

***Modelado lineal de Sistemas de Potencia.  
Aplicación al Análisis de Estabilidad de  
Pequeña Señal***

Tesis de Doctorado

*Carlos Ezequiel Biteznik*

Presentada ante la Facultad de Ingeniería de la  
Universidad Nacional de La Plata  
como requisito para la obtención del grado académico de

DOCTOR EN INGENIERÍA

Dirección de tesis:

Director: *Jorge L. Agüero*

Codirector: *Mario C. Beroqui*

Jurados de Tesis:

*Dr. Luis Aromataris*

*Dr. Horacio Di Prátula*

*Dr. Ricardo Diaz.*

Fecha de la defensa oral y pública: *16 de marzo de 2015*





**Facultad de Ingeniería**  
*Universidad Nacional de La Plata*

### ACTA DE APROBACIÓN

En el día de la fecha, 16 de marzo del 2015 a 11 hs, en la ciudad de La Plata, Facultad de Ingeniería de la Universidad Nacional de La Plata, se reúne el jurado designado en su oportunidad por el Consejo Directivo y constituido por los profesores Dr. Luis Aromataris, Dr. Horacio Di Prátula y Dr. Ricardo Díaz, para dictaminar sobre el Trabajo de Tesis titulado "Modelado lineal de Sistemas de Potencia. Aplicación al Análisis de Estabilidad de Pequeña Señal" presentado por el Ing. Carlos Ezequiel Biteznik, para obtener el grado académico de DOCTOR EN INGENIERÍA de la Facultad de Ingeniería de la Universidad Nacional de La Plata. El trabajo de Tesis Doctoral ha sido desarrollado bajo la dirección del Prof. Jorge L. Agüero y la codirección del Prof. Mario C. Beroqui.

La tesis realiza aportes originales para el análisis de estabilidad de pequeña señal en sistemas eléctricos de potencia. El tesista ha desarrollado una herramienta que permite la caracterización y estudio de problemas reales de estabilidad en los sistemas eléctricos y en particular en el Sistema Argentino Interconectado, utilizando la base de datos existente. El logicial utiliza un método analítico de cálculo de las derivadas, evitando los problemas generados por la amplitud y propagación de las perturbaciones y proporciona en forma directa los autovalores a partir de los modelos originales del sistema eléctrico de potencia.

Las presentaciones, tanto escrita y oral, fueron claras, precisas y contundentes. Se desarrollaron conceptos teóricos y se mostraron aplicaciones concretas sobre el final de la presentación. Las preguntas del jurado y del público presente fueron respondidas satisfactoriamente.

Por todo lo expuesto este jurado dictamina la aprobación del trabajo de tesis presentado por el Ing. Carlos Ezequiel Biteznik con calificación 10.

.....  
Dr. Luis Aromataris

.....  
Dr. Horacio Di Prátula

.....  
Dr. Ricardo Díaz





## **Resumen**

En esta tesis se presenta el desarrollo de una herramienta potente y de manejo sencillo para la realización de estudios de estabilidad de pequeña señal mediante análisis modal, con el fin de poder analizar las posibles oscilaciones en grandes sistemas eléctricos potencia. Para lograr esto se propone un método para la construcción, en forma matricial, del sistema lineal de ecuaciones diferencial-algebraica (DAE, de sus siglas en inglés) de un sistema de potencia. Disponer del sistema DAE permite calcular coeficientes que caractericen la Observabilidad y Controlabilidad de los modos de oscilación existentes.

La herramienta de cálculo desarrollada se denomina "*Sistema Informático para Análisis Modal*", o simplemente "SIAM" por su acrónimo, y consiste en una segunda versión (v2.0) de un programa para realizar análisis modal desarrollado por el IITREE-LAT (Instituto de Investigaciones Tecnológicas para Redes y Equipos Eléctricos - Laboratorio de Alta Tensión) de la Facultad de Ingeniería de la Universidad Nacional de La Plata, entre los años 2008 y 2011.

Para esta nueva versión del SIAM fue necesario realizar la linealización de los modelos de generadores, reguladores automático de tensión y estabilizadores de sistemas de potencia, además de las ecuaciones que relacionan el generador a la red y la propia red de sistema.

El software sólo requiere los datos correspondientes a la resolución del flujo de carga para el escenario en estudio, los cuales incluyen datos de las barras (o nodos), de los generadores, de las cargas y la matriz de admitancia nodal, la cual describe la estructura del sistema. Además es necesario contar con los nombres y parámetros de ajuste de los modelos empleados para la representación de los generadores, así como también sus respectivos controles asociados.

La tesis contiene la descripción y modelado de los distintos tipos de elementos del sistema involucrados en estudios de estabilidad de pequeña señal y los dispositivos FACTS, que pueden utilizarse para aumentar el amortiguamiento de los modos de oscilación. Se describe en forma detallada el método de construcción de la matriz DAE y como ese método se implementa mediante el SIAM. Se describe también el cálculo de índices de controlabilidad y observabilidad. Finalmente la eficacia del método propuesto y el funcionamiento del SIAM se prueban mediante un ejemplo de un sistema 5 áreas, 16 máquinas y 68 barras que representa un equivalente de los sistemas de Nueva Inglaterra (NETS) y Nueva York (NYPS). Los resultados se comparan con aquellos obtenidos mediante un programa comercial. Se calculan los autovalores del sistema, los factores de participación y los factores de forma. Se calculan también los índices de controlabilidad para un SVC y un TCSC, así como los índices de observabilidad en las tensiones de las barra y en las potencias activas por las líneas. Todos estos resultados se muestran mediante las diferentes salidas gráfica que posee el SIAM.





## *Agradecimientos*

Quisiera agradecer a numerosas personas quienes me han ayudando en una u otra forma en el desarrollo de esta tesis doctoral.

En primer lugar quisiera agradece mis padres, Carlos y Devora, por fomentarme el estudio como forma de superación y crecimiento. A mis hermanas, Natalia, Cintia y Verónica, por apoyarme siempre en todo mis proyectos. A Melisa, por aparecer en mi vida y darme el empujón necesario para alcanzar el objetivo.

Quisiera agradecer también al Instituto de Investigaciones Tecnológicas en Redes y Equipos Eléctricos - Laboratorio de Alta Tensión del la Facultad de Ingeniería y a su directora Patricia Arnera, en representación de todos sus integrantes, por darme la oportunidad de realizar mis estudios de postgrado y brindarme el apoyo y todos los recursos necesarios para lograrlo.

A mis directores de tesis, Jorge L. Agüero y Mario C. Beroqui, por ayudarme en el desarrollo del tema y guiarme en este camino.

A todos ellos, mis más sinceros agradecimientos.





## Índice

|  |    |
|--|----|
| 1. Introducción .....  | 1  |
| 1.1. Motivación .....  | 1  |
| 1.2. Objetivo.....   | 3  |
| 1.3. Estructura de la Tesis .....  | 4  |
| 1.4. Publicaciones realizadas sobre el tema de tesis .....                                   | 5  |
| 2. Estabilidad en Sistemas de Potencia .....   | 7  |
| 2.1. Definición y clasificación .....  | 7  |
| 2.1.1. Estabilidad de ángulo rotórico .....  | 8  |
| 2.1.2. Estabilidad de tensión .....  | 10 |
| 2.1.3. Estabilidad de frecuencia .....   | 10 |
| 2.2. Análisis modal.....   | 10 |
| 2.2.1. Formulación básica .....  | 11 |
| 2.2.2. Autovalores y estabilidad.....  | 13 |
| 2.2.3. Forma del modo, sensibilidad, y factor de participación .....                         | 15 |
| 2.2.4. Controlabilidad y observabilidad .....  | 17 |
| 3. Unidades Generadoras .....  | 19 |
| 3.1. Modelo de la máquina sincrónica .....   | 19 |
| 3.1.1. Modelo mecánico de la máquina sincrónica .....  | 19 |
| 3.1.2. Modelo eléctrico de la máquina de polos salientes sin arrollamientos amortiguadores.. | 22 |
| 3.1.3. Modelo de la máquina de polos salientes con arrollamientos amortiguadores .....       | 26 |
| 3.1.1. Modelo de la máquina rotor liso con arrollamientos amortiguadores.....                | 29 |
| 3.2. Sistema de Excitación .....   | 36 |
| 3.2.1. Elementos del sistema de excitación.....  | 37 |
| 3.2.2. Tipo de excitatrices .....  | 38 |
| 3.2.3. Elementos adicionales del sistema de excitación.....                                  | 45 |
| 3.2.4. Comparación de los distintos sistemas de excitación.....                              | 47 |
| 3.3. Estabilizador de Sistemas de Potencia .....   | 48 |
| 3.3.1. Conceptos básicos .....   | 48 |
| 3.3.2. Tipos de estabilizadores .....  | 49 |
| 3.4. Turbina y Regulador de velocidad .....  | 50 |
| 3.4.1. Turbina térmica de una etapa .....  | 51 |
| 3.4.2. Turbina con recalentamiento.....  | 53 |



|   |     |
|---|-----|
| 3.4.3. Turbinas hidráulicas .....   | 54  |
| 3.4.4. Servo.....   | 57  |
| 3.4.5. Regulador de velocidad.....  | 57  |
| 3.5. Influencia de la turbina y regulador de velocidad en análisis de pequeña señal ..... | 59  |
| 4. Modelado del Sistema .....   | 61  |
| 4.1. Introducción.....  | 61  |
| 4.2. Cálculo de la matriz de estados .....  | 61  |
| 4.3. Sistema de dos máquinas.....   | 63  |
| 4.3.1. Ecuaciones diferenciales .....   | 63  |
| 4.3.2. Ecuación de estator.....   | 63  |
| 4.3.3. Ecuación de red .....  | 65  |
| 4.3.4. Linealización del sistema .....  | 66  |
| 4.3.5. Ejemplo numérico .....   | 70  |
| 4.3.6. Comparación de resultados con un programa comercial.....                           | 76  |
| 4.4. Sistema con múltiples máquinas .....   | 78  |
| 4.4.1. Linealización del sistema .....  | 80  |
| 4.4.2. Ejemplo numérico .....   | 84  |
| 4.4.3. Conclusiones del ejemplo numérico.....   | 92  |
| 5. FACTS .....  | 93  |
| 5.1. Introducción.....  | 93  |
| 5.2. Compensador estático.....  | 93  |
| 5.2.1. Funcionamiento y características .....   | 93  |
| 5.2.1. Modelado.....  | 95  |
| 5.2.1. Cálculo del índice de controlabilidad de un SVC.....                               | 95  |
| 5.3. Capacitor serie controlado.....  | 96  |
| 5.3.1. Funcionamiento y características .....   | 96  |
| 5.3.2. Modelado.....  | 98  |
| 5.3.1. Cálculo del índice de controlabilidad de un TCSC .....                             | 99  |
| 5.4. Regulador de ángulo de fase.....   | 103 |
| 5.4.1. Funcionamiento y características .....   | 103 |
| 5.4.2. Modelado.....  | 106 |
| 5.4.3. Cálculo del índice de controlabilidad de un TCPAR .....                            | 106 |
| 5.5. Cálculo de los índices de observabilidad.....  | 108 |
| 5.5.1. Observabilidad en la potencia activa de una línea.....                             | 108 |
| 5.5.2. Observabilidad en la tensión de barra .....  | 111 |



---

|   |     |
|---|-----|
| 6. Sistema Informático para Análisis Modal - SIAM.....  | 113 |
| 6.1. Introducción .....                                 | 113 |
| 6.2. Estructura general del programa .....              | 115 |
| 6.2.1. Modelos.....                                     | 117 |
| 6.2.2. Metodología de cálculo .....                     | 119 |
| 6.3. Entorno SIAM.....                                  | 122 |
| 6.4. Ejemplo numérico .....                             | 125 |
| 6.4.1. Modos de oscilación.....                         | 126 |
| 6.4.2. Factores de Participación .....                  | 128 |
| 6.4.3. Forma del Modo.....                              | 129 |
| 6.4.4. Índices de Controlabilidad y Observabilidad..... | 130 |
| 7. Conclusiones .....                                   | 137 |
| 7.1. Conclusiones de la Tesis .....                     | 137 |
| 7.2. Trabajos futuros .....                             | 138 |
| 8. Bibliografía .....                                   | 139 |



## ***Lista de Figuras***

|  |    |
|--|----|
| Figura 1: Clasificación según el tipo de estabilidad.....  | 7  |
| Figura 2: Representación en bloques en el espacio estado.....                                    | 12 |
| Figura 3: Diagrama en bloques de la ecuación de oscilación.....                                  | 22 |
| Figura 4: Circuito equivalente despreciando el efecto de los arrollamientos amortiguadores. .... | 22 |
| Figura 5: Característica de saturación a circuito abierto. ....                                  | 23 |
| Figura 6: Representación de la máquina de polos salientes sin arrollamientos amortiguadores..... | 25 |
| Figura 7: Circuito equivalente considerando el efecto de los arrollamientos amortiguadores. .... | 26 |
| Figura 8: Representación de la máquina de polos salientes con arrollamientos amortiguadores..... | 30 |
| Figura 9: Circuito equivalente considerando el efecto de los arrollamientos amortiguadores.....  | 30 |
| Figura 10: Representación de la máquina de rotor liso con arrollamientos amortiguadores.....     | 36 |
| Figura 11: Elementos del Sistema de Excitación. ....   | 37 |
| Figura 12: Excitatriz de corriente continua. ....  | 38 |
| Figura 13: Excitatriz de CC con excitación separada.....   | 39 |
| Figura 14.a: Característica de saturación de la excitatriz. ....                                 | 39 |
| Figura 15: Modelos de la excitatriz de CC.....   | 41 |
| Figura 16: Excitatriz de CC auto-excitada. ....  | 41 |
| Figura 17: Excitatriz de CA con rectificador estacionario. ....                                  | 42 |
| Figura 18: Excitatriz de CA con rectificador controlado. ....                                    | 42 |
| Figura 19: Excitatriz de CA tipo Brushless.....  | 43 |
| Figura 20: Modelos de la excitatriz de CA.....   | 43 |
| Figura 21: Característica de operación del rectificador.....                                     | 44 |
| Figura 22: Efecto del rectificador.....  | 44 |
| Figura 23: Excitatriz estática de fuente de tensión y rectificador controlado.....               | 45 |
| Figura 24: Modelo sencillo de excitatriz estática. ....  | 45 |
| Figura 25: Lazo de compensación del sistema de excitación.....                                   | 46 |
| Figura 26: Implementación física del lazo de compensación.....                                   | 46 |
| Figura 27: Diagrama en bloques del compensador de carga.....                                     | 47 |
| Figura 28: Esquema de bloques del generador con PSS. ....  | 48 |
| Figura 29: Estructura general de un PSS.....   | 49 |
| Figura 30: Diagrama en bloques del PSS basado en $\Delta\omega$ y $P_e$ .....                    | 50 |
| Figura 31: Lazo de regulación de velocidad.....  | 51 |
| Figura 32: Esquema simplificado de una turbina de una etapa. ....                                | 52 |
| Figura 33: Esquema simplificado de una turbina con recalentamiento.....                          | 53 |
| Figura 34: Esquema simplificado de una turbina hidráulica.....                                   | 54 |
| Figura 35: Lazo proporcional de regulación de velocidad.....                                     | 58 |



|  |     |
|--|-----|
| Figura 36: Lazo de regulación de velocidad de un turbina hidráulica .....  | 58  |
| Figura 37: Descomposición vectorial de la variación de potencia mecánica.....  | 59  |
| Figura 38: Comportamiento en frecuencia de las distintas turbinas. (a) Turbina de gas lenta. (b) Turbina de gas rápida. (c) Turbina de vapor lenta. (d) Turbina de vapor rápida. (e) Turbina hidráulica lenta. (f) Turbina hidráulica rápida. .... | 60  |
| Figura 39: Esquema unifilar del sistema a analizar.....  | 63  |
| Figura 40: Circuito equivalente para la resolución de la ecuación de estator. ....   | 64  |
| Figura 41: Circuito equivalente.....   | 65  |
| Figura 42: Sistema de dos generadores y una carga.....   | 71  |
| Figura 43: Modelo Empleado de RAT.....   | 71  |
| Figura 44: Modelo empleado de PSS.....   | 72  |
| Figura 45: Circuito equivalente del caso de estudio. ....  | 72  |
| Figura 46: Comparación de los autovalores calculados mediante el método propuesto y mediante PSS/E. ....   | 78  |
| Figura 47: Representación de un sistema de múltiples máquina. ....   | 79  |
| Figura 48: Sistema de 4generadores y 2 áreas [7].....  | 84  |
| Figura 49: Comparación de resultados. Sistema de 4generadores y 2 áreas. Caso 1.....   | 87  |
| Figura 50: Factor de forma de los modos dominantes. ....   | 87  |
| Figura 51: Comparación de resultados. Sistema de 4generadores y 2 áreas. Caso 2.....   | 88  |
| Figura 52: Excitatriz estática tipo ST1A.....  | 89  |
| Figura 53: Comparación de resultados. Sistema de 4generadores y 2 áreas. Caso 3.....   | 89  |
| Figura 54: Comparación de resultados. Sistema de 4generadores y 2 áreas. Caso 4.....   | 91  |
| Figura 55: Modelo empleado de PSS.....   | 91  |
| Figura 56: Comparación de resultados. Sistema de 4generadores y 2 áreas. Caso 5.....   | 92  |
| Figura 57: Topología general del SVC. ....   | 94  |
| Figura 58: Característica $U-I$ del SVC de capacitor fijo y reactor controlado.....  | 95  |
| Figura 59: Modelo del comportamiento dinámico del SVC.....   | 95  |
| Figura 60: Representación de un SVC en un sistema de potencia.....   | 96  |
| Figura 61: Topología básica de un TCSC.....  | 97  |
| Figura 62: Característica de impedancia del TCSC.....  | 97  |
| Figura 63: Característica tensión-corriente del TCSC operado por control de tensión (a) y por control de reactancia (b).....   | 98  |
| Figura 64: Modelo básico del comportamiento dinámico del TCSC.....   | 98  |
| Figura 65: Modelo equivalente de una línea con compensación serie controlada.....  | 99  |
| Figura 66: Modelo equivalente con fuente de tensión.....   | 99  |
| Figura 67: Modelo equivalente con el TCSC como fuente de corriente.....  | 100 |
| Figura 68: Concepto e implementación básica de un Regulador de Tensión [48].....   | 103 |
| Figura 69: Concepto e implementación de un Regulador de Ángulo de Fase [48].....   | 104 |
| Figura 70: Sistema de dos máquinas con Regulador de ángulo de fase (a), diagrama fasorial correspondiente (b), característica potencia-ángulo (c) [48].....  | 104 |



---

|  |     |
|--|-----|
| Figura 71: Diagrama fasorial y característica potencia-ángulo de un amplificador en cuadratura [48]. | 105 |
| Figura 72: Modelo básico del comportamiento dinámico del TCPAR.                                      | 106 |
| Figura 73: Modelo equivalente de una línea con regulación de ángulo de fase.                         | 106 |
| Figura 74: Modelo equivalente del TCPAR como de inyección de potencia.                               | 107 |
| Figura 75: Modelo equivalente de una línea de transmisión.   | 109 |
| Figura 76: Estructura de la matriz de índices de observabilidad.                                     | 110 |
| Figura 77: Estructura general del SIAM.  | 116 |
| Figura 78: Vinculaciones existente entre diferentes modelos de una misma planta.                     | 118 |
| Figura 79: Esquema básico de las funciones de los modelos.   | 118 |
| Figura 80: Implementación del cálculo de CI y OI en el SIAM.   | 122 |
| Figura 81: Interfaz inicial del SIAM v2.0.   | 123 |
| Figura 82: Opciones de carga del proyecto.   | 123 |
| Figura 83: Panel de opciones de análisis.  | 124 |
| Figura 84: Autovalores mostrados en forma gráfica.   | 125 |
| Figura 85: Sistema 16 máquinas y 68 barras.  | 126 |
| Figura 86: Autovalores del sistema - Salida gráfica del SIAM.  | 127 |
| Figura 87: Comparación gráfica de los autovalores del sistema.                                       | 127 |
| Figura 88: Factor de Forma - Salida gráfica del SIAM.  | 130 |
| Figura 89: Índices de controlabilidad de un SVC - Salida gráfica del SIAM.                           | 131 |
| Figura 90: Índices de controlabilidad de un TCSC - Salida gráfica del SIAM.                          | 132 |
| Figura 91: Índices de observabilidad de la tensión de barras - Salida gráfica del SIAM.              | 133 |
| Figura 92: Índices de observabilidad de la potencia activa por las líneas - Salida gráfica del SIAM. | 134 |



### ***Lista de Tablas***

|  |     |
|--|-----|
| Tabla 4-I: Autovalores del Sistema.....  | 76  |
| Tabla 4-II: Autovalores obtenidos mediante PSS/E.....  | 78  |
| Tabla 4-III: Autovalores, Frecuencia y amortiguamiento. Caso 1.....  | 86  |
| Tabla 4-IV: Autovalores, Frecuencia y amortiguamiento. Caso 2.....   | 88  |
| Tabla 4-V: Autovalores, Frecuencia y amortiguamiento. Caso 3.....  | 89  |
| Tabla 4-VI: Autovalores, Frecuencia y amortiguamiento. Caso 4.....   | 90  |
| Tabla 4-VII Autovalores, Frecuencia y amortiguamiento. Caso 5.....   | 91  |
| Tabla 6-I: Modos con amortiguación < 10% .....   | 128 |
| Tabla 6-II: Modos con amortiguación < 10%, sin considerar la influencia de la variación de velocidad. .... | 128 |
| Tabla 6-III: Factores de participación.....  | 129 |





## 1. Introducción

### 1.1. Motivación

El sistema de transporte de energía eléctrica en 500 kV de la Argentina está en un proceso de fuerte expansión y reestructuración. La incorporación de nuevas líneas de extra alta tensión durante los últimos años en el Sistema Argentino de Interconexión (SADI) y el Sistema Interconectado Patagónico (SIP), ha transformado la estructura radial característica de este sistema en una estructura que comienza a ser mallada.

La incorporación de nueva generación en diferentes regiones del país, en particular ciclos combinados de gran porte que ya han sido construidos o están en fase final de construcción y granjas eólicas que están en etapa de instalación en regiones alejadas de los grandes centros de carga, supone la transmisión de varios miles de megavatios a través de un sistema de transporte muy extenso pero a su vez débil.

Los cambios estructurales del sistema de transporte, así como la ubicación electro-geográfica de la nueva generación incorporada, hacen necesario profundizar el análisis de la estabilidad oscilatoria de pequeña señal o pequeñas perturbaciones del SADI-SIP.

Bajo la presión de la demanda, la potencia que los sistemas eléctricos necesitan transportar es cada vez mayor. Las redes se aproximan a sus límites físicos y corre peligro la estabilidad de la operación cuando se produce un incidente. Oscilaciones Inter-área han llevado a muchas separaciones de sistemas, pero pocos a apagones de gran escala. Algunos de estos incidentes a lo largo de la historia han sido [1], [2]: Detroit Edison (DE)-Ontario Hydro (OH)-Hydro Quebec (HQ) (1960s, 1985); Finlandia-Suecia-Noruega-Dinamarca (1960s); Saskatchewan-Manitoba Hydro-Western Ontario (1966); Italia-Yugoslavia-Austria (1971-1974); Western Electric Coordinating Council (WECC) (1964,1996); Mid-continent area power pool (MAPP) (1971,1972); Sudoeste de Australia (1975); Escocia-Inglaterra (1978); Oeste de Australia (1982,1983); Taiwan (1985); Ghana-Costa de Marfil (1985); Sur de Brasil (1975-1980,1984).

En el sistema interconectado argentino han ocurrido eventos asociados a oscilaciones electromecánicas pero que no han llegado a producir colapso o separación del sistema. Algunos ejemplos de ellos son las oscilaciones ocurridas en el Sistema Interconectado Patagónico (SIP) (1997 y 2006) [3]–[5] y las oscilaciones existentes en la interconexión Argentina-Norte de Chile 2014 [6].



La naturaleza de la respuesta del sistema ante pequeñas perturbaciones depende de numerosos factores incluyendo las condiciones iniciales, la robustez del sistema de transmisión, y el tipo de controles de los sistemas de excitación usado en los generadores.

Muchos componentes importantes en los sistemas eléctricos de potencia como ser generadores, sistemas de excitación y su control, controles de velocidad-potencia y cargas tienen una característica altamente alineal. Estos componentes y sus controles asociados incluyen saturación, selectores de máxima/mínima y limitadores de salida. La teoría de sistemas no lineales puede ser usada para analizar estas alinealidades, sin embargo, la aplicación está restringida a sistemas simples y pequeños. Para el análisis de la estabilidad angular de pequeña señal, puede utilizarse una descripción lineal, ya que no se alcanzan a poner de manifiesto las no linealidades para pequeñas variaciones en torno al punto de funcionamiento. [7], [8]

Para poder analizar el comportamiento de un gran sistema y poder así determinar la naturaleza de las oscilaciones, el modelo del mismo debe ser linealizado. En un sistema lineal, la dinámica puede ser descrita por una colección de modos de oscilación. Un modo de oscilación está caracterizado por su frecuencia y su amortiguamiento. El método de análisis modal involucra un cambio de coordenadas mediante la diagonalización de la matriz de estados del sistema, desacoplando así las complejas relaciones existentes entre los distintos componentes y determinando los modos característicos de oscilación. Este cambio de coordenadas se realiza a partir de un modelo del sistema linealizado alrededor de un punto de operación específico. [1], [2], [7]–[10]

El análisis modal utiliza técnicas de autovalores para determinar la estabilidad ante pequeñas perturbaciones. Este método es de gran utilidad práctica para determinar la necesidad de un sistema de control suplementario a los que ya se encuentran en funcionamiento ó determinar la sintonización adecuada de los controles existentes. [1], [2], [7]–[10]

Los estabilizadores de sistemas de potencia (Power System Stabilizer - PSS) fueron y continúan siendo la solución exitosa y rentable para problemas de estabilidad de pequeña señal. El PSS actúa junto con el sistema de excitación para generar una cupla en fase con la desviación de la velocidad. Con el control coordinado de muchos estabilizadores, es posible mejorar el amortiguamiento de los diferentes modos de oscilación. [2], [7], [8], [11]–[15]

La introducción de los "Flexible AC Transmission System" (FACTS) en las redes eléctricas abre otro camino para el amortiguamiento de las oscilaciones. A pesar de que han sido diseñados principalmente para otras aplicaciones, cuando están correctamente ajustados, estos dispositivos pueden proporcionar un amortiguamiento efectivo de muchos modos inter-área. Ellos pueden controlar rápidamente y en forma flexible la impedancia de las líneas de transmisión, la tensión de una barra y el desfase angular entre tensiones en un sistema. [1], [9], [16]–[19]

Un requerimiento importante para lograr un diseño de bajo costo mediante FACTS es disponer de los índices de Controlabilidad y Observabilidad de los modos de oscilación. La Controlabilidad está normalmente fijada por la ubicación predefinida de los FACTS, la cual se debe a requerimientos de operación en estado estacionario del sistema. Para poder utilizar un dispositivo FACTS para la amortiguación de un determinado modo, se debe tener una Controlabilidad suficiente de dicho modo en el lugar donde el dispositivo se encuentra instalado. Otro factor es la Observabilidad de un determinado modo, la cual puede no ser buena por medición de señales locales. De hecho, los mejores índices de Observabilidad se obtienen de señales medidas en otras partes del sistema. La aplicación de sistemas de medición de grandes áreas (Wide Area Measurement System -WAMS) posibilita realizar un control eficiente de los modos de oscilación mediante el uso de FACTS. [1], [9], [20]–[26]



En la actualidad existen un sin número de programas comerciales que posibilitan realizar estudios de estabilidad de pequeña señal, como por ejemplo PSS/E<sup>®</sup> (SIEMENS PTI), DigSilent (Power Factory), SIMPOW (Manitoba HVDC Research Centre), EUROSTAG (GDF Suez), KW-PSS (KEPCO), DSATools (Powertech Labs); o herramientas de código abierto como por ejemplo el ToolBox PSAT desarrollado para MALAB [27] y DOME (basado en Python), entre otros.

Todos estos programas presentan la necesidad de modelar el sistema bajo estudio en una plataforma específica y utilizar los modelos de librería existentes en los mismos. Esto resulta en una gran desventaja al momento de trabajar con grandes sistemas de potencia, con miles de nodos y cientos de generadores y controles asociados que ya se encuentran modelados en una determinada plataforma, no sólo por la tarea que requiere el armado del sistema sino también por las tareas necesarias en la validación del mismo para la obtención de resultados confiables. Así mismo, aunque no se necesite migrar de plataforma, muchas de estas herramientas poseen limitaciones al momento de realizar el estudio requerido, como ser: número de variables de estado que pueden manejar, cantidad de entradas independientes que admite el modelado para el cálculo de índices de controlabilidad o cantidad de salidas admisibles para el cálculo del índice de observabilidad y dificultades para la presentación de resultados.

## 1.2. Objetivo

En esta tesis se presenta el desarrollo de una herramienta potente y de manejo sencillo para la realización de estudios de estabilidad de pequeña señal mediante análisis modal, con el fin de poder analizar las posibles oscilaciones en grandes sistemas eléctricos de potencia.

La herramienta de cálculo se denomina "*Sistema Informático para Análisis Modal*" o simplemente "*SIAM*" por su acrónimo.

El versión inicial del programa SIAM, el cual fue desarrollado por el IITREE-LAT (Instituto de Investigaciones Tecnológicas para Redes y Equipos Eléctricos - Laboratorio de Alta Tensión) de la Facultad de Ingeniería de la Universidad Nacional de La Plata, tuvo lugar entre Noviembre de 2008 y Junio de 2011. Esa primera versión (SIAM v1.1) analizaba las matrices de estado, entregadas por el programa PSS/E en formato binario. Mediante un procesamiento adecuado de los datos, el programa obtenía los autovalores de interés y sus autovectores asociados, así como los factores de participación de las distintas variables de estado; además de contar con facilidades para su representación gráfica.

El programa PSS/E calcula la matriz de estado mediante la aplicación de una perturbación porcentual en cada una de las variables de estado, para luego obtener las derivadas que genera cada una de dichas perturbaciones. Este método se denomina Método Incremental y puede verse afectado por ciertas alinealidades en los modelos, tales como los limitadores de máxima o mínima, características de saturación, funciones trigonométricas u otra función no lineal. Para evitar estos inconvenientes, la base de datos a emplear (la cual contiene los modelos y sus parámetros) debe ser modificada. El valor de la perturbación empleada para el cálculo resulta del compromiso entre no utilizar una perturbación muy pequeña que puede generar derivadas pequeñas y por ende ser enmascaradas por el error numérico, y una perturbación muy grande que puede falsear el valor de las derivadas cuando la perturbación generada pasa por una alinealidad en el proceso de propagación, por ejemplo, la saturación de los generadores.

Con el fin de evitar los inconvenientes y modificaciones que implica el empleo del programa PSS/E, se crea una segunda versión del SIAM (SIAM v2.0), de la cual se ocupa esta tesis, la cual



incluye el cálculo de la matriz de estados del sistema. De esta forma, el cálculo de la matriz se realiza en forma totalmente independiente del programa PSS/E.

Para lograr esto se propone un método para la construcción, en forma matricial, del sistema lineal de ecuaciones diferencial-algebraico (DAE, de sus siglas en inglés) de un sistema de potencia [1], [10]. Este sistema lineal de ecuaciones incluye tanto la red como de sus elementos principales (generadores, reguladores automáticos de tensión y estabilizadores de sistemas de potencia). El sistema DAE permite obtener la matriz de estado del sistema para la realización del análisis modal. Teniendo la matriz de estado, es posible obtener los autovalores y autovectores de la misma, es decir, los modos de oscilación del sistema y otros parámetros de interés. Como ventaja adicional, disponer del sistema DAE permite calcular coeficientes que caractericen la Observabilidad y Controlabilidad de los modos de oscilación existentes.

El SIAM, al utilizar un método analítico de cálculo de las derivadas, evita los problemas asociados a la amplitud y la propagación de la perturbación del método incrementado. Así mismo, al incorporar a los modelos ya linealizados no existen problemas con aquellos que emplean funciones trigonométricas, limitadores o saturaciones.

El software sólo requiere los datos correspondientes a la resolución del flujo de carga para el escenario en estudio, los cuales incluyen datos de las barras (o nodos), de los generadores, de las cargas y la matriz de admitancia nodal, la cual describe la estructura del sistema. Además es necesario contar con los nombres y parámetros de ajuste de los modelos empleados para la representación de los generadores, así como también sus respectivos controles asociados. Esto evita la tediosa tarea de construir toda la red en el nuevo software y validar los resultados obtenidos antes de realizar el estudio de pequeña señal.

El SIAM se desarrolla bajo la plataforma *MATLAB* (MathWorks Inc.) y los datos de entrada son procedentes del programa comercial PSS/E. El desarrollo del SIAM vinculado al PSS/E se debe a que la empresa CAMMESA, operadora del sistema eléctrico argentino, utiliza dicho software para realizar los flujos de potencia y los estudios de estabilidad. Por lo tanto, ante el deseo de utilizar el SIAM para estudios de pequeña señal en el sistema argentino es que se prioriza el desarrollo vinculado a este software. El desarrollo de diferentes interfaces de lectura de datos, posibilitaría su utilización con otros programas.

Toda la red de alta tensión de SADI-SIP como así también los modelos empleados para estudios de estabilidad dinámica y sus respectivos parámetros de ajuste se encuentran validados para el PSS/E. Gracias a que el SIAM no necesita resolver el flujo ni modificar la base de datos de modelos para estudios de dinámica, sus datos de entrada se encuentran validados, lo cual evita realizar verificaciones previas al estudio de pequeña señal.

### 1.3. Estructura de la Tesis

La tesis está estructurada en siete capítulos, de los cuales el primero corresponde a esta introducción. Los resto de los capítulos se estructuran de la siguiente manera:

Capítulo 2: Se presenta la definición de estabilidad y clasificación de las inestabilidades existentes en los sistemas eléctricos de potencia. Se explica el método de análisis modal y los conceptos fundamentales de controlabilidad y observabilidad.

Capítulo 3: Contiene la descripción de los modelos para estudios de estabilidad de pequeña señal. Se presentan los modelos de generador de polos salientes y de rotor liso, con y sin arrollamientos amortiguadores y saturación. Se describe los tipos de reguladores automáticos de tensión y los



estabilizadores de sistemas de potencia. Se caracterizan los distintos tipos de controles de velocidad y se explica el porqué no se utilizan en el análisis modal.

Capítulo 4: Se describen las ecuaciones del sistema y su linealización. Presentación del método propuesto para la construcción de la estructura matricial empleada en el cálculo de los modos de oscilación. Se realiza una demostración y comparación, mediante un ejemplo sencillo, del método propuesto (Sistema 2 áreas y 4 máquinas).

Capítulo 5: Se describen los principales dispositivos FACTS utilizados para el amortiguamiento de oscilaciones electromecánicas. Se presentan los modelos más sencillos para su representación. Se describe el cálculo de los índices de controlabilidad y observabilidad para dispositivos FACTS.

Capítulo 6: Se presenta el "Sistema Informático para Análisis Modal - SIAM", su estructura de cálculo y sus principales características. Se presenta un ejemplo donde se demuestra su facilidad de uso y su potencialidad (Sistema 5 áreas, 68 barras y 16 generadores).

Capítulo 7: Se presentan las conclusiones del trabajo realizado.

#### **1.4. Publicaciones realizadas sobre el tema de tesis**

*"Sistema Informático para Análisis Modal. Cálculo de la Matriz A Usando Modelos de Generador, AVR y PSS"*. Autores: C.E. Biteznik, J.L. Agüero, M.C. Beroqui, R. Canalis, S. Barbero. Publicación: Décimo Quinto Encuentro Regional Iberoamericano del CIGRÉ, XV ERIAC, Foz de Iguazú, Brasil. 19 al 23 de mayo de 2013. Referato: Si. Soporte: CD del Congreso. CE C2 – Operación y Control de Sistemas. Paper N° C2.60.Biteznik.

*"Power System Linear Modeling. Application for Small Signal Stability Analysis"*. Autores: C. E. Biteznik, J. L. Agüero, M. C. Beroqui. 13th Spanish-Portuguese Conference on Electrical Engineering, Valencia, España, del 3 al 5 de julio de 2013. Referato: Si. Soporte CD del Congreso Paper N° 194.

*"Flexible Tool for Small Signal Stability Analysis"*. Autores: C. E. Biteznik, J. L. Agüero y M. C. Beroqui. IEEE PES General Meeting 2014, Washington DC, USA, del 27 al 31 de julio de 2014. Referato: Si. Soporte CD del Congreso IEEE Calalog Number: CFP14POW-USB, ISBN: 978-1-4799-6414-7. Paper N° PESGM2014-0009474.





## 2. Estabilidad en Sistemas de Potencia

### 2.1. Definición y clasificación

“La Estabilidad de Sistemas de Potencia es la habilidad de un sistema eléctrico para, a partir de una condición de operación inicial dada, recuperar un estado de equilibrio operativo luego de haber estado sujeto a una perturbación física, con la mayoría de sus variables dentro de sus límites, de manera que prácticamente el sistema completo se mantiene intacto”. [28]

La inestabilidad de un sistema de potencia es esencialmente un único problema que puede tomar diferentes formas y puede ser influenciada por un amplio rango de factores. Analizar el problema de la pérdida de estabilidad, identificar los factores esenciales que contribuyen a ésta, y conformar métodos para el mejoramiento de la operación estable se facilita ampliamente si se clasifica apropiadamente el fenómeno a estudiar. Algunas de las consideraciones en que se basa dicha clasificación se listan a continuación:

- Naturaleza física de la inestabilidad resultante.
- Tamaño de la perturbación considerada.
- Los dispositivos, procesos y tiempos que deben ser tomados en consideración en orden de determinar la inestabilidad.

La Figura 1 muestra las diferentes clases y subclases en que se clasifica la estabilidad según los criterios anteriores. [28], [7], [1], [8], [29]–[31]

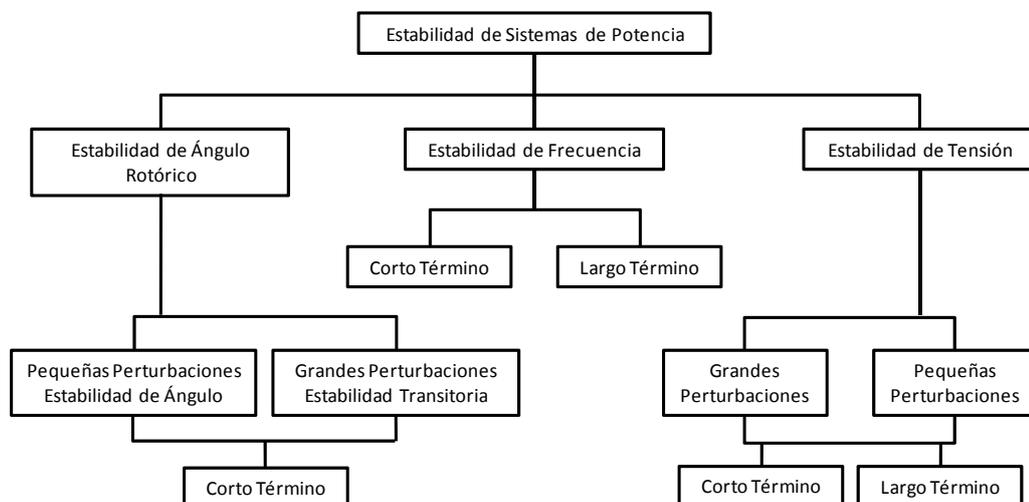


Figura 1: Clasificación según el tipo de estabilidad.



### 2.1.1. Estabilidad de ángulo rotórico

La estabilidad de ángulo rotórico es la habilidad de las máquinas sincrónicas, interconectadas en un sistema, de permanecer en sincronismo.

La estabilidad es una condición de equilibrio entre fuerzas opuestas. El mecanismo por el cual las máquinas interconectadas mantienen el sincronismo entre sí es a través de las fuerzas de restauración, que actúan cada vez que hay fuerzas que tienden a acelerar o desacelerar una o más máquinas con respecto a otras máquinas. Bajo condiciones de estado estacionario existe un equilibrio entre la cupla mecánica de entrada y la cupla eléctrica de salida de cada máquina, siendo la variación de velocidad nula y el ángulo entre rotores constante. Si el sistema es perturbado, este equilibrio es alterado resultando en la aceleración o desaceleración de los rotores de las máquinas. Si un generador gira temporalmente más rápido que otro, la posición angular de este rotor con respecto al que gira más lentamente avanzará. La diferencia angular resultante transfiere parte de la carga de la máquina más lenta a la más rápida, dependiendo de la relación potencia – ángulo. Esto tiende a reducir la diferencia de velocidad y por lo tanto la separación angular. La relación potencia – ángulo es altamente no lineal. Más allá de un cierto límite, un incremento en la separación angular es acompañado por una disminución en la potencia transferida, esto incrementa la separación angular aún más y conlleva a la inestabilidad.

Cuando una máquina sincrónica pierde el sincronismo o “pierde el paso” con el resto del sistema, su rotor gira a una velocidad mayor o menor que la requerida para generar tensiones a la frecuencia del sistema. El “deslizamiento” entre el campo rotante del estator (correspondiente a la frecuencia del sistema) y el campo del rotor resulta en grandes fluctuaciones de la potencia de salida, corriente y tensión de la máquina; esto causa que el sistema de protecciones aisle la máquina inestable del sistema.

El cambio en la cupla eléctrica de una máquina sincrónica luego de una perturbación puede ser resuelto en dos componentes:

$$\Delta T_e = T_S \Delta \delta + T_D \Delta \omega \quad (2.1)$$

Donde,  $T_S \Delta \delta$  es la componente de cambio de cupla en fase con la perturbación del ángulo del rotor  $\Delta \delta$  y es conocida como la componente de *cupla sincronizante*;  $T_S$  es el coeficiente de cupla sincronizante.  $T_D \Delta \omega$  es la componente de cambio de cupla en fase con la desviación de la velocidad  $\Delta \omega$  y es conocida como la componente de *cupla amortiguante*;  $T_D$  es el coeficiente de cupla amortiguante.

La estabilidad del sistema depende de ambas componentes de cupla para cada una de las máquinas sincrónicas. La falta de suficiente cupla sincronizante resulta en la inestabilidad a través de un *desvío aperiódico* del ángulo del rotor. Por el otro lado, la falta de cupla amortiguante resulta en una *inestabilidad oscilatoria*.

#### Estabilidad de pequeñas perturbaciones

La estabilidad de pequeñas perturbaciones, o más conocida como estabilidad de pequeña señal, es la habilidad del sistema eléctrico de mantener el sincronismo bajo pequeñas perturbaciones. Tales perturbaciones ocurren continuamente en el sistema debido a pequeñas variación de carga y generación. Una perturbación se considera pequeña si la ecuación que describe la respuesta resultante del sistema puede ser descrita por un comportamiento lineal. La inestabilidad que resulta puede ser de dos formas: (a) crecimiento continuo del ángulo del rotor de la máquina debido a la falta de



suficiente cupla sincronizante, o (b) oscilaciones rotóricas de amplitud creciente debido a la falta de suficiente cupla amortiguante.

La naturaleza de la respuesta del sistema ante pequeñas perturbaciones depende de numerosos factores incluyendo las condiciones iniciales, la robustez del sistema de transmisión, y el tipo de controles de excitación usado en los generadores. Para generadores conectados radialmente a un gran sistema, en ausencia de reguladores automáticos de tensión, la inestabilidad es preponderantemente debida a la falta de cupla sincronizante. Esto resulta en inestabilidad del modo no oscilatoria. Con actuación continua de los reguladores de tensión, el problema de estabilidad de pequeña señal preponderantemente es el de falta de amortiguamiento suficiente de las oscilaciones del sistema. La inestabilidad en este caso resulta en oscilaciones de amplitud creciente.

En los sistemas eléctricos actuales, la estabilidad de pequeña señal es mayormente un problema de cupla amortiguante insuficiente. Dentro de este tipo de estabilidad podemos distinguir a su vez diferentes fenómenos [1], [2], [32]:

- *Modos Locales* o *Modos Máquina-Sistema*: una unidad de una planta de generación oscila con respecto al resto del sistema a una frecuencia entre 1 y 2 Hz. La frecuencia y el amortiguamiento varían con la potencia entregada por la máquina y la impedancia que la conecta al resto del sistema. El término *Local* es usado debido a que la oscilación se localiza en una planta o una pequeña parte del sistema.
- *Modos Inter-área*: este fenómeno es observado sobre una gran parte de sistema. Este involucra dos grupos coherentes de generadores oscilando entre ellos a frecuencias menores a 1 Hz. La mayoría de las oscilaciones de este tipo se encuentra entre 0.2 y 0.7 Hz. Estos modos son causados por dos o más grupos de máquinas que se interconectan por vínculos débiles.
- *Modos Intra-planta*: las máquinas de una misma planta de generación oscilan las unas contra las otras a frecuencias entre 2 y 3 Hz, dependiendo de la potencia de las máquinas y el valor de la reactancia que las conecta. El resto del sistema no se ve afectado.
- *Modos de Control*: están asociados a los controles de las unidades de generación y de otros sistemas. Excitatrices incorrectamente ajustadas, reguladores de velocidad, convertidores HVDC y compensadores estáticos son usualmente los causantes de inestabilidad de este tipo.
- *Modos Torsionales*: están asociados al eje del sistema de rotación del conjunto turbina-generador. Generalmente estos modos son excitados cuando una turbina de vapor multi-etapa se conecta a la red donde existe alto grado de compensación serie. El rango de frecuencia se encuentra por lo general entre 10 y 45 Hz [29]. También pueden existir frecuencias por encima de la frecuencia nominal del sistema.

### Estabilidad de grandes perturbaciones

La estabilidad de grandes perturbaciones o *Estabilidad Transitoria*, como se conoce comúnmente, es la habilidad del sistema de mantener el sincronismo cuando es sometido a perturbaciones severas tales como cortocircuitos en las líneas de transmisión. La respuesta del sistema en estas condiciones resulta en grandes excursiones de los ángulos de rotor de los generadores y es influenciada por la relación no lineal potencia-ángulo.

La estabilidad transitoria depende tanto de las condiciones iniciales de operación como de la gravedad de la perturbación. La inestabilidad se presenta usualmente con separaciones angulares aperiódicas debido a la falta de cupla sincronizante, manifestándose como *inestabilidad de primera oscilación*. Sin embargo, en grandes sistemas de potencia, la inestabilidad puede que no ocurra en la primera oscilación de un modo simple, sino que puede resultar de la superposición de un modo inter-



área lento y un modo local de oscilación. Esto causa grandes excursiones del ángulo del rotor luego de la primera oscilación.

### **2.1.2. Estabilidad de tensión**

La estabilidad de tensión se refiere a la habilidad del sistema de potencia de mantener la tensión estable en todas las barras luego de estar sometido a una perturbación para una condición inicial dada. Este tipo de estabilidad depende de la habilidad para mantener o restaurar el equilibrio entre las potencias reactivas demandada y entregada por el sistema. La inestabilidad puede ocurrir por la disminución o aumento progresivo de la tensión en algunas barras del sistema. Una posible consecuencia de la inestabilidad de tensión es la pérdida de carga en un área o el desenganche de líneas de transmisión y otros elementos por parte de sus sistemas de protección que puede conducir a un efecto en cascada pudiéndose producir un apagón (*Blackout*).

Uno de los mayores factores que contribuye a la inestabilidad de tensión es la caída de tensión en las reactancias inductivas de las líneas de transmisión debido al flujo de potencia activa y reactiva. Esto limita la capacidad de transmisión y de control de tensión. La estabilidad de tensión se ve disminuida cuando una perturbación provoca el incremento en la demanda de potencia reactiva por parte de la carga por encima de la capacidad disponible en el sistema.

### **2.1.3. Estabilidad de frecuencia**

La estabilidad de frecuencia se refiere a la habilidad del sistema de potencia para mantener estable la frecuencia luego de una perturbación que resulte en un desbalance significativo entre las potencias activas de la generación y de la carga. Depende de la habilidad de mantener o restaurar el equilibrio entre la generación y la carga. La inestabilidad puede ocurrir como consecuencia de la salida de servicio de una unidad generadora o carga.

Los problemas de frecuencia se asocian a una reserva de generación insuficiente.

En pequeños sistemas interconectados, la pérdida de cualquier equipo, puede representar una gran perturbación, mientras que los grandes sistemas, esa misma pérdida no implica una gran perturbación. Por esta razón, el problema de la estabilidad de frecuencia se presenta más frecuentemente en los pequeños sistemas.

## **2.2. Análisis modal**

Muchos componentes importantes en los sistemas de potencia como ser generadores, sistemas de excitación, controles de velocidad-potencia y cargas tienen una característica altamente alineal. Estos componentes y sus controles asociados incluyen saturación, selectores de máxima/mínima y limitadores de salida. La teoría de sistemas no lineales puede ser usada para analizar estas alinealidades, sin embargo, la aplicación está restringida a sistemas simples y pequeños. Para el análisis de la estabilidad angular de pequeña señal, puede utilizarse una descripción lineal, ya que no se alcanzan a poner de manifiesto las no linealidades para pequeñas variaciones en torno al punto de funcionamiento.

Para poder analizar el comportamiento de un gran sistema y poder así determinar la naturaleza de las oscilaciones, la operación del sistema debe ser linealizada. En un sistema lineal, la dinámica puede ser descrita por una colección de modos. Un modo está caracterizado por su frecuencia y su amortiguamiento. El método de análisis modal involucra un cambio de coordenadas mediante la diagonalización de la matriz de estados del sistema, desacoplando así las complejas relaciones



existentes entre los distintos componentes y determinando los modos característicos de oscilación. Este cambio de coordenadas se realiza a partir de un modelo del sistema linealizado alrededor de un punto de operación específico.

El análisis modal utiliza técnicas de autovalores para determinar la estabilidad ante pequeñas perturbaciones. Este método es de gran utilidad para determinar la necesidad de un sistema de control suplementario a los ya existentes ó determinar la sintonización adecuada de los controles existentes.

### 2.2.1. Formulación básica

El comportamiento dinámico de un sistema, tal como un sistema eléctrico, puede ser descrito por un conjunto de ecuaciones diferenciales no lineales denominado *Ecuaciones Diferenciales Algebraicas* (DAE - *differential-algebraic equations*) [1], [2], [10].

$$\begin{aligned}\dot{x}_d &= f(x_d, x_a, u) \\ 0 &= g(x_d, x_a, u) \\ y &= h(x_d, x_a, u)\end{aligned}\tag{2.2}$$

Donde:

$x_d$ : es el vector de variables de estado.

$x_a$ : es el vector de variables algebraicas.

$u$ : es el vector de entradas.

$y$ : es el vector de salidas.

$f$ : representa la característica dinámica a lineal de los elementos componentes del sistema.

$g$ : representa las ecuaciones no lineales de la red.

$h$ : representa las ecuaciones no lineales de salida.

En análisis modal, estas ecuaciones no lineales son linealizadas en torno a un punto de trabajo mediante el truncamiento al primer término de la expansión en series de Taylor de  $f$  y  $g$ . Como se asume que el sistema se encuentra en estado estacionario en un punto de trabajo definido por  $x_{d0}$  y  $x_{a0}$ , entonces  $f(x_{d0}, x_{a0})$  y  $g(x_{d0}, x_{a0})$  serán iguales a cero.

El sistema linealizado resulta:

$$\frac{d\Delta x}{dt} = \frac{\partial f}{\partial x_d} \Delta x_d + \frac{\partial f}{\partial x_a} \Delta x_a + \frac{\partial f}{\partial u} \Delta u\tag{2.3}$$

$$0 = \frac{\partial g}{\partial x_d} \Delta x_d + \frac{\partial g}{\partial x_a} \Delta x_a + \frac{\partial g}{\partial u} \Delta u\tag{2.4}$$

$$\Delta y = \frac{\partial h}{\partial x_d} \Delta x_d + \frac{\partial h}{\partial x_a} \Delta x_a + \frac{\partial h}{\partial u} \Delta u\tag{2.5}$$

Despejando  $\Delta x_a$  de (2.4) y reemplazando en (2.3) y (2.5) se elimina el vector de variables algebraicas, resultando:

$$\begin{aligned}\Delta \dot{x}_d &= A\Delta x_d + B\Delta u \\ \Delta y &= C\Delta x_d + D\Delta u\end{aligned}\tag{2.6}$$



Donde  $A, B, C, D$  son las matrices de derivadas parciales de (2.3) a (2.5) evaluadas en el punto  $\{x_{a0}, u_0\}$  como se muestra a continuación:

$$A = \left[ \frac{\partial f}{\partial x_d} - \frac{\partial f}{\partial x_a} \left( \frac{\partial g}{\partial x_a} \right)^{-1} \frac{\partial g}{\partial x_d} \right], B = \left[ \frac{\partial f}{\partial u} - \frac{\partial f}{\partial x_a} \left( \frac{\partial g}{\partial x_a} \right)^{-1} \frac{\partial g}{\partial u} \right] \quad (2.7)$$

$$C = \left[ \frac{\partial h}{\partial x_d} - \frac{\partial h}{\partial x_a} \left( \frac{\partial g}{\partial x_a} \right)^{-1} \frac{\partial g}{\partial x_d} \right], D = \left[ \frac{\partial h}{\partial u} - \frac{\partial h}{\partial x_a} \left( \frac{\partial g}{\partial x_a} \right)^{-1} \frac{\partial g}{\partial u} \right]$$

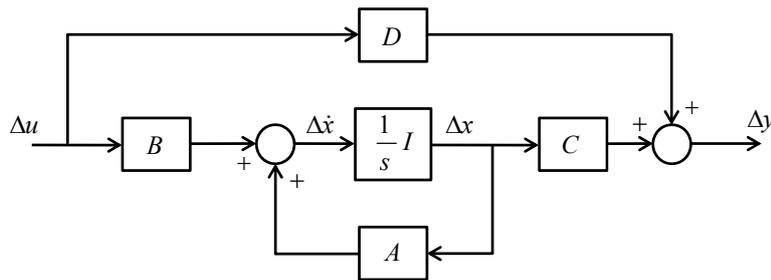
Aplicando la transformada de Laplace en las ecuaciones (2.6), se obtienen las ecuaciones de estado en el dominio de la frecuencia:

$$s\Delta x(s) - \Delta x(0) = A\Delta x(s) + B\Delta u(s) \quad (2.8)$$

$$\Delta y(s) = C\Delta x(s) + D\Delta u(s) \quad (2.9)$$

A partir de las ecuaciones anteriores, se omite el subíndice  $d$  del vector de variables de estado para una escritura más simple.

La Figura 2 muestra un diagrama en bloques de la representación en el espacio estado. Se asume que la condición inicial  $\Delta x(0)$  es cero[7].



**Figura 2:** Representación en bloques en el espacio estado

Una solución de la ecuación de estado puede ser obtenida resolviendo  $\Delta x(s)$  y evaluando  $\Delta y(s)$ .

Reordenando la ecuación (2.8), se tiene:

$$(sI - A)\Delta x(s) = \Delta x(0) + B\Delta u(s) \quad (2.10)$$

De donde,

$$\Delta x(s) = (sI - A)^{-1} [\Delta x(0) + B\Delta u(s)]$$

$$= \frac{\text{adj}(sI - A)^T}{\det(sI - A)} [\Delta x(0) + B\Delta u(s)] \quad (2.11)$$

Reemplazando (2.11) en (2.9), resulta:

$$\Delta y(s) = C \frac{\text{adj}(sI - A)^T}{\det(sI - A)} [\Delta x(0) + B\Delta u(s)] + D\Delta u(s) \quad (2.12)$$

Como se ve en las ecuaciones (2.11) y (2.12), las transformadas de Laplace de  $\Delta x$  y  $\Delta y$  tienen dos componentes, uno dependiente de las condiciones iniciales y otro de las entradas.

Los polos de  $\Delta x$  e  $\Delta y$  son las raíces de la ecuación

$$\det(sI - A) = 0 \quad (2.13)$$



Los valores de  $s$  que satisfacen la ecuación anterior son conocidos como los *valores característicos* o *autovalores* de la matriz  $A$ , y la ecuación (2.13) se conoce como la *ecuación característica* de la matriz  $A$ .

### 2.2.2. Autovalores y estabilidad

Los autovalores pueden ser reales o complejos. Si la matriz  $A$  es real, los autovalores complejos siempre aparecen en pares conjugados.

En forma general, los autovalores están definidos como:

$$\lambda = \sigma \pm j\omega \quad (2.14)$$

Los autovectores, o más precisamente los autovectores derechos, son vectores columna los cuales satisfacen:

$$A\phi_i = \lambda_i\phi_i \quad (2.15)$$

Los autovectores izquierdos son vectores fila que satisfacen:

$$\psi_i A = \lambda_i\psi_i \quad (2.16)$$

Los autovectores derecho e izquierdo son ortogonales, y usualmente son escalados para ser ortonormales, es decir,  $\psi_i\phi_j=1$  cuando  $i=j$  o cero en caso contrario. Así, la matriz de autovectores izquierdos ( $\Psi$ ) puede ser obtenida por la inversión de la matriz de autovectores derechos ( $\Phi$ ), es decir,  $\Psi=\Phi^{-1}$  [2].

La ecuación de estado, dada por la ecuación (2.6), puede ser expresada en términos de las variables modales usando la transformación  $\Delta x=\Phi z$ . Resulta entonces:

$$\begin{aligned} \frac{dz}{dt} &= \Psi A \Phi z + \Psi B \Delta u = \Lambda z + \Psi B \Delta u \\ y &= C \Phi z + D \Delta u \end{aligned} \quad (2.17)$$

La matriz  $\Lambda$  es una matriz diagonal con los autovalores como elementos de la diagonal.

Si se considera sólo la respuesta natural del sistema, la ecuación (2.17) se reduce a:

$$\frac{dz}{dt} = \dot{z} = \Psi A \Phi z = \Lambda z \quad (2.18)$$

La ecuación (2.18) representa un sistema de  $n$  ecuaciones de primer orden desacopladas (escalares)

$$\dot{z}_i = \lambda_i z_i \quad i = 1, 2, \dots, n \quad (2.19)$$

El efecto de la transformación es por lo tanto desacoplar las ecuaciones de estado.

La expresión (2.19) es una simple ecuación diferencial de primer orden cuya solución en función del tiempo  $t$  está dada por:

$$z_i(t) = z_i(0)e^{\lambda_i t} \quad (2.20)$$

donde  $z_i(0)$  es la condición inicial de  $z_i$ .

Considerando nuevamente la transformación  $\Delta x=\Phi z$ , la respuesta en términos del vector de estado original está dado por [7]:



$$\begin{aligned}\Delta x(t) &= \Phi z(t) \\ &= [\phi_1 \quad \phi_2 \quad \cdots \quad \phi_n] \begin{bmatrix} z_1(t) \\ z_2(t) \\ \vdots \\ z_n(t) \end{bmatrix}\end{aligned}\quad (2.21)$$

Lo cual, en función de (2.20), implica que:

$$\Delta x(t) = \sum_{i=1}^n \phi_i z_i(0) e^{\lambda_i t} \quad (2.22)$$

De la ecuación (2.21), se tiene:

$$\begin{aligned}z(t) &= \Phi^{-1} \Delta x(t) \\ &= \Psi \Delta x(t)\end{aligned}\quad (2.23)$$

Lo que implica que:

$$z_i(t) = \psi_i \Delta x(t) \quad (2.24)$$

Con  $t = 0$ , resulta:

$$z_i(0) = \psi_i \Delta x(0) \quad (2.25)$$

Usando  $c_i$  para denominar al producto escalar  $\psi_i \Delta x(0)$ , la ecuación (2.22) puede escribirse como:

$$\Delta x(t) = \sum_{i=1}^n \phi_i c_i e^{\lambda_i t} \quad (2.26)$$

En otras palabras, la respuesta en el tiempo de la  $i$ -ésima variable de estado está dada por:

$$\Delta x_i(t) = \phi_{i1} c_1 e^{\lambda_1 t} + \phi_{i2} c_2 e^{\lambda_2 t} + \dots + \phi_{in} c_n e^{\lambda_n t} \quad (2.27)$$

La ecuación anterior representa la respuesta natural en el tiempo del sistema en términos de los autovalores y los autovectores izquierdos y derechos. Así, la respuesta natural está dada por una combinación lineal de  $n$  modos dinámicos correspondientes a los  $n$  autovalores de la matriz de estado.

El producto escalar  $c_i = \psi_i \Delta x(0)$  representa la magnitud de la excitación del  $i$ -ésimo modo resultante de las condiciones iniciales.

Si las condiciones iniciales se encuentran en la dirección del  $j$ -ésimo autovector, el producto escalar  $\psi_i \Delta x(0)$  para todo  $i \neq j$  será cero. Por lo tanto, sólo el  $j$ -ésimo modo es excitado.

Si el vector que representa las condiciones iniciales no es un autovector, este puede ser representado por una combinación lineal de los  $n$  autovectores. La respuesta del sistema será la suma de las  $n$  respuestas. Si las componentes de las condiciones iniciales en la dirección de un autovector son cero, el correspondiente modo no será excitado.

La característica dependiente del tiempo de un modo correspondiente a un autovalor  $\lambda_i$  está dado por  $e^{\lambda_i t}$ . Por lo tanto, la estabilidad está determinada por el autovalor según [7]:

- a) Un autovalor *real* corresponde a un modo no oscilatorio. Un autovalor real negativo representa un modo que decae exponencialmente. Cuanto mayor su magnitud, más rápido decae. Un autovalor real positivo representa una inestabilidad aperiódica.

Los valores de  $c$  y los autovectores asociados a autovalores reales también son reales.



- b) Los autovalores *complejos* aparecen en pares conjugados y cada uno de estos pares corresponden a un modo oscilatorio.

Los valores  $c$  y los autovectores asociados tendrán valores complejos tales que hagan a  $x(t)$  real para todo instante de tiempo. Por ejemplo:

$$(a + jb)e^{(\sigma - j\omega)t} + (a - jb)e^{(\sigma + j\omega)t}$$

tiene la forma

$$e^{\sigma t} \text{sen}(\omega t + \theta)$$

La cual representa una senoide amortiguada para valores negativos de  $\sigma$ .

La componente real del autovalor da el amortiguamiento, y la componente imaginaria da la frecuencia de oscilación. Un valor negativo de la parte real representa una oscilación amortiguada mientras que un valor positivo representa una oscilación de amplitud creciente. Así, para un par de autovalores complejos:

$$f = \frac{\omega}{2\pi} \quad (2.28)$$

Esto representa la frecuencia real o amortiguada. El coeficiente de amortiguamiento está dado por

$$\zeta = \frac{-\sigma}{\sqrt{\sigma^2 + \omega^2}} \quad (2.29)$$

El coeficiente de amortiguamiento  $\zeta$  determina la velocidad de caída de la amplitud de la oscilación. La constante de tiempo de la caída de amplitud es  $1/|\sigma|$ . En otras palabras, la amplitud decaerá a  $1/e$  (o 37%) de la amplitud inicial en  $1/|\sigma|$  segundos o en  $1/(2\pi\zeta)$  ciclos de la oscilación.

### 2.2.3. Forma del modo, sensibilidad, y factor de participación

#### Forma del modo y autovectores

En el inciso anterior se discutió la respuesta del sistema en términos del vector de estados  $\Delta x$  y  $z$ , los cuales están relacionados entre sí según:

$$\begin{aligned} \Delta x(t) &= \Phi z(t) \\ &= [\phi_1 \quad \phi_2 \quad \cdots \quad \phi_n] z(t) \end{aligned} \quad (2.30)$$

y

$$\begin{aligned} z(t) &= \Psi \Delta x(t) \\ &= [\psi_1^T \quad \psi_2^T \quad \cdots \quad \psi_n^T]^T \Delta x(t) \end{aligned} \quad (2.31)$$

Las variables  $\Delta x_1, \Delta x_2, \dots, \Delta x_n$  son las variables de estado originales elegidas para representar el comportamiento dinámico del sistema. Las variables  $z_1, z_2, \dots, z_n$  son las variables de estado transformadas tal que cada variable está asociada con un sólo modo. En otras palabras, las variables transformadas  $z$  están directamente relacionadas a los modos.

De la ecuación (2.30) se puede ver que el autovector derecho da el *Factor de Forma* del modo, es decir, la actividad relativa de cada una de las variables de estado cuando un modo particular es



excitado. Por ejemplo, el grado de actividad de la variable  $x_k$  debido al  $i$ -ésimo modo está dada por el  $k$ -ésimo elemento del autovector derecho  $\phi_i$ .

La magnitud de los elementos de  $\phi_i$  da el grado de actividad de las  $n$  variables de estado debido al  $i$ -ésimo modo, y el ángulo de los elementos da el desplazamiento en fase de las variables de estado con respecto al modo.

Como se ve en la ecuación (2.31), el autovector izquierdo  $\psi_i$  identifica que combinación de variables de estado originales permite mostrar sólo el  $i$ -ésimo modo. Así como, el  $k$ -ésimo elemento del autovector derecho  $\phi_i$  mide la actividad de la variable  $x_k$  debido al  $i$ -ésimo modo, el  $k$ -ésimo elemento del autovector izquierdo  $\psi_i$  pesa la contribución de esta actividad en el  $i$ -ésimo modo.

### Sensibilidad del autovalor

Algunas veces es necesario conocer la sensibilidad a los cambios en los elementos de la matriz de estado. Consideremos la ecuación (2.15) la cual define los autovalores y autovectores:

$$A\phi_i = \lambda_i\phi_i$$

Derivando respecto a  $a_{kj}$  (el elemento de  $A$  de la  $k$ -ésima fila y  $j$ -ésima columna), resulta:

$$\frac{\partial A}{\partial a_{kj}}\phi_i + A\frac{\partial \phi_i}{\partial a_{kj}} = \frac{\partial \lambda_i}{\partial a_{kj}}\phi_i + \lambda_i\frac{\partial \phi_i}{\partial a_{kj}} \quad (2.32)$$

Pre multiplicando por  $\psi_i$ , y notando que  $\psi_i\phi_i=1$  y  $\psi_i(A-\lambda_i I) = 0$ , la ecuación anterior se simplifica quedando:

$$\psi_i\frac{\partial A}{\partial a_{kj}}\phi_i = \frac{\partial \lambda_i}{\partial a_{kj}} \quad (2.33)$$

Todos los elementos de  $\partial A/\partial a_{kj}$  son cero, excepto el elemento de la  $k$ -ésima fila y  $j$ -ésima columna el cual es igual a 1. Por lo tanto,

$$\frac{\partial \lambda_i}{\partial a_{kj}} = \psi_{ik}\phi_{ji} \quad (2.34)$$

Así la sensibilidad de un autovalor  $\lambda_i$  a un elemento  $a_{kj}$  de la matriz de estado es igual al producto del elemento del autovector izquierdo  $\psi_{ik}$  y el elemento del autovector derecho  $\phi_{ji}$ .

