



Universidad Nacional de La Plata
Facultad de Ciencias Astronómicas y Geofísicas

Modelado del Geoide en Tierra del Fuego
Integración de técnicas geodésicas y astrométricas

María Eugenia Gomez

Director: Dra. Elisa Felicitas Arias
Co-director: Lic. Raúl A. Perdomo

Tesis presentada para optar por el grado de Doctor en
Astronomía

Estudia

Es puerta de la luz un libro abierto:
entra por ella, niño y de seguro
que para ti serán en lo futuro
Dios más visible, su poder más cierto.

El ignorante vive en el desierto,
donde es el agua poca, el aire impuro.
Un grano le detiene el pie inseguro,
camina tropezando, vive muerto.

En esa de tu edad abril florido
recibe el corazón las impresiones
como la cera al toque de las manos.

Estudia y no serás cuando crecido
ni el juguete vulgar de las pasiones,
ni el esclavo servil de los tiranos.

Autor: Elias Calixto Pompa

Dedicada a mi abuelo.

Agradecimientos

Esta tesis ha sido el resultado de 4 años y medio de trabajo, en los que he contado con el apoyo de muchas personas. Ha sido realizada dentro de una linda comunidad llamada cariñosamente “el obser”, perteneciente a la Facultad de Ciencias Astronómicas y Geofísicas (FCAGLP) de la UNLP. Sin la institución por detrás, esto no hubiera sido posible.

En cuanto a la parte económica, el trabajo fue solventado por dos becas CONICET.

A continuación, quisiera agradecer a mis directores (Feli y Raúl), por aceptar ser parte de esta investigación. En particular, deseo mencionar el apoyo incondicional de Raúl, traducido en su paciencia, dedicación y palabras de aliento, muy importantes en algunos momentos.

Tampoco quiero dejar de mencionar a Daniel, quien ha sido una pieza fundamental en el desarrollo de la tesis, aportando todo su conocimiento, y guiándome en parte importante del manejo de la información.

Entre las tantas personas que me han prestado su ayuda, se encuentra el personal de la Estación Astronómica de Río Grande, más conocida como la “EARG”. Entre ellos, José Luis Hormaechea (“el Basko”), Carlos Ferrer, Gerardo Connon y Luis Barbero, quienes han sido de gran importancia en el proceso de recabado de datos, como así también en la logística necesaria durante la campaña de observación.

Parte del puntaje necesario para obtener el doctorado fue realizado en el Departamento de Geomática de la Universidad Federal do Paraná. En esta circunstancia, fue de gran apoyo el Dr. Silvio Freitas, todo el personal de LARAS y el Departamento de Posgrado de la UFPR.

Este ha sido un trabajo de aplicación donde la disponibilidad de datos, el metadato y su procesamiento han sido fundamentales. Más importantes aún, son las personas e instituciones que se encuentran por detrás, y me han cedido tanto información, como software. Es por ello que agradezco inmensamente a la Geof. Graciela Font, titular del Departamento de Gravimetría de la FCAGLP; al Sr. Sergio Cimbaro, en representación del Instituto Geográfico Nacional y al Dr. Alejandro Tassone, perteneciente al IngeoDAV. Gran parte de los datos de gravimetría y nivelación han sido brindados por ellos.

De la misma manera, quisiera expresar mi gratitud al Sr. Carlos Ischik, por la digitalización de los datos provenientes del astrolabio de Danjon.

Parte sobresaliente del presente trabajo, ha sido el estudio realizado sobre la información proveniente del lago Fagnano. Estos datos han sido resultado de actividades conjuntas entre el grupo al cual pertenezco y el IPG de Dresden. En representación de esta última institución, quiero expresar mi agradecimiento al Dr. Andreas Richter, colega y amigo.

También agradezco al Dr. Simon Holmes por brindarme información localizada del modelo EGM2008, y al Dr. René Forsberg, por enviarme rutinas que me han sido de gran utilidad en el proceso de las reducciones gravimétricas.

Utilizar software desconocido no suele ser tarea fácil, es por ello que ha sido una gran ventaja contar con el soporte del Sr. Eduardo Suárez.

Más allá del aporte académico que pudieran brindarme algunas de las personas que nombraré a continuación, lo que destaco por encima de todo es su amistad.

Durante los últimos cinco años he tenido la suerte de conocer a dos personas excepcionales, que también forman parte de mi grupo de trabajo. Como tales, han compartido conmigo el “día a día” y con esto, experiencias muy lindas, como también otras que no lo son tanto, pero que ponen en evidencia el cariño y “aguante” de siempre. Me refiero a Diego y a Luciano.

Por trillada que sea la frase, las palabras de agradecimiento nunca son suficientes. En particular las que pueda dedicarles a Lu y Anto. Muy cerca, o muy lejos, pero siempre presentes,

su amistad ha sido mucho más que importante. Ha sido imprescindible. Junto con ellas, he compartido muy lindos momentos con Facu, Nico M., Andrés, Juani, Fede, Nico D., Lupe y Florencia.

También es saludable no olvidarse de los orígenes; de aquellos amigos que ya forman parte de toda la vida y que de una u otra forma, me demuestran que siguen estando y confiando en mi, como también me recuerdan cómo mantener los pies sobre la tierra. Éstos son: Natalia y familia (casi parte de la mía!), Cris y Fer.

Aunque cerca del final, no es menos importante el agradecimiento a toda mi familia: mamá, tíos, primos, etc. A ellos les debo todo, especialmente a mi mamá.

Por último agradezco a los miembros del jurado; doctoras Claudia Tocho, Amalia Meza y Cristina Paccino, por aceptar leer este escrito y por las sugerencias realizadas.

Maria Eugenia Gomez

Índice general

| | |
|--|-----------|
| 1. Introducción, motivación, problemas no resueltos que aborda esta tesis | 1 |
| 2. Fundamentos teóricos y antecedentes | 4 |
| 2.1. Introducción | 4 |
| 2.2. Campo Gravitatorio Terrestre | 4 |
| 2.2.1. Definición | 4 |
| 2.3. Superficies equipotenciales | 6 |
| 2.3.1. El geoide | 6 |
| 2.3.2. El elipsoide | 7 |
| 2.4. El potencial perturbador y su relación con la determinación del geoide | 9 |
| 2.5. El geoide geométrico | 10 |
| 2.5.1. Cálculo de alturas ortométricas y normales sobre la Ruta Provincial B | 13 |
| 2.5.2. Antecedentes de geoide geométrico en Tierra del Fuego | 15 |
| 2.6. El geoide gravimétrico | 17 |
| 2.6.1. Antecedentes de geoide gravimétrico en Tierra del Fuego | 19 |
| 2.7. Modelo de geoide o cuasigeoide combinado | 19 |
| 3. El problema del marco de referencia y las correcciones necesarias a aplicar a las distintas observaciones para referir todo a un marco único | 21 |
| 3.1. Reseña Histórica | 21 |
| 3.1.1. La red TDF93 | 21 |
| 3.1.2. La red TDF95 | 22 |
| 3.1.3. El marco ITRF en la isla | 22 |
| 3.1.4. IGS05 y TDF08 | 23 |
| 3.2. Situación actual de los marcos sobre las redes de nivelación | 24 |
| 3.3. Análisis comparativo entre los distintos marcos que co-existen en Tierra del Fuego | 27 |
| 3.4. Proceso de unificación del marco | 28 |
| 4. Mediciones gravimétricas, el modelo de terreno y la reducción de los datos gravimétricos | 33 |
| 4.1. Introducción | 33 |
| 4.1.1. Metadata | 33 |
| 4.2. El modelo de terreno | 34 |
| 4.3. El efecto de la topografía | 38 |
| 4.3.1. Correcciones de Terreno | 39 |

