ISSN 1561-8323 (print)

МАТЕМАТИКА

MATHEMATICS

УДК 517.977

Поступило в редакцию 20.09.2017
Received 20.09.2017

Р. Габасов[1], член-корреспондент Ф. М. Кириллова[2]

[1]*Белорусский государственный университет, Минск, Республика Беларусь*
[2]*Институт математики Национальной академии наук Беларуси, Минск, Республика Беларусь*

УПРАВЛЕНИЕ ДИНАМИЧЕСКИМ ОБЪЕКТОМ В РЕАЛЬНОМ ВРЕМЕНИ В УСЛОВИЯХ ПОСТОЯННО ДЕЙСТВУЮЩИХ ВОЗМУЩЕНИЙ

Аннотация. В классе дискретных управляющих воздействий рассматривается линейная задача управления динамическим объектом в условиях постоянно действующих возмущений. Излагается метод построения в реальном времени текущих значений гарантирующих размыкаемых и замыкаемых связей.

Ключевые слова: линейные объекты, множественная неопределенность, управление в реальном времени

Для цитирования: Габасов, Р. Управление динамическим объектом в реальном времени в условиях постоянно действующих возмущений / Р. Габасов, Ф. М. Кириллова // Докл. Нац. акад. наук Беларуси. – 2017. – Т. 61, № 6. – С. 7–13.

Rafail Gabasov[1], Faina M. Kirillova[2]

[1]*Belarusian State University, Minsk, Republic of Belarus*
[2]*Institute of Mathematics of the National Academy of Sciences of Belarus, Minsk, Republic of Belarus*

REAL-TIME CONTROL OF A DYNAMIC OBJECT UNDER CONDITIONS OF CONSTANTLY ACTING DISTURBANCES

Abstract. In the class of discrete control actions a linear control problem of a dynamic object under conditions of constantly acting disturbances is considered. A method is suggested to construct guaranteeing disclosable and closable loops in the real-time mode.

Keywords: linear objects, set-membership uncertainty, real-time control

For citation: Gabasov R., Kirillova F. M. Real-time control to a dynamic object under conditions of constantly acting disturbances. *Doklady Natsional'noi akademii nauk Belarusi = Doklady of the National Academy of Sciences of Belarus*, 2017, vol. 61, no. 6, pp. 7–13 (in Russian).

Введение. Классическая теория управления [1; 2] до 1940-х годов базировалась на детерминированных стационарных моделях. В ней, как правило, рассматривались задачи качества управления с бесконечным горизонтом без учета прямых ограничений на управляющие воздействия и без количественных оценок их качества. Основная проблема теории управления состоит в синтезе обратных связей. В современной теории управления центральное место занимают задачи, определенные на конечном промежутке времени. Они содержат геометрические ограничения на управляющие воздействия, на фазовые переменные и позволяют получать количественные оценки качества управления.

В основной массе опубликованных работ по теории управления используются детерминированные модели объектов управления, хотя понятно, что в приложениях процессы протекают обычно в условиях неопределенности. Особенность задач классической теории управления состоит в том, что при синтезе обратных связей удовлетворительные результаты можно получать, опираясь только на детерминированные модели (например, устойчивость при постоянно действующих возмущениях) [3]. Использование детерминированных моделей при исследовании недетерминированных объектов менее эффективно, поскольку обратная связь, по ее определению, игнорирует доступную информацию о возмущениях. Это делает невозможным количественно оценивать качество переходных процессов относительно возмущений.

Цель настоящего сообщения – изложить некоторые методы управления с гарантией линейными динамическими нестационарными объектами с множественной неопределенностью.

