

Universidad Nacional de la Plata
Facultad de Ciencias Astronómicas y Geofísicas

Correlación de fluctuaciones de niveles freáticos con
variaciones del nivel del Río de la Plata

Simón Lissa

Director: Dr. Luis Guarracino

Abril, 2010

Resumen

La atracción gravitatoria de la Luna y el Sol produce el conocido efecto de mareas que suele observarse con mayor claridad en los océanos, mares y algunos ríos. Este efecto también ha sido observado en pozos de monitoreo de aguas subterráneas cercanos a las costas por numerosos autores (Carr y van der Kamp, 1969; Erskine, 1991; Ja et al, 2003). Estas variaciones ponen de manifiesto una conexión hidráulica entre el acuífero costero y la masa de agua que está siendo afectada por el efecto de marea (océano, mar ó río). Su análisis permite estimar parámetros hidráulicos del acuífero como la conductividad hidráulica o el almacenamiento específico.

En este trabajo se comprueba la existencia de dicha conexión entre el Río de la Plata y la formación Postpampeano, mediante el análisis de datos observacionales de altura del río y altura del nivel freático en un pozo ubicado en el Astillero Río Santiago. Para llevar a cabo el mismo, fue necesario realizar un análisis de los coeficientes de Fourier de los datos, estableciendo la contribución que cada frecuencia realiza a las alturas registradas.

Luego, mediante la resolución de la ecuación general del flujo de agua subterránea con condiciones de borde adecuadas es posible hallar una solución analítica que relaciona la marea del río con la fluctuación en un pozo. Utilizando esta solución se realiza un cálculo de la conductividad hidráulica para la formación Postpampeano arrojando el mismo un valor ubicado dentro del rango de variaciones de K esperado para la zona de trabajo.

Finalmente se proponen trabajos a futuro mediante la metodología propuesta que puede emplearse como alternativa a los ensayos de bombeo en zonas costeras.

Índice general

Resumen

1. Introducción

1.1. Descripción general del problema	5
1.2. Ecuación general del flujo	5
1.3. Mareas	6
1.4. Objetivos del trabajo	8

2. Desarrollo teórico

2.1. Solución analítica de Ferris-Todd	10
2.2. Modelo teórico general de marea en un pozo	14

3. Análisis paramétrico

3.1. Rango de variaciones de los parámetros	16
3.2. Atenuación de la amplitud	17
3.3. Desfasaje	20

4. Descripción geológica y datos observados

4.1. Descripción hidrogeológica	23
4.2. Datos observacionales	24
4.3. Datos observacionales en el dominio de las frecuencias	28

5. Determinación de la conductividad hidráulica

5.1. Estimación de S_S para la formación Postpampeano	31
5.2. Estimación de K a partir de los datos correspondientes a $T=12$ horas	32

6. Conclusiones

Apéndice

Bibliografía

Índice de figuras

2.1.1. Modelo idealizado del límite costa-río	10
3.2.1. Decaimiento de amplitud para distintos T, con $K=0,1$ y $S_S=10^{-5}$. .	18
3.2.2. Decaimiento de amplitud para distintos K, con $T=12$ y $S_S=10^{-5}$. .	19
3.2.3. Decaimiento de amplitud para distintos S_S , con $T=12$ y $K=0,1$. . .	19
3.3.1. Desfasaje para distintos K, con $T=12$ y $S_S=10^{-5}$	21
3.3.2. Desfasaje para distintos S_S , con $T=12$ y $K=0,1$	21
3.3.3. Desfasaje para distintos T, con $S_S=10^{-5}$ y $K=0,1$	22
4.1.1. Perfil hidrogeológico regional	23
4.2.1. Ubicación del pozo en el Astillero Río Santiago	25
4.2.2. Diagrama de la posición del freático en el pozo	26
4.2.3. Datos observacionales del Río de la Plata	27
4.2.4. Datos observacionales del pozo	27
4.3.1. Espectro de amplitud de los datos del río	29
4.3.2. Espectro de amplitud de los datos del pozo	30
5.2.1. Componente del desarrollo en series de Fourier para de $T=12$ hs . .	34

Capítulo 1

Introducción

1.1. Descripción general del problema

Los primeros trabajos científicos que analizan la interacción de las aguas subterráneas y las mareas oceánicas se remontan a la década del 50 y fueron realizados por Jacob (1950) y Ferris (1951). En estos trabajos se deriva una ecuación que describe las fluctuaciones de los niveles de aguas subterráneas inducidas por el efecto de marea que ha sido utilizada para estimar la conductividad hidráulica de acuíferos costeros (Carr y van der Kamp, 1969; Pandit, 1991; Ja et al, 2003). La estimación de la conductividad hidráulica a partir de datos de marea constituye una alternativa a la metodología convencional basada en ensayos de bombeo. Por otra parte, el análisis de la interacción entre las aguas subterráneas y la marea oceánica permite estudiar distintos aspectos relacionados con la contaminación de acuíferos costeros y la intrusión marina (Alcolea et al., 2007).

En este trabajo se utilizará esta técnica para estimar la conductividad hidráulica del Postpampeano. Para el análisis se cuenta con mediciones de las variaciones de nivel freático en un pozo cercano al río para el período comprendido entre el 30/12/2008 y el 13/01/2009 con una frecuencia de muestreo de una hora y con las variaciones del nivel del río medidas en el puerto de La Plata muestreadas de igual modo.

1.2. Ecuación general del flujo

Un acuífero es una unidad geológica que posee la capacidad de almacenar y transmitir agua de manera tal que ésta pueda ser aprovechada como recurso. El agua se infiltra desde la superficie hasta encontrarse con una capa o unidad impermeable que bloquea su paso y así se almacena en los poros o grietas formando un acuífero. El flujo de agua subterránea en

un punto del mismo puede describirse utilizando la siguiente ecuación (Escuder et al., 2009):

$$\frac{\partial}{\partial x} \left(K_x \frac{\partial h}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(K_y \frac{\partial h}{\partial y} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(K_z \frac{\partial h}{\partial z} \right) = S_s \frac{\partial h}{\partial t} \quad (1.2.1)$$

donde K_x , K_y , K_z (L/T) son las componentes de la conductividad hidráulica K en las direcciones x , y , z , respectivamente, h (L) es la altura del punto considerado sobre un nivel de referencia, S_s (L^{-1}) es el coeficiente de almacenamiento específico y t es el tiempo.

La conductividad hidráulica K es una propiedad tensorial del medio que refleja la capacidad del mismo a que el agua circule a través suyo. Una componente direccional de éste tensor se define como el caudal que circula a través de una sección unitaria de un acuífero, bajo un gradiente hidráulico unidad. Las dimensiones de K son de longitud sobre tiempo (Escuder et al., 2009). En otras palabras, la conductividad hidráulica representa la mayor o menor facilidad con la que el medio deja pasar el agua a través de él por unidad de área perpendicular a la dirección del flujo.

El coeficiente de almacenamiento específico S_s es la cantidad de agua cedida o absorbida por unidad de volumen del acuífero al variar la altura hidráulica en una unidad. Este almacenamiento se define como (Escuder et al, 2009):

$$S_s = \rho g(\alpha + \beta m) \quad (1.2.2)$$

donde α es la compresibilidad del agua (LT^2/M); β y ρ son la compresibilidad (LT^2/M) y la densidad (M/L^3) del terreno, respectivamente, g es la aceleración de la gravedad (L/T^2) y m es la porosidad (adimensional).

1.3. Mareas

La naturaleza del fenómeno de ascensos y descensos del nivel medio del mar fue relacionada desde la antigüedad con las posiciones relativas de la Luna y el Sol. El fenómeno pudo ser explicado mucho tiempo después con la Ley de Gravitación de Newton.

El efecto de mareas se produce por la atracción gravitacional del astro que la produce (Sol, Luna) y el efecto inercial del giro del sistema formado por dicho astro y La Tierra, en torno a su baricentro.

El potencial en un punto P sobre la superficie terrestre cuyo gradiente da origen a esta suma de fuerzas es el potencial de mareas (Udias Vallina y Mezcu Rodríguez, 1986):

$$\Psi = GM_A \left(\frac{1}{q} - \frac{1}{R} - \left(\frac{r \cos \theta}{R^2} \right) \right) \quad (1.3.1)$$

siendo q (L) la distancia desde el punto P hasta el astro, r el radio terrestre (L), R la distancia desde el centro de la tierra al centro del astro (L), θ (R) el ángulo entre las direcciones de R y r, G la constante de gravitación universal (L^2/T^2) y M_A la masa (M) del astro.

Utilizando los parámetros de la Luna o el Sol se obtienen los potenciales debidos a estos dos astros, que por cercanía en el primer caso y por masa en el segundo son los de mayor influencia en las mareas terrestres. El resto de los astros del sistema solar no contribuye al efecto de mareas.

Desarrollando en polinomios de Legendre la distancia $1/q$, definiendo a C como la distancia media (L) del centro de la Tierra al del astro y definiendo la constante de Doodson como

$$\tilde{G}(r) = \left(\frac{3}{4} \right) \left(\frac{GM r^2}{C^3} \right) \quad (1.3.2)$$

se obtiene la siguiente expresión para el potencial Luni-Solar:

$$\Psi_{LS} = \tilde{G}_L \frac{2}{3} \left(\frac{C_L}{R_L} \right)^3 (3 \cos^2 \theta - 1) + \tilde{G}_S \frac{2}{3} \left(\frac{C_S}{R_S} \right)^3 (3 \cos^2 \theta' - 1) \quad (1.3.3)$$

donde los ángulos θ y θ' , son las distancias cenitales geocéntricas (R). Si se considera además la siguiente relación:

$$\tilde{G}_S(r) = (0,4605) \tilde{G}_L(r) \quad (1.3.4)$$

donde \tilde{G}_S es la constante de Doodson para el Sol y \tilde{G}_L la de la Luna, se desprende que la marea lunar es casi el doble que la marea solar.

Planteando la posición del punto P en función de ángulos esféricos, en lugar de utilizar θ y θ' , es posible expresar los potenciales de la Luna y el Sol como la suma de tres términos que expresan el potencial de las mareas de acuerdo a su periodicidad. Se tiene entonces,

$$\Psi_L = \Psi_L^0 + \Psi_L^1 + \Psi_L^2 \quad (1.3.5)$$

$$\Psi_S = \Psi_S^0 + \Psi_S^1 + \Psi_S^2 \quad (1.3.6)$$

donde el primer término (Ψ^0) corresponde a las mareas de largo período, debido a que no depende de la rotación de la Tierra, el segundo (Ψ^1) es la componente diurna, y el tercero (Ψ^2) la semidiurna.

