

УДК 535.42

Академик П. А. АПАНАСЕВИЧ

**УСЛОВИЯ ПРИМЕНИМОСТИ УРАВНЕНИЙ ПЕРЕНОСА ИНТЕНСИВНОСТИ  
ДЛЯ ОПИСАНИЯ ВЫНУЖДЕННОГО КОМБИНАЦИОННОГО РАССЕЯНИЯ**

Институт физики им. Б. И. Степанова НАН Беларуси, Минск

Поступило 13.04.2015

В последнее время вынужденное комбинационное рассеяние (ВКР) широко используется для преобразования частоты лазерного излучения. При этом для оптимизации создаваемой системы применяются теоретические модели, неизбежно включающие упрощающие предположения. В частности, часто используются уравнения переноса интенсивностей пучков накачки и стоксова излучения, при этом действие процесса ВКР на заселенности уровней колебательного перехода, на котором происходит ВКР, не учитывается. Данное сообщение посвящено определению условий применимости такого подхода и построению простейшей модели учета действия ВКР процесса на заселенности уровней рассеивающих центров, если этим действием пренебречь нельзя.

**Случай однонаправленных пучков.** Если направления пучков накачки и стоксова излучения совпадают, то часто ВКР взаимодействие между ними может быть описано системой уравнений [1–4]

$$\frac{1}{u_s} \frac{\partial I_s}{\partial t} + \frac{\partial I_s}{\partial z} = g I_p I_s - k_s I_s, \tag{1}$$

$$\frac{1}{u_p} \frac{\partial I_p}{\partial t} + \frac{\partial I_p}{\partial z} = -g' I_p I_s - k_p I_p, \tag{2}$$

где  $I_i$ ,  $u_i$  и  $k_i$  – интенсивности, групповые скорости и коэффициенты потерь накачки ( $i = p$ ) и стоксова излучения ( $i = s$ );  $g$  – коэффициент ВКР усиления  $g' = g \lambda_s / \lambda_p$ ,  $\lambda_i$  – длины волн.

Как следует из процедуры вывода уравнений (1), ими обоснованно можно пользоваться в тех случаях, когда поперечное сечение пучка накачки не очень мало и его изменением на длине рассеивающей среды можно пренебречь, когда спектральная ширина излучения накачки значительно меньше спектральной ширины колебательного перехода, на котором происходит комбинационное рассеяние (КР), и когда, как уже отмечалось, можно пренебречь действием процесса ВКР на распределение рассеивающих центров по уровням рабочего колебательного перехода. Последнее в некоторых случаях может быть недопустимым и играть важную роль.

В наиболее часто практически реализуемых случаях частоты накачки и стоксова излучения находятся в области прозрачности используемых сред. При этом условия действия ВКР процесса на заселенности уровней рассеивающих центров часто может быть описано системой уравнений [3]:

$$\frac{dq}{dt} = 4 \text{Im} U \rho - \frac{1}{T_1} (q - q_0), \tag{3}$$

$$\frac{d\rho}{dt} = i U^{\otimes} q - \left( \frac{1}{T_2} - i \Delta \right) \rho, \tag{4}$$

где  $q = q_1 - q_2$  – разность заселенностей уровней рассеивающего центра, между которыми происходит КР переход;  $\rho$  – недиагональный элемент квантовомеханической матрицы плотности, соответствующий рассматриваемому переходу (величина, пропорциональная ВКР индуцированному дипольному моменту);  $T_1$  – время релаксации разности заселенностей до равновесной  $q_0$ ,

обычно называемого временем продольной релаксации;  $T_2$  – время релаксации возбуждения перехода, т. е. время поперечной релаксации;  $\Delta = 2\pi(\nu_p - \nu_s - c\Omega)$  – отстройка разности несущих частот  $\nu_i$  накачки и стоксова излучения от частоты  $\Omega$  (в  $\text{см}^{-1}$ ) колебания, на котором происходит ВКР, и  $U = \vec{E}_p \hat{\beta} \vec{E}_s / h$ . Здесь  $E_i$  – амплитуды полей накачки и стока;  $h$  – постоянная Планка;  $\beta$  – тензор КР. При выводе уравнений (3) и (4) использовано предположение, что изменениями амплитуд  $E_i$  на времени поперечной релаксации  $T_2$  можно пренебречь.