| | | |
|-----------|--|------------|
| 4.3.2. | Modelado del terreno residual | 46 |
| 5. | Los modelos geopotenciales globales | 47 |
| 5.1. | Introducción | 47 |
| 5.2. | En qué consiste un modelo geopotencial global | 48 |
| 5.3. | Consideraciones sobre los efectos de marea | 49 |
| 5.4. | El término de grado cero | 50 |
| 5.5. | Evaluación de los modelos geopotenciales globales en Tierra del Fuego | 52 |
| 5.5.1. | Evaluación sobre los puntos de GPS y nivelación en tierra | 52 |
| 5.5.2. | Evaluación de los GGMs sobre el lago Fagnano | 55 |
| 5.5.3. | Interpretación sobre la discrepancia entre las ondulaciones observadas y el modelo EGM2008, sobre el Lago Fagnano | 55 |
| 5.6. | Descomposición espectral de los modelos geopotenciales globales | 58 |
| 6. | Estrategias de reducción | 62 |
| 6.1. | Introducción | 62 |
| 6.2. | Dos teorías posibles: Stokes o Molodenski | 62 |
| 6.3. | Helmert-Faye | 67 |
| 6.4. | Anomalías reducidas por MTR | 70 |
| 6.5. | Diferencias entre las reducciones aplicadas | 73 |
| 7. | El método de las fuentes equivalentes para integrar los datos. | 76 |
| 7.1. | Introducción | 76 |
| 7.2. | El método de las Fuentes Equivalentes | 77 |
| 7.2.1. | Resolución analítica del problema de las Fuentes Equivalentes | 78 |
| 7.3. | Análisis efectuados sobre el funcionamiento del método de las FE, como herra- mienta para reproducir e integrar observables del campo gravitatorio terrestre. | 80 |
| 7.3.1. | Conclusiones de la evaluación de la técnica de FE | 84 |
| 8. | Aplicación del Método: generación de modelos | 85 |
| 8.1. | Introducción | 85 |
| 8.2. | Modelos generados con el método de fuentes equivalentes, sin la inclusión de información sobre el lago Fagnano. | 86 |
| 8.3. | Modelos generados con el método de fuentes equivalentes, que incluyen la in- formación sobre el lago Fagnano. | 94 |
| 8.3.1. | Sobre los experimentos realizados | 101 |
| 8.4. | Conclusiones del presente capítulo | 106 |
| 9. | Determinación de la desviación de la vertical utilizando las observaciones del Astrolabio de Danjon | 108 |
| 9.1. | Introducción | 108 |
| 9.2. | La desviación de la vertical | 111 |
| 9.3. | El astrolabio de Danjon | 112 |
| 9.4. | Movimiento del Polo y las variaciones en la rotación de la Tierra | 118 |
| 9.5. | Determinación observacional y reducciones | 120 |
| 9.6. | Determinación de las coordenadas astronómicas a partir de las mediciones del astrolabio y la serie de parámetros C04 | 123 |

| | |
|---|------------|
| 9.6.1. Comparación entre la desviación obtenida astrogeodésicamente y la resultante de FE | 127 |
| 10. Conclusiones | 129 |
| A. Esquema del programa de cálculo de las fuentes equivalentes | 131 |
| A.1. Introducción | 131 |
| A.2. Descripción de las rutinas y esquema de funcionamiento | 131 |
| A.3. Ejemplo de Funcionamiento. | 136 |

Índice de figuras

| | |
|---|----|
| 2.1. Atracción gravitatoria. | 5 |
| 2.2. Campo de la gravedad terrestre. | 8 |
| 2.3. Gráfico de las superficies de referencia y alturas asociadas. | 9 |
| 2.4. Esquema gráfico correspondiente a la nivelación clásica | 14 |
| 2.5. Gráfico de las ondulaciones observadas como resultado de la nivelación | 16 |
| 2.6. Modelo de geoide gravimétrico obtenido por Font & Tocho (2000). | 20 |
| 3.1. Distribución de las estaciones IGS empleadas durante el procesamiento y definición del marco TDF08 | 24 |
| 3.2. Líneas de nivelación sobre el territorio argentino conjuntamente con los marcos originales en los que se encontraban las coordenadas. | 26 |
| 3.3. Mapa de la distribución de puntos pertenecientes a las redes TDF95 y TDF08. | 29 |
| 4.1. Mapa del SRTM3 para toda la isla. | 36 |
| 4.2. Diferencias H-Hsrtm | 37 |
| 4.3. Mapa de los gradientes máximos entre las direcciones N-S y O-E. | 38 |
| 4.4. Esquema gráfico de las correcciones de terreno. | 39 |
| 4.5. Esquema gráfico de la corrección por MTR. | 40 |
| 4.6. Mapa de las diferencias entre las correcciones de terreno obtenidas con prismas y con FFT. | 43 |
| 4.7. Mapa de las correcciones de terreno obtenidas para Tierra del Fuego | 44 |
| 4.8. Histogramas correspondientes a las correcciones de terreno. | 45 |
| 5.1. Gráfico de las ondulaciones observadas sobre la ruta provincial B en los años 2001 y 2008, y la determinada con los modelos EGM2008 y EIGEN-GL04c. | 53 |
| 5.2. Diferencias entre ondulaciones geoidales observadas y aquellas determinadas a partir de los últimos GGMs: EGM2008 y EIGEN-GL04c. | 54 |
| 5.3. Diferencias entre ondulaciones geoidales observadas y aquellas determinadas a partir de los últimos GGMs: EGM2008 y EIGEN-GL04c. | 56 |
| 5.4. Ondulaciones geoidales residuales luego considerar el efecto de la topografía en el modelo EGM2008 | 57 |
| 5.5. Descomposición espectral del modelo EIGEN-GL04c en tres puntos situados sobre la isla. | 58 |
| 5.6. Descomposición espectral del modelo EGM2008 en tres puntos situados sobre la isla. | 59 |
| 5.7. Gráfico de las descomposiciones del EGM2008 y EIGEN-GL04c. | 59 |