Los términos que componen el potencial en las ecuaciones (1.3.5) y (1.3.6) varían con el tiempo y con la posición del punto P sobre la superficie. Además, es posible escribirlos de la siguiente manera:

$$\begin{aligned} \Psi_S^0 &= S_0 + S_{sa} & \Psi_L^0 &= M_0 + M_f \\ \Psi_S^1 &= K_{ls} + P_1 & \Psi_L^1 &= K_1^m + O_1 \\ \Psi_S^2 &= S_2 & \Psi_L^2 &= M_2 \end{aligned} \quad (1.3.7)$$

Aunque los términos de la derecha en (1.3.7) son sinusoidales que dependen de la posición del punto P, los valores de las amplitudes de cada término dan muestra de la importancia en la contribución a las mareas de cada uno y se detallan a continuación:

$$\begin{aligned} S_0 &\approx 0,2341 & M_0 &\approx 0,5046 \\ S_{sa} &\approx 0,0729 & M_f &\approx 0,1564 \\ K_{ls} &\approx 0,1682 & K_1^m &\approx 0,3627 \\ P_1 &\approx 0,1755 & O_1 &\approx 0,3769 \\ S_2 &\approx 0,4229 & M_2 &\approx 0,9081 \end{aligned} \quad (1.3.8)$$

Como se puede apreciar, las mareas semidiurnas son superiores que las diurnas, y de todas ellas la mayor es la semidiurna lunar (Ψ_L^2).

1.4. Objetivos del trabajo

La motivación de este trabajo fue comprobar la influencia de las variaciones en la altura del Río de La Plata debidas al efecto de mareas sobre el nivel freático ubicado en la formación Postpampeano en las cercanías de la ciudad de La Plata. Al mismo tiempo, se intentará obtener valores para la conductividad hidráulica de la formación mencionada.

A continuación se detalla la estructura del presente trabajo.

En este capítulo se establecieron los fundamentos teóricos del flujo de aguas subterráneas y del efecto de mareas.

En el capítulo 2 se resuelve la ecuación general del flujo de agua subterránea como respuesta a un modelo hidrogeológico. Se explica el desarrollo en series de Fourier de las observaciones realizadas tanto en el Río de la Plata como en el pozo costero.

El capítulo 3 contiene un completo análisis de la influencia de los parámetros característicos del acuífero (K y S_s) en el modelo planteado en el capítulo 2. Para ello, fue necesario asignar valores medios y establecer un posible rango de variaciones para la conductividad hidráulica y el almacenamiento específico.

En el capítulo 4 se realiza una breve descripción de la geología de la zona, y se presentan los datos observados de altura del río sobre la costa y del nivel freático en el pozo.

Los resultados obtenidos en este trabajo de tesis son expuestos en el capítulo 5, donde se estima un valor de S_s para la Formación Postpampeano. Luego, se establece una metodología para la obtención de la conductividad hidráulica a partir de los datos disponibles. Y Finalmente, se calculan y analizan valores para la conductividad hidráulica utilizando la frecuencia más representativa.

Por último, en el capítulo 6 se expresan las conclusiones y se plantean los posibles trabajos a futuro.

Capítulo 2

Desarrollo teórico

2.1. Obtención de la ecuación de Ferris-Todd

En esta sección se deriva la solución analítica que permite modelar el efecto de mareas en un pozo costero. En la Figura 2.2.1 se ilustra un límite río-costa idealizado. Para el caso del presente trabajo representaría el Río de la Plata sobre la costa de Ensenada.

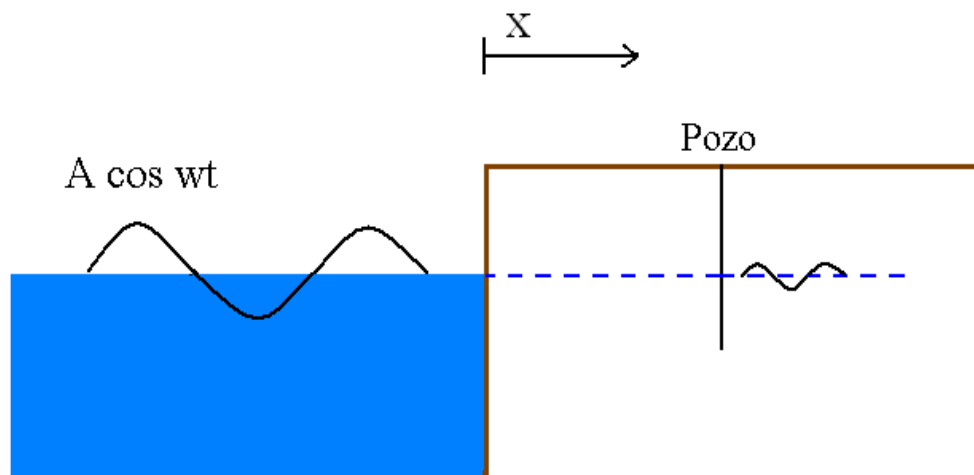


Figura 2.1.1: Modelo idealizado del límite costa-río.

Si se supone un acuífero homogéneo e isótropo, la ecuación del flujo de agua subterránea (1.2.1) se simplificaría, ya que la conductividad hidráulica sería constante cualquiera sea la dirección de propagación.

$$K_x = K_y = K_z = K. \quad (2.1.1)$$

Por otra parte supondremos que el desplazamiento del agua subterránea producido por el efecto de marea es en la dirección x . Bajo esta hipótesis la ecuación (1.2.1) toma la forma

$$K \frac{\partial^2 h}{\partial x^2} = S_s \frac{\partial h}{\partial t}. \quad (2.1.2)$$

La ecuación (2.1.2) se resolverá con las siguientes condiciones de borde:

$$x = 0, \quad h = A \cos \omega t \quad (2.1.3)$$

$$x \rightarrow \infty, \quad \frac{\partial h}{\partial x} = 0 \quad (2.1.4)$$

donde $\omega = 2\pi/T$ es la frecuencia angular, A y T son la amplitud y el período de marea, respectivamente.

La condición (2.1.3) es el resultado de suponer que el efecto de mareas sobre el río, modifica la altura del mismo conformando una señal cosenoidal monofrecuente de período T y amplitud A.

La condición (2.1.4) supone que no se apreciarían cambios en la altura del nivel freático (h) por efecto de las mareas a una distancia muy grande de la costa.

Para resolver el problema diferencial dado por (2.1.2), (2.1.3) y (2.1.4), se propone la siguiente solución en el campo complejo

$$H(x, t) = X(x) e^{i\omega t} = X(x) (\cos(\omega t) + i \operatorname{sen}(\omega t)) \quad (2.1.5)$$

siendo X(x) una función real. La solución buscada será entonces:

$$h = \operatorname{Real}(H) \quad (2.1.6)$$

Derivando la solución propuesta (2.1.5) y reemplazando en la ecuación (2.1.2) se obtiene la siguiente ecuación para X(x)

$$\frac{d^2 X(x)}{dx^2} = i \left(\frac{\omega S_s}{K} \right) X(x) \quad (2.1.7)$$

La condición de borde (2.1.3) en esta nueva variable la expresamos del siguiente modo

$$x = 0, \quad H = A e^{i\omega t} = A (\cos(\omega t) + i \operatorname{sen}(\omega t)) \quad (2.1.8)$$

La condición de borde (2.1.4) toma la forma:

$$x \rightarrow \infty, \quad \frac{\partial H}{\partial x} = \frac{dX}{dx} e^{i\omega t} = 0 \quad (2.1.9)$$

luego

$$\frac{dX}{dx} = 0. \quad (2.1.10)$$

La solución general de una ecuación del tipo

$$\frac{d^2 X}{dx^2} = i\alpha^2 X \quad (2.1.11)$$

donde α es una constante real, esta dada por

$$X(x) = C_1 e^{\frac{(1+i)\alpha x}{\sqrt{2}}} + C_2 e^{-\frac{(1+i)\alpha x}{\sqrt{2}}} \quad (2.1.12)$$

En el caso de la ecuación (2.1.7) se tiene

$$\alpha = \sqrt{\frac{\omega S_s}{K}} \quad (2.1.13)$$

y la solución toma la forma

$$X(x) = C_1 e^{\frac{(1+i)}{\sqrt{2}} x \sqrt{\frac{\omega S_s}{K}}} + C_2 e^{-\frac{(1+i)}{\sqrt{2}} x \sqrt{\frac{\omega S_s}{K}}} . \quad (2.1.14)$$

Para obtener la solución debemos determinar los valores de las constantes C_1 y C_2 . A partir de la ecuación (2.1.9) se obtiene que $C_1 = 0$ y de la (2.1.8) que $C_2 = A$. Luego la expresión de $X(x)$ es la siguiente:

$$X(x) = A e^{-\left(\frac{1+i}{\sqrt{2}}\right) \alpha x} . \quad (2.1.15)$$

Reemplazando la ecuación (2.1.15) en la (2.1.5) y reagrupando se tiene

$$H(x, t) = A e^{-\sqrt{\frac{\omega S_s}{2K}} x} \left[\cos\left(\omega t - \sqrt{\frac{\omega S_s}{2K}} x\right) + i \sin\left(\omega t - \sqrt{\frac{\omega S_s}{2K}} x\right) \right] \quad (2.1.16)$$

Finalmente, considerando la parte real de H (2.1.6)

$$h(x,t) = A e^{-\sqrt{\frac{\omega S_s}{2K}} x} \left[\cos \left(\omega t - \sqrt{\frac{\omega S_s}{2K}} x \right) \right]. \quad (2.1.17)$$

La ecuación (2.1.17) permite obtener las oscilaciones del nivel freático a una distancia x de la costa y a un tiempo t . Para esto es necesario conocer la amplitud de la marea (A) así como el período de la misma que se pretende analizar (T). Es necesario también tener un conocimiento de las características del acuífero, más específicamente del almacenamiento específico (S_s) y de la conductividad hidráulica (K).

Es claro que la expresión obtenida consta de dos términos principales. El término cosenoidal surge de proponer las variaciones de altura del río como una función coseno, pero del desarrollo surge un desfase en tiempo regido por la distancia x del punto de observación (pozo) a la costa. El término exponencial, representa la atenuación que sufre la amplitud de la señal de marea al viajar desde la costa hasta el pozo. Como es esperable es mayor la atenuación cuanto mayor es la distancia del pozo a la costa. Pero la atenuación también se ve afectada por el período de la señal y por los parámetros del acuífero, características que serán analizadas en el siguiente capítulo.

