

PROBLEMI DI CONDENSAZIONE IN UN IMPIANTO DI REFRIGERAZIONE AD EIEZIONE

Giuseppe Grazzini, Adriano Milazzo

Dipartimento di Energetica, Università di Firenze, Via di Santa Marta, 3, 50139 Firenze (Italy)

SOMMARIO

Presso il Dipartimento di Energetica dell'Università di Firenze è allestito un impianto sperimentale di refrigerazione, basato su un eiettore a vapore a due stadi, già descritto [1, 2, 3]. L'impianto è progettato per ottenere basse pressioni all'evaporatore, per cui l'ugello primario realizza un'espansione fortemente supersonica. In queste condizioni è impossibile raggiungere condizioni di equilibrio termodinamico del fluido, perciò esso viene spesso trattato come gas perfetto con parametri termodinamici costanti. A supporto di questa impostazione si può fare appello alle curve spinodali, come limite ultimo della condizione metastabile prima del cambiamento di fase [4, 5]. Questo approccio è stato seguito nei lavori precedenti e qui si mostra come le condizioni attese per l'impianto siano effettivamente lontane dalle curve spinodali.

D'altro canto, l'espansione modellata con le relazioni dei gas perfetti porta a risultati poco verosimili. Inoltre, le caratteristiche termodinamiche dell'acqua in condizioni metastabili sono da valutare con attenzione: a tal fine è stata introdotta nel modello di calcolo dell'eiettore una serie di relazioni prese da letteratura [6].

In parallelo, si è considerata la trattazione classica della nucleazione omogenea, che prende le mosse dallo studio di ugelli e turbine a vapore operanti con vapore sottoraffreddato e mette in conto l'effetto della tensione superficiale e dello scambio termico sulla formazione e l'accrescimento delle gocce. In base a riferimenti di letteratura aggiornati [7], si è calcolata la velocità di nucleazione, mostrando che essa ha luogo nella gola dell'ugello. Considerando che la fase liquida finemente dispersa offre un'eccellente interfaccia per la condensazione, è verosimile il rapido stabilirsi di condizioni prossime all'equilibrio termodinamico. Si è quindi costruito un modello dell'espansione con vapore saturo, per valutare la massima quantità di condensa e le condizioni di uscita dall'ugello. Tali dati forniscono indicazioni utili per una riprogettazione dell'ugello.

1. INTRODUZIONE

Gli impianti frigoriferi ad eiezione rappresentano una opzione che riscuote rinnovato interesse tra le molte possibili per un sistema tritermico [8]. Sostituire il compressore meccanico di un impianto frigorifero con un eiettore appare indubbiamente interessante, essendo quest'ultimo privo di parti in movimento ed esente da necessità di lubrificazione. In un eiettore gli organi mobili sono sostituiti da una corrente di fluido in moto, che crea una depressione e trascina una seconda corrente verso un ambiente a pressione intermedia. Il concetto dell'eiettore è assolutamente consolidato e le realizzazioni pratiche sono diffuse in molti settori. Nel caso delle applicazioni frigorifere, il fluido trascinato è quello proveniente dall'evaporatore, ove si ha la pressione minima del sistema; il fluido motore, di identica composizione, è prodotto in un apposito generatore di vapore. Una volta conseguito l'effetto di aspirazione, le due correnti si mescolano e decelerano, recuperando pressione sino a portarsi alle condizioni del condensatore.

Nell'ottica della realizzazione di un sistema tritermico, il criterio che guida l'ottimizzazione e la valutazione del sistema non è tanto la minimizzazione del calore assorbito alla sorgente calda, quanto piuttosto la possibilità di sfruttare sorgenti a temperatura più bassa possibile. Emblematico in tal senso è il caso del "solar cooling" effettuato con bassi (o

addirittura nulli) livelli di concentrazione, oppure il caso della trigenerazione con rete di distribuzione ad acqua calda. Proprio in queste applicazioni, secondo gli autori, gli impianti ad eiezione potrebbero fornire risultati interessanti, a fronte di un cospicuo lavoro di ricerca e sviluppo.

L'obiettivo di sfruttare sorgenti termiche a bassa temperatura suggerisce di limitare al minimo indispensabile il surriscaldamento al generatore di vapore, o addirittura di far espandere vapore saturo. In tal modo si ha vapore condensante nell'eiettore, a meno di non usare fluidi con curva limite superiore inclinata verso le entropie decrescenti sul piano Ts. Peraltro, la citata assenza di organi mobili fa sì che l'eiettore non soffra significativamente per la presenza di gocce di condensa (almeno sinché queste hanno dimensioni tanto piccole da essere trascinate a velocità prossima a quella del vapore), come mostrato dai settori di applicazione in cui gli eiettori sono utilizzati per flussi bifase.

Alla luce di queste considerazioni, l'impianto frigorifero sperimentale da 5 kW del Laboratorio di Fisica Tecnica del Dipartimento di Energetica di Firenze è stato concepito per operare con vapore d'acqua a pressione ambiente o poco superiore, surriscaldato di pochi gradi rispetto alla saturazione.

La scelta dell'acqua come fluido operante è dettata da ovvie considerazioni di costo, semplicità e assenza di impatti ambientali di qualsiasi natura. Naturalmente tale scelta comporta delle penalizzazioni in termini di temperature

minime all'evaporatore, di volumi specifici al condensatore e di pressioni molto basse in molti organi dell'impianto. Inoltre, la curva limite superiore dell'acqua è relativamente poco inclinata, per cui una espansione isentropica si inoltra decisamente all'interno della zona di saturazione.

La discussione appena condotta sembra contraddetta dai precedenti lavori [1, 2, 3] ove è stata descritta la modellazione e ottimizzazione del sistema in parola. Infatti in tali lavori è stato sistematicamente modellato il fluido come gas perfetto. Peraltro, tale schematizzazione è comune alla maggior parte della letteratura sugli eiettori [9, 10, 11], ivi compresi i sistemi ad acqua. La giustificazione di tale apparente contraddizione risiede nel fatto che i fenomeni che hanno luogo negli eiettori si completano in tempi molto brevi, per cui si può ritenere che il fluido non possa cambiare di stato e raggiungere la condizione di equilibrio, ma permanga in condizioni metastabili. Pertanto, scelti opportunamente i parametri termodinamici che descrivono il fluido, questi vengono normalmente ritenuti costanti lungo tutte le trasformazioni.

Una indicazione sui limiti di permanenza del fluido in condizioni metastabili è offerta dalle cosiddette "curve spinodali", che nel seguito verranno tracciate per l'acqua nel campo d'interesse per l'applicazione in parola. A tale approccio verrà poi contrapposta un'analisi più dettagliata, mutuata dalla letteratura sulle turbine a vapore. Come si vedrà, i risultati sono sorprendentemente contraddittori.