| | | |
|-------|--|-----|
| 6.1. | Mapa de anomalías de Bouguer sobre los puntos de gravedad medidos comprendidos en la región de trabajo definida. | 66 |
| 6.2. | Mapa de la distribución de los valores de corrección atmosférica. | 67 |
| 6.3. | Histograma de las anomalías de Faye reducidas con distintos GGMs. | 69 |
| 6.4. | Mapa de anomalías de aire libre observadas, reducidas por MTR. | 71 |
| 6.5. | Histograma de las anomalías reducidas por MTR, empleando distintos GGMs | 73 |
| 6.6. | Anomalías de Faye, reconstruidas empleando la metodología propuesta en 6.3 | 74 |
| 6.7. | Anomalías de aire libre, reconstruidas empleando la metodología propuesta en 6.4 | 75 |
| 7.1. | Esquema de la ubicación de las masas empleando el método de fuentes equivalentes. | 77 |
| 7.2. | Distribución de los puntos empleados para pruebas del método de FE | 81 |
| 7.3. | Distribución de los errores sobre los puntos empleados para pruebas del método de FE | 83 |
| 8.1. | Primer modelo generado con FE considerando gravedad y GPS/nivelación | 88 |
| 8.2. | Segundo modelo generado con FE considerando gravedad y GPS/nivelación. | 90 |
| 8.3. | Tercer modelo generado con FE considerando gravedad y GPS/nivelación. | 91 |
| 8.4. | Cuarto modelo generado con FE considerando gravedad y GPS/nivelación. | 93 |
| 8.5. | Evaluaciones sobre el lago Fagnano a partir de considerar información de 4 boyas ubicadas sobre él. | 96 |
| 8.6. | Evaluaciones sobre el lago Fagnano a partir de considerar información de 10 boyas ubicadas sobre él. | 97 |
| 8.7. | Evaluaciones sobre el lago Fagnano a partir de considerar información de 18 boyas ubicadas sobre él. | 99 |
| 8.8. | Evaluaciones sobre el lago Fagnano a partir de considerar información de 10 boyas ubicadas sobre él. | 101 |
| 8.9. | Niveles medios del lago, en dirección N-S determinados por perfiles transversales. | 102 |
| 8.10. | Gráfico de las diferencias $\zeta_{cal} - \zeta_{obs}$ como resultado de la validación cruzada sobre 64 puntos con anomalías de altura observadas como parte del quinto modelo. | 104 |
| 9.1. | Esquema gráfico del sistema horizontal. | 109 |
| 9.2. | Gráfico ilustrativo de la desviación de la vertical | 110 |
| 9.3. | Diferencias entre la latitud observada y la tomada como referencia para el astrolabio en el período 1982-1989 en segundos de arco, previas a la aplicación de las correcciones de grupo. | 116 |
| 9.4. | Diferencias entre la latitud observada y la tomada como referencia para el astrolabio en el período 1982-1989 en segundos de arco, posteriores a la aplicación de las correcciones de grupo. | 117 |
| 9.5. | Diferencias entre TU0 y TUC observadas el período 1982-1989 en segundos de tiempo, previas a la aplicación de las correcciones de grupo. | 117 |
| 9.6. | Diferencias entre TU0 y TUC observadas en el período 1982-1989 en segundos de tiempo, posteriores a la aplicación de las correcciones de grupo. | 118 |
| 9.7. | Esquema de los elementos que definen la posición del eje instantáneo de rotación, respecto de un sistema fijo a la Tierra. | 121 |

| | |
|--|-----|
| 9.8. Coordenada X del Polo | 123 |
| 9.9. Coordenada Y del Polo | 124 |
| 9.10. Gráfico de Poloide para el período 1982-1989 en mas. | 124 |
| 9.11. Gráfico de TU1-TUC para el período 1982-1989 en ms. | 125 |
| 9.12. Diferencias en latitud debida al movimiento del polo. | 126 |
| 9.13. Diferencias en tiempo, debidas al movimiento del polo. | 127 |
| A.1. Esquema gráfico del funcionamiento de FE | 133 |
| A.2. Esquema gráfico del funcionamiento de MC | 134 |
| A.3. Esquema gráfico del funcionamiento de CalObs | 135 |

Índice de tablas

| | |
|--|----|
| 2.1. Valores de altura ortométrica y normal obtenidos sobre la Ruta Provincial B | 13 |
| 3.1. Coordenadas obtenidas luego del procesamiento sobre la nueva nivelación en la Ruta Provincial B en el marco TDF08, época de observación 2008.34 | 25 |
| 3.2. Análisis estadístico de los residuos luego de las transformaciones | 27 |
| 3.3. Coordenadas originales y transformadas sobre los puntos con GPS y nivelación ubicados sobre la Ruta Nacional 3 | 30 |
| 4.1. Estadística de las diferencias H-Hsr _{tm} | 36 |
| 4.2. Estadística de las diferencias entre las correcciones de terreno estimadas con prismas y con FFT. | 42 |
| 5.1. Estadística de las diferencias absolutas entre ondulaciones observadas y las estimadas con los GGMs, a grado y orden máximo, sobre 63 puntos de GPS/-nivelación ubicados en tierra. | 54 |
| 5.2. Estadística de las diferencias absolutas entre ondulaciones observadas y las estimadas con los GGMs, a grado y orden máximo, sobre 81 puntos distribuidos sobre el lago Fagnano. | 55 |
| 5.3. Estadística de las diferencias entre ondulaciones observadas y las estimadas con el EIGEN-GL04c a diferente grado. | 60 |
| 5.4. Estadística de las diferencias entre ondulaciones observadas y las estimadas con el EGM2008 a diferente grado. | 60 |
| 5.5. Estudio comparativo entre las anomalías de gravedad observada y las estimadas a partir del modelo EIGEN-GL04c sobre el total de puntos en la isla. | 60 |
| 5.6. Estudio comparativo entre las anomalías de gravedad observada y las estimadas a partir del modelo EGM2008 sobre el total de puntos en la isla. | 60 |
| 6.1. Estadística de las diferencias $\Delta g_{cl} - \Delta g_{AL}$ sobre el total de puntos de gravedad observada. | 66 |
| 6.2. Estadística de las diferencias $\Delta g_{cl} - \Delta g_{AL}$ sobre el total de puntos situados en la ruta nacional 3. | 66 |
| 6.3. Estadística de las anomalías reconstruidas mediante reducción de Helmert y MTR. | 73 |
| 7.1. Estadística de la solución de 530 FE, sobre 42 puntos de prueba. | 82 |
| 7.2. Estadística de la solución de 18 FE, sobre 42 puntos de prueba. | 83 |
| 7.3. Estadística de la interpolación con mínima curvatura, sobre 42 puntos de prueba. | 84 |

