

Giovanni Vailati e l'idea della “scuola come laboratorio”.

Un confronto con le proposte internazionali¹

LIVIA GIACARDI

Introduzione

Nel variegato panorama scientifico e culturale degli inizi del Novecento Giovanni Vailati (1863-1909), matematico, filosofo e divulgatore, autorevole membro della Scuola di Peano, è sicuramente una delle figure più appassionanti per la varietà degli interessi che permeano il suo complesso itinerario intellettuale che si snoda in vari rami del sapere seguendo direzioni molteplici e talora inesplorate. Fra queste, il rinnovamento della scuola e dei metodi di insegnamento della matematica è sicuramente una di quelle che meglio mostrano la sua originalità e ampiezza di vedute. In particolare la proposta di un insegnamento laboratoriale della matematica ha caratteri singolarmente innovativi e ha ripreso vigore in tempi recenti dando luogo a interessanti dibattiti fra gli insegnanti e i ricercatori in didattica. Nel mio saggio, dopo aver accennato brevemente al punto di vista sulla “scuola attiva” di alcuni pedagogisti che si interessarono anche di matematica o interagirono con gli ambienti scientifici, mi soffermerò sul contributo dei matematici, John Perry (1850-1920), Eliakim Hastings Moore (1862-1932), Emile Borel (1871-1956) e Felix Klein (1849-1925), per concentrarmi poi sulla “scuola come laboratorio” di Vailati cercando di rintracciarne nell'eterogeneo zibaldone degli scritti i caratteri distintivi. Dal confronto dei diversi modelli di laboratorio di matematica proposti a livello internazionale tra fine Ottocento e inizi Novecento cercherò di far emergere gli aspetti innovativi delle sue proposte.

¹ Ricerca eseguita nell'ambito del progetto PRIN 2009 *Scuole matematiche e identità nazionale nell'età moderna e contemporanea*, unità di Torino.

Cenni al contributo di alcuni pedagogisti

L'idea di offrire agli allievi spazi dove poter esplicitare un'attività spontanea e costruttiva, coltivare la propria individualità e socializzare, appare frequente negli studi di pedagogisti, psicologi ed educatori di fine Ottocento, inizi Novecento e ha le sue radici soprattutto nell'opera di Pestalozzi e Froebel. Basti citare gli studiosi più influenti: l'americano John Dewey (1859-1952), il cui sistema educativo si ricollega al pragmatismo di Charles S. Peirce e William James, il tedesco Georg Kerschensteiner (1854-1932), promotore della "scuola del lavoro" il belga Ovide Decroly (1871-1932), gli svizzeri Edouard Claparède (1873-1940) e Adolphe Ferrière (1879-1960), uno dei principali divulgatori dei principi della "scuola attiva", il francese Alfred Binet (1857-1911), e l'italiana Maria Montessori (1870-1952) medico e pedagogista².

È stato in passato sottolineato come l'idea della "scuola come laboratorio" proposta da Vailati abbia analogie con le esperienze avviate da questi pedagogisti³, ma sulla base delle rare evidenze nell'opera pubblicata e nella corrispondenza⁴ è difficile affermare che esse siano state un riferimento certo⁵. Dewey era noto al Nostro che lo menziona di sfuggita nei suoi scritti⁶, come pure gli era nota l'opera di Peirce e di James dei quali recensisce anche lavori espressamente dedicati a questioni educative⁷. Vailati era in contatto con Claparède, per lo meno in quanto segretario del Congresso internazionale di filosofia che si tenne a Ginevra nel 1904⁸, e possedeva fra i suoi libri il volume di Binet *La psychologie du raisonnement* (Paris, Alcan 1886). Nella corrispondenza e negli scritti non ci sono invece riferimenti a Decroly e neppure alla Montessori la cui

² Per una descrizione sintetica della loro opera si vedano per esempio A. AGAZZI, *Panorama della pedagogia d'oggi*, Brescia, La Scuola, 1953 e il più recente G. CHIOSSO, *Novecento pedagogico*, Brescia, La Scuola, 1997.

³ F. ARZARELLO, *La scuola di Peano e il dibattito sulla didattica della matematica*, in A. GUERRAGGIO (a cura di), *La matematica tra le due guerre mondiali*, Bologna, Pitagora, 1987, p. 40-41, a p. 35.

⁴ G. LANARO (a cura di), *Giovanni Vailati, Epistolario 1891-1909*, Torino, Einaudi, 1971 (d'ora in poi EV).

⁵ Solo un esame minuzioso e completo dell'ingente materiale manoscritto conservato nel Fondo Vailati (Biblioteca di Filosofia, Università di Milano) in particolare dei *Notes*, da me solo in parte esplorati, potrebbe dare una risposta definitiva. Cfr. l'inventario in L. RONCHETTI (a cura di), *L'Archivio Giovanni Vailati*, Bologna, Cisalpino, 1998.

⁶ Cfr. G. VAILATI, *Scritti*, a cura di M. QUARANTA, 3 voll., Sala Bolognese (Bo), Forni, 1987 (d'ora in poi S) I, p. 202, 210.

⁷ Per esempio si veda G. VAILATI 1905, *Sull'arte d'interrogare*, S III, p. 279-283, in cui dimostra di conoscere W. JAMES, *Talks to teachers on psychology and to students on some of life's ideals* (1899), trad. it. G.C. Ferrari *Gli ideali della vita. Discorsi ai giovani ed ai maestri*, Torino, Bocca, 1906.

⁸ Cfr. EV, p. 231, e G. BUSINO, *Note sulla cultura italiana nel primo Novecento*, in «Rivista storica italiana», 84.1, 1972, p. 164-176, dove sono trascritte le lettere di Vailati a Claparède.

attività educativa incominciò dopo la partecipazione al Congresso pedagogico nazionale italiano tenutosi a Torino nel 1898⁹. Per quanto all'epoca dimorasse ancora in questa città, Vailati non risulta fra gli iscritti al congresso, mentre invece vi compaiono altri membri della Scuola di Peano, Rodolfo Bettazzi, Alessandro Padoa e Giovanni Vacca.

Fra i pedagogisti vi era chi nutriva interesse per l'insegnamento scientifico, per cui vale la pena accennare al modo di intendere i metodi attivi di insegnamento di alcuni di essi per comprendere quali idee circolassero in Europa fra Ottocento e Novecento, e meglio interpretare le proposte dei matematici.

Ispiratore di gran parte degli educatori della prima metà del Novecento, John Dewey può a buon diritto essere considerato il padre della scuola attiva. Ritenendo che i metodi di insegnamento del suo tempo fossero anacronistici, passivi, antipsicologici e antisociali, proponeva invece una scuola attiva che ponesse al centro non più maestri o libri, ma l'attività del fanciullo organizzata in una forma di lavoro di tipo sociale. Il sapere non deve dunque essere fornito bell'e pronto, ma deve essere presentato sotto forma di problemi e deve scaturire dalla ricerca personale dell'allievo. Essendo la classe tradizionale inadeguata per un tale tipo di insegnamento, egli riteneva che occorresse trasferire il processo educativo nei laboratori, nelle biblioteche, nei campi da gioco, nelle officine e nelle cucine, dove il lavoro diventa strumento di vita culturale e nello stesso tempo trasforma la scuola in una comunità in embrione¹⁰. Nel 1896 Dewey fondò a Chicago una *scuola sperimentale* basata su questi ideali educativi e cercò di interagire anche con i matematici, in particolare con Eliakim Hastings Moore e con George B. Halsted. In un articolo del 1903 sull'insegnamento della geometria¹¹, reagendo a uno scritto di Halsted, fermo sostenitore del rigore, egli affermava che nella pratica dell'insegnamento si deve tener conto anche dell'aspetto psicologico e che dunque occorre partire dalla realtà concreta, dall'esperienza ordinaria, e presentare le applicazioni pratiche della matematica in modo da arrivare gradualmente al rigore logico.

Dewey ebbe un'influenza notevole anche sui pedagogisti europei, fra i quali Georg Kerschensteiner, direttore dell'insegnamento primario e professionale di Monaco, merita di essere ricordato in quanto promotore della scuola del

⁹ G.C. MOLINERI, G. C. ALESIO (a cura di), *Atti del Primo Congresso Pedagogico Nazionale Italiano. Torino 8-15 Settembre 1898*, Torino, Tip. Camandona, 1899. L'intervento della Montessori sull'educazione dei "fanciulli degenerati" è alle p. 122-124. Si veda anche M. MONTESORI, *Il Metodo della pedagogia scientifica applicato all'educazione infantile nelle Case dei Bambini* (1909), dove compare l'idea di una scuola attiva e dell'uso di materiali appositamente preparati; particolarmente interessanti per l'insegnamento della matematica sono le opere successive *Psico-Aritmetica* (Barcelona, 1934, trad. it. 1971) e *Psico-Geometria* (Barcelona, 1934).

¹⁰ Si veda per esempio AGAZZI 1953 cit., p. 79-81, CHIOSSO 1997 cit., p. 63-67.

¹¹ J. DEWEY, *The psychological and the logical in teaching Geometry*, in «Educational Review», 25, 1903, p. 387-399.

lavoro, l'*Arbeitsschule*¹². Egli riteneva che per riformare l'insegnamento non occorresse tanto accrescere i programmi o aumentare gli orari, ma fosse necessario trasformare la scuola in un laboratorio di esercitazioni, dove l'allievo potesse imparare ad usare il sapere e acquisire il senso del dovere sociale. L'importanza da lui attribuita al lavoro manuale e all'attività pratica andava aldilà dell'acquisizione di abilità e competenze, era collegata piuttosto alla capacità di effettuare un'attività responsabile e autonoma: un lavoro manuale disgiunto dallo sforzo intellettuale risulta meccanico, e dunque la sua caratteristica essenziale dal punto di vista pedagogico è la sua pianificazione e realizzazione autonoma, congiunta alla possibilità di autoanalisi. Avendo compiuto studi di matematica all'università fu particolarmente sensibile alle problematiche connesse con l'insegnamento scientifico cui dedicò un volumetto nel 1914¹³.