Finalmente cabe mencionar que es posible obtener una ecuación similar a la solución analítica (2.1.17), pero suponiendo ahora que las mareas sólo tuviesen una componente senoidal en lugar de la cosenoidal propuesta en la ecuación (2.1.3). Es decir, que si suponemos ahora que

$$h = \text{Imag}(H) \quad (2.1.18)$$

se obtendrá,

$$h(x,t) = B e^{-\sqrt{\frac{\omega S_s}{2K}} x} \left[\text{sen} \left(\omega t - \sqrt{\frac{\omega S_s}{2K}} x \right) \right] \quad (2.1.19)$$

2.2. Modelo teórico general de la marea en un pozo

La medición de la marea en el río y de las fluctuaciones en el pozo contendrá información de distinto origen. Por ejemplo las variaciones del nivel del río contendrá además de la variación de marea, fluctuaciones producidas por el viento.

Un desarrollo en series de Fourier de los datos nos permitirá identificar una posible interacción entre el agua del río y la del pozo. En general una función $m(t)$ definida en el intervalo $(0, T)$ puede expresarse del siguiente modo (ver Apéndice):

$$m(t) \approx \sum_{n=1}^N (A_n \cos(\omega_n t) + B_n \sin(\omega_n t)) \quad (2.2.1)$$

donde $\omega_n = 2\pi n/T$ es la frecuencia angular correspondiente a la componente n , A_n y B_n son los coeficientes de la serie de Fourier de los datos de mareas. Cada componente de marea de la ecuación (2.2.1) inducirá en el pozo costero una fluctuación dada por las soluciones analíticas (2.1.17) y (2.1.19). La expresión general de las fluctuaciones de altura hidráulica será:

$$h(x, t) = \sum_{n=1}^N e^{-\sqrt{\frac{\omega_n S_s}{2K}} x} \left[A_n \cos\left(\omega_n t - \sqrt{\frac{\omega_n S_s}{2K}} x\right) + B_n \sin\left(\omega_n t - \sqrt{\frac{\omega_n S_s}{2K}} x\right) \right] \quad (2.2.2)$$

Utilizando relaciones trigonométricas (ver Apéndice), es posible reescribir la ecuación (2.2.2) de la siguiente manera:

$$h(x, t) = \sum_{n=1}^N (A_n^T \cos(\omega_n t) + B_n^T \sin(\omega_n t)) \quad (2.2.3)$$

siendo

$$A_n^T = e^{-\sqrt{\frac{\omega_n S_s}{2K}} x} \left[A_n \cos\left(\sqrt{\frac{\omega_n S_s}{2K}} x\right) - B_n \sin\left(\sqrt{\frac{\omega_n S_s}{2K}} x\right) \right] \quad (2.2.4)$$

$$B_n^T = e^{-\sqrt{\frac{\omega_n S_S}{2K}} x} \left[A_n \sin\left(\sqrt{\frac{\omega_n S_S}{2K}} x\right) + B_n \cos\left(\sqrt{\frac{\omega_n S_S}{2K}} x\right) \right] \quad (2.2.5)$$

La ecuación (2.2.2) representa la marea teórica inducida en el pozo como respuesta al modelo de acuífero propuesto. Esto significa que a partir de los coeficientes del desarrollo en series de Fourier de los datos de mareas, fue posible modelar los coeficientes del desarrollo en series de Fourier de los datos del pozo y, a partir de ellos, construir la serie $h(x,t)$ consistente en las alturas del nivel freático respecto del tiempo a una distancia x de la costa. La ecuación (2.2.2) constituye el núcleo central de esta tesis ya que nos permitirá estimar parámetros del acuífero a partir de las mediciones de la marea en el río y el pozo.

Capítulo 3

Análisis paramétrico

3.1. Rango de variaciones de los parámetros

En el Capítulo 2 se obtuvo la ecuación (2.1.17). La misma expresa la respuesta de un modelo de acuífero ante una estimulación dada por las fluctuaciones del nivel del río. Las alturas $h(x,t)$ representan esa respuesta a una distancia x de la costa y para un tiempo t . Para comprender mejor el comportamiento de la solución analítica se realiza un análisis paramétrico de la conductividad hidráulica, almacenamiento específico y período de marea.

Para realizar el análisis rescribimos la ecuación (2.1.17) del siguiente modo:

$$h(x, t) = A_h \cos(\omega(t - t_0)) \quad (3.1.1)$$

siendo

$$A_h = A e^{-\sqrt{\frac{\omega S_s}{2K}} x} \quad (3.1.2)$$

$$t_0 = \sqrt{\frac{TS_s}{4\pi K}} x. \quad (3.1.3)$$

Para simplificar el análisis, la altura del río fue normalizada tomando $A=1$, de modo que los valores de amplitud en el pozo (h) serán relativos a este valor.

Para la zona de trabajo, se estableció un rango de variación para cada parámetro del acuífero, estableciendo un valor mínimo, un máximo y uno medio. Los mismos se detallan a continuación.

Conductividad hidráulica K:

$K_{\text{máxima}}$:	1	metro/día
K_{media} :	0,1	metros/día
$K_{\text{mínima}}$:	0,01	metros/día

Almacenamiento específico S_s :

$S_s_{\text{máxima}}$:	10^{-4}	metros ⁻¹
S_s_{media} :	10^{-5}	metros ⁻¹
$S_s_{\text{mínima}}$:	10^{-6}	metros ⁻¹

En el caso del período de marea a considerar para éste análisis, los valores han sido seleccionados contemplando la Sección 1.3 y son los siguientes:

$T_{\text{máxima}}$:	24	horas
T_{media} :	12	horas
$T_{\text{mínima}}$:	6	horas

3.2. Atenuación de la amplitud

Con el objetivo de comprender y cuantificar la influencia de las posibles variaciones de cada parámetro en la atenuación sufrida por la señal, se consideró la amplitud dada por (3.1.2) y se realizaron gráficos de amplitud normalizada del nivel freático (h) según sea la distancia a la costa (x).

En la Figura 3.2.1 se ilustran las amplitudes normalizadas tomando K_{medio} , S_s medio y T variable.

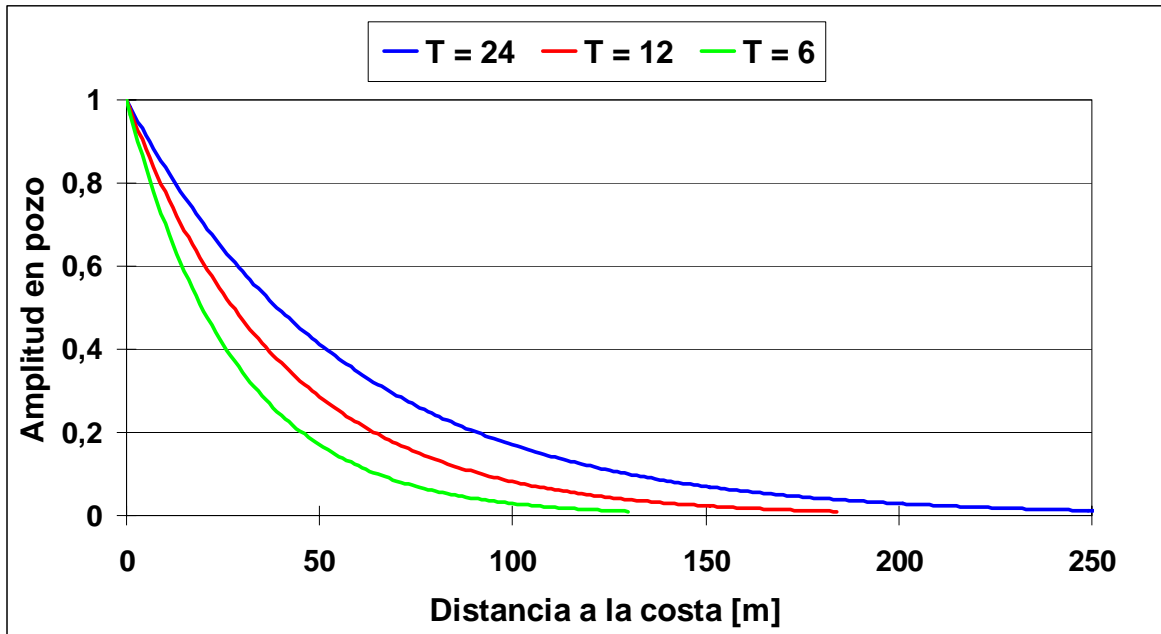


Figura 3.2.1: Decaimiento de amplitud para distintos T, con $K=0,1$ y $S_s=10^{-5}$

Como se puede apreciar, las componentes de mayor período ($T = 24$) son las que sufren menor atenuación y las de menor período ($T = 6$) son las que más se atenúan. A modo de ejemplo, si se tuviese una altura de río en la costa de un metro, entonces a una distancia de 50 metros costa adentro, las contribuciones a la altura del nivel freático de cada componente de marea serían de 17 centímetros para $T = 6$ horas, de 29 centímetros para $T = 12$ horas, y de 41 centímetros para $T = 24$ horas.

Considerando T_{medio} , $S_{s \text{ medio}}$ y dejando K variable, se obtiene la Figura 3.2.2.