| | |
|---|-----|
| 8.1. Estadística de las diferencias $\zeta_{cal} - \zeta_{obs}$ sobre 58 puntos de GPS/nivelación, como resultado del primer modelo. | 87 |
| 8.2. Estadística de las diferencias $\zeta_{cal} - \zeta_{obs}$ sobre 55 puntos de GPS/nivelación, sin incluir la nivelación sobre Chile, como resultado del primer modelo. | 89 |
| 8.3. Estadística de las diferencias $\zeta_{cal} - \zeta_{obs}$ sobre puntos de GPS/nivelación, como resultado del segundo modelo. | 89 |
| 8.4. Estadística de las diferencias $\zeta_{cal} - \zeta_{obs}$ sobre puntos de GPS/nivelación, como resultado del tercer modelo. | 91 |
| 8.5. Estadística de las diferencias $\zeta_{cal} - \zeta_{obs}$ sobre puntos de GPS/nivelación, como resultado del cuarto modelo. | 92 |
| 8.6. Estadística de las diferencias $\zeta_{cal} - \zeta_{obs}$ sobre 62 puntos como resultado de la validación cruzada. | 95 |
| 8.7. Estadística de las diferencias $\zeta_{cal} - \zeta_{obs}$ sobre 53 puntos de evaluación sobre el lago. | 95 |
| 8.8. Estadística de las diferencias $\zeta_{cal} - \zeta_{obs}$ sobre 31 puntos situados al oeste del lago. | 95 |
| 8.9. Estadística de las diferencias $\zeta_{cal} - \zeta_{obs}$ sobre 64 puntos como resultado de la validación cruzada. | 96 |
| 8.10. Estadística de las diferencias $\zeta_{cal} - \zeta_{obs}$ sobre 44 puntos de evaluación sobre el lago. | 97 |
| 8.11. Estadística de las diferencias $\zeta_{cal} - \zeta_{obs}$ sobre 26 puntos situados al oeste del lago. | 97 |
| 8.12. Estadística de las diferencias $\zeta_{cal} - \zeta_{obs}$ sobre 72 puntos, como resultado de la validación cruzada. | 98 |
| 8.13. Estadística de las diferencias $\zeta_{cal} - \zeta_{obs}$ sobre 39 puntos de evaluación sobre el lago. | 98 |
| 8.14. Estadística de las diferencias $\zeta_{cal} - \zeta_{obs}$ sobre 21 puntos situados al oeste del lago. | 99 |
| 8.15. Estadística de las diferencias $\zeta_{cal} - \zeta_{obs}$ sobre 64 puntos, como resultado de la validación cruzada. | 100 |
| 8.16. Estadística de las diferencias $\zeta_{cal} - \zeta_{obs}$ sobre 44 puntos de evaluación sobre el lago. | 100 |
| 8.17. Estadística de las diferencias $\zeta_{cal} - \zeta_{obs}$ sobre 26 puntos situados al oeste del lago. | 100 |
| 8.18. Estadística de las diferencias $\zeta_{cal} - \zeta_{obs}$ sobre 64 puntos como resultado de la validación cruzada, a partir del quinto modelo. | 103 |
| 8.19. Estadística de las diferencias $\zeta_{cal} - \zeta_{obs}$ sobre 61 puntos, como resultado de la validación cruzada, luego de excluir los puntos chilenos. | 103 |
| 8.20. Estadística de las diferencias $\zeta_{cal} - \zeta_{obs}$, a partir del sexto modelo. | 105 |
| 8.21. Estadística de las diferencias $\zeta_{cal} - \zeta_{obs}$, a partir del séptimo modelo. | 105 |
| 8.22. Estadística de las diferencias $\zeta_{cal} - \zeta_{obs}$, a partir del octavo modelo. | 106 |
| 8.23. Resumen estadístico de los modelos generados con FE. | 107 |
| 9.1. Resumen de las correcciones de grupo que fueron determinadas y aplicadas a las observaciones. | 114 |
| 9.2. Tabla con los valores de latitud y tiempo, antes y después de las correcciones de grupo | 115 |

| | |
|---|-----|
| 9.3. Estadística de la diferencia $(TU0 - TUC)_{obs} - (TU0 - TUC)_{cal}$, y de las diferencias en latitud corregidas por el movimiento del polo, sobre un total de 995 observaciones. | 126 |
| A.1. Ejemplo de archivo de parámetros de entrada para la rutina FE | 136 |
| A.2. Ejemplo de archivo de parámetros de entrada para la rutina Cal_obs | 137 |

Lista de Abreviaturas y Símbolos

| | |
|---------------|--|
| ζ_{cal} | Anomalía de altura calculada |
| ζ_{obs} | Anomalía de altura observada |
| N | Ondulación geoidal |
| AL | Anomalías de aire libre |
| anom. | anomalía |
| arc | arcosegundo |
| cap. | capítulo |
| CGIAR-CSI | Consultative Group on International Agricultural Research-Consortium for Spatial Information |
| CHAMP | Challenging Mini-Satellite Payload |
| COTES | Conventional Terrestrial Reference System |
| Der. | Derecha |
| DMA | Defense Mapping Agency |
| EARG | Estación Astronómica de Río Grande |
| ec. | ecuación |
| ESA | European Spatial Agency |
| FCAGLP | Facultad de Ciencias Astronómicas y Geofísicas de La Plata |
| FE | Fuentes Equivalentes |
| Fig. | Figura |
| GOCE | Gravity Field and Steady-State Ocean Circulation Explorer |
| GPS | Global Positioning System |
| GRACE | Gravity Recovery And Climate Experiment |
| GRS | Geodetic Reference System |

| | |
|--------|--|
| IAG | International Asociation of Geodesy |
| IERS | International Earth Rotation Service |
| IGN | Instituto Geográfico Nacional |
| IGS | International GNSS Service |
| IGSN71 | International Gravity Standardization Net 1971 |
| ITRF | International Terrestrial Reference Frame |
| ITRS | International Terrestrial Reference System |
| Izq. | Izquierda |
| JPL | Jet Propulsion Laboratory |
| km | kilómetros |
| LLR | Lunar Laser Ranging |
| LOD | Length Of the Day |
| m | metros |
| mas | miliarsegundos |
| MDE | Modelo Digital de Elevaciones |
| MERIT | Monitoring of Earth Rotation and Intercomparison of Techniques |
| mgal | miligal |
| ms | milisegundos |
| MTR | Modelado del terreno residual |
| NASA | National Aeronautics and Space Administration |
| NGA | National Geospatial-Intelligence Agency |
| O-C | Observado-Calculado |
| pág. | página |
| PB | Placa de Bouguer |
| POSGAR | Posiciones Geodésicas Argentinas |
| SIRGAS | Sistema de Referencia Geocéntrico para las Américas |
| SLR | Satellite Laser Ranging |
| SRTM | Shuttle Radar Topography Model |
| TRS | Terrestrial Reference System |

VLBI Very Long Baseline Interferometry
WGS World Geodetic System

Es un error capital el teorizar antes de poseer datos. Insensiblemente uno comienza a deformar los hechos para hacerlos encajar en las teorías, en lugar de encajar las teorías en los hechos.

