



MODELO DE INTERACCIÓN VISCOSA-INVÍSCIDA PARA TURBINAS EÓLICAS DE EJE HORIZONTAL

Ricardo A. Prado¹, Mario A. Storti² y Sergio R. Idelsohn²

¹Departamento de Mecánica Aplicada - Facultad de Ingeniería - Universidad Nacional del Comahue
calle Buenos Aires N°1400, Q8300BCX Neuquén - Argentina

Tel. +54 - (0)299 - 4490338, Fax +54 - (0)299 - 4422836, email: prado@uncoma.edu.ar

²Centro Internacional de Métodos Computacionales en Ingeniería (CIMEC), INTEC - UNL - CONICET
Güemes N°3450, S3000GLN Santa Fe - Argentina

RESUMEN: Se desarrolla un modelo numérico de interacción viscosa-invíscida para la representación del flujo sobre la pala de una turbina eólica de eje horizontal. El modelo invíscido se basa en el método de los paneles. Las ecuaciones de Prandtl de la capa límite laminar 3D se resuelven mediante la técnica de las diferencias finitas. Se intenta así una mejor descripción del campo fluidodinámico alrededor de las palas y de las fuerzas aerodinámicas actuantes sobre la turbina eólica.

Palabras clave: turbina eólica, interacción viscosa-invíscida, capa límite laminar 3D, modelo numérico.

INTRODUCCIÓN

Un requisito básico para una adecuada estimación de la performance de una turbina eólica es una definición realista del flujo alrededor de sus palas. Sin embargo, la naturaleza compleja de la fluidodinámica involucrada, así como la variabilidad de las condiciones bajo las cuales opera, hacen que deban asumirse modelos simplificados para la determinación del flujo, por lo cual la precisión de los resultados dependerá fundamentalmente de los supuestos empleados y del rigor de la metodología de análisis utilizada. Las aproximaciones numéricas para la simulación del flujo sobre una turbina eólica tienen por finalidad describir el comportamiento aerodinámico de las mismas, no solo con el objetivo de lograr un mejor diseño y eficiencia del rotor, mayor precisión en la determinación de la potencia extraída al viento, sino también predecir aspectos relacionados al diseño aerodinámico, como son los efectos aeroelásticos y aeroacústicos, los cuales dependen de una lograda predicción de las cargas sobre las palas (Wagner *et al.*, 1998). Por otra parte, se requiere asimismo una adecuada evaluación de los mecanismos que inducen la fatiga, dado que este fenómeno reduce la vida operativa e incrementa los costos de mantenimiento de la turbina. La falla de la pala de una turbina eólica, con sus consecuentes costos de reparación y de reemplazo, puede ser primariamente atribuida a una inadecuada evaluación de las cargas aerodinámicas actuantes (Shingley *et al.*, 1994).

Mediante la implementación numérica de las ecuaciones de Navier-Stokes, es posible calcular el campo fluidodinámico tridimensional viscoso alrededor de obstáculos, pero ello requiere, en general, de considerables esfuerzos y capacidades computacionales. Por su parte, como lo resaltan Barnett y Verdon (1987), los efectos viscosos controlan las pérdidas aerodinámicas, las tasas de transferencia de calor y los fenómenos de separación, y por lo tanto deben ser considerados para la predicción del flujo alrededor del rotor eólico, dando, consecuentemente, una descripción más precisa del comportamiento aerodinámico de las palas de la turbina. En adición a las características de performance, la posibilidad de determinar los efectos viscosos es también relevante tanto en el diseño aeroelástico (involucrando la seguridad estructural) como el aeroacústico de las turbomáquinas en general, y de los rotores eólicos en particular. Por estas razones y tal como lo puntualizan varios autores, entre ellos Drela y Giles (1987) y Milewski (1997), los flujos viscosos pueden ser determinados, de manera más eficiente, mediante la utilización de modelos de interacción viscosa-invíscida. En virtud del análisis parcializado que resulta del estudio zonal del problema, esta aproximación resultaría más rápida y generalmente con similares órdenes de precisión a las obtenidas mediante la resolución numérica de las ecuaciones de Navier-Stokes.

En la mayoría de los problemas de interés práctico en aerodinámica, incluyendo la aerodinámica de turbinas eólicas, el número de Reynolds característico resulta lo suficientemente alto para diferenciar dos zonas en el campo fluidodinámico: una capa delgada próxima a la superficie del cuerpo, donde dominan los efectos de la viscosidad debido a los importantes gradientes de velocidad presente en dicha región, y una amplia zona donde los efectos viscosos pueden ser despreciados cuando son comparados con los efectos inerciales. Consecuentemente, ese flujo puede ser analizado como la superposición de una corriente externa no viscosa y un flujo viscoso definido por la presencia de una capa límite en proximidades de las superficies de un cuerpo inmerso, lugar donde los efectos de la viscosidad quedan mayormente confinados. Estas dos regiones interactúan, definiendo las cargas aerodinámicas sobre dichos cuerpos.