Fu probabilmente la lettura di Herbert George Wells (1866-1946) a stimolare in Vailati la riflessione sulla scuola laboratorio¹⁴. Scrittore di fantascienza con formazione scientifica, Wells si interessò anche di problemi educativi e nel libro *Mankind in the making* (London, Chapman, 1903), esaminato da Vailati, critica la scuola inglese ed espone il suo punto di vista sui metodi di insegnamento. In particolare egli riteneva che i programmi fossero ridondanti, ma privi di tutto ciò che permette all'allievo di comprendere la società in cui vive (p. 205) e i manuali scolastici inadeguati a un insegnamento attivo (p. 226). Secondo Wells era auspicabile che le scuole fossero collegate alle biblioteche pubbliche (p. 213) e le lezioni vere e proprie fossero alternate a sedute dedicate ad attività individuali quali la lettura, la pittura e anche il gioco apprezzato in quanto "attività spontanea che incentiva l'immaginazione" (p. 235). Nel suo libro Wells cita anche l'insegnamento laboratoriale della matematica, evidenziando però le difficoltà che si incontrano a metterlo in pratica perché un insegnamento di questo tipo richiede da parte del docente preparazione, pianificazione, grande applicazione e impegno, cosa impossibile senza manuali scolastici adeguati (p. 225).

Inoltre Vailati conosceva l'opera dell'educatrice torinese Maria Begey (1879-1957) di cui recensisce il libro *Del lavoro manuale educativo* (Torino, Paravia, 1900)¹⁵. Dopo una panoramica storica sull'uso del lavoro manuale nell'insegnamento a partire dal XVI secolo, l'autrice si sofferma a descrivere le esperienze nei vari paesi europei nell'Ottocento per concentrarsi poi sull'Italia, guardando soprattutto alla scuola elementare. In particolare dalla sua

¹² G. KERSCHENSTEINER, *Der Begriff der Arbeitsschule*, 1912, trad. it. *Il concetto della scuola di lavoro*, Firenze, Bemporad, 1935.

¹³ Cfr. G. KERSCHENSTEINER, *Wesen und Wert des naturwissenschaftlichen Unterrichts*, 1914. Si veda in merito anche G. WOLFF, *The Development of the Teaching of Geometry in Germany*, in «The Mathematical Gazette», 21. 243, 1937, p. 82-98, a p. 97.

¹⁴ G. VAILATI, 1906, *Idee pedagogiche di H.G. Wells*, in S III, p. 291-295.

¹⁵ G. VAILATI 1901, Recensione di *Maria Begey. Del lavoro manuale educativo*, S III, p. 264-266.

analisi critica emerge come i risultati ottenuti siano inferiori quando la preoccupazione principale sia quella di far acquisire abilità per svolgere un certo mestiere, mentre l'utilità del lavoro manuale emerge soprattutto se si mira ad esercitare le facoltà di attenzione, di osservazione, e di giudizio, armonicamente con la destrezza e l'abilità della mano, preparando così gli allievi sia all'esercizio del pensiero, sia alla vita pratica (p. 102).

La maggior parte dei pedagogisti era però interessata soprattutto alla formazione del fanciullo nei suoi primi anni di vita e il riferimento alla matematica non era sempre presente, ma l'idea di una scuola laboratorio si diffuse anche fra i matematici che la estesero alla scuola secondaria.

Il laboratorio di matematica nel panorama internazionale

L'idea di laboratorio di matematica nacque con John Perry, professore di Meccanica e Matematica del Royal College of Science di Londra. Egli riteneva infatti che la matematica dovesse essere insegnata "as any other physical science is taught, ... with experiment and common-sense reasoning"¹⁶ e elaborò un metodo didattico che chiamò *Practical Mathematics*. "The most essential idea – egli scrive – in the method of study called Practical Mathematics is that the student should become familiar with things before he is asked to reason about them"¹⁷. Prima di affrontare teoremi e dimostrazioni l'allievo dovrebbe pertanto acquisire familiarità con i concetti attraverso esperimenti e misure con l'uso della carta quadrettata, la raccolta di dati, il disegno, i metodi grafici e i collegamenti con la fisica e le altre scienze.

Nell'elaborazione del suo metodo Perry si ispirò alle pratiche didattiche usate nei giardini d'infanzia dove, sotto l'influenza di Pestalozzi e Froebel, si adottava un approccio educativo basato sull'attività degli allievi e sull'esercizio dell' "occhio e della mano"¹⁸, e fu stimolato dalla constatazione del fallimento dell'insegnamento tradizionale nei confronti dello studente medio:

Academic methods of teaching Mathematics succeed with about five per cent. of all students, the small minority who are fond of abstract reasoning: they fail altogether with the average student¹⁹.

¹⁶ Cfr. *The correlation of the teaching of mathematics and science. Report of a conference held by the Mathematical Association in conjunction with the federated Associations of London non-primary-teachers*, in «The Mathematical Gazette», 5.77, 1909, p. 5. In questo *Report* la relazione di Perry occupa le pagine 4-15.

¹⁷ J. PERRY, *Elementary Practical Mathematics*, London, Macmillan and Co., 1913, p. 21.

¹⁸ M.H. PRICE, *The Perry movement in school mathematics*, in M. H. Price, (ed.) *The Development of Secondary Curriculum*. London, Croom Helm, 1986, p. 103-155, alle p. 109-114.

¹⁹ PERRY 1913 cit., p. VII.

Causa di questo fallimento era secondo Perry il sistema inglese degli esami separati che induceva i docenti a insegnare le varie materie per “water-tight compartments” e a dare troppa importanza agli aspetti astratti della matematica e alle “labour-saving rules”, trascurando i principi fondamentali²⁰. Scopo dell’insegnamento secondo Perry è quello di formare persone in grado di imparare e la *Practical Mathematics* consente di raggiungere questo obiettivo perché insegna allo studente il modo di affrontare i problemi, usando il buon senso e offrendo prove sperimentali della correttezza dei risultati. Essa inoltre può essere applicata a tutti i livelli di insegnamento a patto che la trattazione rimanga legata a fenomeni reali e a problemi concreti.

Perry stesso cominciò ad usare questo nuovo tipo di approccio didattico in una *Public School* inglese e poi riuscì a introdurlo nel curriculum di un *Technical College* e negli anni '80 indusse il *Board of Education* a sperimentarlo per l’insegnamento delle scienze. Comunicò i suoi risultati in convegni della British Association for the Advancement of Science, suscitando vivaci dibattiti²¹, e li raccolse poi nel volumetto del 1902, *Discussion on the teaching of Mathematics*²². Partendo da quelli che considerava gli scopi e l'utilità della matematica, Perry ribadiva le critiche ai metodi inglesi di insegnamento:

So we now teach all boys what is called mathematical philosophy, that we may catch in our net ~~the~~ one demigod, the one pure mathematician, and we do our best to ruin all the others²³.

Successivamente illustrava il programma del corso di matematica “pratica” elementare e di quello avanzato (p. 25-32). Fra i numerosi interventi che seguirono il discorso di Perry vi fu anche quello di David E. Smith che poneva l'accento sui problemi che occorre affrontare per mettere in pratica la riforma proposta: nuovi libri di testo, formazione degli insegnanti e modifiche degli esami (p. 90-91)²⁴.

Nel 1913 Perry pubblicò il suo libro più noto *Elementary Practical Mathematics* che si presenta come una guida per gli insegnanti con molti esercizi accuratamente scelti da proporre agli studenti. Egli parte da argomenti di aritmetica per affrontare poi temi e problemi di algebra, di geometria, di analisi infinitesimale e di fisica. La presentazione rispecchia una didattica laboratoriale: generalmente si parte da un problema pratico, si raccolgono dati numerici e si

²⁰ PERRY 1913 cit., p. X.

²¹ Cfr. G. HOWSON, *A history of mathematics education in England*, Cambridge, Cambridge University Press, 1982, p. 148-149. In appendice, alle pagine 222-224 sono riportate le proposte di Perry per un syllabus di matematica (1900).

²² J. PERRY, *Discussion on the teaching of Mathematics*, London, Macmillan and Co., 1902

²³ PERRY 1902 cit., p. 6.

²⁴ Si veda anche D.E. SMITH, *Problems in the teaching of secondary mathematics*, Boston, Ginn and Company, 1913 in cui sottolinea come la scuola americana si rivolga alle masse (p. 3).

interpretano, si usa la carta quadrettata per tabulare osservazioni, risolvere graficamente equazioni, per rappresentare funzioni, trovare la pendenza della tangente ad una curva, si insegna a costruire un regolo calcolatore, e se ne mostra l'uso, ecc. Soprattutto si cerca di dare una visione unitaria della matematica, collegando algebra, geometria, trigonometria e si fa vedere come strumenti matematici siano utili per affrontare problemi della fisica e dell'ingegneria.

In particolare, per quanto riguarda la geometria, Perry critica l'impostazione euclidea e suggerisce che sperimentazioni e misurazioni pratiche con l'uso della carta quadrettata vengano anteposte alla geometria dimostrativa; qualche ragionamento deduttivo affianchi la geometria sperimentale; si dia più importanza alla geometria solida; si utilizzino le funzioni trigonometriche nello studio della geometria, e si presti più attenzione alle applicazioni²⁵.