2. DESCRIZIONE DELL'EIETTORE.

L'eietto di cui si tratta nel presente lavoro fa parte di un sistema frigorifero sperimentale alimentato, per comodità di utilizzo, da un generatore di vapore elettrico. L'evaporatore opera in modalità "flash" sulla stessa acqua che alimenta l'utenza: questa viene prelevata dal fondo dell'evaporatore da una pompa di circolazione e ritorna dall'utenza all'evaporatore tramite una valvola di laminazione. L'obiettivo di progetto è quello di avvicinarsi per quanto possibile al punto triplo dell'acqua.

Il condensatore è uno scambiatore a piastre, raffreddato con acqua proveniente da una torre evaporativa. La condensa viene in parte prelevata da una pompa di estrazione che la invia al generatore ed in parte viene riportata all'evaporatore tramite una valvola.

Visto l'elevato valore del rapporto di compressione, cioè del rapporto tra la pressione al condensatore e quella all'evaporatore, si è previsto un eietto a due stadi. La portata prelevata all'evaporatore (portata secondaria) viene accelerata da un primo flusso di vapore proveniente dal generatore (portata primaria del primo stadio). I due flussi attraversano quindi una prima camera di miscelamento. All'uscita di quest'ultima si ha un ulteriore percorso dal vapore proveniente dal generatore (portata primaria del secondo stadio), che effettua un ulteriore trascinamento sulla portata miscelata uscente dal primo stadio.

La particolarità dell'eietto qui descritto è quella di avere un secondo stadio a flusso invertito (Fig. 1): mentre nel primo stadio la portata primaria giunge da un ugello supersonico centrale e quella secondaria attraversa il condotto anulare individuato dall'ugello primario e dall'imbocco della camera di miscelamento, nel secondo stadio la portata primaria giunge da una feritoia anulare opportunamente sagomata. In tal modo si evita di dover rallentare il flusso miscelato uscente dal

primo stadio in un diffusore prima di immetterlo al secondo stadio. L'unico diffusore del sistema è quello al termine della camera di miscelamento del secondo stadio, con evidente risparmio di ingombri, costi e perdite di carico.

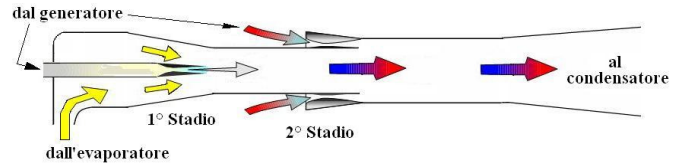


Fig. 1 – Sezione schematica dell'eietto bistadio

Riguardo alla condensazione del vapore, il componente più critico è l'ugello primario del primo stadio, ove il vapore giunge praticamente saturo e percorre un'espansione relativamente lunga, interessando zone caratterizzate, in condizioni di equilibrio, da umidità del vapore non trascurabile. Si riportano di seguito le caratteristiche dell'ugello, che da ora innanzi costituirà l'oggetto dell'analisi:

- Sezioni: ingresso $\Omega_0=7.13 \cdot 10^{-3} \text{ m}^2$; gola $\Omega_c=2.79 \cdot 10^{-5} \text{ m}^2$, uscita $\Omega_x=7.65 \cdot 10^{-4} \text{ m}^2$,
- Lunghezza: $L = 0.231 \text{ m}$

L'ugello è stato discretizzato tramite una griglia monodimensionale con 101 nodi, aventi passo gradualmente crescente verso la gola e decrescente a valle di essa. In Fig. 2 sono mostrati gli andamenti del raggio e della sezione.

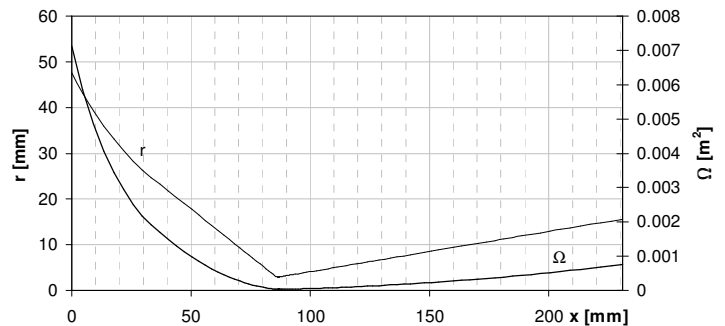


Fig. 2 – Profilo ed area dell'ugello primario del 1° stadio

Il fluido è stato assunto alle condizioni tipiche di uscita dal generatore di vapore, cioè saturo a temperatura $T_0 = 377.15 \text{ K}$ e pressione $p_0 = 116.78 \text{ kPa}$.

3. COSTRUZIONE DELLE CURVE SPINODALI

Le curve spinodali possono essere viste come una conseguenza del modello dei gas di Van der Waals. L'equazione di stato di Van der Waals

$$\left(p + \frac{a}{v^2} \right) (v - b) = RT \quad (1)$$

può essere scritta nella forma:

$$v^3 - \left(b + \frac{RT}{p}\right)v^2 + \frac{a}{p}v - \frac{ab}{p} = 0 \quad (2)$$

mostrando che, per certi valori di p e T , possono esserci 3 valori di v . Questo avviene al di sotto del punto critico, le cui coordinate sono correlate alle costanti a , b e R come segue:

$$p_c = \frac{a}{27b^2}, \quad v_c = 3b, \quad RT_c = \frac{8a}{27b} \quad (3)$$

Gli stati sulle isoterme di Van der Waals tra le curve limite appaiono lontani dal comportamento di equilibrio dei fluidi reali. Tuttavia, alcuni di questi stati possono effettivamente essere raggiunti in condizioni metastabili [4, 5, 12]. Ciò è vero per i segmenti di isoterma compresi tra la curva limite superiore ed il massimo e tra la curva limite inferiore e il minimo. Di contro, i segmenti di isoterma compresi tra il minimo ed il massimo sono caratterizzati da $(\partial p / \partial v)_T > 0$, che rappresenta una condizione instabile [5]. Pertanto, il luogo dei massimi e dei minimi rappresenta il confine tra le due aree metastabili (ai lati) e quella instabile (al centro).

Sfortunatamente, l'equazione di Van der Waals è una mediocre approssimazione del comportamento dei fluidi reali. Per esempio, se i coefficienti a , b ed R sono calcolati mediante le Eq. (3), i dati calcolati a basse temperature risultano assai lontani dalla realtà.

L'equazione di Van der Waals Eq. (2), come mezzo per costruire le curve spinodali, può essere migliorata, ad esempio adattando i coefficienti a , b ed R alle varie temperature.

