

L'efficacia della metodologia del “problem posing and solving” con l'utilizzo delle TIC nella didattica della matematica e delle materie tecnico-scientifiche

Alice Barana¹, Anna Brancaccio², Marina Marchisio³, Claudio Pardini⁴

¹ Università di Torino, alice.barana@unito.it

² MIUR, anna.brancaccio@istruzione.it

³ Università di Torino, marina.marchisio@unito.it

⁴ IS Carlo Anti, dirigente@carloanti.it

Introduzione

Il Progetto *Problem Posing and Solving*, PP&S, promosso dal MIUR, Direzione generale per gli ordinamenti scolastici e la valutazione del sistema nazionale di istruzione del MIUR, nato nel 2012, [M12], [PZ12], [BMPPPZ15], ha come obiettivi principali:

- sviluppare una formazione integrata che interconnetta logica, matematica e informatica;
- costruire una cultura del *Problem Posing and Solving* investendo, nell'ampio dominio applicativo degli insegnamenti disciplinari e d'indirizzo, in una attività sistematica fondata sull'utilizzo degli strumenti logico-matematico-informatici nella formalizzazione, quantificazione, simulazione ed analisi di problemi di adeguata

complessità;

- assicurare una crescita della cultura informatica della docenza chiamata ad accompagnare la trasformazione promossa;
- adottare una quota significativa di attività in rete con azioni di erogazione didattica, tutorato e autovalutazione.

Partner del Progetto sono l'Università di Torino, il Politecnico di Torino, l'AICA, il CNR, la Confindustria e scuola polo nazionale l'Istituto Carlo Anti di Villafranca di Verona. Al termine del terzo anno scolastico il Progetto vede coinvolti 2.500 docenti di matematica e informatica e 18.000 studenti.

All'interno del Progetto è stata condotta un'azione molto forte di formazione dei docenti all'utilizzo delle TIC. Esse si sono rivelate uno strumento essenziale sia per consentire il collaborative learning tra docenti sia nel *problem posing* e *solving* per rivoluzionare la didattica delle materie scientifiche, in particolare della matematica e dell'informatica. Il *problem solving* non è un processo cognitivo nuovo, fu studiato a fondo già da Polya negli anni Ottanta, [P83] ma nonostante i consensi formali da parte di quasi tutti i docenti non si è mai affermato in maniera sistematica. Le principali novità del PP&S consistono nell'attenzione che viene attribuita alla scelta dei problemi (*posing*) e nelle modalità con cui vengono adoperate le nuove tecnologie per trovare le soluzioni (*solving*). Ciò conduce alla definizione di un percorso didattico esaustivo e consistente in cui lo studente può cimentarsi concentrandosi sulle strategie risolutive liberato dal peso dei calcoli. Di conseguenza l'apprendimento dei concetti matematici e informatici è notevolmente facilitato e vengono sviluppate competenze di *problem posing* e *problem solving* molto utili in tutte le discipline oltre che importanti per la formazione di un cittadino più consapevole.

Le TIC adottate dal PP&S

Il Progetto PP&S ha adottato come strumenti essenziali, [ZPM12], [MPR13], per la crescita professionale e per il rinnovamento dell'insegnamento e dell'apprendimento le seguenti tecnologie dell'informazione e della comunicazione:

- un ambiente virtuale di apprendimento, ossia una piattaforma di e-learning Moodle 2 raggiungibile all'indirizzo www.progettopp.it, [PN15], integrata con diversi software, che permette di creare

- comunità di buone pratiche sia di docenti che di studenti;
- un ambiente di calcolo evoluto (ACE), cioè un sistema in grado di eseguire il calcolo numerico, il calcolo simbolico e la visualizzazione grafica in due e tre dimensioni; è stato scelto l'ACE Maple, [M15];
- un sistema di valutazione automatica, Maple T.A., che consente una valutazione costante da parte del docente ma soprattutto un'autoverifica degli obiettivi di apprendimento raggiunti da parte dello stesso studente;
- un laboratorio virtuale, MapleSim, per la simulazione di un modello fisico con in chiaro la matematica utilizzata per la sua costruzione.

La scelta di queste TIC è stata compiuta per varie ragioni. *In primis* una piattaforma di e-learning consente ai docenti di collaborare insieme in rete superando la distanza geografica e permette agli studenti di abituarsi a lavorare in gruppo, una competenza molto richiesta dal mondo del lavoro in questi ultimi anni. Pensiamo alle aziende con quartieri generali in uno stato ma filiali sparse in tutto il mondo. Moodle, [Mo15], è l'ambiente virtuale più diffuso in Europa e molte scuole, Università, enti pubblici come ospedali, uffici regionali, lo stanno già adoperando. Gli ambienti di calcolo evoluto, invece, sviluppati negli anni Ottanta per opera di ricercatori universitari si stanno rivelando il più potente strumento non solo per la ricerca ma soprattutto per l'apprendimento e per la simulazione nel mondo del lavoro. Uno studente, oltre ad apprendere in maniera innovativa perchè supportato dalle nuove tecnologie, acquisisce competenze digitali da spendere di nuovo per l'inserimento nel mondo del lavoro. Infine i sistemi di valutazione automatica rappresentano la frontiera più avanzata per l'apprendimento e soprattutto l'auto-apprendimento perchè danno la possibilità di procedere con i propri ritmi oltre a consentire ai docenti di sfruttare meglio il tempo sia in classe che a casa per attività più formative.

L'adozione di queste TIC ha significato immediatamente pensare a due aspetti: mettere il docente nelle condizioni di poterle adoperare e aiutare le scuole ad attrezzarsi per poter consentire agli studenti di lavorare con esse. La piattaforma è gestita dall'Università di Torino che ha una grossa esperienza di ricerca e di didattica nel campo dell'e-learning e soprattutto da anni utilizza con successo queste TIC nella didattica delle materie scientifiche, [BBCMR11]. E' auspicabile che nel futuro ogni scuola sia dotata di una connessione internet sufficiente a far lavorare docenti e studenti in piattaforma non solo per le materie scientifiche.

Formazione dei docenti all'interno del PP&S

Nessuna trasformazione all'interno della scuola può avvenire se questa non è accolta e condivisa dai dirigenti e soprattutto dai docenti. Un cambiamento quale quello proposto dal Progetto PP&S, che prevede l'adozione in maniera essenziale di nuove TIC da parte degli insegnanti e degli studenti, ha richiesto quindi, oltre ad una presentazione capillare di esso, che è stata effettuata in ogni regione attraverso appositi incontri organizzati dagli Uffici Scolastici Regionali, soprattutto una grossa azione di formazione per i docenti che in questi tre anni è stata svolta a diversi livelli e in differenti forme.