Di tanto in tanto Perry fornisce anche indicazioni metodologiche o consigli agli insegnanti²⁶, segnala le difficoltà, gli errori più frequenti degli allievi e le cause che li producono²⁷.

Molti dei problemi affrontati nel suo libro sono simili a quelli proposti oggi nelle sperimentazioni didattiche con la calcolatrice scientifica, con un forte uso di dati numerici, ma è diverso l'obiettivo finale. Il metodo che egli propone è basato sul *problem solving*, e su un approccio trasversale alla matematica molto concentrato sulle procedure. Il suo manuale presenta una matematica da "praticare" e non da sistematizzare in una teoria: è questa la sua originalità, e nello stesso tempo il suo limite.

Indipendentemente dalla sua influenza sull'educazione tecnica in Inghilterra, il movimento di Perry favorì la diffusione dell'idea di un insegnamento laboratoriale della matematica per tutti i tipi di studenti e più in generale l'affermazione di alcuni principi fondamentali: maggiore democrazia dell'educazione, maggiore considerazione di ciò che serve nella vita reale, maggiore attenzione agli aspetti pedagogici. L'influenza delle sue idee si percepì soprattutto nell'insegnamento della geometria: fu dato più spazio al lavoro sperimentale, furono attivati laboratori in molte scuole e apparvero vari libri di testo in questo indirizzo²⁸.

Il movimento di Perry ebbe ampia risonanza non solo in Europa, ma anche in America. Nel 1902 Eliakim Hastings Moore, presidente della American Mathematical Society pronunciava il celebre discorso *On the foundation of mathematics*, in cui invitava le associazioni di insegnanti di matematica a occuparsi dell'istru-

²⁵ Cfr. per esempio PERRY 1902 cit., p. 102.

²⁶ Cfr. per esempio PERRY 1913 cit., p. 21, 25, 32, 51-52,

²⁷ Cfr. per esempio PERRY 1913 cit., p. 1-2

²⁸ Cfr. PRICE 1986 cit., p. 124-130; cfr. anche F. CAJORI, *Attempts made during the eighteenth and nineteenth centuries to reform the teaching of geometry*, in «The Mathematical Gazette», 17 (October, 1910), p. 181-201, a p. 197-199.

zione secondaria, auspicando un insegnamento integrato di matematica pura e applicata, e citando come esempio l'insegnamento sperimentale di Perry, il solo, a suo avviso, che consenta ai giovani di comprendere che “mathematics is indeed itself a fundamental reality of the domain of thought, and not merely a matter of symbols and arbitrary rules and conventions”²⁹. Un'intera sezione del suo discorso era dedicata al *laboratory method* in matematica (p. 533-535) che egli accostava al laboratorio di fisica, evidenziandone i vantaggi didattici:

This program of reform – egli scrive – calls for the development of a thoroughgoing laboratory system of instruction in mathematics and physics, a principal purpose being as far as possible to develop on the part of every student the true spirit of research, and an appreciation, practical as well as theoretic, of the fundamental methods of science³⁰.

L'insegnamento laboratoriale, che deve essere caratterizzato da un approccio pratico, cioè “computational, or graphical or experimental”, presenta i seguenti vantaggi: permette agli allievi di rendersi conto dell'importanza, per esempio, di un teorema e di far nascere in loro il desiderio di una dimostrazione formale; incentiva la ricerca personale; inoltre è estremamente flessibile perché consente sia il lavoro individuale, sia quello di gruppo, dove l'insegnante è nello stesso tempo membro del gruppo e leader. Fra i consigli che Moore fornisce perché il metodo possa funzionare vi è quello di presentare solo esperimenti interessanti: per esempio nel laboratorio di fisica non è interessante insegnare l'uso degli strumenti, è meglio proporre problemi da risolvere che coinvolgono l'uso di quegli strumenti, in modo che l'allievo impari “the use of the instruments as a matter of course, and not as a matter of difficulty” (p. 533). A conclusione egli afferma che a suo avviso il metodo laboratoriale per l'insegnamento secondario della matematica e della fisica è il migliore non solo per coloro che intendono specializzarsi in matematica o fisica pura, oppure in ingegneria, ma per tutti gli studenti in generale.

Il programma di Moore fu ripreso da alcuni pedagogisti fra cui Jacob William Albert Young (1865-1948), professore di pedagogia matematica presso l'Università di Chicago, senza però ottenere risultati apprezzabili³¹. Egli dedicò un intero capitolo della sua opera *The teaching of mathematics in the elementary and the secondary school* (1906)³² al movimento di Perry riservando ampio spazio al laboratorio di matematica. Young afferma che ogni aula può essere sede del labo-

²⁹ E.H. MOORE, *On the foundations of mathematics*, in «The School Review», 11. 6 (Jun., 1903), p. 521-538, a p. 528-529.

³⁰ MOORE 1903 cit., p. 533.

³¹ Cfr. ROBERTS 2001 cit., p. 692-694.

³² Il testo fu tradotto in italiano da D. Gambioli: J. W. A. YOUNG, *L'insegnamento delle matematiche*, Milano, Sandron, 1924.

ratorio, ma perché il metodo dia i suoi frutti occorre che sia fornita di opportune attrezzature quali lavagne di vario tipo, modelli matematici, regoli, strumenti da agrimensore, bilance, pendoli, livelle, barometri e termometri. Una biblioteca ben fornita, inoltre, potrebbe costituire un utile sussidio all'insegnamento. La sua dotazione dovrebbe comprendere una buona raccolta di libri di testo, di eserciziari, di tavole dei vari tipi, ma anche testi di storia delle matematiche, di matematica ricreativa, e riviste sull'insegnamento. Il lavoro in laboratorio, sotto la direzione dell'insegnante o di un assistente, deve andare di pari passo con quello in classe ed è visto "come un sostituto dello studio privato, con una guida, con le più grandi facilitazioni e con un ambiente più adatto"³³. L'attività laboratoriale appare quindi distinta da quella in classe, sebbene sia ad essa collegata, assumendo così un significato più restrittivo rispetto a quello di Perry.

Nel 1902 in Francia la riforma dell'insegnamento secondario (*lycées*) detta delle *humanités scientifiques* introduceva l'analisi infinitesimale nelle scuole secondarie e sottolineava anche l'importanza di un metodo di insegnamento concreto che tenesse conto dei collegamenti con la realtà³⁴. A presiedere la commissione preposta alla revisione dei programmi era il matematico Gaston Darboux, ma molti altri illustri studiosi diedero il loro contributo. In particolare Borel invitava gli insegnanti a "introduire plus de vie et de sens du réel dans notre enseignement mathématique" e auspicava la realizzazione di *laboratoires de mathématiques*, dove gli allievi potessero costruire con le loro mani modelli, effettuare misurazioni, ecc. allo scopo di "amener, non seulement les élèves, mais aussi les professeurs, mais surtout l'esprit public à une notion plus exacte de ce que sont les Mathématiques et du rôle qu'elles jouent réellement dans la vie moderne"³⁵. Che cosa Borel intendesse si può capire per esempio dal suo manuale di geometria del 1905³⁶ dove gli aspetti pratici e intuitivi sono ampiamente evidenziati. Egli si propone di "écrire une Géométrie plus concrète, où les considérations de symétrie, de déplacements, sont invoquées le plus souvent possible. [...] Substituer de plus en plus l'étude dynamique des phénomènes à leur étude statique" (p. V e VII). Il volume si apre con un'in-

³³ YOUNG 1924 cit., p. 146.

³⁴ Cfr. H. GISPERT, *Two mathematics reforms in context in twentieth century France. Similarities and differences*, in «International Journal for the History of Mathematical Education», 4, 2009, p. 43-50; si veda anche H. GISPERT, *La réforme de 1902 et la réforme des mathématiques modernes (1967-1973), deux réformes dans leur contexte mathématiques, sociaux et épistémologiques*, in F. FERRARA, L. GIACARDI, M. MOSCA (a cura di), *Conferenze e Seminari Assoc. Sub. Mathesis*, Torino, KWB, 2010, p. 97-102.

³⁵ E. BOREL, *Les exercices pratiques de mathématiques dans l'enseignement secondaire*, in «Revue générale des sciences pures et appliquées», 15, 1904, p. 431-440, anche in *Emile Borel philosophe et homme d'action. Pages choisies et présentées par Maurice Fréchet*, Paris, Gauthier-Villars, 1967, p. 1-21, a p. 14.

³⁶ E. BOREL, *Géométrie. Premier et second cycles*, Paris, Colin, 1905.

roduzione all'uso della riga e del compasso, le applicazioni sono abilmente coordinate alla teoria e fra gli esercizi proposti ve ne sono a carattere pratico che coinvolgono simmetrie, uso di strumenti, ecc. Non c'è una rigida divisione fra geometria piana e solida, vengono introdotti argomenti come, per esempio, la tassellazione del piano (p. 111-113), le approssimazioni (p. 280-281) e, nei complementi (p. 353-375), anche nozioni sulle coniche e altre curve e sul calcolo approssimato di aree e sull'agrimensura. L'idea che egli aveva di laboratorio di matematica era però piuttosto ristretta:

On a déjà deviné quel pourrait être, à mon sens, l'idéal du laboratoire de Mathématiques : ce serait, par exemple, un atelier de menuiserie ; le *préparateur* serait un ouvrier menuisier qui, dans les petits établissements, viendrait seulement quelques heures par semaine, tandis que, dans les grands lycées, il serait présent presque constamment. Sous la haute direction du professeur de Mathématiques, et suivant ses instructions, les élèves, aidés et conseillés par l'ouvrier préparateur, travailleraient par petits groupes à la confection de modèles et d'appareils simples³⁷.

