

2009

# Impacto del modelo de ranging en sistemas TOA/TDOA. Propuestas de mejora



Autor: Salvador Guardiola Fernández

Director: Israel Martín Escalona

12/07/2009



Escola Tècnica Superior d'Enginyeria  
de Telecomunicació de Barcelona

UNIVERSITAT POLITÈCNICA DE CATALUNYA

# Resumen

---

Debido a la creciente popularidad de las redes ad hoc, ha habido un incremento en el interés por sus problemas asociados, especialmente el de posicionamiento de sus nodos. Por eso surgen en los últimos tiempos numerosas técnicas de posicionamiento. Dado que la simulación es la forma más común de evaluar el funcionamiento de las técnicas de posicionamiento, es vital la utilización de un modelo apropiado del entorno, con el fin de obtener evaluaciones realistas. Una característica de los entornos *wireless* de interior es el efecto provocado por la falta de visibilidad directa entre terminales (*Non-Line-of-Sight*), el cual deteriora la estimación de la posición en esquemas basados en estimaciones de la distancia (*ranging*) a través de medidas del tiempo de llegada (*Time-of-Arrival*). En este estudio se comparan mediante simulaciones de Monte Carlo varios modelos del error de *ranging* para entornos de interior y se investiga su impacto en los resultados de dos técnicas de localización. Los resultados muestran que el valor eficaz del error de posicionamiento sufre un incremento de hasta el 18% del valor eficaz del error de *ranging* cuando se usan modelos dependientes de la distancia en vez de sus homólogos independientes. Esto indica que la utilización de modelos dependientes de la distancia puede ser útil para evitar evaluaciones demasiado optimistas.

El *passive-TDOA* (*passive Time Difference Of Arrival*) es una técnica de posicionamiento recientemente publicada, la cual tiene la interesante propiedad de no inyectar tráfico en la red. En este estudio se ha propuesto una serie de modificaciones sobre la técnica original, al objeto de mejorar la precisión obtenida. Dichas modificaciones consisten en la ponderación de las ecuaciones del sistema resultante de aplicar la técnica *passive-TDOA*, con el objetivo de penalizar aquellas ecuaciones que se suponen menos fiables. Para ello se han tenido en cuenta dos aspectos. Por un lado, se ha considerado que aquellas ecuaciones provenientes de puntos de acceso lejanos incurren en una mayor imprecisión. Por otro lado, se ha asumido que puntos de acceso cercanos entre sí se verán afectados por errores de magnitud similar, puesto que las trayectorias seguidas por la señal se vean salpicadas por las mismas fuentes de error. En contra de lo esperado, los resultados obtenidos muestran que no se ha producido una mejora significativa.

# Contenidos

---

<b>Resumen.....</b>	<b>1</b>
<b>Lista de figuras.....</b>	<b>4</b>
<b>Lista de tablas.....</b>	<b>6</b>
<b>Agradecimientos.....</b>	<b>7</b>
<b>1. Introducción .....</b>	<b>8</b>
<b>2. Passive-TDOA .....</b>	<b>10</b>
2.1. El problema de localización en redes ad hoc .....	10
2.2. Técnicas de localización en redes ad hoc.....	11
2.2.1. Trabajos relacionados.....	12
2.2.2. Time of Arrival .....	12
2.2.3. Passive-TDOA .....	14
<b>3. Error de ranging .....</b>	<b>24</b>
3.1. Modelo del canal móvil.....	24
3.2. Visibilidad.....	26
<b>4. Modelo del error .....</b>	<b>28</b>
4.1. Planteamiento del problema.....	28
4.2. Trabajos relacionados .....	29
4.3. Modelos del error de <i>ranging</i> dependientes de la distancia.....	31
4.3.1. Modelo del <i>delay spread</i> .....	31
4.3.2. Incorporación del <i>delay spread</i> a los modelos del error de <i>ranging</i> .....	33
4.4. Implementación y simulación .....	37
4.4.1. Escenario de simulación.....	37
4.4.2. Modelos del error y parámetros de simulación.....	38

---

4.5. Análisis de los resultados .....	40
<b>5. Ponderación del passive-TDOA.....</b>	<b>60</b>
5.1. Planteamiento del problema.....	60
5.2. Trabajos relacionados .....	61
5.3. Passive-TDOA ponderado .....	63
5.3.1. Ponderación de sistemas de ecuaciones .....	63
5.3.2. Coeficientes de ponderación .....	66
5.3.3. Orden de las ecuaciones del sistema .....	73
5.4. Implementación y simulación .....	75
5.5. Análisis de los resultados.....	77
<b>6. Conclusiones .....</b>	<b>86</b>
<b>7. Perspectiva de futuros trabajos .....</b>	<b>88</b>
<b>8. Bibliografía .....</b>	<b>90</b>
<b>Anexos .....</b>	<b>94</b>
Anexo A: <i>Linear least squares &amp; Non linear least squares</i> .....	94
Anexo B: Proceso de simulación .....	100
Anexo C: Siglas y acrónimos.....	105

# Lista de figuras

---

2.1. Esquema de utilización de una técnica TOA.....	13
2.2. Operación de la técnica passive-TDOA.....	14
2.3. Diagrama de flujo para el modo <i>smart</i> de la técnica passive-TDOA.....	21
3.1. Ejemplo de la respuesta impulsional de un canal con propagación multicamino.	26
3.2. Ejemplo de canal LOS ( <i>Line of Sight</i> ).....	27
3.3. Ejemplo de canal NLOS ( <i>Near Line of Sight</i> ).....	27
4.1. Incremento del error con la distancia.....	34
4.2. Efecto cero.....	35
4.3. Solución al efecto cero e inconveniente de la gaussiana.....	36
4.4. Resultados de aplicar los distintos modelos del error de <i>ranging</i> utilizando la técnica 2-way TOA.....	42
4.5. Resultados de aplicar los distintos modelos del error de <i>ranging</i> utilizando la técnica passive-TDOA.....	46
4.6. Margen de confianza de los valores del escenario más representativo de entornos de interior.....	49
4.7. Tasa de filtrado de la técnica passive-TDOA utilizando los tres modelos de <i>ranging</i> .....	52
4.8. Percentiles de las técnicas TOA y passive-TDOA utilizando los tres modelos de <i>ranging</i> .....	54
4.9. Error relativo al modelo <i>Exponential range-independent</i> de las técnicas TOA y passive-TDOA.....	57
4.10. Funciones de densidad de probabilidad empíricas de los tres modelos del error en el escenario más representativo de entornos de interior.....	59
5.1. Representación de los candidatos.....	62
5.2. Ponderación de distancia.....	67
5.3. Geometría de la red.....	67

---

5.4. Ponderación por geometría. ....	69
5.5. Ángulo $\varphi$ . ....	69
5.6. Ejemplo del cálculo de los coeficientes de geometría. ....	70
5.7. Coeficientes $\lambda_{\text{TOA}}$ y $\lambda_{\text{TDOA}}$ . ....	73
5.8. Mejora producida por la ordenación de las ecuaciones. ....	74
5.9. RMSE de posicionamiento para los distintos escenarios planteados. ....	79
5.10. Resultados de aplicar las cuatro técnicas de localización. ....	80
5.11. Percentiles de las 4 técnicas de localización. ....	82
5.12. RMSE de posicionamiento relativo. ....	83
5.13. Tasa de filtrado del algoritmo lineal y no lineal para un escenario con 4 APs. ....	84
7.1. Restricción del área de búsqueda. ....	89
B.1. Interficie de simulación. ....	100
B.2. Elección del modelo del error. ....	101
B.3. Colocación de los landmarks. ....	102

## Lista de tablas

---

4.1. Parámetros del modelo <i>Exponential range-independent</i> .....	39
4.2. Parámetros del modelo <i>Exponential range-dependent</i> .....	39
4.3. Parámetros del modelo <i>Gaussian range-dependent</i> .....	39
4.4. Regresión lineal de la técnica TOA utilizando los tres modelos de <i>ranging</i> .....	43
4.5. Diferencias de los valores $b_0$ y $b_1$ de la técnica TOA.....	43
4.6. Regresión lineal de los percentiles de las técnicas TOA y <i>passive-TDOA</i> utilizando los tres modelos de <i>ranging</i> .....	55
5.1. Resultados de la prueba de distintas distancias pero un mismo $T(i, j)$ .....	68
5.2. Mejora producida por la ordenación de las ecuaciones. ....	75
5.3. Parámetros del modelo del error del estudio de la ponderación.....	77
5.4. Percentiles de las 4 técnicas de localización.....	82

# Agradecimientos

---

Primero de todo, querría agradecer a la ETSETB y en particular al departamento de telemática el haberme permitido trabajar en este proyecto. Me gustaría agradecer especialmente a mi tutor Israel Martín Escalona, por todo el soporte y asistencia que me ha ofrecido durante su realización.

Además, me gustaría agradecer a mi familia y a todos mis amigos que me han dado su apoyo y comprensión durante todo este tiempo ya que gracias a ellos he podido trabajar de una forma tranquila y cordial en la elaboración del proyecto. Me gustaría agradecer de forma muy especial a mi novia Cristina García Cifuentes por todo el apoyo y el asesoramiento que me ha dado para poder realizar este estudio.

Barcelona, España – 12 de julio de 2009



# 1. Introducción

---

En los últimos años se ha incrementado mucho el interés por las redes ad hoc, debido principalmente a su fácil puesta en marcha y su versatilidad para poder adaptarse a escenarios móviles. No obstante, este tipo de redes plantea una serie de desafíos, cuya solución no es para nada trivial. Los mecanismos de encaminamiento representan uno de los ejemplos más claros. En redes ad hoc en un principio se intentó imitar los protocolos de enrutamiento de redes fijas las cuales mantienen rutas hacia todos los nodos de la red en forma constante. Es decir, todos los nodos de la red saben en todo momento hacia que nodo enrutar un paquete, para cualquier destino posible. Esto es problemático en redes ad hoc debido al desconocimiento y variabilidad de las posiciones de los nodos que la forman. En efecto, esta información de enrutamiento sólo es válida un cierto tiempo y requiere ser actualizada a lo largo del tiempo mediante procesos de descubrimiento de rutas. Esto implica un aumento del tráfico en la red y problemas asociados de escalabilidad si se utilizan enfoques naif. Es por ello que se han desarrollado estrategias de enrutamiento, siendo una de las más prometedoras aquellas basadas en *georouting* [1-5]. Éstas se basan en el conocimiento de la zona geográfica en la que se encuentra el nodo destino para llevar a cabo el encaminamiento.

El encaminamiento y otros desafíos, unidos al creciente interés de las compañías de telecomunicaciones por ofrecer servicios con la necesidad de conocer la posición de los nodos en la red, ha motivado que la industria fije su interés en el desarrollo de nuevos algoritmos de localización.

De esta forma, se han desarrollado numerosas técnicas de localización, si bien en los últimos años el interés en este ámbito parece haberse centrado en técnicas destinadas a operar en escenarios de interior. Algunas de estas técnicas son el *fingerprinting* [6-8] que utiliza un calibrado inicial del medio para posicionar el nodo o el *AoA (Angle Of Arrival)* [9], basada en la observación del ángulo de llegada. Este estudio está centrado en dos técnicas: *TOA (Time Of Arrival)* [10-11] y *passive-TDOA (Time-Difference Of Arrival)* [12], que se basan en la medición del tiempo de propagación de uno o varios mensajes enviados de un nodo a otro. Dicho tiempo se usa para estimar la distancia que separa al nodo en cuestión de otros nodos y así poder posicionarse. Tienen como ventaja el hecho de no necesitar etapas de calibración previa ni hardware específico como es el

caso de otras técnicas. No obstante, la observación de tiempos de propagación no está exenta de errores. Varias fuentes de error, como la propagación multicamino, los obstáculos o el ruido térmico impactan en la precisión con que el tiempo de propagación es estimado. Una de las peores situaciones se produce cuando no hay visibilidad directa entre los nodos involucrados en el proceso de localización. En este caso, el primer eco recibido no sigue el camino directo entre los nodos, lo cual lleva a una sobreestimación de la distancia.

De esta forma, para poder simular con realismo el comportamiento de las distintas técnicas de localización basadas en medidas temporales, se debe utilizar un modelo capaz de caracterizar los errores producidos en la estimación de la distancia, comúnmente llamado error de *ranging* (distancia). En la actualidad, los modelos de ranging pueden clasificarse de acuerdo a su dependencia con la distancia real, dando lugar a aquellos modelos en los que el error depende de la distancia que queremos calcular y aquellos en los que no se tiene en cuenta esta dependencia. Para poder llevar a cabo una simulación representativa, el modelo del error ha de ser lo más fiel posible a la realidad. Cuanto más separados estén dos nodos más probable es la aparición de obstáculos en su camino y de esta manera menos opciones de visión directa entre ellos, provocando todo ello un mayor error de *ranging*. Todo ello lleva a pensar que hay motivos para considerar que la distancia puede tener un impacto apreciable a la hora de estimar el error del tiempo de propagación y que por tanto debería tenerse en cuenta a la hora de utilizar y/o desarrollar modelos realistas de error de ranging.

Este estudio plantea dos objetivos. El primero de ellos es la discusión de un modelo del error de *ranging* más representativo para escenarios de interior y su comparación con los modelos utilizados hasta el momento en estos escenarios. El segundo evalúa diferentes propuestas que tienen por objetivo aumentar la precisión de las técnicas de localización basadas en la medida del tiempo de propagación. En concreto se han propuesto dos estrategias: reducir el impacto de la geometría en las medidas tomadas y evitar el uso de las medidas más ruidosas en el cómputo de la posición.

## 2. Passive-TDOA

---

### 2.1. El problema de localización en redes Ad hoc

Una red ad hoc se define como una red sin cables descentralizada, la cual se crea sobre la marcha para un determinado propósito [13]. Fueron creadas hace muchos años para un servicio militar con el objetivo de ser flexibles a escenarios forzados a constantes cambios que impiden considerar cualquier tipo de infraestructura. Hoy en día hay numerosos servicios móviles que requieren este tipo de capacidades que únicamente nos ofrecen las redes ad hoc, como son *packet tracking*, *online-gaming*, etc. por lo que su uso se ha vuelto mucho más común, trayendo consigo una serie de problemas asociados: ruta óptima, fragmentación, control de la energía, etc.

El posicionamiento en redes ad hoc adquiere importancia en el momento en que se empiezan a ofertar servicios que requieren conocer la posición de sus nodos. Las redes de sensores WSN (*Wireless Sensor Networks*) concretamente utilizan gran parte de estos servicios. Además, el posicionamiento no es sólo importante para el aprovisionamiento de servicios, también es crucial en el desarrollo del protocolo. El enrutamiento es uno de los ejemplos más claros. Es más, estudios demuestran que únicamente los protocolos de enrutamiento basados en posicionamiento son escalables [14].

Una red ad hoc está constituida por tres tipos de nodos dependiendo de sus capacidades de localización: nodos de referencia (*beacon nodes*), nodos posicionados (*settled nodes*) y nodos por posicionar (*unknown nodes*) [15]. Los nodos de referencia, también llamados *anchors* o *landmarks*, son aquellos nodos que calculan su posición por ellos mismos sin usar ningún algoritmo de localización para redes ad hoc. De esta forma, este tipo de nodos sirven de referencia para poder llevar a cabo el algoritmo de localización en cuestión. Los nodos por posicionar son los nodos que aun no saben su posición. Cuando empieza el algoritmo de localización todos los nodos son nodos por posicionar. Por último, los nodos posicionados son nodos que ya han calculado su posición intercambiando información con nodos de referencia y con otros nodos posicionados.

## 2.2. Técnicas de localización en redes ad hoc

Existen dos grandes familias de técnicas de localización empleadas en redes ad hoc. Por un lado, las técnicas basadas en medidas de *ranging* (distancia), que consisten en calcular la distancia entre el nodo por posicionar y otro nodo cuya posición es conocida. Este procedimiento se repite con otros nodos con posición conocida y con esta información se calcula la posición del nodo por triangulación [16]. Por otra parte, las técnicas basadas en medidas de ángulo de llegada, que consisten en calcular la posición del nodo por triangulación una vez que el ángulo de llegada de varias señales es conocido [9].

Tras tomar estas medidas las técnicas de localización gestionan la información de forma que el resultado favorezca al máximo número de nodos implicados posible.

Los sistemas de localización en redes ad hoc se encuentran limitados por una serie de factores:

- Precisión: en determinados escenarios puede ser determinante.
- Diseño eficiente de la energía: debido a las restricciones de tamaño se hace más complicado
- Naturaleza aleatoria de la red
- Escalabilidad: se debe minimizar el impacto de añadir un nuevo nodo a posicionar en la red.
- Densidad de nodos: no se pueden asumir condiciones isotrópicas.
- Porcentaje de *landmarks*: el algoritmo debería ser todo lo insensible que se pueda al porcentaje de *landmarks* así como a la posición de los mismos.

Según sus características, los algoritmos de localización pueden clasificarse en:

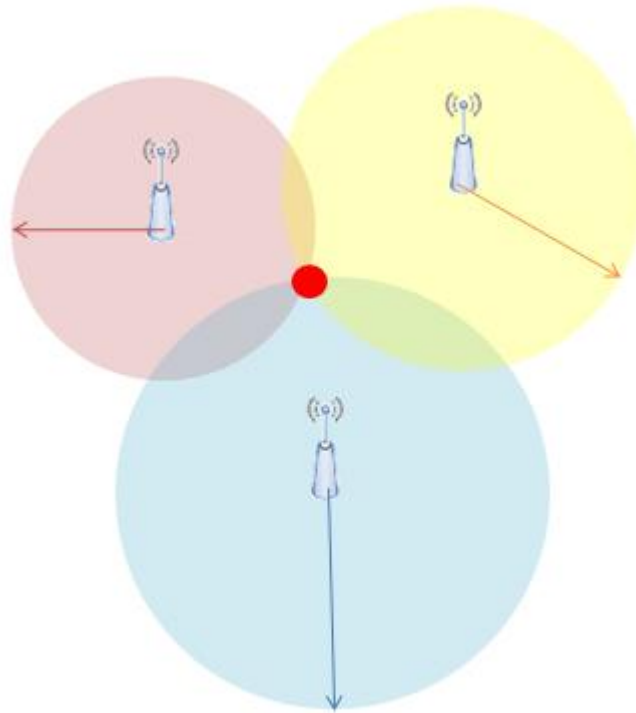
- Centralizado o distribuido.
- Incremental o concurrente.
- Un salto o multi-salto [17].
- Según la presencia de *landmarks*: localización con *landmarks*, localización con *landmarks* móviles o localización libre de *landmark* [18].
- Basado en distancia o libre de distancia.

### 2.2.1 Trabajos relacionados

Se han desarrollado numerosas técnicas de localización para interiores. Algunas de ellas hacen uso de un hardware específico, como es el caso de las basadas en medidas temporales bajo *UWB (Ultra Wide Band)* [19-20], que producen unos resultados excelentes desde el punto de vista de precisión. No obstante, el uso de este hardware específico merma sus posibilidades de despliegue masivo, debido a que requiere unos nodos y una infraestructura de la red en general específica. Es por este motivo que la mayoría de las técnicas optan por reutilizar las capacidades de las redes de comunicación ya desplegadas para calcular la posición de los usuarios de la misma. Es el caso de las basadas en *fingerprinting* [6-8]. Este tipo de técnicas establecen dos etapas. La primera, previa al despliegue de la técnica, se basa en tomar medidas del nivel de señal e interferencia en puntos determinados, cuya densidad determinará en gran medida la precisión de la técnica. Dichas medidas junto a la posición en la que se han tomado se guardan entonces en una base de datos. De esta forma se consigue un calibrado del sistema. La segunda etapa consiste en tomar medidas desde el nodo móvil y contrastar dichas medidas con las almacenadas en la base de datos, para discernir posteriormente la posición más probable. Esta técnica tiene el inconveniente de requerir de una fase previa a su despliegue que se ha de repetir siempre que cambien las condiciones del entorno. Además, las medidas obtenidas por el nodo pueden diferir considerablemente de las almacenadas en la base de datos si la densidad de población en el entorno varía drásticamente. Por ello, el coste de operación y mantenimiento puede ser alto para el beneficio (en términos de *QoS*) obtenido.

### 2.2.2. Time Of Arrival

Recientes estudios sobre posicionamientos en redes de interior demuestran que las técnicas TOA (*Time Of Arrival*) son mejores que otras técnicas como por ejemplo *fingerprinting*. Las técnicas TOA consisten en medir el tiempo que tarda un paquete en llegar del nodo por posicionar a un *landmark*. De esta forma se puede hacer una estimación de la distancia que separa a ambos nodos. A continuación con esta información se calcula la posición del nodo por triangulación (Figura 2.1)



**Figura 2.1. Esquema de utilización de una técnica TOA**

La precisión obtenida por estas técnicas es similar a otras, sin necesidad de ayuda adicional para la configuración ni mantenimiento. Sin embargo, las técnicas TOA necesitan repetir esta medida de tiempo al menos contra tres *landmarks* para obtener un posicionamiento 2D. Además, todos los sistemas transmisores involucrados en el posicionamiento han de estar sincronizados para poder medir la diferencia entre el instante de salida del paquete del emisor y el instante de llegada al receptor.

Para poder trabajar con sistemas no sincronizados surgen los algoritmos basados en *2-way TOA*, como los presentados en [10] y [11]. Éstos solventan este problema midiendo RTTs (*Round Trip Time*) en lugar de tiempos de propagación correspondientes a un único camino. De esta forma, las medidas de tiempo se realizan mediante el mismo reloj. El problema de este tipo de técnicas es que para mejorar la precisión de las medidas, emplean mecanismos estadísticos basados en repetición. Lo cual incrementa el tráfico en la red y perjudica notablemente la escalabilidad.

Es en este punto donde surge la técnica *passive-TDOA* [12, 13] que extiende las capacidades de localización del TOA sin introducir tráfico en la red, como se verá a continuación.

### 2.2.3. Passive-TDOA

En esta sección se explica la técnica *passive-TDOA* propuesta por [12, 13] entorno a la cual se articula el resto del estudio. Se sigue la notación utilizada en [13].

#### *Escenario de aplicación*

Este algoritmo basa su funcionamiento en un sistema de localización operando bajo 2-way TOA. La principal característica del algoritmo *passive-TDOA* [12] es que escucha los mensajes del medio de acceso enviados por otros nodos (nodos que se posicionan utilizando la técnica *2-way TOA*) y calcula diferencias de tiempos de llegada (TDOA, *Time-Difference Of Arrival*) a partir de ellos. Esto implica que para que se pueda llevar a cabo esta técnica de localización, los nodos han de operar en una red de difusión. No obstante, esto no supone un gran impedimento ya que es el caso de la mayoría de las redes locales inalámbricas actuales y aun más si nos vamos al caso ad hoc.

A continuación se presenta un escenario simplificado que permitirá comprender el funcionamiento del algoritmo *passive-TDOA*. Dicho escenario consiste en un nodo activo, es decir, el que genera tráfico de localización de acuerdo a la técnica de localización *2-way TOA* antes descrita.

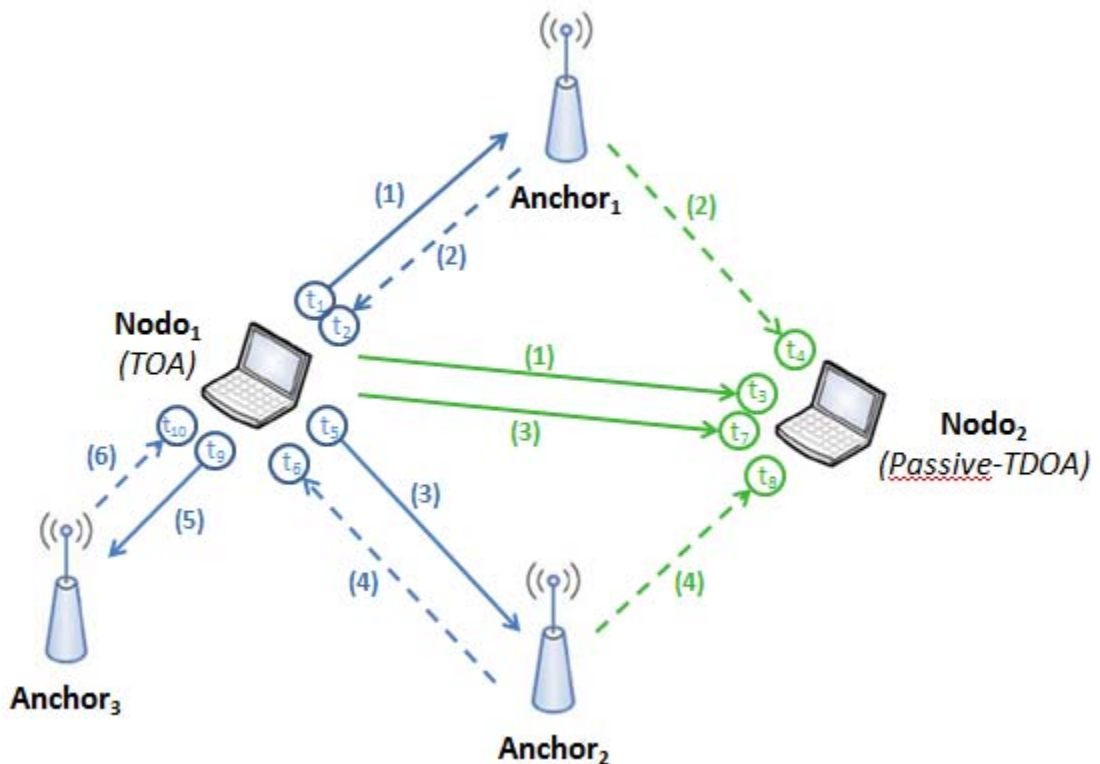


Figura 2.2. Operación de la técnica *passive-TDOA*.

El procedimiento de posicionamiento del algoritmo *passive-TDOA* es el descrito en la Figura 2.2. En ella se muestra una red con tres *anchors* o *landmarks* ( $Anchor_1$ ,  $Anchor_2$  y  $Anchor_3$ ) y dos nodos comunes con capacidades de localización ( $Nodo_1$  y  $Nodo_2$ ). En un momento dado, el  $Nodo_1$  empieza un proceso de localización *2-way TOA* para posicionarse. Para ello, el  $Nodo_1$  manda un mensaje (1) al  $Anchor_1$  en el instante  $t_1$  el cual replica con un mensaje (2) que llega al  $Nodo_1$  en el instante  $t_2$ . Con esta información, el correspondiente RTT ya se puede calcular por el  $Nodo_1$ ,  $t_2-t_1$ . Sin embargo, otros nodos en la red también escuchan estos mensajes debido a la característica de difusión de la red. Es el caso del  $Nodo_2$  que escucha el mensaje (1) en el instante  $t_3$  y la réplica de este mensaje (2) en el instante  $t_4$ . Con esta información, el  $Nodo_2$  genera la medida  $t_4-t_3$ .

Este proceso lo repite el  $Nodo_1$  con los otros *anchors* ( $Anchor_2$  y  $Anchor_3$ ). No obstante, debido a que el  $Nodo_2$  solo está en el radio de cobertura del  $Anchor_1$  y el  $Anchor_2$ , este solo es capaz de calcular dos tiempos TDOA ( $t_4-t_3$  y  $t_8-t_7$ ). Sin embargo, esta información ya es suficiente para determinar la posición del  $Nodo_2$  utilizando la técnica *passive-TDOA*, a diferencia de la técnica TOA que necesitaría tres medidas de tres *anchors* distintos para poder llevarse a cabo. A cambio, el algoritmo *passive-TDOA* necesita saber la posición del  $Nodo_1$ , que le será proporcionada (por ejemplo, por *broadcasting* desde el  $Nodo_1$ ) o la estimará él mismo como se verá más adelante.

### **Aplicaciones del algoritmo *passive-TDOA***

El algoritmo *passive-TDOA* tiene múltiples aplicaciones en el campo de la localización. La principal es la que se ha discutido anteriormente y consiste en posicionar un nodo por posicionar sin inyectar tráfico en la red. Esta característica es esencial en los algoritmos de localización ya que mejora la escalabilidad.

Otra aplicación de este algoritmo radica en su capacidad de posicionar nodos en condiciones que el algoritmo TOA no sería capaz. Es el caso de la Figura 2.2 donde el  $Nodo_2$  está en la zona de cobertura de únicamente dos *anchors*. De hecho, esta técnica del *passive-TDOA* está pensada para que logre posicionar siendo que el nodo en cuestión esté en la zona de la cobertura de un único *anchor* siempre y cuando tenga suficientes nodos posicionados a la vista y conozca sus posiciones. Esto hace que este algoritmo sea ideal para posicionar bajo condiciones extremas (por ejemplo, escenarios



en los que hay interferencia) y mitigar el impacto de los *anchors* (que, por ejemplo, necesitan un mantenimiento).

Por otra parte, como veremos más adelante, el algoritmo *passive-TDOA* es capaz de estimar la posición de los nodos TOA, es decir, los nodos cuya posición se ha calculado utilizando *2-way TOA*. De este modo, este algoritmo puede ser utilizado para mejorar la precisión de las posiciones TOA.

Todas estas aplicaciones del *passive-TDOA* dan lugar a notables mejoras en la escalabilidad del sistema, ya que muchos clientes pueden ser localizados mientras que sólo unos pocos están ejecutando un posicionamiento TOA y por lo tanto inyectando tráfico en la red.

Sin embargo, todas estas ventajas, y en particular este aporte en escalabilidad, quedan condicionadas a que el algoritmo *passive-TDOA* sea capaz de proporcionar posiciones lo bastante precisas como para sustituir a otras técnicas no escalables. Un gran error de posicionamiento haría que estos resultados no tuvieran utilidad alguna.

### **Algoritmo *passive-TDOA* con la posición del TOA proporcionada [12]**

#### *Descripción del algoritmo*

El algoritmo *passive-TDOA* puede utilizar medidas de un solo nodo TOA o de varios. En esta explicación nos centraremos en el primer caso. No obstante, la extensión a varios nodos TOA sería fácilmente generalizable.

Tal y como se muestra en la Figura 2.2, los nodos *passive-TDOA* (nodos que utilizan el algoritmo de posicionamiento *passive-TDOA*) necesitan almacenar varios datos para poder llevar a cabo la técnica. En primer lugar, dos matrices se almacenan en el nodo *passive-TDOA*.

$$\begin{aligned}
 P(t) &= \begin{bmatrix} AP_1(x, t) & AP_1(y, t) & AP_1(z, t) \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ AP_n(x, t) & AP_n(x, t) & AP_n(x, t) \end{bmatrix} \\
 Q(t) &= \begin{bmatrix} MS_1(x, t) & MS_1(y, t) & MS(z, t) \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ MS_n(x, t) & MS_n(x, t) & MS_n(x, t) \end{bmatrix} \quad (2.1)
 \end{aligned}$$

La matriz  $P(t)$  guarda las posiciones de los APs (Access Point) o *anchors*, mientras que la matriz  $Q(t)$  guarda las posiciones del resto de nodos de la red. Para hacer más simple

esta explicación, y sin pérdida de generalidad, consideraremos que las matrices  $P(t)$  y  $Q(t)$  no cambian con el tiempo. Así, hablaremos de la matriz  $P$  y  $Q$ .

Las posiciones de los *anchors* se asume que son conocidas en la red (por ejemplo, por *broadcast* por toda la red) y de esta forma se puede generar la matriz  $P$ . Por otra parte, en esta sección suponemos que los nodos TOA suministran su posición una vez la tienen calculada (por ejemplo, también por *broadcast*) y de esta forma se construye la matriz  $Q$  en los nodos *passive-TDOA*.

A continuación se generan otras dos matrices usando  $P$  y  $Q$ :

$$R = \begin{bmatrix} \text{Ranging}(MS_1, AP_1) & \cdots & \text{Ranging}(MS_1, AP_n) \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \text{Ranging}(MS_m, AP_1) & \cdots & \text{Ranging}(MS_m, AP_n) \end{bmatrix} \quad (2.2)$$

$$T = c \cdot \begin{bmatrix} \text{TDOA}(MS_1, AP_1) & \cdots & \text{TDOA}(MS_1, AP_n) \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \text{TDOA}(MS_m, AP_1) & \cdots & \text{TDOA}(MS_m, AP_n) \end{bmatrix} \quad (2.3)$$

La primera contiene la distancia estimada entre cada AP y un nodo cuya posición es conocida. Mientras que la segunda guarda la diferencia en distancia entre la llegada del mensaje enviado por el nodo TOA al AP, el cual es recibido por el nodo *passive-TDOA*, y la respuesta enviada por el AP al nodo TOA, el cual también es recibido por el nodo *passive-TDOA*. En la ecuación (2.3)  $c$  representa la velocidad de propagación. De esta forma,  $T\langle i, j \rangle$  indica la diferencia en distancia entre los caminos  $MS_i - MS_k$  y  $MS_i - AP_j - MS_k$ , donde  $MS_i$  es el nodo TOA,  $AP_j$  es el AP involucrado en el posicionamiento TOA y  $MS_k$  es el nodo *passive-TDOA* del que queremos calcular su posición.

Así, de acuerdo con la notación aquí presentada la posición de  $MS_k$  puede ser calculada resolviendo el siguiente sistema de ecuaciones (ya que hay una ecuación por cada AP):

$$T\langle i, j \rangle = R\langle i, j \rangle + R\langle k, j \rangle - \|Q_i - Q_k\|_2 = R\langle i, j \rangle + R\langle k, j \rangle - W\langle i, k \rangle \quad (2.4)$$

Donde  $\|\cdot\|_2$  es la norma Euclidiana, el índice  $i$  se hace referencia al nodo TOA con su posición conocida, el índice  $j$  se hace referencia al AP, el índice  $k$  se hace referencia al nodo *passive-TDOA* y los sub-índices de las matrices  $P$  y  $Q$  hacen referencia a sus filas y columnas.