Размыкаемая связь. Пусть $T = [t_*, ..., t^*]$ – промежуток времени, $T_h = \{t_*, ..., t^* - h\}$, $h = (t^* - t_*)/\mathbb{N}$ ($\mathbb{N}$ – натуральное число) – период квантования времени; $T(\tau) = [\tau, t^*]$; $A(t) \in \mathrm{R}^{n\times n}$, $b(t)$, $d(t) \in R$, $t \in T$, – кусочно-непрерывные функции; $H \in R^{m\times n}$ – матрица со строками $h_i \in R$, $i \in I = [1, 2, ... , m]$; x_0, $c \in R^n$; $g_*, g^* \in R^m$; $U = \{u \in R : |u| \le l_u, l_u < \infty\}$, $W = \{w \in R : |w| \le l_w,\ l_w < \infty\}$; $u(\cdot) = (u(t), t \in T)$, $w(\cdot) = (w(t), t \in T)$; $X^* = \{x \in R^n : g_* \le Hx \le g^*\}$, $u(\cdot) \in U(\cdot) = \{u(t), t \in T\}$, $w(\cdot) \in W(\cdot) = \{w(t), t \in T\}$.

В классе дискретных[1] управляющих и возмущающих воздействий $u(t)$, $w(t)$, $t \in T$, рассмотрим задачу оптимального управления с гарантией

$$c'x(t^*) \to \max_{u\in U} \min_{w\in W(\cdot)};\ \dot{x} = A(t)x + b(t)u + d(t)w, \tag{1}$$

$$x(t_*) = x_0,\ x(t^*) \in X^*;\ u(t) \in U,\ w(t) \in W,\ t \in T. \tag{2}$$

Здесь $x = x(t) \in R^n$ – состояние объекта управления в момент t, $u = u(t) \in R$ – значение управляющего воздействия, $w = w(t) \in R$ – значение возмущающего воздействия.

О п р е д е л е н и е 1. *Управляющее воздействие $u(\cdot)$ называется доступным, если $u(t) \in U, t \in T$.*

О п р е д е л е н и е 2. *Возмущающее воздействие $w(\cdot)$ назовем возможным, если $w(t) \in W$, $t \in T$.*

Каждой паре $\{u(\cdot), w(\cdot)\}$ из доступного управляющего воздействия $u(\cdot)$ и возможного возмущения $w(\cdot)$ соответствует единственное терминальное состояние $x(t^*) = x(t^*, u(\cdot), w(\cdot))$ объекта (1), которое вычисляется по формуле

$$x(t^*) = F(t^*, t_*)x_0 + \int_{t_*}^{t^*} F(t^*, s)b(s)u(s)ds + \int_{t_*}^{t^*} F(t^*, s)d(s)w(s)ds,\ s \in T_h. \tag{3}$$

О п р е д е л е н и е 3. *Множество терминальных состояний*

$$X(t^*, u(\cdot)) = \{x \in R^n : x = x(t^*, u(\cdot), w(\cdot)),\ w(t) \in W,\ t \in T)\},$$

порожденное доступным управляющим воздействием $u(\cdot)$ и всеми возможными возмущениями $w(\cdot)$, называется распределением терминального состояния $x(t^*)$ объекта (1), соответствующее доступному управляющему воздействию $u(\cdot)$.

О п р е д е л е н и е 4. *Доступное управляющее воздействие $u(\cdot)$ назовем (гарантирующей) программой, если для всех возможных возмущений $w(\cdot) \in W(\cdot)$ имеет место включение*

$$X(t^*, u(\cdot)) \subset X^*. \tag{4}$$

Качество программы $u(\cdot)$ оценим показателем

$$J(u(\cdot)) = \min_{w(\cdot)\in W(\cdot)} c'x,\ x \in X(t^*, u(\cdot)). \tag{5}$$

[1] Функция $f(t)$, $t \in T$, – дискретная (с периодом квантования h), если $f(t) = f(\tau)$, $t \in [\tau, \tau + h]$, $\tau \in T_h$.