ECUACIONES GENERALES DEL MOVIMIENTO

Sistemas coordenados asociados a la pala

En el presente trabajo se considera una pala de cuerda c , radio en raíz H , radio en punta B y torsión geométrica ϕ , conformada por perfiles de arco circular de longitud de arco S y flecha h , sometida a la acción de un viento uniforme. El sistema coordenado asociado a la pala, el cual se encuentra fijo a la pala rotante, está representado por (X, Y, Z) , donde $Z(+)$

es coincidente con la dirección del viento y el eje de rotación de la turbina, $X(+)$ está definido a lo largo del borde de ataque de la pala, e $Y(+)$ resulta a partir de la definición de un sistema coordenado ortogonal derecho. En este sistema coordenado, denominado *global*, de versores $\{e_x, e_y, e_z\}$, se calcula el campo fluidodinámico inviscido. Por otra parte, y debido a la necesidad de cálculo de los efectos viscosos sobre la superficie de la pala, se define asimismo un sistema coordenado curvilíneo. Este último, denominado *local*, es representado por una terna adherida a la superficie de la pala, por lo cual no resulta necesariamente ortogonal. El sistema *local* está definido por (x,y,z) y por los versores $\{\hat{e}_x, \hat{e}_y, \hat{e}_z\}$ (Figura 1). Los vectores velocidad se definen indistintamente, tanto en el sistema *global* ortogonal como en el curvilíneo generalizado *local*,

$$\vec{V}(X, Y, Z) = \vec{V}(x, y, z) = U \hat{e}_x + V \hat{e}_y + W \hat{e}_z = w \hat{e}_z + u \hat{e}_x + v \hat{e}_y \quad (1)$$

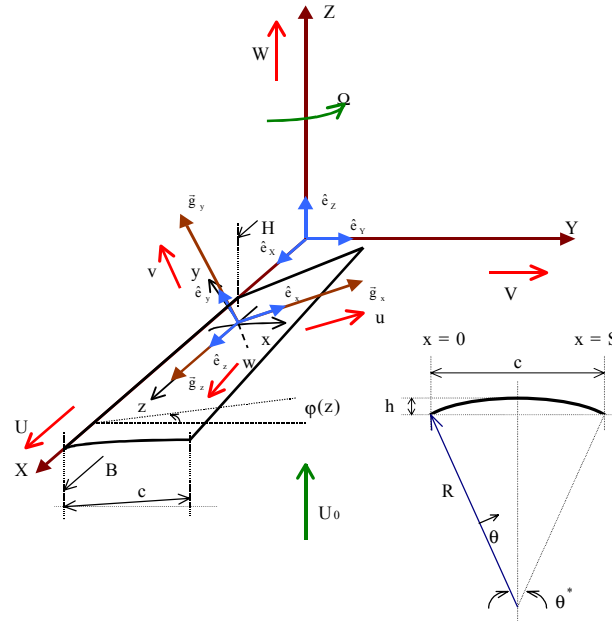


Figura 1: Sistemas coordenados global (X, Y, Z) y local (x, y, z) asociados a la pala. Geometría del perfil de arco circular

Flujo tridimensional no viscoso sobre la pala

El flujo inviscido alrededor de la pala se ha determinado mediante la aplicación del denominado *método de los paneles* (Prado *et al.*, 1998), por el cual la pala es discretizada mediante un número finito de paneles cuadrilaterales, los cuales son adecuadamente distribuidos a lo largo de la envergadura y cuerda de la misma. En la presente formulación se ha adoptado un modelo de estela vorticiosa fija en expansión, en donde una estela helicoidal, conformada por hilos vorticosos helicoidales semi-infinitos, se desarrolla manteniendo un paso constante, dentro de un tubo de corriente que se va ensanchando a medida que el aire fluye corriente abajo desde el disco descrito por la rotación de la pala (Figuras 2). El efecto del conjunto de hilos vorticosos asociados a los paneles y los de la estela es el de adicionar en todo el campo fluidodinámico un flujo, denominado inducido, que se suma vectorialmente al campo de velocidades debido a la velocidad de avance del aire y al efecto de la rotación de la turbina. El campo de velocidades inducidas es calculado mediante la aplicación de la ley de Biot-Savart, Ec.(2). Así, el diferencial de velocidad inducida en un punto genérico P , de coordenadas (X_p, Y_p, Z_p) , debido a un diferencial de hilo vorticoso de intensidad constante γ , es dado por la relación

