



Segundo
ciclo

Matemática

El estudio de la medida

Aportes para la enseñanza

ESCUELA PRIMARIA



Segundo
ciclo

Matemática



El estudio de la medida

Aportes para la enseñanza
ESCUELA PRIMARIA



Broitman, Claudia
Matemática, El estudio de la medida / Claudia Broitman y Horacio Itzcovich.
1a ed. - Buenos Aires : Ministerio de Educación - Gobierno de la Ciudad de Buenos Aires, 2010.
72 p. ; 30x21 cm. - (Aportes para la enseñanza. Segundo ciclo)

ISBN 978-987-549-463-3

1. Matemática. 2. Enseñanza Primaria. I. Itzcovich, Horacio II. Título
CDD 372.7

ISBN: 978-987-549-463-3

© Gobierno de la Ciudad de Buenos Aires

Ministerio de Educación

Dirección General de Planeamiento Educativo

Dirección de Currícula y Enseñanza, 2010

Hecho el depósito que marca la Ley 11.723

Esmeralda 55, 8º piso

C1035ABA - Buenos Aires

Teléfono/Fax: 4343-4412

Correo electrónico: dircur@buenosaires.edu.ar

Permitida la transcripción parcial de los textos incluidos en este documento, hasta 1.000 palabras, según Ley 11.723, art. 10º, colocando el apartado consultado entre comillas y citando la fuente; si este excediera la extensión mencionada, deberá solicitarse autorización a la Dirección de Currícula y Enseñanza.

Distribución gratuita. Prohibida su venta.

Jefe de Gobierno

Mauricio Macri

Ministro de Educación

Esteban Bullrich

Subsecretaria de Inclusión Escolar y Coordinación Pedagógica

Ana María Ravaglia

Directora de Planeamiento Educativo

María de las Mercedes Miguel



Matemática. El estudio de la medida
APORTES PARA LA ENSEÑANZA. ESCUELA PRIMARIA

DIRECCIÓN DE CURRÍCULA Y ENSEÑANZA
Gabriela Polikowski

Coordinación de Educación Primaria

Susana Wolman
Adriana Casamajor

ELABORACIÓN DEL MATERIAL

Especialistas

Claudia Broitman
Horacio Itzcovitch

Agradecimientos

Se agradecen la lectura y los comentarios de Héctor Ponce.

EDICIÓN A CARGO DE LA DIRECCIÓN DE CURRÍCULA Y ENSEÑANZA

Coordinación editorial: Paula Galdeano

Edición: Gabriela Berajá, María Laura Cianciolo, Marta Lacour, Virginia Piera
y Sebastián Vargas

Coordinación de arte: Alejandra Mosconi

Diseño gráfico: Patricia Leguizamón y Patricia Peralta

Apoyo administrativo: Andrea Loffi, Olga Lose, Jorge Louit y Miguel Ángel Ruiz

Distribución y logística: Marianela Giovannini

PRESENTACIÓN



El Ministerio de Educación de la CABA presenta a la comunidad educativa este nuevo documento curricular de la serie Aportes para la enseñanza destinado al trabajo sobre la medida en el segundo ciclo.

El estudio de la medida. Segundo ciclo fue concebido fundamentalmente porque –como se afirma en el Diseño Curricular– constituye un objetivo del ciclo que los niños se enfrenten con problemas reales de medición y que lleguen a construir una representación interna que permita dar cuenta del significado de cada una de las magnitudes que se estudian, así como también que puedan elaborar una apreciación de los diferentes órdenes de cada magnitud. Además, como se afirma en el documento, su publicación constituye una respuesta a las demandas de docentes por recursos que colaboren en la planificación de un tema tan complejo como es este.

Este documento constituye un importante insumo para el trabajo didáctico porque, sin agotar todos los contenidos que se encuentran bajo el título de medida, contiene propuestas didácticas para el abordaje escolar de la longitud, el peso y la capacidad. Se propone, además, el tratamiento de otras unidades de medida, cuyo abordaje no ha sido tan usual históricamente en la escuela, pero que habilitan a pensar relaciones aritméticas diferentes de las que subyacen a las medidas ya conocidas. Tal es el caso de, por ejemplo, las unidades para medir la cantidad de información y una exploración de otros sistemas.

En cada uno de los apartados de este documento se incluyen problemas para ser resueltos y a continuación de cada uno de ellos una serie de “Comentarios sobre el problema”. Se busca que los problemas –consistentemente con el enfoque del área expresado en el Diseño Curricular– presenten desafíos a los alumnos otorgándoles la oportunidad y la responsabilidad de tomar decisiones, de desplegar procedimientos y maneras de representar los propios. Es decir, no se espera que los problemas sean resueltos directamente de manera correcta; por el contrario, se intenta generar –a partir de la diversidad de respuestas y procedimientos– espacios colectivos de discusión y difusión de ideas que enriquezcan el trabajo de todos.

En los apartados de “Comentarios al problema” se brinda una amplia y valiosa gama de información didáctica, dado que se explicita aquello que se espera que promueva el problema o los problemas, se profundiza en el análisis de las dificultades, se presentan algunas respuestas posibles de los alumnos, se advierte acerca de la apertura de nuevas cuestiones o problemas, así como también –en algunos casos– se incluyen alternativas de intervención docente.

Por otro lado, se pretende contribuir desde este documento a un propósito de la enseñanza: que los alumnos comprendan la escritura decimal de los números racionales. Para ello, el conocimiento de la estructura de los diferentes sistemas de medición es un soporte apropiado.

También se propone que las actividades que se realicen apunten a centrarse en los significados con los que están trabajando más que ocuparse en actividades sueltas en las que los alumnos tienden a recordar solamente el mecanismo a emplear.

Se espera entonces que este documento colabore con los docentes de la Ciudad como instrumento del trabajo profesional.

ÍNDICE

INTRODUCCIÓN	9
MEDIDAS DE LONGITUD, CAPACIDAD Y PESO	11
1. LONGITUDES	12
2. PESOS	17
3. CAPACIDADES	26
4. RELACIONES ENTRE PESOS Y CAPACIDADES	31
5. RECAPITULACIÓN SOBRE LA MEDICIÓN	33
RELACIONES ENTRE MEDIDAS, SISTEMA DE NUMERACIÓN Y PROPORCIONALIDAD	35
1. SUBDIVIDIR UNIDADES DE MEDIDA I	35
2. SUBDIVIDIR UNIDADES DE MEDIDA II	37
3. RECONSTRUIR LA UNIDAD DE MEDIDA	38
4. EXPLORAR UNIDADES DE MEDIDA MAYORES PARA LONGITUDES, CAPACIDADES Y PESOS ...	39
5. EQUIVALENCIAS ENTRE UNIDADES DE MEDIDAS	39
EXPLORAR OTROS SISTEMAS DE MEDIDA	45
1. MEDIDAS DE TIEMPO.....	45
2. EXPLORAR MEDIDAS INFORMÁTICAS Y MEDIDAS ANGLOSAJONAS	48
ALGUNAS PROPUESTAS PARA SISTEMATIZAR Y ORGANIZAR LO TRABAJADO	53
A MODO DE CIERRE	57
ANEXO	
ENUNCIADOS DE LOS PROBLEMAS INCLUIDOS EN ESTE DOCUMENTO	59
RELACIONES ENTRE MEDIDAS, SISTEMA DE NUMERACIÓN Y PROPORCIONALIDAD	60
1. SUBDIVIDIR UNIDADES DE MEDIDA I	60
2. SUBDIVIDIR UNIDADES DE MEDIDA II	60
3. RECONSTRUIR LA UNIDAD DE MEDIDA	61
4. EXPLORAR UNIDADES DE MEDIDA MAYORES PARA LONGITUDES, CAPACIDADES Y PESOS ...	61
5. EQUIVALENCIAS ENTRE UNIDADES DE MEDIDAS	61

EXPLORAR OTROS SISTEMAS DE MEDIDA.....	65
1. MEDIDAS DE TIEMPO.....	65
2. EXPLORAR MEDIDAS INFORMÁTICAS Y MEDIDAS ANGLOSAJONAS	66
BIBLIOGRAFÍA	69

INTRODUCCIÓN



Este documento intenta ser un aporte a la compleja tarea del docente de pensar la enseñanza de *la medida* en 4º, 5º y 6º años de la Escuela Primaria. La selección de este eje de trabajo se basa en la demanda concreta de algunos docentes que no encuentran suficientes recursos que les permitan planificar sus clases.

Se presentan aquí algunas propuestas didácticas para el tratamiento de la longitud, el peso y la capacidad. También se propone el abordaje de otras unidades de medida, no tan usuales históricamente en la escuela, pero que habilitan a pensar nuevas relaciones aritméticas diferentes de las que subyacen a las medidas ya conocidas, por ejemplo, las unidades para medir la cantidad de información y una exploración de otros sistemas.

Este documento está organizado en tres partes. La primera se ocupa principalmente del problema de medir. Es decir: ¿qué es posible de ser medido en un objeto determinado? (su longitud, su peso, su capacidad); ¿qué particularidades y dificultades acarrea la medición de alguno de estos atributos? (seleccionar una unidad de medida, iterarla tantas veces como el objeto a medir lo permita, subdividir la unidad de medida seleccionada, considerar la aproximación y los errores, la necesidad de apelar a intervalos, etcétera) y, finalmente, ¿cómo aparecen los números en las situaciones de medición? (escritura de la medida de un objeto, identificación de la unidad de medida seleccionada, equivalencias entre escrituras diferentes, etcétera).

Las actividades que se proponen y analizan incluyen a su vez el problema del cambio de unidad de medida y las consideraciones que se deben tener en cuenta, así como la posibilidad de subdivisiones de ciertas unidades de medida para avanzar en el estudio sistemático del SIMELA.

En esta parte se ha intentado considerar la complejidad que presentan a los alumnos el uso y la selección de instrumentos y unidades de medida, así como la importancia de aprender a estimar como parte del proceso de medir.

Todos estos aspectos son considerados para el trabajo en 4º y 5º años. Obviamente, un docente de 6º año que evaluara que sus alumnos no han tenido la oportunidad de enfrentarse con este tipo de problemas podrá seleccionar algunos de ellos para su tratamiento.

En la segunda parte se profundiza el estudio del Sistema Métrico Legal, estableciendo relaciones entre este, las características del sistema de numeración y las relaciones de proporcionalidad directa que comandan el pasaje de una cierta unidad de medida a otra. Se trata de hacer explícitas algunas particularidades aritméticas que caracterizan el funcionamiento de medida.

Los problemas propuestos en la segunda parte se asocian a los contenidos del Diseño Curricular propuestos para 5° y 6° años.

En la tercera parte se incluyen otros sistemas de medida que permitirán comparar con los ya conocidos, estableciendo similitudes y diferencias, aspecto que permite comprender de manera más profunda la idea de sistemas de medición. Estos temas podrían ser abordados en 6° año.

En las tres partes se presenta una colección de problemas para ser tratados con los alumnos, acompañados de algunos análisis que intentan anticipar lo que sería deseable que promuevan, así como la presentación de algunas particularidades de una posible gestión en el aula bajo el título *Comentarios sobre los problemas*.

Cada equipo docente podrá tomar decisiones sobre qué problemas seleccionar de cada parte. Para estas decisiones se espera que se contemplen tanto las trayectorias de los diferentes grupos escolares, como el recorrido que se está pensando transitar con los alumnos.

Finalmente, es necesario reconocer que el trabajo con la medida en el segundo ciclo no se agota con lo que se despliega en este material. Se han dejado fuera otros aspectos que hacen a la medida, por ejemplo, los conocimientos relacionados con los atributos medibles de las figuras: ángulos, perímetro y área.

MEDIDAS DE LONGITUD, CAPACIDAD Y PESO



Se proponen aquí problemas en los que se ponen en juego diferentes aspectos vinculados con el concepto de medida. Se ha optado por organizarlos en función de los atributos a medir: longitudes, pesos y capacidades. Pero esta separación no impide reconocer que el acto de medir involucra algunos aspectos comunes, más allá del objeto y del atributo. De allí que en las secciones en las cuales se han agrupado los problemas hay marcas comunes tales como:

- problemas en los cuales se trata de determinar una medida y donde hay que construir o usar unidades de medida o bien recurrir a instrumentos pertinentes;
- problemas de comparación de cantidades;
- problemas que involucran decidir acerca de las unidades de medida y comenzar a establecer primeras equivalencias;
- problemas que abordan la idea de medida aproximada y el error como hecho inherente al acto de medir;
- problemas que demandan la identificación o el reconocimiento de algunas medidas convencionales de uso social;
- problemas que demandan anticipar una medida, antes de efectuar algún tipo de medición;
- problemas que implican establecer estimaciones;
- problemas que involucran relaciones entre pesos y capacidades.

Todos estos aspectos forman parte del complejo proceso de construir una idea acerca del significado de medir, más allá de los atributos que se traten.

1. LONGITUDES



LONGITUDES Problema 1

Medir longitudes con tiras de papel

Se entrega a cada grupo de niños cuatro tiras de papel o cartón de las siguientes medidas: 30 cm, 12 cm, 6 cm y 3 cm sin informarles sus longitudes. El problema consiste en determinar la medida de la tira de 30 cm usando como unidades de medida las tiras más pequeñas: 12 cm (la grande), 6 cm (la mediana) y 3 cm (la chica).

Comentarios sobre el problema 1

Este problema tiene la intención de ser una oportunidad para que los alumnos realicen una medición efectiva. Una de las cuestiones a resolver será cómo realizar el control de “dónde apoyar” la unidad de medida, es decir garantizar que la iteración de la misma sea lo más precisa posible y que las unidades seleccionadas no se superpongan ni se deje espacio entre ellas. Los niños podrán hacer marcas o pliegues en la tira a medir (o en la tira que es la unidad de medida) para ejercer un control durante el proceso de medición.

Si combinan las unidades de medida podrán obtener diferentes soluciones, por ejemplo: 2 tiras largas y 1 mediana; 2 largas y 2 chicas; 1 larga y 3 medianas; 1 larga, 2 medianas y 2 chicas; 1 larga y 6 chicas; etcétera. Si no combinan las unidades de medida hay tres soluciones posibles: 2 tiras largas y media; 5 medianas o 10 chicas. Podría ocurrir también que algunos alumnos midan las tiras con la regla, transformen los resultados a cm y realicen la equivalencia con las tiras dadas.

Luego de que los alumnos han resuelto el problema, el docente podrá organizar un espacio colectivo de difusión y análisis de dos cuestiones. Por una parte, las maneras utilizadas para medir; y por la otra, los resultados obtenidos. Respecto de la primera cuestión, el docente podrá enfatizar la necesidad de realizar marcas para poder medir. En relación con la diversidad de resultados obtenidos, el docente podrá promover la reflexión acerca de que el mismo objeto a medir arroja resultados diferentes. Se espera que los alumnos puedan empezar a validar las medidas obtenidas sin hacer nuevas mediciones efectivas, y solo a partir de analizar las equivalencias entre las tres unidades de medida.



