

**Hans Schumacher**

Departement Econometrie & Operations Research  
Universiteit van Tilburg  
Postbus 90153  
5000 LE Tilburg  
j.m.schumacher@uvt.nl

**Kees Oosterlee**

Centrum Wiskunde & Informatica  
Postbus 94079  
1090 GB Amsterdam  
c.w.oosterlee@cwi.nl

**Karel In 't Hout**

Departement Wiskunde en Informatica  
Universiteit Antwerpen  
Middelheimlaan 1  
B-2020 Antwerpen  
België  
karel.inhout@ua.ac.be

**Evenement** Workshop Quantitative Methods in Financial and Insurance Mathematics

# Actuariële wetenschappen en financiële wiskunde: op weg naar convergentie?

Van 18 tot 21 april 2011 vond op het Lorentz Center de workshop 'Quantitative Methods in Financial and Insurance Mathematics' plaats. Hans Schumacher, Kees Oosterlee en Karel In 't Hout bezochten de workshop en belichten de vraag of er nog veel verschil zit tussen actuariële wetenschappen en financiële wiskunde.

Zijn actuaariaat en financiële wiskunde twee afzonderlijke onderzoeksgebieden, of moeten ze gezien worden als één geheel? De actuariële wetenschappen worden al sinds eeuwen beoefend terwijl de financiële wiskunde juist in de laatste decennia een stormachtige ontwikkeling heeft meegemaakt, in samenhang met de ingrijpende transformatie van financiële markten die plaatsvond na de introductie van grootschalige optiehandel in de jaren zeventig. De twee disciplines zijn verschillend van oorsprong, maar desondanks zijn ze nauw gerelateerd. Is er sprake van een ontwikkeling naar volledige integratie? Tijdens de workshop 'Quantitative Methods in Financial and Insurance Mathematics' is een groepsdiscussie gewijd aan dit onderwerp. De discussie op de dinsdagmiddag werd gemoderd door Hans Schumacher, en de twee organisatoren van de workshop, Karel In 't Hout en Kees Oosterlee, hielden aantekeningen bij. De groep deelnemers aan de discussie bevatte representanten van zowel de financiële

wiskunde als het actuaariaat, en de discussie was levendig. Hierbij een verslag, met dank aan de deelnemers voor hun inbreng.

## Roemruchte zaken

De moderator opende de bijeenkomst door een aantal situaties in het verleden in herinnering te roepen waarin financiële wiskunde en actuaariaat met elkaar in aanraking zijn gekomen. Een eerste voorbeeld heeft betrekking op het onderwerp dat bekend staat als *mean-variance analysis*. Een artikel van Harry Markowitz dat in 1952 verscheen in *Journal of Finance* onder de eenvoudige titel 'Portfolio selection' wordt door velen beschouwd als het startpunt van de moderne beleggingsleer. In plaats van de aandacht te richten op de karakteristieken van afzonderlijke beleggingsproducten zoals in de literatuur tot dan toe gebruikelijk, maakte Markowitz in zijn artikel gebruik van kwadratische programmering om te komen tot optimaal samengestelde portefeuilles. Hierbij definieerde hij opti-

maliteit in termen van een afweging tussen verwacht rendement (*mean*) en de onzekerheid in de opbrengst (*variance*). In 1990 kreeg Markowitz de Nobelprijs voor het tot stand brengen van deze doorbraak. Meer dan vijftig jaar na de verschijning van zijn Nobelprijswinnende artikel, in 2006, publiceerde Markowitz in *Journal of Investment Management* een artikel onder de titel 'de Finetti scoops Markowitz', met andere woorden: de Finetti snoept Markowitz een primeur af. In dit artikel erkent hij dat een heel soortgelijke risico/rendementsanalyse al in 1940 was gepubliceerd door de Italiaanse wiskundige en actuaris Bruno de Finetti. Het artikel van de Finetti is gepubliceerd onder de titel 'Il problema dei pieni' in *Giornale dell'Istituto Italiano degli Attuari*, uiteraard in het Italiaans, wat de internationale verspreiding van het werk niet ten goede zal zijn gekomen. Google Scholar telt ongeveer 100 ingangen voor het artikel van de Finetti, en meer dan 12000 voor het in 1952 verschenen artikel van Markowitz.