$$d\vec{V}_i(X_p, Y_p, Z_p) = \gamma(d\vec{s} \times \vec{\zeta}) / (4\pi|\vec{\zeta}|^3) \quad (2)$$

siendo $d\vec{s}$ un elemento diferencial del filamento vorticoso, orientado según el sentido de su circulación γ , y $\vec{\zeta}$ el vector posición desde $d\vec{s}$ hasta el punto de cálculo P . Mediante la integración de la ley de Biot-Savart a lo largo de la longitud de cada filamento del sistema vorticoso completo se determinan las tres componentes cartesianas de las velocidades inducidas (V_{ix}, V_{iy}, V_{iz}) en cada estación de cálculo. En el caso de los hilos vorticosos ligados los paneles, por tratarse de filamentos rectilíneos de longitud finita, la integración de la ley de Biot-Savart se reduce a expresiones analíticas simples. En el caso de las velocidades inducidas por el sistema vorticoso de la estela, como la integración no presenta una solución analítica, el cálculo requiere de una evaluación numérica.

Con el fin de determinar la verdadera intensidad de circulación de cada hilo, se impone la condición de contorno que establece la impermeabilidad de cada panel en su respectivo punto de colocación P_c , es decir, debe anularse la componente normal de la velocidad en la posición P_c . Consecuentemente, la velocidad resultante obtenida por la superposición de los efectos de la velocidad de avance del aire (definida mediante U_0 sobre el disco de la turbina), de la rotación de la pala Ω_p , asumida constante, y de la velocidad inducida por el sistema vorticoso completo (ligado + libre), debe ser tangente al panel en P_c . Así, en el punto de colocación de cada uno de los N paneles con los cuales se ha discretizado a la pala, se verifica que

$$V_n(P_c) = \vec{V}_r(P_c) \cdot \hat{n}|_{P_c} = [U_0 \hat{k} + \vec{\Omega}_a \times \vec{r}|_{P_c} + \vec{V}_i(P_c)] \cdot \hat{n}|_{P_c} \quad (3)$$

donde $\vec{V}_r(P_c)$ es el vector velocidad resultante en cada uno de los puntos de colocación P_c , $V_n(P_c)$ es la componente normal de la velocidad resultante en dichos puntos, $\vec{r}|_{P_c} = (X\hat{i}+Y\hat{j}+Z\hat{k})|_{P_c}$ es el radio vector desde el origen de coordenadas a los puntos de colocación, $\vec{\Omega}_a = \Omega_a\hat{k} = -\Omega_p\hat{k}$ es la velocidad de rotación del aire y $\vec{V}_i(P_c)$ es el vector velocidad inducida, función de la distribución de circulación de circulación del sistema vorticoso. La ecuación (3) representa entonces un sistema de $N \times N$ ecuaciones algebraicas lineales en las incógnitas γ_j , con $1 \leq j \leq N$. Una vez conocida la distribución de circulación que verifica la condición de tangencia de la velocidad resultante al panel en su punto de colocación, la determinación de las componentes de las velocidades inducidas en todo el campo del flujo, ya sea por integración analítica (hilos vorticosos ligados rectos) o numérica (filamentos vorticosos de la estela) de la ley de Biot-Savart, es directa. Entonces, la aplicación de la ecuación (4) a todo punto genérico $P(X,Y,Z)$ del flujo, considerando una velocidad axial $U(Z)$ que verifique la continuidad dentro del tubo de corriente τ que envuelve al aire que pasa a través del disco de la turbina, determina el campo tridimensional de velocidades alrededor de la pala.

$$\vec{V}_r(P) = U(Z_p)\hat{k} + \vec{\Omega}_a \times \vec{r}|_p + \vec{V}_i(P) \quad (4)$$

Conocido el campo de velocidades inviscido, se pueden determinar el campo de presiones (mediante la aplicación de la ecuación de Euler) y las fuerzas actuantes sobre cada panel. Cuando la corriente está adherida a las palas, el campo de presiones que la rodea es mayormente determinado por el flujo inviscido, razón por la cual la distribución de velocidades bajo condiciones no viscosas ha debido ser calculada previamente, ya que debe imponerse como condición de contorno sobre el borde exterior de la capa límite.

