



UNIVERSIDAD NACIONAL DE LA PLATA  
FACULTAD DE INGENIERIA  
DEPARTAMENTO DE ELECTROTECNIA



## EL ARCO ELÉCTRICO. SU ESTUDIO COMO ELEMENTO DE CIRCUITO. OBTENCIÓN DE CURVAS UNIVERSALES PARA EL ANÁLISIS DE SU FUNCIONAMIENTO.

M. Deorsola<sup>1,2,3</sup>

P. Morcelle del Valle<sup>2,3</sup>

<sup>1</sup> Profesor Titular Cátedras de Teoría de Circuitos I y Electrotecnia y Electrónica, Area Departamental Electrotecnia, Facultad de Ingeniería Universidad Nacional de La Plata, Argentina.

E-mail: [tcieve@volta.ing.unlp.edu.ar](mailto:tcieve@volta.ing.unlp.edu.ar)

<sup>2</sup> Profesor Adjunto Cátedra de Electrotecnia y Electrónica, Area Departamental Electrotecnia, Facultad de Ingeniería Universidad Nacional de La Plata, Argentina.

E-mail: [tcieve@volta.ing.unlp.edu.ar](mailto:tcieve@volta.ing.unlp.edu.ar)

<sup>3</sup> Docentes-Investigadores en el Instituto de Investigaciones Tecnológicas para Redes y Equipos Eléctricos (IITREE-LAT), Facultad de Ingeniería, Universidad Nacional de La Plata, Argentina.

E-mail: [mdeorsola@iitree-unlp.org.ar](mailto:mdeorsola@iitree-unlp.org.ar)

[pmorcelle@iitree-unlp.org.ar](mailto:pmorcelle@iitree-unlp.org.ar)

### RESUMEN

Para un enfoque circuital en el estudio del proceso de conducción en aislaciones contaminadas, resulta necesario disponer de un panorama completo y detallado y, a su vez sencillo, de las descargas superficiales en aire (arco eléctrico) que se producen en dicho proceso.

El presente trabajo analiza, primariamente en continua, el arco eléctrico como elemento de circuito no lineal. Se atiende a su establecimiento, evolución, punto de funcionamiento físicamente estable y cómo resulta la potencia en el mismo.

El estudio teórico anterior se replantea desde un punto de vista adimensional, con el objeto de generalizar el estudio del arco y obtener gráficas universales para determinar todos los aspectos de funcionamiento de las descargas.

Finalmente, se presentan ejemplos de uso de la teoría expuesta, determinando las condiciones límites de establecimiento y apagado del arco, y una posible base de aplicación para el estudio teórico de las descargas en aire en corriente alterna.

### PALABRAS-CLAVE

Arco eléctrico - Modelo – Aislaciones contaminadas - Descargas superficiales – Curvas universales

### 1. INTRODUCCIÓN

El presente trabajo tiene por objeto estudiar cómo se comporta una separación en aire antes y después del encendido del arco en dicha zona por efecto de la ruptura dieléctrica del aire; por lo cual se presenta un modelo del circuito que ilustra dicha situación.

El circuito de la Fig. 1 representa dos electrodos en aire, separados por una distancia  $X$ , en serie con un resistor de resistencia  $R$  y alimentados por una fuente tensión continua  $U_g$ . Si la tensión entre electrodos tiene el valor adecuado en el espacio de longitud  $X$  puede establecerse un arco eléctrico permitiendo la circulación de corriente, participando el resistor en la determinación de la magnitud de dicha corriente.

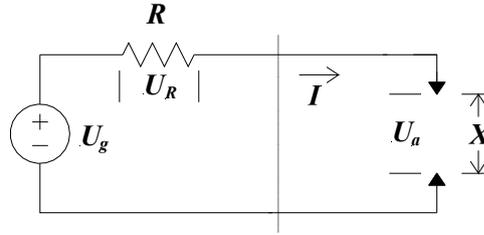


Fig. 1.- Modelo representativo de dos electrodos en aire alimentados por una fuente

El comportamiento de los electrodos en cuestión se puede modelar antes del encendido del arco como una aislación caracterizada por  $k$  (resistencia por unidad de longitud  $\left[\frac{\Omega}{cm}\right]$  considerada lineal). Luego de encendido (disparo), un modelo simple describe al arco como una tensión que decrece hiperbólicamente con la corriente con dos parámetros:  $A$ , cuyo valor tiene que ver con el de la tensión de encendido y  $\alpha$ , valido entre  $0$  y  $I$ , como exponente de la corriente que ajusta la forma de decrecimiento.

