

Sussidi didattici per l'introduzione della prospettiva e della geometria proiettiva con alunni non vedenti.

BRUNETTO PIOCHI

Dipartimento di Matematica "U. Dini", viale Morgagni 67/a, 50134 Firenze

piochi@math.unifi.it

MANUELA BALDESCHI

SSIS Toscana, Sede di Firenze, via del Parione 7, 50122 Firenze

manuela.baldeschi@unifi.it

Abstract: Si presenta un sussidio didattico finalizzato a presentare ad alunni non vedenti i principi della rappresentazione prospettica, evidenziandone le potenzialità e valutandone le possibili applicazioni all'insegnamento della geometria, in particolare della geometria proiettiva

1. Introduzione

Gli alunni non vedenti presentano solitamente, per quanto riguarda la matematica nella scuola secondaria, difficoltà sul piano della letto-scrittura di espressioni aritmetiche e algebriche complesse (eventualmente contenenti simboli specifici, come la sommatoria e l'integrale) e sul piano della rappresentazione spaziale.

A proposito del primo dei due problemi sono in sperimentazione diverse possibili soluzioni, che prevedono l'uso di versioni estese del Braille, oppure l'utilizzo di particolari pacchetti software.

La problematica connessa alle difficoltà di rappresentazione spaziale è invece più complessa, dato che va oltre il "fatto tecnico" poiché coinvolge la comprensione di concetti. E naturalmente ciò è tanto più vero man mano che sale il livello scolastico e si passa a introdurre argomenti di maggior astrazione e complessità: dalle figure piane solide elementari (tattilmente ben riconoscibili) a quelle piane (di cui si possono comunque realizzare facilmente modelli tattili), alla geometria euclidea, affine e proiettiva.

Nella scuola secondaria di primo grado sono abbastanza diffusi sussidi che permettono di scomporre le figure solide, in modo da "concretizzare" la differenza fra volume, superficie, superficie laterale e totale, ecc. Anche in questo campo si possono comunque pensare e costruire sussidi più efficaci per alunni non vedenti, che ad esempio possano consentire di "toccare" la modalità di generazione di un solido di rotazione. Tuttavia è difficile riuscire a pensare sussidi che rappresentino il parallelismo di rette o punti all'infinito, la cui intuizione risulta di estrema difficoltà anche per alunni normodotati. Questo punto è di particolare importanza per certi indirizzi di studi (Liceo Scientifico, Istituti Tecnici per Geometri, ad esempio) dove le competenze su questi argomenti non riguardano solo la matematica, ma anche materie tecniche qualificanti: se di nuovo l'aspetto tecnico della rappresentazione grafica può essere risolto con appositi strumenti, la comprensione dei concetti richiede a sua volta di avvalersi di opportuni sussidi.

Vale la pena rilevare esplicitamente come tali sussidi, una volta costruiti ed utilizzati nella didattica, risultino di estrema utilità anche per gli alunni normodotati, i quali possono verificare l'origine di certe tecniche rappresentative e constatarne la funzionalità.

Nel seguito di questa nota, dopo una serie di considerazioni atte a chiarir le differenze sostanziali fra la percezione visiva e quella tattile, presenteremo un modello il quale permette di "toccare" alcuni dei principi essenziali della proiezione e della prospettiva (in particolare della prospettiva centrale). Per quanto riguarda considerazioni teoriche sulla didattica della geometria proiettiva si rimanda il lettore a (Pellegrino, 1999). Il lettore interessato potrà trovare ulteriori spunti nei modellini esposti ad esempio nella mostra permanente "Theatrum Machinarum" dell'Università di Modena¹, i quali realizzano nel concreto alcune delle illustrazioni dovute a A. Dürer al fine di spiegare come rappresentare al meglio un mondo tridimensionale su una superficie piana (la tela);

2. Fondamentali differenze tra percezione visiva e tattile

La funzione visiva è *preterintenzionale* e fornisce al soggetto circa l'80% delle informazioni; al contrario, per conoscere un oggetto con il tatto occorre un *atto di volontà*: ciò sottintende che l'oggetto deve possedere i requisiti di una buona leggibilità per le dita.