Innanzitutto una parte di formazione, soprattutto quella iniziale, è stata svolta in presenza in laboratori attrezzati presso scuole polo provinciali del Progetto che hanno ricevuto dei finanziamenti ad hoc stanziati dal MIUR [M13]. I docenti partecipanti, circa 1.800 distribuiti su tutto il territorio nazionale, sono stati docenti di matematica, di informatica e di altre discipline scientifiche in servizio a tempo indeterminato o precari che volontariamente hanno deciso di seguire un corso di aggiornamento. Generalmente la formazione in presenza si è articolata in tre incontri di tre ore ciascuno in cui i docenti sono stati invitati a prendere confidenza con la piattaforma Moodle, con l'ambiente di calcolo evoluto Maple, con il sistema di valutazione automatica Maple T.A. e, in base ai fondi e agli interessi, con il laboratorio virtuale MapleSim. Durante gli incontri in presenza si è puntato a far apprendere l'uso delle TIC in modo da poter poi lavorare in un secondo momento con questi strumenti per la preparazione di materiale didattico innovativo (problemi, verifiche, materiale interattivo...). I docenti si sono dimostrati assidui nella frequenza e molto motivati. Sicuramente per alcuni di essi è stata un'impresa impegnativa considerando la poca dimestichezza con il computer e la resistenza psicologica a doversi confrontare in classe con studenti che sono nativi digitali, [Pr01], e quindi conoscono e apprendono l'uso delle TIC molto più rapidamente. Non è da sottovalutare il fatto che l'età media dei docenti di matematica e informatica in servizio è di 51 anni; questo dimostra che i partecipanti alla formazione hanno avuto la voglia e la capacità di mettersi in gioco in una fase della loro vita in cui a volte l'entusiasmo per la professione tende ad attenuarsi leggermente. Normalmente il primo incontro è stato tenuto da docenti universitari o membri del gruppo di lavoro ministeriale del PP&S supportati da tutor altamente qualificati, in modo da consentire un inizio più istituzionale e ufficiale.

La formazione è proseguita, e prosegue tuttora, in modalità online, attraverso un'azione costante e anche estremamente efficace di tutorato asincrono e sincrono. I tutorati asincroni illustrati in figura 1 sono i forum attivati in piattaforma, dedicati a specifici argomenti in cui i docenti possono chiedere aiuto in qualunque momento quando hanno dubbi, curiosità, difficoltà nell'uso di qualche TIC. A questi forum rispondono dei tutor opportunamente formati per svolgere questo compito e la squadra dei tutor è organizzata in maniera tale da rispondere sempre nelle 24 ore consecutive alla richiesta. È stato inoltre attivato un particolare servizio di *helpdesk* per quanto riguarda l'utilizzo di Moodle operativo dal lunedì al venerdì dalle 8 alle 20 in modo da supportare costantemente i docenti che lavorano con le proprie classi in piattaforma.



Figura 1 – Forum della piattaforma PP&S.

I tutorati sincroni sono appuntamenti *online* con tema prefissato di un'ora ciascuno, durante i quali un tutor è a disposizione dei docenti per rispondere a domande, dubbi e, in mancanza di questi, affronta un argomento specifico annunciato tramite forum nei giorni precedenti. Durante l'appuntamento *online* viene condiviso lo schermo e l'audio, mai il video per questioni di comodità e di *privacy*. I tutorati sincroni seguono un calendario ben specifico pubblicato in piattaforma e sono appunta-

menti settimanali tutto l'anno, eccetto la settimana di ferragosto. Per la loro realizzazione viene adoperato un sistema di web conference, Adobe Connect, integrato con la piattaforma Moodle dall'Università di Torino. La partecipazione è libera; solo in caso di mini corsi di formazione su argomenti specifici si richiede una prenotazione. I tutorati sincroni attivati sono cinque, uno sull'uso dell'ambiente di calcolo evoluto Maple, uno sull'utilizzo del sistema di valutazione automatica Maple T.A., uno su come preparare delle simulazioni con MapleSim, uno sull'impiego delle domande con Maple T.A. nella valutazione formativa e infine uno sulla preparazione di problemi da utilizzare in classe con l'ACE Maple. I tutorati sono sempre frequentati con interesse dai docenti, sia da quelli appena entrati nel progetto sia da quelli che lavorano da un po' di tempo per cercare di approfondire le loro conoscenze. Per l'informatica i docenti hanno realizzato una formazione secondo la metodologia del living lab coordinati dai membri del gruppo di lavoro e da una docente esperta. Un tutor ha tenuto un corso online di Python, [Py15], per facilitare la sinergia tra docenti di matematica e informatica.

La figura del tutor gioca un ruolo fondamentale nella formazione dei docenti e soprattutto è risultato vincente aver scelto e preparato giovani laureandi o studenti del dottorato a svolgere questo compito. La loro età, giovane ma non troppo, consente da un lato di avere persone molto attente e affidabili, dall'altro di mettere i docenti nelle condizioni di porre domande senza la timidezza e la soggezione che potrebbero avere se avessero di fronte un professore universitario. Riconoscono spesso in essi un figlio/a da cui farsi aiutare perché più abile nell'uso delle nuove tecnologie.

La formazione dei docenti oltre a questi due livelli prosegue in piattaforma in maniera continua tra pari, cioè tra i docenti stessi nell'ottica del *lifelong learning*. Essi, infatti, si scambiano idee, materiale, strategie educative, attraverso forum tematici e attraverso il *cross coursing*, ossia ogni docente può visitare il corso di un collega per trarre spunto su come impostare/adattare le proprie attività con i ragazzi. I docenti più esperti del Progetto sono a loro volta diventati formatori nelle proprie scuole e nelle proprie province. Oltre a supportare i colleghi, soprattutto i neofiti, in piattaforma, sono diventati veri e propri disseminatori del Progetto riuscendo a coinvolgere con il loro entusiasmo anche colleghi più timidi o restii al cambiamento fino al raggiungimento di oltre 800 docenti attivi in piattaforma.

Un ultimo livello di formazione dei docenti è stato quello dei docenti

in ingresso: si sono svolte presso le Università di Roma 3, di Padova e di Genova alcuni TFA, Tirocini Formativi Attivi, corsi abilitanti per insegnanti, secondo la filosofia del Progetto PP&S, sia in matematica sia in altre discipline scientifiche come elettronica e informatica. Queste esperienze, sulla base ai giudizi dei frequentanti e sulle attività che hanno dato origine, si sono rivelate molto positive. Purtroppo sono per ora esperienze ancora limitate, sicuramente da potenziare nel futuro se vogliamo immettere nella Scuola docenti giovani e preparati ad adoperare le TIC nella loro didattica. La formazione del PP&S è stata coordinata in gran parte dall'Università di Torino.

