

Sánchez Crivelli y Mundo – Efectos de las imperfecciones en la carga de colapso de cilindros presurizados de pared delgada

EFFECTOS DE LAS IMPERFECCIONES EN LA CARGA DE COLAPSO DE CILINDROS PRESURIZADOS DE PARED DELGADA

F. Sánchez Crivelli⁽¹⁾ y M. Mundo⁽²⁾

Departamento de Aeronáutica - Facultad de Ingeniería - UNLP

Calle 1 y 47 La Plata - Argentina.

Email: ⁽¹⁾fedsacriv@gmail.com

⁽²⁾luis.mundo@ing.unlp.edu.ar

RESUMEN

El presente trabajo es un estudio sobre la influencia que tienen las imperfecciones geométricas iniciales sobre la carga de pandeo por compresión axial en cilindros de pared delgada. También sobre cómo el nivel de presurización interna afecta a estas imperfecciones en dicho componente. El problema fue abordado siguiendo dos metodologías: la primera mediante una serie de ensayos experimentales, los cuales, previa caracterización de las condiciones de borde, se ensayaron probetas a diferentes niveles de presión interna; la segunda usando un programa de elementos finitos modelando imperfecciones de distintas formas y tamaños. Finalmente, los resultados fueron contrastados entre sí, y con los procedimientos usuales de diseño.

Palabras clave: carga de pandeo, presurización, imperfecciones geométricas, cilindros, presión interna, modelo FEM, condiciones de borde.

INTRODUCCIÓN

La industria aeroespacial es una de las ramas con más altos estándares de diseño. Sus estructuras tienen el doble desafío de ser capaces de soportar condiciones muy adversas con estados de cargas combinados de los más variados y hacerlo con el menor peso posible para poder incrementar la carga que son capaces de transportar.

Las estructuras cilíndricas son ampliamente utilizadas en esta industria, por lo que su optimización resulta de gran importancia para los diseñadores estructuralistas. Un fenómeno que puede afectar a la resistencia de este tipo de estructuras, y que se hace más recurrente a medida que se reducen los espesores, es el pandeo de cilindros de pared delgada. Principalmente bajo cargas de compresión, este tipo de inestabilidad no presenta el patrón típico de pandeo de columna debido a las relaciones geométricas de las estructuras, adoptando otro patrón más localizado en forma de diamantes a lo largo de toda la superficie del cilindro:

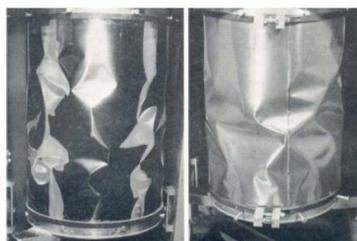


Figura 1. Patrón de “diamante” típico de pandeo de cilindros

Actualmente, las teorías analíticas desarrolladas, como la teoría clásica descrita por Donnell [1], no son una herramienta útil para determinar la carga de compresión a la cual colapsa un cilindro estructural sometido a compresión, ya que predice una resistencia considerablemente mayor a la que un cilindro realmente tiene. Esto se debe principalmente a la alta influencia que tienen las imperfecciones iniciales sobre el fenómeno, parámetro no considerado en la presente teoría.

La ley de variación de carga crítica de este método responde a la siguiente ley:

$$P_{cr} = \frac{EA}{\sqrt{12(1-\nu^2)}R} t \quad (1)$$

Siendo: E, el módulo elástico; A, la sección transversal; t, el espesor medio de la chapa; R, el radio del cilindro; ν , el módulo de Poisson.

Por esta razón se han generado teorías, mayoritariamente de origen empírico, para ser utilizadas en el diseño. Las mismas reúnen resultados de ensayos realizados por diferentes investigadores en todo el mundo a los fines de obtener curvas estadísticas. Tal es el caso por ejemplo del trabajo realizado por Kanemitsu y Nojima [2], o por la NASA, que incluye un procedimiento de este tipo en su “Manual de Estructuras Astronáuticas” [3].

La presión interna es un factor que incide favorablemente en la resistencia de los cilindros sometidos a compresión, por lo que muchos componentes estructurales cilíndricos son presurizados para alcanzar un mejor aprovechamiento de material, obteniendo un desempeño más óptimo. Existen dos fenómenos relacionados con la presión que incrementan la estabilidad:

1. Efecto de tracción de las tapas: al presurizar el cilindro, las tapas tienen a separarse generando un esfuerzo de tracción longitudinal al cilindro, que se traduce en un incremento de carga igual a $\Delta P = \pi R^2 p$, donde “R” es el radio del cilindro, y “p” es el nivel de presurización
2. Efecto de “planchado de imperfecciones”: las imperfecciones se ven reducidas en tamaño así como su efecto desestabilizador, a medida que se incrementa el nivel de presurización.