## 2. ANÁLISIS BÁSICO DEL ARCO ELÉCTRICO COMO ELEMENTO DE CIRCUITO

Indicando con  $\delta$  la referencia para el arco encendido, resultan las siguientes fórmulas para representar el arco:

- $U_{a\delta-} = I \cdot k \cdot X$  : tensión en el arco antes del encendido (Ley de Ohm) Ec.1

- $U_{a\delta+} = \frac{A \cdot X}{I^\alpha}$  : tensión en el arco ya encendido Ec.2

El gráfico de la Fig. 2 muestra, para valores bajos de  $I$ , la representación de la Ec.1 a la izquierda de la línea punteada vertical, y de la Ec.2 a la derecha para tres valores diferentes de  $X$ . Valores frecuentes en la bibliografía para arcos encendidos son  $\alpha = 0.5$  y  $A = 100 \left[\frac{V \cdot A^\alpha}{cm}\right]$  [1], y para la resistencia por unidad de longitud del aire se utiliza, al simple efecto de resolver los dibujos,  $k = 2700 \left[\frac{M\Omega}{cm}\right]$ .

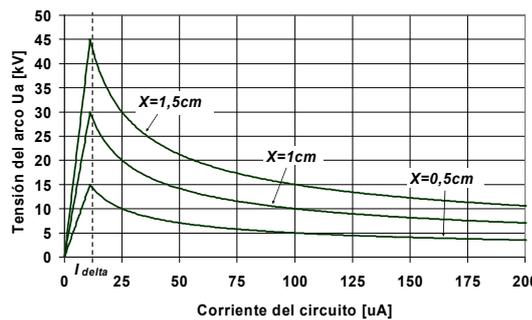


Fig. 2.- Comportamiento de la corriente del circuito antes y después del encendido del arco

La línea punteada vertical está definida por la corriente  $I_\delta$  para la cual se dispara el arco y a su vez determina, para cada valor de  $X$ , los correspondientes valores de  $U_\delta(X)$ , es decir las tensiones a las cuales se dispara el arco, que son mayores con el aumento de la longitud del arco.

El par de parámetros anteriores se obtienen a partir de:

- $I_\delta = \left(\frac{A}{k}\right)^{\frac{1}{1+\alpha}}$  : corriente para la cual se dispara el arco Ec.3

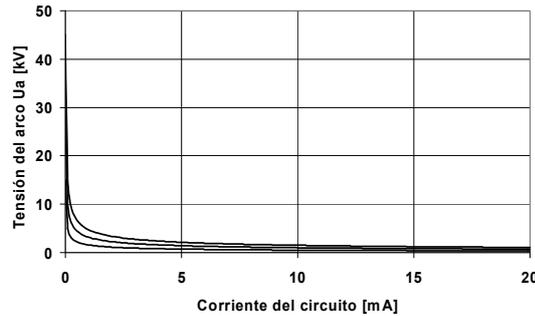
- $U_{\delta}(X) = I_{\delta} \cdot k \cdot X$ : tensión para la cual se dispara el arco Ec.4

La Ec. 3 resulta de igualar las Ec.1 y Ec.2 para  $I = I_{\delta}$ , mientras que la Ec.4 surge de reemplazar  $I$  por  $I_{\delta}$  en la Ec.1. Usando el resultado de la Ec.3 en la Ec.4 resulta también:

- $U_{\delta} = \left(\frac{A}{k}\right)^{\frac{1}{1+\alpha}} \cdot k \cdot X = A^{\frac{1}{1+\alpha}} \cdot k^{\frac{\alpha}{1+\alpha}} \cdot X$  Ec.5

Con los valores ya indicados resultan:  $I_{\delta} = 11,11 \mu A$  y  $U_{\delta} = 15; 30; 45 kV$  para  $X = 0,5; 1; 1,5 cm$ , respectivamente.

La Fig. 3 es equivalente a la Fig. 2 pero para valores de la corriente 100 veces más grandes.



**Fig. 3.-** Comportamiento de la corriente del circuito para valores 100 veces mayores que en Fig. 2  
Caracterizado el arco puede plantearse el circuito de la Fig. 1 con el siguiente resultado:

- $U_g = U_a + U_R = \frac{A \cdot X}{I^{\alpha}} + I \cdot R$  Ec.6

También se puede analizar el circuito, prestando atención a la línea punteada en la Fig.1, como el paralelo de un dipolo activo lineal ( $U_g$  en serie con  $R$ ) y un dipolo pasivo no lineal (el arco eléctrico) con la siguiente formulación para la tensión en los nodos de unión de los dipolos:

- $U = U_g - I \cdot R$ : (dipolo activo lineal) Ec.7

- $U = U_{a\delta-} \text{ ó } U_{a\delta+}$ : (dipolo pasivo no lineal, Ec.1 y Ec. 2, según corresponda) Ec.8

