# Resum

En el Projecte Final de Carrera que es presenta a continuació es desenvolupa la modelització i el control realitzat sobre una Pila de Combustible de Membrana Polimèrica (PEMFC – Proton Exchange Membrana Fuel Cell) emprada com a sistema de producció d'energia per al sector del transport.

Les piles de combustible ofereixen un sistema de producció d'energia respectuós amb el medi ambient i de gran eficiència, adequat en el món de l'automoció. Actualment es troben sota un desenvolupament intensiu per part de diversos fabricants tant per aplicacions estacionàries com mòbils.

Per realitzar l'estudi de control s'ha implementat un model no-lineal del sistema basat en principis físics, que captura diversos comportaments transitoris, a partir del paquet de software Matlab. La implementació d'aquest model, i la seva posterior linealització en diferents punts d'operació, permet l'ús de diverses tècniques d'anàlisi lineal utilitzades per establir quines són les estructures de control més adients segons les necessitats requerides. L'estudi s'ha basat en un model matemàtic per a la pila de combustible àmpliament utilitzat en la bibliografia existent i sobre el que s'han realitzat diverses modificacions, les quals han sigut analitzades en detall.

El disseny dels controladors s'ha centrat en la utilització de controladors PID, solució àmpliament adoptada per la indústria i de fàcil implementació. Aquests controladors s'han dissenyat per tal de poder satisfer les necessitats considerades pel correcte funcionament del sistema estudiat, com són les oscil·lacions del sistema, la rapidesa en la seva resposta i el manteniment de l'estabilitat. S'han analitzat diversos possibles controladors per poder cobrir diferents escenaris sota els quals es pot veure afectat el sistema.

Per últim es mostren les simulacions i resultats obtinguts, dels quals es conclou la viabilitat d'utilització de diverses estructures de control i la possibilitat de garantir les especificacions utilitzant un controlador PI descentralitzat.



# Sumari

R	lesum				
S	umari	2			
1	Glossari	5			
2	Prefaci	7			
	<ul> <li>2.1 Origen del projecte</li> <li>2.2 Motivació</li> <li>2.3 Requeriments previs</li> </ul>				
3	Introducció				
	<ul><li>3.1 Objectius del projecte</li><li>3.2 Abast del projecte</li></ul>				
4	Metodologia i estructura de la memòria	9			
	<ul> <li>4.1 Metodologia</li> <li>4.2 Estructuració de la memòria</li> </ul>				
5	Sistemes energètics basats en una PEMFC				
<ul> <li>5.1 Marc energètic actual</li></ul>					
6	Modelització del sistema				
	<ul> <li>6.1 Introducció</li> <li>6.2 Modelització del sistema</li> <li>6.3 Descripció del sistema</li> <li>6.3.1 Model de l'stack</li> <li>6.3.2 Model del subministrament del flux d'oxigen</li> <li>6.3.3 Model del subministrament del flux d'hidrogen</li> </ul>	21 21 24 24 24 25 25			
7	Anàlisi del sistema i linealització				
	<ul> <li>7.1 Característiques del sistema</li></ul>	26 			
8	Control de la pila de combustible				
	8.1 Introducció				



8.2	Formulació del problema de control		
8.3	Model de control		
8.4	Disseny de l'estructura de control		
8.4.1	Escalat de les variables	40	
8.4.2	Còmput de la matriu RGA		
8.4.3	Càlcul dels valors singulars		
8.4.4	Resultats indexs controlabilitat	44	
8.4.5	Decisió d'estructures de control	47	
8.5	Sintonització del controlador descentralitzat		
8.5.1	Selecció de les constants del controlador PI	49	
9 Ar	nàlisi del sistema de control	59	
9.1	Comprovació		
9.2	Comparativa estructures de control de P1	63	
9.2.1	Estructura de control Ucm-Wanin	67	
9.2.2	Estructura de control Ucm-Kanout	71	
9.2.3	Estructura de control Ksmout-Kanout	75	
9.2.4	Estructura de control XO2-Wanin	79	
9.3	Resultats altres punts d'operació		
9.3.1	Punt d'operació P2		
9.3.2	Punt d'operació P3		
9.3.3	Punt d'operació P4		
Conclusio	ons		
Agraïmer	ıts	91	
Bibliogra	fia		





## 1 Glossari

- AFC Pila de combustible alcalina(*Alkaline Fuel Cell*)
- an Ànode (Anode)
- ca Càtode (*Cathode*)
- cm Motor del compressor (*Compressor motor*)
- CN Conditional Number
- cp Compressor (*Compressor*)
- DMFC Pila de combustible de metanol directe (Direct Methanol Fuel Cell)
- I Corrent elèctric
- MCFC Pila de combustible de carbonats fosos (*Molten Carbonate Fuel Cell*)
- membr Membrana de la pila de combustible (*Membrane*)
- MIMO Múltiples entrades múltiples sortides (*Multiple Input Multiple Output*)
- MRI Morari Resilency Index
- P Pressió
- PAFC Pila de combustible d'àcid fosfòric (*Phosforic Acid Fuel Cells*)
- PC Pila de combustible
- PEM Proton Exchange Membrane
- PEMFC Pila de combustible de membrana polimèrica (*Proton Exchange Membrane Fuel Cell*)



- PID Controlador proporcional, integral i derivatiu (Proportional, Integral, Derivative)
- R Resistència
- RGA Relative Gain Array
- rm Col·lector de sortida (*Return manifold*)
- SISO Una entrada una sortida (*Single Input Single Output*)
- sm Col·lector d'entrada (*Supply manifold*)
- SOFC Pila de combustible d'òxid sòlid (*Solid Oxid Fuel Cell*)
- st Stack
- SVD Descomposició en valors singulars (*Singular Value Decomposition*)
- T Temperatura
- V Tensió elèctrica
- W Flux màssic
- X Fracció màssica
- y Fracció molar
- $\lambda$  Contingut d'aigua
- $\rho$  Densitat
- $\phi$  Humitat relativa
- ω Velocitat angular



## 2 Prefaci

## 2.1 Origen del projecte

La necessitat de trobar un sistema energètic vàlid per a vehicles, en el qual no sigui necessari el consum d'un derivat del petroli, ha originat l'aparició d'estudis on es fan servir sistemes alternatius als motors de combustió. Les Piles de Combustible (PC) apareixen com a solució de futur en el món de les energies no contaminants per a vehicles, essent a més sistemes d'una gran eficiència. Fruit d'aquestes consideracions neix la realització d'aquest estudi, on es modela un sistema basat en una PC com a generador d'energia i es dissenya el seu sistema de control.

## 2.2 Motivació

La situació actual en la qual els productes derivats del petroli són l'eix sobre el qual està assentat el món del transport, les cada vegada més escasses reserves de petroli, els elevats costos que representa la seva extracció i el problema ecològic que origina fan prioritària la necessitat de trobar un sistema alternatiu al seu ús. Aquesta és la principal motivació dels autors d'aquest PFC, participar en l'estudi de les piles de combustible, que permeten la substitució del petroli per hidrogen.

Per altra banda, la realització d'aquest PFC ens permet aprofundir en el camp de la nostra especialització i adquirir coneixements sobre les tècniques i estratègies de control que es fan servir a la indústria.

## 2.3 Requeriments previs

L'estudi ha partit del disseny d'un model de pila de combustible de membrana polimèrica (PEM) realitzat per Pukrushpan et al. [1].



## 3 Introducció

### 3.1 Objectius del projecte

L'objectiu principal del projecte és l'estudi de control d'un sistema basat en una PEMFC com a font d'energia per un vehicle i el disseny i sintonització de controladors de tipus PID. Per tal d'assolir aquest objectiu el sistema de control haurà de mantenir les sortides i variables del sistema estables dins uns marges en les seves variacions, per tal que el sistema es trobi sempre dins les condicions de bon funcionament, i aconseguir una resposta el suficientment ràpida.

## 3.2 Abast del projecte

L'estudi de control es centrarà en l'anàlisi de controladors PID i no es consideraran altres tipus de controladors. Les eines d'anàlisi i disseny dels controladors són de caràcter lineal, no es tenen en compte eines d'anàlisi no-lineals. L'elecció d'eines lineals implica la necessitat d'establir una sèrie de punts de funcionament al voltant dels quals es linealitzarà el sistema. La comprovació de la validesa dels controladors es realitza per simulació sobre el model no-lineal.

Pel que fa a la modelització es pren com a referència el model matemàtic d'un sistema basat en PEMFC proposat per Pukrushpan et al. [1]. Aquest model no representa ni la totalitat dels fenòmens que determinen el funcionament ni tots els elements que conformen un sistema real basat en PEMFC (no s'han modelat elements com el subsistema d'evacuació de la calor generada, el condicionament de la tensió generada a la càrrega i el condicionament del flux d'entrada a l'ànode). La construcció d'aquest es centra en recollir la informació necessària i suficient per un anàlisi de control. Així, s'ha despreciat la ràpida dinàmica de les reaccions electroquímiques, la temperatura s'ha considerat constant i les variacions espaials no s'ha introduït en la modelització del sistema. Per altra banda,. El test complet de les estructures de control conclou amb la validació sobre el model no-lineal, la no disponibilitat d'un sistema real impossibilita realitzar validacions experimentals.



## 4 Metodologia i estructura de la memòria

### 4.1 Metodologia

L'estudi de control del sistema s'inicia amb la determinació d'un model matemàtic que representi el comportament i les dinàmiques d'un sistema real. Com a base a partir de la qual parteix la realització d'un model de simulació es troba el model ja realitzat per Pukrushpan et al. [1], model orientat a control que inclou el transitori del compressor, les dinàmiques dels col·lectors (tant al càtode com a l'ànode), les pressions parcials dels reactants i la humitat de la membrana. Sobre aquest model s'introdueixen una sèrie de modificacions.

El disposar d'un model permet la utilització de diverses eines d'anàlisi que possibiliten un estudi eficaç de la controlabilitat del sistema original. Aquestes eines són el Conditional Number (CN), Morari Resiliency Index (MRI) i Relative Gain Array (RGA), sèrie d'indicadors d'una gran rellevància per treballar sobre sistemes lineals i analitzar la idoneïtat de diverses estructures de control. La utilització d'aquestes eines d'anàlisi lineal requereix disposar d'un model lineal a partir de l'inicial, el qual conté un gran nombre de no-linealitats per descriure els processos que contempla. Així davant la necessitat de realitzar una linealització del model es seleccionen uns punts d'operació al voltant del quals es centrarà l'anàlisi lineal i posteriorment exportar els resultats obtinguts al model font, el model no-lineal.

Una vegada la selecció de les estructures de control hagi estat realitzada el següent pas és la sintonització dels controladors, escollir les constants que determinen el comportament del controlador. La selecció de les constants del controlador s'efectuarà sobre el model lineal i s'analitzarà el seu comportament en el model no-lineal. Els controladors seleccionats són tipus PID, degut a la seva senzillesa i la seva gran difusió a la indústria.

La selecció establerta de les estructures de control amb els seus respectius controladors s'aplica al sistema no-lineal de simulació per comprovar la validesa d'aquests, i en cas que no siguin satisfactoris reajustar-los.

En el següent diagrama de fluxos es pot observar l'esquematització bàsica del procés proposat:





Fig. 4.1 Metodologia de l'estudi

#### 4.2 Estructuració de la memòria

La metodologia d'estudi exposada en l'apartat previ queda distribuïda de la següent manera en el present document.

En el capítol 5 es dóna una visió general de l'estat actual dels sistemes energètics en el sector de l'automoció, observant la situació dels combustibles fòssils i les energies renovables. També es presenta l'esquema bàsic d'un sistema basat en piles de combustible i s'exposa el funcionament teòric d'una PC tipus PEM.

Posteriorment en el capítol 6 es fa una descripció del sistema modelat presentant les diferències entre el real i aquest i exposant les principals característiques del model i algunes de les seves limitacions.

En el capítol 7 s'avalua el sistema a través de simulació per veure el seu comportament incloent les seves limitacions, i tenint en compte aquests s'escull un/s punt/s d'operació compatible/s amb les necessitats de l'aplicació a la qual està destinat.



Una vegada analitzat el model i escollit el/s punt/s d'operació es procedeix en el capítol 8 a realitzar les anàlisis necessàries per establir la millor estructura de control sobre el sistema, prèvia linealització del model. Es completa el procés calibrant les constants del controlador que satisfacin els requisits del sistema.

En el capítol final, capítol 9, es mostren els resultats que s'han obtingut de tot el procés que representa aquest projecte.



## 5 Sistemes energètics basats en una PEMFC

#### 5.1 Marc energètic actual

La demanda mundial d'energia creix de forma progressiva i alarmant. Els països en vies de desenvolupamen,t en el seu procés de creixement econòmic, estan comportant uns nivells de consum energètic cada vegada més gran. La Xina, amb una població de més de mil milions d'habitants (cinquena part de la població mundial), i uns increments econòmics del 20% anual, evidencia el problema que es presentarà a mig termini. Les reserves de combustibles fòssils, destacant el petroli com a motor de l'economia mundial, estan arribant al seu límit. La societat europea World Energy Technology and Climax Policy Outlook (WETO) [2] preveu un increment del 1,8% anual en el consum energètic primari mundial en el període 2000-2030. La necessitat de subministrament i la progressiva reducció de les reserves provoquen que el cost de producció augmenti.

Actualment el nivell d'emissions de  $CO_2$  per càpita en els països en vies de desenvolupament es troba en un 20% respecte els desenvolupats, però amb el creixement econòmic l'any 2030 les seves emissions poden representar el 50% del total. En aquesta situació els països industrialitzats han de promoure i impulsar el desenvolupament d'energies alternatives.

Les diverses consideracions econòmiques, polítiques i socials que envolten els països productors de petroli i les necessitats ambientals requereixen una estratègia energètica. És important la conscienciació en tots els nivells, governamentals, empresarials i consumidors, de la necessitat de sistemes més eficients, més compatibles amb el medi ambient.

Sota aquesta situació apareix la tecnologia de l'hidrogen. L'hidrogen com a combustible i les piles de combustible com a sistema energètic són un substitut a les fonts convencionals. Sectors com el transport (particularment l'automoció), la indústria energètica i els consumidors es poden aprofitar d'aquesta tecnologia més eficient i neta.

Per tenir un sistema energètic satisfactori s'ha de complir que aquest sistema redueixi les emissions que afecten el clima, redueixi les produccions contaminants, mantingui una alta eficiència, sigui econòmicament assolible i que permeti contrarestar la disminució en les reserves de cru. Si aquests punts són coberts hi haurà una repercussió en l'economia, l'entorn i la salut.