Уравнение (4) использовано при выводе уравнений (1) и (2) из более общих уравнений для амплитуд  $E_i$  взаимодействующих полей [1–3]. При этом предположено, что можно, во-первых, пренебречь изменениями  $\rho$  на времени поперечной релаксации  $T_2$  и, во-вторых, положить  $q = q_0$ , т. е. пренебречь первым слагаемым в правой части уравнения (3), учитывающим действие процесса ВКР на заселенности уровней рассеивающих центров. Так как  $T_2$  обычно значительно меньше  $T_1$ , то области применимости этих предположений могут значительно различаться, причем область применимости первого всегда шире, чем второго. В области первого предположения уравнение (3) принимает вид

$$\frac{dq}{dt} = -2Bq - \frac{1}{T_1}(q - q_0), \quad (5)$$

где

$$B = \frac{2T_2 |U|^2}{1 + (T_2 \Delta)^2} \quad (6)$$

– вероятность перехода рассеивающего центра между уровнями 1 и 2, вызванного ВКР процессом. В ситуациях, когда первое предположение выполняется, а второе нет, уравнения (1) и (2) следует дополнить уравнением (5), заменив при этом параметр  $g$  на  $gq / q_0$ .

Из простых соображений ясно, что параметры  $g$  и  $B$  жестко связаны между собой. Действительно, из процедуры вывода уравнений (1) и (2) следует [1–3], что имеет место соотношение

$$gI_p I_s = 2Nq_0 h\nu \frac{T_2 |U|^2}{1 + (T_2 \Delta)^2}, \quad (7)$$

в котором  $N$  – плотность рассеивающих центров и  $n_s$  – показатель преломления. Из (7) и (6) получается формула

$$B = gI_p I_s / h\nu_s Nq_0, \quad (8)$$

связывающая вероятность ВКР перехода  $B$  с величинами, измеряемыми в экспериментах по исследованиям ВКР.

Из уравнения (5) следует, что действием ВКР процесса на заселенности уровней рассеивающих центров можно пренебречь тогда, когда максимальное значение вероятности  $B$  удовлетворяет условию  $B_m T_1 \ll 1$ , или, что то же самое, когда  $(I_p I_s)_m \ll h\nu_s Nq_0 / gT_1$ . Из уравнений (1) и (2) следует, что в стационарном режиме произведение  $I_p I_s$  имеет максимальное значение в области, где  $I_s = I_p \lambda_p / \lambda_s$  и, соответственно,  $(I_p I_s)_m = I_L^2 \lambda_p / 4\lambda_s$ . Здесь  $I_L$  – интенсивность накачки на входе в ВКР среду. Приведенные соотношения определяют область интенсивностей  $I_L$ , в которой при описании стационарного ВКР усиления можно полагать  $q = q_0$ . Они применимы и в случае импульсной накачки, если различием скоростей  $u_i$  можно пренебречь. В этом случае под  $I_L$  следует понимать интенсивность в максимуме импульса накачки

**ВКР лазер.** В ВКР лазерах рассеивающая среда находится в резонаторе и при продольной накачке ВКР преобразование описывается уравнениями [4–6]

$$\frac{1}{u_s} \frac{\partial I_s^\pm}{\partial t} \pm \frac{\partial I_s^\pm}{\partial z} = g(I_p^+ + I_p^-) I_s^\pm - k_s I_s^\pm, \quad (9)$$

$$\frac{1}{u_p} \frac{\partial I_p^\pm}{\partial t} \pm \frac{\partial I_p^\pm}{\partial z} = -g'(I_s^+ + I_s^-) I_p^\pm - k_p I_p^\pm, \quad (10)$$

где  $I_i^\pm$  – интенсивности пучков встречных направлений, переходящие друг в друга на зеркалах резонатора. В уравнении (8) в этом случае под  $I_i$  следует понимать суммы интенсивностей пучков противоположных направлений, т. е. полагать  $I_i = I_i^+ + I_i^-$ .