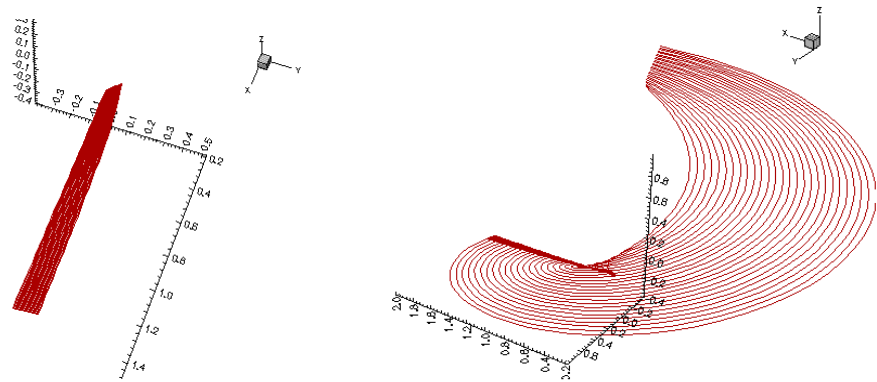
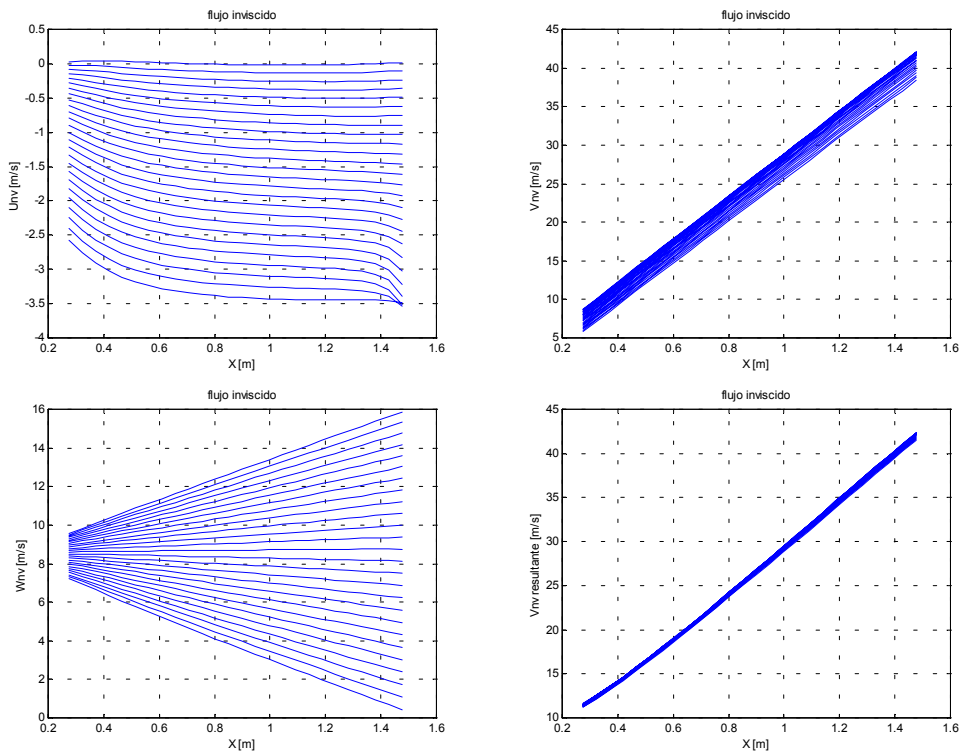


Figura 2: Paneles sobre la pala y representación de la estela mediante hilos vorticosos libres semi-infinitos.



Figuras 3: distribuciones de la componentes de velocidad inviscida (U_{NV}, V_{NV}, W_{NV}) y de su módulo $|\vec{V}_{NV}|$ sobre extradós

A pesar de que las ecuaciones de un fluido perfecto no conducen a soluciones que satisfacen la condición de no deslizamiento sobre la pared, en el caso de una capa límite muy delgada, la solución correspondiente al flujo inviscido –en realidad solamente válida fuera de la capa límite– puede ser determinada con error despreciable considerando que la superficie del cuerpo representa el límite exterior de la capa límite (Bertin y Smith, 1979). Una vez que la distribución de velocidades sobre la superficie del cuerpo ha sido determinado, la misma es aplicada como condición de contorno sobre el límite exterior de la capa viscosa en las denominadas ecuaciones de la capa límite de Prandtl, las cuales resuelven los perfiles de velocidades dentro de la capa viscosa. Las Figuras 3 muestran las distribuciones de las componentes del campo de velocidad y del módulo de la velocidad resultante para el flujo no viscoso asociado al extradós de cada panel de la pala. En este caso, se ha considerado que $H = 0,25$ m, $B = 1,5$ m, $c = 0,125$ m, $U_0 = 8,4$ m/s, $\Omega = 28$ 1/s y $h/c = 0,02$, siendo el fluido aire a 20°C .