### Resolución lineal del passive-TDOA (mínimos cuadrados)

La ecuación (2.4) genera una ecuación no lineal, cuya solución implica un gran esfuerzo computacional [21]. La ecuación (2.4) puede ser linealizada añadiendo simplemente otra incógnita. Para empezar  $R\langle k, j \rangle$ , es decir, la distancia entre  $AP_j$  y  $MS_k$ , se puede expresar como

$$R\langle k, j \rangle = \|P_j - Q_k\|_2 = \sqrt{X_j^2 + Y_j^2 + Z_j^2 + X_k^2 + Y_k^2 + Z_k^2 - 2X_jX_k - 2Y_jY_k - 2Z_jZ_k} \quad (2.5)$$

Juntado las ecuaciones (2.4) y (2.5), se obtiene

$$(T\langle i, j \rangle - R\langle i, j \rangle + W\langle i, k \rangle)^2 = X_j^2 + Y_j^2 + Z_j^2 + X_k^2 + Y_k^2 + Z_k^2 - X_j^2 - Y_j^2 - Z_j^2 - 2Y_jY_k - 2Z_jZ_k \quad (2.6)$$

Y expandiendo (2.6), se obtiene

$$T\langle i, j \rangle^2 + R\langle i, j \rangle^2 + W\langle i, k \rangle^2 + 2T\langle i, j \rangle(W\langle i, k \rangle - R\langle i, j \rangle) - 2R\langle i, j \rangle W\langle i, k \rangle = X_j^2 + Y_j^2 + Z_j^2 + X_k^2 + Y_k^2 + Z_k^2 - 2X_jX_k - 2Y_jY_k - 2Z_jZ_k \quad (2.7)$$

Posteriormente, se desplaza  $W\langle i, k \rangle^2$  desde la izquierda al lado derecho de la ecuación y se obtiene

$$T\langle i, j \rangle^2 + 2T\langle i, j \rangle(W\langle i, k \rangle - R\langle i, j \rangle) + R\langle i, j \rangle^2 - 2R\langle i, j \rangle W\langle i, k \rangle = X_j^2 + Y_j^2 + Z_j^2 - 2X_jX_k - 2Y_jY_k - 2Z_jZ_k + X_k^2 + Y_k^2 + Z_k^2 - W\langle i, k \rangle^2 \quad (2.8)$$

Expandiendo ahora  $W\langle i, k \rangle^2$  en la ecuación (2.8)

$$T\langle i, j \rangle^2 + 2T\langle i, j \rangle(W\langle i, k \rangle - R\langle i, j \rangle) + R\langle i, j \rangle^2 - 2R\langle i, j \rangle W\langle i, k \rangle = (X_j^2 + Y_j^2 + Z_j^2) - (2X_jX_k + 2Y_jY_k + 2Z_jZ_k) - (X_i^2 + Y_i^2 + Z_i^2) + (2X_iX_k + 2Y_iY_k + 2Z_iZ_k) \quad (2.9)$$

Ahora moviendo las incógnitas a la izquierda, se obtiene

$$X_{ij}X_k + Y_{ij}Y_k + Z_{ij}Z_k + (T\langle i, j \rangle - R\langle i, j \rangle)W\langle i, k \rangle = \frac{1}{2} \left( (X_j^2 + Y_j^2 + Z_j^2) - (X_i^2 + Y_i^2 + Z_i^2) - T\langle i, j \rangle^2 - R\langle i, j \rangle^2 \right) + T\langle i, j \rangle R\langle i, j \rangle \quad (2.10)$$

donde  $X_{ij}$ ,  $Y_{ij}$  y  $Z_{ij}$  son  $X_i - X_j$ ,  $Y_i - Y_j$  y  $Z_i - Z_j$ , respectivamente. La ecuación (2.10) puede ser rescrita en un formato más compacto como

$$\begin{bmatrix} X_{ij_1} & Y_{ij_1} & Z_{ij_1} & TR_{ij_1} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ X_{ij_n} & Y_{ij_n} & Z_{ij_n} & TR_{ij_n} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} X_k \\ Y_k \\ Z_k \\ W_{ik} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} B_{ij_1} \\ \vdots \\ B_{ij_n} \end{bmatrix} \quad (2.11)$$

donde  $W_{ik}$  es  $W\langle i, k \rangle$ ,  $TR_{ij_n}$  es  $T\langle i, j_n \rangle - R\langle k, j_n \rangle$  y

$$B_{ij_n} = \frac{1}{2} \left( (X_{j_n}^2 + Y_{j_n}^2 + Z_{j_n}^2) - (X_i^2 + Y_i^2 + Z_i^2) - TR_{ij_n}^2 \right) \quad (2.12)$$

Ecuaciones (2.11) y (2.12) pueden volver a escribirse utilizando un enfoque alternativo si se realizan medidas con respecto a un *landmark* de referencia. En consecuencia, se obtiene

$$\begin{bmatrix} X_{j_2j_1}^- & Y_{j_2j_1}^- & Z_{j_2j_1}^- & TR_{j_2j_1}^- \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ X_{j_nj_1}^- & Y_{j_nj_1}^- & Z_{j_nj_1}^- & TR_{j_nj_1}^- \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} X_k \\ Y_k \\ Z_k \\ W_{ik} \end{bmatrix} = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} (X_{j_2j_1}^+ X_{j_2j_1}^- + Y_{j_2j_1}^+ Y_{j_2j_1}^- + Z_{j_2j_1}^+ Z_{j_2j_1}^- - TR_{j_2j_1}^+ TR_{j_2j_1}^-) \\ \vdots \\ (X_{j_nj_1}^+ X_{j_nj_1}^- + Y_{j_nj_1}^+ Y_{j_nj_1}^- + Z_{j_nj_1}^+ Z_{j_nj_1}^- - TR_{j_nj_1}^+ TR_{j_nj_1}^-) \end{bmatrix} \quad (2.13)$$

Donde  $X_{j_nj_1}^- = X_{j_n} - X_{j_1}$ ,  $Y_{j_nj_1}^- = Y_{j_n} - Y_{j_1}$ ,  $Z_{j_nj_1}^- = Z_{j_n} - Z_{j_1}$  y

$$TR_{j_nj_1}^- = TR\langle i, j_n \rangle - TR\langle i, j_1 \rangle \quad (2.14)$$

$$TR_{j_nj_1}^+ = TR\langle i, j_n \rangle + TR\langle i, j_1 \rangle \quad (2.15)$$

Las ecuaciones (2.11) y (2.13) se pueden resolver con métodos lineales convencionales como *Mínimos Cuadráticos Lineales* [22]. No obstante, la ecuación (2.4) se puede resolver sin linealizarla utilizando métodos basados en *Mínimos Cuadráticos No Lineales*. Para más detalles sobre estos algoritmos se puede consultar el anexo A.

### *Resolución no lineal del passive-TDOA (mínimos cuadráticos)*

*Mínimos Cuadráticos No Lineales* puede usarse en ciertos escenarios en los cuales una buena posición burda puede ser calculada con *Mínimos Cuadráticos Lineales* y refinada con *Mínimos Cuadráticos No Lineales* para obtener de esta forma una mayor precisión. En este caso, estos algoritmos se basan principalmente en el análisis de la ecuación (2.4). De acuerdo con esta ecuación la medida del error se puede definir como

$$r_{ij} = \hat{T}\langle i, j \rangle - T\langle i, j \rangle \quad (2.16)$$

donde  $\hat{T}\langle i, j \rangle$  es la diferencia en distancia medida y  $T\langle i, j \rangle$  es la diferencia en distancia real. El Jacobiano de  $r_{ij}$  se puede calcular fácilmente como

$$J = \frac{d}{d\vec{x}_k} \vec{r}_{ij} = \begin{bmatrix} \frac{X_{j1k}}{R_{j1k}} - \frac{X_{ik}}{W_{ik}} & \frac{Y_{j1k}}{R_{j1k}} - \frac{Y_{ik}}{W_{ik}} & \frac{Z_{j1k}}{R_{j1k}} - \frac{Z_{ik}}{W_{ik}} \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ \frac{X_{jn k}}{R_{jn k}} - \frac{X_{ik}}{W_{ik}} & \frac{Y_{jn k}}{R_{jn k}} - \frac{Y_{ik}}{W_{ik}} & \frac{Z_{jn k}}{R_{jn k}} - \frac{Z_{ik}}{W_{ik}} \end{bmatrix} \quad (2.17)$$

donde  $X_{jk} = X_j - X_k$ ,  $Y_{jk} = Y_j - Y_k$ ,  $Z_{jk} = Z_j - Z_k$ ,  $X_{ik} = X_i - X_k$ ,  $Y_{ik} = Y_i - Y_k$ ,  $Z_{ik} = Z_i - Z_k$  y  $R_{jk} = R\langle j, k \rangle$ . Esta matriz puede calcular la posición del nodo *passive-TDOA* utilizando algoritmos tradicionales de *Mínimos Cuadráticos No Lineales*. Para más detalles sobre estos algoritmos se puede consultar el anexo A.

### **Algoritmo *passive-TDOA* con la posición del TOA estimada [13]**

Uno de los requisitos más restrictivos del algoritmo *passive-TDOA* es el de tener que conocer la posición del nodo TOA (*2-way TOA*). El suministro de esta información en los procedimientos de localización de posición en los que haya sido solicitada por un tercero no debe implicar cambios en el algoritmo *2-way TOA* en cuestión. Sin embargo, esta restricción no se aplica en el caso de que la posición del nodo TOA sea estimada desde el nodo *passive-TDOA*.

Aunque el suministro de la posición del nodo TOA tiene un escaso impacto en la capacidad de la red, se vuelve imprescindible definir un protocolo que garantice este abastecimiento de las posiciones TOA, una vez han sido calculadas, a cada uno de los nodos *passive-TDOA*. Esto provocaría algunas modificaciones en el algoritmo *2-way TOA* que no son deseables. *OMA SUPL* [23] puede ser usado para estos fines, no obstante algunas cuestiones de seguridad se han de tratar previamente (por ejemplo, posiciones que no deben ser identificadas).

Así se proponen dos modos de funcionamiento según si la posición del nodo TOA es proporcionada o estimada por el nodo *passive-TDOA*: *regular* y *smart*. El primero consiste en el algoritmo tal y como se ha explicado en la sección anterior. Por otra parte, el modo *smart* permite calcular la posición del nodo TOA y la propia del nodo *passive-TDOA* todo desde el mismo nodo *passive-TDOA*.

Este segundo modo de funcionamiento tiene varias ventajas:

- El algoritmo *passive-TDOA* no depende de la posición suministrada por el nodo TOA. Por lo tanto, cualquier *2-way TOA* puede ser utilizado junto con el *passive-TDOA* introduciendo solo unos pequeños cambios.
- El nodo *passive-TDOA* calcula, además de su propia posición, la del nodo TOA lo que implica una mayor precisión en esta medida. Además, este cálculo de la posición de otros nodos es muy útil en escenarios en los que una aplicación necesita localizar a todos los usuarios.

### Descripción del algoritmo

El modo *smart* del algoritmo *passive-TDOA* se basa en una característica usual del algoritmo *2-way TOA*: la redundancia del RTT. Estos algoritmos tienden a medir varias veces el RTT respecto al mismo *landmark* para reducir de esta forma los errores causados por el sistema de medida y el canal radio y mejorar así su precisión. El modo *smart* usa dos RTTs consecutivos al mismo *landmark* y desde el mismo nodo TOA obteniendo dos estimaciones de la diferencia de tiempos, que llamaremos  $TDOA_1$  y  $TDOA_2$ , y que son equivalentes a la diferencia de tiempos TDOA del modo *regular*.

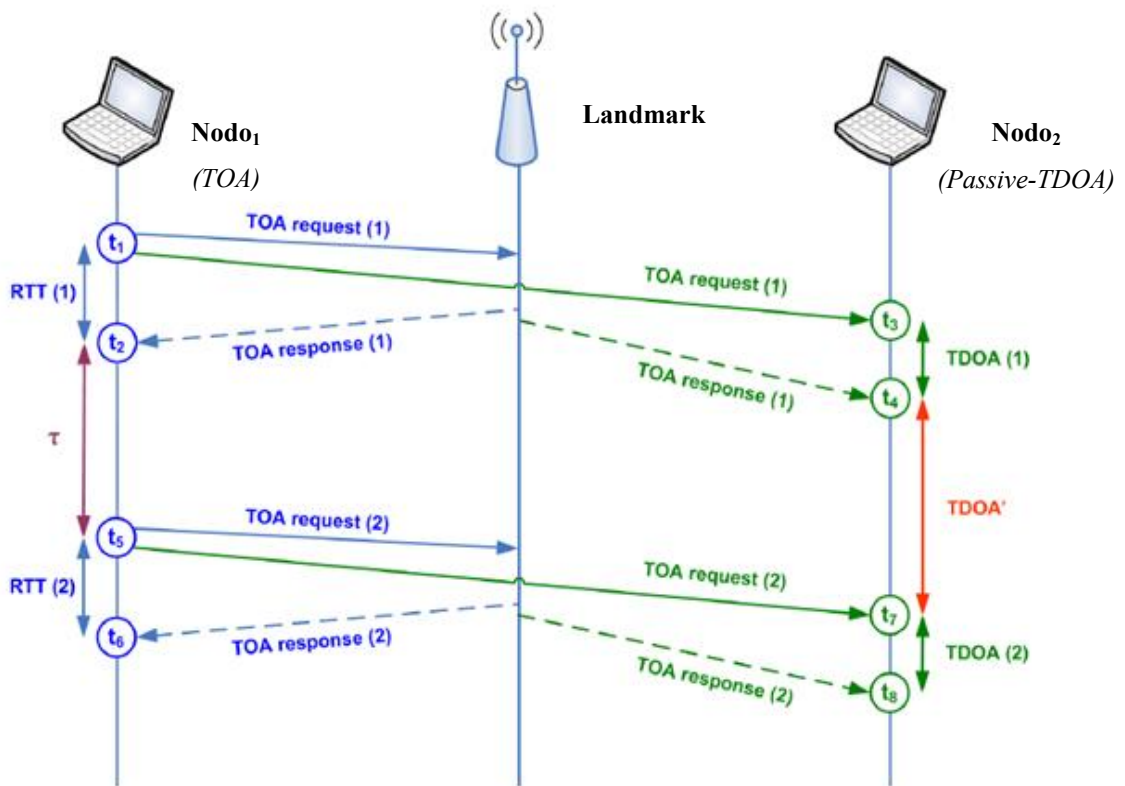


Figura 2.3. Diagrama de flujo para el modo smart de la técnica *passive-TDOA*.

La Figura 2.3 muestra en qué consiste el modo *smart* del algoritmo *passive-TDOA*. La explicación está basada en el escenario de la Figura 2.2 pero reducido a: un nodo TOA ( $Nodo_1$ ), un *landmark* (*Landmark*) y un nodo *passive-TDOA* ( $Nodo_2$ ). Como se explico para el caso del modo *regular*, el  $Nodo_1$  procede a calcular la distancia entre el *Landmark* y el mismo. El resultado es que  $RTT_1$  es medido como  $t_2-t_1$ . En consecuencia,  $TDOA_1$  es deducido en el nodo *passive-TDOA* como  $t_4-t_3$ . Hasta este punto el procedimiento es exactamente igual que en el modo *regular*.

Entonces, el  $Nodo_1$  repite el mismo procedimiento involucrando a las mismas entidades (*Landmark* explícitamente y  $Nodo_2$  no explícitamente) transcurrido un tiempo  $\tau$  conocido por todos los nodos de la red. Este nuevo procedimiento proporciona nuevas estimaciones a los nodos TOA y *passive-TDOA*. El modo *smart* obtiene beneficios de esta redundancia en las medidas ya que con ella puede estimar la distancia entre el *Landmark* y el  $Nodo_1$  desde el  $Nodo_2$ . Esto lo puede hacer gracias a una nueva medida de diferencia de tiempos llevada a cabo por el  $Nodo_2$ :  $TDOA'$ . Esta diferencia de tiempos corresponde a la diferencia entre la llegada al  $Nodo_2$  del primer *TOA response* y el segundo *TOA request*, a la que se le resta el tiempo transcurrido entre los dos procedimientos  $\tau$  ( $t_7 - t_4 - \tau$ ). Esta información junto con el  $TDOA_1$  y el  $TDOA_2$  permite conocer la distancia entre el  $Nodo_2$  y el *Landmark*.

De acuerdo con la ecuación (2.4) y el escenario presentado en la Figura 2.3, dos TDOAs son calculados como

$$T\langle i, j \rangle^{(1)} = R\langle i, j \rangle^{(1)} + R\langle j, k \rangle^{(1)} - W\langle i, k \rangle^{(1)} \quad (2.18)$$

$$T\langle i, j \rangle^{(2)} = R\langle i, j \rangle^{(2)} + R\langle j, k \rangle^{(2)} - W\langle i, k \rangle^{(2)} \quad (2.19)$$

donde el superíndice indica si nos referimos al primer  $(^{(1)})$  o al segundo procedimiento  $(^{(2)})$  TDOA y los subíndices  $i, j, k$  se refieren al nodo TOA, al *Landmark* y al nodo *passive-TDOA* respectivamente. Estos dos TDOAs son promediados

$$T\langle i, j \rangle = \frac{1}{2} (T\langle i, j \rangle^{(1)} + T\langle i, j \rangle^{(2)}) \quad (2.20)$$

Y de acuerdo con la definición de  $TDOA'$ , éste se calcula como

$$TDOA' = T\langle j, i \rangle = R\langle i, j \rangle^{(1)} + W\langle i, k \rangle^{(2)} - R\langle j, k \rangle^{(1)} \quad (2.21)$$

Bajo el supuesto de que la medidas no tienen ruido, la distancia del nodo TOA al *Landmark* puede ser estimada en el nodo *passive-TDOA* como

$$R\langle i, j \rangle = \frac{1}{2} (T\langle i, j \rangle + T\langle j, i \rangle) \quad (2.22)$$

Finalmente, una vez estimada  $R\langle i, j \rangle$  se utiliza el mismo algoritmo que en el modo *regular* para calcular la posición del nodo *passive-TDOA*.



## 3. Error de ranging

### 3.1. Modelo del canal móvil

En un canal móvil sus nodos pueden desplazarse. Los objetos que rodean a estos nodos también son susceptibles de cambios y movimientos. Todo esto provoca que el canal entre un emisor y un receptor varíe con tiempo. Además, debido a que el receptor puede moverse, existe una dualidad entre las variaciones temporales y las espaciales. Por ejemplo, se puede considerar que la ganancia del canal (el cociente entre la potencia recibida y la potencia transmitida) es una variable aleatoria que varía con el tiempo y según el punto donde se encuentre el receptor. Por otro lado, la señal emitida por el emisor parte en diversas direcciones siguiendo diferentes caminos antes de llegar al receptor. Este fenómeno se conoce como propagación multicamino. Esta propagación multicamino hace que por cada señal emitida el receptor reciba varias replicas de diferente intensidad repartidas a lo largo del tiempo.

De esta forma, la respuesta impulsional de un canal móvil es

$$h(\tau, t) = \sum_i A_i(t) \delta(\tau - \tau_i(t)), \quad (3.1)$$

siendo  $A_i(t)$  un proceso estocástico complejo que representan las diferentes ganancias y cambios de fase que sufre la señal por el camino,  $\tau_i$  son los ecos o *delays*, es decir, los instantes de tiempos en los que llega la señal y  $t$  es el tiempo.

El modelo estándar de propagación para comunicaciones móviles representa la media local  $g$  de la ganancia de canal como una variable aleatoria lognormal, cuya mediana decae con la distancia [24] y la variación aleatoria es debida a los desvanecimientos lentos.

$$g = \frac{G_1}{d^\gamma} x, \quad (3.2)$$

donde  $d$  es la distancia en kilómetros,  $G_1$  es el valor mediano de  $g$  a la distancia de 1 Km,  $\gamma$  es un exponente entre 3 y 4 que indica a qué ritmo decrece la mediana del  $g$  a medida que crece la distancia y  $x$  es una variable aleatoria lognormal.

La variación local de la ganancia de canal, de la cual  $g$  es la media, es debida a la propagación multicamino, con las interferencias destructivas que pueden producirse. Este *fading* se asume plano a lo largo del ancho de banda del usuario con una

distribución *Rayleigh* para la intensidad de campo recibida (distribución exponencial para la potencia recibida). No obstante, la propagación multicamino no es plana por naturaleza y esta hipótesis únicamente es correcta si la relación ancho de banda del usuario/*delay spread* es adecuada.

En la primera generación de móviles esta relación era adecuada porque el ancho de banda de los usuarios era estrecho con respecto al *delay spread* en la mayor parte de entornos celulares y porque utilizaban señales FM analógicas las cuales tienen su espectro concentrado cerca del centro del canal. Por lo tanto no se necesitó caracterizar la dispersión multicamino.

Con la llegada hace ya algunos años de la segunda generación de móviles nos encontramos con un riesgo de dispersión multicamino, que provoca distorsión además de problemas de *fading*. Esto se debe a que la segunda generación utiliza el canal al completo. Es por esto por lo que se empieza a necesitar caracterizar esta dispersión multicamino.

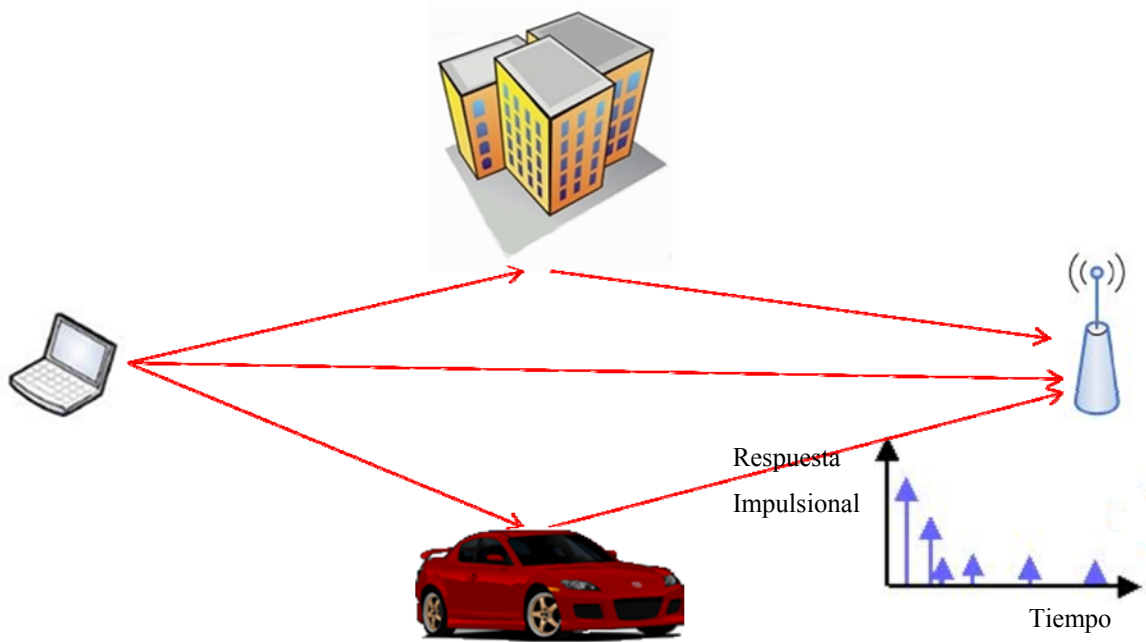
Para caracterizar canales dispersivos se suele trabajar con el concepto del *Power Delay Profile (PDP)*, en español Perfil de Retardo de Potencia [25-28]. Se puede definir a partir de la respuesta impulsional del siguiente modo:

$$P(\tau) = E_t \left\{ |\tilde{h}(\tau, t)|^2 \right\} \quad (3.3)$$

donde  $E_t$  es la esperanza respecto al tiempo, lo cual permite capturar el comportamiento del canal en media y no en cada instante.

El PDP equivale a un promedio de la potencia con la que llega cada eco  $\tau_i$ , que se denota como  $P_i$ . El PDP se suele normalizar, representando así la distribución de la potencia recibida entre los diferentes ecos:

$$S_i = \frac{P_i}{\sum_i P_i} \quad \forall i \quad (3.4)$$



**Figura 3.1. Ejemplo de la respuesta impulsional de un canal con propagación multicamino.**

Por conveniencia se asume que  $\tau=0$  corresponde al *delay* mínimo, asociado al camino directo entre el emisor y el receptor.

Debido a que el entorno es distinto, el PDP es diferente en cada punto del espacio.

El *rms delay spread* ( $\tau_{rms}$ ) se define como el momento centrado de segundo orden del PDP.

$$\tau_{rms}^2 = \sum_i \tau_i^2 S_i - (\sum_i \tau_i S_i)^2 \quad (3.5)$$

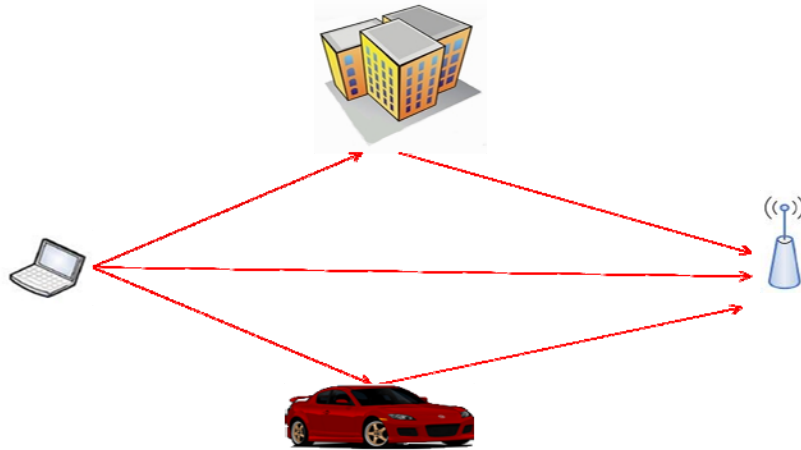
Este valor recoge gran parte de la información proporcionada por el PDP, en particular es una medida de lo dispersos que llegan los ecos al receptor. De aquí en adelante, nos referiremos a  $\tau_{rms}$  simplemente como *delay spread*.

### 3.2. Visibilidad

Por otra parte, este fenómeno de la propagación multicamino divide los escenarios posibles en dos grupos muy distintos: *LOS* (*Line of Sight*) y *NLOS* (*Near Line of Sight*).

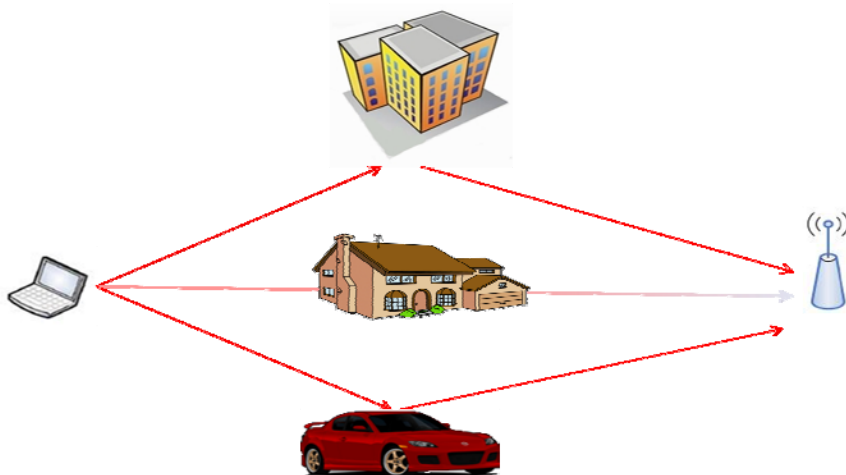
Los primeros son escenarios en los que existe una visibilidad directa entre el transmisor y el receptor. Esto implica que el primer eco recibido por el receptor es el asociado al camino directo por lo que la propagación multicamino no afecta en nada. No obstante,

este tipo de escenarios tienen una serie de fuentes de error asociados como son todos aquellos provocados por el sistema de medidas, es decir, el procedimiento de inyección del paquetes, recepción del mismo, toma de la marca temporal, ruido en los equipos emisor y receptor, etc.



**Figura 3.2. Ejemplo de canal LOS (Line of Sight).**

Los escenarios NLOS, en cambio, corresponden a escenarios en los que no existe visibilidad directa entre el emisor y el receptor. Es en este tipo de escenarios en los que el fenómeno de la propagación multicamino impacta más fuertemente. Esto se debe a que en estos escenarios el primer eco recibido por el receptor no corresponde al camino directo sino a un camino indirecto y por lo tanto más largo. Debido a que el receptor no tiene manera de distinguir si se encuentra en un escenario LOS o NLOS, se interpretará el primer eco recibido como el correspondiente al camino directo, provocando de esta forma un error de sobreestimación de la distancia.



**Figura 3.3. Ejemplo de canal NLOS (Near Line of Sight).**

## 4. Modelo del error

---

### 4.1. Planteamiento del problema

Las estimaciones de distancia necesarias en los algoritmos de posicionamiento están ligadas inherentemente a un error sobre la medida real. Por ello, para poder simular el comportamiento de los algoritmos de posicionamiento en un entorno real, es necesario proveer de un modelo válido con el que generar dicho error

Tanto la técnica *2-way TOA* como el *passive-TDOA* hacen los cálculos de distancia a través de medidas de tiempo. Es aquí donde se halla el principal problema y fuente de error de estos entornos: la propagación multicamino. Este fenómeno provoca que en recepción no llegué el paquete una única vez sino que llegue acompañado de sus respectivos ecos. En este momento es cuando se distinguen dos escenarios. Escenarios con visibilidad directa *LOS (Line of Sight)* y escenarios sin visibilidad directa *NLOS (Near Line of Sight)*. Como ya se comentó en el apartado 3. *Error de ranging*, en el primer tipo de escenarios la propagación multicamino no es un problema, ya que se toma como medida el primer eco que llega. Es en el segundo tipo de escenarios (NLOS) en los que el fenómeno de la propagación multicamino impacta más fuertemente. Esto se debe a que al no haber visión directa el primer eco que llega al receptor no es el atribuido al camino directo sino a un camino indirecto y por lo tanto se mida un tiempo más grande.

Debido a estos errores en los escenarios NLOS se ha pensado un modelo del error de *ranging* dependiente de la distancia, ya que cuanto mayor es la distancia que separa dos nodos, más probable es que haya un obstáculo entre ellos. Es por eso que en los siguientes apartados se ha planteado un modelo del error de *ranging* que depende de la distancia y por lo tanto simula de forma más fiel un escenario real. No obstante, el modelo resulta un poco más complejo.

En los siguientes apartados se estudiará si los resultados obtenidos con el modelo del error de *ranging* dependiente de la distancia difieren mucho de los obtenidos con el modelo del error de *ranging* tradicional (no dependiente de la distancia). De esta forma, sabremos si es necesaria su utilización o podemos utilizar un modelo más simple como es modelo de error de *ranging* no dependiente de la distancia.

Cabe destacar que este estudio ha sido realizado para escenarios de redes de interior en los que hay una gran falta de literatura en cuanto a lo que los parámetros del modelo del error se refiere.

## 4.2. Trabajos relacionados

Varios autores se han preocupado del problema del modelado del error en entornos de interior. Para ello se han seguido varias líneas de trabajo.

En [29] y en [12] se utiliza un modelo de error para redes de interior muy sencillo en el que se proponen dos modelos del error dependiendo del escenario. Así, en escenarios LOS se propone modelar el error con una gaussiana de media cero y desviación estándar  $\sigma$ . Mientras que en escenarios NLOS se propone modelarlo con la misma gaussiana del caso LOS (ya que los errores LOS en escenarios NLOS perduran) a la que se le suma una exponencial de media fija (es decir, que no depende de ningún parámetro o medida del medio)  $1/\lambda$ . [30] utiliza también parámetros fijos pero en este caso el modelo propuesto para los escenarios NLOS es una gaussiana y una uniforme entre 100m y 1300m.

Por otra parte, varios autores se han dado cuenta del valor añadido que supone la dependencia con la distancia para modelar de manera más realista el error, especialmente en el caso del escenario NLOS. Es el caso de [31, 32, 33, 34, 35] entre otros. En el primero, el autor se centra en entornos de redes celulares y propone un modelo exponencial para la componente NLOS (es decir, la parte que añade el modelo del escenario NLOS con respecto al escenario LOS) cuya media es un valor proporcional al *delay spread*. Este *delay spread* es una variable aleatoria lognormal [36] cuya mediana aumenta con la distancia, siguiendo el modelo propuesto en [37]

$$\tau_{rms} = T_1 d^\varepsilon y \quad (4.1)$$

donde  $T_1$  es el valor mediano del *delay spread* a la distancia de 1km,  $d$  es la distancia en km,  $\varepsilon$  indica a qué ritmo crece la mediana del *delay spread* a medida que crece la distancia y  $y$  es una variable aleatoria lognormal de media cero y desviación estándar  $\sigma_y$ . De esta forma [31] introduce una dependencia con la distancia. Así, a nodos más separados, más probable es que el error NLOS sea mayor.

Es el caso también del segundo artículo [33]. No obstante, en él se utiliza un modelo del *delay spread* determinista.

$$\tau_{rms} = 10d^{0.3} \quad (4.2)$$

En [32] se sigue esta línea de dependencia con la distancia pero desde un punto de vista distinto. Para empezar, se proponen tres escenarios para entornos de interior: LOS, NLOS y NLOS<sup>2</sup>, siendo tanto NLOS como NLOS<sup>2</sup> escenarios sin visibilidad directa que se distinguen entre sí en que el primero tiene unas condiciones de no visibilidad directa menos severas que el segundo. Cada escenario se adapta a un modelo que no depende de la distancia, basándose en medidas empíricas. A continuación se procede a simular, utilizando los tres modelos sumados y ponderados según una probabilidad de estar en un escenario o en otro. Y es a esta probabilidad de encontrarse en cada uno de los escenarios a lo que le atribuye una dependencia con la distancia. De esta forma, a más distancia, más probable es estar en un escenario NLOS pero el eco no es más probable que llegue más tarde.

En una línea similar se opera en [34], donde se proponen dos escenarios también para entornos interiores: LOS y NLOS. En el escenario LOS, el modelo asociado es dependiente de la distancia de forma logarítmica. Mientras que el modelo asociado al escenario NLOS no es dependiente de la distancia. No obstante, y como ocurría en el artículo anterior, se trabaja con una probabilidad de encontrarse en cada escenario que depende de la distancia. Cuanto mayor es la distancia, mayor es la probabilidad de haber perdido la visibilidad directa. El modelo propuesto por este estudio también se ha basado en medidas empíricas. Por último, en [35] la dependencia con la distancia se encuentra en la varianza de la componente LOS.

Independientemente de si el modelo depende o no de la distancia, hay una serie de autores que han propuesto una forma alternativa de implementar el modelo de escenarios NLOS [34-35]. Mientras que en la mayoría de estudios se trabaja con la suma de una gaussiana para la componente LOS (es decir, la única q se da en un escenario LOS) y una exponencial para la NLOS, ellos proponen que se trabaje con una componente NLOS gaussiana. En [34] se justifica este cambio mediante medidas empíricas.

### 4.3. Modelos del error dependientes de la distancia

En este estudio se han implementado cuatro modelos del error de *ranging* dependientes de la distancia. Esta dependencia con la distancia se ha introducido a través del *delay spread*. En secciones posteriores compararemos estos modelos con otros no dependientes de la distancia utilizados hasta la fecha en redes de interior.

En este apartado veremos en más detalle el modelo del *delay spread* propuesto por [37] y se derivará a partir de algunos de los modelos vistos en la sección 4.2. *Trabajos relacionados* modelos del error que incorporan el *delay spread* y que están adaptados a entornos de interior.

#### 4.3.1. Modelo del *delay spread*

Como se ha visto en el apartado anterior, algunos autores utilizan el *delay spread* para cuantificar la magnitud del error NLOS. En este apartado se describe el modelo de *delay spread* propuesto por [37] en el que se presentan tres conjeturas acerca del *delay spread* que les permiten elaborar un modelo.

La primera conjetura es que  $\tau_{rms}$  es lognormal para una distancia dada. La demostración intuitiva sería la siguiente. Se parte del hecho de que, a una distancia dada, la ganancia de canal media local  $g$  tiende a ser lognormal (ver sección 3.1. *Modelo del canal móvil*). Esta  $g$  es la suma de las ganancias medias asociadas a cada eco recibido. Dado que el comportamiento lognormal prevalece tras la suma, como se demuestra en [38] y [39]. Es posible (aunque no necesario) que cada una de esas ganancias sean lognormales. Lo que lo hace plausible es el hecho de que la ganancia asociada a cada camino es el resultado del encadenamiento de varios efectos de propagación aleatorios, condición que conduce, por el teorema del límite central [36], una distribución lognormal.

Si se asume que las ganancias de cada eco son lognormales, entonces también lo son las diferentes amplitudes del *Power Delay Profile*  $S_i$ , debido a que el comportamiento lognormal también se preserva tras multiplicaciones y divisiones. Entonces, los términos individuales de la derecha de la ecuación (3.5)

$$\tau_{rms}^2 = \sum_i \tau_i^2 S_i - (\sum_i \tau_i S_i)^2 \quad (3.5)$$

son lognormales. Lo que implica que  $\tau_{rms}^2$  sea lognormal y por lo tanto  $\tau_{rms}$  también lo sea debido a que la lognormalidad también se conserva tras cuadrados y raíces.



La segunda conjetura es que la mediana de  $\tau_{rms}$  incrementa con la distancia. Una posible explicación para esta conjetura podría ser que los  $S_i$ 's de los  $\tau_i$  más bajos, los cuales corresponden al camino directo y a un *scattering* local, caen rápidamente con la distancia, mientras que los  $S_i$ 's asociados a los  $\tau_i$  más altos, causados por reflexiones distantes, caen de forma mucho más suave con la distancia. De esta forma, el *Power Delay Profile* tiende a caer más lentamente con  $\tau_i$  a grandes distancias, lo cual hace que el  $\tau_{rms}$  se mayor. Debido a todo esto, los autores deducen que la mediana de la variable lognormal  $\tau_{rms}$  crece con la distancia, aunque no tan fuertemente como la ganancia de canal decae con ella.