La representación de las Ec.7 y Ec.8 se puede ver con distintos detalles en las Fig. 4 y Fig. 5. Los valores elegidos para el dipolo activo lineal propuesto son:  $U_g = 30,022 kV$  y  $R=2M\Omega$  resultando gráficamente la recta de pendiente negativa que se observa en ambas figuras. Dicha recta corta al eje vertical de la tensión en  $U_g$  y al eje horizontal en la corriente de “cortocircuito”

$$I_0 = \frac{U_g}{R} = 15,011 mA.$$

En la Fig. 4, para los valores de  $U_g$  y  $R$  elegidos, la recta coincide en con la curva del arco correspondiente a  $X = 1 cm$ , en  $(U_{\delta}(X = 1 cm), I_{\delta})$ . En el caso de la Fig. 5 (donde se representa sólo esta última curva con la escala de  $I$  ampliada) se aprecia otro punto de coincidencia para un valor de corriente próximo a  $I_0$ .

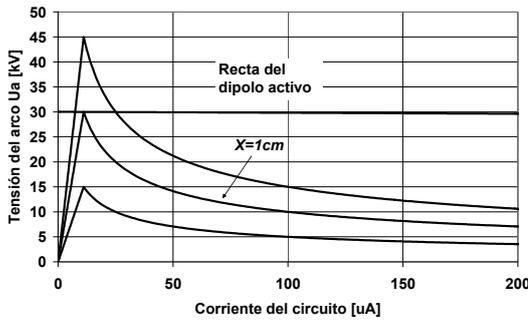


Fig. 4.- Representación del dipolo activo lineal (Ec.7)

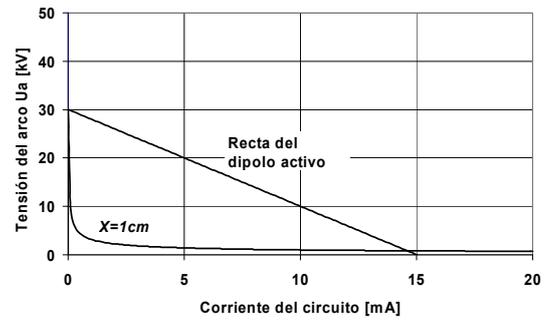


Fig. 5.- Representación del dipolo activo lineal (Ec.7) y la curva correspondiente a  $X = 1 \text{ cm}$

La mencionada elección de valores para el dipolo activo lineal determina que el funcionamiento de dicho dipolo junto con el pasivo no lineal (igualación de las Ec. 7 y 8, ó lo que es lo mismo que la intersección de la recta con la curva del arco), se da para el arco ya encendido ( $I \geq I_\delta$ ) y en dos puntos posibles. Si en esta condición se disminuye el valor de  $U_g$ , la recta desciende paralela a la original determinando puntos de intersección que se van acercando hasta resultar coincidentes cuando dicha recta es tangente a la curva. En este caso, la unión resulta un solo punto y aparece otro en la zona de la recta que representa el arco antes del encendido ( $I < I_\delta$ ). Si se continúa la disminución de  $U_g$  sólo queda un punto de intersección en la zona del arco apagado.

Lo dicho puede apreciarse en la Fig. 6 para  $U_g = 6, 5, 4,5 \text{ kV}$  y con escalas menores para la tensión y la corriente. Se debe observar que, para este último parámetro, el cambio de escala es insuficiente para distinguir el punto de intersección en la zona de arco apagado.

Otra forma conseguir los resultados de la Fig. 6 es mantener la tensión  $U_g$  y la resistencia  $R$  fijas y variar la longitud  $X$  del arco. Este enfoque se ve en la Fig. 7. Los valores para este caso son:  $U_g = 10 \text{ kV}$ ; y  $X = 1,375; 2,75; 4,125 \text{ cm}$ .

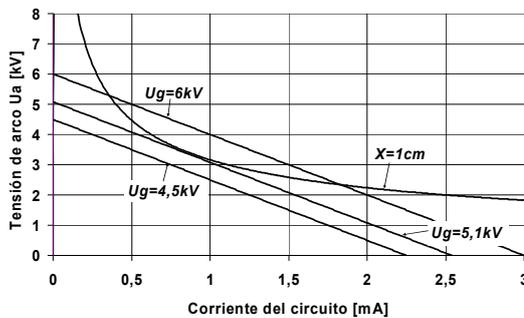


Fig. 6.- Efectos de la variación de  $U_g$  en la recta representativa de la Ec.7