Existen criterios experimentales para cuantificar este último efecto. Uno de ellos dice que la resistencia al pandeo en un cilindro imperfecto aumenta linealmente hasta alcanzar la carga predicha por la teoría clásica (1):

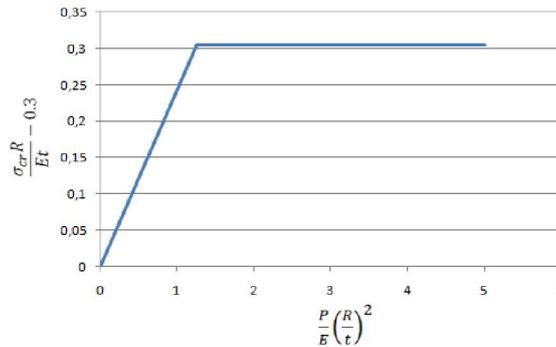


Figura 2. Ley de incremento del coeficiente de pandeo de Fung y Sechler [4]

Otro criterio es presentado por NASA [5], quienes también verificaron un incremento en la resistencia al pandeo de cilindros cargados axialmente relacionado con el incremento del nivel de presurización.

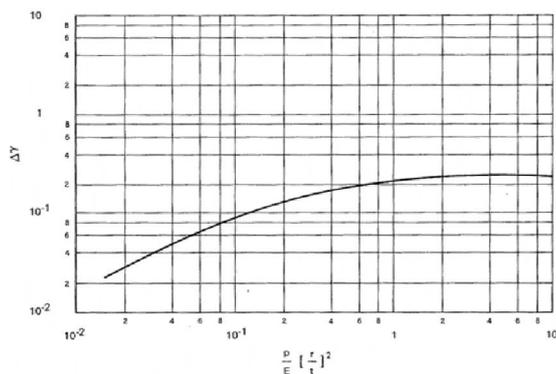


Figura 3. Ley de incremento del coeficiente de pandeo NASA SP-8007 [5]

A diferencia del criterio anterior, este resulta ser más conservativo, ya que la carga de pandeo máxima que puede alcanzar el cilindro presurizado nunca excede a la carga teórica, sino que alcanza su valor extremo aproximadamente al 80% de dicha carga.

En el presente trabajo se busca caracterizar la influencia de las imperfecciones y su interacción con el nivel de presurización para una mejor comprensión del problema, que permita evaluar los criterios existentes y generar futuros criterios de diseño para obtener un mayor grado de optimización de este tipo de estructuras.

METODOLOGÍA

El problema se abordó desde dos perspectivas: primero generando resultados propios diseñando un ensayo en el que las condiciones de borde se encuentren caracterizadas de la mejor manera posible a los fines de poder garantizar una buena repetitividad de los mismos. La segunda fue una validación por medio del método de elementos finitos, utilizando diferentes modelos de imperfecciones con distintas geometrías y tamaños.

Procedimiento de ensayo

El diseño de un procedimiento de ensayo adecuado que impida la introducción de factores que sean fuentes de errores no cuantificables, fue parte de un proceso iterativo. Se desarrollaron cuatro configuraciones de ensayo antes de llegar a la configuración final. La misma debió satisfacer las siguientes condiciones:

- El apoyo de la probeta en la máquina de ensayo debe ser parejo a los fines de garantizar la carga uniforme de toda la chapa.
- El apoyo debe transferir cargas únicamente axiales. No son tolerables esfuerzos de momentos que puedan alterar la resistencia a compresión de las probetas.
- De ser posible, la probeta no debe poseer costuras o puntos de pegado sobre sí misma, ya que éstas pueden ser fuentes de nuevas imperfecciones iniciales.
- La manipulación de las probetas para su confección debe ser lo menos nociva posible para no introducir nuevas imperfecciones a las ya existentes en la chapa.

