curvas de resistência (curvas  $R$ ) foi feita utilizando o *Compliance Based Beam Method* (CBBM). A validação numérica efetuada utilizou um modelo de zona coesiva para simular a propagação do dano, tendo sido obtidas as curvas  $P-\delta$  numéricas e as respetivas curvas  $R$  também a partir do CBBM, para cada comprimento de pré-fenda.

A caracterização do laminado de C-E e cortiça realizada até à data para os modos puros I e II permitiu chegar a boas concordâncias entre as curvas  $P-\delta$  e as curvas  $R$  obtidas por via experimental e numérica, para o caso do modo-misto I+II, o que valida parcialmente a metodologia utilizada. No entanto, a caracterização à fratura a que este trabalho se propôs não cumpriu todos os objetivos pretendidos. Não foi possível validar os pontos experimentais do gráfico  $G_I = f(G_{II})$  já que o modelo numérico não obedeceu aos critérios de propagação introduzidos, o que por sua vez impossibilitou a definição de um critério de fratura para o laminado em estudo, ou seja, a definição de um valor para o parâmetro  $\alpha$ .

Foi numericamente verificada a existência de um efeito espúrio compressivo devido ao carregamento do atuador, que constituiu um obstáculo à determinação do valor crítico de  $G_{I+II}$ , originando valores superiores ao valor esperado. Esta constatação sugere que este fenómeno terá também ocorrido a nível experimental, e encoraja a repetição dos ensaios experimentais utilizando comprimentos superiores para os provetes (distâncias entre apoios  $2L$  superiores). A caracterização de materiais que apresentem uma zona de processo de fratura extensa acarreta cuidados acrescidos, dado que é difícil garantir que esta não é afetada pelo carregamento aplicado nos ensaios realizados. Ainda assim, a nível numérico, esta parece não ser a única causa para a obtenção de valores críticos de  $G_{I+II}$  acima do esperado, pois as leis coesivas utilizadas também mostraram ter uma grande influência no seu valor. Tal acontecimento remete para uma eventual reformulação do modelo numérico, já que o cálculo dos parâmetros coesivos não se baseia exclusivamente num critério energético, utilizando critérios de tensões e de deslocamentos relativos para o cálculo de todos os parâmetros à exceção do deslocamento último  $\delta_{um}$ .

À semelhança do que tinha acontecido para os modos puros, o processo de fabrico revelou-se eficaz, já que se verificou a ocorrência de uma rotura coesiva pela cortiça. Foi mais uma vez observado que o material apresentou uma fratura mais suave do que a revelada pelo material monolítico de C-E, sendo rara a ocorrência de uma propagação instável da fenda. Este aspeto é de vital importância na medida em que revela que a hibridização com uma camada de cortiça nas interfaces críticas de laminados de C-E é um processo eficaz de aumentar a resistência interlaminar, o que motiva a prosseguir com a caracterização deste material de modo a torná-lo apelativo para aplicações estruturais.





## Referências

- A.C.Composites. *CORECORK by Amorim - technical data* 2009. Disponível em <http://www.matrix-composites.co.uk/prod-data-sheet/cork/mds-gama-corecork.pdf>.
- Anderson, Ted L. 2005. *Fracture mechanics: fundamentals and applications*: CRC press.
- APCOR. *O que é a cortiça?* 2015. Disponível em <http://apcor.pt/artigo/o-que-e-cortica.htm>.
- Becker, WT, e S Lampman. 2002. "Fracture appearance and mechanisms of deformation and fracture." *Materials Park, OH: ASM International, 2002*.
- Branco, Carlos Moura, António Augusto Fernandes, e Paulo Manuel Salgado Tavares Castro. 1986. *Fadiga de estruturas soldadas*: Fundação Calouste Gulbenkian.
- Callister, William D, e David G Rethwisch. 2007. *Materials science and engineering: an introduction*. Vol. 7: Wiley New York.
- Campos, AR. 2000. "Comportamento de compósitos borracha/cortiça para aplicação em juntas."
- Carvalho, P. 2008. "Análise do comportamento mecânico e identificação do tipo de falha em estruturas sandwich com núcleos de cortiça." *Mestrado, Departamento de Engenharia Mecânica do Instituto Superior Técnico, Universidade Técnica de Lisboa, Lisboa*.
- Castro, Osvaldo, José M Silva, Tessaleno Devezas, Arlindo Silva, e Luís Gil. 2010. "Cork agglomerates as an ideal core material in lightweight structures." *Materials & Design* no. 31 (1):425-432.
- Chaves, Filipe JP, MFSF de Moura, LFM da Silva, e David A Dillard. 2013. "Numerical validation of a crack equivalent method for mixed-mode I+ II fracture characterization of bonded joints." *Engineering Fracture Mechanics* no. 107:38-47.
- Chiebao, Fernanda. 2011. "Manual materiais de construção e decoração."
- de Moraes, AB, AB Pereira, MFSF de Moura, FGA Silva, e N Dourado. 2015. "Bilinear approximations to the mixed-mode I–II delamination cohesive law using an inverse method." *Composite Structures* no. 122:361-366.
- de Moura, Marcelo Francisco de SF, Alfredo Manuel Balacó de Moraes, e António Gonçalves de Magalhães. 2011. *Materiais compósitos: materiais, fabrico e comportamento mecânico*.
- de Moura, MFSF, RDSG Campilho, e JPM Gonçalves. 2009. "Pure mode II fracture characterization of composite bonded joints." *International Journal of Solids and Structures* no. 6 (46):1589-1595.
- de Moura, MFSF, N Dourado, JJJL Moraes, e FAM Pereira. 2011. "Numerical analysis of the ENF and ELS tests applied to mode II fracture characterization of cortical bone tissue." *Fatigue & Fracture of Engineering Materials & Structures* no. 34 (3):149-158.
- de Moura, MFSF, R Fernandes, FGA Silva, e N Dourado. 2015. "Mode II fracture characterization of a hybrid cork/carbon-epoxy laminate." *Composites Part B: Engineering* no. 76:44-51.