Sherlock Holmes, en Escándalo en Bohemia.
Sir Arthur Connan Doyle

Capítulo 1

Introducción, motivación, problemas no resueltos que aborda esta tesis

Desde hace ya varios años se ha hecho hincapié en la determinación del geoide. Uno de los primeros en brindar una definición del mismo fue C. F. Gauss, atribuyéndole a éste ser coincidente con la superficie media de los océanos. Desde la fecha a la actualidad, esta definición ha cambiado debido a los fenómenos que hoy pueden advertirse y detectarse, los cuales necesariamente promueven un cambio de definición. De todas formas, este es un concepto no sólo vigente, sino que ha cobrado cada vez más importancia, al punto que no sólo se están comenzando a estudiar las variaciones temporales del geoide, sino que se está comenzando a implementarlo como origen de las redes verticales. Esto se logra mediante la definición del valor W_0 , el cual es el potencial que da origen a la superficie equipotencial llamada geoide.

La disponibilidad de alturas normales o sólo de alturas elipsóidicas con GPS (Global Positioning System) , en lugar de las alturas ortométricas, ha provocado que en muchas circunstancias, no se trabaje directamente con el geoide, sino con el cuasigeoide. Estos conceptos se abordarán en el capítulo 2.

En la provincia de Tierra del Fuego, desde el año 1998, se ha comenzado con el trabajo en pos de obtener un modelo de geoide local. La topografía accidentada, el clima riguroso y las dificultades de acceso a determinadas regiones de la isla, hacen muy compleja la posibilidad de contar con nivelación precisa.

La combinación “modelo de geoide + posicionamiento GPS”, posibilitará la realización de cualquier tarea que requiera nivelación precisa en cualquier parte de la isla. De allí que, además del interés científico en realizar esta tarea de investigación en una región con pocos estudios previos, este estudio aportará un recurso básico para su aplicación práctica en la región.

La mayor parte de estos esfuerzos encarados por grupos de la Facultad de Ciencias Astronómicas y Geofísicas de La Plata (FCAGLP) con ayuda del IGN (ex IGM), han consistido

en la extensión de la nivelación, desde el continente hacia el interior de la isla, mediciones gravimétricas, y mediciones GPS con boyas sobre el Lago Fagnano. Esta última ha sido llevada a cabo en conjunto con el Institut für Planetare Geodäsie de la Universidad Técnica de Dresden. En todas estas actividades ha intervenido también la Estación Astronómica de Río Grande (EARG) con personal y apoyo logístico.

Los trabajos mencionados arriba, han dado lugar a la elaboración de modelos de geoide mayormente geométricos. Esto es, mediante la construcción de la diferencia entre la altura elipsóidica h y la ortométrica H , sobre todos los puntos de nivelación. Entre estos trabajos pueden citarse los de Del Cogliano et al. (2006), Perdomo y Hormaechea (1999), entre otros.

Otra información valiosa, es la consistente en mediciones de desviación de la vertical. En relación a esto, en Tierra del Fuego, no existen líneas o gran cantidad de puntos con este dato. Sólo se cuenta con las observaciones efectuadas en la EARG, con el Astrolabio de Danjon entre los años 1979 y 1988. En este sentido se han realizado varios trabajos entre los que cabe mencionarse los de Arias (1982) y Mondinalli et al. (1980 y 1985).

En esta tesis se expondrán los mecanismos desarrollados con el fin de obtener un nuevo modelo de geoide de precisión centimétrica, como producto de la combinación de información de GPS, nivelación y gravimetría. Para ello, se trabajó primeramente, sobre las coordenadas geodésicas de los puntos de nivelación porque son éstas las empleadas ya sea para el control de la precisión del nuevo modelo, o para su propia construcción. Por lo tanto, es de vital importancia contar con un marco único y preciso para el establecimiento de un modelo de geoide que cumpla con la precisión buscada. Estas son las cuestiones abordadas en el capítulo 3.

El potencial de gravedad, como se sabe, admite un desarrollo en armónicos esféricos cuyos coeficientes son cantidades observables del campo de gravedad terrestre. Cada grado del desarrollo puede relacionarse con la contribución en distintas longitudes de onda, o frecuencia. Estas contribuciones, deben tenerse cuidadosamente en cuenta al reducir los datos. Por ejemplo, la gravedad medida es una representación del campo de gravedad en longitudes altas, medias y bajas, mientras que los modelos geopotenciales, hacen su aporte en las altas y medias longitudes de onda.

Si un modelo geopotencial global (GGM) no posee buena información del campo sobre la región en consideración, al removerse éste, se estará contaminando la información medida por datos espúreos provenientes del modelo. A la inversa, si el modelo geopotencial es de alta calidad, al remover los efectos de terreno, conjuntamente con un GGM a grado y orden altos, se podría estar removiendo la alta frecuencia, dos veces. Sobre estas dos contribuciones, terreno y GGMs, se discutirá en los capítulos 4, 5 y 6.

Con el objeto de combinar la información, se ha trabajado sobre el método de la fuente equivalente. Los principios teóricos, como las aplicaciones de esta técnica, se presentarán en los capítulos 7 y 8. Este método es bastante conocido, pero no muy aplicado. Hemos decidido, seguir el planteo presentado por Cordell (1992) y Guspí et al. (2004).

Por último, se muestran en el capítulo 9, las reducciones necesarias que deben aplicarse sobre cantidades astronómicas, con el fin de obtener un valor de la desviación de la vertical, en la estación de Río Grande. El procedimiento que allí se describe, es el mismo que debería

ser aplicado para cuanto valor de la desviación de la vertical se deseara obtener en la isla. Entre los fenómenos a tener en cuenta, estarán los propios de una reducción estelar ligada a observaciones con un astrolabio, y aquellos debidos al movimiento del polo. El valor estimado de la desviación de la vertical, servirá como una evaluación externa, de la orientación de la superficie obtenida, en una determinada región.

Capítulo 2

Fundamentos teóricos y antecedentes

2.1. Introducción

Previo a las consideraciones sobre el geode gravimétrico y el geométrico, estableceremos los lineamientos generales del problema, que conllevan a uno y otro. Por lo que nos enfocaremos en los conceptos más amplios asociados al campo de la gravedad terrestre.

2.2. Campo Gravitatorio Terrestre

2.2.1. Definición

La fuerza que actúa sobre un cuerpo en reposo sobre la superficie terrestre es la resultante de sumar el efecto gravitacional y la componente centrífuga debida a la rotación terrestre.

Sea un punto P , ubicado a una cierta distancia l del origen según la configuración de la Fig. 2.1, la fuerza por unidad de masa que ejerce un diferencial de masa dm , de acuerdo con la segunda Ley de Newton es:

$$\vec{dF} = \frac{Gdm\vec{l}}{l^3} \quad (2.1)$$

con G la constante de gravitación universal.