### Factor de participación

Un problema de utilizar individualmente los autovectores derechos e izquierdos, para identificar las relaciones entre los estados y los modos, es que los elementos de los autovectores son dependientes de las unidades y escalas asociadas con las variables de estado. Como solución a este problema, se utiliza una matriz llamada *matriz de participación* ( $P$ ) la cual combina el autovector derecho e izquierdo para formar una medida de la asociación existente entre las variables de estado y los modos.

$$P = [p_1 \quad p_2 \quad \cdots \quad p_3] \quad (2.35)$$

con:



$$p_i = \begin{bmatrix} p_{1i} \\ p_{2i} \\ \vdots \\ p_{ni} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \phi_{1i}\psi_{i1} \\ \phi_{2i}\psi_{i2} \\ \vdots \\ \phi_{ni}\psi_{in} \end{bmatrix} \quad (2.36)$$

Donde:

- $\phi_{ki}$  = elemento de la  $k$ -ésima fila e  $i$ -ésima columna de la matriz  $\Phi$   
=  $k$ -ésima entrada del autovector derecho  $\phi_i$
- $\psi_{ik}$  = elemento de la  $i$ -ésima fila e  $k$ -ésima columna de la matriz  $\Psi$   
=  $k$ -ésima entrada del autovector izquierdo  $\psi_i$

El elemento  $p_{ki} = \phi_{ki}\psi_{ik}$  es denominado *Factor de Participación*. Este factor es una medida de la participación relativa de la  $k$ -ésima variable de estado en el  $i$ -ésimo modo.

Como  $\phi_{ki}$  mide la *actividad* de  $x_k$  debido al  $i$ -ésimo modo y  $\psi_{ik}$  *pesa* la contribución de dicha actividad al modo, el producto  $p_{ki}$  mide la *participación neta*.

La multiplicación de los elementos de los autovectores izquierdo y derecho produce el efecto “deseado” de hacer  $p_{ki}$  adimensional, es decir, independiente de las unidades involucradas.

En vista a la normalización del autovector, la suma de los factores de participación asociados con cualquier modo o variable de estado es igual a 1.

De la ecuación (2.34), vemos que el factor de participación  $p_{ki}$  es en realidad igual a la sensibilidad del autovalor  $\lambda_i$  para un elemento diagonal  $a_{kk}$  de la matriz de estado  $A$ .

$$p_{ki} = \frac{\partial \lambda_i}{\partial a_{kk}} \quad (2.37)$$

#### 2.2.4. Controlabilidad y observabilidad

Los índices de controlabilidad y de observabilidad son definidos para dar una medida de cuán efectiva es la elección de la señal de control (controlabilidad) y cuán efectiva es la elección de la señal de realimentación (observabilidad) que se ingresa al control para amortiguar la oscilación de un modo determinado.

En el inciso 2.2.1, se describió el sistema según:

$$\begin{aligned} \Delta \dot{x}_d &= A\Delta x_d + B\Delta u \\ \Delta y &= C\Delta x_d + D\Delta u \end{aligned} \quad (2.38)$$

Para el sistema así definido, el índice de controlabilidad ( $CI$ ) para el  $k$ -ésimo modo está dado por:

$$CI_{ki} = \psi_k^T b_i \quad (2.39)$$

donde  $\psi_k$  es el autovector izquierdo correspondiente al  $k$ -ésimo modo y  $b_i$  es la  $i$ -ésima columna de la matriz  $B$ . Si este índice es cero, el modo no es controlable usando la señal de control elegida.

El índice de observabilidad ( $OI$ ) para el  $k$ -ésimo modo resulta:

$$OI_{ik} = c_i \phi_k \quad (2.40)$$

donde  $c_i$  es la  $i$ -ésima fila de la matriz  $C$  y  $\phi_k$  es el autovector derecho correspondiente al  $k$ -ésimo modo. [7], [33]





## 3. Unidades Generadoras

### 3.1. Modelo de la máquina sincrónica

Existen diversos modelos para representar la máquina sincrónica según sea el tipo de estudio a realizar. Los modelos simples no son adecuados para una descripción precisa de la dinámica de los sistemas de potencia. Para realizar estudios de estabilidad sobre un sistema es fundamental contar con un modelo de la máquina sincrónica que responda a las necesidades requeridas.

Para el caso de la estabilidad de pequeña señal debemos tener en cuenta no sólo el comportamiento mecánico de la máquina sino también su comportamiento eléctrico. A tal efecto, a continuación se desarrolla un modelo que representa el comportamiento mecánico de la máquina y los varios modelos que describen la interacción de las variables eléctricas según sea el grado de detalle necesario.

En este capítulo la obtención del modelo de la máquina es acompañado por su representación usando valores en por unidad (p.u.) y circuitos equivalentes en los ejes  $d$  y  $q$ .

#### 3.1.1. Modelo mecánico de la máquina sincrónica

##### Ecuación del movimiento

Una ecuación fundamental para el análisis de la estabilidad en sistemas de potencia es la ecuación de la inercia rotacional. Esta ecuación describe el efecto del desbalance entre la cupla electromagnética y la cupla mecánica en una máquina.

Cuando existe un desbalance entre las cuplas actuantes en el rotor, la cupla neta causa aceleración o desaceleración de las masas rotantes:

$$T_a = T_m - T_e \quad (3.1)$$

Donde:

$T_a$  = Cupla acelerante en  $Nm$

$T_m$  = Cupla mecánica en  $Nm$

$T_e$  = Cupla electromagnética en  $Nm$

En la anterior ecuación,  $T_m$  y  $T_e$  son positivas para un generador y negativas para un motor.

Las masas rotantes del generador y de la máquina de impulso son aceleradas o desaceleradas por el desbalance entre las cuplas aplicadas. Por lo tanto, la ecuación del movimiento queda descripta como:



$$J \frac{d\omega_m}{dt} = T_a = T_m - T_e \quad (3.2)$$

Donde:

$J$  = Momento de inercia combinado del generador y la turbina,  $kgm^2$

$\omega_m$  = Velocidad angular del rotor,  $rad\ mec./s$

$t$  = Tiempo,  $s$

La ecuación anterior puede ser normalizada en términos de la constante de inercia  $H$  en por unidad, definida como la energía cinética en *watt-segundo* a la velocidad nominal dividida por la potencia base en Volt-Amper ( $VA$ ). Usando  $\omega_{0m}$  para denotar a la velocidad angular nominal en radianes mecánicos por segundo, la constante de inercia resulta:

$$H = \frac{1}{2} \frac{J \omega_{0m}^2}{VA_{base}} \quad (3.3)$$

El momento de inercia  $J$  en función de  $H$  será

$$J = \frac{2H}{\omega_{0m}^2} VA_{base} \quad (3.4)$$

Sustituyendo la ecuación (3.4) en (3.2)

$$\frac{2H}{\omega_{0m}^2} VA_{base} \frac{d\omega_m}{dt} = T_m - T_e$$

Reordenando:

$$2H \frac{d}{dt} \left( \frac{\omega_m}{\omega_{0m}} \right) = \frac{T_m - T_e}{VA_{base} / \omega_{0m}}$$

Como  $T_{base} = VA_{base} / \omega_{0m}$ , la ecuación del movimiento en por unidad resulta:

$$2H \frac{d\bar{\omega}_r}{dt} = \bar{T}_m - \bar{T}_e \quad (3.5)$$

Siendo  $\bar{\omega}_r$ :

$$\bar{\omega}_r = \frac{\omega_m}{\omega_{0m}} = \frac{\omega_r / p_f}{\omega_0 / p_f} = \frac{\omega_r}{\omega_0}$$

Donde  $\omega_r$  es la velocidad angular del rotor en radianes eléctricos sobre segundo ( $rad\ elec/s$ ),  $\omega_0$  es la velocidad nominal y  $p_f$  es el numero de polos.

Si  $\delta$  es la posición angular del rotor en radianes eléctricos con respecto a la referencia sincrónica rotante y  $\delta_0$  es su valor en  $t=0$ :

$$\delta = \omega_r t - \omega_0 t + \delta_0 \quad (3.6)$$

Derivando respecto del tiempo:

$$\frac{d\delta}{dt} = \omega_r - \omega_0 = \Delta\omega_r \quad (3.7)$$

y



$$\begin{aligned}\frac{d^2\delta}{dt^2} &= \frac{d\omega_r}{dt} = \frac{d(\Delta\omega_r)}{dt} \\ &= \omega_0 \frac{d\bar{\omega}_r}{dt} = \omega_0 \frac{d(\Delta\bar{\omega}_r)}{dt}\end{aligned}\quad (3.8)$$

Despejando  $d\bar{\omega}_r/dt$  de (3.8) y sustituyendo ese valor en la ecuación (3.5), resulta:

$$\frac{2H}{\omega_0} \frac{d^2\delta}{dt^2} = \bar{T}_m - \bar{T}_e \quad (3.9)$$

Para darle una mayor generalidad a la expresión anterior, es deseable incluir una componente de cupla amortiguante adicionando un término proporcional a la desviación de velocidad:

$$\frac{2H}{\omega_0} \frac{d^2\delta}{dt^2} = \bar{T}_m - \bar{T}_e - D\Delta\bar{\omega}_r \quad (3.10)$$

La expresión (3.10) representa la ecuación del movimiento de una máquina sincrónica. Esta es comúnmente conocida como la ecuación de oscilación, debido a que determina la oscilación del ángulo de rotor  $\delta$  durante una perturbación.

El coeficiente  $D$  puede representar los efectos amortiguantes de origen mecánico del propio generador y de origen eléctrico provenientes del sistema. Los efectos mecánicos que contribuyen al amortiguamiento son la fricción del eje con los cojinetes y el efecto de roce del rotor con el aire. Por su parte, el sistema contribuye al amortiguamiento a través de la sensibilidad de la carga a cambios en la velocidad, es decir, a la variación de la potencia consumida ante cambios en la frecuencia. Este efecto si no es representado explícitamente en las cargas puede representarse en el generador mediante este coeficiente.

Mientras que los efectos mecánicos pueden ser despreciados, el coeficiente de variación de la carga con la frecuencia se encuentra entre 0 y 2 %/% (porcentaje de variación de carga/porcentaje de variación de frecuencia) para cargas cuya característica varía desde independiente a altamente dependientes de las variaciones de frecuencia.

El efecto de amortiguamiento debido a los arrollamientos amortiguadores del rotor está incluido en la cupla eléctrica y se encuentran representados mediante el modelo eléctrico de la máquina.

### Representación en estudios de sistemas

Para analizar el desempeño dinámico de los sistemas de potencia, las componentes del modelo son expresadas en el espacio de estados o en la forma de diagrama de bloques.

La forma en el espacio de estados requiere que las componentes del modelo estén expresadas como un conjunto de ecuaciones de primer orden para facilitar la identificación de las variables de estado. Expresada como dos ecuaciones diferenciales de primer orden, la ecuación de oscilación (3.10) resulta:

$$\frac{d\Delta\bar{\omega}_r}{dt} = \frac{1}{2H} (\bar{T}_m - \bar{T}_e - D\Delta\bar{\omega}_r) \quad (3.11)$$

$$\frac{d\delta}{dt} = \omega_0 \Delta\bar{\omega}_r \quad (3.12)$$

En las ecuaciones anteriores, el tiempo  $t$  esta expresado en segundos, el ángulo rotórico  $\delta$  está en radianes eléctricos y  $\omega_0$  es igual a  $2\pi f$ . Asimismo, las variables  $\Delta\omega_r$ ,  $T_m$  y  $T_e$  están en por unidad.

El diagrama en bloques para representar las ecuaciones (3.11) y (3.12) se muestra en la Figura 3.

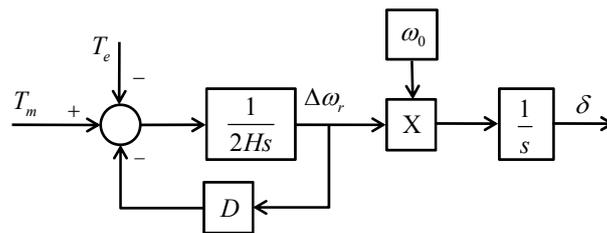


Figura 3: Diagrama en bloques de la ecuación de oscilación

### 3.1.2. Modelo eléctrico de la máquina de polos salientes sin arrollamientos amortiguadores

A continuación se describe el modelo eléctrico de la máquina síncrona de polos salientes sin considerar los arrollamientos amortiguadores. Para esto, se parte del circuito equivalente de la máquina en dos ejes (directo  $d$  y en cuadratura  $q$ ) construido en base a las ecuaciones de flujo del rotor y estator y la posterior aplicación de la transformada de Park [7], [8], [31], [34]–[36]. Se tiene en cuenta también para la construcción del modelo la saturación del flujo de entrehierro.

La Figura 4 muestra nuevamente el circuito equivalente del eje  $d$  y  $q$  de la máquina síncrona de polos salientes, donde se ha despreciado el efecto de los arrollamientos amortiguadores.

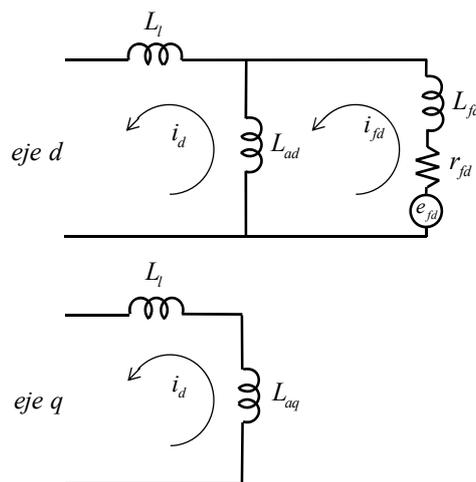


Figura 4: Circuito equivalente despreciando el efecto de los arrollamientos amortiguadores.

La Figura 5 muestra la característica de saturación a circuito abierto. Cuando no existe saturación, el flujo concatenado del entrehierro, resultando:

$$\psi_{ad} = L_{ad} I_{fd} \quad (3.13)$$

Para un dato punto de funcionamiento (ver Figura 5), el flujo concatenada será:

$$\psi_A = L_{ad} I_A = \psi_B - \psi_S = L_{ad} I_B - \psi_S \quad (3.14)$$

La pendiente de la recta de entrehierro está dada por:

$$\operatorname{tg}(\alpha) = \frac{L_{ad}}{1} = \frac{\psi_S}{I_B - I_A} \quad (3.15)$$

de donde:

$$I_B - I_A = \frac{\psi_S}{L_{ad}} \quad (3.16)$$

Se define [36]:

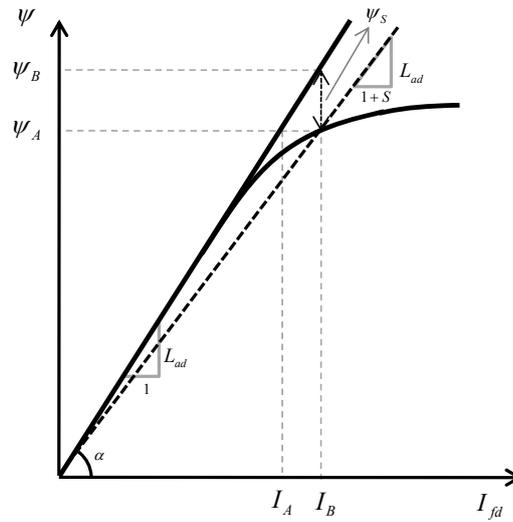
$$S = \frac{I_B - I_A}{I_A} = \frac{\psi_S}{L_{ad} I_A} = \frac{\psi_S}{\psi_A} \quad (3.17)$$

Reemplazando (3.17) en (3.14):

$$\begin{aligned} \psi_A &= \psi_B - \psi_S = L_{ad} I_B - S \psi_A \\ \psi_A &= \frac{L_{ad}}{(1+S)} I_B \end{aligned} \quad (3.18)$$

De donde se obtiene la expresión de la inductancia saturada:

$$L_{ad_s} = \frac{L_{ad}}{(1+S)} \quad (3.19)$$



**Figura 5:** Característica de saturación a circuito abierto.

En la figura, “ $\psi_S$ ” es la componente adicional de *fmm* requerida por la saturación. En circuito abierto “ $\psi_S$ ” puede ser expresada como función del flujo interno de la máquina. Bajo condiciones de carga, para determinar “ $\psi_S$ ” usualmente se toma la tensión detrás de la reactancia transitoria o tensión proporcional al flujo concatenado de campo:

$$\psi_S = f\left(\frac{E'_q}{\omega}\right)$$

Basándonos en el circuito de la Figura 4 se definen las siguientes relaciones:

**Nota:** A continuación se emplean los sufijos *S* y *NS* para indicar la situación *saturada* y *no saturada* respectivamente. Todos los valores de inductancia corresponden a condición *NO* saturada.

**Eje d**

$$\psi_{ad_s} = \psi_{ad_{NS}} - \psi_S = L_{ad} (i_{fd} - i_d) - f\left(\psi_{fd} \frac{L_{ad}}{L_{ffd}}\right) \quad (3.20)$$

Donde la componente de *fmm* debida a la saturación es:  $f\left(\psi_{fd} \frac{L_{ad}}{L_{ffd}}\right) = f\left(\frac{E'_q}{\omega}\right)$

$$\psi_{fd_s} = \psi_{ad_s} + i_{fd} L_{fd} - \psi_{Sfd} \quad (3.21)$$



Siendo  $\psi_{sfd}$  la componente de saturación del flujo de dispersión de campo.

Teniendo presente que la única inductancia que satura es la mutua  $L_{ad}$ , y suponiendo que la relación entre la saturación del flujo de dispersión de campo y la saturación del flujo mutuo de entrehierro es igual a la relación entre la inductancia de dispersión  $L_{fd}$  y la inductancia mutua  $L_{ad}$ :

$$\frac{\psi_{sfd}}{\psi_s} = \frac{L_{fd}}{L_{ad}}$$

La ecuación (3.21) deviene en:

$$\psi_{fd_s} - \psi_{ad_s} = L_{fd}i_{fd} - \frac{L_{fd}}{L_{ad}}\psi_s = L_{fd}i_{fd} - \frac{L_{fd}}{L_{ad}}f\left(\frac{E'_q}{\omega}\right) \quad (3.22)$$

Además:

$$\psi_{d_s} - \psi_{ad_s} = -L_l i_d \quad (3.23)$$

Combinando las ecuaciones (3.20) y (3.22) para eliminar  $\psi_{ad_s}$ :

$$\psi_{fd_s} = (L_{ad} + L_{fd})i_{fd} - L_{ad}i_d - \left(1 + \frac{L_{fd}}{L_{ad}}\right)f\left(\frac{E'_q}{\omega}\right) \quad (3.24)$$

Multiplicando la ecuación (3.24) por  $L_{ad}/L_{ffd}$ :

$$\frac{L_{ad}}{L_{ffd}}\psi_{fd_s} = \left(\frac{L_{ad} + L_{fd}}{L_{ffd}}\right)L_{ad}i_{fd} - \frac{L_{ad}^2}{L_{ffd}}i_d - \left(\frac{L_{ad} + L_{fd}}{L_{ffd}}\right)f\left(\frac{E'_q}{\omega}\right) \quad (3.25)$$

Sabiendo que  $L_{ffd} = L_{ad} + L_{fd}$ , resulta:

$$L_{ad}i_{fd} = \frac{L_{ad}}{L_{ffd}}\psi_{fd} + \frac{L_{ad}^2}{L_{ffd}}i_d + f\left(\frac{E'_q}{\omega}\right) \quad (3.26)$$

Siendo:

$$L'_d = L_l + \frac{L_{ad}L_{fd}}{L_{ffd}}$$

$$L_d = L_l + L_{ad}$$

Resulta:

$$\therefore (L_d - L'_d) = \frac{L_{ad}^2}{L_{ffd}}$$

Introduciendo el resultado anterior en la ecuación (3.26) y recordando que  $\psi_{fd} \frac{L_{ad}}{L_{ffd}} = \frac{E'_q}{\omega}$ , resulta:

$$L_{ad}i_{fd} = \frac{E'_q}{\omega} + (L_d - L'_d)i_d + f\left(\frac{E'_q}{\omega}\right) \quad (3.27)$$

Partiendo ahora de la definición de la tensión de campo:

$$e_{fd} = \frac{d}{dt}\psi_{fd_s} + r_{fd}i_{fd} \quad (3.28)$$



Multiplicando a ambos lados por  $L_{ad}/r_{fd}$  nos queda:

$$\begin{aligned} \frac{L_{ad}}{r_{fd}} e_{fd} &= \frac{L_{ad}}{r_{fd}} \frac{d}{dt} \psi_{fd_s} + L_{ad} i_{fd} \\ &= \frac{L_{ffd}}{r_{fd}} \frac{d}{dt} \left( \frac{L_{ad}}{L_{ffd}} \psi_{fd_s} \right) + L_{ad} i_{fd} \end{aligned} \quad (3.29)$$

O bien:

$$E_{fd} = T'_{do} \frac{d}{dt} \left( \frac{E'_q}{\omega} \right) + L_{ad} i_{fd} \quad (3.30)$$

Partiendo de las ecuaciones (3.22), (3.23) y (3.24) podemos expresar  $\psi_d$  en función de  $\psi_{fd}$  e  $i_d$ .

$$\begin{aligned} \psi_d &= \psi_{ad_s} - L_l i_d \\ &= \psi_{fd_s} - L_{fd} i_{fd} + \frac{L_{fd}}{L_{ad}} f \left( \frac{E'_q}{\omega} \right) - L_l i_d \\ &= \psi_{fd_s} - \frac{L_{fd}}{L_{ffd}} \psi_{fd_s} - \frac{L_{ad} L_{fd}}{L_{ffd}} i_d - \frac{L_{fd}}{L_{ad}} f \left( \frac{E'_q}{\omega} \right) + \frac{L_{fd}}{L_{ad}} f \left( \frac{E'_q}{\omega} \right) - L_l i_d \\ &= \frac{L_{ad}}{L_{ffd}} \psi_{fd_s} - i_d \left( L_l + \frac{L_{ad} L_{fd}}{L_{ffd}} \right) \\ \psi_d &= \frac{E'_q}{\omega} - i_d L'_d \end{aligned} \quad (3.31)$$

### Eje q

De la Figura 4 la única relación que se deduce es:

$$\psi_q = -i_q (L_{aq} + L_l) = -i_q L_q \quad (3.32)$$

Las expresiones (3.27), (3.30) y (3.31) para el eje directo y la (3.32) para el eje en cuadratura están descriptas en el diagrama en bloques de la Figura 6.

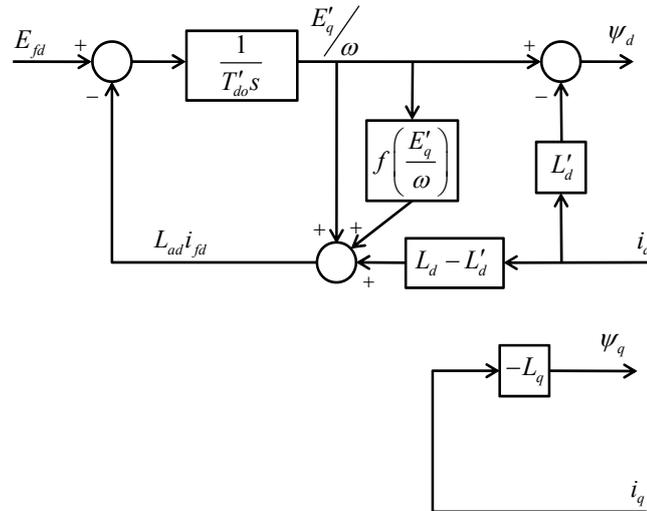
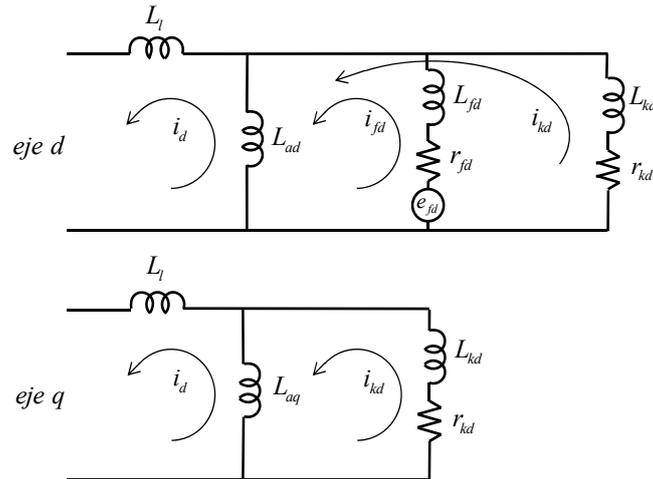


Figura 6: Representación de la máquina de polos salientes sin arrollamientos amortiguadores.

### 3.1.3. Modelo de la máquina de polos salientes con arrollamientos amortiguadores

De igual forma a como se precedió para el caso de la máquina síncrona de polos salientes sin arrollamientos amortiguadores, a continuación se presenta el desarrollo del modelos con arrollamientos amortiguadores. Este modelo es el empleado para representar generadores que poseen máquinas de impulso hidráulicas.

La Figura 7 muestra el circuito equivalente de la máquina síncrona con arrollamientos amortiguadores.



**Figura 7:** Circuito equivalente considerando el efecto de los arrollamientos amortiguadores.

Como se mencionó anteriormente, bajo condiciones de carga el valor de la tensión o el flujo que determina la saturación es tomado como la tensión detrás de la reactancia transitoria o tensión proporcional al flujo concatenado de campo.

#### Eje d

$$\psi_{ad_s} = L_{ad} (i_{fld} + i_{kd} - i_d) - f \left( \frac{E'_q}{\omega} \right) \quad (3.33)$$

$$\psi_{fd_s} = \psi_{ad_s} + L_{fld} i_{fld} - \frac{L_{fld}}{L_{ad}} f \left( \frac{E'_q}{\omega} \right) \quad (3.34)$$

$$\psi_{kd} = \psi_{ad_s} + L_{kd} i_{kd} \quad (3.35)$$

$$\psi_d - \psi_{ad_s} = -L_l i_d \quad (3.36)$$

Combinamos las ecuaciones (3.33) y (3.34) para eliminar  $\psi_{ad_s}$ :

$$\psi_{fd_s} = L_{fld} i_{fld} + L_{ad} (i_{kd} - i_d) - \left( 1 + \frac{L_{fld}}{L_{ad}} \right) f \left( \frac{E'_q}{\omega} \right) \quad (3.37)$$

Multiplicando a ambos lados por  $L_{ad}/L_{fld}$ :

$$L_{ad} i_{fld} = \frac{L_{ad}}{L_{fld}} \psi_{fd_s} - \frac{L_{ad}^2}{L_{fld}} (i_{kd} - i_d) + f \left( \frac{E'_q}{\omega} \right) \quad (3.38)$$

Como:



$$\frac{L_{ad}}{L_{ffd}} \psi_{fd_s} = \frac{E'_q}{\omega}$$

$$L_d - L'_d = \frac{L_{ad}^2}{L_{ffd}}$$

Entonces:

$$L_{ad} i_{fd} = \frac{E'_q}{\omega} + (L_d - L'_d) i_d - (L_d - L'_d) i_{kd} + f \left( \frac{E'_q}{\omega} \right) \quad (3.39)$$

Reemplazando (3.33) en (3.35) obtenemos:

$$\psi_{kd} = L_{ad} (i_{fd} - i_d) + (L_{ad} + L_{kd}) i_{kd} - f \left( \frac{E'_q}{\omega} \right) \quad (3.40)$$

Reemplazando  $L_{ad} i_{fd}$  en (3.40) por (3.38):

$$\left( L_{kd} + \frac{L_{ad} L_{ffd}}{L_{ffd}} \right) i_{kd} = \psi_{kd} - \frac{E'_q}{\omega} + \frac{L_{ad} L_{ffd}}{L_{ffd}} i_d \quad (3.41)$$

Sustituyendo  $\psi_{ads}$  en (3.36) de la ecuación (3.35) y reordenando:

$$\psi_d = \psi_{kd} - L_{kd} i_{kd} - L_l i_d \quad (3.42)$$

Reemplazando  $i_{kd}$  de (3.41):

$$\psi_d = \psi_{kd} - \frac{L_{kd}}{\left( L_{kd} + \frac{L_{ad} L_{ffd}}{L_{ffd}} \right)} \left( \psi_{kd} - \frac{E'_q}{\omega} \right) - \left[ L_l + \frac{L_{kd} L_{ad} L_{ffd}}{L_{ffd} \left( L_{kd} + \frac{L_{ad} L_{ffd}}{L_{ffd}} \right)} \right] i_d \quad (3.43)$$

Debido a que:

$$L_{kd} = \frac{(L'_d - L_l)(L''_d - L_l)}{L'_d - L''_d}$$

$$\frac{L_{ad} L_{ffd}}{L_{ffd}} = L'_d - L_l$$

$$L_{fd} = \frac{L_{ad} (L'_d - L_l)}{L_d - L'_d}$$

La ecuación (3.43) resulta:

$$\begin{aligned} \psi_d &= \psi_{kd} \frac{L'_d - L''_d}{L'_d - L_l} + \frac{E'_q}{\omega} \frac{L'_d - L_l}{L'_d - L_l} - L''_d i_d \\ &= \psi''_d - L''_d i_d \end{aligned} \quad (3.44)$$

La tensión de campo esta descrita por:

$$e_{fd} = r_{fd} i_{fd} + \frac{d}{dt} \psi_{fd} \quad (3.45)$$



Multiplicando a ambos lados por  $L_{ad}/r_{fd}$ :

$$\frac{L_{ad}}{r_{fd}} \psi_{fd} = \int \left( e_{fd} \frac{L_{ad}}{r_{fd}} - L_{ad} i_{fd} \right) dt \quad (3.46)$$

Resultando:

$$\frac{E'_q}{\omega} = \frac{1}{T'_{do}} \int (E_{fd} - L_{ad} i_{fd}) dt \quad (3.47)$$

Además:

$$\frac{d}{dt} \psi_{kd} + r_{kd} i_{kd} = 0 \quad (3.48)$$

De lo cual:

$$\psi_{kd} = - \int i_{kd} r_{kd} dt \quad (3.49)$$

Reemplazando  $i_{kd}$  de (3.41) en (3.49):

$$\begin{aligned} \psi_{kd} &= - \int \frac{r_{kd}}{\left( L_{kd} + \frac{L_{ad} L_{fd}}{L_{ffd}} \right)} \left( \psi_{kd} - \frac{E'_q}{\omega} + \frac{L_{ad} L_{fd}}{L_{ffd}} i_d \right) dt \\ &= - \frac{1}{T''_{do}} \int \left[ \psi_{kd} - \frac{E'_q}{\omega} + (L'_d - L_l) i_d \right] dt \end{aligned} \quad (3.50)$$

Usando (3.41) en (3.39) y resolviendo resulta:

$$L_{ad} i_{fd} = \frac{E'_q}{\omega} + f \left( \frac{E'_q}{\omega} \right) + i_d (L_d - L'_d) \left[ 1 - \frac{(L'_d - L''_d)}{(L'_d - L_l)} \right] + \left( \frac{E'_q}{\omega} - \psi_{kd} \right) \left[ \frac{(L_d - L'_d)(L'_d - L''_d)}{(L'_d - L_l)^2} \right] \quad (3.51)$$

**Eje q**

$$\psi_{aq} = -L_{ad} i_q + L_{aq} i_{kq} \quad (3.52)$$

$$\begin{aligned} \psi_{kq} &= \psi_{aq} + L_{kq} i_{kq} \\ &= -L_{aq} i_q + L_{kkq} i_{kq} \end{aligned} \quad (3.53)$$

$$i_{kq} = \frac{\psi_{kq} + L_{aq} i_q}{L_{kkq}} \quad (3.54)$$

$$\frac{d}{dt} \psi_{kq} + i_{kq} r_{kq} = 0 \Rightarrow \psi_{kq} = - \int (i_{kq} r_{kq}) dt \quad (3.55)$$

Reemplazando (3.54) en (3.55):

$$\begin{aligned} \psi_{kq} &= - \int \left( \frac{\psi_{kq} + L_{aq} i_q}{L_{kkq}} \right) r_{kq} dt \\ &= - \frac{1}{T''_{qo}} \int (\psi_{kq} + L_{aq} i_q) dt \end{aligned} \quad (3.56)$$



Multiplicando a ambos lados por  $L_{aq}/L_{kkq}$  se obtiene:

$$\frac{L_{aq}}{L_{kkq}}\psi_{kq} = -\frac{1}{T_{qo}''} \int \left( \frac{L_{aq}}{L_{kkq}}\psi_{kq} + \frac{L_{aq}^2}{L_{kkq}}i_q \right) dt$$

$$\psi_q'' = -\frac{1}{T_{qo}''} \int [\psi_q'' + (L_q - L_q'')i_q] dt \quad (3.57)$$

o de igual forma:

$$-\psi_q'' = \frac{1}{T_{qo}''} \int [\psi_q'' + (L_q - L_q'')i_q] dt \quad (3.58)$$

Del circuito equivalente de la Figura 7 y la ecuación (3.52), resulta:

$$\begin{aligned} \psi_q &= \psi_{aq} - L_l i_q \\ &= \psi_{kq} - L_{kq} i_{kq} - L_l i_q \end{aligned} \quad (3.59)$$

Reemplazando (3.54) en (3.59) se obtiene:

$$\begin{aligned} \psi_q &= \psi_{kq} - L_{kq} \left( \frac{\psi_{kq} + L_{aq} i_q}{L_{kkq}} \right) - L_l i_q \\ &= \psi_{kq} \left( 1 - \frac{L_{kq}}{L_{kkq}} \right) - i_q \left( \frac{L_{aq} L_{kq}}{L_{kkq}} + L_l \right) \end{aligned} \quad (3.60)$$

$$\psi_q = \psi_q'' - i_q L_q'' \quad (3.61)$$

o bien:

$$-\psi_q = -\psi_q'' + i_q L_q'' \quad (3.62)$$

Donde:

$$\psi_q'' = \psi_{kq} \left( \frac{L_{aq}}{L_{kkq}} \right)$$

$$\frac{L_{aq}}{L_{kkq}} = 1 - \frac{L_{kq}}{L_{kkq}}$$

La Figura 8 muestra la representación en bloques de las expresiones (3.44), (3.47), (3.50) y (3.51) para el eje directo y las expresiones (3.58) y (3.62) para el eje en cuadratura.

### 3.1.1. Modelo de la máquina rotor liso con arrollamientos amortiguadores

A continuación se presenta el desarrollo del modelo de máquina sincrónica de rotor liso con arrollamientos amortiguadores. Este modelo es el empleado para representar generadores que poseen máquinas de impulso térmicas, como ser turbinas de gas y turbinas de vapor.

La Figura 9 muestra el circuito equivalente de la máquina sincrónica con un arrollamiento amortiguador en el eje directo y dos en el eje en cuadratura. Este modelo proporciona más exactitud que utilizando solo un arrollamiento amortiguador en el eje  $q$ .



En las ecuaciones que se desarrollan a continuación el sub-índice  $k$  utilizado en forma general para denotar al arrollamiento amortiguador se reemplaza por el número que identifica a dicho arrollamiento, siendo en este caso  $1d$ ,  $1q$  y  $2q$  (uno de eje directo y dos el eje en cuadratura).

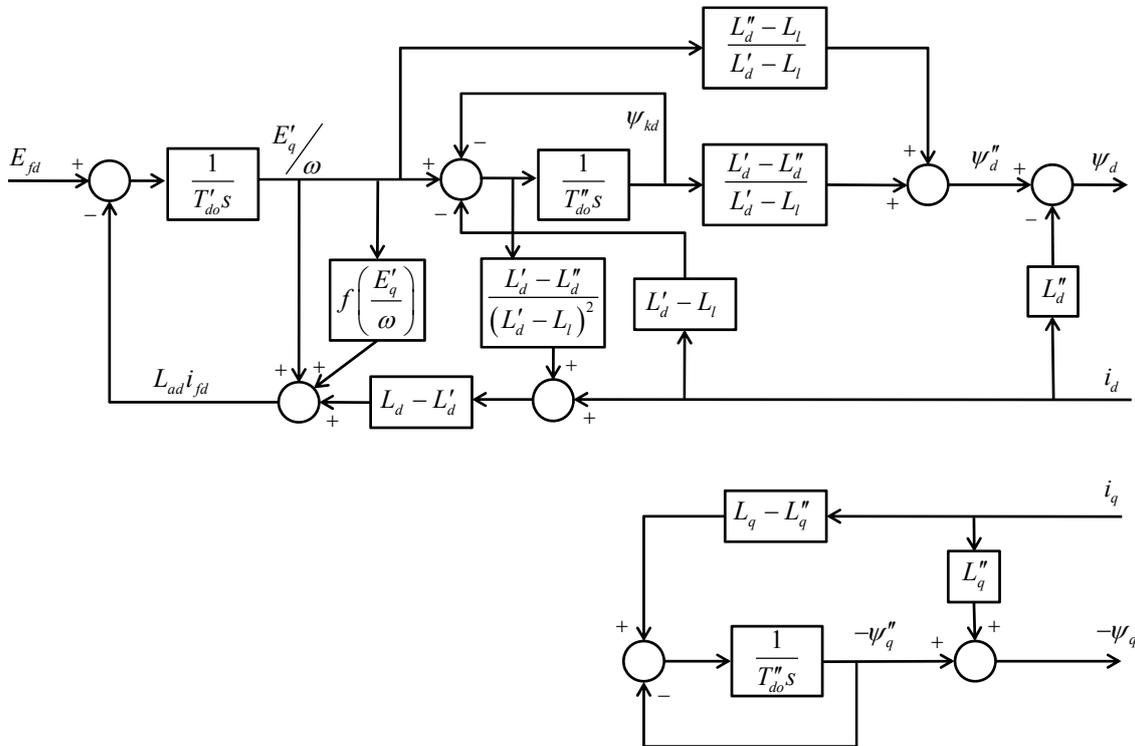


Figura 8: Representación de la máquina de polos salientes con arrollamientos amortiguadores.

Como se mencionó anteriormente, bajo condiciones de carga el valor de la tensión o el flujo que determina la saturación es tomado usualmente como la tensión detrás de la reactancia transitoria. En este caso, al tratarse de un rotor liso, para el eje directo esa tensión corresponde a tensión proporcional al flujo concatenado de campo y para el eje en cuadratura a la tensión proporcional al flujo concatenado del primer arrollamiento amortiguador.

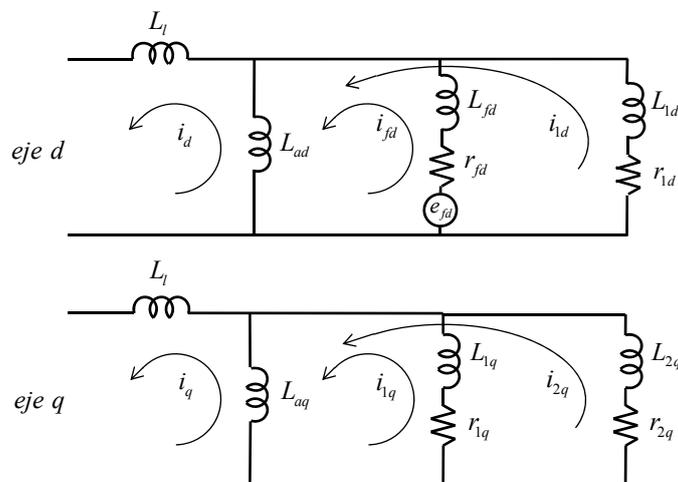


Figura 9: Circuito equivalente considerando el efecto de los arrollamientos amortiguadores.

Eje  $d$



$$\psi_{ad_s} = L_{ad} (i_{fd} + i_{1d} - i_d) - \Delta Sat_d \quad (3.63)$$

$$\psi_{fd_s} = \psi_{ad_s} + L_{fd} i_{fd} - \Delta Sat_{fd} \quad (3.64)$$

Nuevamente, bajo la suposición de que relación entre la saturación del flujo de dispersión de campo y la saturación de flujo mutuo de entrehierro es igual a la relación entre la inductancia de dispersión  $L_{fd}$  y la inductancia mutua  $L_{ad}$ . (recordar que la única inductancia que satura es la mutua  $L_{ad}$ ).

$$\frac{\Delta Sat_{fd}}{\Delta Sat_d} = \frac{L_{fd}}{L_{ad}} \quad (3.65)$$

Por lo tanto:

$$\psi_{fd_s} = \psi_{ad_s} + L_{fd} i_{fd} - \frac{L_{fd}}{L_{ad}} \Delta Sat_d \quad (3.66)$$

$$\psi_{1d} = \psi_{ad_s} + L_{1d} i_{1d} \quad (3.67)$$

$$\psi_d - \psi_{ad_s} = -L_l i_d \quad (3.68)$$

Combinamos las ecuaciones (3.63) y (3.66) para eliminar  $\psi_{ad_s}$ :

$$\psi_{fd_s} = L_{ffd} i_{fd} + L_{ad} (i_{1d} - i_d) - \left(1 + \frac{L_{fd}}{L_{ad}}\right) \Delta Sat_d \quad (3.69)$$

Multiplicando a ambos lados por  $L_{ad}/L_{ffd}$ :

$$L_{ad} i_{fd} = \frac{L_{ad}}{L_{ffd}} \psi_{fd_s} - \frac{L_{ad}^2}{L_{ffd}} (i_{1d} - i_d) + \Delta Sat_d \quad (3.70)$$

Como:

$$\frac{L_{ad}}{L_{ffd}} \psi_{fd_s} = \frac{E'_q}{\omega}$$

$$L_d - L'_d = \frac{L_{ad}^2}{L_{ffd}}$$

Introduciendo el resultado anterior en la ecuación (3.70):

$$L_{ad} i_{fd} = \frac{E'_q}{\omega} + (L_d - L'_d) i_d - (L_d - L'_d) i_{1d} + \Delta Sat_d \quad (3.71)$$

De (3.67) y (3.63) se obtiene:

$$\psi_{1d} = L_{ad} (i_{fd} - i_d) + (L_{ad} + L_{1d}) i_{1d} - \Delta Sat_d \quad (3.72)$$

Reemplazando  $L_{ad} i_{fd}$  en (3.72) por (3.71), resulta:

$$\left( L_{1d} + \frac{L_{ad} L_{fd}}{L_{ffd}} \right) i_{1d} = \psi_{1d} - \frac{E'_q}{\omega} + \frac{L_{ad} L_{fd}}{L_{ffd}} i_d \quad (3.73)$$

Además:

$$\psi_d = \psi_{ad_s} - L_l i_d \quad (3.74)$$



Sustituyendo  $\psi_{ads}$  de la ecuación (3.67):

$$\psi_d = \psi_{1d} - L_{1d}i_{1d} - L_l i_d \quad (3.75)$$

Reemplazando  $i_{1d}$  de (3.73):

$$\psi_d = \psi_{1d} - \frac{L_{1d}}{\left(L_{1d} + \frac{L_{ad}L_{fd}}{L_{ffd}}\right)} \left(\psi_{1d} - \frac{E'_q}{\omega}\right) - \left[ L_l + \frac{L_{1d}L_{ad}L_{fd}}{L_{ffd} \left(L_{1d} + \frac{L_{ad}L_{fd}}{L_{ffd}}\right)} \right] i_d \quad (3.76)$$

Debido a que:

$$L_{1d} = \frac{(L'_d - L_l)(L''_d - L_l)}{L'_d - L''_d}$$

$$\frac{L_{ad}L_{fd}}{L_{ffd}} = L'_d - L_l$$

$$L_{fd} = \frac{L_{ad}(L'_d - L_l)}{L_d - L'_d}$$

La ecuación (3.76) resulta:

$$\begin{aligned} \psi_d &= \psi_{1d} \frac{L'_d - L''_d}{L'_d - L_l} + \frac{E'_q}{\omega} \frac{L''_d - L_l}{L'_d - L_l} - L''_d i_d \\ &= \psi''_d - L''_d i_d \end{aligned} \quad (3.77)$$

La tensión de campo esta descripta por:

$$e_{fd} = r_{fd}i_{fd} + \frac{d}{dt}\psi_{fd} \quad (3.78)$$

Multiplicando a ambos lados por  $L_{ad}/r_{fd}$ :

$$\frac{L_{ad}}{r_{fd}}\psi_{fd} = \int \left( e_{fd} \frac{L_{ad}}{r_{fd}} - L_{ad}i_{fd} \right) dt \quad (3.79)$$

Resultando:

$$\frac{E'_q}{\omega} = \frac{1}{T'_{do}} \int (E_{fd} - L_{ad}i_{fd}) dt \quad (3.80)$$

Además:

$$\frac{d}{dt}\psi_{1d} + r_{1d}i_{1d} = 0 \quad (3.81)$$

De lo cual:

$$\psi_{1d} = -\int i_{1d}r_{1d}dt \quad (3.82)$$

Reemplazando  $i_{1d}$  de (3.73) en (3.82):



$$\begin{aligned}\psi_{1d} &= -\int \frac{r_{1d}}{\left(L_{1d} + \frac{L_{ad}L_{fd}}{L_{ffd}}\right)} \left(\psi_{1d} - \frac{E'_q}{\omega} + \frac{L_{ad}L_{fd}}{L_{ffd}} i_d\right) dt \\ &= -\frac{1}{T_{do}''} \int \left[\psi_{1d} - \frac{E'_q}{\omega} + (L'_d - L_l) i_d\right] dt\end{aligned}\quad (3.83)$$

Por otra parte, usando (3.73) en (3.71) y resolviendo resulta:

$$L_{ad}i_{fd} = \frac{E'_q}{\omega} + \Delta Sat_d + i_d (L_d - L'_d) \left[1 - \frac{(L'_d - L_d'')}{(L'_d - L_l)^2}\right] + \left(\frac{E'_q}{\omega} - \psi_{1d}\right) \left[\frac{(L_d - L'_d)(L'_d - L_d'')}{(L'_d - L_l)^2}\right] \quad (3.84)$$

**Eje q**

$$\psi_{aq_s} = L_{aq} (i_{1q} + i_{2q} - i_q) - \Delta Sat_q \quad (3.85)$$

$$\psi_{1q_s} = \psi_{aq_s} + L_{1q} i_{1q} - \Delta Sat_{1q} \quad (3.86)$$

De manera similar a lo supuesto respecto a la saturación en el eje  $d$ , para el eje  $q$  resulta:

$$\frac{\Delta Sat_{1q}}{\Delta Sat_q} = \frac{L_{1q}}{L_{aq}} \quad (3.87)$$

Por lo tanto:

$$\psi_{1q_s} = \psi_{aq_s} + L_{1q} i_{1q} - \frac{L_{1q}}{L_{aq}} \Delta Sat_q \quad (3.88)$$

$$\psi_{2q} = \psi_{aq_s} + L_{2q} i_{2q} \quad (3.89)$$

$$\psi_q - \psi_{aq_s} = -L_l i_q \quad (3.90)$$

Combinando las ecuaciones (3.85) y (3.88) para eliminar  $\psi_{aq_s}$ :

$$\psi_{1q_s} = L_{11q} i_{1q} + L_{aq} (i_{2q} - i_q) - \left(1 + \frac{L_{1q}}{L_{aq}}\right) \Delta Sat_q \quad (3.91)$$

donde  $L_{11q} = L_{aq} + L_{1q}$

Multiplicando a ambos lados por  $L_{aq}/L_{11q}$  y reordenando:

$$L_{aq} i_{1q} = \frac{L_{aq}}{L_{11q}} \psi_{1q_s} - \frac{L_{aq}^2}{L_{11q}} (i_{2q} - i_q) + \Delta Sat_q \quad (3.92)$$

Como:

$$\frac{L_{aq}}{L_{11q}} \psi_{1q_s} = \frac{E'_d}{\omega}$$

$$L_q - L'_q = \frac{L_{aq}^2}{L_{11q}}$$

Introduciendo el resultado anterior en la ecuación (3.92):



$$L_{aq}i_{1q} = \frac{E'_d}{\omega} + (L_q - L'_q)i_q - (L_q - L'_q)i_{2q} + \Delta Sat_q \quad (3.93)$$

De (3.89) y (3.85) se obtiene:

$$\psi_{2q} = L_{aq}(i_{1q} - i_q) + (L_{aq} + L_{2q})i_{2q} - \Delta Sat_q \quad (3.94)$$

Reemplazando  $L_{aq}i_{1q}$  en (3.94) por (3.93), resulta:

$$\left( L_{2q} + \frac{L_{aq}L_{1q}}{L_{f11q}} \right) i_{2q} = \psi_{2q} - \frac{E'_d}{\omega} + \frac{L_{aq}L_{1q}}{L_{11q}} i_q \quad (3.95)$$

Además:

$$\psi_q = \psi_{aq_s} - L_l i_q \quad (3.96)$$

Sustituyendo  $\psi_{aq_s}$  de la ecuación (3.89):

$$\psi_q = \psi_{2q} - L_{2q}i_{2q} - L_l i_q \quad (3.97)$$

Reemplazando  $i_{2q}$  de (3.95):

$$\psi_q = \psi_{2q} - \frac{L_{2q}}{\left( L_{2q} + \frac{L_{aq}L_{1q}}{L_{11q}} \right)} \left( \psi_{2q} - \frac{E'_d}{\omega} \right) - \left[ L_l + \frac{L_{2q}L_{aq}L_{1q}}{L_{11q} \left( L_{2q} + \frac{L_{aq}L_{1q}}{L_{11q}} \right)} \right] i_q \quad (3.98)$$

Debido a que:

$$L_{2q} = \frac{(L'_q - L_l)(L''_q - L_l)}{L'_q - L''_q}$$

$$\frac{L_{aq}L_{1q}}{L_{11q}} = L'_q - L_l$$

$$L_{1q} = \frac{L_{aq}(L'_q - L_l)}{L_q - L'_q}$$

La ecuación (3.98) resulta:

$$\begin{aligned} \psi_q &= \psi_{2q} \frac{L'_q - L''_q}{L'_q - L_l} + \frac{E'_d}{\omega} \frac{L''_q - L_l}{L'_q - L_l} - L''_q i_q \\ &= \psi''_q - L''_q i_q \end{aligned} \quad (3.99)$$

O bien:

$$\begin{aligned} -\psi_q &= -\psi_{2q} \frac{L'_q - L''_q}{L'_q - L_l} - \frac{E'_d}{\omega} \frac{L''_q - L_l}{L'_q - L_l} + L''_q i_q \\ &= -\psi''_q + L''_q i_q \end{aligned} \quad (3.100)$$

La tensión en el segundo arrollamiento amortiguador esta descripta por:

$$\frac{d}{dt} \psi_{2q} + r_{2q} i_{2q} = 0 \quad (3.101)$$



De lo cual:

$$\psi_{2q} = -\int i_{2q} r_{2q} dt \quad (3.102)$$

Reemplazando  $i_{2q}$  de (3.95) en (3.102):

$$\begin{aligned} \psi_{2q} &= -\int \frac{r_{2q}}{\left(L_{2q} + \frac{L_{aq}L_{1q}}{L_{11q}}\right)} \left( \psi_{2q} - \frac{E'_d}{\omega} + \frac{L_{aq}L_{1q}}{L_{11q}} i_q \right) dt \\ &= -\frac{1}{T''_{qo}} \int \left[ \psi_{2q} - \frac{E'_d}{\omega} + (L'_q - L_l) i_q \right] dt \end{aligned} \quad (3.103)$$

O bien:

$$-\psi_{2q} = \frac{1}{T''_{qo}} \int \left[ \psi_{2q} - \frac{E'_d}{\omega} + (L'_q - L_l) i_q \right] dt \quad (3.104)$$

Por otra parte, la tensión en el primer arrollamiento amortiguador está dada por:

$$\frac{d}{dt} \psi_{1q} + r_{1q} i_q = 0 \quad (3.105)$$

De lo cual:

$$\psi_{1q} = -\int i_{1q} r_{1q} dt \quad (3.106)$$

Multiplicando a ambos lados por  $L_{aq}/r_{1q}$ :

$$\frac{L_{aq}}{r_{1q}} \psi_{1q} = -\int L_{aq} i_{1q} dt \quad (3.107)$$

Reemplazando  $L_{aq} i_{1q}$  de la ecuación (3.93):

$$\frac{L_{aq}}{r_{1q}} \psi_{1q} = -\int \left[ \frac{E'_d}{\omega} + (L_q - L'_q) i_q - (L_q - L'_q) i_{2q} + \Delta Sat_q \right] dt \quad (3.108)$$

Multiplicando y dividiendo a la izquierda por  $L_{11q}$  y reemplazando  $i_{2q}$  por (3.95), resulta:

$$\frac{E'_d}{\omega} = -\frac{1}{T'_{qo}} \int \left\{ \frac{E'_d}{\omega} + (L_q - L'_q) i_q - (L_q - L'_q) \frac{(L'_q - L''_q)}{(L'_q - L_l)} \left[ \frac{E'_d}{\omega} - \psi_{2q} - (L'_q - L_l) i_q \right] + \Delta Sat_q \right\} dt \quad (3.109)$$

O bien:

$$-\frac{E'_d}{\omega} = \frac{1}{T'_{qo}} \int \left\{ \frac{E'_d}{\omega} + (L_q - L'_q) i_q - (L_q - L'_q) \frac{(L'_q - L''_q)}{(L'_q - L_l)} \left[ \frac{E'_d}{\omega} - \psi_{2q} - (L'_q - L_l) i_q \right] + \Delta Sat_q \right\} dt \quad (1.110)$$

La Figura 10 muestra la representación en bloques de las expresiones (3.77), (3.80), (3.83) y (3.84) para el eje directo y las expresiones (3.100), (3.104) y (1.110) para el eje en cuadratura.

Como en los modelos anteriores, la saturación en ambos ejes se obtiene en función del módulo del flujo subtransitorio. Sin embargo en este caso, la variación obtenida es afectada por un factor proporcional a la componente del flujo en cada eje. Para el caso del eje  $q$  se multiplica además por  $L_{aq}/L_{ad}$  lo que permite traducir la saturación del eje directo (curva de vacío) al eje en cuadratura.

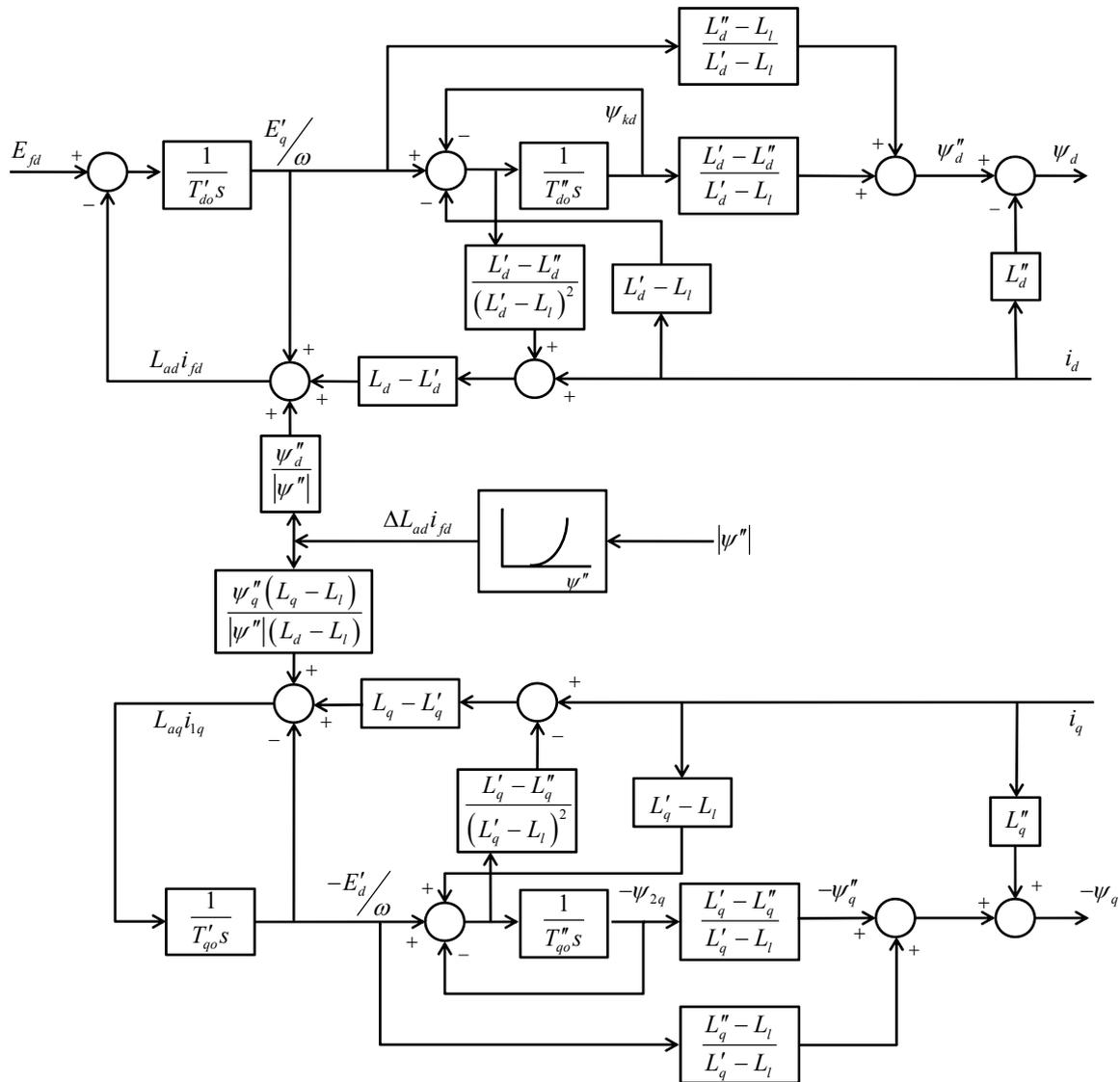


Figura 10: Representación de la máquina de rotor liso con arrollamientos amortiguadores.

### 3.2. Sistema de Excitación

La función básica de un sistema de excitación es proveer corriente continua al bobinado de campo de la máquina sincrónica. Además, el sistema de excitación realiza las funciones de control y protección, esenciales para un desempeño satisfactorio de los sistemas de potencia, mediante el control de la tensión de campo y por ende de la corriente del mismo.

Las funciones de control incluyen el control de la tensión, del flujo de reactivo y el mejoramiento en la estabilidad del sistema. Las funciones de protección aseguran que la máquina sincrónica, el sistema de excitación y otros equipamientos trabajen dentro de sus límites admisibles.

El requerimiento básico que el sistema de excitación debe cumplir es abastecer y ajustar automáticamente la corriente de campo del generador para mantener su tensión de bornes dentro de los límites.

Así también, el sistema de excitación debe ser capaz de responder ante disturbios transitorios forzando al campo en forma consistente con sus límites instantáneos y de corto término.

Las capacidades (límites) del generador se encuentran definidas por diferentes factores: nivel de aislación del rotor para soportar sobretensiones, calentamiento del rotor debido a las altas corrientes de campo, calentamiento del estator debido a las altas corrientes de carga, calentamiento de las puntas de bobina del estator durante la operación en condiciones de subexcitación, y el calentamiento debido al exceso de flujo (relación V/Hz) en el hierro del rotor y estator.

Para asegurar la mejor utilización del sistema de excitación, éste debe ser capaz de satisfacer las necesidades del sistema tomando la mayor ventaja de las capacidades de corto término del generador sin exceder sus límites. En el corto término la capacidad de sobrecarga del generador puede ser sostenida durante 15 a 60 segundos.

El sistema de excitación debe ser capaz de responder rápidamente a una perturbación con el fin de mejorar la estabilidad transitoria y modular la tensión de campo del generador con el objetivo de mejorar la estabilidad de pequeña señal [7].

### 3.2.1. Elementos del sistema de excitación

Los elementos que componen el sistema de excitación se muestran en la Figura 11 [7], [37], donde:

*Excitatriz:* Proporciona la corriente continua al bobinado de campo del generador, constituyendo la etapa de potencia del sistema de excitación.

Las excitatrices pueden ser clasificadas en:

- Excitatriz de corriente continua (CC).
- Excitatriz de corriente alterna (CA).
- Excitatriz estática.

Las excitatrices de CC y CA poseen un generador ubicado en el eje principal (turbina-generador) y un control electrónico de baja potencia para su corriente de excitación.

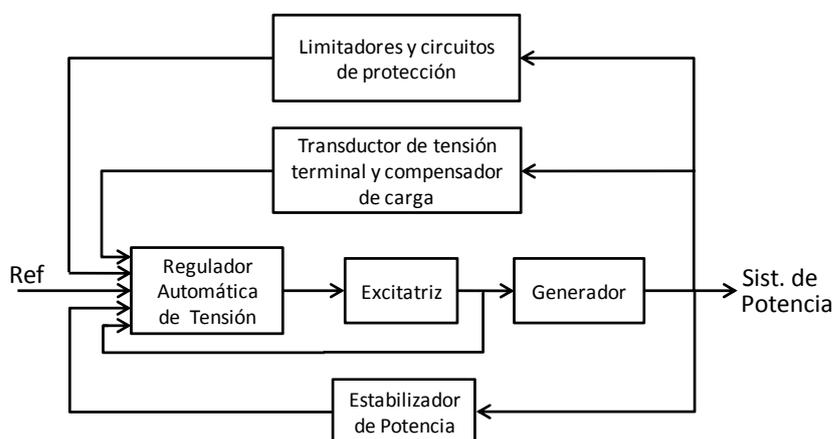


Figura 11: Elementos del Sistema de Excitación.

Las excitatrices estáticas toman la energía de una fuente separada de CA o de bornes del generador y la inyectan en el bobinado de campo a través de un convertidor controlado (CA-CC) mediante anillos rozantes.

*Regulador automático de tensión (RAT):* Controla la tensión de campo del generador actuando sobre las variables de la excitatriz. Para ello, genera una señal de error de tensión utilizando las mediciones de la tensión de bornes, de la corriente estática y de la corriente de campo del generador.

**Transductor de tensión terminal y compensador de carga:** Censa la tensión terminal del generador, la rectifica y filtra obteniendo una cantidad en CC. Este parámetro es el que ingresa luego al regulador como medición de la tensión de bornes. La compensación de carga (o caída en la línea o reactancia) puede ser utilizada si se desea mantener constante la tensión en un punto eléctricamente distinto de los bornes del generador (por ejemplo, el lado de alta del transformador de máquina o algún punto interno del mismo).

**Estabilizador de Potencia (Power System Stabilizer - PSS):** Provee una señal adicional en la entrada del regulador para amortiguar las oscilaciones de potencia. Algunas entradas que se usan comúnmente son la desviación de la velocidad del rotor o de la frecuencia y la potencia eléctrica.

**Limitadores:** Incluye una amplia gama de funciones de control para asegurar que no se excedan los límites admisibles de operación del generador. Algunos limitadores comúnmente usados son: de máxima excitación o máxima corriente de campo (instantánea y temporizada), de mínima excitación o mínima corriente de campo, limitador de subexcitación o función  $Q=f(P, V)$ , máxima tensión y/o mínima frecuencia (V/Hz), máxima corriente estatórica capacitiva e inductiva, etc. Estos son distintos controles cuyas salidas pueden ser aplicadas al sistema de excitación en varios puntos tales como sumadores, límites positivos o negativos, compuertas selectoras de mínimo ó máximo, etc.

En los puntos subsiguientes se describen de los principales componentes del sistema de excitación a excepción de los limitadores. Esto se debe a que en los estudios de estabilidad de pequeña señal se linealizan los modelos en un punto de trabajo, para el cual se asumen condiciones normales de operación, y por lo tanto, no se alcanza ningún límite [7].

### 3.2.2. Tipo de excitatrices

#### Excitatriz de corriente continua

La excitatriz de corriente continua (CC) generalmente consisten en dos generadores de corriente continua: la excitatriz principal y la excitatriz auxiliar. Ambas están ubicadas en el eje del generador sincrónico. La excitatriz principal alimenta el bobinado de campo del generador, mientras la excitatriz auxiliar alimenta el bobinado de campo de la excitatriz principal (ver Figura 12).

Sólo el bobinado de campo de la excitatriz auxiliar es alimentado por la tensión controlada por el RAT. La electrónica empleada en la fuente que alimenta a la excitatriz auxiliar es de muy baja potencia, a raíz de que los dos generadores de continua proveen una amplificación de la potencia en una relación aproximada de 600/1 [7], [38].

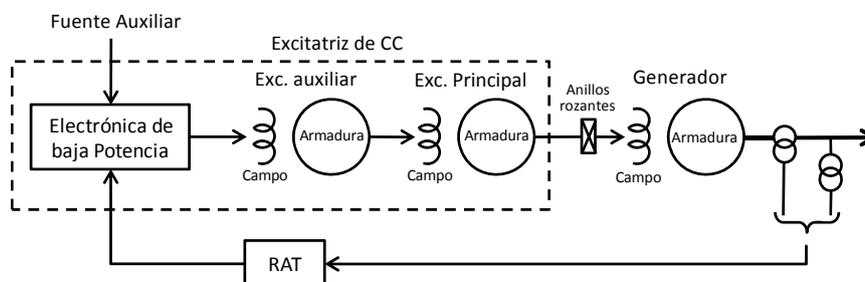


Figura 12: Excitatriz de corriente continua.

- *Excitatriz de CC con excitación separada*

En este tipo de excitatriz se muestra en la Figura 13. La tensión de salida para esta configuración, resulta:

$$E_{ef} = R_{ef} I_{ef} + \frac{d\psi}{dt} \quad (3.111)$$

Con:

$$\psi = L_{ef} I_{ef} \quad (3.112)$$

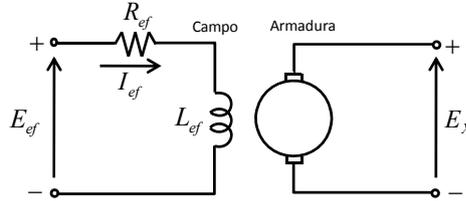


Figura 13: Excitatriz de CC con excitación separada.

Despreciando el campo disperso, la tensión de salida de la excitatriz  $E_X$  está dada por:

$$E_X = K_X \psi \quad (3.113)$$

Donde  $K_X$  depende de la velocidad y la configuración de los bobinados de la armadura de la excitatriz.

La tensión  $E_X$  es una función no lineal de  $I_{ef}$  debido a la saturación y al efecto de la carga de la excitatriz. Estos dos efectos se representan en la Figura 14 mediante la curva de saturación de carga a resistencia constante.

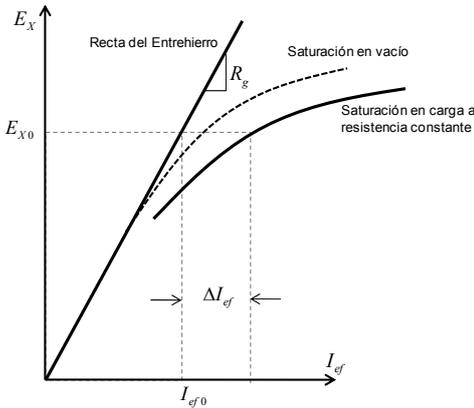


Figura 14.a: Característica de saturación de la excitatriz.

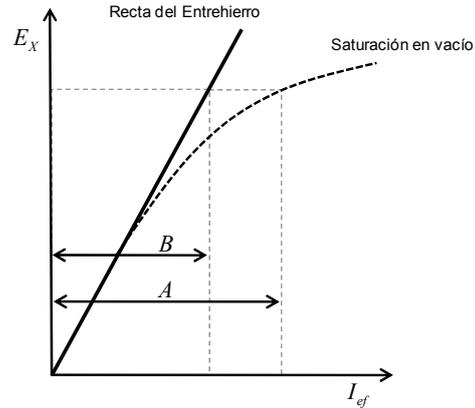


Figura 14.b: Coeficientes para el cálculo de saturación.