Гарантирующую программу $u^0(\cdot)$ будем называть оптимальной, если

$$J(u^0(\cdot)) = \max_{u(\cdot)} J(u(\cdot)),\ u(\cdot) \in U(\cdot) \tag{6}$$

(гарантированное значение показателя качества (5)).

Оптимальная гарантирующая программа $u^0(\cdot)$ при любом возможном возмущении $w(\cdot)$ переводит в момент t^* объект на терминальное множество X^* и обеспечивает максимум гарантированному значению показателя качества (6).

Найдем соотношения, которые описывают гарантирующую программу (5). Согласно определению, доступное управляющее воздействие $u(\cdot) \in U(\cdot)$ является гарантирующей программой только тогда, когда для всех возможных возмущений $w(\cdot) \in W(\cdot)$ выполнены неравенства

$$g_{*i} \le h_i' x(t^*) \le g_i^*,\ i \in I. \tag{7}$$

На доступном управляющем воздействии $u(\cdot)$ ограничение (7) будет выполняться при всех $w(\cdot) \in W(\cdot)$, если и только если

$$\max_{w(\cdot)\in W(\cdot)} h_i' x(t^*) \le g_i^*,\quad \min_{w(\cdot)\in W(\cdot)} h_i' x(t^*) \ge g_{*i},\ i \in I.$$

Применив формулу (3), получаем

$$h_i' F(t^*, t_*) x_0 + \int_{t_*}^{t^*} h_i' F(t^*, s) b(s) u(s) ds + \max_{w(\cdot)\in W(\cdot)} \int_{t_*}^{t^*} h_i' F(t^*, s) d(s) w(s) ds \le g_i^*,\ s \in T_h,\ i \in I, \tag{8}$$

$$h_i' F(t^*, t_*) x_0 + \int_{t_*}^{t^*} h_i' F(t^*, s) b(s) u(s) ds + \min_{w(\cdot)\in W(\cdot)} \int_{t_*}^{t^*} h_i' F(t^*, s) d(s) w(s) ds \ge g_{*i},\ s \in T_h,\ i \in I. \tag{9}$$

Из (8), (9) следует, что

$$\int_{t_*}^{t^*} h_i{}' F(t^*, s) b(s) u(s) ds \ge \tilde{g}_{*i},\ i \in I,\quad \int_{t_*}^{t^*} h_i' F(t^*, s) b(s) u(s) ds \le \tilde{g}_i^*,\ i \in I.$$

Здесь $\tilde{g}_i^* = g_i^* - \gamma_i^* - h_i' F(t^*, t_*) x_0,\ \tilde{g}_{*i} = g_{*i} - \gamma_{*i} - h_i' F(t^*, t_*) x_0,\ i \in I,\ \gamma_{*i} = \min_{w(\cdot)\in W(\cdot)} \int_{t_*}^{t^*} h_i' F(t^*, s) \times$ $\in$

$d(s) w(s) ds,\ s \in T_h,\ \gamma_i^* = \max_{w(\cdot)\in W(\cdot)} \int_{t_*}^{t^*} h_i' F(t^*, s) d(s) w(s) ds,\ i \in I,\ s \in T_h.$

Таким образом, доступное управляющее воздействие $u(\cdot) \in U(\cdot)$ является гарантирующей программой тогда и только тогда, когда выполняются неравенства

$$\tilde{g}_{*i} \le \int_{t_*}^{t^*} h_i F(t^*, s) b(s) u(s) ds \le \tilde{g}_i^*,\quad i \in I.$$

На доступном управляющем воздействии $u(\cdot) \in U(\cdot)$ вычислим значения показателя качества (5) и гарантированное значение показателя качества (6)

$$J(u(\cdot))=c'F(t^*,t_*)x_0+\int_{t_*}^{t^*}c'F(t^*,s)b(s)u(s)ds+\min_{w(\cdot)\in W(\cdot)}\int_{t_*}^{t^*}c'F(t^*,s)d(s)w(s)ds,\quad s\in T_h,\ i\in I;$$

$$J(u^0(\cdot))=c'F(t^*,t_*)x_0+\max_{u(\cdot)\in U}\int_{t_*}^{t^*}c'F(t^*,s)b(s)u(s)ds+\min_{w(\cdot)\in W(\cdot)}\int_{t_*}^{t^*}c'F(t^*,s)d(s)w(s)ds,\quad s\in T_h,\ i\in I.$$