Por último, la tercera conjetura es que  $\tau_{rms}$  tiende a incrementar con el *shadow fading* [37]. Esto se debe a que, a una distancia dada, la ganancia de canal decrece cuando hay desvanecimiento en aquellos caminos que normalmente son los más potentes. Siempre que esto ocurra, tendrá un efecto de hacer el *Power Delay Profile* más uniforme con  $\tau_i$ . Esto implicará valores del  $\tau_{rms}$  más grandes. De esta forma, cuando  $\tau_{rms}$  tiende a incrementar su mediana  $g$  tiende a disminuirla. Esta conjetura es muy importante ya que implica un doble impacto. La dispersión tiende a empeorar bajo duras condiciones *shadow fading* (bajo SNR), haciendo que sea aún más improbable que se produzca una calidad de recepción aceptable.

De estas conjeturas, resulta el siguiente modelo del  $\tau_{rms}$  que responde a su comportamiento:

$$\tau_{rms} = T_1 d^\varepsilon y \quad (4.1)$$

donde  $T_1$  es el valor mediano del *delay spread* a la distancia de 1km,  $d$  es la distancia en km,  $\varepsilon$  indica a qué ritmo crece la mediana del *delay spread* a medida que crece la distancia y  $y$  es una variable aleatoria lognormal de media cero y desviación estándar  $\sigma_y$ . Así, el modelo queda separado en dos partes. La parte  $T_1 d^\varepsilon$  (no aleatoria) es el valor mediano, el cual depende de la distancia. Y por otro lado la parte  $y$  (aleatoria), mediante la cual se considera que, para una distancia dada, el *delay spread* no se conoce con certeza, sino que es una variable aleatoria según la posición debido a que el PDP es diferente en cada punto del espacio.

De esta forma se llega a un modelo que incluye el efecto de la distancia entre emisor y receptor. Además, los autores observan que estas tres conjeturas son compatibles con la

evidencia empírica y usan estos datos empíricos para ajustar los parámetros del modelo en diferentes tipos de entorno (urbano, suburbano, rural, etc.). Este modelo matemático es conciso debido a los pocos parámetros que utiliza además de ser fácilmente implementable en cualquier tipo de sistema.

#### 4.3.2. Incorporación del *delay spread* a los modelos del error de *ranging*

Como se ha visto en la sección 4.2. *Trabajos relacionados* se han propuesto numerosos modelos para la representación del error de *ranging*. Según [12] este error es la suma de una variable aleatoria gaussiana, que representa los errores de visibilidad directa (LOS), y una variable aleatoria exponencial, referente a los errores sin visibilidad directa (NLOS)

$$e_d = (\hat{d} - d) = W_1 \cdot \text{gaussiano}(0, \sigma) + W_2 \cdot \text{exponencial}(1/\lambda) \quad (4.3)$$

donde  $d$  es la distancia real,  $\hat{d}$  es la distancia estimada,  $\text{gaussiano}(0, \sigma)$  es una variable aleatoria gaussiana de media 0 y desviación típica igual a  $\sigma$ ,  $\text{exponencial}(1/\lambda)$  es una variable aleatoria de media  $1/\lambda$  y  $W_1$  y  $W_2$  representan los pesos para los componentes gaussiano y exponencial respectivamente. Nos referiremos a este modelo como *Exponential range-independent*.

Como ya se comentó en la sección 3.2. *Visibilidad*, los errores LOS son los provocados por el sistema de medidas, es decir, el procedimiento de inyección del paquete, recepción del mismo, toma de la marca temporal, ruido en los equipos emisor y receptor, etc. Todos estos procedimientos provocan un pequeño error, que puede ser tanto aditivo como sustractivo, con una alta probabilidad. De igual forma, sería muy difícil que provocaran un gran error. Es por este motivo por lo que se utiliza una gaussiana para su modelado.

Por otra parte, los errores NLOS han de ser siempre positivos ya que se deben a la falta de visión directa entre transmisor y receptor, lo que provoca que el paquete viaje por un camino rebotado y por lo tanto siempre más largo. Una representación sencilla es la exponencial. Además, la elección de la exponencial tiene la ventaja de que únicamente necesita un parámetro, lo cual hace simple su utilización.

En [31] se utiliza un modelo del error de *ranging* en el que la componente NLOS es dependiente de la distancia. Según este modelo la distribución de probabilidad del error

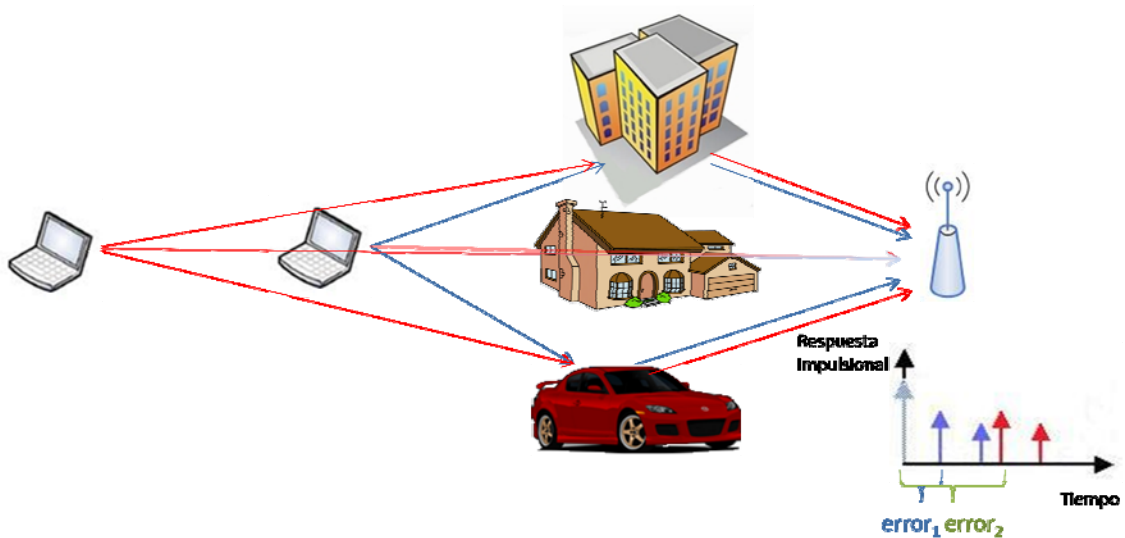
cometido al medir una distancia depende de la distancia real, de forma que se tendería a obtener valores de error más elevados cuando la distancia que se quiere medir es más grande tal y como se muestra en la Figura 4.1. En particular se hace que la media de la exponencial sea proporcional al *delay spread* tal como se modela en [37]

$$\tau_{rms} = T_1 d^\varepsilon y \quad (4.1)$$

donde  $T_1$  es el valor mediano del *delay spread* a la distancia de 1km,  $d$  es la distancia en km,  $\varepsilon$  es el exponente indica a qué ritmo crece la mediana del *delay spread* a medida que crece la distancia y  $y$  es una variable aleatoria lognormal de media cero y desviación estándar  $\sigma_y$ , como ya se explicó con más detalle en la sección 4.3.1. *Modelo del delay spread*.

Otros autores [33] consideran el *delay spread* únicamente como la mediana del modelo propuesto por [37], alegando más simplicidad

$$\tau_{rms}' = T_1 d^\varepsilon \quad (4.2)$$



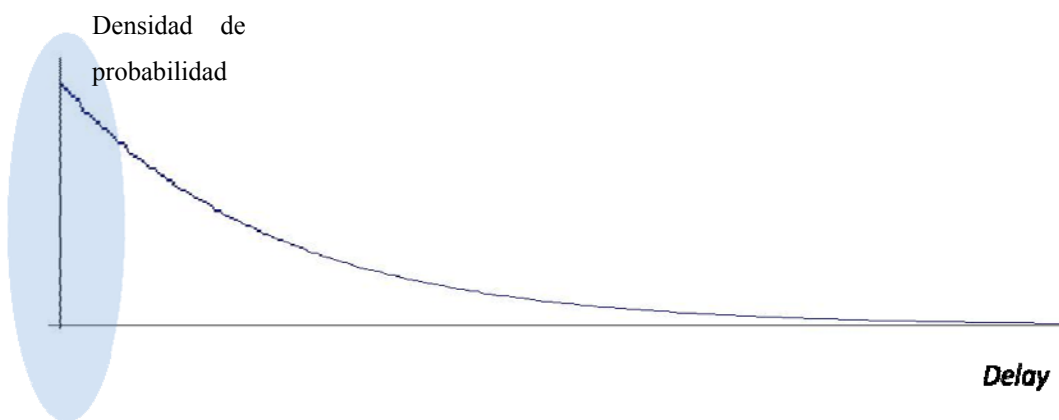
**Figura 4.1. Incremento del error con la distancia.**

La ventaja de utilizar de *delay spread* en vez del parámetro  $\lambda$  es que el primero es un parámetro físico que está tabulado mientras que el segundo hay que estimarlo empíricamente. Además, como ya se ha comentado, de esta forma, el modelo queda dependiente de la distancia. De esta forma, a más distancia más probable es que el camino indirecto sea más largo y el por lo tanto mayor sea el error.

No obstante, en [37] se proponen unos valores para  $T_I$  y  $\varepsilon$  que habían sido estimados empíricamente para entornos celulares. En [31] utilizan este modelo ya que su estudio es también para este tipo de entornos.

Debido a que este estudio se ha centrado en entornos de interior, este modelo no se ha podido aplicar directamente y ha habido que adaptarlo a este tipo de entornos [33].

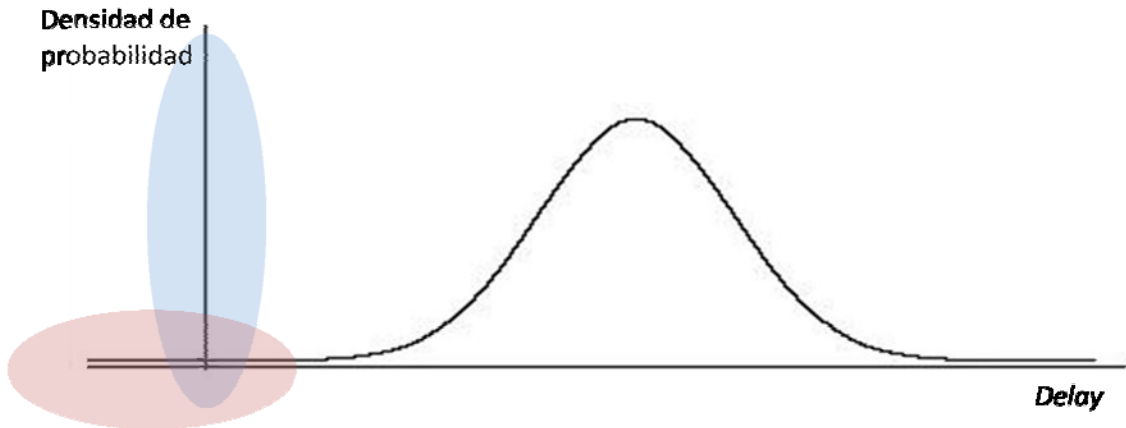
Este modelo en el que una exponencial simula la parte del error NLOS, pese a ser el más utilizado, provoca un efecto no deseado llamado “efecto cero”. Este “efecto cero” consiste en que la probabilidad del camino directo no solo no es nula sino que además esta probabilidad es muy alta como se puede observar en la Figura 4.2.



**Figura 4.2. Efecto cero.**

En [35] y en [34] se utiliza una gaussiana para intentar paliar este efecto como se muestra en la Figura 4.3. Dado que estos estudios se han realizado sobre entornos interiores se podían haber utilizado directamente los parámetros propuestos. En cambio se ha preferido seguir una línea similar a la del caso exponencial, en la que se trabaja con un parámetro físico como es el *delay spread*. Así, se utiliza como media de la gaussiana un valor proporcional al *delay spread*. El problema es que una gaussiana, a diferencia de una exponencial, necesita dos parámetros. Por lo que se continúa sin saber qué poner como desviación estándar. Para solucionarlo, se utilizan los valores empíricos proporcionados por [34] para calcular el coeficiente de variación (desviación/media). Esto tiene una doble ventaja. Por un lado evita tener que escoger una desviación arbitraria, y aprovecha datos empíricos sobre el coeficiente de variación para poder escoger una desviación acorde con la media. Por otro lado, hace que la desviación aumente a su vez con la distancia y así se mantenga acorde con la media.

No obstante, este modelo introduce un inconveniente con respecto al modelo exponencial y es que en una gaussiana tiene asignada una probabilidad distinta de cero a los valores desde  $-\infty$  a  $\infty$  por lo que hay una probabilidad (aunque muy pequeña) de tener un error negativo (ver Figura 4.3). Algo que, como ya se ha comentado, no es posible teniendo en cuenta que un paquete que viaja por un camino rebotado siempre recorrerá un camino más largo que si viaja por el camino directo.



**Figura 4.3. Solución al efecto cero e inconveniente de la gaussiana.**

Teniendo en cuenta todo esto, se han elaborado estos cuatro modelos del error de *ranging*:

- Modelo del error dependiente de la distancia de forma determinista con la componente NLOS exponencial.

$$e_d = (\hat{d} - d) = W_1 \cdot \text{gaussiano}(0, \sigma) + W_2 \cdot \text{exponencial}(c \cdot \tau_{rms}') \quad (4.4)$$

donde  $d$  es la distancia real,  $\hat{d}$  es la distancia estimada,  $\text{gaussiano}(0, \sigma)$  es una variable aleatoria gaussiana de media 0 y desviación típica igual a  $\sigma$ ,  $\text{exponencial}(\tau_{rms}')$  es una variable aleatoria de media  $\tau_{rms}'$ ,  $W_1$  y  $W_2$  representan las ganancias para los componentes gaussiano y exponencial respectivamente y  $c$  la velocidad de la luz.

- Modelo del error dependiente de la distancia de forma aleatoria con la componente NLOS exponencial. Que llamaremos *Exponential range-dependent*.

$$e_d = (\hat{d} - d) = W_1 \cdot \text{gaussiano}(0, \sigma) + W_2 \cdot \text{exponencial}(c \cdot \tau_{rms}) \quad (4.5)$$

- Modelo del error dependiente de la distancia de forma determinista con la componente NLOS gaussiana.

$$e_d = (\hat{d} - d) = W_1 \cdot \text{gaussiano}(0, \sigma) + W_2 \cdot \text{gaussiano}(c \cdot \tau_{rms}', CV \cdot c \cdot \tau_{rms}') \quad (4.6)$$

donde  $CV$  es el coeficiente de variación (*desviación/media*) [34].

- Modelo del error dependiente de la distancia de forma aleatoria con la componente NLOS gaussiana. Que llamaremos *Gaussian range-dependent*.

$$e_d = (\hat{d} - d) = W_1 \cdot \text{gaussiano}(0, \sigma) + W_2 \cdot \text{gaussiano}(c \cdot \tau_{rms}, CV \cdot c \cdot \tau_{rms}) \quad (4.7)$$

Cabe destacar que pese a que se han implementado los cuatro modelos, en este estudio únicamente se presentan resultados de los modelos dependientes de la distancia de forma aleatoria (es decir, el segundo y el cuarto modelo). El motivo es que en este estudio se ha pretendido relacionar lo máximo posible el error NLOS al *delay spread*, el cual es a todos los efectos una variable aleatoria. No obstante, los otros dos modelos han sido utilizados para guiarnos a través del estudio, gracias a su forma más sencilla y se han tenido en cuenta debido a la literatura que los apoya. Se deja para futuros trabajos su análisis más profundo.

## 4.4. Implementación y simulación

A continuación hemos implementado los modelos propuestos en la sección anterior. Dos de estos cuatro modelos se han comparado con el modelo del error de *ranging* no dependiente de la distancia que se ha utilizado hasta la fecha en redes de interior (*Exponential range-independent*). El objetivo de esta comparación es observar si los resultados simulados con los modelos propuestos difieren mucho de los obtenidos con el modelo *Exponential range-independent*, que por su simplicidad y uso puede considerarse como el modelo de referencia. De esta forma, se pretende evaluar el error cometido al utilizar este modelo y valorar el uso de modelos más costosos (mayor número de parámetros a ajustar y mayor coste computacional).

### 4.4.1. Escenario de simulación

Para poder comparar los diferentes modelos del error, se ha implementado un entorno de simulación que modela un sistema en el que los nodos hacen uso de los algoritmos de posicionamiento *2-way TOA* y *passive-TDOA* (en particular la modalidad *smart*). Este entorno permite analizar la diferencia entre simular con el modelo de error

utilizado hasta el momento, es decir, el modelo *Exponential range-independent* no dependiente de la distancia, y dos de los modelos dependientes de la distancia propuestos en este estudio (ver sección 4.3.2. *Incorporación del delay spread a los modelos del error de ranging*)

El nuevo simulador se ha desarrollado en el entorno Matlab. Ha sido utilizado para llevar a cabo simulaciones de Montecarlo [ver anexo B].

El escenario simulado consiste en cuatro *landmarks* emplazados en las esquinas de un área de simulación cuadrada. En dicha área se sitúan dos nodos, uno de los cuales emplea la técnica de *2-way TOA* para posicionarse mientras que el otro utiliza el algoritmo de *passive-TDOA*.

Las simulaciones se han llevado a cabo mediante el siguiente procedimiento. En primer lugar, se escoge un enclave al azar dentro del área de simulación para el nodo *2-way TOA*. Después se hace lo mismo para el nodo *passive-TDOA*. Una vez posicionados ambos nodos, se lanzan los algoritmos de posicionamiento tanto para el nodo *2-way TOA* como para el nodo *passive-TDOA*. Concretamente, el nodo *passive-TDOA* estima primero la posición del nodo *2-way TOA* y luego estima su propia posición. Este procedimiento es repetido para 1000 enclaves al azar del nodo *passive-TDOA* manteniendo la posición del nodo *2-way TOA*. Finalmente, se repite el procedimiento entero para 1000 posiciones al azar del nodo *2-way TOA*.

En ambas técnicas para el cálculo de las posiciones se ha resuelto en primer lugar el sistema linealizado. A continuación se ha usado la posición obtenida como punto de partida del algoritmo de mínimos cuadráticos no lineales de *Levenberg-Marquardt* [anexo A].

Finalmente, diferentes áreas han sido simuladas para evaluar la influencia de los modelos con la magnitud de la zona de cobertura. Se han considerado cinco distancias en este estudio de acuerdo con los despliegues actuales de redes WLAN: 10, 20, 30, 40 y 50 metros.

#### 4.4.2. Modelos del error y parámetros de simulación

Debido a que los nuevos modelos sólo difieren del antiguo en la parte NLOS, únicamente se han simulados escenarios NLOS. Así, los pesos de las componentes LOS y NLOS han sido fijados a  $W_1=0.26$  y  $W_2=0.74$  respectivamente [12].

A continuación se presentan los modelos del error utilizados con los parámetros con que se han simulado.

### *Modelo Exponential range-independent*

Sigue la expresión 4.3 con los parámetros indicados en la Tabla 4.1

$\sigma$	0.0129 <i>m</i>
$\lambda$	8.433 <i>m</i> <sup>-1</sup>

**Tabla 4.1. Parámetros del modelo Exponential range-independent**

Los valores presentes en la Tabla 4.1 han sido propuestos para sistemas de localización basados en UWB [12].

### *Modelo Exponential range-dependent.*

Sigue la expresión 4.5 con los parámetros indicados en la Tabla 4.2

$\sigma$	0.0129 <i>m</i>
$T_1^* = k \cdot T_1$	0.00157 $\mu s$
$\varepsilon$	0.3
$\sigma_y$	4

**Tabla 4.2. Parámetros del modelo Exponential range-dependent**

Estos valores de la Tabla 4.2 se han propuesto para sistemas de localización basados en UWB por [33] y [12].

### *Modelo Gaussian range-dependent.*

Sigue la expresión 4.7 con los parámetros indicados en la Tabla 4.3

$\sigma$	0.0129 <i>m</i>
$T_1^* = k \cdot T_1$	0.00157 $\mu s$
$\varepsilon$	0.3
$\sigma_y$	4
<b>CV</b>	0.94

**Tabla 4.3. Parámetros del modelo Gaussian range-dependent**

También estos valores de la Tabla 4.3 se han propuesto para sistemas de localización basados en UWB por [33], [12] y [34].



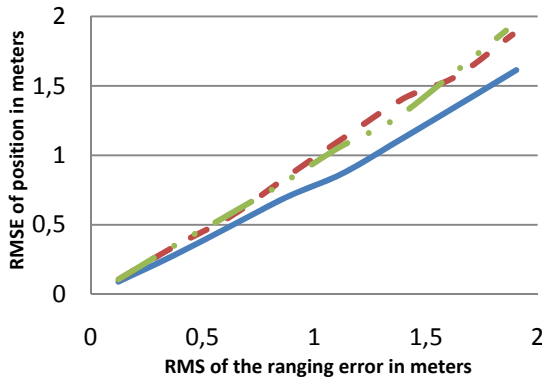
En un primer momento se ha querido adaptar a entornos de interior el modelo propuesto por [31] para entornos celulares. Es decir, hacer que la media de la componente NLOS sea igual a  $c \cdot \tau_{rms}$ , ajustando los parámetros del *delay spread* a entornos de interior. Al ponerlo en práctica, se ha podido comprobar que los errores de *ranging* que resultaban eran de un orden muy superior a los errores típicos que se pueden encontrar en la literatura sobre entornos de interior [34]. Para ser más consistentes con la evidencia empírica, se ha decidido modificar ligeramente el modelo propuesto. En vez de utilizar  $c \cdot \tau_{rms}$  como parámetro de la componente NLOS se ha utilizado un valor proporcional a este. De este modo se mantiene la forma de la dependencia con la distancia, y se puede utilizar esta constante de proporcionalidad para ajustar el RMS del error de *ranging*. Esto permite evaluar los resultados de las diferentes técnicas de posicionamiento en función de la magnitud del error de *ranging*. En particular, se recorre un cierto rango de RMS del error de *ranging*, lo cual es equivalente a hacer un barrido del parámetro  $T_1$ . Así, se ha partido del valor propuesto en las Tablas 4.2 y 4.3 y se le ha ido sumando  $0.00312 \mu s$  hasta llegar a  $0.02341 \mu s$ . Para poder llevar a cabo la comparación con el modelo independiente de la distancia se ha procedido de igual forma en él. Así, en lugar de utilizar parámetros fijos, en la simulación del modelo *Exponential range-independent* se ha hecho un barrido de valor  $\lambda$ . De igual forma, se ha empezado a simular con el valor propuesto en la Tabla 4.1 y se le ha ido sumando  $0.24$  hasta llegar a  $1.7980 m^{-1}$ . Estos rangos de valores que toman los parámetros se han escogido para que la media de la componente NLOS fuera equivalente en los todos los casos, para una distancia de referencia de 10m.

#### 4.5. Análisis de los resultados

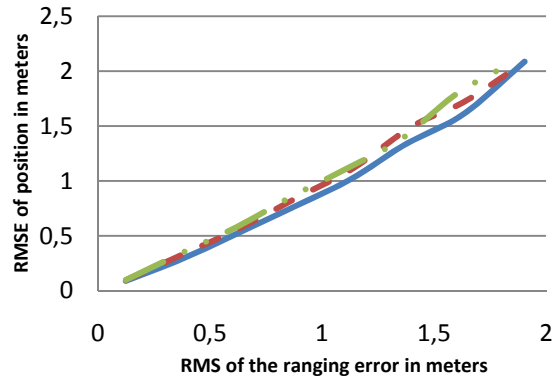
La Figura 4.4 presenta la evolución del RMSE de posicionamiento para la técnica *2-way TOA*, con respecto al RMSE de *ranging*<sup>1</sup>. Las gráficas de la izquierda son los resultados de haber hecho el cálculo de las posiciones resolviendo el sistema linealizado, mientras que las gráficas de la derecha son los resultados de haber resuelto el sistema con el algoritmo de mínimos cuadráticos no lineales de *Levenberg-Marquardt* [anexo A].

<sup>1</sup> Dado un número  $N$  de muestras de pares del tipo  $(x_i, \bar{x}_i)$  donde  $x_i$  es un valor que queremos estimar y  $\bar{x}_i$  su estimación, y  $e_i = f(x_i, \bar{x}_i)$  una medida del error de estimación, se calcula el RMSE como  $RMSE = \sqrt{\frac{1}{N} \sum_i e_i^2}$ . En el caso de posiciones y *ranging*  $f$  es la distancia euclídea en  $\mathbf{R}^3$  y en  $\mathbf{R}$  respectivamente.

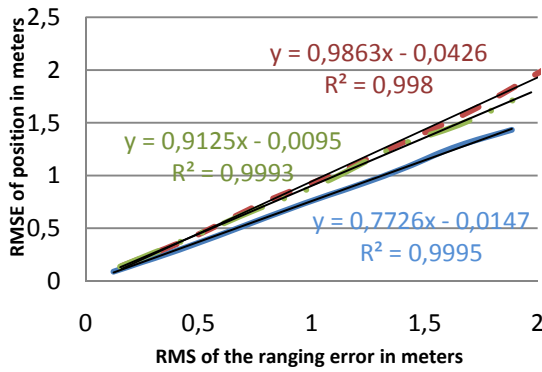
Además, estos resultados se presentan para diferentes áreas de simulación: 10x10, 20x20, 30x30, 40x40 y 50x50 (metros).



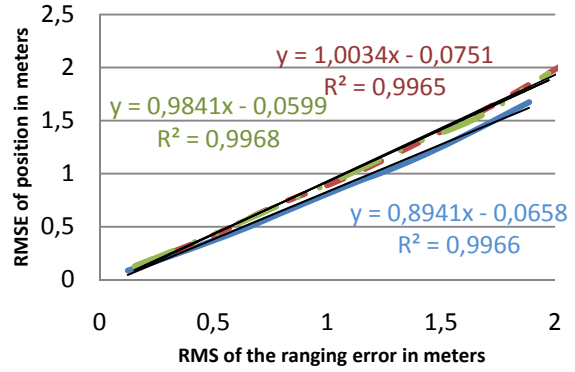
(a) TOA, 10x10, lineal



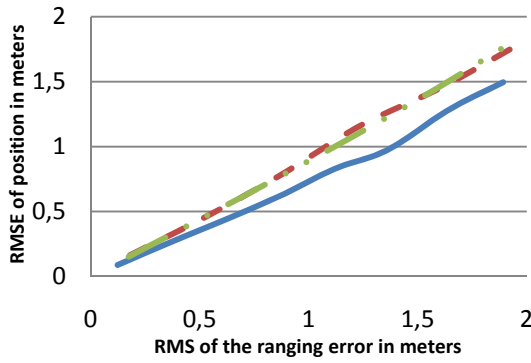
(b) TOA, 10x10, no lineal



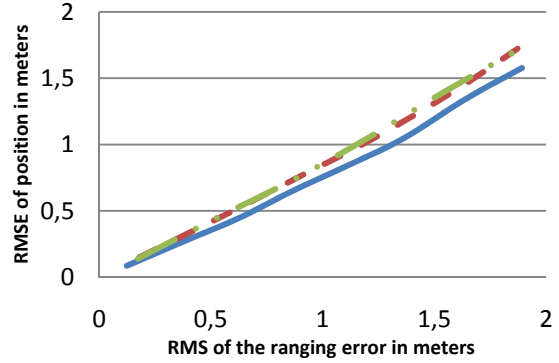
(c) TOA, 20x20, lineal



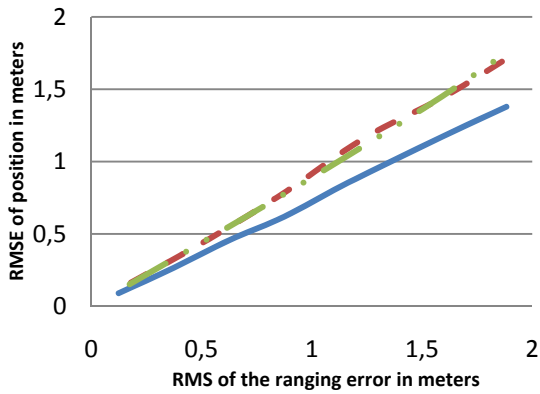
(d) TOA, 20x20, no lineal



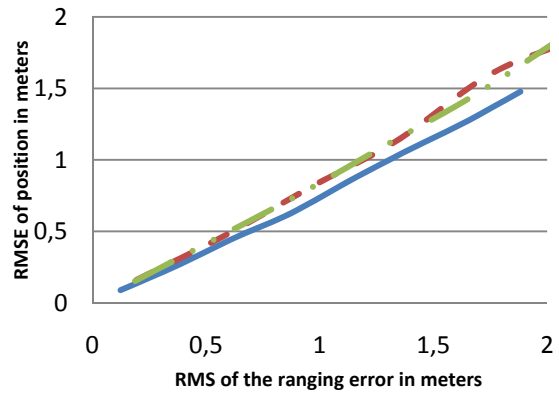
(e) TOA, 30x30, lineal



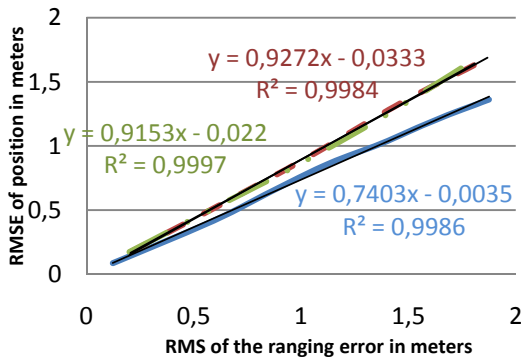
(f) TOA, 30x30, no lineal



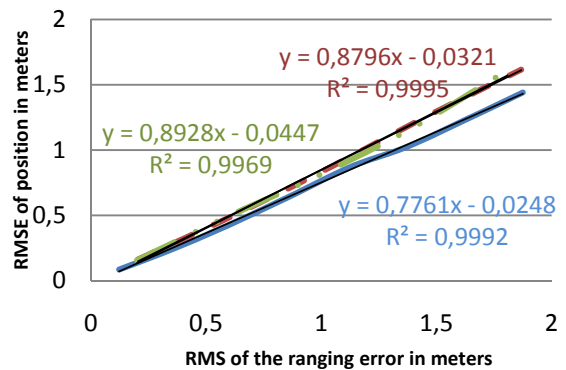
(g) TOA, 40x40, lineal



(h) TOA, 40x40, no lineal



(i) TOA, 50x50, lineal



(j) TOA, 50x50, no lineal

Figura 4.4. Resultados de aplicar los distintos modelos del error de ranging utilizando la técnica 2-way TOA.

Gracias al comportamiento lineal que se puede observar en estas gráficas, se ha podido realizar una regresión lineal para poder observar su comportamiento de forma más clara. En la Tabla 4.4 se muestran los resultados de dos escenarios representativos de entornos indoor, 20x20 (media distancia) y 50x50 (larga distancia).

$$RMS_{\text{posicionamiento}} = b1 \cdot RMS_{\text{Ranging}} + b0 \quad (4.8)$$

siendo  $R^2$  el coeficiente de determinación que indica la bondad de la aproximación. En concreto evalúa el porcentaje de variabilidad que es reproducible mediante la aproximación lineal y se calcula como la correlación entre los valores estimados y los observados.

	<i>Modelo</i>	<i>b0</i>	<i>b1</i>	<i>R<sup>2</sup></i>
<i>(c) TOA,20x20,lineal</i>	<i>Exponential range-independent</i>	- 0,0147	0,7726	0,9995
	<i>Exponential range-dependent</i>	- 0,0426	0,9863	0,998
	<i>Gaussian range-dependent</i>	- 0,0095	0,9125	0,9993
<i>(d) TOA,20x20,no-lineal</i>	<i>Exponential range-independent</i>	- 0,0658	0,8941	0,9966
	<i>Exponential range-dependent</i>	- 0,0751	1,0034	0,9965
	<i>Gaussian range-dependent</i>	- 0,0599	0,9841	0,9968
<i>(i) TOA,50x50,lineal</i>	<i>Exponential range-independent</i>	- 0,0035	0,7403	0,9986
	<i>Exponential range-dependent</i>	- 0,0333	0,9272	0,9984
	<i>Gaussian range-dependent</i>	- 0,022	0,9153	0,9997
<i>(j) TOA,50x50,no-lineal</i>	<i>Exponential range-independent</i>	- 0,0248	0,7761	0,9992
	<i>Exponential range-dependent</i>	- 0,0321	0,8796	0,9995
	<i>Gaussian range-dependent</i>	- 0,0447	0,8928	0,9969

**Tabla 4.4. Regresión lineal de la técnica TOA utilizando los tres modelos.**

La Tabla 4.5 muestra las diferencias entre la media de los valores  $b_0$  y  $b_1$  de los casos Exponential range-dependent y Gaussian range-dependent, y los valores  $b_0$  y  $b_1$  del caso Exponential range-independent.

	<i>b0</i>	<i>b1</i>
<i>(c) TOA,20x20,lineal</i>	-0,01135	0,1768
<i>(d) TOA,20x20,no-lineal</i>	-0,0017	0,09965
<i>(i) TOA,50x50,lineal</i>	-0,02415	0,18095
<i>(j) TOA,50x50,no-lineal</i>	-0,0136	0,1101

**Tabla 4.5. Diferencias de los valores  $b_0$  y  $b_1$  de la técnica TOA.**

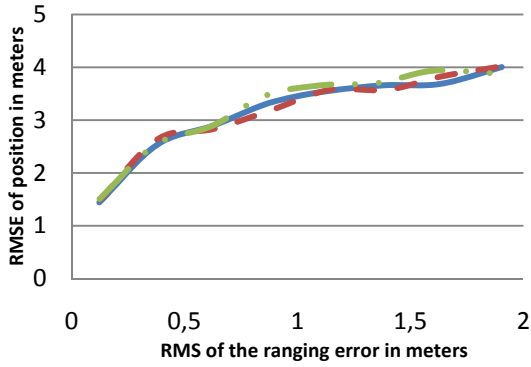
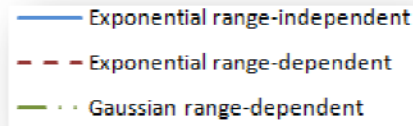
La primera observación es que los resultados son bastante parecidos para todos los modelos del error empleados. No obstante, cabe destacar que la línea asociada al modelo *Exponential range-independent* está siempre por debajo de las otras dos. Esto indica que el modelo independiente de la distancia simula unas condiciones más favorables que los otros dos modelos, los cuales imponen unas condiciones más duras. Esto implicaría que la técnica TOA no consigue unos resultados tan optimistas como los presentados por estudios que han utilizado modelos independientes de la distancia.

Además, se puede comprobar que a medida que aumenta el RMSE de *ranging* la separación entre la línea que representa el modelo *Exponential range-independent* y las otras dos aumenta. Esto quiere decir que un incremento de RMSE de *ranging* afecta más duramente a los modelos dependientes de la distancia. En concreto, los resultados muestran que el RMSE de posicionamiento sufre un incremento de hasta 0,18 veces el RMSE de *ranging* cuando se usan modelos dependientes de la distancia en vez de sus homólogos independientes, como muestra la Tabla 4.5.

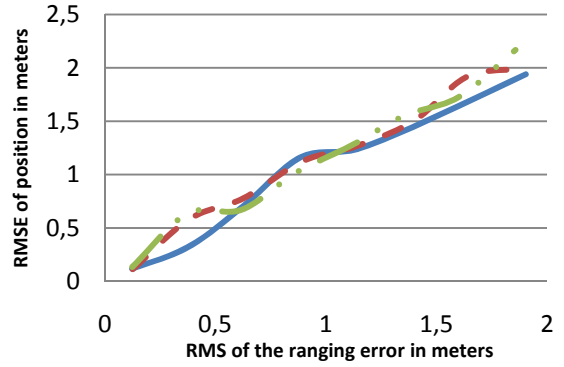
Por otro lado, no se observa gran diferencia entre los dos modelos dependientes de la distancia. Esto se podría explicar porque la dependencia con la distancia es la misma en los dos modelos. En ambos modelos el error sigue una estadística muy parecida ya que tienen la misma media y aproximadamente la misma desviación estándar, todas ellas proporcionales a  $d^e$ .