Een tweede *cause célèbre* betreft de theorie van risicomaten. In 1999 verscheen in het tijdschrift *Mathematical Finance* een artikel van Pierre Artzner, Freddy Delbaen, Jean-Marc Eber en David Heath, waarin deze auteurs een



Poster van de workshop

axiomatisch kader voorstellen voor grootheden die gebruikt worden om de hoeveelheid kapitaal te bepalen die door financiële instellingen in reserve dient te worden gehouden. Vanuit het actuaariaat is er de aandacht op gevestigd dat dit probleem heel dicht ligt bij het probleem van premiebepaling voor verzekeringen, en dat axiomatische kaders hiervoor zijn uitgewerkt in de boeken *An Introduction to Mathematical Risk Theory* van Hans Gerber (1979) en *Insurance Premiums: Theory and Applications* van Marc Goovaerts, Etienne De Vylder en Jean Haezendonck (1984). De aantallen citaties van deze boeken, als geteld door Google Scholar in april 2011, bedragen respectievelijk 755 en 240. Dat zijn heel respectabele aantallen, maar ze steken toch wat af tegen de 2930 citaties die Google vindt voor het artikel van Artzner et al.

De waardering van Amerikaanse opties door middel van Monte Carlo methoden was de derde casus die door de moderator werd genoemd. Dit onderwerp is uitgewerkt door Francis Longstaff and Eduardo Schwartz in hun artikel 'Valuing American Options by Simulation: A Simple Least-Squares Approach', dat is verschenen in de prestigieuze *Review of Financial Studies* in 2001. Het tijdschrift *Insurance: Mathematics and Economics* publiceerde in 1996 een artikel over hetzelfde onderwerp van de hand van de Canadese actuaaris Jacques Carrière. Longstaff and Schwartz verwijzen naar dit artikel, zoals het hoort, en het algoritme dat ze voorstellen bevat wijzigingen ten opzichte van het algoritme van Carrière. Desondanks kan men stellen dat de kerngedachte al in het artikel in *IME* was ontwikkeld.

Google Scholar telt ten tijde van de workshop 1252 citaties voor het artikel van Longstaff en Schwartz, en 214 voor dat van Carrière.

### Institutionele verschillen

Na deze inleidende overwegingen was het de beurt aan de zaal. Begonnen werd met het bespreken van verschillen tussen de beroepsbeoefenaars in het actuaariaat en in de financiële wiskunde. Er is onder meer een groot verschil in organisatiegraad. In vele landen bestaan er actuariële beroepsorganisaties, en er zijn internationale koepelorganisaties zoals de *Groupe Consultatif Actuariel Européen* en de *International Actuarial Association*. In sommige landen zijn er wettelijke voorschriften volgens welke bepaalde taken uitsluitend door gecertificeerde actuarissen mogen worden uitgevoerd. Er is een gedragscode voor actuarissen, en beroepsbeoefenaars die zich hier niet aan houden riskeren daarmee hun lidmaatschap van de beroepsvereniging. Er zijn internationaal vastgelegde standaarden voor de opleiding van actuarissen. In de wereld van de *financial engineers* daarentegen bestaan er wel beroepsorganisaties en zijn er beroepsopleidingsinstituten die certificaten uitreiken, maar de graad van organisatie en van standaardisatie is toch niet vergelijkbaar met die in het actuaariaat. Er is geen aparte graad voor financieel wiskundigen, en nergens ter wereld hebben financial engineers een wettelijke status.

De financial engineers die men tegenkomt bij banken en andere financiële instellingen hebben diverse achtergronden — natuurkunde, wiskunde, verschillende ingenieurswetenschappen. Ze vormen op dit punt een wat ongeregelde geheel, in vergelijking met de strak gereguleerde opleiding van actuarissen. Soms wordt hiermee ook een verschil in beroepshouding geassocieerd. Actuarissen gelden dan als conservatief, terwijl financial engineers worden gezien als een soort van goudzoekers. Zulke wijd verspreide opvattingen moeten mogelijk herzien worden naar aanleiding van gebeurtenissen in de recente kredietcrisis. Deelnemers aan de discussie in Leiden brachten in herinnering dat grote verzekeringsmaatschappijen zoals de American International Group (AIG) in de crisis even zware klappen te verduren kregen als sommige banken. Een deel van de schuld van de crisis is door een aantal commentatoren neergelegd bij het door David Li ontwikkelde Gaussische copula model; Li is een actuaaris met een opleiding van de Universiteit van Waterloo in Canada, een van de meest vooraanstaande instellingen op actuaarisch gebied ter wereld.