Таким образом, построение оптимальной гарантирующей программы $u^0(\cdot)\in U(\cdot)$ задачи (1), (2) сводится к решению трех задач:

$$\int_{t_*}^{t^*}h_i'F(t^*,s)d(s)w(s)ds\to\min_{w(\cdot)\in W(\cdot)},\ \int_{t_*}^{t^*}h_i'F(t^*,s)d(s)w(s)ds\to\max_{w(\cdot)\in W(\cdot)},\ w(\cdot)\in W(\cdot),\ s\in T_h,\ i\in I,$$

$$\int_{t_*}^{t^*}c'F(t^*,s)b(s)u(s)ds\to\max,\ u(\cdot)\in U(\cdot),$$

$$\tilde g_{*i}\le\int_{t_*}^{t^*}h_i'F(t^*,s)b(s)u(s)ds\le\tilde g_i^*,\ s\in T_h, i\in I.$$

В частном случае, когда ограничения на управляющие и возмущающие воздействия $u(\cdot),w(\cdot)$ имеют вид $|u(t)|\le l_u, |w(t)|\le l_w,\ t\in T_h,$ получаем

$$\gamma_{*i}=\min_{w(\cdot)\in W(\cdot)}\int_{t_*}^{t^*}h_iF(t^*,s)d(s)w(s)ds=-l_w\int_{t_*}^{t^*}\left|h_i'F(t^*,s)d(s)\right|ds,\ s\in T_h,\ i\in I,$$

$$\gamma_i^*=\max_{w(\cdot)\in W(\cdot)}\int_{t_*}^{t^*}h_iF(t^*,s)d(s)w(s)ds=l_w\int_{t_*}^{t^*}\left|h_i'F(t^*,s)d(s)\right|ds,\ s\in T_h,\ i\in I.$$

Для построения оптимальной гарантирующей программы получаем задачи

$$\begin{gathered}\int_{t_*}^{t^*}h_i'F(t^*,s)d(s)w(s)ds\to\min,\ \int_{t_*}^{t^*}h_i'F(t^*,s)d(s)w(s)ds\to\max,|\,w(s)\,|\le l_w,\ s\in T_h,\ i\in I,\\ \int_{t_*}^{t^*}c'h_i'F(t^*,s)b(s)u(s)ds\to\max|\,u(t)\,|\le l_u,\ s\in T_h,\ i\in I,\\ g_{*i}+l_w\int_{t_*}^{t^*}\left|h_i'F(t^*,s)d(s)\right|ds-h_i'F(t^*,t_*)x_0\le\int_{t_*}^{t^*}h_i{}'F(t^*,s)b(s)u(s)ds\le\\ g_i^*-l_w\int_{t_*}^{t^*}\left|h_i'F(t^*,s)d(s)\right|ds-h_i'F(t^*,t_*)x_0, s\in T_h,\ i\in I.\end{gathered}\tag{10}$$

Методы решения задачи (1), (2) и задачи (10) приведены в [4; 5].

Для введения понятия позиционного решения $u^0(t\,|\,\tau,z),\ (\tau,z),\tau\in T,z\in R^n$, задач (1), (2) рассмотрим семейство задач

$$\begin{gathered}c'x(t^*)\to\max;\ \dot x=A(t)x+b(t)u+d(t)w;\ x(\tau)=z,\\ x(t^*)\in X^*,\ u(t)\in U,\ w(t)\in W, t\in T(\tau),\end{gathered}\tag{11}$$

зависящее от n-вектора $z \in R^n$ и скаляра $\tau \in T$. Пару (τ, z) назовем позицией. Пусть $u^0(t\,|\,\tau, z)$, $\tau \in T(\tau)$, – оптимальная гарантирующая программа для позиции (τ, z), $\tau \in T_h$, $z \in R^n, X_\tau$, – множество всех состояний, для которых существуют гарантирующие программы задачи (11).