- Dias, GF, MFSF de Moura, JAG Chousal, e J Xavier. 2013. "Cohesive laws of composite bonded joints under mode I loading." *Composite Structures* no. 106:646-652.
- Dourado, N, MFSF de Moura, AB de Moraes, e AB Pereira. 2012. "Bilinear approximations to the mode II delamination cohesive law using an inverse method." *Mechanics of Materials* no. 49:42-50.
- Fernandes, R, MFSF de Moura, FGA Silva, e N Dourado. 2014. "Mode I fracture characterization of a hybrid cork and carbon–epoxy laminate." *Composite Structures* no. 112:248-253.
- Fernandes, Romina. 2012. "Caracterização à Fratura de um Material Compósito com Carbono-Epóxico e Cortiça."
- Fernández, MV, MFSF De Moura, LFM Da Silva, e AT Marques. 2013. "Mixed-mode I+ II fatigue/fracture characterization of composite bonded joints using the Single-Leg Bending test." *Composites Part A: Applied Science and Manufacturing* no. 44:63-69.
- Gil, Luís. 2007. "A cortiça como material de construção–Manual Técnico." *Lisboa: APCOR*.
- Gil, Luís. 2009. "Cork composites: a review." *Materials* no. 2 (3):776-789.
- Gomes, JF Silva. 2004. "Mecânica dos sólidos e resistência dos materiais."
- Herakovich, Carl T. 1998. *Mechanics of fibrous composites*: Wiley New York.
- Prickett, Andrew C. 2001. *Intralaminar Cracking of Fibre Reinforced Composites: A Fracture Mechanics and ToF-SIMS Study*, University of Surrey.
- Rebelo, Carlos Alberto C. C. 1989. "Avaliação da tenacidade à fratura interlaminar de materiais compósitos." *Ciência e Tecnologia dos Materiais*.
- Silva, José M, Pedro V Gamboa, C Nunes, L Paulo, e N Franco. 2011. "Cork: Is It a Good Material for Aerospace Structures?" 52nd AIAA/ASME/ASCE/AHS/ASC Structures, Structural Dynamics and Materials Conference 19th AIAA/ASME/AHS Adaptive Structures Conference 13t.
- Soares, B, L Reis, e L Sousa. 2011. "Cork composites and their role in sustainable development." *Procedia Engineering* no. 10:3214-3219.
- Szekrényes, A. 2010. "Crack stability of fracture specimens used to test unidirectional fiber reinforced material." *Experimental mechanics* no. 50 (4):473-482.
- Szekrényes, András, e József Uj. 2004. "Beam and finite element analysis of quasi-unidirectional composite SLB and ELS specimens." *Composites Science and Technology* no. 64 (15):2393-2406.
- Wang, Chun Hui. 1996. Introduction to Fracture Mechanics. DTIC Document.
- Zenkert, Dan. 1997. *An introduction to sandwich construction*: Engineering materials advisory services.
- Zhu, Ye. 2009. *Characterization of interlaminar fracture toughness of a carbon/epoxy composite material*, The Pennsylvania State University.

## Anexo A: Cálculo de $D_m$ e $D_{mT}$

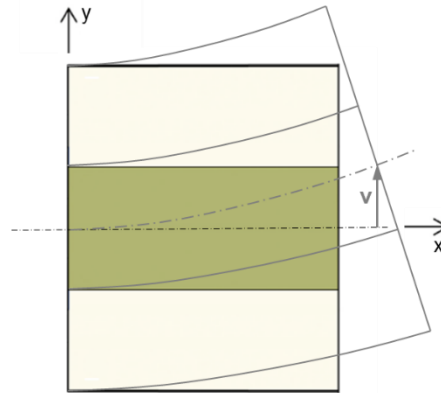


Figura 1 - Representação da flexão do provete

Por aplicação da teoria de vigas Euler-Bernoulli a uma viga sanduíche (Zenkert 1997), vem para o momento fletor,  $M_f$ , que

$$\begin{aligned} M_f &= \iint y \sigma_{xx} dy dz = \\ &= - \left( \iint y^2 E(y) dy dz \right) \frac{d^2 v}{dx^2} = \\ &= -D \frac{d^2 v}{dx^2} \end{aligned} \quad (A1)$$

É então possível definir a rigidez equivalente pela integração referida entre parênteses em (A1), ou, simplesmente,

$$D = \sum_i E_i I_i \quad (A2)$$

em que  $E_i$  representa o módulo de Young do material  $i$  e  $I_i$  representa o momento estático de segunda ordem da secção composta pelo material  $i$  relativamente ao eixo neutro da secção composta.



## Anexo B: Cálculo de $d_l$ e $d_c$

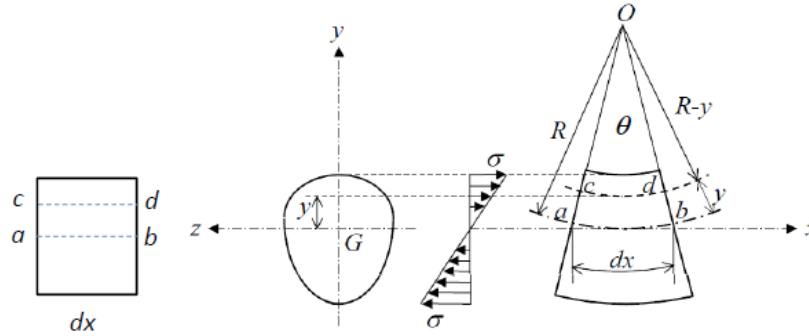


Figura 1 - Deformação de uma fibra longitudinal; adaptado de (Gomes 2004)

Conforme apresentado em (Gomes 2004), é possível escrever a deformação de uma fibra longitudinal ( $cd$ ) da seguinte forma

$$\varepsilon_{xx} = \frac{cd - ab}{ab} \quad (\text{B1})$$

Por sua vez, sabendo que (ver Figura 1)

$$cd = (R - y)\theta \quad (\text{B2})$$

$$ab = R\theta \quad (\text{B3})$$

vem então

$$\varepsilon_{xx} = \frac{R - y}{R} - 1 = -\frac{y}{R} \quad (\text{B4})$$

e, conseqüentemente,

$$\sigma = -E \frac{y}{R} \quad (\text{B5})$$

Procedendo agora ao equilíbrio de forças internas associadas às tensões  $\sigma$ , para a secção composta em análise (ver Figura 19, secção 3.1), vem

$$\begin{aligned} \int_A \sigma dA = 0 &\Leftrightarrow \int_{A_l} \sigma_l dA_l + \int_{A_c} \sigma_c dA_c = 0 \Leftrightarrow \int_{A_l} \frac{E_l}{R} y dA_l + \int_{A_c} \frac{E_c}{R} y dA_c = 0 \Leftrightarrow \\ &\Leftrightarrow E_l A_l e_l + E_c A_c e_c = 0 \end{aligned} \quad (\text{B6})$$

em que  $A_l$  e  $A_c$  são as áreas de C-E e de cortiça da secção transversal,  $R$  representa o raio de curvatura do eixo neutro da secção (ver Figura 1) e  $e_l$  e  $e_c$  representam as coordenadas verticais dos centros de gravidade do C-E e da cortiça relativamente ao eixo neutro. Sabendo que a distância entre os centros de gravidade é

$$e_l - e_c = \frac{h_l + h_c}{2} \quad (\text{B7})$$

e resolvendo o sistema de equações composto por (B6) e (B7) obtém-se

$$e_l = \frac{E_c A_c (h_l + h_c)}{2(E_l A_l + E_c A_c)} = \frac{E_c b h_c (h_l + h_c)}{2(E_l b h_l + E_c b h_c)} = \frac{E_c h_c (h_l + h_c)}{2(E_l h_l + E_c h_c)} \quad (\text{B8})$$

$$e_c = \frac{h_l + h_c}{2} \left( \frac{E_c h_c}{E_l h_l + E_c h_c} - 1 \right) = - \frac{E_l h_l (h_l + h_c)}{2(E_l h_l + E_c h_c)} \quad (\text{B9})$$