Teniendo en cuenta todas estas consideraciones, la configuración final de ensayo contó con probetas construidas a partir de la parte cilíndrica de latas de gaseosas, debido a que no poseen costuras y al ser elaboradas con un proceso estandarizado, permite garantizar un nivel homogéneo de imperfecciones iniciales en todas las probetas. Las mismas fueron comprimidas por medio de una máquina de ensayos universales que permite aplicar una carga de desplazamiento a velocidad constante. La resistencia de la probeta fue medida a través de una celda de carga, siendo la carga de colapso, la máxima indicación. La lata, sin sus extremos superior e inferior, se adhiere a dos placas planas rígidas que transfieren la carga de la máquina a la muestra por medio de un adhesivo sólido para sellar el cilindro y asegurar una correcta transferencia de la carga, de manera de cumplir con los requerimientos mencionados. La confección final de la probeta da como resultado un cilindro de 33.1mm de radio, 99.4mm de longitud y 0.1mm de espesor.



Figura 4. Probeta ubicada en banco, lista para ensayo

Extraer los extremos superior e inferior de las latas, fue necesario para eliminar los momentos de chapa generados por la diferencia de radios entre los puntos de apoyo y la parte cilíndrica de la lata, adelantando el fenómeno de pandeo:



Figura 5. Pandeo local por momentos de chapa inducidos en los extremos de la lata

Los ensayos fueron realizados con diferentes niveles de presurización de entre 0 y 3 bares, aplicando presión interna por medio de un circuito neumático. El adhesivo utilizado para vincular el cilindro con las interfases de la máquina de ensayos cumple la doble función de garantizar la uniformidad de la carga, y sellar el circuito para evitar la despresurización.

Se espera evidenciar un incremento paulatino de la carga de pandeo a medida que aumenta la presión interna, teniendo como techo límite la carga de pandeo de la teoría clásica (1).

Modelo de Elementos Finitos

Mallado

Se utilizaron elementos cuadriláteros con orden de interpolación cuadrático lo que permite representar el modelo de imperfecciones de una manera más precisa.

Modelos de imperfecciones

Se construyó un modelo para poder caracterizar de una forma más controlada cómo es que afectan las imperfecciones y la presión interna a la carga de pandeo de un cilindro. Para poder ser comparadas con los resultados de ensayo, hay tres factores del mismo que se consideraron importantes para realizar un modelo correcto:

- Geometría: cilíndrica de iguales dimensiones que el tramo cilíndrico de la lata.
- Condiciones de borde y carga: simular correctamente los empotramientos de los extremos y la carga de desplazamiento cuasi-estática. También los distintos efectos productos de la presurización.
- Imperfecciones: al tratarse de un modelo idealizado, para asemejarse a las características del cilindro real, deben simularse de alguna manera las imperfecciones iniciales.

En este último punto es donde se encuentran las mayores incertidumbres, ya que el tamaño y forma de las imperfecciones varían probeta a probeta y no es posible determinarlas, sino es con instrumentos de medición de precisión muy costosos. Se decidió entonces proponer dos geometrías de imperfecciones con distintas cantidades de ondas en la generatriz del cilindro (dirección longitudinal) y en la directriz (dirección circunferencial) construidas mediante algoritmos matemáticos:

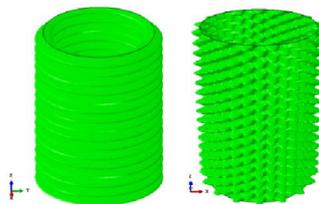


Figura 6. Geometrías de modelos de imperfecciones

Llamaremos al primer modelo de imperfección como modelo Donnell, y posee un total de 32 semiondas en la dirección longitudinal, valor que minimiza la carga de pandeo calculada por la teoría de segundo orden de Donnell [1].

Para verificar que ese es el número de ondas longitudinales que tiene el mayor impacto sobre la estabilidad estructural, se realizó un estudio de sensibilidad utilizando el método de elementos finitos. En él se construyó un modelo que contaba inicialmente con imperfecciones del orden del 10% del espesor de la chapa, y se calcularon las sucesivas cargas de pandeo para diferentes números de ondas longitudinales.