El motivo de utilizar el algoritmo no lineal, a pesar de ser más costoso, es que esperamos obtener una posición más precisa y por lo tanto con un RMSE de posicionamiento más bajo. Esto se puede apreciar al comparar las gráficas dos a dos de forma horizontal. Así, como se esperaba, en la Figura 4.4 se observa que las gráficas de la derecha (algoritmo no lineal) suelen estar por debajo de las de la izquierda (algoritmo lineal). La diferencia es pequeña debido a que los errores de *ranging* son también de una magnitud pequeña.

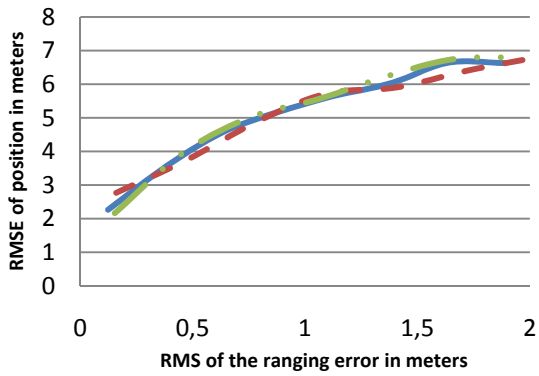
La Figura 4.5 presenta la evolución del RMSE de posicionamiento para la técnica *passive-TDOA*, con respecto al RMSE de *ranging*. La distribución de las gráficas sigue el patrón explicado anteriormente.



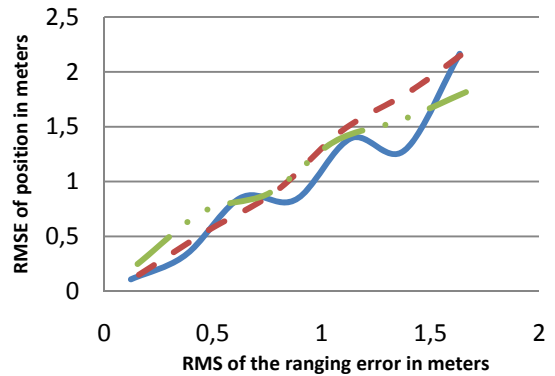
(a) TDOA, 10x10, lineal



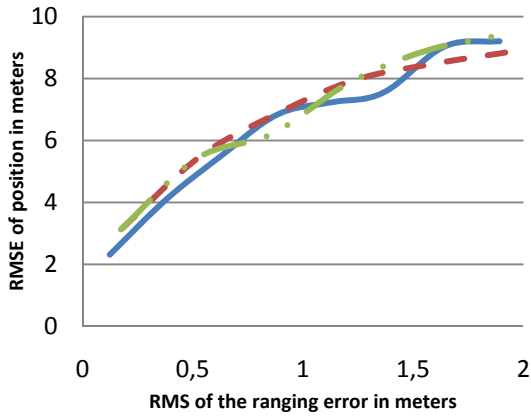
(b) TDOA, 10x10, no lineal



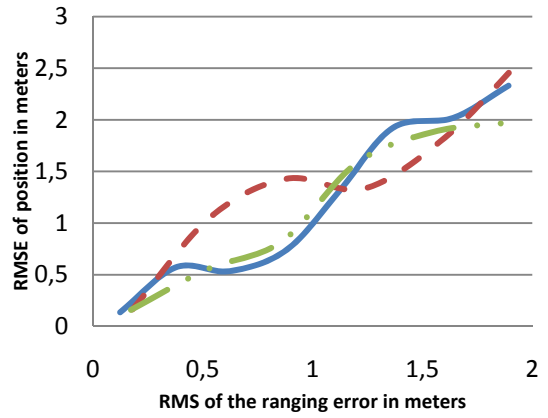
(c) TDOA, 20x20, lineal



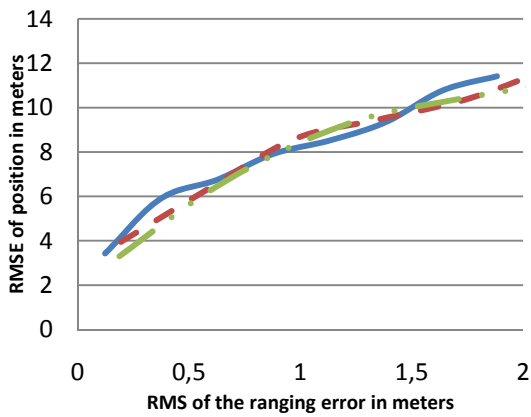
(d) TDOA, 20x20, no lineal



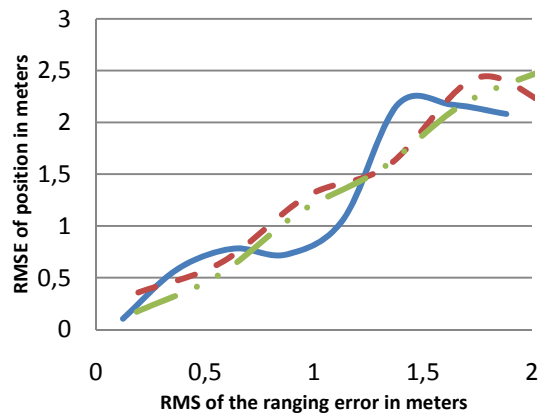
(e) TDOA, 30x30, lineal



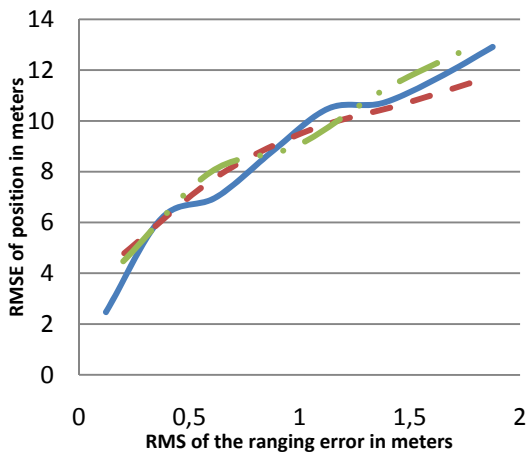
(f) TDOA, 30x30, no lineal



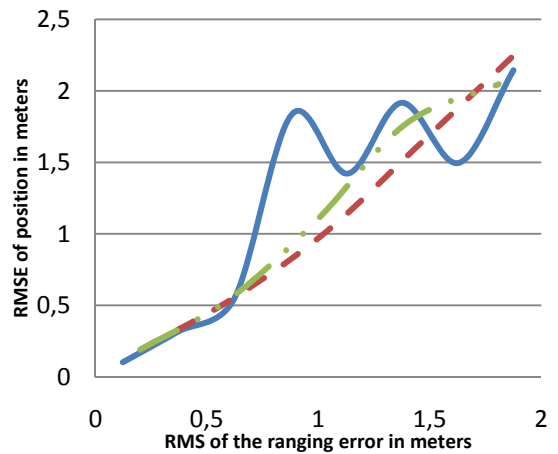
(g) TDOA, 40x40, lineal



(h) TDOA, 40x40, no lineal



(i) TDOA, 50x50, lineal



(j) TDOA, 50x50, no lineal

Figura 4.5. Resultados de aplicar los distintos modelos del error de ranging utilizando la técnica passive-TDOA

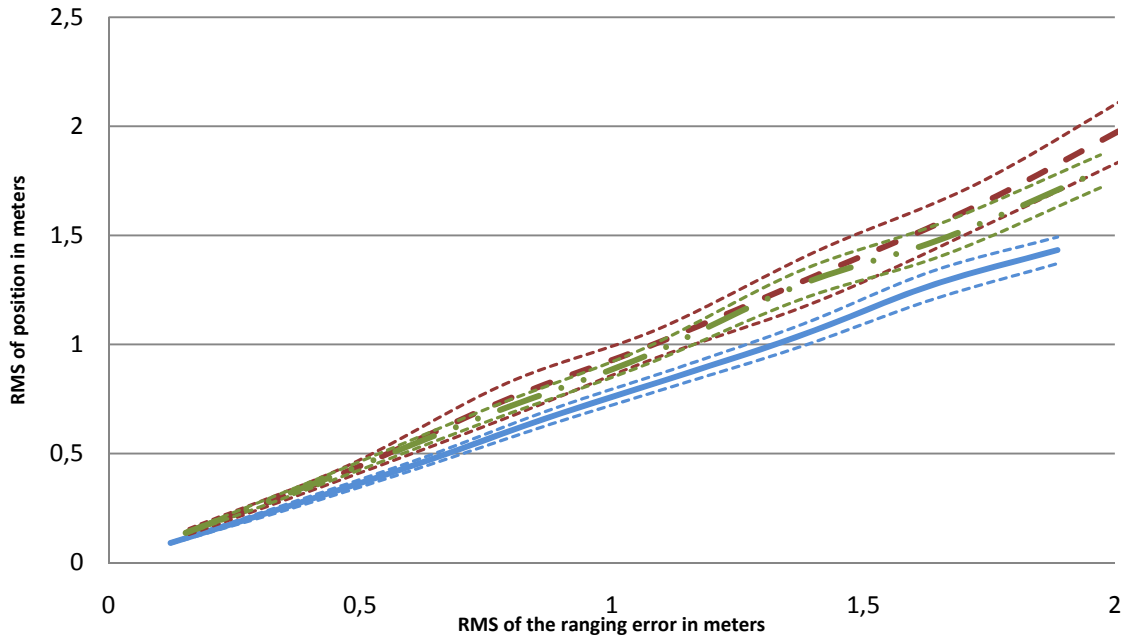
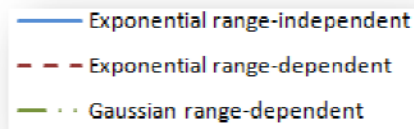
En este caso, se observa una tendencia a que la línea asociada al modelo *Exponential range-independent* esté por debajo de las otras dos. No obstante, esta observación no es tan clara como en el caso de la técnica *2-way TOA* ya que, como se puede apreciar, las gráficas son muy oscilantes. La oscilación se debe a que las posiciones de partida del algoritmo no lineal (solución del algoritmo lineal) son peores en este caso que en *2-way TOA*. Esto se debe a que el *passive-TDOA* utiliza medidas más ruidosas ya que uno de los nodos que intervienen en el proceso de localización (el Nodo TOA) tiene un error de posicionamiento, mientras que en el caso *2-way TOA* todos los *landmarks* implicados están libres de errores de posicionamiento. Esto se traduce en unas estimaciones lineales peores que llevan a que sea más probable quedarse en un mínimo local y a que haya estas oscilaciones en las gráficas. Esto se puede apreciar en las gráficas de la Figura 4.7 en las que se muestra el porcentaje de muestras que no han convergido en función del RMSE de *ranging*. Estas muestras han sido filtradas como se explicará más adelante.

La técnica *passive-TDOA* permite ver de forma clara la mejora que nos ofrece la resolución no lineal con respecto a la lineal. El motivo no es otro que el comentado antes. El algoritmo *passive-TDOA* trabaja con medidas más ruidosas que el TOA y esto afecta a la estimación lineal. Así, en este caso, el algoritmo no lineal mejora de forma más notable siempre y cuando las condiciones iniciales sean aceptables.

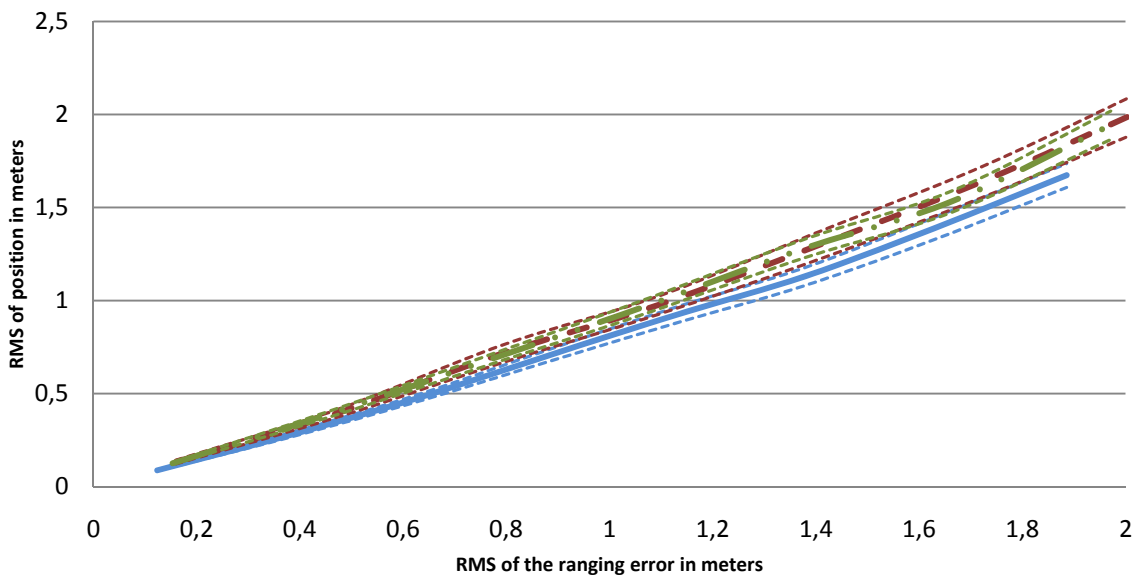
Con el objetivo de obtener unos resultados más rigurosos, en la Figura 4.6 se ha procedido a calcular el intervalo de confianza de nivel 0.95 de los valores del escenario más representativo de entornos de interior (20x20).

De esta forma, se puede concluir que en el caso TOA las diferencias son significativas ya que sobrepasan el intervalo de confianza. En el caso TDOA se observa que el intervalo de confianza es muy pequeño (y por lo tanto las diferencias son también significativas) debido a que para su cálculo se ha dispuesto de 1.000.000 de muestras mientras que para el caso TOA únicamente se disponía de 1.000.

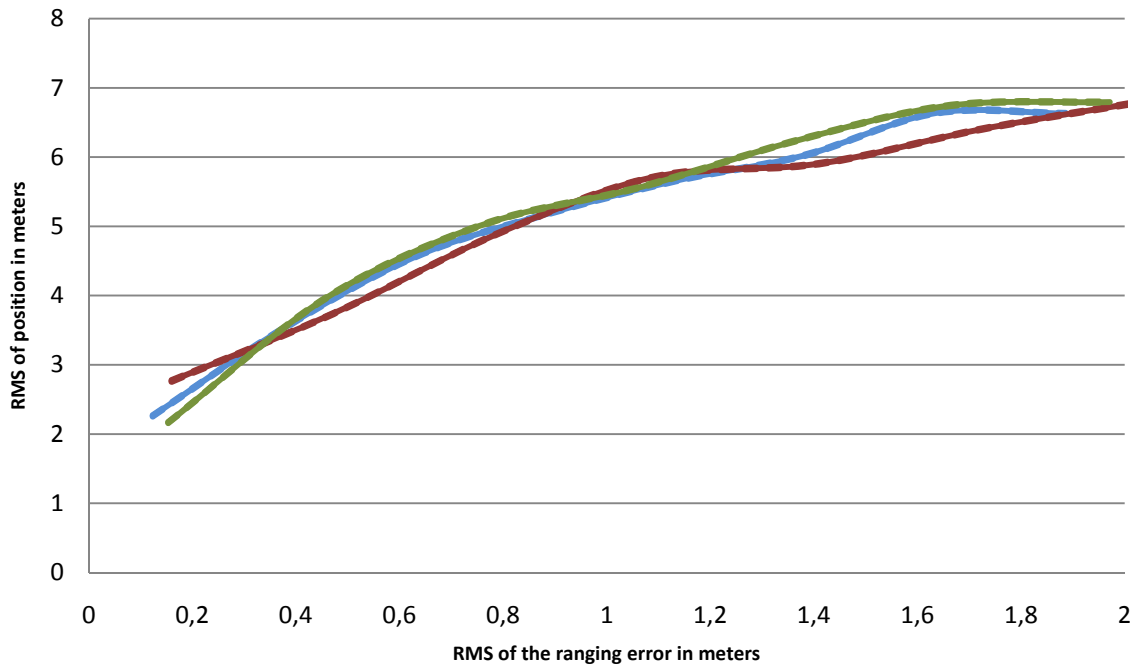




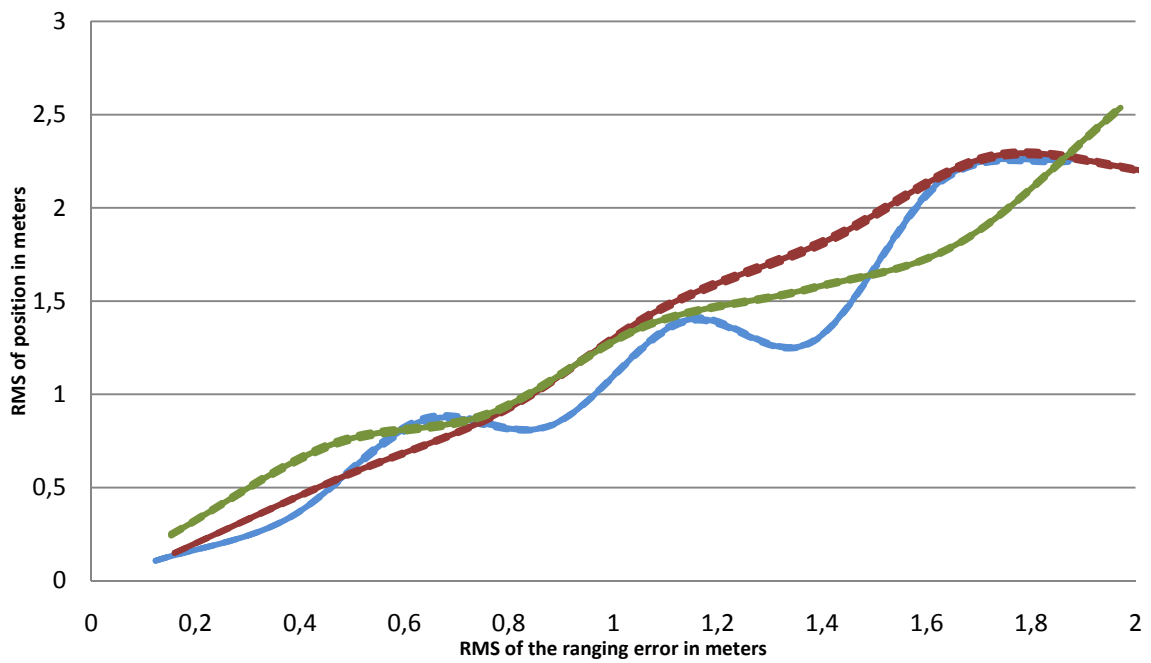
(a) TOA, 20x20, lineal



(b) TOA, 20x20, no-lineal



(c) TDOA, 20x20, lineal



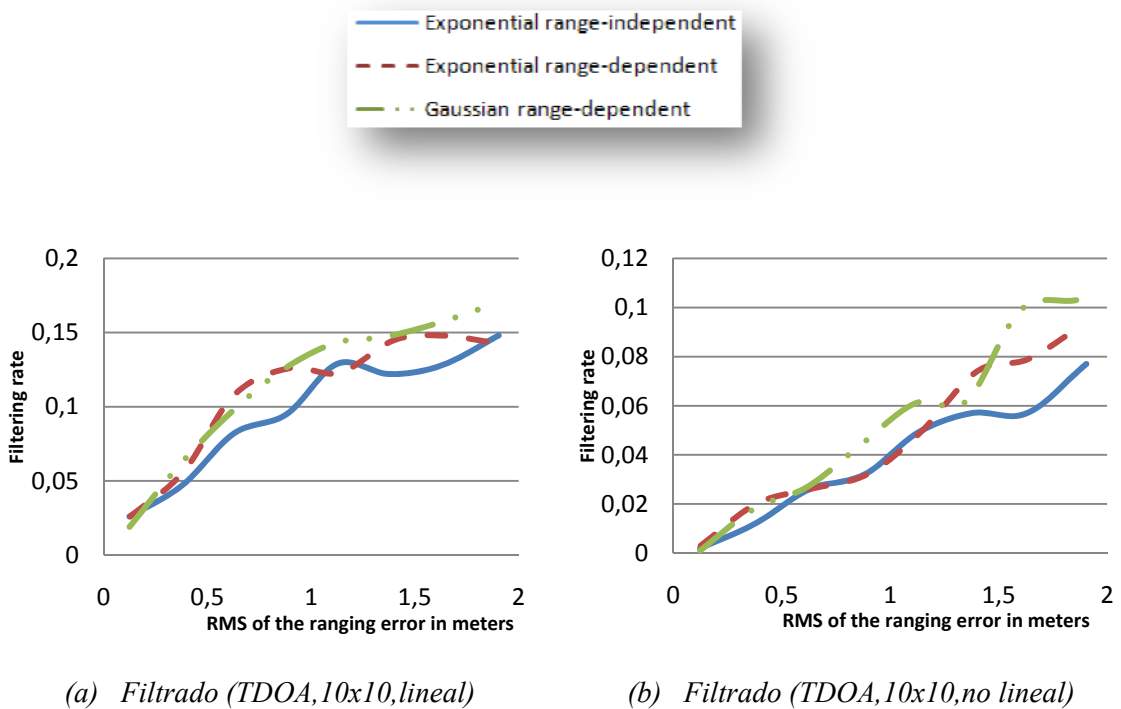
(d) TDOA, 20x20, no-lineal

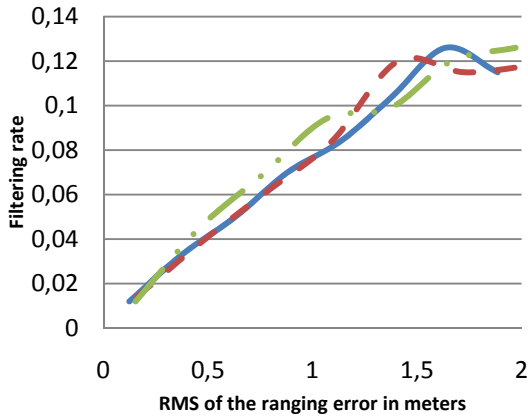
Figura 4.6. Margen de confianza de los valores del escenario más representativo de entornos de interior

Como se ha comentado antes, con el objetivo de poder aislar los resultados obtenidos de la falta de convergencia del algoritmo de *Levenberg-Marquardt*, se ha procedido a filtrar todas aquellas posiciones que superen una cierta magnitud en el RMSE. El criterio seguido puede considerarse muy conservador ya que sólo se han eliminado las muestras que suponían un error superior a la distancia entre *landmarks*. Hay que notar que dicho criterio implica un error equivalente a dos veces el cometido por técnicas extremadamente simples como las basadas en identificación de celda.

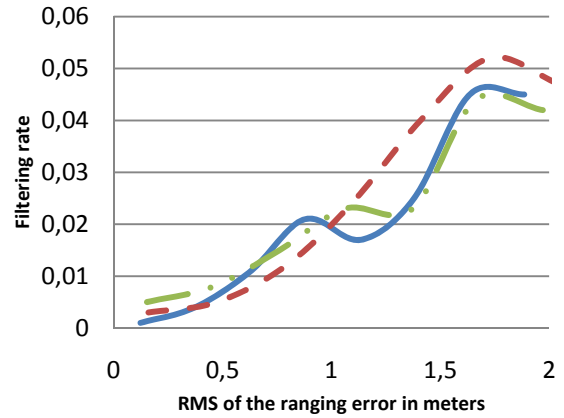
No se muestran aquí las graficas de filtrado de la técnica *2-way TOA*, ya que la tasa de filtrado es cero tanto en la resolución lineal o como en la no lineal, para todas las áreas de simulación y para todos los modelos utilizados. De esta forma se puede concluir que la técnica *2-way TOA* es una técnica mucho más estable que la *passive-TDOA*.

No obstante, se compararán los distintos resultados de tasa de filtrado en función del RMSE de *ranging* obtenidos para la técnica *passive-TDOA* como muestra la Figura 4.7. La distribución de las gráficas sigue el patrón explicado en el caso de la Figura 4.3.

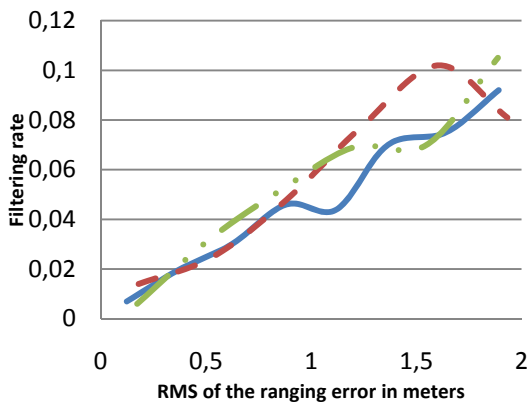




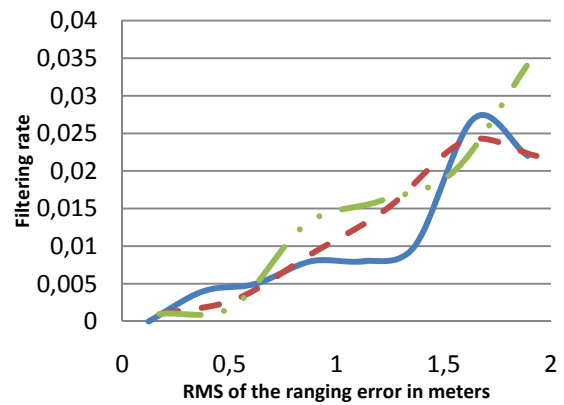
(c) Filtrado (TDOA, 20x20, lineal)



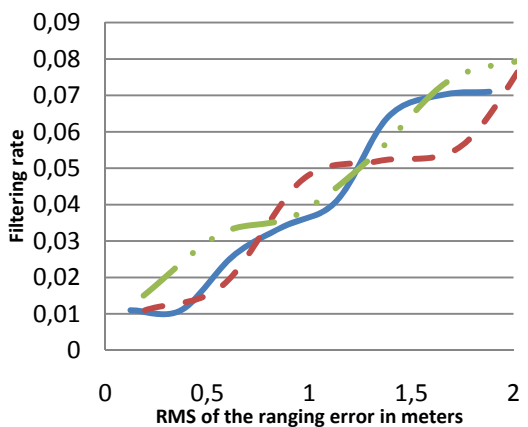
(d) Filtrado (TDOA, 20x20, no lineal)



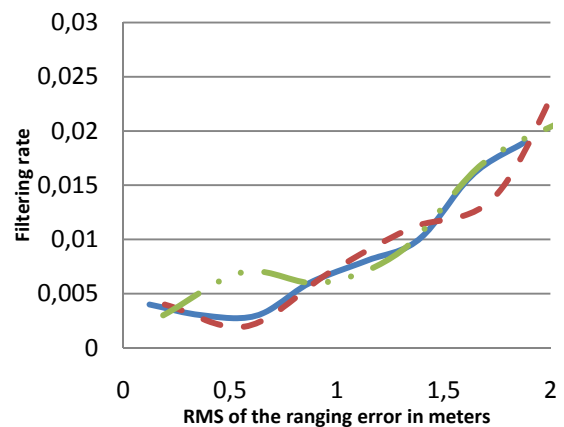
(e) Filtrado (TDOA, 30x30, lineal)



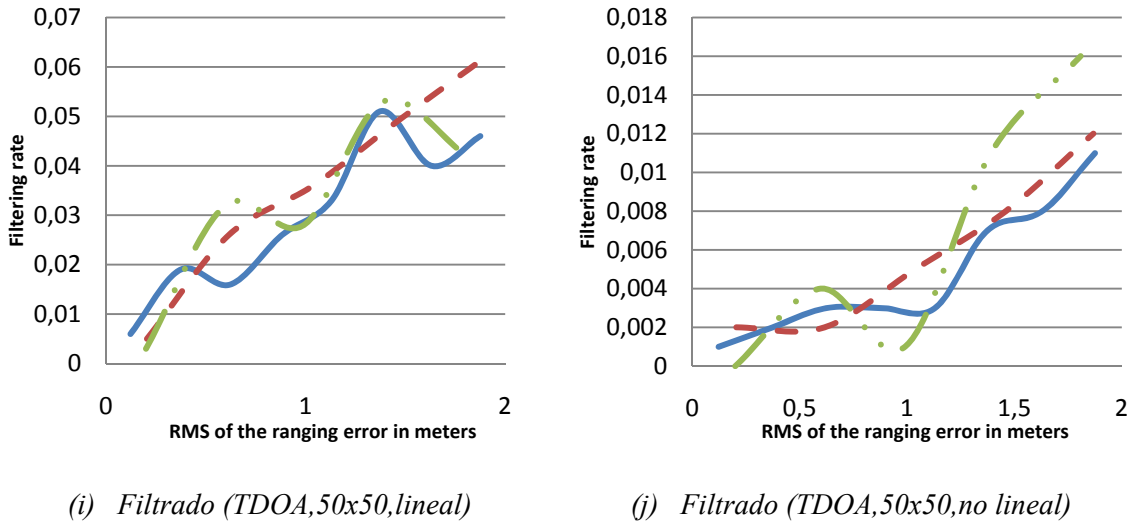
(f) Filtrado (TDOA, 30x30, no lineal)



(g) Filtrado (TDOA, 40x40, lineal)



(h) Filtrado (TDOA, 40x40, no lineal)



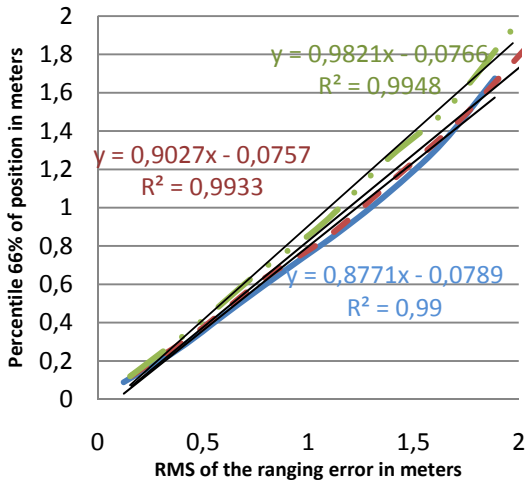
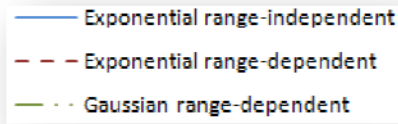
**Figura 4.7. Tasa de filtrado de la técnica *passive-TDOA* utilizando los tres modelos de ranging.**

Primero de todo, se observa que la tasa de filtrado es similar utilizando cualquiera de los tres modelos. Esto implica que la técnica *passive-TDOA* genera un sistema igual de inestable con todos los modelos de *ranging* estudiados. Por lo tanto, los modelos dependientes de la distancia no empeoran significativamente la estabilidad del sistema.

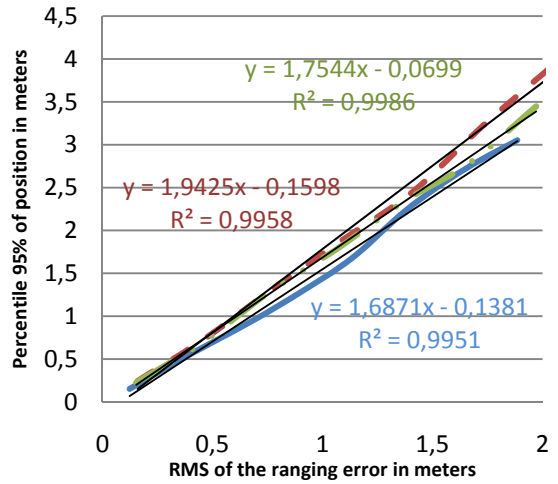
Por otra parte, se puede observar que el algoritmo lineal ofrece unas tasas de filtrado siempre superiores a las del algoritmo no lineal, debido a su inestabilidad. Sin embargo el algoritmo no lineal es capaz en algunos casos de converger a pesar de que la condición inicial (la solución del algoritmo lineal) sea aberrante.

Además, se puede observar que la tasa de filtrado decrece a medida que aumentamos el área de simulación. Esto se debe principalmente al criterio de filtrado que se ha seguido, ya que si el área de simulación crece implica que crece la distancia entre *landmarks* y por lo tanto el umbral que se ha utilizado para filtrar.

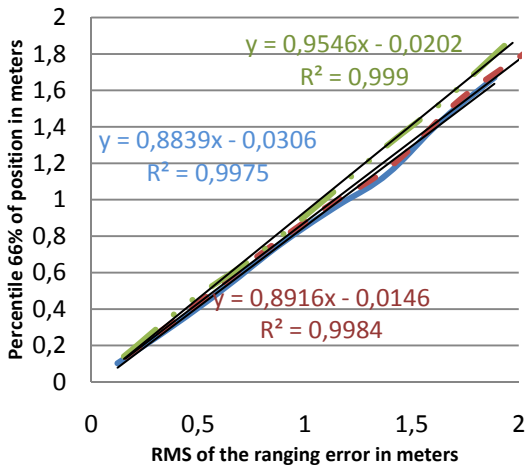
A pesar de este filtrado se ha visto que las gráficas de las Figuras 4.4 y 4.5 son oscilantes. Esto se debe a que, como se había comentado, el criterio de filtrado es poco exigente, con lo cual quedan todavía medidas aberrantes que hacen que se desvíe el RMSE calculado. Para conseguir unas gráficas con menos fluctuaciones sobre las que poder realizar las comparaciones se han calculado los percentiles del error de posicionamiento de los escenarios más representativos. En la Figura 4.8 se muestran los resultados.