### 5.2 Piles de combustible de membrana polimèrica (PEMFC)

D'entre els diversos tipus de PC, les PEMFC són considerades com la millor opció per alimentar un vehicle substituint els tradicionals motors de combustió interna, gasolina i dièsel. Van ser usades per primera vegada en el programa Gemini de la NASA a la dècada dels 60.

Les PEMFC estan constituïdes per cel·les amb un ànode i un càtode. Al primer se li subministra el combustible i al segon se li subministra un oxidant [3, 4]. Ànode i càtode es troben separats per un electròlit. Com a electròlit es fa servir una membrana polimèrica sòlida (un fi film plàstic). Aquest polímer és permeable als protons quan es troba saturat d'aigua, però evita la circulació d'electrons. A més evita el contacte directe entre combustible i oxidant, fet que podria resultar perillós.

La reacció que té lloc en el funcionament en una cel·la és la reacció de l'hidrogen amb l'oxigen per produir electricitat, calor i aigua. A l'ànode els àtoms d'hidrogen són oxidats i al càtode els àtoms d'oxigen són reduïts. Els electrons que són alliberats per la reacció en l'ànode són consumits per la reacció del càtode quan es connecta una càrrega en els elèctrodes, tancant el circuit, el què provoca el pas d'un corrent d'ànode a càtode. Els protons traspassen la membrana fins el càtode i en combinació amb els ions d'oxigen es formen molècules d'aigua, essent aquest l'únic producte de la reacció. La figura 5.1 mostra el funcionament d'una cel·la.



Fig. 5.1 Esquema general d'una pila de combustible



Per afavorir la reacció es fa ús d'un catalitzador el qual no participa en la reacció però pateix una degradació per l'acció d'aquesta. El catalitzador s'encarrega de dissociar la molècula d'hidrogen en dos àtoms d'hidrogen, que s'adhereixen a dos àtoms del catalitzador. Posteriorment, s'allibera un electró de cadascun dels àtoms per produir la formació de l'ió d'hidrogen.

El combustible per aquest tipus de piles és l'hidrogen i el portador de càrrega és l'ió d'hidrogen  $(H^+)$ . A l'ànode, les molècules d'hidrogen són separades en protons i electrons. Els ions d'hidrogen travessen l'electròlit fins el càtode mentre que els electrons circulen per el circuit extern i es produeix energia elèctrica. L'oxigen, normalment en forma d'aire, és subministrat al càtode i es combina amb els electrons i els ions d'hidrogen per formar aigua. Les reaccions que tenen lloc són les següents:

- Reacció a l'ànode:  $2H_2 \rightarrow 4H^+ + 4e^-$  (Eq. 5.1)
- Reacció al càtode:  $O_2 + 4H^+ + 4e^- \rightarrow 2H_2O$  (Eq. 5.2)
- Reacció global:  $2H_2 + O_2 \rightarrow 2H_2O$  (Eq. 5.3)

Diverses cel·les de combustible poden ser agrupades per formar una PC de major potència, formant un stack. El nombre de cel·les agrupades determina el voltatge total que es pot subministrar, i l'àrea de cada cel·la determina el corrent total. El producte del corrent i el voltatge del stack proporciona la potència elèctrica total:

$$Potència (W) = Voltatge (V) \ x \ Corrent (A)$$
(Eq. 5.4)

La quantitat d'energia generada per una PEMFC segons el seu volum i pes és superior al d'altres tipus de PC. Aquesta característica d'alta densitat energètica permet que tinguin un disseny compacte i de baix pes. Per altra banda, la seva baixa temperatura d'operació, inferior als 100°C, permet una ràpida posada en marxa. Aquestes són algunes de les característiques que fan que les PEMFC siguin les principals alternatives per aplicacions automobilístiques.

La composició de l'electròlit com a polímer sòlid i no líquid permet que el segellament dels gasos a ànode i càtode sigui més simple, i per tant menys costós econòmicament. L'electròlit sòlid és més immune als problemes de corrosió i a les dificultats d'orientació, provocant una vida més llarga de la pila i del stack.



Treballar a temperatures properes o inferiors als 100°C no permet operacions de cogeneració eficients. D'altra banda, la necessitat de tenir l'electròlit saturat d'aigua per operar de forma òptima requereix d'un control acurat de la humitat dels fluxos a càtode i ànode.

#### **Elèctrodes:**

Les característiques dels elèctrodes són:

- Conductors elèctrics.
- Màxima superfície de platí disponible a les cares contigües amb la membrana.
- Permetre l'accés dels gasos a la superfície del catalitzador.
- Químicament resistent als compostos amb els quals tenen contacte.

#### **Electròlits:**

L'electròlit està format per una membrana polimèrica. L'estructura d'aquesta membrana és un polímer orgànic, en el cas d'aquest treball el Nafion 117 de la casa DuPont, anomenat àcid poliperfluorsulfònic. Les principals característiques d'aquests polímers són una alta estabilitat química i tèrmica enfront a bases fortes.

L'electròlit està format per ions positius i ions negatius. Aquest s'hidrata absorbint aigua i permet el lliure moviment dels protons. Això comporta la necessitat que els gasos d'entrada arribin amb un alt grau d'humitat, però un excés d'aquesta provocaria el mal funcionament de la cel·la.

Al treballar amb aigua líquida és necessari que la PC treballi a una temperatura inferior a la d'ebullició, que dependrà de la pressió de treball.

Una elevada temperatura, una baixa pressió, una baixa humidificació i un gran flux de reactius són factors que poden provocar un dèficit d'aigua, els casos contraris poden provocar un excés.

Resumint la membrana ha de complir les següents funcions:

- Conductor d'ions positius.
- Aïllant d'electrons.
- Separador dels gasos oxidant i reductor.



#### Prestacions

El funcionament ideal de la PC es regeix segons les equacions de Nernst, màxim voltatge que es pot obtenir en una PEMFC en circuit obert (corrent zero) per qualsevol condició de funcionament: temperatura, pressió i composició dels gasos. Aquestes equacions a més depenen del tipus de PC que es faci servir. Sobre aquest valor en circuit obert s'han d'aplicar pèrdues per diferents consideracions: pèrdues per activació, per comportament òhmic i per concentració, com es pot observar a la figura 5.2.



Fig. 5.2 Pèrdues de voltatge presents en el funcionament d'una PC

Les pèrdues per activació es produeixen quan l'índex de la reacció electroquímica a la superfície de l'elèctrode està controlat per la cinètica d'aquest. Quan la densitat de corrent és baixa aquestes pèrdues predominen sobre les altres.

Degut a la resistència al flux de ions en l'electròlit i la resistència dels electrons a través dels materials dels elèctrodes es produeixen les pèrdues òhmiques. Aquestes pèrdues obeeixen la llei de Ohm, per tant són proporcionals al corrent.

Degut al consum del reactiu en l'elèctrode per la reacció electroquímica existeix una pèrdua de potencial per la incapacitat del material del voltant per mantenir la concentració inicial. Es representa com pèrdues per concentració. Aquestes pèrdues només són importants per a corrents elevades.

#### Influència dels paràmetres sobre el comportament:

Les variables d'operació (temperatura, pressió, composició dels gasos, densitat de corrent i reactiu emprat) i factors (cicle de vida, impureses) influeixen sobre el potencial que es pot obtenir de la PC.



Si augmenta la densitat de corrent es pot reduir el tamany de la PC però també provoca una disminució en el voltatge, afectant al rendiment.

La influència de la temperatura i pressió s'analitza a través de l'energia lliure de Gibbs [4]. Per cada grau que augmenti la temperatura és possible augmentar entre 1,1 i 2,5 mV el voltatge de sortida. Incrementar la temperatura beneficia el bon funcionament de la PC, incrementa l'índex de la reacció, baixa la resistència de la cel·la permetent una conductivitat iònica superior i un grau de transferència de massa també superior. Però implica inconvenients, corrosió dels materials, degradació de l'electròlit, problemes per recristalització en els catalitzadors i pèrdues per evaporació. Però també comporta la reducció en el transport de massa a elevada temperatura. En cap cas la temperatura ha de superar el punt d'ebullició de l'aigua, degut a que la pila deixaria de funcionar.

Augmentar la pressió millora la solubilitat del gas, incrementa els índexs de transferència de massa i esmorteix el problema d'evaporació a l'electròlit, per tant augmenta l'eficiència de la cel·la. Com aspectes negatius: problema de corrosió de materials, fuites, problemes de resistències, de deposició del carbó, etc. Per tant, aquests dos paràmetres, temperatura i pressió, milloren el rendiment de la PC quan s'augmenta el seu valor, però comporten possibles problemes tecnològics que s'han de valorar.

Les PEMFC permeten un rang de pressions entre els 0,1 y 10 MPa, però es sol operar entorn els 0,2 MPa. En augmentar la pressió s'aconsegueix augmentar el rendiment de la cel·la, encara que aquest augment també comporta un increment en l'energia necessària per comprimir els gasos. Per sobre un cert valor, l'energia consumida pel compressor fa decréixer l'energia neta que dóna el sistema.

La composició i tipus de reactants utilitzats tenen una gran influència sobre el comportament de la cel·la. De les equacions de Nernst es dedueix que a més concentració de combustible i oxidant més gran és el voltatge. La variació de la composició del gas entre l'entrada i la sortida significa una reducció del voltatge degut a que el potencial en l'elèctrode ve determinat pel menor potencial per les diferents composicions del gas, donat que els elèctrodes són superfícies equipotencials. Aquests canvis en la composició tenen més influència a altes temperatures.



### 5.3 Sistemes basats en piles de combustible

Per l'alimentació d'hidrogen i oxigen a la PC i la gestió de la calor, l'aigua i l'energia elèctrica produïda es disposa d'una sèrie de subsistemes. Entre aquests subsistemes es poden trobar: el sistema de subministrament d'aire, el sistema d'emmagatzematge i subministrament del combustible, el sistema d'evacuació de la calor produïda i un sistema de condicionament de la potència elèctrica subministrada per la PC, figura 5.3.



Fig. 5.3 Principals components en un sistema basat en una PC PEM

Les condicions en les quals són subministrats els reactants determinen el funcionament de la PC. Un increment en la pressió dels reactants comporta un increment en la pressió i en l'eficiència de la PC. Per tal d'aconseguir un increment en la pressió dels reactants es disposa d'un compressor al subsistema de subministrament d'aire (en el cas que l'oxigen s'obtingui de l'aire i no provingui d'un tanc pressuritzat) mentre que l'hidrogen ja es troba normalment emmagatzemat com a gas comprimit. Un mecanisme de humidificació és utilitzat per evitar la degradació de la PC degut a la baixa humitat del reactant, fet que pot provocar uns danys permanents. Com s'ha dit, incrementar la temperatura de treball suposa un increment en l'eficiència de la PC, però els materials suposen una limitació a aquest avantatge. La temperatura de funcionament marcada pels components d'una PEMFC es troba al voltant dels



80°C. El subsistema d'evacuació de la calor produïda s'encarrega de controlar la temperatura del sistema.

La necessitat de subsistemes per aconseguir un correcte funcionament de la PC implica que s'afegeixin càrregues extres al sistema, consums addicionals. La principal d'aquestes càrregues és el compressor encarregat de subministrar el flux d'aire convenientment pressuritzat. És desitjable aconseguir subministrar el flux en les condicions correctes i consumir la mínima potència per maximitzar la potència neta del sistema. Per tant, és convenient un sistema de control que canviï la velocitat del compressor segons la càrrega requerida per l'aplicació, el que provocarà una reducció de les càrregues i un augment de l'eficiència global del sistema.

#### 5.3.1 Stack

Un stack és l'associació en sèrie de diverses cel·les. Al stack es produeixen totes les reaccions electroquímiques que conformen el funcionament d'una PC. El stack és una estructura tancada amb una sèrie d'entrades i sortides per permetre l'entrada del combustible (hidrogen), l'entrada de l'oxidant (aire), la sortida de l'aigua i vapor produïts per la reacció electroquímica i dos terminals per aprofitar el corrent d'electrons originat per la reacció.

#### 5.3.2 Subministrament del flux d'oxigen

Pel funcionament de la PC es requereix el subministrament d'oxigen (oxigen pur o aire). Aquest flux d'oxigen s'ha de subministrar de forma contínua, però complint que la seva humitat, temperatura i el seu flux siguin els que marquin els requeriments de la càrrega connectada. Per tal de proveir al stack d'un flux d'oxigen amb les característiques adequades aquest subsistema està composat per:

- Compressor: en el cas que l'oxigen provingui de l'aire es fa necessari disposar d'un compressor que doni pressió i un cert flux. Si l'oxigen ve subministrat ja pressuritzat no es requerirà aquest element.
- Intercanviador de calor: el flux d'oxigen travessa un intercanviador per tal d'aconseguir la temperatura desitjada



 Humidificador: les PEMFC requereixen d'una humitat controlada de la membrana, així es fa necessari humidificar o assecar el flux d'oxigen abans de subministrar-lo al stack

#### 5.3.3 Subministrament del flux d'hidrogen

De la mateixa forma que en el subministrament del flux d'oxigen, és necessari que el flux d'hidrogen que es proveeixi al stack sigui controlat. Per les característiques de funcionament d'una PEMFC és imprescindible que el subministrament de combustible sigui hidrogen d'alta puresa (per exemple 5.0 ó 4.5).

#### 5.3.4 Condicionament de la sortida

El voltatge produït per una PC és de caràcter continu. Segons quina sigui l'aplicació a la qual estigui destinada la PC serà necessari adaptar el voltatge de sortida. Pot ser necessari l'intercalat, entre la PC i la càrrega alimentada, d'un inversor que transformi el corrent continu en corrent altern, com és el cas d'un automòbil.

#### 5.3.5 Evacuació de la calor generada

En el procés electroquímic inherent al funcionament d'una PC un dels seus productes és la generació de calor. Pel correcte funcionament del sistema és necessari que la PC es mantingui en tot moment a la temperatura desitjada. Per tant, es requereix d'un subsistema que s'encarregui d'evacuar aquesta calor i mantingui la temperatura a l'interior de la pila.

En el cas d'una PC de poca potència, pot ser necessària una aportació de calor per tal que la temperatura de la PC no baixi.



## 6 Modelització del sistema

### 6.1 Introducció

L'objectiu principal d'un sistema de control és fer que la sortida d'un procés dinàmic es comporti d'acord a unes especificacions. Aquest comportament desitjat per la sortida s'aconsegueix mitjançant la manipulació de les entrades de control del procés. No obstant, l'existència de restriccions com poden ser límits en els controls o els estats i objectius de comportament conflictius dificultaran l'acompliment del comportament desitjat.