La pendiente del entrehierro es  $R_g$  y  $\Delta I_{ef}$  denota el apartamiento de la curva de saturación respecto a la recta de entrehierro. Puede escribirse entonces:

$$I_{ef} = \frac{E_X}{R_g} + \Delta I_{ef} \quad (3.114)$$

Donde  $\Delta I_{ef}$  es una función no lineal de  $E_X$  y puede expresarse como:

$$\Delta I_{ef} = E_X S_e(E_X) \quad (3.115)$$

Donde  $S_e(E_X)$  es la función de saturación que depende de  $E_X$ .

Reemplazando (3.113), (3.114) y (3.115) en (3.111), resulta:

$$E_{ef} = \frac{R_{ef}}{R_g} E_X + R_{ef} S_e(E_X) E_X + \frac{1}{K_X} \frac{dE_X}{dt} \quad (3.116)$$



La ecuación anterior muestra la relación existente entre la tensión de salida  $E_X$  y la tensión de entrada  $E_{ef}$ . El sistema por unidad se elige de forma tal de que los valores de  $E_X$  y  $I_{ef}$  sean iguales a los requeridos para dar la tensión nominal en la máquina sincrónica sobre la recta del entrehierro. Así:

$$\begin{aligned} E_{Xbase} &= E_{fdbase} \\ I_{efbase} &= E_{fdbase} / R_g \\ R_{gbase} &= R_g \end{aligned} \quad (3.117)$$

Dividiendo a ambos lados de la ecuación (3.116) por  $E_{Xbase}$ , se tiene:

$$\frac{E_{ef}}{E_{Xbase}} = \frac{R_{ef}}{R_g} \frac{E_X}{E_{Xbase}} + R_{ef} S_e(E_X) \frac{E_X}{E_{Xbase}} + \frac{1}{K_X} \frac{d}{dt} \left( \frac{E_X}{E_{Xbase}} \right) \quad (3.118)$$

Expresando la ecuación anterior en magnitudes por unidad, resulta:

$$\bar{E}_{ef} = \frac{R_{ef}}{R_g} \bar{E}_X \left[ 1 + \bar{S}_e(\bar{E}_X) \right] + \frac{1}{K_X} \frac{d\bar{E}_X}{dt} \quad (3.119)$$

Donde  $\bar{S}_e(\bar{E}_X)$  es la función de saturación en por unidad y se define como:

$$\bar{S}_e(\bar{E}_X) = \frac{\Delta \bar{I}_{ef}}{\bar{E}_X} = R_g S_e(E_X) \quad (3.120)$$

De la Figura 14.b, con  $E_X$  y  $I_{ef}$  expresados en por unidad, la función de saturación está dada por:

$$\bar{S}_e(\bar{E}_X) = \frac{A - B}{B} \quad (3.121)$$

El parámetro  $K_X$  puede ser expresado como:  $K_X = \frac{E_X}{\psi} = \frac{E_X}{L_{ef} I_{ef}} = \frac{R_g \bar{E}_X}{L_{ef} \bar{I}_{ef}}$

Para un punto de operación dado ( $I_{ef0}$ ,  $E_{X0}$ ) definimos:

$$L_{fu} = L_{ef} \frac{\bar{I}_{ef0}}{\bar{E}_{X0}} \quad (3.122)$$

De donde  $K_X = R_g / L_{fu}$ . Sustituyendo en la ecuación (3.119)

$$\bar{E}_{ef} = K_E \bar{E}_X + S_E(\bar{E}_X) \bar{E}_X + T_E \frac{d\bar{E}_X}{dt} \quad (3.123)$$

Donde:

$$\begin{aligned} K_E &= \frac{R_{ef}}{R_g} \\ T_E &= \frac{L_{fu}}{R_g} = \frac{1}{K_X} \\ S_E(\bar{E}_X) &= \bar{S}_e(\bar{E}_X) \frac{R_{ef}}{R_g} \end{aligned} \quad (3.124)$$

En la Figura 15 se muestra la representación en bloques de la ecuación (3.123). La tensión de entrada  $E_{ef}$  corresponde a la salida del regulador  $V_R$ . La tensión de salida  $E_X$  de la excitatriz de CC se aplica directamente al campo de la máquina sincrónica, por lo cual la denominamos  $E_{FD}$ .

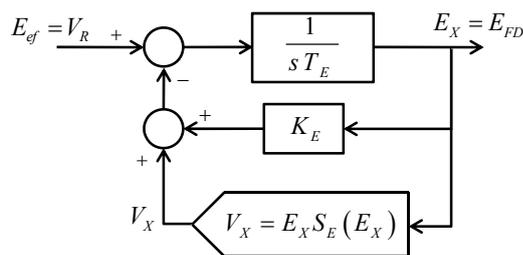


Figura 15: Modelos de la excitatriz de CC.

Existen muchas formas matemáticas de aproximar la característica de saturación, pero la más común es mediante una función exponencial como se muestra a continuación:

$$V_X = E_X S_E(E_X) = A_{EX} e^{B_{EX} E_X} \quad (3.125)$$

- *Excitatriz de CC auto-excitada*

En este tipo de excitatriz, la salida del regulador ( $V_R$ ) está en serie con el campo de la excitatriz como se ve en la Figura 16. Por lo tanto, la tensión en el campo de la excitatriz en por unidad resulta:

$$E_{ef} = V_R + E_X \quad (3.126)$$

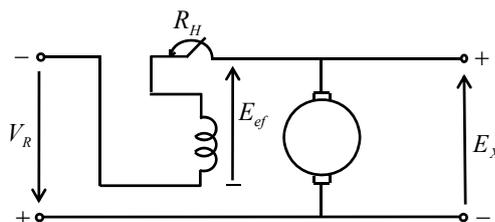


Figura 16: Excitatriz de CC auto-excitada.

La tensión de campo de la excitatriz resulta a su vez igual a la obtenida en la ecuación (3.119), por lo cual:

$$V_R + E_X = \frac{R_{ef}}{R_g} E_X [1 + S_e(E_X)] + \frac{1}{K_X} \frac{dE_X}{dt} \quad (3.127)$$

Esta expresión puede reducirse como sigue:

$$V_R = K_E E_X + S_E(E_X) E_X + T_E \frac{dE_X}{dt} \quad (3.128)$$

Donde:

$$\begin{aligned} K_E &= \frac{R_{ef}}{R_g} - 1 \\ T_E &= \frac{L_{fu}}{R_g} \\ S_E(\bar{E}_X) &= \bar{S}_e(\bar{E}_X) \frac{R_{ef}}{R_g} \end{aligned} \quad (3.129)$$

El diagrama en bloques que representa este tipo de excitatriz es el mismo que el obtenido para el caso de la excitatriz de CC con excitación separada, mostrado en la Figura 15.

### Excitatriz de corriente alterna

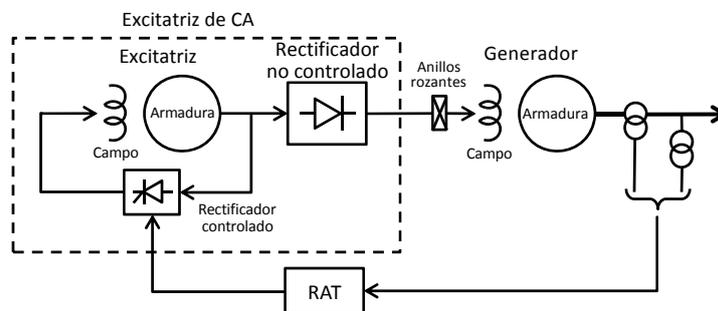
Este tipo de excitación usa un alternador como excitatriz principal. Generalmente la excitatriz está sobre el mismo eje del generador. La salida de CA es rectificada por un rectificador controlado o no, que produce la corriente continua con que se alimenta el bobinado de campo del generador [7], [38].

Existen dos tipos de sistemas de excitación de CA:

- *Sistemas de rectificador estacionario*

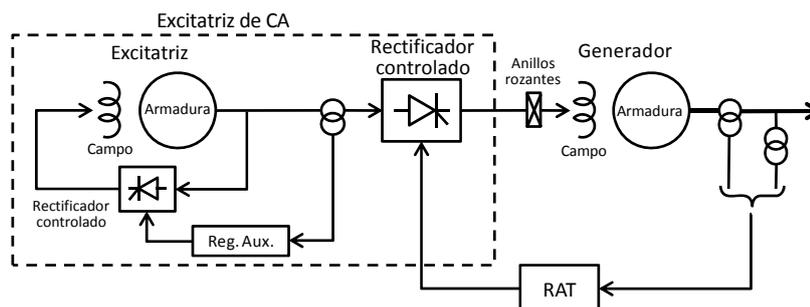
En esta configuración, el bobinado de campo del generador principal es alimentado mediante un rectificador estático a través de anillos rozantes.

Cuando se utiliza un rectificado no controlado (diodos) el RAT controla la tensión de campo de la excitatriz, con lo cual se regula la tensión de salida de la misma. En la Figura 17 se muestra el diagrama de este tipo de sistema.



**Figura 17:** Excitatriz de CA con rectificador estacionario.

Cuando se usa un rectificador controlado (tiristores), el RAT controla directamente el valor de tensión de CC de la excitatriz. La Figura 18 muestra un esquema de este tipo de sistema, donde la excitatriz es auto excitada y usa un regulador estático independiente para mantener la tensión de salida.



**Figura 18:** Excitatriz de CA con rectificador controlado.

- *Sistemas de rectificador rotante*

Con un rectificador rotante no son necesarios los anillos rozantes, eliminando así las escobillas. En este tipo de excitatriz, la armadura y los diodos rectificadores rotan junto con el bobinado de campo del generador principal. Una excitatriz piloto de imán permanente se encuentra también sobre el eje del generador. La salida de esta excitatriz piloto energiza el campo de la excitatriz principal. El RAT controla el campo de la excitatriz principal con lo cual se logra controlar el campo del generador. La Figura 19 muestra un esquema de este tipo de excitatriz, denominada comúnmente Brushless.

La excitatriz tipo brushless puede alcanzar una respuesta inicial muy buena mediante un diseño especial de la excitatriz y forzando una tensión alta en el campo de la excitatriz principal. Como desventaja, este tipo de excitatriz no permite una medición directa de la tensión y la corriente de campo.

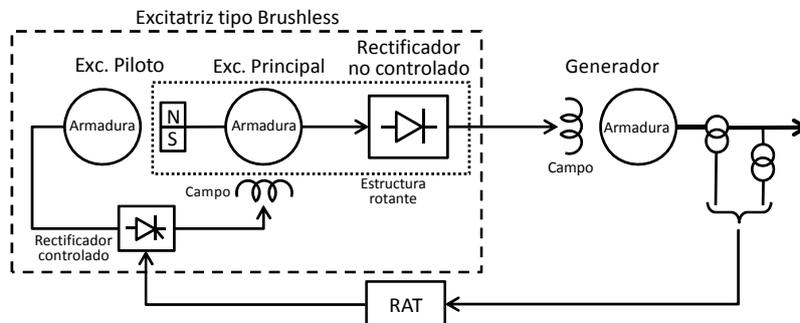


Figura 19: Excitatriz de CA tipo Brushless.

El modelado de la excitatriz de CA es similar a la excitatriz de CC (ver Figura 20). Sin embargo, en este caso se considera la compensación de carga debido a la reacción de armadura y la característica de saturación empleada para definir la función  $S_E$ , se corresponde con la de vacío. La corriente de campo del generador principal ( $I_{FD}$ ) corresponde a la corriente de carga de la excitatriz, y la realimentación negativa de  $K_D I_{FD}$  representa el efecto desmagnetizante de la reacción de armadura. La constante  $K_D$  está relacionada con la inductancia de acoplamiento de eje directo de la excitatriz.

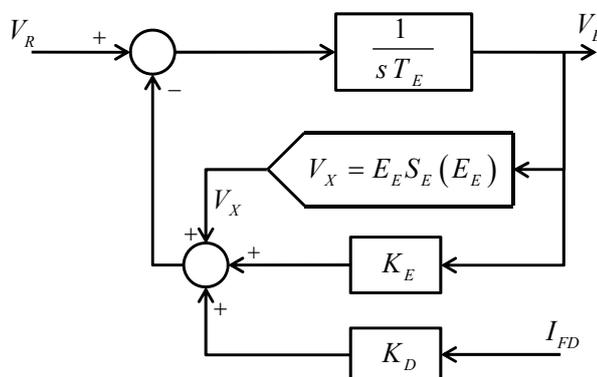


Figura 20: Modelos de la excitatriz de CA.

La función de saturación en p.u. se define de igual forma que para el caso de la excitatriz de CC, pero utilizando la característica de vacío. El cálculo de la función  $S_E$  para un valor específico de  $V_E$  se realiza mediante la expresión (3.130), ver Figura 14.b (donde  $V_E = E_X$ ).

$$S_E(V_E) = \frac{A - B}{B} \quad (3.130)$$

La tensión de salida de la excitatriz es rectificadora, comúnmente, por medio de un puente de onda completa. La impedancia que presenta la fuente para el rectificador es predominantemente una reactancia inductiva. El efecto de esta reactancia (reactancia de conmutación) es el retraso en el proceso de conmutación, es decir, la transferencia de la corriente de una llave a la otra. Este efecto produce una disminución en el valor medio de la tensión de salida a medida que aumenta la corriente de carga.

La regulación del rectificador como función de la caída de tensión de conmutación, puede definirse como:



$$E_{FD} = F_{EX} V_E \quad (3.131)$$

Donde:

$$F_{EX} = f(I_N) \quad (3.132)$$

y:

$$I_N = \frac{K_C I_{FD}}{V_E} \quad (3.133)$$

La constante  $K_C$  depende de la reactancia de conmutación. La función  $f(I_N)$  caracteriza el modo de operación (ver Figura 20) del rectificador según:

$$\begin{aligned} \text{Modo 1:} & \quad f(I_N) = 1.0 - 0.577 I_N & \quad \text{si } I_N \leq 0.433 \\ \text{Modo 2:} & \quad f(I_N) = \sqrt{0.75 - I_N^2} & \quad \text{si } 0.433 < I_N < 0.75 \\ \text{Modo 3:} & \quad f(I_N) = 1.732(1.0 - I_N) & \quad \text{si } 0.75 \leq I_N \leq 1.0 \end{aligned} \quad (3.134)$$

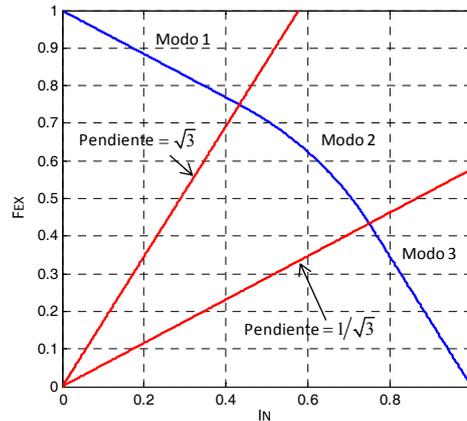


Figura 21: Característica de operación del rectificador.

La Figura 22 muestra el diagrama en bloque que representa el efecto de la regulación del rectificador.

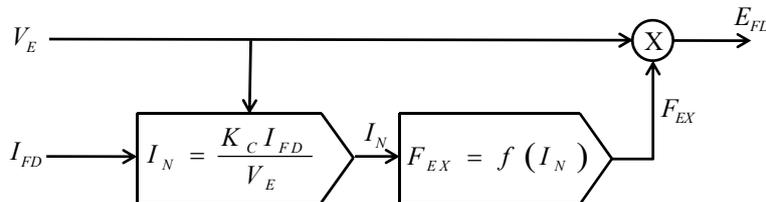


Figura 22: Efecto del rectificador.

### Excitatriz estática.

En este tipo de excitatriz todos los componentes son estáticos. Un rectificador controlado o no controlado, suministra la corriente continua al campo del generador principal a través de anillos rozantes. La alimentación del rectificador se realiza desde el mismo generador (o una barra auxiliar) a través de un transformador reductor [7], [38].

Existen diferentes configuraciones usadas en los sistemas de excitación estáticos, siendo uno de los más utilizados en denominado “Fuente de tensión y rectificador controlado”. En este sistema de excitación, la alimentación al campo del generador es suministrada a través de un transformador desde

bornes del generador o una barra auxiliar de la central, y es regulada por un rectificador controlado (ver Figura 23). Este tipo de excitación es también comúnmente conocida como *bus-fed* o *transformer-fed*.

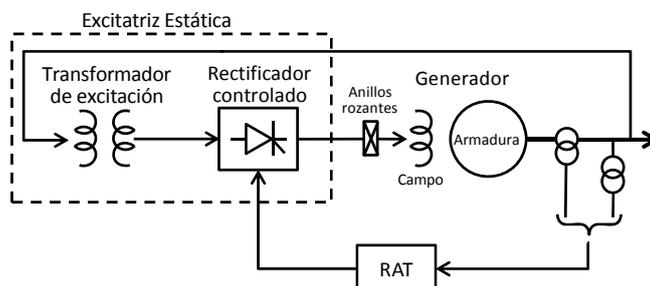


Figura 23: Excitatriz estática de fuente de tensión y rectificador controlado.

Este sistema tiene una constante de tiempo inherente muy pequeña. La tensión máxima de salida de la excitatriz (techo de excitación) es, sin embargo, dependiente de la tensión alterna de entrada. Por lo tanto, durante una falla en el sistema que cause una depresión en la tensión del generador, el techo de excitación disponible se ve reducido. Esta limitación del sistema de excitación es, en gran parte, compensado por su respuesta prácticamente instantánea y su alta capacidad para forzar la tensión de campo en el momento post falla.

La forma más sencilla de modelar este tipo de excitatriz es mediante una constante de tiempo y una ganancia como se muestra en la Figura 24. La salida está limitada por la saturación o las limitaciones de la fuente, esto se representa mediante los límites  $V_{RMAX}$  y  $V_{RMIN}$ .

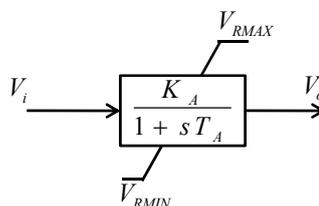


Figura 24: Modelo sencillo de excitatriz estática.

### 3.2.3. Elementos adicionales del sistema de excitación

#### Circuito de estabilización

El desempeño de un sistema de excitación es muy pobre cuando está compuesto por elementos con retardos de tiempo significativos. Esto es particularmente cierto en los sistemas de excitación tipo CC y CA. A menos que se use una ganancia baja, el control de excitación es inestable cuando el generador está funcionando en condiciones de vacío. Por lo tanto, para mejora la performance se utiliza un lazo de compensación. La forma más común de compensación se muestra en la Figura 25. El objetivo del compensador es minimizar el desfase angular introducido por los retardos inherentes al sistema para el rango de frecuencias características del lazo de control [7], [37].

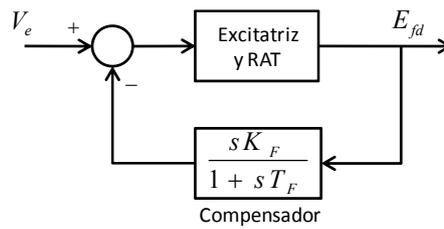


Figura 25: Lazo de compensación del sistema de excitación.

Los sistemas de excitación estática poseen retrasos despreciables, por lo cual no es necesario un control estabilizante.

Existen muchas maneras de implementar físicamente este control. Algunos sistemas excitación utilizan un transformador serie como muestra la Figura 26.

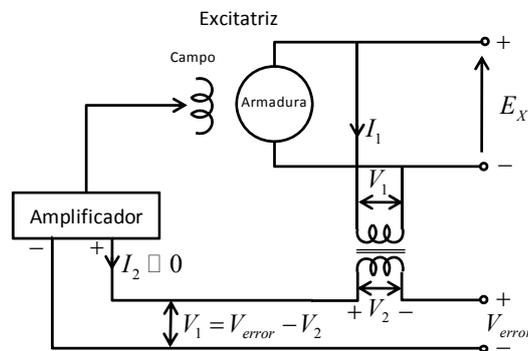


Figura 26: Implementación física del lazo de compensación.

Las tensiones a ambos lados del transformador están descritas por:

$$\begin{aligned} V_1 &= R_1 i_1 + sL_1 i_1 + sM i_2 \\ V_2 &= R_2 i_2 + sL_2 i_2 + sM i_1 \end{aligned} \quad (3.135)$$

Debido a que el secundario del transformador está conectado a un circuito de alta impedancia, la corriente  $i_2$  será despreciable al igual que las caída de tensión  $(R_2 + sL_2)i_2$ , obteniéndose:

$$\begin{aligned} V_1 &= (R_1 + sL_1) i_1 \\ V_2 &= sM i_1 \end{aligned} \quad (3.136)$$

De lo cual:

$$\begin{aligned} \frac{V_1}{V_2} &= \frac{sM}{R_1 + sL_1} \\ &= \frac{sK_F}{1 + sT_F} \end{aligned} \quad (3.137)$$

Donde  $K_F = M/R$  y  $T_F = L_1/R$

#### Compensación de carga (Droop compensation)

En general, el RAT controla la tensión de bornes del generador pero en determinadas circunstancias, es deseable controlar la tensión de un punto externo del generador o incluso interno al mismo. Para lograr esto se debe utilizar un compensador de carga. El compensador tiene una resistencia y reactancia que se ajustan de forma tal de simular la impedancia entre los terminales del generador y el punto en el cual se

debe controlar la tensión [7], [8], [37]. Con este valor de impedancia y midiendo la corriente y tensión de salida del generador, se calcula la caída que debe sumarse o restarse a la tensión terminal.

El valor de tensión compensada  $V_c$  se ingresa al RAT y está dado por:

$$V_c = \left| \bar{E}_t + (R_c + jX_c) \hat{I}_t \right| \quad (3.138)$$

Cuando  $R_c$  y  $X_c$  son cero, el compensador no está en uso.

Si  $R_c$  y  $X_c$  son positivos, la caída a través del compensador se suma a la tensión terminal. En este caso, el regulador está controlando la tensión en un punto interno al generador. Este ajuste se utiliza para asegurar la correcta distribución de la potencia reactiva en generadores que se conectan a una barra común. El compensador utiliza un valor de impedancia artificial, entre el generador y la barra común, lo cual permite controlar el flujo de reactivo. Esta función del compensador se conoce como *Compensador de corriente reactiva (reactive-current compensator)*. Sin esta función, uno de los generadores podría tratar de controlar la tensión de bornes un poco por encima de los otros, por lo cual ese generador tendería a entregar todo el reactivo necesario y los otros absorberlo pudiendo llegar alguno de ellos a sus límites de operación.

Si  $R_c$  y  $X_c$  son negativos, la caída de tensión se resta a la tensión de bornes. Esto ocurre cuando se controla una tensión más allá de los terminales del generador. Esta forma de compensación se utiliza para compensar parcialmente la caída en el transformador elevador asociado a la máquina. Cuando varios generadores se conectan en paralelo mediante transformadores individuales, la compensación del 50% al 80% de la impedancia de los mismos garantizará una buena distribución del esfuerzo de control sobre la tensión del punto común de acometida (lado de alta tensión de los transformadores). Esta modalidad de funcionamiento del compensador se conoce como *Compensador de caída de línea o de transformador (line-drop compensator, transformer-drop compensator)*.

El diagrama en bloques del compensador se muestra en la Figura 27. La constante de tiempo  $T_R$  representa al transductor de tensión (etapa de rectificación y filtrado de la tensión). Si el compensador no está en uso y  $T_R$  es despreciado, resulta  $V_c = E_t$ .



Figura 27: Diagrama en bloques del compensador de carga.

### 3.2.4. Comparación de los distintos sistemas de excitación

Los tres tipos de excitatrices descritas anteriormente (CC, CA y estática) poseen ventajas y desventajas, tanto en sus aspectos eléctricos como mecánicos [37], [38].

La excitatriz de CC posee una respuesta muy lenta debido a que se suman las constantes de tiempo de las dos excitatrices, la principal y la auxiliar. En cambio, la excitatriz de CA, en comparación posee un tiempo de respuesta más rápido, pues cuenta con una sola constante de tiempo, ya que la constante de tiempo del puente rectificador es despreciable en comparación con la de la excitatriz. El sistema tipo estático posee una respuesta casi instantánea con constantes de tiempo del orden de 2 ms.

Ante perturbaciones externas, el tipo de excitatriz más afectada es la estática, pues se alimenta de los terminales de generador. Esta desventaja se ve compensada en parte por su capacidad de sobre excitación en tiempos cortos. Las excitatrices de CC y CA son inmunes a las perturbaciones externas ya que son auto-excitadas, pero poseen grandes limitaciones para forzar altos valores de tensión de campo en el

momento de la perturbación. La excitación de CA con mayor respuesta inicial es la que posee el puente rectificador a tiristores que posibilita la implementación de un control más energético.

En cuanto a los aspectos mecánicos, tanto los sistemas de CC como de CA introducen modos torsionales al eje debido al agregado de masas rotantes.

La utilización de escobillas en las máquinas de CC y de anillos rozantes para alimentar el campo del generador involucra una gran tarea de mantenimiento para que estos operen en forma adecuada. El único sistema libre de este tipo de problemas en el tipo *Brushless*, el cual no poseen ninguno de estos dos dispositivos.

### 3.3. Estabilizador de Sistemas de Potencia

El estabilizador de sistemas de potencia o PSS (de su nombre en inglés “Power System Stabilizer”) es un dispositivo que provee un lazo de control adicional al regulador automático de tensión. El PSS es también el método más económico para mejorar la estabilidad del sistema [7], [8], [37].

#### 3.3.1. Conceptos básicos

El agregado de lazos adicionales de control al RAT del generador es una de las formas más comunes de mejorar la estabilidad tanto de pequeña señal como de gran señal.

Un RAT (sin lazos de control complementarios) puede disminuir el amortiguamiento proporcionado por los arrollamientos amortiguadores y el bobinado de campo. Esta reducción en la cupla de amortiguación se debe principalmente a que la regulación de tensión induce corrientes adicionales en los circuitos del rotor que se oponen a las corrientes inducidas por la desviación de velocidad ( $\Delta\omega$ ). El estabilizador de potencia debe reconocer el estado estacionario, es decir cuando el desvío de velocidad es cero o casi cero, y de esta forma el regulador de tensión debe ser controlado solamente por el error de tensión  $\Delta V$ . Sin embargo, en el estado transitorio al no ser constante la velocidad,  $\Delta V$  sufre oscilaciones causadas por los cambios en el ángulo del rotor. La tarea del PSS es añadir una señal adicional que compensa las oscilaciones y proporciona una componente de amortiguación que está en fase con  $\Delta\omega$ . Esto se ilustra en la Figura 28, donde la señal  $V_{PSS}$  se añade a la señal de error de tensión de la red  $\Delta V$ . En estado estacionario  $V_{PSS}$  debe ser igual a cero para no perjudicar el proceso de regulación de tensión.

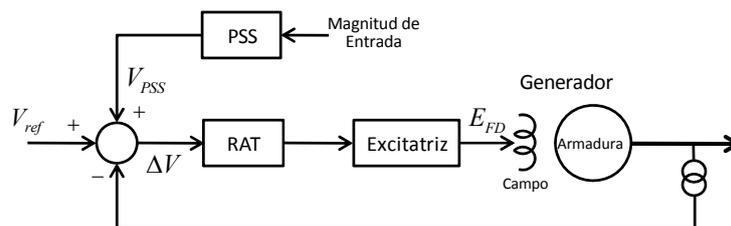


Figura 28: Esquema de bloques del generador con PSS.

La estructura general de un PSS se muestra en la Figura 29 donde la señal  $V_{PSS}$  puede ser provista desde diferentes señales de entradas medidas en bornes del generador. La magnitud (o magnitudes) medida ingresa a través de un filtro pasabanda (realizado con un filtro pasabajos y otro pasa altos en Figura 29). La señal filtrada se compensa para lograr el cambio de fase requerido. Finalmente, la señal se amplifica y pasa por un limitador. Cuando se diseña la compensación de fase es necesario tener en cuenta el cambio de fase introducido por el filtro pasabanda. Algunas veces este filtro es diseñado de tal manera que introduce un cambio neto de fase igual a cero para la frecuencia de oscilación del rotor.



Figura 29: Estructura general de un PSS.

### 3.3.2. Tipos de estabilizadores

Existen diferentes formas de construir un PSS dependiendo de las señales de entrada elegidas. Las magnitudes medidas que se usan son: la desviación de velocidad mecánica del rotor o la frecuencia de la tensión de bornes, y la potencia activa del generador [8].

#### PSS basado en el desvío de velocidad

Este tipo de PSS es uno de los más usados comúnmente. Usa la medición de la desviación de velocidad del eje del generador como señal de entrada. Obviamente, esta señal debe ser filtrada para eliminar todos los ruidos asociados a la medición. El nivel de ruido permitido depende de su frecuencia; el nivel de ruido debe ser menor que 0.02% para de frecuencias por debajo de 5 Hz. Cuando este método se aplica a turbogeneradores con ejes largos y, por ende, propensos a oscilaciones torsionales, el mayor problema está relacionado con la selección del punto donde se realiza la medición para que represente apropiadamente la desviación de velocidad de los polos magnéticos del rotor. Para ejes largos es necesario medir la desviación de velocidad en diferentes puntos a lo largo del eje y luego calcular el valor promedio de dicha desviación. Por otra parte, la ganancia del estabilizador está restringida por la influencia que puede tener el PSS en las oscilaciones torsionales.

#### PSS basado en frecuencia

La medición de la velocidad del eje puede ser reemplazada por la medición de la frecuencia de la tensión de bornes del generador. En algunos casos en base a la tensión y corrientes de bornes del generador se calcula la frecuencia de la tensión detrás de la reactancia transitoria lo cual da una aproximación mejor a la velocidad del rotor. De igual forma que los PSS que utilizan la medición de la velocidad del eje, la ganancia está limitada por efecto de las oscilaciones torsionales. Una ventaja de este tipo de PSS es que la señal de frecuencia es más sensible a las oscilaciones inter-área que a los modos locales e inter-máquina, lo cual es bueno en grandes sistemas interconectados.

El estabilizador basado en frecuencia posee algunas desventajas:

- Durante un transitorio rápido, la señal de frecuencia terminal estará sometida a un repentino cambio de fase. Esto da como resultado un sobrepico en la tensión de campo que se refleja en las magnitudes de salida del generador.
- La señal de frecuencia contiene ruido causado por grandes cargas industriales como ser hornos de arco.
- Se requiere filtrado de componentes torsionales. Por lo tanto, los estabilizadores basados en frecuencia tienen las mismas limitaciones que los estabilizadores basados en la variación de la velocidad ( $\Delta\omega$ ).

#### PSS basado en Potencia acelerante (desvío de velocidad y la potencia eléctrica)

La necesidad de medir la velocidad en varios puntos del eje puede ser evitada calculando el desvío de la velocidad a partir de las magnitudes eléctricas medidas en bornes del generador. El método calcula indirectamente el desvío de velocidad equivalente  $\Delta\omega_{eq}$  a partir de la integral de la potencia acelerante:

$$\Delta\omega_{eq} = \frac{1}{M} \int (\Delta P_m - \Delta P_e) dt \quad (3.139)$$



Donde:

$M$  = constante de inercia, 2H.

$\Delta P_m$  = cambio en la potencia mecánica de entrada.

$\Delta P_e$  = cambio en la potencia eléctrica de salida.

$\Delta\omega_{eq}$  = cambio o desvío equivalente de velocidad.

Las componentes torsionales no están presentes en la potencia eléctrica, pero sí en la mecánica. El problema es medir la componente  $\Delta P_m$  libre de modos torsionales.

En algunas aplicaciones es posible despreciar la componente  $\Delta P_m$ . Esto resulta satisfactorio excepto cuando cambia la carga en la unidad en forma rápida. En estas condiciones, se producirá una salida espuria del estabilizador si sólo se considera  $\Delta P_e$  como señal estabilizante.

La integral del cambio en la potencia mecánica  $\Delta P_m$  puede obtenerse como:

$$\int \Delta P_m dt = M \Delta\omega_{medida} + \int \Delta P_e dt \quad (3.140)$$

Donde  $\Delta\omega_{medida}$  resulta de la medición de velocidad en el extremo del eje. Debido a que los cambios en la potencia mecánica son relativamente lentos, la integral de  $\Delta P_m$  puede ser pasada por un filtro pasa bajos para remover las componentes de frecuencias torsionales debidas a la medición de velocidad, sin ser afectada. El PSS resultante tiene dos entradas,  $\Delta\omega_{medida}$  y  $\Delta P_e$ , las cuales son usadas para calcular  $\Delta\omega_{eq}$ .

La Figura 30 muestra el diagrama en bloques del PSS resultante.

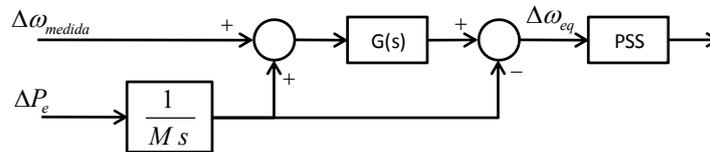


Figura 30: Diagrama en bloques del PSS basado en  $\Delta\omega$  y  $P_e$ .

El valor de  $\Delta\omega_{eq}$  puede ser calculado según:

$$\Delta\omega_{eq}(s) = -\frac{\Delta P_e(s)}{Ms} + G(s) \left[ \frac{\Delta P_e(s)}{Ms} + \Delta\omega(s) \right] \quad (3.141)$$

Donde  $G(s)$  es la función de transferencia del filtro.

Este tipo de PSS tiene dos ventajas principales respecto a los basados en  $\Delta\omega$ :

- La señal  $\Delta P_e$  no tiene modos torsionales, y por ende no son necesario filtros para estas componentes en el lazo directo del estabilizador. Esto elimina problemas de modos desestabilizantes en la excitatriz y permite ajustar una ganancia elevada que resulta en un mejor amortiguamiento de las oscilaciones del sistema.
- Se puede usar un arreglo de sensores de velocidad en el extremo del eje con un filtrado simple para derivar, junto con la potencia eléctrica, la señal de potencia mecánica. Esto permite usar diseños estándar para todas las unidades independientemente de sus características torsionales.

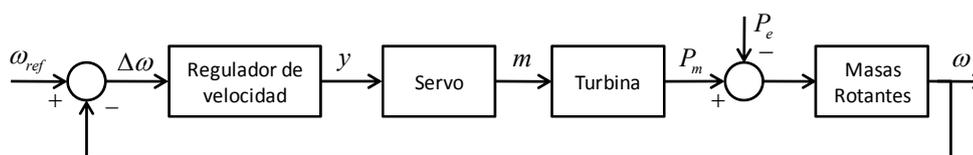
### 3.4. Turbina y Regulador de velocidad

Las turbinas empleadas para la generación eléctrica pueden ser clasificadas en dos grupos: hidráulicas y térmicas. A su vez, las turbinas térmicas pueden ser del tipo turbovapor o turbogas.

Las turbinas hidráulicas utilizan la energía potencial del agua para producir la cupla mecánica de salida. Las máquinas turbovapor convierten el flujo axial del vapor a presión en fuerzas tangenciales sobre los álabes, lo cual se traduce en energía mecánica sobre el eje. Esto se logra mediante arreglos de álabes fijos y rotantes, los cuales se concentran en grupos o etapas. El vapor necesario para el funcionamiento de la turbina se genera en una caldera que calienta el agua mediante combustibles fósiles. Las máquinas turbogas poseen el mismo principio de funcionamiento que las turbovapor, pero en lugar de vapor utilizan los gases de escape a alta presión provenientes de las cámaras de combustión de la propia turbina. La alta presión se logra mediante un compresor de aire solidario al mismo eje. El aire a presión se mezcla con el combustible (normalmente gas o gasoil) y se inyecta en la cámara de combustión. Los gases exhaustos, luego de pasar por los álabes, y disminuir su presión, son conducidos a la chimenea.

Para un mejor aprovechamiento térmico, los gases de escape de la/s turbinas de gas pueden ser ingresados a una caldera de recuperación de calor para generar vapor que luego se inyecta en una turbina. De esta forma se obtiene una mayor potencia eléctrica con el mismo combustible. Esta configuración se conoce como ciclo combinado.

La Figura 31 muestra un diagrama en bloques general del lazo de regulación de velocidad de una turbina que alimenta una carga local.



**Figura 31:** Lazo de regulación de velocidad.

Donde:

$\omega_{ref}$  = Valor deseado de velocidad angular.

$\omega$  = Velocidad angular.

$\Delta\omega$  = Error de velocidad angular.

$y$  = Señal de salida del regulador.

$m$  = Apertura de válvula.

$P_m$  = Potencia mecánica generada.

$P_e$  = Potencia eléctrica demandada.

A continuación se presentan los modelos básicos de cada tipo de turbina y su regulador de velocidad. En estos modelos no se considera el comportamiento dinámico propio de la caldera o del compresor.

### 3.4.1. Turbina térmica de una etapa

Una turbina de una etapa o la etapa de alta presión de una turbina con recalentamiento de vapor puede esquematizarse como se muestra en la Figura 32 [39], [40].

En la figuraFigura 32 se distingue la válvula de admisión por donde circula un caudal de vapor  $F_e$  para una apertura  $m$ . En la realidad, la válvula de admisión está constituida por varias válvulas que operan para distintos puntos de funcionamiento, logrando en conjunto que el caudal resulte proporcional a la apertura  $m$  de una única válvula equivalente. Es decir:

$$F_e = m F_n \quad (3.142)$$

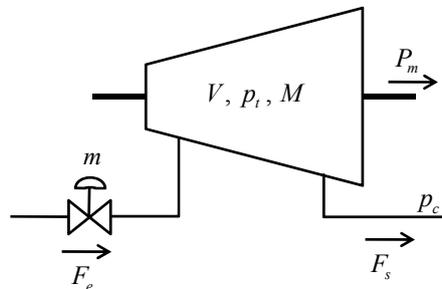
Donde:

$m$ : apertura de válvula (0 a 1)

$F_e$ : caudal de vapor que circula por la válvula

$F_n$ : caudal de vapor nominal

Cuando  $m$  varía entre 0 y 1, el caudal  $F_e$  lo hace entre 0 y  $F_n$  en forma proporcional.



**Figura 32:** Esquema simplificado de una turbina de una etapa.

En la turbina existe una cámara de vapor que acumula una masa  $M$  en un volumen  $V$ . Esto se describe según:

$$\frac{dM}{dt} = F_e - F_s \quad (3.143)$$

La densidad de vapor en la cámara será proporcional a la presión  $p_t$  de la misma y puede expresarse como:

$$\rho = k_1 p_t \quad (3.144)$$

Con lo cual podemos expresar:

$$M = V \rho = V k_1 p_t \quad (3.145)$$

Los álabes de la turbina presentan una resistencia al pasaje del vapor caracterizada por un coeficiente de descarga  $C_t$ . Por lo tanto, el caudal que efectivamente pasa por los álabes resulta:

$$F_s = C_t \sqrt{\rho (p_t - p_c)} \quad (3.146)$$

Donde  $p_c$  es la presión del condensador a la salida de la turbina, y dado que ésta es casi cero y que la densidad varía con la presión, queda:

$$F_s = C_t \sqrt{\rho p_t p_t} = k_2 p_t \quad (3.147)$$

La masa se puede expresar en función del caudal:

$$M = V k_1 p_t = \frac{V k_1}{k_2} F_s = T_c F_s \quad (3.148)$$

Por lo tanto, de (3.142), (3.143) y (3.148) la ecuación de balance puede expresarse:

$$T_c \frac{dF_s}{dt} = m F_n - F_s \quad (3.149)$$

Dado que la potencia mecánica entregada por la turbina está dada por:

$$P_m = F_s H \eta \quad (3.150)$$

Donde  $H$  es el salto entálpico del vapor y  $\eta$  el rendimiento del ciclo térmico y la turbina. Multiplicando la ecuación (3.149) por  $H\eta$ , resulta:

$$T_c \frac{dH\eta F_m}{dt} = m H\eta F_n - H\eta F_m \quad (3.151)$$

$$T_c \frac{dP_m}{dt} = m P_n - P_m$$

Dividiendo por  $P_n$  expresamos la ecuación anterior en por unidad:

$$T_c \frac{d\bar{P}_m}{dt} = m - \bar{P}_m \quad (3.152)$$

$T_c$  se denomina constante de tiempo de turbina y sus valores varían entre 0,2 y 0,5 segundos [7], [39], [40].

Para hallar la función de transferencia aplicamos la transformada de Laplace a la ecuación anterior:

$$T_c s \bar{P}_m(s) = m(s) - \bar{P}_m(s) \quad (3.153)$$

La función de transferencia de la turbina será:

$$G(s) = \frac{\bar{P}_m(s)}{m(s)} = \frac{1}{(T_c s + 1)} \quad (3.154)$$

Este modelo de turbina también se emplea para representar las turbinas de gas. En este caso la constante de tiempo  $T_c$  toma valores que varían entre 0,5 y 2 segundos [39], [40].

### 3.4.2. Turbina con recalentamiento

En este tipo de sistemas el vapor que sale de la etapa de alta presión reingresa a la caldera donde se lo recalienta, para luego ser inyectado en la etapa de baja presión. El esquema de la Figura 33 corresponde al sistema descrito [39], [40].

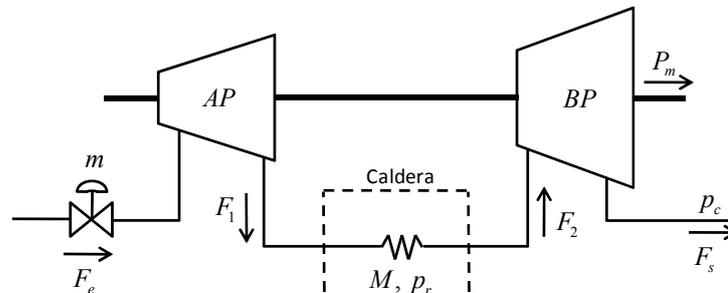


Figura 33: Esquema simplificado de una turbina con recalentamiento.

En el esquema se simbolizan los tubos del recalentador, siendo  $M$  la masa de vapor contenida en ellos y  $p_r$  la presión del mismo.

Las variaciones de la masa acumulada en el recalentador se describen por la siguiente ecuación de balance:

$$\frac{dM}{dt} = F_1 - F_2 \quad (3.155)$$

De igual forma que para el caso de la turbina de una etapa, la masa se puede expresar en función de la presión:

$$M = V \rho = V k_1 p_r \quad (3.156)$$

Y el caudal:

$$F_2 = k_2 p_r \quad (3.157)$$

Reemplazando (3.156) y (3.157) en (3.155), resulta:

$$\frac{dM}{dt} = V \frac{k_1}{k_2} \frac{dF_2}{dt} = T_r \frac{dF_2}{dt} = F_1 - F_2 \quad (3.158)$$

La función de transferencia correspondiente a (3.158) queda descrita por:

$$\frac{F_2(s)}{F_1(s)} = \frac{1}{(T_r s + 1)} \quad (3.159)$$

Los valores típicos de  $T_r$  varían entre 5 y 10 segundos [7], [39], [40].

La potencia mecánica desarrollada por la turbina será la suma de las potencias de las etapas de alta y baja presión, que usando valores en por unidad resulta:

$$\bar{P}_m(s) = \left[ \frac{C}{(T_c s + 1)} + \frac{1 - C}{(T_r s + 1)(T_c s + 1)} \right] m(s) \quad (3.160)$$

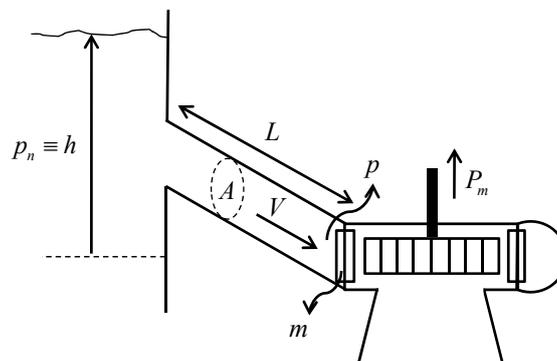
Donde  $C$  es la fracción de la potencia que desarrolla la etapa de alta presión (del orden del 30%).

Operando sobre la ecuación (3.160) podemos obtener la transferencia de la turbina como:

$$\frac{\bar{P}_m(s)}{m(s)} = \frac{(CT_r s + 1)}{(T_r s + 1)(T_c s + 1)} \quad (3.161)$$

### 3.4.3. Turbinas hidráulicas

La Figura 34 muestra el esquema simplificado de la turbina hidráulica y su tubo de aducción [7], [39], [40].



**Figura 34:** Esquema simplificado de una turbina hidráulica.

La masa de agua contenida en el tubo de aducción está sometida a una fuerza que tiende a variar su velocidad:

$$M \frac{dv}{dt} = -A \Delta p \quad (3.162)$$

Con:

$$M = \rho A L \quad (3.163)$$

Y



$$\Delta p = p - p_n \quad (3.164)$$

Donde en las expresiones anteriores:

$M$  = masa de agua contenida en el tubo de aducción.

$A$  = área del tubo.

$L$  = longitud del tubo.

$\rho$  = densidad del agua.

$v$  = velocidad del agua.

$\Delta p$  = variación de presión en la entrada de la turbina.

$p_n$  = presión nominal a la entrada de la turbina (proporcional a la altura del salto).

El caudal másico será:

$$q = \rho A v \quad (3.165)$$

Reemplazando en (3.162) las ecuaciones (3.163) y (3.165), resulta:

$$\frac{L}{A} \frac{dq}{dt} = -\Delta p \quad (3.166)$$

Multiplicando y dividiendo por el caudal nominal ( $q_n$ ) y la presión nominal ( $p_n$ ), se lleva la expresión anterior a valores por unidad, quedando:

$$\frac{L}{A} \frac{q_n}{p_n} \frac{d\left(\frac{q}{q_n}\right)}{dt} = -\frac{\Delta p}{p_n} \quad (3.167)$$

$$\frac{L}{A} \frac{q_n}{p_n} \frac{d\bar{q}}{dt} = -\Delta\bar{p}$$

Llamando:

$$T_w = \frac{L q_n}{A p_n}$$

La ecuación (3.167) puede escribirse como:

$$T_w \frac{d\bar{q}}{dt} = -\Delta\bar{p} \quad (3.168)$$

Considerando que  $\bar{q} = \bar{q}_0 + \Delta\bar{q}$  la ecuación (3.168) resulta:

$$T_w \frac{d\Delta\bar{q}}{dt} = -\Delta\bar{p} \quad (3.169)$$

Al aplicar la transformada de Laplace a la ecuación anterior:

$$s T_w \Delta\bar{q}(s) = -\Delta\bar{p}(s) \quad (3.170)$$

Por otra parte, el caudal que pasa por la turbina resulta:

$$q = k_1 m \sqrt{p} \quad (3.171)$$

Donde  $m$  depende de la apertura de la compuerta y varía entre 0 y 1. Con la compuerta totalmente abierta y la presión nominal, circula el caudal nominal:



$$q_n = k_1 \sqrt{p_n} \quad (3.172)$$

A la presión nominal y para una dada apertura  $m_0$  circulará un caudal  $q_0$ :

$$q_0 = k_1 m_0 \sqrt{p_n} = m_0 q_n \quad (3.173)$$

Linealizando la expresión (3.171) se obtiene:

$$\begin{aligned} \Delta q &= \left. \frac{dq}{dm} \right|_0 \Delta m + \left. \frac{dq}{dp} \right|_0 \Delta p \\ \Delta q &= k_1 \sqrt{p} \Big|_0 \Delta m + k_1 m \frac{1}{2\sqrt{p}} \Big|_0 \Delta p \end{aligned} \quad (3.174)$$

Evaluando los términos en 0 según (3.173)

$$\Delta q = k_1 \sqrt{p_n} \Delta m + k_1 m_0 \frac{p_n}{2\sqrt{p_n}} \frac{\Delta p}{p_n} \quad (3.175)$$

Reemplazando (3.172) en (3.175), resulta:

$$\Delta q = q_n \Delta m + \frac{m_0}{2} q_n \frac{\Delta p}{p_n} \quad (3.176)$$

Expresando la ecuación anterior en por unidad:

$$\Delta \bar{q} = \Delta m + \frac{m_0}{2} \Delta \bar{p} \quad (3.177)$$

Aplicando la transformada de Laplace y reemplazando  $\Delta \bar{p}$  de (3.170):

$$\Delta \bar{q}(s) = \Delta m - \frac{m_0}{2} s T_w \Delta \bar{q}(s) \quad (3.178)$$

La función de transferencia que describe el comportamiento del caudal en función de la apertura de la compuerta resulta:

$$\frac{\Delta \bar{q}(s)}{\Delta m} = \frac{1}{\left(1 + \frac{m_0 T_w}{s}\right)} \quad (3.179)$$

La potencia desarrollada por la turbina es proporcional al producto del caudal y la presión en la entrada a la misma:

$$P_m = k_2 p q \quad (3.180)$$

La potencia nominal será:

$$P_n = k_2 p_n q_n \quad (3.181)$$

Linealizando la expresión (3.180):

$$\begin{aligned} \Delta P_m &= \left. \frac{dP_m}{dp} \right|_0 \Delta p + \left. \frac{dP_m}{dq} \right|_0 \Delta q \\ \Delta P_m &= k_2 q_0 \Delta p + k_2 p_n \Delta q \end{aligned} \quad (3.182)$$

Reemplazando y expresando en por unidad:



$$\Delta \bar{P}_m = m_0 \Delta \bar{p} + \Delta \bar{q} \quad (3.183)$$

Reemplazando  $\Delta \bar{p}$  de (3.170) en (3.183):

$$\Delta \bar{P}_m = -m_0 T_w \frac{d\Delta \bar{q}}{dt} + \Delta \bar{q} \quad (3.184)$$

Al aplicar la transformada de Laplace a la ecuación anterior reemplazando  $\Delta \bar{q}$  de (3.179):

$$\Delta \bar{P}_m = \frac{(-m_0 T_w s + 1)}{\left(\frac{m_0 T_w}{2} s + 1\right)} \Delta m \quad (3.185)$$

La función de transferencia de la turbina resulta entonces:

$$\frac{\Delta \bar{P}_m}{\Delta m} = \frac{(-m_0 T_w s + 1)}{\left(\frac{m_0 T_w}{2} s + 1\right)} \quad (3.186)$$

Esta función de transferencia, constituida por un polo y un cero negativo, indica que frente a un escalón de apertura de compuerta, la potencia mecánica entregada por la turbina inicialmente variará en sentido inverso. La constante de tiempo  $m_0 T_w$  toma valores entre 1 y 4 segundos [7], [39], [40].

#### 3.4.4. Servo

El regulador de velocidad no puede actuar sobre la válvula principal o compuerta en forma directa, se necesita amplificar la acción de control. Para ello se utilizan servomecanismos, que traducen la señal de control de baja potencia en un movimiento de la válvula donde se pone en juego una gran energía.

Existen diferentes tipos de servo según sea la tecnología de la válvula, pero todos poseen una característica de atraso en la señal de control. La velocidad de cambio en la válvula de la turbina se encuentra limitada, por lo cual, en forma general puede utilizarse una constante de tiempo ( $T_s$ ) para representar el comportamiento dinámico del servo. Esta constante varía entre 0.1 y 0.2 segundos [7], [39], [40].

Si consideramos que  $y$  es la señal de control y  $m$  la acción sobre la válvula, la transferencia del servo podría describirse según:

$$\frac{m(s)}{y(s)} = \frac{1}{T_s s + 1} \quad (3.187)$$

#### 3.4.5. Regulador de velocidad

Las funciones principales del regulador de velocidad son [38]:

- Puesta en marcha de la turbina.
- Controlar la velocidad de la turbina cuando la unidad está en vacío.
- Controlar la potencia mecánica entregada por la turbina cuando la unidad está conectada a la red.
- Realizar la función de Regulación Primaria de Frecuencia.
- Adicionalmente para unidades TG, controlar la temperatura de los gases de escape.

El regulador de velocidad es un lazo de control que genera la señal de comando del servomecanismo de accionamiento de la válvula de la turbina en base a la comparación de la frecuencia de bornes del generador y una frecuencia de referencia. A partir del error de frecuencia se obtiene un delta de potencia

mecánica, que luego es restada a la consigna de potencia ajustada en la unidad [39], [40]. Esto se puede ver en la ecuación (3.188) y su representación en bloques se muestra en la Figura 35.

$$P_g = P_{d0} - \frac{1}{R} \Delta f \quad (3.188)$$

Donde:

$P_g$  = Potencia a generar.

$P_{d0}$  = Consigna de Potencia.

$\Delta f$  = Error de frecuencia.

$R$  = Estatismo permanente.

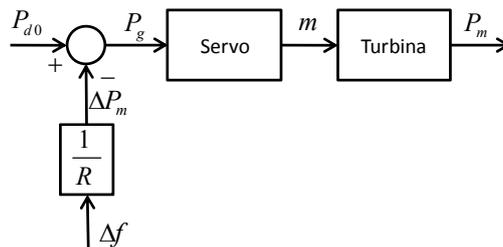


Figura 35: Lazo proporcional de regulación de velocidad.

El estatismo permanente ( $R$ ) determina cuanto modifica la turbina su potencia mecánica ante un cambio de frecuencia. Por ejemplo, un estatismo del 5% dice que ante un cambio del 5% de la frecuencia la turbina cambiara 100% su potencia. El estatismo puede ser considerado como el esfuerzo de control de la frecuencia que aporta cada unidad generadora. Los valores normales de ajuste para máquinas interconectadas se encuentran entre el 4 y el 7% [40].

El esquema mostrado en la Figura 35 se corresponde con un control proporcional. Para el caso particular de la turbina hidráulica, utilizar un control proporcional resultará, para los valores normales de estatismo, en un comportamiento inestable de la máquina. Esto se debe a que la función de transferencia de dicha turbina posee un cero de no mínima fase. Para solucionar este inconveniente, se agrega un compensador al lazo de control. El compensador tiene por función reducir la ganancia en alta frecuencia (tiempos cortos) y retardar la respuesta de la compuerta, de esta forma se logra un comportamiento estable de la turbina [38]–[40]. La Figura 36 muestra el lazo de control de una turbina hidráulica.

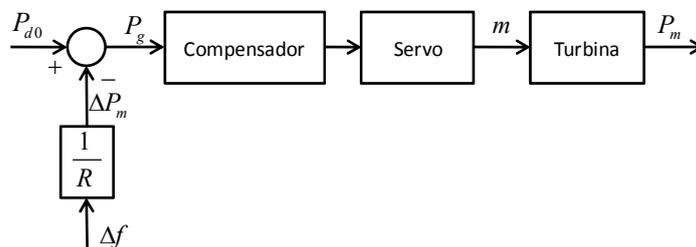


Figura 36: Lazo de regulación de velocidad de un turbina hidráulica

El compensador se caracteriza por sus parámetros de ajuste: el estatismo transitorio ( $r$ ) y el tiempo de retardo ( $T_r$ ). El estatismo transitorio se ajusta normalmente entre 10 y 12 veces el valor del estatismo permanente. El tiempo de retardo adopta valores entre 5 y 10 segundos [38], [40].

En el caso de las turbinas térmicas, tanto turbovapor como turbogas, la utilización de un lazo proporcional es suficiente para obtener un comportamiento estable. Sin embargo, estos tipos de turbinas incorporan un compensador para reducir la ganancia en alta frecuencia. Esto se debe a que se desea evitar

las variaciones rápidas de la llama en las cámaras de combustión o quemadores, producidas por los cambios rápidos de frecuencia que no se desean controlar.

En los compensadores de máquinas térmicas se utilizan estatismos transitorios con valores similares al caso de las turbinas hidráulicas pero tiempos de retardo más pequeños, del orden de 2 a 5 segundos [40].

### 3.5. Influencia de la turbina y regulador de velocidad en análisis de pequeña señal

Teóricamente, si el regulador de velocidad de la turbina proporcionara una respuesta instantánea en la potencia mecánica ante un cambio de velocidad, entonces bajo condiciones oscilatorias, las variaciones de la potencia mecánica de la turbina estarían en fase con las variaciones de velocidad y, por lo tanto, contribuirían directamente al amortiguamiento de dicha oscilación. Como se demostró en los incisos anteriores, la respuesta dinámica del lazo de velocidad de una turbina es relativamente lenta y los retardos introducidos por el regulador y la turbina producen un significativo retardo de fase en la respuesta a las oscilaciones de la velocidad del rotor. En general, para las frecuencias de oscilación de modo local, el retardo de fase  $\varphi$  del lazo de control de potencia es mayor a  $90^\circ$  [41].

El vector de potencia mecánica puede descomponerse en dos partes, una componente de potencia sincrónica ( $P_{ms}$ ) en fase con el ángulo de rotor y una componente de amortiguamiento ( $P_{md}$ ) en fase con las oscilaciones de la velocidad del rotor. Cuando el retardo de fase  $\varphi$  es mayor a  $90^\circ$ , la componente amortiguante será negativa, es decir, que las variaciones de potencia estarán en contrafase con la oscilación y por lo tanto contribuirán negativamente al amortiguamiento, esto puede verse en la Figura 37.

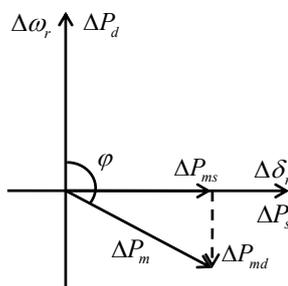
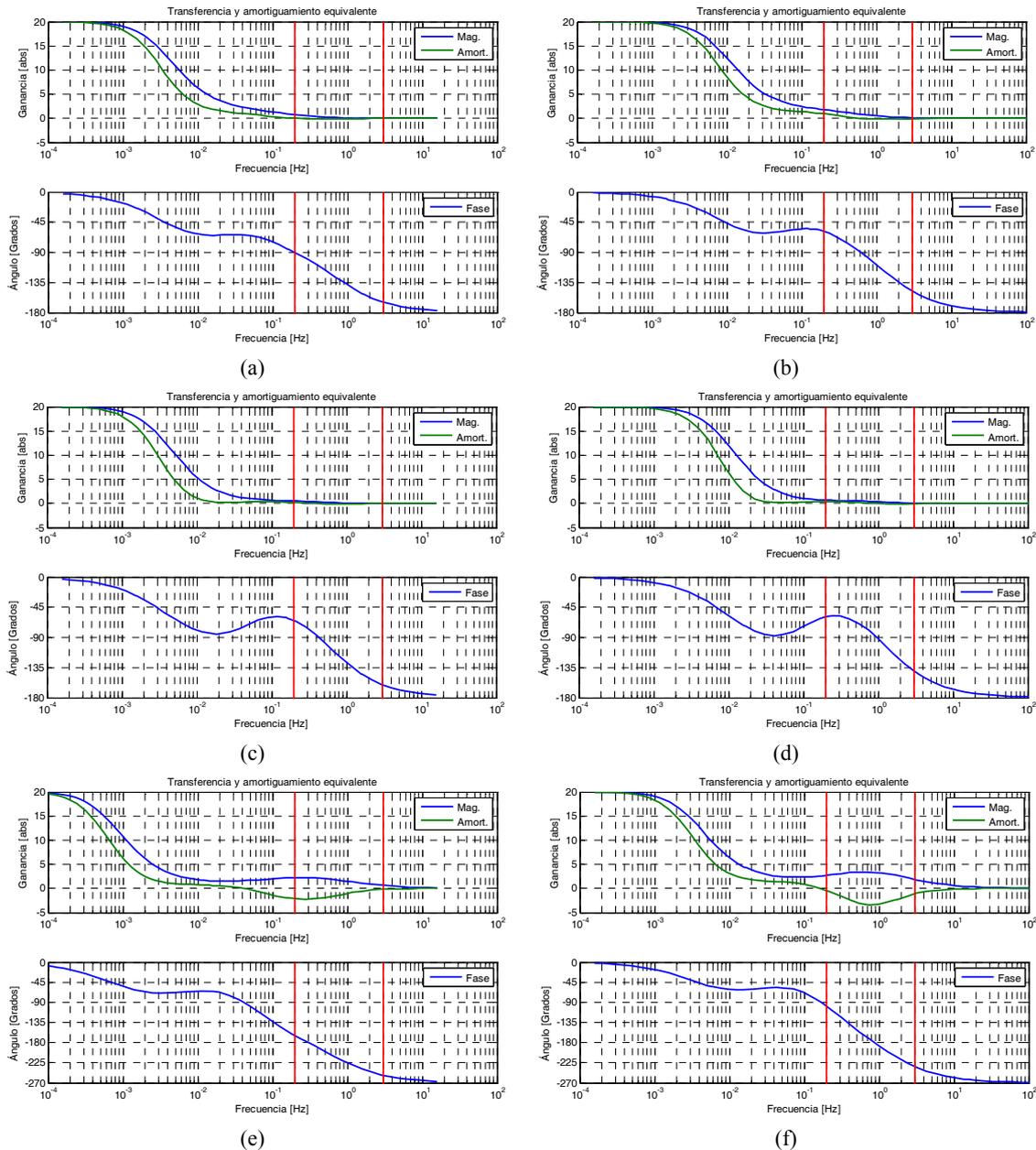


Figura 37: Descomposición vectorial de la variación de potencia mecánica.

En la Figura 38 se muestra el comportamiento en frecuencia de las funciones de transferencia de los distintos tipos de turbina. Para cada tipo se eligieron dos juegos de parámetros de ajuste, uno correspondiente a un comportamiento dinámico rápido y otro correspondiente a un comportamiento lento. Asimismo, se muestra para cada caso el amortiguamiento equivalente del lazo dado por la parte real de la función de transferencia para cada valor de frecuencia. En color rojo se muestran los valores límites de la región de frecuencias de interés (0.2 y 3 Hz) correspondientes a las oscilaciones electromecánicas.

Los parámetros involucrados, tanto constantes de tiempo como ganancias, se eligieron entre los valores mínimo y máximos detallados en los incisos anteriores. Todos los tipos de turbina poseen un compensador en el lazo de regulación de velocidad. Para el caso de la turbina hidráulica el compensador se ajustó para obtener un comportamiento estable de la unidad, tanto en funcionamiento interconectado como aislado.

Como se puede apreciar en la Figura 38, tanto la turbina de gas como la de vapor poseen amortiguamiento positivo o nulo para el rango de frecuencias de interés, mientras que la turbina hidráulica muestra un amortiguamiento negativo con ganancias resultantes cercanas a cuatro.



**Figura 38:** Comportamiento en frecuencia de las distintas turbinas. (a) Turbina de gas lenta. (b) Turbina de gas rápida. (c) Turbina de vapor lenta. (d) Turbina de vapor rápida. (e) Turbina hidráulica lenta. (f) Turbina hidráulica rápida.

En las turbinas hidráulicas, este efecto desamortiguante debe ser tenido en cuenta en caso de que la unidad no posea un estabilizador de potencia. En caso contrario, la ganancia negativa de regulador de velocidad se ve compensado por la alta ganancia del PSS. Es particularmente necesario considerar el regulador de velocidad de aquellas unidades que se encuentren en los extremos de líneas largas y no posean estabilizados de potencia.

Por lo tanto, se puede concluir que despreciar el regulador de velocidad para estudios de oscilaciones electromecánicas no introducirá errores apreciables en el cálculo de amortiguamiento siempre y cuando las máquinas hidráulicas posean PSS o se encuentren en puntos fuertes de la red. No considerar los reguladores de velocidad de las turbinas térmicas dará un resultado más pesimista pues esos tipos de turbina poseen un pequeño amortiguamiento positivo.



## 4. Modelado del Sistema

### 4.1. Introducción

Este capítulo presenta el método empleado para el cálculo de la matriz de estados de un sistema eléctrico de potencia.

En primera instancia, se plantean las ecuaciones que describen el comportamiento del sistema que luego son linealizadas. Esto se hace en base a un caso sencillo para lograr un buen entendimiento y evitar así perder el significado de las expresiones matemáticas que aquí se presentan. Se describe además el sistema matricial propuesto para el cálculo de la matriz de estado.

Finalmente, se presenta un ejemplo numérico resuelto mediante el método propuesto y su comparación con un programa comercial utilizado mundialmente para este tipo de cálculos.

Posteriormente se plantea el modelado dinámico de un sistema de potencia constituido por varias máquinas, transformadores y líneas de transmisión.

Se presentan las ecuaciones generalizadas que describen el comportamiento de un sistema de  $n$  nodos y  $m$  máquinas. Este sistema de ecuación se implementa computacionalmente mediante un programa desarrollado en *MATLAB* (MathWorks Inc.) llamado SIAM (*Sistema Informático para Análisis Modal*), el cual se describe en el Capítulo 6.

Para corroborar la eficacia del método de cálculo propuesto, se presenta un ejemplo numérico y la comparación de los resultados obtenidos con aquellos alcanzados mediante un programa comercial.

### 4.2. Cálculo de la matriz de estados

Como se ha explicado en el Capítulo 2, el comportamiento dinámico de un sistema eléctrico puede ser descrito por un conjunto de ecuaciones diferenciales no lineales denominado *Ecuaciones Diferenciales-Algebraicas* (DAE - *differential-algebraic equations*) mostrado en la ecuación (2.2), la cual se repite a continuación,

$$\begin{aligned} \dot{x}_d &= f(x_d, x_a, u) \\ 0 &= g(x_d, x_a, u) \\ y &= h(x_d, x_a, u) \end{aligned} \tag{4.1}$$

Las dos primeras ecuaciones de (4.1) representan el comportamiento del sistema, mientras que la tercera ecuación muestra el comportamiento de una o varias variables de salida.



En la descripción que se desarrolla a continuación, no se tienen en cuenta las salidas ( $y$ ) y se supone que no existen variables independientes o entradas ( $u$ ), que se puedan controlar, en el sistema a analizar.

Las variables de estado  $x_d$  corresponden a aquellas asociadas a los modelos correspondientes a los generadores y elementos del control existentes en el sistema.

Las variables algebraicas  $x_a$  elegidas para el análisis consisten en las corrientes inyectadas por los generadores ( $\hat{I}_g$ ) al sistema y las tensiones en todos los nodos ( $\hat{U}$ ) del mismo.

Como se mencionó en el capítulo 2, la función  $f$  representa la característica dinámica de los elementos componentes del sistema mientras que  $g$  representa las ecuaciones no lineales de la red.

A su vez  $g$  está compuesta por dos funciones, una que describe el vínculo entre el estator del generador y la red ( $g_1$ ), y otra correspondiente a las relaciones entre nodos de la red ( $g_2$ ). Denominaremos a estas dos funciones: *Ecuación de estator* y *Ecuación de red* respectivamente [10].

