

“Annali online della Didattica e della Formazione Docente”
Vol. 9, n. 14/2017, pp. 91-107 – ISSN 2038-1034

Promuovere strategie di valutazione formativa in Matematica con le nuove tecnologie: l’esperienza del progetto FaSMEd

Annalisa Cusi
Francesca Morselli
Cristina Sabena

Abstract – *This contribution describes a research work within the European project FaSMEd (Improving Progress through Formative Assessment in Science and Mathematics Education) aimed at investigating, through a design-based research approach, the use of technology to foster formative assessment strategies in primary and lower secondary school. The project (2014-2016) was carried out by eight European universities (for Italy, the University of Turin) and one university from South Africa. The theoretical framework refers to formative assessment, with a specific focus on different levels of feedback. By analyzing data from our teaching experiments, we identify strategies employed by the teacher to provide feedback during class discussion and investigate the effect of such strategies on the enactment of formative assessment.*

Riassunto – *In questo contributo si presentano e discutono le metodologie didattiche sviluppate attraverso una ricerca design-based sull'utilizzo delle nuove tecnologie per promuovere strategie di valutazione formativa in matematica in classi di scuola primaria e secondaria di primo grado. La ricerca si situa all'interno di un progetto finanziato dall'Unione Europea denominato FaSMEd (Improving Progress through Formative Assessment in Science and Mathematics Education), che nel triennio 2014-2016 ha coinvolto otto Università dell'Unione (per l'Italia l'Università di Torino) e il Sudafrica. Facendo riferimento a un quadro teorico centrato sulle strategie di valutazione formativa e sui diversi livelli di feedback che possono essere forniti durante discussioni di classe su attività matematiche ad alto contenuto argomentativo, proponiamo una classificazione di possibili azioni didattiche dell'insegnante, mettendo in luce gli effetti di tali azioni rispetto all'attivazione di strategie di valutazione formativa.*

Parole chiave – matematica, valutazione formativa, strategie di feedback, nuove tecnologie, ruolo dell'insegnante

Keywords – mathematics, formative assessment, feedback strategies, new technologies, role of the teacher

Annalisa Cusi si è laureata in Matematica nel 2001 presso l'Università di Modena e Reggio Emilia, dove ha conseguito il titolo di Dottore di Ricerca nel 2009. È docente di ruolo di Matematica e Fisica presso il Liceo Aldo Moro di Reggio Emilia. Nel triennio 2014-2016 è stata Assegnista di ricerca presso l'Università di Torino nell'ambito del progetto FaSMEd. I suoi principali interessi di ricerca riguardano: la didattica dell'algebra; l'analisi dei processi di insegnamento e apprendimento, con focus particolare sul ruolo svolto dal docente; early algebra e strategie per promuovere lo sviluppo del pensiero algebrico negli allievi; metodologie per la formazione degli insegnanti e analisi dei processi di lavoro collaborativo tra insegnanti e ricercatori; valutazione formativa in Matematica.

Francesca Morselli si è laureata in Matematica presso l'Università di Genova nel 2002 e ha conseguito il Dottorato di Ricerca presso l'Università di Torino nel 2007, con una tesi sui fattori culturali nei processi dimostrativi. Dal 2015 è Professore Associato di *Matematiche Complementari* presso il Dipartimento di Matematica dell'Università di Genova, dove si occupa di formazione iniziale e continua degli insegnanti. I suoi interessi di ricerca riguardano i seguenti temi: argomentazione e dimostrazione matematica; la valutazione formativa in matematica; l'interazione tra fattori affettivi e cognitivi nell'insegnamento e apprendimento della matematica.

Cristina Sabena si è laureata in Matematica presso l'Università di Torino nel 2002 e ha conseguito il Dottorato di Ricerca presso l'Università di Torino nel 2007. È Professore Associato di *Matematiche Complementari* presso il Dipartimento di Filosofia e Scienze dell'Educazione dell'Università di Torino, dove si occupa di formazione iniziale degli insegnanti di scuola dell'infanzia e primaria. L'attività di ricerca scientifica verte principalmente sui seguenti temi: l'insegnamento-apprendimento della matematica in ottica multimodale e con strumenti semiotici; la valutazione formativa in matematica; il networking di approcci teorici nella ricerca in didattica della matematica.

1. Introduzione

La valutazione nella scuola gioca un ruolo importante per il percorso di apprendimento degli studenti e nel lavoro dei docenti. Accanto a una valutazione dell'apprendimento o valutazione sommativa, finalizzata ad attestare e accertare il raggiungimento di determinati obiettivi educativi secondo una logica del controllo, c'è una valutazione per l'apprendimento, finalizzata a migliorare il processo educativo stesso secondo una logica di sviluppo (Castoldi, 2012): in altri termini una valutazione formativa, secondo l'espressione coniata nel Regno Unito dal gruppo di lavoro ministeriale per la riforma della valutazione, ovvero l'Assessment Reform Group (1999).

Questa prospettiva mette in luce la necessità di recuperare le potenzialità formative dei processi di valutazione, che possono essere considerati tra gli strumenti più efficaci per migliorare gli apprendimenti stessi. La valutazione formativa si configura quindi come un vero e proprio metodo di insegnamento, nel quale "elementi di evidenza relativi ai risultati degli studenti vengono raccolti, interpretati ed utilizzati da insegnanti, studenti e loro pari – i compagni – per prendere decisioni sui passi successivi da fare nel processo di istruzione, che possano essere migliori, o meglio fondate, rispetto alle decisioni prese in assenza di tali elementi di evidenza" (Black & Wiliam, 2009, p. 7, traduzione delle autrici). Attività tipiche dei processi di valutazione formativa sono quindi quelle attraverso le quali gli studenti hanno modo di verificare i propri livelli di apprendimento, pianificare e attuare, in interazione con l'insegnante e i compagni di classe, le strategie necessarie per raggiungere gli obiettivi di apprendimento prefissati. Questa prospettiva è in linea anche con le recenti Indicazioni Nazionali (MIUR, 2012), secondo cui la valutazione "precede, accompagna e segue i percorsi curricolari. Attiva le azioni da intraprendere, promuove il bilancio critico su quelle condotte a termine. Assume una prevalente funzione formativa, di accompagnamento dei processi di apprendimento e di stimolo al miglioramento continuo" (p. 13).

La valutazione formativa in matematica e scienze è stata oggetto di un recente progetto finanziato dall'Unione Europea, denominato FaSMEd (Improving Progress through Formative

Assessment in Science and Mathematics Education, <https://research.ncl.ac.uk/fasmed/>).

In particolare, all'interno del progetto FasMED è stato indagato l'uso delle tecnologie nelle pratiche di valutazione formativa in classe, per mettere in luce se e in che modo esse consentono agli insegnanti di rispondere ai bisogni degli studenti in matematica e scienze, motivandoli all'apprendimento di queste discipline. Il progetto ha coinvolto otto Università di Paesi dell'Unione (per l'Italia l'Università di Torino) e il Sudafrica nel triennio 2014-2016 e attraverso una *design-based research* (DBRC, 2003) ha prodotto un "toolkit" per insegnanti e formatori, ossia un insieme di materiali per il curricolo e di metodologie di intervento pedagogico (<https://microsites.ncl.ac.uk/fasmedtoolkit/>) che sfruttano le potenzialità delle nuove tecnologie per attuare la valutazione formativa in matematica e scienze.