El procediment de disseny d'un sistema de control usualment requereix disposar d'un model matemàtic del procés dinàmic, el model de la planta. Aquest projecte parteix d'un model nolineal d'una PEMFC proposat per Pukrushpan et al. [1], sobre el qual s'han introduït una sèrie de modificacions. Aquest model permet tant l'estudi estacionari del sistema com el comportament del seu transitori.

### 6.2 Modelització del sistema

Molts estudis s'han dedicat a realitzar la modelització de PC tipus PEM, tal com recull Yao et al. [5]. Molts d'aquests models només consideren les característiques estàtiques del sistema. Alguns autors introdueixen constants electroquímiques temporals en el model [6], però el model manca de la dinàmica del fluid en el sistema. Amb l'objectiu d'estudiar la dinàmica dels fluids en PEMFC, Pukrushpan et al. [1] presenta un model orientat a control que inclou el transitori del compressor, les dinàmiques dels col·lectors (tant al càtode com a l'ànode), les pressions parcials dels reactants i la humitat de la membrana. Aquest model ha estat la base del present estudi, encara que una sèrie de modificacions han estat introduïdes.

El model dinàmic no-lineal d'aquest estudi, que parteix del realitzat per Pukrushpan et al. [1], es basa en principis físics com reaccions químiques, electroquímica, termodinàmica, mecànica i la dinàmica de fluids.

A la figura 6.1 s'il·lustra el diagrama de blocs dels subsistemes del model amb les respectives senyals d'entrada/sortida. El model utilitzat dóna especial importància al subsistema de suministrament de reactant i per tant els models dels components relatius a aquest subsistema s'indiquen més detalladament.





Fig. 6.1 Esquema dels sistemes del model

El model de l'stack de la PC conté quatre submodels interactius els quals són, el voltatge de l'stack, el flux de l'ànode, el flux del càtode i la hidratació de la membrana. El diagrama de blocs del model de l'stack és mostrat a la figura 6.2. Un submodel tèrmic es pot afegir en el futur quan els canvis en la temperatura es tinguin en compte. En aquest model la temperatura de l'stack s'assumeix constant. Amb una resposta relativament lenta, la temperatura de l'stack es pot controlar separadament. Per tant, la temperatura es pot prendre com una constant pels altres subsistemes més ràpids.

En el model del voltatge, aquest és funció de la intensitat, la temperatura de la pila, la pressió de l'aire, les pressions parcials de l'oxigen i l'hidrogen i la humitat de la membrana. El voltatge de la pila en funció del corrent determina una corba de polarització que posa de relleu el voltatge reversible de la cel·la, les pèrdues d'activació, les pèrdues òhmiques i les pèrdues de concentració.





Fig. 6.2 Diagrama del stack

Els models de flux de càtode i ànode utilitzen equacions de conservació de la massa i propietats termodinàmiques per calcular la pressió i la humitat relativa dels fluxos de gas dintre dels canals de l'stack. El procés de transferència d'aigua a través de la membrana és representat en el model d'hidratació de la membrana.

El model conté nou estats representant les masses de diversos gasos dintre del volums dels components, pressions de fluxs i velocitat de rotació.

Condicions perfectes de temperatura i humitat són assumides en diversos llocs en el model, per exemple, la temperatura i humitat de l'aire d'entrada, de l'hidrogen d'entrada, i de la membrana.



Per obtenir informació més detallada del model veure l'annex B.

### 6.3 Descripció del sistema

Un sistema basat en una PC de membrana polimèrica (PEMFC) es pot estructurar en cinc diferents subsistemes:

- Stack
- Subministrament del flux d'oxigen
- Subministrament del flux d'hidrogen
- Condicionament elèctric de la sortida
- Evacuació de la calor generada

El sistema finalment estudiat en el projecte no contempla tots aquests subsistemes ni totes les funcions internes a aquests. En particular, s'han exclòs els sistemes de condicionament elèctric de la sortida i d'evacuació de la calor generada.

S'ha modelat aquest sistema fent servir el software Matlab, veure annex B. Aquest model està orientat a l'estudi de control del sistema, per tant només s'han considerat les propietats necessàries per poder realitzar un estudi de control. Tot seguit es presentaran els diferents subsistemes exposant les diferències existents entre el sistema estudiat i un de real.

#### 6.3.1 Model de l'stack

El model, degut a les seves simplificacions, no contempla les variacions espaials de les propietats, les quals es mantindran constants en tota la secció i els diferents volums, excepte a la membrana, on s'assumeix una distribució lineal de la concentració d'aigua en el gruix d'aquesta (veure annex B, apartat B.7). Només es consideraran les variacions temporals en la resta de casos. Tampoc es té en consideració la ràpida dinàmica de les reaccions electroquímiques. La lenta variació de la temperatura, comparada amb les constants de temps introduïdes en el model, fa que es consideri que la temperatura es manté constant en tota la cel·la, i que totes les cel·les del stack es mantenen a la mateixa temperatura. La temperatura de treball del sistema serà de 80°C. El sistema d'estudi està format per un total de 381 cel·les, totes elles d'iguals característiques.



### 6.3.2 Model del subministrament del flux d'oxigen

El model considera l'alimentació del stack amb un flux d'aire capturat directament de l'entorn. Aquest aire serà pressuritzat, humidificat i regulat tèrmicament abans de la seva introducció a la PC. Per tal d'aconseguir aquestes consideracions el model comptarà amb un compressor, un humidificador i un intercanviador de calor convenientment controlats per garantir el funcionament del sistema.

A diferència del compressor utilitzat en el model de Pukrushpan et al. **[1]**, taula de dades extreta d'un mapa de corbes característiques d'un compressor sobre la qual s'interpola, s'han establert una sèrie d'equacions matemàtiques que representen el comportament del compressor. A l'annex B, apartat B.2.1, es poden comprovar aquestes equacions i el procés per la seva determinació.

### 6.3.3 Model del subministrament del flux d'hidrogen

En aquest model es considerarà que el flux màssic d'hidrogen provindrà d'un tanc, un dels casos més habituals a la realitat, del qual es pot assegurar que l'hidrogen serà el suficientment pur i no existirà el risc d'enverinament de la PC. Per altra banda, també es considerà que l'hidrogen serà subministrat a la temperatura, humitat i cabal que es requereixi gràcies a una vàlvula a la sortida del tanc, i que la seva velocitat de resposta serà instantània comparada amb la dinàmica del sistema.

Com a diferència amb el model proposat per Pukrushpan et al. [1], s'afegeix un orifici de sortida a l'ànode, que permet una millora en el comportament del sistema. La inexistència d'un orifici comporta una ràtio d'utilització de l'hidrogen del 100%, però impedeix que la pressió del flux introduït es mantingui més constant en tot el seu recorregut a través de l'ànode.

Modelar un orifici de sortida a l'ànode permet sobrenriquir l'entrada d'hidrogen i garantir un flux convenientment pressuritzat en el seu transcurs per l'ànode. Aquest excés d'hidrogen es pot reaprofitar fàcilment i reintroduir-lo en el sistema novament. Aquest sistema de reaprofitament del flux d'hidrogen no està contemplat en el model realitzat.



## 7 Anàlisi del sistema i linealització

#### 7.1 Característiques del sistema

En el model es troba integrat un controlador estàtic per la humidificació de l'aire. Quan una PC s'alimenta amb hidrogen comprimit que s'emmagatzema en tancs, les dinàmiques del flux de l'aire i del tractament de la humitat dominen la resposta de la pila. Assumint un control perfecte per la humidificació, es desacobla el fenomen del flux d'aire de la humitat. Aquest fet permet centrar l'atenció en les dinàmiques del subministrament d'aire i el disseny del seu control. Un anàlisi estacionari del model es desenvolupa per determinar els punts de funcionament òptim en termes de màxima potència neta. A més de la simulació estacionària, el model dinàmic desenvolupat també es pot emprar per simular el comportament transitori del sistema.

La potència neta de la PC,  $P_{net}$ , és la diferència entre la potència produïda per la pila,  $P_{st}$ , i la potència parasitària requerida per fer funcionar els components auxiliars. La majoria de la potència parasitària és causada pel compressor d'aire, i és l'única pèrdua parasitària considerada en aquest estudi. El voltatge de la pila augmenta en incrementar el flux d'aire proporcionat a la PC ja que la pressió parcial d'oxigen en el càtode augmenta. Aquest excés de flux d'aire proporcionat a la pila s'indica normalment per la ràtio excés d'oxigen,  $\lambda_{o_2}$ , definida com el quocient entre l'oxigen subministrat i l'oxigen utilitzat en el càtode,

$$\lambda_{O_2} = \frac{W_{0_2, in}}{W_{0_2, react}}$$
(Eq. 7.1)

Una ràtio d'excés d'oxigen elevat, i per tant una pressió parcial d'oxigen elevada, millora  $P_{st}$ . Després d'assolir un valor òptim de  $\lambda_{O_2}$ , incrementar-la més provoca un augment excessiu en la potència del compressor i per tant es deteriora la potència neta del sistema. Per estudiar el valor òptim de  $\lambda_{O_2}$ , s'han representat valors estacionaris de  $\lambda_{O_2}$  i  $P_{net}$ , obtinguts per simulació, per diferents corrents,  $I_{st}$ , com s'observa en la figura 7.1 i es poden comparar a les obtingudes a l'estudi realitzat per Pukrushpan et al. [1]. Fixant el corrent de la PC,  $I_{st}$ , i provocant variacions en el voltatge subministrat al compressor,  $U_{cm}$ , el suficientment lentes per assegurar que el sistema assoleixi l'estat estacionari en cada modificació, la màxima



potència neta s'assoleix per valors de  $\lambda_{o_2}$  entre 2 i 2,4, depenent del corrent de la PC. S'observa en la figura 7.1 que algunes corbes no es poden acabar de simular, degut a que els valors respectius de pressió i flux d'aire excedeixen el rang de validesa del compressor i/o del model.



Fig. 7.1 Pnet-lambdaO<sub>2</sub>

Un increment sobtat de la demanda de corrent elèctric per part de la càrrega provoca un increment del consum d'oxigen en el càtode, i per tant, la pressió parcial d'oxigen cau. La conseqüent baixada en el voltatge de la PC pot portar a un curtcircuit i/o a malmetre la membrana. Aquest fenomen es coneix com defecte d'oxigen ("oxygen starvation") [7]. Per prevenir aquest efecte és necessari subministrar un increment d'aire al càtode, el més ràpidament possible, per tal de contrarestar el defecte d'oxigen produït. Igualment, el subministrament de combustible a l'ànode ha de ser ràpidament ajustat per assegurar la mínima diferència de pressions en ambdues cares de la membrana, diferència de pressions entre ànode i càtode. Si es produeix una caiguda en el corrent seria necessari un control similar.

El voltatge ideal que es pot obtenir d'una PC ve regit per l'expressió de Nernst associada a una PEMFC (annex B.4.1, [4]). Sobre aquest valor ideal existeixen una sèrie de pèrdues, dividint la corba de polarització en tres zones, com s'ha comentat a l'apartat 5.2. D'aquestes zones és convenient treballar a la zona de pèrdues òhmiques. A la figura 7.2 es presenten les corbes de polarització del sistema corresponents a diverses pressions del càtode. El model de



compressor emprat impedeix abastar un ampli rang de pressions, raó per la qual per certs valors de pressions les corbes de la gràfica es presenten incompletes. Degut a les limitacions del compressor no es pot arribar a una pressió del càtode superior als 2,2 bar ( $p_{ca} = 2,2 bar$ ). L'estudi del sistema ha demostrat, no obstant, que els punts de funcionament idonis sempre es presenten a pressions properes als 2 bar ( $p_{ca} = 2 bar$ ), el que permet l'ús del compressor implementat en el model.



Fig. 7.2 Corbes de polarització

Per tal d'establir el punt o punts de funcionament adequats cal decidir les prestacions que es volen obtenir de la PC. La construcció del model proposada per Pukrushpan et al. [1], que ha estat la base del present model, correspon a una PC per un automòbil. D'acord amb la seva aplicació per un automòbil es defineix el punt de funcionament segons una potència neta de sortida determinada, establerta en 35 kW. Aquesta potència correspon a la màxima que es pot obtenir amb una intensitat de 180 A. No serà possible obtenir una potència de 35 kW per valors d'intensitat inferiors. L'obtenció d'aquesta potència correspon a uns certs valors de les entrades que determinaran el punt de funcionament nominal P1.

Com a requeriments de control es defineixen la necessitat de garantir una adequada diferència de pressions a la membrana i el manteniment de la tensió subministrada per la PC. D'aquesta manera es defineixen les variables que són les sortides a considerar pel sistema de control en l'estudi. Per controlar les sortides esmentades es disposa d'una sèrie d'entrades al sistema,



que seran les possibles entrades de control d'aquest. A continuació es presenten les entrades i sortides de les quals consta el sistema modelat a l'annex B.

#### - Entrades:

- Per adequar la pressió i el flux d'entrada al càtode s'utilitza el compressor, el qual s'acciona mitjançant un motor elèctric i, per tant, el voltatge d'alimentació del motor, v<sub>cm</sub>, correspon a una entrada del sistema. L'aire és capturat pel compressor directament de l'atmosfera. En conseqüència, la pressió d'entrada, la temperatura d'entrada i la concentració d'oxigen a l'aire es consideren constants. Analitzant el sistema resulta evident que quan més elevada sigui la concentració d'oxigen, més pressió parcial d'oxigen en l'aire, i per tant un millor voltatge de sortida. Si es vol millorar el comportament de la pila es pot treballar directament amb oxigen pur, però aquest fet implica un sistema d'emmagatzematge per l'oxigen i una dependència global de l'automòbil de dues fonts de subministrament limitades en quantitat.
- La consigna del control estacionari de la humidificació,  $\phi_{des}$ , s'ha pres com entrada del sistema.
- La fracció molecular d'oxigen, X<sub>o2</sub>, s'incorpora com a entrada al model per poder observar la influència d'aquesta en el comportament del sistema.
- El flux màssic d'entrada a l'ànode,  $W_{an,in}$ , serà una altra entrada al sistema. El seu valor vindrà determinat per la vàlvula existent a la sortida del tanc d'emmagatzematge del combustible. Encara que s'actuarà sobre la vàlvula, es considera que l'entrada del sistema és el flux màssic.
- La fracció màssica d'hidrogen,  $Y_{H_2}$ , indica la quantitat d'hidrogen present en el flux d'entrada en relació a la quantitat de vapor d'aigua.
- Es consideraran com a entrades del sistema les constants fluidodinàmiques de la sortida del càtode (K<sub>ca,out</sub>), de la sortida del supply manifold (K<sub>sm,out</sub>), de la sortida de l'ànode (K<sub>an,out</sub>) i la secció transversal de la sortida del return manifold (A<sub>t,rm</sub>).