Contenuti della formazione dei docenti

I contenuti della formazione, come annunciato in precedenza, non sono semplicemente l'uso delle TIC, ma come queste possono essere adoperate nella didattica quotidiana, perché il PP&S non è un progetto tecnologico bensì un progetto che usa le tecnologie per rinnovare l'apprendimento.

La piattaforma Moodle, durante la formazione, viene esplorata in tutte le sue potenzialità; se ne propone un utilizzo completo, sia come "contenitore" di testi, risorse multimediali e materiale didattico, come spesso chi già la utilizza si limita a fare, sia per creare forum di discussione, esercizi valutati automaticamente o manualmente, questionari, attività individuali e collaborative con cui gli studenti possono mettere in pratica quanto appreso in classe. Si approfondisce inoltre l'utilizzo di Moodle come strumento del docente per monitorare l'apprendimento degli studenti, attraverso il registro delle valutazioni, le progress bar che mostrano a colpo d'occhio quali attività sono state svolte dagli studenti, la possibilità di inserire vincoli per l'accesso a risorse o attività in base al tempo o ai risultati conseguiti nelle sezioni precedenti del corso. La piattaforma messa a disposizione dal Progetto oltre ad essere interamente scritta con il font ad alta leggibilità Easy Reading [E15], certificato per dislessici e, in generale, persone con disturbi specifici di apprendimento, viene aggiornata costantemente dal Servizio ICT del Dipartimento di Informatica dell'Università di Torino. Oltre ai tutorati sincroni dedicati, sono stati messi gratuitamente a disposizione di tutti i docenti un manuale di Moodle in italiano, [MBR14], e video pillole per l'autoformazione utili soprattutto a chi non ha potuto seguire la formazione in presenza o è appena entrato a far parte del Progetto. Gli insegnanti imparano a usare la piattaforma fin da quando lavorano con i colleghi all'interno del

corso Comunità dei docenti del PP&S, [DMP13], nel quale si svolge la formazione *online*. Sperimentano e possono apprezzare in prima persona l'apprendimento collaborativo e l'appartenenza a una comunità di buone pratiche consentono loro di superare la distanza fisica e di affrontare più facilmente le difficoltà oltre ad arricchirsi dal punto di vista professionale. Possono partecipare alla vita della comunità secondo i propri tempi e in base alle esigenze personali. Quando si sentono pronti creano le comunità classi con i loro studenti e possono veramente rivoluzionare il loro insegnamento attraverso questo ambiente virtuale.

L'ambiente di calcolo evoluto Maple nelle diverse fasi di formazione dei docenti non viene mai illustrato fine a se stesso, ma legato a problemi o concetti matematici da affrontare durante le lezioni. Vengono presentati i comandi fondamentali con la sintassi di base, gli strumenti *Tutor* che consentono di eseguire calcoli e procedure passo a passo, l'utilizzo del comodo *help online* per richiamare la sintassi corretta senza dover ricordare nulla a memoria, i comandi per realizzare rappresentazioni grafiche in due e tre dimensioni e la programmazione di fogli interattivi composti da *slider*, *aree di testo*, *bottoni*, *finestre grafiche* e tante altre componenti che possono eseguire qualunque operazione e restituire output di diverso tipo in base ai valori dei parametri inseriti.

Con queste nozioni base il docente è in grado di preparare materiale didattico molto più efficace e soprattutto interattivo da mettere a disposizione dello studente. Le risorse digitali preparate possono, infatti, contemplare sia momenti di lettura, in cui vengono illustrate nozioni teoriche, ma soprattutto momenti in cui lo studente, oltre a leggere e visualizzare, è chiamato in prima persona a congetturare, formulare ipotesi, confrontare dati rappresentandoli in diverse modalità, anche attraverso grafici, assegnare valori diversi alle variabili e osservare le differenze nei risultati. Saper lavorare in un ambiente di calcolo evoluto rappresenta un notevole vantaggio per lo studente perché impara uno strumento che potrà utilizzare nella sua carriera professionale, ma soprattutto nella risoluzione di un problema può concentrarsi maggiormente sulla costruzione del modello matematico che lo risolve e curarsi meno dei calcoli spesso laboriosi e poco formativi, [Art02].

In un secondo momento, ai docenti più esperti, viene insegnato come scrivere piccole procedure che consentano di automatizzare la risoluzione di un problema. Questo permette di creare sinergia tra docenti di matematica e informatica e tale collaborazione, riflessa sulla didattica, porta notevoli vantaggi all'apprendimento delle due discipline: con parallelismi,

collegamenti e percorsi didattici multidisciplinari si favoriscono l'interesse degli studenti e la comprensione delle due materie. Alla fine non mancano le riflessioni di carattere più pedagogico sui vari modi in cui si può utilizzare un ambiente di calcolo evoluto per intervenire in maniera differente nelle varie fasi dell'apprendimento, [DMP13], [Fe11].

Di seguito le figure 2, 3 e 4 mostrano gli screenshot di un esempio di problema contestualizzato proposto ai docenti durante la formazione e interamente risolto con Maple.

Consegne

Paolo vuole cercare lavoro in una società che fa consegne. Riceve quattro diverse offerte. L'azienda A gli propone il seguente contratto: Paolo guadagnerà 300 euro al mese più 5 euro a consegna.

L'azienda B invece pensa di far crescere l'incremento del guadagno all'aumentare delle consegne, prevede dunque di pagare a fine mese 1,04 euro elevato al numero delle consegne mensili. L'azienda C decide di pagare 500 euro fissa senza ulteriori paghe fino alle prime 50 consegne mensili: dalla cinquantesima pagherà ulteriori 10 euro a consegna. L'azienda D infine pagherà uno stipendio fisso mensile di 1300 euro a patto che Paolo faccia almeno 75 consegne mensili.