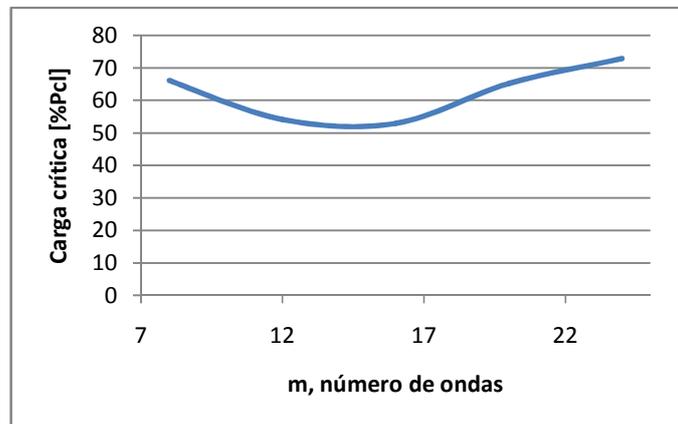


Figura 7. Variación de carga con el número de ondas de la imperfección

El segundo modelo, al que llamaremos modelo Batdorf tiene, además de las ondas longitudinales que el modelo anterior, un total 32 ondas a lo largo de todo el perímetro. El cálculo de este valor puede verse en el documento de NACA escrito por Batdorf [6].

Análisis FEM

El análisis es del tipo estático-general, con un único step en el cual se le aplica al cilindro una carga de desplazamiento. Este tipo de estudios se utiliza cuando no es necesario considerar los efectos inerciales o variaciones temporales de las propiedades del material, y resulta muy útil para simular la condición cuasi-estática de aplicación de carga de la máquina de ensayos real.

El número total de simulaciones es de cuarenta y cinco, realizadas considerando las distintas geometrías (sin imperfecciones, y con imperfecciones Donnell y Batdorf) y tamaños de las imperfecciones (de 0 al 50 % del espesor para la imperfección máxima), y con todos los niveles de presurización en estudio. Todas estas simulaciones son del tipo estático-general.

Condiciones de borde

A la hora de imponer las condiciones de borde, se buscó aquellas que mejor reproduzcan las condiciones reales del ensayo. Por esta razón, todos los nodos de los extremos superior e inferior del cilindro fueron vinculados entre sí mediante una unión cinemática (coupling), asociando los seis grados de libertad de los mismos, como si existiera una unión rígida entre ellos. El punto de control, ubicado sobre el eje de revolución del cilindro en el mismo plano que los nodos de los bordes del cilindro. De esta manera se simula el vínculo con las interfases de la máquina de ensayo, que hacen que los nodos se desplacen en conjunto longitudinalmente, y las restricciones que impone el adhesivo “rígido” que impide la dilatación radial, y la torsión y flexión de los bordes.

El punto de control del borde inferior se encuentra impedido de girar y desplazarse, representando la base inferior de la máquina, mientras que el superior, sólo se puede desplazar verticalmente, simulando el movimiento del carro de compresión.

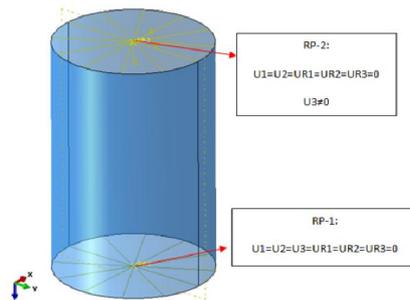


Figura 8. Condiciones de borde sobre el modelo FEM

Condiciones de carga

Como se desea conocer únicamente la contribución que la presión interna hace al efecto de “planchado” de imperfecciones, esta se aplica como presión uniformemente distribuida sobre la pared del cilindro. Como el efecto de tracción de las tapas, que siempre contribuye favorablemente a la resistencia al pandeo, es un fenómeno conocido, fácilmente cuantificable y no resulta de interés para el presente trabajo, no se adicionan al modelo cargas axiales debidas a la presión.

La carga de compresión, al igual que ocurre con la condición de ensayo real, se aplica como carga de desplazamiento en el punto de referencia RP-2 en la dirección de desplazamiento longitudinal (U3).

Cálculo de carga de pandeo clásica

La carga teórica que es capaz de soportar el cilindro sometido a compresión axial, responde a la expresión (1) que, asumiendo el área transversal igual a $2\pi Rt$, se puede describir de la siguiente manera:

$$P_{ct} = \frac{2\pi E}{\sqrt{12(1-\nu^2)}} t^2 = 265 \text{ Kgf}$$

Siendo $E=70\text{GPa}$, $t=2\text{mm}$, y $\nu=0.3$.

RESULTADOS Y DISCUSIÓN

Resultados de ensayos

Los ensayos realizados sobre las probetas permitieron evidenciar un paulatino incremento de la carga de pandeo a medida que fue aumentando el nivel de presión interna.