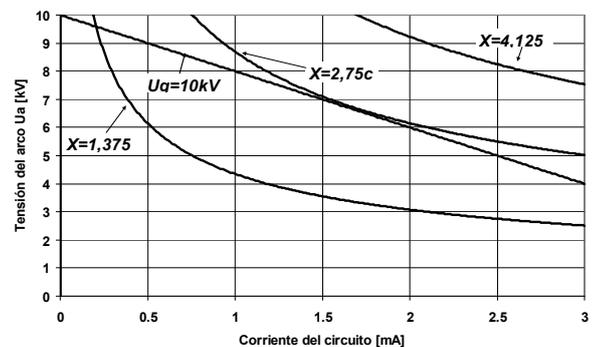


Fig. 7.- Efectos de la variación de  $X$  para conseguir la tangencia de la recta representativa de la Ec.7

Habiendo en los casos comentados dos puntos de posible funcionamiento, corresponde determinar cuál de los dos resulta físicamente estable. El estudio de esta cuestión se encuentra detallado en [2].

La conclusión es que un disturbio alrededor del punto de intersección más próximo a  $I=0$  se incrementa en el mismo sentido del disturbio, mientras que para el punto de intersección más próximo a  $I_\delta$ , (el de mayor corriente de los dos) el funcionamiento del circuito cancela el disturbio, determinando que dicho punto sea el único físicamente estable.

Otro enfoque derivado de la anterior conclusión es considerar las pendientes de ambas curvas en los puntos de intersección. Las derivadas que dan las pendientes no son otra cosa que las resistencias dinámicas del dipolo activo lineal y del dipolo pasivo no lineal y ambas son negativas.

- $\frac{dU_a}{dI} = -\frac{\alpha \cdot A \cdot X}{I^{1+\alpha}} : Rd_a$  (dipolo pasivo no lineal) Ec.9

- $\frac{dU_R}{dI} = -R$   $Rd_R$  (dipolo activo lineal) Ec.10

Para el punto estable se cumple:

- $|Rd_a| < |Rd_R|$  Ec.11

### 3. ANÁLISIS ADIMENSIONAL

Las Ec.7 y Ec.8 pueden reescribirse refiriendo las tensiones a  $U_g$  y la corriente a  $I_0$ , generando los parámetros adimensionales  $v = \frac{U}{U_g}$  e  $t = \frac{I}{I_0}$ . De esta manera la Ec.7, y dado que corresponde al dipolo con el resistor se subindica  $v$  con  $R$ , resulta fácilmente:

- $v_R = I - t$  Ec.12

Para la Ec.8 se deben considerar las Ec.1 y Ec.2 cambiando a:

- $v_{a\delta-} = \frac{k \cdot X}{R} \cdot t$  Ec.13

- $v_{a\delta+} = \frac{A \cdot X}{I_0^\alpha \cdot U_g} \cdot t^{-\alpha}$  Ec.14

En la Ec.13 puede definirse una longitud de referencia para X dada por  $X_R = \frac{R}{k}$ , que representaría la longitud de arco que presenta una resistencia  $R$  antes del encendido. Para los valores ya utilizados esta longitud vale:  $7,4 \cdot 10^{-4} \text{ cm}$ .

Con igual criterio, en la Ec. 16, la longitud de referencia resulta  $\lambda = \frac{I_0^\alpha \cdot U_g}{A}$  y llamando  $x_\lambda = \frac{X}{\lambda}$  se pueden replantear las Ec.13 y Ec.14, dando

- $v_{a\delta-} = \left(\frac{I_0}{I_\delta}\right)^{1+\alpha} \cdot x_\lambda \cdot t$  Ec.15

- $v_{a\delta+} = x_\lambda \cdot t^{-\alpha}$  Ec.16

Para los valores ya presentados resulta  $\lambda = 36,7832 \text{ cm}$  y es fácil comprobar que para  $t_\delta = \frac{I_\delta}{I_0}$  las

Ec.15 y Ec.16 son idénticas y definen  $v_\delta = \frac{U_\delta(X)}{U_g}$ .

Ya establecido el arco significa que la Ec.12 debe ser igual a la Ec.16, de lo que se obtiene:

- $x_\lambda = \frac{I-t}{t^{-\alpha}} = (I-t) \cdot t^\alpha$  Ec.17

La Fig. 8 muestra la gráfica de las Ec.12, Ec.16 y Ec.17 para el valor ya determinado de  $\lambda$  y para  $X = 1 \text{ cm}$ , lo que equivale a  $x_\lambda = 0,0272$ . En otras palabras resulta la gráfica adimensional de la Fig. 5 con la incorporación de  $x_\lambda = f(t)$ .

Cabe aclarar que con el rango de graficación cubriendo los valores máximos de cualquiera de los parámetros no es factible apreciar la Ec.15, situación irrelevante dado que interesa la zona correspondiente al arco encendido.