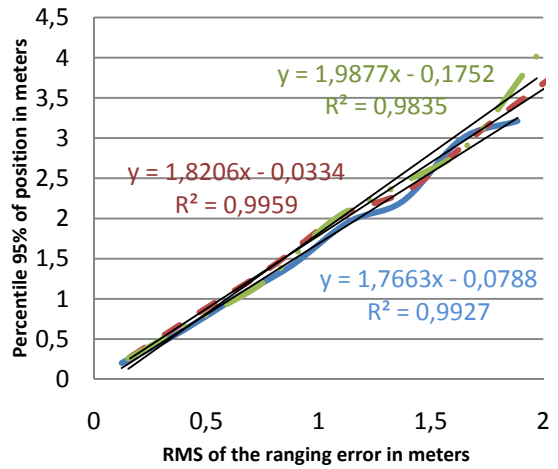
(a) Percentil 66% (TOA, 20x20, no-lineal)



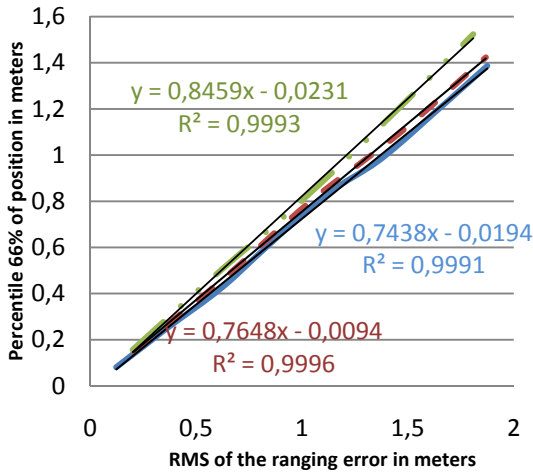
(b) Percentil 95% (TOA, 20x20, no-lineal)



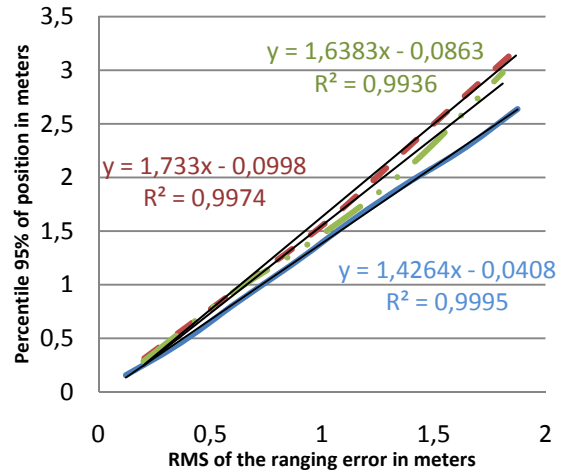
(c) Percentil 66% (TDOA, 20x20, no-lineal)



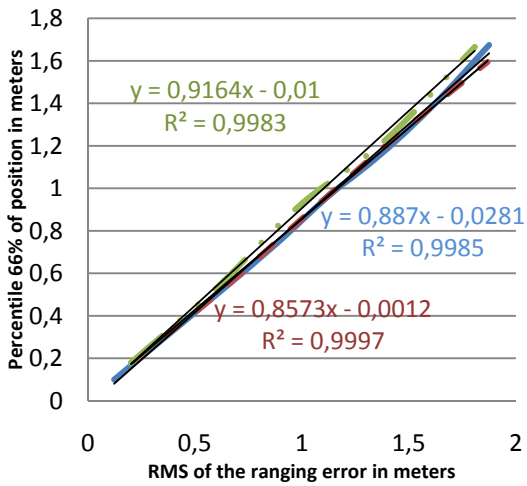
(d) Percentil 95% (TDOA, 20x20, no-lineal)



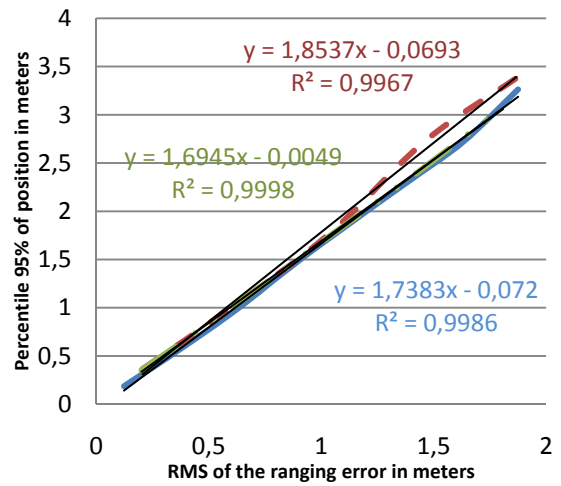
(e) Percentil 66% (TOA, 50x50, no-linear)



(f) Percentil 95% (TOA, 50x50, no-linear)



(g) Percentil 66% (TDOA, 50x50, no-linear)



(h) Percentil 95% (TDOA, 50x50, no-linear)

**Figura 4.8. Percentiles de las técnicas TOA y passive-TDOA utilizando los tres modelos de ranging.**

Para ver el comportamiento de estos percentiles de forma más clara y compacta se ha realizado una regresión lineal de la forma:

$$RMS_{\text{posicionamiento}} = b1 \cdot RMS_{\text{Ranging}} + b0$$

A continuación se presentan los resultados en Tabla 4.6. En el caso del TOA se corrobora lo explicado anteriormente ya que se sigue apreciando que la línea correspondiente al modelo *Exponential range-independent* está ligeramente por debajo de las otras dos y que esta separación aumenta con el RMSE de *ranging*.

	<i>Modelo</i>	<i>b0</i>	<i>b1</i>	<i>R<sup>2</sup></i>
<b>(a) Percentil 66%</b> <b>(TOA,20x20,no-lineal)</b>	<i>Exponential range-independent</i>	-0,0789	0,8771	0,99
	<i>Exponential range-dependent</i>	-0,0757	0,9027	0,9933
	<i>Gaussian range-dependent</i>	-0,0766	0,9821	0,9948
<b>(c) Percentil 66%</b> <b>(TDOA,20x20,no-lineal)</b>	<i>Exponential range-independent</i>	-0,0306	0,8839	0,9975
	<i>Exponential range-dependent</i>	-0,0146	0,8916	0,9984
	<i>Gaussian range-dependent</i>	-0,0202	0,9546	0,999
<b>(b) Percentil 95%</b> <b>(TOA,20x20,no-lineal)</b>	<i>Exponential range-independent</i>	-0,1381	1,6871	0,9951
	<i>Exponential range-dependent</i>	-0,1598	1,9425	0,9958
	<i>Gaussian range-dependent</i>	-0,0699	1,7544	0,9986
<b>(d) Percentil 95%</b> <b>(TDOA,20x20,no-lineal)</b>	<i>Exponential range-independent</i>	-0,0788	1,7663	0,9927
	<i>Exponential range-dependent</i>	-0,0334	1,8206	0,9959
	<i>Gaussian range-dependent</i>	-0,1752	1,9877	0,9835
<b>(e) Percentil 66%</b> <b>(TOA,50x50,no-lineal)</b>	<i>Exponential range-independent</i>	-0,0194	0,7438	0,9991
	<i>Exponential range-dependent</i>	-0,0094	0,7648	0,9996
	<i>Gaussian range-dependent</i>	-0,0231	0,8459	0,9993
<b>(g) Percentil 66%</b> <b>(TDOA,50x50,no-lineal)</b>	<i>Exponential range-independent</i>	-0,0281	0,887	0,9985
	<i>Exponential range-dependent</i>	-0,0012	0,8573	0,9997
	<i>Gaussian range-dependent</i>	-0,01	0,9164	0,9983
<b>(f) Percentil 95%</b> <b>(TOA,50x50,no-lineal)</b>	<i>Exponential range-independent</i>	-0,0408	1,4264	0,9995
	<i>Exponential range-dependent</i>	-0,0998	1,733	0,9974
	<i>Gaussian range-dependent</i>	-0,0863	1,6383	0,9936
<b>(h) Percentil 95%</b> <b>(TDOA,50x50,no-lineal)</b>	<i>Exponential range-independent</i>	-0,072	1,7383	0,9986
	<i>Exponential range-dependent</i>	-0,0693	1,8537	0,9967
	<i>Gaussian range-dependent</i>	-0,0049	1,6945	0,9998

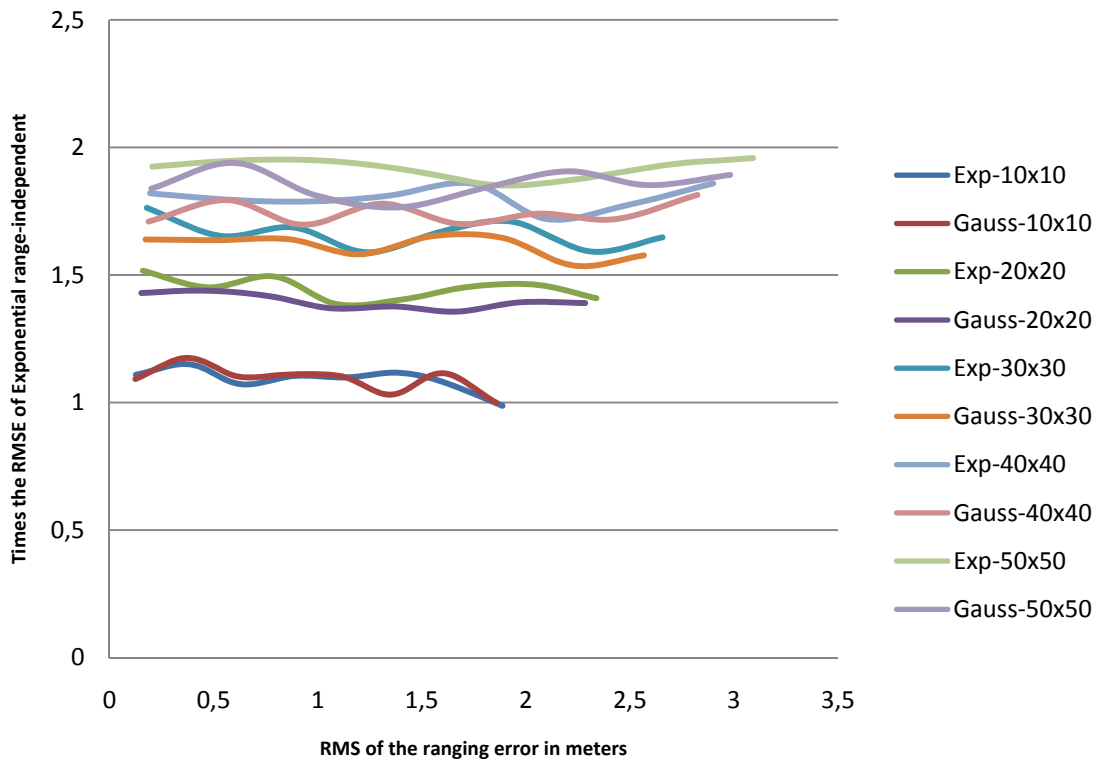
**Tabla 4.6. Regresión lineal de los percentiles de las técnicas TOA y passive-TDOA utilizando los tres modelos de ranging.**

En cambio, el caso *passive-TDOA* sí ofrece unos resultados ligeramente distintos a los observados en las gráficas del RMSE de posicionamiento. Principalmente, se puede observar que las gráficas son menos oscilantes mostrando su comportamiento de forma más clara. Además, se puede observar que el percentil 66% del modelo *Gaussian range-dependent* es siempre más alto que el del modelo *Exponential range-dependent*, mientras que en el caso del percentil 95% el comportamiento es el inverso. Esto se debe al hecho de que ambas distribuciones del error de *ranging* tienen la misma media y

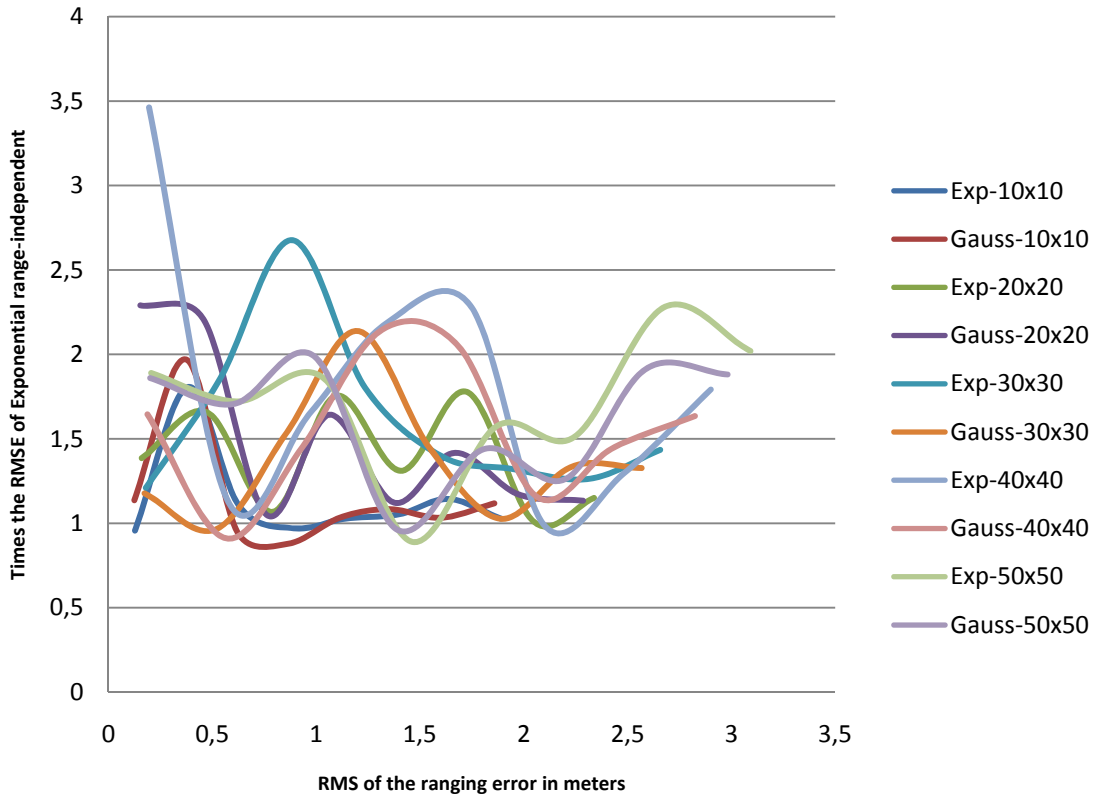


desviación, pero su densidad de probabilidad está concentrada sobre la media en el primer caso y sobre cero en el segundo. Por lo tanto, para un mismo RMSE de *ranging*, el 66% de los errores más pequeños del modelo gaussiano cubren un rango más grande de valores, lo cual conlleva a errores de posicionamiento mayores que en el caso exponencial, y viceversa si se considera el 95% de los errores más pequeños. En todo caso, hay que destacar que cualquier modelo dependiente de la distancia es como mucho igual de optimista que el modelo independiente.

A continuación se presentan las gráficas del error relativo al modelo Exponential range-independent de los modelos del error Exponential range-dependent y Gaussian range-dependent para las técnicas de localización 2-way-TOA y passive-TDOA utilizando el algoritmo no lineal (Figura 4.9).



(a) TOA ,no-lineal

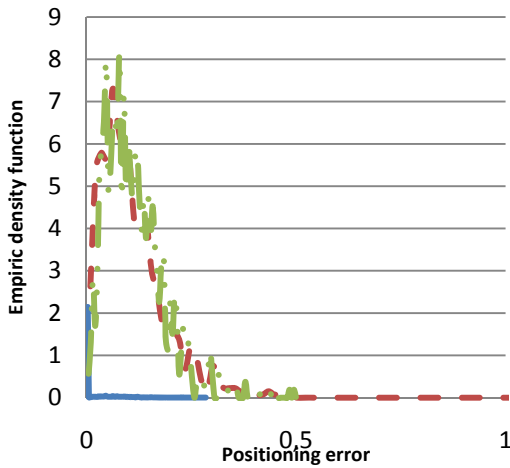
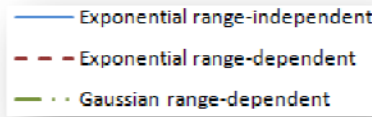


(b) TDOA ,no-lineal

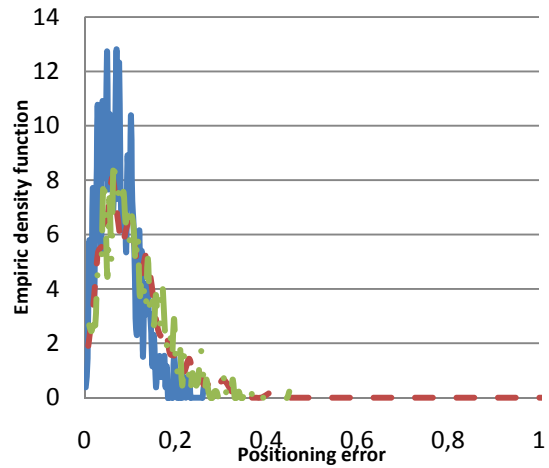
**Figura 4.9. Error relativo al modelo Exponential range-independent de las técnicas TOA y passive-TDOA.**

La primera gráfica se corresponde a la técnica de posicionamiento *2-way TOA* y en ella se puede comprobar que a medida que el área de simulación crece la diferencia entre los modelos propuestos y el modelo *Exponential range-independent* aumenta. Esto se debe a que, como se había observado, la dependencia con la distancia impone unas condiciones desfavorables debido a que provoca que los errores en las medidas sean de valores muy dispares. Este efecto es más pronunciado a medida que se aumenta el área de simulación ya que los errores de *ranging* de los modelos dependientes de la distancia son potencialmente más dispares, y de ahí los resultados observados. En la segunda gráfica de la Figura 4.7 (caso *passive-TDOA*) el comportamiento es mucho más confuso y no se observa claramente lo comentado para el caso TOA.

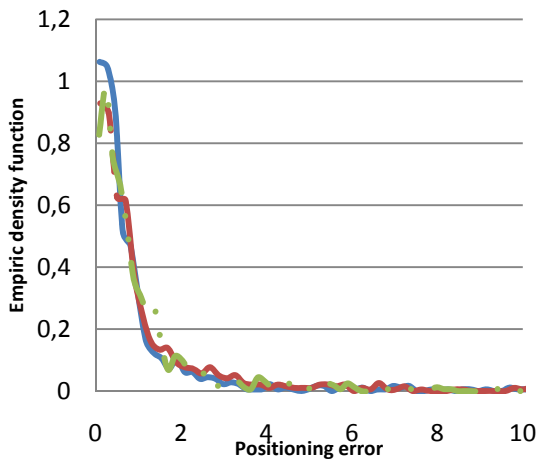
Por último, en la Figura 4.10 muestra el histograma para los tres modelos del error en varios escenarios con diferentes RMSE de *ranging*.



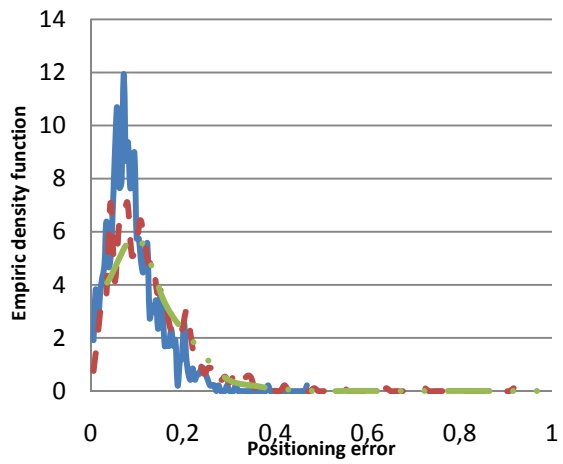
(a) TOA, 20x20, lineal, RMSE  
ranging=0.1235m



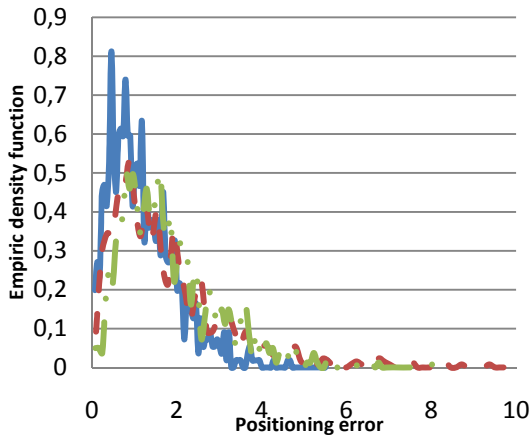
(b) TOA, 20x20, no lineal, RMSE  
ranging=0.1235m



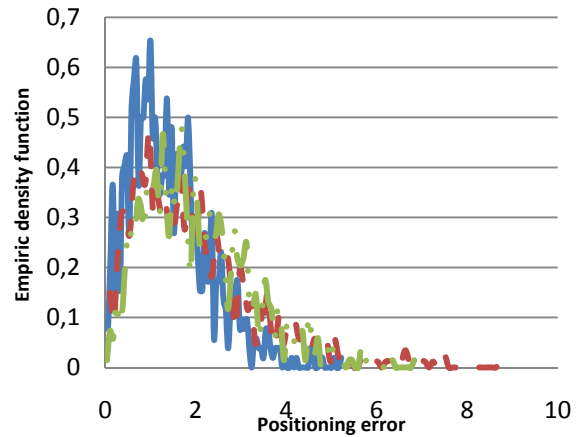
(c) TDOA, 20x20, lineal, RMSE  
ranging=0.1235m



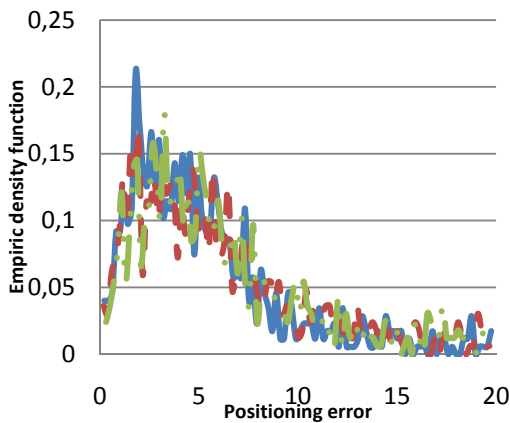
(d) TDOA, 20x20, no lineal, RMSE  
ranging=0.1235m



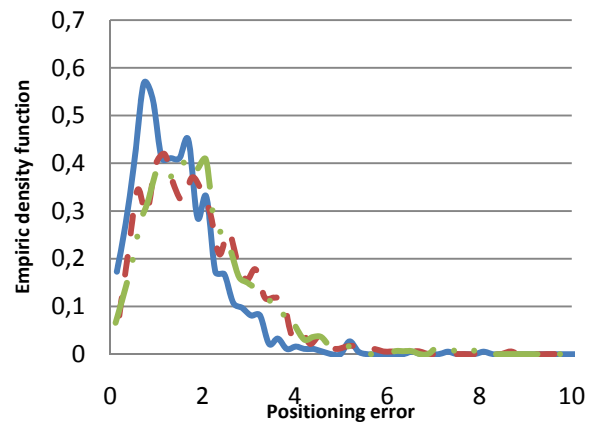
(e) TOA, 20x20, lineal, RMSE  
ranging=1.6357m



(f) TOA, 20x20, no lineal, RMSE  
ranging=1.6357m



(g) TDOA, 20x20, lineal, RMSE  
ranging=1.6357m



(h) TDOA, 20x20, lineal, RMSE  
ranging=1.6357m

**Figura 4.10. Funciones de densidad de probabilidad empíricas de los tres modelos del error en el escenario más representativo de entornos de interior.**

Esta observación reafirma lo comentado a lo largo de la sección. El modelo *Exponential range-independent* ofrece unas condiciones de simulación más optimistas que los otros dos. Esto se puede ver en el hecho de que la densidad es más alta en las posiciones del error bajas.

## 5. Ponderación del passive-TDOA

### 5.1. Planteamiento del problema

El principal objetivo de cualquier técnica de posicionamiento es cometer el menor error posible. Especialmente importante es este objetivo en el caso de entornos de interior, donde un error de apenas unos metros puede proporcionar una ubicación del todo incorrecta (ej. una habitación equivocada). Otro objetivo importante a lograr es que la técnica de posicionamiento en cuestión sea escalable.

En la actualidad, el uso de las técnicas TOA se muestra muy prometedor en escenarios de interiores según muestran trabajos de investigación como [40], [41] y [42]. Sin embargo, estas técnicas no cumplen con todos los objetivos anteriormente mencionados.

Para empezar, las técnicas TOA con frecuencia hacen uso de técnicas estadísticas basadas en la redundancia con el objetivo de obtener mejoras en precisión, lo que provoca una mayor inyección de tráfico en la red. Es aquí donde surge la técnica *passive-TDOA* que mejora considerablemente la escalabilidad debido a que actúa de forma pasiva en la red. Es decir, posiciona nodos únicamente escuchando el tráfico de la red, sin inyectar tráfico. No obstante, la aplicación de *passive-TDOA* hace perder cierta precisión en el resultado con respecto a la aplicación de técnicas TOA.

Además, tanto las técnicas TOA como la técnica *passive-TDOA* son muy sensibles a la propagación multicamino, fenómeno muy frecuente en escenarios de interior, en los que predomina la no visibilidad directa entre nodos. Esto provoca valores de precisión relativamente bajos.

Debido a que estas técnicas de posicionamiento, como ya se ha comentado, trabajan con mucha información redundante, se plantean sistemas de ecuaciones sobredeterminados a resolver. Además, estas ecuaciones son inexactas debido al ruido en las medidas. Por lo tanto, el sistema se resuelve intentando minimizar una medida del error de la solución respecto de cada ecuación. Esto implica que si los errores son independientes en cada ecuación esta redundancia pueda ser aprovechada para ser más preciso en la solución. Así, se planteó ponderar estos sistemas de forma que las ecuaciones a las que se les presume un menor error tengan mayor peso en la resolución de dicho sistema. De esta forma se pensó que se ganaría precisión en la posición sin la

necesidad de inyectar tráfico en la red para conseguirlo garantizando de esta forma escalabilidad.

## 5.2. Trabajos relacionados

Hoy en día hay muchos algoritmos para calcular la posición de un nodo, utilizando medidas de distancia o de diferencia de distancias. Estos algoritmos se pueden clasificar, des del punto de vista del problema de posicionamiento, en:

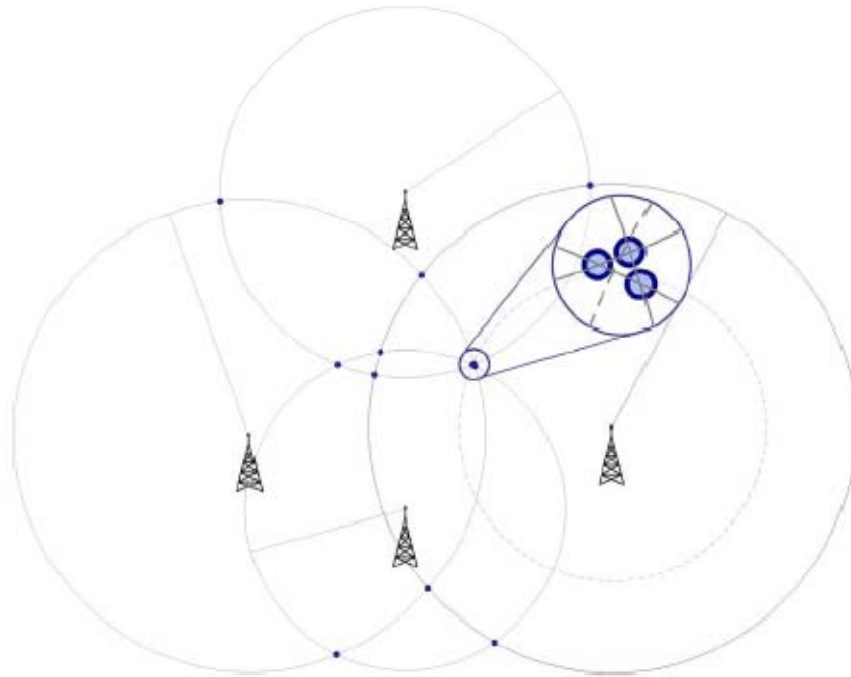
- Algoritmos de tracking: Son aquellos algoritmos que se basan en el rastreo de la posición del nodo, por ejemplo, teniendo en cuenta el camino seguido por el nodo. Estos algoritmos obtienen provecho de la correlación entre las muestras para reducir el error de posición.
- Algoritmos de posicionamiento: Son aquellos algoritmos que tienen por objetivo proporcionar una única posición para el nodo mediante el uso de métricas recogidas en un momento dado. De esta forma, estos algoritmos son mucho más simples que los anteriores y mucho más apreciados en entornos en los que las capacidades del hardware son limitadas.

Estos algoritmos de posicionamiento plantean sistemas de ecuaciones que se suelen resolver con algoritmos de tipo *Least Squares* (mínimos cuadráticos), los cuales tienen por objeto minimizar el error cuadrático de la solución respecto a cada ecuación. Para más detalles de algoritmos *Least Squares* ver anexo A.

Los algoritmos *Least Squares* tienen el inconveniente de sesgar el resultado en presencia de alguna medida aberrante. Se han propuesto varios enfoques alternativos o complementarios para evitar el problema de los escenarios NLOS, los cuales son los principales causantes de que haya estas medidas aberrantes en los sistemas de localización.

Es el caso de [31] donde se desarrolla un algoritmo que localiza al nodo eligiéndolo de entre unos candidatos que él ha propuesto previamente. Para establecer estos candidatos, el algoritmo calcula la distancia entre el nodo a posicionar y un *landmark* (por ejemplo, utilizando alguna técnica TOA). Los candidatos vienen dados por los puntos de intersección de las circunferencias (de centro, el *landmark* y de radio, la distancia calculada) dos a dos (ver Figura 5.1). A continuación, calcula el error mediano

de cada candidato con respecto a la distancia medida a cada *landmark*. Por último, se queda con el candidato cuyo error mediano asociado es menor. El hecho de utilizar el mediano y no la media provoca que el algoritmo no tenga en cuenta las medidas extremas u *outliers*. Este tipo de medidas extremas suelen ser las provocadas por escenarios NLOS.



**Figura 5.1. Representación de los candidatos, figura extraída de [31].**

Otros autores, en cambio, intentan identificar las medidas de distancia con errores provocados por escenarios NLOS para no trabajar con ellas. Es el caso de [30-33]. En [30] se propone un test para determinar primero el número de medidas NLOS (es decir, las que se han producido en un escenario NLOS y por lo tanto contienen un gran sesgo positivo debido a la falta de visibilidad directa) y posteriormente identificarlas. Este test se basa en el principio de que cuando todas las medidas son LOS, los residuos normalizados siguen una distribución central Chi-cuadrado, frente a una distribución no central cuando son NLOS. Otros trabajos como [33] proponen un método de detección de escenarios NLOS basado en el *delay spread*. En él se propone un umbral para llevar a cabo esta detección. Tras su detección, ambos estudios desechan este tipo de medidas y únicamente se trabaja con medidas LOS. Por último, en [32] se estudia una técnica para mitigar el impacto de las medidas NLOS sobre el posicionamiento mediante el

conocimiento previo de la estadística del error de la distancia y maximizando la verosimilitud global de la red.

### 5.3. Passive-TDOA ponderado

Como se ha comentado en secciones anteriores, los algoritmos de posicionamiento plantean sistemas sobredeterminados de ecuaciones inexactas que se suelen resolver por métodos de *Least Squares* y que se explican en detalle en el anexo A. En esta sección se explica cómo ponderar los sistemas de ecuaciones de la técnica *passive-TDOA* (ver sección 2. *Passive-TDOA*). Además, se explica el criterio que se ha seguido para dar los valores de los coeficientes de ponderación.

#### 5.3.1. Ponderación de sistemas de ecuaciones

##### *Sistema Lineal*

Se parte de un sistema

$$A\vec{x}=\vec{b} \quad (5.1)$$

donde  $A$  es la matriz con las constantes que se le aplican a las incógnitas,  $\vec{b}$  son los términos independientes, es decir, valores que sólo dependen datos conocidos (o medidos) y  $\vec{x}$  indica las coordenadas del nodo *passive-TDOA*. Estas coordenadas son la solución que minimiza la función de coste, típicamente el error cuadrático medio.

$$F = \frac{1}{2} \sum_i r_i^2 \quad (5.2)$$

siendo  $\vec{r}$  el vector de error cometido en cada ecuación

$$\vec{r}=A\vec{x} - \vec{b} \quad (5.3)$$

Es aquí donde se añaden los coeficientes de ponderación  $\lambda$

$$F = \frac{1}{2} \sum_i \lambda_i r_i^2 \quad (5.4)$$

desarrollando  $\vec{r}$ , se obtiene

$$F = \frac{1}{2} \sum_i \lambda_i (\sum_j a_{ij} x_j - b_i)^2 \quad (5.5)$$

A continuación se calcula la derivada de la función de coste  $F$  ya que se quiere calcular la solución que la minimiza



$$\frac{\partial F}{\partial x_{j'}} = \sum_i \lambda_i (\sum_j a_{ij} x_j - b_i) a_{ij'} \quad (5.6)$$

$$\frac{\partial F}{\partial x_{j'}} = \sum_i \lambda_i r_i a_{ij'} \quad (5.7)$$

$$\frac{\partial F}{\partial x_{j'}} = \vec{a}_{colj'}^T \Lambda \vec{r} \quad (5.8)$$

donde  $\vec{a}_{colj'}$  es la columna  $j'$  de la matriz  $A$  y  $\Lambda$  es una matriz diagonal formada por los coeficientes de ponderación. Agrupando para cada coordenada  $x_{j'}$  se obtiene

$$\nabla F = A^T \Lambda \vec{r} = A^T \Lambda (A \vec{x} - \vec{b}) \quad (5.9)$$

Igualando a cero y despejando se obtiene

$$\nabla F = A^T \Lambda A \vec{x} - A^T \Lambda \vec{b} = 0 \quad (5.10)$$

$$A^T \Lambda A \vec{x} = A^T \Lambda \vec{b} \quad (5.11)$$

Finalmente se llega a

$$\vec{x} = (A^T \Lambda A)^{-1} A^T \Lambda \vec{b} \quad (5.12)$$

### Sistema No-Lineal

Partiendo de la ecuación (2.16) de la sección 2. *Passive-TDOA*, se puede escribir el vector de error cometido en cada ecuación  $\vec{r}$  de la siguiente forma

$$\vec{r} = \begin{bmatrix} R\langle i, j_1 \rangle + R\langle k, j_1 \rangle - W\langle i, k \rangle - T\langle i, j_1 \rangle \\ \vdots \\ R\langle i, j_{numAP} \rangle + R\langle k, j_{numAP} \rangle - W\langle i, k \rangle - T\langle i, j_{numAP} \rangle \end{bmatrix} \quad (5.13)$$

A continuación, y de igual forma que en el caso lineal, se minimiza la función de coste  $F$

$$F = \frac{1}{2} \sum_j \lambda_j r_j^2 \quad (5.14)$$

Desarrollando  $\vec{r}$ , se obtiene

$$F = \frac{1}{2} \sum_j \lambda_j (R\langle i, j \rangle + R\langle k, j \rangle - W\langle i, k \rangle - T\langle i, j \rangle)^2 \quad (5.15)$$

Siendo  $R$  y  $W$  distancias

$$F = \frac{1}{2} \sum_j \lambda_j \left[ \sqrt{(x_i - x_j)^2 + (y_i - y_j)^2 + (z_i - z_j)^2} + \right.$$

$$\left. \sqrt{(x_k - x_j)^2 + (y_k - y_j)^2 + (z_k - z_j)^2} - \sqrt{(x_i - x_k)^2 + (y_i - y_k)^2 + (z_i - z_k)^2} - T\langle i, j \rangle \right]^2 \quad (5.16)$$

Nuevamente, se deriva la función de coste  $F$  y se obtiene

$$\begin{aligned} \frac{\partial F}{\partial x_k} = & \sum_j \lambda_j \left[ \sqrt{(x_i - x_j)^2 + (y_i - y_j)^2 + (z_i - z_j)^2} + \right. \\ & \left. \sqrt{(x_k - x_j)^2 + (y_k - y_j)^2 + (z_k - z_j)^2} + \sqrt{(x_i - x_k)^2 + (y_i - y_k)^2 + (z_i - z_k)^2} - \right. \\ & \left. T\langle i, j \rangle \right] \left[ \frac{1}{2} \left( (x_k - x_j)^2 + (y_k - y_j)^2 + (z_k - z_j)^2 \right)^{-\frac{1}{2}} 2(x_k - x_j) - \frac{1}{2} \left( (x_k - x_i)^2 + \right. \right. \\ & \left. \left. (y_k - y_i)^2 + (z_k - z_i)^2 \right)^{-\frac{1}{2}} 2(x_k - x_i) \right] \quad (5.17) \end{aligned}$$

Escrito de forma más compacta, se obtiene

$$\frac{\partial F}{\partial x_k} = \sum_j \lambda_j r_j \left[ \frac{(x_k - x_j)}{R\langle k, j \rangle} - \frac{(x_k - x_i)}{W\langle i, k \rangle} \right] \quad (5.18)$$

$$\frac{\partial F}{\partial x_k} = \sum_j \lambda_j r_j p_{x_j} \quad (5.19)$$

$$\frac{\partial F}{\partial x_k} = \vec{p}_x^T \Lambda \vec{r} \quad (5.20)$$

$$\text{siendo } \vec{p}_x = \begin{bmatrix} p_{x_1} \\ \vdots \\ p_{x_{\text{numAP}}} \end{bmatrix}$$

De igual forma ocurre para la componentes  $y_k$  y  $z_k$

$$\frac{\partial F}{\partial y_k} = \vec{p}_y^T \Lambda \vec{r} \quad (5.21)$$

$$\frac{\partial F}{\partial z_k} = \vec{p}_z^T \Lambda \vec{r} \quad (5.22)$$

De esta forma, si se define la matriz  $P$  como

$$P = [\vec{p}_x, \vec{p}_y, \vec{p}_z] \quad (5.23)$$

se puede concluir que el gradiente de la función de coste  $F$  es

$$\nabla F = P^T \Lambda r = J^T \vec{r} \quad (5.24)$$

Con lo cual

$$J = AP \quad (5.25)$$

donde  $J$  es el Jacobiano.

### 5.3.2. Coeficientes de ponderación

#### *Introducción*

Los coeficientes de ponderación  $\lambda$  se han calculado teniendo en cuenta dos criterios: distancia y geometría. Con los primeros lo que se busca es que las ecuaciones que vienen de medidas de distancia cercana sean premiadas frente a los que vienen de distancia lejana. Con los segundos lo que se busca es premiar aquellas ecuaciones que vienen de *landmarks* que tienen una buena geometría en la red, es decir, *landmarks* que están lo más separados posible entre ellos para así trabajar con ecuaciones lo menos redundantes posible.