Se l'analisi è focalizzata sulla zona del vapor saturo, un primo adattamento può essere l'imposizione del passaggio dell'isoterma attraverso le curve limite proprio al valore della pressione di saturazione che compete alla data temperatura. Questo fornisce due condizioni:

$$p_s = \frac{RT_s}{(v_l - b)} - \frac{a}{v_l^2} = \frac{RT_s}{(v_v - b)} - \frac{a}{v_v^2}, \quad (4)$$

Un terzo vincolo è ottenibile dalla "condizione di Maxwell" [5], cioè l'annullarsi del lavoro per il ciclo termodinamico compreso tra l'isoterma di Van der Waals e la linea di vaporizzazione a pressione costante. Ciò significa che le due aree tra l'isobara $p = p_s$ e l'isoterma a forma di S di Van der Waals devono essere uguali. Pertanto:

$$\int_{v_l}^{v_v} \left[\frac{RT_s}{(v-b)} - \frac{a}{v^2} - p_s \right] dv = 0 \quad (5)$$

che integrata dà:

$$RT_s \ln \left(\frac{v_v - b}{v_l - b} \right) = \left(p_s + \frac{a}{v_l v_v} \right) (v_v - v_l) \quad (6)$$

La soluzione delle Eq. (4) e (6) dà:

$$\frac{v_l - b}{v_l} \left[\frac{v_v - b}{v_v - v_l} \ln \left(\frac{v_v - b}{v_l - b} \right) - 1 \right] = \frac{2v_v - v_l}{v_l + v_v} \quad (7)$$

$$a = \frac{v_l^2 v_v^2}{(v_l - b)(v_v + v_l) - v_l^2} p_s \quad (8)$$

$$R = \left(p_s + \frac{a}{v_l^2} \right) \frac{(v_l - b)}{T_s} \quad (9)$$

I massimi e i minimi delle isoterme sono dati da:

$$0 = \frac{dp}{dv} = - \frac{RT}{(v-b)^2} + \frac{2a}{v^3} \quad (10)$$

cioè:

$$v^3 - \frac{2a}{RT} v^2 + \frac{4ab}{RT} v - \frac{2ab^2}{RT} = 0 \quad (11)$$

Dati per l'acqua a temperature sino a -60°C sono disponibili ad esempio in [13]. Da questi dati sono state ricavate le isoterme di Van der Waals mostrate in Fig. 3, ove è anche riportata la curva spinodale (linea tratto-punto) per la fase vapore metastabile.

Ovviamente, le isoterme così tracciate non sono rappresentative del comportamento reale del vapore fuori dalla zona di saturazione. Inoltre tale risultato deve essere visto come limite ultimo per il comportamento metastabile del vapore.

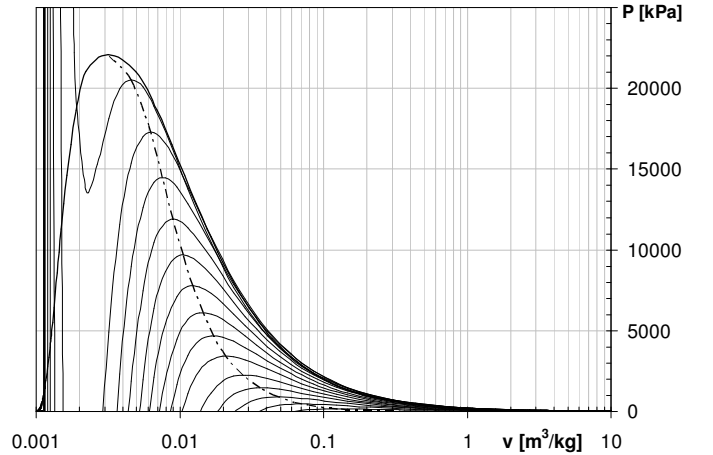


Fig. 3 – Curva spinodale per l'acqua

4. MODELLIZZAZIONE DELL'ESPANSIONE

L'espansione in un ugello supersonico può essere modellata assumendo la conservazione della entalpia totale. Per la parte convergente dell'ugello si ha:

$$c_c^2 = c_0^2 + 2(h_0 - h_c) \quad (12)$$

La conservazione della massa dà:

$$c_0 = \frac{Mv_0}{\Omega_0} = \frac{\Omega_c}{\Omega_0} \frac{v_0}{v_c} c_c \quad (13)$$

Sostituendo nell'Eq. (12) si ha la velocità nella sezione critica:

$$c_c = [2(h_0 - h_c)]^{1/2} \left(1 - \frac{\Omega_c v_0}{\Omega_0 v_c}\right)^{-1} \quad (14)$$

Di norma la sezione critica è molto più piccola di quella di ingresso e quindi il secondo termine nella parentesi più a destra è trascurabile. Le condizioni critiche si ottengono in corrispondenza del massimo della portata specifica:

$$\left[\frac{\partial(c/v)}{\partial(p/p_0)} \right]_{\Omega_c} = 0 \quad (15)$$

4.1 Modellazione con gas perfetto

Nel caso di un gas perfetto, assumendo una espansione isentropica, il volume specifico è legato alla pressione da:

$$\frac{v}{v_0} = \left[\frac{p_0}{p} \right]^{1/k} \quad (16)$$

ove k è il rapporto dei calori specifici. L'approccio più semplice è quello di considerare un valore costante di k lungo l'intera espansione, come è stato fatto comunemente in letteratura [9, 10, 14].

Per un flusso adiabatico reversibile in un condotto fisso orizzontale si ha:

$$c dc + v dp = 0 \quad (17)$$

Sostituendo il volume specifico trovato con l' Eq. (16) si può integrare e calcolare il rapporto c/v in funzione di p .

$$\frac{c}{v} = \sqrt{\frac{2k}{k-1} \frac{p_0}{v_0} \left[\left(\frac{p}{p_0} \right)^{2/k} - \left(\frac{p}{p_0} \right)^{\frac{k+1}{k}} \right]} \quad (18)$$

Annullando la derivata prima di tale espressione si ha la condizione critica:

$$\frac{p^*}{p_0} = \left(\frac{2}{k+1} \right)^{\frac{k}{k-1}}; \quad c^* = \sqrt{\frac{2k p_0 v_0}{k+1}}; \quad v^* = \left(\frac{k+1}{2} \right)^{\frac{1}{k-1}} v_0 \quad (19)$$

da cui la portata in massa:

$$M = \Omega_c \sqrt{\left(\frac{2}{k+1} \right)^{\frac{k+1}{k-1}} k \frac{p_0}{v_0}} \quad (20)$$

Nota la portata in massa, si può calcolare la pressione in qualsiasi sezione risolvendo l'equazione:

$$\left(\frac{p}{p_0} \right)^{\frac{2}{k}} - \left(\frac{p}{p_0} \right)^{\frac{k+1}{k}} = \frac{2k-1}{2k} \frac{v_0}{p_0} \left(\frac{M}{\Omega} \right)^2 \quad (21)$$

L'equazione (16) dà il volume specifico. Temperatura e

velocità possono essere calcolate con l'equazione dell'energia.