All'interno di FaSMEd, il lavoro del team italiano facente capo all'università di Torino (composto dalle tre autrici) ha elaborato metodologie didattiche basate sull'utilizzo di tecnologie di classe connessa per promuovere strategie di valutazione formativa in matematica in classi di scuola primaria e secondaria di primo grado. Seguendo il paradigma italiano della ricerca per l'innovazione (Arzarello & Bartolini Bussi, 1998), l'elaborazione delle metodologie innovative si è basata sull'intreccio di componenti teoriche e di sperimentazioni in aula, con la collaborazione degli insegnanti di classe nelle varie fasi della ricerca.

Il lavoro di design è stato condotto a partire da specifiche assunzioni teoriche e metodologiche, riguardanti in particolare l'importanza di portare gli studenti stessi a riflettere sui processi di insegnamento-apprendimento e spingerli a rendere il loro pensiero visibile (Collins, Brown & Newmann, 1989), condividendo quindi le loro idee con l'insegnante e con i compagni di classe. Queste assunzioni hanno anche guidato le specifiche scelte compiute in relazione alla tecnologia da adottare, alla metodologia di lavoro da proporre in classe e alle attività stesse.

Nel seguito dell'articolo presenteremo i principali riferimenti della base teorica, le motivazioni che hanno condotto alla scelta della tecnologia di classe connessa e i principali elementi della metodologia didattica elaborata. Attraverso un esempio, tratto dalle sperimentazioni condotte e analizzato mediante metodi qualitativi, ci concentreremo su tre aspetti: il ruolo cruciale del feedback (anche in riferimento allo specifico contenuto disciplinare), le strategie che l'insegnante può mettere in atto per fornire feedback ed i legami tra tali strategie e i processi di valutazione formativa che vengono attivati.

2. La valutazione formativa e le nuove tecnologie

Nel caratterizzare le pratiche di valutazione formativa, Black e Wiliam (2009) evidenziano cinque diverse *strategie di valutazione formativa*, attivate dai diversi protagonisti del processo di valutazione (insegnante, studente, compagni):

- A. Chiarire/capire/condividere gli obiettivi di apprendimento e i criteri di valutazione;

B. Progettare discussioni di classe efficaci e attività che consentano di mettere in luce l'apprendimento degli studenti;

C. Fornire feedback che consentano allo studente di migliorare;

D. Attivare gli studenti come risorse gli uni per gli altri;

E. Attivare gli studenti come responsabili del proprio apprendimento.

Black e Wiliam sottolineano in particolare la centralità del *feedback* nei processi di valutazione formativa. Un feedback è “un’informazione, fornita da un soggetto (ad esempio l’insegnante, un compagno, il libro di testo, un genitore, l’individuo stesso, l’esperienza), relativa alla performance o alla comprensione” (Hattie & Timperley, 2007, p. 81, traduzione delle autrici). Il feedback fornito dall’insegnante ha l’obiettivo di monitorare i progressi compiuti dagli allievi, consentendo loro di diventare consapevoli degli obiettivi di apprendimento, delle problematiche evidenziate e di ciò che possono fare per superarle. Discutendo le caratteristiche del feedback al fine di avere effetti positivi sull’apprendimento, Hattie e Timperley osservano che un feedback efficace dovrebbe consentire allo studente di rispondere a tre domande chiave:

– Dove sto andando? (ovvero, quali sono gli obiettivi dell’attività?);

– Come vi sto andando? (ovvero, quale progresso ho fatto verso l’obiettivo prefissato?);

– Qual è il passo successivo da fare? (ovvero, cosa devo fare per migliorare/progredire?).

Hattie e Timperley distinguono inoltre quattro tipologie di feedback, in base ai domini ai quali si riferiscono:

– *feedback sul compito*, mirato a focalizzare l’attenzione su problematiche connesse all’interpretazione del testo della consegna o alla correttezza della risposta fornita;

– *feedback sullo svolgimento del compito*, relativo ai processi necessari per comprendere ed affrontare efficacemente il compito;

– *feedback per l’autoregolazione*, focalizzato sulla capacità dell’individuo di auto-monitorarsi e dirigere consapevolmente le proprie azioni;

– *feedback sull’individuo in quanto persona*, che riguarda questioni relative alla valutazione dell’individuo e include aspetti affettivi.

Dare feedback non è di per sé positivo o negativo, al contrario molti fattori possono contribuire al buon successo di un feedback sull’apprendimento: sulla base di un’estesa meta-analisi, Hattie e Timperley evidenziano l’efficacia dei feedback sul compito (tipo a) e sul suo svolgimento (tipo b), mentre gli effetti minori sono riscontrati sui feedback sulla persona, come ad esempio complimenti e rimproveri (tipo d).

Il ruolo delle nuove tecnologie nel promuovere i processi di valutazione formativa è stato oggetto di diversi studi (Quellmalz *et al.*, 2012). Come evidenziato dalla ricerca, le tecnologie digitali possono contribuire a creare contesti di apprendimento che consentano di svolgere alcune funzioni fondamentali dei processi di valutazione formativa, quali: mettere in evidenza ciò che gli allievi stanno facendo e pensando (Roschelle, Penuel & Abrahamson, 2004), promuovere la partecipazione attiva degli studenti nelle discussioni (Roschelle & Pea, 2002), monitorarne i progressi e fornire immediato supporto per rispondere ai loro bisogni (Irving, 2006) o un feedback immediato che possa incoraggiarli a riflettere sui propri progressi (Ro-

schelle *et al.*, 2004).

Sulla base di queste considerazioni sull'utilizzo della tecnologia per promuovere i processi di valutazione formativa, all'interno del progetto FaSMEd è stata messa a punto un'estensione del modello di Wiliam e Thompson (2007), che contenga anche le funzionalità della tecnologia per la valutazione formativa. Tali funzionalità sono:

- *Inviare e mostrare*, quando la tecnologia è utilizzata come supporto per la comunicazione e per attivare discussioni di classe
- *Elaborare e analizzare*, quando la tecnologia è utilizzata per analizzare i dati e le informazioni raccolti durante le lezioni
- *Creare un ambiente interattivo*, quando la tecnologia è utilizzata per creare un ambiente di lavoro condiviso, in cui gli studenti lavorano individualmente o collaborativamente, oppure un ambiente di apprendimento in cui esplorare i contenuti matematici.