La intensitat que circula per la pila,  $I_{st}$ , serà una pertorbació en el sistema, variant en funció de la càrrega.



- Sortides a controlar:
  - Diferència de pressions a la membrana (ΔP<sub>membr</sub>): per prolongar la vida útil de la membrana de la PC és necessari realitzar un control sobre la diferència de pressions que suporta, la diferència de pressions entre ànode i càtode.
  - Potencial de la PC  $(V_{st})$ .

Amb la idea de comprovar les prestacions del controlador a dissenyar, s'han escollit tres punts de funcionament alternatius que mantenen una relació determinada amb P1. D'aquesta manera es pretén estudiar la viabilitat de canviar de punt d'operació sense canviar l'estructura de control, ni el valor de les constants del controlador.

#### 7.2 Selecció dels punts nominals de funcionament

Els punts d'operació escollits són els següents:

• *Punt d'operació P1*: punt d'operació nominal del sistema, al qual correspon una  $P_{net}^{P1} = 35,027614 \, kW$ , una intensitat de  $I_{st}^{P1} = 180 \, A$  i una diferència de pressions entre càtode i ànode pròxima a zero,  $\Delta P_{membr} \approx 0$ . Les entrades requerides per a aquest punt d'operació són un flux màssic d'entrada a l'ànode de  $W_{an,in}^{P1} = 1,04884 \, g/s$  i un voltatge del motor del compressor de  $U_{cm}^{P1} = 163,2 V$ .

La tria d'aquest punt es deu a que es troba dins de la zona òhmica en la corba de polarització i la potència neta que s'obté és de les més elevades que es pot obtenir dins del rang de validesa del compressor.

Per realitzar una anàlisi de robustesa i comportament del sistema s'han escollit una sèrie de punts amb característiques comunes amb el punt d'operació nominal P1. Els punts P2 i P3 corresponen a punts amb el mateix voltatge de la pila però treballant a intensitats més baixes. El punt P4 té la mateixa potència neta que el punt P1, però amb una intensitat de funcionament més elevada, ja que no és possible obtenir la mateixa potència neta amb una intensitat inferior a la del punt P1. D'igual manera que al punt P1 s'ha establert que la diferència de pressions entre càtode i ànode sigui pròxima a zero ( $\Delta P_{membr} \approx 0$ ).

• *Punt d'operació P2*: punt amb el mateix valor de voltatge de sortida de la pila respecte al punt P1,  $V_{st}^{P2} = V_{st}^{P1} = 226,512 V$ . Imposant el mateix voltatge de sortida i amb



 $I_{st}^{P2} = 150 A$ , s'obté el següent valor de potència neta,  $P_{net}^{P2} = 30,86935 kW$  i les entrades requerides són  $W_{an,in}^{P2} = 0,84165 g/s$  i  $U_{cm}^{P2} = 129,5136 V$ .

- *Punt d'operació P3*: punt d'operació amb igual valor de voltatge de sortida que els dos anteriors,  $V_{st}^{P3} = V_{st}^{P1} = 226,512 V$  i amb  $I_{st}^{P3} = 120 A$ . La resta d'entrades del sistema del sistema que determinen el punt són  $P_{net}^{P3} = 25,869278 kW$ ,  $W_{an,in}^{P3} = 0,65413 g/s$  i  $U_{cm}^{P3} = 93,916 V$ .
- *Punt d'operació P4*: punt en el qual es conserva la mateixa potència neta que a P1,  $P_{net}^{P4} = P_{net}^{P1} = 35,027614 \, kW$ , i amb  $I_{st}^{P4} = 200 \, A$ . Els valors d'entrada requerits són  $W_{an,in}^{P4} = 1,12199 \, g/s$  i  $U_{cm}^{P4} = 139,518 \, V$ .

Les unitats del estats i les sortides han estat escollides per aconseguir que cada variable tingui una magnitud comparable. Les unitats són les següents: massa en grams, pressió en bars, velocitat angular del compressor en kRPM, flux màssic en g/s, potència en kW, voltatge en V i corrent en A.

#### 7.3 Linealització del model

Un sistema no lineal es pot representar per un vector de senyals d'entrada externes, u(t), un vector de senyals de sortida mesurades, y(t), i una planta P que descriu els estats i la dinàmica del sistema, com es mostra al diagrama de blocs de la figura 7.3.



Fig. 7.3 Sistema no lineal

L'expressió del sistema com a equacions en l'espai d'estats és:

$$\dot{x}(t) = f(x(t), u(t), t) y(t) = g(x(t), u(t), t)$$
(Eq. 7.2)

on x(t) representa els estats del sistema. En aquestes expressions les variables són variants amb el temps.



Les eines d'anàlisi de controlabilitat emprades en el treball fan necessària la reducció del sistema no lineal a un sistema lineal invariant en el temps. L'aproximació del sistema lineal només serà vàlida en una regió el suficientment pròxima al punt de linealització,  $x(t_0) = x_0$  i  $u(t_0) = u_0$ , escollit, essent  $t_0$  un instant de temps on el sistema ha assolit el règim permanent. Si els valors dels estats, x(t), i de les entrades, u(t), són el suficientment propers al punt de linealització, el sistema es comportarà com un sistema lineal.

En el procés de linealització del software Matlab es creen unes noves variables centrades en el punt d'operació:

$$\delta x(t) = x(t) - x_0$$
  

$$\delta u(t) = u(t) - u_0$$
  

$$\delta y(t) = y(t) - y_0$$
  
(Eq. 7.3)

on  $y_0 = y(t_0) = g(x_0, u_0, t_0)$ .

En el cas general  $x_0, u_0, y_0 \neq 0$ , per tant l'anàlisi del sistema lineal proporciona informació de les variacions de les variables, però no del seu valor real.

Les equacions que representen l'espai d'estats del sistema linealitzat són:

$$\delta \dot{x}(t) = A \,\delta x(t) + B \,\delta u(t)$$
  

$$\delta y(t) = C \,\delta x(t) + D \,\delta u(t)$$
(Eq. 7.4)

on A, B, C i D són matrius de coeficients constants. Les matrius es defineixen com la Jacobiana del sistema avaluada en el punt d'operació.

$$A = \frac{\partial f}{\partial x}\Big|_{x_0, u_0} \quad B = \frac{\partial f}{\partial u}\Big|_{x_0, u_0} \quad C = \frac{\partial g}{\partial x}\Big|_{x_0, u_0} \quad D = \frac{\partial g}{\partial u}\Big|_{x_0, u_0} \quad (Eq. 7.5)$$

D'ara endavant per designar les variables que corresponen a l'espai d'estats del sistema linealitzat es farà servir la següent nomenclatura:

$$\begin{aligned} x(t) &= \delta x(t) \\ u(t) &= \delta u(t) \rightarrow \\ y(t) &= \delta y(t) \end{aligned} \begin{cases} \dot{x}(t) &= A x(t) + B u(t) \\ y(t) &= C x(t) + D u(t) \end{cases} \tag{Eq. 7.6}$$



A través de l'eina Linear Analysis de Simulink de Matlab es pot obtenir el sistema linealitzat. Cal definir el punt d'operació entorn el qual es realitzarà la linealització del model, indicar quines variables són les entrades del sistema, u, i quines són les sortides, y. Una vegada l'eina Linear Analysis ha realitzat el càlcul del sistema linealitzat es poden obtenir les equacions que formen l'espai d'estats. Per altra banda, des de Linear Analysis es pot cridar l'eina LTI Viewer per analitzar el comportament del sistema lineal, el seu comportament freqüencial (diagrames de Bode, Nyquist), la situació dels seus pols i zeros, la resposta temporal a una entrada graó o impulsional unitàries, etc.

Cal notar que el model lineal resultant té vuit estats, mentre que el model no-lineal té nou estats. L'estat que s'ha eliminat és la massa de vapor d'aigua en el càtode,  $m_{v,ca}$ . Per les condicions nominals tractades en aquest estudi i amb els paràmetres utilitzats per calcular el flux d'aigua a la membrana, sempre existeix excés de flux d'aigua des de l'ànode cap al càtode, existint sempre vapor saturat en el gas del càtode. Per tant, com la temperatura és constant, la pressió de vapor és constant i igual a la pressió de saturació del vapor, fent que no sigui necessari considerar com un estat la massa de vapor d'aigua en el càtode. El model no-lineal no inclou els efectes de la condensació de líquid, també conegut com a "flooding", en la resposta del voltatge del sistema. Com a resultat, la massa d'aigua en el càtode és manté constant des del punt de vista de la linealització. Per altra banda, la pressió de vapor en l'ànode s'inclou en la linealització, perquè variacions en el corrent de la pila afecten la pressió parcial de vapor en l'ànode que sempre és menor que el seu valor de saturació. El canvi en la pressió de vapor afecta la pressió parcial d'hidrogen que a la vegada afecta el voltatge del sistema i fa la massa de vapor d'aigua,  $m_{v,an}$ , variable.

- Equacions de l'espai d'estats del punt P1:

$$\dot{x}_{P1}(t) = A_{P1}x_{P1}(t) + B_{P1}u_{P1}(t)$$
  
$$y_{P1}(t) = C_{P1}x_{P1}(t) + D_{P1}u_{P1}(t)$$

	(-18,2450875	0	0	0	0	0	22690299	0 )
	0	-0,29209046	0,02457993	0	0	0	0	0
	0	-0,27163864	-17,2489723	0	0	0	0	0
A _	0	0	0	-46,3342024	-37,5763008	157,992348	275,840142	0
$A_{P1} =$	0	0	0	-11,1025134	-12,7405146	25,8619972	83,4966942	0
	0	0	0	4,61131583	4,03490135	-50,8200038	0	0
	0,00444224	0	0	3,08139526	2,69622085	0	-40,462058	0,11403622
	0,05485967	0	0	38,0538119	33,2970854	0	-484,49373	0 )



367,5 -0,0039487 0,75 -0,3951077 1,04884 0 -0,0529595 0,25 -0,6535747 -1,04884 0 0 -57,3575945 11271754,4 -18789709  $B_{P1} =$ 0 57,4301671 3411955,28 - 3075714,79 5229951,6 -5692,80231 -1200798,84 -14829312,5  $C_{P1} = \begin{pmatrix} 0 & 9,77197056 & 31,8349928 & -0,57112254 & 18,2288649 & 0 & 0 \\ 0 & -2,9360891 & -0,32623212 & 0,10486033 & 0,09175278 & 0 & 0 \end{pmatrix}$  $u = \begin{bmatrix} I_{st} & W_{an,in} & K_{an,out} & Y_{H_2} & \phi_{des} & X_{O_2} & U_{cm} & K_{sm,out} & K_{ca,out} & A_{t,rm} \end{bmatrix}^T$  $y = \begin{bmatrix} V_{st} & \Delta P_{membr} \end{bmatrix}^T$ 

 $x = \begin{bmatrix} \omega_{cp} & m_{H_2,an} & m_{v,an} & m_{N_2,ca} & m_{O_2,ca} & P_{rm} & P_{sm} & m_{sm} \end{bmatrix}^T$ 

A partir de la matriu C s'observa que únicament les variables que condicionen les pressions parcials a l'interior de l'stack manifesten una influència directa en el valor de les sortides. L'única entrada que té una influència directa sobre la sortida és  $I_{st}$ , efecte que queda reflectit a la matriu D de l'espai d'estats.



## 8 Control de la pila de combustible

### 8.1 Introducció

En els darrers anys s'han desenvolupat molts algorismes de control avançat que han donat bons resultats en simulació, però el sector industrial es resisteix en utilitzar metodologies de control modern complexes ja que aquestes proporcionen controladors d'ordre elevat, díficils d'implementar i resintonitzar de manera "*online*" i, en ocasions, resulten fràgils. Actualment la majoria de sistemes automatitzats (mecànics, neumàtics, químics, etc.) empren controls PID degut a la seva simplicitat, a l'efecte clar del tres paràmetres ajustables (acció proporcional, acció integral i acció derivativa) i a la flexibilitat de la seva estructura per tal d'assegurar un bon comportament en moltes aplicacions.

Pel model de la PC, descrit en el capítol 6, s'ha decidit implementar una configuració de control descentralitzada, utilitzant controladors Proporcional Integral Derivatiu (PID). El control descentralitzat permet sintonitzar cada controlador per separat amb el mínim esforç de modelització, a vegades *"online"*, seleccionant només alguns paràmetres (per exemple, el guany i la constant d'integració del controlador PI). Una raó fonamental per aplicar control descentralitzat és per estalviar esforç de modelització, amb un model bastant genèric es pot decidir l'estructura de control. Aquest sistema de control, comparat amb d'altres, té una dependència més forta amb la realimentació que amb els models com a font d'informació.

El control descentralitzat acostuma a ser més senzill d'entendre pels operadors, els seus paràmetres de sintonització tenen un efecte directe i localitzat, també acostuma a ser menys sensible a la incertesa, per exemple, en els canals d'entrada. El fet de disposar d'una implementació simplificada i una potència computacional reduïda és una necessitat en moltes aplicacions.

La meta principal, a l'hora d'implementar aquest tipus de control, és trobar una configuració de control que permeti sintonitzar de forma independent els controladors a partir d'una informació mínima del model (el problema de la selecció de les estructures de control i de l'aparellament). En sistemes reals, el nombre de possibles parelles acostuma a ser molt elevat, però en la majoria de casos el coneixement físic i eines senzilles, com és la RGA, són de gran ajuda per reduir el nombre d'alternatives a una quantitat més manejable. Per poder sintonitzar els controladors per separat, es requereix que la interacció entre llaços de control sigui limitada. Una propietat desitjable és que el guany des de  $u_i$  fins  $y_i$  quan mantenim la resta



d'entrades constants, no canviï massa respecte quan es mantenen la resta de sortides constants. Per control descentralitzat la RGA és un eina molt útil per solucionar el problema d'aparellament.

Al ser la PEMFC un sistema fortament no lineal si s'escull un mètode de control lineal és necessari que aquest contempli els possibles errors del model, ja que aquest és un model lineal i simplificat, que només resulta vàlid al voltant del punt de funcionament nominal i que no contempla la dinàmica no lineal ni la dinàmica dels actuadors. Per tant, s'ha decidit incloure pertorbació en una entrada per representar canvis en la càrrega.

### 8.2 Formulació del problema de control

Els objectius principals en el control de la PC són:

- Protegir la membrana dels danys que pot ocasionar una diferència de pressions de treball entre l'ànode i el càtode massa elevada.
- (ii) Mantenir la tensió de sortida de la pila en un valor desitjat.

Els objectius (i) i (ii) són les metes a assolir en l'estat estacionari de funcionament, però és igual d'important durant les operacions de transició mantenir els seus valors dins d'uns límits adequats.