Tomando las premisas enunciadas anteriormente, la expresión (4.1) puede ser reescrita como:

$$\begin{aligned} \dot{x} &= f(x, \hat{I}_g, \hat{U}) \\ 0 &= g_1(x, \hat{I}_g, \hat{U}) \\ 0 &= g_2(x, \hat{I}_g, \hat{U}) \end{aligned} \quad (4.2)$$

Si se linealiza la expresión anterior para un dado punto de trabajo, resulta:

$$\begin{aligned} \frac{d\Delta x}{dt} &= \frac{\partial f}{\partial x} \Delta x + \frac{\partial f}{\partial \hat{I}_g} \Delta \hat{I}_g + \frac{\partial f}{\partial \hat{U}} \Delta \hat{U} \\ 0 &= \frac{\partial g_1}{\partial x} \Delta x + \frac{\partial g_1}{\partial \hat{I}_g} \Delta \hat{I}_g + \frac{\partial g_1}{\partial \hat{U}} \Delta \hat{U} \\ 0 &= \frac{\partial g_2}{\partial x} \Delta x + \frac{\partial g_2}{\partial \hat{I}_g} \Delta \hat{I}_g + \frac{\partial g_2}{\partial \hat{U}} \Delta \hat{U} \end{aligned} \quad (4.3)$$

Escribiendo la expresión (4.3) en forma matricial se tiene:

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} \Delta \dot{x} \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} \frac{\partial f}{\partial x} & \frac{\partial f}{\partial \hat{I}_g} & \frac{\partial f}{\partial \hat{U}} \\ \frac{\partial g_1}{\partial x} & \frac{\partial g_1}{\partial \hat{I}_g} & \frac{\partial g_1}{\partial \hat{U}} \\ \frac{\partial g_2}{\partial x} & \frac{\partial g_2}{\partial \hat{I}_g} & \frac{\partial g_2}{\partial \hat{U}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta x \\ \Delta \hat{I}_g \\ \Delta \hat{U} \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (4.4)$$

o bien en forma compacta:

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} \Delta \dot{x} \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} A & B_1 & B_2 \\ C_1 & D_1 & D_2 \\ C_2 & D_3 & D_4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta x \\ \Delta \hat{I}_g \\ \Delta \hat{U} \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (4.5)$$

Para obtener la matriz de estado, se deben eliminar las variables algebraicas  $\hat{I}_g$  y  $\hat{U}$ , obteniéndose así una ecuación de la forma:

$$\Delta \dot{x} = A_{sist} \Delta x \quad (4.6)$$

$A_{sist}$  se denomina matriz de estado y en base a ella se realiza el análisis modal mediante el cálculo de sus autovalores y los autovectores asociados a estos, tal como se ha explicado en el capítulo 2.

### 4.3. Sistema de dos máquinas

Para lograr un entendimiento acabado del procedimiento de cálculo de las matrices correspondientes al sistema de ecuaciones de (4.5), resulta conveniente comenzar con un sistema sencillo. A tal fin se plantea el caso correspondiente al sistema de la Figura 39.

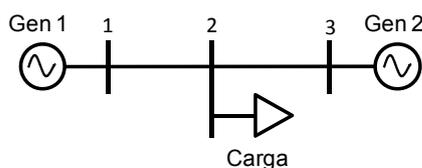


Figura 39: Esquema unifilar del sistema a analizar.

#### 4.3.1. Ecuaciones diferenciales

Las ecuaciones diferenciales del sistema están contenidas en la función  $f$  de la expresión (4.2). Estas ecuaciones describen el comportamiento del generador y de sus controles asociados, tales como el regulador automático de tensión y el PSS.

Según sea el grado de detalle ó los fenómenos que se quieran incluir en el análisis, las ecuaciones diferenciales de los distintos elementos, poseerán diferente cantidad de variables de estado y grado de complejidad. Un ejemplo de esto es la inclusión del efecto de los arrollamientos amortiguadores en el modelo del generador, lo que implica un incremento de entre dos y tres en el número de variables de estado. Si además se desea incluir el efecto de la saturación, esto no incrementará en número de variables de estado, pero sí la complejidad de las ecuaciones.

Como ya se mencionó en el Capítulo 3, en el caso de los generadores tendremos modelos diferentes según este sea este de rotor liso o de polos salientes. Asimismo, la complejidad de estos modelos variarán según si se incluyen o no los arrollamientos amortiguadores y dependerá de la cantidad de estos. Si se desea un modelo sencillo, se puede utilizar el modelo clásico de generador el cual sólo representa la parte mecánica del mismo, y por lo tanto es igual para ambos tipos de generador. A su vez, la gama de modelos se amplía al incluir la saturación, la cual puede ser representada por diferentes funciones, dando lugar a diferentes modelos.

Para el caso de los elementos de control, existe un modelo particular para cada tipo. En el caso de los RAT, cada variante posee un modelo determinado y a su vez, dentro de cada variante existirá un modelo particular según sea su fabricante y su lógica de control. Lo mismo sucede en el caso de los PSS.

Por lo enunciado anteriormente, no se presenta una descripción específica de la función  $f$ .

#### 4.3.2. Ecuación de estator

Para comenzar con el análisis del sistema propuesto, se debe primero encontrar una representación adecuada que muestre las relaciones existentes entre el modelo del generador y el modelo de la red. Estas relaciones se describen a través de la ecuación del estator, la cual vincula la tensión del generador y la corriente inyectada por este a la red, es decir, describe las variaciones de la potencia entregada.



La tensión del generador está dada por el producto de la velocidad por el flujo, según:

$$u_d + ju_q = (-\psi_q + j\psi_d)\omega \quad (4.7)$$

Si consideramos un generador de rotor liso con tres arrollamientos amortiguadores (uno en el eje  $d$  y dos en el eje  $q$ ), el flujo en cada eje esta dado por las ecuaciones (3.99) y (3.100), las cuales se repiten a continuación:

$$\begin{aligned} \psi_d &= \psi_{1d} \frac{L'_d - L''_d}{L'_d - L_l} + \frac{E'_q}{\omega} \frac{L'_d - L_l}{L'_d - L_l} - L''_d i_d \\ &= \psi''_d - L''_d i_d \end{aligned} \quad (4.8)$$

$$\begin{aligned} -\psi_q &= -\psi_{2q} \frac{L'_q - L''_q}{L'_q - L_l} - \frac{E'_d}{\omega} \frac{L'_q - L_l}{L'_q - L_l} + L''_q i_q \\ &= -\psi''_q + L''_q i_q \end{aligned} \quad (4.9)$$

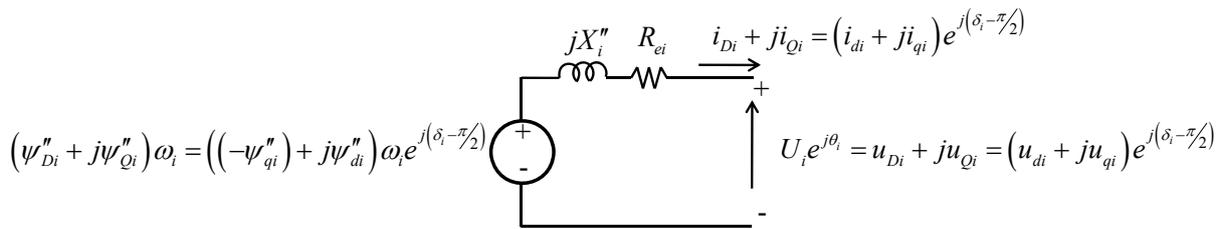
Reemplazando (4.8) y (4.9) en (4.7) se tiene:

$$\begin{aligned} u_d + ju_q &= [-\psi''_q + L''_q i_q + j(\psi''_d - L''_d i_d)]\omega \\ &= (-\psi''_q + j\psi''_d)\omega - (i_d + ji_q)jX''_d + (X''_q - X''_d)i_q \end{aligned} \quad (4.10)$$

Asumiendo que  $X''_d = X''_q = X''$ , resulta:

$$u_d + ju_q = (-\psi''_q + j\psi''_d)\omega - (i_d + ji_q)jX'' \quad (4.11)$$

En la Figura 40 se muestra el circuito equivalente del estator. Debido a que la posición de los ejes  $dq$  de los generadores está referenciada a la *f.m.m.* del mismo, para vincular las ecuaciones del generador con el sistema debemos realizar un cambio de referencia. Este cambio de referencia se logra rotando las variables tensión, flujo y corriente un ángulo  $(\delta_i - \pi/2)$ , donde  $\delta_i$  es el ángulo de rotor del  $i$ -ésimo generador respecto a la referencia del sistema. Los subíndices en mayúsculas indican que las componentes rectangulares se encuentran referidas a las nuevas coordenadas.



**Figura 40:** Circuito equivalente para la resolución de la ecuación de estator.

Rescribiendo la expresión (4.11) para los generadores 1 y 2 de la Figura 39, refiriéndola al sistema de coordenadas de la red, despreciando la resistencia estática  $R_e$ , e igualando a cero, se tiene:

$$U_1 e^{j\theta_1} - (-\psi''_{q1} + j\psi''_{d1})\omega_1 e^{j(\delta_1 - \pi/2)} + jX''_1 (i_{d1} + ji_{q1}) e^{j(\delta_1 - \pi/2)} = 0 \quad (4.12)$$

$$U_3 e^{j\theta_3} - (-\psi''_{q3} + j\psi''_{d3})\omega_3 e^{j(\delta_3 - \pi/2)} + jX''_3 (i_{d3} + ji_{q3}) e^{j(\delta_3 - \pi/2)} = 0 \quad (4.13)$$

Las ecuaciones (4.12) y (4.13) constituyen la función  $g_i$  del sistema de ecuaciones (4.2).

Utilizando la representación del generador mostrada en la Figura 40, para modelar el sistema propuesto para el análisis en Figura 39, se obtiene el circuito equivalente de la Figura 41.

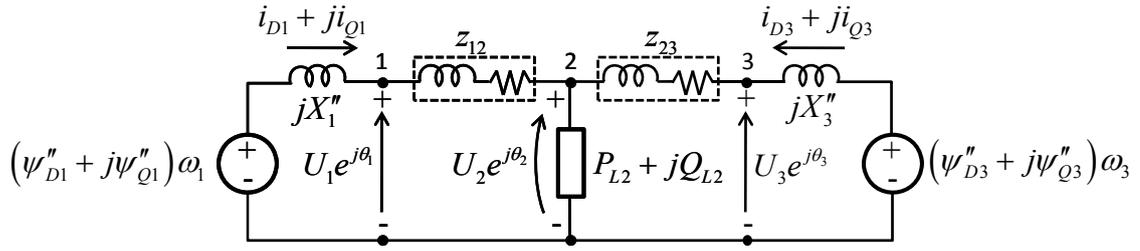


Figura 41: Circuito equivalente.

### 4.3.3. Ecuación de red

Las ecuaciones de la red pueden plantearse en base al balance de potencia en los nodos [42]. Por ejemplo, para en nodo 1 se tiene:

$$P_{G1} + jQ_{G1} = \hat{U}_1 (\hat{I}_{g1})^* = \hat{U}_1 \left[ (\hat{U}_1)^* (\hat{Y}_{11})^* + (\hat{U}_2)^* (\hat{Y}_{12})^* \right] \quad (4.14)$$

Donde:

$P_{G1} + jQ_{G1}$  es la potencia inyectada por el generador en el nodo 1.

$\hat{Y}_{11}$  y  $\hat{Y}_{12}$  son los elemento  $I-1$  y  $I-2$  de la matriz de admitancia nodal.

Utilizando el sistema de coordenadas de la red, la ecuación (4.14) puede ser escrita como:

$$U_1 e^{j\theta_1} (i_{D1} - ji_{Q1}) = U_1^2 Y_{11} e^{-j\alpha_{11}} + U_1 e^{j\theta_1} U_2 e^{-j\theta_2} Y_{12} e^{-j\alpha_{12}} \quad (4.15)$$

O bien:

$$U_1 e^{j\theta_1} (i_{d1} - ji_{q1}) e^{-j(\delta_1 - \pi/2)} = U_1^2 Y_{11} e^{-j\alpha_{11}} + U_1 e^{j\theta_1} U_2 e^{-j\theta_2} Y_{12} e^{-j\alpha_{12}} \quad (4.16)$$

Del mismo modo para el nodo 3, se tiene:

$$U_3 e^{j\theta_3} (i_{d3} - ji_{q3}) e^{-j(\delta_3 - \pi/2)} = U_3 e^{j\theta_3} U_2 e^{-j\theta_2} Y_{32} e^{-j\alpha_{32}} + U_3^2 Y_{33} e^{-j\alpha_{33}} \quad (4.17)$$

Para el caso de los nodos donde existe carga, también se considera a estas cargas como inyecciones de corriente. Por lo tanto, si la carga es pasiva e inductiva, los correspondientes valores de  $P_L$  y  $Q_L$  serán negativos. En caso de cargas capacitivas el valor de  $Q$  será positivo.

Asimismo,  $P_L$  y  $Q_L$  pueden ser funciones no lineales de la magnitud de la tensión. El modelo de carga comúnmente usado está descrito por:

$$P_L(U) = P_{L0} + k_{P1}U + k_{P2}U^2 \quad (4.18)$$

$$Q_L(U) = Q_{L0} + k_{Q1}U + k_{Q2}U^2 \quad (4.19)$$

Las constantes  $P_{L0}$  y  $Q_{L0}$  representan las componentes de “potencia constante”,  $k_{P1}$  y  $k_{Q1}$  representan las componentes de “corriente constantes a factor de potencia constante” y  $k_{P2}$  y  $k_{Q2}$  representan las componentes de “impedancia constante” [7], [8], [10], [29].

Teniendo en consideración lo expresado anteriormente, el balance de potencia en el nodo 2 resulta:

$$P_{L2} + jQ_{L2} = U_2 e^{j\theta_2} U_1 e^{-j\theta_1} Y_{21} e^{-j\alpha_{21}} + U_2^2 Y_{22} e^{-j\alpha_{22}} + U_2 e^{j\theta_2} U_3 e^{-j\theta_3} Y_{23} e^{-j\alpha_{23}} \quad (4.20)$$

Igualando a cero las ecuaciones (4.16), (4.17) y (4.20) se tiene:



$$U_1 e^{j\theta_1} (i_{d1} - j i_{q1}) e^{-j(\delta_1 - \pi/2)} - U_1^2 Y_{11} e^{-j\alpha_{11}} - U_1 e^{j\theta_1} U_2 e^{-j\theta_2} Y_{12} e^{-j\alpha_{12}} = 0 \quad (4.21)$$

$$U_3 e^{j\theta_3} (i_{d3} - j i_{q3}) e^{-j(\delta_3 - \pi/2)} - U_3 e^{j\theta_3} U_2 e^{-j\theta_2} Y_{32} e^{-j\alpha_{32}} - U_3^2 Y_{33} e^{-j\alpha_{33}} = 0 \quad (4.22)$$

$$P_{L2} + jQ_{L2} - U_2 e^{j\theta_2} U_1 e^{-j\theta_1} Y_{21} e^{-j\alpha_{21}} - U_2^2 Y_{22} e^{-j\alpha_{22}} - U_2 e^{j\theta_2} U_3 e^{-j\theta_3} Y_{23} e^{-j\alpha_{23}} = 0 \quad (4.23)$$

Las ecuaciones (4.21), (4.22) y (4.23) constituyen la función  $g_2$  del sistema de ecuaciones (4.2).

#### 4.3.4. Linealización del sistema

Para obtener el sistema linealizado de la expresión (4.3) debemos obtener las expresiones de las derivadas de las funciones  $f$ ,  $g_1$  y  $g_2$ .

##### Ecuaciones diferenciales

Para poder obtener las ecuaciones linealizadas de la función  $f$  del caso propuesto se deben hallar los elementos constitutivos de las matrices  $A$ ,  $B_1$  y  $B_2$  de la expresión (4.5). A su vez, cada una de estas matrices está constituida por submatrices, independientes entre ellas, que representan la linealización de cada uno de los modelos empleados.

La estructura general de  $A$ ,  $B_1$  y  $B_2$  para el caso en análisis, se muestra a continuación:

$$A = \left[ \begin{array}{c|c} [A_1] & 0 \\ \hline 0 & [A_2] \end{array} \right]$$

$$B_1 = \left[ \begin{array}{c|c} [B_{11}] & 0 \\ \hline 0 & [B_{12}] \end{array} \right] \quad (4.24)$$

$$B_2 = \left[ \begin{array}{c|c|c} [B_{21}] & 0 & 0 \\ \hline 0 & 0 & [B_{22}] \end{array} \right]$$

Siendo a su vez:

$$A_1 = \left[ \begin{array}{c|c|c} A_{GEN} & A_{GEN-RAT} & A_{GEN-PSS} \\ \hline A_{RAT-GEN} & A_{RAT} & A_{RAT-PSS} \\ \hline A_{PSS-GEN} & A_{PSS-RAT} & A_{PSS} \end{array} \right]$$

$$B_{11} = \left[ \begin{array}{c} B_{1GEN} \\ \hline B_{1RAT} \\ \hline B_{1PSS} \end{array} \right] \quad (4.25)$$

$$B_{22} = \left[ \begin{array}{c} B_{2GEN} \\ \hline B_{2RAT} \\ \hline B_{2PSS} \end{array} \right]$$

La matriz  $A$  de una planta (generador y controles asociados) contiene en su diagonal las matrices propias de cada elemento, es decir, las matrices que describen como las variables de estado de un determinado modelo afectan a las correspondientes derivadas de dichas variables de estado. Las matrices fuera de la diagonal, determinan las relaciones entre los distintos elementos de una planta,



por ejemplo, como las variables de estado del generador afectan las derivadas de las variables de estado del RAT o del PSS.

Las matrices  $B_1$  y  $B_2$  determinan como las variables algebraicas corriente y tensión respectivamente, afectan a las derivadas de las variables de estado de los distintos elementos de la planta.

Como ya se ha mencionado, al no tenerse una descripción específica de la función  $f$ , no es posible presentar una descripción detallada de las matrices  $A$ ,  $B_1$  y  $B_2$ . Esto si se hará para un ejemplo numérico.

### Ecuación de estator

Para derivar la ecuación de estator correspondiente al generador 1, primero se descompone la expresión (4.12) en su parte real y su parte imaginaria, como se muestra a continuación:

$$\begin{aligned} U_1 \cos \theta_1 + X_1'' i_{d1} \cos \delta_1 - X_1'' i_{q1} \sin \delta_1 - \psi_{d1}'' \omega_1 \cos \delta_1 - (-\psi_{q1}'') \omega_1 \sin \delta_1 &= 0 \\ U_1 \sin \theta_1 + X_1'' i_{d1} \sin \delta_1 + X_1'' i_{q1} \cos \delta_1 - \psi_{d1}'' \omega_1 \sin \delta_1 + (-\psi_{q1}'') \omega_1 \cos \delta_1 &= 0 \end{aligned} \quad (4.26)$$

Derivando las ecuaciones anteriores respecto a cada una de las variables, resulta:

$$\begin{aligned} &-\omega_1 \cos \delta_1 \Delta \psi_{d1}'' - \omega_1 \sin \delta_1 \Delta (-\psi_{q1}'') + X_1'' \cos \delta_1 \Delta i_{d1} - X_1'' \sin \delta_1 \Delta i_{q1} - \\ &-\left[ \psi_{d1}'' \cos \delta_1 + (-\psi_{q1}'') \sin \delta_1 \right] \Delta \omega_1 + \left[ \psi_{d1}'' \omega_1 \sin \delta_1 - (-\psi_{q1}'') \omega_1 \cos \delta_1 - \right. \\ &\quad \left. - X_1'' i_{d1} \sin \delta_1 - X_1'' i_{q1} \cos \delta_1 \right] \Delta \delta_1 - U_1 \sin \theta_1 \Delta \theta_1 + \cos \theta_1 \Delta U_1 = 0 \\ &-\omega_1 \sin \delta_1 \Delta \psi_{d1}'' + \omega_1 \cos \delta_1 \Delta (-\psi_{q1}'') + X_1'' \sin \delta_1 \Delta i_{d1} + X_1'' \cos \delta_1 \Delta i_{q1} + \\ &+ \left[ \psi_{d1}'' \sin \delta_1 + (-\psi_{q1}'') \cos \delta_1 \right] \Delta \omega_1 + \left[ -\psi_{d1}'' \omega_1 \cos \delta_1 - (-\psi_{q1}'') \omega_1 \sin \delta_1 + \right. \\ &\quad \left. + X_1'' i_{d1} \cos \delta_1 - X_1'' i_{q1} \sin \delta_1 \right] \Delta \delta_1 + U_1 \cos \theta_1 \Delta \theta_1 + \sin \theta_1 \Delta U_1 = 0 \end{aligned} \quad (4.27)$$

Debido a que en estado de estacionario la velocidad es igual a la velocidad nominal (en valores por unidad  $\omega_1 = 1$ ), de (4.26) se puede escribir:

$$\begin{aligned} -\psi_{d1}'' \cos \delta_1 - (-\psi_{q1}'') \sin \delta_1 &= -U_1 \cos \theta_1 - X_1'' i_{d1} \cos \delta_1 + X_1'' i_{q1} \sin \delta_1 \\ -\psi_{d1}'' \sin \delta_1 + (-\psi_{q1}'') \cos \delta_1 &= -U_1 \sin \theta_1 - X_1'' i_{d1} \sin \delta_1 - X_1'' i_{q1} \cos \delta_1 \end{aligned} \quad (4.28)$$

Además:

$$\begin{aligned} U_1 \sin \theta_1 &= \psi_{d1}'' \omega_1 \sin \delta_1 - (-\psi_{q1}'') \omega_1 \cos \delta_1 - X_1'' i_{d1} \sin \delta_1 - X_1'' i_{q1} \cos \delta_1 \\ -U_1 \cos \theta_1 &= -\psi_{d1}'' \omega_1 \cos \delta_1 - (-\psi_{q1}'') \omega_1 \sin \delta_1 + X_1'' i_{d1} \cos \delta_1 - X_1'' i_{q1} \sin \delta_1 \end{aligned} \quad (4.29)$$

Reemplazando (4.28) y (4.29) en (4.27), resulta:

$$\begin{aligned} &-\cos \delta_1 \Delta \psi_{d1}'' - \sin \delta_1 \Delta (-\psi_{q1}'') + X_1'' \cos \delta_1 \Delta i_{d1} - X_1'' \sin \delta_1 \Delta i_{q1} - (U_1 \cos \theta_1 + \\ &+ X_1'' i_{d1} \cos \delta_1 - X_1'' i_{q1} \sin \delta_1) \Delta \omega + U_{10} \sin \theta_1 \Delta \delta_1 - U_1 \sin \theta_1 \Delta \theta_1 + \cos \theta_1 \Delta U_1 = 0 \\ &-\sin \delta_1 \Delta \psi_{d1}'' + \cos \delta_1 \Delta (-\psi_{q1}'') + X_1'' \sin \delta_1 \Delta i_{d1} + X_1'' \cos \delta_1 \Delta i_{q1} - (U_1 \sin \theta_1 + \\ &+ X_1'' i_{d1} \sin \delta_1 + X_1'' i_{q1} \cos \delta_1) \Delta \omega - U_1 \cos \theta_1 \Delta \delta_1 + U_1 \cos \theta_1 \Delta \theta_1 + \sin \theta_1 \Delta U_1 = 0 \end{aligned} \quad (4.30)$$



Expresando (4.30) en forma matricial se tiene:

$$\begin{aligned} & \begin{bmatrix} -\cos\delta_1 & -\text{sen}\delta_1 \\ -\text{sen}\delta_1 & \cos\delta_1 \end{bmatrix} \left| \begin{array}{l} \Delta\psi''_{d1} \\ \Delta(-\psi''_{q1}) \end{array} \right| + \begin{bmatrix} -U_1\cos\theta_1 - X_1''(i_{d1}\cos\delta_1 - i_{q1}\text{sen}\delta_1) \\ -U_1\text{sen}\theta_1 - X_1''(i_{d1}\text{sen}\delta_1 + i_{q1}\cos\delta_1) \end{bmatrix} \left| \Delta\omega_1 \right| + \\ & + \begin{bmatrix} U_1\text{sen}\theta_1 \\ -U_1\cos\theta_1 \end{bmatrix} \left| \Delta\delta_1 \right| + \begin{bmatrix} X_1''\cos\delta_1 & -X_1''\text{sen}\delta_1 \\ X_1''\text{sen}\delta_1 & X_1''\cos\delta_1 \end{bmatrix} \left| \begin{array}{l} \Delta i_{d1} \\ \Delta i_{q1} \end{array} \right| + \begin{bmatrix} -U_1\text{sen}\theta_1 & \cos\theta_1 \\ U_1\cos\theta_1 & \text{sen}\theta_1 \end{bmatrix} \left| \begin{array}{l} \Delta\theta_1 \\ \Delta U_1 \end{array} \right| = 0 \end{aligned} \quad (4.31)$$

El flujo subtransitorio  $\psi''$ , la velocidad  $\omega$  y el ángulo  $\delta$  dependen de las variables de estado del generador, con lo cual se puede escribir:

$$\begin{aligned} \left| \begin{array}{l} \Delta\psi''_{d1} \\ \Delta(-\psi''_{q1}) \end{array} \right| &= A_{\psi''x_1} \left| \Delta x_1 \right| & \left| \Delta\omega_1 \right| &= A_{\omega x_1} \left| \Delta x_1 \right| & \left| \Delta\delta_1 \right| &= A_{\delta x_1} \left| \Delta x_1 \right| \end{aligned}$$

Las matrices  $A_{\psi''x_1}$ ,  $A_{\omega x_1}$  y  $A_{\delta x_1}$  dependen del modelo de generador empleado. Reemplazando las igualdades anteriores en la expresión (4.31), se tiene:

$$\begin{aligned} & \left\{ \begin{bmatrix} -\cos\delta_1 & -\text{sen}\delta_1 \\ -\text{sen}\delta_1 & \cos\delta_1 \end{bmatrix} A_{\psi''x_1} + \begin{bmatrix} -U_1\cos\theta_1 - X_1''(i_{d1}\cos\delta_1 - i_{q1}\text{sen}\delta_1) \\ -U_1\text{sen}\theta_1 - X_1''(i_{d1}\text{sen}\delta_1 + i_{q1}\cos\delta_1) \end{bmatrix} A_{\omega x_1} + \begin{bmatrix} U_1\text{sen}\theta_1 \\ -U_1\cos\theta_1 \end{bmatrix} A_{\delta x_1} \right\} \left| \Delta x_1 \right| + \\ & + \begin{bmatrix} X_1''\cos\delta_1 & -X_1''\text{sen}\delta_1 \\ X_1''\text{sen}\delta_1 & X_1''\cos\delta_1 \end{bmatrix} \left| \begin{array}{l} \Delta i_{d1} \\ \Delta i_{q1} \end{array} \right| + \begin{bmatrix} -U_1\text{sen}\theta_1 & \cos\theta_1 \\ U_1\cos\theta_1 & \text{sen}\theta_1 \end{bmatrix} \left| \begin{array}{l} \Delta\theta_1 \\ \Delta U_1 \end{array} \right| = 0 \end{aligned} \quad (4.32)$$

O bien:

$$\left[ c_{11} \right] \left| \Delta x_1 \right| + \left[ d_{11} \right] \left| \begin{array}{l} \Delta i_{d1} \\ \Delta i_{q1} \end{array} \right| + \left[ d_{21} \right] \left| \begin{array}{l} \Delta\theta_1 \\ \Delta U_1 \end{array} \right| = 0 \quad (4.33)$$

Procediendo de igual manera a la descrita para el generador 1, se obtiene la expresión para el generador 2 partiendo de (4.13).

$$\begin{aligned} & \left\{ \begin{bmatrix} -\cos\delta_3 & -\text{sen}\delta_3 \\ -\text{sen}\delta_3 & \cos\delta_3 \end{bmatrix} A_{\psi''x_3} + \begin{bmatrix} -U_3\cos\theta_3 - X_3''(i_{d3}\cos\delta_3 - i_{q3}\text{sen}\delta_3) \\ -U_3\text{sen}\theta_3 - X_3''(i_{d3}\text{sen}\delta_3 + i_{q3}\cos\delta_3) \end{bmatrix} A_{\omega x_3} + \begin{bmatrix} U_3\text{sen}\theta_3 \\ -U_3\cos\theta_3 \end{bmatrix} A_{\delta x_3} \right\} \left| \Delta x_3 \right| + \\ & \begin{bmatrix} X_3''\cos\delta_3 & -X_3''\text{sen}\delta_3 \\ X_3''\text{sen}\delta_3 & X_3''\cos\delta_3 \end{bmatrix} \left| \begin{array}{l} \Delta i_{d3} \\ \Delta i_{q3} \end{array} \right| + \begin{bmatrix} -U_3\text{sen}\theta_3 & \cos\theta_3 \\ U_3\cos\theta_3 & \text{sen}\theta_3 \end{bmatrix} \left| \begin{array}{l} \Delta\theta_3 \\ \Delta U_3 \end{array} \right| = 0 \end{aligned} \quad (4.34)$$

O bien:

$$\left[ c_{122} \right] \left| \Delta x_3 \right| + \left[ d_{122} \right] \left| \begin{array}{l} \Delta i_{d3} \\ \Delta i_{q3} \end{array} \right| + \left[ d_{223} \right] \left| \begin{array}{l} \Delta\theta_3 \\ \Delta U_3 \end{array} \right| = 0 \quad (4.35)$$

De (4.33) y (4.35), la linealización de  $g_1$  puede expresarse como:

$$\left[ \begin{array}{c|c} c_{11} & 0 \\ \hline 0 & c_{122} \end{array} \right] \left| \begin{array}{l} \Delta x_1 \\ \Delta x_3 \end{array} \right| + \left[ \begin{array}{c|c} d_{11} & 0 \\ \hline 0 & d_{122} \end{array} \right] \left| \begin{array}{l} \Delta \hat{i}_{g1} \\ \Delta \hat{i}_{g3} \end{array} \right| + \left[ \begin{array}{c|c|c} d_{21} & 0 & 0 \\ \hline 0 & 0 & d_{223} \end{array} \right] \left| \begin{array}{l} \Delta \hat{U}_1 \\ \Delta \hat{U}_2 \\ \Delta \hat{U}_3 \end{array} \right| = 0 \quad (4.36)$$



Donde:

$$\Delta \hat{I}_{gi} = \begin{bmatrix} \Delta i_{di} \\ \Delta i_{qi} \end{bmatrix} \quad y \quad \Delta \hat{U}_i = \begin{bmatrix} \Delta \theta_i \\ \Delta U_i \end{bmatrix}$$

En forma compacta, como se ha expresado en (4.5), resulta:

$$C_1 \Delta x + D_1 \Delta \hat{I}_g + D_2 \Delta \hat{U} = 0 \quad (4.37)$$

### Ecuación de red

De igual modo como se procedió para el caso de  $g_1$ , la linealización de  $g_2$  se realiza a partir de la derivación de las expresiones (4.21), (4.22) y (4.23).

La derivada de (4.21) para el nodo 1, resulta:

$$\begin{aligned} & \left[ e^{j\theta_1} (i_{d1} - j i_{q1}) e^{-j(\delta_1 - \pi/2)} - 2U_1 Y_{11} e^{-j\alpha_{11}} - e^{j\theta_1} U_2 e^{-j\theta_2} Y_{12} e^{-j\alpha_{12}} \right] \Delta U_1 + \\ & + \left[ jU_1 e^{j\theta_1} (i_{d1} - j i_{q1}) e^{-j(\delta_1 - \pi/2)} - jU_1 e^{j\theta_1} U_2 e^{-j\theta_2} Y_{12} e^{-j\alpha_{12}} \right] \Delta \theta_1 + \\ & + \left[ -U_1 e^{j\theta_1} e^{-j\theta_2} Y_{12} e^{-j\alpha_{12}} \right] \Delta U_2 + \left[ jU_1 e^{j\theta_1} U_2 e^{-j\theta_2} Y_{12} e^{-j\alpha_{12}} \right] \Delta \theta_2 + \\ & + \left[ U_1 e^{j\theta_1} e^{-j(\delta_1 - \pi/2)} \right] \Delta i_{d1} + \left[ -jU_1 e^{j\theta_1} e^{-j(\delta_1 - \pi/2)} \right] \Delta i_{q1} + \\ & + \left[ -jU_1 e^{j\theta_1} (i_{d1} - j i_{q1}) e^{-j(\delta_1 - \pi/2)} \right] \Delta \delta_1 = 0 \end{aligned} \quad (4.38)$$

Expresando la ecuación anterior en forma matricial:

$$\begin{aligned} & \left[ -jU_1 e^{j\theta_1} (i_{d1} - j i_{q1}) e^{-j(\delta_1 - \pi/2)} \right] \Delta \delta_1 + \left[ U_1 e^{j\theta_1} e^{-j(\delta_1 - \pi/2)} \quad -jU_1 e^{j\theta_1} e^{-j(\delta_1 - \pi/2)} \right] \begin{bmatrix} \Delta i_{d1} \\ \Delta i_{q1} \end{bmatrix} + \\ & + \left[ jU_1 e^{j\theta_1} (i_{d1} - j i_{q1}) e^{-j(\delta_1 - \pi/2)} - jU_1 e^{j\theta_1} U_2 e^{-j\theta_2} Y_{12} e^{-j\alpha_{12}} \quad \dots \right. \\ & \dots \left. e^{j\theta_1} (i_{d1} - j i_{q1}) e^{-j(\delta_1 - \pi/2)} - 2U_1 Y_{11} e^{-j\alpha_{11}} - e^{j\theta_1} U_2 e^{-j\theta_2} Y_{12} e^{-j\alpha_{12}} \right] \begin{bmatrix} \Delta \theta_1 \\ \Delta U_1 \end{bmatrix} + \\ & + \left[ jU_1 e^{j\theta_1} U_2 e^{-j\theta_2} Y_{12} e^{-j\alpha_{12}} \quad -U_1 e^{j\theta_1} e^{-j\theta_2} Y_{12} e^{-j\alpha_{12}} \right] \begin{bmatrix} \Delta \theta_2 \\ \Delta U_2 \end{bmatrix} = 0 \end{aligned} \quad (4.39)$$

Nuevamente, como:

$$|\Delta \delta_1| = A_{\delta x_1} |\Delta x_1|$$

Se tiene entonces:

$$\left[ c_{2,1} \right] |\Delta x_1| + \left[ d_{3,1} \right] \Delta \hat{I}_{g1} + \left[ d_{4,11} \right] \Delta \hat{U}_1 + \left[ d_{4,12} \right] \Delta \hat{U}_2 = 0 \quad (4.40)$$

Procediendo de la misma manera para el nodo 3, se tiene:



$$\begin{aligned}
 & \left[ -jU_3 e^{j\theta_3} (i_{d3} - j i_{q3}) e^{-j(\delta_3 - \pi/2)} \right] \left| \begin{array}{c} \Delta \delta_3 \\ \Delta i_{d3} \\ \Delta i_{q3} \end{array} \right| + \\
 & + \left[ jU_3 e^{j\theta_3} U_2 e^{-j\theta_2} Y_{32} e^{-j\alpha_{32}} \quad -U_3 e^{j\theta_3} e^{-j\theta_2} Y_{32} e^{-j\alpha_{32}} \right] \left| \begin{array}{c} \Delta \theta_2 \\ \Delta U_2 \end{array} \right| + \\
 & + \left[ jU_3 e^{j\theta_3} (i_{d3} - j i_{q3}) e^{-j(\delta_3 - \pi/2)} - jU_3 e^{j\theta_3} U_2 e^{-j\theta_2} Y_{32} e^{-j\alpha_{32}} \quad \dots \right. \\
 & \left. \dots e^{j\theta_3} (i_{d3} - j i_{q3}) e^{-j(\delta_3 - \pi/2)} - 2U_3 Y_{33} e^{-j\alpha_{33}} - e^{j\theta_3} U_2 e^{-j\theta_2} Y_{32} e^{-j\alpha_{32}} \right] \left| \begin{array}{c} \Delta \theta_3 \\ \Delta U_3 \end{array} \right| = 0
 \end{aligned} \tag{4.41}$$

O bien en forma compacta:

$$\left[ c_{232} \right] \left| \Delta x_3 \right| + \left[ d_{332} \right] \Delta \hat{I}_{g3} + \left[ d_{432} \right] \Delta \hat{U}_2 + \left[ d_{433} \right] \Delta \hat{U}_3 = 0 \tag{4.42}$$

La derivada de la ecuación de balance de potencia en el nodo 2, al no existir un generador en este, no depende de variables de estado ni de corrientes, solo de las tensiones de los nodos vinculados a este, según:

$$\begin{aligned}
 & \left[ jU_2 e^{j\theta_2} U_1 e^{-j\theta_1} Y_{21} e^{-j\alpha_{21}} \quad -U_2 e^{j\theta_2} e^{-j\theta_1} Y_{21} e^{-j\alpha_{21}} \right] \left| \begin{array}{c} \Delta \theta_1 \\ \Delta U_1 \end{array} \right| + \\
 & + \left[ -jU_2 e^{j\theta_2} U_1 e^{-j\theta_1} Y_{21} e^{-j\alpha_{21}} - jU_2 e^{j\theta_2} U_3 e^{-j\theta_3} Y_{23} e^{-j\alpha_{23}} \quad \dots \right. \\
 & \left. \dots -e^{j\theta_2} U_1 e^{-j\theta_1} Y_{21} e^{-j\alpha_{21}} - 2U_2 Y_{22} e^{-j\alpha_{22}} - e^{j\theta_2} U_3 e^{-j\theta_3} Y_{23} e^{-j\alpha_{23}} \right] \left| \begin{array}{c} \Delta \theta_2 \\ \Delta U_2 \end{array} \right| + \\
 & + \left[ jU_2 e^{j\theta_2} U_3 e^{-j\theta_3} Y_{23} e^{-j\alpha_{23}} \quad -U_2 e^{j\theta_2} e^{-j\theta_3} Y_{23} e^{-j\alpha_{23}} \right] \left| \begin{array}{c} \Delta \theta_3 \\ \Delta U_3 \end{array} \right| = 0
 \end{aligned} \tag{4.43}$$

Siendo su forma compacta:

$$\left[ d_{421} \right] \Delta \hat{U}_1 + \left[ d_{422} \right] \Delta \hat{U}_2 + \left[ d_{423} \right] \Delta \hat{U}_3 = 0 \tag{4.44}$$

Combinando (4.40), (4.42) y (4.44),  $g_2$  queda expresada como:

$$\left[ \begin{array}{c|c} c_{211} & 0 \\ \hline 0 & 0 \\ \hline 0 & c_{232} \end{array} \right] \left| \begin{array}{c} \Delta x_1 \\ \Delta x_3 \end{array} \right| + \left[ \begin{array}{c|c} d_{311} & 0 \\ \hline 0 & 0 \\ \hline 0 & d_{332} \end{array} \right] \left| \begin{array}{c} \Delta \hat{I}_{g1} \\ \Delta \hat{I}_{g3} \end{array} \right| + \left[ \begin{array}{c|c|c} d_{411} & d_{412} & 0 \\ \hline d_{421} & d_{422} & d_{423} \\ \hline 0 & d_{432} & d_{433} \end{array} \right] \left| \begin{array}{c} \Delta \hat{U}_1 \\ \Delta \hat{U}_2 \\ \Delta \hat{U}_3 \end{array} \right| = 0 \tag{4.45}$$

En forma compacta, como se ha expresado en (4.5), resulta:

$$C_2 \Delta x + D_3 \Delta \hat{I}_g + D_4 \Delta \hat{U} = 0 \tag{4.46}$$

#### 4.3.5. Ejemplo numérico

Para el ejemplo numérico se plantea el sistema de la Figura 42. Este sistema está compuesto por dos generadores que alimentan una carga a través de dos vínculos. Cada generador posee un transformador asociado. La carga consiste en una demanda de potencia constante de 200 MW y 65,7 MVar (correspondientes a un factor de potencia 0,95). Se considera que el generador 1 se encuentra aportando 150 MW, mientras que el generador 2 cumple la función de balance del flujo de carga. Por lo tanto, el generador 2 se encuentra entregando 50 MW más la potencia de pérdidas de todo el sistema en estudio.

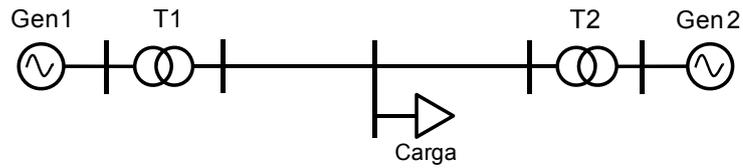


Figura 42: Sistema de dos generadores y una carga.

Ambos generadores poseen una potencia nominal de 230 MVA y una tensión nominal de 15 kV. El modelo utilizado para representar el comportamiento dinámico del generador es el modelo de rotor liso con tres arrollamientos amortiguadores (uno en el eje  $d$  y dos en el eje  $q$ ) más un arrollamiento de campo, el cual fue presentado en el Capítulo 3. La saturación del generador se representa mediante una función cuadrática. Los parámetros de estos modelos en por unidad de los valores nominales de potencia y tensión se muestran a continuación:

$$\begin{array}{cccc}
 X_d = 1,67 & X_q = 1,67 & X'_d = 0,185 & X'_q = 0,368 \\
 X''_d = 0,12 & X''_q = 0,12 & X_l = 0,085 & T'_{do} = 6,5 \\
 T'_{qo} = 0,97 & T''_{do} = 0,07 & H = 3,7 & D = 0 \\
 S(1,0) = 0,1 & S(1,2) = 0,45 & & 
 \end{array}$$

Para el caso del generador 1 también se modela su sistema de excitación y su estabilizador de sistema de potencia.

El sistema de excitación posee una excitatriz de CC (IEEE tipo 1 [37]) cuyo modelo se muestra en la Figura 43, siendo sus parámetros de ajuste:

$$\begin{array}{cccc}
 T_R = 0,06 & K_A = 40 & K_E = -0,05 & T_E = 0,5 \\
 K_F = 0,1 & T_F = 1 & E_1 = 3,365 & S_E(E_1) = 0,22 \\
 E_2 = 4.487 & S_E(E_2) = 0.95 & & 
 \end{array}$$

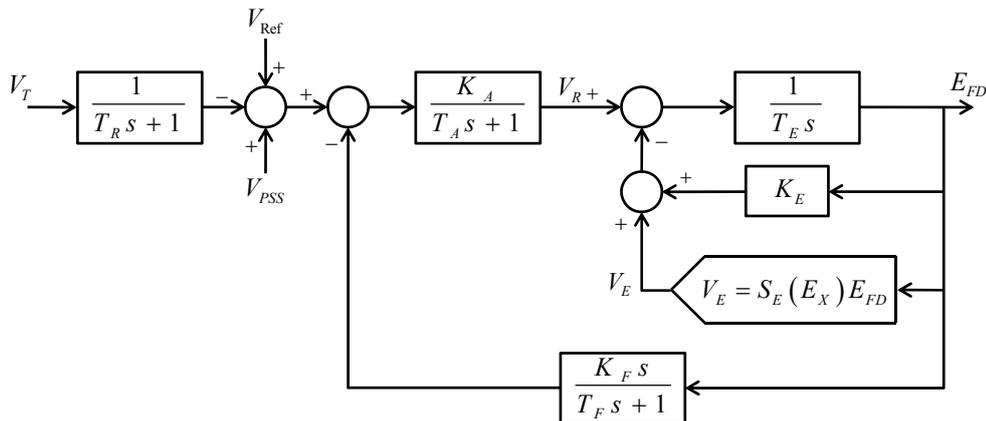


Figura 43: Modelo Empleado de RAT.

El estabilizar de sistema de potencia que se emplea se basa en la medición del desvío de la velocidad (PSS tipo PSS1A [37]). Su modelo se muestra en la Figura 44 y sus parámetros de ajuste se presentan a continuación:

$$\begin{array}{cccc}
 T_1 = 0,5 & T_2 = 0,02 & T_3 = 3 & T_4 = 5,4 \\
 T_5 = 10 & T_6 = 10 & K_S = 10 & 
 \end{array}$$

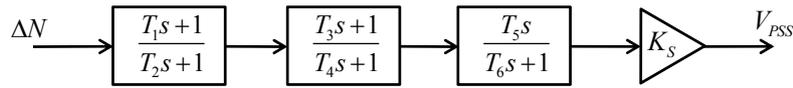


Figura 44: Modelo empleado de PSS.

Cada transformador posee una impedancia de  $0+j0,15$  p.u., una potencia nominal de 300 MVA y relación de tensiones 15/500 kV. Se considera que el cambiador automático de tomas del transformador se encuentra en su posición nominal (relación 1:1 p.u.).

Las líneas que interconectan los generadores y la carga son de 500 kV de tensión nominal. Los parámetros de cada una de ellas son  $r=0,01$ pu y  $X=j0,1$  p.u. con bases 100 MVA y 500 kV, correspondientes a una longitud de 100 km. No se considera la susceptancia capacitiva de las mismas.

Considerando en forma conjunta las impedancias de cada transformador y la línea vinculada a este, es posible eliminar dos de los cinco nodos del sistema resultando un circuito equivalente igual al mostrado en la Figura 41 y que se repite en la Figura 45.

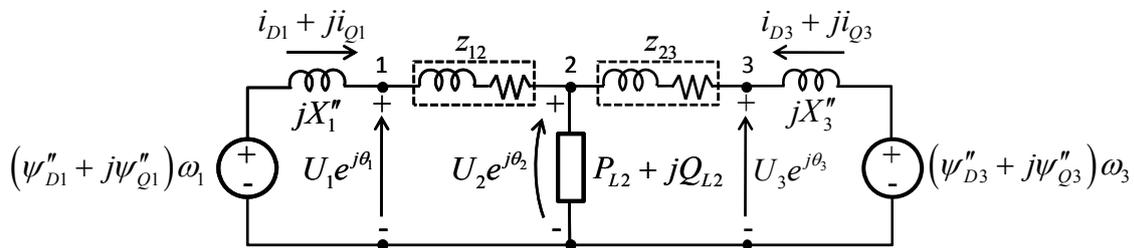


Figura 45: Circuito equivalente del caso de estudio.

Resolviendo el flujo de carga se obtienen los valores de tensión (en módulo y ángulo) en los nodos y la potencia activa y reactiva entregada por cada generador, resultando:

|                               |                          |                        |                          |
|-------------------------------|--------------------------|------------------------|--------------------------|
| <i>Gen1</i> : $U_1 = 1,05$    | $\theta_1 = 8,20^\circ$  | $P_{Gen1} = 150MW$     | $Q_{Gen1} = 57,8215MVar$ |
| <i>Gen2</i> : $U_3 = 1,05$    | $\theta_3 = 0^\circ$     | $P_{Gen2} = 52,8265MW$ | $Q_{Gen2} = 50,2750MVar$ |
| <i>Carga</i> : $U_2 = 0,9757$ | $\theta_2 = -4,15^\circ$ | $P_{L2} = 200MW$       | $Q_{L2} = 65,7MVar$      |

La construcción del sistema matricial de ecuaciones diferenciales se realiza en base a las expresiones de las derivadas de cada unas de las variables de estado de los modelos empleados, las cuales se detallan en el Apéndice A. Los generadores poseen seis variables de estado, mientras que el RAT posee cuatro y el PSS cuenta con tres. Esto resulta en un total de diecinueve variables de estado que describen el comportamiento dinámico del sistema propuesto. El vector de variables de estado y su ordenamiento se muestran en la expresión (4.47). Las variables algebraicas corriente y tensión se muestran en las expresiones (4.48) y (4.49) respectivamente. Las corrientes se expresan en sus componentes reales e imaginarias, mientras que las tensiones están representadas por su módulo y ángulo.

$$\begin{vmatrix} \Delta x_1 \\ \Delta x_3 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} \Delta x_{1 Gen1} & \Delta x_{2 Gen1} & \Delta x_{3 Gen1} & \Delta x_{4 Gen1} & \Delta x_{5 Gen1} & \Delta x_{6 Gen1} & \Delta x_{1 Rat1} & \Delta x_{2 Rat1} & \Delta x_{3 Rat1} & \Delta x_{4 Rat1} & \dots \end{vmatrix} \quad (4.47)$$

$$\dots \begin{vmatrix} \Delta x_{1 Pss1} & \Delta x_{2 Pss1} & \Delta x_{3 Pss1} & \Delta x_{1 Gen2} & \Delta x_{2 Gen2} & \Delta x_{3 Gen2} & \Delta x_{4 Gen2} & \Delta x_{5 Gen2} & \Delta x_{6 Gen2} \end{vmatrix}^T$$

$$\begin{vmatrix} \Delta \hat{I}_{g1} \\ \Delta \hat{I}_{g3} \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} \Delta i_{d1} & \Delta i_{q1} & \Delta i_{d3} & \Delta i_{q3} \end{vmatrix}^T \quad (4.48)$$





$$\begin{aligned}
 & \begin{bmatrix} -0,0348 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0,0722 & 0 & 0 \\ -1,24228 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1,7578 & 0 & 0 \\ -0,03008 & -0,0560 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ \hline 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ \hline 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -0,0348 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0,0722 \\ 0 & 0 & -1,24228 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1,7578 \\ 0 & 0 & -0,01268 & -0,06198 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ \hline 0 & 16,6667 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ \hline 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ \hline 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta \hat{U}_1 \\ \Delta \hat{U}_2 \\ \Delta \hat{U}_3 \end{bmatrix} \quad (4.50)
 \end{aligned}$$

Computando las expresiones (4.36) y (4.45) se obtiene los sistemas de ecuaciones linealizadas correspondientes a las ecuaciones de estator y de red respectivamente. Las expresiones de  $A_{\psi'x}$ ,  $A_{\omega x}$  y  $A_{\delta x}$  para este ejemplo numérico resultan:

$$\begin{aligned}
 A_{\psi'x1} &= \begin{bmatrix} \frac{L_d'' - L_l}{L_d' - L_l} & 0 & \frac{L_d' - L_d''}{L_d' - L_l} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{L_q'' - L_l}{L_q' - L_l} & 0 & \frac{L_q' - L_q''}{L_q' - L_l} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \\
 &= \begin{bmatrix} 0,3500 & 0 & 0,6500 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0,1237 & 0 & 0,8763 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (4.51)
 \end{aligned}$$

$$A_{\delta x1} = [0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 1 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0] \quad (4.52)$$

$$A_{\omega x1} = [0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 1 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0] \quad (4.53)$$

$$\begin{aligned}
 A_{\psi'x2} &= \begin{bmatrix} \frac{L_d'' - L_l}{L_d' - L_l} & 0 & \frac{L_d' - L_d''}{L_d' - L_l} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{L_q'' - L_l}{L_q' - L_l} & 0 & \frac{L_q' - L_q''}{L_q' - L_l} & 0 & 0 \end{bmatrix} \\
 &= \begin{bmatrix} 0,3500 & 0 & 0,6500 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0,1237 & 0 & 0,8763 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (4.54)
 \end{aligned}$$

$$A_{\delta x2} = [0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 1] \quad (4.55)$$

$$A_{\omega x2} = [0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 1 \ 0] \quad (4.56)$$

Finalmente las expresiones linealizadas de  $g_1$  y  $g_2$  resultantes se muestran en (4.57) y (4.58).



$$\begin{aligned}
 & \begin{bmatrix} -0,2667 & -0,0801 & -0,4953 & -0,5675 & -1,0470 & 0,1498 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \dots \\ -0,2267 & 0,0942 & -0,4210 & 0,6677 & -0,1836 & -1,0393 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \dots \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \dots \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \dots \\ \dots & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \dots \\ \dots & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \dots \\ \dots & -0,3411 & -0,0277 & -0,6335 & -0,1963 & -1,0609 & 0 & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ \dots & -0,0784 & 0,1205 & -0,1456 & 0,8541 & -0,0114 & -1,0500 & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \end{bmatrix} \begin{matrix} \Delta x_1 \\ \Delta x_3 \end{matrix} + \\
 & + \begin{bmatrix} 0,0398 & -0,0338 & 0 & 0 \\ 0,0338 & 0,0398 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0,0508 & -0,0117 \\ 0 & 0 & 0,0117 & 0,0508 \end{bmatrix} \begin{matrix} \Delta \hat{U}_{g1} \\ \Delta \hat{U}_{g3} \end{matrix} + \begin{bmatrix} -0,1498 & 0,9898 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1,0393 & 0,1426 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1,000 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1,0500 & 0 \end{bmatrix} \begin{matrix} \Delta \hat{U}_1 \\ \Delta \hat{U}_2 \\ \Delta \hat{U}_3 \end{matrix} = 0 \tag{4.57}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 & \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0,5782 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1,5000 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0,5028 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -0,5283 \end{bmatrix} \begin{matrix} \Delta x_1 \\ \Delta x_3 \end{matrix} + \\
 & + \begin{bmatrix} 0,5590 & 0,8888 & 0 & 0 \\ 0,8889 & -0,5590 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0,2352 & 1,0233 \\ 0 & 0 & 1,0233 & -0,2352 \end{bmatrix} \begin{matrix} \Delta \hat{U}_{g1} \\ \Delta \hat{U}_{g3} \end{matrix} + \begin{bmatrix} -7,3175 & -0,4640 & 6,7393 & -1,0367 & 0 & 0 \\ 0,4885 & -6,969 & 1,0115 & 6,9071 & 0 & 0 \\ 6,5454 & 1,8068 & -13,2944 & 1,1852 & 6,7490 & 0,8993 \\ -1,8972 & 6,2337 & 2,8413 & -12,2780 & -0,9442 & 6,4277 \\ 0 & 0 & 6,8146 & -0,0409 & -7,3174 & -0,4641 \\ 0 & 0 & 0,0399 & 6,9844 & 0,4883 & -6,9691 \end{bmatrix} \begin{matrix} \Delta \hat{U}_1 \\ \Delta \hat{U}_2 \\ \Delta \hat{U}_3 \end{matrix} = 0 \tag{4.58}
 \end{aligned}$$

Eliminando las variables algebraicas  $\hat{U}_g$  y  $\hat{U}$  se obtiene la matriz de estado  $A_{sist}$ , la cual se presenta a continuación:

$$A_{sist} = \begin{bmatrix} -1,7483 & -0,0142 & 1,2817 & -0,1003 & -0,0557 & -0,0654 & 0 & 0 & 0,1538 & 0 & \dots \\ -0,2659 & -5,2928 & -0,4938 & 3,4088 & -0,0933 & 0,1210 & 0 & 0 & 0 & 0 & \dots \\ 27,7970 & 0,0087 & -30,0096 & 0,0616 & -1,9904 & -2,3360 & 0 & 0 & 0 & 0 & \dots \\ 0,1770 & 13,6568 & 0,3288 & -18,7422 & -2,2732 & 2,9480 & 0 & 0 & 0 & 0 & \dots \\ -0,0432 & 0,0113 & -0,0802 & 0,0803 & -0,0639 & -0,1504 & 0 & 0 & 0 & 0 & \dots \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 314,1593 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \dots \\ 4,5258 & 0,9368 & 8,4051 & 6,6380 & 15,9301 & -0,6079 & -16,6667 & 0 & 0 & 0 & \dots \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 55555,5556 & 0 & -400,0000 & -10,0000 & -40,0000 & 400,0000 & \dots \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 2,0000 & 0,1000 & 0 & \dots \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0,1000 & -1,0000 & \dots \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -24,0000 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \dots \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 11,1111 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \dots \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 138,8889 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \dots \\ 0,0343 & 0,0052 & 0,0637 & 0,0368 & 0,1124 & 0,0101 & 0 & 0 & 0 & 0 & \dots \\ -0,0357 & 0,0149 & -0,0663 & 0,1059 & -0,0285 & -0,1672 & 0 & 0 & 0 & 0 & \dots \\ 1,2256 & 0,1854 & 2,2760 & 1,3140 & 4,0168 & 0,3612 & 0 & 0 & 0 & 0 & \dots \\ -0,8693 & 0,3638 & -1,6144 & 2,5779 & -0,6935 & -4,0726 & 0 & 0 & 0 & 0 & \dots \\ 0,0431 & -0,0109 & 0,0800 & -0,0774 & 0,0653 & 0,1471 & 0 & 0 & 0 & 0 & \dots \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \dots \end{bmatrix}$$



$$\begin{array}{cccc|cccccc}
 \dots & 0 & 0 & 0 & 0,0357 & -0,0051 & 0,0664 & -0,0361 & 0,0965 & 0,0654 \\
 \dots & 0 & 0 & 0 & 0,0247 & 0,0160 & 0,0459 & 0,1133 & 0,1025 & -0,1210 \\
 \dots & 0 & 0 & 0 & 1,2770 & -0,1820 & 2,3716 & -1,2899 & 3,4481 & 2,3360 \\
 \dots & 0 & 0 & 0 & 0,6023 & 0,3895 & 1,1185 & 2,7601 & 2,4970 & -2,9480 \\
 \dots & 0 & 0 & 0 & 0,0117 & -0,0168 & 0,0217 & -0,1191 & 0,0038 & 0,1504 \\
 \dots & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
 \dots & 0 & 0 & 0 & 0,9153 & -0,0053 & 1,6999 & -0,0374 & 2,7009 & 0,6079 \\
 \dots & 111111,1111 & 740,7407 & -40,0000 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
 \dots & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
 \dots & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
 \dots & -50,0000 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
 \dots & 22,2222 & -0,1852 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
 \dots & 277,7778 & 1,8519 & -0,1000 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
 \dots & 0 & 0 & 0 & -1,7647 & -0,0086 & 1,2514 & -0,0613 & -0,0713 & -0,0101 \\
 \dots & 0 & 0 & 0 & -0,1316 & -5,2480 & -0,2445 & 3,7266 & -0,0637 & 0,1672 \\
 \dots & 0 & 0 & 0 & 27,7557 & -0,0723 & -30,0863 & -0,5126 & -2,5481 & -0,3612 \\
 \dots & 0 & 0 & 0 & -0,1475 & 13,6774 & -0,2739 & -18,5957 & -1,5508 & 4,0726 \\
 \dots & 0 & 0 & 0 & -0,0110 & 0,0165 & -0,0204 & 0,1167 & -0,0024 & -0,1471 \\
 \dots & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 314,1593 & 0
 \end{array} \tag{4.59}$$

Como se ve claramente en la matriz (4.59), las derivadas de las variables de estado de una planta no solo dependen de sus propias variables de estado sino que también dependen de las variables de estado de las otras plantas existentes en el sistema.

Se calculan los autovalores de la matriz  $A_{sist}$  y posteriormente la frecuencia y el coeficiente de amortiguamiento. Los resultados se muestran en la Tabla 4-I. Aquellos autovalores que son complejos conjugados constituyen los modos de oscilación del sistema, pudiéndose identificar para este caso tres de estos:

Modo 1 : 1,0267 Hz      Amortiguamiento : 64,24%  
 Modo 2 : 1,4100 Hz      Amortiguamiento : 9,22%  
 Modo 3 : 0,1166 Hz      Amortiguamiento : 57,58%

**Tabla 4-I:** Autovalores del Sistema

| Parte Real | Parte Imaginaria | Amortiguamiento | Frecuencia [Hz] |
|------------|------------------|-----------------|-----------------|
| -50,0126   | 0,0000           | -               | -               |
| -33,3590   | 0,0000           | -               | -               |
| -29,4162   | 0,0000           | -               | -               |
| -23,0647   | 0,0000           | -               | -               |
| -19,5221   | 0,0000           | -               | -               |
| -15,6307   | 0,0000           | -               | -               |
| -5,4073    | ±6,4509          | 0,6424          | 1,0267          |
| -2,7340    | 0,0000           | -               | -               |
| -1,3798    | 0,0000           | -               | -               |
| -0,8204    | ±8,8594          | 0,0922          | 1,4100          |
| -0,5241    | 0,0000           | -               | -               |
| -0,5160    | ±0,7328          | 0,5758          | 0,1166          |
| -0,1971    | 0,0000           | -               | -               |
| -0,0781    | 0,0000           | -               | -               |
| 0,0000     | 0,0000           | -               | -               |
| 0,0000     | 0,0000           | -               | -               |

#### 4.3.6. Comparación de resultados con un programa comercial

Para comprobar la validez del método propuesto, se comparan los resultados obtenidos con los arrojados por un programa comercial. El simulador de sistemas de potencia empleado es el programa PSS/E® (SIEMENS-PTI), el cual es conocido mundialmente. Además, este programa es utilizado actualmente en la Argentina, para la realización de los estudios en estado estacionario y dinámico del Sistema Argentino de Interconexión (SADI).



El caso simulado se corresponde con el circuito de la Figura 45 utilizando los datos correspondientes a cada elemento. Resuelto el flujo de carga, se procede a la preparación del sistema para poder realizar la simulación dinámica. Esta preparación consiste, por un lado, en la conversión de los generadores en fuentes de corriente cuya impedancia de salida corresponde a impedancia de estator elegida (en este caso reactancia de estator =  $X''$ ) y por otro lado, la conversión de la carga en corriente, impedancia o potencia constante en la proporción que corresponda. Para este caso se utiliza una carga 100% potencia constante.

Los modelos empleados para la representación de los distintos elementos de cada una de las dos plantas se corresponden a modelos estándar de la propia librería del programa. Los generadores se representan con el modelo "GENROU", el cual se corresponde con el presentado en el Capítulo 3 para el caso de rotor liso. El RAT y el PSS se representan mediante los modelos "IEEET1" e "IEEEST" respectivamente, los cuales coinciden en su estructura con los mostrados en la Figura 43 y Figura 44. Los parámetros de ajustes de estos modelos son los enunciados en el inciso anterior.

El programa PSS/E calcula la matriz de estado mediante la aplicación de una perturbación porcentual en cada una de las variables de estado, para luego obtener las derivadas que genera cada una de dichas perturbaciones. Este método se denomina Método Incremental y puede verse afectado por ciertas alinealidades en los modelos tales como los limitadores de máxima o mínima, características de saturación, funciones trigonométricas u otra función alineal, etc. Para evitar estos inconvenientes, la base de datos a emplear debe ser modificada. El proceso de modificación/adecuación de la base de datos para análisis modal se describe en [43]. El valor de la perturbación empleada para el cálculo de la matriz en este caso fue del 1%. Este valor del 1% resulta del compromiso entre una perturbación muy pequeña que puede generar derivadas pequeñas y por ende ser enmascaradas por el error numérico, y una perturbación muy grande que puede falsear el valor de las derivadas cuando la perturbación generada pasa por una alinealidad en el proceso de propagación, por ejemplo, la saturación de generadores. Una comparación del efecto de utilizar distintos valores de perturbación puede verse en [44].

En el procedimiento de cálculo de la matriz de estado, el PSS/E no tiene en cuenta la propagación de la perturbación en la variable "velocidad" en las ecuaciones del estator. Estas ecuaciones las resuelve mediante el flujo de carga a velocidad constante.

Aplicando un post-procesamiento (Módulo Lsysan del programa PSS/E [45]) a la matriz de estado obtenida, se encuentran los autovalores de la misma, ver Tabla 4-II, y por los tanto se hallan los modos de oscilación del sistema, los cuales resultan:

|                    |                          |
|--------------------|--------------------------|
| Modo 1 : 1,0249 Hz | Amortiguamiento : 60,93% |
| Modo 2 : 1,4137 Hz | Amortiguamiento : 8,70%  |
| Modo 3 : 0,1158 Hz | Amortiguamiento : 58,22% |

Como se aprecia, los modos 1, 2 y 3 coinciden con los calculados con el método propuesto. En el cálculo realizado mediante el PSS/E aparece un autovalor con parte real positiva, el cual no se corresponde con un polo real del sistema, ya que este lo haría inestable. Este autovalor aparece debido al método incremental de cálculo de la matriz y el valor de la perturbación empleada [46].

En la Figura 46 se muestra una comparación gráfica de los autovalores obtenidos por ambos métodos.



Tabla 4-II: Autovalores obtenidos mediante PSS/E

| Parte Real | Parte Imaginaria | Amortiguamiento | Frecuencia [Hz] |
|------------|------------------|-----------------|-----------------|
| -50,5150   | 0,0000           | -               | -               |
| -33,3400   | 0,0000           | -               | -               |
| -29,4190   | 0,0000           | -               | -               |
| -22,9590   | 0,0000           | -               | -               |
| -18,8680   | 0,0000           | -               | -               |
| -16,8840   | 0,0000           | -               | -               |
| -4,9484    | ±6,4397          | 0,6093          | 1,0249          |
| -2,7564    | 0,0000           | -               | -               |
| -1,4067    | 0,0000           | -               | -               |
| -0,7760    | ±8,8828          | 0,0870          | 1,4137          |
| -0,5210    | ±0,7276          | 0,5822          | 0,1158          |
| -0,5195    | 0,0000           | -               | -               |
| -0,3088    | 0,0000           | -               | -               |
| -0,1813    | 0,0000           | -               | -               |
| -0,1021    | 0,0000           | -               | -               |
| 0,2514     | 0,0000           | -               | -               |

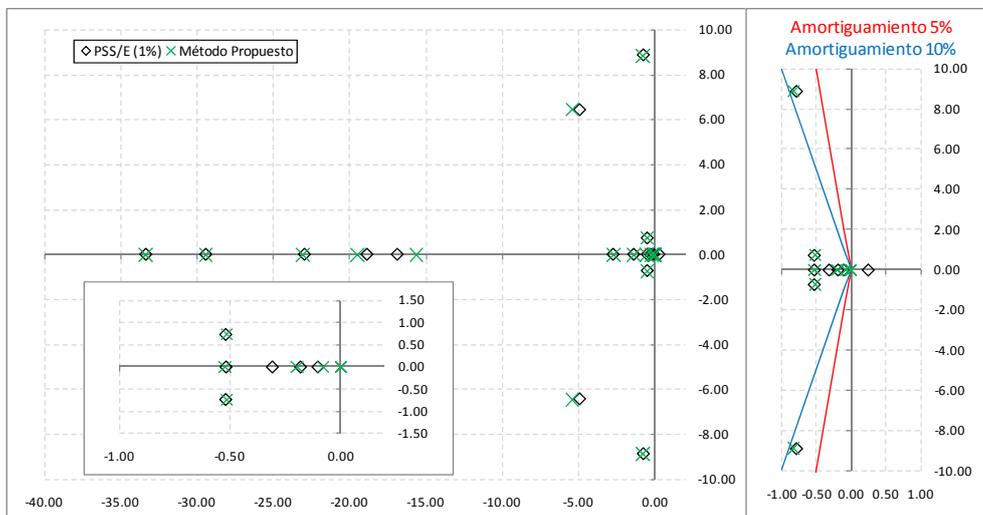


Figura 46: Comparación de los autovalores calculados mediante el método propuesto y mediante PSS/E.

#### 4.4. Sistema con múltiples máquinas

A continuación se describen las ecuaciones en forma generalizada para un conjunto de  $m$  máquinas interconectadas mediante un sistema con  $n$  nodos.

##### Ecuaciones diferenciales

Debido a que las ecuaciones diferenciales están asociadas a los modelos particulares empleados para representar cada una de las máquinas y/o los controles asociadas a ellas, al analizar un sistema de  $n$  nodos y  $m$  máquinas lo único que cambia es el número de ecuaciones diferenciales. Dichas ecuaciones son abordadas individualmente para cada modelo. Es decir, no existe una forma generalizada de las mismas.

##### Ecuación de estator

Aplicando la segunda ley de Kirchhoff al circuito de la Figura 40 y teniendo en cuenta la resistencia de estator, se obtiene para un nodo de generación cualesquiera  $i$ :

$$U_{gi} e^{j\theta_{gi}} - (-\psi_{qi}'' + j\psi_{di}'') \omega_i e^{j(\delta_i - \pi/2)} + (R_{ei} + jX_i'') (i_{di} + j i_{qi}) e^{j(\delta_i - \pi/2)} = 0 \quad (4.60)$$



La potencia entregada por el generador, expresada en el sistema de coordenadas de la red, está dada por:

$$P_{Gi} + jQ_{Gi} = \hat{U}_{gi} \hat{I}_{gi}^* = U_{gi} e^{j\theta_{gi}} (i_{di} - j i_{qi}) e^{-j(\delta_i - \pi/2)} \quad (4.61)$$

Donde  $\hat{I}_g^*$  es el conjugado de la corriente.

El conjunto de ecuaciones (4.60) con  $i = 1 \dots m$ , constituyen la función  $g_I$  del sistema de ecuaciones (4.2).