Nel caso in esame si sono assunti:

- Calore specifico a pressione costante $c_p = 2059 \text{ J kg}^{-1} \text{ K}^{-1}$
- Rapporto tra i calori specifici $k = 1.336$

Si ottengono così i parametri critici $p^* = 62.97 \text{ kPa}$ e $c^* = 441 \text{ m s}^{-1}$. La portata è $M = 5.32 \cdot 10^{-3} \text{ kg s}^{-1}$. I risultati in termini di pressione, velocità, numero di Mach e temperatura lungo l'ugello sono mostrati in Fig. 4, insieme ai risultati di altre modellazioni di cui si dirà in seguito.

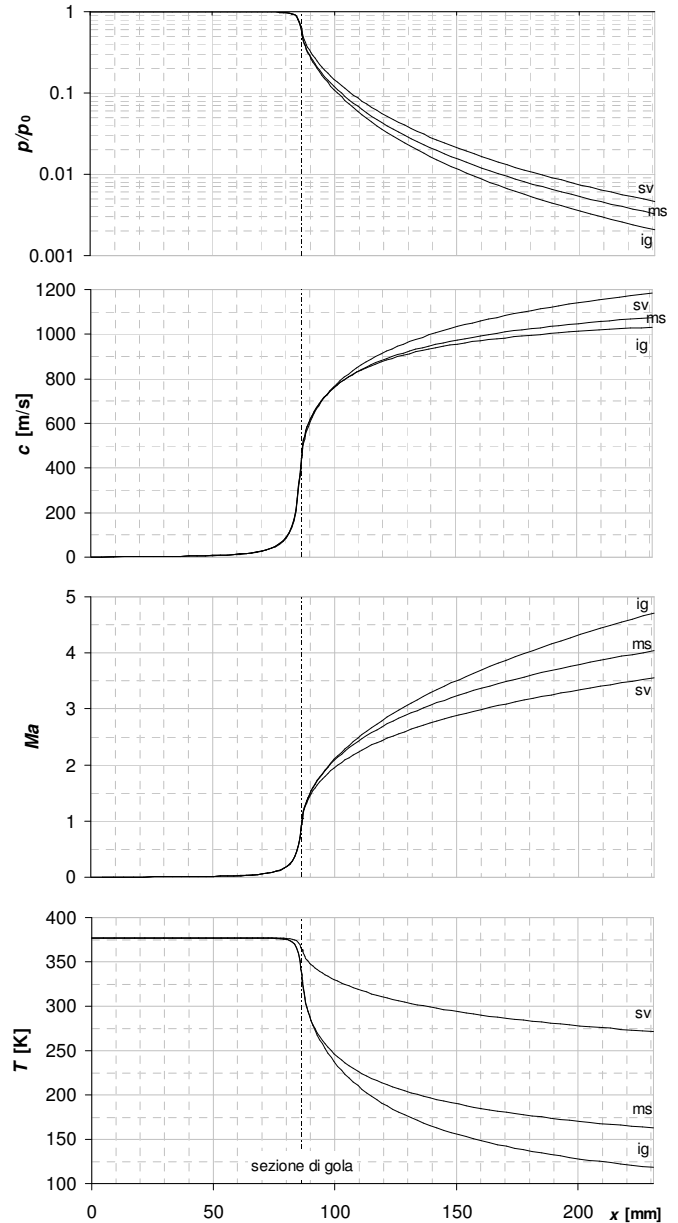


Fig. 4 – Espansione calcolata con diversi modelli:

ig = gas perfetto ms = metastabile
sv = vapor saturo

Come si vede, la temperatura all'uscita dall'ugello è molto bassa. I risultati risentono poco di piccole variazioni nei valori assunti per c_p e k .

I risultati sono confrontati in Fig. 5 con la curva spinodale

calcolata in precedenza. Purtroppo i dati disponibili non consentono di prolungare la curva spinodale sino alle pressioni d'interesse. Comunque la direzione del tratto di spinodale tracciato sembra indicare che l'espansione non può intersecare la curva spinodale e si mantiene a distanza tale da garantire la permanenza del vapore nella zona metastabile

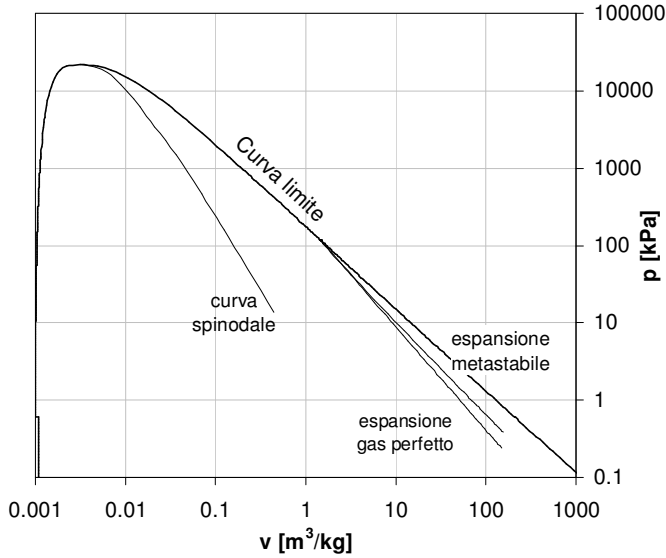


Fig. 5 – Confronto tra espansione e curva spinodale

4.2 Modellazione con fluido metastabile

Una schematizzazione più accurata del gas può essere ottenuta facendo riferimento ai dati e alle correlazioni rese disponibili dall'IAPWS, dettagliatamente descritti ad esempio in [6]. Tali correlazioni sintetizzano mediante interpolazioni multi-parametriche grandi quantità di dati sperimentali, consentendo accurate stime delle proprietà termodinamiche.

Tutti i parametri di rilievo sono scritti in termini di potenziale di Helmholtz adimensionalizzato:

$$\frac{f}{RT} = \phi^i(\delta, \tau) + \phi^r(\delta, \tau) \quad (22)$$

che a sua volta è espresso in funzione della densità e della temperatura ridotte, $\delta = \rho/\rho_c$ e $\tau = T_c/T$. $\rho_c = 322 \text{ kg m}^{-3}$ e $T_c = 647.096 \text{ K}$ sono i parametri critici dell'acqua, mentre $R = 461.52 \text{ J kg}^{-1} \text{ K}^{-1}$ è la costante di gas ideale.