Di questo tipo è il *Laboratoire d'enseignement mathématique* creato insieme a Jules Tannery (1848-1910) presso l'Ecole Normale Supérieure di Parigi e mirato alla formazione degli insegnanti. Qui venivano ideati e realizzati modelli per lo studio della geometria e della meccanica sia in legno, sia in cartone o in fil di ferro e sughero e si apprendeva l'uso didattico di altri strumenti quali meccanismi articolati, pantografi, inversori, macchine per calcolare e strumenti di geodesia e di agrimensura. Il laboratorio, inoltre, doveva essere dotato di una biblioteca dove i futuri insegnanti potessero trovare le principali pubblicazioni francesi sulla didattica della matematica, le riviste pedagogiche più importanti e i manuali scolastici delle varie nazioni³⁸.

In Germania, a partire dagli anni '90 Klein aveva cominciato ad elaborare il celebre programma di riforma dell'insegnamento della matematica che ridefiniva i rapporti fra scuole secondarie e Università. In particolare, egli proponeva di trasferire nell'insegnamento medio, anche in quello delle scuole classiche, la geometria analitica e, soprattutto, il calcolo differenziale e integrale in modo da offrire allo studente una base matematica sicura per gli studi superiori: il concetto di funzione avrebbe dovuto pervadere tutto il curriculum di matematica. Il pensiero funzionale divenne lo slogan di questo movimento riformista³⁹. I capisaldi del programma di Klein trovarono la prima espressione ufficiale nel

³⁷ BOREL 1967 cit., p. 15-16.

³⁸ Cfr. A. CHÂTELET, *Le laboratoire d'enseignement mathématique de l'Ecole Normale Supérieure de Paris*, in «L'Enseignement mathématique», 11, 1909, p. 206-210.

³⁹ Cfr. G. SCHUBRING, *Pure and Applied Mathematics in Divergent Institutional Settings in Germany: The Role and Impact of Felix Klein*, in D. ROWE, J. McCLEARY (Eds.), *The History of Modern Mathematics*, London, Academic Press, 1989, II, p. 170-220.

Meraner Lehrplan, elaborato nel 1905 dalla Unterrichtscommission der Gesellschaft deutscher Naturforscher und Ärzte⁴⁰. Il piano di riforma non riguardava solo l'insegnamento della matematica, ma anche quello della fisica e delle altre scienze naturali: la novità principale era l'introduzione del "pensiero funzionale" nell'insegnamento secondario, ma si sottolineavano anche altri aspetti quali l'importanza delle applicazioni, l'uso dei modelli geometrici per l'insegnamento della geometria, il collegamento con problemi reali, le connessioni con l'insegnamento della fisica, il valore degli esperimenti (p. 550-553). Per l'insegnamento della fisica si evidenziava inoltre la necessità di attrezzare opportuni spazi di lavoro (*Arbeitsräume*) dove gli insegnanti, adeguatamente preparati e con l'aiuto di un assistente, potessero lavorare e sperimentare con gli allievi⁴¹. Per quanto riguarda l'insegnamento della geometria in particolare si insisteva sui punti seguenti: potenziare l'intuizione spaziale (p. 543); usare la riga e il compasso, disegnare, misurare (p. 547); considerare le configurazioni geometriche come oggetti dinamici (p. 548); potenziare l'uso delle rappresentazioni grafiche; dare spazio alle applicazioni (p. 549); fare uso di modelli; coordinare planimetria e stereometria; accennare al punto di vista storico e filosofico (p. 550).

L'importanza di utilizzare strumenti e modelli nell'insegnamento della matematica emerge anche dai volumi sulle matematiche elementari da un punto di vista superiore⁴² che Klein dedicò espressamente alla formazione degli insegnanti. Nel volume sulla geometria vengono introdotti vari strumenti, quali l'inversore di Peaucellier, un meccanismo per realizzare trasformazioni affini, e altro ancora⁴³ e Klein osserva in proposito:

Instead of mentioning further details, I should like here to sound a general warning against neglecting the *actual practical demonstration* when such instruments are

⁴⁰ Cfr. *Bericht betreffend den Unterricht in der Mathematik an den neunklassigen höheren Lehranstalten*, in «Zeitschrift für mathematischen und naturwissenschaftlichen Unterricht», 36, 1905, p. 543-553. Anche in F. KLEIN, *Vorträge über den mathematischen Unterricht*, Teil I, Leipzig, Teubner, 1907, p. 208-219. Si veda la traduzione inglese del curriculum relativo ai ginnasi in «The Mathematical Gazette», 6. 95, 1911, p. 179-181.

⁴¹ Cfr. *Bericht über den Unterricht in der Physik an den neunklassigen höheren Lehranstalten*, in «Zeitschrift für mathematischen und naturwissenschaftlichen Unterricht», 36, 1905, p. 553-563, a p. 563.

⁴² F. KLEIN, *Elementarmathematik vom höheren Standpunkte aus*, I *Arithmetik, Algebra, Analysis*, II *Geometrie*, III *Präzisions- und Approximationsmathematik*, Berlin, Springer, 1925-1933. La prima edizione dell'opera risale al 1908-1909. Si veda in merito G. SCHUBRING, *Historical comments on the use of technology and devices in ICMEs and ICMI*, in «ZDM-The International Journal on Mathematics Education», 42.1, 1910, p. 5-9 e M. BARTOLINI BUSSI, D. TAIMINA, M. ISODA, *Concrete models and dynamic instruments as early technology tools in classrooms at the dawn of ICMI: from Felix Klein to present applications in mathematics classrooms in different parts of the world*, *Ibidem*, p. 19-31.

⁴³ Cfr. F. KLEIN, *Elementary Mathematics from an Advanced Standpoint*, *Geometry*, New York, Dover, 2004, vol. II *Geometry*, p. 14, 75, 100.

considered in illustration of a theory. The pure mathematician is often too prone to do so. Such neglect is just as unjustifiably one-sided as is the opposite extreme of the mechanic who, without taking an interest in the theory, loses himself in details of construction. Applied mathematics should supply here a bond of union.⁴⁴

Klein si impegnò anche a riorganizzare e modernizzare la *Modellkammer* in Göttingen a scopi educativi, per favorire, in particolare, la *Raumanschauung* (intuizione spaziale)⁴⁵ e, insieme a P. Treutlein, nel convegno della ~~Commissione Internazionale per l'Insegnamento Matematico~~ tenutosi a Bruxelles nel 1910 presentò l'uso dei modelli nell'insegnamento secondario e superiore come mezzo per sviluppare l'intuizione geometrica⁴⁶.

Una sintesi del punto di vista internazionale si può trovare nel rapporto preparato da Smith relativo all'inchiesta promossa ~~nell'1911 dalla Commission Internationale de l'Enseignement Mathématique~~ (poi ICMI) su *Intuition and experiment in mathematical teaching in the secondary schools* concernente i ragazzi dai 10 ai 19 anni. Dopo aver fatto alcune precisazioni sui tipi di scuole prese in considerazione (allievi fra i 10 e i 19 anni provenienti da scuole secondarie escluse le professionali), Smith fornisce una presentazione generale della situazione nei vari paesi dalla quale emerge come, nell'insegnamento della matematica, il ricorso all'intuizione e agli esperimenti pratici nella scuola secondaria sia più frequente in Austria, Germania e Svizzera, piuttosto che in Inghilterra, Francia e Stati Uniti e come i temi più dibattuti siano soprattutto l'insegnamento della geometria e l'introduzione o meno del concetto di funzione. Successivamente illustra aspetti particolari di un insegnamento attivo della matematica nei vari paesi e precisamente: "Misurazioni e stime" (misure geodetiche, astronomiche, triangolazioni, ...), "Disegno geometrico e rappresentazioni grafiche" (insegnamento della geometria descrittiva), "Metodi grafici" (rappresentazione di funzioni su carta millimetrata, statica grafica, valutazione di superfici con l'aiuto della carta millimetrata, ...), "Calcoli numerici" (uso di tavole, di regolo calcolatore, metodi di calcolo approssimato, ...)⁴⁷.

Il laboratorio di matematica secondo Vailati

In Italia è Giovanni Vailati a proporre l'idea di laboratorio. Matematico dai molteplici interessi culturali e, come si è detto, membro della Scuola di Giuseppe Peano, Vailati dopo aver insegnato per qualche anno all'Università

⁴⁴ KLEIN 2004 cit., p. 15.

⁴⁵ Cfr. SCHUBRING 2010 cit., p. 6-7.

⁴⁶ Cfr. «L'Enseignement mathématique», 12, 1910, p. 388 e 391-392, e GIACARDI, *Timeline 1910*.

⁴⁷ Cfr. D.E. SMITH, *Intuition and experiment in mathematical teaching in the secondary schools*, in «L'Enseignement mathématique», 14, 1912, p. 507-534, e GIACARDI, *Timeline 1912*.

di Torino come assistente e come docente di corsi liberi, nel 1899 lasciò quella città e cominciò l'insegnamento nelle scuole secondarie (Pinerolo, Siracusa, Bari, Como e Firenze). Il suo interesse per i problemi della scuola risaliva agli anni torinesi e si esplicò in varie direzioni: nell'ambito della Associazione Mathesis degli insegnanti di matematica, della Federazione Nazionale Insegnanti delle Scuole Medie (FNISM), nell'organizzazione del Congresso Internazionale dei Matematici del 1908, e soprattutto nel lavoro svolto all'interno della Commissione Reale per la riforma delle scuole secondarie che lo impegnò dal 1905 fino alla morte nel 1909⁴⁸.