Пусть $u^0(t\,|\,\tau, z)$, $t \in T(\tau)$, – оптимальная гарантирующая программа задачи (10) для позиции (τ, z); $\tau \in T_h$, $z \in R^n$, X_τ, – множество всех состояний $z \in R^n$, для которых существуют гарантирующие программы задачи (11).

О п р е д е л е н и е 5. *Функция*

$$u^0(\tau, z) = u^0(\tau\,|\,\tau, z),\ z \in X_\tau,\ \tau \in T, \tag{12}$$

называется оптимальной гарантирующей программой для позиции (τ, z).

О п р е д е л е н и е 6. *Функцию (12), определенную на всех возможных позициях* $(z, \tau), z \in X_\tau, \tau \in T,$ *назовем оптимальной гарантирующей размыкаемой связью (позиционным решением задачи (1), (2)), а ее построение – синтезом оптимальной системы управления (1) в классе размыкаемых связей.*

Запишем соотношения для текущей гарантирующей программы задач (1), (2):

$$\int_\tau^{t^*} h_i' F(t^*, s) d(s) w(s) ds \to \min,\ \int_\tau^{t^*} h_i' F(t^*, s) d(s) w(s) ds \to \max,\ w(\cdot) \in W(\cdot),\ s \in T(\tau),\ i \in I,$$

$$\int_\tau^{t^*} c' h_i' F(t^*, s) b(s) u(s) ds \to \max,\ u(\cdot) \in U(\cdot), s \in T(\tau),\ i \in I,$$

$$\tilde{g}_* \le \int_\tau^{t^*} h_i' F(t^*, s) b(s) u(s) ds \le \tilde{g}^*,\ s \in T(\tau),\ i \in I,$$

где $\tilde{g}_i^* = g_i^* - \gamma_i^*(\tau) - h_i' F(t^*, \tau) z,\ \tilde{g}_{*i} = g_{*i} - \gamma_{*i}(\tau) - h_i' F(t^*, \tau) z,\ i \in I,\ \tau \in T(\tau),\ z \in X_\tau;$

$$\gamma_{*i}(\tau) = \min_{w(\cdot) \in W(\cdot)} \int_\tau^{t^*} h_i F(t^*, s) d(s) w(s) ds,\ \gamma_i^*(\tau) = \max_{w(\cdot) \in W(\cdot)} \int_\tau^{t^*} h_i' F(t^*, s) d(s) w(s) ds. \tag{13}$$

Вычисление текущего значения позиционного решения $u^0(t\,|\,\tau, z)$, $t \in T$, задачи (1), (2) для позиции (τ, z) сводится к процедуре коррекции программных решений [5–7].

Замыкаемая связь. Дополним формулировку задачи (1) следующим условием.

Пусть t_1 – такой момент времени, $t_* < t_1 < t^*$, что состояние $x(t_1)$ объекта (1), порожденное доступным управляющим воздействием $u(t) \in U$, $t \in T$, можно точно измерить при любой реализации возможного возмущения $w(\cdot) \in W(\cdot)$. Назовем t_1 моментом замыкания. Сравним состояние $x(t_1)$ объекта с состоянием $z(t_1)$ математической модели

$$\begin{gathered} c' z(t) \to \max,\ \dot{z} = A(t) z + b(t) u,\ z(t_*) = x_0, \\ u(t) \in U,\ z(t^*) \in X^*,\ t \in T. \end{gathered} \tag{14}$$