La realtà di chi non vede è, sempre, assolutamente tridimensionale e l'esperienza della deformazione dell'oggetto per scopi rappresentativi è sconosciuta. Un tavolo rettangolare avrà sempre quattro angoli retti e solo attraverso una forma di istruzione-informazione il cieco può accedere a concetti, intuitivi per noi, quali rotazione, schiacciamento, proiezione, sagoma dell'oggetto, prospettiva,...

La visione è un senso di *sintesi*, cioè coglie prima gli aspetti generali dell'ambiente, il così detto *colpo d'occhio*, e solo successivamente passa all'analisi dei particolari. L'esplorazione tattile procede in modo quasi opposto: *dalle singole parti ricostituisce l'insieme*. È l'attività mentale che ordina e organizza gli input "*mescolando insieme*" le informazioni per costruire l'immagine mentale che non è nessuna di esse, ma la *sommatoria elaborata ed interpretata* di tutte; questa modalità si definisce *elaborazione sincretica* e discende da quella partecipazione attiva del soggetto che Piaget ha teorizzato come "attività percettiva", distinguendola dalla "percezione".

Nell'elaborazione dell'immagine visiva si ha una proiezione sulla retina, come su un piano, alla quale vengono assegnati, con una funzione propria della mente di tipo astrattivo-interpretativo, i concetti di spessore, tridimensionalità e lontananza.

La mano, a differenza dell'occhio, percepisce il volume degli oggetti: questa modalità tattile di cogliere la realtà viene coadiuvata anche dalle informazioni degli altri sensi residui, quali udito, senso barico, ecc. ed è necessariamente supportata da una efficace attività cinestetica, intesa qui come movimenti non casuali delle mani (stereognosi). La sommatoria degli stimoli forniti da volume, peso, temperatura, elasticità, consistenza, texture e dai movimenti sistematici-differenziati-finalizzati della mano, costruiscono l'immagine mentale, che, in chi non vede, è costituita dalla globalità dell'oggetto, dalla sua tridimensionalità. Una buona attività esplorativa prevede l'integrazione di tutti gli input: da qui la definizione di *percezione aptica* (hàptomai=toccare con attenzione).

Occorre sottolineare l'importanza del delicato passaggio che consente di padroneggiare il simbolo. I piccoli che vedono, anche se non sanno riprodurre correttamente certe tecniche del disegno, spontaneamente ne fruiscono e ciò consente loro di possedere un

¹ www.museo.unimo.it/theatrum.

patrimonio di immagini simboliche e spesso convenzionali con le quali entrare in relazione con gli altri ed elaborare i concetti. Se mostriamo ad un bambino appartenente alla nostra cultura il disegno di una casa rappresentata secondo i nostri codici (cioè come un triangolo sovrapposto ad un rettangolo), egli, anche se ha sempre visto edifici urbani assimilabili a parallelepipedi (i condomini tipo) non avrà difficoltà a denominare quell'icona "casa".

Non accade la stessa cosa per un bambino cieco che non abbia seguito un adeguato programma di apprendimento finalizzato a familiarizzare con il disegno a rilievo: egli esplora la mappa e sente una linea chiusa che non evoca alcuna immagine mentale. Nega, a ragione, che quel perimetro possa essere una casa, poiché un a casa è sempre volume e mai una linea². La lettura dell'immagine appiattita sul foglio impone al non vedente uno sforzo astrattivo e di decodifica degli stimoli assai superiore rispetto alla fruizione dell'oggetto reale o del suo modello tridimensionale miniaturizzato.

La difficoltà maggiore della lettura bidimensionale è legata al concetto di "invarianza della forma" dell'oggetto vero ed all'impossibilità di aver esperienza *dell'inganno visivo*. Nell'ambito del bidimensionale entra infatti in gioco quel patrimonio personale, diverso da persona a persona, rappresentato dalle abilità personali, dalla quantità di immagini che sono state usate nella carriera scolastica, dalle occasioni che si sono presentate per esercitare le competenze legate a questa forma di rappresentazione.