Regulering van de financiële sector staat als gevolg van de crisis hoog op de politieke agenda. Dit geldt zowel voor de banken als voor de verzekeringsinstellingen. De vorm van de regulering verschilt echter: voor de financiële industrie in de wereld zijn er de Basellaakkoorden, terwijl in verschillende delen van de wereld diverse systemen worden gebruikt voor het toezicht op verzekeraars, waaronder in Europa het Solvency-systeem. Het actuaariaat kent een lange traditie op het gebied van de principes en de methoden van het berekenen van het benodigde reservekapitaal.

Een accentverschil tussen financial engineers en actuarissen is dat de eerstgenoemden vaak te maken hebben met professionele tegenpartijen, terwijl actuarissen in de regel betrokken zijn bij producten die bedoeld zijn voor gebruik door individuele consumenten. De regulering van de verzekeringsindustrie is voor een deel ontworpen met het oog op de bescherming van de consumentenbelangen. Actuarissen spelen een maatschappelijke rol in het ontwerp en de implementatie van stelsels van financiële zekerheid, en daarmee hangen verantwoordelijkheden samen.

In de discussie in het Lorentz Center werd opgemerkt dat er meer gepromoveerden zijn onder financieel wiskundigen dan onder actuarissen. Ook werd opgemerkt dat aan het hoofd van een verzekeringsmaatschappij heel goed een actuaaris kan staan, terwijl de Raad van Bestuur van een bank meestal niet bestaat uit personen met een sterk kwantitatieve achtergrond. Er werd een vergelijking gemaakt met het verschil tussen een medicus en een bioloog. De actuaaris is een hogeropgeleide, maar niet met dezelfde nadruk op onderzoek als bij iemand die een promotietraject heeft gevolgd. Sommige deelnemers vroegen zich wel af of de actuariële graad geschikt is voor alle soorten functies in de financiële wereld. Kan een actuaaris een hedgefonds leiden?

### De lange termijn

Actuarissen zijn eraan gewend op lange tijdschalen te denken. Pensioencontracten bijvoorbeeld hebben implicaties die zich uitstrekken over een tijdsspanne van vijftig jaar of meer. In de bankwereld zijn de tijdschalen vaak veel korter. Terwijl actuarissen zich baseren op langlopende statistische gegevens met betrekking tot sterftecijfers en ook aandelenrendementen, richten financial engineers hun aandacht meer op de actuele marktsituatie en proberen ze uit de cijfers van vandaag informatie te halen met behulp van modellen en calibratie. Beide gezichtspunten komen in aanmerking om een rol te spelen bijvoorbeeld

in een financieel-wiskundige analyse van een onderwerp als lange-termijn portefeuillebeheer. Hoe de integratie precies zou moeten plaatsvinden is een kwestie van discussie en van onderzoek. Dit is een voorbeeld van een terrein waarop financial engineering en actuaariaat van elkaar zouden kunnen leren.

Verzekeringen worden vaak gezien als een vorm van risicodeling, terwijl financiële producten dikwijls geassocieerd worden met speculatie. Het doel van veel financiële contracten is echter eveneens het herverdelen van risico op een manier die aantrekkelijk is voor beide partijen, zodat het element van risicodeling ook in zulke contracten aanwezig is. Een verschil kan wel liggen in de aard van de betrokken risico's. Financiële risico's zijn dikwijls in hoge mate af te dekken door middel van geschikte handelsstrategieën, terwijl verzekeringsmaatschappijen traditioneel vertrouwen op de wet van de grote aantallen als een bron van risicovermindering. Om weerstand op te bouwen tegen onvermijdbare risico's en zo het vertrouwen van klanten te winnen hebben verzekeraars grote reserves opgebouwd. Banken zijn verplicht reserves aan te houden, maar concurrentiedruk zorgt voor een ingebouwde neiging om deze reserves zo klein mogelijk te houden, aangezien andere vormen van besteding van kapitaal hogere winstverwachtingen hebben.

In het verleden hebben verzekeringsmaatschappijen in veel gevallen aantrekkelijke rendementen laten zien. Is dit te danken aan de scherpe inzichten van actuarissen, of aan ruime winstmarges die mogelijk werden gemaakt door lage concurrentiedruk? Sommige deelnemers aan de discussie in Leiden meenden dat het tweede element een rol zou kunnen hebben gespeeld. Geconstateerd werd wel dat in het verleden ook in sommige financiële producten hoge marges zijn ingebouwd, maar, zo werd gezegd, de scherpte van de concurrentie in de financiële wereld is dusdanig dat financial engineers voortdurend bezig moeten blijven met het ontwik-

kelen van meer verfijnde modellen en technieken. Hieraan werd de vraag verbonden of hetzelfde ook geldt in de verzekeringsindustrie. Andere deelnemers merkten op dat actuarissen te maken hebben met vraagstukken rond bijvoorbeeld de toekomstige ontwikkeling van sterftেকansen; dit vraagt eveneens om de ontwikkeling van verfijnde technieken, ook al kunnen die verschillen van de bij financieel wiskundigen populaire methoden gebaseerd op stochastische differentiaalvergelijkingen. De technieken die ontwikkeld zijn in verband met sterftেকansen zouden ook in de financiële wereld hun toepassingen kunnen hebben, bijvoorbeeld voor de beschrijving van het voorkomen van faillissementen.