Stupisce quindi in prima analisi che le sue riflessioni nel campo della pedagogia e della didattica si debbano rintracciare, nella quasi totalità, in osservazioni marginali e rapsodiche sparse nel vasto zibaldone degli *Scritti*, per lo più racchiuse nelle innumerevoli recensioni. In realtà, se si analizzano queste recensioni, ci si accorge come non siano affatto casuali: si tratta sempre di commenti a opere a lui congeniali, che gli consentono di esporre al tempo stesso le idee dell'autore recensito e le riflessioni personali. La scelta pare in buona sostanza indirizzata a far conoscere e a diffondere certi libri e certe idee da lui condivise, e fa emergere un vero e proprio programma di riforma degli insegnamenti secondari i cui cardini sono: l'abolizione della retorica umanistica, l'armonica interazione fra cultura estetico-letteraria e scientifica, l'introduzione di elementi di diritto e di economia politica, uno studio delle lingue non più grammaticale e nozionistico, uno studio delle scienze completato da osservazioni dirette ed esperienze di laboratorio e vivificato da un'impostazione storica. Se si osserva, poi, come queste stesse idee furono le linee guida del suo operato nell'ambito della Commissione Reale, non si può che apprezzare la coerenza e l'organicità di un impegno non soltanto teorico, ma mirato a un rinnovamento concreto della scuola secondaria.

L'espressione "scuola come laboratorio" e una sua breve illustrazione compare esplicitamente nella recensione dello scritto di Maria Begey *Del lavoro manuale educativo*⁴⁹, e nella breve nota *Idee pedagogiche di H.G. Wells*⁵⁰, e emerge anche dai programmi di matematica da lui elaborati per la Commis-

⁴⁸ Sulla vita e sulla formazione di Vailati si veda M. DE ZAN, *La formazione di Giovanni Vailati*, Lecce, Congedo, 2009 e, sulla dimensione europea, i saggi in F. MINAZZI (a cura di), *G. Vailati intellettuale europeo*, Milano, Thélema, 2006. Per un esame delle proposte di riforma di Vailati, dei dibattiti suscitati e dei risultati ottenuti si veda L. GIACARDI, *The School as "Laboratory". Giovanni Vailati and the Project to Reform Mathematics Teaching in Italy*, in «International Journal for the History of Mathematics Education», 4, 2009, p. 5-28 e L. GIACARDI, *Humanitas scientifica e democratizzazione del sapere. Giovanni Vailati e il progetto di riforma dell'insegnamento della matematica*, in C. S. ROERO (a cura di), *Peano e la sua scuola fra matematica, logica e interlingua*. Atti del Congresso internazionale di studi (Torino, 6-7 ottobre 2008), Torino, Dep. Sub. Storia Patria, 2010, p. 405-436.

⁴⁹ VAILATI 1901 cit..

⁵⁰ VAILATI 1906 cit..

sione Reale e dalle relative indicazioni metodologiche, ma invano si cercherebbe un'esposizione sistematica e completa.

Per comprendere l'originalità delle riflessioni di Vailati in merito, è importante inquadrarle nella sua particolare visione della funzione della matematica e del suo insegnamento, visione in cui confluiscono, come si è mostrato altrove⁵¹, motivi e istanze diverse: da Peano e dalla sua scuola gli derivava la salda padronanza della logica matematica, il bisogno del rigore, la riflessione sul linguaggio, oltre che l'interesse per la didattica e per la storia delle matematiche e l'esigenza di democratizzare il sapere. Del pragmatismo egli faceva propria la lotta contro i problemi privi di senso e contro la metafisica e accoglieva il criterio operativo e funzionale per attribuire significato agli enunciati. A questi motivi si intrecciano armonicamente assunti positivistic: l'importanza di una *humanitas* scientifica, una didattica fondata su una conoscenza positiva dell'uomo (biologia, psicologia), un insegnamento che proceda dai fatti alle astrazioni e il valore applicativo del sapere.

Il fatto poi che Vailati si sia interessato di psicologia induce a pensare che questa abbia influenzato la sua visione dell'insegnamento della matematica. Egli partecipò ai tre congressi internazionali di psicologia di Monaco 1896, Parigi 1900 e Roma 1905 e dai suoi scritti relativi emerge come egli fosse soprattutto interessato alle questioni di metodo in questo settore e alle applicazioni nello studio dell'arte, della letteratura e dell'antropologia. Nella relazione tenuta al congresso di Roma egli si riferisce anche alla "psicologia delle operazioni intellettuali" (oggi diremmo psicologia cognitiva), tema già presente in *The will to believe* di James che riabilitava le attività costruttive e anticipatrici della mente umana a fronte di quelle puramente recettive e classificatorie⁵². Tuttavia non vi è una riflessione esplicita sulle ricadute degli studi psicologici sull'educazione, per quanto si possa rintracciare l'influenza della psicologia moderna nel fatto di considerare i concetti generali (anche quelli della scienza) come semplici strumenti, che ci permettono di ordinare, classificare, utilizzare il materiale grezzo delle esperienze, e nella conseguente idea che il non saper applicare un concetto equivalga a non possederlo affatto⁵³.

Per affrontare i problemi connessi con l'insegnamento della matematica Vailati si era innanzitutto documentato sui programmi e l'organizzazione scolastica degli altri paesi europei⁵⁴, ne aveva discusso con gli amici⁵⁵, e aveva

⁵¹ Si rimanda a GIACARDI 2010 cit.

⁵² Cfr. G. VAILATI, *La distinzione fra conoscere e volere*, S I, p. 55-58; si veda in merito G. SAVA, *Giovanni Vailati e i primi congressi internazionali di psicologia*, in MINAZZI 2006 cit., p. 114-129.

⁵³ Cfr. G. VAILATI 1905, *Sull'arte d'interrogare*, S III, p. 279-283, a p. 280.

⁵⁴ Cfr. Cartella 41, fasc. 346, Cartella 31, fasc. 272, in *Fondo Vailati*.

⁵⁵ Per esempio Vailati discusse con Roberto Bonola sull'organizzazione delle scuole normali (*Fondo Vailati*, Cartella 1, fasc. 18), con Cesare Burali-Forti sulla teoria delle proporzioni e

tenuto conto del parere degli insegnanti⁵⁶. Egli conosceva anche i principali movimenti di riforma contemporanei; nel suo articolo del 1910 sull'insegnamento della matematica nelle scuole secondarie, fa esplicito riferimento a Perry, a Borel e anche a Klein⁵⁷, che aveva avuto modo di incontrare più volte: in occasione del suo viaggio in Germania nel 1899⁵⁸, nel 1900 e nel 1904 durante i Congressi internazionali dei matematici di Parigi e Heidelberg e, molto probabilmente, anche nel 1906 quando fu nuovamente a Gottinga⁵⁹. Fu inoltre coinvolto nell'organizzazione del IV Congresso Internazionale dei Matematici che si tenne a Roma nel 1908 e che portò alla creazione dell'ICMI sotto la presidenza dello stesso Klein. La sessione dedicata alla didattica fu organizzata proprio da Vailati⁶⁰ e costituì un'importante occasione di confronto internazionale delle esperienze educative dei vari paesi nel campo della matematica. Da alcune delle numerose relazioni appare implicita o esplicita l'idea del laboratorio: l'importanza nella pratica didattica delle misurazioni, delle rappresentazioni grafiche, dell'uso degli strumenti è sottolineata oltre che da Vailati, anche da F. S. Archenhold, da D. E. Smith, e la denominazione *laboratory work in mathematics* compare nell'intervento sulle scuole inglesi di C. Godfrey⁶¹.

L'esperienza di docente in varie scuole secondarie italiane tanto del Nord, quanto del Sud, aveva inoltre consentito a Vailati di toccare con mano le carenze e i difetti della scuola italiana ed è proprio il desiderio di porvi rimedio a guidarlo nelle sue proposte di riforma.

sull'uso dei vettori in geometria (*Ibidem*, Cartella 2, fasc. 26). Cfr. anche le risposte di Burali-Forti al questionario inviato da Vailati ai professori di matematica in E. LUCIANO, C.S. ROERO, *Giuseppe Peano matematico e maestro*, Torino, Dipartimento di Matematica dell'Università di Torino, 2008, p. 181-182.

⁵⁶ Cfr. *Risposte al questionario diffuso con circolare 27 marzo 1906*, in *Commissione Reale per l'ordinamento degli studi secondari in Italia*, 2 voll., Roma, Tip. Cecchini, 1909, vol. II.

⁵⁷ G. VAILATI 1910, *L'insegnamento della Matematica nel nuovo ginnasio riformato e nei tipi di licei*, in «Il Bollettino di Matematica», IX, p. 36-59, a p. 50. Sui movimenti di riforma in Europa cfr. B. BELHOSTE, H. GISPERT, N. HULIN (a cura di), *Les sciences au lycée. Un siècle de réformes des mathématiques et de la physique en France et à l'étranger*, Paris, Vuibert-INRP, 1996.

⁵⁸ Cfr. per esempio G. Vailati a G. Vacca, Siracusa 16.12.1899, EV, p. 168-169.

⁵⁹ Cfr. R. Bonola a G. Vailati, 12.6.1907, *Fondo Vailati*, Cart. 1, fasc. 18.

⁶⁰ Cfr. G. Castelnuovo a G. Vailati, s. l., 16.2.1907, D. E. Smith to Vailati, New York, 27.5.1907 e A. Gutzmer a G. Vailati, Halle, 17.7.1907, in *Fondo Vailati*, Biblioteca di Filosofia dell'Università di Milano, rispettivamente in Cartella 2, fasc. 36, Cartella 11, fasc. 182, e Cartella 3, fasc. 87.