Имеем $x(t_1) - z(t_1) = \int_{t_*}^{t_1} F(t_1, s) d(s) w(s) ds.$

У т в е р ж д е н и е 1. *Для того чтобы состояния объекта (1) и математической модели (14) совпадали* $(x(t_1) = z(t_1))$ *в момент* t_1, *необходимо и достаточно, чтобы выполнялось равенство*

$$\int_{t*}^{t_1} F(t_1, s)d(s)w(s)ds = 0,\ w(\cdot) \in W(\cdot),\ s \in T_h. \tag{15}$$

Равенство (15) трактуем как дополнительное ограничение на множество возможных возмущений $w(\cdot)$, соответствующее новой информации. Поэтому при вычислении экстремальных возможных возмущений (13) задачи (1), (2) к исходным ограничениям добавим условие (15).

У т в е р ж д е н и е 2. *Гарантирующая программа задачи (1), (2) с одним моментом замыкания* t_1 *сводится к решению следующих задач:*

задач с неизвестными возмущающими воздействиями $w(\cdot)$:

$$\int_{t*}^{t^*} h_i' F(t^*, s)d(s)w(s)ds \to \min_{w(\cdot)\in W(\cdot)},\ \int_{t*}^{t^*} h_i' F(t^*, s)d(s)w(s)ds \to \max_{w(\cdot)\in W(\cdot)},\ i \in I, \tag{16}$$

$$w(\cdot) \in W(\cdot),\ \int_{t*}^{t^*} F(t_1, s)d(s)w(s)ds = 0;$$

задачи с неизвестными доступными управляющими воздействиями:

$$\int_{t*}^{t^*} c' h_i' F(t^*, s)b(s)u(s)ds \to \max_{u(\cdot)\in U(\cdot)},\ i \in I,$$

$$u(\cdot) \in U(\cdot),\ \ \tilde{g}_{*i} \le \int_{t*}^{t^*} h_i' F(t^*, s)b(s)u(s)ds \le \tilde{g}_i^*,\ i \in I.$$

При позиционном решении задачи (1), (2) каждое текущее значение управляющего воздействия получается из значения предыдущей гарантирующей программы и находится двойственным методом линейного программирования с помощью процедуры коррекции оптимальной опоры [5–7].

Поскольку ограничения задач (16) получаются путем добавления к ограничениям (2) условия (15), оптимальное значение показателя качества $J(u^0(\cdot))$ удовлетворяет неравенству $J(u^0(\cdot)) \le J_1(u^0(\cdot))$, где $J_1(u(\cdot))$ соответствует показателю качества объекта с ограничениями (2) и (15).

Множество возможных возмущений $W(\cdot)$ в случае однократного замыкания сужается до множества $W(\cdot) \cap W_1(\cdot) = \left\{ w(\cdot) : \int_{t*}^{t_{11}} F(t, s)d(s)w(s)ds = 0 \right\}$.

По аналогичной схеме исследуется задача гарантирующего управления с использованием многократных замыканий $T_3 = \{t_j \in T_h,\ j = \overline{1, p}\},\ t_* < t_1 < t_2 < \ldots < t_p < t^*$.

Заключение. В сообщении предлагается метод построения в реальном времени гарантирующих управляющих воздействий для линейной динамической системы в условиях постоянно действующих ограниченных возмущающих воздействий. Метод основан на использовании дискретных управляющих воздействий, редукции недетерминированной задачи к задаче линейного программирования и процедуре коррекции текущих значений гарантирующих управляющих воздействий.

Благодарности. Работа выполнена при поддержке ГПНИ (Конвергенция: задание «Структурные свойства, устойчивость, оптимизация», 2016–2020).

Acknowledgements. The work is supported by program (Convergence: task "Structural properties, stability, optimization", 2016–2020).

Список использованных источников

1. Леондес, С. Т. Фильтрация и стохастическое управление в линейных системах / С. Т. Леондес. – Москва: Мир, 1980. – 409 с.