LONGITUDES
Problema 2

Medir el escritorio u otra longitud con las mismas tiras de papel

Se les solicita a los alumnos que averigüen cuántas tiras mide el escritorio (o dos escritorios unidos) apelando a las mismas tiras (de 3 cm, 6 cm y 12 cm) que se usaron en el problema anterior como unidades de medida. Los alumnos deberán escribir las medidas obtenidas.

Comentarios sobre el problema 2

Este problema propone una cuestión similar al anterior: medir efectivamente utilizando unidades de medida determinadas. Se espera que los alumnos se enfrenten a desafíos de la misma naturaleza que en el problema anterior. Pero al tratarse de medir un objeto como el escritorio –sobre el que no podemos controlar que las unidades de medida entren una cantidad entera de veces– aparece una nueva problemática: la aproximación. Si las tiras no “entran justo” en el largo, será necesario plegarlas de diferentes maneras o combinarlas. De allí que las escrituras que elaboren los alumnos pueden dar cuenta de una aproximación, por ejemplo: “el largo del escritorio es 3 tiras largas y casi 2 tiras medianas”. Se trata de poner en evidencia que el acto de medir adquiere un carácter aproximado, debiendo resignar, de alguna manera, la búsqueda de la exactitud.

El establecimiento de equivalencias entre medidas podría sistematizarse en una tabla como la siguiente:

Objeto a medir	Tiras cortas	Tiras medianas	Tiras largas

Posiblemente los alumnos hayan notado durante el proceso de medición que hay una relación particular¹ entre las unidades de medida y comiencen a deducir que si el resultado es 4 tiras largas, entonces dará 8 medianas y 16 cortas. Se espera que los alumnos puedan analizar cómo, al variar la unidad de medida, varía el resultado obtenido, por ejemplo: “como la tira más pequeña es la cuarta parte de la mayor, el número que corresponde a la medida obtenida es el cuádruple”.

También para este problema es posible que algunos alumnos midan las tiras con la regla y usen centímetros como unidad de medida, y recién luego realicen la equivalencia con las tiras dadas. En dicho caso será interesante proponer la comparación de estrategias y recursos utilizados para que los alumnos que usaron la regla puedan identificar que el problema puede también resolverse sin su uso.



¹ El docente podrá identificar que hay una relación de proporcionalidad inversa entre la longitud de las tiras y la cantidad de tiras que miden un mismo objeto. No se espera que sea formulada en estos términos para los alumnos, ya que ellos podrán poner en juego una idea intuitiva e informal de esta relación.



LONGITUDES Problema 3

Medir longitudes usando centímetros y milímetros

Se les presenta a los alumnos tres segmentos dibujados en una hoja sin informarles su medida. Los segmentos podrán estar identificados con letras. Por ejemplo:

- Segmento A (7 cm);
- Segmento B (7,4 cm);
- Segmento C (una medida entre 32,5 cm y 32,6 cm).

Los alumnos deberán determinar la medida de cada segmento usando la regla.

Comentarios sobre el problema 3

Para el primer segmento es esperable que la mayor parte de los niños diga 7 cm. Tal vez sea necesario, con algunos alumnos, identificar cómo usar la regla: por ejemplo hacer coincidir el 0 con el inicio del segmento.

Luego se repite la actividad, y el segmento a medir es el B que tiene 7,4 cm. Se busca presentar una nueva complejidad asociada a la determinación de los milímetros. Hay varios aspectos a considerar en este problema. Por un lado, esta medida puede provocar un cierto margen de duda ya que algunos podrán considerar que mide 7,3 cm o 7,5 cm. El maestro podrá aceptar las diferentes medidas posibles. Otro aspecto será nombrar como milímetros a las 4 "rayitas"; y por otro lado, cómo escribir dicha medida. Posiblemente algunos alumnos escriban "7 cm y 4 rayitas", o "7 cm y 4 mm", o bien "7,4 cm". El maestro, a partir de generar un debate en torno a estas cuestiones, podrá mostrar escrituras convencionales, informar el término milímetros y las equivalencias entre cm y mm o entre metros, cm y mm. Será interesante retomar la idea del problema 2, acerca de que en el acto de medir se trabaja con medidas aproximadas y hay un cierto margen de error inevitable.

Por último, se repite la actividad con el segmento C, cuya longitud está entre 32,5 cm y 32,6 cm. Este segmento trae dos nuevos problemas. Por un lado, la necesidad de iterar la regla ya que la longitud del segmento probablemente sea mayor que ella. Para resolver esta cuestión los alumnos podrán hacer marcas en el segmento y seguir midiendo para luego sumar las dos partes medidas. Esta técnica puede aumentar los márgenes de error. La segunda cuestión que trae aparejada este tercer segmento es que se requieren las décimas de milímetro. Es esperable que algunos alumnos propongan como medida "32,5 y medio milímetro más" o expresiones similares. El maestro puede, a partir de este problema, mostrar que determinar un intervalo es un recurso válido para medir. Por ejemplo: "No sabemos cuánto mide pero sí podemos afirmar que está entre 32,5 cm y 32,6 cm".



LONGITUDES

Problema 4

Medir el largo del patio de la escuela²

- a) El docente plantea a los alumnos que deberán estimar la longitud del patio. Los alumnos deberán estar ubicados en un extremo del patio y no podrán desplazarse.
- b) Luego de haber hecho la estimación, deberán determinar su medida utilizando diferentes instrumentos (cintas métricas de costura, metros de carpintería, sogas, etcétera).

Comentarios sobre el problema 4

En el punto a) se busca que los alumnos imaginen una unidad de medida, posiblemente el metro, para calcular “a ojo” cuál es la longitud del patio.

Algunos alumnos se representarán el metro e intentarán determinar cuántas iteraciones sucesivas son necesarias para cubrir el largo del patio con ese metro imaginario. Otros, en cambio, arriesgarán algún número en función de alguna medida ya conocida y otros alumnos dirán un número al azar.

Estos valores deberán ser registrados. En la puesta en común se compararán tanto las estrategias de estimación utilizadas como los valores obtenidos.

En el punto b) se trata de realizar la medición efectiva de tal manera de poder luego contrastar con los resultados obtenidos en la estimación. Esta nueva situación introduce algunas cuestiones. Por un lado, los instrumentos de medida. Posiblemente sean insuficientes las reglas y escuadras de los alumnos. Podrán utilizarse metros de carpintero o costura, hilos, instrumentos de geometría de pizarrón, etcétera. En el caso de que los alumnos utilizaran hilos o sogas, podrían contar la cantidad de veces que las iteran y medir con regla el largo del hilo o soga. O bien podrían medirlo antes e ir calculando simultáneamente a la medición efectiva. Evidentemente, según cuál sea, la longitud de los hilos o sogas podrá facilitar o complejizar el cálculo. Si la soga midiera, por ejemplo, 2 m o 1,5 m, sería más fácil el cálculo que si midiera 1,62 m. Esta cuestión puede discutirse con los alumnos antes o después de realizar la medición.

Otro problema técnico que aparece es el siguiente: ¿cómo controlar que el instrumento de medida se apoye sobre una línea recta y a la vez sea perpendicular a los límites del patio? Una posibilidad es medir por el borde del patio, pero si se midiera por el centro,


2 Si el docente tuviera indicios de que la longitud que representa un metro no estuviera disponible, podrá proponer alguna actividad para su presentación y uso. Por ejemplo, que cada equipo seleccione, entre un grupo de tiras que está en alguna parte del aula (lejos de donde están los chicos), las que crea que van a coincidir con el metro, y luego verificarlo.

sería necesario garantizar la perpendicularidad siguiendo una línea imaginaria o trazada con tiza en el piso, o bien seguir la línea de las baldosas, si las hay.

Por otra parte, trabajar con medidas mayores sin duda aumenta el margen de error al tener que realizar más iteraciones y marcas.

También es posible que algunos niños, en lugar de usar una unidad de medida “externa” e iterarla para medir, usen las baldosas del patio. En dicho caso podrán medir su longitud, contar la cantidad de baldosas y determinar la longitud del patio a partir de un cálculo. Podría ocurrir que el cálculo obtenido por medio de este recurso varíe respecto del resultado obtenido por medio de la medición efectiva. Será interesante discutir al respecto y retomar la idea de error inevitable en la medida y cómo, según los instrumentos, magnitudes y unidades de medida involucradas, puede o no aumentar el margen de error. Por ejemplo, si los alumnos midieran el patio con una regla de 20 ó 30 cm, deberían iterarla tal cantidad de veces que es probable que aumente el margen de error. Los centímetros, en este problema, no constituyen la unidad de medida más conveniente, a pesar de que haya que recurrir a los mismos para la medida final del patio (por ejemplo 17 m y 34 cm, o 18,35 m).

En la puesta en común sobre este problema se podrán discutir tanto estas cuestiones como la diferencia resultante entre la estimación y la medición efectiva.




LONGITUDES
Problema 5

Medir el contorno del patio de la escuela

El docente plantea a cada grupo de alumnos que es necesario averiguar cuántos metros de zócalo hay que comprar si se quiere colocar en todo el borde del patio (menos en las aberturas de las puertas).

Comentarios sobre el problema 5

Esta situación permite retomar el problema de los instrumentos de medida y unidades mayores. Permite también analizar la posibilidad de calcular midiendo y contando baldosas en lugar de iterar cualquier unidad de medida (si hay baldosas en el patio). Y pone en juego cómo aumenta el margen de error posible al tratarse de grandes dimensiones. También aporta una nueva complejidad: la necesidad de saltar algunos espacios. ¿Es mejor ir descontando cada vez, midiendo por partes y sumar o calcular todo y finalmente restar puertas y espacios abiertos? Estos aspectos podrán ser tratados en una fase colectiva al finalizar el problema.



LONGITUDES

Problema 6

Retomar el trabajo sobre longitudes

Los alumnos, en grupos, deberán identificar las dificultades enfrentadas y aquello nuevo que han aprendido a partir de haber abordado los problemas 1 a 5.

Se espera poder elaborar junto con los alumnos una lista de cuestiones que sería interesante retener, como por ejemplo:

- el número que corresponde a la medida varía al cambiar de unidad de medida;
- siempre hay un margen de error al medir, y a veces aumenta al tratarse de grandes longitudes;
- a veces es útil determinar un intervalo en lugar de un número;
- los instrumentos necesarios varían según el objeto a medir;
- es necesario al medir controlar la línea recta;
- puede ocurrir que la medida obtenida usando instrumentos de medición sea diferente que la que se obtiene por medio de cálculos;
- al estimar medidas hay una diferencia en los resultados de la medición efectiva;
- se puede aprender a mejorar la estimación de una medida;
- al medir un objeto hay que elegir una unidad de medida conveniente según la longitud del objeto a medir.

2. PESOS



PESOS


Problema 1

Medirse el peso con una balanza

Se solicita a los alumnos que registren cuánto creen que pesan o si conocen su peso. Luego el docente ofrece una balanza para pesar personas y propone a los niños que se pesen y registren su peso por escrito.³

Comentarios sobre el problema 1

Este primer problema permitirá a los alumnos enfrentarse con la dificultad de registrar numéricamente sus pesos. Seguramente algunos alumnos utilizarán expresiones con kg y g (34 kg y 500 g), otros usarán expresiones fraccionarias (34 kg y medio o $34 \frac{1}{2}$ kg), expresiones decimales (34,5 ó 34,500 kg) y algunos redondearán (casi 35 kg).



³ Si no hubiera balanza se podrá solicitar a los alumnos que se pesen en una farmacia.

El docente podrá hacer circular estas diferentes escrituras informando de su equivalencia y establecer que 1 kilogramo = 1.000 g.



PESOS

Problema 2

Determinar la veracidad de la información enunciada en un envase

El docente presenta a los alumnos una balanza de cocina y productos para determinar si la información dada en cada uno de ellos con relación a su peso es verdadera. Este problema se llevará a cabo en dos partes, en función de ciertas características de los objetos que se entregarán y que habilitarán la discusión sobre aspectos específicos relativos a cada parte.

PRIMERA PARTE

Se presentan productos envasados desde la fabricación y que informan su peso. Por ejemplo:

- Un paquete de un kilogramo de azúcar.
- Un paquete de 500 g ó $\frac{1}{2}$ kilogramo de yerba.
- Un paquete de 250 g de café u otro producto.

Los alumnos deberán corroborar por medio de la balanza si la información es correcta o incorrecta.

Comentarios sobre el problema 2. Primera parte

Esta parte propicia una nueva oportunidad para realizar mediciones efectivas e interactuar con el uso de la balanza, así como con diferentes unidades de medida. Se podrá reutilizar la información ya provista o evocada respecto de la equivalencia entre kg y g incluyendo, si fuera necesario, el uso de expresiones fraccionarias ($\frac{1}{4}$ kg, $\frac{1}{2}$ kg, $\frac{3}{4}$ kg) o decimales (0,500 kg; 0,250 kg) y las equivalencias entre ambas.



SEGUNDA PARTE

Se presentan productos cuyos envases informan su peso, pero esta vez pesos menores a 50 g. Por ejemplo:

- Saquitos de té (en general informan 2 g).
- Barras de cereal (más o menos 50 g).
- Sobrecitos de azúcar o edulcorante (5 ó 6 g).
- Golosinas (25 ó 35 g).

Los alumnos deberán corroborar por medio de la balanza si la información es correcta o incorrecta.

Comentarios sobre el problema 2. Segunda parte

Esta parte permite instalar una nueva cuestión: algunas balanzas no permiten pesar magnitudes tan pequeñas. Una posible solución a este problema sería pesar varios

objetos iguales simultáneamente y dividir por la cantidad de objetos para determinar la validez de la información provista por el envase. Será interesante retomar con los alumnos los pesos máximos y mínimos posibles de ser pesados en las balanzas utilizadas en problemas anteriores o en balanzas de cocina, uso comercial o médico (farmacias, consultorios, almacenes, venta callejera, etcétera) y establecer estrategias posibles para pesar pesos menores a los que pesa cada balanza.



PESOS

Problema 3

Determinar el peso del recipiente⁴

Este problema apunta a dos cuestiones:

- Identificar que al pesar algunos objetos se requiere de un recipiente que lo contenga y que tiene su propio peso (esta cuestión no es evidente de entrada para todos los alumnos).
- Poner de manifiesto una diferencia entre las previsiones calculadas de una medida y el resultado efectivo de la medición. Para muchos alumnos esta diferencia implicará tal vez cuestionar su propia técnica utilizada para determinar la medida a través de los cálculos.

Materiales:

- Un vaso vacío.
- Un recipiente vacío en el que se pueda introducir el contenido de tres vasos.
- Una jarra llena de agua.
- Una balanza (preferentemente no digital para aumentar el margen de error).