Capa límite tridimensional laminar

Las ecuaciones que gobiernan el flujo laminar, isotérmico y estacionario del flujo laminar de un fluido newtoniano sobre una pala en rotación, despreciando los efectos gravitatorios y de compresibilidad, son las denominadas ecuaciones de Navier-Stokes, las cuales incluyen las ecuaciones de continuidad y de cantidad de movimiento

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{\nabla} = 0 \quad (\vec{\nabla} \cdot \vec{\nabla})\vec{v} + (\vec{\nabla}p)/\rho - \nu \nabla^2 \vec{v} + 2\vec{\Omega} \times \vec{v} + \vec{\Omega} \times (\vec{\Omega} \times \vec{r}) = 0 \quad (5)$$

donde \vec{v} es el vector *velocidad no inercial* con componentes (u,v,w) , $\vec{\Omega}$ el vector velocidad angular relativo a un sistema inercial fijo $(X_0, Y_0, Z_0 \equiv Z)$ y \vec{r} es la posición relativa de una partícula fluida con respecto al sistema móvil. Por su parte, ρ y ν denotan, respectivamente, la densidad y la viscosidad cinemática del fluido, las cuales son asumidas constantes. El término $2\vec{\Omega} \times \vec{v}$ denota a la aceleración de Coriolis y el término $\vec{\Omega} \times (\vec{\Omega} \times \vec{r})$ representa a la aceleración centrípeta.

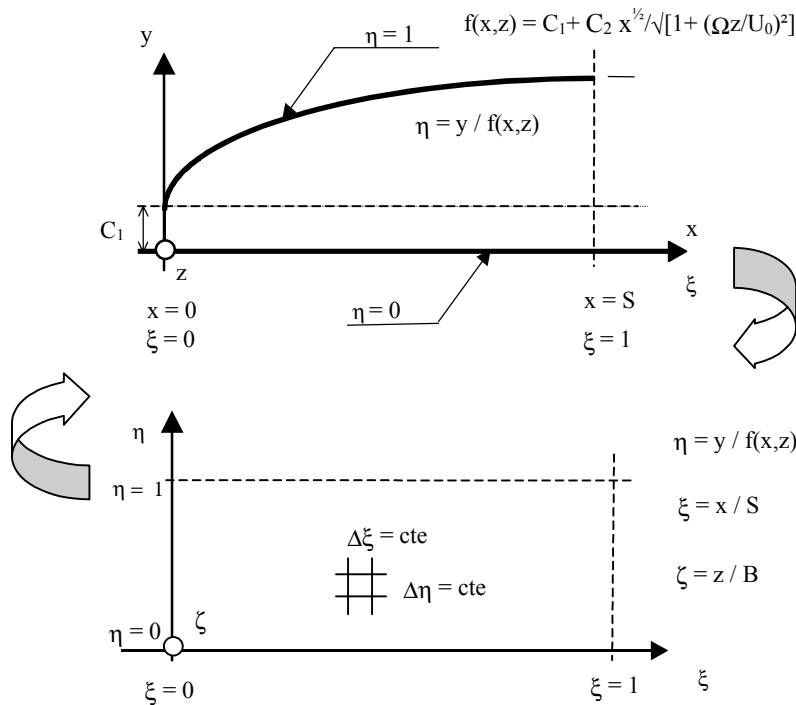


Figura 4: Dominio físico para la determinación de la capa límite laminar y dominio computacional regular asociado

Bajo las hipótesis de Prandtl (Schlichting, 1972), el sistema de ecuaciones (5) se simplifica para dar lugar a las denominadas ecuaciones de la capa límite. Estas ecuaciones son resueltas considerando las características geométricas de la pala, por lo cual deben ser escritas en coordenadas curvilíneas generalizadas (los dos ejes coordenados que describen la superficie tridimensional de la pala se denominan coordenadas de la capa límite). Para ello se requiere de una transformación de coordenadas entre los sistemas global y local, $(X, Y, Z) \rightarrow (x, y, z)$, como así también de las velocidades sobre el borde de la capa límite, $(U_{NV}, V_{NV}, W_{NV}) \rightarrow (u_{NV}, v_{NV}, w_{NV})$. Ahora, las coordenadas (x, z) representan las superficies alabeadas de la pala. Asimismo, y dadas las características del desarrollo de la capa viscosa, es conveniente realizar un cambio de variables de manera de introducir a las coordenadas adimensionales de un dominio computacional regular, $(x, y, z) \rightarrow (\xi, \eta, \zeta)$, esquematizado en la Figura 4. El sistema de ecuaciones de la capa límite es numéricamente resuelto mediante la aplicación de esquemas en diferencias finitas en dicho dominio computacional regular (Prado *et al.*, 2002).