⁶¹ Cfr. *Atti del IV Congresso Internazionale dei Matematici -Roma, 6-11 aprile 1908*, a cura di G. CASTELNUOVO, 3 voll. Roma, Accademia R. dei Lincei, 1909, I, 45, 51, III *Questioni filosofiche, storiche e didattiche*, 476-477, a p. 453; e L. GIACARDI, *Timeline*, in F. FURINGHETTI, L. GIACARDI (eds.) (2008). ~~*The first century of the International Commission on Mathematical Instruction (1908-2008)*, www.icmihistory.unito.it~~

Il miglioramento dell'organizzazione del lavoro scolastico avrebbe potuto realizzarsi se l'insegnamento di alcune materie scientifiche, e non solo, fosse stato organizzato in forma di *laboratorio*, eliminando così la *frontalità* e il *verbalismo* della lezione tradizionale. Per Vailati la "scuola come laboratorio" non deve però intendersi nel senso riduttivo di laboratorio per esperienze scientifiche, ma "come luogo dove all'allievo è dato il mezzo di addestrarsi, sotto la guida e il consiglio dell'insegnante, a sperimentare e a risolvere questioni, a [...] mettersi alla prova di fronte ad ostacoli e difficoltà atte a provocare la sua sagacia e coltivare la sua iniziativa"⁶². La lezione maieutica, il ricorso al disegno, al lavoro manuale, al gioco e l'introduzione di opportuni sussidi didattici, il metodo sperimentale operativo, la visione unitaria delle matematiche, un giusto equilibrio fra rigore e intuizione, l'uso della storia delle matematiche, sono gli aspetti salienti della visione vailatiana dell'insegnamento della matematica e realizzano quella che egli chiama "scuola come laboratorio".

Lezione maieutica, lavoro manuale e gioco

Fra le cause principali cause del cattivo funzionamento delle scuole secondarie, secondo Vailati, vi era la tendenza a concepire l'insegnamento come una conferenza, dove l'allievo non deve far altro che ascoltare, per essere poi interrogato "a scopo di diagnosi"⁶³, cioè per verificare se ha inteso e memorizzato ciò che ha udito. La frontalità della lezione tradizionale deve pertanto cedere il posto a una lezione basata sull'osservazione diretta e sul dialogo, la quale soltanto può dare alle parole autentico significato. Assunti positivistici e echi herbartiani si congiungono qui alla teoria pragmatistica del significato, per cui i concetti generali sono strumenti per ordinare il mondo dell'esperienza e operare su di esso, sicché il loro significato coincide con il loro valore operativo. Di qui l'importanza che Vailati annette da un lato all'*azione* nell'insegnamento e dall'altro alla lezione *maieutica* in cui l'alunno è guidato attraverso il dialogo a trovare soluzioni e risposte da solo.

Anzi, osserva Vailati, bisognerebbe che la scuola interessasse gli scolari in modo da spingerli a interrogare il loro maestro, invece di essere interrogati da lui, e per raggiungere questo scopo "non si dovrebbe temere di sminuire la dignità della scienza matematica col presentarla nella scuola sotto forme meno aride che sia possibile, ricorrendo anche, se occorre, a problemi divertenti e atti a stimolare la curiosità, non che a giuochi, come del resto consigliava già

⁶² G. VAILATI 1906, *Idee pedagogiche di H.G. Wells*, S III, p. 291-295, a p. 292.

⁶³ G. VAILATI 1905, Recensione di G. Fraccaroli. *La questione della scuola*, S III, p. 284-287, a p. 287.

Platone (nelle Leggi) una ventina di secoli prima di Froebel”⁶⁴. Gli insegnanti non dovrebbero mai dimenticare il valore del *momento ludico* nel processo dell'apprendimento, come consiglierà lo stesso Peano⁶⁵.

Il lavoro manuale, non finalizzato all'apprendimento di un mestiere può servire ad “esercitare, con tutti i mezzi a ciò più adatti, le varie facoltà di osservazione, di discriminazione, di attenzione, di giudizio”⁶⁶, e costituisce un ottimo antidoto contro l'illusione diffusa di conoscere le cose per il solo fatto di aver appreso certe parole. In quest'ottica occorre valorizzare maggiormente il disegno, il più naturale anello di congiunzione tra la teoria e la pratica. Vailati rimanda esplicitamente alle riflessioni sul tema di Rodolfo Bettazzi (1861-1941), illustre esponente anch'egli della Scuola di Peano e fondatore dell'Associazione Mathesis degli insegnanti di matematica⁶⁷.

È chiaro che in una lezione di questo tipo deve cambiare anche il modo di interrogare. Non è chiedendo allo scolaro le definizioni verbali dei concetti che l'insegnante può rendersi conto del suo livello di apprendimento, ma verificando se sia in grado di applicarli:

Il peggior modo di assicurarsi del grado di conoscenza che un individuo, e specialmente un bambino, ha di qualche cosa, è quello di domandargli che cosa essa è. [...] Su nessun altro punto si presenta, infatti, così stridente il contrasto tra i procedimenti didattici ordinariamente seguiti e la tendenza fondamentale della psicologia moderna a riguardare i concetti generali come dei semplici strumenti (*Denkmittel*), non aventi altro compito che quello di renderci possibile ordinare, classificare, foggare a determinati scopi, il materiale bruto delle esperienze particolari. In conformità a tale veduta, il non saper *applicare* un concetto [...] equivale a non possedere affatto il concetto stesso e a non averlo ancora acquistato, qualunque sia d'altronde l'abilità che si abbia a ripetere delle parole che pretendano definirlo o spiegarlo⁶⁸.

Il metodo sperimentale operativo

Uno dei cardini su cui si basano le proposte di Vailati è la convinzione che un metodo di insegnamento dovrebbe sempre tenere conto del fatto che il processo dell'apprendimento va dal concreto all'astratto. Gli allievi dunque non dovrebbero essere costretti ad “*imparare* delle teorie prima di *conoscere* i

⁶⁴ Cfr. G. VAILATI 1899, Recensione di C. Laisant. *La Mathématique: philosophie, enseignement*, S III, p. 260-261, a p. 261.

⁶⁵ Cfr. G. PEANO, *Giochi di aritmetica e problemi interessanti*, Torino, Paravia, 1924.

⁶⁶ VAILATI 1901 cit., p. 265.

⁶⁷ R. BETTAZZI, *La pratica nell'insegnamento della matematica*, in «Atti R. Accademia Lucchese di Sci. Lett. e Arti», 30, 1900, p. 503-528.

⁶⁸ VAILATI 1905 cit., p. 280.

fatti a cui esse si riferiscono, né sentir ripetere delle *parole* prima di essere in possesso degli elementi sensibili e concreti da cui per astrazione si può ottenere il loro significato”⁶⁹. Un insegnamento della matematica che tenga conto di queste premesse dovrebbe, secondo Vailati, avere un’impostazione sperimentale e operativa. Per esempio, nell’insegnamento della geometria, il disegno, la costruzione delle figure, il ricorso alla carta millimetrica, alla bilancia, ecc. devono costituire il punto di partenza del percorso didattico:

Guidare e spingere l’alunno a procurarsi, per via di esperimento e, in particolare, col ricorso agli strumenti di disegno, il più gran numero possibile di cognizioni di fatto sul modo di costruire le figure e sulle loro proprietà, soprattutto non «intuitive», è d’altra parte il miglior mezzo di far nascere in lui il desiderio e il bisogno di rendersi ragione del «come» e del «perché» tali proprietà sussistano, e di predisporlo a riguardare come interessante l’apprendimento, o la ricerca, di connessioni deduttive tra esse, e di ragionamenti che conducano a riconoscerle come conseguenze le une delle altre ⁷⁰.

Di qui si comprende come nella “scuola come laboratorio” secondo Vailati, il momento “operativo” debba essere seguito, in una seconda fase dell’apprendimento, dalla ricerca delle “connessioni deduttive” e dalla sistemazione in una teoria delle conoscenze apprese. Il passaggio tra i due tipi di insegnamento, operativo sperimentale e razionale, deve essere graduale, “applicando anzitutto il ragionamento deduttivo non già a dimostrare proposizioni che agli alunni appaiano già abbastanza evidenti, o della cui verità essi si siano già convinti per via di diretta constatazione, ma piuttosto a ricavare, appunto da queste ultime, altre proposizioni che essi ancora non conoscano e che essi possano poi facilmente verificare ricorrendo agli stessi mezzi”⁷¹. In questo modo il procedimento deduttivo apparirà anche come strumento di scoperta.

Per quanto riguarda invece l’aritmetica, nel commento ai nuovi programmi da lui proposti, Vailati osserva, per esempio, che propinare subito agli allievi le regole del massimo comun divisore e del minimo comune multiplo significherebbe prescindere dalla comprensione delle ragioni operative da cui tali regole traggono origine e ragion d’essere. In un primo stadio è più importante concentrare quanto più è possibile l’attenzione dell’alunno sul processo di riduzione delle frazioni al comun denominatore, che a suo avviso dovrebbe essere presentato come un’applicazione immediata delle proprietà delle frazioni di

⁶⁹ VAILATI 1899 cit., p. 261.

⁷⁰ G. VAILATI 1907, *L’insegnamento della Matematica nel Primo Triennio della Scuola Secondaria*, S III, p. 302-306, a p. 305.

⁷¹ G. VAILATI, *Sugli attuali programmi per l’insegnamento della matematica nelle scuole secondarie italiane*, in *Atti del IV Congresso Internazionale dei matematici, 6-11 aprile 1908*, Roma, Tip. Accademia dei Lincei, 1909, p. 482-487, a p. 485.

non mutare valore quando se ne moltiplichino il numeratore e il denominatore per uno stesso numero, lasciando, invece, a uno stadio successivo le regole per la ricerca massimo comun divisore e del minimo comune multiplo di due o più numeri. Solo così l'allievo giungerà alla piena intelligenza dei procedimenti che costituiscono la ragion d'essere delle regole apprese, e in più sarà in grado di effettuare rapidamente con un calcolo mentale la somma e la differenza di due frazioni aventi per denominatori numeri di una sola cifra⁷².