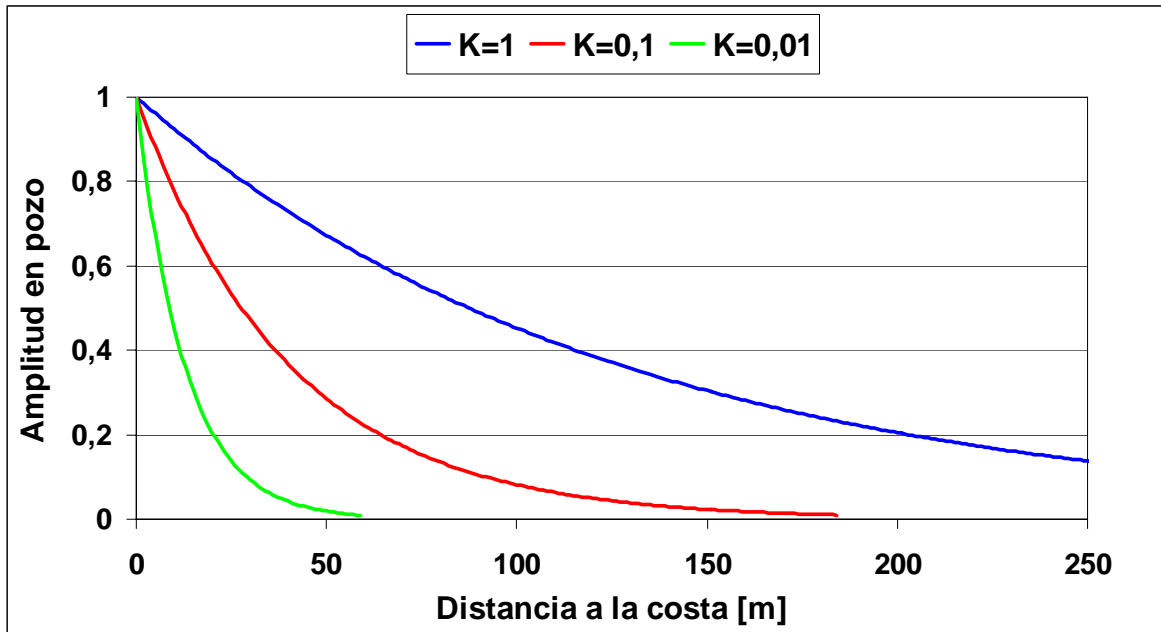


Figura 3.2.2: Decaimiento de amplitud para distintos K, con $T=12$ y $S_s=10^{-5}$

En este caso, se observa que cuando la conductividad hidráulica es mayor, es decir, es mayor la capacidad del acuífero de transmitir agua horizontalmente, la atenuación es menor, como era esperable. A medida que la capacidad de transmisión de agua del acuífero disminuye (menor K), la atenuación resulta mayor.

Finalmente la influencia del almacenamiento S_s para K_{medio} , T_{medio} y se ilustra en la Figura 3.2.3.

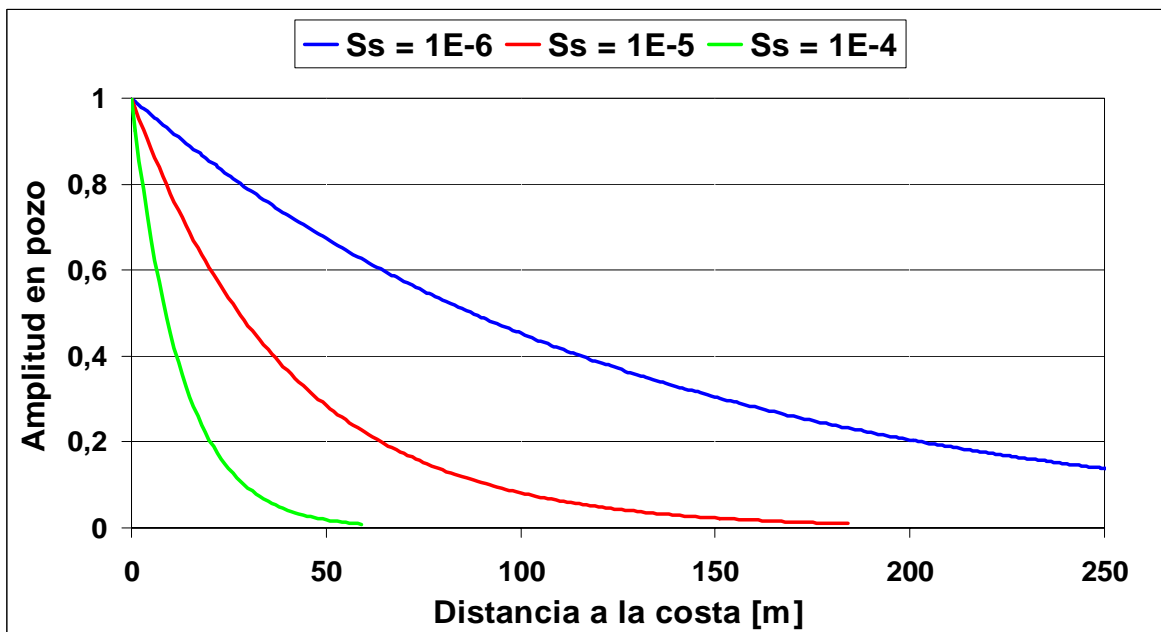


Figura 3.2.3: Decaimiento de amplitud para distintos S_s , con $T=12$ y $K=0,1$

El rango de variaciones del almacenamiento específico es mucho mayor que en los casos de K y T, y por lo tanto es mayor su influencia en el comportamiento del modelo, aumentando claramente la atenuación.

A su vez, este parámetro actúa de modo inverso a los anteriores (K y T), ya que la atenuación aumenta con el incremento del almacenamiento. Esto se entiende considerando las definiciones expuestas en la Sección 1.2, de modo que cuanto mayor es la capacidad de almacenar agua del acuífero, mayor es la cantidad de agua que se queda en los primeros metros del recorrido hacia el pozo, y por lo tanto resulta mayor la atenuación observada en el mismo.

3.3. Desfasaje

El término t_0 dado por la ecuación (3.1.3) representa un desfasaje en tiempo entre las amplitudes máximas registradas en la costa y en el pozo. De modo similar que con el término exponencial, se han dejado constantes los parámetros del acuífero y el período de marea, y se ha calculado la variación de este desfasaje a medida que aumenta la distancia a la costa.

A partir de la ecuación (3.1.3) se infiere que el desfasaje tendrá una variación lineal con la distancia del pozo a la costa y que la pendiente de esa recta quedará determinada por el período de la marea considerado, la conductividad hidráulica y el almacenamiento específico del acuífero.

Al igual que con la amplitud, se ha realizado un análisis de la influencia de los rangos de variaciones de los parámetros en la respuesta del modelo. En el primer caso (Figura 3.3.1) se han considerado el valor medio del almacenamiento específico y los valores mínimo, medio y máximo para la conductividad.

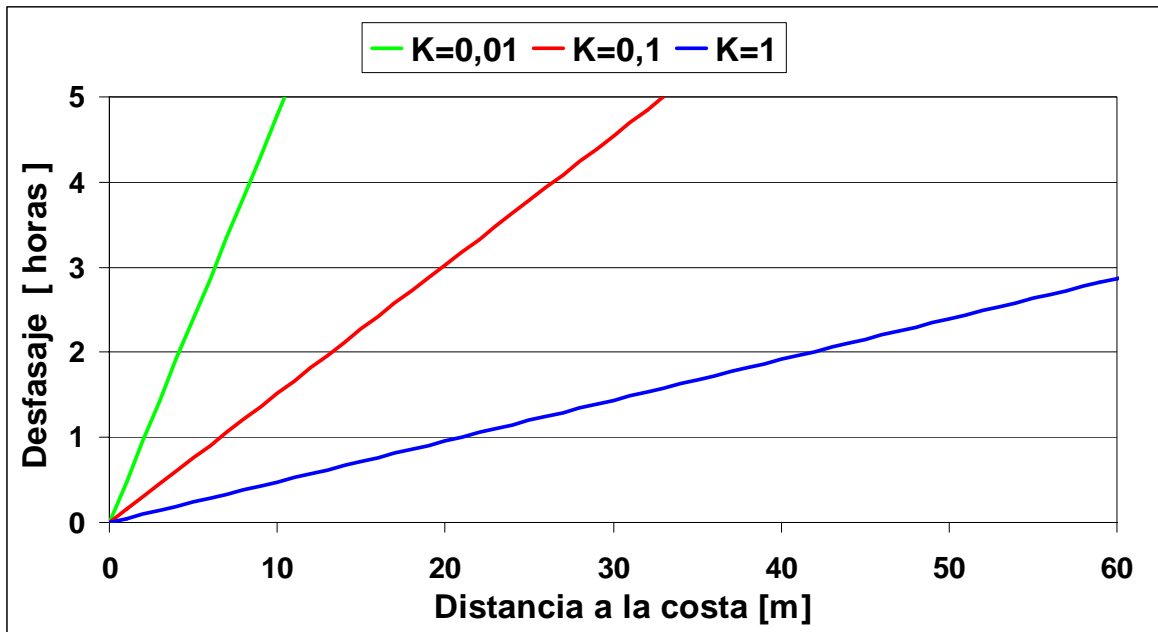


Figura 3.3.1: Desfasaje t_0 para distintos K , con $T=12$ y $S_S=10^{-5}$

Como puede apreciarse, el desfasaje aumenta a medida que la conductividad disminuye. Esto es esperable teniendo en cuenta que cuanto menor sea la conductividad, menor será la velocidad con la que las ondas se transmiten a través del acuífero y por ende mayor el tiempo que tardan en arribar al pozo.

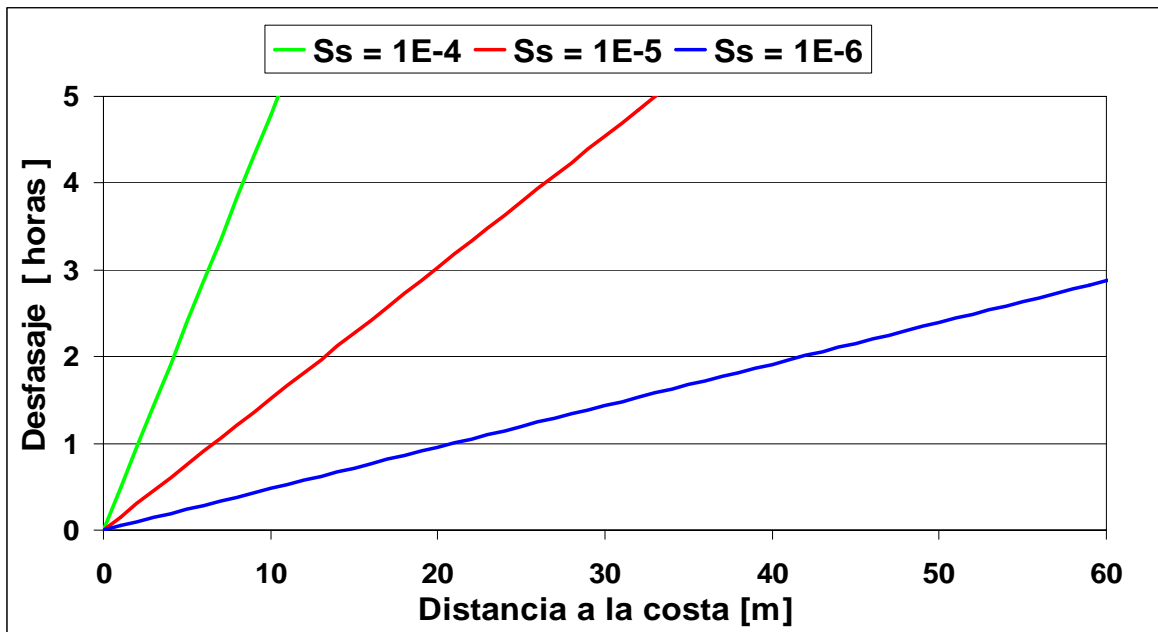


Figura 3.3.2: Desfasaje t_0 para distintos S_s , con $T=12$ y $K=0,1$

En la Figura 3.3.2 se analiza la influencia del almacenamiento específico. El aumento del almacenamiento se traduce en un aumento del desfasaje. Este comportamiento puede entenderse de la siguiente manera:

cuanto mayor es la capacidad de almacenaje, menor es la capacidad de transmisión, y por lo tanto, es mayor el tiempo t_0 .