2. Ньютон, Дж. К. Теория линейных следящих систем (аналитические методы расчёта) / Дж. К. Ньютон, Л. А. Гулд, Дж. Кайзер. – Москва: ГИФМЛ, 1981. – 408 с.

3. Малкин, И. Г. Теория устойчивости движения / И. Г. Малкин. – Москва: Наука, 1966. – 531 с.

4. Габасов, Р. Оптимальное управление динамическим объектом по совершенным измерениям его состояний / Р. Габасов, Ф. М. Кириллова, Н. С. Павленок // Докл. Академии наук РАН. – 2012. – Т. 444, № 4. – С. 371–375.

5. Габасов, Р. Оптимальное управление в реальном времени многомерным динамическим объектом / Р. Габасов, Ф. М. Кириллова, Тхи Тань Ха Во // Автоматика и телемеханика. – 2015. – № 1. – С. 121–135.

6. Габасов, Р. Оптимальное наблюдение в реальном времени линейного динамического объекта / Р. Габасов, Ф. М. Кириллова, Е. И. Поясок // Докл. Академии наук РАН. – 2013. – Т. 448, № 3. – С. 145–148.

7. Gabasov, R. Robust Optimal Control on Imperfect Measurement of Dynamic Systems States / R. Gabasov, F. M. Kirillova, E. I. Poyasok // Appl. Comput. Math. – 2009. – N 1. – P. 54–69.

References

1. Leondes C. T. *Control and dynamic systems (advances in theory and applications)*. New York, San-Francisko, London, Academic Press, 1976. 408 p.

2. Newton G. C., Gould L. A., Kaiser J. F. *Analytical design of linear feedback controls*. New York, London, New Jons Wiley and Sons. Inc. Chapman and Hall, Ltd, 1981. 408 p.

3. Malkin I. G. *Stability Theory of Motion*. Moscow, Nauka Publ., 1966. 531 p. (in Russian).

4. Gabasov R., Kirillova F. M., Paulianok N. S. Optimal control of a dynamic system using perfect measurements of its states. *Doklady Mathematics*, 2012, vol. 85, no. 3, pp. 436–440. doi.org/10.1134/s1064562412030209

5. Gabasov R., Kirillova F. M., Vo Thi Than Ha. Optimal Real Time Control of Multidemensional Dynamic Plants. *Automation and Remote Control*, 2015, vol. 76, no. 1, pp. 98–110. doi.org/10.1134/s0005117915010099

6. Gabasov R., Kirillova F. M., Poyasok E. I. Real-time optimal observation of a linear dynamic system. *Doklady Mathematics*, 2013, vol. 87, no. 1, pp. 120–123. doi.org/10.1134/s1064562413010080

7. Gabasov R., Kirillova F. M., Poyasok E. I. Robust Optimal Control on Imperfect Measurement of Dynamic Systems States. *Applied and Computational Mathematics*, 2009, no. 1, pp. 54–69.

Информация об авторах

Габасов Рафаил – д-р физ.-мат. наук, профессор. Белорусский государственный университет (пр. Независимости, 4, 220030, Минск, Республика Беларусь).

Кириллова Фаина Михайловна – член-корреспондент, д-р физ.-мат. наук, профессор. Институт математики НАН Беларуси (ул. Сурганова, 11, 220072, Минск, Республика Беларусь). E-mail: kirillova.f@yandex.ru.

Information about the authors

Gabasov Rafail – D. Sc. (Physics and Mathematics), Professor. Belarusian State University (4, Nezavisimosti Ave., 220030, Minsk, Republic of Belarus).

Kirillova Faina Mikhailovna – Corresponding Member, D. Sc. (Physics and Mathematics), Professor. Institute of Mathematics of the National Academy of Sciences of Belarus (11, Surganov Str., 220072, Minsk, Republic of Belarus). E-mail: kirillova.f@yandex.ru.