Finalmente, las ecuaciones de gobierno del flujo en la capa límite tridimensional laminar y estacionaria resultan,

* Ecuación de continuidad:

$$\frac{1}{h_2 S} \frac{\partial u}{\partial \xi} + \frac{k_2}{h_2} \frac{\partial u}{\partial \eta} + \frac{k_3}{h_3} \frac{\partial v}{\partial \eta} + \frac{k_1}{h_1} \frac{\partial w}{\partial \eta} - \frac{1}{h_1 B} \frac{\partial w}{\partial \zeta} + u K_{20} + w K_{10} = 0 \quad (6)$$

* Ecuación para la cantidad de movimiento según cuerda:

$$\begin{aligned} & \frac{1}{h_2} \frac{u}{S} \frac{\partial u}{\partial \xi} + \left(w \frac{k_1}{h_1} + u \frac{k_2}{h_2} + v \frac{k_3}{h_3} \right) \frac{\partial u}{\partial \eta} - \frac{1}{h_1} \frac{w}{B} \frac{\partial u}{\partial \zeta} - \frac{1}{h_2} \frac{u_{NV}}{S} \frac{\partial u_{NV}}{\partial \xi} + \frac{1}{h_1} \frac{w_{NV}}{B} \frac{\partial u_{NV}}{\partial \zeta} + \\ & + (ww - w_{NV} w_{NV}) K_{112} + (uw - u_{NV} w_{NV}) K_{122} + (uu - u_{NV} u_{NV}) K_{222} - \\ & - 2 \frac{g_{33}}{\sqrt{g}} [h_1 h_2 (w - w_{NV}) + g_{12} (u - u_{NV})] a_{33} \Omega - v \frac{(k_3)^2}{g_{33}} \left[\frac{\partial^2 u}{\partial \eta^2} \right] = 0 \end{aligned} \quad (7)$$

* Ecuación para la cantidad de movimiento según envergadura:

$$\begin{aligned} & \frac{1}{h_2} \frac{u}{S} \frac{\partial w}{\partial \xi} + \left(w \frac{k_1}{h_1} + u \frac{k_2}{h_2} + v \frac{k_3}{h_3} \right) \frac{\partial w}{\partial \eta} - \frac{1}{h_1} \frac{w}{B} \frac{\partial w}{\partial \zeta} - \frac{1}{h_2} \frac{u_{NV}}{S} \frac{\partial w_{NV}}{\partial \xi} + \frac{1}{h_1} \frac{w_{NV}}{B} \frac{\partial w_{NV}}{\partial \zeta} + \\ & + (ww - w_{NV} w_{NV}) K_{111} + (uw - u_{NV} w_{NV}) K_{121} + (uu - u_{NV} u_{NV}) K_{221} - \\ & - 2 \frac{g_{33}}{\sqrt{g}} [g_{12} (w_{NV} - w) + h_1 h_2 (u_{NV} - u)] a_{33} \Omega - v \frac{(k_3)^2}{g_{33}} \left[\frac{\partial^2 w}{\partial \eta^2} \right] = 0 \end{aligned} \quad (8)$$

donde $h_1, h_2, h_3, k_1, k_2, k_3, g_{12}, g_{33}, \sqrt{g}, K_{10}, K_{20}, K_{111}, K_{121}, K_{221}, K_{112}, K_{122}, K_{222}$, denotan a los factores de escala, los métricos de la transformación, los elementos de la matriz jacobiana, su determinante, y los correspondientes números de Christoffel, desarrollados por Prado *et al.* (2002). Por su parte, las condiciones de borde de las ecuaciones (6-8) resultan,

$$\begin{cases} u(\xi, 0, \zeta) = 0 \\ v(\xi, 0, \zeta) = 0 \\ w(\xi, 0, \zeta) = 0 \end{cases} \quad \begin{cases} 0 \leq \xi \leq 1 \\ 0 \leq \zeta \leq 1 - \zeta_0 \end{cases} \quad \zeta_0 = \frac{H}{B} \quad (9)$$

$$\begin{cases} u(\xi, 1, \zeta) = u_{NV}(\xi, \zeta) = F_u [U_{NV}(X, Y, Z), V_{NV}(X, Y, Z), W_{NV}(X, Y, Z)] \\ w(\xi, 1, \zeta) = w_{NV}(\xi, \zeta) = F_w [U_{NV}(X, Y, Z), V_{NV}(X, Y, Z), W_{NV}(X, Y, Z)] \end{cases} \quad \begin{cases} 0 \leq \xi \leq 1 \\ 0 \leq \zeta \leq 1 - \zeta_0 \end{cases} \quad (10)$$

debido a la condición de no deslizamiento sobre la superficie de la pala ($\eta = 0$) y al ajuste de las velocidades del campo viscosos con las correspondientes al flujo inviscido suficientemente lejos de la superficie ($\eta = 1$). Así, U_{NV}, V_{NV} y W_{NV} representan las componentes de la velocidad del flujo no viscoso sobre el borde exterior de la capa límite, en la terna global (X, Y, Z) , componentes que se encuentran graficadas en las *Figuras 3*.