- Definiamo le quattro funzioni e le disegniamo in quattro diversi grafici, per un numero di consegne mensili comprese tra 0 e 200.
- Confrontiamo graficamente le funzioni.
- Interpretiamo l'offerta migliore come funzione a tratti dipendente dal numero di consegne effettuate in un mese.
- Immaginando che in ogni caso Paolo non superi le 200 consegne, quale offerta è più conveniente e per quale numero di consegne?
- Completiamo il confronto delle funzioni evidenziando gli estremi degli intervalli in cui è stabile la migliore offerta.
- Esploriamo il grafico dinamico della migliore offerta rispetto il numero di consegne che Paolo stima di fare in un mese.
- Paolo usa il motorino della ditta sapendo però che in caso di incidente la franchigia dell'assicurazione fissata a 50 euro sarà a suo carico. Supponendo che in un mese ci sia un solo danno. Quante consegne deve fare Paolo per guadagnare più di 1000 euro? Quante per non perdersi?

Copyright all rights reserved

UNIVERSITÀ DI TORINO
ALBA UNIVERSITARIA
TORINO 2015

DIPARTIMENTO DI MATEMATICA
GIUSEPPE PEANO
UNIVERSITÀ DI TORINO

Questi files sono stati predisposti dai formatori dell'Università di Torino nell'ambito del Progetto Problem Posing and Solving, PP&S, della Direzione Generale degli Ordinamenti Scolastici e dell'Autonomia Scolastica del MIUR. È consentito l'utilizzo di questi files solamente a scopo di formazione nell'ambito del Progetto PP&S

Figura 2 – Il problema Consegne.

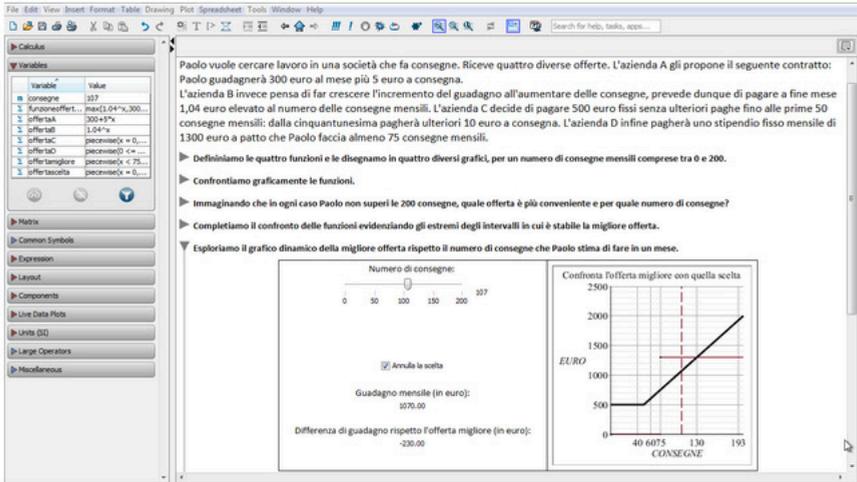


Figura 3 – Risoluzione per passi del problema Consegne con l'utilizzo di componenti interattive.

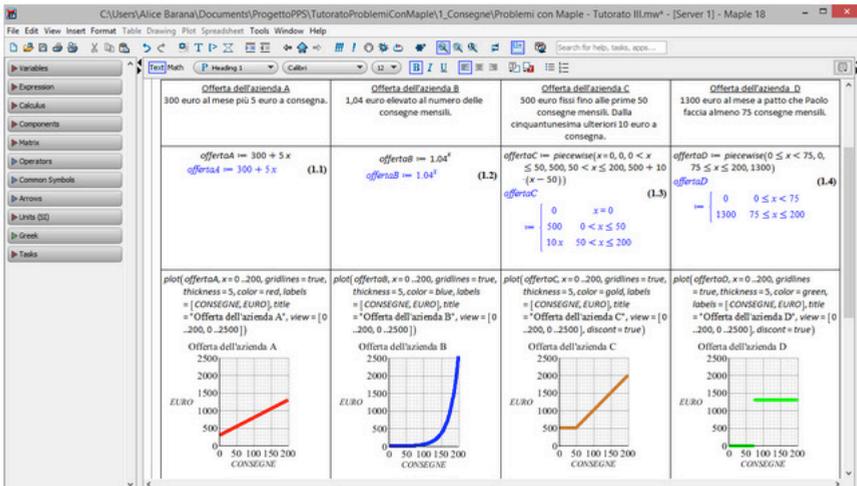


Figura 4 – Componenti interattive che consentono di effettuare la comparazione tra le soluzioni trovate.

Il sistema di valutazione automatica Maple T.A. rappresenta una vera novità nella panoramica dell'utilizzo delle TIC nella didattica. Consente la preparazione di domande e di intere verifiche che contemplino come risposte non solo numeri ma equazioni, grafici, formule. Questo perché

dietro al sistema il motore matematico Maple permette di riconoscere l'esattezza della risposta indipendentemente dalle infinite forme equivalenti con cui può essere scritta. Anche le tipologie più classiche di risposta, come *multiple choice* e inserimento di testo, possono essere arricchite dall'aggiunta di un *algoritmo*, nel quale si possono definire parametri casuali per far variare i dati di una domanda ad ogni tentativo, funzioni e calcoli anche molto complessi, avendo a disposizione tutti i comandi di Maple per la loro esecuzione, grafici e animazioni in due e tre dimensioni. Gli oggetti definiti nell'algoritmo possono essere utilizzati in ogni parte della domanda: nel testo, come risposta corretta, nei suggerimenti e nei feedback per lo studente, [Sc67].

Maple T.A. supporta anche risposte numeriche, in cui si possono impostare un grado di precisione per accettare la risposta corretta e unità di misura con tutte le loro equivalenze, e risposte matematiche, definite da formule più o meno elementari (equazioni e disequazioni, funzioni, vettori, matrici, insiemi...). La possibilità di valutare questi oggetti per la loro correttezza matematica, indipendentemente dalla forma con cui sono scritti, è dovuta alla flessibilità del *grading-code*: è, infatti, possibile modificare il codice che confronta la risposta corretta con quella inserita dallo studente attraverso tutti i comandi di Maple. Con altre tipologie di domanda si può anche richiedere allo studente di disegnare diagrammi di forze a corpo libero e grafici di funzioni. Grazie al *Question Designer* le domande possono essere costituite da testi intervallati da aree di risposta anche di tipologia differente, per permettere di testare conoscenze e abilità di diverso tipo all'interno della stessa situazione problematica. Con le domande *adaptive* si possono suddividere le domande in sezioni consecutive: molto utile per guidare lo studente in una risoluzione passo a passo di un problema, oppure per fornire suggerimenti nel caso non riesca autonomamente a rispondere in modo corretto.