Il potenziale di Helmholtz si compone di due contributi: ϕ^i (parte ideale) e ϕ^r (parte residua relativa al comportamento reale del gas). Le espressioni complete di tali contributi, con tutte le costanti richieste dal modello, sono dati in [6].

Calcolati ϕ^0 e ϕ^r , le relazioni:

$$\begin{aligned} \frac{p}{\rho RT} &= 1 + \delta \phi_\delta^r \\ \frac{h}{RT} &= 1 + \delta \phi_\delta^r + \tau (\phi_\tau^i + \phi_\tau^r) \end{aligned} \quad (23)$$

$$\frac{s}{R} = \tau (\phi_\tau^i + \phi_\tau^r) - \phi^i - \phi^r$$

danno i valori delle proprietà incognite. Nelle Eq. (23), ϕ_δ e ϕ_τ sono le derivate di ϕ rispetto a δ e τ .

L'espansione nell'ugello in esame è stata analizzata con una procedura basata sulla conservazione della massa, della quantità di moto e dell'energia simile a quella descritta al paragrafo 4.1, ma senza le semplificazioni consentite dall'assunzione di gas perfetto.

I risultati in termini di pressione, velocità, numero di Mach e temperature sono mostrati nella figura 4, ove si notano le differenze rispetto al modello con gas perfetto a parità di condizioni iniziali. In particolare si nota che il modello di gas metastabile fornisce valori più elevati di temperatura e di pressione. Si può dunque concludere che tale modellazione conferma quanto previsto dal modello a gas perfetto, dando luogo ad una linea d'espansione spostata verso l'alto e verso destra, come mostrato in figura 4, e quindi ancora più lontana dalla curva spinodale.

Si ritiene tuttavia poco significativo tale confronto, essendo la curva spinodale ricavata con un modello del gas troppo sproporzionato, in termini di accuratezza, con quello del vapore metastabile. Pertanto, al paragrafo successivo, si cercherà di approfondire l'analisi della condensazione e della sua previsione.

5. PREVISIONE DEL CAMBIAMENTO DI FASE

I cambiamenti di fase reali avvengono sempre in condizioni di non equilibrio: l'inizio del processo di condensazione (linea di Wilson) ha luogo dopo che il vapore è stato raffreddato al di sotto della temperatura di saturazione che compete alla sua pressione.

Si parla di nucleazione omogenea quando minute gocce di liquido vengono prodotte all'interno del vapore, in contrapposizione alla nucleazione eterogenea, nella quale la condensazione avviene su superfici estranee al fluido come particelle sospese o le pareti del condotto. Nelle condizioni usuali di un ugello (ed anche di una turbina a vapore), la superficie del condotto è insufficiente a consentire lo scambio delle quantità di calore necessarie alla condensazione; si ipotizza poi che il vapore sia relativamente esente da contaminanti atti a fungere da nuclei di condensazione. Pertanto l'analisi sarà limitata alla sola nucleazione omogenea.

Nella Teoria della Nucleazione (CNT), la fase vapore è modellata come gas ideale e la fase liquida è assunta incompressibile. Il liquido in una goccia di raggio r immerso in un vapore a pressione p_v ha una pressione più elevata:

$$p_l = p_v + \frac{2\sigma}{r} \quad (24)$$

a causa della tensione superficiale σ . La valutazione della tensione superficiale è un aspetto critico per l'accuratezza dei risultati e dovrebbe tener conto del piccolo raggio di curvatura della superficie delle gocce. In questa sede, σ è stato calcolato secondo la formulazione IAPWS [15]:

$$\begin{aligned} \sigma &= 235.8 t^{1.256} (1 - 0.625 t) \\ \text{con } t &= 1 - T/T_c. \end{aligned} \quad (25)$$

All'equilibrio, il potenziale chimico della fase liquida e di quella solida devono essere uguali. Questo dà una relazione tra le due pressioni nella forma:

$$p_v = p_s(T_v) \exp\left\{\frac{v_l [p_l - p_s(T_v)]}{RT_v}\right\} \quad (26)$$

ove $p_s(T_v)$ è la pressione di saturazione alla temperature del vapore T_v e p_l è dato dalla Eq. (24). L'equazione (26) può essere usata per trovare un valore di equilibrio del raggio delle gocce: aggregazioni casuali di molecole con raggio al di sotto del valore di equilibrio sono instabili. Quando il raggio in un aggregato raggiunge r^* (raggio critico), l'aggregato subisce la transizione di fase e diviene una goccia (di dimensioni sub-micrometriche). A causa del cambiamento di fase, la goccia rilascia calore verso la circostante fase gassosa, con conseguente riduzione del sottoraffreddamento e recupero di pressione. Il sistema bi-fase evolve così verso la ricostituzione dell'equilibrio termodinamico.

Il raggio critico è stato calcolato lungo l'espansione nell'ugello in esame, usando i profili di pressione e temperatura calcolati dal modello del vapore metastabile, secondo la relazione [7]:

$$r^* = \frac{2\sigma T_s}{\rho_l h_{l-v} (T_s - T_v)} \quad (28)$$

ove h_{l-v} è il calore latente di evaporazione. L'equazione (28) mostra chiaramente la dipendenza del raggio critico dal livello di sottoraffreddamento definito come differenza tra la temperatura locale e quella di saturazione:

$$\Delta T = T_s - T_v \quad (29)$$

I risultati sono mostrati in Fig. 6. Il raggio critico decresce lungo la parte convergente dell'ugello e crolla a valori molto bassi nella gola, ove il sottoraffreddamento supera i 30°C.

La probabilità di trovare nella fase gassosa un aggregato di particelle di dimensioni critiche aumenta al diminuire delle suddette dimensioni. Pertanto si può dedurre che esiste il rischio di condensazione nell'ugello in parola e la sezione critica in tal senso è proprio la gola.

Allorché si stabiliscono le condizioni per la nucleazione, è importante valutare il numero delle gocce effettivamente formate. La nucleazione ha luogo in una zona di spazio molto limitata ed è seguita dall'accrescimento delle gocce dovuto alla condensazione sulla loro superficie. Tale superficie è molto estesa, visto l'elevato rapporto superficie/volume della fase liquida finemente dispersa. Le gocce hanno anche elevati coefficienti di scambio, che garantiscono la possibilità di rilascio del calore latente di condensazione verso la fase gassosa circostante. La piccola dimensione delle gocce, di norma non superiore a 0.1 μm , porta ad escludere il moto relativo tra la fase liquida e quella gassosa, per cui sono poco probabili anche fenomeni di rottura o coalescenza tra le gocce.