El potencial resultante debido al total de masa M es:

$$V = \int_M \frac{Gdm}{l} \quad (2.2)$$

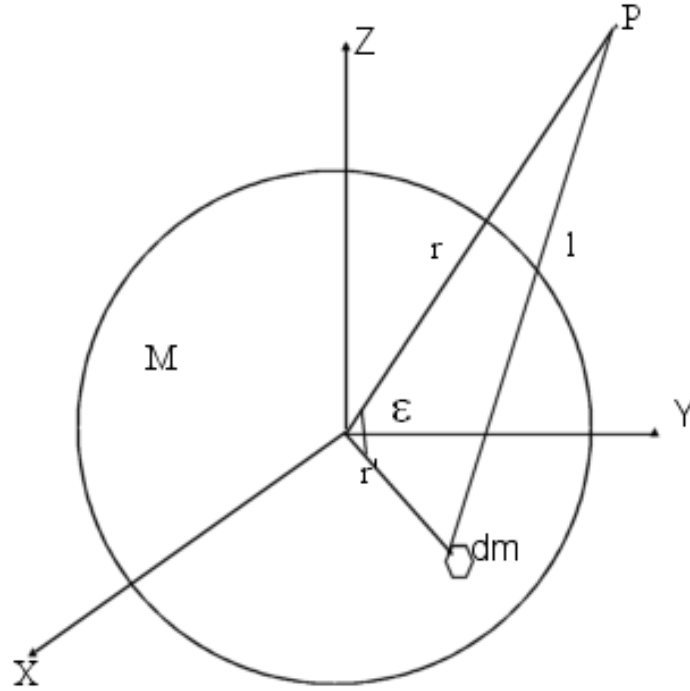


Figura 2.1: Atracción gravitatoria.

$$\text{con, } l^2 = r'^2 + r^2 - 2rr'\cos(\epsilon), \quad r > r'$$

Al desarrollar $\frac{1}{l}$ en potencias de $\cos(\epsilon)$ nos queda una expresión válida para cualquier sistema de referencia en término de los polinomios de Legendre.

Si ahora tomamos un sistema de referencia $[X, Y, Z]$, geocéntrico, y expresamos las coordenadas cartesianas en término de coordenadas esféricas (ϕ, λ, r) se obtiene:

$$V(r, \phi, \lambda) = \frac{GM}{r} + \frac{G}{r} \left\{ \sum_{n=1}^{\infty} P_n^0 K_n^0 \left(\frac{a}{r}\right)^n + \sum_{n=1}^{\infty} \sum_{m=1}^n \left(\frac{a}{r}\right)^n P_n^m(\sin(\phi)) \left(C_n^m \cos(m\lambda) + S_n^m \sin(m\lambda) \right) \right\} \quad (2.3)$$

donde a es el semieje mayor de un elipsoide adoptado como referencia, P_n^0 y P_n^m son respectivamente los polinomios de Legendre y los polinomios asociados de Legendre. Estos se calculan a partir de la posición del punto P , la cual está determinada por ϕ , λ y r .

Los coeficientes K_n^0 , C_n^m y S_n^m son funciones de la distribución de masa en la Tierra y se determinan observacionalmente.

Cuando el origen de coordenadas es el baricentro del sistema terrestre, se puede probar que no existen los términos armónicos de primer grado puesto que se corresponden exactamente con la posición del baricentro. Es así que la fórmula 2.3 queda reescrita como:

$$V(r, \phi, \lambda) = \frac{GM}{r} \left\{ 1 - \sum_{n=2}^{\infty} \left(\frac{a}{r} \right)^n \left[P_n^0 J_n^0 + \sum_{m=1}^n P_n^m(\sin(\phi)) \left(C_n^m \cos(m\lambda) + S_n^m \sin(m\lambda) \right) \right] \right\} \quad (2.4)$$

expresión en la que convenientemente se ha llamado $K_n^0 = -J_n^0$. Así escrito, el J_2^0 tiene significado físico pues es un factor que representa el aplastamiento dinámico polar.

La fuerza total que actúa sobre un cuerpo ubicado en la superficie terrestre, se debe a la suma de la atracción gravitacional y la centrífuga.

La fuerza centrífuga que actúa sobre una masa unitaria es $f = \omega^2 p$, siendo ω la velocidad angular de rotación terrestre y $p = \sqrt{x^2 + y^2}$, la distancia al eje de rotación. Esta fuerza puede también derivarse de un potencial que tiene la siguiente forma (Heiskanen & Moritz, pág. 47):

$$\Phi = \frac{1}{2} \omega^2 (x^2 + y^2) \quad (2.5)$$

En consecuencia, el potencial gravitatorio W puede escribirse como la suma de ambos potenciales.

$$W = V + \Phi = \int_M \frac{Gdm}{l} + \frac{1}{2} \omega^2 (x^2 + y^2) \quad (2.6)$$

y la gravedad real, resulta ser el gradiente del potencial de gravedad real:

$$\vec{g} = \nabla W \quad (2.7)$$

2.3. Superficies equipotenciales

2.3.1. El geoide

Se denominan *superficies equipotenciales* a aquellas tales que:

$$W(x, y, z) = cte \quad (2.8)$$

Existe entre todas las superficies equipotenciales, una con $W(x, y, z) = cte = W_0$ que define al *geoide* y ha sido descrita por C. F. Gauss como la superficie equipotencial del

campo gravitatorio terrestre que coincide con el nivel medio de los océanos. Realizando un análisis de esta definición, nos encontramos con un estado ideal de los océanos ya que Gauss supone a los mismos en un estado de reposo y en perfecto equilibrio. En la actualidad es bien sabido que aquello se trata de un estado idealizado pues los océanos soportan cambios debidos a las corrientes oceánicas y demás efectos cuasiestacionarios. Por ello, tomaremos la siguiente definición de geoide: “Se trata de la superficie equipotencial que mejor se ajusta al nivel medio de los mares en una determinada época” (Mather, 1978; Rapp, 1995a). Esta última definición se encuentra muy acorde con las líneas de investigación actuales puesto que las nuevas técnicas satelitarias cuentan con precisiones tales que permiten detectar las variaciones del campo de gravedad, y como consecuencia, variaciones del geoide.

Las superficies de nivel son diferentes según se hallen fuera de la Tierra o dentro de ella. Las exteriores admiten una expresión analítica, no así en el interior, pues aunque son continuas cambian drásticamente con la densidad.

Si llamamos líneas de fuerza, o de la plomada, a aquellas líneas que intersectan perpendicularmente a las equipotenciales, se advierte que éstas no son rectas sino curvas y la dirección del vector de gravedad es tangente a las líneas de fuerza en cada punto donde intersecta a la equipotencial.