Ne risulta un modello a tre dimensioni che comprende: (1) le cinque strategie di valutazione formativa introdotte da Wiliam e Thompson (2007), illustrate sopra; (2) i tre principali protagonisti dei processi di valutazione formativa (l'insegnante, i compagni, lo studente stesso); (3) le funzionalità attraverso cui la tecnologia può sostenere gli agenti nell'attivazione delle strategie di valutazione formativa (si veda anche Aldon, Cusi, Morselli, Panero & Sabena, 2017, e Cusi, Morselli & Sabena, 2016). Il modello costituisce il quadro di riferimento entro cui si sono declinate le scelte teoriche e metodologiche specifiche del team italiano, che saranno descritte in seguito.

3. Il ruolo chiave dell'argomentazione

L'attenzione ai processi argomentativi è riconosciuta dalle Indicazioni nazionali (MIUR, 2012), che sottolineano come la matematica possa contribuire a “sviluppare la capacità di comunicare e discutere, di argomentare in modo corretto, di comprendere i punti di vista e le argomentazioni degli altri” (p. 49), ed è un promettente filone di ricerca in didattica della matematica, sia a livello italiano che internazionale (si veda Stylianides, Bieda & Morselli, 2016 per una sintesi delle ricerche più recenti). In particolare, è stato studiato il rapporto tra argomentazione e dimostrazione, evidenziando l'esistenza di un'unità cognitiva tra i due processi (Boero, Garuti & Mariotti, 1996) e arrivando così a indicare l'argomentazione come processo importante per promuovere l'ingresso nella “cultura dei teoremi” (Boero, 2007). Altri autori si sono concentrati sul rapporto dialettico tra argomentazione e dimostrazione, mostrando che le attività argomentative possono favorire il passaggio dai concetti quotidiani ai concetti scientifici (Douek, 2006) ed evidenziando così che l'argomentazione ha un valore educativo in sé, e non solo come processo che avvicina e prepara alla dimostrazione matematica. D'altro canto, partendo dal presupposto secondo cui l'interazione sociale ha un ruolo decisivo nell'educazione matematica e l'argomentazione può favorire la concettualizzazione, diversi

studi si sono interessati alle dinamiche di classe durante le attività argomentative e hanno sottolineato il ruolo chiave di mediazione del docente durante le discussioni di classe (Azmon, Hershkowitz & Schwarz, 2011).

La scelta di coniugare la valutazione formativa con l'argomentazione matematica ha a nostro avviso una duplice valenza. Il primo aspetto riguarda l'utilizzo dell'*argomentazione come risorsa per la valutazione formativa*. La scelta di realizzare attività ad alta componente argomentativa, con la richiesta costante di accompagnare ogni risposta con opportune motivazioni, ha in primo luogo lo scopo di rendere lo studente più consapevole del proprio ragionamento e quindi responsabile in prima persona del proprio processo di apprendimento. In secondo luogo, il processo di pensiero "reso visibile" (Collins, Brown & Newmann, 1989) diventa più facilmente oggetto di feedback da parte dei compagni e dell'insegnante. Questo ci ha condotto a focalizzare l'attenzione degli studenti su domande del tipo "*Motiva la tua risposta*", "*Spiega ciò che hai fatto*", "*Spiega perché il tuo metodo funziona*", richiedendo quindi spiegazioni con funzioni diverse, secondo la classificazione introdotta da Levenson e Barkai (2013). Abbiamo inoltre proposto questioni mirate a stimolare un confronto continuo e lo sviluppo di competenze di tipo meta, come, ad esempio, "*Cosa hanno in comune queste risposte?*", "*Che differenze possiamo evidenziare?*". In questo senso, l'argomentazione è intesa come strumento per meglio attuare la valutazione formativa.

Allo stesso tempo, abbiamo promosso la *valutazione formativa su attività ad alto contenuto argomentativo*, avendo posto come obiettivo d'apprendimento anche il miglioramento delle competenze argomentative stesse. Attraverso discussioni di classe si è cercato di mettere in luce e condividere con gli studenti aspetti chiave delle diverse argomentazioni proposte, in particolare i criteri di correttezza, chiarezza e completezza. Il criterio della correttezza fa riferimento alla mancanza di errori di tipo matematico nella risposta e nella giustificazione data; il criterio della chiarezza fa riferimento al piano comunicativo e alla comprensibilità della risposta da parte di un interlocutore (i compagni, l'insegnante); il criterio della completezza fa riferimento all'esplicitazione dei vari passaggi che conducono alla conclusione dell'argomento.

L'identificazione di criteri espliciti e condivisi tra insegnanti e con gli studenti per valutare argomentazioni e testi matematici è un aspetto cruciale condiviso anche da altri progetti che hanno a cuore lo sviluppo di competenze argomentative come parte fondamentale per lo sviluppo del pensiero matematico, come il progetto canadese "Comunicazione e apprendimento" di Radford e Demers (2006), i progetti "Bambini Maestri Realtà" e "Linguaggio e argomentazione" del DIMA-Università degli Studi di Genova (<http://didmat.dima.unige.it/>; http://pls.dima.unige.it/azione1/argomentazione/azione1_argomentazione.php) e il progetto Avimes-Piemonte (De Luca *et al.*, 2008).

4. La scelta della tecnologia e la metodologia didattica

All'interno del progetto FaSMEd, i diversi partner hanno condiviso i presupposti teorici e le finalità del progetto, mentre ogni team ha proceduto in modo autonomo nella scelta della tec-

nologia da utilizzare. Per quanto riguarda il team italiano, la scelta è stata effettuata sulla base di specifiche esigenze individuate a priori. Nello specifico, una prima esigenza è stata quella di identificare una tecnologia che potesse favorire i processi formativi nella prospettiva sopra delineata, ossia che potesse contribuire alla condivisione dei processi e dei prodotti degli studenti, al fine di renderli disponibili per il feedback dei compagni e dell'insegnante. Una seconda esigenza è stata quella di individuare uno strumento che potesse supportare il docente nel:

– Raccogliere le opinioni degli studenti *durante* l'attività, sia sul piano matematico (es: *quale grafico è corretto?*), sia sul piano metacognitivo (es: *è stato difficile capire il testo del problema?*)

– Raccogliere le opinioni degli studenti *alla fine dell'attività*, sia sul piano matematico (es: *questo risultato è corretto? Questa argomentazione è completa?*) sia su quello metacognitivo (es: *che cosa hai imparato?*).

La scelta è ricaduta su una *tecnologia di classe connessa*, ossia un sistema connesso di computer e/o tablet progettato per supportare processi interattivi di insegnamento-apprendimento (Irving, 2006) e fornire spazi di lavoro condivisi (Robutti, 2010). La tecnologia di classe connessa che abbiamo adottato permette agli studenti di ricevere in tempo reale le schede di lavoro preparate dall'insegnante, inviare la risposta al computer dell'insegnante, partecipare a sondaggi proposti dal docente; l'insegnante può, oltre che inviare materiali ai tablet degli studenti, raccogliere gli elaborati dei gruppi di studenti, ricevere commenti o riflessioni dai gruppi durante o al termine dell'attività, proporre sondaggi, ricevere in tempo reale statistiche relative ai sondaggi. Il computer dell'insegnante è connesso ad una lavagna interattiva multimediale (LIM) o a un video-proiettore, cosicché è possibile mostrare a tutta la classe una selezione di risposte dei gruppi o il risultato di un sondaggio. Per incentivare la collaborazione tra compagni si è anche scelto di organizzare gli studenti in coppie o gruppi da tre, ciascuno dei quali lavorava su un solo tablet.