Tomando en cuenta los datos que determinan la Fig. 7, se obtiene  $\lambda = 7,071$ ; y en particular para  $X = 1,375 \text{ cm}$  con lo que  $x_\lambda = 0,194$ ; resultando el gráfico de la Fig. 9.

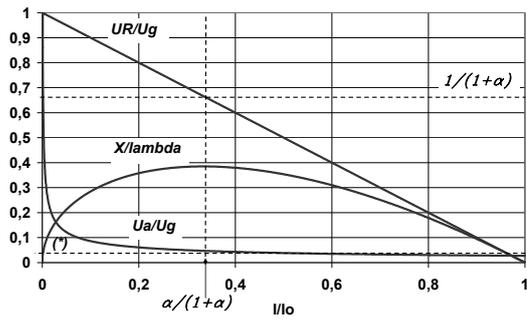


Fig. 8.- Gráfica de la Fig. 5 agregado  $x_\lambda = f(t)$

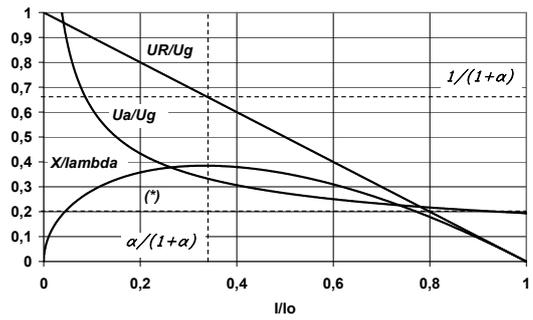


Fig. 9.- Gráfica de la Fig. 8 con  $x_\lambda = 0,194$

La comparación de las Fig. 8 y 9 permite apreciar que la representación de la Ec.12 es universal. La Ec.16 es susceptible de modificación debido a variaciones de  $X$ ,  $\lambda$  o  $\alpha$ , y la Ec.17 resulta ser única, una vez fijado el valor de  $\alpha$ .

Un poco más de detalle merece la Ec.17 y su representación.

Tanto en la Fig. 8 como en la Fig. 9 se ve que los valores de  $t$  para ambos puntos de intersección marcan en  $x_\lambda(t)$  un mismo valor (línea de puntos horizontal marcada con (\*) en los gráficos). Este valor, multiplicado por  $\lambda$ , da como resultado la longitud  $X$  de arco correspondiente a la curva hiperbólica.

Si disminuye  $U_g$  o aumenta  $X$ , los puntos de intersección se acercan hasta el límite dado por la tangencia de la recta con la hipérbola (situaciones ya comentadas y vistas en las Fig. 6 y Fig. 7) y mostrado en la Fig. 10.

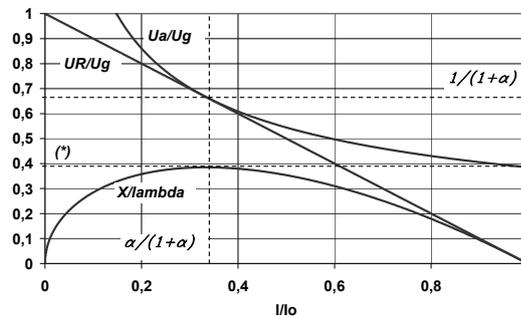


Fig. 10.- Gráfica de la Fig. 9 para la recta tangente a la hipérbola

Para este caso límite de puntos de intersección superpuestos,  $t$  corresponde al máximo de  $x_\lambda(t)$ , cuyo valor resulta:

$$\bullet \quad x_{\lambda \max} = \frac{l}{1+\alpha} \cdot \frac{\alpha^\alpha}{(1+\alpha)^\alpha} = \frac{\alpha^\alpha}{(1+\alpha)^{1+\alpha}} \quad \text{Ec.18}$$

Para este valor particular las coordenadas del punto de tangencia son:

$$\bullet \quad t(x_{\lambda \max}) = \frac{\alpha}{1+\alpha} \quad \text{Ec.19}$$

$$\bullet \quad v(x_{\lambda \max}) = \frac{l}{1+\alpha} \quad \text{Ec.20}$$

Dado que se demuestra que el punto de funcionamiento estable del circuito corresponde al de la derecha, importa sólo el uso de la curva de  $x_\lambda(t)$  para  $\frac{\alpha}{1+\alpha} \leq t \leq 1$ , y en la práctica sólo para la desigualdad.