Considerando \vec{n} la dirección tangente a la línea de fuerza (perpendicular a la equipotencial del campo) en el sentido que crecerían las alturas si se midieran desde el geoide (Fig. 2.2), el ángulo entre \vec{g} y \vec{n} es de 180° por lo que tendríamos:

$$g = -\frac{\partial W}{\partial n} \quad (2.9)$$

es decir, la magnitud del vector gravedad, es el valor que adopta la componente en la dirección normal de la derivada del campo de gravedad. Para mayor claridad, se presenta un esquema gráfico en la Fig. 2.2. Esta es una adaptación de la que se encuentra en Heiskanen & Moritz, 1977.

2.3.2. El elipsoide

Volviendo a la idea de la forma de la Tierra, previamente aproximada por el geoide, como segunda opción se la suele aproximar por un elipsoide de revolución.

El campo gravitatorio de este elipsoide es de fundamental importancia práctica pues es matemáticamente manejable y las desviaciones respecto del campo de gravedad real son pequeñas.

Asociado al elipsoide de nivel tenemos el potencial del elipsoide o potencial normal U , el cual es producido por un elipsoide que tiene una masa y una velocidad de rotación iguales a la de la Tierra; la misma diferencia de momentos y el mismo potencial que el geoide. Cabe destacar que existe un y sólo un elipsoide que reúna estas condiciones.

Análogamente al potencial gravitatorio, el potencial del elipsoide puede escribirse como la suma de un potencial gravitacional más uno centrífugo.

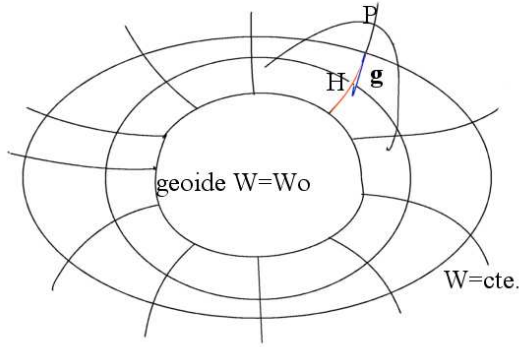


Figura 2.2: Campo de la gravedad terrestre, en el cual se muestra la dirección de las líneas de fuerza y la del vector de gravedad g . Adaptación de Heiskanen & Moritz, 1977.

Resumiendo, de acuerdo a lo expuesto por Heiskanen & Moritz (pág. 67), el potencial normal está determinado por:

1. La forma del elipsoide: semieje mayor (a), excentricidad (e) o aplastamiento (f).
2. La masa total M .
3. La velocidad angular de rotación ω .

Al igual que en el caso gravitatorio, admite un desarrollo en armónicos esféricos pero sólo de grado par debido a su simetría de revolución y a la simetría ecuatorial.

El concepto de superficies equipotenciales también es el mismo que para el geoide, sólo que ahora serán equipotenciales aquellas superficies que cumplan con la condición $U = cte$. Estas superficies reciben el nombre de *esferopotenciales* pero no son elipsoidales.

Las líneas de fuerza perpendiculares a las superficies esferopotenciales se conocen como líneas de la plomada normales y sobre la perpendicular al elipsoide se mide la altura elipsoidal. Esta altura puede ser determinada por métodos satelitales, por ejemplo, GPS.

Para el caso del elipsoide, una vez definido su potencial, podemos definir la gravedad normal $\vec{\gamma}_{n'}$,

$$\gamma_{n'} = -\frac{\partial U}{\partial n'} \quad (2.10)$$

con n' la componente en la dirección normal al elipsoide.

2.4. El potencial perturbador y su relación con la determinación del geoide

Si consideramos U , el potencial normal definido en la sección anterior

$$W(x, y, z) = U(x, y, z) + T(x, y, z) \quad (2.11)$$

Donde T es una cantidad pequeña frente a las otros dos y por eso recibe el nombre de *potencial perturbador*.

Comparemos ahora el geoide ($W = W_0$) con un elipsoide cuyo potencial sea igual al del geoide. Dado un punto P_0 sobre el geoide, lo proyectamos en dirección perpendicular al elipsoide sobre un punto Q_0 del mismo tal que $W_{P_0} = U_{Q_0}$ (Fig. 2.3). La distancia $\overline{P_0Q_0}$ es la altura del geoide u *ondulación del geoide*, denotada por N .

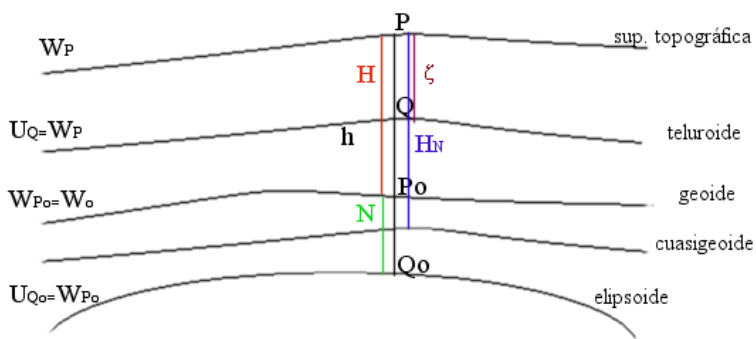


Figura 2.3: Gráfico de las superficies de referencia y alturas asociadas.

$U_{P_0} \neq W_{P_0} = W_0$, pero podemos hacer una aproximación a primer orden:

$$U_{P_0} = U_{Q_0} + \frac{\partial U}{\partial n} N = W_{P_0} - \gamma_n N \quad (2.12)$$

de esta manera es posible comparar los potenciales en el mismo punto, $W_{P_0} - U_{P_0} = T_{P_0}$. De acuerdo a lo comentado previamente, utilizando la ec. 2.12 y la condición $W_{P_0} = U_{Q_0}$, podemos escribir T_{P_0} de la siguiente manera:

$$T_{P_0} = W_{P_0} - U_{P_0} = W_{P_0} - U_{Q_0} - \frac{\partial U}{\partial n} N = -\frac{\partial U}{\partial n} N \quad (2.13)$$

con lo que:

$$T_{P_0} = -\frac{\partial U}{\partial n}N \quad (2.14)$$

$$N = \frac{T_{P_0}}{\gamma_{Q_0}} \quad (2.15)$$

La ecuación 2.15 se conoce como *Ley de Bruns* y establece que conociendo una cantidad dinámica como lo es el potencial perturbador es posible obtener una magnitud geométrica: N . El valor de la ondulación del geoide no excede en general los 100 m.

2.5. El geoide geométrico

La realización del geoide geométrico consiste básicamente en determinar la ondulación del geoide, N , mediante la diferencia $h - H$. Donde h es la altura elipsoidal y H , la altura desde el geoide a la superficie topográfica, denominada altura ortométrica.