Le attività messe a punto riguardano le relazioni e funzioni, nelle loro rappresentazioni (verbale, simbolica, tabulare, grafica). Le attività sono riprese e adattate dal progetto ArAl (Cusi, Malara & Navarra, 2011) e dal progetto The Mathematics Assessment Program (<http://map.mathshell.org>).

Per ogni attività sono state elaborate diverse tipologie di schede di lavoro da inviare ai tablet degli studenti o proiettare sulla LIM (o tramite video-proiettore). Le schede di lavoro possono essere distinte in tre categorie (Cusi, Morselli & Sabena, 2017):

1. schede che propongono un problema da risolvere o pongono una o più domande di contenuto matematico (*schede problema*);
2. schede finalizzate a fornire un supporto specifico a studenti che incontrano difficoltà con le schede di tipo 1), contenenti suggerimenti come, per esempio, domande-guida (*schede di aiuto*);
3. schede che propongono un sondaggio con diverse opzioni di risposta (*schede son-*

daggio).

Qui di seguito si descrive una tipica lezione, caratterizzata dall'alternarsi di schede di lavoro diverse.

La lezione inizia con il lavoro di gruppo su una *scheda problema* inviata ai tablet. Gli studenti lavorano in gruppo, scrivono la risposta (argomentata) al tablet e la inviano al computer del docente mediante il dispositivo di classe connessa. I gruppi in difficoltà hanno la possibilità di chiedere l'invio di una *scheda di aiuto*, oppure è l'insegnante, che monitora costantemente il lavoro dei gruppi, a decidere di inviarla.

Dopo aver raccolto ed esaminato le risposte dei gruppi, l'insegnante lancia una discussione di bilancio (Bartolini Bussi, 1998), che solitamente prende il via dall'analisi di una selezione di risposte dei gruppi (i testi scritti sono proiettati a tutta la classe). Durante la discussione le risposte sono analizzate a livello di consegna (sono prese in esame sia risposte corrette che errori tipici, con riferimento al criterio di correttezza), a livello di svolgimento della consegna (sono discussi i modi più efficaci di soddisfare le richieste del compito assegnato) e a livello comunicativo (sono confrontate diverse modalità di comunicazione del risultato e della spiegazione, con riferimento ai criteri di chiarezza e completezza). In particolare, l'insegnante promuove il confronto tra diverse soluzioni selezionate.

Durante la lezione l'insegnante può anche utilizzare le *schede sondaggio* per promuovere una discussione di classe, soprattutto nel caso in cui alcuni aspetti richiedano un ulteriore approfondimento. È anche possibile creare sondaggi istantanei per verificare il grado di comprensione degli studenti, oppure la loro consapevolezza di ciò che è stato fatto durante l'attività, o ancora il loro atteggiamento nei confronti dell'attività stessa.

5. Focus e metodologia della ricerca

Diversi cicli di sperimentazione hanno permesso di mettere a punto e affinare sequenze di attività da svolgersi nel contesto della classe connessa. Le sperimentazioni sono state svolte con la costante presenza in classe di un ricercatore (una delle tre autrici), che ha avuto la funzione di osservatore partecipante. Lo studio si fonda sull'analisi delle riprese video delle discussioni di classe (per un totale di circa 400 ore di ripresa); dati aggiuntivi sono costituiti dalle note dell'osservatore e da interviste a studenti e insegnanti.

L'analisi dei dati raccolti ci ha consentito di mettere in luce il ruolo della tecnologia nel promuovere strategie di valutazione formativa, attivate tanto dall'insegnante quanto dai compagni e dallo studente stesso (Cusi, Morselli & Sabena, 2016).

Nel presente contributo l'attenzione si concentra sulla strategia di valutazione formativa C (Fornire feedback che consentano allo studente di migliorare). Nello specifico si possono formulare le seguenti domande di ricerca:

1. Quali strategie messe in atto dall'insegnante possono promuovere la strategia di valutazione formativa C?
2. Quale livello di feedback è fornito?

3. Quali sono gli effetti di tali strategie di feedback, in termini di attivazione di altre strategie di valutazione formativa?

6. Una classificazione delle strategie di feedback

L'analisi di numerosi episodi tratti dalle sperimentazioni in classe ci ha permesso di delineare una prima caratterizzazione delle *strategie di feedback* attivate dall'insegnante, che riportiamo nella tabella qui sotto. Le strategie di feedback individuate risultano ricorrenti nelle diverse classi coinvolte nelle sperimentazioni, trasversalmente rispetto al livello scolare.

Strategia di feedback	Descrizione
<i>Ripetere</i>	L'insegnante ripete un particolare intervento di uno studente in modo da focalizzare su di esso l'attenzione della classe. Spesso l'insegnante sottolinea anche, attraverso l'uso della voce, alcune parole chiave nelle frasi che ripete.
<i>Riformulare</i>	L'insegnante riformula l'intervento di uno studente con il duplice obiettivo di focalizzare l'attenzione della classe su di esso e di far sì che esso sia meglio chiarito ed esplicitato. L'insegnante attiva questa strategia quando ritiene che un intervento, che potrebbe rivelarsi utile nel corso della discussione, non risulti sufficientemente chiaro.
<i>Riformulare con scaffolding</i>	L'insegnante, oltre a riformulare l'intervento di un alunno, aggiunge elementi che possano supportare gli studenti nell'affrontare il problema in esame. Il termine "scaffolding" fa riferimento al lavoro di Wood, Bruner & Ross (1976).
<i>Rilanciare</i>	L'insegnante reagisce all'intervento di uno studente ponendo una domanda ad esso connessa. In questo modo, l'insegnante fornisce un feedback implicito sull'intervento dello studente, suggerendo che possa trattarsi di un'osservazione interessante, che richiede maggiore approfondimento, oppure evidenziandone gli aspetti problematici e mettendo in luce la necessità di correggerlo.
<i>Confrontare</i>	L'insegnante focalizza l'attenzione su due o più interventi che costituiscono posizioni contrastanti in riferimento a una stessa tematica oggetto della discussione.

7. Analisi di un esempio

In questo paragrafo illustriamo le strategie di feedback, integrate con l'analisi dei livelli di feedback (Hattie & Timperley, 2007) e delle strategie di valutazione formativa attivate (Wiliam & Thompson, 2007), attraverso brevi stralci di una discussione di classe.