También puede definirse la variable  $\phi = \frac{x\lambda}{x\lambda_{\text{máx}}} = \frac{X}{X_{\text{máx}}} = \frac{(1+\alpha)^{1+\alpha}}{\alpha^\alpha} \cdot (1-t) \cdot t^\alpha$ , la que representa la altura porcentual de la línea de puntos horizontal.  $\phi$  es nulo si  $X=0$  y vale 1 para  $X = X_{\text{máx}} = \lambda \cdot x_{\text{máx}}$ . Es obvio que  $\phi$  es función de  $t$  y en otra escala es  $x_\lambda(t)$  como muestra la Fig.

11. También para esta curva su utilidad es para  $\frac{\alpha}{1+\alpha} \leq t \leq 1$ .

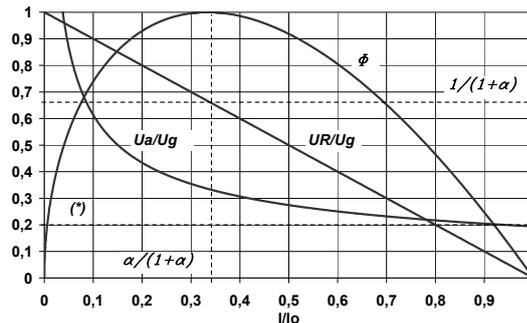


Fig. 11.- Gráfica de la Fig. 9 para  $x_\lambda(t)$ , con  $t = \frac{\alpha}{1+\alpha}$

Es interesante verificar la condición de estabilidad dada por la Ec.11 en este enfoque adimensional. De las Ec.9 y Ec.10, respectivamente:

- $\left| \frac{dv_a}{dt} \right| = \frac{\alpha \cdot x_\lambda}{t^{1+\alpha}} = \frac{\alpha \cdot (1-t) \cdot t^\alpha}{t^{1+\alpha}}$
- $\left| \frac{dv_R}{dt} \right| = 1$

La Ec.11 determina  $\frac{\alpha \cdot (1-t) \cdot t^\alpha}{t^{1+\alpha}} \leq 1$  o lo que es lo mismo que  $t \geq \frac{\alpha}{1+\alpha}$  condición ya establecida.

#### 4. EJEMPLOS DE USO DE LAS ECUACIONES ADIMENSIONALES

A continuación se desarrollan algunos ejemplos para ilustrar la utilización del método presentado. Se recuerdan a continuación datos del arco, del dipolo activo lineal y otros parámetros utilizados en dichos ejemplos.

##### Datos del arco eléctrico

- $\alpha = 0,5 \quad A = 100 \left[ \frac{V \cdot A^\alpha}{cm} \right] \quad k = 2700 \left[ \frac{M\Omega}{cm} \right]$

$$I_\delta = 11,11 \mu A \quad E_\delta = \frac{U_\delta}{X} = I_\delta \cdot k = A^{\frac{1}{1+\alpha}} \cdot k^{\frac{\alpha}{1+\alpha}} = 30 \frac{kV}{cm}$$

- **Datos del dipolo activo lineal y parámetros de referencia para las fórmulas adimensionales**

$$U_g = 10 kV \quad R = 2 M\Omega \quad I_0 = 5 mA \quad P_{cc} = 50 W$$

- $\lambda = 7,071 \quad x_{\lambda \text{máx}} = 0,3849$

**4.1 Determinación del valor de  $U_g$  para establecer un arco de separación  $X$  con la limitación dada por  $R$ .**

$$U_g \geq U_\delta + I_\delta \cdot R = E_\delta \cdot X + I_\delta \cdot R = I_\delta \cdot (k \cdot X + R)$$

$$\text{Si } X = 0,33 \text{ cm}; U_g = 9922,22 \text{ V}$$

**4.2 Determinación de la separación mínima de arco para un dado valor de  $U_g$ .**

$$U_g - I_\delta \cdot R \geq U_\delta \quad U_\delta = E_\delta \cdot X \quad X \leq \frac{U_g - I_\delta \cdot R}{E_\delta} = 0,3326 \text{ cm}$$

**4.3 Determinación de la corriente estable ya encendido el arco. Datos  $X$ ,  $(A, \alpha)$ ,  $U_g$ ,  $R$ .**

$$x_\lambda = \frac{X}{\lambda} \leq 0,047 \leq x_{\lambda \text{máx}} = 0,3849 \quad \Phi = \frac{x_\lambda}{x_{\lambda \text{máx}}} = 0,1222 \quad \iota = 0,95215 \quad I = \iota \cdot I_0 = 4,76 \text{ mA}$$

$$v_a = x_\lambda \cdot \iota^{-\alpha} = 0,04586 \quad U_a = v_a \cdot U_g = 458,62 \text{ V}$$