Els objectius de funcionament han estat escollits en base el següent raonament. Grans diferències de pressió entre l'ànode i el càtode són indesitjables. Si la diferència de pressions és molt gran, la vida útil de la membrana disminueix i també es perjudica la difusió entre càtode i ànode. Prenent la pila com a font d'alimentació de contínua per a un motor elèctric, es requereix un condicionament de la tensió proporcionada, el qual serà dut a terme per algun sistema electrònic. El tractament que s'haurà d'efectuar dependrà de si s'alimenta un motor de corrent altern o continu, però en qualsevol de les dues situacions per tal d'ajudar la tasca del sistema electrònic resulta més adequat proporcionar una tensió el més regular possible. Aquesta última afirmació dependrà fortament de les característiques del sistema electrònic però en principi pot ser una forma adequada de funcionament de la pila.

Durant el funcionament d'un automòbil són esperats diversos nivells de càrrega i canvis espontanis d'aquesta càrrega (reflexats en el model com a variacions d'intensitat). Per considerar els diferents nivells de càrrega s'han seleccionat punts d'operació amb diferents


nivells d'intensitat (P1 180A, P2 150A, P3 120A) però amb el mateix voltatge de sortida. Intentar dissenyar un control que ens permeti variar el punt de funcionament del sistema pot no resultar adequat en l'estudi plantejat ja que es treballa amb un model linealitzat, que únicament resulta vàlid al voltant del punt de linealització i no modela les dinàmiques associades a un canvi de punt d'operació. Malgrat aquest fet, s'ha estudiat si una mateixa estructura de control seria vàlida pel control en els diversos punts d'operació, permetent amb una resintonització dels paràmetres del controlador canviar de condicions de funcionament.

Per tant els dos objectius de control són regular *Vst* i  $\Delta P$  als valors desitjats en cadascun del quatre punts de funcionament tractats. Cal notar que els objectius de control es poden assolir a la vegada en estat estacionari, però els seus transitoris tenen un comportament independent, i per tant, no es poden assolir simultàniament amb un únic controlador.

En aquest estudi de control, les dinàmiques dels actuadors han estat ignorades. El corrent de la pila,  $I_{st}$ , es considera com una entrada externa, o sigui una pertorbació. El problema de control es formula utilitzant la configuració general de control que es veu en la figura 8.1. Existeixen nou possibles entrades de control, u, les quals són: el flux d'entrada a l'ànode,  $W_{an,in}$ , el voltatge del motor del compressor,  $U_{cm}$ , la fracció molar d'oxigen de l'aire d'entrada al càtode,  $X_{O_2}$ , la fracció màssica d'hidrogen d'entrada a l'ànode,  $Y_{H_2}$ , la humitat de l'aire d'entrada al càtode,  $\phi_{des}$ , la secció del col·lector de sortida del càtode,  $A_{t,rm}$ , i les constants fluidodinàmiques de la sortida de l'ànode, la sortida del col·lector d'entrada del càtode,  $K_{an,out}$ ,  $K_{sm,out}$ , i  $K_{ca,out}$ , respectivament.



Fig. 8.1 Problema de control



En les sortides controlades, y, s'inclouen la diferència de pressions en la membrana,  $\Delta P_{membr}$ , i la tensió de la PC,  $V_{st}$ .

Es poden considerar diverses variables mesurables, però ens limitem a considerar només les variables mesurades que es volen controlar en aquest sistema. Els valors mesurats correspondrien a  $\Delta P_{membr}$  i  $V_{st}$ , els quals serien obtinguts mitjançant sensors reals, que incorporarien a la mesura els corresponents retards i sorolls. S'ha realitzat el disseny de control basant-se en la mesura perfecta de les sortides, i per tant no s'ha incorporat en el disseny l'efecte de les mesures reals.

L'objectiu de control és evitar o atenuar la resposta de *y* deguda a la pertorbació *w* mitjançant el control de l'entrada *u*, basant-se en la mesura de *y*.

En la forma d'espai d'estats, es pot representar el model linealitzat com:

$$\dot{x} = Ax + B_u u + B_w w$$
$$y = Cx + D_{yu} u + D_{yw} w$$

on l'estat, x, entrada, u, pertorbació, w, i sortides controlades, y, són

$$\begin{aligned} x &= \begin{bmatrix} \omega_{cp} & m_{H_2,an} & m_{v,an} & m_{N_2,ca} & m_{O_2,ca} & P_{rm} & P_{sm} & m_{sm} \end{bmatrix}^T \qquad w = I_{st} \\ u &= \begin{bmatrix} W_{an,in} & K_{an,out} & Y_{H_2} & \phi_{des} & X_{O_2} & U_{cm} & K_{sm,out} & K_{ca,out} \end{bmatrix}^T \qquad y = \begin{bmatrix} V_{st} & \Delta P \end{bmatrix}^T \end{aligned}$$

## 8.3 Model de control

Un dels mètodes més comuns utilitzat per controlar un sistema MIMO és usar un controlador diagonal, el qual també s'anomena control descentralitzat. El control descentralitzat funciona adequadament si la planta és aproximadament diagonal la qual cosa significa que es pot tractar com una col·lecció de subplantes SISO individuals, les quals no interaccionen entre elles. En aquest cas, el controlador per cada subplanta es pot dissenyar independentment. Si algun element fora de la diagonal és important el funcionament d'aquest control pot resultar inadequat.

El disseny de sistemes de control descentralitzat involucra els següents passos:

(i) Tria de les variables de control.



- (ii) Aparellament.
- (iii) Sintonització de cada controlador,  $K_i(s)$ .

En el primer pas, (i), es seleccionaran aquelles entrades que rebran l'acció del controlador (variables de control), per posteriorment en el segon pas, (ii), escollir quina variable de control s'encarregarà de cada una de les sortides (problema d'aparellament). Aquests dos passos es duen a terme en l'apartat 8.4.

En la figura 8.2 es veu el controlador descentralitzat estudiat per la planta quadrada, G(s), obtinguda per linealització en els punts de funcionament.



Fig. 8.2 Esquema control descentralitzat

Pel que fa a la sintonització dels controladors PID s'ha implementat un programa per poder representar els diferents valors de temps d'establiment i sobrepuig, i a partir de les especificacions de control fer la tria de les constants més adients. Tot aquest desenvolupament es troba en detall a l'apartat 8.5.2.

# 8.4 Disseny de l'estructura de control

En general si es realitza un canvi en una entrada de la planta, aquest afectarà a totes les sortides, per tant existeix interacció entre les entrades i les sortides. Tres mesures que són utilitzades per quantificar el grau de direccionalitat i el nivell d'interacció en sistemes MIMO, són el Conditional Number (CN), el Morari Resilience Index (MRI) i la Relative Gain Array (RGA). Una de les diferències entre un sistema SISO i un sistema MIMO és la presència de direccions en el darrer. El CN i el MRI es basen en la descomposició en valors singulars (SVD), que proporciona una manera útil de quantificar la direccionalitat multivariable, concretament el màxim i el mínim valor singulars són de gran rellevància.



En aquest apartat s'estableixen quines són les variables de control més adequades per aconseguir implementar un control descentralitzat. Com s'ha explicat en l'apartat 8.2, cal controlar dues sortides, i per tal de poder controlar les sortides independentment, es necessiten com a mínim tantes entrades u com sortides y. També es necessita que el rang de G(s) sigui igual al nombre de sortides, d'aquesta manera la planta serà funcionalment controlable. Per altra banda, s'escollirà quina de les dues variables de control formarà part del llaç de control de les sortides.

Per una anàlisi detallada de la controlabilitat entrada-sortida, s'han de considerar els valors singulars, RGA, MRI i CN com a funcions de la freqüència. En particular, són d'especial rellevància les freqüències properes a la freqüència de tall.

#### 8.4.1 Escalat de les variables

Per poder analitzar el model a partir d'alguns indicadors, com són el CN o el MRI es requereix un escalat de les entrades u, sortides y, pertorbacions w i referències r, ja que el valor d'aquests índexs depèn fortament de les magnituds de les variables anteriors. En l'etapa de modelat de la planta (annex B), ja s'ha realitzat un escalat previ, al escollir les unitats de les variables d'estat del sistema de forma que tinguessin ordres de magnitud similars. A continuació es procedeix a escalar les entrades i sortides del sistema per obtenir l'espai d'estat escalat.

El model linealitzat sense escalar resulta:

$$\dot{x} = Ax + B\hat{u}$$
$$\dot{y} = Cx + D\hat{u}$$

on el barret s'utilitza per indicar que les variables tenen les seves unitats sense escalar.

Una opció alhora d'escalar és dividir les variables pel seu màxim canvi esperat o permès. En sistemes MIMO cada variable en els vectors  $\hat{u}$  i  $\hat{y}$  pot tenir valors màxims diferents, i per tant, es treballa amb matrius d'escalat diagonals,  $D_U$  i  $D_Y$ , que incorporen el factor d'escalat propi de cada variable. Els vectors escalats resulten:

$$u = \frac{\hat{u}}{D_U} \qquad y = \frac{\hat{y}}{D_Y}$$



Substituint aquestes variables s'obté l'espai d'estats escalats i les corresponents matrius escalades:

$$\dot{x} = A \cdot x + B \cdot D_U \cdot u$$
  

$$y = D_Y^{-1} \cdot C \cdot x + D_Y^{-1} \cdot D \cdot D_U \cdot u \Longrightarrow \dot{x} = A \cdot x + B_{ESC} \cdot u$$
  

$$y = C_{ESC} \cdot x + D_{ESC} \cdot u$$
  

$$denset{eq: begin{subarray}{c} B_{ESC} = B \cdot D_U \\ On & C_{ESC} = D_Y^{-1} \cdot C \\ D_{ESC} = D_Y^{-1} \cdot D \cdot D_U \\ D \cdot D_U = D_U \cdot D_U \cdot D_U$$

La funció implementada en Matlab, *ModelEsc*, per escalar el model en espai d'estats es troba a l'annex D apartat D.1:

*function* [Model\_esc] = ModelEscalat (Model\_sys, D<sub>U</sub>, D<sub>Y</sub>)

on les matrius d'escalat,  $D_U$  i  $D_Y$ , dels vectors d'entrada i sortida són:

$$D_{U} = \begin{bmatrix} W_{an,in} \cdot \Delta_{U1} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & K_{an,out} \cdot \Delta_{U2} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & Y_{H_{2}} \cdot \Delta_{U3} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \phi_{des} \cdot \Delta_{U4} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & X_{O_{2}} \cdot \Delta_{U5} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & U_{cm} \cdot \Delta_{U6} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & K_{sm,out} \cdot \Delta_{U7} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & K_{ca,out} \cdot \Delta_{U8} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & A_{t,rm} \cdot \Delta_{U9} \end{bmatrix}$$

$$D_{Y} = \begin{bmatrix} V_{st} \cdot \Delta_{Y1} & 0 \\ 0 & \Delta_{Y2} \end{bmatrix}$$

Per simplicitat, s'ha decidit una màxima variació de les entrades d'un 10% sobre el seu valor nominal en cadascun dels punts de funcionament del sistema, per tant:

$$\Delta_{U1} = \Delta_{U2} = \Delta_{U3} = \Delta_{U4} = \Delta_{U5} = \Delta_{U6} = \Delta_{U7} = \Delta_{U8} = \Delta_{U9} = 0,1$$

La variació màxima desitjada pel voltatge de sortida, s'ha considerat del 10%, encara que el valor dependrà del sistema de regulació electrònic que existirà en el sistema global. Pel que fa a la diferència de pressió, encara que la bibliografia consultada presenta diverses opinions, es permetrà una diferència, entre ànode i càtode, de 0,1 bar, per aconseguir prolongar la vida útil de la membrana i evitar la degradació d'aquesta.

$$\Delta_{Y1} = 0,1, \ \Delta_{Y2} = 0,1 \ bar$$



### 8.4.2 Còmput de la matriu RGA

Les interaccions entre les diferents entrades i sortides del model s'han de considerar en el moment de realitzar l'aparellament d'entrada i sortida. Un mètode utilitzat per mesurar les interaccions i assessorar en la tria de parelles és la matriu de guanys relatius, RGA (Relative Gain Array) [8]. La matriu RGA permet escollir les millors estructures de control i la selecció de l'aparellament entrada-sortida. La RGA és una matriu complexa no singular definida com

$$RGA(G) = \Lambda(G) = Gx(G^{-1})^{n}$$

on *x* denota la multiplicació element per element. Cada element de la matriu RGA indica la interacció existent entre la corresponent parella entrada-sortida. Es preferible una parella que proporcioni una matriu RGA aproximadament la identitat. Unes regles útils d'aparellament es poden definir com:

*Regla 1.-* Per evitar la inestabilitat causada per interaccions a baixes freqüències cal evitar aparellaments que donin elements negatius de la RGA en estat estacionari. *Regla 2.-* Per evitar la inestabilitat causada per interaccions en la freqüència de tall és preferible parelles per les quals la RGA en aquesta freqüència és propera a la matriu identitat. (*pag 438 i 443*)

El codi implementat per realitzar el càlcul a través de Matlab és a l'annex D apartat D.2:

script CalculRGA

### 8.4.3 Càlcul dels valors singulars

En sistemes MIMO, la descomposició en valors singulars, SVD (Singular Value Descomposition) [8], proporciona una manera útil de quantificar la direccionalitat multivariable. Els valors singulars, i les seves direccions associades, proporcionen informació sobre el guany en les diferents direccions d'entrada i sortida, a més, resulten molt útils en l'estudi de robustesa i comportament en el domini freqüencial. El guany més gran per qualsevol direcció d'entrada és igual al màxim valor singular,  $\overline{\sigma}(G)$ , i les seves direccions associades es calculen com  $G\overline{v} = \overline{\sigma u}$ . El vector  $\overline{v}$  correspon a la direcció d'entrada amb amplificació més elevada, i  $\overline{u}$  és la direcció de sortida corresponent en la que les entrades són més influents.



El guany menor per qualsevol direcció de sortida és igual al mínim valor singular,  $\underline{\sigma}(G)$ . Les direccions associades al mínim valors singular es calculen de la forma  $G\underline{v} = \underline{\sigma}\underline{u}$ , sent aquestes direccions,  $\underline{v}$  i  $\underline{u}$ , les menys influents.