Per ogni settore della matematica Vailati invita, poi, gli insegnanti a stimolare la creatività degli allievi proponendo più dimostrazioni delle proposizioni più significative, allo scopo di mostrare loro come si possa pervenire a una stessa conclusione per vie diverse e anche con strumenti matematici differenti. Nel quadernetto di appunti relativi alle lezioni tenute nel 1901-1904 presso l'Istituto Tecnico di Como, per esempio, Vailati affronta il problema di trovare la somma dei primi n numeri naturali dispari, dei quadrati dei primi n numeri naturali e poi dei cubi, proponendo dimostrazioni di vario tipo, dirette, con l'aiuto di visualizzazioni grafiche e per induzione⁷³.

Un altro aspetto sottolineato da Vailati è anche l'utilità di presentare, per quanto possibile gli enunciati dei teoremi come problemi:

gioverà anzi – egli scrive – dare alle enunciazioni stesse dei teoremi, quanto più è possibile, la forma di problemi. Così, per esempio, il teorema di Pitagora potrebbe vantaggiosamente esser presentato come una risposta al problema di trovare un quadrato la cui area equivalga alla somma delle aree di due quadrati dati, o come una risposta alla domanda di costruire, sul terreno, un angolo retto avendo a disposizione soltanto una corda che si possa dividere per esempio in dodici tratti uguali⁷⁴.

La visione unitaria delle matematiche e l'uso della storia delle matematiche per preservare l'unità del sapere

L'unità delle matematiche, secondo Vailati, non solo non deve essere mai perduta di vista, ma va inculcata o, meglio, fatta percepire subito agli allievi stabilendo, fin dalla scuola secondaria, una stretta connessione fra aritmetica, algebra e geometria.

La connessione fra aritmetica e geometria risulta del tutto naturale qualora si consideri la geometria "come campo e materia di esercitazioni aritmetiche": la soluzione dei problemi aritmetici sarà tanto più interessante per gli alunni quanto più "si presta a immediate verifiche per mezzo di misure e di confronti

⁷² VAILATI 1907 cit., p. 302.

⁷³ G. VAILATI, *Appunti per Lezioni, Istituto Tecnico, Como 1901-1904, Fondo Vailati, Cartella 38, fasc. 340.*

⁷⁴ VAILATI 1910 cit., p. 38.

diretti tra le figure a cui si riferiscono”⁷⁵. Allo stesso modo, nello studio delle frazioni e delle proporzioni, si potrà ricorrere alla “considerazione parallela delle corrispondenti operazioni grafiche relative alla divisione dei segmenti in parti eguali, o proporzionali a numeri interi”⁷⁶.

Nella conferenza tenuta nel 1908 a Roma durante il Congresso internazionale dei matematici Vailati, ribadendo l’importanza di offrire agli allievi una visione unitaria della matematica, fornisce il seguente esempio:

Si pensi per esempio quanto più facilmente l’alunno riconoscerebbe il senso e la portata di una proposizione come questa: che “la media geometrica di due numeri non può mai superare la loro media aritmetica”, quando gli si facesse osservare che, in un circolo avente per diametro la somma di due segmenti, la prima (sic) è rappresentata dal raggio, e l’altra invece dalla metà di una corda⁷⁷.

Particolarmente utile dal punto di vista didattico è anche la connessione che si può stabilire fra aritmetica e algebra, in quanto l’insegnamento della prima si presta, fin dall’inizio, a preparare a quello della seconda. Lo scopo è di ~~condurlo~~ concepire l’algebra semplicemente come una nuova forma di linguaggio di gran lunga più preciso del linguaggio ordinario e in grado di “ridurre domande o problemi originariamente complicati, a forma tanto semplice da non esigere quasi più alcuno sforzo mentale per la loro risoluzione”⁷⁸.

Così pure “si deve – secondo Vailati – parlare il più presto possibile non solo di applicazioni dell’algebra alla geometria, ma anche, viceversa di applicazioni della geometria all’algebra”. “Abituare fin dal principio gli alunni a riconoscere le condizioni necessarie e sufficienti perché una data espressione algebrica, una data equazione, una data identità, possano interpretarsi come espressioni, rispettivamente, una costruzione, un problema, un teorema di geometria” è, secondo Vailati, uno dei mezzi più efficaci per prepararli a comprendere il significato e l’utilità delle formule”⁷⁹.

Questi accorgimenti didattici consentirebbero ai giovani non solo di acquisire consapevolezza dell’unità profonda delle matematiche, ma anche di imparare ad affrontare uno stesso problema con vari metodi, scegliendo di volta in volta, quello più conveniente, e verrebbero così ad essere un vero e proprio avviamento alla creatività e alla ricerca. Nella conferenza tenuta in occasione del II Congresso dell’Associazione Mathesis a Livorno nel 1901, Vailati stesso offre un esempio di come si possano utilmente collegare due parti apparen-

⁷⁵ ~~G. VAILATI, *L’insegnamento della Matematica nel nuovo ginnasio riformato e nei tre tipi di licei*, in «Il Bollettino di Matematica», IX, 1910, p. 36-59, a p. 38.~~

⁷⁶ *Ibidem*.

⁷⁷ VAILATI 1909 cit., p. 487.

⁷⁸ VAILATI 1910 cit., p. 40; si veda anche G. Vailati a G. Vacca, Crema 20.7.1902, EV, p. 207.

⁷⁹ VAILATI 1910 cit., p. 57.

temente distanti della matematica, la teoria della proporzioni fra segmenti e quella dell'equivalenza di figure piane, evitando in tal modo le difficoltà inerenti la considerazione di segmenti incommensurabili⁸⁰.

Vailati non solo ritiene che si debba offrire agli allievi una visione unitaria della matematica, ma crede fondamentale che la scuola faccia loro comprendere la profonda unità fra cultura umanistica e scientifica. La visione storica dei problemi e delle dottrine può, insieme alla filosofia, costituire una delle vie per raggiungere il dialogo fra le due culture, esigenza questa che egli sente profondamente⁸¹. Il metodo storico, applicato tanto alle scienze quanto allo studio del latino e del greco, assume in Vailati anche una funzione didattica perché particolarmente adatto a "spedantizzare la loro forma di esposizione, con gran vantaggio del profitto diretto e dell'educazione intellettuale degli alunni"⁸²:

A nessuno – egli scrive – che abbia avuto occasione di trattare in iscuola, davanti a dei giovani, qualunque soggetto che si riferisca alle parti astratte e teoriche della matematica, può essere sfuggito il rapido cambiamento di tono che subisce l'attenzione e l'interessamento degli studenti ogni qualvolta l'esposizione ... lascia luogo a delle considerazioni d'indole storica... Di questo appetito sano e caratteristico delle menti giovani ... è certamente desiderabile trarre il maggior partito possibile. Utilizzarlo intelligentemente vuol dire rendere l'insegnamento più proficuo e nello stesso tempo più gradevole, più efficace e insieme più attraente.⁸³

Lo studio della storia della scienza, in particolare, può svolgere, secondo Vailati, un ruolo più ampio nell'insegnamento: educativo e formativo. Egli riprende il concetto vichiano secondo il quale conoscere un problema significa conoscerne la storia e, influenzato dall'epistemologia di Mach, attribuisce alla conoscenza storica dell'origine e dello sviluppo dei concetti e delle teorie della scienza il valore di antidoto contro ogni forma di dogmatismo. Infatti essa ci mostra come "quelli che noi chiamiamo preconetti non sono che le dottrine e le teorie scientifiche corrispondenti ad uno stadio anteriore di sviluppo delle conoscenze umane" e ci preserva dal credere che, poiché "un'ipotesi o una

⁸⁰ Cfr. G. VAILATI 1902, *Di un modo di riattaccare la teoria delle Proporzioni fra Segmenti a quella dell'Equivalenza*, S II, p. 360-363; si veda anche G. Vailati a G. Vacca, Crema 26.7.1901, EV, p. 191.

⁸¹ Questa sua esigenza si traduce nel tentativo di unificare gli sforzi, compiuti in Italia in campo scientifico, tesi a superare le barriere fra un settore d'indagine e l'altro: cfr. G. VAILATI 1902b, *Scienza e filosofia*, S I, p. 3-6. Cfr. anche L. GEYMONAT, *Presentazione*, S I, p. VI, M. QUARANTA, *Le letture di Giovanni Vailati nella cultura italiana (1911-1986)*, S I, p. VIII-X, A. GUERRAGGIO, *Il pensiero matematico di Giovanni Vailati*, S II, p. XVII-XVIII.

⁸² Vailati a Vacca, 25.5.1901, EV, p. 187.

⁸³ G. VAILATI 1897, *Sull'importanza delle ricerche relative alla Storia delle Scienze*, S II, p. 3-17, a p. 10.

teoria è stata utile e feconda in passato deve per ciò solo continuare a rimaner tale anche per l'avvenire”⁸⁴.

L'insegnante può accostare i giovani alla storia delle scienze attraverso letture commentate di passi dei classici: Vailati stesso leggeva e spiegava ai suoi studenti pagine tratte dagli *Elementi* di Euclide⁸⁵. Per rendere possibile un tale tipo di insegnamento egli auspicava anche che le scuole fossero dotate di biblioteche ben organizzate, comprendenti non solo libri di testo, ma anche opere divulgative chiare e concise, libri di orientamento allo studio, edizioni delle opere dei grandi autori, enciclopedie, ecc.⁸⁶.