Una vez que los perfiles de velocidad desarrollados dentro de la capa límite han sido determinados (las *Figuras 5* muestran las componentes de velocidad u y w *relativas a la pala móvil*), puede calcularse la distribución de la tensión de corte en la capa viscosa, y consecuentemente, se puede determinar la fricción viscosa sobre la superficie. Esta última debe ser adicionada a la resistencia inducida, originada por un cuerpo de envergadura no infinita y calculada bajo condiciones inviscidas. Siendo μ la viscosidad absoluta del fluido, la tensión de corte sobre la superficie de las palas ($y = \eta = 0$) resulta

$$\tau_{yz}(x, 0, z) = \tau_{zy}(x, 0, z) = \left(\frac{\mu k_3}{h_3} \frac{\partial w}{\partial \eta} \right)_{\eta=0} \quad \tau_{yx}(x, 0, z) = \tau_{xy}(x, 0, z) = \left(\frac{\mu k_3}{h_3} \frac{\partial u}{\partial \eta} \right)_{\eta=0} \quad (11)$$

Análogamente, se pueden determinar el espesor de la capa límite $\delta_{0,99}$ y el denominado espesor de desplazamiento δ_1 , siendo

$$\delta_{0,99} = \{y \mid u(x, y, z) \equiv 0,99 u_{NV}(x, z)\} \quad \delta_1 = \int_0^\infty (1 - u(x, y, z) / u_{NV}(x, z)) dy \quad (12)$$

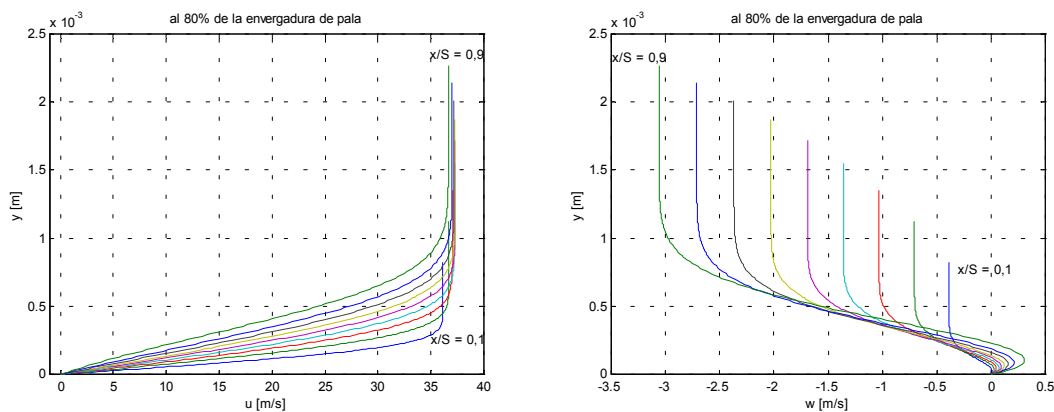
los cuales son representados en la *Figuras 6*, para distintas estaciones según envergadura, sobre el extradós de la pala.