Escrevendo as distâncias  $d_l$  e  $d_c$  como o valor absoluto de  $e_l$  e  $e_c$ , vem finalmente

$$d_l = \frac{E_c h_c (h_l + h_c)}{2(E_l h_l + E_c h_c)} \quad (\text{B10})$$

$$d_c = \frac{E_l h_l (h_l + h_c)}{2(E_l h_l + E_c h_c)} = \frac{h_l + h_c}{2} - d_l \quad (\text{B11})$$

## Anexo C: Cálculo de $a_e$

A resolução da equação

$$\alpha_m a_e^3 + \beta_m a_e + \gamma_m = 0 \quad (C1)$$

é executada recorrendo ao programa Matlab<sup>®</sup>, que, considerando apenas a parte real da solução, permite obter

$$a_e = \frac{1}{6\alpha_m} A - \frac{2\beta_m}{A} \quad (C2)$$

com

$$A = \left[ \left( -108\gamma_m + 12\sqrt{3\left(\frac{4\beta_m^3 + 27\gamma_m^2\alpha_m}{\alpha_m}\right)} \right) \alpha_m^2 \right]^{\frac{1}{3}} \quad (C3)$$





## Anexo D: Correspondência entre expressões do ensaio SLB e dos ensaios DCB e ENF

Para o caso do ensaio SLB de um material monolítico, a expressão de  $G_{I+II}$  pode ser obtida partindo do cálculo da energia de deformação elástica baseada na teoria de vigas,

$$G_{I+II} = \frac{21P^2 a^2}{16Eb^2 h^3} + \frac{3P^2}{40Gb^2 h} \quad (D1)$$

em que  $E$  representa o módulo de Young do material,  $G$  representa o módulo de resistência ao corte,  $a$  representa o comprimento de fenda,  $b$  representa a largura do provete e  $h$  representa a espessura de um braço do provete. A repartição de  $G_{I+II}$  em  $G_I$  e  $G_{II}$  apresentada em (Szekrényes e Uj 2004) mostra que os valores das componentes  $G_I$  e  $G_{II}$  para o ensaio SLB são

$$G_I^{SLB} = \frac{12P^2 a^2}{16Eb^2 h^3} + \frac{3P^2}{40Gb^2 h} \quad (D2)$$

$$G_{II}^{SLB} = \frac{9P^2 a^2}{16Eb^2 h^3} \quad (D3)$$

É fácil reparar que o 1º termo de (D1) (proveniente da energia de deformação devido à flexão) é igual à soma do 1º termo de (D2) com (D3), e que o 2º termo de (D1) (proveniente da energia de deformação devido ao corte) é igual ao 2º termo de (D2).

Por sua vez, ainda para o caso do material monolítico, as expressões para o cálculo de  $G_I$  e  $G_{II}$  nos ensaios de modo puro DCB e ENF (também obtidas recorrendo à teoria de vigas) têm a forma

$$G_I = \frac{12P_I^2 a^2}{Eb^2 h^3} + \frac{6P_I^2}{5Gb^2 h} \quad (D4)$$

$$G_{II} = \frac{9P_{II}^2 a^2}{16Eb^2 h^3} \quad (D5)$$

É possível constatar que substituindo  $P_I = P/4$  e  $P_{II} = P$  (conforme obtido na resolução do sistema de equações (3.30)) nas expressões (D4) e (D5), estas são equivalentes às obtidas na repartição aplicada ao ensaio SLB, (D2) e (D3), respetivamente.

Para o caso do bi-material é possível demonstrar que o mesmo sucede. Assim, é possível observar que a componente  $G_{I+II}$  do ensaio SLB associada à flexão, que corresponde à parcela relacionada com o parâmetro  $\alpha$ , é também ela a soma dos termos associados à flexão dos ensaios DCB e ENF, isto é,

$$\begin{aligned}
 \frac{P^2}{2b} 3\alpha_m a_e^2 &= \frac{P_I^2}{2b} 3\alpha_I a_e^2 + \frac{P_{II}^2}{2b} 3\alpha_{II} a_e^2 \Leftrightarrow \\
 \Leftrightarrow \frac{3P^2}{2b} \frac{1}{12} \left( \frac{1}{D_m} - \frac{1}{D_{m_r}} \right) a_e^2 &= \frac{3}{2b} \frac{P^2}{4^2} \frac{2}{3D_m} a_e^2 + \frac{3P^2}{2b} \left( \frac{1}{24D_m} - \frac{1}{12D_{m_r}} \right) a_e^2 \Leftrightarrow \quad (D6) \\
 \Leftrightarrow \frac{P^2}{8b} \left( \frac{1}{D_m} - \frac{1}{D_{m_r}} \right) a_e^2 &= \frac{P^2}{8b} \left( \frac{1}{D_m} - \frac{1}{D_{m_r}} \right) a_e^2
 \end{aligned}$$

O mesmo se passa com a componente associada ao corte, que é a que está ligada ao parâmetro  $\beta$ . Verifica-se então que

$$\begin{aligned}
 \frac{P^2}{2b} \beta_m &= \frac{P_I^2}{2b} \beta_I + \frac{P_{II}^2}{2b} \beta_{II} \Leftrightarrow \\
 \Leftrightarrow \frac{P^2}{2b} b \left( \frac{M}{16D_m^2} - \frac{N}{8D_{m_r}^2} \right) &= \frac{1}{2b} \frac{P^2}{4^2} \frac{bM}{2D_m^2} + \frac{P^2}{2b} b \left( \frac{M}{32D_m^2} - \frac{N}{8D_{m_r}^2} \right) \Leftrightarrow \quad (D7) \\
 \Leftrightarrow P^2 \left( \frac{M}{32D_m^2} - \frac{N}{16D_{m_r}^2} \right) &= P^2 \left( \frac{M}{32D_m^2} - \frac{N}{16D_{m_r}^2} \right)
 \end{aligned}$$

## Anexo E: Folha de cálculo

A metodologia utilizada para o cálculo de  $G_{I+II}$ ,  $G_I$  e  $G_{II}$  foi aplicada através de uma folha de cálculo semelhante à ilustrada na Figura 1.

Note-se que o valor apresentado para o módulo de elasticidade longitudinal do laminado de C-E é de 150000 MPa, em vez do valor de 109000 MPa apresentado na Tabela 4 da secção 4.1, visto que foi este o valor utilizado nas simulações numéricas, e que melhor representou a rigidez inicial das curvas  $P-\delta$  experimentais. É habitual proceder a ajustes neste parâmetro, já que este tem uma grande influência na rigidez inicial das curvas.