PRIMERA PARTE

Se llena un vaso con agua y se vuelca este contenido en el recipiente. Se propone a los alumnos que anoten en una hoja el peso que creen se obtendrá al poner el recipiente con agua en la balanza.

A continuación se pesa efectivamente el recipiente con agua en la balanza. Se anotan en el pizarrón las anticipaciones realizadas por los alumnos y la medida obtenida.

Comentarios sobre el problema 3. Primera parte

Posiblemente muchos niños digan números al azar, y en esta primera parte la diversidad de previsiones será muy amplia. Se trata simplemente de un momento que permite comprender la dinámica del problema y abordar la estimación.

4 Esta actividad está inspirada en Brousseau y Brousseau, 1991-92.



SEGUNDA PARTE

Se llena nuevamente el vaso con agua y se vuelca este contenido en el recipiente que conserva aún el agua del vaso anterior. Se propone a los alumnos anticipar el peso del recipiente lleno con los dos vasos de agua y anotarlo en una hoja.

Posteriormente, se pesa en la balanza el recipiente (que contiene el agua de dos vasos) y se comparan las anticipaciones realizadas por los alumnos con el valor que arroja la balanza. Se anotan en el pizarrón las anticipaciones hechas por los alumnos y el peso obtenido.

Comentarios sobre el problema 3. Segunda parte

Los alumnos podrán recurrir para esta segunda previsión al dato obtenido en la primera. Muchos alumnos realizarán una previsión de un número mayor, elegido al azar. Otros alumnos, en lugar de recurrir al azar o a la estimación global, es posible que realicen un cálculo a partir de considerar que se trata del doble del peso anterior. Por ejemplo, si el recipiente lleno ha arrojado en la medición efectiva de la primera parte 600 g, anticiparán entonces una medida de 1,200 kg producto de no considerar el peso del recipiente.

Al realizarse la medición efectiva los alumnos que han anticipado el doble de peso se verán sorprendidos porque la medida es menor a lo calculado y no entenderán tal vez el origen de esta diferencia, especialmente aquellos que no han recurrido a la estimación o al azar, sino al cálculo. Por ejemplo, podría obtenerse en la balanza 1,100 kg suponiendo que el recipiente pesara 100 g.

Algunos niños conjeturarán que esa diferencia de 100 g se origina en errores esperables en la medida como producto de la poca precisión de la balanza, o de la lectura. Otros alumnos se quedarán con la duda respecto del origen de la diferencia entre la medida obtenida mediante el cálculo y la medida obtenida mediante la balanza. Se sugiere que el maestro no de pistas a los alumnos de esta cuestión ya que se dirime en actividades siguientes.



TERCERA PARTE

Se vuelve a llenar el vaso con agua y se vuelca este contenido en el recipiente que conserva aún el agua de los dos vasos anteriores. Se propone a los alumnos anticipar el peso del recipiente lleno con el contenido de los tres vasos de agua y anotarlo en una hoja.

Posteriormente, se pesa en la balanza el recipiente (que contiene ahora el agua de tres vasos) y se comparan las anticipaciones realizadas por los alumnos con el valor que arroja la balanza. Se anotan en el pizarrón las anticipaciones hechas por los alumnos y el peso obtenido.

Comentarios sobre el problema 3. Tercera parte

Es probable que algunos alumnos continúen estableciendo una relación de proporcionalidad entre la cantidad de vasos y el peso, desconociendo una vez más el peso del recipiente vacío. Para ellos, un posible cálculo será dividir por dos el valor obtenido anteriormente en la medición realizada, y sumar esta cantidad al peso de los dos vasos (por ejemplo, realizar $1,100 \text{ kg} : 2 = 550 \text{ g}$ y $1,100 \text{ kg} + 550 \text{ g} = 1,650 \text{ kg}$). Otros alumnos podrán multiplicar por 3 el primer valor obtenido con el agua de un vaso (por ejemplo $600 \text{ g} \times 3 = 1,800 \text{ kg}$).

Algunos alumnos que hayan empezado a identificar que hay un peso del recipiente tal vez disminuyan un poco “a ojo” el valor obtenido, estableciendo un hipotético peso para restar, por ejemplo: si el peso obtenido para el recipiente con el agua de un vaso era 600 g , ahora para tres vasos pensarán que es “algo menos” que $1,800 \text{ kg}$, por ejemplo $1,700 \text{ kg}$ o $1,600 \text{ kg}$. Otros alumnos identificarán la diferencia entre el primer valor obtenido (del recipiente con el agua de un vaso) y el segundo (del recipiente con el agua de dos vasos), y reconocerán que esa diferencia informa el peso del agua de un vaso sin el recipiente (calcularán $1,100 \text{ kg} - 600 \text{ g} = 500 \text{ g}$). Sumarán entonces dicho valor al obtenido para los dos vasos (por ejemplo $1,100 \text{ kg} + 500 \text{ g} = 1,600 \text{ kg}$). Estos alumnos pondrán en juego la idea implícita de que no es una relación proporcional y considerarán el peso del recipiente.

Tanto unos como otros deberán confrontar sus anticipaciones obtenidas a través de los cálculos con el resultado obtenido mediante la balanza. En todos, independientemente de la estrategia utilizada, habrá necesariamente un margen de diferencia, pero podrá ser menor en aquellos que han considerado el peso del recipiente. Posiblemente también la sorpresa sea mayor para aquellos que han considerado las diferentes variables y creen haber controlado el peso del recipiente y el peso del agua de cada vaso.



CUARTA PARTE

Esta vez se vacía el recipiente que contenía los tres vasos de agua y se solicita a los alumnos que anticipen cuánto pesará el recipiente vacío. Se anotan en el pizarrón dichas anticipaciones sin que el docente organice un debate en torno a la validez de las estrategias utilizadas ni de los resultados obtenidos. Posteriormente se pesa en la balanza el recipiente vacío.

En una instancia colectiva se comparan las diferentes anticipaciones realizadas por los alumnos con el valor que arroja la balanza analizando tanto las estrategias utilizadas como los resultados obtenidos.

Comentarios sobre el problema 3. Cuarta parte

Nuevamente habrá muchas maneras de resolver este problema. Para aquellos alumnos que hasta aquí no han identificado peso alguno para el recipiente, el pedido

explícito de calcularlo los obligará a volver sobre los datos obtenidos en las diferentes anticipaciones y mediciones. Algunos, tal vez realicen restas que les permitan averiguar la diferencia entre sus anticipaciones y los datos que ofrece la balanza, obteniendo, en lugar del peso del recipiente, el desvío entre anticipación y medición efectiva.

Otros alumnos retomarán sus cálculos en los que habían considerado el peso del recipiente, y podrán identificar aquellos que creen que permiten atrapar el peso del mismo. Para ello pueden considerar la diferencia entre el primero y el segundo pesado efectivo, lo cual dará el peso del agua de un vaso; ese valor puede restarse dos veces a la segunda pesada y obtener así un posible peso del recipiente. O bien, a la tercera pesada restarle tres veces el peso del agua de un vaso (surgido de la diferencia entre pesadas). Ahora bien, es bastante posible que el valor del peso del agua de un vaso arroje diferentes valores según se considere la diferencia entre primera y segunda pesada, o entre segunda y tercera, o entre tercera y primera dividiendo por 2. Esos tres posibles modos de obtener el peso del agua de un vaso incidirán en el supuesto peso del recipiente.

Una vez que los alumnos hayan determinado cuál podría ser el peso del recipiente se anotarán en el pizarrón los diferentes resultados obtenidos. Luego se pesará el recipiente vacío. Y nuevamente va a ser una fuente de sorpresas la diferencia entre las anticipaciones realizadas y el peso obtenido.

Será necesario, ahora sí, retomar de manera colectiva varias cuestiones:

- socializar los métodos utilizados por los alumnos para anticipar el peso del recipiente;
- analizar la validez de dichos métodos más allá de la proximidad o la lejanía de los resultados anticipados respecto del resultado que surge de la medición con la balanza;
- analizar las diferencias asociadas a la cuestión del error como un fenómeno inherente e inevitable a todo proceso de medición efectiva, así como a la lectura de la misma;
- identificar que no todas las diferencias entre anticipación y medición pueden justificarse por errores de medida, ya que algunas se originan en dificultades en el método o estrategia usada.

El docente podrá explicitar aquí que se ha elegido intencionalmente una balanza no digital para aumentar el margen de dicho error. Si fuera posible, se realizarán las mediciones con una balanza digital para analizar si disminuye o no este margen y recuperar relaciones y cálculos puestos en juego en cada parte de este problema.

La complejidad de este problema requerirá que en otra clase se retomen de manera colectiva las cuatro partes del mismo, de manera que aquellos alumnos que recién hayan comprendido cómo determinar el peso del recipiente vacío –y que no se trata de una relación de proporcionalidad–, tengan otra oportunidad para volver sobre estas cuestiones. Será interesante que el docente registre en el pizarrón y los alumnos en sus carpetas conclusiones y diferentes estrategias válidas para este problema.



PESOS Problema 4

Estimación de pesos I

El docente propone a los alumnos que completen, organizados en grupos de cuatro o cinco, un cuadro similar al siguiente, en el que deben determinar qué objetos ubicarían en cada caso según el peso indicado.

Menos de 200 g	Entre 500 g y 3 kg	Entre 10 y 50 kg	Entre 100 y 500 kg	Más de 1.000 kg

Comentarios sobre el problema 4

Las medidas elegidas intencionalmente no son continuas para favorecer la estimación a grandes rasgos. Se espera que los alumnos puedan, por ejemplo, identificar que en la primera columna podrían ser golosinas, un pan, alguna fruta o verdura; y que también puedan identificar en la última columna el peso de un auto, de un camión, de una ballena, etc.

Una cuestión será cómo establecer luego la validez o proximidad de las anticipaciones realizadas. Se tratará de generar discusiones en las cuales los alumnos puedan apelar a las informaciones disponibles y, cuando no sea posible, recurrir al uso de la balanza, buscar información de libros, revistas, informantes especializados, Internet, etc.

Finalmente, se intentará instalar cómo la práctica de la estimación involucra usar ciertas informaciones para construir relaciones nuevas, por ejemplo: "si en un kilo de limones entran 8 ó 9 limones, entonces cada uno es probable que pese menos de 200 g", "si un chico pesa 30 ó 35 kg, un adulto puede pesar el doble o el triple". La búsqueda de datos en diferentes portadores permitirá construir un repertorio de informaciones que ayudará a disponer de más recursos para estimar.

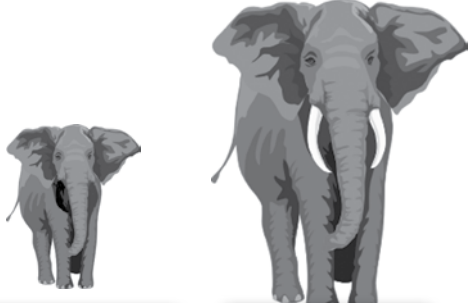


PESOS Problema 5


Estimación de pesos II

El docente presenta dibujos o fotografías de objetos y seres vivos (algunos con la indicación del peso y otros sin la indicación del peso). Los datos del peso de algunos objetos o seres vivos podrán servir de punto de apoyo para estimar el peso de otros. En cada caso, se trata de estimar los pesos que faltan.

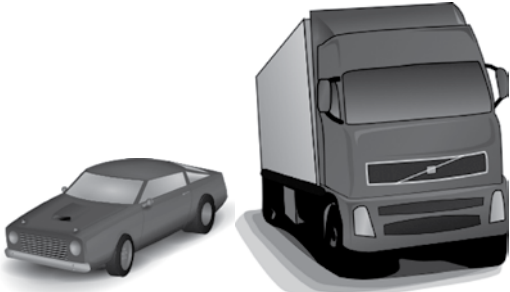
Luego de que los niños hayan estimado el peso de las personas, animales u objetos que no tenían indicado su peso, se organizará un momento colectivo de intercambio en torno a estrategias y resultados.




95 kg



22 kg



1355 kg



1 kg



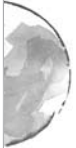
1 kg

Comentarios sobre el problema 5

Se espera que los alumnos puedan utilizar como puntos de apoyo las informaciones provistas en el problema, sus conocimientos o experiencias extraescolares y apelar a relaciones de proporcionalidad, aunque de manera intuitiva, para establecer los posibles pesos no informados.

En la fase colectiva se promoverá un intercambio para que circulen y se analicen las relaciones utilizadas por los niños, quienes deberán explicar cómo hicieron para estimar cada peso apuntando a poner en juego relaciones de proporcionalidad (“es más que el doble”, “entra como veinte veces”, “es el triple de alto pero como cuatro veces más ancho”, etcétera). Si fuera necesario, el docente promoverá la consulta de información en fuentes confiables para contrastar con las anticipaciones realizadas.

Si bien los problemas 4 y 5 exigen realizar estimaciones, en el primero de ellos se trata de ubicar en un rango dado. Estimar implica en esta actividad ponderar de manera aproximada una unidad de medida (gramos o kilos en este caso) y para ello cada niño podrá apoyarse en referentes, intuiciones o interiorizaciones sobre las unidades de medida. En la segunda actividad, en cambio, se estima a partir de tener como referencia un elemento de la misma clase pero de diferente tamaño.



PESOS
Problema 6

Retomar el trabajo sobre pesos

Los alumnos podrán identificar las dificultades enfrentadas y aquello nuevo que han aprendido a partir de haber abordado los problemas seleccionados por el docente.

Se espera que, de manera conjunta, el docente y los alumnos puedan elaborar una lista de cuestiones interesantes a retener, tales como:

- el número que corresponde a la medida varía al cambiar la unidad;
- es necesario elegir una balanza acorde a aquello que se va a pesar;
- siempre hay un margen de error al pesar y, según las balanzas, al leer el peso en la balanza;
- puede ocurrir que la medida obtenida, apelando a balanzas, difiera de la obtenida mediante el cálculo;
- no hay que confundir el peso del contenido con el peso del recipiente;
- al doble de contenido no corresponde siempre el doble de peso porque el recipiente "se cuenta solo una vez";
- se puede aprender a mejorar la estimación de una medida;
- las relaciones de proporcionalidad pueden ayudar a estimar el peso de un objeto.

3. CAPACIDADES

CAPACIDADES

Problema 1

Medir una cantidad de agua

Se les presenta a los alumnos una jarra con agua llena hasta aproximadamente $\frac{2}{3}$ de su capacidad y una botella vacía, que admita la misma cantidad de agua que hay en la jarra. También pueden ser dos botellones diferentes o dos jarras bien diferentes, una llena hasta $\frac{2}{3}$ y la otra vacía. Se organiza la clase en grupos de tres o cuatro alumnos y se les propone que inventen una manera de poner en la botella la misma cantidad de agua que hay en la jarra, pero sin traspasar la que hay en la jarra directamente a la botella. El agua de la jarra tendrá que quedar finalmente en la jarra y el agua de la botella tiene que ser "nueva". Al presentar el problema no se ofrece ningún objeto que pueda dar idea de unidad de medida como vasos, botellas, jarras graduadas, etc.