Finalmente en la Figura 3.3.3 se ilustra el desfase en tiempo para distintos períodos de marea considerando los valores medios para K y S_s . El desfase aumenta con el período T .

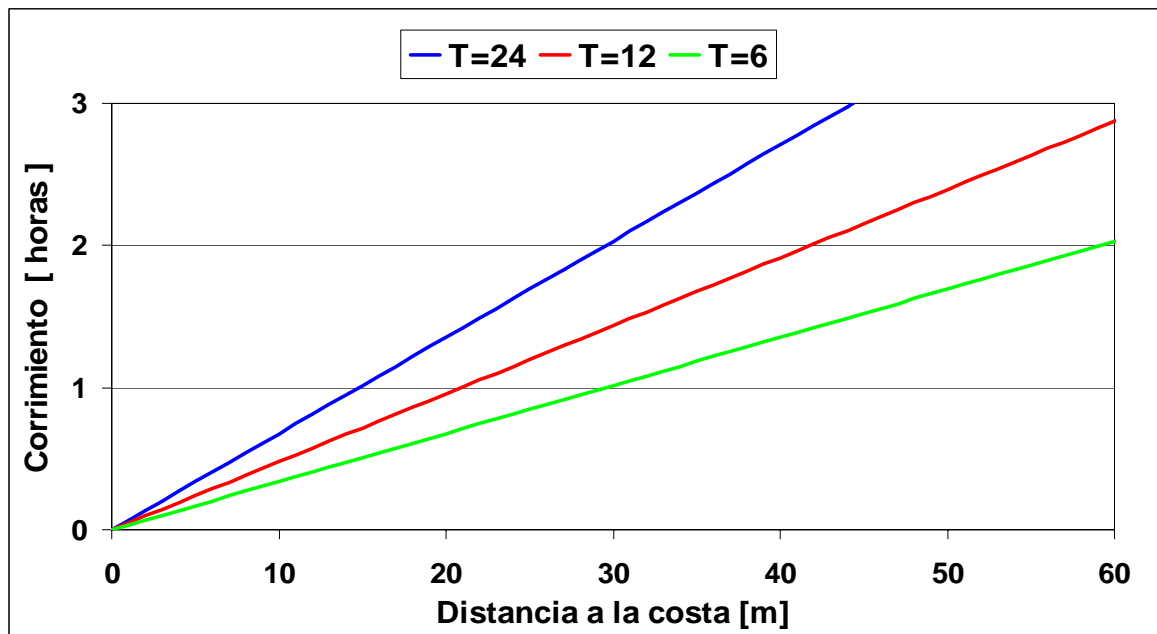


Figura 3.3.3: Desfase t_0 para distintos T , con $S_s=10^{-5}$ y $K=0,1$

Capítulo 4

Descripción geológica y datos observados

4.1. Descripción hidrogeológica

En la presente sección se realiza un repaso de las unidades geológicas más importantes de la región con especial énfasis en las características hidrogeológicas (Auge, 2001). En la Figura 4.1.1 se ilustra un perfil hidrogeológico que atraviesa la llanura alta y la planicie costera hasta el Río de la Plata.

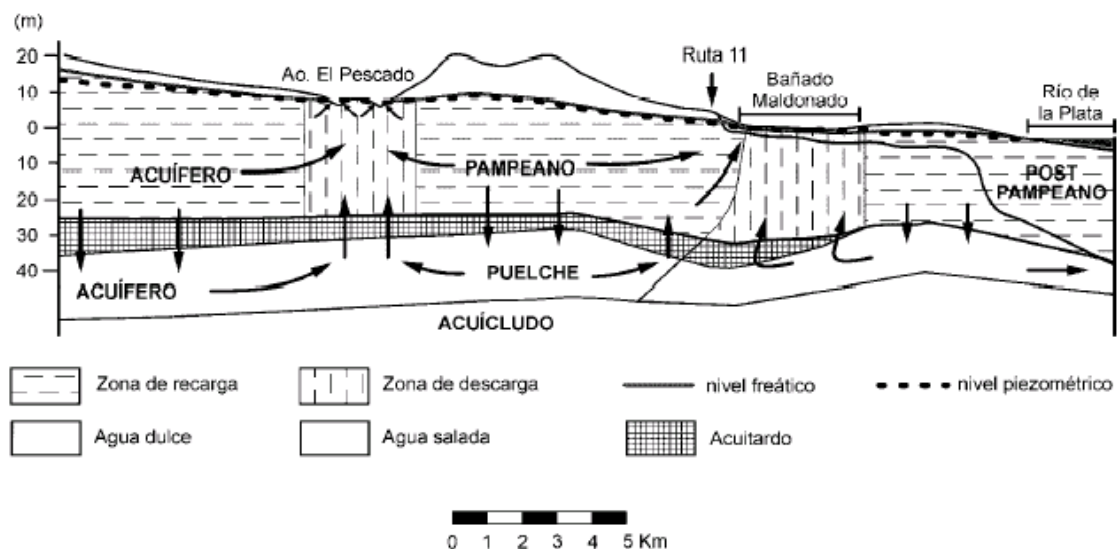


Figura 4.1.1: Perfil hidrogeológico regional (Auge, 2001)

La unidad más moderna está constituida por los llamados Sedimentos Postpampeanos, que por estar constituidos principalmente por arcillas y limos, poseen muy poca capacidad para transmitir agua. Estos sedimentos están presentes desde la costa del Río de la Plata hasta unos nueve kilómetros costa adentro, con espesores que van desde pocos centímetros hasta unos veinticinco metros en la ribera del río. Esto significa que el nivel freático para zonas cercanas al río se encontrará dentro de esta formación. Las porosidades oscilan entre 0,3 y 0,9 %, arrojando una

porosidad media de 0,5 % y las conductividades hidráulicas oscilan entre 0,08 m/día y 0,38 m/día, arrojando un valor medio de 0,22 m/día (Auge, 2004).

La unidad subyacente esta constituida por los Sedimentos Pampeanos, constituidos por limos arenosos en su parte superior, son capaces de transmitir agua, con porosidades de entre el 5 % y el 10 % y una conductividad hidráulica de entre 1 y 10 m/día. En su parte inferior aparece una capa de limos arcillosos de aproximadamente seis metros de espesor. Esta pequeña capa de seis metros de espesor, pero gran extensión areal es la que separa el Pampeano de las Arenas Puelches. En su ausencia, el Pampeano se encuentra en contacto directo con las Arenas Puelches, proporcionando una fuente de recarga para este ultimo pero a su vez facilitando su contaminación.

Las Arenas Puelches (o Puelche) están constituidas por arenas cuarzosas medianas y finas, constituyen el principal acuífero de la región por su calidad y productividad, presentando una conductividad hidráulica aproximada de 25 metros/día. Al Puelche lo subyacen las formaciones Paraná y Olivos, la primera de éstas (Fm. Paraná) constituida en su parte superior por arcillas, condición que convierte al Puelche en un acuífero semiconfinado. Estas últimas dos formaciones yacen sobre el basamento cristalino (impermeable) constituido por gneis granítico.

4.2. Datos observacionales

Para la aplicación práctica de las ideas expuestas en los capítulos anteriores, se dispuso de dos series de datos observacionales. Los mismos consisten en las alturas registradas durante un período de tiempo dado, tanto del Río de la Plata como del nivel freático en un pozo costero cercano.

El período de toma de datos es el comprendido entre el día 30/12/2008 a las 12:00 am y el día 13/01/2009 a las 10:00 am. Esto nos da un total de aproximadamente 14 días de observaciones, durante los cuales se registraron 335 muestras para cada punto de observación.

El intervalo de muestreo de los datos, es decir el tiempo entre lecturas, se escogió considerando el teorema de muestreo de Nyquist:

$$\Delta T \leq \frac{1}{2f_{\max}} \quad (4.2.1)$$

siendo f_{\max} la máxima frecuencia recuperable, es decir sin aliasing.

La máxima frecuencia de interés desde el punto de vista teórico (Sección 1.3), es la correspondiente al período de 12 horas, es decir $0,0834 \text{ horas}^{-1}$. Reemplazando este valor de la frecuencia en la ecuación (4.2.1) obtenemos el tiempo máximo entre lecturas, $\Delta T = 6$ horas. De todos modos, se tomaron datos cada una hora, $\Delta T = 1$ hora, siendo posible recuperar frecuencias correspondientes a períodos de hasta 2 horas.

La primera serie de datos consiste en las alturas del Río de la Plata obtenidas por la Prefectura Naval Argentina (www.prefectura naval.gov.ar) en forma horaria en el Puerto de Ensenada. La segunda serie de tiempo consiste en alturas del nivel freático obtenidas en un pozo ubicado en el mismo puerto, a 60 metros del curso de agua más cercano. La conexión hidráulica con el Río de la Plata no es directa, sino a través del canal de Astilleros.

En la Figura 4.2.1 se observa la ubicación del pozo y su cercanía al canal del puerto.