Пользуясь уравнениями (9), (10) и соотношением (8) нетрудно оценить условия, когда в этом случае  $B_M \ll 1 / T_1$ , и следовательно, действием ВКР процесса на заселенности уровней колебательного перехода можно пренебречь. Проведем такую оценку для случая стационарной генерации простейшего ВКР лазера, т. е. при предположениях, что зеркала расположены на торцах рассеивающей среды, входное зеркало (зеркало 1) полностью прозрачно для излучения накачки и полностью отражает стоксову компоненту, а выходное (зеркало 2) полностью отражает накачку и имеет коэффициент отражения  $R_s$  на частоте стока. При этих предположениях граничные условия имеют вид

$$I_{p1}^+ = I_L, \quad I_{p2}^- = I_{p2}^+, \quad I_{s1}^+ = I_{s1}^-, \quad I_{s2}^- = R_s I_{s2}^+, \quad (11)$$

где  $I_L$  – интенсивность излучения накачки, подводимая к входному зеркалу ВКР лазера.

С учетом (11) из уравнения (9) при  $\delta I_s^\pm / \delta t = 0$  следует, что  $gI_p = \gamma_s$  и  $I_{s1}^\pm = (\sqrt{R_s})^\pm I_{s2}^\pm$ , где  $I_p = \int (I_p^+ + I_p^-) dz / l$  – средняя интенсивность накачки;  $l$  – длина среды;  $\gamma_s = k_s l - \ln \sqrt{R_s}$  – коэффициент полных потерь стоксова излучения. Используя приведенные равенства нетрудно показать, что при  $R_s > 0,5$  интенсивности  $I_s = I_s^+ + I_s^-$  стоксова излучения на торцах рассеивающей среды различаются меньше, чем на 6 %, а следовательно, зависимость  $I_s$  от  $z$  при  $R_s > 0,5$ , как правило, можно пренебречь. В таких случаях из уравнения (10) с учетом соответствующих граничных условий получается соотношение

$$I_L [1 - \exp 2l(-g'I_s - k_p)] = (g'I_s + k_p) \gamma_s / g, \quad (12)$$

определяющее интенсивность  $I_s$  стоксова излучения в резонаторе. Определив  $I_s$  из (12), по формулам

$$I_{p1} = (1 + b_s^2) I_L \quad \text{и} \quad I_{p2} = 2b_s I_L, \quad (13)$$

где  $b_s = \exp l(-g'I_s - k_p)$ , нетрудно найти и интенсивности накачки  $I_{p_i}$  на торцах рассеивающей среды, а следовательно, и значения величины  $gI_p I_s$ , входящей в определение вероятности ВКР перехода  $B$ . В других точках рассеивающей среды произведение  $I_p I_s$  имеет значения, промежуточные между  $I_{p1} I_s$  и  $I_{p2} I_s$ , при этом всегда  $I_{p1} I_s > I_{p2} I_s$ .

Из (12) и (13) следует, что когда  $I_L$  в два и больше раз превышает пороговое значение  $I_{th} = \gamma_s / g l$ , то с высокой точностью на входном торце рассеивающей среды  $I_{p1} = I_L$ ,  $I_s = (\lambda_p / \lambda_s) I_L / \gamma_s$  и  $B_1 = 2\lambda_p g I_L^2 / hc \gamma_s N q_0$ , где  $\gamma_s \approx -\ln \sqrt{R_s}$ . Соответственно, условие допустимости пренебрежения действием процесса ВКР на заселенности уровней в этом случае имеет вид неравенства  $I_L^2 \ll hc \gamma_s N q_0 / 2\lambda_p g T_1$ . При оценках предположено, что внутренними потерями  $k_i$  можно пренебречь.