Cada grupo deberá escribir los pasos que seguiría para resolver el problema.

Comentarios sobre el problema 1

El objetivo del problema es poner en evidencia la dificultad de establecer la medida de un objeto que se presenta situado dentro de un recipiente y adquiere la forma de dicho recipiente.

Este problema está presentado sin solicitar a los alumnos que realicen la acción de manera empírica, sino que se les pide que anticipen cómo la realizarían.

La restricción de no poder traspasar el contenido de la jarra directamente a la botella intenta promover la búsqueda de alguna unidad de medida que funcione como intermediaria y permita decidir qué cantidad de agua hay, en función de dicha unidad.

Los alumnos podrán identificar diversas maneras de resolver:

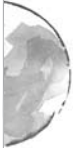
- Pasar el agua a diversos vasos o recipientes, volver a colocar el agua en la jarra y luego llenar la botella con la misma cantidad y variedad de vasos o recipientes. Aquí el resultado sería por ejemplo: 1 vaso chico, 1 vaso grande, 1 botellita de yogur, entre otros. Es decir que no hay una única unidad de medida.
- Emplear un solo vaso o recipiente y llenarlo repetidamente volcando el agua en un tercer recipiente para luego volver a colocarla en la jarra. Aquí el resultado sería por ejemplo: 4 vasos y medio o 6 vasos.
- Usar una botella igual a la que hay que llenar. Marcar hasta dónde se llena cuando se traspasa el agua. Vaciarla en la jarra nuevamente y luego llenar la botella hasta la marca y volcarla en la botella original. Aquí el resultado estaría dado por

la marca de la botella, usada como unidad de medida y con resultado menor que 1 ya que la botella sería una unidad de medida mayor que la de la jarra.

- Usar una jarra igual a la que está llena. Medir y marcar la altura a la que llega el agua. Llenar la nueva jarra hasta la marca y volcar el contenido en la jarra original. En este caso la unidad de medida es la jarra misma y también el resultado es menor que 1.
- Colocar jarra y botella una al lado de la otra. Marcar la altura del agua en la jarra y luego en la botella. A continuación, llenar la botella hasta la marca. Obviamente, este procedimiento es erróneo pues no se estaría evaluando la capacidad sino la longitud. Si apareciera este error, será interesante que el docente promueva una discusión en torno a por qué es insuficiente considerar la altura. También podría plantear a sus alumnos en qué caso sí sería posible solo comparar la altura. Se trata del procedimiento anterior en donde los dos recipientes eran iguales.

Si alguno de estos procedimientos no apareciera, el docente igual podría someterlos a análisis colectivo.

En la puesta en común se podrá generar un debate en torno a la necesidad de seleccionar una unidad de medida para poder constituir una cantidad de agua equivalente a otra y debatir acerca de los diferentes recursos para lograrlo.



CAPACIDADES
Problema 2

Medir una cantidad de agua usando diferentes vasos o botellitas

El docente entrega a cada grupo de alumnos algunos recipientes (botellas, jarras, baldes, etcétera) y envases más pequeños que puedan ser usados como unidades de medida (vasos, tazas, botellitas, etcétera). Se trata de determinar cuál es la capacidad de cada recipiente usando los diferentes envases como unidades de medida.

Comentarios sobre el problema 2

Este problema busca que los alumnos identifiquen que una misma capacidad puede ser expresada con diferentes medidas según la unidad de medida usada (por ejemplo: 1 botella = 4 vasos; 1 botella = 5 tazas; 1 botella = 8 vasitos de yogur).

Por otra parte, se busca iniciar a los alumnos en el establecimiento de algunas equivalencias. Posiblemente identifiquen que 1 vaso de los grandes es equivalente a 2 vasitos de yogur, por ejemplo. Este conocimiento les permitirá averiguar su medida usando como información la equivalencia obtenida en lugar de realizar las mediciones efectivamente.

Podrá retomarse la idea de que la variación de la unidad de medida provoca una variación en el número de la medición que se obtiene, por ejemplo, si la unidad de medida se reduce a la mitad, el resultado obtenido será el doble en términos numéricos, idea que posiblemente ya se haya tratado en relación con las longitudes y pesos. Se trata de una primera aproximación de manera muy intuitiva a la idea de relaciones entre magnitudes inversamente proporcionales.

CAPACIDADES

Problema 3

Conocer y usar unidades de medida convencionales

El docente entrega a cada grupo de alumnos un conjunto de envases comerciales en cuyas etiquetas se informa su capacidad. Los alumnos deberán encontrar un modo de determinar la validez de la información de las etiquetas.

Se precisarán envases cuya información esté dada en litros o mililitros (por ejemplo, gaseosas de 1 litro, 1 litro y medio, 2 litros y $\frac{1}{4}$, 2 litros y $\frac{1}{2}$, champú, detergente, jabón líquido o jarabes de 500 ml, 350 ml, 250 ml, etc.).

Comentarios sobre el problema 3

Para resolver el problema, los alumnos tendrán que usar jarras o vasos medidores. Si las jarras o vasos tuvieran la información en cc (o cm^3), el docente podrá informar acerca de la equivalencia entre mililitros y centímetros cúbicos: $1 \text{ ml} = 1 \text{ cc (o } \text{cm}^3)$, o entre litros y centímetros cúbicos: $1 \text{ litro} = 1.000 \text{ cc (o } \text{cm}^3)$, aclarando que es válida para los líquidos.⁵

Una cuestión a determinar será identificar si la información corresponde al envase lleno o a un envase en el que se considera una parte sin llenar.

Podrá instalarse un debate en torno a los límites de mirar la altura exclusivamente para determinar la capacidad de un envase. Tal vez para algunos alumnos aún no sea evidente que un envase puede ser más alto que otro y sin embargo tener menos capacidad que uno más ancho y de menor altura.

⁵ En este punto, el docente podrá optar por definir el centímetro cúbico como un cubo de 1 cm de arista y los 1000 cm^3 como un cubo de 10 cm de arista. A partir de allí, establecer que la cantidad de líquido que entra en un cubo de 10 cm de arista es un litro, por ello, $1 \text{ litro} = 1000 \text{ cm}^3$. También es posible dejar esta cuestión para otro año.



CAPACIDADES
Problema 4

Estimar capacidades I

El docente propone a los alumnos que completen en grupos de cuatro o cinco un cuadro similar al siguiente, en el que deberán determinar qué objetos ubicarían en cada caso según la capacidad indicada.

Menos de 200 ml	Entre 500 ml y 3 l	Entre 10 y 50 l	Más de 100 l

Comentarios sobre el problema 4

Las medidas elegidas intencionalmente no son contiguas para favorecer la estimación a grandes rasgos. Se espera que los alumnos puedan, por ejemplo, identificar que en la primera columna podrían ser cucharas, vasos de remedios, etcétera, en tanto que en la última puedan reconocer piletas, bañaderas, lagos, etc.

Una cuestión será cómo establecer luego la validez o proximidad de las anticipaciones realizadas. Se tratará de generar discusiones en las cuales los alumnos puedan, en primer lugar, apelar a las informaciones dadas en los envases analizados en el problema anterior. En segundo lugar, podrán recurrir a buscar información en Internet, en publicidades, en libros o por medio de informantes expertos (vendedores, fabricantes, técnicos, etc.).

Finalmente, se intentará instalar la idea de cómo la práctica de la estimación involucra la utilización de ciertas informaciones para construir relaciones nuevas, por ejemplo: “si en un balde entran cerca de 10 litros, en una bañadera entrarán aproximadamente 100 litros”, o “si en una botellita de gaseosa entran 350 ml, en un vaso entran más o menos 200 ml”. En este sentido, la búsqueda de información en diferentes portadores permitirá construir un repertorio de informaciones y datos que contribuirán a “afinar la puntería” en la estimación.



CAPACIDADES
Problema 5

Estimar capacidades II

El docente presenta folletos con publicidades de diferentes objetos en los cuales se deberá ocultar la información sobre la capacidad de cada uno. Por ejemplo, folletos que contengan dibujos o fotografías de diferentes tamaños de termotanques, piletas de lona, latas de pintura, etc.

Los alumnos deberán estimar la medida de la capacidad de cada uno de ellos y luego de una puesta en común el docente informará los datos ocultos.



Comentarios sobre el problema 5

Se espera que los alumnos puedan utilizar como puntos de apoyo tanto las informaciones analizadas en el problema anterior como sus conocimientos extraescolares.

Luego de que los alumnos hayan establecido la estimación en cada caso, el docente podrá organizar un espacio colectivo de intercambio para que circulen y se analicen las relaciones utilizadas.

A continuación de este debate el docente podrá ofrecer la información que estaba oculta para corroborar las anticipaciones. Es esperable que en algunos casos haya una distancia importante entre la estimación y la medida informada, especialmente en aquellos objetos que implican grandes magnitudes (por ejemplo para la piletta de 1.500 litros posiblemente los alumnos dirán 500 litros o 1.000 litros).



CAPACIDADES Problema 6

Retomar el trabajo sobre capacidades

Los alumnos podrán identificar las dificultades enfrentadas y aquello nuevo que han aprendido a partir de haber abordado los problemas 1 a 5.

Se espera que el docente y los alumnos, de manera conjunta, puedan elaborar una lista de aspectos a retener. Por ejemplo:

- es necesario seleccionar un recipiente que funcione como unidad de medida para obtener una cantidad de agua equivalente a otra;
- una misma capacidad puede ser expresada con diferentes números según la unidad de medida usada;
- es necesario elegir una unidad de medida acorde a aquello que se va a medir;
- siempre hay un margen de error al medir capacidades;
- se puede aprender a mejorar la estimación de una capacidad;
- las relaciones de proporcionalidad pueden ayudar a estimar la capacidad de un recipiente.

4. RELACIONES ENTRE PESOS Y CAPACIDADES

Estos problemas buscan que los alumnos identifiquen algunas relaciones entre pesos y capacidades, aportando a la discusión en torno a los litros y los kilos en función de los objetos y materiales que se traten.



RELACIONES ENTRE PESOS Y CAPACIDADES Problema 1

Analizar relaciones entre kilos y litros

Primera parte

Se presentan una balanza y un envase de cartón o botella de plástico de un litro de leche, vacío. Se pesa delante de los alumnos y se escribe su peso. Luego el docente llena el envase con agua y solicita a los alumnos que anticipen su peso. A continuación se pesa efectivamente.

Comentarios sobre el problema 1. Primera Parte

Esta parte apunta a establecer una primera relación entre 1 litro de agua y 1 kilo de agua. Esta idea posiblemente sea generalizada por los alumnos a cualquier contenido y será puesta en cuestionamiento en la segunda parte.

Segunda parte

El docente recuerda a los alumnos cuánto pesa el envase vacío (de la parte anterior) y cuánto pesa el mismo envase lleno de agua.

Los alumnos deberán anticipar en cada caso cuál será el peso del envase lleno con:

- a) arena o piedritas muy pequeñas,
- b) bolitas de telgopor, plumas o goma espuma.

Luego de la anticipación se procederá a verificar pesando el envase con cada contenido.

Comentarios sobre el problema 1. Segunda parte

Luego de que los alumnos han realizado la anticipación y verificado empíricamente el peso en cada caso, se intentará que elaboren algunas primeras explicaciones que permitan dar cuenta de “por qué pasa lo que pasa”, en este caso por qué pesa más el recipiente con arena o piedras que con telgopor o plumas.

Los materiales seleccionados intentan poner en evidencia que el peso del contenido de un mismo envase varía según la clase de material que se vierte en él. No se trata de poner en discusión cuestiones vinculadas a la densidad de los materiales, aunque esta idea se juegue de manera intuitiva (“lo mismo de arena pesa más que lo mismo de telgopor”). El docente podrá compartir con sus alumnos la clásica pregunta: “¿Qué pesa más: un kilogramo de plumas o un kilogramo de plomo?”. También podrá proponerles investigar si 1 kilo de helado (comprado en heladería) es equivalente a 1 litro de helado (tal como figuran en las etiquetas del helado industrial envasado). Se busca con estas actividades identificar que el peso y el tamaño no son proporcionales cuando se trata de materiales diferentes. Se apuntará a dejar explícito que 1 litro de agua pesa 1 kilo (sin necesidad de aclarar a esta altura cuestiones relativas a la presión o a la temperatura), pero que esta relación no se verifica para cualquier contenido o sustancia.

Si el docente considera oportuno, se podrá recuperar la equivalencia entre 1 litro = 1.000 cm³ incluyendo 1 kilo = 1 litro = 1.000 cm³ aclarando que es una equivalencia para el agua y en ciertas condiciones específicas.

RELACIONES ENTRE PESOS Y CAPACIDADES

Problema 2

Explorar más relaciones entre pesos y capacidades

Se propone a los alumnos discutir la verdad o falsedad de las siguientes afirmaciones:

- a) 1 litro de agua pesa 1 kg.
- b) 1 litro de helado es menos que 1 kg de helado.
- c) 1 kg de azúcar y 1 kg de yerba ocupan el mismo espacio.
- d) 1 kg de plomo es más pequeño que 1 kg de plumas.
- e) 1 litro de aceite y 1 litro de agua pesan lo mismo.
- f) Si en un frasco entra justo 1 kg de azúcar, no entra 1 kg de copos de cereal.

Comentarios sobre el problema 2

Luego de las anticipaciones se propondrá un momento de discusión entre los alumnos. Se podrá en algunos casos recurrir a que prueben o averigüen con fuentes de información (etiquetas de los envases, consultar libros o sitios de Internet, usar la balanza, preguntar a vendedores, etc.).

Esta actividad permite recuperar aspectos de las relaciones entre capacidades y pesos analizadas a partir del problema 1.

5. RECAPITULACIÓN SOBRE LA MEDICIÓN

El docente propondrá ir recordando de manera conjunta todos los problemas abordados en torno al estudio de la longitud, la capacidad, el peso y sus relaciones para analizar qué aspectos tienen en común y cuáles son diferentes, y explicitar las ideas que conviene tener en cuenta en futuros problemas de medición.

Se espera que la discusión permita identificar cuestiones tales como:

- que a veces se pueden realizar comparaciones directas y en otros casos es necesario apelar a mediciones con una unidad de medida;
- la variedad de instrumentos de medida, convencionales y no convencionales;
- la variedad de unidades de medida, convencionales y no convencionales;
- el inevitable margen de error al medir;
- la posibilidad de establecer intervalos de medida cuando no es posible dar una medida más ajustada;
- cómo es posible mejorar en las técnicas de estimación usando información de algunas medidas como punto de apoyo.