La Teoria della Nucleazione fornisce una espressione per la velocità di nucleazione (J), cioè il numero di nuclei di condensa formati nell'unità di tempo in un volume unitario di fluido. I nuclei appena formati hanno raggio uguale al valore critico. Una discussione dettagliata sulla definizione e sul significato della velocità di nucleazione J è riportata ad esempio in [12]. Una rassegna delle correzioni e dei miglioramenti apportati negli anni alla Teoria della Nucleazione è reperibile in [16].

In questa sede è stata usata una formulazione ripresa da Kermani e Gerber [7]:

$$J = \frac{1}{1+\eta} \left(\frac{2\sigma}{\pi m^3}\right)^{1/2} \frac{\rho_v^2}{\rho_l} \exp\left[-\frac{4\pi(r^*)^2\sigma}{3K_B T_v}\right] \quad (30)$$

ove m è la massa di una molecola (cioè la massa molare divisa per il numero di Avogadro N_A), $K_B = R_u / N_A$ è la costante di Boltzmann ed η è un fattore di correzione apportato alla formulazione CNT per migliorare l'accordo con i dati sperimentali:

$$\eta = 2 \frac{k-1}{k+1} \frac{h_{l-v}}{RT_v} \left(\frac{h_{l-v}}{RT_v} - \frac{1}{2}\right) \quad (31)$$

Il valore di J è stato calcolato lungo l'ugello (Fig. 7), confermando l'esistenza di nucleazione nella gola. Il valore di J è molto basso quando la nucleazione è improbabile e balza a valori molto elevati quando diviene probabile. La forma esponenziale dell'Eq. (30) amplifica il cambiamento brusco del diametro critico visto in Fig. 6.

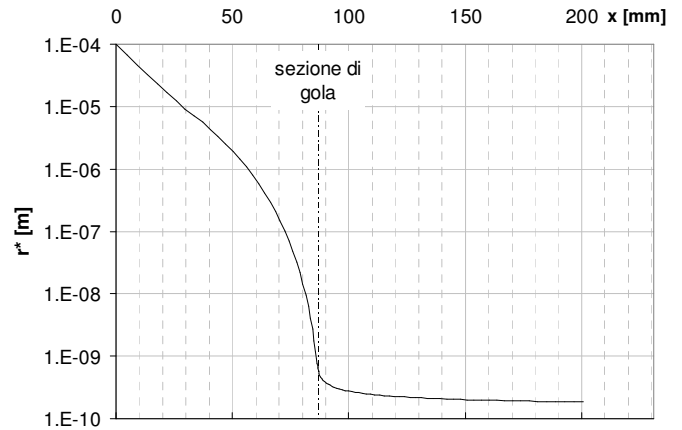


Fig. 6 – Andamento del raggio critico lungo l'espansione

Formatosi un congruo numero di nuclei, su di essi si ha condensazione e la frazione di liquido cresce bruscamente. L'apporto di calore latente aumenta la temperatura e causa un aumento di pressione subito a valle della gola.

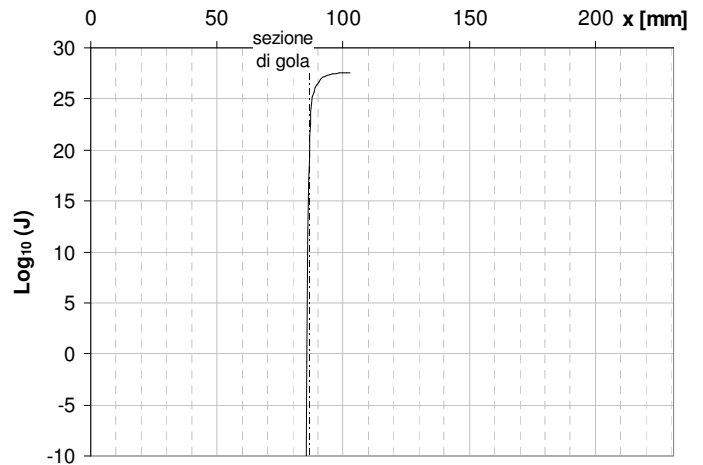


Fig. 7 – Velocità di nucleazione nella zona della gola

In Fig. 7 la curva di J è stata troncata dopo il tratto verticale, perchè non è stata modellata in alcun modo la condensazione del liquido sui nuclei e quindi non si ha una valutazione delle nuove condizioni del fluido a valle della nucleazione.

Gyarmathy [17] ha calcolato il massimo sottoraffreddamento ottenibile per un dato stato iniziale in funzione della velocità di espansione:

$$\dot{P} = -(1/p)(dp/dt) \quad (32)$$

Ha così ottenuto valori di ΔT che variano tra 22-25°C per $\dot{P} = 10 \text{ s}^{-1}$ e 35-45°C per $\dot{P} = 5 \cdot 10^4 \text{ s}^{-1}$. Nell'ugello in esame, si hanno valori di \dot{P} maggiori di 10^5 nella sezione di gola, per cui sono da attendersi elevati valori di sottoraffreddamento. Tuttavia, 1 millimetro dopo la sezione di gola, il sottoraffreddamento raggiunge i 45°C, mentre la velocità di espansione diminuisce.

La coincidenza della zona di nucleazione con la gola dell'ugello è un risultato rilevante che deve essere considerato con la massima attenzione. E' stato infatti mostrato [16, 18] che, se la condensazione ha luogo in prossimità della sezione di gola, il brusco ristabilirsi di condizioni di equilibrio può decelerare il flusso a valori sonici, causando condizioni di flusso oscillanti ed instabili che sono dannose per il sistema e difficili da modellare.

Per avere una prima valutazione delle quantità di vapore condensato all'interno dell'ugello e dell'effetto della condensazione sulle condizioni di uscita nel paragrafo seguente verrà condotta un'ulteriore simulazione del funzionamento dell'ugello postulando che punto per punto il fluido sia nello stato di equilibrio. Ovviamente questa posizione ha valore di caso limite e serve unicamente per costruire l'altro estremo del campo di variabilità del sistema, in contrapposizione alla modellazione con gas perfetto.

6. MODELLO CON VAPORE SATURO

Il modello presentato al paragrafo 4.2, ancorché accurato e documentato, non può dare alcuna informazione sul cambiamento di fase. D'altro canto sono ampiamente disponibili librerie di calcolo atte a fornire tutti i parametri termodinamici di una varietà di fluidi, fra cui ovviamente l'acqua, che possono essere inserite in un modello quale quello in oggetto. Purtroppo, di norma, tali librerie non coprono il campo al di sotto del punto triplo. Poiché le precedenti valutazioni suggeriscono temperature ben più basse nell'ultima parte dell'espansione, si è dovuto far ricorso ai dati ASHRAE [13] già utilizzati per la costruzione delle curve spinodali.