Con le domande create si possono preparare verifiche da sottoporre agli studenti, con un'altissima flessibilità nella scelta delle *policies* per la loro somministrazione. Si possono creare compiti a tempo che non mostrino suggerimenti e commenti e non diano la possibilità di tornare indietro e modificare le risposte già inserite, più adatti per valutazioni sommative o certificative, ma anche, e soprattutto, verifiche con regole più flessibili, adatte ad una valutazione formativa. Ad esempio è possibile inserire domande casuali estratte all'interno di un insieme predefinito, personalizzare l'ordine con cui le domande si presentano a seconda delle risposte date, mostrare suggerimenti e commenti al termine o anche

durante lo svolgimento della prova. In questo modo si possono creare esercitazioni utili durante lo studio individuale: avere immediatamente il confronto con la risposta corretta aiuta a capire immediatamente gli errori commessi, i feedback specifici permettono di indirizzare lo studente ad un ripasso mirato, abbinando domande algoritmiche e tentativi multipli si può provare più volte la stessa domanda, ma trovando numeri diversi è necessario ripetere il procedimento risolutivo, e non solo ricordare a memoria l'opzione esatta. Un completo utilizzo di Maple T.A. diventa una risorsa insostituibile per la didattica: sarebbe impossibile realizzare manualmente una simile valutazione formativa, e restituire feedback immediati, con risparmio di tempo per il docente nella correzione delle verifiche, e apprezzamento anche da parte dello studente, che ha modo di verificare autonomamente se ha compreso gli argomenti affrontati. Fornire su Moodle il materiale didattico alternato a esercitazioni e attività di consolidamento aiuta ad organizzare meglio lo studio, avendo a disposizione in maniera completa la quantità di materiale sul corso; aggiungere scadenze temporali per le esercitazioni può essere un ulteriore incentivo allo studio volta per volta.

Il docente tiene sotto controllo l'andamento globale della classe attraverso il gradebook, nel quale sono registrati tutti i risultati di tutte le prove effettuate dagli studenti. Grazie all'integrazione di Moodle con Maple T.A. tutti i voti compaiono anche nel registro delle valutazioni di Moodle, insieme alle altre attività valutate: ciò consente di monitorare l'apprendimento degli studenti, individuare eventuali difficoltà, e intervenire, all'occorrenza, eventualmente modificando il programma delle lezioni.

Durante la formazione iniziale i docenti sono guidati nella creazione di un primo gruppo di domande, semplici ma studiate apposta perché contengano tutti gli elementi basilari per avviarsi ad un utilizzo efficace di Maple T.A. Si impara a creare non solo risposte multiple, ma anche risposte matematiche più avanzate in casi semplici, si mostra come inserire grafici, commenti e variabili algoritmiche. Queste domande inoltre sono anche didatticamente utili e potenzialmente utilizzabili con una classe. Generalmente le domande sono create sullo stesso argomento in modo da avere, alla fine delle prime tre ore di formazione, un'intera verifica pronta. I docenti generalmente escono dal laboratorio convinti di aver scoperto uno strumento innovativo ed efficace per ottimizzare il proprio insegnamento, soddisfatti per essere già stati in grado di produrre materiale utile, curiosi di approfondire le funzionalità avanzate di Maple T.A.

e incoraggiati ad imparare ad utilizzarle. I docenti sono sostenuti costantemente dai tutor, che intervengono in caso di bisogno di aiuto sia nel tutorato sincrono sia in quello asincrono, e propongono idee innovative per domande e verifiche, stimolandoli a sfruttare pienamente le potenzialità del sistema di valutazione automatica. A sostegno del lavoro dei docenti c'è un sistema di condivisione di domande, interno a Maple T.A.: possono pubblicare i quesiti creati e renderli disponibili ai propri colleghi, che li possono visualizzare, copiare, modificare e adattare alle proprie esigenze. Con lo stesso sistema vengono condivise tutte le domande create durante i tutorati. Le figure 5 e 6 mostrano esempi di domande.

Ricette e proporzioni Remaining Time: Unlimited

Marco ha comprato un sacchetto che contiene 40 caramelle. I gusti sono misti, alcune caramelle sono alla fragola, altre all'arancia.

Non vuole dirti il numero esatto di caramelle per gusto ma ci fa sapere, soltanto, che il rapporto tra le caramelle alla fragola e le altre è 7.

Calcola il numero esatto delle caramelle alla fragola e di quelle all'arancia.

SOLUZIONE

Analizziamo i dati: indichiamo con

- x il numero di caramelle gusto fragola
- y il numero di caramelle gusto arancia

Sappiamo che $x + y =$ e conosciamo il rapporto tra le due quantità, ovvero $\frac{x}{y} =$

Abbiamo imparato che l'uguaglianza di rapporti si può scrivere come proporzione.

Impostiamo la nostra:

$$\text{[input]} : \text{[input]} = 7 : 1$$

Questa proporzione è piuttosto complicata perché non c'è una sola incognita come siamo abituati a vedere. Tuttavia, dovremmo ricordarci della proprietà della composizione, che, applicata al nostro caso ci fornisce l'espressione:

$$(x + y) : \text{[input]} = (7 + 1) : 7$$

A questo punto possiamo riscrivere la proporzione come:

Figura 5 – Esempio di domanda per rafforzare l'apprendimento delle proporzioni.

Alloggio e distanze Remaining Time: Unlimited

Supponiamo che le distanze siano le seguenti

Percorso	Distanza(Km)
Politecnico - Casa di Clara	1.5
Politecnico - Parco	2.4
Politecnico - Palestra	3.6
Politecnico - Università	5.0

Esprimi con delle funzioni modulo le distanze dei percorsi indicati nella prima colonna, tenendo conto che la coordinata zero sarà l'università e l'alloggio rappresenta un'incognita.

Percorso	Distanza(km)
Politecnico-Alloggio	<input type="text"/> 
Casa di Clara-Alloggio	<input type="text"/> 
Parco-Alloggio	<input type="text"/> 
Palestra-Alloggio	<input type="text"/> 
Università-Alloggio	<input type="text"/> 

Figura 6 – Esempio di domanda che consente di inserire funzioni e visualizzarle graficamente.