Per tant, per qualsevol vector d'entrada el seu guany es troba acotat entre aquests valors.

$$\underline{\sigma}(G) \leq \frac{\|Gd\|_2}{\|d\|_2} \leq \overline{\sigma}(G)$$

### MRI

El mínim valor singular de la planta,  $\underline{\sigma}(G(j\omega))$ , i el seu ús són discutits per Morari (1983) i Yu and Luyben (1986), que l'anomenen Morari Resilience Index. El mínim valor singular,  $\underline{\sigma}(G(j\omega))$ , és una mesura molt útil de controlabilitat. Estant les entrades i les sortides escalades, com s'explica en l'apartat 8.4.1, amb una entrada manipulada unitària, es pot tenir un guany tant petit com  $\underline{\sigma}(G)$ .

Les regles d'aparellament que es poden deduir d'aquest índex resulten:

**Regla 3.-** És preferible un MRI el més gran possible a freqüències on el control és necessari.

#### **CN: Número de condicionament**

El numero de condicionament, CN (Conditional Number) d'una matriu es defineix com el quocient entre el màxim i el mínim valors singulars [8],

$$\gamma(G) = \frac{\overline{\sigma}(G)}{\underline{\sigma}(G)}$$

El CN es utilitzat com a mesura de la controlabilitat d'entrada-sortida, i en particular està postulat que un CN gran indica sensibilitat a la incertesa. Això no és cert en general, però el contrari és manté; si el CN és petit, llavors els efectes multivariable de la incertesa no són seriosos.

*Regla 4.-* Per evitar problemes de control i evitar sensibilitat a la incertesa és preferible parelles amb CN no massa elevat (inferior a 10).



Pel càlcul de CN i MRI s'utilitza el programa creat en Matlab *CalculCN\_MRI* que es troba a l'annex D apartat D.3:

### script CalculCN\_MRI

### 8.4.4 Resultats índexs controlabilitat

Per facilitar la comprensió de les gràfiques posteriors, s'ha substituït el nom de les 9 possibles entrades de control per números. La correspondència és tal com segueix:

1 -  $W_{an.in}$ , flux màssic d'entrada a l'ànode

2 -  $K_{an,out}$ , constant fluidinàmica de la sortida de l'ànode

3 -  $Y_{H_2}$ , fracció màssica de contingut d'hidrogen en el flux d'entrada a l'ànode

4 -  $\phi_{des}$ , humitat desitjada en el flux d'aire d'entrada al càtode

5 -  $X_{O_2}$ , fracció molecular d'oxigen al flux d'aire sec d'entrada al càtode

6 -  $U_{cm}$ , voltatge al motor del compressor

7 -  $K_{sm,out}$ , constant fluidinàmica de la sortida del col·lector d'entrada

8 -  $K_{ca,out}$ , constant fluidinàmica de la sortida del càtode

9 -  $A_{t,m}$ , secció transversal de la sortida del col·lector de sortida

L'aparellament de números (x-y) indica que es faran servir x i y per controlar el sistema. L'únic cas en que l'ordre de l'aparellament influeix en el resultat és amb el càlcul de la RGA. En les gràfiques d'aquest indicador, la parella x-y equival a dir que l'entrada x s'encarregarà de ser la variable de control per la primera sortida, en el cas de l'estudi el voltatge de sortida de la PC,  $V_{st}$ , i l'entrada y serà l'encarregada de controlar la segona sortida, en aquest cas la diferència de pressions suportada per la membrana, entre càtode i ànode. Tant pel càlcul del CN com pel del MRI l'aparellament no té influència sobre els índexs. A les gràfiques, una parella x-y en aquest ordre no implica que la variable x controli la primera sortida.





Fig. 8.3 CN i MRI pel punt d'operació P1







Fig. 8.5 CN i MRI del punt d'operació P2





Fig. 8.6 RGA del punt d'operació P2



Fig. 8.7 CN i MRI del punt d'operació P3



Fig. 8.8 RGA del punt d'operació P3





Fig. 8.9 CN i MRI del punt d'operació P4



Fig. 8.10 RGA del punt d'operació P4

## 8.4.5 Decisió d'estructures de control

Dels resultats que es poden observar en les figures anteriors, es poden extreure les següents conclusions:

- Els índexs de controlabilitat pels punts d'operació P1, P2 i P3 tenen uns valors molt similars, això pot ser indicador de la possibilitat de canviar de punt d'operació, entre aquests, sense la necessitat de canviar d'estructura de control. Posteriorment cal comprovar si el canvi de punt de funcionament requereix una sintonització individual per cadascun.
- Les estructures de control  $(W_{an,in}, y)$  i  $(Y_{H_2}, y)$ , on y és qualsevol altra entrada, tenen gairebé els mateixos indicadors en tot el rang de freqüències. L'acció de control variant el flux d'entrada a l'ànode, que implica una variació del flux d'hidrogen, es pot aconseguir variant la composició d'aquest flux. En ambdós casos s'aconsegueix que la



quantitat d'hidrogen injectada a l'ànode sigui variable, i això queda reflectit en els resultats dels indicadors.

- Els millors resultats en els indicadors corresponen a aquelles estructures de control que inclouen la fracció molecular d'oxigen,  $X_{o_2}$ , com a variable de control. Aquest resultat matemàtic no té en compte les dificultats que pot suposar l'haver de variar la composició en el flux d'entrada al càtode. En qualsevol cas, és interessant comprovar que  $X_{o_2}$  és sempre una de les millors candidates a ser variable de control.
- Comparant els resultats dels indicadors pels punts d'operació P1, P2 i P3 amb P4 es pot concloure com per P4 els valors poden ser el doble de satisfactoris. Els valors pel CN poden ser la meitat, quan més proper a 1 millor, i pel MRI el doble del valor, quan més elevat millor.

Tenint en compte totes les consideracions sobre els resultats d'aquests indicadors, matrius RGA properes a la identitat, valor de CN el més gran possible i MRI el més petit possible, les estructures que s'han escollit per estudiar el comportament d'un controlador convenientment sintonitzat, capítol 9, són:

 $- U_{cm}, W_{an,in} - K_{sm,out}, K_{an,out}$  $- U_{cm}, K_{an,out} - X_{O_2}, W_{an,in}$ 

# 8.5 Sintonització del controlador descentralitzat

Prèviament a la sintonització dels controladors s'ha estudiat el tipus de controlador PID necessari. Realitzant proves sobre el model no-lineal s'ha comprovat que la introducció de la part derivativa en els controladors no afegeix cap avantatge ostensible sobre el comportament del controlador. Per aquesta raó el controlador implementat serà un PI, només apareixeran la part proporcional (P) i la part integral (I). Per altra banda, la introducció de la part derivativa en el controlador implica uns temps de simulació molt més elevats.

El disseny del controlador haurà de garantir en primer lloc l'estabilitat del sistema. S'analitzaran els efectes de les diferents constants del controlador sobre el sistema en base a dos paràmetres d'estudi: el sobrepuig màxim ("overshoot") i el temps d'establiment ("settling time"). Establerts els valors acceptats per aquests dos paràmetres es procedirà a la selecció de les constants  $K_p$  i  $K_i$ .



Els resultats intermitjos només seran presentats pel punt de funcionament P1, per la resta de punts només es presentaran els resultats finals. En qualsevol cas, la metodologia serà exactament la mateixa per tots els punts de funcionament del sistema establerts a l'apartat 7.2.

## 8.5.1 Selecció de les constants del controlador PI

Per la selecció de les constants del controlador s'ha desenvolupat el següent programa que permet estudiar de forma gràfica el comportament dels paràmetres sobrepuig màxim i temps d'establiment amb la variació de les constants  $K_p$  i  $K_i$ .

Per la decisió dels valors de les constants dels controladors s'ha creat el següent programa per Matlab (veure annex D apartat D.4):

### Script CalculConstantsControlador

El codi del programa anterior s'aplicarà per cada llaç de control que es vulgui aplicar al sistema, representant per cada cas el valor del sobrepuig màxim i el temps d'establiment.

Els criteris per la selecció de les constants del controlador seran un valor de sobrepuig màxim i un temps d'establiment determinats. En el cas que el llaç de control s'encarregui de mantenir la tensió de sortida de la PC,  $V_{st}$ , s'ha estipulat un temps d'establiment màxim de 5 segons i un sobrepuig màxim corresponent que no superi en un 10% el valor estacionari de la sortida. L'acció de control sobre la diferència de pressions entre càtode i ànode serà més restrictiva, es marca un temps d'establiment màxim de 3 segons i el seu respectiu sobrepuig màxim no superior al 10% del valor final de la sortida.

La decisió del rang de valors de es basa sobre l'anàlisi del resultats obtinguts per les simulacions. En primera instància es realitza un escombrat ampli de valors per delimitar la zona on es compleixen les especificacions abans descrites. Posteriorment, sobre la zona d'interès, es realitza un estudi més acurat, centrant els rang de valors de les constants dels controladors a aquella regió.

Cal recordar que el sistema linealitzat, sobre el qual s'ha realitzat l'estudi de les possibles estructures de control i del qual s'obtenen les posteriors gràfiques, dóna com a valors els increments respecte al valor del sistema no-lineal.



# Punt d'operació P1

Fent servir l'anterior programa s'analitza gràficament el valor del sobrepuig màxim i del temps d'establiment pel punt d'operació P1. L'entrada per provocar una variació al sistema ha estat un graó en la intensitat, pertorbació del sistema, amb una variació de +5A.

Les figures representen, per ordre, el valor del sobrepuig màxim, el temps d'establiment i un tall on només es representen els valors de  $K_p$  i  $K_i$  que compleixen la condició de disseny pel temps d'establiment. Gràcies a l'última gràfica de cada grup es decideixen els valors de les constants que donen un temps d'establiment igual o inferior a l'especificat, tot comprovant si també satisfan la condició de sobrepuig màxim. Una vegada escollits els valors de les constants es comprova sobre el model no-lineal la validesa del control, com és el compliment de les especificacions de control. En cas negatiu, es repeteix el mateix procés de selecció per la tria de les noves constants.

- Voltatge del compressor,  $U_{cm}$ , en el llaç de control de voltatge de la PC,  $V_{st}$ :



Fig. 8.11 Sobrepuig màxim





Fig. 8.12 Temps d'establiment



Fig. 8.13 Tall per temps d'establiment inferiors a 5 segons

- Flux màssic d'entrada a l'ànode,  $W_{an,in}$ , en el llaç de control de la diferència de pressions entre càtode i ànode:





Fig. 8.14 Sobrepuig màxim



Fig. 8.15 Temps d'establiment





Fig. 8.16 Tall per temps d'establiment inferiors a 3 segons

- Constant fluidinàmica de sortida l'ànode,  $K_{an,out}$ , en el llaç de control de la diferència de pressions entre càtode i ànode:



Fig. 8.17 Sobrepuig màxim





Fig. 8.18 Temps d'establiment



Fig. 8.19 Tall per temps d'establiment inferiors a 3 segons

- Constant fluidinàmica de sortida del col·lector d'entrada al càtode,  $K_{sm,out}$ , en el llaç de control de voltatge de la PC,  $V_{st}$ :





Fig. 8.20 Sobrepuig màxim



Fig. 8.21 Temps d'establiment





Fig. 8.22 Tall per temps d'establiment inferiors a 5 segons

- Fracció molar d'oxigen d'entrada al càtode,  $X_{O_2}$ , en el llaç de control de voltatge de la PC,  $V_{st}$ :



Fig. 8.23 Sobrepuig màxim





Fig. 8.24 Temps d'establiment



Fig. 8.25 Tall per temps d'establiment inferiors a 5 segons

Una vegada definides les característiques desitjades (valors de sobrepuig màxim i temps d'establiment abans definits) per la selecció de les constants del controlador s'han escollit els següents valors per  $K_p$  i  $K_i$  per cada llaç de control, d'entre la sèrie de possibles valors per les constants per cada cas. El mateix procés s'ha repetit pels punts d'operació P2, P3 i P4.



	P1	P2	P3	P4
$U_{cm}$	$K_p = 0,1$ $K_i = 2,2$	$K_p = 0,1$ $K_i = 2,8$	$K_p = 0,1$ $K_i = 3,7$	$K_p = 0,1$ $K_i = 1,3$
W <sub>an,in</sub>	$K_p = -8,2$ $K_i = -10$	$K_p = -8,2$ $K_i = -10$	$K_p = -8,1$ $K_i = -10$	$K_p = -8,4$ $K_i = -10$
K <sub>an,out</sub>	$K_p = 7,8$ $K_i = 10$	$K_p = 8,2$ $K_i = 10$	$K_p = 8,9$ $K_i = 9,6$	$K_p = 8,1$ $K_i = 10$
K <sub>sm,out</sub>	$K_p = 0,01$ $K_i = 200$	$K_p = 0.05$ $K_i = 90$	$K_p = 0,07$ $K_i = 300$	$K_p = 0.8$ $K_i = 2000$
X <sub>02</sub>	$K_p = 9.10^{-4}$ $K_i = 0.01$	$K_p = 5.10^{-4}$ $K_i = 0.01$	$K_p = 1.10^{-3}$ $K_i = 0.02$	$K_p = 5.10^{-5}$ $K_i = 0,005$

\_\_\_\_\_

Taula 8.1 Selecció de les constants dels controladors



# 9 Anàlisi del sistema de control

L'estudi es realitza per quatre punts de treball, P1, P2, P3 i P4, però només es presentaran els resultats pel punt de treball P1. Posteriorment es presentaran les conclusions per tots els punts de treball, havent seguit una metodologia d'estudi igual a la del P1.

La selecció de les constants del controlador s'ha realitzat sobre un model linealitzat, per tant es planteja la necessitat de comprovar la validesa dels resultats que ha donat l'estudi de control el sistema linealitzat sobre el model original, sistema no-lineal. Els criteris de selecció de les constants  $K_p$  i  $K_i$ , iguals per totes les estructures de control, permeten realitzar una comparació entre aquestes.

# 9.1 Comprovació

L'estudi sobre un model linealitzat ha permès l'anàlisi de les millors estructures de control possibles a través dels indicadors CN, MRI i RGA, com s'ha mostrat al capítol 8. Les estructures de control seleccionades permeten la suposició que els dos llaços de control a implementar estan el màxim desacoblats, és a dir, existeix la mínima interacció entre els llaços de control.

A les següents gràfiques es podrà observar la comparació de l'efecte del controlador sobre el sistema lineal, sobre el qual s'han escollit els valors del controlador, sobre el sistema original no-lineal només tancant un llaç de control i sobre el mateix sistema no-lineal tancant els dos llaços de control, per verificar la validesa de la suposició de desacoblament.

A les figures 9.1 i 9.2 trobem la comparació abans descrita per l'estructura de control que manipula la tensió del compressor,  $U_{cm}$ , i el flux màssic d'entrada a l'ànode,  $W_{an,in}$ , per controlar la tensió subministrada per la PC,  $V_{st}$ , i la diferència de pressions entre càtode i ànode, respectivament. Sobre la figura 9.1 es farà l'estudi que correspon al llaç per controlar la tensió subministrada per la PC i sobre la figura 9.2 s'analitzarà el segon llaç de control.