Figura 4.2.1: Ubicación del pozo en el Astillero Río Santiago

El instrumental utilizado para la toma de datos en el pozo fue un freatígrafo de la marca Schlumberger, modelo Mini-Diver. El instrumento es capaz de registrar datos de presión y temperatura automáticamente a intervalos de tiempo constantes elegidos por el usuario y con capacidad de almacenamiento de hasta 24.000 muestras. La salida del instrumento es un archivo de texto que contiene en tres columnas el día, la hora, y los centímetros de la columna de agua por sobre la sonda. Es necesario por lo tanto, convertir este valor de salida del freatígrafo en altura del nivel freático por sobre el nivel medio del mar. En la Figura 4.2.2 se observa un

diagrama de la disposición del instrumento y se definen las distancias que serán utilizadas.

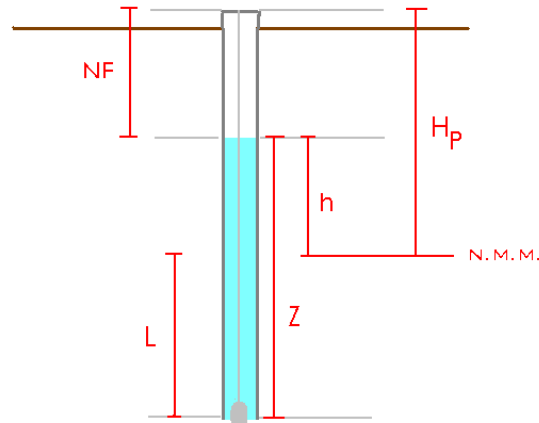


Figura 4.2.2: Diagrama de la posición del freatógrafo en el pozo

La altura Z se define como la columna de agua sobre el sensor (dato salida del freatógrafo), H_p la cota de la boca del pozo, NF la profundidad del nivel freático medido en el pozo en el momento de la instalación del equipo, L la altura desde el nivel del sensor hasta el nivel medio del mar (N.M.M.), y h es la altura del nivel freático sobre el N.M.M.

La conversión se realiza de la siguiente manera:

$$L = Z - H_p + NF \quad (4.2.2)$$

Es posible obtener L al inicio de las mediciones. Este valor se mantendrá constante a lo largo de toda la toma de datos, es por eso que la reducción de Z a h se realiza con la siguiente ecuación:

$$h(t) = Z(t) - L \quad (4.2.3)$$

En la Figura 4.2.3 se ilustra la altura del río para el período indicado con un intervalo de muestreo de 1 hora. Estos datos se obtienen por observación directa de la altura del río sobre una escala graduada ubicada en el puerto.

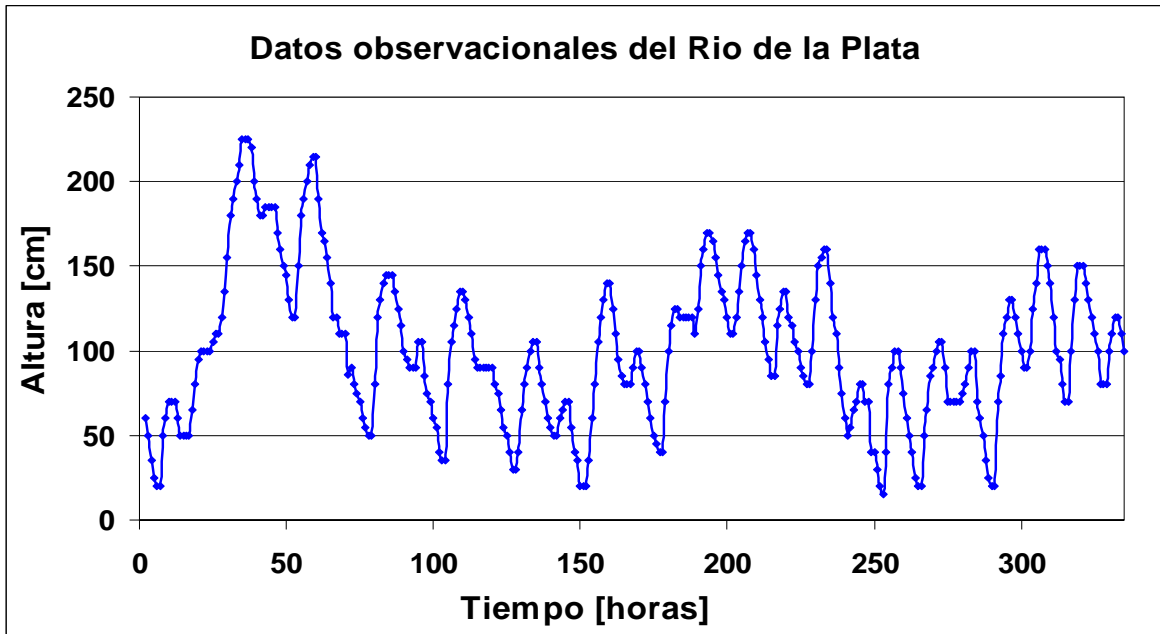


Figura 4.2.3: Datos observacionales del Río de la Plata

En la Figura 4.2.4 se ilustra la altura del nivel freático (h) sobre el N.M.M. en el pozo para el mismo período e igual frecuencia de muestreo.

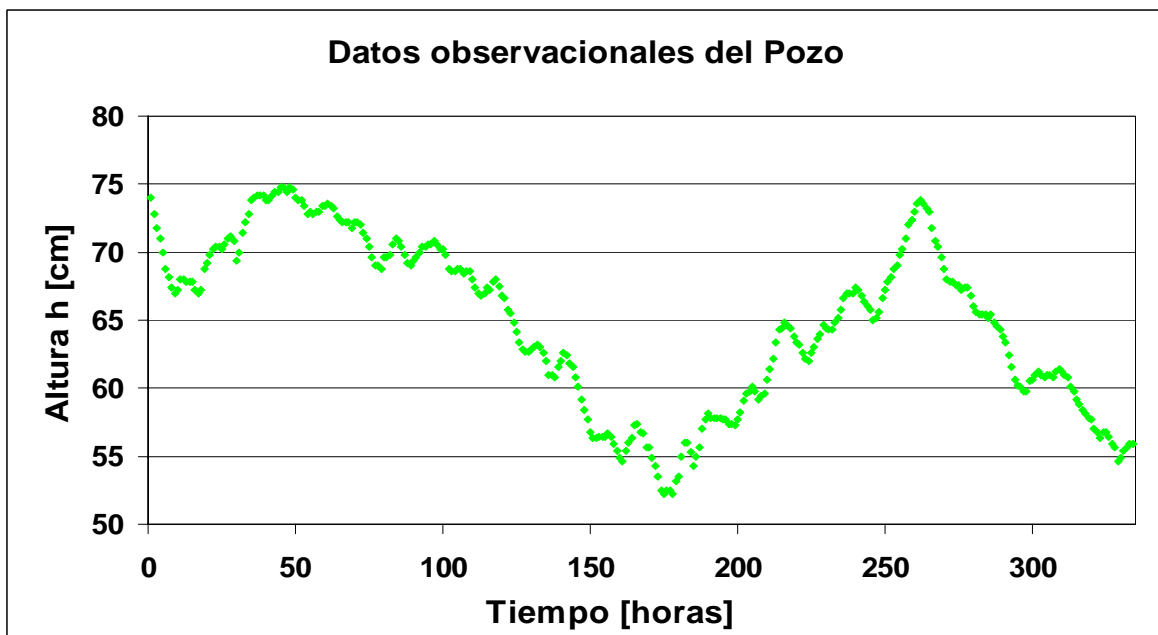


Figura 4.2.4: Datos observacionales del Pozo

En líneas generales las variaciones de altura en el río y el pozo presentan las siguientes características para el período analizado:

Río

Valor máximo = 2,25 metros
Valor mínimo = 0,15 metros
Valor promedio = 1,01 metros

Pozo

Valor máximo = 0,75 metros
Valor mínimo = 0,48 metros
Valor promedio = 0,65 metros

El rango de variación de alturas en el río es de 2,1 metros mientras que en el pozo es tan sólo de 0,268 metros. Esta diferencia, podría ser atribuida al fenómeno de atenuación expuesto en los Capítulos 2 y 3.

Ambas series de datos contienen información de diverso origen tales como recarga, oleaje y filtraciones de agua desde la superficie, que afectan en forma simultánea a las alturas medidas y provoca que, a simple vista, no sea posible establecer una correlación entre ambas series de datos debido al efecto de mareas.

4.3. Datos observacionales en el dominio de las frecuencias

Debido a la imposibilidad de establecer una correlación en el dominio del tiempo entre los datos, se calcularon los coeficientes de los desarrollos en serie de Fourier (ver Apéndice) y se graficaron los espectros de amplitud en el dominio de las frecuencias. En el espacio de las frecuencias el fenómeno de mareas lunisolar debería apreciarse con mayor facilidad ya que éste fenómeno posee frecuencias específicas (12 y 24 horas).

Para llevar a cabo esa tarea, se desarrolló un programa en lenguaje FORTRAN que calcula los coeficientes de Fourier de los datos.

En la Figura 4.3.1 se ilustra el espectro de amplitud de los datos de río.

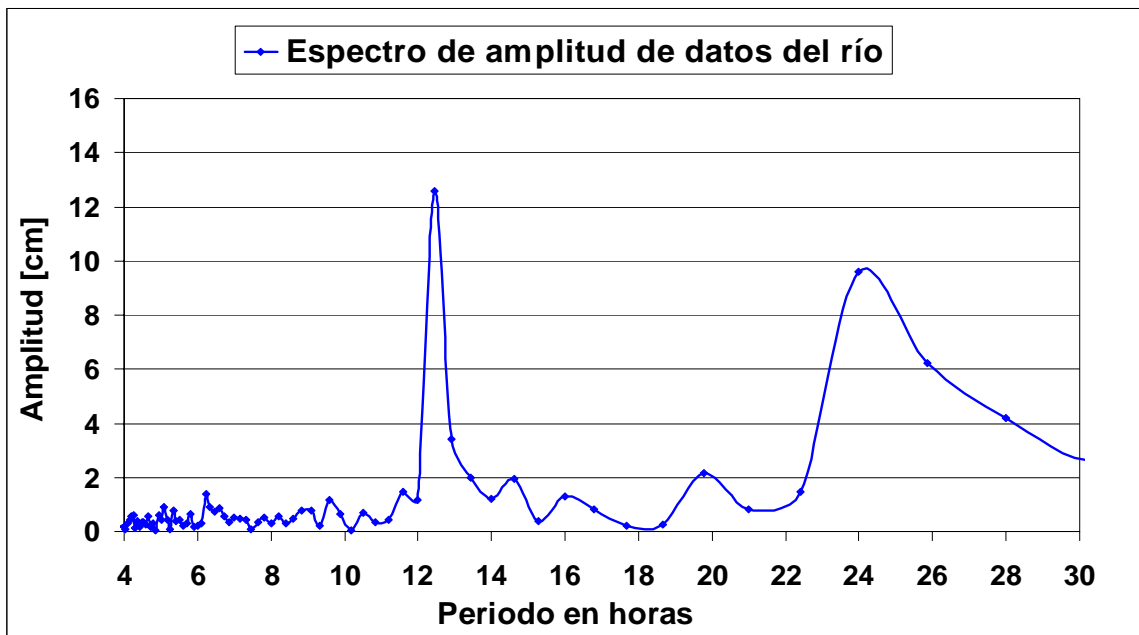


Figura 4.3.1: Espectro de amplitud de los datos del río

En el espectro es posible apreciar picos de amplitud en los períodos de aproximadamente 12 y 24 horas, alcanzando valores de 12,6 cm y 9,6 cm, respectivamente. La amplitud correspondiente al período de 12 se encuentra claramente por sobre la media de las amplitudes para todas las frecuencias, sin considerar la componente de continua. Esta observación se explica con el desarrollo de mareas terrestres teóricas expuestas en el Capítulo 1 donde quedó establecido, a partir del potencial gravitacional lunisolar, que los valores de amplitudes para las componentes semidiurnas son de mayor amplitud que el resto.