Un modello tridimensionale, un solido (ad esempio di una casa), anche se miniaturizzato e fabbricato con materiale diverso dall'originale, è accettabile come "modello rappresentativo" poiché mantiene tutte le attribuzioni iniziali: i rapporti tra le parti, il numero delle facce, l'ampiezza degli angoli.... Se lo stesso solido, però, viene disegnato, necessariamente non viene rispettato quel fondamento: *nel trasferimento sul piano si attuano delle deformazioni*.

Per superare, almeno in parte, questo ostacolo occorre scegliere un *punto di vista*, ad esempio secondo il criterio delle proiezioni ortogonali, concetto sconosciuto dal non vedente, però cognitivamente comprensibile perché legato alla logica geometrica. Una stanza sarà vantaggioso rappresentarla in pianta, come l'impianto urbanistico di una città, una casa preferibilmente sul piano verticale: l'obiettivo è individuare quella proiezione che consente di rappresentare i particolari più numerosi e più significativi dell'oggetto, senza essere una soluzione capziosa³.

3. Il passaggio dal Tridimensionale al Bidimensionale: la necessità di un programma di apprendimento supportato dai modelli smontabili

Per permettere il passaggio dalla rappresentazione tridimensionale a quella bidimensionale è opportuno organizzare diverse fasi, sia di tipo manipolativo che grafico, tese a dimostrare il tipo di intervento sull'oggetto.

Un primo momento può prevedere una rotazione dell'oggetto di 90° gradi dal piano verticale a quello orizzontale: il modello (per es. un albero) si "sdraia" sul foglio per ricavare il contorno che sarà poi punteggiato, con la dimostrazione della necessità dello

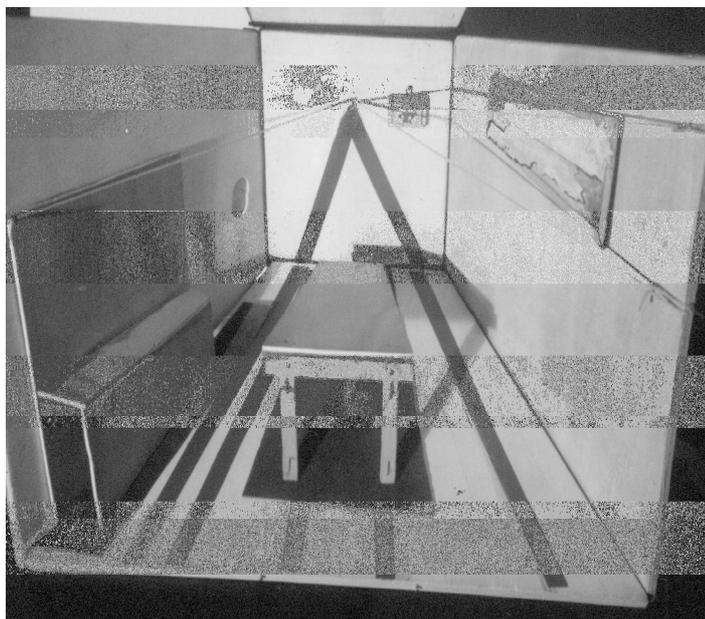
² esattamente come la pipa nel quadro di Magritte: "Ceci n'est pas une pipe" (*L'usage de la parole*. 1928, Olio su tela, New York, coll. Copley).

³ ad esempio: una bicicletta disegnata di profilo offre molti indizi per le dita, in pianta è abbastanza misteriosa anche per la vista.

“schiacciamento” di alcuni dettagli (es. i rami) per non perderne la percezione⁴. Questa manipolazione e il disegno punteggiato ottenuto hanno come obiettivo la conoscenza della più semplice delle deformazioni: l'appiattimento per rotazione (l'oggetto “albero” non ha subito “tagli”, è rimasto intero).