Com podem observar a la figura 9.1 la tensió subministrada per la PC,  $V_{st}$ , és pràcticament igual pel sistema lineal i pel no-lineal, el que verifica la qualitat de l'anàlisi sobre el sistema linealitzat. Si es compara l'acció del controlador sobre la senyal de sortida tancant només un llaç de control o tots dos podem extreure que la suposició de llaços de control desacoblats és assumible.





Fig. 9.1 Comparativa de  $V_{st}$  del sistema linealitzat, no-lineal tancant un llaç de control i tancant dos llaços de control per l'estructura de control  $U_{cm} - W_{an,in}$ 

A la figura 9.2 observem que el sistema lineal i el sistema no-lineal tenen el mateix comportament. En la comparació del sistema no-lineal tancant un llaç de control o el dos veiem una diferència evident. La influència d'un llaç de control sobre l'altre és més important que la que es pot observar en la figura 9.1. Tot i la diferència en el comportament al tancar els dos llaços de control, aquesta pot ser assumida i acceptar la suposició de control desacoblat entre els dos llaços de control.





Fig. 9.2 Comparativa de la diferència de pressions del sistema linealitzat, no-lineal tancant un llaç de control i tancant dos llaços de control per l'estructura de control  $U_{cm} - W_{an,in}$ 

A les figures 9.3 i 9.4 es realitzarà la mateixa comprovació anterior per l'estructura de control tensió del compressor,  $U_{cm}$ , i constant fluidinàmica de sortida l'ànode,  $K_{an,out}$ , per controlar la tensió subministrada per la PC,  $V_{st}$ , i la diferència de pressions entre càtode i ànode, respectivament. Aquesta segona estructura de control presenta uns resultats de RGA lleugerament inferiors als de la primera estructura. Podem veure que les respostes del sistema lineal i no-lineal, tancant només un llaç de control, són pràcticament idèntiques. Si tanquem el segon llaç de control observem que existeix una interacció entre l'acció dels dos llaços, però considerem acceptable la suposició de llaços desacoblats. Aquesta interacció entre llaços és sensiblement més acusada, com ja indicava la RGA en les dues estructures de control.





Fig. 9.3 Comparativa de  $V_{st}$  del sistema linealitzat, no-lineal tancant un llaç de control i tancant dos llaços de control per l'estructura de control  $U_{cm} - K_{an,out}$ 



Fig. 9.4 Comparativa de la diferència de pressions del sistema linealitzat, no-lineal tancant un llaç de control i tancant dos llaços de control per l'estructura de control  $U_{cm} - K_{an,out}$ 

El mateix estudi s'ha realitzat per totes les estructures de control corroborant la petita interacció entre llaços de control i permetent continuar l'estudi de control considerant-los independents.



### 9.2 Comparativa estructures de control de P1

Una vegada comprovat el desacoblament dels llaços de control i prèviament a la realització d'un anàlisi detallat de cada estructura de control, es durà a terme una comparació de les diverses estructures escollides al capítol 7. S'analitzaran les diferències que s'introdueixen en el comportament del sistema segons els llaços de control emprats introduint una pertorbació sobre el sistema. La pertorbació es genera variant la intensitat de la PC,  $I_{st}$ . L'estudi sobre el sistema una vegada linealitzat partia de la introducció d'una variació de +5A sobre  $I_{st}$ , així totes les constants dels controladors han estat escollides per satisfer les condicions de sobrepuig màxim i temps d'establiment per aquest valor de pertorbació. En el cas de l'estudi sobre el model original, model no-lineal, s'ha introduït una sèrie de graons per observar el comportament sobre diferents valors de pertorbació. Aquesta senyal de pertorbació es pot observar a la figura 9.5. La pertorbació no pot superar el valor de 185 A, ja que per valors superiors s'arriba a una limitació en el model que impossibilita la seva simulació. Tampoc en un sistema real s'opera a valors de corrent massa elevats per evitar la degradació de la membrana.



Fig. 9.5 Pertorbació de la intensitat,  $I_{st}$ , introduïda al sistema

Realitzant una comparació directa entre les diferents estructures de control a través de les sortides controlades del sistema, figures 9.6 i 9.7, es poden apreciar més clarament les



diferències entre cadascuna. Tant  $U_{cm} - W_{an,in}$  com  $U_{cm} - K_{an,out}$  ofereixen un control sobre les sortides sense oscil·lacions i el suficientment ràpid. L'estructura de control  $K_{sm,out} - K_{an,out}$ provoca una lleugera oscil·lació en la senyal de sortida, més evident en les senyals de pertorbació de més intensitat. Per altra banda,  $X_{O_2} - W_{an,in}$  aconsegueix una velocitat de resposta més ràpida però introdueix en el sistema oscil·lacions en les seves variables, veure el detall de la figura 9.6. Aquestes oscil·lacions poden comportar problemes al sistema, ja que una ràpida variació en les pressions internes poden malmetre la membrana que separa càtode i ànode.

Igualment a la figura 9.7 es pot observar com l'estructura de control Ksmout-Kanout davant de certs valors en la pertorbació provoca que la diferència de pressions entre càtode i ànode sigui superior a 0,1 bar, límit que s'ha imposat per evitar problemes a la membrana, com anteriorment ja s'ha exposat.



Fig. 9.6 Evolució de V<sub>st</sub> per les quatre estructures de control





Fig. 9.7 Evolució diferència de pressions en les quatre estructures de control

Aquelles estructures de control que tenen una influència directa sobra la potència subministrada per la PC aconsegueixen mantenir un valor més constant d'aquesta. Aquestes estructures són  $U_{cm} - W_{an,in}$  i  $U_{cm} - K_{an,out}$ , ja que sent  $U_{cm}$  una de les variables de control influeix en la potència que consumeix el compressor, fent que sigui més variable que en les altres estructures. Es pot apreciar a la següent figura, figura 9.8.





Fig. 9.8 Comparativa potència neta de les quatres estructures de control

La fracció d'oxigen entrant per oxigen consumit al càtode,  $\lambda_{o_2}$ , és un paràmetre de gran interès ja que variacions sobtades en aquest poden provocar la degradació d'elements de la PC, com pot ser la membrana. Una variació sobtada comporta una variació en la pressió del càtode massa brusca i la possibilitat de malmetre la membrana, existeix la possibilitat que es produeixi el fenomen d'insuficiència d'oxigen (oxygen starvation).

La estructura  $X_{o_2} - W_{an,in}$ , figura 9.9, provoca un comportament més oscil·latori de la variable  $\lambda_{o_2}$  en el transitori, i com s'ha comentat, és un comportament preferiblement a evitar.

Les altres estructures,  $U_{cm} - W_{an,in}$ ,  $U_{cm} - K_{an,out}$  i  $K_{sm,out} - K_{an,out}$ , no provoquen una oscil·lació en la variable  $\lambda_{o_2}$ . En aquelles estructures que  $U_{cm}$  és una variable de control, la seva dinàmica més lenta en el sistema, provoca una resposta més suau però a la vegada més lenta.

Es pot comprovar com per certs graus de pertorbació el valor de  $\lambda_{o_2}$  i  $\lambda_{H_2}$  és inferior a 1. Això implica que la quantitat introduïda del corresponent fluid no iguala la quantitat que es



consumeix a la reacció. La construcció del model possibilita aquesta situació, ja que queden emmagatzemats oxigen i hidrogen, excedents de les reaccions, sempre i quan aquesta no es prolongui en el temps. El que no és possible és que es doni un valor d'aquests índexs de valor negatiu, perquè implica que un dels dos fluxos que serveixen per calcular aquests és negatiu, fet impossible. Aquesta situació es pot apreciar a l'instant t = 70 seg a la figura 9.9, on  $\lambda_{o_2}$  té valor negatiu. Si es preveu una pertorbació d'aquesta intensitat aquesta estructura de control serà obviada com a vàlida.



Fig. 9.9 Comparativa de  $\lambda_{O_2}$  i  $\lambda_{H_2}$  per les quatre estructures de control

Una vegada comparades les estructures de control de forma general, es passa a estudiar cada estructura per separat, estudiant més detalladament les seves característiques.

## 9.2.1 Estructura de control Ucm-Wanin

A les figures 9.10 i 9.11 es representen les sortides  $V_{st}$  i diferència de pressions del sistema per estudiar els efectes de la pertorbació i l'acció del controlador davant les variacions que



imposa aquesta. Sobre la mateixa figura es representa gràficament la pertorbació  $I_{st}$  que veu el sistema.

Es pot comprovar com el controlador manté la sortida corresponent al valor del punt d'operació designat. Fins i tot el controlador és capaç de controlar la sortida davant de variacions en la pertorbació superiors a les realitzades a l'estudi lineal anterior. La senyal de les variables de sortida es manté dins dels nivells desitjables de control, un sobrepuig màxim no superior en un 10 % al valor estacionari per part de  $V_{st}$  i una diferència de pressions entre càtode i ànode inferior a 0,1 bar, a més de mantenir uns temps de establiment petits.



Fig. 9.10 Resposta de  $V_{st}$  davant la pertorbació del sistema





Fig. 9.11 Resposta de la diferència de pressió davant la pertorbació

A banda de les sortides controlades del sistema cal analitzar el comportament d'altres variables del sistema que poden aportar informació sobre l'evolució del sistema.

La potència neta del sistema és la potència elèctrica que és capaç de subministrar la PC menys la potència que consumeix el compressor, ja que s'ha volgut dissenyar un sistema que s'autoabasti. A la figura 9.12 es pot veure l'evolució de la potència que genera el sistema i la potència finalment útil. La variable  $U_{cm}$  com a variable de control de  $V_{st}$  permet regular el consum del compressor, aconseguint mantenir més constant la potència neta del sistema.

L'evolució de les variables de control queda representada sobre la figura 9.13. La variació d'aquestes variables no presenta anomalies.

Essent  $\lambda$  la fracció entre el flux d'entrada i el flux que reacciona veiem a la figura 9.14 com  $\lambda_{H_2}$  en alguns instants de temps és inferior a 1, el que suposa que es consumeix una quantitat d'hidrogen superior a la que entra. El model no-lineal presenta l'existència de volums que permeten aquest fet, ja que sempre queda un excedent que supleix la manca en el subministrament.

A la figura 9.15 es representen el flux d'hidrogen entrant a l'ànode i la pressió al càtode. Ambdues variables es mantenen en valors correctes pel funcionament del sistema.





Fig. 9.12 Evolució de la potència davant la pertorbació



Fig. 9.13 Evolució de l'acció de control davant la pertorbació





Fig. 9.14 Evolució de  $\lambda_{O_2}$  i  $\lambda_{H_2}$  davant la pertorbació



Fig. 9.15 Evolució de  $W_{H_2,in}$  i  $P_{ca}$  davant la pertorbació

### 9.2.2 Estructura de control Ucm-Kanout

En aquesta estructura de control la tensió d'alimentació del compressor,  $U_{cm}$ , serà la variable de control de la tensió subministrada per la PC,  $V_{st}$ , i la constant fluidinàmica de la sortida de l'ànode,  $K_{an,out}$ , controlarà la diferència de pressions entre càtode i ànode.



Les sortides del sistema estan representades a les figures 9.16 i 9.17. Com es pot apreciar, el sistema és controlat per qualsevol dels valors que pren la pertorbació, mantenint el sobrepuig màxim i el temps d'establiment dins del límits establerts.

De forma anàloga a l'estructura de control anteriorment analitzada es mostren una sèrie de variables internes del sistema, figures 9.18, 9.19, 9.20 i 9.21, per comprovar el bon funcionament d'aquest. D'entre aquestes variables cal destacar la variació de  $K_{an,out}$ , variable de control de la diferència de pressions entre càtode i ànode. Com es pot apreciar a la figura 9.19 en els instants de temps on es produeix la pertorbació de més intensitat el valor de la variable de control arriba a ser negativa. Aquest fet és del tot impossible, no es pot donar un valor de signe negatiu sobre un paràmetre que representa l'estricció de la secció de pas a la sortida de l'ànode. Per tant, s'ha arribat a una limitació del model del sistema real que impedeix conèixer el comportament real en aquestes condicions de funcionament. S'ha de tenir en compte que la introducció de una pertorbació elevada pot provocar que l'anàlisi lineal ja no sigui correcte, haurem sortit de la zona on la linealització és vàlida.



Fig. 9.16 Resposta de V<sub>st</sub> davant la pertorbació del sistema




Fig. 9.17 Resposta de la diferència de pressió davant la pertorbació



Fig. 9.18 Evolució de la potència davant la pertorbació





Fig. 9.19 Evolució de l'acció de control davant la pertorbació



Fig. 9.20 Evolució de  $\lambda_{o_2}$  i  $\lambda_{H_2}$  davant la pertorbació





Fig. 9.21 Evolució de  $W_{H_{\gamma,in}}$  i  $P_{ca}$  davant la pertorbació

### 9.2.3 Estructura de control Ksmout-Kanout

Tal com s'ha realitzat per les dues estructures de control anteriors cal analitzar el comportament del sistema, variables de control, variables controlades i variables internes, per determinar la qualitat d'aquesta, escollida a través de la linealització del model. El comportament d'aquestes variables del sistema queda reflectit a les figures 9.22, 9.23, 9.24, 9.25, 9.26 i 9.27.

En aquesta estructura la constant fluidinàmica de sortida del col·lector d'entrada,  $K_{sm,out}$  serà la variable de control per controlar la tensió subministrada per la PC,  $V_{st}$ , mentre que la constant fluidinàmica de sortida de l'ànode,  $K_{an,out}$ , controlarà la diferència de pressions entre càtode i ànode.

Com es pot observar a les figures 9.22 i 9.23 l'acció de control sobre  $V_{st}$  i la diferència de pressions, respectivament, té una evolució molt ràpida que provoca una evident oscil·lació en la resposta. Aquesta resposta oscil·latòria s'ha de mantenir controlada ja que pot provocar problemes a la PC. A ambdues figures s'ha representat un detall per poder observar clarament el fenomen esmentat. En el detall de la figura 9.23 ressalta que la diferència de pressió entre càtode i ànode és superior a 0.1 bar, per tant s'està sobrepassant el límit que s'ha imposat pel



correcte funcionament del sistema, el qual implica que aquesta estructura de control no es adequada si es preveuen pertorbacions d'aquest nivell.

 $K_{sm,out}$  i  $K_{an,out}$ , figura 9.25, assoleixen valors negatius per els valors de pertorbació més elevats. En un sistema real aquesta és una situació totalment irreal, com s'ha comentat anteriorment, per tant és convenient no considerar aquesta estructura de control sota aquestes condicions de treball del sistema.