Sin embargo, el desconocimiento de la posición de nodo TDOA implica una falta de conocimiento acerca de estos términos (distancia y geometría). Es por eso que se ha optado por operar en dos modos distintos: modo no iterativo y modo iterativo. En el primero se asume que el conocimiento de la geometría de la red es sólo parcial y se trabaja con medidas que, pese a ser incompletas, dan una idea de la distancia y de la geometría. Por otra parte, en el segundo modo, se busca obtener de forma aproximada este conocimiento total de la geometría de la red. Para ello, este segundo método se sirve de dos etapas. Primero resuelve el sistema sin ponderar obteniendo así una primera aproximación de la posición del nodo TDOA. A continuación, aprovecha este conocimiento aproximado de la geometría para obtener unos coeficientes más precisos con los que repetir el cálculo ponderando las ecuaciones.

#### *Con conocimiento parcial de la geometría de la red: modo no iterativo*

##### *Ponderación por distancia*

Como se ha comentado en la introducción, el criterio de ponderación por distancia pretende premiar (es decir, ponderar con coeficientes más altos) aquellas ecuaciones que vienen de medidas de trayectos más cortos. El motivo no es otro que la suposición de que a menos distancia es más probable que no haya fuentes de error que perjudiquen la

calidad de la medida. Es el caso, por ejemplo, de la no visibilidad directa, ya que a más distancia es más probable que haya algún objeto que se interponga en el camino directo.

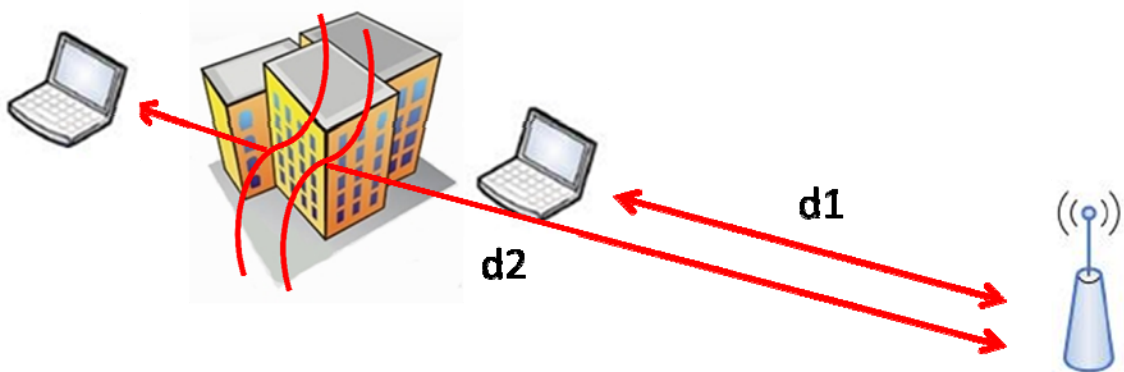


Figura 5.2. Ponderación de distancia.

Las distancias a considerar son  $d_1$ ,  $d_2$  y  $d_3$  de la Figura 5.3. No obstante, debido a la falta de conocimiento de la posición del nodo *passive-TDOA*, se ha optado por utilizar la medida  $T\langle i, j \rangle$  como alternativa. Recordemos que la medida  $T\langle i, j \rangle$  indica la diferencia en distancia entre los caminos  $TOA - TDOA$  y  $TOA - AP - TDOA$ .

De esta forma, se ha calculado el coeficiente  $\lambda$  como

$$\lambda_j = \frac{1}{T\langle i, j \rangle^\varepsilon} \quad (5.26)$$

siendo  $\varepsilon$  el exponente de la pérdida de camino y  $j$  es cada una de las ecuaciones a ponderar.

El uso de la medida  $T\langle i, j \rangle$  tiene el inconveniente de que provoca que situaciones distintas se ponderen igual.

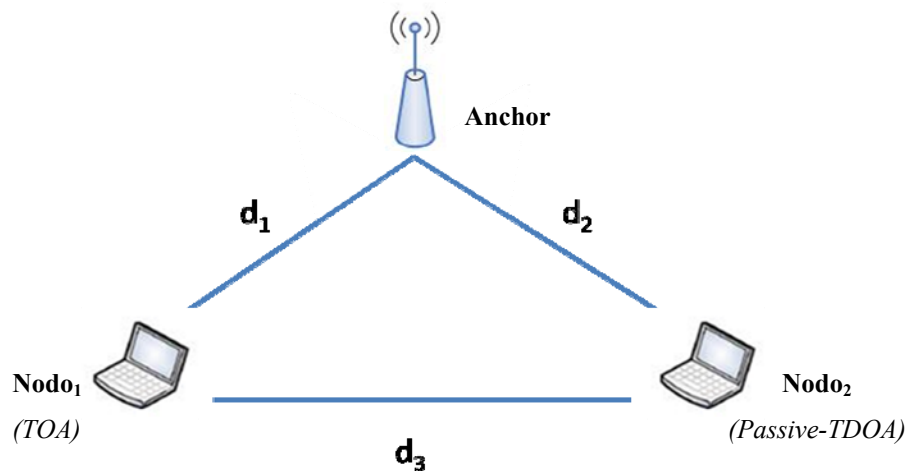


Figura 5.3. Geometría de la red.

Por ejemplo, si  $d_1=9\text{m}$ ,  $d_2=140\text{m}$  y  $d_3=140\text{m}$  o si  $d_1=6\text{m}$ ,  $d_2=7\text{m}$  y  $d_3=4\text{m}$ ,  $T\langle i, j \rangle=9\text{m}$  en ambos casos, por lo que se les asigna el mismo coeficiente  $\lambda$  siendo que en el primer caso las distancias son mucho más grandes y por lo tanto es probable que tengan un error más grande.

En la Tabla 5.1 se muestran los resultados de una prueba en la que hemos tomado 1000000 medidas del  $T\langle i, j \rangle$ , para los dos casos comentados antes.

	Media	Desviación	RMSE
$d_1=9, d_2=140$ y $d_3=140$	0.6716	2.2723	5.6144
$d_1=6, d_2=7$ y $d_3=4$	0.6930	1.0134	1.5072

**Tabla 5.1. Resultados de la prueba de distintas distancias pero un mismo  $T\langle i, j \rangle$**

Como se puede comprobar en la Tabla 5.1, el RMSE de cada caso es muy distinto. Sin embargo, al tener un  $T\langle i, j \rangle$  medido muy parecido el coeficiente de ponderación va a ser también muy parecido. Este el problema de no tener conocimiento completo de la geometría de la red.

#### *Ponderación por geometría*

La ponderación por geometría pretende premiar aquellas ecuaciones que vienen de *landmarks* que están alejados de otros *landmarks*, evitando así que dos (o más) *landmarks* que están colocados en una misma zona aporten el mismo peso a la resolución del sistema que un *landmark* que está colocado solo. El motivo de esta ponderación es evitar redundancia en las ecuaciones, ya que las trayectorias definidas por *landmarks* que están juntos son parecidas, y por lo tanto van a tener las mismas fuentes de error o los mismos objetos que obstaculicen la visión directa. El objetivo de esta ponderación ha sido conseguir que las ecuaciones provenientes de los *landmarks* cercanos aporten aproximadamente el peso de una sola ecuación a la resolución del sistema, como si se tratase de un único *landmark*.

Debido a que en este modo, en el momento de resolver el sistema, únicamente se tiene conocimiento de la posición del nodo TOA (pero no del nodo *passive-TDOA*) sólo se puede utilizar este nodo para ponderar por geometría.

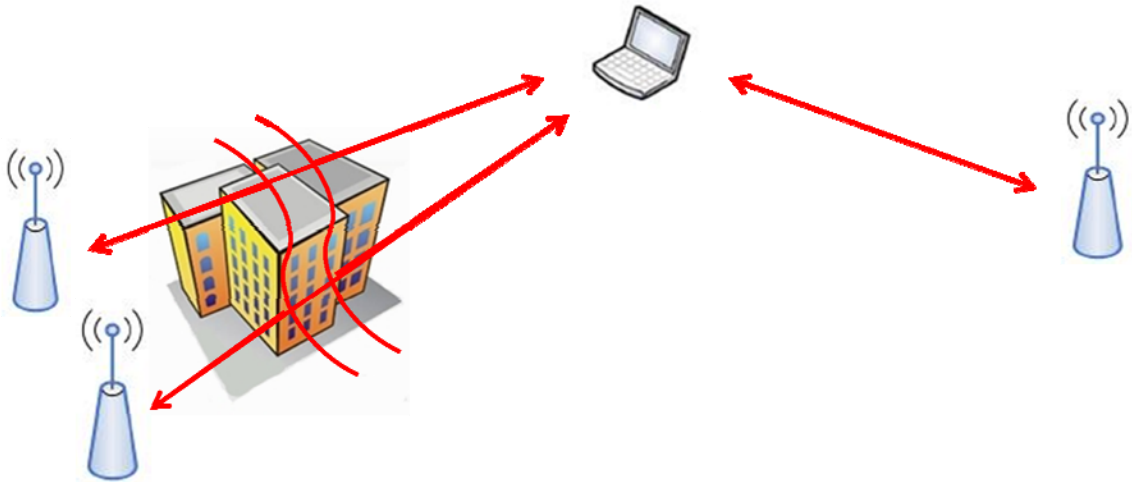


Figura 5.4. Ponderación por geometría.

Para empezar calculamos la matriz de ángulos ( $\varphi$ ) del nodo TOA a parejas de *landmarks* utilizando el teorema del coseno dado que conocemos todas las distancias entre los tres puntos que forman el triángulo ( $l_1$ ,  $l_2$  y  $l_3$ ).

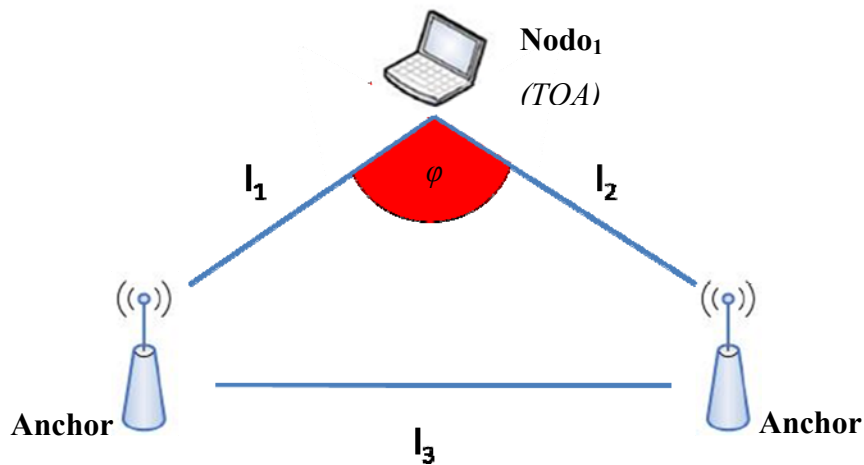


Figura 5.5. Ángulo  $\varphi$ .

$$l_3^2 = l_1^2 + l_2^2 - 2l_1l_2 \cos \varphi \quad (5.27)$$

$$\varphi = \begin{bmatrix} \varphi_{11} & \cdots & \varphi_{n1} \\ \vdots & \ddots & \varphi_{ij} \\ \varphi_{1n} & \cdots & \varphi_{nn} \end{bmatrix} \quad (5.28)$$

Donde  $\varphi_{jj'}$  es el ángulo entre el nodo TOA y los *landmarks*  $j$  y  $j'$  y  $n$  es el número de *landmarks*.

A continuación, calculamos una matriz ( $C$ ) que da una medida de la correlación entre dos *landmarks*. Es decir, una matriz que para ángulos grandes, que implican ecuaciones poco correladas, tenga valores bajos y viceversa. Además, los valores de esta matriz han de estar entre 0 y 1 ya que dos en los casos extremos, dos *landmarks* estarán desde completamente correlados ( $C_{jj'}=1$ ) a completamente incorrelados ( $C_{jj'}=0$ ). Una forma de calcular esta matriz que cumple con todas las condiciones deseadas es

$$C = \begin{cases} 1 - \sin \varphi, & 0 \leq \varphi < \pi/2 \\ 0, & \varphi \geq \pi/2 \end{cases} \quad (5.29)$$

donde se trunca a partir de  $\pi/2$  ya que se considera que dos *landmarks* separados más del ángulo recto ya proporcionan ecuaciones completamente incorreladas.

Por último, se calcula el coeficiente  $\lambda$  como

$$\lambda_j = 1 - \frac{\sum_{j' \neq j} C_{jj'}}{\sum_{j'} (C_{jj'} \neq 0)} \quad (5.30)$$

donde  $j$  es cada una de las ecuaciones a ponderar.

Para ilustrar esta fórmula se muestra a continuación un ejemplo sencillo del cálculo de los coeficientes  $\lambda_j$  según la geometría de la Figura 5.6.

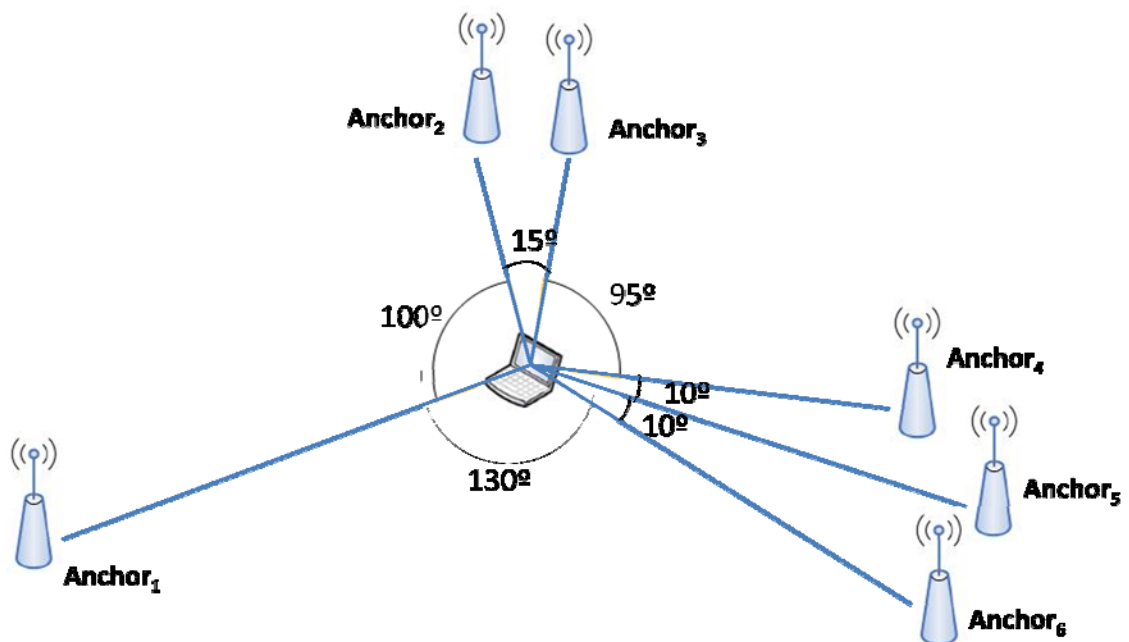


Figura 5.6. Ejemplo del cálculo de los coeficientes de geometría.

La matriz  $C$  que se obtiene es

$$C = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0.74 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0.74 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0.83 & 0.66 \\ 0 & 0 & 0 & 0.83 & 1 & 0.83 \\ 0 & 0 & 0 & 0.66 & 0.83 & 1 \end{bmatrix}$$

y el vector de coeficientes  $\Lambda$  es

$$\Lambda = \begin{bmatrix} 1 \\ 0.63 \\ 0.63 \\ 0.50 \\ 0.45 \\ 0.50 \end{bmatrix}$$

Como se puede ver en el dibujo la disposición de los *landmarks* divide la geometría de la red en tres grupos:  $\{Anchor_1\}$ ,  $\{Anchor_2, Anchor_3\}$  y  $\{Anchor_4, Anchor_5, Anchor_6\}$ . De esta forma,  $\lambda_1=1$ ,  $\lambda_2 + \lambda_3 = 1.26$  y  $\lambda_4 + \lambda_5 + \lambda_6 = 1.45$ . Los coeficientes del segundo y del tercer grupo suman algo ligeramente superior a 1 pero muy inferior a 2 y 3 respectivamente, ya que el ángulo entre los *landmarks* no es  $0^\circ$  y por lo tanto se considera que han de aportar más que un único *landmark*, pero a la vez menos que *landmarks* independientes.

Para el cálculo de estos coeficientes  $\lambda$  habría que considerar también la distancia  $l_3$ . De esta forma, se podría distinguir entre dos situaciones en los que el ángulo  $\varphi$  es idéntico pero los *landmarks* están más separados, es decir,  $l_3$  es más grande. Sería útil poder distinguir entre estos dos casos ya que si  $l_3$  es más grande las ecuaciones están menos correladas ya que los *landmarks* están más separados. No obstante, no se ha tenido en cuenta esta medida  $l_3$  por dos motivos. El primer motivo es que entra en confrontación con el otro criterio de ponderación (el de distancia), ya que si  $l_3$  es más grande para un mismo ángulo  $\varphi_{jj'}$  esto implica más separación entre los *landmarks* y el nodo. No hay que olvidar que el objetivo es la utilización de los dos criterios de ponderación de forma conjunta. El segundo motivo es que la influencia del ángulo es más importante que la de  $l_3$ , y de esta forma se obtiene el mismo efecto de ponderación mediante un modelo más simple.



### *Con conocimiento completo de la geometría de la red: modo iterativo*

En este modo se hace un primer cálculo aproximado de la posición del nodo *passive-TDOA* mediante la técnica *passive-TDOA* sin ponderar. Esta primera aproximación de la posiciones del nodo *passive-TDOA* unida al conocimiento de la posición del nodo TOA permite tener un conocimiento aproximado de la geometría total. Es decir, se conocen de forma aproximada las distancias  $d_1$ ,  $d_2$  y  $d_3$ . De esta forma se pueden calcular unos coeficientes  $\lambda$  más precisos a cambio de un mayor coste computacional debido a las dos etapas.

#### *Ponderación por distancia*

En el caso de la ponderación por distancia el conocimiento de las distancias  $d_1$ ,  $d_2$  y  $d_3$  permite conocer el camino que han de recorrer los paquetes y así saber la probabilidad que tienen de pasar por alguna fuente de error.

De esta forma, si cualquiera de las tres distancias crece esto implicará que el paquete deberá recorrer un camino más largo para llegar a su destino siendo más probable que pase por alguna fuente de error. Es por este motivo que en este caso el coeficiente de ponderación se calcula como

$$\lambda_j = \frac{1}{\left(\sqrt{d_1^2 + d_2^2 + d_3^2}\right)^\varepsilon} \quad (5.31)$$

De esta forma se consigue evitar que situaciones distintas se ponderen de forma similar como ocurría al utilizar la medida  $T\langle i, j \rangle$ .

#### *Ponderación por geometría*

Como ya se ha comentado, en el modo iterativo, el conocimiento de las distancias  $d_1$ ,  $d_2$  y  $d_3$  proporciona un conocimiento aproximado de la geometría de la red y en particular la posición del nodo *passive-TDOA*. Esta nueva información se aprovecha para repetir el cálculo explicado en el apartado *Ponderación por geometría* del modo no iterativo pero ahora para este nodo. De esta forma, se obtienen dos tipos de coeficientes, los del nodo TOA ( $\lambda_{TOA}$ ) y los del nodo *passive-TDOA* ( $\lambda_{TDOA}$ ). Se agregan estos dos efectos calculando el coeficiente  $\lambda$  final como el producto de los dos.

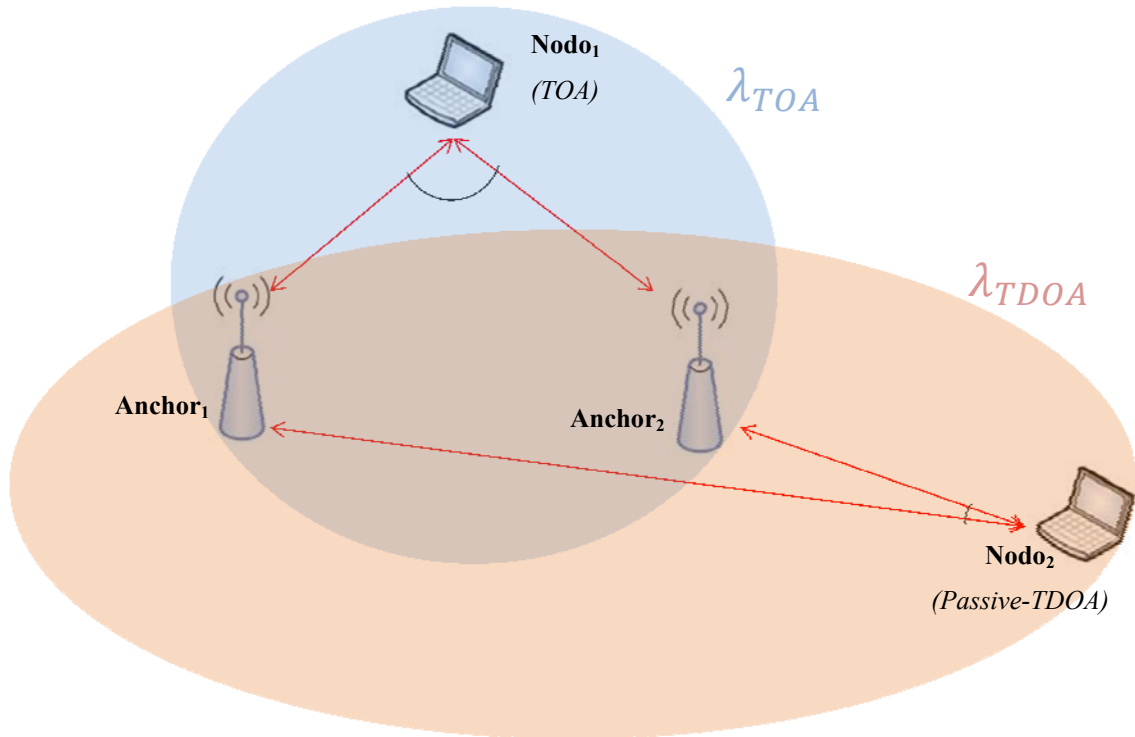


Figura 5.7. Coeficientes  $\lambda_{TOA}$  y  $\lambda_{TDOA}$ .

### Ponderación por distancia y geometría simultáneamente

Tanto en el modo iterativo como en el no iterativo el objetivo ha sido utilizar los dos tipos de coeficientes de forma simultánea. Para que  $\lambda_d$  (coeficiente de distancia) y  $\lambda_g$  (coeficiente de geometría) aporten el mismo peso al coeficiente  $\lambda$  final se ha optado por normalizar cada uno de los coeficientes  $\lambda_d$  por la suma de todos los coeficientes  $\lambda_d$ , ídem para  $\lambda_g$ . De esta forma, los valores de  $\lambda_d$  y  $\lambda_g$  quedan de igual forma repartidos a lo largo del intervalo  $[0, 1]$ .

Por último, los coeficientes finales se calculan como

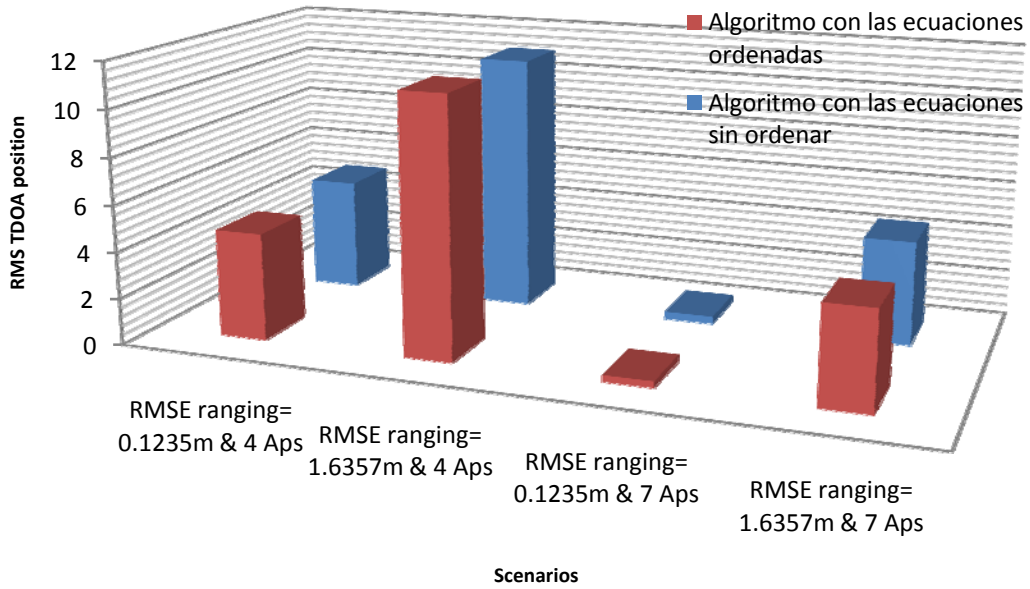
$$\lambda = 0.5 \cdot \lambda_d + 0.5 \cdot \lambda_g \quad (5.32)$$

### 5.3.3. Orden de las ecuaciones del sistema

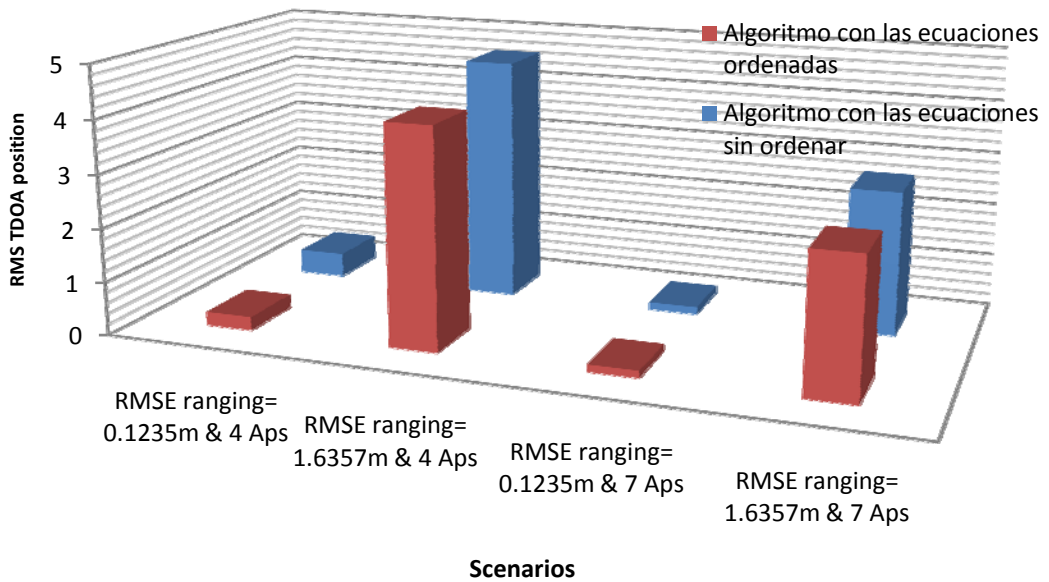
Recordamos que la manera de linealizar el sistema de ecuaciones consistía en restar la primera ecuación al resto, como se explica en la sección 2.2.2. *passive-TDOA* y en el anexo A, apartado A.1. *Linear least squares*. Esto implica que esta primera ecuación (y su error asociado) afecta a todas las demás ecuaciones. Para minimizar este impacto se pensó en reordenar el sistema para que esta ecuación fuese aquella a la que se le

presume menos error, es decir, aquella que tiene un coeficiente  $\lambda$  más alto. De esta forma, la ecuación resultante de la resta tendrá un menor error.

La mejora queda reflejada en las siguientes gráficas de la Figura 5.8 y en la Tabla 5.2



(a) 30x30, lineal



(b) 30x30, no lineal

Figura 5.8. Mejora producida por la ordenación de las ecuaciones.

	Lineal		No lineal	
	Sin ordenar	Ordenadas	Sin ordenar	Ordenadas
<b>RMSE ranging=0.1235m&amp;4 APs</b>	4,8607	4,6149	0,4577	0,2529
<b>RMSE ranging=1.6357m&amp;4 APs</b>	11,0208	11,1103	4,5786	4,1075
<b>RMSE ranging=0.1235m&amp;7 APs</b>	0,3207	0,2754	0,1365	0,1338
<b>RMSE ranging=1.6357m&amp;7 APs</b>	4,4718	4,1997	2,687	2,5618

**Tabla 5.2. Mejora producida por la ordenación de las ecuaciones.**

Como se puede apreciar, las mejoras son pequeñas pero hay que destacar que se han conseguido con un simple intercambio en el orden de dos ecuaciones del sistema. En particular no ha sido necesario tomar más medidas o inyectar más tráfico en la red. Es por este motivo que el resto de resultados de este estudio se han obtenido trabajando con sistemas reordenados de esta forma.

#### 5.4. Implementación y simulación

Una línea de simulación muy parecida a la realizada sobre el estudio del modelo del error de *ranging* se ha seguido para analizar el comportamiento de la técnica *passive-TDOA* ponderado. En este caso, tras implementar la técnica se ha procedido a compararla con las técnicas de localización *2-way TOA* y *passive-TDOA*.

De igual forma que para la implementación del estudio realizado sobre el modelo del error, para analizar el comportamiento del algoritmo propuesto se ha implementado un entorno de simulación en el que se hace uso del algoritmo propuesto. Así, se ha desarrollado un nuevo simulador en el entorno Matlab con el que se han llevado a cabo simulaciones de Montecarlo [ver anexo B], con el objetivo de caracterizar el error de posicionamiento obtenido mediante la ponderación del algoritmo *passive-TDOA*. Tampoco en este caso se han utilizado datos empíricos para alimentar dichas simulaciones por los mismos motivos que en la primera parte *4. Modelo del error*. De esta forma, la evaluación de un sistema emulado queda emplazada a futuros estudios.

Por un lado, se han simulado 4 escenarios formados por un número de *landmarks* emplazados de forma aleatoria en un área de simulación de 30 metros cuadrados. La Tabla 5.3 recoge los valores de los parámetros utilizados. En dicha área se sitúan dos nodos, uno de los cuales emplea la técnica de *2-way TOA* para posicionarse mientras

que el otro utiliza los tres algoritmos *passive-TDOA* (iterativo, no iterativo y sin ponderar). Los escenarios simulados son:

- 4 *landmarks* situados de forma aleatoria en un área de simulación de 30x30 metros. Con una  $T_I = 0.00157$  que provoca un RMS del error de ranging del orden de 10 a 20 centímetros.
- 4 *landmarks* situados de forma aleatoria en un área de simulación de 30x30 metros. Con una  $T_I = 0.02341$  que provoca un RMS del error de ranging de orden de 1 a 2 metros.
- 7 *landmarks* situados de forma aleatoria en un área de simulación de 30x30 metros. Con una  $T_I = 0.00157$  que provoca un RMS del error de ranging del orden de 10 a 20 centímetros.
- 7 *landmarks* situados de forma aleatoria en un área de simulación de 30x30 metros. Con una  $T_I = 0.02341$  que provoca un RMS del error de ranging de orden de 1 a 2 metros.

Por otro lado, se ha querido completar el estudio con un barrido de RMSE de *ranging* para el caso de 4 *landmarks*. La Tabla 5.3 recoge también los valores de los parámetros utilizados.

Cabe destacar que para poder llevar a cabo de forma justa la comparación de las diferentes técnicas *passive-TDOA* sobre cada escenario, la colocación de los *landmarks* se ha definido de forma aleatoria una vez y luego se ha mantenido fija en todas las simulaciones de ese escenario.

Además, las simulaciones se han llevado a cabo siguiendo también el mismo procedimiento del estudio anterior. Es decir, en primer lugar, se escoge un enclave al azar dentro del área de simulación para el nodo *2-way TOA*. Después se hace lo mismo para el nodo *passive-TDOA*. Una vez posicionados ambos nodos, se lanzan los algoritmos de posicionamiento tanto para el nodo *2-way TOA* como para el nodo *passive-TDOA*. Concretamente, el nodo *passive-TDOA* estima primero la posición del nodo *2-way TOA* y luego estima su propia posición. Este procedimiento es repetido para 1000 enclaves al azar del nodo *passive-TDOA* manteniendo la posición del nodo *2-way TOA*. Finalmente, se repite el procedimiento entero para 1000 posiciones al azar del nodo *2-way TOA*.

Nuevamente, para el cálculo de ambas posiciones se ha utilizado el algoritmo de mínimos cuadrados no lineales de *Levenberg-Marquardt* [anexo A] que ha utilizado como posición de partida la resolución del sistema linealizado.

Para llevar a cabo este estudio se utilizó el modelo del error *Exponential range-dependent*

$$e_d = (d - \hat{d}) = W_1 \cdot \text{gaussiano}(0, \sigma) + W_2 \cdot \text{exponencial}(k \cdot c \cdot \tau_{rms}) \quad (4.6)$$

con

$$\tau_{rms} = T_1 d^\epsilon y \quad (4.1)$$

Los parámetros en los que se han llevado a cabo estas simulaciones se muestran en la Tabla 5.3.

$w_1$	$w_2$	$\sigma$	$T_1^* = k \cdot T_1$		$\epsilon$	$\sigma_y$
0.26	0.74	0.0129 m	i	1.57 ns	0.3	4.0
			f	23.41 ns		
			p	3.12 ns		

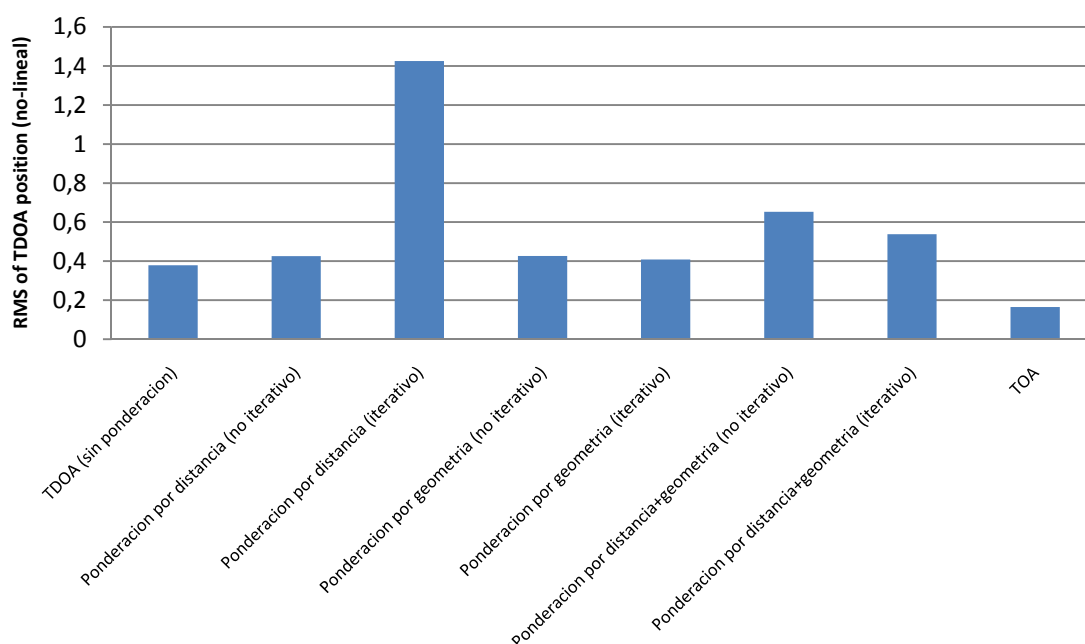
(i = inicial, f = final, p = paso)

**Tabla 5.3. Parámetros del modelo del error del estudio de la ponderación.**

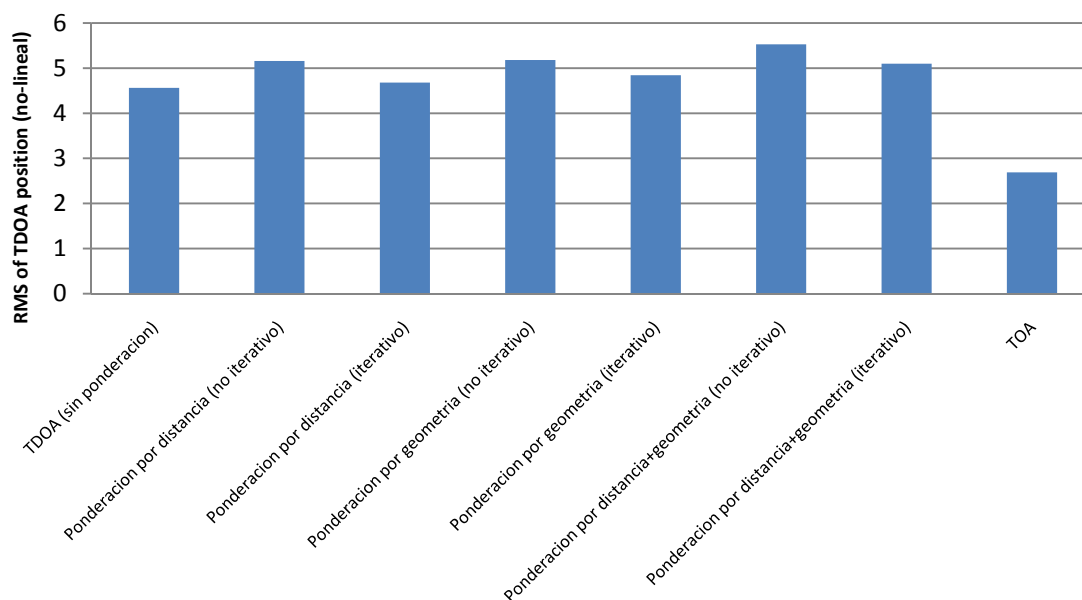
## 5.5. Análisis de los resultados

En la Figura 5.9 se pueden observar los resultados de aplicar las distintas ponderaciones en los diferentes escenarios propuestos. Además, también se presentan los resultados de la técnica de localización *2-way TOA* para estos mismos escenarios.