Gli stralci provengono da una discussione svolta in una classe seconda di scuola secondaria di primo grado, nell'ambito di una sequenza di attività relative allo studio dei grafici distanza-tempo ("La camminata di Tommaso"¹, nostro adattamento di un'attività creata nell'ambito del Mathematics Assessment Program – <http://map.mathshell.org>). Tale sequenza, articolata in otto schede di lavoro per un totale di circa 20 ore di lezione, è preceduta da un'esperienza che prevede l'uso del sensore di movimento, un dispositivo che fornisce una rappresentazione grafica immediata del movimento di un soggetto lungo un percorso rettilineo. La discussione analizzata riguarda la scheda di lavoro 6 (Figura 1), che presenta un grafico distanza-tempo e richiede agli studenti di identificare, tra tre possibili storie (A, B, C), quella rappresentata nel grafico, e di fornire una giustificazione della scelta fatta.

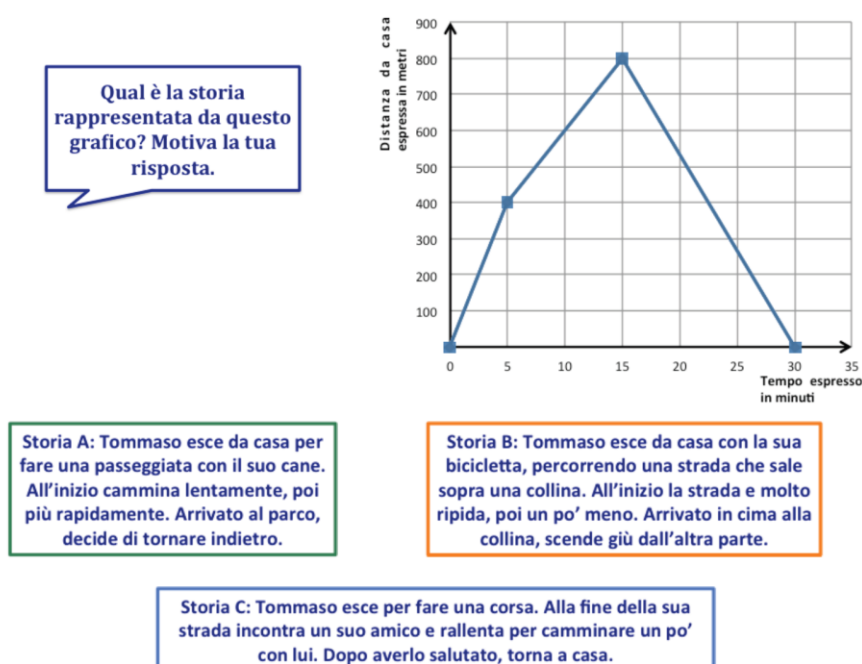


Figura 1 – La scheda di lavoro

La scelta dell'opzione B da parte degli studenti consente di rilevare il tipico errore che viene fatto nell'interpretazione di grafici distanza-tempo, ovvero quello di interpretare il grafico come il "disegno di una collina". Va però sottolineato che il fatto che si introduca una collina non costituisce la principale motivazione per la quale la storia B non è quella rappresentata dal grafico. Il motivo principale per cui la storia B va scartata risiede nel fatto che tale storia

¹ Una versione inglese delle schede e relative guide per gli insegnanti è presente alla pagina <https://microsites.ncl.ac.uk/fasmedtoolkit/2016/10/06/time-distance-graphs-idm-tclass>).

implica che la distanza dall'origine (la casa) aumenti nel tempo, mentre il terzo tratto del grafico rappresenta un ritorno verso l'origine.

Le storie A e C sono molto simili. La scelta della storia corretta (la C) da parte degli studenti richiede che essi concentrino l'attenzione sulla variazione di pendenza dal primo al secondo tratto del grafico, interpretando correttamente tale variazione in termini di diminuzione della velocità.

Va rilevato che la scheda di lavoro richiede anche la costruzione di una completa argomentazione a supporto della scelta fatta.

Gli studenti lavorano a coppie ed inviano al computer dell'insegnante i file contenenti le loro risposte quando ritengono di aver completato il lavoro. L'insegnante e il ricercatore leggono immediatamente le risposte inviate dagli studenti e selezionano e raggruppano alcune di esse per poterle condividere ed analizzare durante la discussione collettiva.

La discussione (attivata dall'insegnante, *strategia B*) comincia con la lettura della risposta fornita da Mil e Pon proiettata sulla LIM:

“Secondo noi la risposta è la B per due motivazioni:

- 1. Non puoi fare 1600 metri a piedi in mezz'ora.*
- 2. Il grafico rappresenta precisamente le informazioni date dalla storia.*

Quindi Tommaso sale sulla collina, il primo pezzo è in salita ripida, il secondo è sempre in salita, ma meno ripida. Quando arriva in cima, poi Tommaso scende e torna a casa.”

Osserviamo che Mil e Pon forniscono due motivazioni alla base della loro scelta della storia B:

– La prima motivazione si basa sulla loro esperienza quotidiana, ossia un *argomento empirico*: gli studenti deducono, osservando il grafico, che Tommaso percorre complessivamente 800+800 metri e dichiarano che non è possibile percorrere a piedi una tale distanza in mezz'ora. Poiché è invece possibile percorrere 1600 metri in mezz'ora di camminata, si tratta di una motivazione non corretta.

– La seconda motivazione si basa su *un'interpretazione errata del grafico* come profilo di una collina sulla quale Tommaso sta camminando.

La discussione rappresenta un'occasione per fornire agli studenti un feedback su due livelli: feedback sul compito (mirato a chiarire che il grafico rappresenta la relazione tra la distanza da casa ed il tempo, e non un'immagine della collina) e feedback sullo svolgimento del compito (mirato a far notare che la motivazione da fornire deve basarsi su un'attenta analisi delle informazioni fornite dal testo e dal grafico). Ne riportiamo uno stralcio accompagnato dall'analisi delle strategie di feedback messe in atto dall'insegnante:

Trascrizione	Analisi
217. Insegnante: Quindi la risposta è la B per due motivi. Ok, Lollo?	L'insegnante incoraggia gli studenti della classe ad attivarsi come risorse gli uni per gli altri (<i>strategia D</i>), in particolare per Mil e Pon.
218. Lollo: Abbiamo fatto, perché quando abbiamo fatto la cosa col sensore...che se era più obliqua la...la riga, se era più obliqua, vuol dire che andava più veloce, non vuol dire che era più ripida la strada, perché se è più ripida vai più piano...	Lollo fa riferimento all'esperienza fatta con i sensori per fornire un primo <i>feedback sul compito (strategia C)</i> , suggerendo un'interpretazione delle diverse pendenze dei tratti del grafico in termini di diverse velocità con le quali Tommaso si muove. In questo modo attiva se stesso come risorsa per Mil e Pon (<i>strategia D</i>). Inoltre Lollo fa riferimento all'esperienza quotidiana per contraddire l'interpretazione proposta da Mil e Pon, osservando che solitamente quando la pendenza aumenta si cammina di solito più lentamente, quindi la velocità tende a diminuire anziché ad aumentare.
219. Insegnante (<i>rivolgendosi a Rob, che ha alzato la mano</i>): Rob?	
220. Rob: Questo qua è un grafico, non è un disegno di una collina.	Rob esplicita il fatto che il grafico non rappresenta l'immagine di una collina, fornendo <i>feedback sul compito (strategia C)</i> a Mil e Pon e attivandosi, di conseguenza, come risorsa per i compagni (<i>strategia D</i>).
221. Insegnante: Non è un disegno di una collina, è un grafico ... che rappresenta che cosa?	L'insegnante ripete l'intervento di Rob in modo da focalizzare su di esso l'attenzione della classe (<i>ripetere</i>) e in aggiunta pone una domanda ad esso connessa (<i>rilanciare</i>). Attraverso questa strategia, l'insegnante, implicitamente, legittima e valorizza l'intervento di Rob.
222. Rob: La...il percorso di un ragazzo, e poi comunque che ha detto che non è possibile fare 1600 metri a piedi in mezz'ora, però l'abbiamo detto l'altra volta, è un grafico, cioè non dev'essere per forza proprio reale ...proprio attaccato alla realtà.	Rob fornisce un <i>feedback sullo svolgimento del compito</i> , osservando che la giustificazione non deve basarsi unicamente su motivazioni di tipo empirico, ma deve tener conto della struttura del grafico che modella la situazione data. La strategia di <i>rilanciare</i> , attivata dall'insegnante, si è rivelata perciò efficace nel trasformare il feedback sul compito, fornito da Rob nel suo precedente intervento, in un <i>feedback sullo svolgimento del compito</i> .
223. Ricercatrice: Mario, avete capito cosa sta dicendo?	
224. Mario: Secondo me ce la fai benissimo, ne fai anche due o tre di chilometri ...	Mario focalizza l'attenzione sulla prima motivazione fornita da Mil e Pon, sottolineando che l'affermazione di tipo empirico, sulla quale la motivazione si basa, non è corretta. In questo modo fornisce ai compagni un ulteriore <i>feedback sul compito (strategia C)</i> .
225. Rob: Secondo me, sì...	
226. Insegnante: Quindi il fatto di 1600m in mezz'ora, lì dice non puoi fare...il vostro compagno dice in realtà in mezz'ora si fanno 1600m, quindi quella non può essere una buona motivazione, altri invece dicevano la B, la motivazione B, cioè il fatto che effettivamente il grafico ci spiega che Tommaso sale sulla collina ecc...allora Lollo ha detto 'No, perché quando abbiamo fatto col sensore abbiamo visto che il grafico andava in linea obliqua, ma la strada che facevamo non era una collina, non era in salita.'	L'insegnante riassume gli interventi di Lollo, Mario e Rob, sottolineando che la motivazione 1, che Mil e Pon hanno fornito, non è corretta. Successivamente, sposta l'attenzione sulla giustificazione 2 e ribadisce quale deve essere la corretta interpretazione di segmenti obliqui in un grafico distanza-tempo. In questo modo, l'insegnante attiva la <i>strategia C</i> , perché fornisce a Mil e Pon sia un <i>feedback sul compito</i> (è un errore interpretare il grafico come l'immagine di una collina) che un <i>feedback sullo svolgimento del compito</i> (focalizzando l'attenzione sulle corrette modalità attraverso le quali interpretare un grafico distanza-tempo). Questo intervento è caratterizzato da due strategie di feedback: il <i>reformulare</i> (l'insegnante riformula gli interventi di alcuni studenti in modo da renderli più chiari per i compagni) e il <i>ripetere</i> (l'insegnante ripete alcuni interventi, in modo da focalizzare l'attenzione su specifiche parti di tali interventi).
227. Ur: Prof, però io sono d'accordo con quello che ha detto Lollo, ho pensato: se	Ur fa riferimento alla prima osservazione di Lollo (linea 218) ed esplicita un suo dubbio, attivandosi come responsabile del proprio apprendimento (<i>strategia E</i>). Questo intervento con-

dici che è ripida, allora va più piano...invece dopo, quando diventa meno ripida, va più veloce.	ferma che durante la discussione Lollo si è attivato come risorsa per i compagni (<i>strategia D</i>).
228. Insegnante: Ecco, il fatto, però, quindi voi dite 'il fatto che sia più ripida o meno ripida la strada ci può dare la motivazione del perché va più veloce o meno veloce'. [...]	L'insegnante fornisce un feedback a Ur, riformulando la sua affermazione, in modo che altri studenti possano intervenire per commentarla. Questo è un altro esempio di <i>riformulare</i> .
233. Mark: Prof, poi noi col sensore avevamo detto che se andava più veloce il...il segmento tendeva ad andare verso il verticale, qui però se...dicono che è in salita e poi in salita va troppo...va veloce, e poi quando inizia più...a pianeggiare va meno veloce...non so, in discesa va molto più veloce che nei due tratti, però se dicono che va in salita nel primo tratto va veloce e poi quando inizia a pianeggiare va meno veloce.	Mark fa riferimento all'esperienza con i sensori (che ha consentito agli allievi di mettere in relazione l'inclinazione del grafico con la velocità), evidenziando cosa non funziona nella risposta di Mil e Pon: nella loro interpretazione del grafico come immagine, il primo tratto rappresenta la parte più ripida della collina; l'interpretazione della pendenza del grafico in termini di velocità, invece, evidenzia che il primo tratto di grafico corrisponde all'intervallo di tempo in cui la velocità risulta maggiore. Mark ritiene che queste due interpretazioni siano contrastanti perché l'esperienza quotidiana porta ad osservare che è improbabile che nei tratti più ripidi di un percorso la velocità sia maggiore che nei restanti tratti. Questo intervento di Mark, che evidenzia l'attivazione, da parte sua, della <i>strategia E</i> , può anche rappresentare un feedback per Mil e Pon (<i>strategie C e D</i>).
234. Insegnante: Però io...questa risposta dice proprio come se il mio primo segmento, i primi due pezzi di segmento, che vanno in su, descrivessero proprio la collina, salita ripida, salita meno ripida e poi in cima e poi c'è la discesa...	L'insegnante riporta l'attenzione su quanto scritto da Mil e Pon, con l'obiettivo di mettere a confronto la loro risposta con le osservazioni di Mark. Indichiamo questa strategia con il termine <i>confrontare</i> : favorendo l'esplicitazione degli elementi che differenziano le due affermazioni, è possibile fornire un feedback implicito a Mil e Pon (<i>strategia C</i>), rendendo Mark una risorsa per i compagni (<i>strategia D</i>).
235. Alice: È sbagliato.	Questo intervento conferma che la strategia del <i>confrontare</i> , attivata dall'insegnante, è risultata efficace nel favorire un confronto tra le diverse posizioni espresse da Mark e da Mil e Pon.
236. Insegnante: Quindi il discorso che i segmenti, come diceva il vostro compagno, lui ha detto (<i> riferita a Rob</i>) 'un conto è il grafico, un conto è il disegno di una collina', oppure Lollo diceva 'quando l'abbiamo fatto con i sensori noi vedevamo dei segmenti così, ma in realtà non stavamo andando in salita, significava che stavamo cambiando la velocità', ricordandoci sempre che sull'asse delle y che cosa mi descrive, che cosa c'è scritto, che cosa c'è sull'asse delle y? Qui non c'è scritto che cosa c'è sull'asse delle y, mentre nel grafico c'è scritto, la distanza da casa espressa in metri.	L'insegnante interviene attivando una strategia che si situa nell'ambito del <i>riformulare</i> : riformula e riassume gli interventi degli studenti, in modo da fornire un feedback a Mil e Pon (<i>strategia C</i>). In questo modo, il <i>feedback sul compito</i> , fornito inizialmente agli allievi, diventa <i>feedback sullo svolgimento del compito</i> (sottolinea quale debba essere un uso efficace dello strumento matematico a disposizione, il grafico, focalizzando l'attenzione sulle variabili rappresentate sui due assi). Indichiamo la strategia come <i>riformulare con scaffolding</i> perché l'insegnante, oltre a riformulare gli interventi di alcuni alunni, fornisce ulteriori elementi che possano supportare una corretta interpretazione del grafico.