Giusto equilibrio fra rigore e intuizione

Nei suoi scritti Vailati sembra voler evitare ogni netta contrapposizione tra “intuizione” e “rigore” e, in particolare, nell'articolo *L'insegnamento della Matematica nel primo triennio della Scuola Secondaria*⁸⁷, dove illustra i nuovi programmi di matematica, egli, richiamando i recenti progressi nel campo dei fondamenti della geometria, cerca di spiegare come il rigore non consista nel “numero” o nella “qualità” dei presupposti delle dimostrazioni, i quali potranno essere anche piuttosto numerosi, ma nel riconoscimento esplicito del loro carattere di postulati o ipotesi e nel modo in cui sono impiegati. L'unica condizione assolutamente imprescindibile per il rigore delle dimostrazioni è che i postulati siano tra loro compatibili. Solo quando gli allievi avranno acquisito un maggiore grado di maturità, si mostrerà loro se e quanto il loro numero possa essere ridotto, conseguendo una maggiore *essenzialità* nelle costruzioni ipotetico-deduttive⁸⁸.

Ben lontano dallo scoraggiare l'intuizione geometrica, Vailati intende in tal modo “disciplinarla ed educarla” al fine di evitare gli errori cui può dare origine “la fiducia inconsiderata e istintiva in essa”⁸⁹. Nella recensione al manuale di geometria razionale di G.B. Halsted, basato sull'opera di Hilbert sui fondamenti della geometria, Vailati mostra invece gli inconvenienti didattici a cui può condurre “la preoccupazione di garantire l'assoluto rigore e la perfetta coerenza logica delle dimostrazioni depurandole da ogni suggestione

⁸⁴ G. VAILATI 1896, Recensione di E. Mach. *Populär-Wissenschaftliche Vorlesungen*, S I, p. 141-143 e p. 144-147, a p. 147.

⁸⁵ Cfr. G. VAILATI, *Lib. V*, in *Fondo Vailati*, Cartella 38, fasc. 340.

⁸⁶ VAILATI 1906 cit., p. 291-295, alle p. 293-294.

⁸⁷ Cfr. VAILATI 1907 cit..

⁸⁸ *Ibidem*, p. 305-306.

⁸⁹ G. VAILATI 1904, Recensione di F. Enriques U. Amaldi. *Elementi di Geometria ad uso delle scuole secondarie superiori*, S III, p. 267-273, a p. 268.

intuitiva”⁹⁰. Nella prassi didattica occorre dunque trovare un giusto equilibrio fra intuizione e rigore.

La deduzione, inoltre, deve avere per Vailati un ruolo più ampio di quello che generalmente le viene attribuito. Le metafore che rappresentano la deduzione come un processo diretto a “estrarre” dalle premesse ciò che vi è già contenuto tendono a sminuirne l'importanza rispetto agli altri processi di ragionamento e di ricerca.

La storia delle scienze – egli scrive – ci mostra chiaramente che, tra le cause che hanno condotto gradualmente alla sostituzione dei moderni metodi sperimentali al posto degli antichi metodi di semplice osservazione passiva, va annoverata, come una delle più importanti, l'applicazione della deduzione anche a quei casi nei quali le proposizioni prese come punto di partenza erano considerate come più bisognevoli di prova che non quelle a cui si arrivava, e nei quali quindi erano queste ultime che dovevano comunicare, alle congetture fatte, la certezza che attingevano direttamente dal confronto coi fatti e dalle verifiche sperimentali⁹¹.

Ecco dunque in cosa consistono il valore e l'efficacia euristica della deduzione secondo Vailati: partire da premesse solo ipotetiche può servire a costruzioni ideali con cui confrontare la realtà e in cui premesse e conseguenze possono confermarsi le une con le altre, in un “reciproco controllo” e “vicendevole appoggio”⁹², “allo stesso modo come la corda colla quale si legano tra loro degli alpinisti in una ascensione pericolosa serve tanto a garantire la sicurezza dell'ultimo come del primo di essi, o di qualunque altro di quelli che ne sono avvinti”⁹³.

Le riflessioni di Vailati insieme con gli appunti delle lezioni da lui tenute nelle scuole secondarie illustrano un laboratorio di matematica con un significato più ampio rispetto alle varie accezioni cui abbiamo accennato precedentemente: è un laboratorio che coinvolge persone – gli allievi e l'insegnante – strutture (aule, attrezzature, strumenti, ...), metodi di lavoro, sperimentazioni, letture ragionate, ma anche ricerca di nuove deduzioni o dimostrazioni, di modi diversi di interpretare uno stesso risultato. In esso si opera con le mani e con la mente a partire da problemi e si abitua l'allievo a usare oggetti concreti e strumenti, a misurare, ma anche “misurarsi”, a comunicare le proprie ipotesi, a proporre nuove soluzioni, nuove dimostrazioni, in uno stretto connubio fra l'aspetto sperimentale e quello teorico, senza dimenticare la formazione del carattere.

⁹⁰ G. VAILATI 1905, Recensione di G.B. Halsted. *Rational Geometry. A textbook for the science of Space, based on Hilbert's foundations*, S III, p. 288-290, a p. 289.

⁹¹ G. VAILATI 1898, *Il metodo Deduttivo come Strumento di Ricerca*, S II, p. 18-48, a p. 25.

⁹² *Ibidem*, p. 42. Cfr. anche G. Vailati a F. Brentano, *Como* 16.4.1904, EV, p. 305.

⁹³ G. VAILATI 1905, *I tropi della Logica*, S I, p. 21-28, a p. 25.

Conclusioni

Nel 1909 veniva pubblicato il Progetto di riforma della Commissione Reale e, nel maggio di quello stesso anno, Vailati moriva. Pochi mesi dopo, durante il congresso della Mathesis, tenutosi a Padova dal 20 al 23 settembre 1909, Guido Castelnuovo (1865-1952), membro insigne della scuola italiana di geometria algebrica, nella sua relazione sui lavori ~~della Commissione internazionale dell'insegnamento matematico~~, aveva parole di elogio per le proposte di riforma elaborate dalla “mente vasta e spregiudicata” di Vailati e proponeva agli insegnanti di attuarne da subito nelle loro classi le linee generali. Anche all'estero tali proposte erano considerate innovative e sulla scia del movimento riformatore di Klein⁹⁴.

Tuttavia la riforma elaborata dalla Commissione Reale non fu varata. Parte delle proposte di Vailati furono attuate nel 1911 con la creazione del Liceo moderno che divergeva dal classico a partire dalla seconda liceo e dove il greco era sostituito da una lingua moderna e le discipline scientifiche erano maggiormente valorizzate; non è un caso che a redigere i programmi e le relative istruzioni metodologiche sia stato proprio Castelnuovo⁹⁵. Quella del liceo moderno fu però un'esperienza effimera. Con la Riforma Gentile del 1923 la riorganizzazione della scuola secondaria fu introdotta in termini completamente differenti sulla base delle nuove correnti politiche e del trionfante Neoidealismo.

Vari fattori impedirono che la “scuola come laboratorio” proposta da Vailati diventasse una pratica diffusa e si concretizzasse in libri di testo: innanzitutto, diversamente da Perry Vailati non ne fece una esposizione sistematica e, inoltre, la sua morte prematura interruppe i possibili sviluppi. Il fatto poi che la riforma proposta dalla Commissione Reale non sia stata approvata e che la successiva Riforma Gentile abbia posto al centro della formazione le discipline umanistiche, non favorì certo la sperimentazione di nuovi metodi di insegnamento nelle scuole secondarie.

La caratterizzazione che Vailati dà della “scuola come laboratorio” rimane però quanto mai attuale ed è stata ripresa di recente nei curricula di matema-

⁹⁴ Cfr. F. CAJORI, *Attempts made during the eighteenth and nineteenth centuries to reform the teaching of geometry*, in «The American Mathematical Monthly», XVII, 1910, p. 192. Si veda anche W. LIETZMANN, *Die Grundlagen der Geometrie im Unterricht (mit besonderer Berücksichtigung der Schulen Italiens)*, «Zeitschrift für mathematischen und naturwissenschaftlichen Unterricht», XXXIX, 1908, p. 181.

⁹⁵ Si veda L. GIACARDI (a cura di) 2006, *Da Casati a Gentile. Momenti di storia dell'insegnamento secondario della matematica in Italia*, La Spezia, Agorà e *Documenti per la storia dell'insegnamento della matematica in Italia (1859-1923)*, www.subalpinamathesis.unito.it/storiains/it/documenti.php.

tica proposti dalla Commissione Italiana per l'Insegnamento della Matematica (CIIM) dove si legge:

Il *laboratorio* di matematica non è un luogo fisico diverso dalla classe, è piuttosto un insieme strutturato di attività volte alla costruzione di *significati* degli oggetti matematici. Il laboratorio, quindi, coinvolge persone (studenti e insegnanti), strutture (aule, strumenti, organizzazione degli spazi e dei tempi), idee (progetti, piani di attività didattiche, sperimentazioni)⁹⁶.

È una metodologia basata su *problem solving*, congetture e argomentazioni, ma il cui fine ultimo è quello di pervenire alla costruzione di significati e a una sistemazione teorica della matematica, come Vailati auspicava.

Ringraziamenti

Desidero ringraziare Ferdinando Arzarello, Mariolina Bartolini Bussi e Ornella Robutti per le proficue discussioni sul tema del laboratorio di matematica, Mauro De Zan, Hélène Gispert, Geoffrey Howson, Fabio Minazzi, Michael Price, Mario Quaranta e Gert Schubring per gli utili suggerimenti o per i materiali inviati, e infine Laura Garbolino per il costante aiuto nella ricerca bibliografica.

⁹⁶ *Matematica 2003. La matematica per il cittadino. Attività didattiche e prove di verifica per un nuovo curriculum di matematica. Ciclo secondario*, Lucca, Liceo Scientifico Statale "A. Vallisneri, 2003, p. 28.