RELACIONES ENTRE MEDIDAS, SISTEMA DE NUMERACIÓN Y PROPORCIONALIDAD



En este capítulo se propone una colección de problemas que tienen por finalidad poner en evidencia las relaciones entre las unidades de medidas del sistema métrico decimal y algunas características del sistema de numeración, en particular aquellas vinculadas a la multiplicación y división por la unidad seguida de ceros. Este vínculo entre sistema de medidas y sistema de numeración está atravesado por las propiedades de las relaciones de proporcionalidad, que comandan el trabajo con las equivalencias entre unidades de medida.

1. SUBDIVIDIR UNIDADES DE MEDIDA I

Los siguientes problemas buscan recuperar aquellas unidades de medida que pudieron haber sido ya abordadas y poner el énfasis en la conveniencia de disponer de unidades de medida menores a las de mayor uso social (metro, kilogramo, litro, etcétera). Por otro lado introducen la necesidad de disponer de escrituras numéricas que involucren fracciones y decimales para dar cuenta de las medidas obtenidas.



SUBDIVIDIR UNIDADES DE MEDIDA I Problema 1

Una tira de 2 metros se quiere cortar en 10 partes iguales.

- ¿Cuál será la longitud de cada parte?
- ¿Y si la tira fuera de 10 metros?
- ¿Y si fuera de 1 metro?



SUBDIVIDIR UNIDADES DE MEDIDA I Problema 2

Un paquete de yerba pesa 1 kilo y medio. Se reparte todo su contenido en paquetes más pequeños. En cada uno de ellos entra $\frac{1}{4}$ kilo. ¿Cuántos paquetes se podrán llenar?



SUBDIVIDIR UNIDADES DE MEDIDA I

Problema 3

Una jarra contiene un litro de agua. Se reparte en 10 vasos iguales y no queda nada en la jarra.

- ¿Cuánta agua habrá en cada vaso?
- ¿Y si la jarra contuviera 2 litros?
- ¿Y si fuera de 3 litros y medio?

Comentarios sobre los problemas 1, 2 y 3

Estos problemas promueven la elaboración de estrategias que permitan subdividir ciertas unidades de medida en partes iguales, constituyendo de esta manera nuevas unidades. Es esperable que algunas de ellas sean reconocidas por los alumnos en tanto que otras sean tratadas de manera más intuitiva. Por ejemplo, si se trata de partir una tira de 2 metros en 10 partes iguales, como propone el problema 1, es probable que algunos alumnos apelen a los centímetros como unidades pertinentes para determinar las nuevas longitudes. En cambio, si se trata de repartir un litro de agua, como se plantea en el problema 3, es posible que algunos alumnos recurran a las fracciones e intenten partir en 10 el litro, sospechando que podría ser la décima parte del litro ($\frac{1}{10}$ de litro), o apelen a expresiones decimales (0,1 litros), o bien inventen expresiones con las cuales intenten dar cuenta de ese litro subdividido en 10 partes iguales. Si algunos alumnos recordaran la equivalencia entre litros y mililitros, podrán responder 100 ml. El docente podrá evaluar si es pertinente informar a los alumnos que otra manera de nombrar esa cantidad es el decilitro.

En el segundo problema, al colocar $\frac{1}{4}$ de kilo en cada paquete, podrán apelar a contar o sumar $\frac{1}{4}$, $\frac{1}{4}$, ... hasta completar el kilo y medio que propone el problema, arribando a que se llenarán 6 paquetes. También es posible que algunos alumnos identifiquen que $\frac{1}{4}$ kilo equivale a 250 g. Otros alumnos podrán tener disponible la información acerca de que cuatro paquetes de $\frac{1}{4}$ equivalen a 1 kg y 2 paquetes a medio, sumando luego $4 + 2 = 6$ paquetes. El docente podrá proponer aquellos procedimientos que no hayan surgido para que los alumnos analicen su validez.

La equivalencia entre $\frac{1}{4}$ kg y 250 g podrá ser retomada desde distintos tipos de argumentos, por ejemplo:

- $1 \text{ kg} = 1.000 \text{ g}$ y $1.000 : 4 = 250 \text{ g}$
- $250 \text{ g} = 250 / 1.000 \text{ de kg} = \frac{1}{4} \text{ kg}$

El docente podrá promover la resolución de otros problemas que motoricen la subdivisión en partes iguales de unidades de medida para identificar la conveniencia de disponer de unidades de medida más pequeñas que las que habitualmente conocen los niños (litro, kilo y metro).

2. SUBDIVIDIR UNIDADES DE MEDIDA II



SUBDIVIDIR UNIDADES DE MEDIDA II Problema 1

¿Cómo harían para cortar una tira de 10 cm en 7 partes iguales? ¿Cuánto mediría cada parte?



SUBDIVIDIR UNIDADES DE MEDIDA II Problema 2

¿Cómo harían para dividir la capacidad de una botella de 1 litro en 3 partes iguales? ¿Cuánto habría en cada parte?



SUBDIVIDIR UNIDADES DE MEDIDA II Problema 3

¿Cómo harían para dividir $\frac{1}{2}$ kg de azúcar en 6 partes iguales? ¿Cuánto pesaría cada parte?

Comentarios sobre los problemas 1, 2 y 3


Estos tres problemas tienen una misma finalidad: que los alumnos se enfrenten a la dificultad de partir equitativamente cantidades que no admiten resultados muy precisos. Por ejemplo, si se trata de dividir en 7 partes iguales la tira de 10 cm., podrán buscar por ensayo y error asignando a cada parte un valor aproximado de manera tal que, al juntarlos, el resultado sea cercano a 10 cm (probar con 1 cm y medio, con 1 cm y 4 mm, etcétera). También podrán apoyarse en algunos cálculos e incluso recurrir a la calculadora con la finalidad de determinar el resultado de hacer $10 : 7$. Al tratarse aún de situaciones que admiten en este momento un tratamiento más empírico, los números que se presentan como posibles respuestas permiten establecer que se trata una vez más de aproximaciones, que bien podrían registrarse mediante intervalos: cada parte de la tira mide entre 1,4 y 1,5 cm.

Los números seleccionados en los tres problemas motorizan este tipo de respuesta. A su vez podría ocurrir que algunos alumnos sugieran como resultado, por ejemplo, 333 mililitros (en el caso del problema 2) o bien 83 g en el caso del problema 3. Será interesante poner en evidencia que esas aproximaciones no son precisas ya que, al volver a juntar las partes, no se obtiene el valor original.

No se espera aún que los alumnos apelen a fracciones para expresar los resultados, aunque las mismas podrían dar cuenta de un valor exacto del reparto. Por ejemplo, la

expresión $\frac{10}{7}$ sería exacta, pero es poco probable que algún alumno la sugiera como respuesta al problema 1. El docente podrá evaluar la posibilidad de introducir la escritura $\frac{10}{7}$ como solución al problema y entonces propiciar una discusión en torno a un tema de gran complejidad: la diferencia entre un valor exacto (ideal, por ejemplo $\frac{10}{7}$) y una cantidad posible (empírica, por ejemplo entre 1,4 cm y 1,5 cm).⁶ Es decir, si se debe efectivamente cortar la tira, se deberá apelar al valor aproximado. En cambio, si solo se piensa teóricamente en la situación, el resultado será entonces el valor ideal: $\frac{10}{7}$.

3. RECONSTRUIR LA UNIDAD DE MEDIDA



RECONSTRUIR UNIDADES DE MEDIDA
Problema 1

a) Esta tira fue medida con una unidad de medida y dio $\frac{3}{4}$. Dibujá la unidad de medida que se utilizó.

b) ¿Es posible inventar una unidad de medida de manera tal que la longitud de la tira del punto a) sea 0,5? ¿Qué longitud debería tener esta unidad?

Comentarios sobre el problema 1

Este problema intenta poner en juego dos cuestiones centrales. Por un lado, recuperar las actividades de medición efectiva del capítulo anterior ante la necesidad de determinar una unidad de medida. Por otro lado, establecer que la unidad de medida podría ser mayor que el objeto a medir. Frecuentemente los alumnos sospechan que la unidad de medida debe ser menor que el objeto que se mide, probablemente a causa de sus experiencias personales vinculadas con el acto de medir.⁷ Se trata de analizar con los alumnos, una vez más, que quien mide debe tomar decisiones en cuanto a las unidades de medida que resulta conveniente usar y para ello hay que identificar que la unidad de medida surge a partir de una elección entre otras posibles.

Se sugiere que la medida de la tira sea de 12 cm (información que no se ofrece a los alumnos, aunque ellos usen la regla para establecerlo si lo deciden) ya que es un número que resulta sencillo fraccionar. Como la tira es $\frac{3}{4}$ de la unidad de medida, si se la divide en tres partes iguales, resulta que cada una de ellas es un cuarto de la unidad de medida. Por lo tanto, con otro cuarto más se obtendrá la unidad de medida que se usó.

6 Este debate permitirá retomar un aspecto posiblemente abordado en el estudio de las equivalencias entre expresiones fraccionarias y decimales y los usos más pertinentes de una u otra expresión según problemas o contextos.

7 El docente podrá recordar en torno a esta cuestión el problema de la primera parte de este documento (Medidas de longitud, capacidad y pesos), en el que era una estrategia posible medir el agua de la botella con otra botella. En dicho caso también la unidad de medida era mayor que el objeto a medir.

La pregunta b) persigue el mismo propósito, es decir, si la tira midiera 0,5 de una cierta unidad, esta deberá ser el doble de largo que la tira que se está midiendo. Nuevamente el objeto a medir es menor que la unidad de medida y de allí su escritura decimal menor que 1.

4. EXPLORAR UNIDADES DE MEDIDA MAYORES PARA LONGITUDES, CAPACIDADES Y PESOS

El docente propiciará la aparición en el aula de unidades de medida mayores que las abordadas hasta aquí, por ejemplo hectolitro, kilolitro, kilómetro, tonelada, etcétera. Podrá solicitar a los alumnos que busquen en diferentes fuentes de información lo necesario para responder preguntas como las siguientes (agrupadas por tipo de magnitud a medir):

- a) ¿Qué distancia hay entre Buenos Aires y Mar del Plata? ¿Cuánto mide el río más largo del mundo?
- b) ¿Qué cantidad de vino entra en un tonel? ¿Cuánto vino produce por año la región de Cuyo? ¿Cuánto petróleo se produce por pozo en un año? ¿Cuánto petróleo exporta la Argentina por año?
- c) ¿Cuánto pesa una ballena franca? ¿Cuál es el peso que puede transportar un camión con acoplado?

Los alumnos podrán apelar a fuentes de información ofrecidas por el docente o bien recurrir a libros, personas especializadas, mapas, diarios, sitios de Internet, entre otros. Esta exploración no apunta aún a tratar el conjunto de equivalencias entre diferentes unidades de medida y sus múltiplos, sino a tener una primera aproximación al uso social de unidades de medida mayores.

5. EQUIVALENCIAS ENTRE UNIDADES DE MEDIDA

Los siguientes problemas proponen estudiar las equivalencias entre unidades de medida, apelando para ello a la multiplicación y a la división por la unidad seguida de ceros y a las propiedades de las relaciones de proporcionalidad.



EQUIVALENCIAS ENTRE UNIDADES DE MEDIDA Problema 1

El docente propone algunas afirmaciones que involucran relaciones de equivalencia para que los alumnos decidan si son verdaderas o falsas y puedan justificar sus respuestas. Por ejemplo:

- a) Con 100 cm se obtiene 1 m.
- b) Si se parte 1 m en 10 partes iguales, se obtiene 1 cm.
- c) Si se juntan 4 paquetes de 250 g, se obtiene 1 kg.
- d) Si 1 l de agua se divide en 1.000 partes iguales, se obtiene 1 ml.
- e) Si se juntan 500 ml de agua se obtiene $\frac{1}{4}$ litro de agua.
- f) 1 tonel que tiene 10.000 l tiene 100 hl.
- g) 100 cuerdas (de 100 m cada una) son equivalentes a 10 km.
- h) $\frac{1}{8}$ kilo es equivalente a 125 g.
- i) 1 hm es la décima parte de 1 km.
- j) 1.000.000 de mg equivalen a 1 kg.
- k) 10 dm es la décima parte de 1 km.

Comentarios sobre el problema 1

Se trata en este problema de propiciar un primer nivel de explicitación entre algunas equivalencias, apelando a los conocimientos que los alumnos pudieran tener disponibles. No se busca que los alumnos ya conozcan estas relaciones, sino que las mismas se constituyan en objeto de debate. Se espera que los alumnos comiencen a identificar escrituras decimales y fraccionarias para expresar medidas, conozcan nuevas unidades de medida y analicen unas primeras relaciones que se profundizarán en sucesivos problemas.

EQUIVALENCIAS ENTRE UNIDADES DE MEDIDA Problema 2

En las siguientes tablas se informan las equivalencias que hay entre algunas unidades de medida: el metro (m) y el centímetro (cm); el litro (l) y el mililitro (ml), y el kilo (kg) y el gramo (g). Completen las tablas y luego expliquen qué tuvieron en cuenta para completarlas.

m	1	2	0,01
cm	100	1.000	50	10

l	1	5	0,001
ml	1.000	10.000	500	100

g	1.000	2.000	500
kg	1	5	0,1	0,01

Comentarios sobre el problema 2

Estas tablas intentan poner en evidencia dos cuestiones que caracterizan a los sistemas de medida presentados. Por un lado, que es posible apelar a las relaciones de proporcionalidad directa para completar las tablas. Es decir, si se conoce que 1 m equivale a 100 cm, para calcular la cantidad de centímetros que hay en 2 m será suficiente duplicar la cantidad de centímetros. De la misma manera es posible tratar todas las relaciones que se intenta establecer mediante las tablas. Por ejemplo, si 1 m son 100 cm, 0,01 m es el resultado de dividir por 100 el metro, y se tratará entonces de 1 cm (los 100 cm divididos por 100). Por otro lado, se plantea la necesidad de apelar a multiplicaciones y divisiones por la unidad seguida de ceros. Es decir, conocido que 1.000 g equivalen a 1 kilogramo, es posible establecer que se multiplica por "tantos miles" como indica la cantidad de kg (por ejemplo, 5 kg son 5 veces 1.000 g). Y, a su vez, instala un nuevo debate: 0,1 kg es el resultado de dividir por 10 cada kilogramo, de allí que resulten 100 g el valor que corresponde a 0,1 kg. Esta relación también puede ser considerada a partir de la interpretación de las escrituras numéricas que apelan a las expresiones decimales: 0,1 kg es la décima parte del kilogramo, luego corresponde a la décima parte de los 1.000 g, es decir, 100 g. La multiplicación y la división por la unidad seguida de ceros invita también a tratar con expresiones decimales.

Un aspecto que se podrá sistematizar con los alumnos a la luz de estas tablas es una característica común a las unidades de medidas de longitud, capacidad y peso: el significado de las expresiones "kilo", "mili" y "centi" en cuanto a la información que ofrecen ("todos los 'kilo' involucran miles, los 'centi' involucran centésimos en tanto que los 'mili' implican milésimos").