Il simulatore e laboratorio virtuale MapleSim ha suscitato interesse soprattutto da parte dei docenti che insegnano matematica e fisica, fisica, elettrotecnica o elettronica. Per usare MapleSim non è necessario avere conoscenza di Maple: le simulazioni del comportamento di sistemi fisici di qualunque natura e gli esperimenti virtuali vengono creati inserendo nell'ambiente di lavoro delle componenti che simulano oggetti e grandezze reali di tipo fisico, collegandole tra loro in modo opportuno e modificando i parametri desiderati. MapleSim contiene più di cinquecento componenti disponibili suddivise in librerie tematiche (dominio Elettronico, Idraulico, Meccanico, ecc.) e l'inserimento avviene semplicemente tramite il *drag-and-drop*. I risultati possono essere visualizzati sotto forma di grafici o video. MapleSim consente inoltre di costruire nuovi componenti speciali, qualora non si individuino nelle librerie un componente adeguato. Gli esperimenti virtuali possono essere più o meno complessi a seconda delle necessità proprie di un determinato percorso di studio scolastico; in ogni caso gli studenti vengono a contatto con strumenti e tecniche avanzate e in uso nel campo industriale (ad esempio nella robotica, nell'automazione industriale, nell'ingegneria dell'autoveicolo, ecc.). La simulazione del comportamento di un sistema fisico permette

di individuare la risposta del sistema sottoposto a eccitazioni anche non semplici e, rispetto alla realizzazione in laboratorio, di cui comunque può essere una fase preliminare, consente allo studente una verifica immediata delle ipotesi di modellizzazione effettuate; un esempio molto pregnante è costituito dalla simulazione di sistemi multi corpo di cui è possibile vedere anche una simulazione tridimensionale (vedi figura 7).

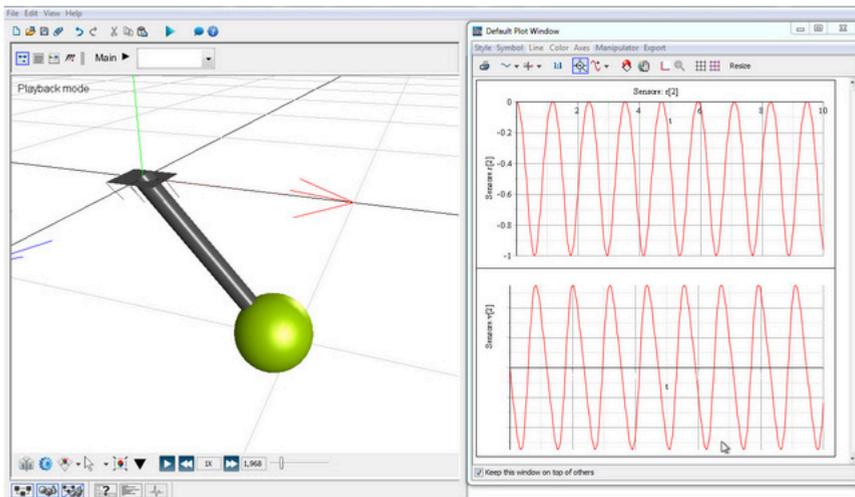


Figura 7 – Simulazione del pendolo e relativi grafici che rappresentano posizione e velocità.

L'uso di MapleSim è utile anche quando si vuole studiare un sistema complesso di cui è difficile lo studio analitico e importante prevedere il comportamento anche per la progettazione di sistemi di controllo del processo. Il simulatore MapleSim utilizza le funzionalità simboliche e numeriche di Maple per generare il modello matematico che simula il comportamento del sistema fisico, grazie alle potenzialità di Maple il sistema di equazioni che rappresenta il modello può essere semplificato, così da creare una rappresentazione concisa ed efficiente. MapleSim mette a disposizione una serie di *templates* precostruiti per diverse fasi di analisi dei risultati della simulazione del modello, quali l'estrazione delle equazioni e l'analisi di sistemi lineari. Per attivare un *template* basta allegare a Maple il file MapleSim e il modello viene automaticamente utilizzato per il tipo di analisi che si vuole fare. In figura è mostrato uno schema circuitale complesso (filtro universale del secondo ordine) di cui Maple

esegue l'analisi lineare generando le equazioni integro differenziali e i grafici di Bode del suo comportamento in frequenza.

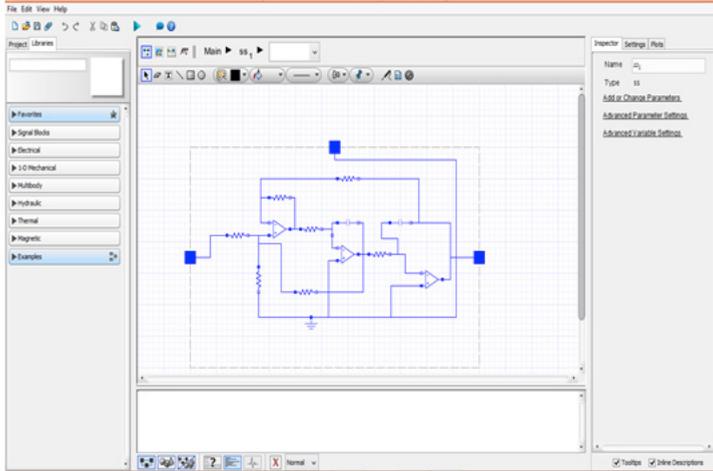


Figura 8 – Schema circuitale complesso.

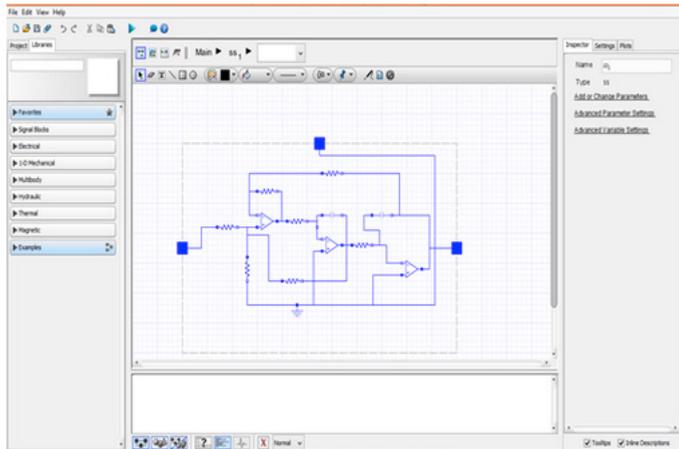


Figura 9 – Creazione dell'allegato a Maple.