### Ecuación de red

La Figura 47 muestra la representación de un sistema de múltiples máquina y  $n$  nodos. Se puede apreciar que existen distintos tipos de nodo, como ser: sólo de generación ( $k$  y  $n-2$ ), sólo de carga ( $p$ ), generación y carga ( $2$ ) ó nodos sólo de conexión ( $1, 3, \dots$ ). [10]

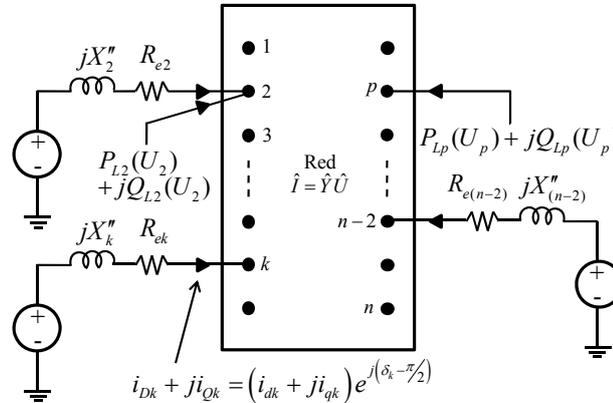


Figura 47: Representación de un sistema de múltiples máquina.

El balance de potencia para un nodo  $i$  cualesquiera está dado por:

$$P_{Gi} + jQ_{Gi} = \sum_{k=1}^n U_i e^{j\theta_i} U_k e^{-j\theta_k} Y_{ik} e^{-j\alpha_{ik}} - [P_{Li}(U_i) + jQ_{Li}(U_i)] \quad (4.62)$$

Donde:

$n$  es el número de nodos o barras del sistema.

$P_{Gi} + jQ_{Gi}$  es la potencia inyectada por el generador en el nodo  $i$ .

$P_{Li} + jQ_{Li}$  es la potencia demanda en el nodo  $i$ .

$\hat{Y}_{ik}$  es el elemento  $i-k$  de la matriz de admitancia nodal.

En el caso de que el nodo sólo posea generación, se anula el término correspondiente a la potencia de carga en (4.62). Para el caso de un nodo de carga, el término que se anula es el correspondiente a la potencia generada. Finalmente, para un nodo de conexión se anula ambos términos (potencia generada y de carga) quedando sólo en el balance los aportes de potencia de las distintas ramas que concurren al nodo.

Utilizando el sistema de coordenadas de la red, reemplazando (4.61) en (4.62) e igualando a cero, se tiene:

$$U_i e^{j\theta_i} (i_{di} - j i_{qi}) e^{-j(\delta_i - \pi/2)} + [P_{Li}(U_i) + jQ_{Li}(U_i)] - \sum_{k=1}^n U_i e^{j\theta_i} U_k e^{-j\theta_k} Y_{ik} e^{-j\alpha_{ik}} = 0 \quad (4.63)$$



Las ecuaciones (4.63) constituyen la función  $g_2$  del sistema de ecuaciones (4.2).

Se debe recordar que para el caso de los nodos donde existe carga, también se considera a esta como inyección de corriente. Por lo tanto, si la carga es pasiva e inductiva, los correspondientes valores de  $P_L$  y  $Q_L$  serán negativos. En caso de carga capacitiva el valor de  $Q_L$  será positivo.

#### 4.4.1. Linealización del sistema

Para linealizar el sistema de ecuaciones mostrado en (4.2) debemos obtener las expresiones de las derivadas de las funciones  $f$ ,  $g_1$  y  $g_2$ .

##### Ecuaciones diferenciales

La linealización de la función  $f$  para un caso de múltiples máquina se realiza de igual forma a la descripta anteriormente para dos máquinas. Esto se debe a que el tratamiento de cada máquina es independiente del resto.

La primera fila de la expresión (4.5) representa en forma matricial la función  $f$  linealizada. Estas matrices se constituyen a su vez con  $m$  submatrices correspondientes a cada planta (4.64). Estas submatrices poseen la misma estructura ya descripta en(4.25), la cual se repite en (4.65).

$$\begin{aligned}
 \begin{bmatrix} \Delta \dot{x}_1 \\ \Delta \dot{x}_3 \\ \vdots \\ \Delta \dot{x}_i \\ \vdots \\ \Delta \dot{x}_m \end{bmatrix}_{m \times 1} &= \begin{bmatrix} A_1 & 0 & \dots & 0 & \dots & 0 \\ 0 & A_3 & \dots & 0 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & A_i & \dots & \vdots \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \vdots & 0 & \dots & A_m \end{bmatrix}_{m \times m} \begin{bmatrix} \Delta x_1 \\ \Delta x_3 \\ \vdots \\ \Delta x_i \\ \vdots \\ \Delta x_m \end{bmatrix}_{m \times 1} + \begin{bmatrix} B_{11} & 0 & \dots & 0 & \dots & 0 \\ 0 & B_{13} & \dots & 0 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & B_{1i} & \dots & \vdots \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \vdots & 0 & \dots & B_{1m} \end{bmatrix}_{m \times m} \begin{bmatrix} \Delta \hat{I}_1 \\ \Delta \hat{I}_3 \\ \vdots \\ \Delta \hat{I}_i \\ \vdots \\ \Delta \hat{I}_m \end{bmatrix}_{m \times 1} + \\
 &+ \begin{bmatrix} B_{21} & 0 & 0 & \dots & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 0 & B_{23} & \dots & 0 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \dots & B_{2i} & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & \dots & B_{2m} \end{bmatrix}_{m \times n} \begin{bmatrix} \Delta \hat{U}_1 \\ \Delta \hat{U}_2 \\ \Delta \hat{U}_3 \\ \vdots \\ \Delta \hat{U}_i \\ \vdots \\ \Delta \hat{U}_n \end{bmatrix}_{n \times 1} \quad (4.64)
 \end{aligned}$$

$$A_i = \begin{bmatrix} A_{GEN} & A_{GEN-RAT} & A_{GEN-PSS} \\ A_{RAT-GEN} & A_{RAT} & A_{RAT-PSS} \\ A_{PSS-GEN} & A_{PSS-RAT} & A_{PSS} \end{bmatrix}_{v \times v} \quad B_{1i} = \begin{bmatrix} B_{1GEN} \\ B_{1RAT} \\ B_{1PSS} \end{bmatrix}_{2 \times v} \quad B_{2i} = \begin{bmatrix} B_{2GEN} \\ B_{2RAT} \\ B_{2PSS} \end{bmatrix}_{2 \times v} \quad (4.65)$$

Donde  $v$  es el número de variables de estados asociadas a cada planta.

En forma compacta, como se ha expresado en (4.5), resulta:

$$\Delta \dot{x} = A \Delta x + B_1 \Delta \hat{I}_g + B_2 \Delta \hat{U} \quad (4.66)$$



### Ecuación de estator

El primer paso para la linealización de la ecuación(4.60), es descomponer la misma en su parte real y su parte imaginaria, como se muestra a continuación:

$$\begin{aligned} U_i \cos \theta_i + R_{ei} i_{di} \text{sen} \delta_i + R_{ei} i_{qi} \text{cos} \delta_i + X_i'' i_{di} \text{cos} \delta_i - X_i'' i_{qi} \text{sen} \delta_i - \psi_{di}'' \omega_i \text{cos} \delta_i - (-\psi_{qi}'') \omega_i \text{sen} \delta_i &= 0 \\ U_i \text{sen} \theta_i - R_{ei} i_{di} \text{cos} \delta_i + R_{ei} i_{qi} \text{sen} \delta_i + X_i'' i_{di} \text{sen} \delta_i + X_i'' i_{qi} \text{cos} \delta_i - \psi_{di}'' \omega_i \text{sen} \delta_i + (-\psi_{qi}'') \omega_i \text{cos} \delta_i &= 0 \end{aligned} \quad (4.67)$$

Derivando las ecuaciones anteriores respecto a cada una de las variables, resulta:

$$\begin{aligned} -\omega_i \text{cos} \delta_i \Delta \psi_{di}'' - \omega_i \text{sen} \delta_i \Delta (-\psi_{qi}'') + (R_{ei} \text{sen} \delta_i + X_i'' \text{cos} \delta_i) \Delta i_{di} + (R_{ei} \text{cos} \delta_i - X_i'' \text{sen} \delta_i) \Delta i_{qi} - \\ - [\psi_{di}'' \text{cos} \delta_i + (-\psi_{qi}'') \text{sen} \delta_i] \Delta \omega_i + [\psi_{di}'' \omega_i \text{sen} \delta_i - (-\psi_{qi}'') \omega_i \text{cos} \delta_i + R_{ei} i_{di} \text{cos} \delta_i - R_{ei} i_{qi} \text{sen} \delta_i - \\ - X_i'' i_{di} \text{sen} \delta_i - X_i'' i_{qi} \text{cos} \delta_i] \Delta \delta_i - U_i \text{sen} \theta_i \Delta \theta_i + \text{cos} \theta_i \Delta U_i = 0 \\ -\omega_i \text{sen} \delta_i \Delta \psi_{di}'' + \omega_i \text{cos} \delta_i \Delta (-\psi_{qi}'') + (-R_{ei} \text{cos} \delta_i + X_i'' \text{sen} \delta_i) \Delta i_{di} + (R_{ei} \text{sen} \delta_i + X_i'' \text{cos} \delta_i) \Delta i_{qi} + \\ + [-\psi_{di}'' \text{sen} \delta_i + (-\psi_{qi}'') \text{cos} \delta_i] \Delta \omega_i + [-\psi_{di}'' \omega_i \text{cos} \delta_i - (-\psi_{qi}'') \omega_i \text{sen} \delta_i + R_{ei} i_{di} \text{sen} \delta_i + R_{ei} i_{qi} \text{cos} \delta_i + \\ + X_i'' i_{di} \text{cos} \delta_i - X_i'' i_{qi} \text{sen} \delta_i] \Delta \delta_i + U_i \text{cos} \theta_i \Delta \theta_i + \text{sen} \theta_i \Delta U_i = 0 \end{aligned} \quad (4.68)$$

De (4.67) se puede escribir:

$$\begin{aligned} -\psi_{di}'' \omega_i \text{cos} \delta_i - (-\psi_{qi}'') \omega_i \text{sen} \delta_i &= -U_i \text{cos} \theta_i - R_{ei} i_{di} \text{sen} \delta_i - R_{ei} i_{qi} \text{cos} \delta_i - X_i'' i_{di} \text{cos} \delta_i + X_i'' i_{qi} \text{sen} \delta_i \\ -\psi_{di}'' \omega_i \text{sen} \delta_i + (-\psi_{qi}'') \omega_i \text{cos} \delta_i &= -U_i \text{sen} \theta_i + R_{ei} i_{di} \text{cos} \delta_i - R_{ei} i_{qi} \text{sen} \delta_i - X_i'' i_{di} \text{sen} \delta_i - X_i'' i_{qi} \text{cos} \delta_i \end{aligned} \quad (4.69)$$

Además:

$$\begin{aligned} U_i \text{sen} \theta_i &= \psi_{di}'' \omega_i \text{sen} \delta_i - (-\psi_{qi}'') \omega_i \text{cos} \delta_i + R_{ei} i_{di} \text{cos} \delta_i - R_{ei} i_{qi} \text{sen} \delta_i - X_i'' i_{di} \text{sen} \delta_i - X_i'' i_{qi} \text{cos} \delta_i \\ -U_i \text{cos} \theta_i &= -\psi_{di}'' \omega_i \text{cos} \delta_i - (-\psi_{qi}'') \omega_i \text{sen} \delta_i + R_{ei} i_{di} \text{sen} \delta_i + R_{ei} i_{qi} \text{cos} \delta_i + X_i'' i_{di} \text{cos} \delta_i - X_i'' i_{qi} \text{sen} \delta_i \end{aligned} \quad (4.70)$$

Reemplazando (4.69) y (4.70) en (4.68), resulta:

$$\begin{aligned} -\omega_i \text{cos} \delta_i \Delta \psi_{di}'' - \omega_i \text{sen} \delta_i \Delta (-\psi_{qi}'') + (R_{ei} \text{sen} \delta_i + X_i'' \text{cos} \delta_i) \Delta i_{di} + (R_{ei} \text{cos} \delta_i - X_i'' \text{sen} \delta_i) \Delta i_{qi} - \\ + [-U_i \text{cos} \theta_i - R_{ei} i_{di} \text{sen} \delta_i - R_{ei} i_{qi} \text{cos} \delta_i - X_i'' i_{di} \text{cos} \delta_i + X_i'' i_{qi} \text{sen} \delta_i] \Delta \omega_i + \\ + U_i \text{sen} \theta_i \Delta \delta_i - U_i \text{sen} \theta_i \Delta \theta_i + \text{cos} \theta_i \Delta U_i = 0 \\ -\omega_i \text{sen} \delta_i \Delta \psi_{di}'' + \omega_i \text{cos} \delta_i \Delta (-\psi_{qi}'') + (-R_{ei} \text{cos} \delta_i + X_i'' \text{sen} \delta_i) \Delta i_{di} + (R_{ei} \text{sen} \delta_i + X_i'' \text{cos} \delta_i) \Delta i_{qi} + \\ + [-U_i \text{sen} \theta_i + R_{ei} i_{di} \text{cos} \delta_i - R_{ei} i_{qi} \text{sen} \delta_i - X_i'' i_{di} \text{sen} \delta_i - X_i'' i_{qi} \text{cos} \delta_i] \Delta \omega_i - \\ - U_i \text{cos} \theta_i \Delta \delta_i + U_i \text{cos} \theta_i \Delta \theta_i + \text{sen} \theta_i \Delta U_i = 0 \end{aligned} \quad (4.71)$$

Expresando (4.71) en forma matricial se tiene:

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} -\omega_i \text{cos} \delta_i & -\omega_i \text{sen} \delta_i \\ -\omega_i \text{sen} \delta_i & \omega_i \text{cos} \delta_i \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta \psi_{di}'' \\ \Delta (-\psi_{qi}'') \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -U_i \text{cos} \theta_i - R_{ei} (i_{di} \text{sen} \delta_i + i_{qi} \text{cos} \delta_i) - X_i'' (i_{di} \text{cos} \delta_i - i_{qi} \text{sen} \delta_i) \\ -U_i \text{sen} \theta_i + R_{ei} (i_{di} \text{cos} \delta_i - i_{qi} \text{sen} \delta_i) - X_i'' (i_{di} \text{sen} \delta_i + i_{qi} \text{cos} \delta_i) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta \omega_i \\ \Delta \delta_i \end{bmatrix} + \\ + \begin{bmatrix} U_i \text{sen} \theta_i \\ -U_i \text{cos} \theta_i \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta \delta_i \\ \Delta \theta_i \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} R_{ei} \text{sen} \delta_i + X_i'' \text{cos} \delta_i & R_{ei} \text{cos} \delta_i - X_i'' \text{sen} \delta_i \\ -R_{ei} \text{cos} \delta_i + X_i'' \text{sen} \delta_i & R_{ei} \text{sen} \delta_i + X_i'' \text{cos} \delta_i \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta i_{di} \\ \Delta i_{qi} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -U_i \text{sen} \theta_i & \text{cos} \theta_i \\ U_i \text{cos} \theta_i & \text{sen} \theta_i \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta \theta_i \\ \Delta U_i \end{bmatrix} = 0 \end{aligned} \quad (4.72)$$

El flujo subtransitorio  $\psi''$ , la velocidad  $\omega$  y el ángulo  $\delta$  dependen de las variables de estado del generador, con lo cual se puede escribir:



$$\begin{aligned} \left| \begin{array}{l} \Delta \psi''_{di} \\ \Delta(-\psi''_{qi}) \end{array} \right| &= A_{\psi''_{xi}} |\Delta x_i| & |\Delta \omega_i| &= A_{\omega_{xi}} |\Delta x_i| & |\Delta \delta_i| &= A_{\delta_{xi}} |\Delta x_i| \end{aligned}$$

Las matrices  $A_{\psi''_{xi}}$ ,  $A_{\omega_{xi}}$  y  $A_{\delta_{xi}}$  dependen del modelo de generador empleado. Reemplazando las igualdades anteriores en la expresión (4.72), se tiene:

$$\begin{aligned} &\left\{ \begin{array}{cc} -\omega_i \cos \delta_i & -\omega_i \sin \delta_i \\ -\omega_i \sin \delta_i & \omega_i \cos \delta_i \end{array} \right\} A_{\psi''_{xi}} + \left\{ \begin{array}{c} -U_i \cos \theta_i - R_{ei} (i_{di} \sin \delta_i + i_{qi} \cos \delta_i) - X_i'' (i_{di} \cos \delta_i - i_{qi} \sin \delta_i) \\ -U_i \sin \theta_i + R_{ei} (i_{di} \cos \delta_i - i_{qi} \sin \delta_i) - X_i'' (i_{di} \sin \delta_i + i_{qi} \cos \delta_i) \end{array} \right\} A_{\omega_{xi}} + \\ &\left\{ \begin{array}{c} U_i \sin \theta_i \\ -U_i \cos \theta_i \end{array} \right\} A_{\delta_{xi}} \left\{ \Delta x_i \right\} + \left\{ \begin{array}{cc} R_{ei} \sin \delta_i + X_i'' \cos \delta_i & R_{ei} \cos \delta_i - X_i'' \sin \delta_i \\ -R_{ei} \cos \delta_i + X_i'' \sin \delta_i & R_{ei} \sin \delta_i + X_i'' \cos \delta_i \end{array} \right\} \left\{ \begin{array}{c} \Delta i_{di} \\ \Delta i_{qi} \end{array} \right\} + \left\{ \begin{array}{cc} -U_i \sin \theta_i & \cos \theta_i \\ U_i \cos \theta_i & \sin \theta_i \end{array} \right\} \left\{ \begin{array}{c} \Delta \theta_i \\ \Delta U_i \end{array} \right\} = 0 \end{aligned} \quad (4.73)$$

O bien:

$$\left[ c_{1i} \right]_{2 \times 1} |\Delta x_i|_{1 \times 1} + \left[ d_{1i} \right]_{2 \times 2} \left| \Delta \hat{I}_{gi} \right|_{2 \times 1} + \left[ d_{2i} \right]_{2 \times 2} \left| \Delta \hat{U}_i \right|_{2 \times 1} = 0 \quad (4.74)$$

Generalizando la expresión (4.74) para todo el sistema, la función  $g_I$  en forma matricial resulta:

$$\begin{aligned} &\left[ \begin{array}{cccccc} c_{11} & 0 & \dots & 0 & \dots & 0 \\ 0 & c_{13} & \dots & 0 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & c_{1i} & \dots & \vdots \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \vdots & 0 & \vdots & c_{1m} \end{array} \right]_{m \times m} \left\{ \begin{array}{c} \Delta x_1 \\ \Delta x_3 \\ \vdots \\ \Delta x_i \\ \vdots \\ \Delta x_m \end{array} \right\}_{m \times 1} + \left[ \begin{array}{cccccc} d_{11} & 0 & \dots & 0 & \dots & 0 \\ 0 & d_{13} & \dots & 0 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & d_{1i} & \dots & \vdots \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \vdots & 0 & \vdots & d_{1m} \end{array} \right]_{m \times m} \left\{ \begin{array}{c} \Delta \hat{I}_1 \\ \Delta \hat{I}_3 \\ \vdots \\ \Delta \hat{I}_i \\ \vdots \\ \Delta \hat{I}_m \end{array} \right\}_{m \times 1} + \\ &+ \left[ \begin{array}{cccccc} d_{21} & 0 & 0 & \dots & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 0 & d_{23} & \dots & 0 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \dots & d_{2i} & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & \dots & d_{2n} \end{array} \right]_{m \times n} \left\{ \begin{array}{c} \Delta \hat{U}_1 \\ \Delta \hat{U}_2 \\ \Delta \hat{U}_3 \\ \vdots \\ \Delta \hat{U}_i \\ \vdots \\ \Delta \hat{U}_n \end{array} \right\}_{n \times 1} = 0 \end{aligned} \quad (4.75)$$

En forma compacta, como se ha expresado en (4.5), resulta:

$$C_1 \Delta x + D_1 \Delta \hat{I}_g + D_2 \Delta \hat{U} = 0 \quad (4.76)$$

### Ecuación de red

De igual modo como se procedió para el caso del sistema de una máquina, la linealización de  $g_2$  se realiza a partir de la derivación de las expresiones (4.63).

La derivada de (4.63) para el nodo  $i$ , resulta:



$$\begin{aligned}
 & \left[ e^{j\theta_i} (i_{di} - ji_{qi}) e^{-j(\delta_i - \pi/2)} + \frac{\partial P_{Li}}{\partial U_i} + j \frac{\partial Q_{Li}}{\partial U_i} - \sum_{k=1}^n e^{j\theta_i} U_k e^{-j\theta_k} Y_{ik} e^{-j\alpha_{ik}} \right] \Delta U_i + \\
 & + \left[ jU_i e^{j\theta_i} (i_{di} - ji_{qi}) e^{-j(\delta_i - \pi/2)} - \sum_{\substack{k=1 \\ k \neq i}}^n jU_i e^{j\theta_i} U_k e^{-j\theta_k} Y_{ik} e^{-j\alpha_{ik}} \right] \Delta \theta_i + \\
 & + \left[ -\sum_{k=1}^n U_i e^{j\theta_i} e^{-j\theta_k} Y_{ik} e^{-j\alpha_{ik}} \right] \Delta U_k + \left[ \sum_{\substack{k=1 \\ k \neq i}}^n U_i e^{j\theta_i} jU_k e^{-j\theta_k} Y_{ik} e^{-j\alpha_{ik}} \right] \Delta \theta_k + \\
 & + \left[ U_i e^{j\theta_i} e^{-j(\delta_i - \pi/2)} \right] \Delta i_{di} + \left[ -jU_i e^{j\theta_i} e^{-j(\delta_i - \pi/2)} \right] \Delta i_{qi} + \\
 & + \left[ -jU_i e^{j\theta_i} (i_{di} - ji_{qi}) e^{-j(\delta_i - \pi/2)} \right] \Delta \delta_i = 0
 \end{aligned} \tag{4.77}$$

Expresando la ecuación (4.77) en parte real e imaginaria y escribiéndola en forma matricial, se tiene:

$$\begin{aligned}
 & \begin{bmatrix} U_i i_{di} \cos(\delta_i - \theta_i) - U_i i_{qi} \sin(\delta_i - \theta_i) \\ -U_i i_{di} \sin(\delta_i - \theta_i) - U_i i_{qi} \cos(\delta_i - \theta_i) \end{bmatrix} \Delta \delta_i + \\
 & + \begin{bmatrix} U_i \sin(\delta_i - \theta_i) & U_i \cos(\delta_i - \theta_i) \\ U_i \cos(\delta_i - \theta_i) & -U_i \sin(\delta_i - \theta_i) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta i_{di} \\ \Delta i_{qi} \end{bmatrix} + \\
 & + \begin{bmatrix} -U_i U_1 Y_{i1} \sin(\theta_i - \theta_1 - \alpha_{i1}) & -U_i Y_{i1} \cos(\theta_i - \theta_1 - \alpha_{i1}) & \dots \\ U_i U_1 Y_{i1} \cos(\theta_i - \theta_1 - \alpha_{i1}) & -U_i Y_{i1} \sin(\theta_i - \theta_1 - \alpha_{i1}) & \dots \end{bmatrix} \\
 & \dots -U_i i_{di} \cos(\delta_i - \theta_i) + U_i i_{qi} \sin(\delta_i - \theta_i) + U_i \sum_{\substack{k=1 \\ k \neq i}}^n U_k Y_{ik} \sin(\theta_i - \theta_k - \alpha_{ik}) \dots \\
 & \dots U_i i_{di} \sin(\delta_i - \theta_i) + U_i i_{qi} \cos(\delta_i - \theta_i) - U_i \sum_{\substack{k=1 \\ k \neq i}}^n U_k Y_{ik} \cos(\theta_i - \theta_k - \alpha_{ik}) \dots \\
 & \dots i_{di} \sin(\delta_i - \theta_i) + i_{qi} \cos(\delta_i - \theta_i) + \frac{\partial P_{Li}(U_i)}{\partial U_i} - \sum_{k=1}^n U_k Y_{ik} \cos(\theta_i - \theta_k - \alpha_{ik}) \dots \\
 & \dots i_{di} \cos(\delta_i - \theta_i) - i_{qi} \sin(\delta_i - \theta_i) + \frac{\partial Q_{Li}(U_i)}{\partial U_i} - \sum_{k=1}^n U_k Y_{ik} \sin(\theta_i - \theta_k - \alpha_{ik}) \dots \\
 & \dots \begin{bmatrix} -U_i U_n Y_{in} \sin(\theta_i - \theta_n - \alpha_{in}) & -U_i Y_{in} \cos(\theta_i - \theta_n - \alpha_{in}) \\ U_i U_n Y_{in} \cos(\theta_i - \theta_n - \alpha_{in}) & -U_i Y_{in} \sin(\theta_i - \theta_n - \alpha_{in}) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta \hat{U}_1 \\ \vdots \\ \Delta \hat{U}_i \\ \vdots \\ \Delta \hat{U}_n \end{bmatrix} = 0
 \end{aligned} \tag{4.78}$$

El ángulo  $\delta$  dependen de las variables de estado del generador, con lo cual se puede escribir:

$$|\Delta \delta_i| = A_{\delta xi} |\Delta x_i|$$

Se tiene entonces:

$$\left[ c_{2i} \right]_{2 \times v} |\Delta x_i|_{v \times 1} + \left[ d_{3i} \right]_{2 \times 2} |\Delta \hat{I}_{gi}|_{2 \times 1} + \left[ d_{4i1} \mid \dots \mid d_{4ii} \mid \dots \mid d_{4in} \right]_{2 \times 2n} |\Delta \hat{U}|_{2n \times 1} = 0 \tag{4.79}$$

En los  $n-m$  nodos donde no existe generación la expresión (4.79) se simplifica, quedando:

$$\left[ d_{4i1} \mid \dots \mid d_{4ii} \mid \dots \mid d_{4in} \right]_{2 \times 2n} \left| \Delta \hat{U} \right|_{2nx1} = 0 \quad (4.80)$$

Donde los elementos de  $d_4$  posee  $i_{di}$  e  $i_{qi}$  iguales a cero.

Generalizando la expresión (4.79) para las  $n$  barras del sistema, la función  $g_2$  en forma matricial resulta:

$$\begin{bmatrix} c_{21} & 0 & \dots & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 0 & \dots & 0 & \dots & 0 \\ 0 & c_{23} & \dots & 0 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & c_{2i} & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & 0 & \dots & c_{2m} \end{bmatrix}_{n \times m} \begin{bmatrix} \Delta x_1 \\ \Delta x_3 \\ \vdots \\ \Delta x_i \\ \vdots \\ \Delta x_m \end{bmatrix}_{m \times 1} + \begin{bmatrix} d_{31} & 0 & \dots & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 0 & \dots & 0 & \dots & 0 \\ 0 & d_{33} & \dots & 0 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & d_{3i} & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & 0 & \dots & d_{3m} \end{bmatrix}_{n \times m} \begin{bmatrix} \Delta \hat{I}_1 \\ \Delta \hat{I}_3 \\ \vdots \\ \Delta \hat{I}_i \\ \vdots \\ \Delta \hat{I}_m \end{bmatrix}_{m \times 1} + \begin{bmatrix} d_{411} & d_{412} & d_{413} & \dots & d_{41i} & \dots & d_{41n} \\ d_{421} & d_{422} & d_{423} & \dots & d_{42i} & \dots & d_{42n} \\ d_{431} & d_{432} & d_{433} & \dots & d_{43i} & \dots & d_{43n} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \ddots & \vdots \\ d_{4i1} & d_{4i2} & d_{4i3} & \dots & d_{4ii} & \dots & d_{4in} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \ddots & \vdots \\ d_{4n1} & d_{4n2} & d_{4n3} & \dots & d_{4ni} & \dots & d_{4nn} \end{bmatrix}_{n \times n} \begin{bmatrix} \Delta \hat{U}_1 \\ \Delta \hat{U}_2 \\ \Delta \hat{U}_3 \\ \vdots \\ \Delta \hat{U}_i \\ \vdots \\ \Delta \hat{U}_n \end{bmatrix}_{n \times 1} = 0 \quad (4.81)$$

En forma compacta, como se ha expresado en (4.5), resulta:

$$C_2 \Delta x + D_3 \Delta \hat{I}_g + D_4 \Delta \hat{U} = 0 \quad (4.82)$$

#### 4.4.2. Ejemplo numérico

El ejemplo numérico que se plantea corresponde el sistema mostrado en la Figura 48 [7]. Este sistema está compuesto por cuatro generadores agrupados en dos áreas. Dichas áreas están unidas por líneas de transmisión de 230 kV.

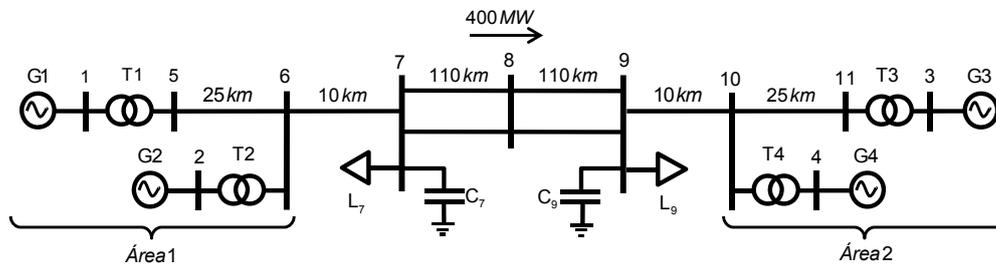


Figura 48: Sistema de 4 generadores y 2 áreas [7].

Cada generador posee una potencia nominal de 900 MVA y una tensión nominal de 20 kV. El modelo utilizado para representar el comportamiento dinámico del generador es el modelo de rotor liso con tres arrollamientos amortiguadores (uno en el eje  $d$  y dos en el eje  $q$ ) más un arrollamiento de campo. La saturación del generador se representa mediante una función exponencial. Los parámetros



de estos modelos en por unidad de los valores nominales de potencia y tensión se muestran a continuación:

$$\begin{array}{llll} X_d = 1,8 & X_q = 1,7 & X'_d = 0,3 & X'_q = 0,55 \\ X''_d = 0,25 & X''_q = 0,25 & X_l = 0,2 & R_e = 0,0025 \\ T'_{do} = 8,0 & T'_{qo} = 0,4 & T''_{do} = 0,03 & T''_{qo} = 0,05 \\ H = 6,5(\text{para G1 y G2}) & & H = 6,175(\text{para G3 y G4}) & \\ D = 0 & S(1,0) = 0.039 & S(1,2) = 0.29296 & \end{array}$$

Cada transformador posee una impedancia de  $0+j0,15$  p.u. para una potencia nominal de 900 MVA y relación de tensiones 20/230 kV. Se considera que el cambiador automático de tomas del transformador se encuentra en su posición nominal (relación 1:1 p.u.).

Las líneas de transmisión son de 230 kV de tensión nominal. Las longitudes de la mismas se muestran en la Figura 48 y los parámetros de cada una de ellas son:  $r=0,0001$  p.u./km,  $X=j0,001$  p.u./km y  $b_c=0,00175$  p.u./km con bases 100 MVA y 230 kV.

Los valores de las cargas y la compensación en las barras 7 y 9 se muestran a continuación:

$$\begin{array}{lll} L_7: & P_{L7} = 967 MW & Q_{L7} = 100 MVar & Q_c = 200 MVar \\ L_9: & P_{L9} = 1767 MW & Q_{L9} = 100 MVar & Q_c = 350 MVar \end{array}$$

Para el cálculo de la matriz de estado las cargas se representan con una característica de corriente constante para su parte activa y como impedancia constante en su parte reactiva.

Resolviendo el flujo de carga se obtienen los valores de tensión (en módulo y ángulo) en los nodos y la potencia activa y reactiva entregada por cada generador, resultando (estos valores coinciden con los publicados en la bibliografía [7]):

$$\begin{array}{llll} G1: & U_1 = 1,03 & \theta_1 = 20,28^\circ & P_{G1} = 700,1 MW & Q_{G1} = 185 MVar \\ G2: & U_2 = 1,01 & \theta_2 = 10,52^\circ & P_{G2} = 700 MW & Q_{G2} = 234,7 MVar \\ G3: & U_3 = 1,03 & \theta_3 = -6,8^\circ & P_{G3} = 719 MW & Q_{G2} = 175,98 MVar \\ G4: & U_4 = 1,01 & \theta_4 = -17,0^\circ & P_{G4} = 700 MW & Q_{G4} = 202 MVar \end{array}$$

El área 1 se encuentra exportando 400 MW al área 2.

### Caso 1

En este primer caso se emplean sólo modelos de generadores. El modelo utilizado se corresponde con el modelo IEEE Generator Model 2.2 [31] de seis variables de estado y saturación exponencial. Este modelo está presente en la librería estándar del programa PSS/E y es denominado "GENROE".

La construcción del sistema matricial de ecuaciones diferenciales se realiza en base a las expresiones de las derivadas de cada una de las variables de estado del modelo empleado.

Se calculan los autovalores de la matriz  $A_{sist}$  y posteriormente la frecuencia y el coeficiente de amortiguamiento. Los resultados se muestran en la Tabla 4-III. Para comprobar la validez del método propuesto, se comparan los resultados obtenidos con los arrojados por el programa PSS/E.

De la Tabla 4-III, para el método propuesto, se identifican tres modos de oscilación según se detalla:



Modo 1 :1,10572 Hz      Amortiguamiento :8,863%  
Modo 2 :1,07503 Hz      Amortiguamiento :8,953%  
Modo 3 :0,54404 Hz      Amortiguamiento :4,296%

Tabla 4-III: Autovalores, Frecuencia y amortiguamiento. Caso 1.

| Método Propuesto |            |                 |                 | PSS/E     |            |                 |                 |
|------------------|------------|-----------------|-----------------|-----------|------------|-----------------|-----------------|
| Real             | Imaginario | Amortiguamiento | Frecuencia [Hz] | Real      | Imaginario | Amortiguamiento | Frecuencia [Hz] |
| -37,15196        | 0,00000    | -               | -               | -37,14300 | 0,00000    | -               | -               |
| -37,07851        | 0,00000    | -               | -               | -37,07000 | 0,00000    | -               | -               |
| -35,75049        | 0,00000    | -               | -               | -35,79400 | 0,00000    | -               | -               |
| -35,56092        | 0,00000    | -               | -               | -35,60700 | 0,00000    | -               | -               |
| -34,69338        | 0,00000    | -               | -               | -34,70000 | 0,00000    | -               | -               |
| -33,31315        | 0,00000    | -               | -               | -33,31700 | 0,00000    | -               | -               |
| -29,82191        | 0,00000    | -               | -               | -29,85700 | 0,00000    | -               | -               |
| -28,34722        | 0,00000    | -               | -               | -28,38800 | 0,00000    | -               | -               |
| -5,34662         | 0,00000    | -               | -               | -5,31270  | 0,00000    | -               | -               |
| -5,32151         | 0,00000    | -               | -               | -5,28520  | 0,00000    | -               | -               |
| -4,02187         | 0,00000    | -               | -               | -3,97660  | 0,00000    | -               | -               |
| -3,13846         | 0,00000    | -               | -               | -3,08090  | 0,00000    | -               | -               |
| -0,61815         | ±6,94745   | 0,08863         | 1,10572         | -0,62250  | ±6,9436    | 0,08929         | 1,10510         |
| -0,60718         | ±6,75463   | 0,08953         | 1,07503         | -0,61074  | ±6,7478    | 0,09014         | 1,07390         |
| -0,24281         | 0,00000    | -               | -               | -0,32565  | ±0,17864   | 0,87675         | 0,02843         |
| -0,22364         | 0,00000    | -               | -               | -0,23842  | 0,00000    | -               | -               |
| -0,15357         | ±0,02440   | 0,98761         | 0,00388         | -0,23083  | 0,00000    | -               | -               |
| -0,14699         | ±3,41830   | 0,04296         | 0,54404         | -0,14997  | ±3,4163    | 0,04386         | 0,54372         |
| -0,06730         | 0,00000    | -               | -               | -0,09871  | 0,00000    | -               | -               |
| 0,00000          | 0,00000    | -               | -               | 0,41189   | 0,00000    | -               | -               |

Los resultados muestran un cuarto modo de frecuencia 0,00388 Hz con amortiguamiento cercano al 100%. Este modo no representa un modo de oscilación existente.

Se puede ver que existe un autovalor en el origen. Este autovalor se debe a la falta de referencia de la variable ángulo para el cálculo de su derivada. Esto quiere decir, que los coeficientes de la matriz no se computan fijando un ángulo y calculando su derivada respecto de éste, sino que, se computan todas las derivadas individualmente [7].

Si se comparan ahora los autovalores calculados con los obtenidos en el programa PSS/E, se puede ver que aparecen los tres modos de oscilación enunciados anteriormente. El error relativo entre las dos soluciones es inferior al 0,1% para la frecuencia y al 2% para el amortiguamiento. Aparece un cuarto modo de frecuencia 0,028 Hz y amortiguamiento del 87%, el cual difiere de lo obtenido por el método propuesto. No aparece un autovalor en el origen pero si lo hace un autovalor positivo. Esto se debe a la diferencia entre los dos métodos utilizados (uno analítico y el otro incremental) y los errores propios asociados al cálculo matemático de los autovalores [7], [46].

En la Figura 49 se muestra una comparación gráfica de los autovalores obtenidos por ambos métodos.

Si se analizan los autovectores derechos asociados a cada uno de los autovalores correspondientes a los tres modos de oscilación enumerados anteriormente, es posible determinar que máquinas están involucradas en cada uno de ellos.

La Figura 50 muestra en forma gráficas los elementos de los autovectores derechos correspondientes a la variable ángulo de cada uno de los generadores, para cada uno de los modos.

La Figura 50 (a) corresponde al *Modo 1*. Se puede ver claramente que la variable ángulo de los generador 1 y 2 se encuentran en oposición mientras que la participación de G3 y G4 no participan. Algo similar ocurre para el *Modo 2*, pero los generadores que participan en este caso son el 3 y el 4 (Figura 50 (b)). Estos dos modo corresponde a modos Inter-Unidad [1], [2], [32].

Analizando la forma del *Modo 3* (Figura 50 (c)) se puede ver en este caso existe dos grupos de generadores oscilando entre sí. Un grupo está formado por G1 y G2 y el otro grupo lo forman G3 y G4. Esto muestra claramente que se trata de un modo Inter-Área [1], [2], [32].

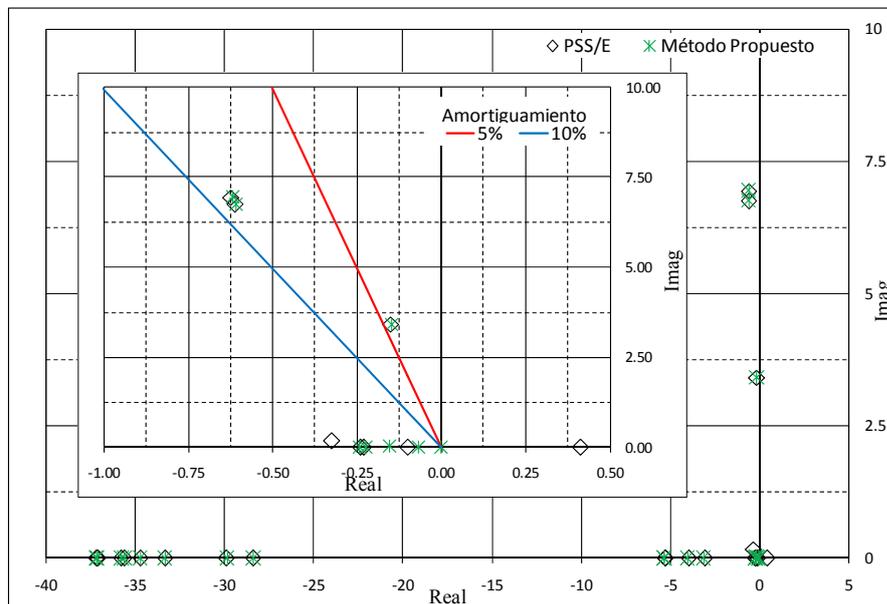


Figura 49: Comparación de resultados. Sistema de 4generadores y 2 áreas. Caso 1.

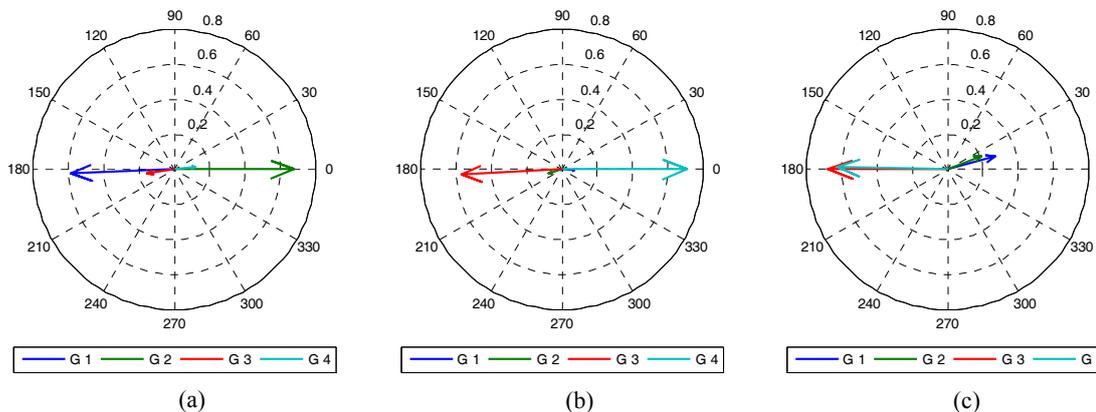


Figura 50: Factor de forma de los modos dominantes.

### Caso 2

En este caso se emplea el mismo modelo de generador para todas las máquinas pero se incluye ahora el control de excitación.

El regulador automático de tensión empleado está constituido por un sistema de excitación de excitatriz de corriente continua. El modelo empleado para representa a la misma es el ya presentado en capítulo anterior (IEEE tipo 1 [37]), el cual se muestra en la Figura 43.

Para este ejemplo los ajustes empleados en el RAT resultan:

$$\begin{array}{llll}
 T_R = 0,05 & K_A = 20 & K_A = 0.055 & K_E = 1 \\
 T_E = 0,36 & K_F = 0,125 & T_F = 1.8 & E_1 = 1,40 \\
 S_E(E_1) = 0,025 & E_2 = 2,20 & S_E(E_2) = 0.06 & 
 \end{array}$$



Se calculan nuevamente los autovalores de la matriz  $A_{sist}$  y posteriormente la frecuencia y el coeficiente de amortiguamiento de los modos de oscilación. La Tabla 4-IV muestra los modos cuyo amortiguamiento es menor al 10%, tanto los calculados por el método propuesto como los obtenidos con el programa comercial.

Tabla 4-IV: Autovalores, Frecuencia y amortiguamiento. Caso 2.

| Método Propuesto |            |                 |                 | PSS/E    |            |                 |                 |
|------------------|------------|-----------------|-----------------|----------|------------|-----------------|-----------------|
| Real             | Imaginario | Amortiguamiento | Frecuencia [Hz] | Real     | Imaginario | Amortiguamiento | Frecuencia [Hz] |
| -0,60901         | ±6,93561   | 0,08747         | 1,10384         | -0,60959 | ±6,9305    | 0,08762         | 1,10300         |
| -0,59691         | ±6,74362   | 0,08817         | 1,07328         | -0,59665 | ±6,7356    | 0,08824         | 1,07200         |
| -0,08079         | ±3,34659   | 0,02413         | 0,53263         | -0,07918 | ±3,3511    | 0,02362         | 0,53334         |

En la Figura 52 se muestra una comparación gráfica de los autovalores obtenidos por ambos métodos.

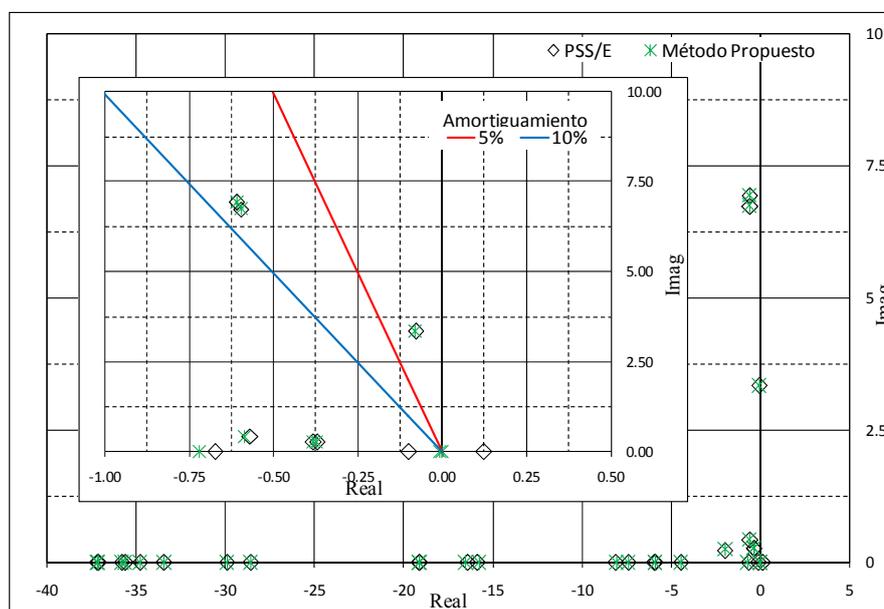


Figura 51: Comparación de resultados. Sistema de 4generadores y 2 áreas. Caso 2.

Comparando los resultados de ambos métodos, como en el caso anterior, el error relativo entre las dos soluciones es aproximadamente del 0,1% para la frecuencia y del 2% para el amortiguamiento para los tres modos de interés.

Si comparamos la frecuencia de los tres modos oscilatorios con aquellas obtenidas en el *Caso 1* se puede ver que ésta no ha cambiado, mientras que para el caso con RAT de excitatriz de CC, el amortiguamiento ha disminuido para el tercer modo casi en un 2%. Esto quiere decir, que la inclusión del RAT ha empeorado la estabilidad del sistema.

### Caso 3

Este caso es similar al anterior. Se emplea el mismo modelo de generador para todas las máquinas pero se incluye ahora un el control de tensión de excitatriz estática de alta ganancia. El modelo empleado para representa al RAT se muestra en la Figura 52 y se corresponde con un modelo de excitatriz estática IEEE ST1A [37].

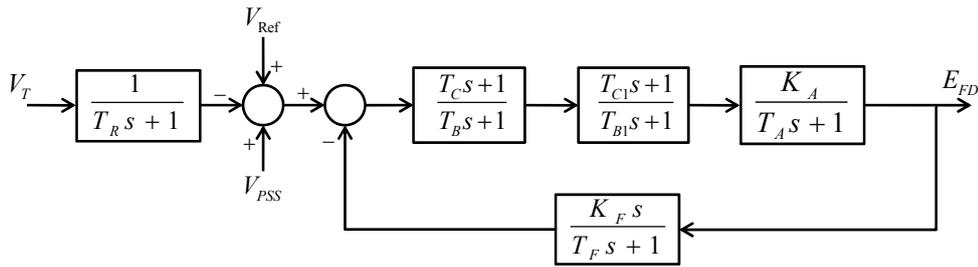


Figura 52: Excitatriz estática tipo ST1A.

Para este ejemplo los ajustes empleados del RAT resultan:

$$\begin{array}{llll}
 T_R = 0,01 & K_A = 200 & K_A = 0 & T_C = 0 \\
 T_B = 0 & T_{C1} = 0 & T_{B1} = 0 & T_A = 0 \\
 K_F = 0 & T_F = 1 & & 
 \end{array}$$

Se calculan nuevamente los autovalores de la matriz  $A_{sist}$  y posteriormente la frecuencia y el coeficiente de amortiguamiento de los modos de oscilación. La Tabla 4-V muestra los modos cuyo amortiguamiento es menor al 10%, tanto los calculados por el método propuesto como los obtenidos con el programa comercial.

Tabla 4-V: Autovalores, Frecuencia y amortiguamiento. Caso 3.

| Método Propuesto |            |                 |                 | PSS/E    |            |                 |                 |
|------------------|------------|-----------------|-----------------|----------|------------|-----------------|-----------------|
| Real             | Imaginario | Amortiguamiento | Frecuencia [Hz] | Real     | Imaginario | Amortiguamiento | Frecuencia [Hz] |
| -0,60769         | ±7,25102   | 0,08351         | 1,15404         | -0,65683 | ±7,28650   | 0,08978         | 1,15970         |
| -0,60617         | ±7,05399   | 0,08562         | 1,12268         | -0,65186 | ±7,08400   | 0,09163         | 1,12750         |
| 0,04020          | ±3,82401   | -0,01051        | 0,60861         | 0,00312  | ±3,83570   | -0,00081        | 0,61048         |

En la Figura 53 se muestra una comparación gráfica de los autovalores obtenidos por ambos métodos.

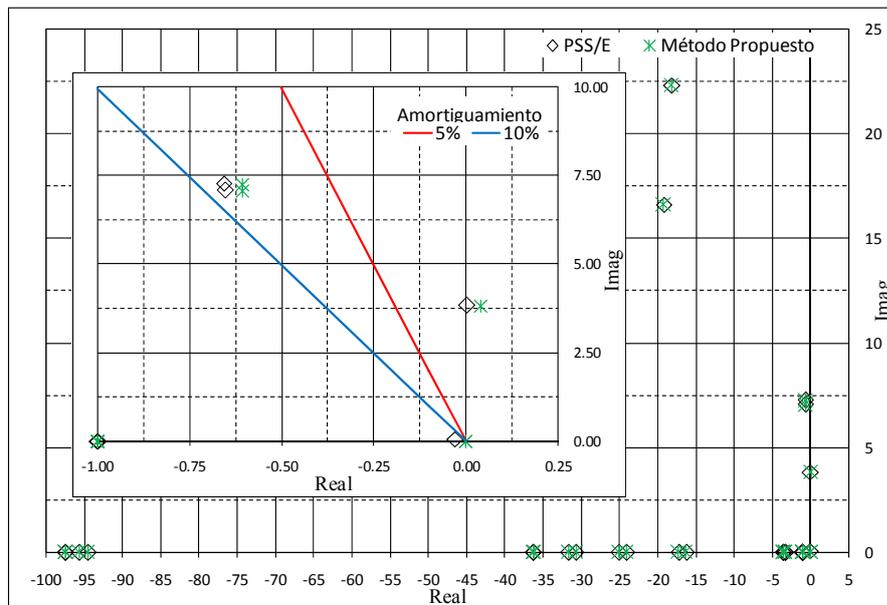


Figura 53: Comparación de resultados. Sistema de 4generadores y 2 áreas. Caso 3.

Comparando los resultados de ambos métodos, como en el caso anterior, el error relativo entre las dos soluciones es aproximadamente del 0,5% para la frecuencia y del 7% para el amortiguamiento de los dos primeros modos. El error relativo para el amortiguamiento del tercer modo es muy elevado



(aproximadamente 1200%) aunque su error absoluto es muy pequeño ( $2,4 \times 10^{-3}$ ) y del orden de los errores numéricos del cálculo.

Si comparamos la frecuencia de los tres modos oscilatorios con aquellas obtenidas en el *Caso 2* se puede ver que ésta han aumentado levemente. El amortiguamiento para del tercer modo, para el caso con RAT de excitatriz estática, no sólo ha disminuido sino que, es levemente negativo. Por lo tanto, la inclusión del RAT de alta ganancia ha provocado que el sistema se vuelva inestable.

#### Caso 4

Este caso es similar al anterior pero el control de tensión de excitatriz estática posee una ganancia transitoria reducida. El modelo empleado para representa al RAT es el mismo del *Caso 3* pero sus nuevos ajustes resultan:

$$\begin{array}{llll} T_R = 0,01 & K_A = 200 & K_A = 0 & T_C = 1 \\ T_B = 10 & T_{C1} = 0 & T_{B1} = 0 & T_A = 0 \\ K_F = 0 & T_F = 1 & & \end{array}$$

Se calculan nuevamente los autovalores de la matriz  $A_{sist}$  y posteriormente la frecuencia y el coeficiente de amortiguamiento de los modos de oscilación. La Tabla 4-VI muestra los modos cuyo amortiguamiento es menor al 10%, tanto los calculados por el método propuesto como los obtenidos con el programa comercial.

**Tabla 4-VI:** Autovalores, Frecuencia y amortiguamiento. Caso 4.

| Método Propuesto |            |                 |                 | PSS/E    |            |                 |                 |
|------------------|------------|-----------------|-----------------|----------|------------|-----------------|-----------------|
| Real             | Imaginario | Amortiguamiento | Frecuencia [Hz] | Real     | Imaginario | Amortiguamiento | Frecuencia [Hz] |
| -0,57509         | ±6,97232   | 0,08220         | 1,10968         | -0,57841 | ±6,97590   | 0,08263         | 1,11020         |
| -0,56639         | ±6,78072   | 0,08324         | 1,07919         | -0,56858 | ±6,78110   | 0,08355         | 1,07920         |
| 0,08826          | ±3,44315   | -0,02563        | 0,54799         | 0,08058  | ±3,45760   | -0,02330        | 0,55029         |

En la Figura 54 se muestra una comparación gráfica de los autovalores obtenidos por ambos métodos.

Comparando los resultados de ambos métodos, como en el caso anterior, el error relativo entre las dos soluciones es aproximadamente del 0,4% para la frecuencia y del 0.5% para el amortiguamiento de los dos primeros modos. El error relativo para el amortiguamiento del tercer modo es elevado (aproximadamente 10%) aunque su error absoluto es muy pequeño ( $2,3 \times 10^{-3}$ ).

Si comparamos la frecuencia de los tres modos oscilatorios con aquellas obtenidas en el *Caso 3* se puede ver que ésta han disminuido levemente, asimilándose a los valores de frecuencia de los dos primeros casos. Se puede apreciar que al utilizar una ganancia transitoria reducida, el amortiguamiento del modo Inter-Área se vuelve aún más negativo que en el caso anterior.

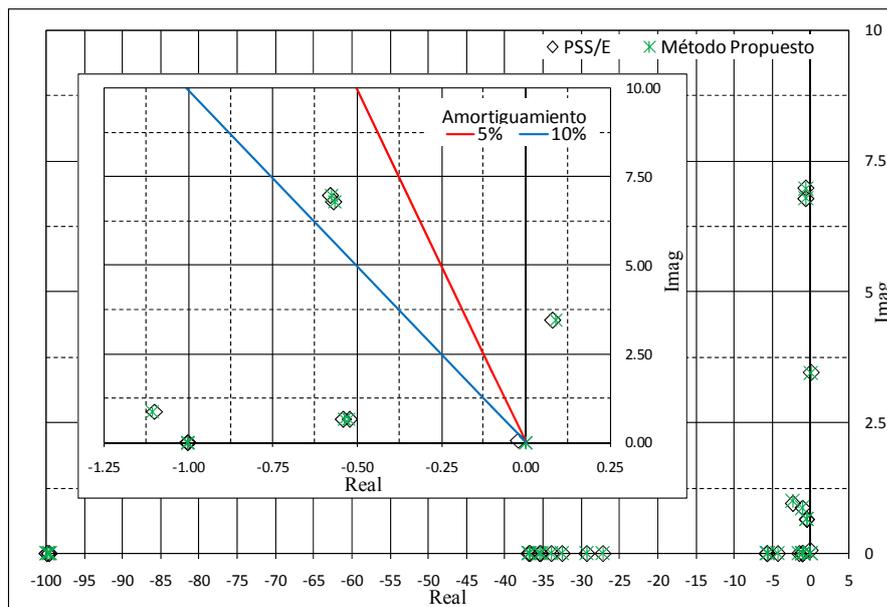


Figura 54: Comparación de resultados. Sistema de 4generadores y 2 áreas. Caso 4.

### Caso 5

Para aumentar el amortiguamiento del tercer modo, el cual resulta inestable en los dos casos anteriores, se incorpora un estabilizador de sistemas de potencia. El control de tensión es de excitatriz estática y posee los mismos ajustes que los utilizados en el *Caso 3*.

El estabilizador de sistema de potencia que se emplea se basa en la medición del desvío de la velocidad (IEEE tipo PSS1A [37]). Su modelo se muestra en la Figura 55 y sus parámetros de ajuste se presentan a continuación:

$$T_1 = 0,05 \quad T_2 = 0,02 \quad T_3 = 3 \quad T_4 = 5,4$$

$$T_5 = 10 \quad T_6 = 10 \quad K_S = 20$$

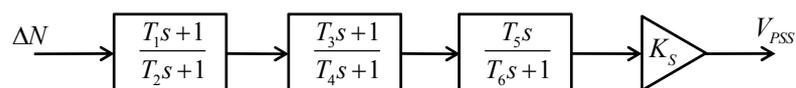


Figura 55: Modelo empleado de PSS.

Se calculan los autovalores de la matriz  $A_{sist}$  y posteriormente la frecuencia y el coeficiente de amortiguamiento de los modos de oscilación. La Tabla 4-VII muestra los tres modos de interés ya analizados en los casos anteriores, tanto los calculados por el método propuesto como los obtenidos con el programa comercial.

Tabla 4-VII Autovalores, Frecuencia y amortiguamiento. Caso 5.

| Método Propuesto |            |                 |                 | PSS/E    |            |                 |                 |
|------------------|------------|-----------------|-----------------|----------|------------|-----------------|-----------------|
| Real             | Imaginario | Amortiguamiento | Frecuencia [Hz] | Real     | Imaginario | Amortiguamiento | Frecuencia [Hz] |
| -2.01478         | ±8.38467   | 0.23364         | 1.33446         | -2.06580 | ±8.43250   | 0.23795         | 1.34210         |
| -1.94250         | ±8.08917   | 0.23350         | 1.28743         | -1.99050 | ±8.12990   | 0.23781         | 1.29390         |
| -0.51420         | ±3.85837   | 0.13210         | 0.61408         | -0.55460 | ±3.86550   | 0.14202         | 0.61521         |

En la Figura 56 se muestra una comparación gráfica de los autovalores obtenidos por ambos métodos.

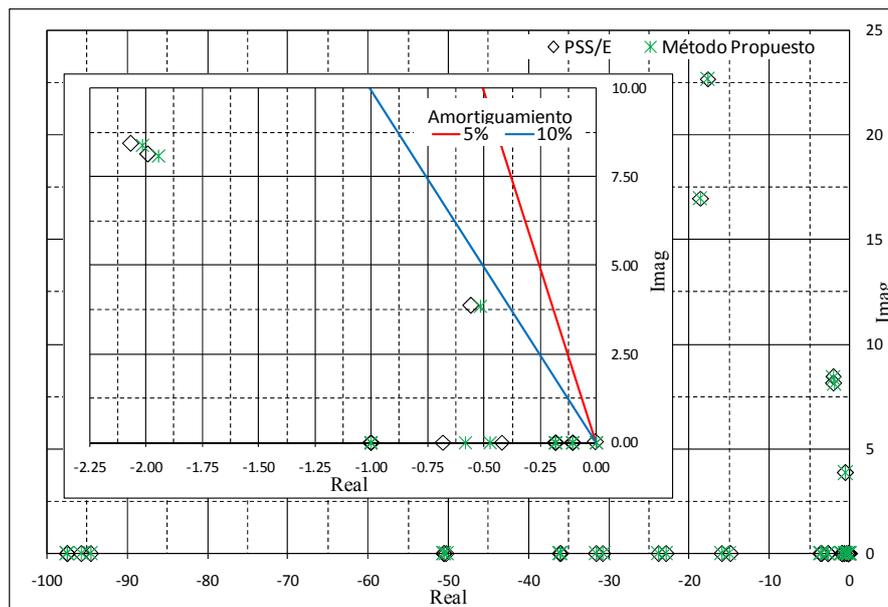


Figura 56: Comparación de resultados. Sistema de 4generadores y 2 áreas. Caso 5.

Comparando los resultados de ambos métodos, el error relativo entre las dos soluciones es aproximadamente del 0,5% para la frecuencia y del 1.8% para el amortiguamiento de los dos primeros modos. El error relativo para el amortiguamiento del tercer modo es un poco más elevado alcanzando el 7 % aproximadamente.

Se puede apreciar de los resultados obtenidos que la inclusión del estabilizador produjo un gran aumento del amortiguamiento de los tres modos. Los dos modos Inter-Unidad han pasado de aproximadamente 9% de amortiguamiento a 23%, mientras que el modo Inter-Área pasa de un amortiguamiento casi nulo o negativo (*Caso 3*) a un valor positivo y aproximadamente igual al 13%.

#### 4.4.3. Conclusiones del ejemplo numérico

Al analizar los resultados para los cinco casos ejemplificados puede verse que los errores entre el método propuesto y el programa comercial, tanto para la frecuencia como para el amortiguamiento de los modos, resultan muy acotados en valores porcentuales, más aún cuando se calcula el error absoluto.

Para todos los casos el método propuesto calculó correctamente el autovalor existente en el origen. Esto se debe a que al emplear un método analítico de cálculo de las derivadas no se introduce el error numérico asociado al cálculo iterativo del método incremental, tal como el empleado por el programa comercial utilizado en esta comparación.



## 5. FACTS

### 5.1. Introducción

En el Capítulo 3 se ha considerado el amortiguamiento de las oscilaciones de potencia mediante los estabilizadores de sistemas de potencia, que actúa a través de los sistemas de excitación de los generadores. Los generadores amplifican la potencia de esos controles y por lo tanto adicionan amortiguamiento a las oscilaciones electromecánicas. Existen otros elementos de sistema que pueden actuar como amplificadores de potencia, por ejemplo, vínculos de corriente continua en alta tensión, compensadores estáticos de potencia reactiva y dispositivos FACTS [9].

Los Sistemas de Trasmisión Flexibles de Corriente Alterna o "Flexible AC Transmission Systems" (FACTS), de su denominación en inglés, son dispositivos que se instalan en los sistemas de potencia para ejercer un control continuo sobre el perfil de tensiones o el flujo de potencia. Estos dispositivos permiten cambiar el perfil de tensión y el flujo de potencia de manera de no exceder los límites establecidos, incrementan el margen de estabilidad, minimizan pérdidas, etc., sin violar el despacho económico de generación programado. Sin embargo, la sola presencia de estos dispositivos no mejora apreciablemente el amortiguamiento del sistema. Para aumentar el amortiguamiento se requieren controles adicionales a los propios de los FACTS [1], [9], [16]–[19].

Un requerimiento importante para lograr un diseño de bajo costo mediante FACTS es disponer de los índices de Controlabilidad y Observabilidad de los modos de oscilación. La Controlabilidad está normalmente fijada por la ubicación predefinida de los FACTS, la cual se debe a requerimientos de operación en estado estacionario del sistema. Para poder utilizar un dispositivo FACTS para la amortiguación de un determinado modo, se debe tener una Controlabilidad suficiente de dicho modo en el lugar donde el dispositivo se encuentra instalado. Otro factor es la Observabilidad de un determinado modo, la cual puede no ser buena por medición de señales locales. De hecho, los mejores índices de Observabilidad se obtienen de señales medidas en otras partes del sistema. La aplicación de sistemas de medición de grandes áreas (Wide Area Measurement System -WAMS) posibilita realizar un control eficiente de los modos de oscilación mediante el uso de FACTS. [1], [9], [20]–[26]

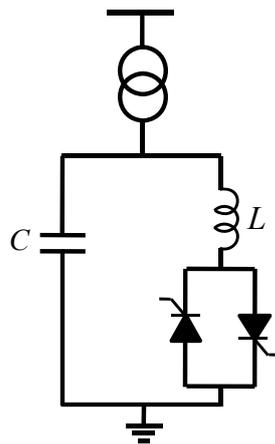
### 5.2. Compensador estático

#### 5.2.1. Funcionamiento y características

El compensador estático de reactivo o "Static VAR Compensator" (SVC) como se denomina en inglés, es un dispositivo estático que se conecta en paralelo y es capaz de generar o absorber potencia

reactiva. Su salida es ajustada para intercambiar corriente capacitiva o inductiva para mantener o controlar una variable específica del sistema eléctrico de potencia, típicamente la tensión de un nodo.

El SVC mostrado en la Figura 57 consiste en un banco de capacitores de valor fijo conectados en paralelo con un reactor controlado por tiristores o "Thyristor Controlled Reactor" (TCR). Los tiristores posibilitan un control suave de la potencia reactiva inductiva producida por el reactor. El reactivo capacitivo ( $Q_C$ ) generado por el capacitor fijo es opuesto al reactivo variable ( $Q_L$ ) absorbido por el TCR, para dar el reactivo ( $Q$ ) necesario en la salida. Para entregar el máximo reactivo capacitivo, el reactor controlado no debe conducir corriente, es decir, el ángulo de disparo  $\alpha$  es de  $90^\circ$ . Para disminuir el reactivo capacitivo de salida, la corriente en el reactor se incrementa disminuyendo el ángulo  $\alpha$ . Para un reactivo de salida igual a cero, la corriente capacitiva e inductivas se vuelven iguales y así el reactivo capacitivo e inductivo se cancelan. Disminuyendo aún más el ángulo  $\alpha$  (asumiendo que la potencia nominal del reactor es mayor a la del capacitor), la corriente inductiva es mayor que la capacitiva, resultando un potencia reactiva de salida neta inductiva. Para un ángulo de disparo igual a cero grados, el TCR conduce su corriente máxima y por lo tanto se obtiene la máxima potencia reactiva inductiva, la cual es igual a la resta de los valores de potencia nominales del inductor y el capacitor [1], [33], [47]–[49].



**Figura 57:** Topología general del SVC.

La potencia reactiva inyectada por el SVC conectado a una barra  $k$  cualesquiera, está dada por:

$$Q_{svc k} = U_k^2 B_{svc} \quad (5.1)$$

donde  $B_{svc} = B_C - B_L$ , con  $B_C$  y  $B_L$  son las susceptancias del capacitor fijo y del reactor controlado por tiristores respectivamente.

La característica  $U-I$  de un SVC constituido por un capacitor fijo y un reactor controlado se muestra en la Figura 58. La característica es el resultado de la suma de las características individuales de ambos componentes. Los valores de susceptancia  $B_C$  y  $B_{Lmax}$  determinan el rango de valores de tensión ( $\Delta U$ ) en los que puede operar el SVC para realizar la compensación [7], [47], [48].

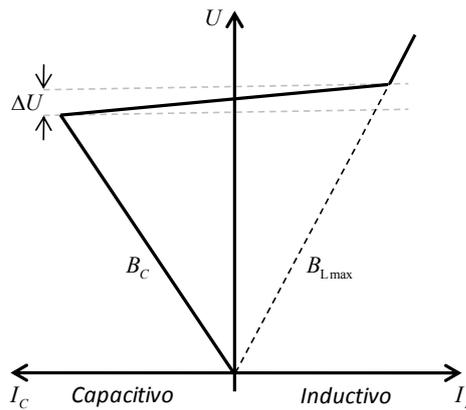


Figura 58: Característica  $U-I$  del SVC de capacitor fijo y reactor controlado.

### 5.2.1. Modelado

El modelo que representa el comportamiento dinámico del SVC se muestra en la Figura 59. Este modelo es el más sencillo. Posee una constante de tiempo  $T_{svc}$  asociada a la electrónica, la cual es muy pequeña y del orden de los milisegundos. La tensión medida ( $V_T$ ) es comparada con una referencia ( $V_{Ref}$ ) previo paso por un transductor de constante de tiempo  $T_m$ . El lazo de control de tensión posee una ganancia  $K_v$  de estado estacionario y un lead-lag ( $T_{v1}$ ,  $T_{v2}$ ) de compensación. La salida está limitada entre el valor mínimo (capacitivo) y el valor máximo (inductivo) de reactivo que puede entregar el SVC. La entrada  $V_{SS-SVC}$  es una entrada complementaria para incorporar un control para el amortiguamiento de oscilaciones.