### Wisselwerkingen

In de discussie werden verschillende wisselwerkingen tussen actuaariaat en financiële wiskunde genoemd. Men kan bijvoorbeeld denken aan producten die zowel een beleggingselement bevatten als een verzekeringselement. Voorwaarden met een optie-karakter komen regelmatig voor, onder meer bij langlopende verzekeringscontracten met ingebouwde garanties voor een minimaal rendement. Gemengde producten zijn ook variabele annuïteiten, waarbij de uitbetaling afhangt van aandelenrendementen, en levensverzekeringen waarbij deelnames in een beleggingsfonds worden ingekocht. Zulke modellen vragen om geavanceerde stochastische modellen, waarbij er onder meer rekening mee moet worden gehouden dat de beweeglijkheid van aandelenkoersen in de loop van de tijd kan variëren.

Er zijn gebieden waar de actuariële wetenschappen kunnen leren van de financiële wiskunde, bijvoorbeeld met betrekking tot modellen voor de evolutie van de termijnstructuur van de rentes. Ook op het gebied van numerieke methoden is in het algemeen de ontwikkeling binnen de financiële wiskunde sneller gegaan dan binnen het actuaariaat. Bijvoorbeeld op het gebied van de prijsbepa-

ling van opties waarbij vervroegde uitoefening is toegestaan zijn weliswaar oorspronkelijke ideeën ontwikkeld in de actuariële literatuur, zoals opgemerkt door de moderator aan het begin van de discussie, maar de verdere voortgang die inmiddels heeft geleid tot efficiënte en robuuste oplossingsmethoden is toch vooral gedocumenteerd in financieel-wiskundige tijdschriften.

Expertise uit beide gebieden is nodig voor het ontwerp van securitisatieproducten zoals bijvoorbeeld obligaties waarbij de couponrente afhangt van het al dan niet voorkomen van grote verzekeringsclaims (*catastrophe bonds*). Datzelfde geldt voor de ontwikkeling van pensioenstelsels waarin belangrijke karakteristieken worden gecombineerd van het systeem waarin de uitkeringen zijn vastgelegd en het systeem waarin de premies zijn vastgelegd. Op het gebied van pensioenen speelt onder meer dat de aangeboden regeling ook voor anderen dan alleen experts begrijpelijk moet zijn. Dergelijke nevenvoorwaarden kunnen meer bekend zijn voor actuarissen dan voor financieel wiskundigen. Ook op het gebied van het gebruik van statistische methoden voor de beschrijving van sterftেকansen en faillissementskansen kunnen financial engineers te rade gaan bij actuarissen. Stochastische afhankelijkheid als bijvoorbeeld beschreven door middel van copula's speelt een belangrijke rol zowel in de financiering als in het actuaariaat; zo zouden actuarissen bijvoorbeeld betrokken kunnen zijn bij de waardering en de risicobeheersing van producten als *credit default swaps* (een vorm van kredietverzekeringen), *collateralized debt obligations* (instrumenten gebaseerd op bijvoorbeeld bundels hypotheke), en modellen voor het aanpassen van waarderingen op basis van overwegingen met betrekking tot kredietwaardigheid. Regulering is natuurlijk zowel in de bankwereld als in de verzekeringswereld een belangrijk thema.

De deelnemers aan de groepsdiscussie waren het erover eens dat het convergentieproces tussen actuaariaat en financiële wiskunde tot uitdrukking moet komen in opleidingsprogramma's. Veel universiteiten hebben al initiatieven genomen in deze richting. In de discussie werd de opvatting breed gedragen dat er sterke samenhangen bestaan tussen actuaariaat en financiële wiskunde, en dat er sprake is van een flinke overlap tussen de twee gebieden. Tegelijkertijd vonden de deelnemers dat, in ieder geval op dit moment, de twee velden nog dermate sterke eigen karakteristieken hebben dat er gesproken kan worden van onderscheiden disciplines. ◀



Foto: Rafael Matsunaga