Muestra	Velocidad [mm/min]	Presión interna [Bar]	Contribución de tapas [Kgf]	Carga medida [Kgf]	Carga de colapso [Kgf]
BI	0.5	0	0.0	80.0	80.0
BII	0.5			86.0	86.0
BIII	0.5			45.0	45.0
BIV	0.5			67.0	67.0
BV	0.5			78.9	78.9
DII	0.5	0.5	17.2	179.0	161.8
EI	0.5			150.0	132.8
EII	0.5			179.8	162.6
NII	0.5			147.9	130.7
GI	0.5			224.0	189.6
HI	0.5	1	34.4	165.0	130.6
OI	0.5			215.1	180.7
KI	0.5			204.0	135.2
KII	0.5	2	68.8	260.0	191.2
OII	0.5			257.6	188.8
LI	2			281.0	177.7
LII	0.5	3	103.3	280.0	176.7
NI	0.5			265.5	162.2

Nota: La carga de colapso equivale a la carga medida menos la contribución de tapas.

El promedio de carga de colapso obtenida para cada presión sobre la carga de la teoría clásica (1) se presenta en el siguiente gráfico, junto con la curva experimental de diseño de NASA [5]:

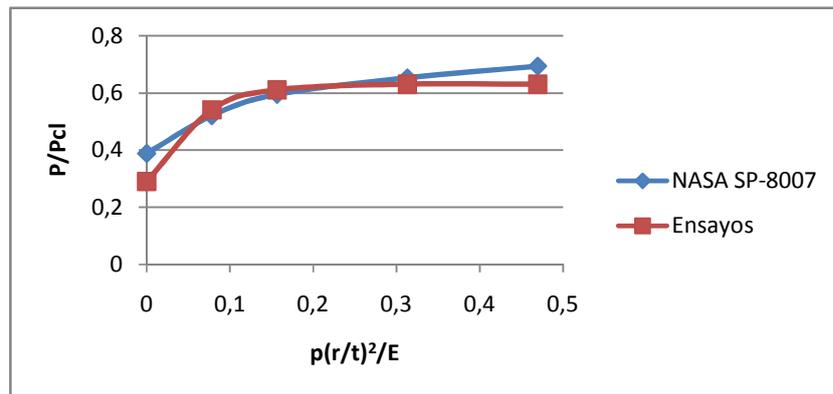


Figura 9. Comparación de ensayos experimentales con NASA SP-8007

Puede verse que si bien la resistencia al pandeo permanece constante superado cierto nivel de presurización, la carga de colapso P nunca alcanza la carga crítica de la teoría clásica P_{cl} . Las experiencias alcanzan su valor máximo del 63% de P_{cl} , al aplicarse 2 bares de presión, permaneciendo constante a 3 bares. El criterio de diseño empírico de NASA [5] nos permite esperar un valor máximo de hasta aproximadamente el 80% de P_{cl} , y de 70% para la máxima presión aplicada en los ensayos, alejándose el criterio en un 7% respecto de los resultados experimentales.

Una posible fuente de error puede ser la pérdida de la geometría de revolución de la probeta durante el pegado, adoptando una sección transversal elíptica que puede haber influido en la carga de colapso final.

Se realizó entonces un estudio mediante simulaciones por el método de elementos finitos para poder cuantificar la influencia de este efecto en la carga de pandeo.

Se llamó F al cociente entre el radio mayor y menor de la elipse, y se observó efectivamente que variando este parámetro en los modelos, la carga de pandeo disminuye, llegando a reducirse hasta un 60% de la carga clásica cuando F es igual a 1.5.

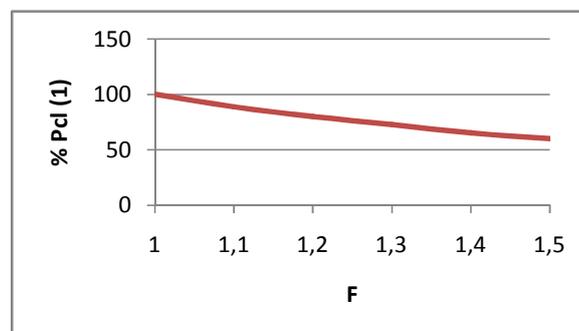


Figura 10. Variación de la carga de pandeo en cilindros elípticos

Mediante este estudio de sensibilidad, se observa que distorsiones difíciles de identificar a simple vista, pueden afectar notablemente los resultados. Por ejemplo, un cilindro elíptico de factor F igual a 1,1 tiene una diferencia de radios de 3mm, y presenta un decremento de carga del 88%.