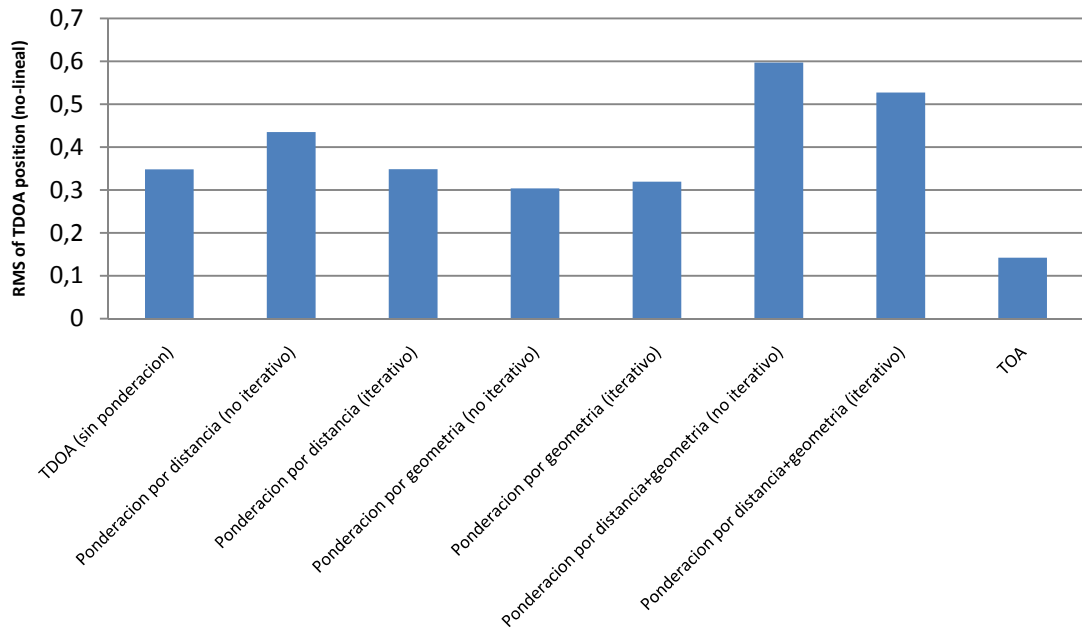
Como se puede apreciar para los escenarios simulados los resultados no son los esperados. La ponderación empeora los resultados, excepto en el escenario de 7 APs y RMSE de ranging alto, donde se observa una mejora de un 25% en el caso iterativo mientras que para el caso no iterativo no se empeora la situación de partida (*passive-TDOA* sin ponderar).



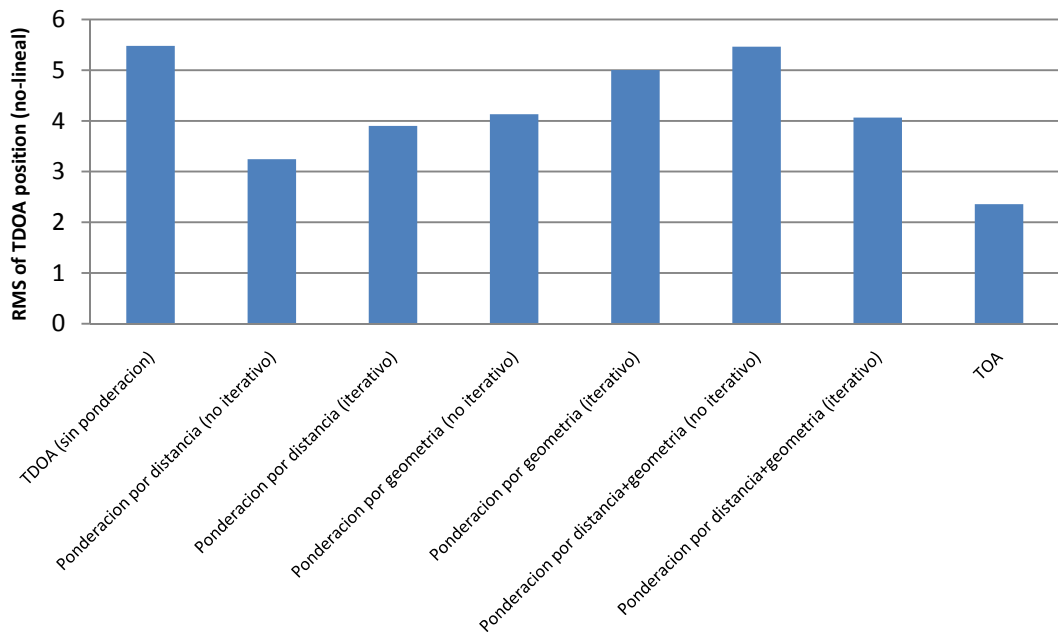
a) 30x30, no lineal, RMSE ranging= 0.1235m y 4 APs



b) 30x30, no lineal, RMSE ranging= 1.6357m y 4 APs



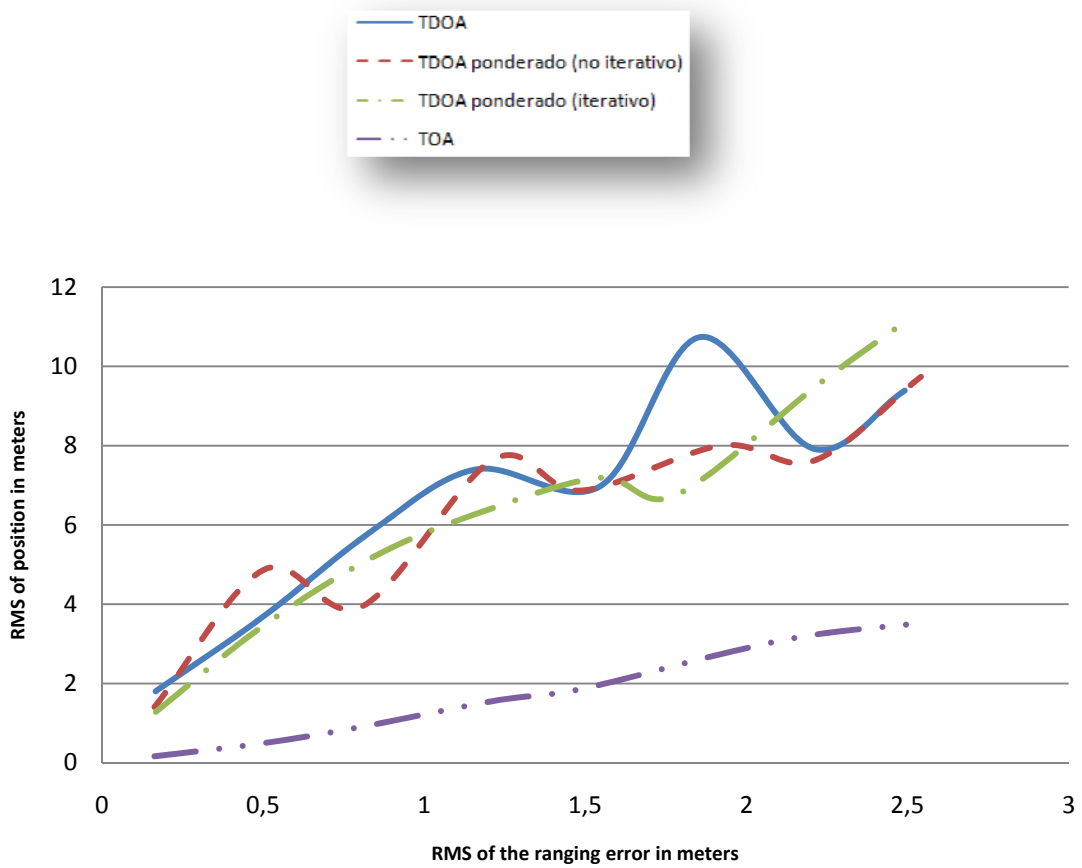
*c) 30x30, no lineal, RMSE ranging= 0.1235m y 7 APs*



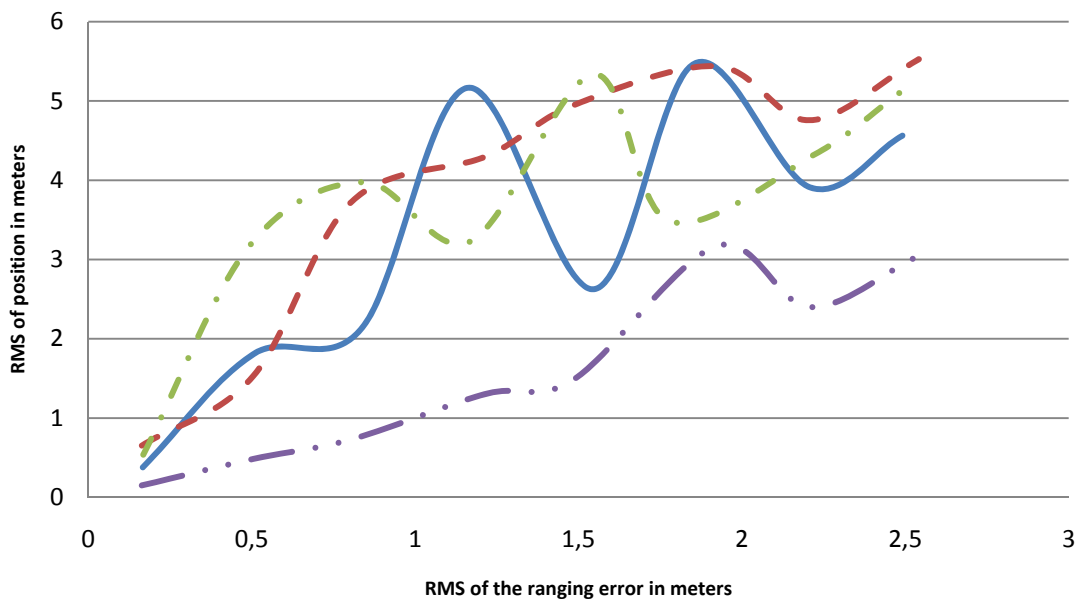
*d) 30x30, no lineal, RMSE ranging= 1.6357m y 7 APs*

**Figura 5.9. RMSE de posicionamiento para los distintos escenarios planteados.**





a) 30x30, lineal, 4 APs

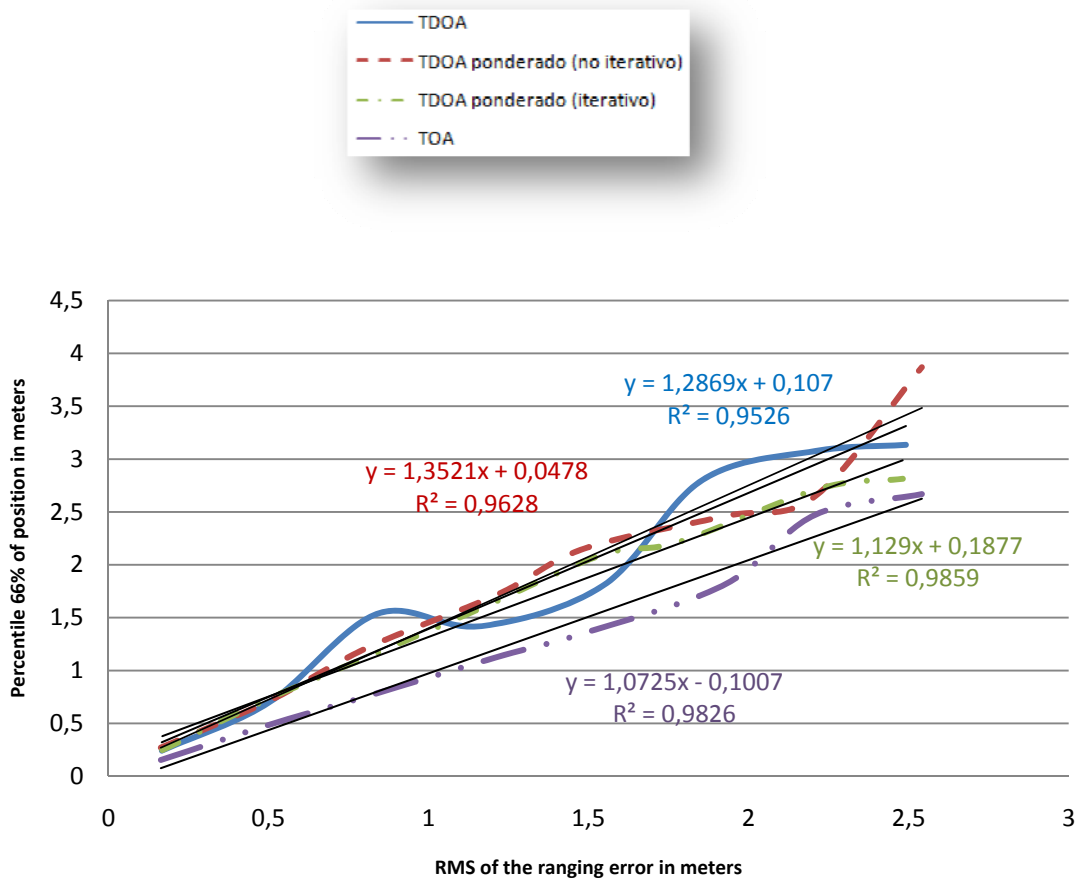


b) 30x30, no lineal, 4 APs

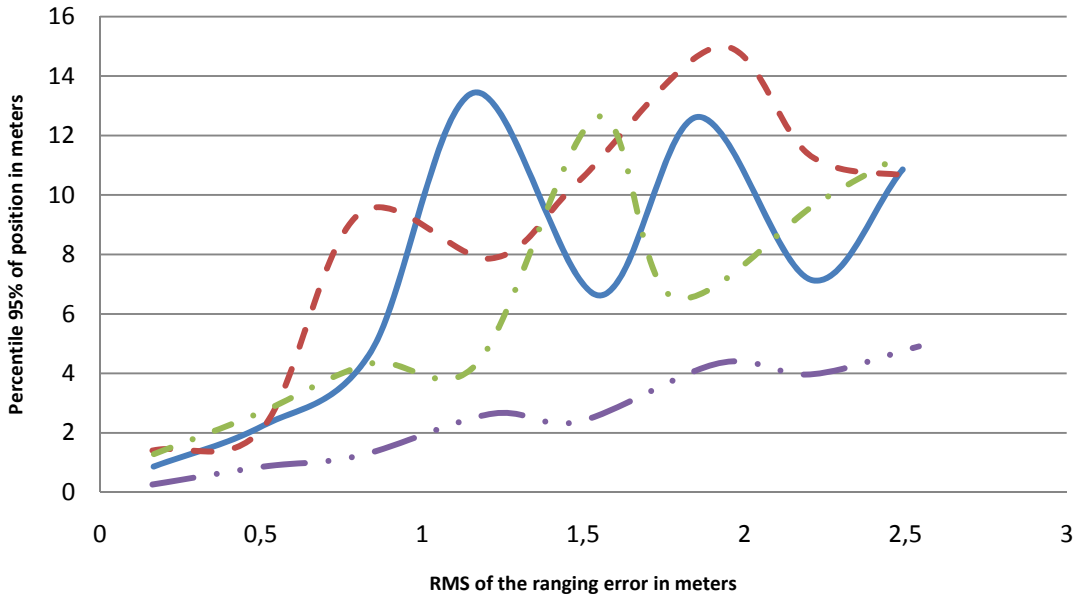
Figura 5.10. Resultados de aplicar las cuatro técnicas de localización.

Para completar el estudio, como se comentaba en la sección 5.4. *Implementación y simulación*, se ha efectuado un barrido del RMSE de *ranging* de las cuatro técnicas estudiadas (*2-way TOA*, *passive-TDOA* y *passive-TDOA* ponderado iterativo y no iterativo considerando distancia y geometría de forma simultánea). A continuación, se pueden observar los resultados en la Figura 5.10. Se observa que la técnica TOA obtiene de forma clara los mejores resultados tanto en el caso lineal como en el no lineal. Sin embargo, el comportamiento de las técnicas *passive-TDOA* (ponderado y sin ponderar) no tienen un comportamiento tan claro ya que queda enmascarado por la oscilación. Esta oscilación se debe a que el criterio de filtrado es poco exigente (se han eliminado únicamente las muestras que suponían un error superior a la distancia entre *landmarks*) con lo cual quedan todavía medidas aberrantes.

Con el objetivo de conseguir unos resultados más claros sobre los que poder realizar comparaciones se han calculado los percentiles del error de posicionamiento del caso no lineal. En la Figura 5.11 se muestran los resultados.



(a) Percentil 66% (30x30, no-lineal)



(b) Percentil 95% (30x30, no-lineal)

**Figura 5.11. Percentiles de las 4 técnicas de localización.**

El percentil de 66% es el que muestra un comportamiento cercano a lineal. Para ver su comportamiento de forma más clara y compacta se ha realizado una regresión lineal de la forma:

$$RMS_{\text{posicionamiento}} = b1 \cdot RMS_{\text{Ranging}} + b0$$

	<i>Técnica</i>	<i>b0</i>	<i>b1</i>	<i>R<sup>2</sup></i>
<b>(a) Percentil 66%</b> <b>(30x30,no-lineal)</b>	<i>TOA</i>	- 0,1007	1,0725	0,9826
	<i>TDOA (sin ponderar)</i>	+ 0,107	1,2869	0,9526
	<i>TDOA (ponderado no iterativo)</i>	+ 0,0478	1,3521	0,9628
	<i>TDOA (ponderado iterativo)</i>	+ 0,1877	1,129	0,9859

**Tabla 5.4. Percentiles de las 4 técnicas de localización.**

Los resultados muestran que el RMSE de posicionamiento sufre un decremento de hasta 0,15 veces el RMSE de *ranging* cuando se usa la técnica *passive-TDOA* ponderado iterativo en vez de la técnica *passive-TDOA* tradicional. Esto deja entrever que cuando el resultado no es aberrante se obtiene efectivamente una estimación más precisa ponderando, aunque esta mejora no es tan grande como la esperada. También indica, por comparación con los resultados anteriores, que la ponderación provoca que haya más resultados aberrantes y por eso las evaluaciones que tienen en cuenta todas la

muestras son peores. Efectivamente si se observa la Figura 5.12, en la que se muestra la tasa de filtrado de cada una de las técnicas, se puede corroborar que las técnicas ponderadas generan más resultados aberrantes.

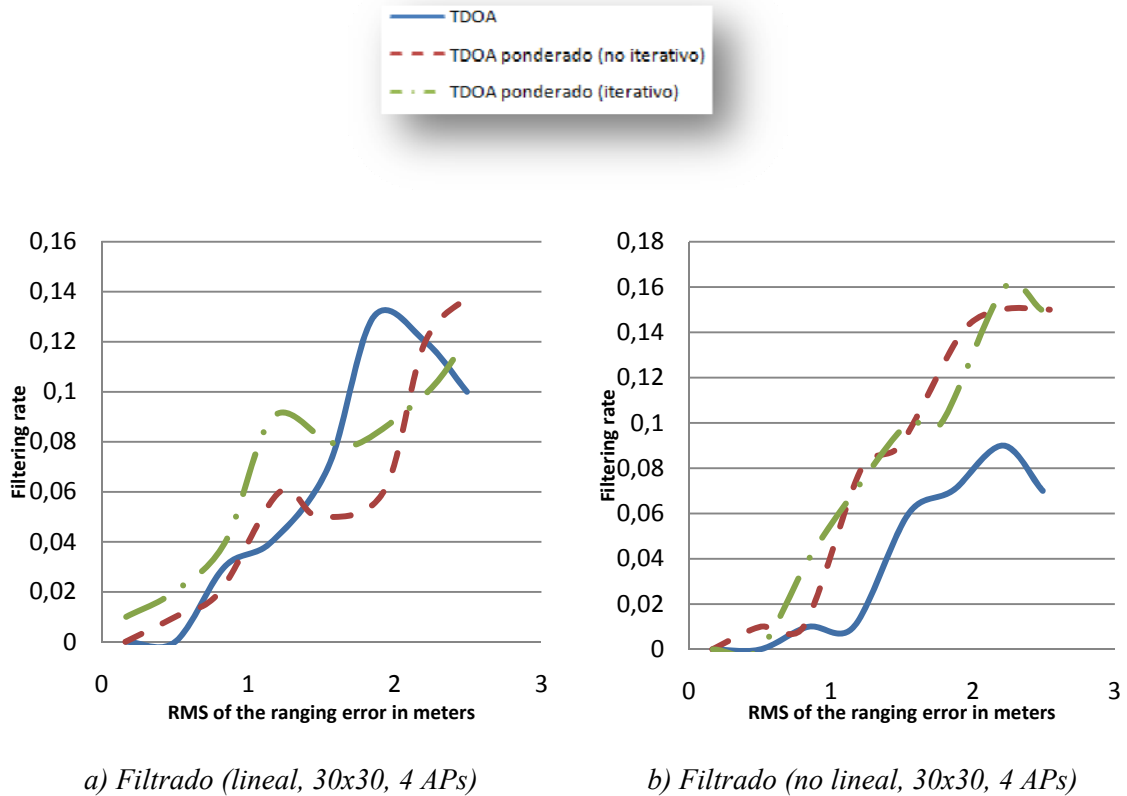
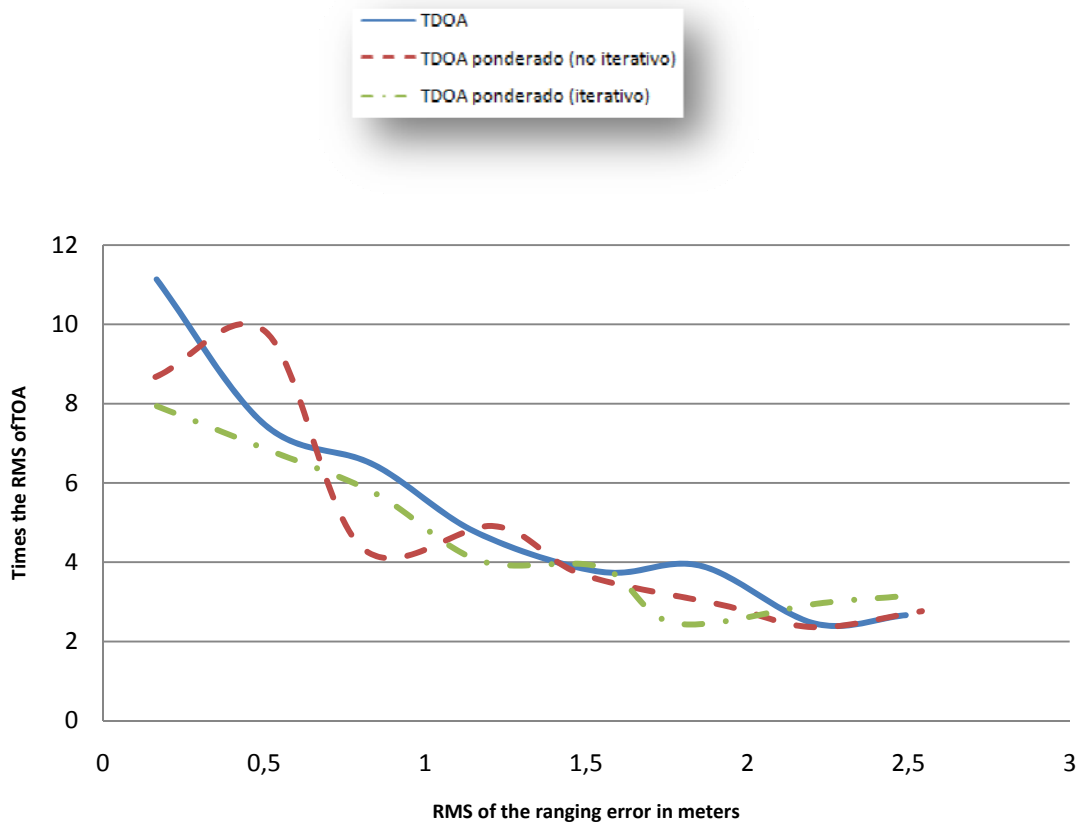


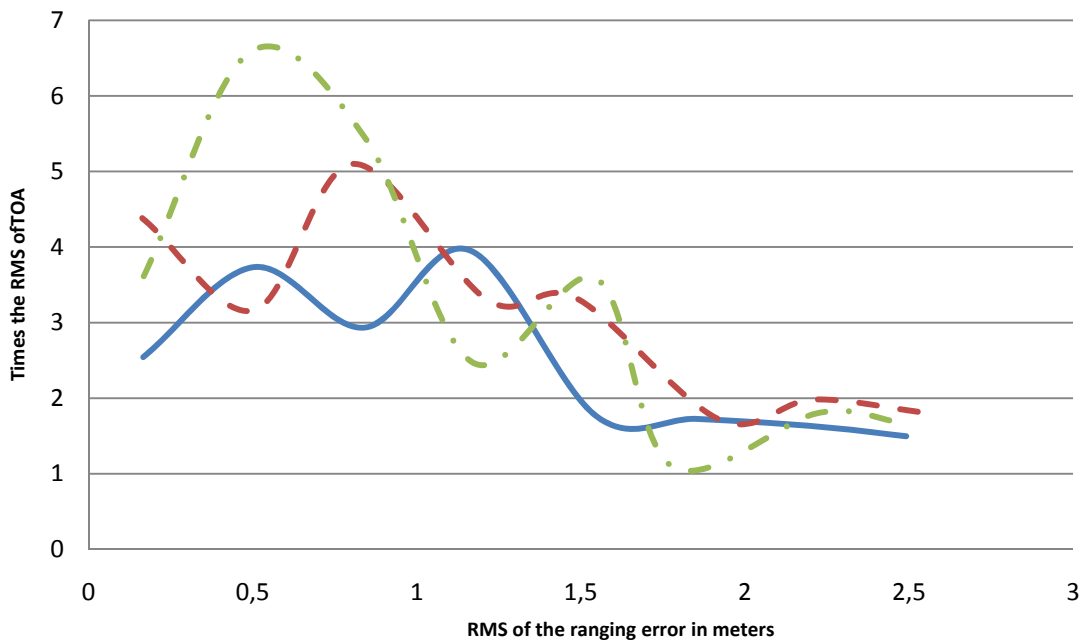
Figura 5.12. Tasa de filtrado del algoritmo lineal y no lineal para un escenario con 4 APs.

En el gráfico no se muestra la tasa de filtrado de la técnica *2-way TOA* debido a que es cero en cualquier caso. Primero de todo, se puede observar que en el algoritmo lineal las tasas de filtrado son similares para las tres técnicas. Sin embargo, se observa que en el caso no lineal la ponderación de las ecuaciones conlleva una mayor tasa de filtrado como se había comentado. Esto implica una mayor inestabilidad de la técnica. Por otra parte, en un análisis particular de las técnicas propuestas por este estudio se puede observar que ambas tienen unas tasas de filtrado equivalentes siendo por lo tanto igual de estables.

Por último, se muestra la Figura 5.13 en que se representa el RMSE de posicionamiento de las tres técnicas *passive-TDOA* (ponderado iterativo, ponderado no iterativo y no ponderado) relativo al RMSE de posicionamiento de la técnica *2-way TOA* en función del RMSE de *ranging*.



a) 30x30, lineal, 4 APs



b) 30x30, no lineal, 4 APs

Figura 5.13. RMSE de posicionamiento relativo.

De esta forma, se puede comprobar que a medida que aumenta el RMSE de *ranging* el comportamiento de las tres técnicas *passive-TDOA* tiende a parecerse. Es decir, se consiguen valores del RMSE de posicionamiento similares. Además, también se puede apreciar que las gráficas son decrecientes, por lo que a medida que se aumente el RMSE de *ranging* su comportamiento también se acerca al de la técnica *2-way TOA*.

A la luz de todos estos resultados vemos que la ponderación no logra las mejoras esperadas. El comportamiento observado lleva a pensar que no se ha valorado adecuadamente la imprecisión asociada a las ecuaciones. La hipótesis de partida era que una penalización de las ecuaciones más imprecisas llevaría a mejores resultados en la resolución del sistema. El comportamiento observado lleva a pensar que en el caso de la ponderación por distancia, se ha sido demasiado pesimista. Esto se debe a que el coeficiente acumula las imprecisiones de las tres medidas de distancia implicadas en cada ecuación, pero se ha pasado por alto la manera en la que se combinan estas medidas para formar la ecuación. En esta forma de combinar las medidas hay sumas y restas, como se puede ver en la ecuación (2.4)

$$T\langle i, j \rangle = R\langle i, j \rangle + R\langle k, j \rangle - \|Q_i - Q_k\|_2 = R\langle i, j \rangle + R\langle k, j \rangle - W\langle i, k \rangle$$

y por lo tanto es posible que los errores se compensen entre ellos, haciendo que globalmente la imprecisión de la ecuación sea menor.

En el caso de la geometría, se ha observado que el entorno de simulación no cumple con la hipótesis que se ha supuesto para calcular el coeficiente. Esto es, que podía existir cierta correlación entre los errores de las medidas asociadas a trayectorias cercanas debido a la presencia de las mismas fuentes de error (por ejemplo un obstáculo que impida la visión directa entre el *landmark* y el nodo a posicionar). En efecto, el entorno de simulación asigna errores independientes a cada una de las medidas, ignorando así esta correlación que la ponderación pretende castigar. Por este motivo, se considera que los resultados no son representativos del comportamiento real del algoritmo.

## 6. Conclusiones

---

Este estudio presenta varios modelos para el error de *ranging* en interiores e investiga la dependencia de la distribución del error con la distancia entre emisor y receptor.

Los modelos dependientes de la distancia tienen tendencia a generar errores más grandes a una mayor distancia. Se espera por lo tanto que su comportamiento sea más realista, ya que a una mayor distancia es más probable que alguna fuente de error interfiera en la comunicación y que por tanto afecte a la medida tomada.

Para evaluar el impacto que tienen unos u otros modelos en las técnicas de posicionamiento, se han simulado diversos escenarios de interior. Los resultados muestran que efectivamente la actuación de las técnicas de posicionamiento estudianas varía según si se utilizan modelos dependientes de la distancia o no, presentando estos últimos unas condiciones más favorables que llevan a evaluaciones más optimistas. Dado que la dependencia con la distancia no solo es una suposición intuitiva sino que además está respaldada por estudios de campo, se puede concluir que el uso de modelos dependientes de la distancia permite evaluar de forma más realista las técnicas de posicionamiento evitando una sobreestimación de su actuación, a costa de un mínimo incremento del coste computacional. Este fenómeno es más acusado en el caso de las técnicas basadas en TOA, mientras que la técnica bautizada como *passive-TDOA* no parece ser tan sensible al modelo del error de *ranging* escogido.

Por otra parte, en este estudio se han presentado modificaciones de la técnica de posicionamiento *passive-TDOA*. Estas modificaciones consisten en ponderar las ecuaciones del sistema resultante de aplicar la técnica de posicionamiento *passive-TDOA*. Esta ponderación intenta penalizar aquellas ecuaciones que se consideran más imprecisas, al objeto de que el error derivado de ellas no tenga tanto impacto en el cálculo del error global. Para ello se ha tenido en cuenta la distancia y la geometría de los nodos partícipes en las ecuaciones de dicho sistema. El criterio de ponderación por distancia pretende premiar aquellas ecuaciones que vienen de medidas de trayectos más cortos ya que a más distancia es más probable que las ecuaciones se hayan visto afectadas por una fuente de error, como un obstáculo. En cuanto a la geometría, se ha premiado aquellas ecuaciones que provienen de *landmarks* con una separación mayor entre ellos. El motivo es que las trayectorias definidas por *landmarks* que están juntos

son parecidas y por lo tanto tienden a verse afectadas por fuentes de error similares. De esta forma, se pretende penalizar la correlación en las medidas y reducir la redundancia de información.

Sin embargo, los resultados obtenidos no han sido los esperados, ya que no se ha conseguido mejorar la situación inicial de forma apreciable. Esto probablemente se debe a que se ha sido demasiado pesimista en la estimación de la precisión de las ecuaciones.



## 7. Perspectiva de futuros trabajos

---

Uno de los objetivos de los trabajos futuros dentro de este campo podría ser comprobar el comportamiento, tanto de los modelos del error discutidos como de las mejoras propuestas de la técnica de posicionamiento *passive-TDOA*, en entornos reales (es decir, no simulados). De esta forma se podrían recoger datos empíricos con los que contrastar la veracidad y la utilidad del presente estudio.

En un segundo término, queda pendiente también a futuros trabajos realizar un estudio más minucioso de los modelos del error de *ranging* de media de la distribución de probabilidad no aleatoria. Esto sería interesante debido a que presentan una dependencia con la distancia como hemos podido ver, pero de una forma más simple que en este caso implica un menor coste computacional. Además, su comportamiento es más intuitivo debido a la falta de aleatoriedad, lo que provoca un mayor control mediante los parámetros utilizados.

Por otra parte, como ya se ha comentado la ponderación por geometría de la técnica *passive-TDOA* ponderado tiene por objetivo reducir la redundancia en las medidas asociadas a *landmarks* cercanos. Sin embargo, el simulador utilizado en este estudio no tiene en cuenta que si dos *landmarks* están en puntos cercanos es muy probable que se vean afectados por las mismas fuentes de error, sino que asigna errores independientes a las medidas de distancia. Es por esto que sería interesante comprobar el comportamiento de la técnica *passive-TDOA* ponderado en otro tipo de entornos de simulación que sí tengan en cuenta este fenómeno.

Por último, una línea de trabajo interesante podría ser incluir restricciones en el sistema de ecuaciones para considerar de forma explícita el hecho de que las medidas de distancia tienden a tener sesgo positivo. En la Figura 7.1 se muestra la interpretación gráfica para un caso sencillo de la técnica TOA. El resolver el sistema de ecuaciones sin restricciones sería equivalente a buscar la solución de compromiso en los alrededores de las medidas tomadas, si tener en cuenta que esa solución de compromiso puede violar el hecho de que cada una de las distancias reales tiende a ser menor que las distancias medidas. La alternativa sería limitar la búsqueda a las zonas que cumplan que las distancias son más cortas que las medidas.