**4.4 Determinación de la  $U_{g \text{mín}}$  que mantiene el arco. Datos  $X$ ,  $(A, \alpha)$ ,  $R$ .**

$$\frac{X}{\lambda} = x_{\lambda \text{máx}} = \frac{X \cdot A \cdot R^\alpha}{U_{g \text{mín}}^{1+\alpha}} \Rightarrow U_{g \text{mín}} = \frac{(I + \alpha) \cdot R^{\frac{\alpha}{1+\alpha}} \cdot (A \cdot X)^{\frac{1}{1+\alpha}}}{\alpha^{\frac{\alpha}{1+\alpha}}}$$

**4.5 Determinación de la  $R_{\text{máx}}$  que mantiene el arco. Datos  $X$ ,  $(A, \alpha)$ ,  $U_g$ .**

$$\frac{X}{\lambda} = x_{\lambda \text{máx}} = \frac{X \cdot A \cdot R_{\text{máx}}^\alpha}{U_g^{1+\alpha}} \Rightarrow R_{\text{máx}} = \frac{\alpha \cdot U_g^{\frac{1+\alpha}{\alpha}}}{(I + \alpha)^{\frac{1+\alpha}{\alpha}} \cdot (A \cdot X)^{\frac{1}{\alpha}}}$$

**4.6 Determinación del  $X_{\text{máx}}$  que mantiene el arco. Datos  $(A, \alpha)$ ,  $U_g$ ,  $R$ .**

$$\frac{X_{\text{máx}}}{\lambda} = x_{\lambda \text{máx}} = \frac{X_{\text{máx}} \cdot A \cdot R^\alpha}{U_{g \text{mín}}^{1+\alpha}} \Rightarrow X_{\text{máx}} = \frac{\alpha^\alpha \cdot U_g^{1+\alpha}}{(I + \alpha)^{1+\alpha} \cdot A \cdot R^\alpha}$$

**4.7 Determinación de  $I$ ,  $U_a$ , cuando  $U_g$  disminuye estando ya encendido el arco. Datos  $(A, \alpha)$ ,  $U_g$ ,  $R$ ,  $X$ .**

$$\Phi = 0,65 = \frac{x_\lambda}{x_{\lambda \text{máx}}} \quad x_\lambda = 0,2502 \quad \iota = 0,702 \quad I = \iota \cdot I_0 = 3,51 \text{ mA}$$

$$v_a = x_\lambda \cdot \iota^{-\alpha} = 0,29862 \quad U_a = v_a \cdot U_g = 2896,2 \text{ V}$$

$$X_{\text{máx}} = x_\lambda \cdot \lambda = 2,467 \text{ cm} \quad \Phi = 1 \quad \iota = \frac{\alpha}{I + \alpha} = \frac{1}{3}$$

$$I = \iota \cdot I_0 = 1,667 \text{ mA} \quad v_a = \frac{I}{I + \alpha} = \frac{2}{3} \quad U_a = v_a \cdot U_g = 6,667 \text{ kV}$$

**4.8 Potencia del arco**

La potencia en el arco resulta el producto de  $U_a \cdot I$ , la que puede referirse a  $P_{cc} = U_g \cdot I_0$  para obtener valores adimensionales. El resultado es:

$$\bullet \frac{P_a}{P_{cc}} = \pi_a(\iota) = x_\lambda \cdot \iota^{1-\alpha} = (I - \iota) \cdot \iota = v_a \cdot \iota \quad \text{Ec.21}$$

En la Fig. 12 se aprecia la gráfica de la Ec.21. La función tiene un máximo para  $\iota = 0,5$  para el que resulta resulta  $x_\lambda(0,5) = 0,3535$  (valor indicado con la línea de puntos marcada con (\*)) . Con este último valor está dibujada la curva de  $v_a$  que corta la recta. La otra hipérbola en la Fig. 12 corresponde a la ya conocida situación de tangencia entre curvas, o sea máxima longitud de arco establecido posible para  $x_{\lambda \text{máx}}$  .

En cambio para  $t(x_{\lambda_{\max}}) = \frac{\alpha}{1+\alpha}$  el rendimiento de potencia en cada elemento de circuito resulta:

$$\eta_a = \frac{P_a}{P_g} = \frac{I}{1+\alpha} = \frac{2}{3}$$

y

$$\eta_R = \frac{P_R}{P_g} = \frac{\alpha}{1+\alpha} = \frac{1}{3}$$

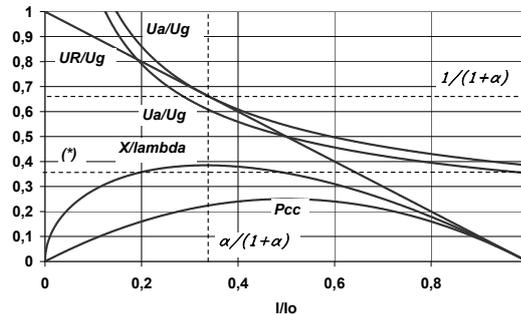


Fig. 12.- Gráfica de la Fig. 9, incluyendo la potencia

#### 4.9 Determinación de $I$ , $U_a$ , cuando $U_g$ es un generador de alterna cuya expresión es

$$u_i = U_{\max} \cdot \text{sen}\left(\frac{2 \cdot \pi}{T} \cdot t_i\right). \text{ Datos } (A, \alpha), R, X.$$