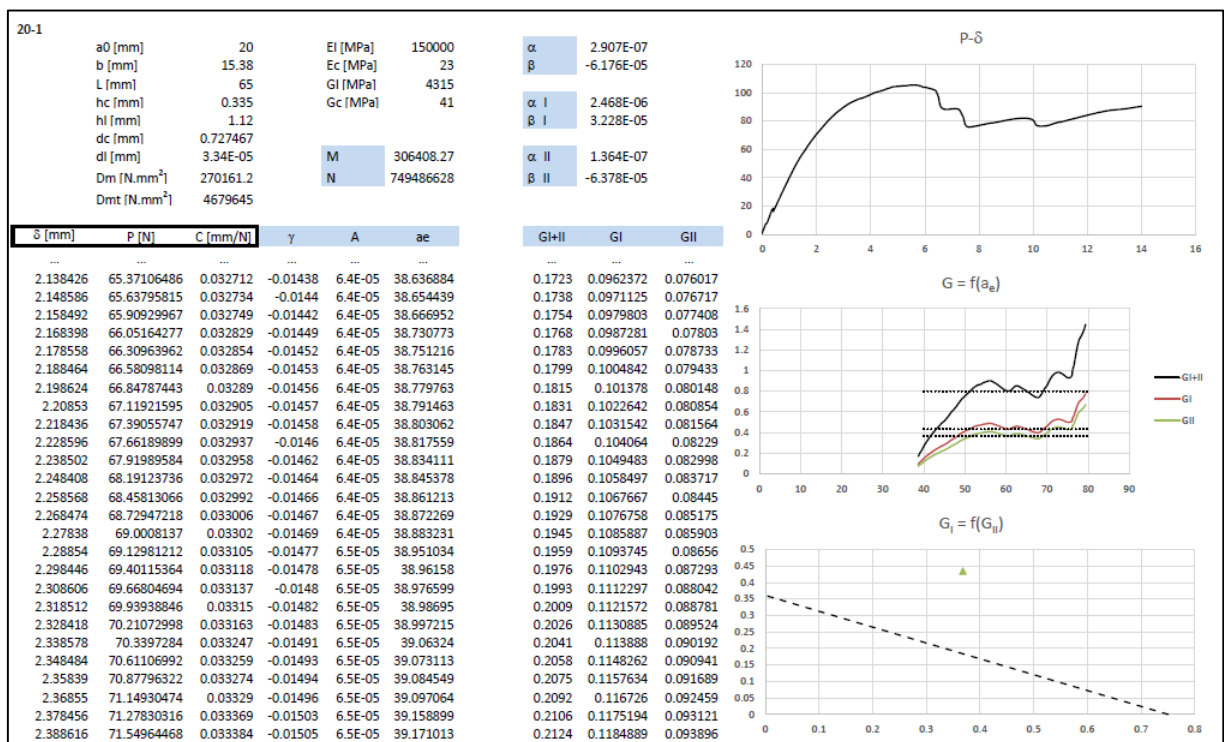


Figura 1 - Excerto de uma folha de cálculo



## Anexo F: Resultados obtidos - curvas $P$ - $\delta$

Seguidamente são apresentadas as curvas  $P$ - $\delta$  obtidas para cada ensaio experimental e para cada simulação numérica, com  $\alpha = 1$  e  $\alpha = 2$ , para os diferentes comprimentos de pré-fenda.

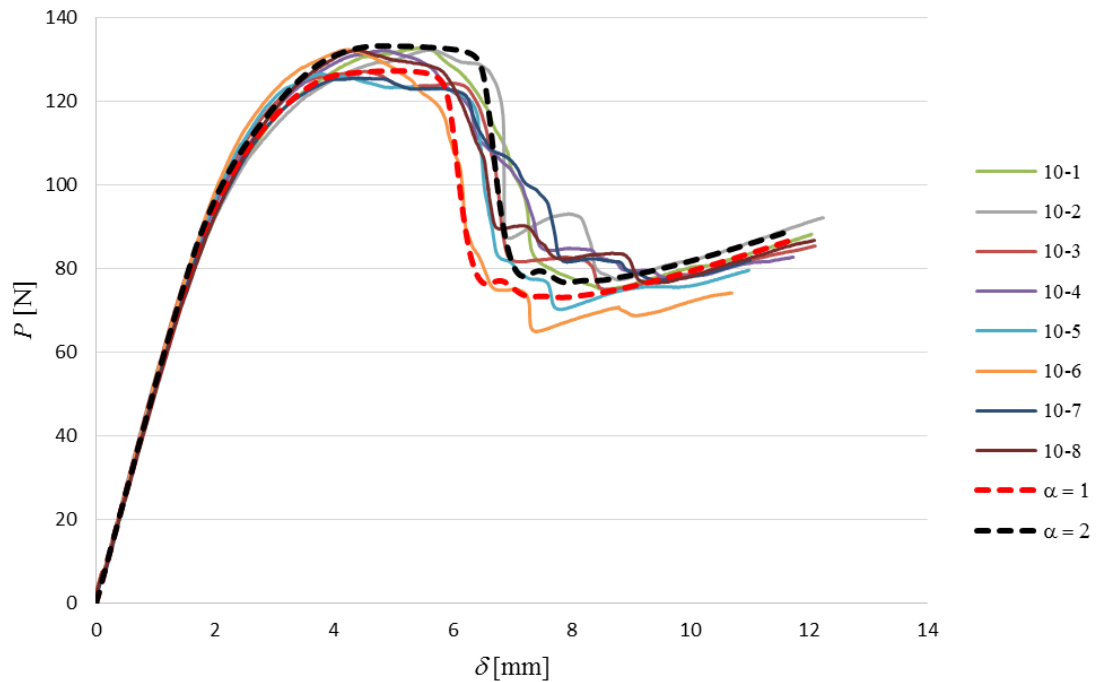


Figura 1 - Curvas  $P$ - $\delta$  experimentais e numéricas para  $a_0 = 10$  mm

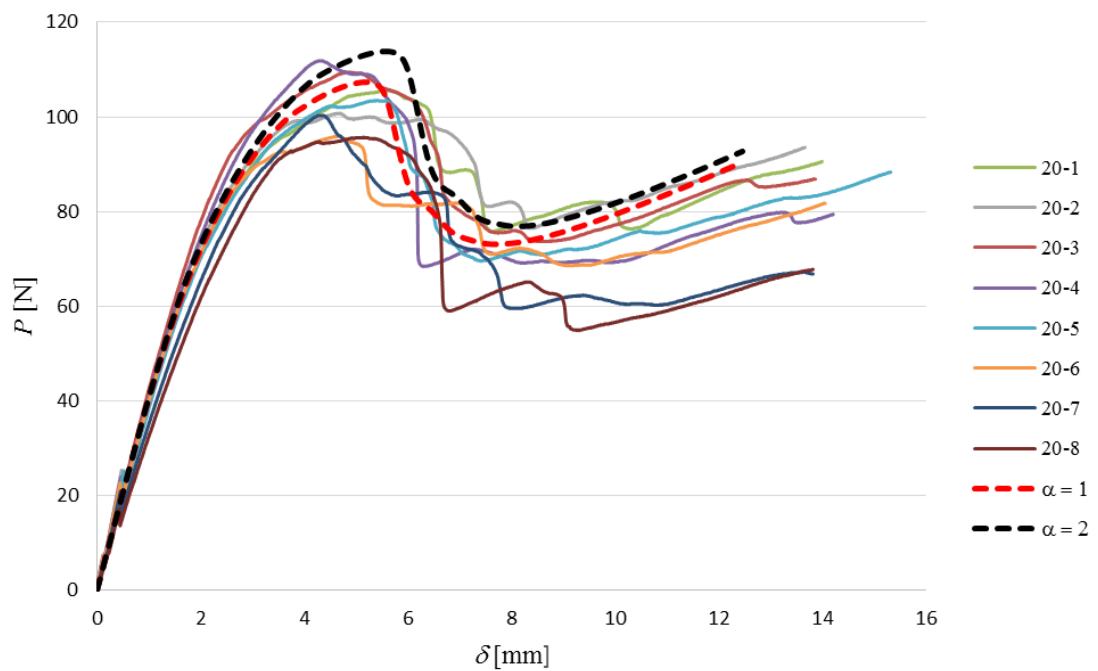


Figura 2 - Curvas  $P$ - $\delta$  experimentais e numéricas para  $a_0 = 20$  mm