EQUIVALENCIAS ENTRE UNIDADES DE MEDIDA

Problema 3

La siguiente tabla informa nuevas equivalencias entre unidades de medida de longitud:

Unidad						
kilómetro	hectómetro	decámetro	metro	decímetro	centímetro	milímetro
1.000 m	100 m	10 m	1 m	0,1 m	0,01 m	0,001 m

- a) A partir de la información que brinda la tabla, indiquen si las siguientes afirmaciones son verdaderas o falsas. El docente podrá agregar otras afirmaciones verdaderas o falsas.
- La décima parte del metro es el decímetro.
 - El milímetro es 1.000 veces el metro.
 - 1 hm equivale a 100 m.
 - Si una tira mide 1 dm, entonces con 1.000 de esas tiras es posible formar un 1 km.
- b) Enuncien tres afirmaciones que resulten verdaderas y que puedan identificar a partir de la información de la tabla y tres afirmaciones que estén seguros de que son falsas.

EQUIVALENCIAS ENTRE UNIDADES DE MEDIDA

Problema 4

Estas tablas son similares a la del problema 3, pero informan sobre equivalencias entre unidades de medidas de peso o equivalencias entre medidas de capacidad. Complétenlas y expliquen qué tuvieron en cuenta para hacerlo.

Unidad						
kilogramo	hectogramo	decagramo	gramo	decigramo	centigramo	miligramo
..... g	100 g g	1 g	0,1 g	0,01 g	0,001 g

Unidad						
kilolitro	hectolitro	decámetro	litro	decilitro	centilitro	mililitro
1.000 l l	10 l	1 ll	0,01 l	0,001 l

Comentarios sobre los problemas 3 y 4

Estos problemas buscan informar a los alumnos las equivalencias más usuales entre unidades de medida. Pero a su vez invitan a reconocer y usar las relaciones de proporcionalidad que comandan su confección, así como a apelar a la multiplicación y a la división por la unidad seguida de ceros. Otro asunto de análisis en estos problemas será el de las expresiones fraccionarias y decimales en términos de décimos, centésimos y milésimos, necesarias para dar cuenta de la relación entre las distintas unidades de medida.

Será necesario que el docente instale, luego del análisis de las tablas, la posibilidad de identificar la similitud de las reglas que subyacen al sistema de numeración decimal y al sistema de medidas decimal. Entre las características comunes se encuentra el recurso a la multiplicación y a la división por la unidad seguida de ceros para establecer relaciones entre unidades de órdenes diferentes de la misma magnitud (por ejemplo, entre milímetros y centímetros, del mismo modo que entre centésimos y milésimos), así como el uso de las relaciones de proporcionalidad directa.

El docente podrá mostrar la potencia para resolver problemas y anticipar resultados que surge de usar dos sistemas de medidas que tengan la misma base, cuestión que no ocurriría si se usara otro sistema de medidas como el anglosajón (yardas, leguas, galón, millas, etcétera) o un sistema de numeración no decimal (números romanos, egipcios, etc.).

Por ejemplo, al "mirar" el número 45,67 se puede identificar sin hacer cálculos cuántas unidades hay, o el resultado de multiplicar dicho número por 10, 100 o 1.000 o cómo se comportará el número al sumarle o restarle 1, 10, 100 ó 1.000; o bien 0,1; 0,01; 0,001, etcétera. Del mismo modo, frente a la medida 45,67 kg es posible anticipar, sin hacer cálculos, cuántos gramos equivalen a dicha medida, cuál será el resultado de sumar 10 kg o 1 kg, ó 0,1 kg, 100 g; o bien cuánto pesarán juntos 10, 100 ó 1.000 paquetes de dicho peso.

En síntesis, no se trata solamente de que los alumnos puedan usar fluidamente las equivalencias para resolver problemas, sino que se apunta simultáneamente a promover un espacio de reflexión sobre las ventajas y utilidades de nuestros sistemas.⁸

EQUIVALENCIAS ENTRE UNIDADES DE MEDIDA

Problema 5

a) Completen las siguientes tablas.

hl	1			5		
dal		1			5	
cl			1			5

hm	1			3		
dam		2			20	
mm			500			5.000

kg	1			0,5		
dg		1			25	
cg			300			3.000

b) Estas son algunas equivalencias entre medidas. Expliquen por qué son verdaderas.

$$1 \text{ hl} = 10 \text{ dal}$$

$$5 \text{ dal} = 500 \text{ cl}$$

$$2 \text{ dam} = 20.000 \text{ mm}$$

$$3 \text{ hm} = 30 \text{ dam}$$

$$0,5 \text{ kg} = 500 \text{ dg}$$

$$25 \text{ dg} = 0,0025 \text{ kg}$$

EQUIVALENCIAS ENTRE UNIDADES DE MEDIDA

Problema 6

Marquen o resalten, en cada caso, las expresiones que indican la misma cantidad.

- a) 2 m 50 cm 250 cm 205 cm 2.500 mm 2.050 mm
 b) 3 kg 400 g 3.400 g 3.400 kg 304 cg 3.040 mg
 c) 5l 400 ml 540 ml 5.400 ml 5.040 ml 540 cl

8 En 1585, Stevin, un matemático e ingeniero de los Países Bajos, preocupado por problemas prácticos, escribe el libro llamado *La Décima*. Stevin no fue el inventor de las fracciones decimales, ni el primero en utilizarlas, pero formula contundentemente una petición para que se use la base 10 mostrando la practicidad y economía de los agrupamientos decimales para la numeración, para las fracciones, para los sistemas de medidas y el cálculo.



EQUIVALENCIAS ENTRE UNIDADES DE MEDIDA

Problema 7

- a) Si se dividen 50 litros en 10 partes iguales y a cada una de esas partes se la vuelve a dividir en 10 partes iguales, ¿cuál o cuáles de las siguientes expresiones indican la medida de cada una de estas últimas partes?

5 l 50/100 l 0,05 l 5 dl $\frac{5}{10}$ l 5 cl

- b) Si se unen 1.000 tiras de 2 cm cada una, ¿cuál o cuáles de las siguientes expresiones indican la longitud de todas las tiras juntas?

200 m 20 m 2.000 m 0,2 km 2 dam

Comentarios sobre los problemas 5, 6 y 7

En estos problemas se apunta a que los alumnos puedan analizar las relaciones entre unidades de medida tanto en términos de multiplicación y división por 10, 100, 1.000, etcétera o por 0,1; 0,01; 0,001 como de las relaciones de proporcionalidad involucradas. Por ejemplo, se espera que puedan justificar de diferentes maneras que $1 \text{ hl} = 10 \text{ dal}$: “Si 1 decalitro son 10 litros y 1 hectolitro son 100 litros, el decalitro es la décima parte del hectolitro, y entonces 10 decalitros son 1 hectolitro” o bien: “Siempre en dos unidades contiguas la mayor es diez veces la menor”.

Para el problema 6 los alumnos podrán identificar que 3 kg y 400 g son equivalentes a 3.400 g, porque 1 kg equivale a 1.000 g, entonces 3 kg son 3.000 g y 400 g más forman los 3.400 g. O bien: si 1 cg equivale a 10 mg, entonces 304 cg serán 304×10 mg, es decir, 3.040 mg.

Para el problema 7, los alumnos podrán reconocer que si se divide 50 litros en 10 partes iguales y a cada una de esas partes se la vuelve a dividir en 10 partes iguales, se está obteniendo la centésima parte de 50 litros, por lo cual la expresión $50/100 \text{ l}$ representa la medida de cada una de estas últimas partes. Otro razonamiento puede ser pensar que la décima parte de 50 litros son 5 litros y luego al dividirlo en 10 se obtiene $5/10 \text{ l}$ o 5 dl.

En estos problemas se espera que los alumnos apelen a explicitar relaciones entre unidades. El uso de algunas reglas mecánicas (como encolumnar y llenar con ceros, poner el último entero debajo de la unidad, contar los lugares y correr comas) permite sin duda encontrar las respuestas correctas, pero no pone en juego la necesidad de comprender los motivos por los que son válidas.

EXPLORAR OTROS SISTEMAS DE MEDIDAS

En esta parte se incluyen problemas que permiten poner en evidencia que no todos los sistemas de medida responden a una organización decimal. Se propicia el estudio de las medidas de tiempo, así como medidas anglosajonas ya que en ambos casos sus estructuras no son decimales. Se busca que los alumnos puedan comprender su funcionamiento y compararlo con las unidades de medida que respetan la organización decimal, estableciendo ventajas y desventajas.

1. MEDIDAS DE TIEMPO

El trabajo propuesto hasta aquí permite establecer relaciones entre estos sistemas de medidas que tienen una organización decimal y las relaciones que comandan nuestro sistema de numeración. Incluir las medidas de tiempo favorece la incorporación de nuevos aspectos, entre otros:

- Poner en evidencia la existencia de sistemas de medición cuya estructura no es decimal (lo que trae aparejado algunas dificultades, en particular, en el momento de realizar cálculos).
- Analizar las similitudes y diferencias entre un sistema decimal y otro no decimal, identificando ventajas y desventajas de cada uno de ellos en función de los problemas que se intenta resolver.

Los problemas que se presentan tendrán en cuenta estas dos cuestiones.

MEDIDAS DE TIEMPO⁹

Problema 1

- a) Algunos de estos relojes digitales dan horas correctas, otros, en cambio, tienen errores. ¿Cuáles son?



- b) En cada uno de los relojes cuyo horario consideran que tiene error, escriban la hora que debería marcar.

⁹ Estos problemas están tomados o adaptados de propuestas desarrolladas en documentos dirigidos a grados de aceleración: *Grado de Aceleración 6°/7°. Matemática. II Bimestre. Material para el docente*; *Grado de Aceleración 6°/7°. Matemática. II Bimestre. Material para el alumno*, año 2004. Dirección General de Planeamiento, GCBA.

Comentarios sobre el problema 1

El desafío que propone este problema se relaciona, en cierta medida, con la experiencia que pudieran tener los alumnos con el uso del reloj digital y con el conocimiento de cuántos minutos equivalen a una hora. Si los niños conocieran la hora y este tipo de reloj, es esperable que no les traiga mayores inconvenientes ya que “salta a la vista” (para quien está acostumbrado) que hay cantidades que no podrían aparecer. Será una buena oportunidad para dar cuenta de algunas equivalencias a partir de los números que sí aparecen y de los que no podrían formar parte de la escritura que proporciona un reloj digital.

MEDIDAS DE TIEMPO

Problema 2

En un cine se anuncia la siguiente programación:

Del 14 al 20 de marzo	Película	1ª función	2ª función
Sala 1	<i>La Gran Batalla</i> (Duración: 2 h 10 min)	11:05 h	
Sala 2	<i>Fantasma Inc</i> (Duración: 1 h 35 min)	10:40 h	
Sala 3	<i>El Halcón Negro</i> (Duración: 2 h 25 min)	11:35 h	

¿A partir de qué hora, como mínimo, podría comenzar la segunda función de cada una de las películas anunciadas?

MEDIDAS DE TIEMPO

Problema 3

- ¿Cuántos minutos son 140 segundos?
- ¿Cuántos minutos hay en 2 horas 20 minutos?
- ¿Cuántos segundos hay en 1 hora 10 minutos?
- ¿A cuántas horas equivalen 250 minutos?


Comentarios sobre los problemas 2 y 3

Estos problemas ponen en el centro de atención la idea de equivalencia. En el problema 1 se trata no solo de sumar la cantidad de horas de duración de la película para dar cuenta del horario de inicio de la segunda función, sino que presenta el desafío de analizar en qué circunstancias se modifica la hora, a partir de superar o no los 60 minutos. De allí que, por ejemplo, es esperable que algunos alumnos aún respondan, para *El Halcón Negro*, que si a 11:25 se le suman las 2 h 35 min, la siguiente función debería empezar a las 13:60 o 13 h 60 min, sin tener en cuenta la equivalencia entre 60 min y 1 hora.

Por otro lado, valdrá la pena discutir si la segunda función puede comenzar inmediatamente o requiere un tiempo para que salga la gente de la primera función y entre la de la segunda.

Otra cuestión a considerar tiene que ver con las diferencias en la escritura: por un lado hay información "en palabras" (2 hs, 25 min) y por otro lado "en escritura digital" (11:25). Será parte del debate establecer las equivalencias correspondientes.

Finalmente, el problema 3 avanza en utilizar de manera explícita las relaciones entre horas, minutos y segundos analizando diferentes recursos que permitan dar cuenta de ellas. Por ejemplo, dividir por 60, agregar 1 por cada 60, etcétera. Es una oportunidad para comenzar a establecer que no es suficiente con "mirar el número" para hacer cálculos, ya que no se reagrupa de a 10, como sí ocurre con otras medidas (longitud, capacidad y peso).



MEDIDAS DE TIEMPO
Problema 4

Analicen si las siguientes afirmaciones son verdaderas. Para los casos en que sean falsas, anoten una igualdad que resulte verdadera.

- a) 1 hora 30 minutos = 1,3 horas
- b) 20 minutos = $\frac{1}{3}$ de hora
- c) 1 hora 5 minutos = 1,5 horas
- d) 30 minutos = $\frac{1}{2}$ hora
- e) 1 hora 15 minutos = 1,25 horas

Comentarios sobre el problema 4

Cada una de las partes de este problema implica algún tipo de desafío relativo a las escrituras y las equivalencias. Por ejemplo, al resolver el punto a), algunos alumnos podrían confundir estas escrituras apoyados en relaciones válidas en un sistema decimal. Es decir, si fueran longitudes, 1 metro 30 cm equivalen a 1,30 metros. Pero al tratarse de un sistema que no es decimal, las equivalencias no "saltan a la vista". De allí que establecer que 1 h 30 min equivale a 1,5 horas implica reconocer que 30 min son 0,5 h y no 0,3 horas.

Del mismo modo se pretende involucrar a las fracciones. Pero en este caso, una vez más, no son válidas las equivalencias que sí funcionaron con otros sistemas de medida decimales. Es decir, en el punto b), 20 minutos equivale a la tercera parte de 60 minutos (que es 1 hora). De allí que 20 minutos sean $\frac{1}{3}$ de hora. A diferencia de lo que ocurre con, por ejemplo, los kilos: $\frac{1}{3}$ de kilo equivalen a 333,333... gramos ya que en este caso el sistema es decimal y resulta conveniente responder haciendo $1.000 : 3$.



MEDIDAS DE TIEMPO Problema 5

Intenten explicar la diferencia que hay entre determinar:

- cuántos metros son 200 centímetros y
- cuántas horas son 200 minutos.