Con modello di una casa invece si può procedere con la spiegazione di un “limite” della vista che riesce a percepire solo un lato della casa per volta e non simultaneamente tutti e quattro i lati. Ne deriva la necessità di scegliere il lato più rappresentativo (concetto di punto di vista), ad esempio la facciata, “tagliarlo”, ruotarlo di 90° come per l'albero, per renderlo “disegnabile”.

Un opportuno modello per le proiezioni ortogonali è composto da tre quadranti (P.O, P.V, P.L) uniti da strisce di velcro; su tali piani si vuole proiettare ad esempio una stanza. Sul “pavimento” della stanza è disposto un piccolo tavolo rettangolare, anch'esso completamente smontabile ed unito da velcro. Si procede alla spiegazione manipolando l'ausilio assemblato, mostrando con gli spostamenti del tavolo cosa si intende per “proiezione”, cioè quali parti del tavolo imprimono la traccia sui quadranti. Quindi si apre il modello (fin qui tridimensionale) si accosta il quarto quadrante e, mediante cordoncini che si fissano sul velcro, si evidenziano le linee (che saranno poi quelle della squadra sul foglio) che generano le figure in proiezione. Il passaggio dal tridimensionale al bidimensionale viene così vissuto in prima persona dal ragazzo; la configurazione delle linee adesso ha una giustificazione, al pari della dimostrazione di un qualunque teorema di geometria. Le prime volte, in caso di perplessità da parte dell'allievo, si può richiudere il modello e ripetere con le mani il passaggio che non è stato perfettamente compreso.



Con la stessa strategia didattica si può realizzare e presentare un modello per la prospettiva centrale. Il modello⁵ consiste ancora in una stanza, il Punto di Vista è

⁴ è opportuno costruire il modello di un “albero” con un ramo incernierato in modo tale che possa ruotare di 90° fino a risultare complanare agli altri due

⁵ le istruzioni per realizzare un modellino del genere si possono trovare in: AA.VV., *L'educazione artistica*, Edizioni Quadrifoglio, Milano 1991

rappresentato dall'occhio di un pupazzo, da cui si diparte un filo elastico (lo "sguardo") che lo collega al Punto Principale sulla parete di fondo della stanza in miniatura.

Dal P.P. si dipartono tutti i "raggi" che descrivono gli arredi. Si dimostra che la deformazione degli arredi non è arbitraria ma determinata dai raggi stessi. Adesso, come per il modello delle proiezioni ortogonali, si procede all'apertura dell'ausilio. Adagiato sul banco e affiancato al foglio esso consente al ragazzo il primo approccio, corretto poiché guidato, alla rappresentazione di un ambiente in prospettiva centrale. Anche in questo caso il disegno che verrà prodotto dall'allievo non sarà una passiva esecuzione di una "bizzarria dei vedenti che rappresentano il mondo tutto storto", ma una consapevole applicazione di regole geometriche; più chiaramente: un tappeto rettangolare disegnato in forma di trapezio non sarà manifestazione di verbalismo, ma la realizzazione piana di una figura tracciata da "raggi visivi" percepiti in maniera tattile dallo studente.

Riferimenti bibliografici

Baldeschi M., 1996, *L'Insegnamento dell'Educazione Artistica mediante i sussidi Baldeschi*, "Tiflologia per l'Integrazione", VI, 1, 31 – 37.

Baldeschi M., 2004, *Elementi di Tiflologia e Tiflodidattica*, Firenze, Boso Editore

Boyer C., 2001, *Storia della matematica*, Milano, Mondadori

Contardi A., Pertichino M., Piochi B., 2004, *Insegnare matematica a studenti disabili*, Pisa, Edizioni ETS

Lowenfeld V., 1968, *La natura dell'attività creatrice* (ed.it.), Firenze, La Nuova Italia

Mazzeo M., 2001, *Il tatto come senso attivo*, "Tiflologia per l'Integrazione", XI, 1, 32 – 38

Pellegrino C., 1999, *Prospettiva: Il punto di vista della Geometria*, Bologna, Pitagora Ed