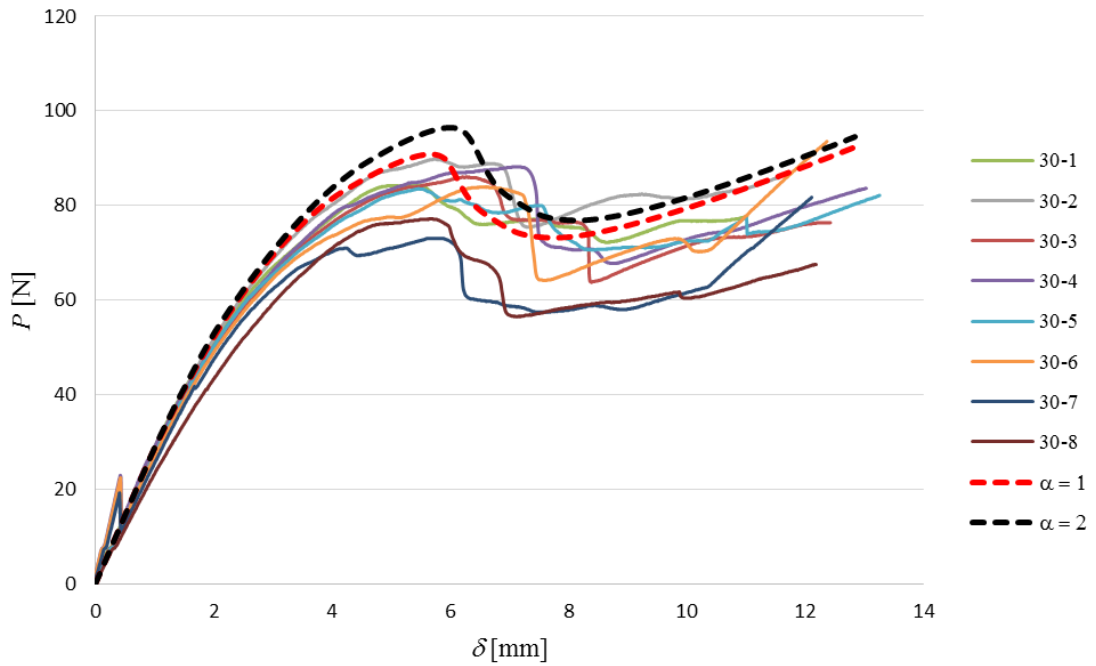


Figura 3 - Curvas  $P$ - $\delta$  experimentais e numéricas para  $a_0 = 30$  mm

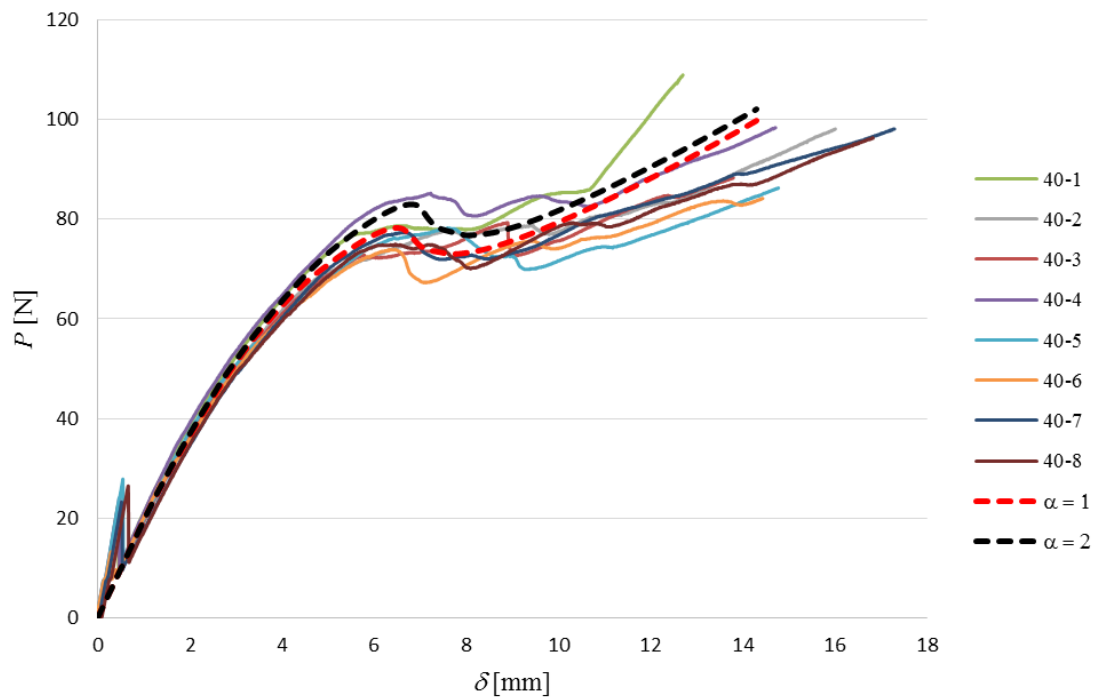


Figura 4 - Curvas  $P$ - $\delta$  experimentais e numéricas para  $a_0 = 40$  mm

## Anexo G: Resultados obtidos - curvas $R$

Seguidamente são apresentadas as curvas  $R$  obtidas para cada ensaio experimental e para cada simulação numérica, com  $\alpha = 1$  e  $\alpha = 2$ , para os diferentes comprimentos de pré-fenda. De notar que os resultados provenientes dos provetes 40-1, 40-2 e 40-3 foram rejeitados e não são apresentados, por não ter sido possível captar um patamar correspondente ao valor de  $G_c$  pelo facto de as curvas de resistência apresentarem uma tendência sempre crescente.