CONCLUSIONES

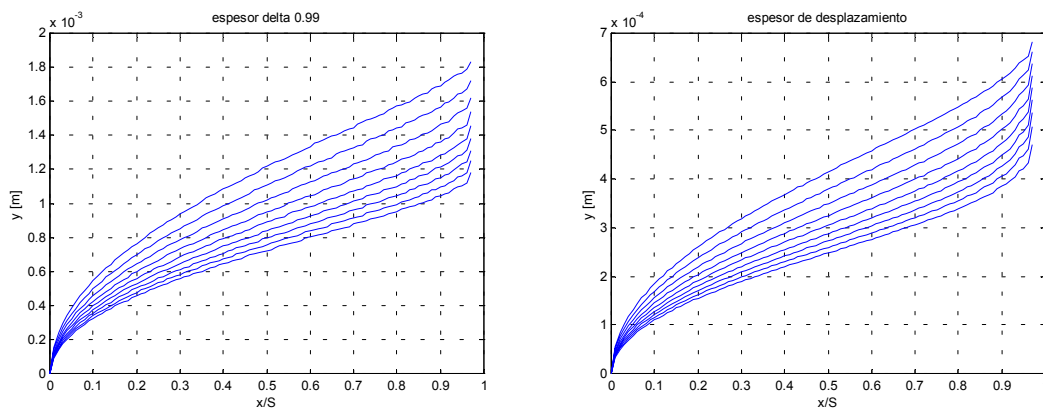
Se ha presentado un modelo numérico de interacción entre el flujo no viscoso y la capa límite con la finalidad de mejorar la representación del flujo y las fuerzas aerodinámicas actuantes sobre una turbina eólica de eje horizontal. Modelos más realistas sirven de base a un diseño integrado desde los puntos de vista aerodinámico y aeroacústico, con el objetivo de lograr secciones de pala silenciosas. Adicionalmente, un mejor entendimiento de los fenómenos aerodinámicos involucrados conlleva a un diseño de pala más durable y eficiente, con la consecuente reducción efectiva de costos.

Los resultados presentados se restringen al desarrollo de una capa límite tridimensional que está adherida a la superficie de la pala, dado que una separación extensiva de la capa límite sobre la superficie del cuerpo conduce a un gradiente de presiones cuya distribución diferirá del determinado bajo condiciones no viscosas. Asimismo, el presente análisis considera un

desarrollo exclusivamente laminar de la capa límite, considerándose a futuro la inclusión de la transición a régimen turbulento para el flujo en la capa viscosa.



Figuras 5: distribuciones de las componentes u y w de la velocidad en la capa límite, según cuerda, para una estación sobre extradós ubicada al 80% de la envergadura de pala. $h/c = 0,02$.



Figuras 6: distribución del espesor de capa límite y del espesor de desplazamiento, para varias estaciones según envergadura, sobre el extradós de la pala. $h/c = 0,02$.

REFERENCIAS

- Barnett M., Verdon J.M. and Ayer T.C. (1993) Analysis of High Reynolds Number Inviscid/Viscid Interactions in Cascades. *AIAA Journal*, Vol.31, No.11, pp.1969-1976.
- Bertin J.J. and Smith M.L. (1979) *Aerodynamics for engineers*. Prentice-Hall, Inc., Englewood Cliffs, New Jersey, USA.
- Drela M. and Giles M.B. (1987) Viscous-Inviscid Analysis of Transonic and Low Reynolds Number Airfoils. *AIAA Journal*, Vol.25, No.10, pp.1347-1355.
- Milewski W.M. (1997) *Three-Dimensional Viscous Flow Computations Using the Integral Boundary Layer Equations Simultaneously Coupled with a Low Order Panel Method*. PhD thesis, Department of Ocean Engineering, Massachusetts Institute of Technology (MIT), USA.
- Prado R.A., Idelsohn, S.R. y Storti, M.A. (1998) Modelización del flujo inviscido alrededor de la pala de un aerogenerador mediante el método de los paneles, *Revista Internacional de Métodos Numéricos para Cálculo y Diseño en Ingeniería*, Vol.14, No.4, pp.439-459, Barcelona, España.
- Prado R.A., Storti, M.A. and Idelsohn, S.R. (2002) Numerical Simulation of the 3D Laminar Viscous Flow on a Horizontal-axis Wind Turbine Blade, to appear in *International Journal of Computational Fluid Dynamics*, Gordon and Breach.
- Schlichting H. (1972) *Teoría de la capa límite*, Ediciones URMO, Bilbao, España.
- Shiple D.E., Miller M.S., Robinson M.C., Luttges M.W. and Simms D.A. (1994) Evidence that Aerodynamic Effects, including Stall, Dictate HAWT Structure Loads and Power Generation in Highly Transient Time Frames. NREL/TP-441-7080, National Renewable Energy Laboratory, Golden, Colorado, USA.
- Wagner S., Guidati G. and Ostertag J. (1998) Numerical Simulation of the Aerodynamics and Acoustics of Horizontal Axis Wind Turbines. *Computational Fluid Dynamics '98*, Volume 2, pp.436-441.

ABSTRACT: A numerical model for the viscous-inviscid interaction has been developed to represent the flow around a horizontal-axis wind turbine blade. The inviscid model is based on a panel method. The Prandtl's equations for the laminar 3D boundary layer are solved by finite-difference techniques. The scope of this work is to improve the calculation of the flow-field around the blades and the aerodynamic forces acting on the wind turbine.

Keywords: horizontal-axis wind turbine, viscous-inviscid interaction, laminar 3D boundary layer, numerical model..