El primer paso es verificar si algún valor de  $u_i$  superará el valor  $U_\delta$  correspondiente a la longitud de arco  $X$ , o sea teniendo en cuenta 4.1 determinar el tiempo

$$t_\delta = \frac{T}{2 \cdot \pi} \cdot \text{arcsen}\left(\frac{I_\delta \cdot (k \cdot X + R)}{U_{\max}}\right)$$

Con los valores de  $u_i$  para de  $t > t_\delta$ , estando el arco encendido, se puede determinar

$$\lambda_i = \frac{u_i^{1+\alpha}}{A \cdot R^\alpha} \text{ y con este } x_{\lambda_i} = \frac{X}{\lambda_i}.$$

La Fig. 13 muestra la gráfica de  $t_i = f(x_{\lambda_i})$  para los valores de interés dados por  $t_i \geq \frac{\alpha}{1+\alpha}$ .

Con esta curva se puede obtener para cada  $x_{\lambda_i}$  el correspondiente valor de  $t_i$ , y con éste y la Ec.16, cuánto vale  $v_{a_i}$ .

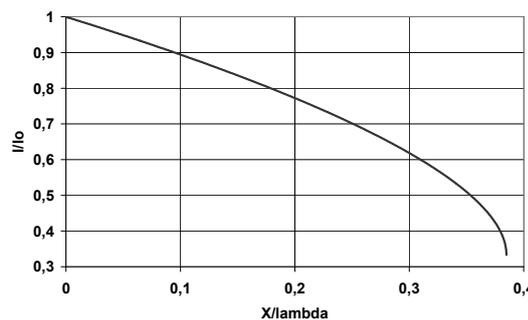


Fig. 13.- Gráfica de  $t_i = f(x_{\lambda_i})$

Los valores de  $t_i = f(u_i)$  también pueden obtenerse por iteración numérica a través de la raíces

$$\text{de } (1 - t_i) \cdot t_i^\alpha - \frac{X}{\lambda_i} = 0, \text{ calculando } \lambda_i = \frac{u_i^{1+\alpha}}{A \cdot R^\alpha}.$$

Con este procedimiento resultan las curvas mostradas en la Fig. 14, para  $U_{\max} = 12 \text{ kV}$ ;  $R = 200 \text{ k}\Omega$  y los valores del resto de los parámetros los ya utilizados.

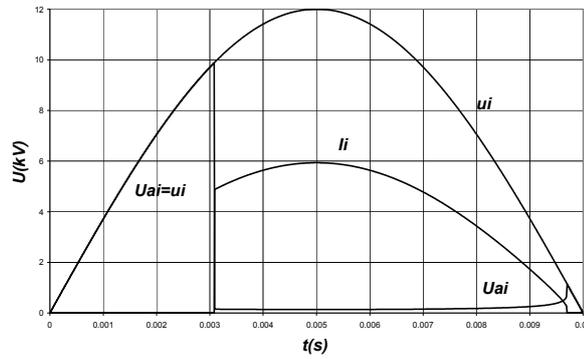


Fig. 14.- Curvas de  $u_i$ ,  $U_{ai}$ ,  $I_i$

## 6. CONCLUSIÓN

Se presentó el arco eléctrico como elemento de circuito no lineal, se replanteó el análisis desde un punto de vista adimensional con el objeto de generalizar su estudio, obteniéndose gráficas universales que determinan todos los aspectos de funcionamiento de las descargas.

Su utilidad se pone de manifiesto en los variados ejemplos presentados, uno de los cuales muestra una posible forma analítico-gráfica de obtención de los impulsos de corriente resultantes en las descargas en aire cuando se aplica tensión alterna.

## BIBLIOGRAFÍA

- [1] G. Le Roy et al. "Les propriétés diélectriques de l'air et les très hautes tensions", Collection de la Direction des Études et Recherches d'Électricité de France, vol 51, p. 271.
- [2] G.V. Zeveke, P.A. Ionkin "Principios de electrotecnica. Teoría de los circuitos", Ediciones Nuestro Tiempo, p.142-146.