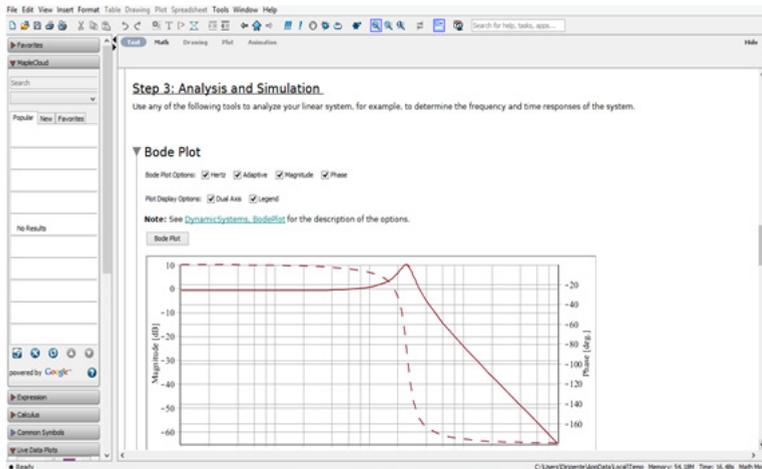


Figura 10 – Analisi lineare del sistema, diagrammi di Bode della sua risposta in frequenza.

Nel corso dei tre anni la formazione dei docenti si è sicuramente evoluta in base anche alle richieste dei docenti stessi pur mantenendo sempre i vari livelli scalabili a partire dai neofiti e soprattutto ha dato origine ad una serie di materiali interattivi condivisi dalla comunità che nel prossimo futuro potranno essere messi a disposizione di tutti i docenti italiani.

Moodle e la Suite Maple consentono un apprendimento più attivo oltre che rappresentare importanti strumenti da utilizzare sia per il recupero delle lacune di studenti con difficoltà e sia per valorizzare le eccellenze mediante attività studiate appositamente. In piattaforma diversi docenti partecipanti al progetto e già formati hanno tenuto durante il periodo estivo dei corsi di recupero in matematica per gli studenti delle loro scuole.

Valutazione della formazione dei docenti

Nel mese di luglio 2015 è stato chiesto ai docenti partecipanti al progetto PP&S di compilare un questionario in modo da poter fare delle analisi e ottenere delle valutazioni sulla formazione dei docenti.

Riportiamo di seguito alcuni grafici relativi alle risposte di un campione di circa 90 docenti tra i più attivi in piattaforma che, come si vede dalla figura 11, rappresentano tutti i tipi di scuole.

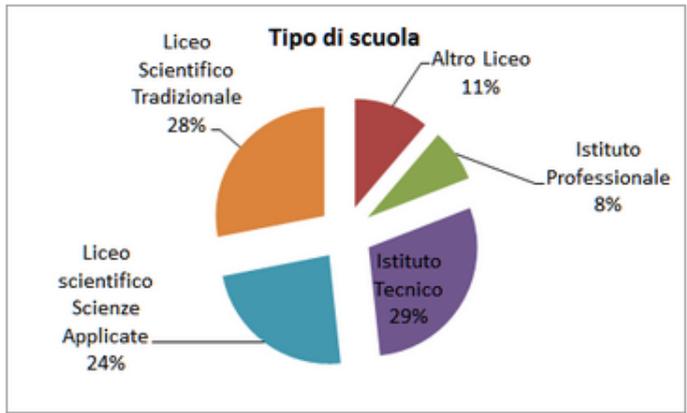


Figura 11 – Distribuzione per scuole del campione dei docenti.

La figura 12 mostra come i docenti hanno utilizzato la piattaforma integrata con l'ambiente di calcolo evoluto e con il sistema di valutazione automatica nella loro didattica lo scorso anno scolastico; molto significativo è il numero di file prodotti con Maple e messi a disposizione da questi 90 docenti (oltre 1.000) e il numero di risorse in generale condivise con i colleghi (oltre 1.500).

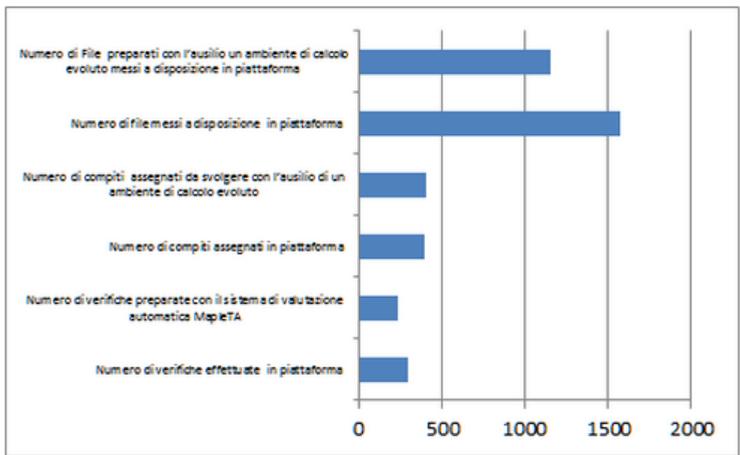


Figura 12. Utilizzo della piattaforma integrata.

Un alto numero di docenti che insegnavano nelle classi quinte ha dichiarato che le attività svolte all'interno del Progetto si sono rivelate utili per preparare al meglio i loro studenti all'esame di maturità. Questo dato rivela che anche i docenti che insegnano in scuole diverse dal liceo scientifico hanno riconosciuto nella metodologia del *problem posing and solving* con le TIC uno strumento innovativo per far acquisire competenze disciplinari ma anche trasversali.



Figura 13. Utilizzo delle risorse per preparare gli studenti all'esame di stato.

Le figure 14 e 15 mostrano la percentuale dei docenti che ha partecipato alla formazione territoriale e la percentuale di chi ha utilizzato i materiali preparati e messi a disposizione dai tutor.



Figura 14 - Partecipazione alla formazione territoriale.

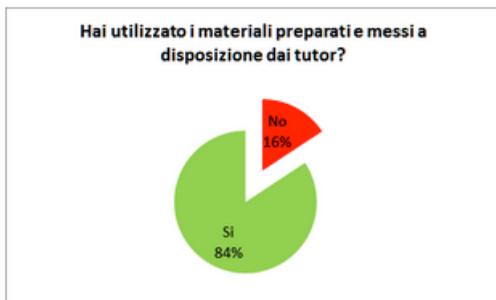


Figura 15 – Utilizzo materiali preparati dai tutor.

Infine le figure 16 e 17 mostrano il livello di soddisfazione della formazione.

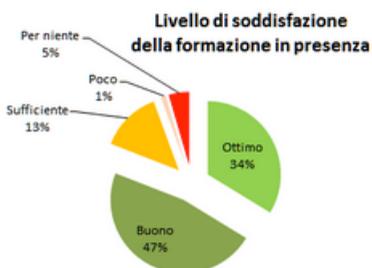


Figura 16 – Livello soddisfazione formazione in presenza.