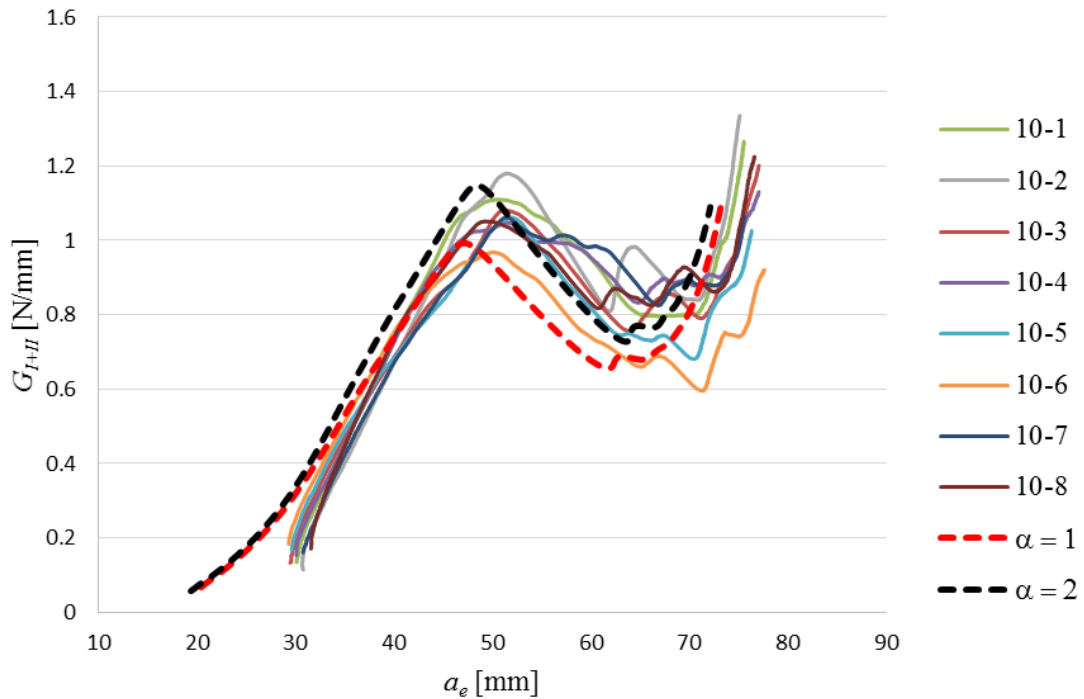


Figura 1 - Curvas  $R$  experimentais e numéricas para  $a_0 = 10$  mm

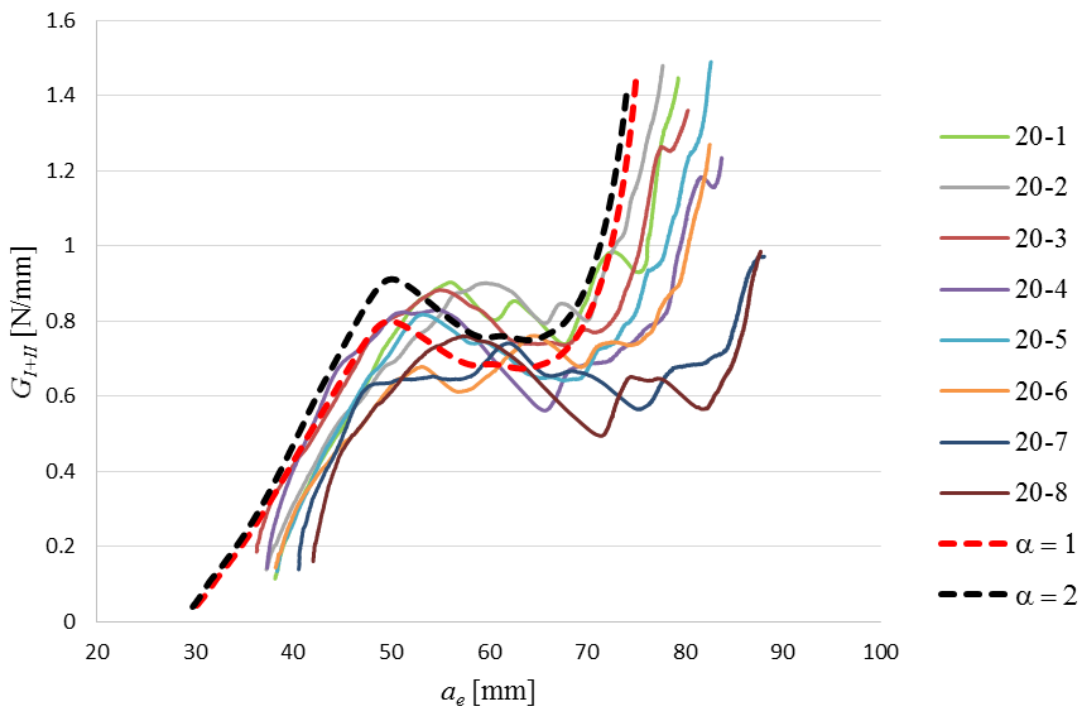


Figura 2 - Curvas  $R$  experimentais e numéricas para  $a_0 = 20$  mm

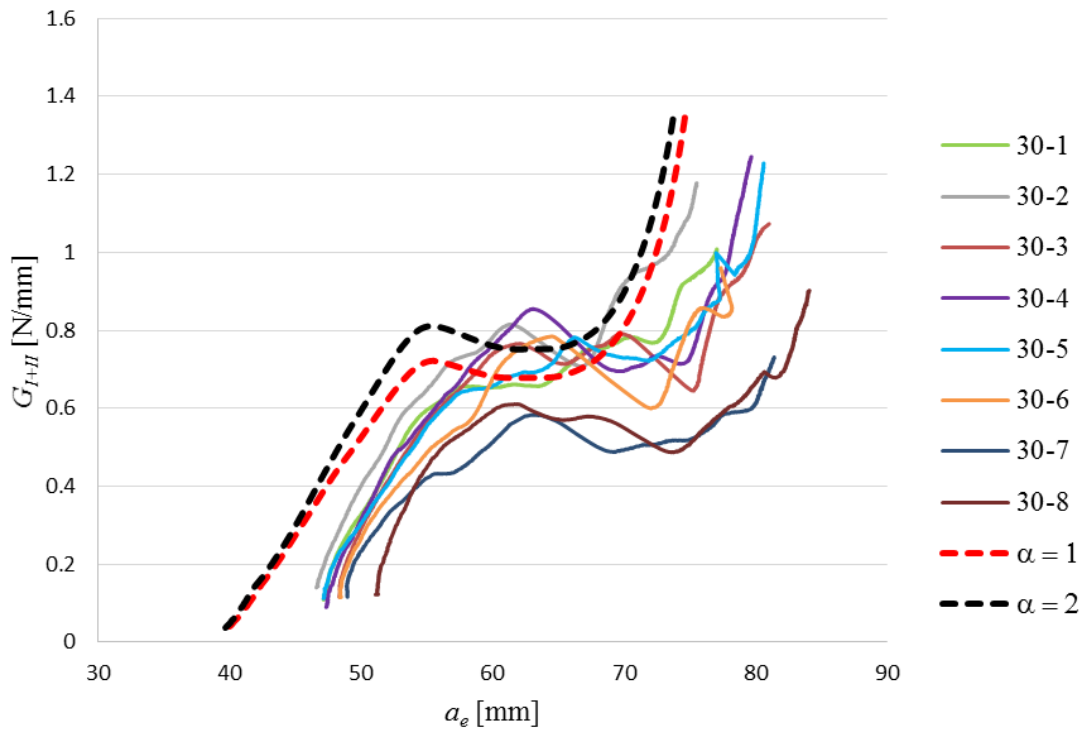


Figura 3 - Curvas  $R$  experimentais e numéricas para  $a_0 = 30$  mm

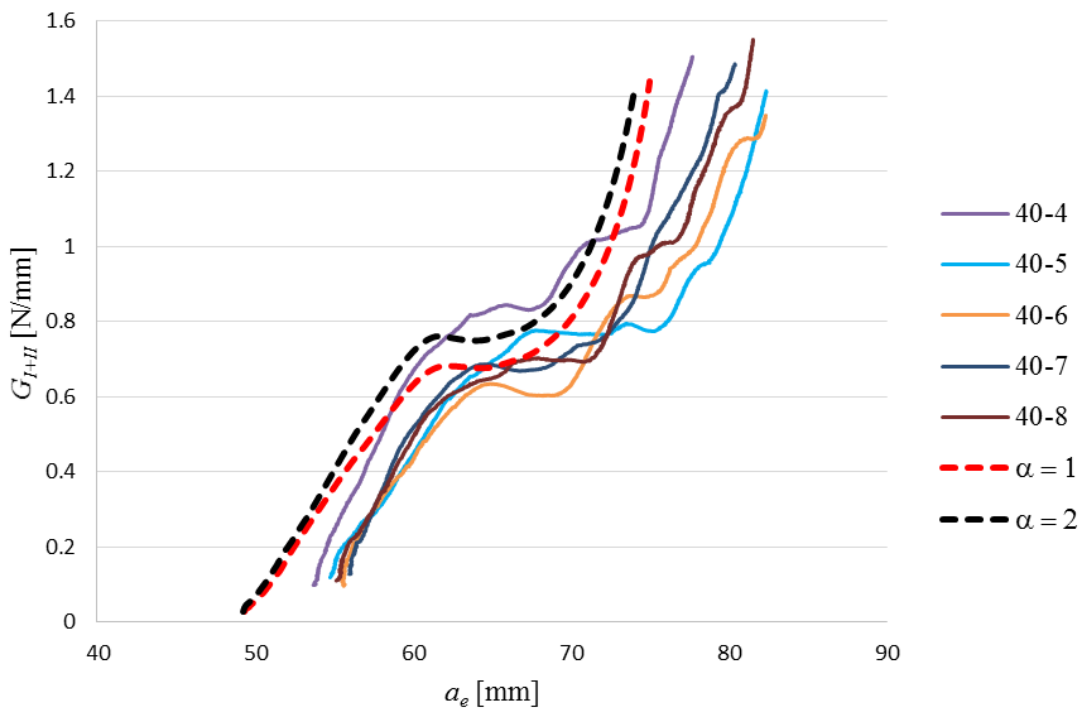


Figura 4 - Curvas  $R$  experimentais e numéricas para  $a_0 = 40$  mm



## Anexo H: Resultados obtidos - gráficos $G_I = f(G_{II})$

Em seguida são apresentados os gráficos  $G_I = f(G_{II})$  para os vários provetes ensaiados, para os diferentes comprimentos de pré-fenda.