8. Conclusioni

Nell'ambito del progetto FaSMEd, abbiamo svolto diverse sperimentazioni in classi dalla quarta primaria alla terza secondaria di primo grado, caratterizzate dall'implementazione di attività progettate con l'obiettivo di attivare strategie di valutazione formativa (William & Thompson, 2007) attraverso l'uso di una tecnologia di classe connessa. Una prima analisi dei dati raccolti ci ha consentito di evidenziare le modalità attraverso le quali l'uso di tale tecnologia favorisca l'attivazione di strategie di valutazione formativa (Cusi, Morselli & Sabena, 2016, 2017). In questo articolo abbiamo focalizzato l'attenzione sulla *strategia C*, che consiste nel *fornire feedback che consentano allo studente di migliorare* e abbiamo analizzato le diverse modalità con cui gli insegnanti possano intenzionalmente fornire feedback agli allievi durante le discussioni di classe e le possibili connessioni tra feedback forniti e strategie di valutazione formativa che vengono attivate.

Attraverso l'analisi di numerose discussioni di classe condotte durante le sperimentazioni abbiamo identificato alcune *strategie di feedback*, ossia strategie che l'insegnante può attivare con l'obiettivo di fornire feedback agli studenti: *ripetere, riformulare, riformulare con scaffolding, rilanciare, confrontare*. Abbiamo esemplificato queste strategie attraverso l'analisi di una discussione condotta in una classe seconda di una scuola secondaria di primo grado.

Dalle nostre analisi emerge che le strategie di feedback evidenziate, oltre a rivelarsi efficaci modalità attraverso le quali promuovere le discussioni di classe, rappresentano strumenti potenti per l'attivazione di diverse strategie di valutazione formativa. Infatti, quando focalizza l'attenzione sull'intervento di uno studente, l'insegnante fornisce un feedback implicito su tale intervento (*strategia C*), suggerendo che debba essere analizzato in maniera più dettagliata. Inoltre, l'analisi ci ha consentito di mettere in luce che, in questo modo, vengono attivate le *strategie D* ed *E*. Ad esempio, sia la strategia di *ripetere* che quella di *riformulare (riformulare e riformulare con scaffolding)* supportano l'attivazione della *strategia D* poiché rendono gli autori delle affermazioni che vengono ripetute o riformulate risorse per i compagni. Anche la strategia del *confrontare*, che ha l'obiettivo di favorire il confronto tra diversi interventi ed evidenziare gli aspetti che li differenziano, favorisce l'attivazione delle *strategie di valutazione formativa D* ed *E* perché consente agli autori di tali interventi di diventare responsabili del proprio apprendimento e risorse per i compagni.

Abbiamo inoltre osservato come le strategie di *ripetere* e di *riformulare* supportino l'evoluzione del feedback che viene fornito. Nello stralcio analizzato, per esempio, un feedback sul *compito* diventa feedback sullo *svolgimento del compito* nel corso della discussione.

L'analisi condotta ci ha consentito inoltre di focalizzare l'attenzione sul contenuto dei feedback stessi, in relazione alle caratteristiche specifiche delle attività matematiche proposte in classe. Questo ci ha permesso di evidenziare possibili sottolivelli di feedback, da inquadrare nell'ambito dei quattro livelli individuati da Hattie e Timperley (2007). Nello stralcio analizzato possiamo per esempio evidenziare il *sottolivello di feedback relativo allo svolgimento del compito* alcuni interventi, infatti, consentono di evidenziare un *focus su come gli strumenti matematici a disposizione* (nel caso dell'esempio, i grafici) possono essere utilizzati corretta-

mente per supportare il proprio ragionamento (si veda, ad esempio, l'intervento 218). Un altro sottolivello in relazione al *feedback sullo svolgimento del compito* riguarda il *feedback sulle caratteristiche delle risposte*. Questo tipo di feedback viene fornito quando ad esempio, come nei percorsi che abbiamo progettato, la domanda presente sulle schede problema richiede anche di *motivare la risposta fornita*. Il feedback sul compito di motivare correttamente una risposta consente, infatti, di focalizzare l'attenzione degli studenti su quelle che devono essere le *caratteristiche di un'argomentazione matematica* (si vedano i criteri di correttezza, chiarezza, completezza), nell'ottica di promuovere le loro competenze in tale direzione.

L'analisi di altri stralci di discussione ci ha consentito anche di distinguere sottolivelli di feedback all'interno della categoria dei *feedback sull'autoregolazione*. Un primo sottolivello che abbiamo evidenziato è costituito dai *feedback sul riconoscimento del supporto fornito da uno strumento e sulla "generalizzabilità" di tale supporto*. Si tratta di feedback che consentono agli studenti di riflettere sulle modalità di uso degli strumenti matematici o sulle strategie di pensiero che possono essere attivate in futuro. Questi feedback consentono agli allievi di costruire un bagaglio di conoscenze, strategie per affrontare problemi, modalità di interpretare un testo o una rappresentazione, dal quale potranno attingere quando si troveranno ad affrontare altri problemi. Un altro sottolivello relativo a questa categoria è rappresentato dai *feedback sulle modalità individuali di porsi di fronte a un compito*. La riflessione durante le discussioni di classe può, infatti, consentire agli allievi di analizzare il proprio modo di affrontare i problemi, identificando, in questo modo, sia i punti di forza che le problematiche connesse al proprio approccio.

L'identificazione delle categorie di strategie di feedback e dei diversi sottolivelli di feedback connessi al particolare contenuto matematico in esame consente di mettere in luce il ruolo cruciale svolto dall'insegnante nel supportare i processi di valutazione formativa nell'ambito di discussioni di classe. Tutte le strategie che abbiamo documentato sono attivate in maniera *intenzionale* dal docente. Va osservato che, visto che il feedback viene spesso fornito in modo implicito, non sempre viene colto dagli studenti.