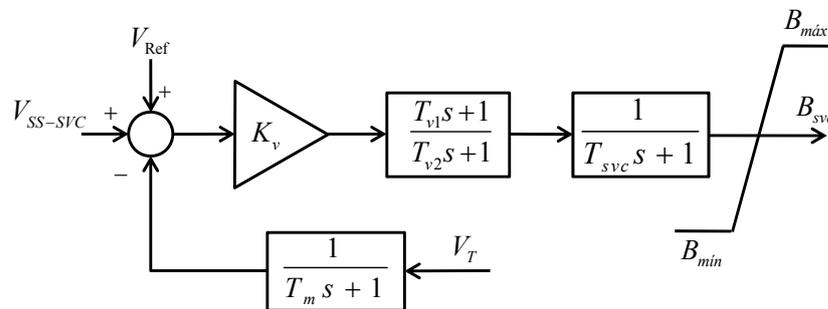
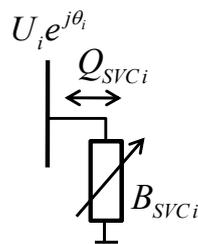


Figura 59: Modelo del comportamiento dinámico del SVC.

La variable  $B_{svc}$  puede ser usada para actualizar la matriz de admitancia o alternatively,  $B_{svc}$  puede ser multiplicada por la tensión para obtener la corriente del SVC que se inyecta al sistema [18], [50]–[52].

### 5.2.1. Cálculo del índice de controlabilidad de un SVC

Para el caso de un SVC, con susceptancia  $B_{svc}$  y que se encuentra localizado en la  $i$ -ésima barra (ver Figura 60), la potencia reactiva inyectada al sistema ( $Q_{svc}$ ) está dada por la ecuación (5.1).



**Figura 60:** Representación de un SVC en un sistema de potencia.

Considerando que sólo la susceptancia del SVC es una variable independiente, la expresión (5.1) linealizada resulta:

$$\Delta Q_{svci} = U_i^2 \Delta B_{svci} \quad (5.2)$$

Si se parte de la expresión (4.5) y se elimina la variable algebraica  $\hat{I}_g$ , la expresión puede ser reescrita como:

$$\begin{aligned} \Delta \dot{x} &= G \Delta x + H \Delta \hat{U} \\ 0 &= K \Delta x + L \Delta \hat{U} \end{aligned} \quad (5.3)$$

La segunda ecuación de (5.3) representa el balance de potencia del sistema. Combinando la misma con (5.2):

$$0 = K \Delta x + L \Delta \hat{U} + F \Delta B_{svc} \quad (5.4)$$

donde la matriz  $F$  contiene las derivadas parciales de la ecuación de balance de potencia en todas las barras del sistema, respecto de la susceptancia del SVC en la barra  $i$ . Substituyendo (5.4) en (5.3) y eliminado la variable  $\hat{U}$ , resulta:

$$\begin{aligned} \Delta \dot{x} &= (G - HL^{-1}K) \Delta x + (-HL^{-1}F) \Delta B_{svc} \\ \Delta \dot{x} &= A' \Delta x + F' \Delta B_{svc} \end{aligned} \quad (5.5)$$

Los índices de controlabilidad de un SVC instalado en la  $i$ -ésima barra sobre el  $k$ -ésimo modo, puede definirse como se muestra en (5.6) [7], [21], [33].

$$CI_i = w_k^T f'_i \quad (5.6)$$

### 5.3. Capacitor serie controlado

#### 5.3.1. Funcionamiento y características

El capacitor serie controlado por tiristores o "Thyristor Controlled Series Capacitor" (TCSC) de su denominación en inglés, es un compensador serie de reactancia capacitiva. Está constituido por un banco de capacitores y un reactor controlado por tiristores (TCR) en paralelo con el fin de controlar la reactancia capacitiva equivalente del conjunto. Esto permite controlar el grado de compensación de una línea de transmisión y por ende la potencia que es transmitida por ella. La configuración típica de un TCSC se muestra en la Figura 61. [1], [16], [47], [48], [52]

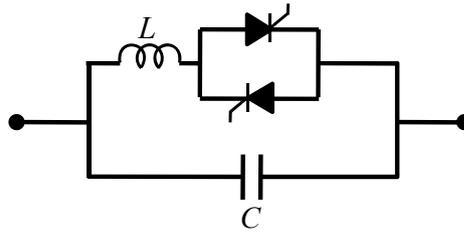


Figura 61: Topología básica de un TCSC.

En estado estacionario, la impedancia equivalente del TCSC es el paralelo del circuito  $LC$  conformado por la impedancia del capacitor fijo  $X_C$  y la impedancia inductiva variable  $X_L$  del TCR; esto es:

$$X_{TCSC}(\alpha) = \frac{X_C X_L(\alpha)}{X_L(\alpha) - X_C} \quad (5.7)$$

donde:

$$X_L(\alpha) = X_L \frac{\pi}{\pi - 2\alpha - \text{sen}\alpha} \quad \text{con } X_L \leq X_L(\alpha) \leq \infty \quad (5.8)$$

$X_L = \omega L$  y  $\alpha$  es el ángulo de atraso medido desde la cresta de la tensión del capacitor (o equivalentemente, el cruce por cero de la corriente de línea).

El TCSC presenta un circuito  $LC$  paralelo sintonizable con la corriente de línea, formando así una fuente de corriente alterna constante. Como la impedancia del reactor controlado,  $X_L(\alpha)$ , varía entre su valor máximo (infinito) hasta su mínimo ( $\omega L$ ), el TCSC incrementa su impedancia capacitiva desde su valor mínimo,  $X_{TCSCmin} = X_C = 1/\omega C$ , hasta la resonancia paralelo en  $X_C = X_L(\alpha)$  donde teóricamente  $X_{TCSCmax}$  tiende a infinito. Disminuyendo aún más  $X_L(\alpha)$ , la impedancia del TCSC,  $X_{TCSC}(\alpha)$ , se vuelve inductiva y alcanza su valor mínimo e igual a  $X_L X_C / (X_L - X_C)$  para  $\alpha = 0$ , donde el capacitor es cortocircuitado por el TCR. Por lo tanto, con el arreglo usual de un TCSC en el cual la impedancia del TCR ( $X_L$ ) es más pequeña que la del capacitor ( $X_C$ ), el TCSC tiene dos rangos de operación alrededor de su valor de resonancia: uno para  $\alpha_{Clim} \leq \alpha \leq \pi/2$  donde  $X_{TCSC}(\alpha)$  es capacitiva y otro para  $0 \leq \alpha \leq \alpha_{Lim}$  donde  $X_{TCSC}(\alpha)$  es inductiva. La característica descrita se muestra en la Figura 62 [48].

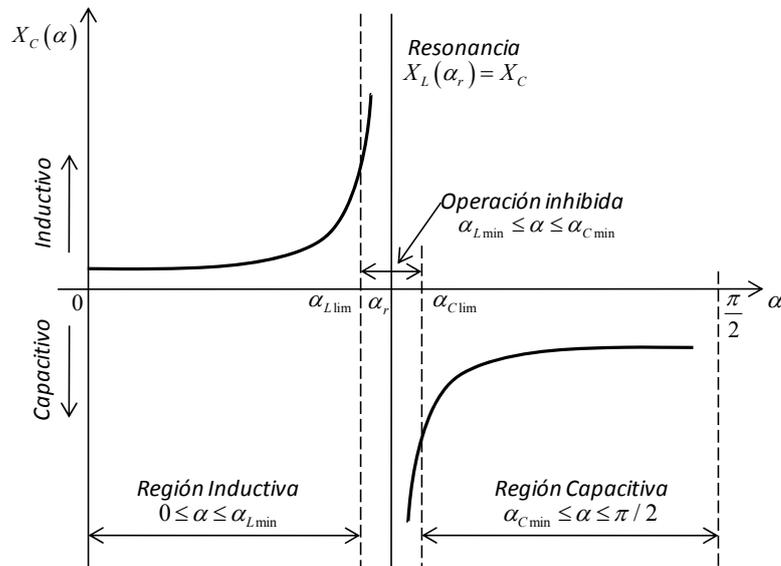


Figura 62: Característica de impedancia del TCSC.

La característica tensión-corriente de línea ( $U-I$ ) de un TCSC básico se muestra en la Figura 63. Cuando se opera por control de tensión del capacitor (Figura 63 (a)), en la región capacitiva el ángulo mínimo  $\alpha_{Clim}$  establece el límite máximo de tensión de compensación hasta el valor de corriente mínima de línea ( $I_{min}$ ). Luego, este máximo,  $U_{Cmax}$ , se mantiene para todas las condiciones de operación hasta que la corriente máxima,  $I_{max}$ , es alcanzada. En la región inductiva, el ángulo máximo  $\alpha_{Llim}$  limita la tensión para corrientes de línea bajas y para corrientes altas el límite lo impone la máxima corriente nominal de los tiristores.

El modo de control de reactancia se aplica para mantener el máximo grado de compensación para cualquier valor de corriente de línea menor a  $I_{max}$ . Para este modo de operación el reactor controlado se elige tal que para  $\alpha_{Clim}$  la reactancia capacitiva máxima,  $X_{Cmax}$ , puede ser mantenida hasta el valor de corriente máxima de línea, como se muestra en la Figura 63 (b). La mínima impedancia capacitiva de compensación del TCSC, es decir la impedancia propia del capacitor, puede ser teóricamente obtenida para  $\alpha = 90^\circ$  (cuando el reactor no conduce).

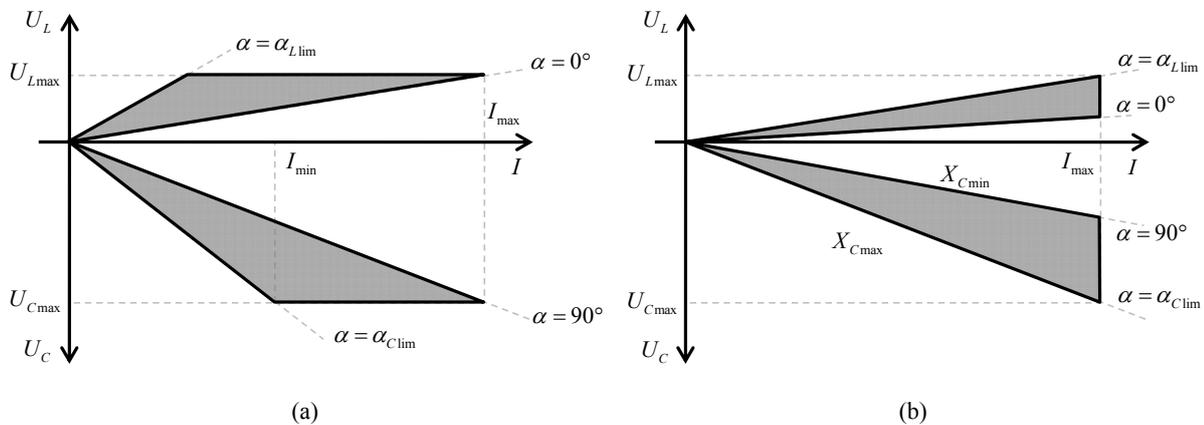


Figura 63: Característica tensión-corriente del TCSC operado por control de tensión (a) y por control de reactancia (b).

### 5.3.2. Modelado

En la Figura 64 se muestra el diagrama en bloques del modelo del TCSC típico para estudios de estabilidad oscilatoria. La convención de signos adoptada para este modelo es, reactancia positiva en ohms para la compensación capacitiva y reactancia negativa en ohms para la compensación inductiva. El modelo posee una entrada auxiliar ( $X_{Aux}$ ) la cual puede ser usada, por ejemplo, para el control del flujo de potencia. Se incluye una entrada para el control de las oscilaciones de pequeña señal ( $X_{SS}$ ). La referencia ( $X_{Ref}$ ) es el valor de reactancia del punto inicial de operación del TCSC. Las entradas se suman para obtener la  $X_{deseada}$ , la cual pade por un retardo de primer orden. El retardo está asociado al control de disparo y la respuesta natural del TCSC y está representado por la constante de tiempo  $T_{TCSC}$ . Esa constante de tiempo es del orden de 15 ms [16], [47], [52], [53].

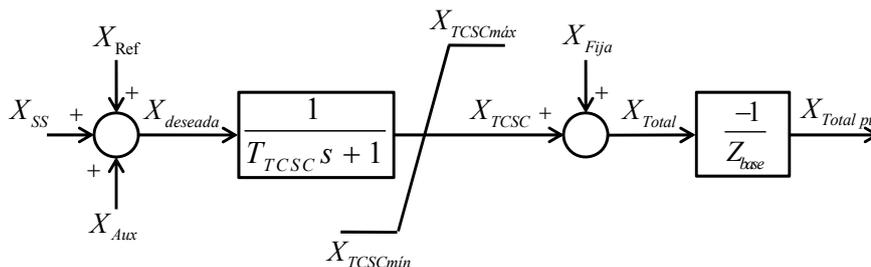


Figura 64: Modelo básico del comportamiento dinámico del TCSC.

La salida del retardo se denomina  $X_{TCSC}$  y se encuentra limitada entre su valor mínimo y máximo. Estos límites no son fijo, sino que responden a una función que depende del ángulo de disparo, la tensión del capacitor y la corriente de la línea. No se presentan mayores detalles de estos límites dinámico ya que para el problema en estudio sólo se analizarán  $\Delta X_{TCSC}$  en el entorno del punto de trabajo. Al valor de  $X_{TCSC}$  se le suma el valor de la compensación fija  $X_{Fija}$  (si existiese), para obtener el valor total de compensación  $X_{Total}$ . Como el valor de la reactancia total está expresado en ohms, debe ser expresado en por unidad ( $X_{Total pu}$ ) utilizando como base de impedancia la tensión fase-fase de la línea y la potencia base del sistema. El signo negativo del último bloque cambia la convención de signo adoptada por el modelo a la usada por el sistema (reactancias capacitivas negativas y reactancias inductivas positivas).[47], [52]

### 5.3.1. Cálculo del índice de controlabilidad de un TCSC

Si en el sistema se dispone de compensación serie mediante capacitores controlados, el sistema poseerá entradas independientes dadas por la señal de control de los mismos (la reactancia capacitiva). Estas señales de control, al ser independiente de las variables de estado del sistema, pueden utilizarse para calcular el índice de controlabilidad del TCSC.

Para poder calcular los índices de controlabilidad se debe construir la matriz de entradas independientes como se describe a continuación [33].

Dada una  $i$ -ésima línea de un sistema compensada con capacitor serie controlado por tiristores.

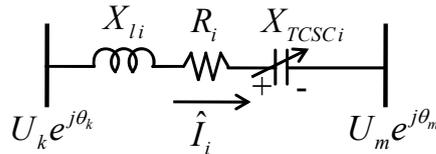


Figura 65: Modelo equivalente de una línea con compensación serie controlada.

Si se reemplaza el capacitor por una fuente de tensión equivalente, resulta:

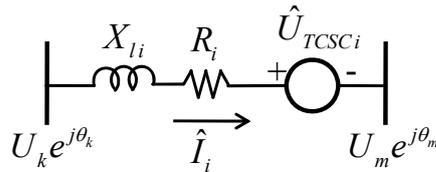


Figura 66: Modelo equivalente con fuente de tensión.

$$\hat{U}_{TCSCi} = -jX_{TCSCi}\hat{I}_i \quad (5.9)$$

$$\hat{I}_i = \frac{(\hat{U}_k - \hat{U}_m)}{(\hat{z}_{km} - jX_{TCSCi})} \quad (5.10)$$

donde:

$$\hat{z}_{km} = R_i + jX_{li} \quad (5.11)$$

Para obtener un modelo de inyección de corriente, se transforma la fuente de tensión en una fuente de corriente, obteniéndose el esquema de la Figura 67

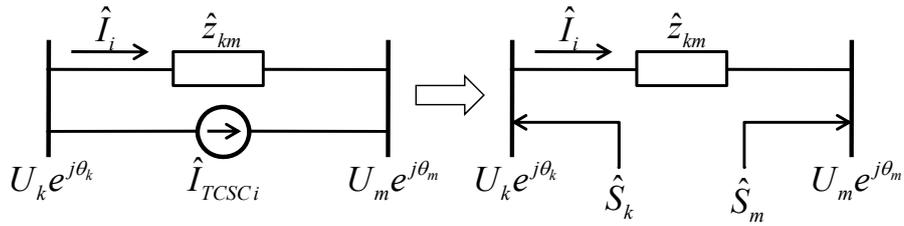


Figura 67: Modelo equivalente con el TCSC como fuente de corriente.

$$\hat{I}_{TCSCi} = \frac{\hat{U}_{TCSCi}}{\hat{z}_{km}} = \frac{-jX_{TCSCi} \hat{I}_i}{\hat{z}_{km}} \quad (5.12)$$

Reemplazando la expresión de la corriente (5.10) en (5.12), la corriente inyectada por la fuente queda determinada por:

$$\hat{I}_{TCSCi} = \frac{-jX_{TCSCi}}{\hat{z}_{km}} \left[ \frac{(\hat{U}_k - \hat{U}_m)}{(\hat{z}_{km} - jX_{TCSCi})} \right] \quad (5.13)$$

La variación de potencia aparente en el nodo  $k$  debido a la actuación del TCSC está dada por:

$$\hat{S}_k = \hat{U}_k (-\hat{I}_{TCSCi})^* \quad (5.14)$$

reemplazando (5.13) en (5.14):

$$\hat{S}_k = \hat{U}_k \left\{ \frac{jX_{TCSCi}}{\hat{z}_{km}} \left[ \frac{(\hat{U}_k - \hat{U}_m)}{(\hat{z}_{km} - jX_{TCSCi})} \right] \right\}^* \quad (5.15)$$

como,

$$\hat{Y}_{km} = -\hat{y}_{km} = -\frac{1}{\hat{z}_{km}} \quad (5.16)$$

sustituyendo (5.16) en (5.15):

$$\hat{S}_k = \hat{U}_k \left\{ -jX_{TCSCi} \hat{Y}_{km} \left[ \frac{(\hat{U}_k - \hat{U}_m)}{\left( \frac{-1}{\hat{Y}_{km}} - jX_{TCSCi} \right)} \right] \right\}^* \quad (5.17)$$

$$\hat{S}_k = -jX_{TCSCi} (\hat{Y}_{km}^*)^2 \frac{(U_k^2 - U_k U_m e^{j(\theta_k - \theta_m)})}{(1 - jX_{TCSCi} \hat{Y}_{km}^*)}$$

Derivando la expresión (5.17) respecto de  $X_{TCSCi}$ , resulta:

$$\frac{\partial \hat{S}_k}{\partial X_{TCSCi}} = -j (\hat{Y}_{km}^*)^2 \frac{(U_k^2 - U_k U_m e^{j(\theta_k - \theta_m)})}{(1 - jX_{TCSCi} \hat{Y}_{km}^*)^2} \quad (5.18)$$

Si la compensación controlable en condiciones normales de funcionamiento es nula, la derivada de la potencia inyectada por el TCSC en el nodo  $k$ , resulta:



$$\frac{\partial \hat{S}_k}{\partial X_{TCSCi}} = -j \left( \hat{Y}_{km}^* \right)^2 \left( U_k^2 - U_k U_m e^{j(\theta_k - \theta_m)} \right) \quad (5.19)$$

Las variaciones de potencia activa y reactiva estarán dada por:

$$\begin{aligned} \frac{\partial P_k}{\partial X_{TCSCi}} &= \operatorname{Re} \left( \frac{\partial \hat{S}_k}{\partial X_{TCSCi}} \right) \\ \frac{\partial Q_k}{\partial X_{TCSCi}} &= \operatorname{Im} \left( \frac{\partial \hat{S}_k}{\partial X_{TCSCi}} \right) \end{aligned} \quad (5.20)$$

Procediendo de igual forma para la variación de potencia en el nodo  $m$

$$\hat{S}_m = j X_{TCSCi} \left( \hat{Y}_{km}^* \right)^2 \frac{\left( U_m U_k e^{j(\theta_m - \theta_k)} - U_m^2 \right)}{\left( 1 - j X_{TCSCi} \hat{Y}_{km}^* \right)} \quad (5.21)$$

Derivando la expresión (5.21) respecto de  $X_{TCSCi}$ , resulta:

$$\frac{\partial \hat{S}_m}{\partial X_{TCSCi}} = j \left( \hat{Y}_{km}^* \right)^2 \frac{\left( U_m U_k e^{j(\theta_m - \theta_k)} - U_m^2 \right)}{\left( 1 - j X_{TCSCi} \hat{Y}_{km}^* \right)^2} \quad (5.22)$$

De igual forma que para el nodo  $k$ , si la compensación controlable en condiciones normales de funcionamiento es nula, la derivada de la potencia inyectada por el TCSC en el nodo  $m$ , resulta:

$$\frac{\partial \hat{S}_k}{\partial X_{TCSCi}} = j \left( \hat{Y}_{km}^* \right)^2 \left( U_k^2 - U_k U_m e^{j(\theta_k - \theta_m)} \right) \quad (5.23)$$

Las variaciones de potencia activa y reactiva estarán dada por:

$$\begin{aligned} \frac{\partial P_m}{\partial X_{TCSCi}} &= \operatorname{Re} \left( \frac{\partial \hat{S}_m}{\partial X_{TCSCi}} \right) \\ \frac{\partial Q_m}{\partial X_{TCSCi}} &= \operatorname{Im} \left( \frac{\partial \hat{S}_m}{\partial X_{TCSCi}} \right) \end{aligned} \quad (5.24)$$

La matriz correspondiente a la las entradas independientes queda definida como:



$$F = \begin{bmatrix} \frac{\partial P_1}{\partial X_{TCSC1}} & \dots & 0 & \dots & 0 \\ \frac{\partial Q_1}{\partial X_{TCSC1}} & \dots & 0 & \dots & 0 \\ \frac{\partial P_2}{\partial X_{TCSC1}} & \dots & 0 & \dots & 0 \\ \frac{\partial Q_2}{\partial X_{TCSC1}} & \dots & 0 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 0 & \dots & \frac{\partial P_k}{\partial X_{TCSCi}} & \dots & 0 \\ 0 & \dots & \frac{\partial Q_k}{\partial X_{TCSCi}} & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 0 & \dots & \frac{\partial P_m}{\partial X_{TCSCi}} & \dots & 0 \\ 0 & \dots & \frac{\partial Q_m}{\partial X_{TCSCi}} & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 0 & \dots & 0 & \dots & \frac{\partial P_{n-1}}{\partial X_{TCSCl}} \\ 0 & \dots & 0 & \dots & \frac{\partial Q_{n-1}}{\partial X_{TCSCl}} \\ 0 & \dots & 0 & \dots & \frac{\partial P_n}{\partial X_{TCSCl}} \\ 0 & \dots & 0 & \dots & \frac{\partial Q_n}{\partial X_{TCSCl}} \end{bmatrix} \quad (5.25)$$

Donde  $X_{TCSCi}$  con  $i = 1, 2, \dots, l$  es la reactancia capacitiva del TSCS compensación de las  $l$  líneas que posee el sistema.

Incorporando la matriz  $F$  en el sistema DAE, resulta:

$$\begin{aligned} \Delta \dot{x} &= G \Delta x + H \Delta \hat{U} \\ 0 &= K \Delta x + L \Delta \hat{U} + F \Delta X_{TCSC} \end{aligned} \quad (5.26)$$

de donde:

$$\Delta \hat{U} = -L^{-1} K \Delta x - L^{-1} F \Delta X_{TCSC} \quad (5.27)$$

Reemplazando  $\Delta \hat{U}$  de (5.27) en (5.26):

$$\begin{aligned} \Delta \dot{x} &= (G - HL^{-1}K) \Delta x + (-HL^{-1}F) \Delta X_{TCSC} \\ \Delta \dot{x} &= A' \Delta x + F' \Delta X_{TCSC} \end{aligned} \quad (5.28)$$

Diagonalizando el sistema, resulta:

$$\Delta \dot{z} = WA'V \Delta z + WF' \Delta X_{TCSC} \quad (5.29)$$

Por lo tanto la matriz de controlabilidad está definida como:

$$CI = WF' \quad (5.30)$$

El índice de controlabilidad del  $k$ -ésimo modo en la  $i$ -ésima línea queda definido como:

$$CI_{ki} = w_k^T f_i' \quad (5.31)$$

## 5.4. Regulador de ángulo de fase

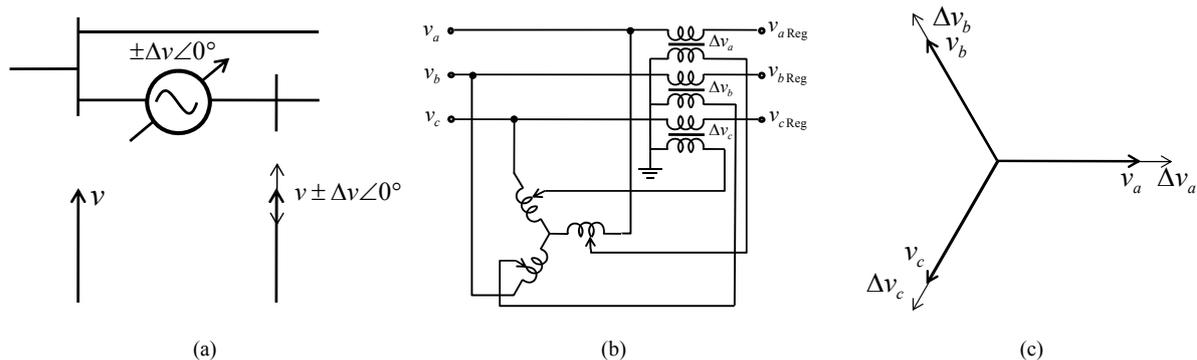
### 5.4.1. Funcionamiento y características

El Regulador de ángulo de fase controlados tiristores (TCPAR - Thyristor controlled phase-angle regulator) es una tecnología desarrollada para controlar el flujo de potencia, lo cual puede ser útil para diversos problemas del sistema. La instalación en serie de estos dispositivos, en especial en los circuitos que tienen una tendencia natural a estar sobrecargado, tiene la ventaja de proporcionar control preciso del flujo y la disminución de la corriente de cortocircuito en la línea controlada. El TCPAR es un consumidor neto de energía reactiva, es deseable que se utilice en partes relativamente fuertes de un sistema, o partes que normalmente no sufren de problemas de reactivo [1], [47], [48].

El TCPAR ha demostrado ser eficaz para [47]:

1. Regulación de flujo de potencia en estado estacionario,
2. Amortiguar las oscilaciones inter-área mediante control continuo,
3. Mejorar la estabilidad transitoria.

La regulación de tensión puede ser realizada por una fuente de tensión sincrónica controlable ( $\pm\Delta v$ ) en fase y en serie con la barra controlada, como se muestra en la Figura 68 (a). Generalmente, la regulación se implementa mediante un autotransformador trifásico provisto de un cambiador de tomas (ver Figura 68 (b)). El arreglo mostrado inyecta las tensiones  $\pm\Delta v_a$ ,  $\pm\Delta v_b$  y  $\pm\Delta v_c$ , las cuales están en fase con las tensiones  $v_a$ ,  $v_b$  y  $v_c$  respectivamente, como se ve en la Figura 68 (c) [48].



**Figura 68:** Concepto e implementación básica de un Regulador de Tensión [48].

De manera similar, el arreglo de la Figura 68 (a) puede ser usado para controlar el ángulo de fase simplemente estipulando que la tensión inyectada,  $\Delta v$ , tenga un una fase de  $\pm 90^\circ$  relativa a la tensión del sistema  $v$ , como se muestra en la Figura 69 (a). Con esta inyección de tensión en cuadratura, cambiará el ángulo de la tensión del sistema. Un posible arreglo que permita controlar el ángulo de fase se muestra en la Figura 69 (b) y el diagrama fasorial resultante se encuentra en la Figura 69 (c). Para ajustes de ángulo relativamente pequeños, el cambio angular resultante es aproximadamente proporcional a la tensión inyectada, mientras que el módulo de la tensión se mantiene casi constante. Sin embargo, para grandes cambios de ángulo, el módulo de la tensión sufrirá un incremento apreciable, por esta razón, se refiere a esta configuración como transformador amplificador en

cuadratura. El módulo de la tensión puede ser manejado independientemente del ángulo utilizando un arreglo de bobinados más complejo. Sin embargo el amplificador en cuadratura es el arreglo más común utilizado en los reguladores de ángulo de fase.

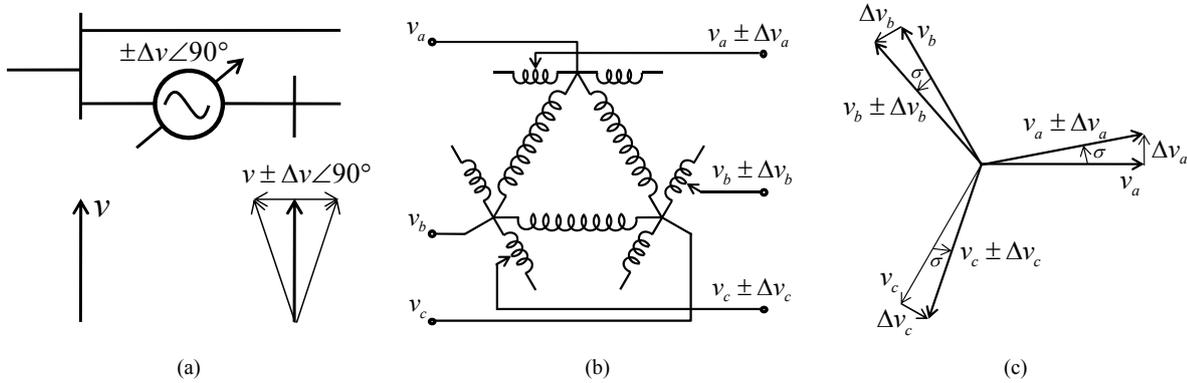


Figura 69: Concepto e implementación de un Regulador de Ángulo de Fase [48].

El concepto básico del control del flujo de potencia mediante la regulación del ángulo, ilustrado en la Figura 70 (a), es representado en términos de modelo usual de dos máquinas en el cual el regulador de ángulo de fase (o Phase Angel Regulator - PAR) se inserta entre la barra generadora y la línea de transmisión ( $U_s$ ). Teóricamente, el PAR puede ser considerado como una fuente de tensión sinusoidal (de frecuencia fundamental) con amplitud y fase controlada. Así, la tensión efectiva del extremo emisor ( $U_{sef}$ ) resulta ser la suma de la tensión de la barra generadora  $U_s$  y la tensión  $U_\sigma$  provista por el PAR, como se ve el diagrama vectorial de la Figura 70 (b).

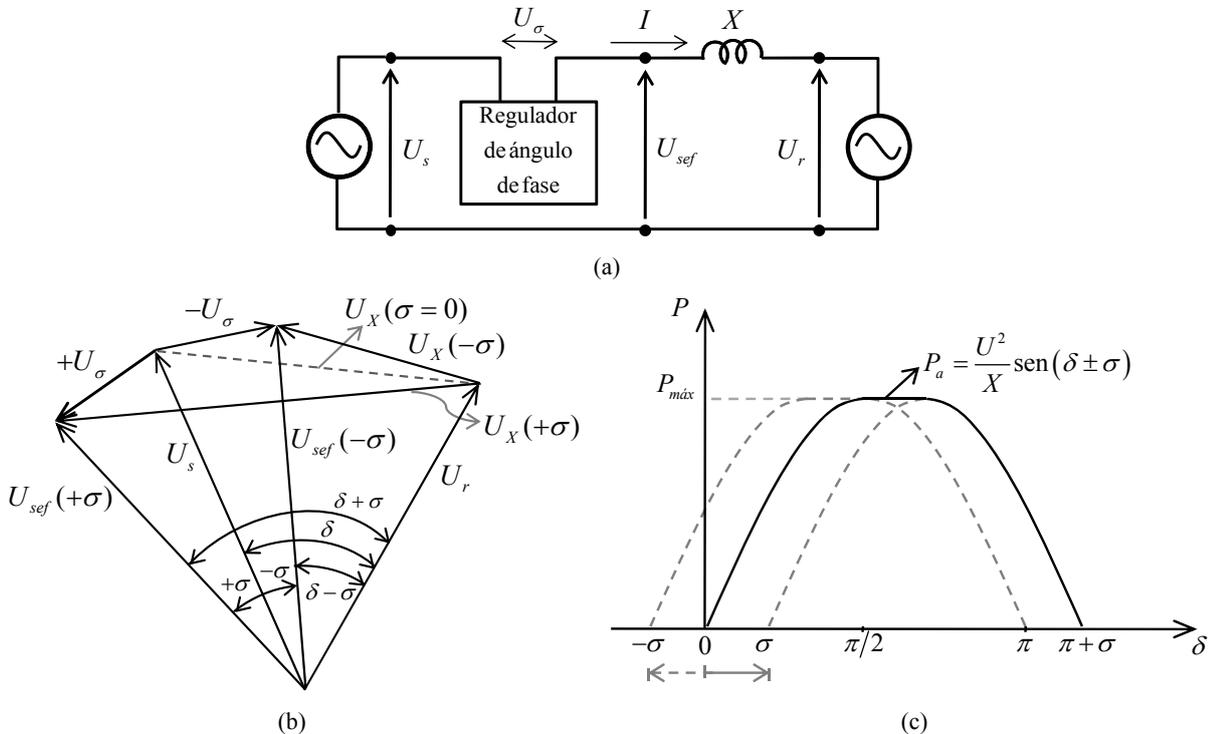


Figura 70: Sistema de dos máquinas con Regulador de ángulo de fase (a), diagrama fasorial correspondiente (b), característica potencia-ángulo (c) [48].

Para un regulador ideal, el ángulo del fasor  $U_\sigma$  relativo al fasor  $U_s$  varía con  $\sigma$  con lo cual el cambio en el ángulo no resulta en cambios de magnitud, esto es:

$$U_{sef} = U_s + U_\sigma \text{ y } |U_{sef}| = |U_s| = U_{sef} = U_s = U \quad (5.32)$$



La idea básica detrás de la regulación independiente del ángulo es mantener la potencia transmitida en el nivel deseado, independientemente del ángulo de transmisión ( $\delta$ ), en un rango de operación predeterminado.

Con el control del ángulo de fase de acuerdo a lo expresado en (5.32) el ángulo de fase efectivo entre la tensión del extremo emisor y el extremo receptor resulta  $(\delta - \sigma)$ , y de esto, la potencia activa transmitida  $P$  y la potencia reactiva  $Q$  demandada en el final de la línea puede ser expresada según:

$$P = \frac{U^2}{X} \sin(\delta - \sigma) \quad (5.33)$$

y

$$Q = \frac{U^2}{X} [1 - \cos(\delta - \sigma)] \quad (5.34)$$

La relación entre la potencia activa  $P$ , la potencia reactiva  $Q$  y los ángulos  $\delta$  y  $\sigma$  se muestra en la Figura 70 (c). Se puede ver que, aunque el regulador de ángulo de fase no incrementa la potencia máxima transmisible, es teóricamente posible mantener la potencia en su valor máximo para cualquier ángulo  $\delta$  en el rango  $\pi/2 < \delta < \pi/2 + \sigma$  desplazando la curva  $P$ - $\delta$  hacia la derecha. Puede notarse que la curva  $P$ - $\delta$  también puede ser desplazada hacia la izquierda insertando en la tensión del regulador una polaridad opuesta.

Si el ángulo del fasor  $U_\sigma$  relativo al fasor  $U_s$  se restringe a un valor fijo de  $\pm 90^\circ$ , el regulador de ángulo de fase se vuelve un amplificador en cuadratura (Quadrature Booster "QB"), con la siguiente relación:

$$U_{sef} = U_s + U_\sigma \quad \text{y} \quad |U_{sef}| = \sqrt{U^2 + U_\sigma^2} \quad (5.35)$$

Para un regulador del tipo amplificador en cuadratura la potencia transmitida puede expresarse según:

$$P = \frac{U^2}{X} \left( \sin \delta + \frac{U_\sigma}{U} \cos \delta \right) \quad (5.36)$$

La potencia transmitida  $P$  versus el ángulo  $\delta$  como función paramétrica de la tensión en cuadratura inyectada  $U_\sigma$  se muestra junto con el diagrama fasorial característico del amplificador en cuadratura en la Figura 71. Se observa que la potencia máxima transmisible se incrementa con la tensión inyectada  $U_\sigma$ , al contrario de lo que pasaba con el regulador de ángulo de fase, el amplificador en cuadratura aumenta la tensión del extremo transmisor de la línea.

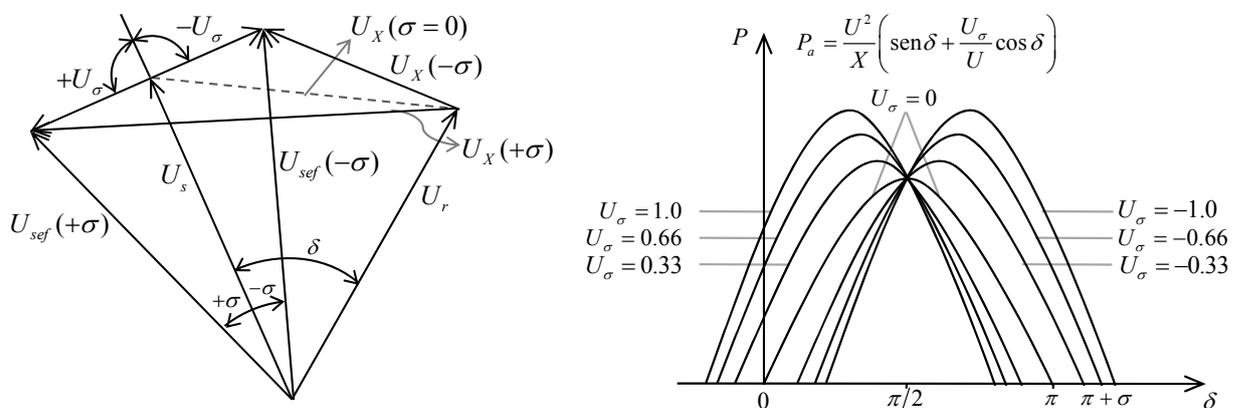


Figura 71: Diagrama fasorial y característica potencia-ángulo de un amplificador en cuadratura [48].

A diferencia de los otros tipos de dispositivos, como el SVC y TCSC, el PAR tiene que manejar tanto potencia activa como reactiva. los volt-amperes ( $VA$ ) totales que debe manejar el regulador es:

$$VA = |U_{sef} - U_s| |I| = |U_\sigma| |I| = U_\sigma I \quad (5.37)$$

Como se ve en la expresión (5.37) la potencia nominal del regulador es determinado por el producto de la máxima tensión inyectada y la máxima corriente de la línea.

#### 5.4.2. Modelado

La Figura 72 muestra el diagrama en bloques del TCPAR empleado para estudios de estabilidad. La señal de entrada corresponde al ángulo de fase deseado. Dicha señal puede ser determinada por un controlador con un objetivo específico, como por ejemplo, mejorar el amortiguamiento de las oscilaciones del sistema o controlar la potencia transmitida. Esta entrada puede ser una señal única o la suma de señales de control.

El block que posee una función de primer orden representa el retraso introducido por el circuito de tiristores. Este retraso puede asumirse en un valor aproximado de 0.03 segundos [47]. Al integrador se le coloca un limitador anti-windup para acotar los valores máximo y mínimos del cambio de fase.

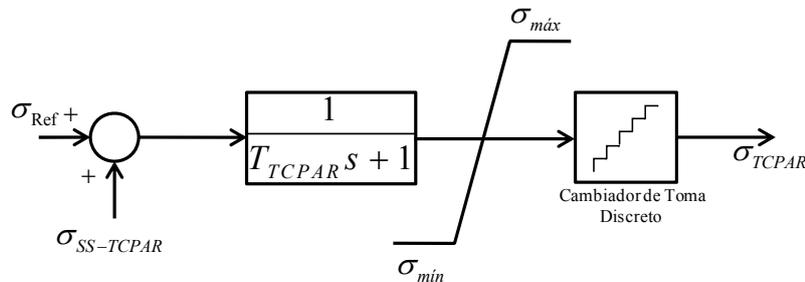


Figura 72: Modelo básico del comportamiento dinámico del TCPAR.

La mayoría de los diseños de TCPAR que utilizan conmutación por tiristor para los cambiadores de tomas discretos de los transformadores. En consecuencia, la salida del TCPAR no variará suavemente, sino que lo hará cambiar de una manera paso a paso.

#### 5.4.3. Cálculo del índice de controlabilidad de un TCPAR

Para calcular el índice de controlabilidad de un TCPAR instalado en la  $i$ -ésima línea de un sistema (Figura 73), se plantea el modelo de inyección de potencia.

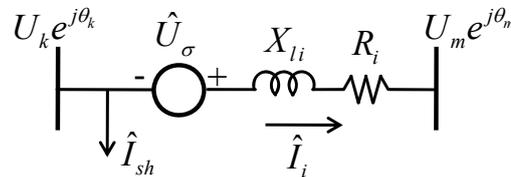


Figura 73: Modelo equivalente de una línea con regulación de ángulo de fase.

Se reemplaza la fuente de tensión por una fuente de corriente y se calculan las potencias inyectadas por el TCPAR en los nodos extremos de la línea. El modelo equivalente se ve en la Figura 74.

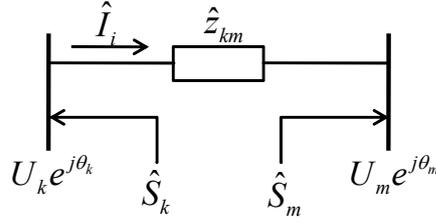


Figura 74: Modelo equivalente del TCPCAR como de inyección de potencia.

Las potencias aparentes inyectadas en cada nodo resultan [54]–[57]:

$$\begin{aligned}\hat{S}_k &= P_k + jQ_k \\ \hat{S}_m &= P_m + jQ_m\end{aligned}\quad (5.38)$$

con:

$$\begin{aligned}P_k &= -U_k^2 (\tan \sigma_i)^2 G_{km} - U_k U_m \tan \sigma_i [G_{km} \sin(\theta_k - \theta_m) - B_{km} \cos(\theta_k - \theta_m)] \\ Q_k &= U_k^2 (\tan \sigma_i)^2 B_{km} + U_k U_m \tan \sigma_i [G_{km} \cos(\theta_k - \theta_m) + B_{km} \sin(\theta_k - \theta_m)] \\ P_m &= -U_k U_m \tan \sigma_i [G_{km} \sin(\theta_k - \theta_m) + B_{km} \cos(\theta_k - \theta_m)] \\ Q_m &= -U_k U_m \tan \sigma_i [G_{km} \cos(\theta_k - \theta_m) - B_{km} \sin(\theta_k - \theta_m)]\end{aligned}\quad (5.39)$$

Derivando las expresiones de (5.39) respecto del ángulo  $\sigma$  obtenemos:

$$\begin{aligned}\frac{\partial P_k}{\partial \sigma_i} &= -2U_k^2 \tan \sigma_i \sec^2 \sigma_i G_{km} - U_k U_m \sec^2 \sigma_i [G_{km} \sin(\theta_k - \theta_m) - B_{km} \cos(\theta_k - \theta_m)] \\ \frac{\partial Q_k}{\partial \sigma_i} &= 2U_k^2 \tan \sigma_i \sec^2 \sigma_i B_{km} + U_k U_m \sec^2 \sigma_i [G_{km} \cos(\theta_k - \theta_m) + B_{km} \sin(\theta_k - \theta_m)] \\ \frac{\partial P_m}{\partial \sigma_i} &= -U_k U_m \sec^2 \sigma_i [G_{km} \sin(\theta_k - \theta_m) + B_{km} \cos(\theta_k - \theta_m)] \\ \frac{\partial Q_m}{\partial \sigma_i} &= -U_k U_m \sec^2 \sigma_i [G_{km} \cos(\theta_k - \theta_m) - B_{km} \sin(\theta_k - \theta_m)]\end{aligned}\quad (5.40)$$

La matriz de entradas, necesaria para el cálculo de índices de controlabilidad, resulta:



$$F = \begin{bmatrix} \frac{\partial P_1}{\partial \sigma_1} & \dots & 0 & \dots & 0 \\ \frac{\partial Q_1}{\partial X \sigma_1} & \dots & 0 & \dots & 0 \\ \frac{\partial P_2}{\partial \sigma_1} & \dots & 0 & \dots & 0 \\ \frac{\partial Q_2}{\partial \sigma_1} & \dots & 0 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 0 & \dots & \frac{\partial P_k}{\partial \sigma_i} & \dots & 0 \\ 0 & \dots & \frac{\partial Q_k}{\partial \sigma_i} & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 0 & \dots & \frac{\partial P_m}{\partial \sigma_i} & \dots & 0 \\ 0 & \dots & \frac{\partial Q_m}{\partial \sigma_i} & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 0 & \dots & 0 & \dots & \frac{\partial P_{n-1}}{\partial \sigma_l} \\ 0 & \dots & 0 & \dots & \frac{\partial Q_{n-1}}{\partial \sigma_l} \\ 0 & \dots & 0 & \dots & \frac{\partial P_n}{\partial \sigma_l} \\ 0 & \dots & 0 & \dots & \frac{\partial Q_n}{\partial \sigma_l} \end{bmatrix} \quad (5.41)$$

Donde  $\sigma_i$  con  $i = 1, 2, \dots, l$  es el ángulo del TCPAR de las  $l$  líneas que posee el sistema.

Obtenida  $F$ , se incorpora al sistema DAE y se calculan los índices de controlabilidad como se muestra en las expresiones (5.26) a (5.31), donde se reemplaza  $\Delta X_{TCSC}$  por  $\Delta \sigma$ .

### 5.5. Cálculo de los índices de observabilidad

El índice de observabilidad se puede calcular para distintas variables que pueden ser sintetizadas mediante las variables de estado del sistema, como ser la potencia activa y aparente de las líneas, y directamente variables algebraicas explícitas como la tensión de barras.

Si se desea calcular los índices de observabilidad se debe construir la matriz de salidas, las cuales serán dependientes de las variables de estado existentes en el sistema.

#### 5.5.1. Observabilidad en la potencia activa de una línea

Para obtener los índices de observabilidad de los modos del sistema, en la potencia activa de que circula por una línea, se plantea el siguiente esquema:

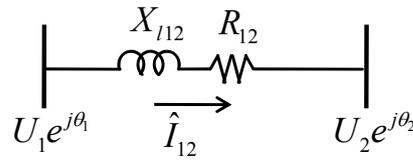


Figura 75: Modelo equivalente de una línea de transmisión.

$$\hat{I}_{12} = \frac{1}{\hat{z}_{12}}(\hat{U}_1 - \hat{U}_2) \quad (5.42)$$

con:  $\hat{z}_{12} = R_{12} + jX_{12}$

Sabiendo que:

$$\hat{S}_1 = \hat{U}_1(-\hat{I}_{12})^* \quad (5.43)$$

$$\hat{Y}_{12} = -\hat{y}_{12} = -\frac{1}{\hat{z}_{12}} \quad (5.44)$$

reemplazando (5.42) en (5.43):

$$\hat{S}_1 = \hat{U}_1 \left[ -\frac{1}{\hat{z}_{12}}(\hat{U}_1 - \hat{U}_2) \right]^* \quad (5.45)$$

Sustituyendo (5.44) en (5.45), resulta:

$$\hat{S}_1 = \hat{U}_1 \left[ \hat{Y}_{12}(\hat{U}_1 - \hat{U}_2) \right]^* \quad (5.46)$$

Operando

$$\hat{S}_1 = (U_1^2 - U_1 U_2 e^{j(\theta_1 - \theta_2)}) \hat{Y}_{12}^* \quad (5.47)$$

La potencia activa entre los nodos 1 y 2 estará dada por:

$$P_{12} = \text{Re}(\hat{S}_1) \quad (5.48)$$

Derivando la expresión (5.48) respecto al ángulo y módulo de las tensiones en ambos nodos resulta:

$$\frac{\partial \text{Re}(\hat{S}_1)}{\partial \theta_1} = \text{Re} \left[ (-jU_1 U_2 e^{j(\theta_1 - \theta_2)}) \hat{Y}_{12}^* \right] \quad (5.49)$$

$$\frac{\partial \text{Re}(\hat{S}_1)}{\partial U_1} = \text{Re} \left[ (2U_1 - U_2 e^{j(\theta_1 - \theta_2)}) \hat{Y}_{12}^* \right] \quad (5.50)$$

$$\frac{\partial \text{Re}(\hat{S}_1)}{\partial \theta_2} = \text{Re} \left[ (jU_1 U_2 e^{j(\theta_1 - \theta_2)}) \hat{Y}_{12}^* \right] \quad (5.51)$$

$$\frac{\partial \text{Re}(\hat{S}_1)}{\partial U_2} = \text{Re} \left[ (-U_1 e^{j(\theta_1 - \theta_2)}) \hat{Y}_{12}^* \right] \quad (5.52)$$

Con lo cual, las variaciones de potencia activa estará dada por:



$$\Delta P_{12} = \begin{bmatrix} \operatorname{Re}\left(\frac{\partial \hat{S}_1}{\partial \theta_1}\right) & \operatorname{Re}\left(\frac{\partial \hat{S}_1}{\partial U_1}\right) & \operatorname{Re}\left(\frac{\partial \hat{S}_1}{\partial \theta_2}\right) & \operatorname{Re}\left(\frac{\partial \hat{S}_1}{\partial U_2}\right) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta \theta_1 \\ \Delta U_1 \\ \Delta \theta_2 \\ \Delta U_2 \end{bmatrix} = P \Delta U \quad (5.53)$$

Para definir las variaciones de potencia activa por las líneas como salida del sistema DAE, debemos definir la función de salida  $y$ . Partiendo de el sistema DAE al cual se le ha eliminado  $\hat{I}_g$  como variable independiente, resulta:

$$\begin{aligned} \Delta \dot{x} &= G \Delta x + H \Delta \hat{U} \\ 0 &= K \Delta x + L \Delta \hat{U} \\ y &= \Delta P_{ij} \end{aligned} \quad (5.54)$$

de donde:

$$\Delta \hat{U} = -L^{-1} K \Delta x \quad (5.55)$$

Reemplazando  $\Delta U$  de (5.55) en (5.53):

$$\Delta P_{ij} = -P L^{-1} K \Delta x \quad (5.56)$$

Por lo tanto resulta:

$$\begin{aligned} \Delta \dot{x} &= (G - H^{-1} K) \Delta x \\ y &= \Delta P_{ij} = -P L^{-1} K \Delta x \end{aligned} \quad (5.57)$$

La matriz de salida queda definida entonces como:

$$P_{sal} = -P L^{-1} K \quad (5.58)$$

Para calcular los índices de observabilidad se debe multiplicar a la matriz  $P_{sal}$  por la matriz de autovectores a derecha  $V$ , según:

$$\begin{aligned} \Delta \dot{z} &= W V \Delta z \\ y &= P_{sal} V \Delta z \end{aligned} \quad (5.59)$$

$P_{sal} V$  es la matriz que contiene los índices de observabilidad. Cada columna corresponde a un modo presente en el sistema y el elemento de cada fila es el índice que determina cuan observable es el modo en la potencia de cada una de las líneas. Para un sistema de  $n$  modos y  $r$  salidas, resulta:

$$y = \begin{bmatrix} (p_{sal} v)_{11} & \cdots & (p_{sal} v)_{1i} & \cdots & (p_{sal} v)_{1n} \\ \vdots & & \vdots & & \vdots \\ (p_{sal} v)_{i1} & \cdots & (p_{sal} v)_{ii} & \cdots & (p_{sal} v)_{in} \\ \vdots & & \vdots & & \vdots \\ (p_{sal} v)_{r1} & \cdots & (p_{sal} v)_{ri} & \cdots & (p_{sal} v)_{rn} \end{bmatrix}_{r \times n} \Delta z$$

Modo ↓  
Salida → Índice Observ.

**Figura 76:** Estructura de la matriz de índices de observabilidad.

En caso de querer obtener los índices de observabilidad para la potencia aparente, en lugar de la potencia activa, se realizan las derivadas de  $\hat{S}$  en lugar de calcularlas para  $\operatorname{Re}(\hat{S})$ .



### 5.5.2. Observabilidad en la tensión de barra

El cálculo de los índices para la tensión de barra no demanda mayor desarrollo que despejar la variable  $\hat{U}$  y expresarla como salida ( $y$ ) del sistema DAE. Partiendo de el sistema DAE al cual se le ha eliminado  $\hat{I}_g$  como variable independiente, resulta:

$$\begin{aligned}\Delta \dot{x} &= G \Delta x + H \Delta \hat{U} \\ 0 &= K \Delta x + L \Delta \hat{U} \\ y &= \Delta \hat{U}\end{aligned}\tag{5.60}$$

de donde:

$$y = \Delta \hat{U} = -L^{-1} K \Delta x\tag{5.61}$$





## 6. Sistema Informático para Análisis Modal - SIAM

### 6.1. Introducción

El Sistema Informático para Análisis Modal, o SIAM por su acrónimo, es una herramienta que tiene como objetivos caracterizar las oscilaciones electromecánicas de un sistema de potencia y ayudar a determinar el lugar óptimo, tanto para la detección como para la acción de mitigación de dichas oscilaciones.

El desarrollo inicial de la herramienta SIAM tuvo lugar entre Noviembre de 2008 y Junio de 2011. Esa primera versión (SIAM v1.1) analizaba las matrices de estado, entregadas por la actividad ASTR del programa PSS/E [45] en formato binario. Mediante un procesamiento adecuado de los datos, el programa obtenía los autovalores de interés y sus autovectores asociados, así como los factores de participación de las distintas variables de estado; además de contar con facilidades para su representación gráfica.

La actividad ASTR calcula la matriz de estado mediante la aplicación de una perturbación porcentual en cada una de las variables de estado para luego obtener su derivada (método incremental). Al existir alinealidades en los modelos empleados, este método es muy sensible a la elección de la amplitud de la perturbación. El valor de la perturbación empleada para el cálculo de la matriz resulta del compromiso entre no utilizar una perturbación muy pequeña, que puede generar derivadas pequeñas y por ende ser enmascaradas por el error numérico, y una perturbación muy grande que puede falsear el valor de las derivadas cuando la perturbación generada pasa por una alinealidad en el proceso de propagación, por ejemplo, la saturación de los generadores. Una comparación del efecto de utilizar distintos valores de perturbación puede verse en [44].

En el proceso de obtención de la matriz  $A$ , mediante el uso de la actividad ASTR, resulta de fundamental importancia una correcta linealización alrededor de su estado inicial de todos los modelos no lineales utilizados para estudios de dinámica del sistema [43]. En tal sentido, previamente a la ejecución de la actividad hay que garantizar que se han corregido varios tipos de problemas que afectan la propagación de la perturbación para la construcción de la matriz de estado. Las correcciones necesarias pueden agruparse en: reajuste de parámetros y modificación de la programación propia del modelo que genera problemas.

Respecto del reajuste de parámetros, las principales correcciones a realizar serán:

- a) La expansión de límites de los modelos de RAT y PSS. Esto evita que se alcancen los límites cuando se perturba una variable y existen ganancias muy altas en el lazo de control.
- b) La anulación de lógicas de limitadores de Sobre-Excitación y Sub-Excitación (OEL y UEL) incluidas en RATs.



- c) La anulación de acciones derivativas. Esto es necesario si el modelo tiene un control P+I+D.
- d) El cambio del parámetro de entradas de PSS, de Frecuencia a Velocidad, ya que la actividad ASTR para obtener la matriz A no computa la frecuencia de las barras.
- e) Los modelos tienen problemas cuando una constante de tiempo es menor que 2 veces el tiempo de cálculo, ya que el programa las considera nulas y por lo tanto puede que se elimine una variable de estado. Para evitar este error se debe ajustar el tiempo de cálculo a un valor tal que la constante de tiempo sea mayor o igual a 2.5 veces el tiempo de cálculo. [45]

Al utilizar modelos de usuarios, en algunos casos, se deben realizar ciertas modificaciones de la programación del mismo de modo tal que resulte concordante el análisis Modal con los análisis realizados en el dominio del tiempo (simulaciones dinámicas, Análisis de Prony, etc.). Las principales correcciones al programa de los modelos se deben a algunas de las siguientes razones:

- a) El modelo original no propaga correctamente la perturbación. Este hecho trae como consecuencia que los coeficientes de la columna correspondiente a la Variable de Estado perturbada sean correctas para las Variables de Estado del propio modelo, pero resultan nulos para las Variables de Estado de otros modelos. Cabe aclarar que esta forma de operar produce un retardo de un paso de tiempo cuando se ejecuta una dinámica normal y no tiene consecuencias en la respuesta temporal, pero conlleva a errores apreciables cuando se utiliza para obtener la Matriz A.
- b) El modelo tiene una lógica de selección de mínimo o máximo entre la señal normal de control y la señal de un limitador, estando ambas señales realimentadas positivamente con un filtro de primer orden desde la salida del selector de máximo o de mínimo valor. Esta realimentación determina un control P+I anti-windup. Si la perturbación provoca un cambio de signo opuesto en la entrada el limitador toma el control, lo cual representa una operación incorrecta. Cabe aclarar que la operación realizada por el selector de mínimo valor es correcta para cuando se ejecuta una dinámica normal, pero conlleva a errores apreciables cuando se utiliza para obtener la Matriz A.
- c) El modelo tiene funciones trigonométricas (coseno) en las cuales se cometen grandes errores de linealización cuando el nivel de la perturbación es grande.
- d) El modelo computa las derivadas en forma implícita, es decir, no hace uso de los arreglos de variables de estado y derivadas propias del programa PSS/E (STATE (K) y DSATE(K)).
- e) El modelo se ejecuta en un orden que no permite la correcta propagación de la perturbación. El programa PSS/E tiene una secuencia de ejecución predeterminada de modelos. Si un modelo se define como tipo 8, lo cual corresponde a un modelo de Usuario llamado por la rutina CONEC o CONET, y sus salidas son entradas de un RAT asociado, existirán problemas de propagación. El modelo tipo 8 se ejecuta después del RAT y, por lo tanto, no propaga las perturbaciones de sus Variables de Estado al modelo de RAT. [45]

Debido a estas dificultades y consideraciones que deben tenerse en cuenta al momento de obtener la matriz de estado mediante la actividad ASTR, se decidió desarrollar un método para la obtención de la matriz de forma externa al programa PSS/E y que evitase este tipo de inconvenientes. Ese método, que se explicó en el Capítulo 4, se implementa en la segunda versión del SIAM (SIAM v2.0), la cual incluye el cálculo de la matriz de estados del sistema y de los índices de controlabilidad y de observabilidad. El cálculo de la matriz se realiza en forma totalmente independiente y para lograr esto



fue necesario linealizar y codificar todos los modelos de los elementos del sistema eléctrico que son relevantes para el estudio de estabilidad de pequeña señal.

La segunda etapa del desarrollo del SIAM (v2.0) pretende obtener una herramienta más versátil para la realización de estudios de estabilidad de pequeña señal, especialmente del Sistema Argentino de Interconexión – Sistema Interconectado Patagónico, SADI-SIP. El SIAM, al utilizar un método analítico de cálculo de las derivadas, evita los problemas debidos a la amplitud y propagación de la perturbación. Así mismo, al incorporar los modelos ya linealizados no existen problemas con aquellos que emplean funciones trigonométricas, limitadores o saturaciones.

El SIAM proporciona en forma directa los autovalores del sistema, mientras que la matriz obtenida por el PSS/E debe ser procesada usando otro módulo llamado LSYSAN [45], el cual está incluido en el paquete del programa, para obtener los mismo resultados. Este módulo externo se encuentra desarrollado en un entorno DOS, lo cual resulta poco amigable al usuario.

Entre las principales tareas realizadas durante el desarrollo de la aplicación, pueden señalarse: la adecuación de la interface de usuario, la adecuación de código para la lectura de archivos fuente, el desarrollo de código para el cálculo de las matrices de interés, el análisis, linealización y desarrollo de código para las rutinas de todos los modelos de elementos involucrados en la propagación de perturbaciones de variables de estado y la validación de modelos por contraste con los resultados del PSS/E.

Los modelos incorporados en el SIAM se corresponden con los modelos de generador, RAT y PSS existentes en la Base de Datos de modelos no lineales de CAMMESA. Esto contabiliza cerca de 70 modelos diferentes, tanto estándar (librería del programa comercial) como de usuarios.

## 6.2. Estructura general del programa

El programa SIAM v2.0 calcula la matriz de estados de un sistema eléctrico en base a los resultados obtenidos del estudio de flujo de carga. Estos resultados son extraídos de un programa comercial (PC).

Previamente a utilizar el SIAM, se debe extraer la información necesaria del PC. Para ello se deben preparar los datos necesarios del flujo para poder ser utilizados luego. La preparación de los datos consiste en:

- Convertir los  $m$  generadores existentes en la red en fuentes de corriente. Esto permite modelar a los mismos como inyecciones de corriente a la red y no como potencias constantes, lo cual permite analizar su comportamiento en el entorno del punto de trabajo establecido.
- Convertir las cargas, considerando la tensión en el nodo donde se encuentran conectadas, en cargas de impedancia constante, corriente constante o potencia constante en la proporción que se requiera. Las cargas de impedancia constante se incluirán en la matriz de admitancia nodal, las cargas de corriente constante se incluirán como inyecciones negativas de corriente en los nodos y las cargas de potencia constante se incorporaran al balance de potencia del nodo al momento de calcular los coeficientes de las matrices.

Además de la información referente a los generadores y las cargas, es necesario conocer las tensiones y ángulos de los  $n$  nodo del sistema (información de barras) y la matriz de admitancia de la red. También es necesario conocer los modelos que representan a los generadores y sus controles asociados, así como los parámetros de ajuste de los mismos.

Todos los datos necesarios son guardados en archivos de texto en formato ASCII.



La estructura general del programa SIAM se describe en la Figura 77.

Los datos obtenidos del PC son utilizados como entradas para el SIAM. En base a esta información el SIAM construye tres arreglos de datos principales que se utilizan para el cálculo de las matrices individuales de cada planta generadora, así también como el jacobiano. Estos tres arreglos consisten en:

- *Datos de flujo*: contiene en forma ordenada e indexada toda la información relativa a los resultados del flujo de carga y parámetros principales. Incluye: tensión en módulo y ángulo de cada barra; nombre, área y zona de las mismas; potencia base, reactancia y resistencia de los generadores así como su potencia activa y reactiva; datos de las cargas en cada nodo. Este arreglo también almacena datos de la inicialización de cada modelo, como ser, ángulo interno de máquina, tensión de referencia de los RAT, tensión de campo y corriente inyectada a la red de los generadores.
- *Datos de modelos*: contiene en forma ordenada la información de los modelos asociados a cada planta generadora, identificando cada uno por su tipo (generador, RAT o PSS). Cada modelo está descrito por su nombre y sus parámetros de ajuste.
- *Matriz de admitancia*: contiene la matriz de admitancia del sistema extraída en forma de texto del PC.

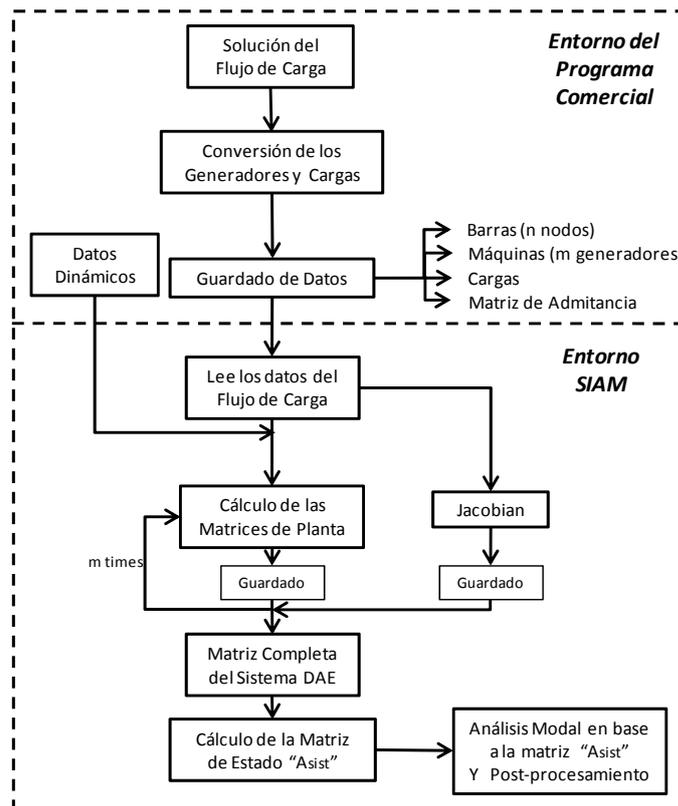


Figura 77: Estructura general del SIAM.

El cálculo de las matrices de cada planta se realiza en forma individual e iterativa. Estas contienen las derivadas de todos los modelos asociados a la unidad generadora. A este fin, el SIAM cuenta con una base de datos de modelos de Generadores, RAT y PSS propios, que han sido linealizados. Cuando se procede a construir la matriz de la planta, se lee el nombre del modelo del arreglo "Datos de modelos" y de esta forma el programa llama a la rutina adecuada y calcula las matrices



correspondientes con los parámetros de ajuste almacenados. Luego, las matrices de cada planta se guardan y ordenan para formar la matriz completa del sistema DAE.

El Jacobiano del sistema (ver Capítulo 4) se computa en forma separada a las matrices de planta y se guarda en la ubicación correspondiente para poder completar el sistema de ecuaciones DAE.

El Análisis Modal se realiza a partir de la matriz de estados, que vincula a las derivadas temporales de las Variables de Estado con las respectivas Variables de Estado. Para esto se requiere resolver el sistema DAE de manera de dejar implícitas las variables algebraicas.

Disponer de la matriz completa del sistema DAE nos permite además calcular índices de controlabilidad y observabilidad, ya que podemos incorporar fácilmente a ella entradas independientes y sintetizar variables de salida en función de las variables ya disponibles.

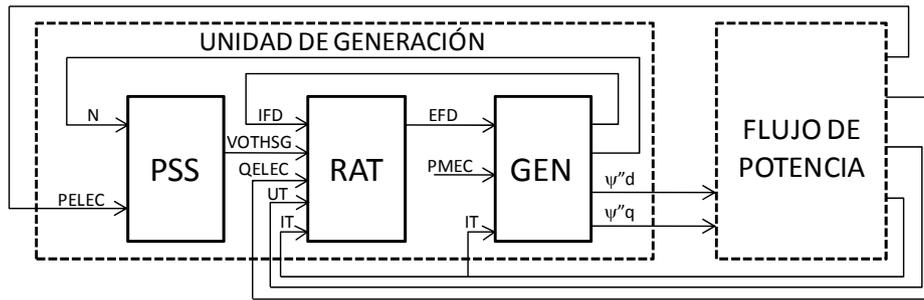
### **6.2.1. Modelos**

Como la matriz de estado, necesaria para el Análisis Modal del sistema, se obtiene a partir de la linealización en el punto de trabajo de todos los modelos involucrados, resulta de suma importancia que todos los modelos trabajen linealmente alrededor de su respectivo estado inicial.