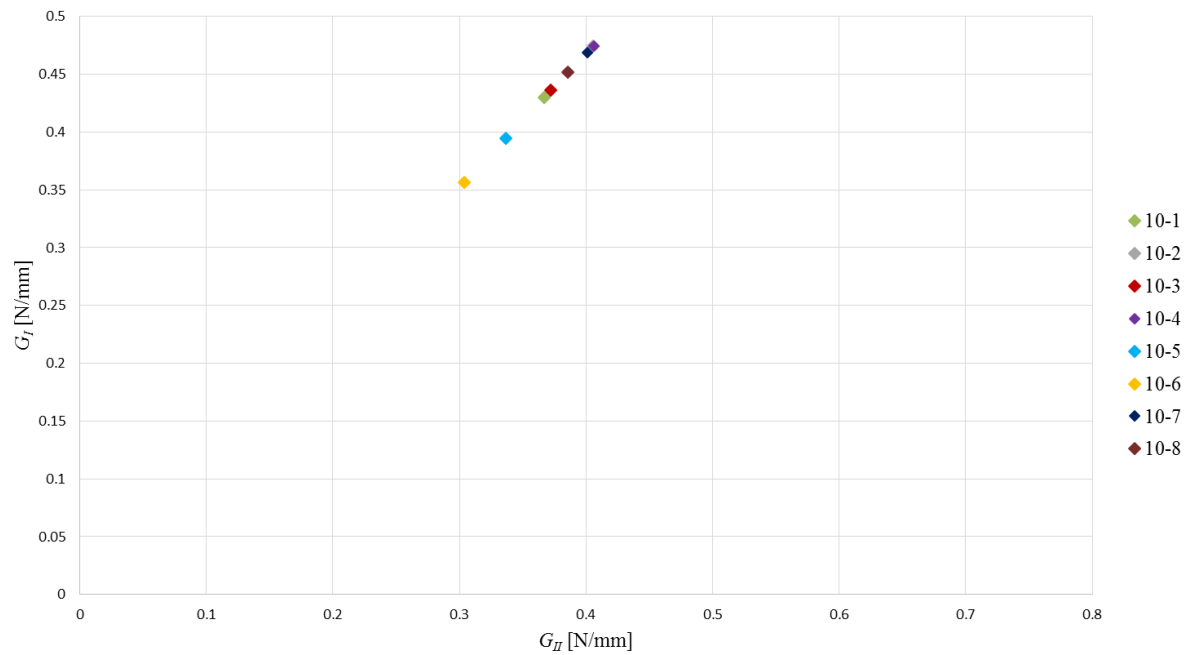


Figura 1 - Gráfico  $G_I = f(G_{II})$  para  $a_0 = 10$  mm

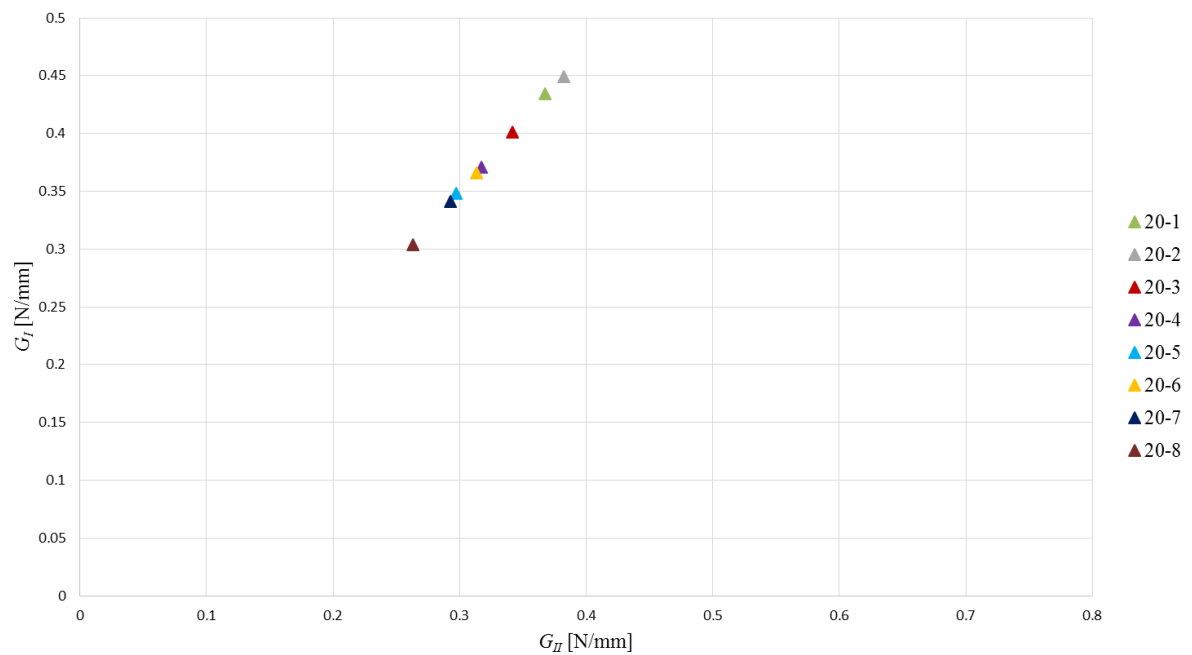


Figura 2 - Gráfico  $G_I = f(G_{II})$  para  $a_0 = 20$  mm