In riferimento agli effetti dei feedback, l'analisi ci ha consentito di evidenziare e discutere soltanto alcuni di essi, precisamente quelli che vengono messi in luce quando uno studente fa riferimento esplicito ad interventi precedenti o modifica una sua idea immediatamente dopo aver ascoltato l'intervento di un suo compagno o dell'insegnante. Ulteriori indagini con diversi strumenti di osservazione potranno permettere di individuare altri effetti dei feedback, meno visibili durante le discussioni di classe.

9. Bibliografia

Aldon, G., Cusi, A., Morselli, F., Panero, M., & Sabena, C. (2017). Formative assessment and technology: reflections developed through the collaboration between teachers and re-

searchers In G. Aldon, F. Hitt, L. Bazzini & U. Gellert. *Mathematics and technology: A CIEAEM source book* (pp. 551-578). Advances in Mathematics Education. Springer.

Arzarello, F., & Bartolini Bussi, M.G. (1998). Italian trends in research in mathematics education: a national case study in the international perspective. In J. Kilpatrick, & A. Sierpiska, (Eds.). *Mathematics education as a research domain: a search for identity*. Kluwer Academic Publishers, 197-212.

Assessment Reform Group (1999). *Assessment for Learning: Beyond the Black Box*. School of Education, University of Cambridge, <http://www.nuffieldfoundation.org/assessment-reform-group>.

Azmon, S., Hershkowitz, R., & Schwarz, B. (2011). The impact of teacher-led discussions on students' subsequent argumentative writing. In B. Ubuz (Ed.). *Proceedings of PME 35*, 2, 73–80.

Bartolini Bussi, M. G. (1998). Verbal interaction in mathematics classroom: A Vygotskian analysis. In H. Steinbring, M. G. Bartolini Bussi, & A. Sierpiska (Eds.). *Language and communication in mathematics classroom* (pp. 65–84). Reston, VA: NCTM.

Black, P., & Wiliam, D. (2009). Developing the theory of formative assessment. *Educational Assessment, Evaluation and Accountability*, 21(1), 5-31.

Boero, P., (Ed.) (2007). *Theorems in school. From history, epistemology and cognition to classroom practice*. Rotterdam: Sense publishers.

Boero, P., Garuti, R., & Mariotti, M. A. (1996). Some dynamic mental processes underlying producing and proving conjectures. *Proceedings of PME 20*, 2, 121-128.

Castoldi, M. (2012). *Valutare a scuola*. Roma: Carocci.

Collins, A., Brown, J.S., & Newman, S.E. (1989). Cognitive Apprenticeship: Teaching the Crafts of Reading, Writing and Mathematics! In L.B. Resnick (Ed.). *Knowing, Learning, and Instruction: Essays in Honor of Robert Glaser* (pp. 453-494). Hillsdale, NJ: Lawrence Erlbaum Associates.

Cusi, A., Malara, N.A., & Navarra, G. (2011). Early Algebra: Theoretical Issues and Educational Strategies for Bringing the Teachers to Promote a Linguistic and Metacognitive approach to it. In J. Cai, & E.J. Knuth (Eds.). *Early Algebraization: Cognitive, Curricular, and Instructional Perspectives* (pp. 483-510). Berlin Heidelberg: Springer.

Cusi, A., Morselli, F., & Sabena, C. (2016). Enhancing formative assessment strategies in mathematics through classroom connected technology. In C. Csíkos, A. Rausch & J. Sztányi (Eds.). *Proceedings of PME 40*, vol. 2 (pp. 195-202). Szeged, Hungary: PME.

Cusi, A., Morselli, F., & Sabena, C. (2017). Promoting formative assessment in a connected classroom environment: design and implementation of digital resources. *ZDM Mathematics Education*, Vol. 49(5), 755-767.

DBRC – The Design Based Research Collective (2003). Design-Based Research: An Emerging Paradigm for Educational Inquiry. *Educational Researcher*, 32(1), 5-8.

De Luca, M., Demartini, L., Migliano, P., Savioli, K., Serratore, E., Vio, E. (Eds.) (2008). *Argomentare: un "laboratorio" per le competenze*. AVIMES-VALMAT.

Hattie, J., & Timperley, H. (2007). The power of feedback. *Review of Educational Re-*

search, 77(1), 81-112.

Irving, K. I. (2006). The impact of educational technology on student achievement: assessment of and for learning. *Science Educator*, 15(1), 13-20.

Levenson, E. & Barkai, R. (2013). Exploring The Functions Of Explanations In Mathematical Activities For Children Ages 3-8 Year Old: The Case Of The Israeli Curriculum. *Proceedings of CERME 8*, scaricabile online: http://cerme8.metu.edu.tr/wgpapers/WG13/WG13_Levenson.pdf.

MIUR (2012). Indicazioni nazionali per il curricolo della scuola dell'infanzia e del primo ciclo di istruzione. *Annali della Pubblica Istruzione*, Numero Speciale. Le Monnier.

Quellmalz, E. S., Timms, M. J., Buckley, B. C., Davenport, J., Loveland, M., & Silbergitt, M. D. (2012). 21st century dynamic assessment. In J. Clarke-Midura, M. Mayrath, & C. Dede (Eds.). *Technology-based assessments for 21st century skills: Theoretical and practical implications from modern research* (pp. 55-89). Charlotte, NC: Information Age Publishing.

Radford, L. & Demers, S. (2006). *Comunicazione e apprendimento. Riferimenti concettuali e pratici per le ore di matematica*. Bologna: Pitagora Editrice. (Ed originale: Radford, L. & Demers, S., *Communication et Apprentissage. Repères conceptuels et pratiques pour la salle de classe de mathématiques*).

Robutti, O. (2010). Graphic calculators and connectivity software to be a community of mathematics practitioners. *ZDM Mathematics Education*, 42, 77-89.

Roschelle, J., Penuel, W. R., & Abrahamson, L. (2004). The networked classroom. *Educational Leadership*, 61(5), 50-54.

Roschelle, J., & Pea, R. (2002). A walk on the WILD side. How wireless handhelds may change computer-supported collaborative learning. *International Journal of Cognition and Technology*, 1(1), 145-168.

Stylianides, A. J., Bieda, K. N., & Morselli, F. (2016). Proof and argumentation in mathematics education research. In A. Gutiérrez, G. C. Leder, & P. Boero (Eds.). *The Second Handbook of Research on the Psychology of Mathematics Education* (pp. 315-351). Rotterdam, The Netherlands: Sense Publishers.

William, D., & Thompson, M. (2007). Integrating assessment with instruction: What will it take to make it work? In C. A. Dwyer (Ed.). *The future of assessment: Shaping teaching and learning* (pp. 53-82). Mahwah, NJ: Erlbaum.

Wood, D., Bruner, J., & Ross, G. (1976). The role of tutoring in problem solving. *Journal of Child Psychology and Child Psychiatry*, 17, 89-100.

Received October 10, 2017

Revision received November 17, 2017/November 29, 2017

Accepted December 30, 2017