Comentarios sobre el problema 5

Se trata en este caso de hacer explícitas las diferencias entre un sistema decimal y otro que no lo es. En particular, reconocer que “mirando” 200 centímetros, es relativamente sencillo “leer” en dicha escritura los 2 metros, a partir de la equivalencia entre 100 cm y 1 m. La multiplicación y la división por la unidad seguida de ceros son puntos de apoyo solidarios que permiten identificar relaciones entre diferentes unidades de medida al tratarse de una organización decimal del sistema. En cambio, establecer que 200 minutos equivalen a 3 horas con 20 minutos involucra otro tipo de cálculos, que no se apoyan en la multiplicación y la división por 10, 100 o 1.000, por lo tanto, las operaciones pueden ser un poco más complejas y, en consecuencia, no siempre se podrán reconocer “a ojo”.

2. EXPLORAR MEDIDAS INFORMÁTICAS Y MEDIDAS ANGLOSAJONAS¹⁰

Esta colección de problemas apunta a que los alumnos puedan conocer e identificar relaciones entre otras unidades de medida.

Se propone inicialmente un grupo de problemas que apuntan a que los niños exploren el sistema de medidas inventado a propósito del desarrollo informático (byte, megabyte, etcétera) y que puedan conocer algunas medidas inglesas de longitud, capacidad o peso (yardas, leguas, entre otras).

Por un lado, se espera que los alumnos puedan conocerlas y saber dónde recurrir para hacer equivalencias y así resolver algunos problemas. Por otro lado, conocer sistemas de medida no decimales permitirá analizar las ventajas de disponer de un sistema de numeración y de un sistema de medida que comparten la base decimal.



¹⁰ Será interesante que el docente comente a sus alumnos que la inclusión del sistema métrico decimal es una decisión política, que en la Argentina se realizó a través de una ley, y que actualmente se debate en los parlamentos de varios países si usar oficialmente o no los sistemas anglosajones o decimales. En sus discusiones actuales muchos defienden el sistema anglosajón por su uso social y la conservación de las tradiciones, mientras que los que proponen reemplazarlo por el sistema métrico decimal abogan por su difusión y economía frente al cálculo.



EXPLORAR MEDIDAS INFORMÁTICAS Y MEDIDAS ANGLOSAJONAS Problema 1

La capacidad de la computadora se mide según la información que puede almacenar. La unidad mínima es el bit. Pero hay unidades mayores: el byte equivale a 8 bits. Y otras unidades mayores aún son el kilobytes (KB): 1.024 bytes; o el megabyte (MB): 1.024 KB y el gigabyte (GB): 1.024 MB.

Averigüen cuál es aproximadamente la capacidad de:

- un disquete,
- un CD,
- una casilla de correo electrónico,
- un mp3,
- un pendrive,
- una computadora.



EXPLORAR MEDIDAS INFORMÁTICAS Y MEDIDAS ANGLOSAJONAS Problema 2

Para la velocidad de transmisión de datos se suele usar como base el bit por segundo (Bps). Y las unidades de medida más grandes que se suelen utilizar son el kilobit por segundo (Kbps), megabit por segundo (Mbps) y gigabit por segundo (Gbps).

Averigüen las equivalencias:

- Kbps =bits por segundo.
Mbps = Kbits por segundo.
Gbps = Mbits por segundo.



EXPLORAR MEDIDAS INFORMÁTICAS Y MEDIDAS ANGLOSAJONAS Problema 3

- ¿Es posible grabar un archivo de 4.509.184 bytes en un disquete?
- Una carpeta con archivos "pesa" 683.710.531 bytes, ¿cuántos MB tiene? ¿Entra en un pendrive de 512 MB?
- Juan está bajando de Internet un juego que pesa 3.770 KB. Está bajando a la velocidad de 65 KB por segundo. ¿Cuántos segundos aproximadamente debe esperar?

Comentarios sobre los problemas 1, 2 y 3

En estos problemas se trata de un trabajo exploratorio. No se requerirá que los alumnos memoricen las equivalencias establecidas o encontradas, sino que puedan recurrir a ellas para conocerlas y usarlas cuando las precisen. Será interesante promover el

análisis acerca de las ventajas y la mayor economía al establecer equivalencias cuando se trata de múltiplos de 10 (velocidad de transmisión) que en aquellos sistemas que no se apoyan en base decimal (capacidad de almacenamiento).

EXPLORAR MEDIDAS INFORMÁTICAS Y MEDIDAS ANGLOSAJONAS

Problema 4

En algunas situaciones y en algunos países se utiliza un sistema de medidas de origen inglés. Las siguientes son algunas equivalencias con nuestro sistema métrico:

Unidad de medida inglesa	Equivalencia en nuestro sistema métrico
1 pulgada	2,54 centímetros
1 pie	30,48 centímetros
1 milla	1.609,35 metros
1 legua	4,827 kilómetros
1 libra	0,454 kg
1 galón (imperial)	4,546 litros

- ¿Cuántas libras pesás aproximadamente?
- ¿Tu altura es mayor o menor a 6 pies?
- Un televisor tiene 20 pulgadas (midiendo la diagonal de la pantalla). ¿Cuántos centímetros mide aproximadamente dicha diagonal?
- Desde Buenos Aires a Mar del Plata hay cerca de 400 kilómetros, ¿son más o menos que 100 leguas?
- Un camión traslada 5.000 litros de nafta, ¿cuántos galones son aproximadamente?
- Esteban va a competir en una carrera de bicicletas cuyo recorrido es de 143 millas. Su velocidad promedio es de 15 km por hora. El ganador del torneo anterior rompió el récord ya que tardó solo 16 horas en hacer el recorrido. ¿Podrá Esteban batir ese récord?

Comentarios sobre el problema 4

Nuevamente se trata de una situación de trabajo exploratorio por parte de los alumnos. El docente podrá propiciar el establecimiento de relaciones en cada caso particular. Por ejemplo, es probable que algunos alumnos, para resolver el punto a), reconozcan que cada libra es aproximadamente medio kilo. De allí que si un alumno pesa cerca de 32 kilos, esta cantidad será aproximadamente 64 libras, pues por cada kilo hay casi 2 libras.

De la misma manera es posible establecer que si un galón equivale a 4,5 litros, para establecer cuántos galones hay en un camión que contiene 5.000 litros se podría pensar que

en 1.000 galones hay 4.500 litros, aproximadamente. Y en 100 galones, cerca de 450 litros. Entonces, 5.000 litros son aproximadamente 1.100 galones. O bien, apelando a la división: $5.000 : 4,5 = 1.111$ litros aproximadamente.

Se trata de poner en evidencia que al conocer una de las equivalencias, las propiedades que son válidas para las relaciones de proporcionalidad directa permiten dar cuenta de cualquier otra equivalencia.

Asimismo, para resolver el punto f), los alumnos podrán imaginar que en 1 hora recorre 15 km. La equivalencia entre millas y kilómetros es necesaria para la resolución. Es posible tratar ambas cantidades como millas o como kilómetros. Por ejemplo, establecer que 143 millas equivalen a $143 \times 1.609,35 \text{ m} = 230.137,05 \text{ m}$, lo que es aproximadamente 230 km. Y si recorre 15 km en 1 hora, en 16 horas recorrerá 240 km. Por lo tanto, podría llegar a ganar la carrera.

ALGUNAS PROPUESTAS PARA SISTEMATIZAR Y ORGANIZAR LO TRABAJADO¹¹



Esta sección tiene el propósito de generar un espacio de análisis del trabajo desarrollado con los alumnos en función de la selección de problemas que se haya realizado. Se intenta favorecer la identificación de los conocimientos que han circulado, comparar unos problemas con otros estableciendo semejanzas y diferencias. También es una intención que los alumnos tomen conciencia de lo que han aprendido y puedan explicitar sus nuevos conocimientos y tenerlos disponibles para nuevas situaciones.

Es interesante plantear una revisión que tenga una mirada global sobre lo realizado. Para ello será necesario que se retomem las conclusiones elaboradas y se establezcan relaciones entre los conocimientos que circularon. Sistematizar y organizar, entre otros aspectos, forman parte de las prácticas que el alumno precisa desplegar para estudiar.

Se sugieren actividades de carácter colectivo y en pequeños grupos, tales como hojear carpetas, evocar conclusiones, retomar problemas más complejos, compararlos, listar las estrategias para resolverlos. En este momento pueden elaborarse también nuevas conclusiones que incluyan relaciones entre conocimientos que circularon en distintas clases.

Entre las actividades individuales se puede proponer un nuevo grupo de problemas que permita reinvertir los conocimientos puestos en juego. Se espera que al resolverlos los alumnos usen los conocimientos y las estrategias que fueron objeto de discusión en las distintas partes. Estos problemas brindarán al docente una nueva oportunidad de identificar el grado de apropiación de los conocimientos que fueron objeto de trabajo por parte de sus alumnos y permitirá tomar decisiones respecto de aquellos aspectos que será necesario retomar o de los errores que persisten.

Actividad 1 (colectiva)

El maestro podrá preguntar: “¿Qué hemos aprendido sobre la medida en estas clases?” Se irán registrando en el pizarrón o en un afiche las ideas vertidas por los alumnos durante este intercambio. Será oportuno que, posteriormente, estas ideas sean volcadas en las carpetas de los niños para que puedan ser retomadas en nuevas oportu-

¹¹ Las ideas y algunos párrafos de esta sección han sido tomados y adaptados de la última parte del documento de la Dirección General de Educación Básica, Provincia de Buenos Aires, 2007: *División en 5º y 6º año de la escuela primaria. Una propuesta para el estudio de las relaciones entre dividendo, divisor, cociente y resto*. Disponible en www.buenosaires.gob.ar.

tunidades. Esta tarea puede apoyarse en la lectura de las conclusiones a las que se arribó en cada una de las etapas y que se encuentran registradas en las carpetas o en afiches. Estas conclusiones iniciales podrán ser revisadas o reformuladas incluyendo varias de ellas en una formulación de carácter más general, intentando que sean más claras o incorporando vocabulario más ajustado. También podrán incluirse ejemplos.

Entre las conclusiones que podrían elaborar los alumnos podrían aparecer expresiones como las siguientes:

- trabajar con pesos, longitudes o capacidades es bastante parecido porque para pasar de una a otra unidad de medida se realizan las mismas operaciones;
- cuando medís de verdad, siempre un poco te equivocás o te da diferente si lo medís varias veces;
- es muy útil estimar medidas para resolver problemas, para saber si estás calculando bien, para decidir cuánto se precisará;
- cuando se usan sistemas de medida decimales, mirando el número es más sencillo hacer equivalencias entre unidades de medida, ya que operar por la unidad seguida de ceros es fácil;
- en los sistemas que no son decimales no se trata de multiplicar y dividir por 10, 100 y 1.000, hay que hacer más cálculos;
- hay relaciones de proporcionalidad en las equivalencias en los sistemas decimales (pasar de km a m) y en las no decimales (pasar de horas a minutos);
- si aprendés a hacerlo, mirando el número podés hacer equivalencias y cálculos más fáciles en los sistemas decimales.

Actividad 2 (en pequeños grupos)

Mirar la carpeta con todos los problemas y elegir los cinco más difíciles. Rehacerlos buscando, al menos, dos maneras diferentes de encontrar la solución.

Actividad 3 (colectiva)

Clasificar los problemas resueltos según “parecidos”. Hacer una lista de las clases de problemas que ya aprendieron a resolver.

Actividad 4 (en pequeños grupos)

Inventar una “prueba” con un problema de cada clase que tenga entre cinco y ocho ítems. Luego, en una instancia colectiva, comparar las cuatro o cinco pruebas preparadas por cada grupo analizando las clases de problemas que no están presentes en las otras. Usar las pruebas elaboradas por los alumnos para estudiar. Unirlos a los problemas propuestos en la actividad 6.

Actividad 5 (en pequeños grupos)

Elaborar un “machete” con todas las anotaciones que es necesario retener para poder resolver los problemas. Incluir ejemplos.

Actividad 6 (individual)

Resolver una colección de problemas. Se pueden usar los “machetes” y las conclusiones como consulta. Entregarlos por escrito y resueltos. Luego de la resolución individual realizar una puesta en común para analizar dificultades y errores (el docente podrá preparar una colección de problemas de cada etapa del trabajo realizado donde podrá incluir los elaborados por los alumnos en la actividad 4 y los que le parezcan pertinentes).

A MODO DE CIERRE



Este material, como hemos señalado inicialmente, tiene la intención de contribuir a la enseñanza de un tema que involucra un abanico de relaciones difíciles de considerar de manera articulada en las propuestas de trabajo. En numerosas oportunidades, estos conceptos suelen quedar para "fin de año" y no siempre es posible ahondar en su complejidad.

Para el conjunto de problemas presentados se ha buscado también generar situaciones que presenten desafíos a los alumnos otorgándoles la oportunidad y la responsabilidad de tomar decisiones, de elegir procedimientos y maneras de representar. Trabajar con situaciones de estas características exige al docente una gestión de la clase en la que no se espera que los problemas sean resueltos directamente de manera correcta. Por el contrario se anticipan errores, aproximaciones diferentes y se apunta a generar –a partir de la diversidad de respuestas y maneras de obtenerlas– espacios colectivos de debate, discusión, difusión de ideas y análisis de las dificultades.

También se han considerado espacios de trabajo colectivo dirigidos al reconocimiento de las nuevas ideas que han circulado, al ordenamiento y sistematización de las relaciones producidas por el conjunto de la clase, a la explicitación de las relaciones matemáticas subyacentes a los problemas abordados. Una idea que se intenta sostener es que los alumnos tengan momentos específicos dirigidos a la toma de conciencia de los nuevos conocimientos y al estudio, de tal manera que aquello que fue nuevo, se torne progresivamente conocido y pueda constituirse en recursos disponibles para resolver nuevos problemas con más comodidad que inicialmente.

Estos problemas intentan colaborar con el diseño de propuestas didácticas por parte de los docentes. Sin duda creemos que ellos podrán agregar, cambiar el orden, saltar problemas, intercalar nuevas colecciones, profundizar en otros recursos, teniendo en cuenta –entre otros aspectos– el recorrido de la enseñanza y de los aprendizajes de su grupo, analizando cuáles conocimientos considera que sus alumnos ya tienen disponibles. Se trata de una propuesta que desde su misma producción espera ser enriquecida a partir de los aportes y decisiones de cada docente o de cada escuela.

Esperamos que los docentes de cada escuela puedan, de manera colectiva, realizar un análisis y uso de este material que aporte a la compartida preocupación del mejoramiento de los aprendizajes matemáticos de los alumnos de segundo ciclo.



Anexo


ENUNCIADOS DE LOS PROBLEMAS INCLUIDOS EN ESTE DOCUMENTO

En este anexo se presentan, nuevamente y con la intención de que puedan estar disponibles para ser fotocopiados, todos los problemas correspondientes a **Relaciones entre medidas, sistema de numeración y proporcionalidad** y a **Explorar otros sistemas de medida** de este documento.


No se replican, en cambio, los problemas correspondientes a la Primera Parte: dado que estos están pensados como orientaciones para el docente, deberán ser adaptados a consignas pertinentes para los alumnos.