En la Figura 4.3.2 se grafica el espectro de amplitud de los datos del pozo.

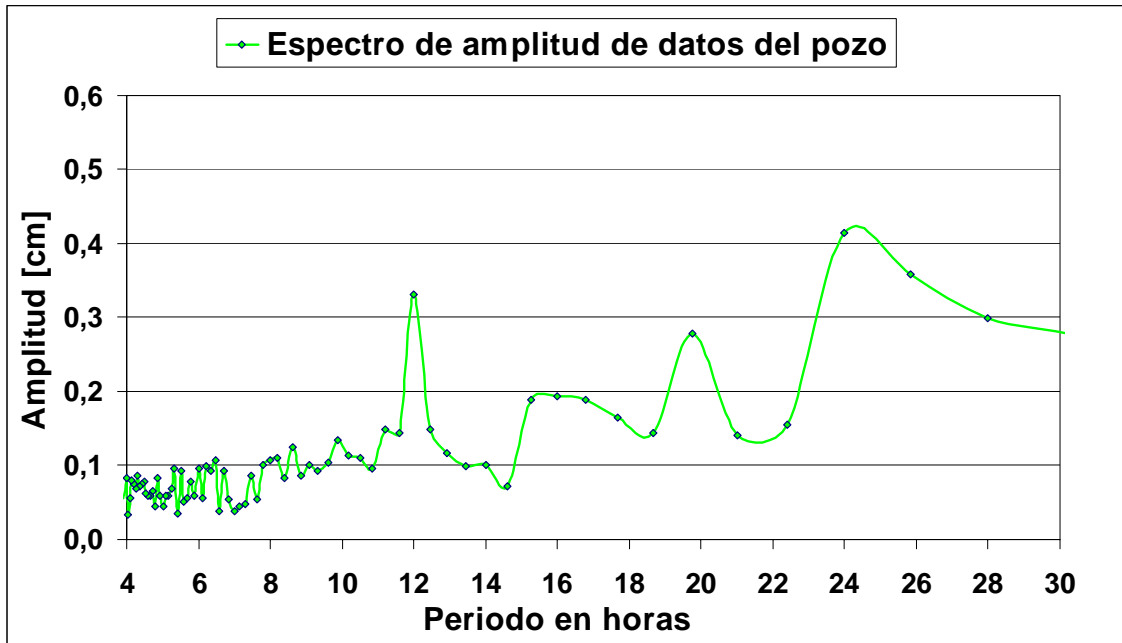


Figura 4.3.2: Espectro de amplitud de los datos del pozo

Es posible apreciar cierta similitud entre ambos espectros. Los valores máximos del espectro son los correspondientes a los períodos de 12 y 24 horas (excluyendo la componente de continua). El pico de amplitud en el primero de ellos (12 horas) alcanza un valor de 0,33 cm y se distingue superando claramente a los períodos cercanos. El valor de amplitud del período de 24 horas es aún superior que el de 12 horas alcanzando un valor de 0,41 cm, pero no se destaca del resto debido a que las frecuencias cercanas también poseen altos valores de amplitud. Se observa también un incremento en la amplitud para el período de 20 horas en ambos espectros, pero no es posible identificar su origen.

Del análisis de las Figuras 4.3.1 y 4.3.2 se desprende que las crecidas del río por efecto de las mareas terrestres se ven reflejadas en el nivel freático del pozo, estableciendo una conexión hidrodinámica entre el río y la Formación Postpampeano. En el capítulo siguiente, utilizaremos la información correspondiente al período de 12 horas para estimar la conductividad hidráulica de la formación.

Capítulo 5

Determinación de la conductividad hidráulica

La conexión establecida en la Sección 4.3 entre el Río de La Plata y las aguas subterráneas alienta a intentar obtener valores de la conductividad hidráulica para la formación Postpampeano a partir de los datos observacionales suponiendo un modelo de flujo de aguas subterráneas como el establecido en el Capítulo 2. Para estimar K a partir de las mediciones resulta necesario contar con una estimación del almacenamiento específico S_s .

5.1. Estimación de S_s para la formación Postpampeano

Comenzaremos por obtener una estimación del almacenamiento específico a partir de la ecuación (1.2.2):

$$S_s = \rho g(\alpha + \beta m)$$

Los valores utilizados para la compresibilidad del agua (α), la porosidad m , la aceleración de la gravedad g , la compresibilidad de la formación (β) y densidad (ρ) del terreno son los siguientes:

$$g = 9,8 \frac{\text{m}}{\text{seg}^2}$$

$$\rho = 998,297 \frac{\text{Kg}}{\text{m}^3} \quad (\text{a } 20^\circ \text{C})$$

$$\alpha = 4,6 \cdot 10^{-10} \frac{\text{m}^2}{\text{N}} \quad (\text{a } 25^\circ \text{C}) \quad (\text{Domenico y Mifflin, 1965})$$

$$m = 0,05 \quad (\text{Auge, 2004})$$

$$\beta = 1,3 \cdot 10^{-7} \text{ a } 6,9 \cdot 10^{-8} \frac{\text{m}^2}{\text{N}} \quad (\text{Domenico y Mifflin, 1965})$$

El rango de variación de β (compresibilidad del terreno) es el establecido para arcillas intermedias a duras por Domenico y Mifflin (1965). En base al rango de variación de este parámetro se obtuvieron los siguientes valores máximos, mínimos y medio para el almacenamiento específico:

$$\begin{aligned} S_{S \text{ min}} &= 3,8 \cdot 10^{-5} \\ S_{S \text{ medio}} &= 5,3 \cdot 10^{-5} \\ S_{S \text{ max}} &= 6,8 \cdot 10^{-5} \end{aligned} \quad (5.1.1)$$

Estos valores nos permitirán establecer un rango de variación de la conductividad hidráulica del Postpampeano.

5.2. Estimación de K a partir de los datos correspondientes a T=12 horas

Es posible realizar un desarrollo en serie de Fourier para los datos de pozo como el realizado en la ecuación (2.2.1) para los datos del río. El término de la serie correspondiente al período de 12 horas es

$$h_{12}^m(t) = A_{12}^m \cos\left(\frac{2\pi}{12}t\right) + B_{12}^m \sin\left(\frac{2\pi}{12}t\right) \quad (5.2.1)$$

donde A_{12}^m y B_{12}^m son la parte real e imaginaria respectivamente de los coeficientes de Fourier del período de 12 horas de los datos del pozo.

En el Capítulo 2, partiendo de los datos de mareas, se obtuvo una expresión para los coeficientes de Fourier teóricos que se esperaba encontrar en el pozo como respuesta al modelo propuesto (ecuaciones 2.2.6 y 2.2.7).

Mediante el método de cuadrados mínimos, se realizó el ajuste de la siguiente función f ,

$$f = \left[A_n^m - e^{-\sqrt{\frac{\omega_n S_s}{2K}} x} \left[A_n \cos\left(\sqrt{\frac{\omega_n S_s}{2K}} x\right) - B_n \sin\left(\sqrt{\frac{\omega_n S_s}{2K}} x\right) \right] \right]^2 + \left[B_n^m - e^{-\sqrt{\frac{\omega_n S_s}{2K}} x} \left[A_n \sin\left(\sqrt{\frac{\omega_n S_s}{2K}} x\right) + B_n \cos\left(\sqrt{\frac{\omega_n S_s}{2K}} x\right) \right] \right]^2 \quad (5.2.2)$$

siendo la relación S_s/K la variable a ajustar. Para el mismo se utilizaron los coeficientes correspondientes al período semidiurno de 12 horas, debido a ser el período de mayor amplitud desde el punto de vista teórico y estar claramente definido en el espectro de los datos.

El ajuste arrojó un valor de

$$\frac{S_s}{K} = 0,0006838 \frac{\text{días}}{\text{m}^2} \quad (5.2.3)$$

A partir de los valores de almacenamiento específico para la formación Postpampeano obtenidos en la Sección 5.1, es posible obtener valores para la conductividad hidráulica de dicha formación.

$$\begin{aligned} K_{\min} &= 0,056 \text{ m/día} \\ K_{\text{medio}} &= 0,078 \text{ m/día} \\ K_{\max} &= 0,099 \text{ m/día.} \end{aligned} \quad (5.2.4)$$

En la Figura 5.2.1 se han graficado la ecuación (5.2.1) y la (2.2.3) para el período de 12 horas. Es posible observar que el ajuste realizado por cuadrados mínimos es muy bueno. La componente de 12 horas de la señal del modelo ajusta muy bien a la componente del mismo período de la señal observada en el pozo.