Como ya se mencionó, cada coeficiente de la matriz de estado del sistema describe la relación existente entre una dada variable de estado (VE) y la derivada de la misma o la derivada de otra VE. A los efectos de obtener dicha relación, se debe conocer la función de transferencia entre la VE y la derivada que se desea evaluar.

Para obtener los coeficientes de las matrices propias de cada uno de los elementos del sistema a modelar (Generadores, RAT y PSS), se partió de su diagrama en bloques y se obtuvieron las funciones de transferencias que relacionan cada una de las VE con cada una de las derivadas de las mismas. Para ello, se ha deducido el diagrama en bloques a nivel elemental a partir de los modelos estándar incluidos en el programa comercial y de la documentación de los autores en caso de los modelos de usuario. Para aquellos modelos de los que no se disponía de información adicional, se construyeron sus diagramas en bloques en base a su diagrama descriptivo y examinando la matriz de estados del mismo generada con el programa comercial.

A partir del diagrama en bloques se obtuvieron las funciones de transferencia que relacionan las variables algebraicas de entrada al modelo con las derivadas de las VE y las funciones de transferencia entre las VE y las variables algebraicas de salida del modelo. Estas dos últimas permiten obtener la función de transferencia completa entre una VE de un modelo y la derivada de una VE de otro modelo relacionado, como por ejemplo, el PSS y el RAT, el RAT y el generador o el PSS y el generador. Para poder computar los coeficientes de las matrices que relacionan los diferentes elementos, es necesario conocer las vinculaciones que existen entre aquellos modelos que constituyen una Unidad de Generación o Planta. Estas relaciones se muestran en la Figura 78, donde quedan de manifiesto las entradas y salidas involucradas. El proceso de construcción de los modelos se describe en el Apéndice B.

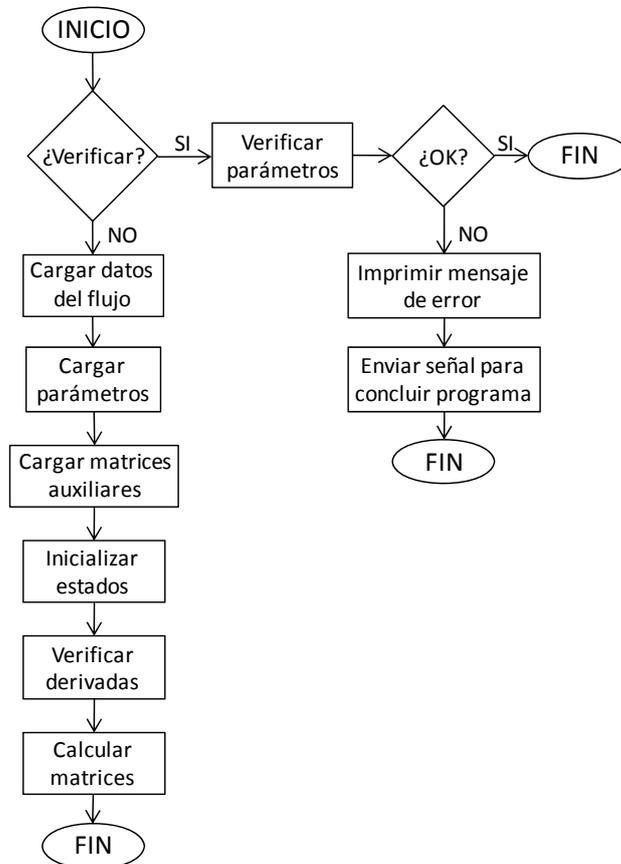


**Figura 78:** Vinculaciones existente entre diferentes modelos de una misma planta.

En la figura  $N$  es la velocidad,  $PELEC$  y  $QELEC$  con las potencias activa y reactiva de salida,  $UT$  es la tensión de bornes,  $IT$  es la corriente inyectada a la red,  $EFD$  es la tensión de campo,  $IFD$  es la corriente de campo,  $\psi''_d$  y  $\psi''_q$  son el flujo subtransitorio de eje directo y cuadratura respectivamente,  $PMEC$  es la potencia mecánica de la máquina de impulso y  $VOTHSG$  es una señal de entrada auxiliar del RAT que puede provenir del PSS u otro control como ser un limitador de máxima o mínima excitación.

A partir de las transferencias obtenidas se han desarrollado las rutinas correspondientes a cada modelo. Estas rutinas tienen como cometido calcular los aportes, de las variables de estado del modelo y de toda otra variable que éste posea como entrada, a la matriz de estados del sistema.

Se han desarrollado las rutinas de los modelos de manera tal que su estructura sea uniforme, independientemente del tipo de modelo, ya sea Generador, RAT o PSS. En la Figura 79 se presenta el diagrama de flujo de la rutina, y se describen las principales partes componentes.



**Figura 79:** Esquema básico de las funciones de los modelos



La primera función en ejecutarse, al ser llamado el modelo, es la función "*Verificar parámetros*". Esta función se ejecuta sólo en la primera iteración que realiza el programa (primer llamado del modelo) y consiste en cargar en memoria todos los parámetros de ajuste y verificar uno a uno si alguno de ellos viola alguna de las restricciones pre-impuestas, como por ejemplo: constantes de tiempo o ganancias nulas, valores negativos, etc. Si no existen problemas de ajuste del modelo, se concluye la rutina y se vuelve a la función raíz (la encargada de llamar a cada modelo) para verificar el modelo siguiente. En caso de encontrarse algún parámetro que viole alguna condición, se imprime un mensaje de error en pantalla y se manda la señal para abortar la ejecución del SIAM. En caso de existir varios modelos con parámetros mal ajustados, el SIAM deberá ser corrido y abortará su ejecución una vez por cada uno de ellos. Una vez que los parámetros de todos los modelos del sistema hayan sido verificados, el SIAM estará en condiciones de proseguir su ejecución para obtener la matriz del sistema.

Para poder realizar el cálculo de las matrices asociadas a un modelo es necesario primero cargar los datos a utilizar. Por ello, se ejecuta primero la función "*Cargar datos de Flujo*", la cual extrae del arreglo "*Datos de flujo*", aquellos relacionados a la unidad generadora sobre la cual se están realizando los cálculos. Estos datos incluyen: módulo de tensión de barra, ángulo de la tensión, potencia activa y reactiva, resistencia estatórica y potencia base de la máquina. Luego se cargan los parámetros de ajuste de los modelos mediante la función "*Cargar parámetros*".

Para el caso de modelos como los correspondientes al RAT y PSS, son necesarias matrices auxiliares, las cuales relacionan variables del flujo con salidas de modelos, o salidas de un modelo con entradas de otro. Estas matrices son calculadas en la rutina de otro modelo. Por ejemplo, la salida del PSS es una entrada del RAT, por lo tanto existe una matriz auxiliar que describe como variaciones de la potencia afecta a la salida del PSS, y de esta forma saber como esas mismas variaciones afectan al RAT. La función "*Cargar matrices auxiliares*" identifica las matrices que necesita el modelo que se está ejecutando y las pone a disposición para los cálculos que sean necesarios.

Antes de proceder con el cálculo de las matrices, el programa debe calcular los valores iniciales de todas las variables, tanto algebraicas como de estado. Una vez que se tienen los valores iniciales, se comprueban las derivadas de las VE, las cuales deben ser nulas en el estado inicial. En la práctica, el valor de las derivadas se compara con una cota preestablecida, la cual es ajustada por el usuario. Estas dos operaciones las realizan las funciones "*Inicializar estados*" y "*Verificar derivadas*". En caso de que alguna derivada no cumpla con la cota preestablecida, el programa imprime un mensaje de alerta, pero continúa con la ejecución normal del cálculo.

La función "*Calcular matrices*" calcula, en función de los valores iniciales, los parámetros de ajuste y los datos de flujo, los valores de las derivadas de las variables de estado y las variaciones de las variables algebraicas mediante las expresiones analíticas de cada una de ellas. Esta función también calcula las matrices auxiliares que son necesarias para otros modelos de la misma unidad de generación.

### **6.2.2. Metodología de cálculo**

El sistema de ecuaciones diferenciales algebraicas en forma matricial descrita en (4.5), que se repite en (6.1), representa al sistema linealizado en un dado punto de trabajo obtenido del resultado de flujo de carga extraído del PC.



$$\begin{bmatrix} \Delta \dot{x} \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A & B_1 & B_2 \\ C_1 & D_1 & D_2 \\ C_2 & D_3 & D_4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta x \\ \Delta \hat{I}_g \\ \Delta \hat{U} \end{bmatrix} \quad (6.1)$$

La ejecución del programa SIAM realiza el cálculo de las matrices  $A$ ,  $B_1$ ,  $B_2$ ,  $C_1$ ,  $C_2$ ,  $D_1$ ,  $D_2$ ,  $D_3$  y  $D_4$  por separado, para luego ordenarlas y armar la matriz completa. La estructura de cada una de estas matrices se ha descrito en el Capítulo 4.

La submatriz  $A$  de una planta de generación  $i$  cualesquiera ( $A_i$ ) contiene en su diagonal las matrices propias correspondientes a cada componente: GENERADOR( $i$ ), RAT( $i$ ) y PSS( $i$ ). Las matrices que no pertenecen a la diagonal, determinan las relaciones existentes entre las variables de estado y las derivadas entre los distintos componentes de una planta; por ejemplo, cómo las variables de estado del generador producen derivada en las variables de estado del RAT o del PSS.

Las submatrices  $B_1$  y  $B_2$  determinan cómo las variables algebraicas (corrientes y tensiones) afectan a las derivadas de las variables de estado de los distintos componentes de la planta.

$$A_i = \begin{bmatrix} A_{GEN} & A_{GEN-RAT} & A_{GEN-PSS} \\ A_{RAT-GEN} & A_{RAT} & A_{RAT-PSS} \\ A_{PSS-GEN} & A_{PSS-RAT} & A_{PSS} \end{bmatrix}_{v_i \times v_i}$$

$$B_{1i} = \begin{bmatrix} B_{1GEN} \\ B_{1RAT} \\ B_{1PSS} \end{bmatrix}_{2 \times v_i} \quad (6.2)$$

$$B_{2i} = \begin{bmatrix} B_{2GEN} \\ B_{2RAT} \\ B_{2PSS} \end{bmatrix}_{2 \times v_i}$$

Donde  $v_i$  es el número de variables de estados asociadas a cada planta.

Las submatrices  $C_1$ ,  $D_1$  y  $D_2$  se obtienen a partir de la ecuación del estator. Las submatrices  $C_2$ ,  $D_3$  y  $D_4$  se obtienen a partir de la ecuación de red del sistema.

Dado que las plantas se indexan en forma ordenada de la número  $l$  a la  $m$ , las submatrices de planta se ubican en las diagonales para las matrices  $A$ ,  $B_1$ ,  $C_1$  y  $D_1$ . Por el contrario, las submatrices correspondientes a las matrices  $B_2$ ,  $D_2$ ,  $C_2$  y  $D_3$  son ralas, y su ordenamiento dependerá del número de barra en el que se ubica cada planta.

La matriz  $D_4$  corresponde al Jacobiano de la red de transporte, y se calcula en forma independiente del tratamiento de las plantas.

Una vez que el SIAM cuenta con los arreglos de datos mencionados en el inciso anterior, se realizan dos procesos iterativos que consisten en llamar sucesivamente a las rutinas de los modelos que conforman cada unidad.

La primera iteración valida los ajustes de los modelos como se describió en el inciso anterior. Concluida la verificación de parámetros, esta iteración permite conocer la cantidad total de variables de estado no nulas, de manera de dimensionar la matriz de estado final.



La segunda iteración permite calcular, mediante expresiones analíticas, los coeficientes de las submatrices de los modelos. La metodología consiste en llamar de forma ordenada a cada rutina de los modelos de las unidades generadoras. Se llama primero a la función del Generador, luego a la del PSS (si existiese) y finalmente a la del RAT (si existiese). Este orden se debe a que los coeficientes o submatrices calculadas en el generador son necesarias para calcular las submatrices del PSS, y las del PSS para las submatrices del RAT.

Una vez concluido el cálculo correspondiente a una unidad particular, se integran los resultados parciales en la matriz común, y comienza el cálculo de la unidad siguiente.

### Obtención de la matriz de estado

Mediante el proceso iterativo descrito anteriormente se obtiene la matriz completa del sistema DAE de la ecuación (6.1).

Para calcular la matriz de estado del sistema se deben eliminar las variables algebraicas, de forma que estas queden implícitas y sólo queden explícitas las variables de estado. Partiendo de la ecuación de estado se obtiene  $\Delta \hat{I}_g$ , según:

$$\Delta \hat{I}_g = -D_1^{-1} C_1 \Delta x - D_1^{-1} D_2 \Delta \hat{U} \quad (6.3)$$

Reemplazando (6.3) en la primera y tercera fila de (6.1), resulta:

$$\begin{aligned} \Delta \dot{x} &= (A - B_1 D_1^{-1} C_1) \Delta x + (B_2 - B_1 D_1^{-1} D_2) \Delta \hat{U} \\ 0 &= (C_2 - D_3 D_1^{-1} C_1) \Delta x + (D_4 - B_1 D_1^{-1} D_2) \Delta \hat{U} \end{aligned} \quad (6.4)$$

o en forma compacta:

$$\begin{aligned} \Delta \dot{x} &= G \Delta x + H \Delta \hat{U} \\ 0 &= K \Delta x + L \Delta \hat{U} \end{aligned} \quad (6.5)$$

De la ecuación anterior, la matriz del sistema  $A_{sist}$  queda definida por eliminación de  $\Delta \hat{U}$ .

$$\Delta \dot{x} = A_{sist} \Delta x \quad (6.6)$$

con  $A_{sist} = G - HL^{-1}K$

### Índices de controlabilidad y observabilidad

Para calcular los índices de controlabilidad es necesario contar con una matriz de entradas independientes ( $F$ ). Los coeficientes de esa matriz dependen del tipo de señal de control elegida y del punto de inyección de la misma en el sistema. Por otro lado, los índices de observabilidad se calculan partiendo de la matriz de salidas ( $P$ ), la cual relaciona las señales de salida elegidas con las variables de estado del sistema.

Cuando existen entradas independientes y se definen las señales de salida, el sistema de ecuaciones resulta:

$$\begin{aligned} \begin{vmatrix} \Delta \dot{x} \\ 0 \\ 0 \end{vmatrix} &= \begin{bmatrix} A & B_1 & B_2 \\ C_1 & D_1 & D_2 \\ C_2 & D_3 & D_4 \end{bmatrix} \begin{vmatrix} \Delta x \\ \Delta \hat{I}_g \\ \Delta \hat{U} \end{vmatrix} + F \Delta u \\ y &= P \Delta x \end{aligned} \quad (6.7)$$



De (6.7) se eliminan las variables algebraicas y se obtiene la matriz de estado así también la nueva matriz de salidas  $F'$ . Con las matrices de autovalores izquierdos quedan definidos los índices de controlabilidad ( $CI$ ).

$$\begin{aligned}\Delta \dot{x} &= A_{sist} \Delta x + F' \Delta u \\ \Delta \dot{z} &= W A_{sist} V \Delta z + W F' \Delta u \\ CI &= W F'\end{aligned}\quad (6.8)$$

Los índices de observabilidad ( $OI$ ) quedan definidos por la matriz de salidas y la de autovectores derechos, según:

$$\begin{aligned}y &= P V \Delta z \\ OI &= P V\end{aligned}\quad (6.9)$$

La implementación del cálculo de los índices de controlabilidad y observabilidad en el SIAM se muestra en la Figura 80. Los índices se pueden calcularse en forma independiente.

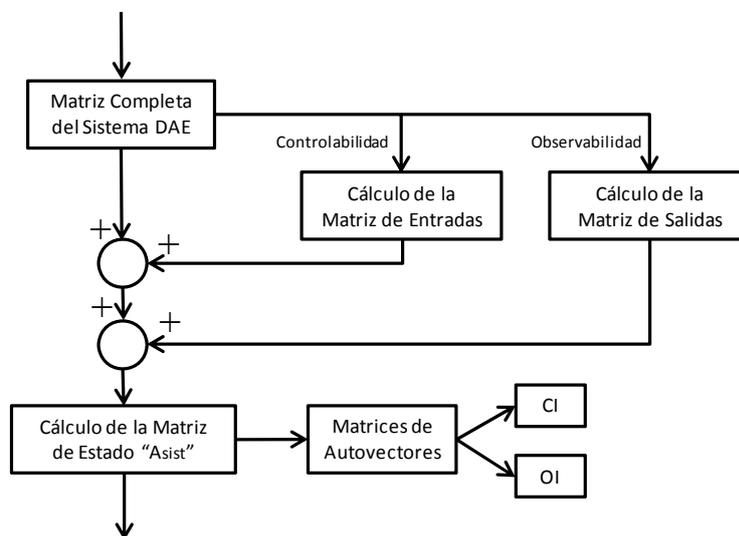


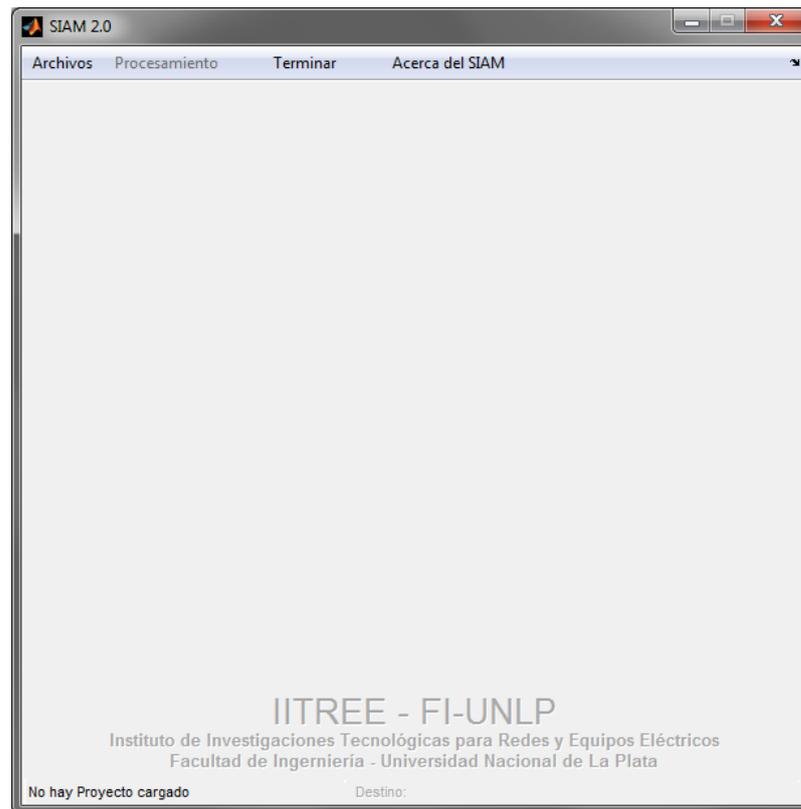
Figura 80: Implementación del cálculo de CI y OI en el SIAM.

Algunos ejemplos de cálculos de CI para algunos dispositivos FACTS y los OI para algunas variables del sistema se han sido descriptos en el Capítulo 5.

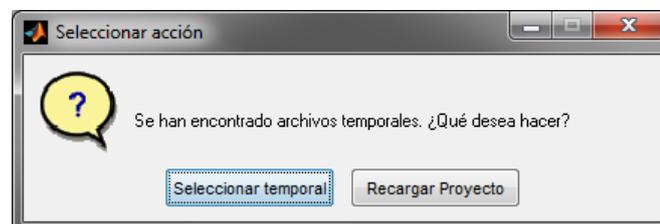
### 6.3. Entorno SIAM

La interfaz de usuario inicial de la aplicación SIAM se muestra en la Figura 81

El menú *Archivo/Cargar Proyecto* permite iniciar un proyecto nuevo y pedirá seleccionar la carpeta de trabajo. Si es la primera vez que se utiliza esa carpeta pedirá los archivos de entrada (barra, máquinas, cargas, matriz de admitancia y parámetros de modelos extraídos del programa comercial). Si ya se ha trabajado en esa carpeta, el SIAM preguntará si se desea cargar un proyecto desde los archivos temporales ya utilizados, como muestra la Figura 82.



**Figura 81:** Interfaz inicial del SIAM v2.0.



**Figura 82:** Opciones de carga del proyecto.

Una vez cargado el Proyecto se muestra el panel de la Figura 83, que contiene las opciones para el cálculo de matrices y su procesamiento. En esta pantalla también se solicitan datos básicos necesarios para el cálculo como son: potencia base del sistema, frecuencia fundamental, error admisible en el cálculo de la derivada (tolerancia en la verificación de la misma) y la cota que utiliza el programa para considerar nulo un elemento de la matriz.

Luego la pantalla presenta las opciones para la visualización de los resultados:

- Selección de Modos a ser listados y/o graficados.
- Filtrado de los resultados para los modos de interés.
- Visualización de los Autovalores.
- Representación gráfica y/o exportación en formato texto de Autovectores, Autovalores, Factores de Participación, Factores de Controlabilidad y Factores de Observabilidad.

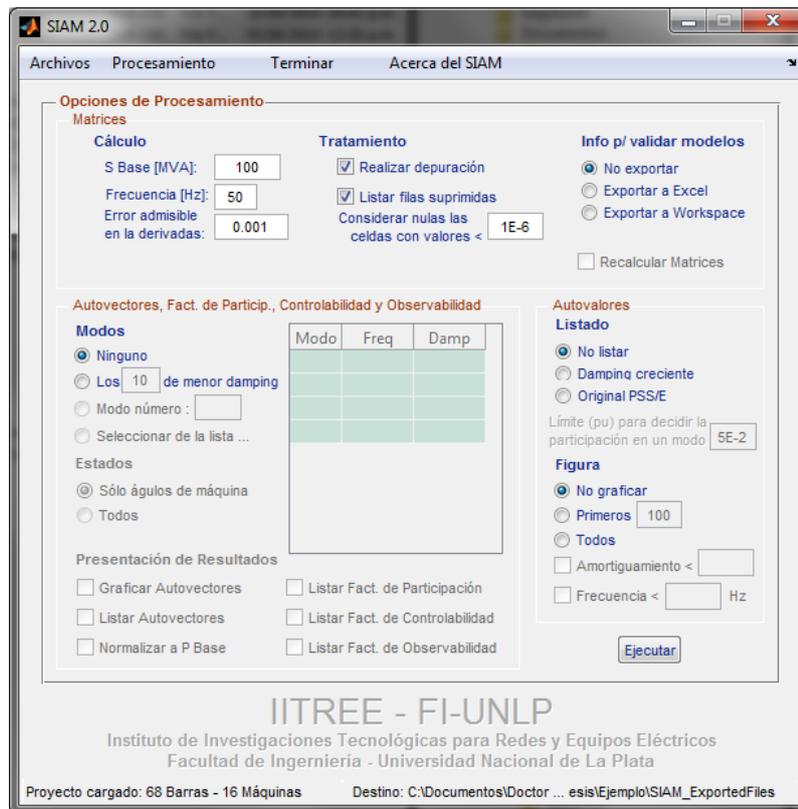


Figura 83: Panel de opciones de análisis.

El procesamiento, de acuerdo con los criterios seleccionados, se inicia al presionar el botón “Ejecutar”, y cuenta con una barra de estados que informa las operaciones que ejecuta.

Concluidos los cálculos y según se haya requerido, se habrán generado los archivos de texto y los gráficos pertinentes. Los gráficos se efectúan en figuras del entorno MATLAB. La carpeta de destino de los archivos se indica en la parte inferior derecha de la ventana.

La aplicación vuelve a la pantalla de la Figura 83, para un eventual reprocesamiento. En esta instancia se hará disponible el comando “Recalcular matrices”, que por defecto permanece sin selección.

Para finalizar la aplicación, deberá seleccionarse la pestaña “Terminar”, que muestra un diálogo de confirmación de salida.

A modo de ejemplo, la Figura 84 muestra la salida en forma gráfica del cálculo de autovalores. La versión actual al manejarse en entorno MATLAB permite la posterior edición de las figuras mediante las opciones propias del mismo. Si se conformase el SIAM en una aplicación independiente, se deberán incorporar herramientas para la edición gráfica.

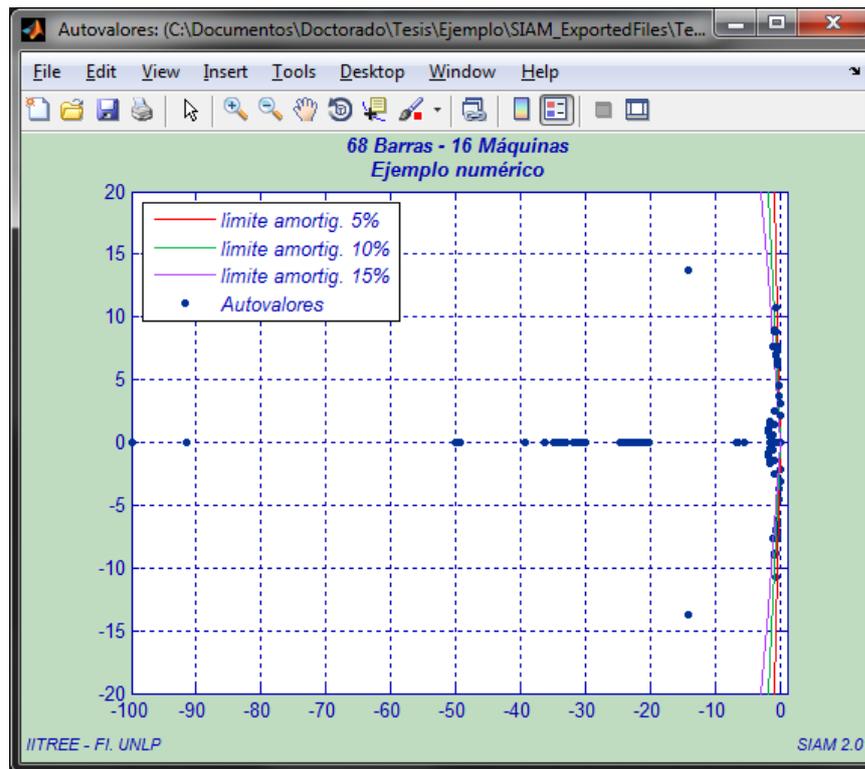


Figura 84: Autovalores mostrados en forma gráfica.

#### 6.4. Ejemplo numérico

La eficacia del método propuesto para la obtención de la matriz de estado del sistema ha sido probada en el sistema de 16 máquinas y 68 barras [1], [33]. Se trata de un modelo equivalente de orden reducido del sistema de transmisión de Nueva Inglaterra (NETS) y el sistema de potencia de Nueva York (NYPS). Existen nueve generadores en área NETS y tres en el área NYPS. Los tres sistemas de transmisión vecinos se representan como tres generadores equivalentes #14, #15 y #16. El diagrama unifilar del sistema se muestra en la Figura 85.

Este sistema se analizó utilizando el método propuesto y sus resultados fueron comparados con los obtenidos del programa comercial.

Cada máquina sincrónica fue modelada para tener tres arrollamientos amortiguadores y un arrollamiento de campo. Los primeros ocho generadores tienen excitación de C.C., mientras que la máquina #9 estaba equipada con excitación rápida. La máquina #9 también tiene un PSS de velocidad. Estas características del modelo se implementaron mediante el modelo de generador GENROU (IEEE generador modelo 2.2) [31], modelo de excitatriz DC IEEET1 (IEEE tipo DC1A), modelo de excitatriz estática ESST1A (IEEE tipo ST1A) y modelo de PSS IEEEEST (IEEE tipo PSS1A) [37], todos de la biblioteca estándar IEEE del PC [45]. Se consideran todas las cargas de potencia constante.

Este sistema de ejemplo consta de 140 variables de estado y 168 variables algebraicas, dando una dimensión para la matriz DAE de 208x208 elementos.

Los datos necesarios para construir el sistema en estudio se detallan en el Apéndice C.

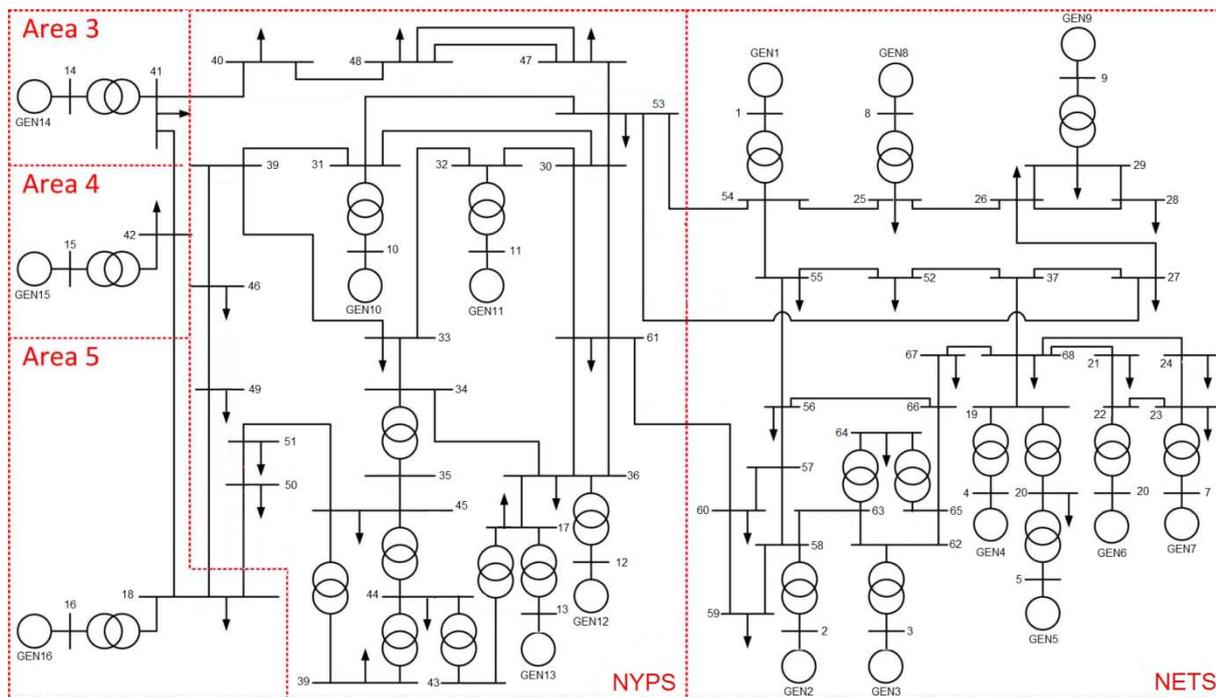


Figura 85: Sistema 16 máquinas y 68 barras.

#### 6.4.1. Modos de oscilación

Se ajustó el flujo de carga de manera de obtener un intercambio de 700 MW entre las áreas NETS y NYPS. Esto se logró mediante el ajuste de la carga y generación en ambas áreas. La resolución del flujo se realizó completamente con el programa comercial

Posteriormente, se calculó la matriz de estado por dos métodos. Por un lado se utilizó el SIAM y por otro se obtuvo la matriz de estado del programa comercial mediante la actividad ASTR del módulo para estudios dinámicos.

La Figura 86 muestra en forma gráfica los autovalores calculados por el SIAM y la Figura 87 muestra en forma gráfica una comparación entre los resultados obtenidos por el SIAM y el PC.

La frecuencia de oscilación y la amortiguación de los modos más importantes (amortiguación menor al 10%) obtenidos por ambos programas se muestran en la Tabla 6-I. Los valores están ordenados por su frecuencia en forma creciente.

El mayor error porcentual en frecuencia aparece en el modo 1 (1.52%) y de amortiguamiento en el modo 2 (17.72%). A pesar de que el porcentaje de error de amortiguación es alto, el error absoluto es 0.0072.

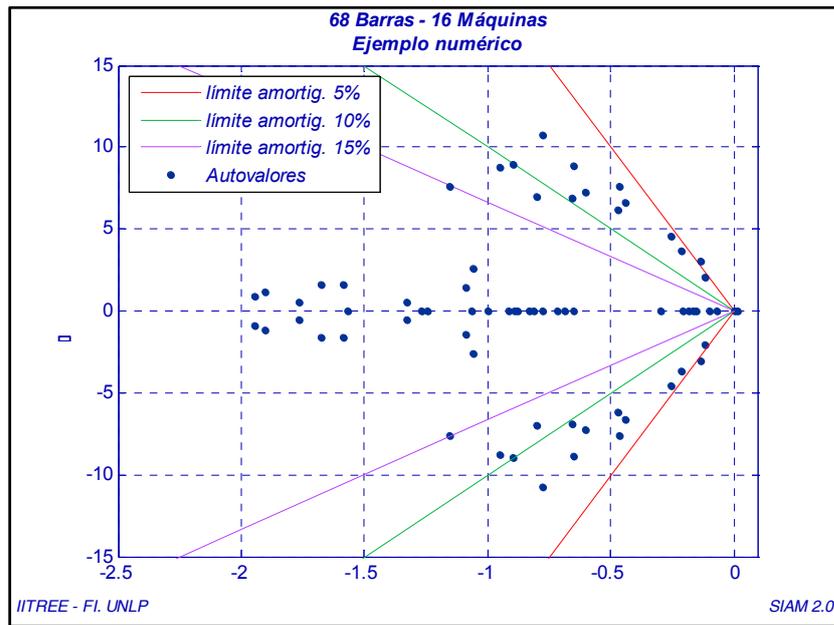


Figura 86: Autovalores del sistema - Salida gráfica del SIAM

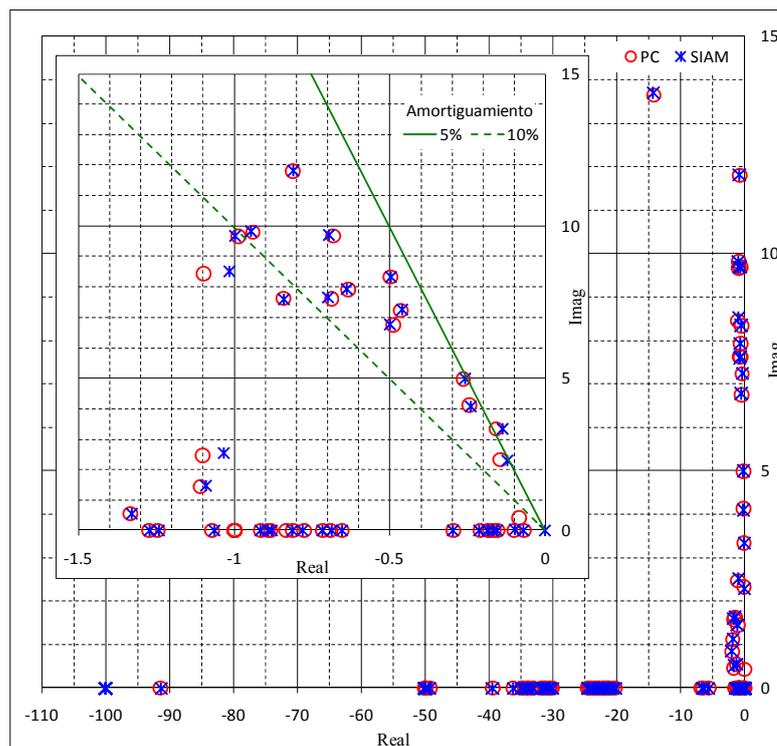


Figura 87: Comparación gráfica de los autovalores del sistema.

La Tabla 6-II muestra los modos menos amortiguados para el caso donde no se considera la influencia de la velocidad en la tensión de bornes de la máquina. Esta consideración es adoptada por el programa comercial para realizar los cálculos, debido a que no puede propagar una perturbación de la velocidad más allá de la variable ángulo. Esto se debe a la secuencia de cálculo que utiliza.

Como se aprecia, los valores de frecuencia y amortiguamiento son más próximos que los mostrados en la Tabla 6-I. El mayor error porcentual en frecuencia aparece en el modo 85 (1.51%) y de amortiguamiento en el modo 81 (10.96%).



**Tabla 6-I:** Modos con amortiguación < 10%

| Mode | SIAM     |            | CP       |            |
|------|----------|------------|----------|------------|
|      | Amortig. | Freq. (Hz) | Amortig. | Freq. (Hz) |
| 85   | 0.0538   | 0.3649     | 0.0628   | 0.3705     |
| 81   | 0.0405   | 0.5322     | 0.0477   | 0.5315     |
| 79   | 0.0589   | 0.6498     | 0.0593   | 0.6575     |
| 77   | 0.0517   | 0.7932     | 0.0530   | 0.7930     |
| 73   | 0.0734   | 1.0773     | 0.0723   | 1.0742     |
| 71   | 0.0636   | 1.1528     | 0.0643   | 1.1512     |
| 69   | 0.0911   | 1.2154     | 0.0898   | 1.2121     |
| 65   | 0.0799   | 1.2640     | 0.0798   | 1.2610     |
| 62   | 0.0593   | 1.3264     | 0.0598   | 1.3264     |
| 58   | 0.1024   | 1.5418     | 0.1017   | 1.5382     |
| 54   | 0.0716   | 1.5430     | 0.0704   | 1.5418     |
| 56   | 0.0958   | 1.5642     | 0.0955   | 1.5613     |
| 52   | 0.0684   | 1.8801     | 0.0686   | 1.8784     |

**Tabla 6-II:** Modos con amortiguación < 10%,  
sin considerar la influencia de la variación de velocidad.

| Modo | SIAM     |            | PC       |            |
|------|----------|------------|----------|------------|
|      | Amortig. | Freq. (Hz) | Amortig. | Freq. (Hz) |
| 85   | 0.0619   | 0.3650     | 0.0628   | 0.3705     |
| 81   | 0.0430   | 0.5322     | 0.0477   | 0.5315     |
| 79   | 0.0608   | 0.6512     | 0.0593   | 0.6575     |
| 77   | 0.0526   | 0.7932     | 0.0530   | 0.7930     |
| 73   | 0.0730   | 1.0776     | 0.0723   | 1.0742     |
| 71   | 0.0641   | 1.1530     | 0.0643   | 1.1512     |
| 69   | 0.0906   | 1.2146     | 0.0898   | 1.2121     |
| 65   | 0.0803   | 1.2640     | 0.0798   | 1.2610     |
| 62   | 0.0594   | 1.3288     | 0.0598   | 1.3264     |
| 58   | 0.1021   | 1.5406     | 0.1017   | 1.5382     |
| 54   | 0.0708   | 1.5430     | 0.0704   | 1.5418     |
| 56   | 0.0956   | 1.5636     | 0.0955   | 1.5613     |
| 52   | 0.0687   | 1.8810     | 0.0686   | 1.8784     |

Como se puede ver en el ejemplo numérico, cuando es utilizada la matriz de estado obtenida mediante el SIAM, los resultados son similares a los obtenidos con el PC. Las pequeñas diferencias entre ambos programas son debido al método utilizado por cada uno para obtener la matriz de estado, método analítico versus método incremental. Si se considera la influencia de la variación de la velocidad en la *f.e.m* de la máquina, se puede ver que la frecuencia de los modos no cambia pero si lo hace el amortiguamiento. Los resultados obtenidos de la Tabla 6-I al considerar la variación de velocidad, son más próximos a la realidad y a las vez más conservadores que aquellos donde no se considera dicha variación.

#### 6.4.2. Factores de Participación

Los factores de participación para todos los modos enumerados en la Tabla 6-I fueron calculados mediante la siguiente expresión (ver Capítulo 2):

$$p_{ki} = |v_{ki}| |w_{ik}| \quad (6.10)$$

donde  $v_{ki}$  es el elemento  $ki$  del autovector derecho y  $w_{ik}$  es el elemento  $ik$  del autovector izquierdo.

También se obtuvieron los factores de la participación de los mismos modos mediante el módulo LSYSAN del PC. Como ejemplo, la Tabla 6-III muestra los resultados para tres modos. Los valores se encuentran normalizados al mayor. Puede verse que el mayor error relativo (respecto al PC) es del 20% y el error absoluto es de 0,117 p.u.



**Tabla 6-III:** Factores de participación.

| Modo | Máquina | Factor de Participación |       |
|------|---------|-------------------------|-------|
|      |         | SIAM                    | PC    |
| 85   | 13      | 1.000                   | 1.000 |
|      | 15      | 0.697                   | 0.580 |
|      | 14      | 0.619                   | 0.530 |
|      | 16      | 0.358                   | 0.300 |
|      | 12      | 0.140                   | 0.140 |
| 73   | 2       | 1.000                   | 1.000 |
|      | 3       | 0.970                   | 0.970 |
|      | 5       | 0.410                   | 0.400 |
|      | 6       | 0.280                   | 0.290 |
|      | 4       | 0.170                   | 0.170 |
|      | 7       | 0.150                   | 0.160 |
| 52   | 11      | 1.000                   | 1.000 |

### 6.4.3. Forma del Modo

La Figura 88 muestra los elementos de los autovectores derechos correspondientes a las variables ángulo de las máquinas con factor de participación mayor a 10%, para los modos inter-área encontrados y un modo local perteneciente al área NETS.

La forma del modo 85 (0,3649 Hz) se muestra en la Figura 88-(a). Esta figura muestra dos grupos de generadores oscilando unos contra los otros. El primer grupo corresponde a todos los generadores de las áreas NETS y NYPS, mientras que el segundo grupo corresponde a los generadores equivalentes #14, #15 y #16. Esta es una oscilación inter-área y los participantes principales son las máquinas #13, #15, #14 y #16 como se muestra en la Tabla 6-III.

La Figura 88-(b) muestra la forma del modo 81 (0,5322 Hz). Se ve como el generador #14 del área 3 oscila contra el generador #16 del área 5. Esta es claramente una oscilación inter-área. En el caso de la Figura 88-(c), modo 79 (0,6498 Hz), la oscilación se produce entre todas las máquinas del área NETS y la máquina #13 del área NYPS. La Figura 88-(d) muestra como el generador #15 del área 4 oscila contra las máquinas #14 y #16 de las áreas 3 y 5 respectivamente.

El modo 62 (1,3264 Hz) aquí se presenta como un modo inter-área ya que, la máquina #10 del área NYPS oscila contra los generadores #1, #8 y #9 del área NETS como se ve en la Figura 88-(e), a pesar de que su frecuencia es muy elevada para esta clase de oscilación. Esto puede ocurrir cuando se analizan áreas cuya definición se ha realizado con criterios diferentes a los electro-geográficos, o cuando la interconexión de áreas es lo suficientemente fuerte como para semejar una sola área para el análisis de oscilaciones.

La Figura 88-(f) muestra la forma del modo 73 (1,0773 Hz). Los elementos del autovector correspondiente al ángulo de las máquinas. Hay dos grupos de generadores oscilantes uno contra el otro. El primer grupo corresponde a los generadores #2 y #3 del área NETS y el segundo grupo corresponde a los generadores #4, #5, #6 y #7 de la misma zona. Esta es una oscilación local.

Calculando los factores de participación y observando la forma de cada modo de la Tabla 6-I es posible determinar que los modos 85, 81, 79, 77 y 62 son oscilaciones inter-área, los modos de 73, 71, 69, 65, 58, 54, 56 y 52 son oscilaciones locales de unidades de una misma área. En el caso particular del modo 52, esta máquina oscila sola contra todo el resto del sistema, como puede verse analizando su factor de participación en la Tabla 6-III.

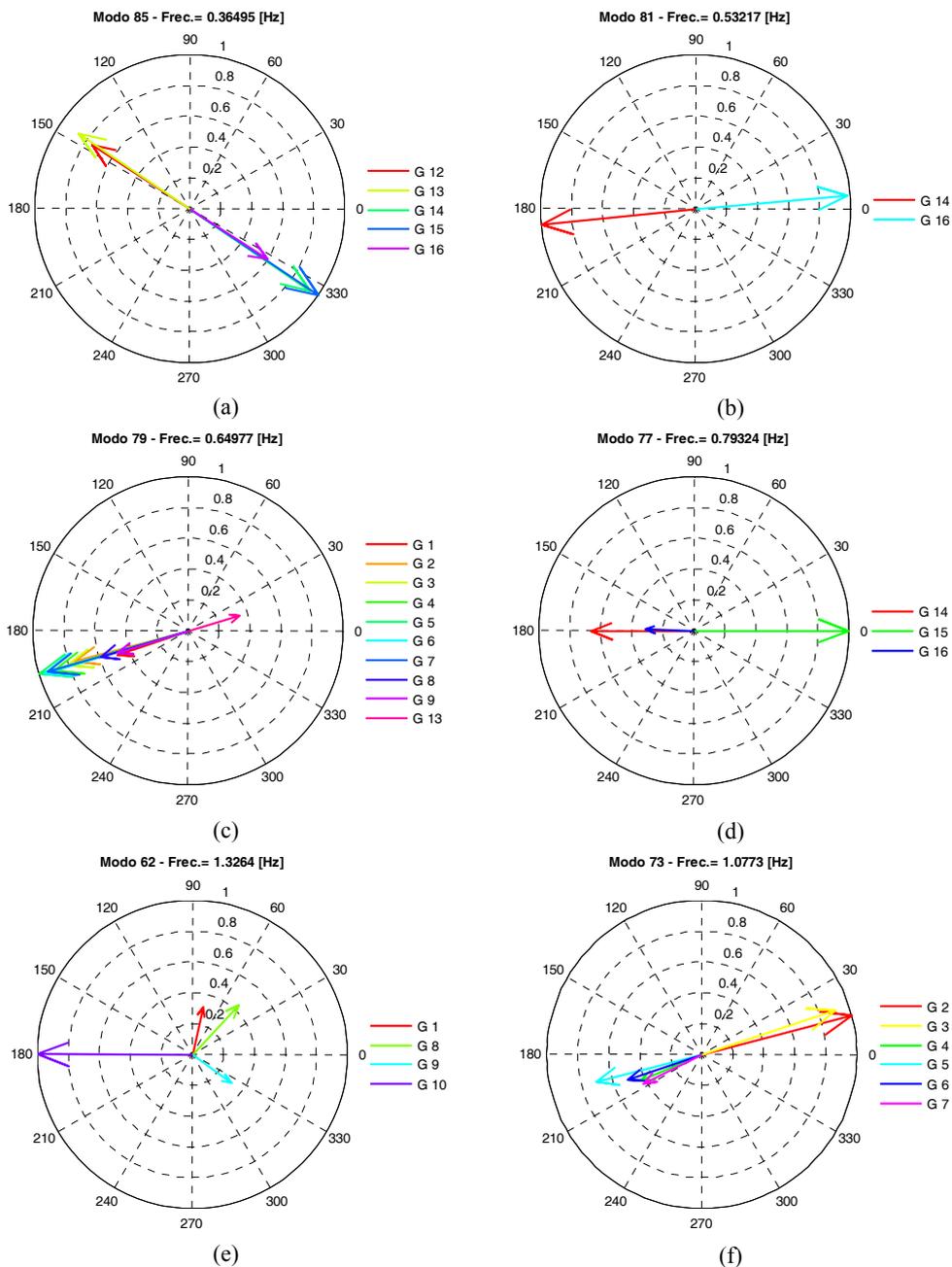


Figura 88: Factor de Forma - Salida gráfica del SIAM.

#### 6.4.4. Índices de Controlabilidad y Observabilidad

##### Índices de controlabilidad para un SVC

Los índices de controlabilidad se calcularon para todos los modos enumerados en la Tabla 6-I. Estos fueron calculados para variaciones de la potencia reactiva inyectada en cada nodo, realizadas mediante la modificación de la susceptancia de un SVC ficticio. El cálculo se repitió para todas las barras del sistema en estudio (ver Capítulo 5). Los valores obtenidos se normalizaron respecto al índice de mayor valor.

La Figura 89 muestra un salida gráfica del SIAM con las barras donde los índices de controlabilidad son mayores a 0,5 p.u., para los modos 85 (a), 81 (b), 79 (c), 77 (d), 62 (e) y 73 (f).



Esto permite una rápida inspección de los valores sin perderse en los valores numéricos, lo cual simplifica la visualización.

Para el modo 85, puede verse que el índice más alto se corresponde con la barra 40. Esta barra es el nodo de llegada de la línea que vincula el área NYPS con área 3. Este resultado es consistente ya que este es un modo inter-área y la línea que une las barra 40 y 41 lleva gran parte de la potencia transmitida de la área 3 al área NYPS. La barra 40 también presenta un índice alto para los modos 81 ( $CI = 0,8876$ ) y 77 ( $CI = 1$ ), como puede verse en la Figura 89 (b) y (d).

El modo 73 presenta los índices más altos en las barras 2 y 3, es decir donde se encuentran los generadores 2 y 3 respectivamente. Colocar un SVC en esos nodos contribuirá al control de la oscilación. Una solución económicamente más eficiente sería colocar un PSS en esas máquinas, si sólo se quiere amortiguar las oscilaciones.

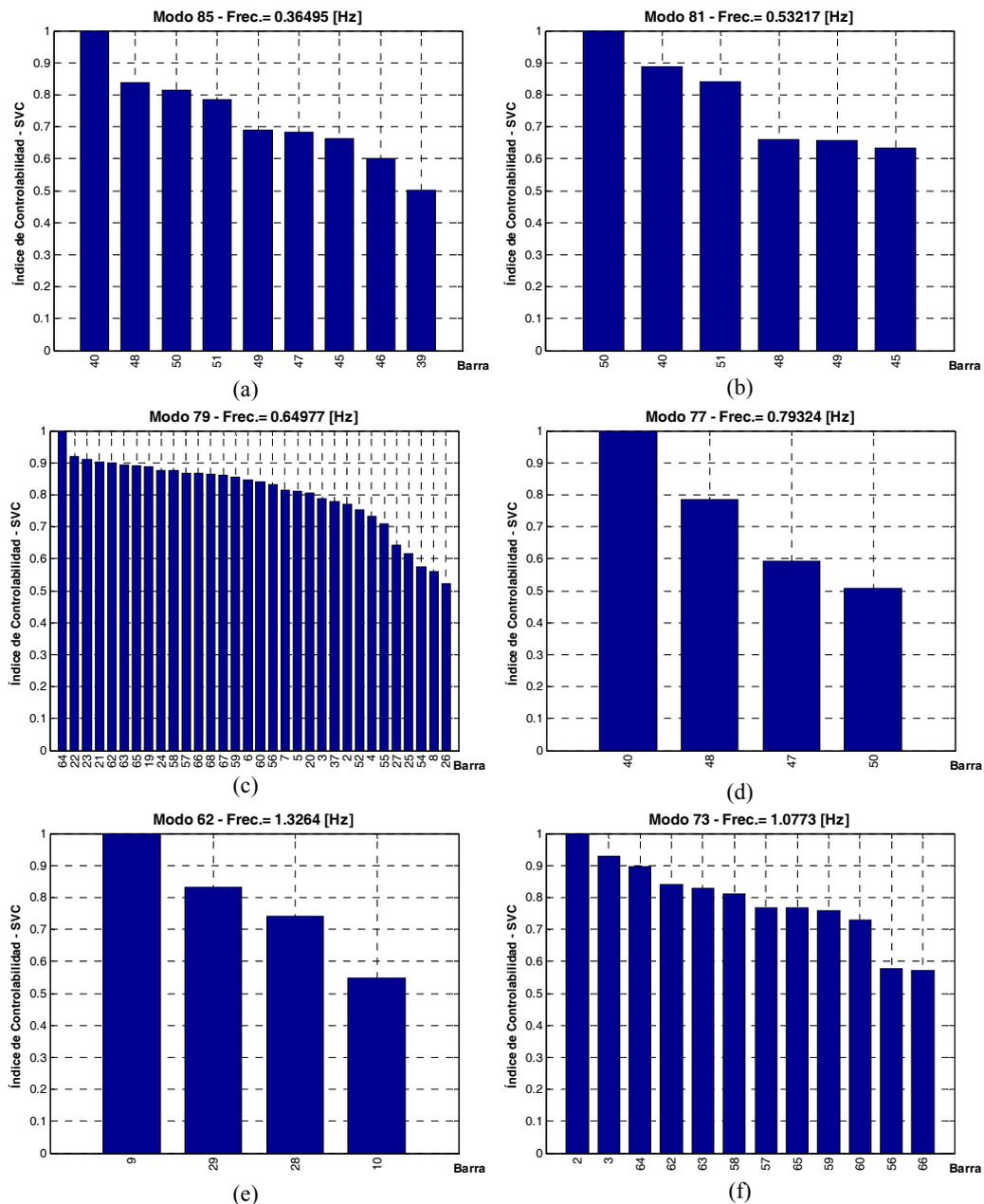


Figura 89: Índices de controlabilidad de un SVC - Salida gráfica del SIAM.



### Índices de controlabilidad para un TCSC

Los índices de controlabilidad se calcularon para todos los modos enumerados en la Tabla 6-I. Estos fueron calculados para variaciones de la impedancia serie de cada línea, realizadas mediante la modificación de la reactancia de un TCSC ficticio. El cálculo se repitió para todas las líneas del sistema en estudio (ver Capítulo 5). Los valores obtenidos se normalizaron respecto al índice de mayor valor.

La Figura 90 muestra un salida gráfica del SIAM con las líneas donde los índices de controlabilidad son mayores a 0,2 p.u., para los modos 85 (a), 81 (b), 79 (c), 77 (d), 62 (e) y 73 (f). Esto permite una rápida inspección de los valores sin perderse en los valores numéricos, lo cual simplifica la visualización.

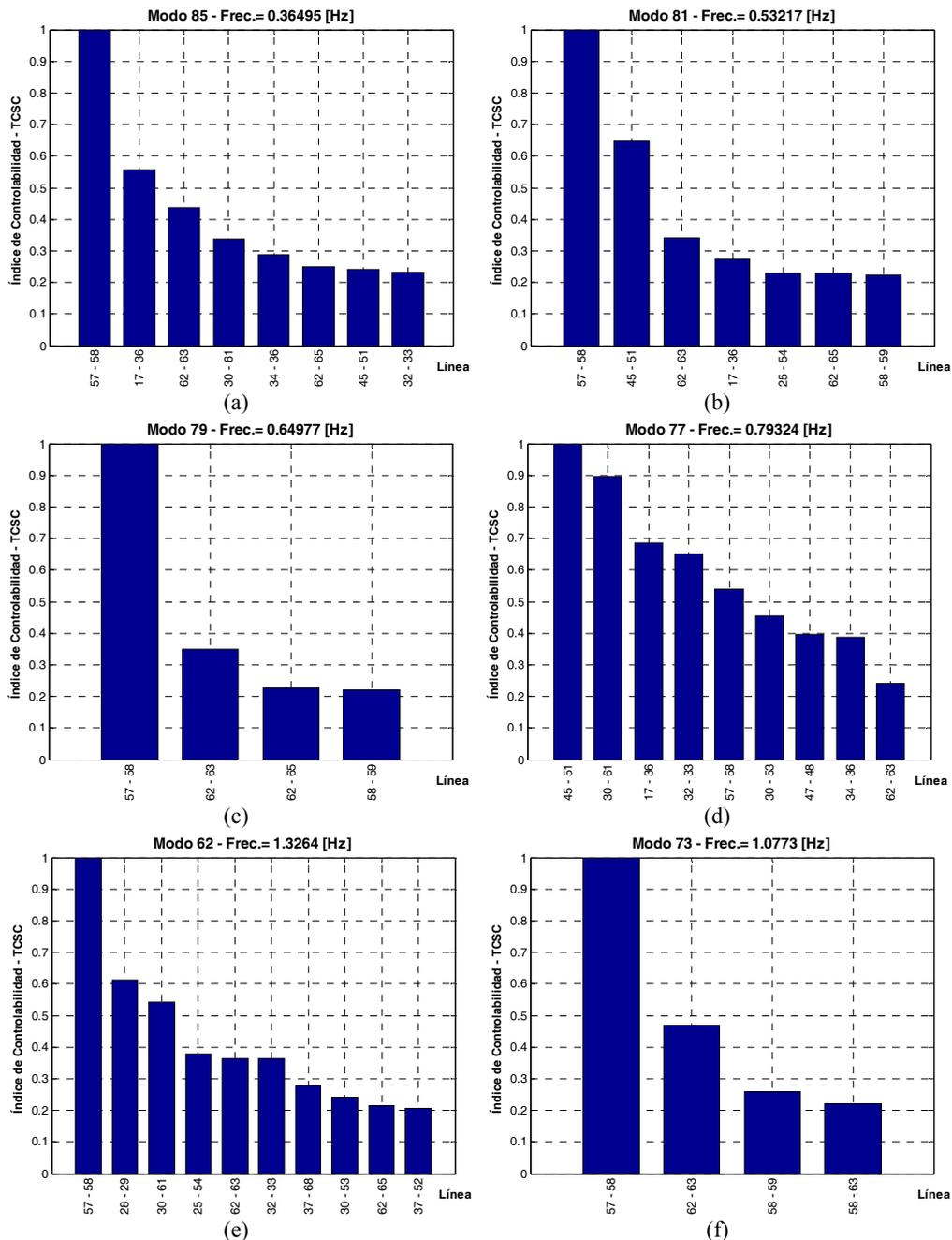


Figura 90: Índices de controlabilidad de un TCSC - Salida gráfica del SIAM.



### Índices de observabilidad en las tensiones de barra

Los índices de observancia en las tensiones de barra son calculados para todos los modos. A pesar de que las variaciones respecto al valor medio son mayores en la potencia de la línea, las tensiones de las barras pueden ser elegidas como variable de control debido a que estas señales tienen un mayor índice de observabilidad donde un SVC puede ser instalado.

La Figura 91 muestra un salida gráfica del SIAM con las barras donde los índices de observabilidad son mayores a 0,5 p.u., para de los modos 85 (a), 81 (b), 79 (c), 77 (d), 62 (e) y 73 (f).

Se aprecia que para el modo 85 y 77 el índice de observabilidad es igual a uno (1) para la tensión de la barra 40, mientras que para el modo 81 ese valor es mayor a 0,8. Similares valores se observan para los índices de controlabilidad de los mismos modos y misma barra. Por lo tanto, si se instalara un SVC en la barra 40, tomando la tensión de la barra como señal de entrada, se podría controlar estos tres modos de oscilación (modos 85, 81 y 77).

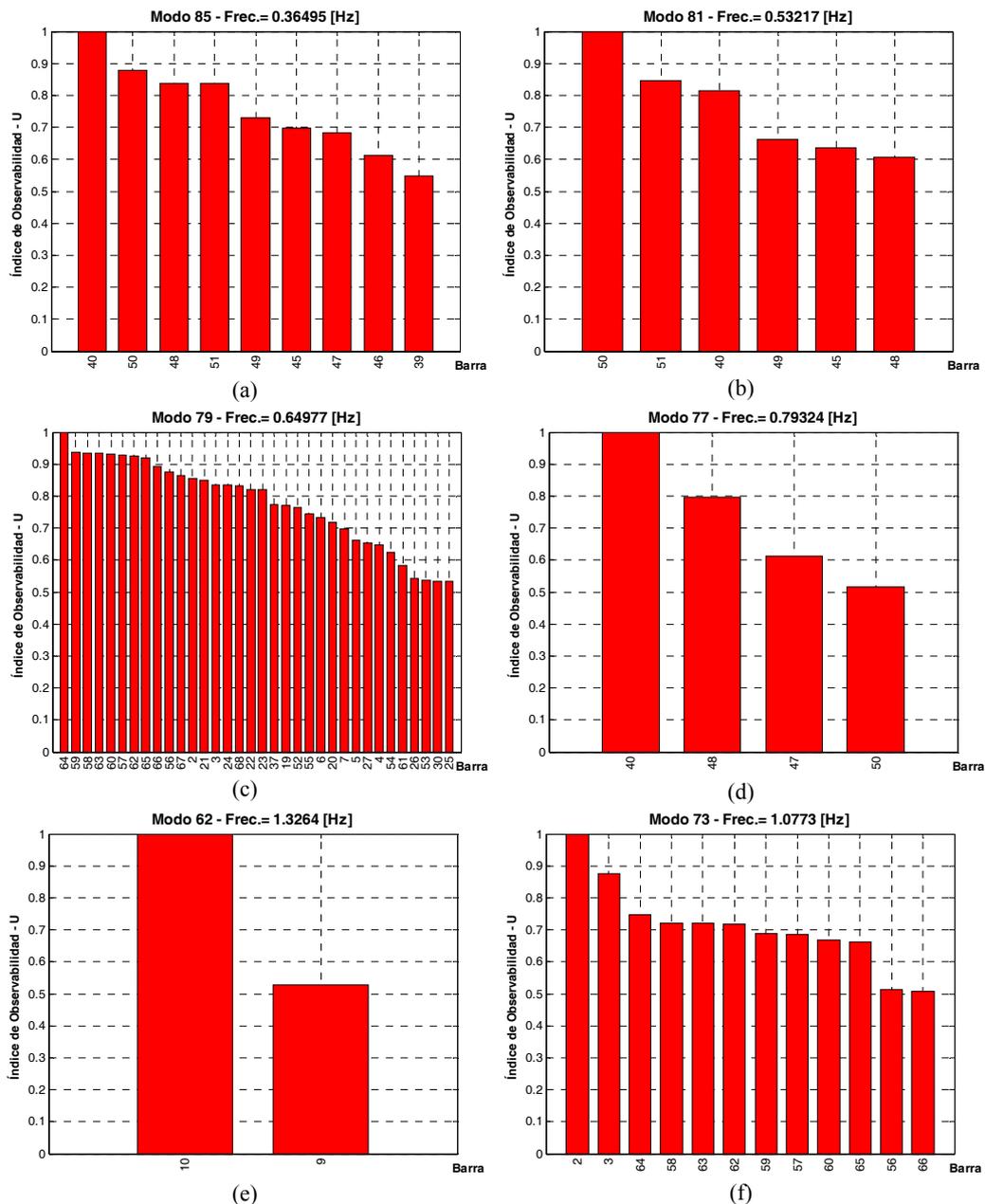


Figura 91: Índices de observabilidad de la tensión de barras - Salida gráfica del SIAM.



### Índices de observabilidad en la potencia activa en las líneas

Los índices de observabilidad en de las potencias activas que circulan por las líneas son calculados para todos los modos.

Observar la potencia en las líneas tiene la ventaja de que la oscilación se manifiesta con mayor amplitud. La desventaja es que sólo se pueden utilizar mediciones cercanas al lugar de la instalación de FACTS, pero esta desventaja desaparece cuando se cuenta con un sistema de medición de área amplia (WAM) [25], [26] mediante la utilización de sincrofasores. Si no se cuenta con un sistema WAM, se puede utilizar la señal más cercana, pero esto requerirá un esfuerzo de control mayor que si se usa una señal remota.

La Figura 92 muestra un salida gráfica del SIAM con las líneas donde los índices de observabilidad son mayores a 0,4 p.u., para los modos 85 (a), 81 (b), 79 (c), 77 (d), 62 (e) y 73 (f).

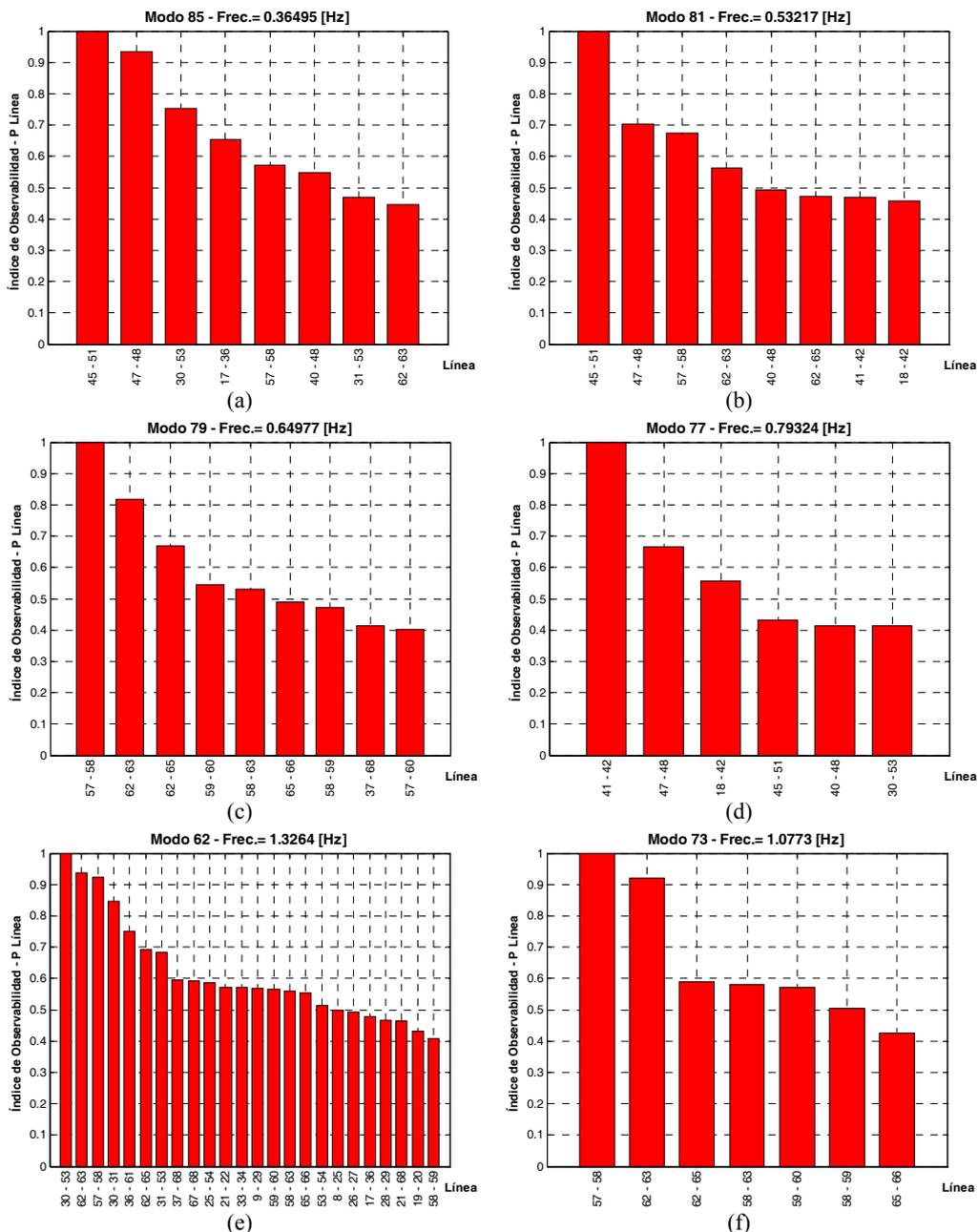


Figura 92: Índices de observabilidad de la potencia activa por las líneas - Salida gráfica del SIAM.



Puede verse que el modo 85 tiene buena observabilidad en la potencia activa en varias líneas, al igual que el modo 62. Los modos 81 y 77 son observables en la potencia activa en una línea y el índice decae rápidamente para las demás. La potencia de la línea 45-51 permite ver claramente las oscilaciones de los modos 85 y 81 y utilizando un esfuerzo de control mayor, también podría utilizarse esta señal para el modo 77.

Comparando los índices de observabilidad con los de controlabilidad de un TCSC de la Figura 90, puede verse que donde es controlable un modo no es observable completamente, sólo en el caso de los modos 79 y 73 los índices coinciden en su máximo.





## 7. Conclusiones

### 7.1. Conclusiones de la Tesis

En la presente tesis se ha propuesto un método para la construcción de la matriz completa del sistema de ecuaciones algebraicas-diferencial (DAE) de un sistema de potencia. Se ha desarrollado un software que implementa dicho método en forma computacional, con lo cual se logró obtener un herramienta de fácil utilización y disposición de los resultados para estudios de estabilidad de pequeña señal.