Nel caso del vapore saturo, la relazione tra pressione e volume non può essere scritta in forma chiusa. Se l'espansione è isentropica, il titolo del vapore ad una qualsiasi temperatura T è:

$$x = \frac{s - s_l(T)}{s_v(T) - s_l(T)} \quad (33)$$

Dal titolo x si possono ricavare tutte le grandezze termodinamiche e si può quindi tracciare una linea ad entropia costante sul diagramma di stato. Lungo tale linea si può

calcolare il rapporto c/v , il cui massimo deve coincidere con la sezione minima dell'ugello.

Le condizioni iniziali sono ancora le stesse impiegate nella modellazione a gas perfetto. I valori critici per il vapore saturo sono $p^* = 67.56 \text{ kPa}$

$$\text{e } c^* = 428 \text{ m s}^{-1}.$$

$$\text{La portata in massa è } M = 5.06 \cdot 10^{-3} \text{ kg s}^{-1}.$$

Nota la portata in massa, si possono calcolare le condizioni in ciascuna sezione risolvendo le equazioni di continuità e di conservazione dell'energia. I risultati in termini di pressione, velocità, numero di Mach e temperatura sono confrontati con quelli calcolati in precedenza nella Fig. 4.

Il risultato più eclatante è quello relativo alla temperatura di uscita, pari a 271.5 K contro i 118.3 K calcolati considerando il gas perfetto. Tale differenza è dovuta al calore di condensazione, che fornisce un contributo energetico significativo, anche se il liquido condensato è percentualmente relativamente poco.

La velocità di uscita è leggermente più elevata, per effetto dell'aumento di volume specifico che consegue all'incremento di temperatura.

Per evidenziare le differenze in termini di pressione è stata costruita la Fig. 8, ove le pressioni calcolate usando vapore saturo e gas perfetto sono state divise per quella calcolata con il modello metastabile. Si nota così che il modello a gas perfetto tende a sottostimare la pressione di uscita dall'ugello, mentre quello a vapore saturo tende a sovrastimarla.

Tuttavia, il risultato più importante della modellazione a vapore saturo è il titolo del vapore in uscita, che risulta, nelle condizioni in parola, $x = 0.79$. Questo valore dà la misura della massima quantità di liquido che condensa nell'ugello.

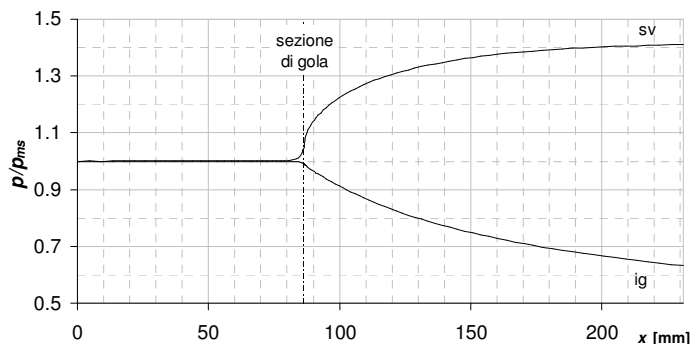


Fig. 8 – Confronto tra pressioni del gas perfetto (ig) e del vapore saturo (sv).

7. CONCLUSIONI

Alla luce di tutto quanto emerso nei paragrafi precedenti, si possono trarre le seguenti conclusioni:

- La curva spinodale, considerata in letteratura come limite ultimo per il comportamento metastabile di un fluido in passaggio di stato, nel caso in esame fornisce risultati fuorvianti, visto che anche stati piuttosto lontani dalla curva spinodale possono dar luogo a condensazione.
- La schematizzazione del fluido come gas perfetto ha l'indubbio vantaggio di fornire relazioni algebriche semplici per il dimensionamento dell'ugello, ma porta a risultati poco plausibili, perchè trascura il contributo della condensazione il cui apporto di calore può cambiare

completamente l'andamento della trasformazione. I valori calcolati con le relazioni del gas perfetto possono essere considerati un limite inferiore per la pressione e temperatura di fine espansione.

- Una schematizzazione più accurata del comportamento del vapore in zona metastabile è quella riportata da Wagner e Pruss [6]. Essa può essere presa a riferimento e facilmente implementata in un modello mono-dimensionale, almeno sino a che non si ha condensazione.
- La Teoria della Nucleazione è un altro strumento relativamente consolidato, che è normalmente impiegato nell'analisi delle turbine a vapore e può fornire indicazioni affidabili in un caso più semplice, come l'ugello di un eiettore. Permangono alcune difficoltà legate alla difficoltà di schematizzazione del comportamento della fase liquida su scale spaziali molto piccole (tensione superficiale, coefficiente di scambio termico), che vengono risolte con coefficienti correttivi da verificare sperimentalmente.
- I risultati dell'applicazione della Teoria della Nucleazione al caso specifico dell'eiettore montato presso il nostro laboratorio permettono di affermare con sufficiente certezza che la condensazione ha effettivamente luogo nell'ugello primario del primo stadio, in particolare nella zona immediatamente a valle della sezione di gola. I risultati ottenuti sono in linea con quanto riportato nella letteratura di derivazione sperimentale per analoghi valori di velocità di espansione.
- Per avere un'idea dell'effetto della condensazione, si può costruire l'espansione del vapore saturo in condizioni di equilibrio, in modo da calcolare rapidamente il limite superiore della temperatura e del grado di umidità nelle sezioni successive alla condensazione.
- Il fatto che la condensazione avvenga così vicino alla sezione di gola, come suggerito da alcuni autori, desta forti preoccupazioni per quanto riguarda la stabilità del funzionamento dell'ugello supersonico. E' opportuno pertanto riconsiderare il disegno e le condizioni operative dell'ugello, con l'obiettivo di spostare la condensazione verso zone più a valle.
- Problemi analoghi a quelli appena descritti si avrebbero con altri fluidi di interesse frigorifero, come l'ammoniaca. Viceversa, l'utilizzo di fluidi sintetici con curva limite superiore inclinata verso le entropie decrescenti consentirebbe di realizzare una espansione completamente esente da condensazione.

Visto che si stanno rendendo disponibili fluidi innovativi, che contemperano le buone prestazioni con limitati impatti ambientali, in parallelo all'acquisizione di strumenti di calcolo per l'espansione bifase dell'acqua è nostra intenzione condurre un'analisi delle alternative progettuali consentite da un eventuale cambiamento del fluido di lavoro del sistema.