<i>a) Rango de error considerado de las medidas</i>	<i>b) Intersección de las tres circunferencias</i>
<i>c) Rango de error considerado de las medidas</i>	<i>d) Intersección de las tres circunferencias</i>

**Figura 7.1. Restricción del área de búsqueda.**

En la Figura 7.1 se puede ver que tras asumir que las medidas están sesgadas positivamente y acotar la búsqueda del nodo a la zona interior de las circunferencias medidas se consigue que haya una sola zona en la que posicionar el nodo mientras que en el método antiguo había tres. La desventaja de añadir las restricciones es el coste computacional que esto supone. Así que habría que encontrar el compromiso adecuado en cada aplicación entre precisión y tiempo de cálculo.

## 8. Bibliografía

---

- [1] Young-Bae Ko and Nitin H. Vaidya “Geocasting in Mobile Ad Hoc Networks: Location-Based Multicast Algorithms”
- [2] Young-Bae Ko and Nitin H. Vaidya “GeoTORA: A Protocol for Geocasting in Mobile Ad Hoc Networks”
- [3] Young-Mi Song, Sung-Hee Lee, and Young-Bae Ko “FERMA: An Efficient Geocasting Protocol for Wireless Sensor Networks with Multiple Target Regions” T. Enokido et al. (Eds.): EUC Workshops 2005, LNCS 3823, pp. 1138 – 1147, 2005.
- [4] Julio C. Navas and Tomasz Imielinski “Multi-Hop Dynamic Geographic Routing”, 1998.
- [5] Young-Bae Ko and Nitin H. Vaidya “Location-Aided Routing (LAR) in Mobile Ad Hoc Networks”
- [6] M. Brunato, R. Battiti, “Statistical learning theory for location fingerprinting in wireless LANs”, *Elsevier Computer Networks*, vol. 47, issue 6, pp. 825–845, Noviembre 2004.
- [7] L. Tsung-Nan, L. Po-Chiang, “Performance comparison of indoor positioning techniques based on location fingerprinting in wireless networks”, *Wireless Networks, Communications and Mobile Computing*, vol. 2, pp. 1569–1574, Junio 2005.
- [8] Widyawan, M. Klepal, D. Pesch, “Influence of Predicted and Measured Fingerprint on the Accuracy of RSSI-based Indoor Location Systems”, *4th Workshop on Positioning, Navigation and Communication (WPNC '07)*, pp. 145–151, Marzo 2007.
- [9] S. Venkatraman, J.Jr. Caffery, “Hybrid TOA/AOA techniques for mobile location in non-line-of-sight environments”, *IEEE Wireless Communications and Networking Conference (WCNC 2004)*, vol. 1, pp. 274–278, Marzo 2004.
- [10] M. Ciurana, F. Barcelo-Arroyo, F. Izquierdo, “A ranging system with IEEE 802.11 data frames” s.l. : IEEE. Radio and Wireless Symposium. pp. 133-136, 2007.
- [11] D. Kang, Y. Namgoong, S. Yang, S. Choi, Y. Shin, “A simple asynchronous UWB position location algorithm based on single round-trip transmission”, *Advanced Communication Technology (ICACT)*. Vol. 3, pp. 20–22, 2006.

- [12] I. Martin-Escalona, Francisco Barcelo-Arroyo, "A new time-based algorithm for positioning mobile terminals in wireless networks", *EURASIP Journal on Advances in Signal Processing*, vol. 2008, pp. 1-10, 2008.
- [13] Israel Martin-Escalona, "Contributions to location in cellular networks", Phd. Tesis. Depositada y pendiente de publicación, Septiembre 2009.
- [14] I. Stojmenovic, "Position-based routing in ad hoc networks", *Communications Magazine* s.l. : IEEE, Vol. 40, pp. 128-134, Julio 2002.
- [15] A. Bourkerche, H. Oliveira, E. Nakamura and A. Loureiro, "Localization Systems for Wireless Sensor Networks." 6, s.l. : *IEEE, Wireless Communications*, Vol. 14, pp. 6-12, Diciembre 2007.
- [16] S. Soliman, P. Agashe, I. Fernandez, A. Vayanos, P. Gaal, M. Oljaca, "GpsOneTM: A Hybrid Position Location System", *IEEE Sixth International Symposium on Spread Spectrum Techniques and Applications*, vol. 1, pp. 330-335, Septiembre 2000.
- [17] A. Savvides, C. C. Han, M. B. Srivastava, "Dynamic Fine-Grained Localization in Ad-Hoc Wireless Sensor Networks", [ed.] ACM. International Conference on Mobile Computing and Networking, 2001.
- [18] G. Sun, J. Chen, W. Guo, K.J. Ray Liu, "Signal processing techniques in network-aided positioning: a survey of state-of-the-art positioning designs", 4, s.l. : IEEE, *Signal Processing Magazine*, Vol. 22, pp. 12-23, July 2005.
- [19] A. Hatami, K. Pahlavan, "Performance Comparison of RSS and TOA Indoor Geolocation Based on UWB Measurement of Channel Characteristics", *IEEE 17th International Symposium on Personal, Indoor and Mobile Radio Communications*, pp. 1-6, Septiembre 2006.
- [20] K. Yu, I. Oppermann, "Performance of UWB position estimation based on time-of-arrival measurements", *International Workshop on Ultra Wideband Systems 2004*, pp. 400-404, Mayo 2004.
- [21] A. Küpper, "Location-Based Services: Fundamentals and Operation". s.l. : John Wiley & Sons, 2005.
- [22] C. Mensing, S. Plass, "Positioning Algorithms for Cellular Networks Using TDOA", IEEE. International Conference on Acoustics Speech and Signal Processing (ICASSP). Vol. 4, pp. 1-4, 2006.
- [23] OMA. *Open Mobile Alliance*. [Online] <http://www.openmobilealliance.org/>.

- [24] G. D. Ott and A. Plitkins, "Urban path-loss characteristics at 820 MHz". *IEEE Trans. Veh. Technol.*, vol. VT-27, pp. 189–197, Nov. 1978.
- [25] Hernando, J. M. *Transmisión por radio*. 5a ed. Madrid: Centro de Estudios Ramón Areces, 2006
- [26] Lee, W. C. Y. *Mobile communications design fundamentals*. 2nd ed. New York: McGraw Hill, 1993.
- [27] Hernando, J. M. *Comunicaciones móviles GSM*. Madrid: Fundación Airtel, 1999.
- [28] Perez, J. *Radio resource management strategies in UMTS*. Chichester: John Wiley and Sons, 2005.
- [29] Bardia Alavi, Kaveh Pahlavan, "Modeling of the Distance Error for Indoor Geolocation", 2003.
- [30] Yiu-Tong Chan, Wing-Yue Tsui, Hing-Cheung So, Pak-chung Ching, "Time-of-Arrival Based Localization Under NLOS Conditions", *IEEE Transactions On Vehicular Technology*, vol. 55, No. 1, Enero 2006.
- [31] A. Marco, R. Casas, A. Asensio, V. Coarasa, R. Blasco, A. Ibarz, "Least Median of Squares for Non-Line-of-Sight Error Mitigation in GSM Localization" 2008.
- [32] B. Denis, N. Daniele, "NLOS Ranging Error Mitigation in a Distributed Positioning Algorithm for Indoor UWB Ad-Hoc Networks" 2004.
- [33] Jens Schroeder, Stefan Galler, Kyandoghene Kyamakya, Klaus Jobmann, "NLOS detection algorithms for Ultra-Wideband localization" 2007.
- [34] Bardia Alavi, Kaveh Pahlavan, "Modeling of the TOA-based Distance Measurement Error Using UWB Indoor Radio Measurements", *IEEE Communications Letters*, vol. 10, No. 4, April 2006.
- [35] Jun Xu, Maode Ma, Choi Look Law, "Theoretical Lower Bound for UWB TDOA Positioning", *IEEE Globecom* 2007.
- [36] Grinstead, Charles M.; Snell, J. Laurie "Introduction to Probability", 1997.
- [37] Larry J. Greenstein, Vinko Erceg, Yu Shuan Yeh, Martin V. Clark, "A New Path-Gain/Delay-Spread Propagation Model for Digital Cellular Channels", *IEEE Transactions On Vehicular Technology*, vol. 46, No. 2, Mayo 1997.
- [38] L. F. Fenton, "The sum of log-normal probability distributions in scatter transmission systems," *IRE Trans. Commun. Syst.*, vol. CS-8, pp. 57–67, Marzo 1960.

- [39] J. I. Naus, "The distribution of the logarithm of the sum of two lognormal variates," *J. Amer. Statist. Assoc.*, vol. 64, pp. 655–659, Junio 1969.
- [40] M. Spanoudakis, A. Batistakis, I. Priggouris, A. Ioannidis, S. Hadjiefthymiades, L. Merakos, "Extensible platform for location based services provisioning", *Fourth International Conference on Web Information Systems Engineering Workshops*, pp. 72–79, Diciembre 2003.
- [41] M. Ciurana, F. Barcelo, S. Cugno, "Multipath Profile Discrimination in TOA-based WLAN Ranging with Link Layer Frames", *ACM Int. Workshop on Wireless Network Testbeds, Experimental evaluation and Characterization (WiNTECH '06)*, pp. 73–79, Octubre 2006.
- [42] I.A. Ibraheem, J. Schoebel, "Time of Arrival Prediction for WLAN Systems Using Prony Algorithm", *Fourth Workshop on Positioning, Navigation and Communication, (WPNC '07)*, pp. 29–32, March 2007.
- [43] A. H. Sayed. "Fundamentals of Adaptive Filtering". s.l. : John Wiley & Sons, 2003.
- [44] Y.T. Chan, K.C. Ho. "A simple and efficient estimator for hyperbolic location". 8 *IEEE Transactions on Signal Processing*, Vol. 42, págs. 1905-1915, s.l. : IEEE 1994
- [45] Kelley, C. T. "Iterative Methods for Optimization". s.l. : *SIAM Frontiers in Applied Mathematics*, vol. 18, 1999.
- [46] K. Levenberg. "A method for the solution of certain problems in least squares". *The Quarterly of Applied Mathematics*, Vol. 2, págs. 164-168, 1944.
- [47] D. Marquardt. "An algorithm for least-squares estimation of nonlinear parameters". *Journal on Applied Mathematics*, Vol. 11, págs. 431-441, 1963.
- [48] Xue Lin, Ji Nan, Nan Jing, Liu Ju, Sumei Chen, "NLOS Error Identification And Range Approximation Technique In Cellular Networks", 2008.

# Anexos

---

## Anexo A: Linear least squares & Non linear least squares

Los algoritmos de resolución de sistemas por *Least Squares* (mínimos cuadrados) son aquellos que tienen por objeto minimizar el error cuadrático. Este tipo de algoritmos de resolución se suelen utilizar en algoritmos de posicionamiento. A continuación veremos algunos de los principales algoritmos basados en *Least Squares*, como:

- *Linear least squares* (Mínimos cuadrados en sistemas lineales)
- *Non linear least squares* (Mínimos cuadrados en sistemas no lineales)
  - *Vanilla gradient descent*
  - *Gauss-Newton*
  - *Levenberg*
  - *Levenberg-Marquardt*

Para más información acerca de algoritmos de resolución por *Least Squares* consultar [43]

### A.1. Linear least squares

*Linear least squares* son algoritmos utilizados para resolver sistemas de ecuaciones del tipo

$$A\vec{x} = \vec{b} \tag{A.1}$$

donde  $\vec{x}$  son las incógnitas,  $A$  es la matriz con las constantes que se le aplican a las incógnitas y  $\vec{b}$  son los términos independientes, es decir, valores que sólo dependen de datos conocidos (o medidos).

Como es sabido, el problema de posicionamiento genera un sistema de ecuaciones no lineales, el cual es difícil de resolver. Sin embargo, este sistema puede ser linealizado para usar algoritmos de *linear least squares*. Esta linealización se suele llevar a cabo normalmente tomando una ecuación como referencia y restándosela al resto de ecuaciones. De esta forma, los cuadrados de las incógnitas pueden ser eliminados y el sistema final de ecuaciones se convierte en lineal. El principal inconveniente de este proceso de linealización es que para poder llevarse a cabo es necesaria una ecuación (y

por lo tanto una medida) de más. Es decir, el sistema ha de estar inicialmente sobredeterminado.

Hay que destacar que *linear least squares*, como muchas otras soluciones aplicables al problema de localización como por ejemplo el algoritmo de *Chan and Ho* [44], proporciona soluciones cerradas. Esto implica procesos de resolución computacionalmente eficientes.

El error en el contexto de *linear least squares* es definido como

$$\vec{r} = f(\vec{x}) - y = A\vec{x} - \vec{b} \quad (A.2)$$

Por consiguiente, el objetivo de *linear least squares* es minimizar el error cuadrático. Esto se hace minimizando la función de coste

$$F = \frac{1}{2} \|\vec{r}\|_2^2 = \frac{1}{2} \sum_i r_i^2 \quad (A.3)$$

o lo que es lo mismo

$$F = \frac{1}{2} \sum_i (\sum_j a_{ij} x_j - b_i)^2 \quad (A.4)$$

El mínimo de  $F$  se puede obtener simplemente derivando (A.4)

$$\left. \frac{d}{dx_j} \right|_{\forall j} F = \sum_i \sum_j a_{ij}^2 x_j - a_{ij} b_i = 0 \quad (A.5)$$

La ecuación (A.5) puede ser escrita de una forma más compacta como

$$A^T A \vec{x} - A^T \vec{b} = 0 \quad (A.6)$$

donde  $A^T$  indica la transposición de la matriz  $A$ . En consecuencia, esto se puede indicar como

$$\vec{x}_{opt} = (A^T A)^{-1} A^T \vec{b} \quad (A.7)$$

donde  $\vec{x}_{opt}$  son la incógnitas que minimizan el error.

## A.2. Non linear least squares

*Non linear least squares* engloba una serie de algoritmos iterativos que tienden a la solución óptima conforme un criterio. Todos ellos están basados en algún tipo de minimización de  $F$  como

$$\nabla F = \frac{dF}{d\vec{x}} = J^T \vec{r} = 0 \quad (A.8)$$



donde  $J$  representa el Jacobiano del error  $\vec{r}$ .

*Non linear least squares* tiende a proporcionar mejores soluciones que *linear least squares*. Sin embargo, *non linear least squares* presenta dos grandes inconvenientes. El primero es que necesita condiciones iniciales (es decir, una posición inicial) y la calidad de estas condiciones iniciales condicionará la convergencia del algoritmo. La segunda es que la convergencia no está garantizada ni siquiera en el caso de utilizar unas buenas condiciones iniciales.

Las siguientes secciones presentan los principales algoritmos basados en *non linear least squares*.

### A.2.1. Vanilla gradient descent

Este es uno de los algoritmos basados en *non linear least squares* más simples e intuitivos. Él consiste en actualizar las incógnitas de acuerdo con la pendiente de los errores como

$$x_{i+1} = x_i - \lambda \nabla F \quad (A.9)$$

donde  $\lambda$  modela el tamaño del paso y por lo tanto la velocidad de convergencia.

Este algoritmo presenta varios inconvenientes. El principal es que necesita muchas iteraciones hasta encontrar el mínimo. Este puede ser explicado fácilmente. Considerando la situación en la cual el gradiente de la función de coste (y por lo tanto la medida de los errores) es próxima a 0. En este caso, sería interesante que el algoritmo diera pasos grandes, para llegar rápidamente al mínimo. En cambio, grandes gradientes deberían implicar pequeños pasos. El algoritmo *Vanilla gradient descent* hace lo contrario a todo esto por lo que el algoritmo necesita muchas más iteraciones hasta encontrar el mínimo. Además, la curvatura de la superficie del error puede no ser la misma en todas las direcciones, lo que implica que este asunto de la convergencia se extienda a las dos dimensiones.

### A.2.2. Gauss-Newton

El algoritmo *Gauss-Newton* [45] utiliza información sobre la curvatura del error para mejorar la convergencia del algoritmo *vanilla gradient descent*.

Este algoritmo usa la serie de Taylor para linealizar la función de coste  $F$  como

$$\nabla F(\vec{x}) = \nabla F(\vec{x}_0) + \nabla^2 F(\vec{x}_0)(\vec{x} - \vec{x}_0) + \dots \text{(términos superiores)} \quad (A.10)$$

El algoritmo *Gauss-Newton* asume que  $F$  es cuadrática en  $\vec{x}$  y por lo tanto los términos superiores en la ecuación (A.10) pueden ser descartados. Bajo esta suposición y de acuerdo con la ecuación (A.8)

$$\nabla F(\vec{x}_0) + \nabla^2 F(\vec{x}_0)(\vec{x} - \vec{x}_0) = 0 \quad (A.11)$$

y agrupando las incógnitas a la izquierda

$$\vec{x} = \vec{x}_0 - (\nabla^2 F(\vec{x}_0))^{-1} \nabla F(\vec{x}_0) \quad (A.12)$$

Finalmente, reescribiendo los índices, la regla de actualización del algoritmo *Gauss-Newton* es

$$\vec{x}_{i+1} = \vec{x}_i - (\nabla^2 F(\vec{x}_i))^{-1} \nabla F(\vec{x}_i) \quad (A.13)$$

Expandiendo  $\nabla^2 F(\vec{x}_i)$

$$\nabla^2 F = \frac{d^2}{dx^2} F = \nabla(J^T r) = J^T J + \sum_i \sum_j \sum_k r_i \frac{d}{dx_j} \frac{d}{dx_k} r_i \quad (A.14)$$

Los algoritmos de *non linear least squares* normalmente hacen dos suposiciones para mejorar su uso:

1.  $\vec{r}$  es pequeño
2.  $\frac{d}{dx_j} \frac{d}{dx_k} r_i \rightarrow 0, \forall i, j, k$

La ecuación (A.13) ya contiene la segunda suposición. Incorporando la primera, la ecuación (A.13) puede ser reescrita como

$$\vec{x}_{i+1} = \vec{x}_i - (J^T J)^{-1} J^T \vec{r}_i \quad (A.15)$$

que es la regla de actualización que se suele utilizar. La ecuación (A.15) tiene la ventaja de que no necesita calcular el Hessiano y por lo tanto las implementaciones computacionalmente eficientes del algoritmo *Gauss-Newton* se pueden llevar a cabo.

La principal venta del algoritmo *Gauss-Newton* es su velocidad de convergencia, ya que el algoritmo tiene en cuenta la curvatura del error. Sin embargo, el algoritmo *Gauss-Newton* es muy sensible a la precisión de las condiciones iniciales (es decir, a la posición inicial). Esto se debe al hecho de que implementaciones del algoritmo están basadas en la ecuación (A.15), la cual asume pequeñas figuras de error. Si esta suposición no es cierta, el algoritmo tiende a estancarse en un mínimo local o incluso a divergir completamente.

### A.2.3. Levenberg

Este algoritmo fue presentado por *Levenberg* en [46] como un algoritmo intermedio entre *Gauss-Newton* y *Vanilla gradient descent*. El autor propone una nueva regla de actualización

$$\vec{x}_{i+1} = \vec{x}_i - (H + \lambda I)^{-1} \nabla F \quad (A.16)$$

donde  $I$  es la matriz identidad y  $H$  es el Hessiano de  $F$ . Baso el criterio propuesto por la ecuación (A.15), la regla de actualización puede ser reescrita como

$$\vec{x}_{i+1} = \vec{x}_i - (J^T J + \lambda I)^{-1} J^T \vec{r}_i \quad (A.17)$$

Por consiguiente, el algoritmo es definido según los siguientes pasos:

1. Calcula la incógnita  $i + 1$  (es decir, la nueva posición) utilizando la ecuación (A.17).
2. Calcula el nuevo error (es decir, el error en  $i + 1$ ).
3. Si el error es más grande que en el paso previo, el peso del gradiente ha de ser aumentado, es decir,  $\lambda = 10\lambda$ .
4. Por el contrario, si el error es más pequeño, esto significa que la suposición (nueva posición) es correcta y por lo tanto la nueva posición se almacena como posición actual y  $\lambda$  se reduce un orden de magnitud, es decir,  $\lambda = \frac{\lambda}{10}$ .

### A.2.4. Levenberg-Marquardt

*Marquardt* propuso en [47] una mejora del algoritmo propuesto por *Levenberg*. Se dio cuenta de que cuando el incremento de  $\lambda$  se hacía perceptible, el Hessiano de  $F$  casi dejaba de contar. Así que propuso entonces modular el gradiente según la información del Hessiano y de esta forma esquivar ciertas situaciones en las que la convergencia no se producía. Esto dio como resultado el conocido algoritmo de *Levenberg-Marquardt*, el cual tiene como regla de actualización

$$\vec{x}_{i+1} = \vec{x}_i - (J^T J + \lambda \text{Diag}(J^T J))^{-1} J^T \vec{r}_i \quad (A.18)$$

donde  $\text{Diag}(J^T J)$  es la diagonal de la matriz Hessiana. Dado que  $J^T J$  es proporcional a la curvatura de  $F$ , la regla de actualización implica:

- Grandes pasos en escenarios en los que la suposición (la nueva posición) no es adecuada.
- Pequeños pasaos en escenarios en los que la suposición es adecuada.

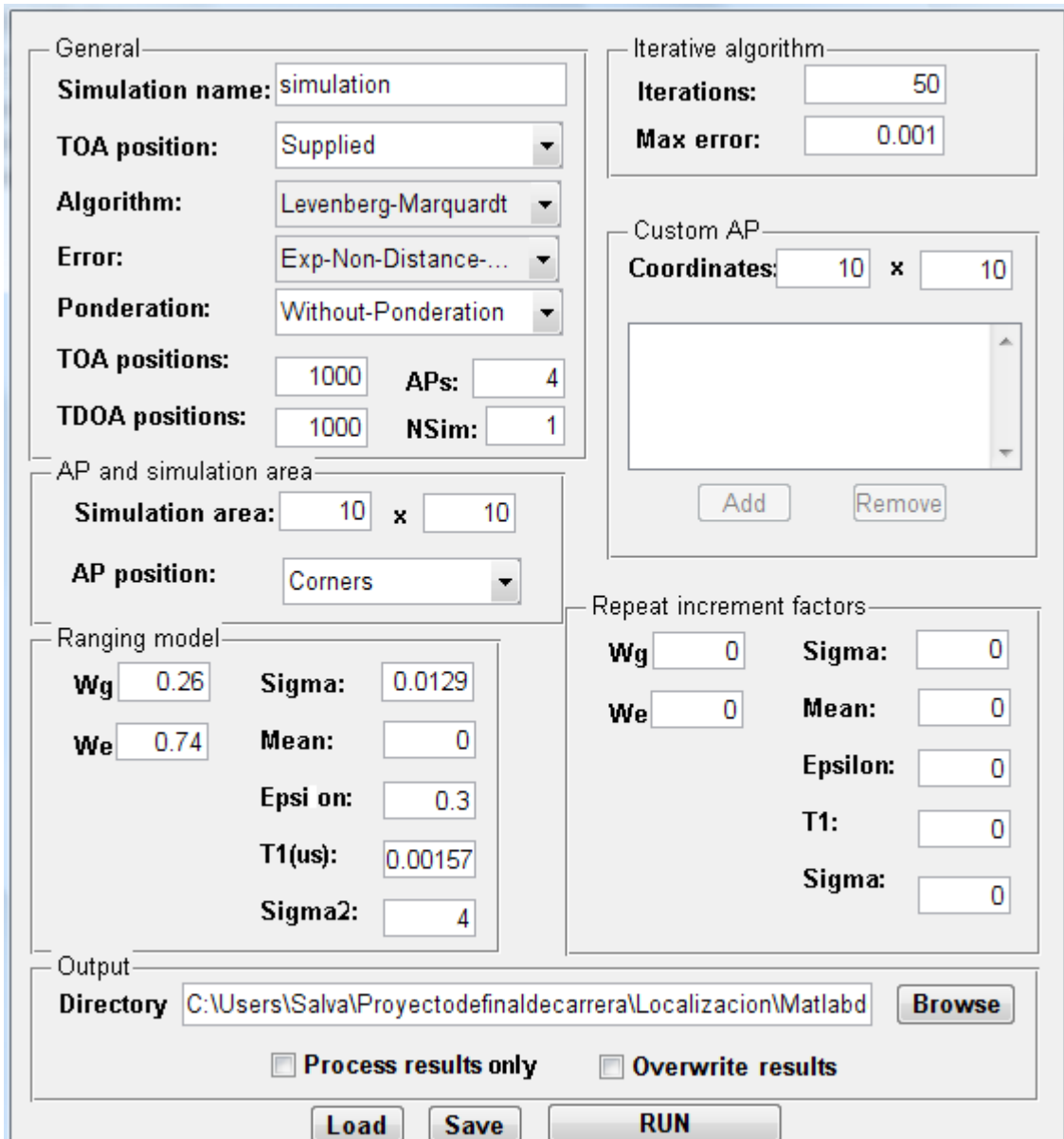
Este comportamiento, como ya se ha comentado, es lo que se espera de un algoritmo de *non linear least squares*.

No obstante, hay que destacar que *Levenberg-Marquardt* no es un algoritmo óptimo, dado que está basado en una regla heurística. Sin embargo, varios estudios han demostrado que su comportamiento es excelente en casi todos los campos.

## Anexo B: Proceso de simulación

### B.1. Guía de utilización de la Interficie de simulación

En la Figura B.1 se presenta la interficie de simulación con la que se ha trabajado en este estudio para llevar a cabo las distintas simulaciones.



The simulation interface is divided into several sections:

- General:** Simulation name: simulation; TOA position: Supplied; Algorithm: Levenberg-Marquardt; Error: Exp-Non-Distance-...; Ponderation: Without-Ponderation; TOA positions: 1000; APs: 4; TDOA positions: 1000; NSim: 1.
- Iterative algorithm:** Iterations: 50; Max error: 0.001.
- AP and simulation area:** Simulation area: 10 x 10; AP position: Corners.
- Custom AP:** Coordinates: 10 x 10.
- Ranging model:** Wg: 0.26; Sigma: 0.0129; We: 0.74; Mean: 0; Epsilon: 0.3; T1(us): 0.00157; Sigma2: 4.
- Repeat increment factors:** Wg: 0; Sigma: 0; We: 0; Mean: 0; Epsilon: 0; T1: 0; Sigma: 0.
- Output:** Directory: C:\Users\Salva\Proyectedefinaldecarrera\Localizacion\Matlabd; Process results only; Overwrite results.

Buttons: Load, Save, RUN, Add, Remove, Browse.

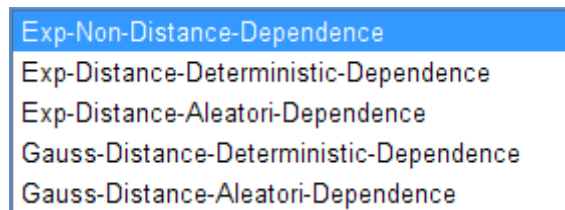
Figura B.1. Interficie de simulación.

Como se puede ver, la interficie está dividida en 7 secciones:

1. *General*
2. *AP and simulation area*

3. *Ranging model*
4. *Iterative algorithm*
5. *Custom AP*
6. *Repeat increments factors*
7. *Output*

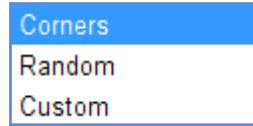
En la sección *I. General* se colocan los parámetros principales de la simulación. Para empezar, en el campo *Simulation name* se coloca el nombre del fichero en el que se quieren guardar los resultados de la simulación. El segundo campo es *TOA position*, en él se explicita si la posición del nodo TOA se va proporcionar (modo *regular*) al nodo TDOA o si este último la va a tener que estimar (modo *smart*). En el campo *Algorithm* se indica el algoritmo de *Non linear least squares* [anexo A] a utilizar: *Gauss-Newton* o *Levenberg-Marquardt*. El campo *Error* indica el modelo del error de *ranging* a utilizar según la sección del estudio 4.3. *Modelos del error dependientes de la distancia*. La Figura B.2 muestra las opciones disponibles.



**Figura B.2. Elección del modelo del error.**

El quinto campo indica si se quiere ponderar o no el sistema de ecuaciones planteado por el algoritmo *passive-TDOA* según el criterio seguido en la sección del estudio 5.3. *Passive-TDOA ponderado*. El campo *TDOA positions* indica el número de posiciones que se simulan del nodo TDOA para cada posición del nodo TOA. Mientras que el número de veces que se repite el proceso anterior, es decir, el número de posiciones del nodo TOA queda recogido en el campo *TOA positions*. El campo *APs* indica el número de *landmarks* que se quieren colocar en la simulación. Por último, el campo *NSim* indica el número de veces que se quiere hacer esta simulación. Este último campo se utiliza de forma conjunta con la sección 6. *Repeat increments factors* ya que en ella se indica el incremento que se le quiere dar a cada campo de la sección 3. *Ranging model* en cada una de la simulaciones propuestas por el campo *NSim*.

En la sección 2. *AP and simulation area* se escoge el tamaño del área de simulación en metros y se introduce en el campo *Simulation area*. En esta sección también se elige la posición de los *landmarks* de la simulación mediante el campo *AP position*. Existen tres opciones según se puede observar en la Figura B.3.



**Figura B.3. Colocación de los landmarks.**

La primera opción (*Corners*) coloca los *landmarks* en las esquinas del área de simulación y sólo es válida para el caso de trabajar con 4 *landmarks*. La opción *Random* coloca los *landmarks* distribuidos aleatoriamente por el área de simulación. Por último, la opción *Custom* permite colocar los *landmarks* donde el usuario desee. Para ello el usuario ha de utilizar la sección 5. *Custom AP* en la que ha de introducir las coordenadas del lugar en el que quiere colocar el *landmark* a través del campo *Coordinates*.

En la sección 3. *Ranging model* se eligen los parámetros del modelo del error de *ranging* que se ha decidido utilizar. Los campos *Wg* y *We* son los pesos de las componentes LOS y NLOS respectivamente. El campo *Sigma* hace referencia a la desviación de la gaussiana (de media cero) que modela la componente LOS. En el campo *Mean* se indica la media de la exponencial que hace referencia a la componente NLOS en el caso de que el modelo del error seleccionado haya sido el no dependiente de la distancia. Los otros tres campos hacen referencia a los modelos dependientes de la distancia según la forma de la ecuación

$$\tau_{rms} = T_1 d^\epsilon y \quad (4.1)$$

siendo  $d$  la distancia e  $y$  una variable aleatoria lognormal de media cero y desviación estándar  $\sigma_y$ . Esta desviación estándar se introduce a través del campo *Sigma2*.

En la sección 4. *Iterative algorithm* se introduce el número de iteraciones (campo *Iterations*) que se le permite realizar al algoritmo de *Non linear least squares* [anexo A] para conseguir alcanzar la solución y el error máximo permitido (campo *Max error*). Es decir, el algoritmo seguirá iterando en búsqueda de la solución del sistema mientras el

número de iteraciones realizadas y el error de la solución propuesta por cada iteración sean inferiores a los indicados en estos campos.

Por último, en la sección 7. *Output* se elige el directorio en el que depositar el fichero que contiene los resultados y de nombre el propuesto en el campo *Simulation name*. Para ello se utiliza el campo *Directory*. Si se marca el campo *Process results only* al apretar el botón *RUN* únicamente se vuelve a crear el fichero que contiene los resultados de la simulación pero no se vuelve a repetir la simulación (para ello es necesario que la simulación se haya llevado a cabo en algún momento previo). Por último, se si marca el campo *Overwrite results* y existe un fichero con el mismo nombre que el indicado en el campo *Simulation name* en el directorio indicado por *Directory* el fichero resultante de esa sesión eliminará al antiguo fichero.

## B.2. Metodología

En primer lugar, el usuario define el entorno de simulación mediante la interfaz gráfica. Al lanzar una simulación (botón *RUN*) el simulador recoge la información de todos los campos de la interficie gráfica. A continuación, escoge un enclave al azar de los nodos TOA y TDOA y lanza las técnicas de posicionamiento respectivas. Esto se repite para el número de veces indicado. En cada iteración se guardan las posiciones reales y estimadas de los nodos. Todos estos resultados se organizan en unos archivos *.mat*, uno por cada posición del nodo TOA que recoge las simulaciones de todos los enclaves del nodo TDOA que se han generado para esa posición del nodo TOA.

Posteriormente el programa realiza un tratamiento estadístico de toda esa información. En este tratamiento se calculan los errores de posicionamiento y estadísticas como su RMS o sus percentiles.

Este tratamiento incluye además un filtrado de todos aquellos errores aberrantes. En este estudio, se han filtrado todas aquellas medidas que suponían un error superior a la distancia entre *landmarks*.

El programa genera un fichero de texto con todos estos resultados. Además, el fichero también contiene datos sobre el RMSE de *ranging* de la simulación.

A continuación se puede ver un ejemplo de este fichero de texto



Processing simulation:

itdoa\_3\_1000\_1000\_0.26\_0.0129\_0.74\_0\_0.3\_0.02341\_4\_0\_x30\_7\_0\_0.001\_50\_4

TOA positions: 1000

TDOA positions: 1000

Mean of the ranging error: 1.5820

Std of the ranging error: 1.8694

RMS of the ranging error: 2.4489

RMSE and percentiles (33,66,90,95,99%) of TOA position (TOA station):

Linear: 2.9221, 1.3119, 2.1936, 4.6734, 5.9411, 10.1088

Non-linear: 2.5289, 1.5224, 2.3164, 3.2676, 3.8616, 8.4134

RMSE and percentiles (33,66,90,95,99%) of TOA position (TDOA station):

Linear: 3.5184, 1.6614, 2.5018, 5.1787, 7.1149, 12.7127

Non-linear: 2.7152, 1.6023, 2.4320, 3.6106, 4.2226, 9.7078

RMSE and percentiles (33,66,90,95,99%) of TDOA position:

Linear: 8.9644, 1.8742, 6.0735, 14.0857, 19.4040, 33.9506

Non-linear: 11344588.4781, 1.6027, 2.6876, 7.0866, 12.5491, 56722969.0845

TOA positions in TOA station (filtering probability)

Linear: 0.0000

Non-linear: 0.0000

TOA position in TDOA station (filtering probability)

Linear: 0.0000

Non-linear: 0.0000

TDOA position (filtering probability)

Linear: 0.0100

Non-linear: 0.0300

RMSE and percentiles (33,66,90,95,99%) of TOA position (TOA station):

Linear: 2.9221, 1.3119, 2.1936, 4.6734, 5.9411, 10.1088

Non-linear: 2.5289, 1.5224, 2.3164, 3.2676, 3.8616, 8.4134

RMSE and percentiles (33,66,90,95,99%) of TOA position (TDOA station):

Linear: 3.5184, 1.6614, 2.5018, 5.1787, 7.1149, 12.7127

Non-linear: 2.7152, 1.6023, 2.4320, 3.6106, 4.2226, 9.7078

RMSE and percentiles (33,66,90,95,99%) of TDOA position:

Linear: 7.9578, 1.8116, 5.9474, 13.9148, 19.3270, 25.8698

Non-linear: 4.1307, 1.5964, 2.6052, 6.1802, 7.7215, 19.3236

## **Anexo C: Siglas y acrónimos**

<b>AoA</b>	<b>Angle Of Arrival</b>
<b>AP</b>	<b>Access Point</b>
<b>LOS</b>	<b>Line of Sight</b>
<b>NLOS</b>	<b>Non Line of Sight</b>
<b>OMA SUPL</b>	<b>Open Mobile Alliance Secure User Plane</b>
<b>PDP</b>	<b>Power Delay Profile</b>
<b>QoS</b>	<b>Quality of Service</b>
<b>RMSE</b>	<b>Root Mean Square Error</b>
<b>RTT</b>	<b>Round Trip Time</b>
<b>TDOA</b>	<b>Time Difference of Arrival</b>
<b>TOA</b>	<b>Time of Arrival</b>
<b>UWB</b>	<b>Ultra Wide Band</b>
<b>WSN</b>	<b>Wireless Sensor Networks</b>