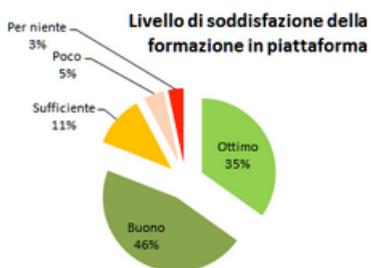


Figura 17 – Livello di soddisfazione formazione in piattaforma.

La formazione dei docenti attuata all'interno del Progetto PP&S ha si-

curamente una ricaduta molto forte all'interno del sistema Scuola italiana per la sua diffusione su tutto il territorio nazionale e per il coinvolgimento progressivo nell'uso delle metodologie adottate anche da parte di docenti afferenti ad altre aree disciplinari. Una trasformazione radicale quale quella proposta dal Progetto richiede dei tempi lunghi e di conseguenza l'impatto che essa produce può essere valutato solo in archi temporali più ampi.

Conclusioni

Il Progetto all'inizio del quarto anno si sta trasformando in un'azione permanente del MIUR. Sicuramente è stata compiuta molta strada ma il cammino, per raggiungere tutti i docenti e gli studenti italiani, è ancora lungo. Se da un lato la soddisfazione dei risultati ottenuti è sicuramente molto alta dall'altro è importante che tanto sforzo non vada perduto ma soprattutto diventi tesoro per tutti in maniera permanente.

È auspicabile, visto anche l'esito positivo delle sperimentazioni, che la formazione all'uso delle TIC sviluppata all'interno del Progetto venga adottata nella formazione in ingresso dei docenti dai TFA.

Non dimentichiamo inoltre che il Progetto è stato uno dei motori per il cambiamento dell'esame di stato, in particolare della seconda prova di matematica nei licei scientifici tradizionali e con l'opzione scienze applicate, infatti, i quesiti classici sono stati affiancati da problemi completi e articolati riferiti ad un contesto reale. Infine la formazione dei docenti svolta all'interno del Progetto PP&S è stata illustrata in occasione di meeting internazionali suscitando interesse da parte di Istituzioni straniere che si occupano di formazione e didattica. Proprio su questo tema sono iniziate delle collaborazioni per lo scambio di buone pratiche con altre Università e scuole di altri paesi, in particolare all'interno del Progetto Europeo Erasmus Plus SMART, *Science and Mathematics Advanced Research in good Teaching* i cui partner appartengono alla Svezia, all'Olanda, all'Ungheria, alla Germania oltre che all'Italia, sono in preparazione degli open online courses per la formazione dei docenti di Matematica, di Fisica e di Scienze la cui metodologia, condivisa tra i vari partecipanti, si ispira al Progetto PP&S e al Progetto del MIUR LSOSA-Lab, [LS15].

Bibliografia

[Art02] Artigues M., *Learning Mathematics in a CAS Environment: The Genesis of a*

Reflection about Instrumentation and the Dialectics between Technical and Conceptual Work, [International Journal of Computers for Mathematical Learning](#), 7, 3, 2002, 245-274.

[BMPPPZ15] Brancaccio A., Marchisio M., Palumbo C., Pardini C., Patrucco A., Zich R., *Problem Posing and Solving: Strategic Italian Key Action to Enhance Teaching and Learning Mathematics and Informatics in the High School*, Computer Software and Applications Conference – COMPSAC, Taiwan 1-5 July 2015, Taiwan.

[BBCMR11] Baldoni M., Baroglio C., Coriasco S., Marchisio M., Rabellino S. (edited by), *E-learning con Moodle in Italia: una sfida tra passato, presente e futuro*, Seneca Edizioni, Torino, 2011.

[BDMPP14] Brancaccio A., Demartini C., Marchisio M., Pardini C., Patrucco A., (2014). *Interazione dinamica tra informatica e matematica nel Problem Posing and Solving*, Atti di DIDAMATICA 2014, Napoli 7-9 maggio 2014.

[DMP13] Demartini C., Marchisio M., Pardini C., *PP&S100: una comunità di comunità di collaborative learning attraverso le nuove tecnologie*, Atti DIDAMATICA 2013, Tecnologie e Metodi per la Didattica del Futuro, 2013, 989-999.

[E15] EasyReading, <http://www.easyreading.it/>

[Fe11] Ferrari P.L., *Le potenzialità dell'e-learning in educazione matematica e il ruolo della ricerca*, *Tecnologie Didattiche*, 19 (3), 2011, 136–141.

[LS15] Progetto Nazionale del MIUR "LS-OSA Lab", <http://ls-osa.uniroma3.it/>

[M15] Maple, <http://www.maplesoft.com/>

[MBR14] Marchisio M., Barana A., Rabellino S., *Comunità di apprendimento con Moodle 2. Un percorso guidato per un uso consapevole dell'e-learning nella costruzione di comunità di pratica*, Easy Reading, 2014.

[MPR13] Marchisio M., Pardini C., Rabellino S., *PPS un anno dopo: l'evoluzione della piattaforma e-learning per la formazione dei docenti sul problem posing and solving*, Atti del MoodleMoot Italia 2013, ISBN 978-88-907493-1-5, 2013.

[M12] MIUR, *Nota Problem Posing&Solving per l'attuazione delle Indicazioni Nazionali e le Linee Guida relative agli insegnamenti della Matematica e dell'Informatica dei nuovi Licei, Istituti Tecnici e Professionali*, MIURAOODGOS/3420, 1 giugno 2012.

[M13] MIUR, Decreto n. 23 sulla Formazione del Direttore Generale Palumbo del 19 novembre 2013.

[Mo15] Moodle, <https://moodle.org/>

[P83] Polya G., *Come risolvere i problemi di matematica. Logica ed euristica nel metodo matematico*, Feltrinelli Editore, 1983.

[Pr01] Prensky M., *Digital Natives. Digital Immigrants*, *On the Horizon*, 9 (5), 2001, 1–6.

[PPS15] Progetto Nazionale del MIUR "Problem Posing and Solving", www.progettopp.it

[PZ12] Palumbo C., Zich R., *Matematica ed Informatica: costruire le basi di una nuova*

didattica, Bricks, Anno 2, numero 4, ISSN 2239-6187, 2012, 10-19.

[Py15] Python Programming Language – Official Website www.python.org/

[SC67] Scriven, M., *The methodology of evaluation*, in R.W. Tyler, R.M. Gagnè & M. Scriven (eds.), *Perspectives of curriculum evaluation*, 1967, 39-83.

[ZPM12], Zich R., Pardini C., Marchisio M., *Moodle&Maple: una struttura integrata al servizio del Progetto MIUR su Problem Posing and Solving*, G. Fiorentino (Ed.) – Atti del MoodleMoot Italia 2012, 10-12