NOMENCLATURA

a, b	Costanti nell'Eq. di Van der Waals (N m^4), (m^3)
c	Velocità (m s^{-1})
c_p	Calore specifico a pressione costante ($\text{kJ kg}^{-1} \text{K}^{-1}$)
f	Potenziale di Helmholtz (kJ kg^{-1})
h	Entalpia (kJ kg^{-1})
$h_{l,v}$	Calore latente di vaporizzazione (kJ kg^{-1})
J	Velocità di nucleazione rate ($\text{m}^{-3} \text{s}^{-1}$)
K_B	Costante di Boltzmann ($1.3807 \cdot 10^{-23} \text{J K}^{-1}$)

k	Rapporto dei calori specifici
L	Lunghezza dell'ugello (m)
M	Portata in massa (kg s^{-1})
N_A	Numero di Avogadro ($6.02 \cdot 10^{26} \text{kmol}^{-1}$)
p	Pressione (kPa)
\dot{P}	Velocità di espansione (s^{-1})
R	Costante del vapore ($461.52 \text{J kg}^{-1} \text{K}^{-1}$)
R_u	Costante universale dei gas ($8.314 \text{kJ kmol}^{-1} \text{K}^{-1}$)
r	Raggio (m)
s	Entropia ($\text{kJ kg}^{-1} \text{K}^{-1}$)
T	Temperatura (K)
t	Fattore di temperatura nella formula (26)
v	Volume specifico ($\text{m}^3 \text{kg}^{-1}$)
x	Frazione di vapore in massa

Caratteri greci

δ	Densità ridotta
η	Fattore correttivo nella formula (30)
ρ	Densità (kg m^{-3})
σ	Tensione superficiale (N m^{-1})
τ	Temperatura ridotta
ϕ	Potenziale di Helmholtz adimensionale
Ω	Sezione (m^2)

Apici e pedici

0	Ingresso ugello
c	Sezione critica
e	Equilibrio
i	Parte ideale del potenziale di Helmholtz
ig	Gas perfetto
l	Liquido
ms	Metastabile
r	Parte residua del potenziale Helmholtz
s	Saturazione
v	Vapore
x	Uscita ugello
*	Raggio critico delle gocce.

RIFERIMENTI BIBLIOGRAFICI

1. Grazzini G., Mariani A.. A Simple program to design a multi-stage jet-pump for refrigeration cycles. *Energy Conv. Mgmt.* vol. 39, 16/8, 1827-1834, 1998.
2. Grazzini G., Rocchetti A.. Numerical optimisation of a two-stage ejector refrigeration plant. *Int. J. of Refrigeration* vol. 25, 621-633, 2002.
3. Grazzini G., Rocchetti A.. Influence of the objective function on the optimisation of a steam ejector cycle. *Int. J. of Refrigeration* vol. 31, 510-515, 2008.
4. Bejan A., *Advanced Engineering Thermodynamics*. John Wiley & Sons, New York USA, 1988.
5. Lock G. S. H., *Latent Heat Transfer – An introduction to fundamentals*, Oxford University Press, New York, USA, 1996.
6. Wagner W., Pruss A.. The IAPWS formulation 1995 for the thermodynamic properties of ordinary water substance for general and scientific use. *J. Phys. Chem. Ref. Data*, vol. 31, 387-535, 2002.
7. Kermani M.J., Gerber A.G.. A general formula for the evaluation of thermodynamic and aerodynamic losses in nucleating steam flow. *Int. J. of Heat and Mass Transfer*, vol. 46, 3265-3278, 2003.

8. Chunnanond K., Aphornratana S., Ejectors: applications in refrigeration technology, *Ren. Sust. Energy Rev.* vol. 8 129–155, 2004
9. Eames I.W.. A new prescription for the design of supersonic jet-pumps: the constant rate of momentum change method, *Appl. Therm. Eng.* vol. 22, 121-131, 2002
10. Yapici R., Ersoy H.K.. Performance characteristics of the ejector refrigeration system based on the constant area ejector flow model. *Energy Conv. Mgmt.*, vol. 46, 3117-3135, 2005.
11. Varga, S., Oliveira, A.C., Diaconu B.. Numerical assessment of steam ejector efficiencies using CFD. *Int. J. of Refrigeration*, vol. 32, 1203-1211, 2009.
12. Carey V. P., *Liquid-Vapor Phase Change Phenomena*, Taylor & Francis, Bristol, USA, 1992.
13. ASHRAE Handbook Fundamental. ASHRAE, Atlanta, GA, USA, 1997
14. Hallo L., Champoussin J.C., Vignon J.M., Guerrassi N.. Ejecteurs frigorifiques supersoniques - Modélisation de leurs performances, *Revue Générale de Thermique* vol. 375/376, 166-171, 1993.
15. IAPWS. Release on Surface Tension of Ordinary Water Substance, IAPWS, <http://www.iapws.org/relguide/surf.pdf>. 1994.
16. Bakhtar F., Young J.B., White A.J., Simpson D.A.. Classical nucleation theory and its application to condensing steam flow calculations, *Proc. IMechE Part C: J. Mechanical Engineering Science* vol. 219, 1315-1333, 2004
17. Gyarmathy, G.. *Grundlagen einer Theorie der Nassdampfturbine*. Doctoral Thesis, ETH Zürich, N. 3221, 1962.
18. Schnerr G.H.. Unsteadiness in condensing flow: dynamics of internal flows with phase transition and application to turbomachinery. *Proc. IMechE Part C: J. Mechanical Engineering Science* vol. 219, 1369-1410, 2005.

SUMMARY

An experimental refrigeration system based on a two stage steam ejector has been set-up at the Dipartimento di Energetica of Università di Firenze and has been described in [1, 2, 3]. The plant is optimized to reach low pressures at the evaporator. Therefore, the expansion in the primary nozzle is highly supersonic. In these conditions, the establishment of thermodynamic equilibrium fluid conditions is unlikely. Hence, very often the fluid is treated as an ideal gas with constant thermodynamic parameters. To justify this approach, one may refer to Spinodal curves as the ultimate limit of metastable conditions prior to phase change [4, 5]. This has been done in our former works on this subject and here it is shown how the working conditions actually are well within the metastable area defined by the Spinodal curve.

On the other hand, the ideal gas expansion brings to quite unrealistic results. A further analysis tool has been therefore introduced relying on the Classic Nucleation Theory, which is specifically conceived to study steam nozzles and turbines working with subcooled steam. This Theory accounts for the surface tension effects and for the heat exchange limit between liquid drops and surrounding vapour phase. The nucleation rate has been calculated according to up-to-date literature reference [7], and it has been shown that nucleation actually takes place in the nozzle throat. Remembering that a finely dispersed liquid phase offers an excellent interface for condensation, rapid establishment of near-equilibrium conditions becomes likely after nucleation. To evaluate the upper limit on liquid fraction, nozzle operation with saturated vapour has been modelled, producing significantly different results. From this data we may derive useful information for the subsequent work.