Es software constituye una nueva versión del programa SIAM (*Sistema Informático para Análisis Modal*), el cual fue desarrollado por el IITREE-LAT (Instituto de Investigaciones Tecnológicas para Redes y Equipos Eléctricos - Laboratorio de Alta Tensión) entre los años 2008 y 2011. En su versión original, el SIAM estaba limitado sólo a realizar el análisis modal leyendo la matriz de estado obtenida del programa comercial PSS/E

El SIAM v2.0, al disponer de la matriz DAE, permite no sólo calcular la matriz de estado y realizar posteriormente el análisis modal, sino que posibilita la incorporación de matrices de entrada o de salida para el cálculo de los índices de controlabilidad y observabilidad respectivamente.

Se logró implementar el cálculo de la matriz de estado de forma tal de sólo necesitar los datos referentes a la resolución del flujo de carga, la estructura del sistema y la información básica de los modelos empleados para representar a los elementos de la red. Esto evita la necesidad de modelar nuevamente todo el sistema en estudio para realizar el análisis modal.

El método propuesto ha sido probado con dos ejemplos sencillos, uno de dos (2) y otro de (4) máquinas con muy buenos resultados. Los resultados del cálculo de autovalores se han compararon con aquellos obtenidos en un programa comercial ampliamente utilizado a nivel mundial. Las diferencias encontradas entre ambos métodos de cálculo fue despreciable, como se mostró en el capítulo 4.

Para el desarrollo del SIAM fue necesario realizar la linealización de los modelos de generadores, reguladores automático de tensión y estabilizadores de sistemas de potencia, además de las ecuaciones que relacionan el generador a la red y la propia red de sistema. Se desarrollaron y verificaron rutinas para 56 modelos de RAT diferentes, 9 modelos de PSS y 5 modelos de generador.

El SIAM, por su diseño, no posee limitación en cuanto a cantidad de variables de estado ni de la dimensión de la matriz DAE. Sus capacidades de procesamiento se encuentran actualmente limitadas sólo a la utilización de la memoria por parte del programa MATLAB. Tampoco posee ningún tipo de restricción respecto a la elección de las variables a ser utilizadas como entradas independientes o de



las señales a considerar como salida. La cantidad de entradas y salidas no posee limitaciones en cuanto a la cantidad.

Se utilizó el SIAM para resolver un ejemplo de un sistema 5 áreas, 16 máquinas y 68 barras que representa un equivalente de los sistemas de Nueva Inglaterra (NETS) y Nueva York (NYPS). Los resultados fueron comparados con los obtenidos mediante un programa comercial. Se calcularon los autovalores del sistema, los factores de participación y los factores de forma. Se calcularon también los índices de controlabilidad para un SVC y un TCSC, así como los índices de observabilidad en las tensiones de las barra y en las potencias activas por las líneas. Todos estos resultados se mostraron mediante las diferentes salidas gráfica que posee el SIAM.

Adicionalmente se ha mostrado, con modelos elementales, que los reguladores de velocidad pueden ser despreciados para estudios de pequeña señal, debido a que no modifican significativamente el amortiguamiento de los modos.

Se ha dejado documentado en forma completa el desarrollo del modelo de máquina sincrónica de rotor liso con tres arrollamientos amortiguadores y un arrollamiento de campo, tanto para eje directo como para el eje en cuadratura.

## 7.2. Trabajos futuros

El SIAM, a pesar de poseer grandes cualidades en esta versión 2.0, no se encuentra completamente concluido y aún no ha sido probado en grandes sistemas de potencia.

Como trabajos a continuar en el futuro se encuentran:

- Incorporar los modelos dinámicos para la inclusión de los FACTS como elementos de la red.
- Desarrollar la interfaz para la lectura de datos de entrada provenientes de otros programas comerciales, como por ejemplo el DigSilent (Power Factory), el cual es utilizado en tanto en Argentina como en países limítrofes.
- Utilizar el SIAM para estudios de análisis modal del sistema argentino de interconexión SADI-SIP. Según datos de la empresa CAMMESA (Compañía Administradora del Mercado Mayorista Eléctrico S.A.), en 2013 el modelo del sistema interconectado argentino contaba con 3110 barras, 725 generadores, 1140 cargas y un total de 8660 variables de estado, lo que resultaría en una matriz DAE de dimensión 16330x16330. Esto implica un gran desafío de cuanto a capacidad de procesamiento. Debe aclararse que la versión previa del SIAM (v1.1) a procesado con éxito matrices de más de 8000 variables de estado sin inconveniente.
- Lograr una aplicación que se ejecute en forma independiente al MATLAB. Para un mejor rendimiento, el SIAM debería ser escrito en un lenguaje mucho más eficiente en cuanto al uso de los recursos que el lenguaje MATLAB utilizado en esta tesis.



## 8. Bibliografía

- [1] B. Pal y B. Chaudhuri, *Robust Control in Power Systems*. Springer Science & Business Media, 2006.
- [2] Cigré - TF 07, AG 01, y SC 38, «Technical Brochures N° 111 - ANALYSIS AND CONTROL OF POWER SYSTEM OSCILLATIONS». Cigré, dic-1996.
- [3] J. L. Agüero y M. Beroqui, «Electromechanical oscillation damping in one hydraulic central [hydropower plant]», en *IEEE Power Engineering Society Summer Meeting, 1999*, 1999, vol. 2, pp. 1286-1291 vol.2.
- [4] R. D. Molina, J. Masstronardi, G. Lo Giudice, P. Belkenoff, M. C. Beroqui, y J. L. Agüero, «OSCILACIONES EN LA CENTRAL HIDROELÉCTRICA FUTALEUFÚ DIAGNÓSTICO Y SOLUCIÓN DEL PROBLEMA», presentado en Décimo Segundo Encuentro Regional Iberoamericano del CIGRÉ, Foz do Iguazú-Pr, Brasil, 2007.
- [5] J. L. Agüero, P. L. Arnera, M. B. Barbieri, M. C. Beroqui, R. E. B. Lastra, J. Mastronardi, y R. Molina, «Hydraulic transients in hydropower plant impact on power system dynamic stability», en *2008 IEEE Power and Energy Society General Meeting - Conversion and Delivery of Electrical Energy in the 21st Century*, 2008, pp. 1-6.
- [6] J. L. Agüero, F. Issouribehere, J. Barbero, y R. Molina, «DETERMINACIÓN DE LOS MODOS DE OSCILACIÓN ELECTOMECÁNICOS EN LA INTERCONEXIÓN SADI-SING A PARTIR DE REGISTROS DE ENSAYO.», presentado en Decimo Quinto Encuentro Regional Iberoamericano de Cigré, Aceptado para publicación - Puerto Iguazú - Argentina, 2015.
- [7] P. Kundur, N. J. Balu, y M. G. Lauby, *Power system stability and control*. New York: McGraw-Hill, 1994.
- [8] J. Machowski, *Power System Dynamics: Stability and Control*, 2 edition. Wiley, 2011.
- [9] G. Rogers, *Power System Oscillations*, 2000 edition. Boston: Springer, 1999.
- [10] P. W. Sauer y M. A. Pai, *Power System Dynamics and Stability*. Prentice Hall, 1998.
- [11] J. Lu, H.-D. Chiang, y J. S. Thorp, «Identification of optimum sites for power system stabilizer applications», *IEEE Trans. Power Syst.*, vol. 5, n.º 4, pp. 1302-1308, 1990.
- [12] A. R. Messina, J. M. Ramirez, y J. M. Canedo C., «An investigation on the use of power system stabilizers for damping inter-area oscillations in longitudinal power systems», *IEEE Trans. Power Syst.*, vol. 13, n.º 2, pp. 552-559, 1998.
- [13] Q. Liu, Z. Yong, X. He, y H. Li, «Study on the Selection of PSS Installing Locations in Power Systems», en *Transmission and Distribution Conference and Exhibition: Asia and Pacific, 2005 IEEE/PES*, 2005, pp. 1-4.
- [14] L. Chunyan, S. Yuanzhang, C. Xiangyi, y M. Zhanjun, «Selection of Global Input Signals for Wide-area PSS to Damp Inter-area Oscillations in Multi-machine Power Systems», en *Power and Energy Engineering Conference (APPEEC), 2010 Asia-Pacific*, 2010, pp. 1-4.



- [15] J. C.-H. Peng, N.-K. C. Nair, A. L. Maryani, y A. Ahmad, «Adaptive Power System Stabilizer tuning technique for damping inter-area oscillations», en *2010 IEEE Power and Energy Society General Meeting*, 2010, pp. 1-6.
- [16] Q. H. W. B. H. Li, «Modelling of TCSC dynamics for control and analysis of power system stability», *Int. J. Electr. Power Amp Energy Syst.*, n.º 1, pp. 43-49, 2000.
- [17] B. Venkateswara Rao, G. V. N. Kumar, M. Ramya Priya, y P. V. S. Sobhan, «Implementation of Static VAR Compensator for Improvement of Power System Stability», en *International Conference on Advances in Computing, Control, Telecommunication Technologies, 2009. ACT '09*, 2009, pp. 453-457.
- [18] G. Shahgholian, S. M. Mirbagheri, H. Safaeipour, y M. Mahdavian, «The effect of SVC-FACTS controller on power system oscillation damping control», en *2011 International Conference on Electrical Machines and Systems (ICEMS)*, 2011, pp. 1-5.
- [19] G. Shahgholian, M. Zinali, A. A. Amini, y M. Mahdavian, «Effects of TCSC on damping power system oscillations», en *2011 IEEE 3rd International Conference on Communication Software and Networks (ICCSN)*, 2011, pp. 333-337.
- [20] A. R. Messina, H. Hernández, E. Barocio, M. Ochoa, y J. Arroyo, «Coordinated application of FACTS controllers to damp out inter-area oscillations», *Electr. Power Syst. Res.*, vol. 62, n.º 1, pp. 43-53, may 2002.
- [21] B. K. Kumar, S. N. Singh, y S. C. Srivastava, «Placement of FACTS controllers using modal controllability indices to damp out power system oscillations», *IET Gener. Transm. Distrib.*, vol. 1, n.º 2, pp. 209-217, 2007.
- [22] Y. Yuan, L. Cheng, Y. Sun, y G. Li, «Placement of SVCs and selection of stabilizing signals based on observability and controllability», en *2008 IEEE Power and Energy Society General Meeting - Conversion and Delivery of Electrical Energy in the 21st Century*, 2008, pp. 1-7.
- [23] L. P. Kunjumammed, R. Singh, y B. C. Pal, «Probability based control signal selection for inter area oscillations damping using TCSC», en *2010 IEEE Power and Energy Society General Meeting*, 2010, pp. 1-6.
- [24] D. P. Ke, C. Y. Chung, y Y. Xue, «An Eigenstructure-Based Performance Index and Its Application to Control Design for Damping Inter-Area Oscillations in Power Systems», *IEEE Trans. Power Syst.*, vol. 26, n.º 4, pp. 2371-2380, nov. 2011.
- [25] N. T. Anh, D. Van Hertem, y J. Driesen, «Effectiveness of TCSC controllers using remote input signals for transient stability enhancement», en *PowerTech, 2011 IEEE Trondheim*, 2011, pp. 1-8.
- [26] M. Powalko, A. G. Orths, H. Abildgaard, P. B. Eriksen, K. Rudion, I. I. Golub, y N. I. Voropai, «System observability indices for optimal placement of PMU measurements», en *2012 IEEE Power and Energy Society General Meeting*, 2012, pp. 1-6.
- [27] F. Milano, «An open source power system analysis toolbox», en *IEEE Power Engineering Society General Meeting, 2006*, 2006, p. 1 pp.-.
- [28] P. Kundur, J. Paserba, V. Ajjarapu, G. Andersson, A. Bose, C. Canizares, N. Hatziargyriou, D. Hill, A. Stankovic, C. Taylor, T. Van Cutsem, y V. Vittal, «Definition and classification of power system stability IEEE/CIGRE joint task force on stability terms and definitions», *IEEE Trans. Power Syst.*, vol. 19, n.º 3, pp. 1387-1401, ago. 2004.
- [29] K. . Padiyar, *Power System Dynamics: Stability and Control*: 2nd Ed. Hyderabad: Bs Pub, 2008.
- [30] P. M. Anderson y A. A. Fouad, *Power System Control and Stability*, 2 edition. Piscataway, N.J: Wiley-IEEE Press, 2002.
- [31] «IEEE Guide for Synchronous Generator Modeling Practices and Applications in Power System Stability Analyses», *IEEE Std 1110-2002 Revis. IEEE Std 1110-1991*, pp. 0\_1-72, 2003.
- [32] «IEEE Guide for Identification, Testing, and Evaluation of the Dynamic Performance of Excitation Control Systems», *IEEE Std 4212-1990*, pp. 1-44, ago. 1990.



- [33] X.-P. Zhang, C. Rehtanz, y B. Pal, *Flexible AC Transmission Systems: Modelling and Control*, Edición: 2nd ed. 2012. New York: Springer, 2012.
- [34] F. P. DeMello, «Electrical Machine Dynamics I». Power Technolgis Inc. PTI, jul-1974.
- [35] E. W. Kimbark, *Power System Stability - Volume 3: Synchronous Machines*. John Wiley, 1956.
- [36] P. M. Anderson, B. L. Agrawal, y J. E. V. Ness, *Subsynchronous Resonance in Power Systems*. John Wiley & Sons, 1999.
- [37] «IEEE Recommended Practice for Excitation System Models for Power System Stability Studies», *IEEE Std 4215-2005 Revis. IEEE Std 4215-1992*, pp. 0\_1-85, 2006.
- [38] I. Boldea, *Synchronous Generators*, 1 edition. Boca Raton, FL: CRC Press, 2005.
- [39] F. P. DeMello, «Course Notes - Generation Dynamics & Control». Power Technolgis Inc. PTI, mar-1972.
- [40] M. C. Beroqui, «Regulación de Velocidad de Turbinas». Lab. de Control Automático - Fac. de Ing. - U.N.L.P., 1986.
- [41] O. Anaya-Lara, N. Jenkins, J. Ekanayake, P. Cartwright, y M. Hughes, *Wind Energy Generation: Modelling and Control*, 1 edition. Chichester, U.K: Wiley, 2009.
- [42] J. J. Grainger y W. D. Stevenson, *Analisis de Sistemas de Potencia*. México: MC Graw Hill, 1996.
- [43] J. L. Agüero, V. F. Corasaniti, C. E. Biteznik, R. E. Bianchi Lastra, M. B. Barbieri, M. C. Beroqui, y F. Inthamoussou, «LINEALIZACIÓN DE MODELOS DEL SADI-SIP PARA ANÁLISIS MODAL», presentado en Décimo Cuarto Encuentro Regional Ibero-americano del CIGRÉ -XIV ERIAC, Ciudad del Este, Paraguay, 2011, p. 9.
- [44] C. E. Biteznik, J. L. Agüero, M. C. Beroqui, R. Canalis, y S. Barbero, «SISTEMA INFORMÁTICO PARA ANÁLISIS MODAL. CÁLCULO DE LA MATRIZ A USANDO MODELOS DE GENERADORES, AVR Y PSS.», presentado en Décimo Quinto Encuentro Regional Ibero-americano del CIGRÉ -XV ERIAC, Foz de Iguazú-PR, Brasil, 2013, p. 8.
- [45] SIEMENS-PTI, *PSS/E 30.2. Program Operation Manual. Volume I and II*. 2005.
- [46] J. G. Slootweg, J. Persson, A. M. van Voorden, G. C. Paap, y W. L. Kling, «A study of the eigenvalue analysis capabilities of power system dynamics simulation software», en *Proceedings of a meeting*, Seville, Spain, 2002.
- [47] CIGRÉ-SC 38-TF 38.01.08, «Technical Brochures N° 145 - Modeling of power electronics equipment (FACTS) in load flow and stability programs□: a representation guide for power system planning and analysis». Cigré, 1999.
- [48] N. G. Hingorani y L. Gyugyi, *Understanding FACTS: Concepts and Technology of Flexible AC Transmission Systems*, 1 edition. New York: Wiley-IEEE Press, 1999.
- [49] C. A. Canizares y Z. T. Faur, «Analysis of SVC and TCSC controllers in voltage collapse», *IEEE Trans. Power Syst.*, vol. 14, n.º 1, pp. 158-165, 1999.
- [50] «Static VAR compensator models for power flow and dynamic performance simulation», *IEEE Trans. Power Syst.*, vol. 9, n.º 1, pp. 229-240, feb. 1994.
- [51] D. Jovicic, N. Pahalawaththa, M. Zavahir, y H. A. Hassan, «SVC dynamic analytical model», *IEEE Trans. Power Deliv.*, vol. 18, n.º 4, pp. 1455-1461, oct. 2003.
- [52] K. Keerthivasan, V. S. Deve, J. Jerome, y R. Ramanujam, «Modeling of SVC and TCSC for power system dynamic simulation», en *Power Engineering Conference, 2005. IPEC 2005. The 7th International*, 2005, pp. 696-700 Vol. 2.
- [53] J. J. Paserba, N. W. Miller, E. V. Larsen, y R. J. Piwko, «A thyristor controlled series compensation model for power system stability analysis», *IEEE Trans. Power Deliv.*, vol. 10, n.º 3, pp. 1471-1478, jul. 1995.
- [54] M. Noroozian y G. Andersson, «Power flow control by use of controllable series components», *IEEE Trans. Power Deliv.*, vol. 8, n.º 3, pp. 1420-1429, jul. 1993.
- [55] Z. X. Han, «Phase Shifter and Power Flow Control», *IEEE Trans. Power Appar. Syst.*, vol. PAS-101, n.º 10, pp. 3790-3795, oct. 1982.



- [56] S. N. Singh y A. K. David, «Congestion management by optimising FACTS device location», en *International Conference on Electric Utility Deregulation and Restructuring and Power Technologies, 2000. Proceedings. DRPT 2000*, 2000, pp. 23-28.
- [57] R. Rezvanfar, M. E. Mosayebian, H. Monsef, y H. Ghasemi, «Impact of optimally located thyristor controlled phase angle regulator on system security and reliability», en *2011 10th International Conference on Environment and Electrical Engineering (EEEIC)*, 2011, pp. 1-4.



## Apéndice A

### Linealización de modelos

#### a. Linealización del modelo de generador de 6 estados

El modelo de generador de seis variables de estado representa a la máquina sincrónica de rotor liso con arrollamientos amortiguadores, uno en el eje directo y dos en el eje en cuadratura.

Las variables de estado consideradas son  $E'_q$ ,  $-E'_d$ ,  $\psi_{kd}$ ,  $-\psi_{2q}$ ,  $\omega$  y  $\delta$  (ver Figura A. 1 y Figura A. 2).

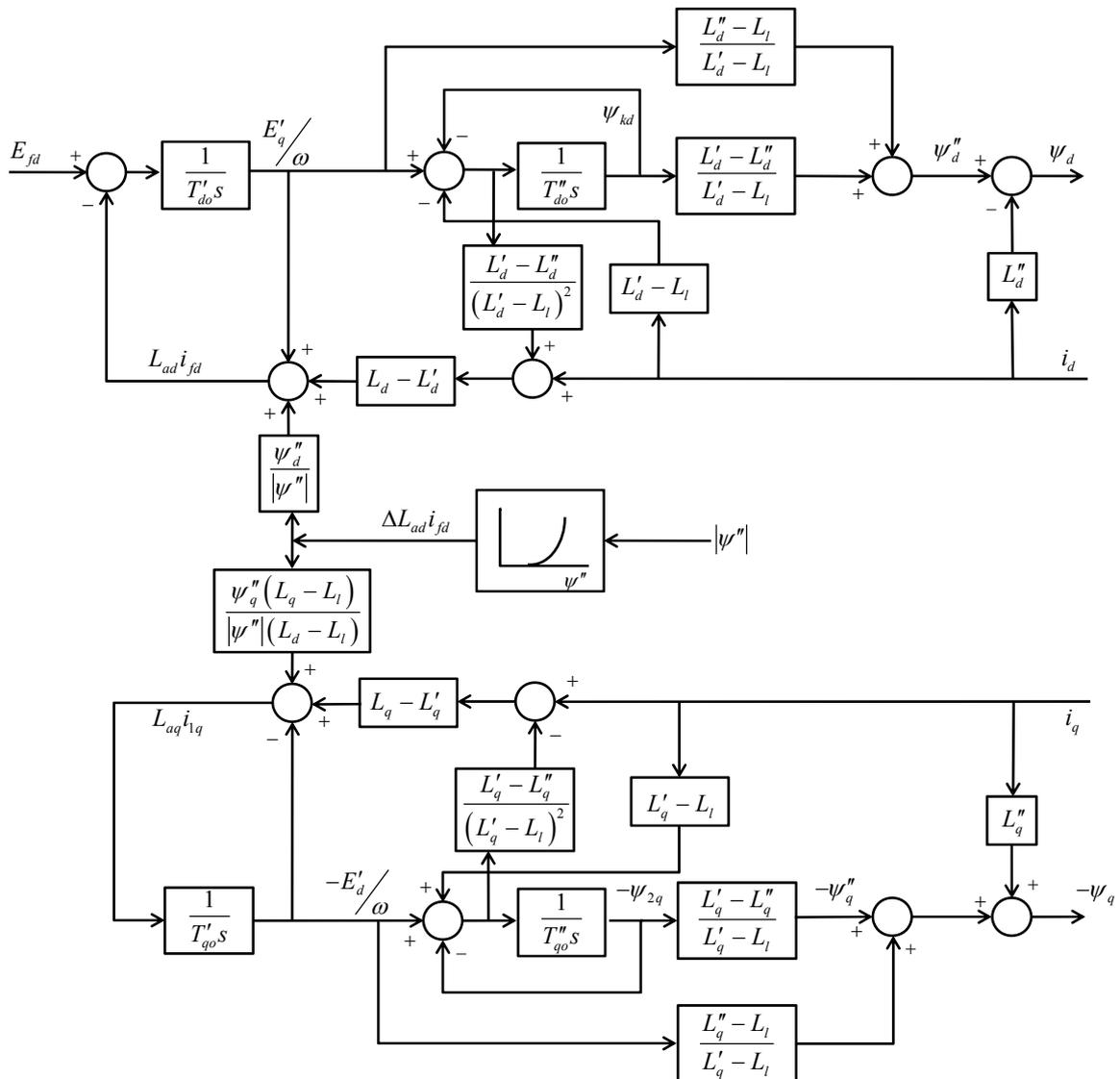


Figura A. 1: Diagrama en bloques que representa el comportamiento eléctrico del generador.

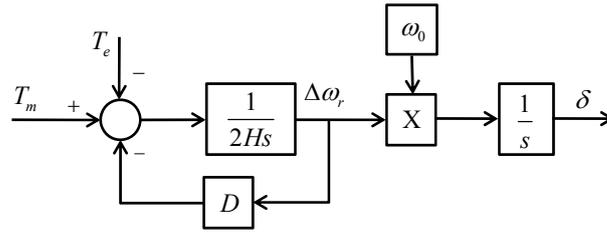


Figura A. 2: Diagrama en bloques que representa el comportamiento mecánico del generador.

La saturación está definida por:

$$\begin{aligned} SAT_d &= \psi_d'' S(\psi_d'', -\psi_q'') \\ SAT_q &= \psi_q'' S(\psi_d'', -\psi_q'') \end{aligned} \quad (A.1)$$

donde:

$$S(\psi_d'', -\psi_q'') = \frac{B(|\psi''| - A)^2}{|\psi''|} = B|\psi''| - 2BA + \frac{BA^2}{|\psi''|} \quad (A.2)$$

con,

$$\begin{aligned} |\psi''| &= \sqrt{(\psi_d'')^2 + (-\psi_q'')^2} \\ A &= \frac{1.2 - \sqrt{1.2 \cdot S(1.2)/S(1.0)}}{1.0 - \sqrt{1.2 \cdot S(1.2)/S(1.0)}} \end{aligned} \quad (A.3)$$

$$B = S(1.0)/(1.0 - A)^2 = 1.2 \cdot S(1.2)/(1.2 - A)^2$$

### Matriz $A_{GEN}$

De la Figura A. 1 se plantea una ecuación matricial que describe las variaciones en las derivadas de las variables de estado elegidas para representar el comportamiento eléctrico, según:

$$\left| \dot{X}_{GEN} \right| = \left[ A_{GEN\_X} \right] \left| X_{GEN} \right| + \left[ A_{GEN\_I_d I_q} \right] \begin{bmatrix} \psi_d'' \\ -\psi_q'' \end{bmatrix} + \left[ A_{GEN\_I_d I_q} \right] \begin{bmatrix} I_d \\ I_q \end{bmatrix} \quad (A.4)$$

donde:

$$A_{GEN\_X} = \begin{bmatrix} -\frac{1}{T_{do}'} \left[ 1 + (L_d' - L_d'') \frac{(L_d' - L_d'')}{(L_d' - L_l)'} \right] & 0 & \frac{1}{T_{do}'} \left[ (L_d' - L_d'') \frac{(L_d' - L_d'')}{(L_d' - L_l)'} \right] & 0 & \dots \\ 0 & -\frac{1}{T_{qo}'} \left[ 1 + (L_q' - L_q'') \frac{(L_q' - L_q'')}{(L_q' - L_l)'} \right] & 0 & \frac{1}{T_{qo}'} \left[ (L_q' - L_q'') \frac{(L_q' - L_q'')}{(L_q' - L_l)'} \right] & \dots \\ \frac{1}{T_{do}''} & 0 & -\frac{1}{T_{do}''} & 0 & \dots \\ 0 & \frac{1}{T_{qo}''} & 0 & -\frac{1}{T_{qo}''} & \dots \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \dots \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \dots \\ \dots & 0 & 0 & \dots & \dots \\ \dots & 0 & 0 & \dots & \dots \\ \dots & 0 & 0 & \dots & \dots \\ \dots & 0 & 0 & \dots & \dots \\ \dots & \frac{-(D + PMECH)}{2H} & 0 & \dots & \dots \\ \dots & \frac{2\pi f}{2\pi f} & 0 & \dots & \dots \end{bmatrix} \quad (A.5)$$



y

$$A_{GEN\_ψ_dψ_q} = \begin{bmatrix} -\frac{1}{T'_{do}} \left[ B|\psi''| - 2BA + \frac{BA^2}{|\psi''|} + \frac{B\psi_d''^2}{|\psi''|} - \frac{BA^2\psi_d''^2}{|\psi''|^3} \right] & -\frac{1}{T'_{do}} \left[ \frac{B\psi_d''(-\psi_q'')}{|\psi''|} - \frac{BA^2\psi_d''(-\psi_q'')}{|\psi''|^3} \right] \\ \frac{1}{T'_{qo}} \left( \frac{L_q - L_l}{L_d - L_l} \right) \left[ -\frac{B\psi_d''(-\psi_q'')}{|\psi''|} + \frac{BA^2\psi_d''(-\psi_q'')}{|\psi''|^3} \right] & \frac{1}{T'_{qo}} \left( \frac{L_q - L_l}{L_d - L_l} \right) \left[ -B|\psi''| + 2BA - \frac{BA^2}{|\psi''|} - \frac{B(-\psi_q'')^2}{|\psi''|} + \frac{BA^2(-\psi_q'')^2}{|\psi''|^3} \right] \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ -\frac{I_{qo}}{2H} & -\frac{I_{do}}{2H} \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (A.6)$$

El flujo subtransitorio  $\psi''$  depende de las variables de estado del generador, con lo cual se puede escribir:

$$\begin{bmatrix} \psi_d'' \\ -\psi_q'' \end{bmatrix} = A_{\psi_d''\psi_q''\_GEN} |\Delta x_{GEN}| \quad (A.7)$$

con:

$$A_{\psi_d''\psi_q''\_GEN} = \begin{bmatrix} \frac{L_d'' - L_l}{L_d' - L_l} & 0 & \frac{L_d' - L_d''}{L_d' - L_l} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{L_q'' - L_l}{L_q' - L_l} & 0 & \frac{L_q' - L_q''}{L_q' - L_l} & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (A.8)$$

La matriz  $A$  propia del generador queda definida entonces como:

$$A_{GEN} = A_{GEN\_X} + A_{GEN\_ψ_d''ψ_q''} \cdot A_{ψ_d''ψ_q''\_GEN} \quad (A.9)$$

### Matriz $B_{1GEN}$

De la ecuación (A.4), la matriz que relaciona las derivadas de las variables de estado con las corrientes en eje directo y en cuadratura constituye la matriz  $B_1$  del generador.

$$A_{GEN\_I_dI_q} = B_{1GEN} = \begin{bmatrix} -\frac{(L_d - L_d')}{T'_{do}} \left[ 1 - \frac{(L_d' - L_d'')}{(L_d' - L_l)} \right] & 0 \\ 0 & \frac{(L_q - L_q')}{T'_{qo}} \left[ 1 - \frac{(L_q' - L_q'')}{(L_q' - L_l)} \right] \\ -\frac{(L_d' - L_l)}{T''_{do}} & 0 \\ 0 & \frac{(L_q' - L_l)}{T''_{qo}} \\ -\frac{(-\psi_q'')}{2H} & -\frac{\psi_d''}{2H} \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (A.10)$$

### Matriz $B_{2GEN}$

La tensión del generador no afecta a sus propias variables de estado por lo tanto:

$$B_{2GEN} = \text{Matriz nula}[6x2] \quad (A.11)$$

**Nota:** Las matrices auxiliares que permiten la vinculación entre modelos no se detallan en este apéndice.



### b. Linealización del modelo de RAT IEEE tipo 1

El diagrama en bloques que describe el modelo de regulador de tensión de excitatriz de CC IEEE Tipo 1 se muestra en la Figura A. 3.

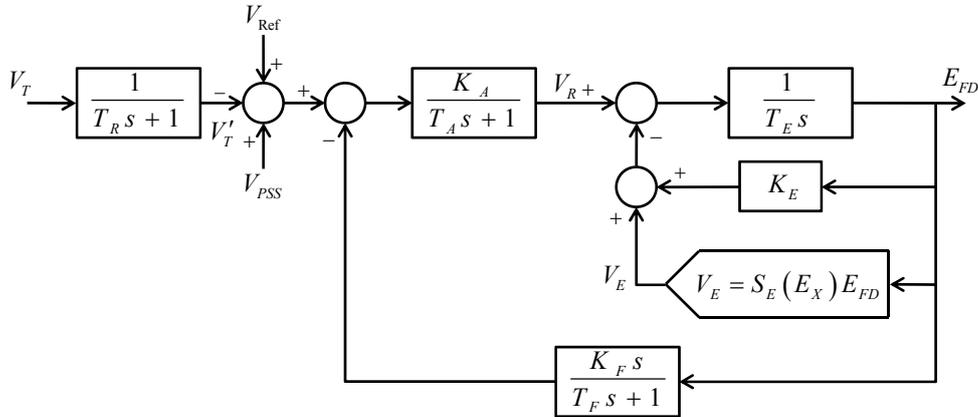


Figura A. 3: Diagrama en bloques RAT IEEE Tipo 1.

Las variables de estado de este modelo son:  $V'_T$ ,  $V_R$ ,  $E_{FD}$  y la salida del integrador del Wash-Out ( $T_F$ ) que  $X_F$ .

Este modelo posee constantes de tiempo que pueden anularse ajustando su valor en cero, esto da lugar a que los coeficientes de las matrices cambien según esta condición.

#### Matriz $A_{RAT}$

De la Figura A. 3, la matriz  $A$  del RAT resulta:

$$A_{RAT} = \begin{bmatrix} -\frac{1}{TR} \text{ si } \{TR > 0\} & 0 & 0 & 0 \\ 0 \text{ sino} & & & \\ -\frac{KA}{TA} \text{ si } \begin{cases} TR > 0 \\ TA > 0 \end{cases} & -\frac{1}{TA} \text{ si } \{TA > 0\} & -\frac{KF \cdot KA}{TF \cdot TA} \text{ si } \{TA > 0\} & \frac{1}{TF} \frac{KA}{TA} \text{ si } \{TA > 0\} \\ 0 \text{ sino} & 0 \text{ sino} & 0 \text{ sino} & 0 \text{ sino} \\ -\frac{KA}{TE} \text{ si } \begin{cases} TR > 0 \\ TA \leq 0 \end{cases} & \frac{1}{TE} \text{ si } \{TA > 0\} & -\left(KE + \frac{\partial VX}{\partial EFD}\right) \frac{1}{TE} \text{ si } \{TA > 0\} & \frac{KA}{TF \cdot TE} \text{ si } \{TA \leq 0\} \\ 0 \text{ sino} & 0 \text{ sino} & -\left(KE + \frac{\partial VX}{\partial EFD} + \frac{KF \cdot KA}{TF}\right) \frac{1}{TE} \text{ sino} & 0 \text{ sino} \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (A.12)$$

donde:

$$\frac{\partial VX}{\partial EFD} = \begin{cases} 2B(EFD - A) & \text{si } EFD \geq A \\ 0 & \text{sino} \end{cases} \quad (A.13)$$

siendo  $A$  y  $B$  los parámetros que describen la función de saturación, como en el caso del generador (A.3)

#### Matriz $B_{1RAT}$

Debido a que la corriente de salida no afecta al RAT, la matriz  $B_{1RAT}$  resulta nula.

$$B_{1RAT} = \text{Matriz nula}[4 \times 2] \quad (A.14)$$

#### Matriz $B_{2RAT}$



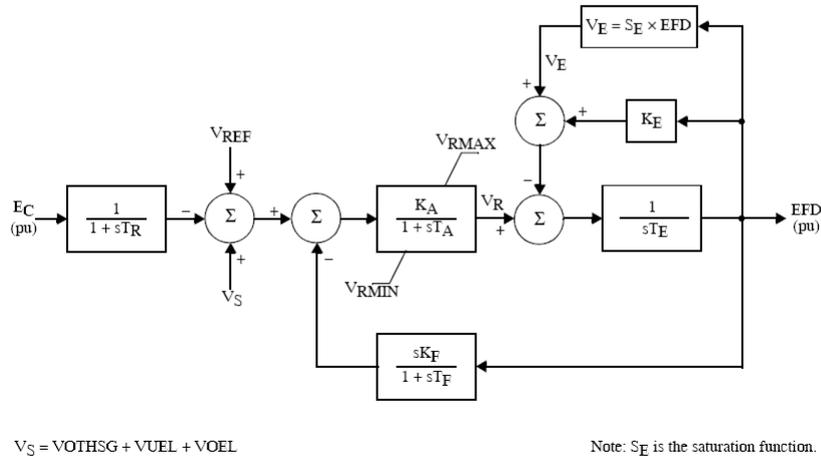


Debido a que la entrada del PSS es sólo la velocidad, la corriente y la tensión no influyen en las derivadas de las variables de estado, por lo tanto:

$$B_{1PSS} = \text{Matriz nula}[3 \times 2] \quad B_{2PSS} = \text{Matriz nula}[3 \times 2] \quad (\text{A.17})$$

**Nota:** Las matrices auxiliares que permiten la vinculación entre modelos no se detallan en este apéndice.





$$V_S = V_{OTHSG} + V_{UEL} + V_{OEL}$$

Note:  $S_E$  is the saturation function.

Figura B. 2: Diagrama en bloques del modelo.

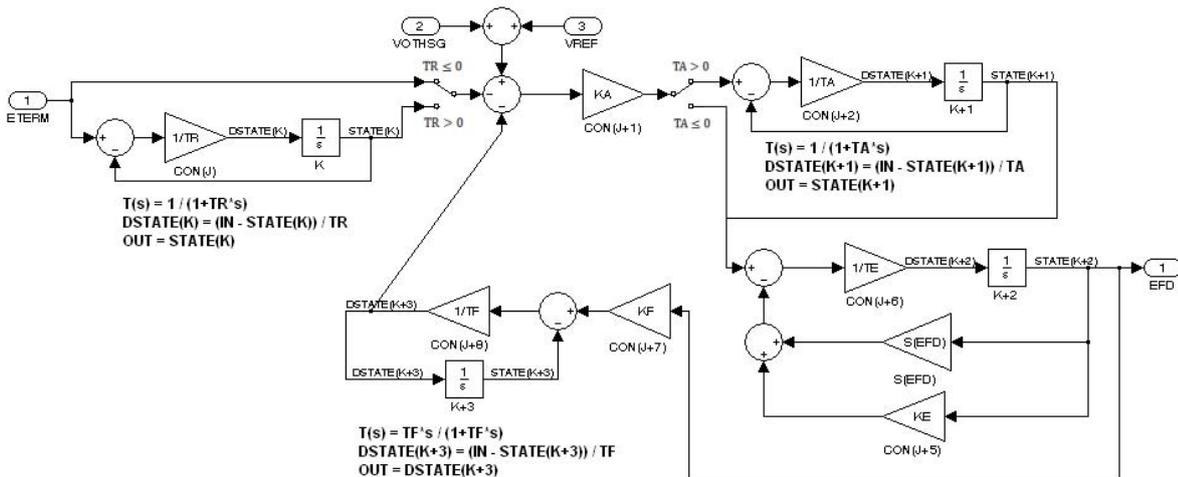


Figura B. 3: Diagrama en bloques representado a nivel elemental.

Algunos bloques, como los Lead-Lag, se pueden representar de diferentes formas y aún así poseen la misma transferencia entrada-salida, pero la derivada de la variable de estado puede ser diferente. Para obtener el diagrama en bloque elemental que represente al modelo tal cual como se encuentra impreso en el software comercial existen dos alternativas. La primera consiste en leer el programa fuente del modelo y extraer de él la estructura correspondiente, siempre y cuando se disponga del mismo, lo cual no es muy común. La segunda opción es extraer del programa comercial la matriz de estado de ese modelo en particular mediante la actividad ASTR y comparar para las distintas alternativas de implementación el coeficiente de la matriz con el calculado, para determinar cuál es la correcta.

Una vez construido el diagrama en bloques elemental se pueden determinar las expresiones que determinan como las entradas y las propias variables de estado afectan a cada una de las derivadas de las variables de estado. Estas expresiones son las que se usaran luego para calcular los coeficientes de las diferentes matrices asociadas a el modelo.



Las expresiones analíticas se comprueban mediante dos procedimientos. El primero consiste en verificar como las variables de estado afectan a sus derivadas y a las demás. Esto se hace comparando los resultados de las expresiones con los coeficientes de la matriz extraída del programa comercial. El segundo método comprueba las derivadas realizando perturbaciones en las variables de entrada y variables de estado y comparando los resultados con las expresiones; este proceso se realiza mediante el simulador temporal *SimuLink* de MATLAB.

Una vez que ya se han comprobado las diferentes submatrices que describen el modelo se procede a su programación o escritura de la rutina propia del modelo en SIAM.

La rutina incorpora la inicialización de los valores de las variables de estado y algebraicas del mismo a partir de los datos del flujo y el diagrama en bloque elemental.

Para el caso del RAT, la inicialización parte de la tensión de barra y del valor de la tensión de campo EFD y se calculan los valores de las variables de estado y de la tensión de referencia. Estos son necesarios para calcular luego los coeficientes de las submatrices. En el proceso de verificación descrito anteriormente, los valores iniciales de las variables de estado se obtenían del programa comercial.

Luego la rutina incorpora el cálculo de las derivadas en estado estacionario. Dichos valores deben ser en forma ideal nulos, pero debido al error numérico si compara a los mismos con una tolerancia, que puede ser ajustada, por ejemplo en 0,001 p.u.

En su parte final, la rutina contiene las expresiones de cada uno de los coeficientes de las submatrices correspondiente al modelo y de aquellas matrices auxiliares necesarias para vincular las entradas con las derivadas, las cuales permiten interconectar modelos.

Una vez concluida la rutina, se utiliza el modelo en un sistema de prueba constituido por dos máquinas unidos por una línea. Se calcula la matriz en el SIAM y los resultados se comparan con los obtenidos en el programa comercial. Si los resultados coinciden se verifica para otro conjunto de parámetros de ajuste para poder probar el modelo en diferentes condiciones (constantes nulas, no nulas, ganancias altas, bajas, etc.). Si los resultados no coinciden se revisan la expresiones nuevamente y se realiza otra vez la verificación

El SIAM en su pantalla de opciones de análisis posee opciones específicas para el proceso de verificación de modelos. Estas opciones permiten exportar resultados a archivos de texto y/o planilla de cálculo para su comparación con los resultados del programa comercial.





## Apéndice C

### Datos del Sistema de 16 máquinas y 68 barras

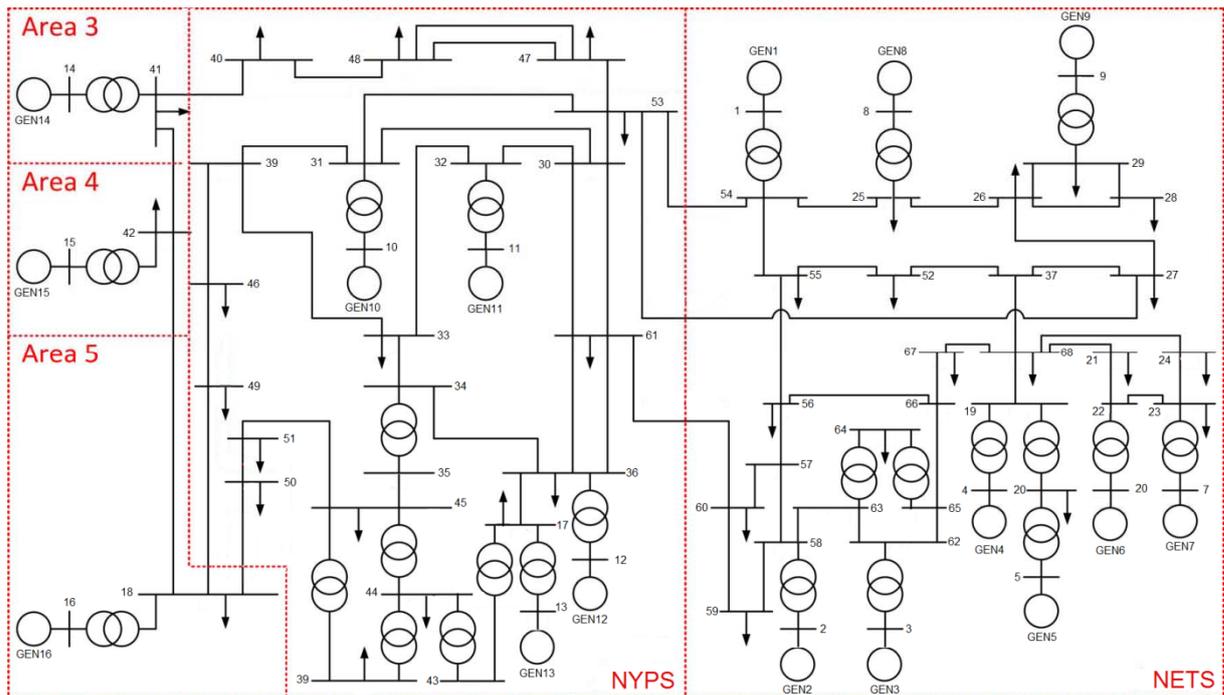


Figura C. 1: Esquema unifilar del sistema de 16 máquinas y 68 barras.

#### a. Datos de barras

| Barra | Tensión Nominal (kV) | Área | Tensión (pu) | Ángulo (grados) |
|-------|----------------------|------|--------------|-----------------|
| 1     | 20                   | NETS | 1.045        | 44.68           |
| 2     | 20                   | NETS | 0.98         | 50.61           |
| 3     | 20                   | NETS | 0.983        | 52.65           |
| 4     | 20                   | NETS | 0.997        | 52.93           |
| 5     | 20                   | NETS | 1.011        | 51.47           |
| 6     | 20                   | NETS | 1.05         | 55.74           |
| 7     | 20                   | NETS | 1.063        | 57.96           |
| 8     | 20                   | NETS | 1.03         | 50.45           |
| 9     | 20                   | NETS | 1.025        | 55.24           |
| 10    | 20                   | NYPS | 1.01         | 45.17           |
| 11    | 20                   | NYPS | 1            | 46.56           |
| 12    | 20                   | NYPS | 1.0156       | 31.16           |
| 13    | 20                   | NYPS | 1.011        | 23.78           |
| 14    | 20                   | 3    | 1            | 74.74           |



|    |     |      |        |       |
|----|-----|------|--------|-------|
| 15 | 20  | 4    | 1      | 68.07 |
| 16 | 20  | 5    | 1      | 73.4  |
| 17 | 345 | NYPS | 1.0252 | 18.05 |
| 18 | 345 | 5    | 0.9926 | 66.46 |
| 19 | 345 | NETS | 1.0531 | 47.72 |
| 20 | 345 | NETS | 0.9921 | 46.3  |
| 21 | 345 | NETS | 1.0384 | 45.76 |
| 22 | 345 | NETS | 1.0533 | 50.41 |
| 23 | 345 | NETS | 1.0482 | 50.13 |
| 24 | 345 | NETS | 1.0462 | 43.33 |
| 25 | 345 | NETS | 1.0646 | 43.71 |
| 26 | 345 | NETS | 1.0616 | 42.68 |
| 27 | 345 | NETS | 1.0505 | 41.01 |
| 28 | 345 | NETS | 1.0548 | 45.8  |
| 29 | 345 | NETS | 1.0528 | 48.43 |
| 30 | 345 | NYPS | 1.0525 | 35.27 |
| 31 | 345 | NYPS | 1.0565 | 37.9  |
| 32 | 345 | NYPS | 1.0489 | 39.15 |
| 33 | 345 | NYPS | 1.0522 | 35.3  |
| 34 | 345 | NYPS | 1.0598 | 29.42 |
| 35 | 345 | NYPS | 1.0078 | 29.35 |
| 36 | 345 | NYPS | 1.0372 | 25.42 |
| 37 | 345 | NETS | 1.0457 | 41.79 |
| 38 | 345 | NYPS | 1.0546 | 37.53 |
| 39 | 345 | NYPS | 0.9973 | 17.34 |
| 40 | 345 | NYPS | 1.071  | 44.63 |
| 41 | 345 | 3    | 0.9996 | 73.2  |
| 42 | 345 | 4    | 0.9991 | 67.21 |
| 43 | 345 | NYPS | 1.0079 | 17.83 |
| 44 | 345 | NYPS | 1.0072 | 17.83 |
| 45 | 345 | NYPS | 1.0092 | 29.17 |
| 46 | 345 | NYPS | 1.0324 | 38.36 |
| 47 | 345 | NYPS | 1.075  | 37.02 |
| 48 | 345 | NYPS | 1.0786 | 38.85 |
| 49 | 345 | NYPS | 1.0127 | 41.45 |
| 50 | 345 | NYPS | 1.0041 | 46.66 |
| 51 | 345 | NYPS | 1.013  | 33.37 |
| 52 | 345 | NETS | 1.0448 | 40.92 |
| 53 | 345 | NYPS | 1.0587 | 36.39 |
| 54 | 345 | NETS | 1.0563 | 42.27 |
| 55 | 345 | NETS | 1.0467 | 40.59 |
| 56 | 345 | NETS | 1.0373 | 41.3  |
| 57 | 345 | NETS | 1.0331 | 41.71 |
| 58 | 345 | NETS | 1.0331 | 42.33 |



|    |     |      |        |       |
|----|-----|------|--------|-------|
| 59 | 345 | NETS | 1.0276 | 40    |
| 60 | 345 | NETS | 1.029  | 39.4  |
| 61 | 345 | NYPS | 1.0377 | 31.34 |
| 62 | 345 | NETS | 1.0365 | 44.81 |
| 63 | 345 | NETS | 1.0341 | 43.96 |
| 64 | 345 | NETS | 1.0767 | 44    |
| 65 | 345 | NETS | 1.0351 | 44.17 |
| 66 | 345 | NETS | 1.0358 | 42.7  |
| 67 | 345 | NETS | 1.03   | 41.94 |
| 68 | 345 | NETS | 1.0418 | 43.16 |

*b. Datos de ramas*

| Desde | Hasta | Circuito | R (pu) | X (pu) | B (pu) |
|-------|-------|----------|--------|--------|--------|
| 17    | 36    | 1        | 0.0005 | 0.0045 | 0.32   |
| 18    | 42    | 1        | 0.004  | 0.06   | 2.25   |
| 18    | 49    | 1        | 0.0076 | 0.1141 | 1.16   |
| 18    | 50    | 1        | 0.0012 | 0.0288 | 2.06   |
| 19    | 68    | 1        | 0.0016 | 0.0195 | 0.304  |
| 21    | 22    | 1        | 0.0008 | 0.014  | 0.2565 |
| 21    | 68    | 1        | 0.0008 | 0.0135 | 0.2548 |
| 22    | 23    | 1        | 0.0006 | 0.0096 | 0.1846 |
| 23    | 24    | 1        | 0.0022 | 0.035  | 0.361  |
| 24    | 68    | 1        | 0.0003 | 0.0059 | 0.068  |
| 25    | 26    | 1        | 0.0032 | 0.0323 | 0.531  |
| 25    | 54    | 1        | 0.007  | 0.0086 | 0.146  |
| 26    | 27    | 1        | 0.0014 | 0.0147 | 0.2396 |
| 26    | 28    | 1        | 0.0043 | 0.0474 | 0.7802 |
| 26    | 29    | 1        | 0.0057 | 0.0625 | 1.029  |
| 27    | 37    | 1        | 0.0013 | 0.0173 | 0.3216 |
| 27    | 53    | 1        | 0.032  | 0.32   | 0.41   |
| 27    | 53    | 2        | 0.032  | 0.32   | 0.41   |
| 28    | 29    | 1        | 0.0014 | 0.0151 | 0.249  |
| 30    | 31    | 1        | 0.0013 | 0.0187 | 0.333  |
| 30    | 32    | 1        | 0.0024 | 0.0288 | 0.488  |
| 30    | 53    | 1        | 0.0008 | 0.0074 | 0.48   |
| 30    | 61    | 1        | 0.0019 | 0.0183 | 0.29   |
| 30    | 61    | 2        | 0.0019 | 0.0183 | 0.29   |
| 31    | 38    | 1        | 0.0011 | 0.0147 | 0.247  |
| 31    | 53    | 1        | 0.0016 | 0.0163 | 0.25   |
| 32    | 33    | 1        | 0.0008 | 0.0099 | 0.168  |
| 33    | 34    | 1        | 0.0011 | 0.0157 | 0.202  |
| 33    | 38    | 1        | 0.0036 | 0.0444 | 0.693  |
| 34    | 36    | 1        | 0.0033 | 0.0111 | 1.45   |
| 35    | 45    | 1        | 0.0007 | 0.0175 | 1.39   |
| 36    | 61    | 1        | 0.0022 | 0.0196 | 0.34   |



|    |    |   |        |        |        |
|----|----|---|--------|--------|--------|
| 36 | 61 | 2 | 0.0022 | 0.0196 | 0.34   |
| 37 | 52 | 1 | 0.0007 | 0.0082 | 0.1319 |
| 37 | 68 | 1 | 0.0007 | 0.0089 | 0.1342 |
| 38 | 46 | 1 | 0.0022 | 0.0284 | 0.43   |
| 40 | 41 | 1 | 0.006  | 0.084  | 3.15   |
| 40 | 48 | 1 | 0.002  | 0.022  | 1.28   |
| 41 | 42 | 1 | 0.004  | 0.06   | 2.25   |
| 45 | 51 | 1 | 0.0004 | 0.0105 | 0.72   |
| 46 | 49 | 1 | 0.0018 | 0.0274 | 0.27   |
| 47 | 48 | 1 | 0.0025 | 0.0268 | 0.4    |
| 47 | 48 | 2 | 0.0025 | 0.0268 | 0.4    |
| 47 | 53 | 1 | 0.0013 | 0.0188 | 1.31   |
| 50 | 51 | 1 | 0.0009 | 0.0221 | 1.62   |
| 52 | 55 | 1 | 0.0011 | 0.0133 | 0.2138 |
| 53 | 54 | 1 | 0.0035 | 0.0411 | 0.6987 |
| 53 | 54 | 2 | 0.0035 | 0.0411 | 0.6987 |
| 54 | 55 | 1 | 0.0013 | 0.0151 | 0.2572 |
| 55 | 56 | 1 | 0.0013 | 0.0213 | 0.0213 |
| 56 | 57 | 1 | 0.0008 | 0.0128 | 0.1342 |
| 56 | 66 | 1 | 0.0008 | 0.0129 | 0.1382 |
| 57 | 58 | 1 | 0.0002 | 0.0026 | 0.0434 |
| 57 | 60 | 1 | 0.0008 | 0.0112 | 0.1476 |
| 58 | 59 | 1 | 0.0006 | 0.0092 | 0.113  |
| 58 | 63 | 1 | 0.0007 | 0.0082 | 0.1389 |
| 59 | 60 | 1 | 0.0004 | 0.0046 | 0.078  |
| 60 | 61 | 1 | 0.0023 | 0.0363 | 0.3804 |
| 60 | 61 | 2 | 0.0023 | 0.0363 | 0.3804 |
| 62 | 63 | 1 | 0.0004 | 0.0043 | 0.0729 |
| 62 | 65 | 1 | 0.0004 | 0.0043 | 0.0729 |
| 65 | 66 | 1 | 0.0009 | 0.0101 | 0.1723 |
| 66 | 67 | 1 | 0.0018 | 0.0217 | 0.366  |
| 67 | 68 | 1 | 0.0009 | 0.0094 | 0.171  |

c. Datos de transformadores

| Desde | Hasta | Circuito | R (pu) | X (pu) | MVA Base | TAP Bobinado 1 (pu) | TAP Bobinado 2 (pu) |
|-------|-------|----------|--------|--------|----------|---------------------|---------------------|
| 1     | 54    | 1        | 0      | 0.0181 | 100      | 1                   | 1.025               |
| 2     | 58    | 1        | 0      | 0.025  | 100      | 1                   | 1.07                |
| 3     | 62    | 1        | 0      | 0.02   | 100      | 1                   | 1.07                |
| 4     | 19    | 1        | 0.0007 | 0.0142 | 100      | 1                   | 1.07                |
| 5     | 20    | 1        | 0.0009 | 0.018  | 100      | 1                   | 1.009               |
| 6     | 22    | 1        | 0      | 0.0143 | 100      | 1                   | 1.025               |
| 7     | 23    | 1        | 0.0005 | 0.0272 | 100      | 1                   | 1                   |
| 8     | 25    | 1        | 0.0006 | 0.0232 | 100      | 1                   | 1.025               |
| 9     | 29    | 1        | 0.0008 | 0.0156 | 100      | 1                   | 1.025               |



|    |    |   |        |        |     |      |       |
|----|----|---|--------|--------|-----|------|-------|
| 10 | 31 | 1 | 0      | 0.026  | 100 | 1    | 1.04  |
| 11 | 32 | 1 | 0      | 0.013  | 100 | 1    | 1.04  |
| 12 | 36 | 1 | 0      | 0.0075 | 100 | 1    | 1.04  |
| 13 | 17 | 1 | 0      | 0.0033 | 100 | 1    | 1.04  |
| 14 | 41 | 1 | 0      | 0.0015 | 100 | 1    | 1     |
| 15 | 42 | 1 | 0      | 0.0015 | 100 | 1    | 1     |
| 16 | 18 | 1 | 0      | 0.003  | 100 | 1    | 1     |
| 17 | 43 | 1 | 0.0005 | 0.0276 | 100 | 1    | 1     |
| 19 | 20 | 1 | 0.0007 | 0.0138 | 100 | 1.06 | 1     |
| 34 | 35 | 1 | 0.0001 | 0.0074 | 100 | 1    | 0.946 |
| 39 | 44 | 1 | 0      | 0.0411 | 100 | 1    | 1     |
| 39 | 45 | 1 | 0      | 0.0839 | 100 | 1    | 1     |
| 43 | 44 | 1 | 0.0001 | 0.0011 | 100 | 1    | 1     |
| 44 | 45 | 1 | 0.0025 | 0.073  | 100 | 1    | 1     |
| 63 | 64 | 1 | 0.0016 | 0.0435 | 100 | 1    | 1.06  |
| 64 | 65 | 1 | 0.0016 | 0.0435 | 100 | 1    | 1.06  |

*d. Datos de cargas*

| Barra | Área | P (MW) | Q (MVAR) |
|-------|------|--------|----------|
| 17    | NYPS | 6000   | 300      |
| 18    | 5    | 2470   | 123      |
| 20    | NETS | 680    | 103      |
| 21    | NETS | 274    | 115      |
| 23    | NETS | 248    | 85       |
| 24    | NETS | 309    | -92      |
| 25    | NETS | 224    | 47       |
| 26    | NETS | 139    | 17       |
| 27    | NETS | 281    | 76       |
| 28    | NETS | 206    | 28       |
| 29    | NETS | 284    | 27       |
| 33    | NYPS | 112    | 0        |
| 36    | NYPS | 102    | -19.46   |
| 39    | NYPS | 267    | 12.6     |
| 40    | NYPS | 65.63  | 23.53    |
| 41    | 3    | 1000   | 250      |
| 42    | 4    | 1150   | 250      |
| 44    | NYPS | 267.55 | 4.84     |
| 45    | NYPS | 208    | 21       |
| 46    | NYPS | 150.7  | 28.5     |
| 47    | NETS | 203.12 | 32.59    |
| 48    | NYPS | 241.2  | 2.2      |
| 49    | NYPS | 164    | 29       |
| 50    | NYPS | 100    | -147     |
| 51    | NYPS | 337    | -122     |
| 52    | NETS | 158    | 30       |
| 53    | NYPS | 252.7  | 118.56   |



|    |      |       |       |
|----|------|-------|-------|
| 55 | NETS | 322   | 2     |
| 56 | NETS | 200   | 0.736 |
| 59 | NETS | 234   | 84    |
| 60 | NETS | 208.8 | 0.708 |
| 61 | NYPS | 104   | 125   |
| 64 | NETS | 9     | 88    |
| 67 | NETS | 320   | 153   |
| 68 | NETS | 329   | 32    |

e. Datos de generadores

| Barra | Nombre | Pgen (MW) | Qgen (MVAR) | Mbase (MVA) | R (pu) | X (pu) |
|-------|--------|-----------|-------------|-------------|--------|--------|
| 1     | GEN1   | 250.00    | 88.72       | 100         | 0      | 0.025  |
| 2     | GEN2   | 545.00    | 96.29       | 100         | 0      | 0.05   |
| 3     | GEN3   | 650.00    | 115.05      | 100         | 0      | 0.045  |
| 4     | GEN4   | 632.00    | 86.95       | 100         | 0      | 0.035  |
| 5     | GEN5   | 505.00    | 153.00      | 100         | 0      | 0.05   |
| 6     | GEN6   | 700.00    | 197.08      | 100         | 0      | 0.04   |
| 7     | GEN7   | 560.00    | 85.68       | 100         | 0      | 0.04   |
| 8     | GEN8   | 540.00    | -20.49      | 100         | 0      | 0.045  |
| 9     | GEN9   | 800.00    | -7.57       | 100         | 0      | 0.045  |
| 10    | GEN10  | 500.00    | 8.85        | 100         | 0      | 0.04   |
| 11    | GEN11  | 1000.00   | -1.23       | 100         | 0      | 0.012  |
| 12    | GEN12  | 1350.00   | 315.58      | 100         | 0      | 0.025  |
| 13    | GEN13  | 3012.48   | 923.71      | 200         | 0      | 0.004  |
| 14    | GEN14  | 1785.00   | 52.93       | 100         | 0      | 0.0023 |
| 15    | GEN15  | 1000.00   | 69.60       | 100         | 0      | 0.0023 |
| 16    | GEN16  | 4000.00   | 487.98      | 200         | 0      | 0.0055 |

f. Parámetros de ajuste de los modelos dinámicos del los generadores

Modelo de generador de orden seis (modelo GENROU de la librería del PSS/E)

| Barra | Generador | T'do | T''do | T'qo | T''qo | H    | D    | Xd     | Xq     | X'd    | X'q   | X''d  | Xl     | S(1.0)  | S(1.2)  |
|-------|-----------|------|-------|------|-------|------|------|--------|--------|--------|-------|-------|--------|---------|---------|
| 1     | GEN1      | 10.2 | 0.05  | 1.5  | 0.035 | 42   | 4    | 0.1    | 0.069  | 0.031  | 0.028 | 0.025 | 0.0125 | 0.00001 | 0.00001 |
| 2     | GEN2      | 6.56 | 0.05  | 1.5  | 0.035 | 30.2 | 9.75 | 0.295  | 0.282  | 0.0697 | 0.06  | 0.05  | 0.035  | 0.00001 | 0.00001 |
| 3     | GEN3      | 5.7  | 0.05  | 1.5  | 0.035 | 35.8 | 10   | 0.2495 | 0.237  | 0.0531 | 0.05  | 0.045 | 0.0304 | 0.00001 | 0.00001 |
| 4     | GEN4      | 5.69 | 0.05  | 1.5  | 0.035 | 28.6 | 10   | 0.262  | 0.258  | 0.0436 | 0.04  | 0.035 | 0.0295 | 0.00001 | 0.00001 |
| 5     | GEN5      | 5.4  | 0.05  | 0.44 | 0.035 | 26   | 3    | 0.33   | 0.31   | 0.066  | 0.06  | 0.05  | 0.027  | 0.00001 | 0.00001 |
| 6     | GEN6      | 7.3  | 0.05  | 0.4  | 0.035 | 34.8 | 10   | 0.254  | 0.241  | 0.05   | 0.045 | 0.04  | 0.0224 | 0.00001 | 0.00001 |
| 7     | GEN7      | 5.66 | 0.05  | 1.5  | 0.035 | 26.4 | 8    | 0.295  | 0.292  | 0.049  | 0.045 | 0.04  | 0.0322 | 0.00001 | 0.00001 |
| 8     | GEN8      | 6.7  | 0.05  | 0.41 | 0.035 | 24.3 | 9    | 0.29   | 0.28   | 0.057  | 0.05  | 0.045 | 0.028  | 0.00001 | 0.00001 |
| 9     | GEN9      | 4.79 | 0.05  | 1.96 | 0.035 | 34.5 | 14   | 0.2106 | 0.205  | 0.057  | 0.05  | 0.045 | 0.0298 | 0.00001 | 0.00001 |
| 10    | GEN10     | 9.37 | 0.05  | 1.5  | 0.035 | 31   | 5.56 | 0.169  | 0.115  | 0.0457 | 0.045 | 0.04  | 0.0199 | 0.00001 | 0.00001 |
| 11    | GEN11     | 4.1  | 0.05  | 1.5  | 0.035 | 28.2 | 13.6 | 0.128  | 0.123  | 0.018  | 0.015 | 0.012 | 0.0103 | 0.00001 | 0.00001 |
| 12    | GEN12     | 7.4  | 0.05  | 1.5  | 0.035 | 92.3 | 13.5 | 0.101  | 0.095  | 0.031  | 0.028 | 0.025 | 0.022  | 0.00001 | 0.00001 |
| 13    | GEN13     | 5.9  | 0.05  | 1.5  | 0.035 | 248  | 33   | 0.0296 | 0.0286 | 0.0055 | 0.005 | 0.004 | 0.003  | 0.00001 | 0.00001 |



|    |       |     |      |     |       |     |     |        |        |         |        |        |        |         |         |
|----|-------|-----|------|-----|-------|-----|-----|--------|--------|---------|--------|--------|--------|---------|---------|
| 14 | GEN14 | 4.1 | 0.05 | 1.5 | 0.035 | 300 | 100 | 0.018  | 0.0173 | 0.00285 | 0.0025 | 0.0023 | 0.0017 | 0.00001 | 0.00001 |
| 15 | GEN15 | 4.1 | 0.05 | 1.5 | 0.035 | 300 | 100 | 0.018  | 0.0173 | 0.00285 | 0.0025 | 0.0023 | 0.0017 | 0.00001 | 0.00001 |
| 16 | GEN16 | 7.8 | 0.05 | 1.5 | 0.035 | 225 | 50  | 0.0356 | 0.0334 | 0.0071  | 0.006  | 0.0055 | 0.0041 | 0.00001 | 0.00001 |

**g. Parámetros de ajuste de los modelos dinámicos de los reguladores automáticos de tensión**

Excitricas de CC IEEE tipo 1 (modelo IEEE1 de la librería del PSS/E)

| Barra | Generador | TR   | KA | TA   | VRMAX    | VRMIN     | KE | TE    | KF | TF | E1  | SE(E1) | E2  | SE(E2) |
|-------|-----------|------|----|------|----------|-----------|----|-------|----|----|-----|--------|-----|--------|
| 1     | GEN1      | 0.01 | 40 | 0.02 | 1.00E+12 | -1.00E+12 | 1  | 0.785 | 0  | 1  | 1.4 | 0.25   | 2.2 | 0.5    |
| 2     | GEN2      | 0.01 | 40 | 0.02 | 1.00E+12 | -1.00E+12 | 1  | 0.785 | 0  | 1  | 1.4 | 0.25   | 2.2 | 0.5    |
| 3     | GEN3      | 0.01 | 40 | 0.02 | 1.00E+12 | -1.00E+12 | 1  | 0.785 | 0  | 1  | 1.4 | 0.25   | 2.2 | 0.5    |
| 4     | GEN4      | 0.01 | 40 | 0.02 | 1.00E+12 | -1.00E+12 | 1  | 0.785 | 0  | 1  | 1.4 | 0.25   | 2.2 | 0.5    |
| 5     | GEN5      | 0.01 | 40 | 0.02 | 1.00E+12 | -1.00E+12 | 1  | 0.785 | 0  | 1  | 1.4 | 0.25   | 2.2 | 0.5    |
| 6     | GEN6      | 0.01 | 40 | 0.02 | 1.00E+12 | -1.00E+12 | 1  | 0.785 | 0  | 1  | 1.4 | 0.25   | 2.2 | 0.5    |
| 7     | GEN7      | 0.01 | 40 | 0.02 | 1.00E+12 | -1.00E+12 | 1  | 0.785 | 0  | 1  | 1.4 | 0.25   | 2.2 | 0.5    |
| 8     | GEN8      | 0.01 | 40 | 0.02 | 1.00E+12 | -1.00E+12 | 1  | 0.785 | 0  | 1  | 1.4 | 0.25   | 2.2 | 0.5    |

Excitricas estática tipo IEEE ST1A (modelo ESST1 de la librería del PSS/E)

| Barra | Generador | TR   | VIMAX    | VIMIN     | TC | TB | TC1 | TB1 | KA  | TA |
|-------|-----------|------|----------|-----------|----|----|-----|-----|-----|----|
| 9     | GEN9      | 0.01 | 1.00E+12 | -1.00E+12 | 1  | 0  | 1   | 0   | 200 | 0  |

| VAMAX    | VAMIN     | VRMAX    | VRMIN     | KC | KF | TF | KLR | ILR |
|----------|-----------|----------|-----------|----|----|----|-----|-----|
| 1.00E+12 | -1.00E+12 | 1.00E+12 | -1.00E+12 | 0  | 0  | 1  | 0   | 5   |

**h. Parámetros de ajuste de los modelos dinámicos del PSS**

PSS tipo PSS1A (modelo IEEEEST de la librería del PSS/E)

| Barra | Generador | A1 | A2 | A3 | A4 | A5 | A6 | T1   | T2   | T3 |
|-------|-----------|----|----|----|----|----|----|------|------|----|
| 9     | GEN9      | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0.05 | 0.02 | 3  |

| T4  | T5 | T6 | Ks | LSMAX    | LSMIN     | Vcu | Vcl |
|-----|----|----|----|----------|-----------|-----|-----|
| 5.4 | 10 | 10 | 20 | 1.00E+12 | -1.00E+12 | 0   | 0   |