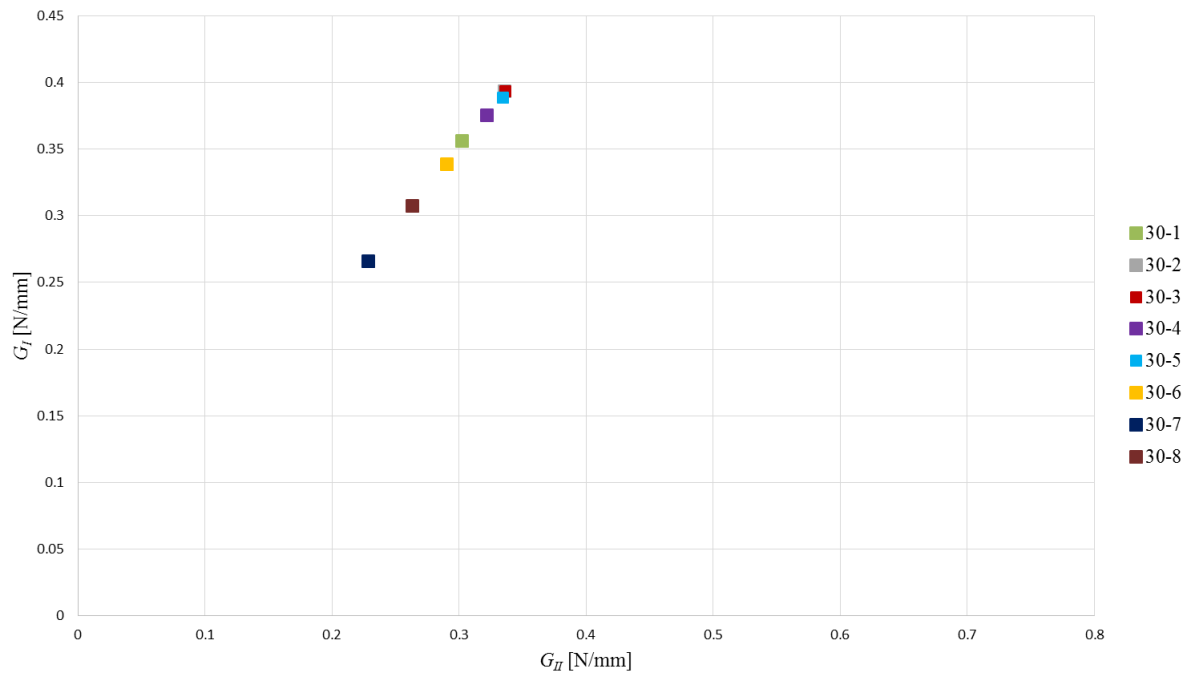


Figura 3 - Gráfico  $G_I = f(G_{II})$  para  $a_0 = 30$  mm

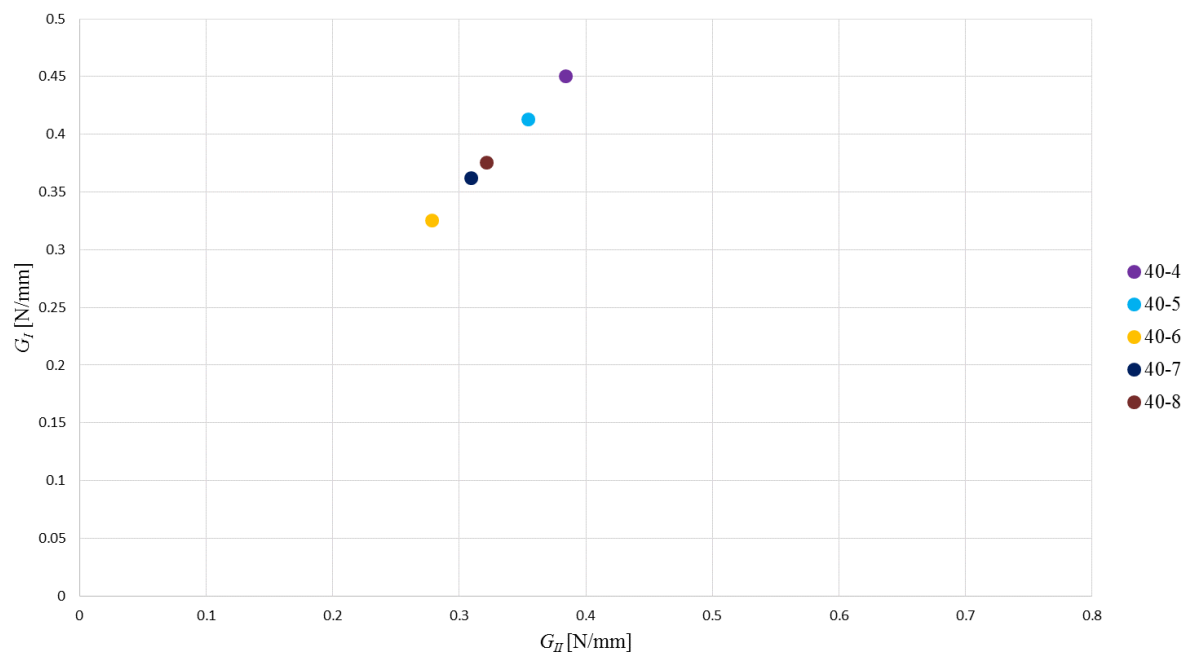


Figura 4 - Gráfico  $G_I = f(G_{II})$  para  $a_0 = 40$  mm