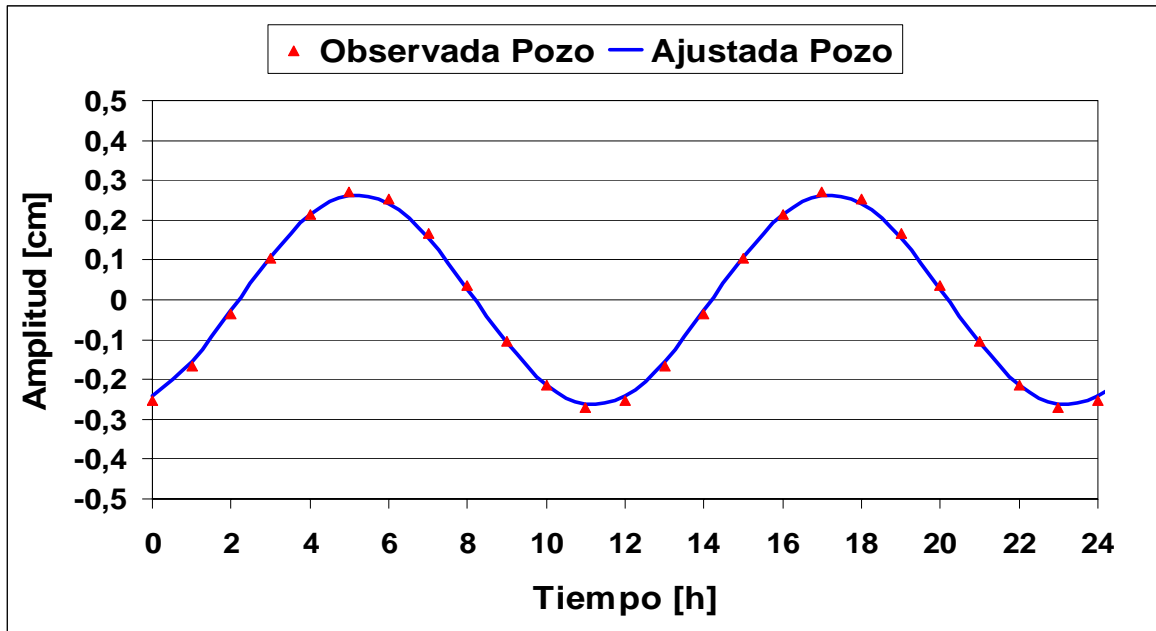


Figura 5.2.1: Componente del desarrollo en series de Fourier para de $T = 12$ hs.

Esta metodología arroja valores para K muy similares a los establecidos por Auge (2004) para la formación Postpampeano de 0,08 m/día y 0,38 m/día (Sección 4.1) mediante ensayos de bombeo, dándole validez a la técnica llevada a cabo durante este trabajo de tesis.

El procedimiento se aplicó a la componente de 24 horas obteniéndose valores similares, a pesar de que el ajuste entre las curvas arrojó un error un poco mayor al de 12 horas. Esto se atribuye a que el pico de amplitud en los espectros para el período de 12 horas se encuentra mejor definido que el de 24.

Capítulo 6

Conclusiones

En el presente trabajo se ha establecido una correlación entre las fluctuaciones de altura del Río de la Plata debidas al efecto de mareas terrestres y las fluctuaciones de altura del nivel freático medidas en un pozo costero ubicado en el Astillero Río Santiago. Además, se ha presentado una nueva metodología para el cálculo de la conductividad hidráulica del acuífero. La técnica se basa en el modelado del acuífero mediante la ecuación general del flujo de agua subterránea y el ajuste del mismo a los datos observados.

El primer resultado, que deja establecida la correlación entre los datos observados en el río y los observados en un pozo costero, se sustenta en la comparación entre los espectros de amplitud de ambas series. En los mismos, se aprecia un aumento significativo en los valores de amplitud de los coeficientes de Fourier correspondientes a 12 y 24 horas. Estos picos de amplitud, representan una fuerte variación en las alturas del río y del nivel freático con una periodicidad de 12 y 24 horas. Estas observaciones se encuentran respaldadas por la teoría de mareas terrestres desarrollada a partir del potencial gravitacional producido por la interacción de la Tierra con el Sol y la Luna.

Queda establecida entonces, una conexión hidráulica entre el Río de la Plata y la Formación Postpampeano en las cercanías a la costa del río en el puerto del partido de Ensenada. La distancia del pozo de monitoreo al río es de unos 60 metros, y establece hasta qué punto, mínimamente, se observa la marea inducida.

El método tradicionalmente utilizado para la determinación de los parámetros del acuífero es el ensayo de bombeo de pozo. Esta técnica es costosa desde el punto de vista económico y arroja valores de conductividad hidráulica y almacenamiento específico para el acuífero en el punto en el que fue llevado a cabo el ensayo. Los valores son representativos de la ubicación del pozo y por lo tanto tienen un carácter puntual.

El cálculo de la conductividad hidráulica mediante la técnica utilizada en este trabajo fija un precedente para la región. Mediante la misma, es posible establecer valores de conductividad hidráulica

representativos de toda la zona existente entre el pozo y el río. Además el costo es mínimo, ya que sólo requiere del monitoreo del nivel freático de un pozo durante un tiempo superior a dos días.

Desde el punto de vista matemático, sólo se necesita del cálculo de los coeficientes de Fourier de los datos observados. Es posible obtener un valor para la conductividad hidráulica para cada frecuencia o período del espectro. En este trabajo se realizó el cálculo para el período de 12 horas por ser representativo de las mareas terrestres y tener una magnitud muy superior al resto de las frecuencias. Para $T = 12$ horas se obtuvieron valores para la conductividad hidráulica que dependen del almacenamiento específico considerado. Teniendo en cuenta un valor medio de $S_s = 5,310^{-5}$ se obtuvo un valor para la conductividad hidráulica de $K=0,078$ m/día. Estos valores se encuentran dentro del rango de variación de K establecido para la región mediante ensayos de bombeos.

Los resultados obtenidos en este trabajo, sientan las bases para la realización de trabajos a futuros. El poder implementar la metodología propuesta en una gran cantidad de pozos a distancias variables de la costa ayudaría a conocer mejor el comportamiento del acuífero a nivel regional. Esta técnica también puede utilizarse para estimar las conductividades hidráulicas de las formaciones subyacentes Pampeano y Puelche. En estos casos los pozos de monitoreo deberían alcanzar las mencionadas formaciones.

Agradecimientos

A mi director Dr. Luis Guarracino. A los integrantes del jurado Dra. Claudia Tocho y Dr. Jerónimo Ainchil. A la geóloga Soledad Ruiz por facilitarnos los datos del freatígrafo colocado en el pozo de Astillero.

Apéndice

Relaciones trigonométricas

$$\text{sen}(a - b) = \text{sen}(a)\cos(b) - \cos(a)\text{sen}(b)$$

$$\cos(a - b) = \cos(a)\cos(b) + \text{sen}(a)\text{sen}(b)$$

Series de Fourier

Una serie de Fourier es una señal infinita que converge puntualmente a una función continua y periódica. Las series de Fourier tienen la forma:

$$f(x) = \frac{a_0}{2} + \sum_{n=1}^{\infty} [a_n \cos(nx) + b_n \text{sen}(nx)]$$

donde a_0 , a_n y b_n se denominan coeficientes de Fourier de la serie de Fourier de la función $f(x)$.

Si f es una función (o señal) periódica y su período es $2T$, la serie de Fourier asociada a f es:

$$f(t) \approx \frac{a_0}{2} + \sum_{n=1}^{\infty} \left[a_n \cos\left(\frac{n\pi t}{T}\right) + b_n \text{sen}\left(\frac{n\pi t}{T}\right) \right]$$

donde los coeficientes a_n y b_n toman los valores:

$$a_n = \frac{1}{T} \int_{-T}^T f(t) \cos\left(\frac{n\pi t}{T}\right) dt$$

$$b_n = \frac{1}{T} \int_{-T}^T f(t) \text{sen}\left(\frac{n\pi t}{T}\right) dt$$

$$a_0 = \frac{1}{T} \int_{-T}^T f(t) dt$$

Transformada discreta de Fourier

Cuando se tiene una señal muestreada, y no se conoce la forma explícita de la función $f(t)$, no es posible realizar la Transformada de Fourier. Para descomponer la señal en sus componentes de frecuencia, es posible realizar la Transformada Discreta de Fourier.

Si se tienen n muestras x_0, \dots, x_n de la señal, la transformación en n coeficientes f_0, \dots, f_n en el dominio de las frecuencias se realiza según la siguiente fórmula:

$$f_j = \sum_{k=0}^{n-1} x_k e^{\frac{2\pi i}{n} jk} \quad j = 0, \dots, n-1$$

La transformada discreta de Fourier inversa se calcula mediante:

$$x_k = \frac{1}{n} \sum_{j=0}^{n-1} f_j e^{-\frac{2\pi i}{n} jk} \quad k = 0, \dots, n-1$$

Bibliografía

Auge, M., 2001. Hidrogeología de La Plata, Argentina. *Revista Latino-Americana de hidrogeología*, 1(1): 27-40.

Auge, M., 2004. *Hidrogeología Ambiental II*, Buenos Aires. <http://www.gl.fcen.uba.ar/investigacion/grupos/hidrogeologia/auge/HidroGeo2.pdf>

Alcolea, A, E. Castro, M. Barbieri, J. Carrera, S. Bea, 2007. Inverse Modeling of Coastal Aquifers Using Tidal Response and Hydraulic Tests. *Ground Water* 45(6):711-722.

Carr, P. A., y G. van der Kamp, 1969. Determining aquifer characteristics by the tidal methods. *Water Resour. Res.*, 5(5), 1023–1031.

Domenico, P. A., y Mifflin, M. D., 1965. Water from low permeability sediments and land subsidence. *Water Resources research*, 1(4): 563-576

Erskine, A. D., 1991. The effect of tidal fluctuation on a coastal aquifer in the U.K., *Ground Water* 29(4): 556-562.

Escuder, R., J. Fraile, S. Jordana, F. Ribera, X. Sánchez-Vila, E. Vázquez-Suñé, 2009. *Hidrogeología, conceptos básicos de hidrogeología subterránea*.

Ferris, J. G., 1951. Cyclic fluctuations of water level as a basis for determining aquifer transmissibility, *IAHS Publ.*, 33, 148–155.

Jacob, C. E., 1950. Flow of groundwater, in *Engineering Hydraulics*, edited by H. Rouse, pp. 321–386, John Wiley, New York.

Jha, M. K., Y. Kamii, K. Chikamori, 2003. On the estimation of phreatic aquifer parameters by tidal response technique. *Water Resources Management* 17:69-88.

Pandit, A., C. C. El-Khazen, S. P. Sivaramapillai, 1991. Estimation of hydraulic conductivity values in a coastal aquifer, *Ground Water*, 29(2), 175–180.

Udias Vallina, A. y Mezcua Rodríguez, J., 1986. *Fundamentos de Geofísica*.