RELACIONES ENTRE MEDIDAS, SISTEMA DE NUMERACIÓN Y PROPORCIONALIDAD


1. SUBDIVIDIR UNIDADES DE MEDIDA I



Problema 1
Si quieren cortar una tira de 2 metros en 10 partes iguales:
a) ¿Cuál será la longitud de cada parte?
b) ¿Y si la tira fuera de 10 metros?
c) ¿Y si fuera de 1 metro?

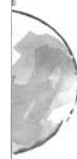


Problema 2
Un paquete de yerba pesa 1 kg y medio. Se reparte todo su contenido en paquetes más pequeños. En cada uno de ellos entra $\frac{1}{4}$ kg. ¿Cuántos paquetes se podrán llenar?




Problema 3
Una jarra contiene un litro de agua. Se reparte en 10 vasos iguales y no queda nada en la jarra.
a) ¿Cuánta agua habrá en cada vaso?
b) ¿Y si la jarra contuviera 2 litros?
c) ¿Y si fuera de 3 litros y medio?


2. SUBDIVIDIR UNIDADES DE MEDIDA II



Problema 1
¿Cómo harían para cortar una tira de 10 cm en 7 partes iguales? ¿Cuánto mediría cada parte?



Problema 2
¿Cómo harían para separar la capacidad de una botella de 1 litro en 3 partes iguales? ¿Cuánto habría en cada parte?



Problema 3
¿Cómo harían para dividir $\frac{1}{2}$ kg de azúcar en 6 partes iguales? ¿Cuánto pesaría cada parte?

3. RECONSTRUIR LA UNIDAD DE MEDIDA

Problema 1

- a) Esta tira fue medida con una unidad de medida y dio $\frac{3}{4}$. Dibujen la unidad de medida que se utilizó.
- b) ¿Es posible inventar una unidad de medida de manera tal que la longitud de la tira del punto a) sea 0,5? ¿Qué longitud debería tener esta unidad?

4. EXPLORAR UNIDADES DE MEDIDA MAYORES PARA LONGITUDES, CAPACIDADES Y PESOS

Problema 1

Busquen información en diferentes fuentes (libros, revistas, diarios, internet, etc.) para responder las siguientes preguntas:

- a) ¿Qué distancia hay entre Buenos Aires y Mar del Plata?
- b) ¿Cuánto mide el río más largo del mundo?
- c) ¿Qué cantidad de vino entra en un tonel?
- d) ¿Cuánto vino produce por año la región de Cuyo?
- e) ¿Cuánto petróleo se produce por pozo en un año?
- f) ¿Cuánto petróleo exporta la Argentina por año?
- g) ¿Cuánto pesa una ballena franca?
- h) ¿Cuál es el peso que puede transportar un camión con acoplado?

5. EQUIVALENCIAS ENTRE UNIDADES DE MEDIDA

Problema 1

Decidir si las siguientes afirmaciones son verdaderas o falsas y justificar las respuestas:

- a) Con 100 cm se obtiene 1 m.
- b) Si se parte 1 m en 10 partes iguales se obtiene 1 cm.
- c) Si se juntan 4 paquetes de 250 g se obtiene un 1 kg.
- d) Si 1 litro de agua se divide en 1.000 partes iguales se obtiene 1 ml.
- e) Si se juntan 500 ml de agua se obtiene $\frac{1}{4}$ litro de agua.
- f) 1 tonel que tiene 10.000 litros tiene 100 hl.
- g) 100 cuadras (de 100 m cada una) son equivalentes a 10 km.
- h) $\frac{1}{8}$ kilo es equivalente a 125 g.
- i) 1 hm es la décima parte de 1 km.
- j) 1.000.000 de mg equivalen a 1 kg.
- k) 10 dm es la décima parte de 1 km.



Problema 2

En las siguientes tablas se informan las equivalencias que hay entre algunas unidades de medida: el metro (m) y el centímetro (cm); el litro (l) y el mililitro (ml) y el kilo (kg) y el gramo (g). Completen las tablas y luego expliquen qué tuvieron en cuenta para completarlas.

m	1	2	0,01
cm	100	1.000	50	10

l	1	5	0,001
ml	1.000	10.000	500	100

g	1.000	2.000	500
kg	1	5	0,1	0,01



Problema 3

La siguiente tabla informa nuevas equivalencias entre unidades de medida de longitud.

Unidad						
kilómetro	hectómetro	decámetro	metro	decímetro	centímetro	milímetro
1.000 m	100 m	10 m	1 m	0,1 m	0,01 m	0,001 m

- a) A partir de la información que brinda la tabla indiquen si las siguientes afirmaciones son verdaderas o falsas:
- La décima parte del metro es el decímetro.
 - El milímetro es 1.000 veces el metro.
 - 1 hm equivale a 100 m.
 - Si una tira mide 1 dm, entonces con 1.000 de esas tiras es posible formar un 1 km.
- b) Enuncien tres afirmaciones que resulten verdaderas y que puedan identificar a partir de la información de la tabla y tres afirmaciones que estén seguros de que son falsas.

Problema 4

Estas tablas informan sobre equivalencias entre unidades de medidas de peso o equivalencias entre medidas de capacidad. Complétenlas y expliquen qué tuvieron en cuenta para hacerlo.

Unidad						
kilogramo	hectogramo	decagramo	gramo	decigramo	centigramo	miligramo
..... g	100 g g	1 g	0,1 g	0,01 g	0,001 g

Unidad						
kilolitro	hectolitro	decámetro	litro	decilitro	centilitro	mililitro
1.000 l l	10 l	1 ll	0,01 l	0,001 l

Problema 5

a) Completen las siguientes tablas.

hl	1			5		
dal		1			5	
cl			1			5

hm	1			3		
dam		2			20	
mm			500			5.000

kg	1			0,5		
dg		1			25	
cg			300			3.000

b) Estas son algunas equivalencias entre medidas. Expliquen por qué son verdaderas.

$$\begin{aligned} 1 \text{ hl} &= 10 \text{ dal} & 5 \text{ dal} &= 500 \text{ cl} \\ 2 \text{ dam} &= 20.000 \text{ mm} & 3 \text{ hm} &= 30 \text{ dam} \\ 0,5 \text{ kg} &= 500 \text{ dg} & 25 \text{ dg} &= 0,0025 \text{ kg} \end{aligned}$$



Problema 6

Marquen o resalten, en cada caso, las expresiones que indican la misma cantidad.

- a) 2 m 50 cm 250 cm 205 cm 2.500 mm 2.050 mm
b) 3 kg 400 g 3.400 g 3.400 kg 304 cg 3.040 mg
c) 5 l 400 ml 540 ml 5.400 ml 5.040 ml 540 cl



Problema 7

a) Si se dividen 50 litros en 10 partes iguales y a cada una de esas partes se la vuelve a dividir en 10 partes iguales, ¿cuáles de las siguientes expresiones indican la medida de cada una de estas últimas partes?

5 l 50/100 l 0,05 l 5 dl $\frac{5}{10}$ l 5 cl

b) Si se unen 1000 tiras de 2 cm cada una, ¿cuáles de las siguientes expresiones indican la longitud de todas las tiras juntas?

200 m 20 m 2.000 m 0,2 km 2 dam

EXPLORAR OTROS SISTEMAS DE MEDIDA

1. MEDIDAS DE TIEMPO

Problema 1

a) Estos relojes digitales dan horas correctas; otros, en cambio, tienen errores. ¿Cuáles son?



b) En cada uno de los relojes cuyo horario consideran que tiene error, escriban la hora que debería marcar.

Problema 2

En un cine se anuncia la siguiente programación:

Del 14 al 20 de marzo	Película	1ª función	2ª función
Sala 1	<i>La Gran Batalla</i> (Duración: 2 h 10 min)	11:05 h	
Sala 2	<i>Fantasma Inc</i> (Duración: 1 h 35 min)	10:40 h	
Sala 3	<i>El Halcón Negro</i> (Duración: 2 h 25 min)	11:35 h	

¿A partir de qué hora, como mínimo, podría comenzar la segunda función de cada una de las películas anunciadas?

Problema 3

- ¿Cuántos minutos son 140 segundos?
- ¿Cuántos minutos hay en 2 horas 20 minutos?
- ¿Cuántos segundos hay en 1 hora 10 minutos?
- ¿A cuántas horas equivalen 250 minutos?

Problema 4

Analizar si las siguientes afirmaciones son verdaderas. Para los casos en que sean falsas, anoten una igualdad que resulte verdadera.

- a) 1 hora 30 minutos = 1,3 horas
- b) 20 minutos = $\frac{1}{3}$ de hora
- c) 1 hora 5 minutos = 1,5 horas
- d) 30 minutos = $\frac{1}{2}$ hora
- e) 1 hora 15 minutos = 1,25 horas

Problema 5

Intenten explicar la diferencia que hay entre determinar:

- a) cuántos metros son 200 centímetros y
- b) cuántas horas son 200 minutos.

2. EXPLORAR MEDIDAS INFORMÁTICAS Y MEDIDAS ANGLOSAJONAS

Problema 1

La capacidad de la computadora se mide según la información que puede almacenar. La unidad mínima es el bit. Pero hay unidades mayores: el byte equivale a 8 bits. Y otras unidades mayores aún son el kilobytes (KB): 1.024 bytes; o el megabyte (MB): 1.024 KB y el gigabyte (GB): 1.024 MB.

Averigüen cuál es aproximadamente la capacidad de:

- un disquete,
- un CD,
- una casilla de correo electrónico,
- un mp3,
- un pendrive,
- una computadora.

Problema 2

Para la velocidad de transmisión de datos se suele usar como base el bit por segundo (Bps). Y las unidades de medida más grandes que se suelen utilizar son el Kilobit por segundo (Kbps), Megabit por segundo (Mbps) y Gigabit por segundo (Gbps).

Averigüen las equivalencias:

Kbps = bits por segundo.

Mbps = Kbits por segundo.

Gbps = Mbits por segundo.

Problema 3

- a) ¿Es posible grabar un archivo de 4.509.184 bytes en un disquete?
¿Por qué?
- b) Una carpeta con archivos “pesa” 683.710.531 bytes, ¿cuántos MB tiene? ¿Entra en un pendrive de 512 MB?
- c) Juan está bajando de Internet un juego que pesa 3.770 KB. Está bajando a la velocidad de 65 KB por segundo. ¿Cuántos segundos aproximadamente debe esperar?

Problema 4

En algunas situaciones y en algunos países se utiliza un sistema de medidas de origen inglés. Las siguientes son algunas equivalencias con nuestro sistema métrico:

Unidad de medida inglesa	Equivalencia en nuestro sistema métrico
1 pulgada	2,54 centímetros
1 pie	30,48 centímetros
1 milla	1.609,35 metros
1 legua	4,827 kilómetros
1 libra	0,454 kg
1 galón (imperial)	4,546 litros

Respondan a las siguientes preguntas:

- a) ¿Cuántas libras pesás aproximadamente?
- b) ¿Tu altura es mayor o menor a 6 pies?
- c) Un televisor tiene 20 pulgadas (midiendo la diagonal de la pantalla). ¿Cuántos centímetros mide aproximadamente dicha diagonal?
- d) Desde Buenos Aires a Mar del Plata hay cerca de 400 kilómetros, ¿son más o menos que 100 leguas?
- e) Un camión traslada 5.000 litros de nafta, ¿cuántos galones son aproximadamente?
- f) Esteban va a competir en una carrera de bicicletas cuyo recorrido es de 143 millas. Su velocidad promedio es de 15 km por hora. El ganador del torneo anterior rompió el récord ya que tardó solo 16 horas en hacer el recorrido. ¿Podrá Esteban batir ese récord?

BIBLIOGRAFÍA

- Bressan y otros. *La medida: un cambio de enfoque*. Consejo Provincial de Educación. Río Negro, 1996. Disponible en www.educacion.rionegro.gov.ar
- Bressan, A.; Bogisic, B. *La estimación, una forma importante de pensar en matemática*. Consejo Provincial de Educación, Río Negro, 1996.
- Brousseau, G., Brousseau, N. "El peso de un recipiente. Estudio de los problemas de la medición en CM1"¹¹. Revista *Grand N*, N° 50, 1991-1992, pp. 65 a 87.
- Chamorro Ma. "El Currículum de medida en educación primaria y ESO y las capacidades de los escolares", en *Uno*, Revista de Didáctica de las Matemáticas. Año 3, N° 10. Barcelona, Graó, 1996.
- Chamorro Ma. y Belmonte J. *El problema de la medida*. Madrid, Síntesis, 1988.
- Chamorro Plaza, M. Carmen. "Aproximación a los fenómenos de enseñanza de la medida en la escuela elemental", en *Uno*, Revista de Didáctica de las Matemáticas. N° 18. Barcelona, Graó, 1999, pp. 95-112.
- Chevallard, Y.; Bosch, M.; Gascón, J. *Estudiar Matemáticas. El eslabón perdido entre enseñanza y aprendizaje*. Instituto de Ciencias de la Educación, Universidad de Barcelona. Barcelona, Horsori, 1997.
- Dirección General de Educación Básica, Provincia de Buenos Aires, *Diseño Curricular de Educación Primaria 2º ciclo. Área Matemática*, 2007. Disponible en www.abc.gov.ar.
- Douady, R. y Perrin Glorian, M. J. "Investigaciones en Didáctica de Matemática. Áreas de superficies planas en cm y en 6º", 1ª parte. Revista *Hacer Escuela*, N° 9, 1992.
- Douady, R. y Perrin Glorian, M. J. "Investigaciones en Didáctica de Matemática. Áreas de superficies planas en cm y en 6º", 2ª parte. Revista *Hacer Escuela*, N° 11, 1992.
- Gobierno de la Ciudad de Buenos Aires. Taller de Resolución de Problemas, Dirección de Currícula, 1992. Disponible en www.buenosaires.gov.ar.
- Gobierno de la Ciudad de Buenos Aires. *Diseño Curricular para la Escuela Primaria 2º ciclo*, 2004. Disponible en www.buenosaires.gov.ar.
- Ponce, H. *Enseñar y aprender matemática*. Propuestas para el segundo ciclo. Buenos Aires, Novedades Educativas, 2004.
- Segovia, I. y Rico, L. "La estimación en medida", en *Uno*, Revista de Didáctica de las Matemáticas. Año 3, N° 10. Barcelona, Graó, 1996.
- Sierra Delgado, T. "Lo matemático en el diseño y análisis de organizaciones didácticas: los sistemas de numeración y la medida de magnitudes", Tesis doctoral. Universidad Complutense de Madrid, Facultad de Educación, 2006.
- Vergnaud, G. *El niño, las matemáticas y la realidad*. México, Trillas, 1991.

12 El CM1 corresponde al 4º grado de la Educación Primaria.



Se terminó de mprimir en xxxxxxxxxxxxxx



Segundo ciclo

Aportes para la enseñanza

ESCUELA PRIMARIA



escuelas