La fracció d'oxigen introduït per oxigen consumit a la reacció,  $\lambda_{o_2}$ , figura 9.26, esdevé inferior a 1. En alguns instants de temps fins i tot arriba a ser negativa. Novament estem davant d'un fet a evitar pel sistema. Un valor inferior a 1 de  $\lambda_{o_2}$  pot comportar el fenomen de insuficiència d'oxigen al sistema ("oxygen starvation") podent arribar a provocar problemes a la membrana i la seva degradació, si aquesta situació es perllonga durant un temps i no es tracta només d'un fet del transitori. Que arribi a valors negatius indica que s'ha arribat als límits de funcionament del model i la no conveniència d'aquesta estructura de control.

Amb totes les consideracions anteriors és evident que de preveure pertorbacions d'intensitat més elevades a la de decisió de les constants del controlador, és necessari replantejar el fet de contemplar aquesta estructura de control en el sistema de control del sistema.



Fig. 9.22 Resposta de  $V_{st}$  davant la pertorbació del sistema





Fig. 9.23 Resposta de la diferència de pressió davant la pertorbació



Fig. 9.24 Evolució de la potència davant la pertorbació





Fig. 9.25 Evolució de l'acció de control davant la pertorbació



Fig. 9.26 Evolució de  $\lambda_{o_2}$  i  $\lambda_{H_2}$  davant la pertorbació





Fig. 9.27 Evolució de  $W_{H_{\gamma,in}}$  i  $P_{ca}$  davant la pertorbació

#### 9.2.4 Estructura de control XO2-Wanin

A continuació es presenta el mateix anàlisi per l'última estructura de control escollida, la fracció molar d'oxigen,  $X_{O_2}$ , per controlar la tensió subministrada per la PC,  $V_{st}$  i el flux màssic d'entrada a l'ànode,  $W_{an,in}$ , per controlar la diferència de pressions entre càtode i ànode. L'anàlisi queda representat a les figures 9.28, 9.29, 9.30, 9.31, 9.32 i 9.33.

Tal com es pot observar en aquestes figures, l'implementació dels controladors manté les variables representades dins d'unes toleràncies adequades, a més permet mantenir, per pertorbacions superiors, els criteris de sintonització dels controladors.

Alhora de sintonitzar els controladors és necessari vigilar les oscil·lacions en el transitori, ja que poden causar problemes en el sistema. Una ràpida oscil·lació en  $\lambda_{o_2}$  pot introduir el fenomen de "oxygen starvation".

La variable de control  $X_{o_2}$ , degut a que en el model no té limitacions físiques, pot sobrepassar valors que no són possibles. S'ha comprovat experimentalment que determinades constants del controlador amb certs valors de pertorbació introduïda provoquen que la variable arribi a valors superiors als seus límits físics ( $X_{o_2}$  representa la fracció molecular d'oxigen present a l'aire i per tant es troba limitada entre 0 i 1).





Fig. 9.28 Resposta de  $V_{st}$  davant la pertorbació del sistema



Fig. 9.29 Resposta de la diferència de pressió davant la pertorbació





Fig. 9.30 Evolució de la potència davant la pertorbació



Fig. 9.31 Evolució de l'acció de control davant la pertorbació





Fig. 9.32 Evolució de  $\lambda_{o_2}$  i  $\lambda_{H_2}$  davant la pertorbació



Fig. 9.33 Evolució de  $W_{H_2,in}$  i  $P_{ca}$  davant la pertorbació

## 9.3 Resultats altres punts d'operació

Una vegada realitzat un estudi detallat de les estructures de control pel punt d'operació P1 es presenten les comparatives per la resta de punts d'operació. En aquests casos l'estudi que es presenta serà menys extens, la comparativa es basarà en la representació gràfica de la resposta de les sortides del sistema, havent introduït una pertorbació al sistema en forma d'una sèrie



d'esglaons en el temps. Es representaran els efectes de totes les estructures de control sobre la mateixa gràfica, incloent un detall per afavorir la visió de les seves característiques.

#### 9.3.1 Punt d'operació P2

Introduint en el sistema la pertorbació representada en la figura 9.37, s'analitza el comportament de les quatre estructures de control pel punt de funcionament P2.

A la figura 9.35 es pot apreciar com l'estructura de control  $K_{sm,out} - K_{an,out}$  no permet controlar  $V_{st}$  en els casos que la variació en la senyal de pertorbació sigui de major intensitat. Per altra banda, les estructures de control  $U_{cm} - W_{an,in}$  i  $U_{cm} - K_{an,out}$  tenen un comportament pràcticament igual pel que fa a  $V_{st}$ , ja que en ambdós casos  $U_{cm}$  és la variable encarregada de controlar aquesta sortida i, com s'ha comprovat amb anterioritat, els llaços de control estan desacoblats. L'estructura  $X_{o_2} - W_{an,in}$  presenta uns bons resultats en el control de  $V_{st}$ .

En el control de la diferència de pressió entre ànode i càtode, figura 9.36, les observacions que es poden extreure són els valors de pic inferiors per les estructures  $U_{cm} - W_{an,in}$  i  $X_{O_2} - W_{an,in}$ , en ambdues és  $W_{an,in}$  la variable de control, i la superació de la diferència màxima de pressió que s'ha establert, un màxim de 0,1 bar, per les altres dues estructures.



Fig. 9.34 Comparativa de la sortida controlada V<sub>st</sub> per les diferents estructures de control per P2





Fig. 9.35 Comparativa de la sortida controlada diferència de pressió càtode-ànode per les diferents estructures de control per P2



Fig. 9.36 Pertorbació introduïda en el sistema per P2

### 9.3.2 Punt d'operació P3

Els resultats presenten moltes similituds amb els obtinguts per P2, per exemple l'estructura  $K_{sm,out} - K_{an,out}$  no permet el control de  $V_{st}$  per totes les variacions en la pertorbació, però es pot observar com en els instants t = 70 i t = 80 segons (figures 9.38 i 9.39) el sistema es torna inestable per les estructures de control  $K_{sm,out} - K_{an,out}$  i  $U_{cm} - K_{an,out}$ , respectivament. En aquests instants de temps s'ha arribat al límit del correcte funcionament del sistema, la massa d'oxigen al càtode esdevé negativa, figura 9.41.





Fig. 9.37 Comparativa de la sortida controlada  $V_{st}$  per les diferents estructures de control per P3



Fig. 9.38 Comparativa de la sortida controlada diferència de pressió càtode-ànode per les diferents estructures de control per P3





Fig. 9.39 Pertorbació introduïda en el sistema per P3



Fig. 9.40 Evolució de la massa d'oxigen al càtode

#### 9.3.3 Punt d'operació P4

Del punt d'operació P4 es poden extreure les mateixes conclusions que per la resta de punts escollits pel sistema. L'estructura de control  $K_{sm,out} - K_{an,out}$  presenta problemes en l'acció de control de  $V_{st}$  en els instants de temps amb una variació més forta en la senyal de pertorbació, com es pot apreciar perfectament en la figura 9.42. En l'acció de control de la diferència de pressió entre càtode i ànode, figura 9.43, no es presenten problemes de control, però si es produeixen pics en el transitori que superen les limitacions establertes, diferència màxim de 0,1 bar. En la figura 9.44 queda representada la senyal de pertorbació introduïda en el sistema.





Fig. 9.41 Comparativa de la sortida controlada  $V_{st}$  per les diferents estructures de control per P4



Fig. 9.42 Comparativa de la sortida controlada diferència de pressió càtode-ànode per les diferents estructures de control per P4





Fig. 9.43 Pertorbació introduïda en el sistema per P4



# Conclusions

Aquest projecte descriu la metodologia a seguir per l'anàlisi i disseny del control d'una PEMFC mitjançant un model del sistema. El model s'ha utilitzat per dissenyar un controlador que permeti subministrar la demanda de potència i simular el comportament del sistema amb l'esmentat controlador.

L'anàlisi de control ha sigut complex al tractar-se d'un sistema no-lineal MIMO, amb múltiples interaccions entre variables i un gran ventall de possibles estructures de control. Degut a la complexitat intrínseca del sistema s'ha optat per la linealització del model, que ha permès l'ús de diferents tècniques d'anàlisi lineal pel disseny del controlador. Aquest estudi només considera l'ús de controladors PI, però ni el model ni l'anàlisi restringeixen la possibilitat d'ús d'altres tipus de controladors.

En aquest estudi teòric s'ha comparat la controlabilitat de diferents estructures de control per piles de combustible PEM. Els resultats de l'anàlisi lineal indiquen la viabilitat de diferents estructures i la possibilitat d'utilitzar un controlador PI descentralitzat per a realitzar el control i garantir les especificacions, la qual cosa s'ha confirmat mitjançant simulacions basades en un model no-lineal. La introducció d'una pertorbació en el sistema, variació de la càrrega que es reflexa en un canvi de nivell d'intensitat, ha permès analitzar la viabilitat de les diverses estructures de control i el seu comportament quan les condicions de funcionament varien de les condicions nominals, i definir el rang d'operació de cada opció de control.

D'entre les estructures de control estudiades es destaquen  $U_{cm} - W_{an,in}$  i  $X_{O_2} - W_{an,in}$ , com aquelles que permeten un més ampli rang d'operació en els diferents punts d'operació del sistema. La segona estructura es veu menys afectada per la direccionalitat del sistema i presenta una interacció entre llaços inferior respecte l'altra. Malgrat la complexitat requerida per variar la composició de l'oxidant que introdueix l'estructura  $X_{O_2} - W_{an,in}$ , el seu millor comportament pot justificar la seva implementació.

## Estudi futur

• *Modelització*: El model i els seus paràmetres no han estat verificats amb dades experimentals d'un sistema real de PC. Una validació extensiva del model és necessària per incrementar la fidelitat d'aquest.



El voltatge també depèn de l'aigua líquida resident en l'stack de la PC. L'acumulació d'aigua líquida en la pila, "floodding", redueix la porositat de l'elèctrode, la qual cosa afecta l'habilitat de difusió del gas reduint el comportament de la pila. Caldria incorporar la condensació d'aigua en el model. Canvis en la temperatura poden tenir un impacte significatiu en la humitat dels gasos i la membrana. Els efectes de la temperatura s'han de tenir en compte en el model ja sigui desenvolupant models dinàmics del gas i la temperatura de l'stack o, si la dinàmica de la temperatura es considerada lenta, analitzant el comportament del sistema a diferents temperatures.

Una gran quantitat d'informació es perd quan s'utilitzen models amb paràmetres integrats. Variables importants en la PC com pressions parcials i temperatura són, en efecte, distribuïdes espacialment a través dels canals de circulació dels fluxos. Com a resultat, la densitat de corrent no està uniformement distribuïda sobre l'àrea de la PC. L'efecte de la variació espacial cal incloure'l.

La potència elèctrica subministrada per la PC requereix d'un posterior condicionament que l'adequi segons les necessitats de la càrrega, com pot ser el cas de la conversió a alterna.

· *Control de la pila*: Diversos problemes de control es poden estudiar utilitzant el model existent. En el funcionament típic d'una PC, una quantitat d'hidrogen extra és subministrada al stack per evitar la insuficiència al final del canal de l'ànode. Per tant, existeix sempre hidrogen no utilitzat sortint del stack. Per usar aquest hidrogen remanent, la recirculació de l'ànode, en la qual el flux de sortida de l'hidrogen és reconduït cap al flux d'entrada a l'ànode caldria implementar-la.

El flux de sortida del càtode, en funció de l'energia residual que transporten aquests gasos, es pot aprofitar en regeneració, per exemple emprant una turbina. Per tant resulta una sortida interessant a considerar en el sistema.

L'efecte que sobre la dinàmica del sistema introdueixen els sensors fa que sigui important considerar-los per incrementar la fiabilitat dels controladors.

La optimització de l'eficiència de la PC és una fita a introduir en el control del sistema per incrementar les prestacions del sistema.

Finalment, un estudi més detallat de les aplicacions permetrà definir més acuradament objectius i limitacions del control.



# Agraïments

La consecució d'aquest projecte no hauria estat possible sense el recolzament d'una sèrie de persones:

- Volem agrair molt especialment a Maria Serra i Jordi Riera, directors del projecte, la seva dedicació a aquest treball. La seva completa disponibilitat i ajuda a fet possible que aquest projecte hagi arribat a la seva finalització després de mesos de treball.
- Agrair l'ajuda de Mauricio Primucci en l'elaboració del model del sistema.
- El suport i l'ajuda de familiars i amics que ens han fet costat en tot moment i animat a continuar endavant.



# Bibliografia

# **Referències bibliogràfiques**

[1] PUKRUSHPAN, J., PENG, H., STEFANOPOULOU, A. *Control-oriented modeling and analysis for automotive fuel cell systems,* Department of Mechanical Engineering, University of Michigan, 2004.

[2] European Comission. *Hydrogen Energy and Fuel Cells – A vision of our future,* Luxemburgo, 2003.

[3] DICKS, A., LARMINIE, J. *Fuel Cell Systems Explained*, New York, John Wiley & Sons, 2003, p. 309-330.

[4] *Fuel Cell Technology Handbook*, EG&G Servicies Parsons inc., Science Applications International Corporation, October 2000.

[5] YAO, K.Z., KARAN, K., MCAULEY, K.B. [et al.]. *A review of mathematical models for hydrogen and direct methanol polymer electrolyte membrane fuel cells*, Fuel Cells - From Fundamentals to Systems 4, 2004, 4 (1-2).

[6] CORREA, J.M., FARRET, F.A., CANHA, L.N. *An analysis of the dynamic performance of proton exchange membrane fuel cells using an electrochemical model*, IECON'01: The 27th Annual Conference of the IEEE Industrial Electronic Society, 2001.

[7] VAHIDI, A., STEFANOPOULOU, A., PENG, H. *Model Predictive Control for Starvation Prevention in a Hybrid Fuel Cell System*, Mechanical Engineering, University of Michigan.

[8] SKOGESTAD, S., POSTLETHWAITE, I. *Multivariable Feedback Control, Analysis and Design*, New York, John Wiley & Sons, 1996.

## Bibliografia complementària

PÉREZ, R. Apunts de Control Multivariable, Enginyeria de Control II, Departament d'ESAII

VIELTICH, W., LAMM, A., GASTEIGER, H. Handbook of Fuel Cells: Fundamentals, Technology, Applications, 4-volume set



THE U.S. DEPARTMENT OF DEFENSE, Fuel *Cell Test and Evaluation Center Survey* [http://www.fctec.com/index.asp, 10 de desembre de 2004]