Resultados de simulaciones

Las simulaciones de los modelos sin imperfecciones no presentaron un incremento de carga con la presión debidas puramente al “planchado”. Todas colapsaron aproximadamente a la carga de pandeo clásica (1) de 265 Kgf, lo que brinda mayor confiabilidad a las condiciones de borde y demás hipótesis impuestas sobre el modelo.

Para el caso de las simulaciones a las que se le introdujeron imperfecciones, se observó un incremento paulatino en la carga de colapso con la presión interna, pero a diferencia de los ensayos experimentales, la carga crítica sí se aproximó a la correspondiente con la teoría clásica, como se observa en los siguientes gráficos:

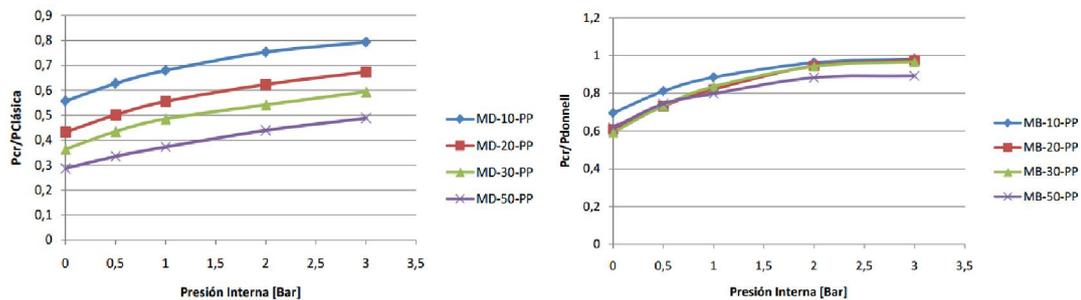


Figura 11. Variación de la carga de colapso de modelos con distintas imperfecciones

En las simulaciones se observa cómo el fenómeno de planchado de imperfecciones influye en la carga de colapso.

Se observa que todas las curvas tienden asintóticamente a una relación P/P_{cl} igual a la unidad, lo que comprueba el comportamiento esperado para cilindros presurizados comprimidos axialmente. También, resulta notable ver cómo las imperfecciones circunferenciales tienen un efecto menos nocivo sobre la resistencia al pandeo que las longitudinales, pudiendo ser estas últimas a las que se les deben prestar mayor atención.

CONCLUSIONES

- Se verificó experimentalmente y por medio de simulaciones que la presión interna favorece al incremento de la carga de pandeo.
- Las simulaciones permitieron ver que el efecto de las imperfecciones puede ser reducido a cero si se aplica el nivel de presurización adecuado. Tal nivel depende de la forma y tamaño de las imperfecciones.
- En las experiencias con las latas de gaseosas no fue posible eliminar completamente el efecto de las imperfecciones, no obstante la carga de pandeo se vio incrementada notablemente.
- El fenómeno de pandeo de cilindros se ve altamente influenciado por las condiciones de borde. Una correcta caracterización de las mismas es vital para poder predecir la carga en forma más precisa y asegurar una buena repetitividad en los ensayos.
- La geometría inicial del cilindro es una variable de muchísimo peso en la carga de colapso. Tener un riguroso control y conocimiento de las imperfecciones iniciales de las probetas es necesario para hacer una correcta estimación de la resistencia estructural del componente.
- El criterio de diseño de NASA SP-8007 [5] predijo de forma relativamente acertada las cargas de pandeo obtenidas en las experiencias entre el rango de presiones 0.5 a 2 bar. No obstante, para el caso sin presión, o presurizado a 3 bar, las predicciones se alejan, con un error máximo del 10%.

REFERENCIAS

1. Donnell: A New Theory of Elastic Stability, 1934, Ohio: s.n, (Paper).
2. Kanemitsu, Nojima: Axial Compression Test of Thin Circular Cylinders, 1939, (Paper).
3. NASA: Astronautic Structures Manual, 1975, Vol. II, Sec. C3 (Libro).
4. Sechler, Fung: Buckling of Thin-Walled Circular Cylinders Under Axial Compression and Internal Pressure, 1957, (Journal of the Aeronautical Sciences).
5. NASA: Buckling of Thin-Walled Circular Cylinders (SP-8007), 1968.
6. Batdorf: Critical Stress of Thin-Walled Cylinders in Axial Compression, 1947, Washington: NACA