Пользуясь полученными соотношениями, проведем численную оценку  $B_1$  для ВКР лазера, рассеивающей средой в котором является нитрат бария  $\text{Ba}(\text{NO}_3)_2$ ,  $\lambda_p = 1,064$  мкм и рассеяние происходит на колебании с  $\Omega = 1047$  см<sup>-1</sup> и временем поперечной релаксации  $T_2 = 1,3 \cdot 10^{-11}$  с [7]. В этом случае  $g = 11$  см/Гвт,  $q_0 = 1$  и  $N = 0,74 \cdot 10^{22}$  см<sup>-3</sup>. Плотность рассеивающих центров  $N$  определена с использованием удельного веса кристалла, равного 3,24 г/см<sup>3</sup> [7], и атомного веса молекулы  $\text{Ba}(\text{NO}_3)_2$ , равного 261. С учетом приведенных значений параметров вероятность перехода  $B_1 = 0,75 \cdot 10^{-11} I_L^2 / \gamma_s$  с<sup>-1</sup>, где  $I_L$  следует брать в ваттах на см<sup>2</sup>. Отсюда при накачках порядка 10<sup>8</sup> Вт/см<sup>2</sup> (что вообще-то трудно реализуемо на практике в стационарном режиме) и  $R_s = 0,9$  вероятность  $B_1$  достигает значения 1,5 · 10<sup>6</sup> с<sup>-1</sup>. В твердотельных средах это, по-видимому, значительно меньше 1 /  $T_1$  (к сожалению, точное значение  $T_1$  нам не известно), а следовательно, первым слагаемым в правой части уравнения (5), как правило, можно пренебречь и положить  $q = q_0$ . При  $R_s = 0,5$  и использованных выше других параметрах  $B_1 = 2,3 \cdot 10^5$  с<sup>-1</sup>, т. е. в 6,5 раз меньше, чем при  $R_s = 0,9$ .

**Заключение.** Показано, что в широкой области интенсивностей излучения накачки для описания ВКР в твердотельных средах можно пользоваться уравнениями переноса интенсивности и действие процесса ВКР на заселенности уровней колебательного перехода, на котором происходит ВКР, считать пренебрежимо малым. Построен простой метод учета этого действия в области, в которой условия его малости не выполнены.

### Литература

1. *Shen Y. R., Blombergen N.* // Phys. Rev. 1965. Vol. 137. P. 1787–1794.
2. *Апанасевич П. А.* Основы теории взаимодействия света с веществом. Минск, 1977.
3. *Шен И. Р.* Принципы нелинейной оптики. М., 1989.
4. *Апанасевич П. А., Чулков Р. В., Тимофеева Г. И.* // ЖПС. 2004. Т. 71, № 6. С. 778–787.
5. *Ding S. et al.* // Appl. Phys. 2006. Vol. B85. P. 89–95.
6. *Басиев Т. Т.* и др. // Квант. электроника. 2010. Т. 40, № 8. С. 710–715.
7. *Lisinetskii V. A. et al.* // J. Nonlinear Optics, Physics and Materials. 2005. Vol. 14. P. 107–112.

*P. A. APANASEVICH*

p.apanasevich@ifanbel.bas-net.by

### CONDITIONS OF APPLICATION OF THE INTENSITY TRANSFER EQUATION TO THE SRS DESCRIPTION

### Summary

It is shown that the equations of intensity transfer can be used for describing the stimulated Raman scattering (SRS) in solids in a wide range of pump radiation intensities, and that the effect of the stimulated Raman scattering on the population of vibrational transition levels, on which SRS occurs, can be considered negligible. A simple method is developed for taking into account this effect in the region where it must not be neglected.