La ondulación del geoide, de acuerdo con la Fig. 2.3, se puede escribir como:

$$N \approx h - H \quad (2.16)$$

N sería estrictamente igual a $h - H$, si las tres cantidades estuvieran medidas sobre la misma vertical. Pero, h y N son medidas sobre la normal al elipsoide de referencia, mientras H es medida sobre la normal al geoide. Estas normales no son coincidentes y el ángulo de separación entre ellas se conoce como desviación de la vertical. Este ángulo es de pocos segundos y se suele considerar despreciable, lo que permite pasar de la aproximación a la igualdad. En el cap. 9, se volverá sobre este tópico.

$$N = h - H \quad (2.17)$$

Aparte de las consideraciones sobre la definición de N , en la realidad surge el problema de la determinación de H . Ésta se define como la diferencia entre el potencial de la gravedad en P y el potencial de la gravedad en el geoide dividido por una gravedad media g_m , medida a lo largo de la línea de la plomada (Heiskanen & Moritz, pág. 166):

$$H = \frac{(W_0 - W_p)}{g_m} \quad (2.18)$$

y

$$g_m = \frac{1}{H} \cdot \int_0^H g(z) \cdot dH \quad (2.19)$$

donde $g(z)$ es el valor de la gravedad en un punto, situado a una distancia z de la superficie del geoide.

$W_0 - W_p$ se conoce como número geopotencial, C , y se mide en unidades geopotenciales, mientras que la gravedad se mide en gales y H en kilómetros (Torgue, pág. 80-82; Heiskanen, pág. 166).

g_m implica el conocimiento del valor de la gravedad verdadera en un punto intermedio entre el geoide y la superficie. Esto a su vez, requiere del conocimiento de la distribución interna de masas, hecho que es por completo, desconocido. Para su resolución, se suele emplear un valor de la gravedad proveniente de la reducción de Prey con el que se obtienen las llamadas alturas de Helmert (Heiskanen, pág. 167).

$$H_{Helmert} = \frac{C}{g + 0.0424.H} \quad (2.20)$$

donde g es la gravedad verdadera medida en P , y el denominador proviene de la integración de 2.19, asumiendo una densidad para la distribución de masas, de $2.67g/cm^3$.

En algunos países se opta por emplear otra cantidad, reducida en este caso, por la gravedad normal media a lo largo de la plomada normal, γ_m . Esta se conoce como altura normal H_N y se define de la siguiente manera (Heiskanen & Moritz, pág. 171):

$$H_N = \frac{C}{\gamma_m} \quad (2.21)$$

A diferencia de la gravedad verdadera, la gravedad normal es una cantidad perfectamente determinable ya que no depende de la distribución real de masas.

De la misma forma en que hicimos el planteo para un punto sobre el geoide, es posible efectuar un cálculo análogo para un punto en la superficie topográfica.

Por el punto P (Fig. 2.3) también pasa una superficie equipotencial, distinta al geoide, con potencial W_P . Asociada a ésta, podemos definir una esferopotencial tal que al pasar por un punto Q , se tenga que $W_P = U_Q$.

Luego si el potencial perturbador se escribe, de acuerdo a 2.11, como $W_P - U_P$, al efectuar un desarrollo a primer orden se tiene:

$$T_P = W_P - U_P = W_P - U_Q - \frac{\partial U}{\partial n}\zeta = -\frac{\partial U}{\partial n}\zeta \quad (2.22)$$

$$\zeta = \frac{T_P}{\gamma_Q} \quad (2.23)$$

ζ se conoce como anomalía de altura y γ_Q se obtiene a partir del valor de γ_0 sobre el elipsoide. γ_0 se calcula mediante la *Fórmula de Somigliana* (Heiskanen & Moritz, pág. 76)

$$\gamma_0 = \gamma_e \frac{(1 + \frac{b\gamma_p - a\gamma_e}{a\gamma_p} \text{sen}^2(\phi))}{\sqrt{1 - \frac{a^2 - b^2}{a^2} \text{sin}^2(\phi)}} \quad (2.24)$$

donde γ_e es la gravedad normal en el Ecuador, y γ_p la correspondiente a los polos.

La variación de la gravedad normal con la altura y la latitud de referencia, puede escribirse entonces como:

$$\gamma_Q = \gamma_0 \left[(1 - 2(1 + f + m - 2f \text{sen}^2(\phi)) \frac{h_Q}{a} + \frac{3}{a^2} h_Q^2) \right] \quad (2.25)$$

En estas ecuaciones intervienen las siguientes cantidades, que para GRS80 (Geodetic Reference System 1980), adoptan los valores que se listan a continuación:

$a = 6378137m$, semieje mayor

$b = 6356752.314m$, semieje menor

$f = 0.00335281068118$, aplastamiento geométrico

$m = 0.00344978600308$

De acuerdo con la notación hasta aquí seguida,

$$m = \frac{\omega^2 a^2 b}{GM} \quad (2.26)$$

Retomando 2.23, la relación entre ζ y H_N , es análoga a la existente entre N y H (ec. 2.17).

$$\zeta = H_N - h \quad (2.27)$$

En regiones planas, la diferencia entre H_N y H es prácticamente despreciable, no así en regiones de mayores elevaciones. Una forma de cuantificar esta diferencia es mediante la fórmula propuesta por Heiskanen & Moritz, 1967.

$$(\zeta - N) = -\Delta B.H \quad (2.28)$$

ΔB es la *anomalía de Bouguer*, expresada en gales, y depende del valor medio de la altura en el area de cálculo. Si H se expresa en km, la unidad de $\zeta - N$ resulta en metros.

Si se considera un valor máximo de anomalía de Bouguer de 63 mgales, junto con una altura máxima de 400 m sobre la region de la isla que cuenta con infomación tanto gravimétrica como de GPS/nivelación, la expresión 2.28 alcanza un valor de 2.5 cm. Si se intenta extender el cálculo a regiones de mayor altura, esta cantidad alcanza apenas los 6 cm, lo cual podría ser

un inconveniente para algunas aproximaciones que haremos más adelante, sino fuera que la precisión de la información con la que allí se podría contar, excede los 7 cm.

Mientras N se mide respecto del geoide, ζ se mide desde el *teluroide* (Fig. 2.3). De alguna manera se puede decir que el teluroide refleja la topografía puesto que está definido por aquellos puntos Q_i tales que $W_{P_i}=U_{Q_i}$ (P_i , puntos sobre la superficie topográfica). Cada Q_i pertenece a una superficie equipotencial diferente, lo que hace que el teluroide no sea una superficie equipotencial.

Es posible trasladar ζ al nivel del elipsoide, transformándose en este caso, en la altura sobre el elipsoide de otra superficie llamada *cuasigeoide*. El cuasigeoide es la superficie de referencia para las alturas normales de la misma manera en que el geoide lo es para las alturas ortométricas.

En el caso preciso de Tierra del Fuego, la diferencia entre la altura ortométrica y la altura normal, no supera el centímetro, al analizarse esta diferencia sobre las líneas de nivelación en la isla. Sobre ellas se tiene que $|N - \zeta| \leq 0.014m$ (Del Cogliano D., comunicación personal). Esto también se vió reflejado en el nuevo perfil medido por el IGN, en el año 2008, sobre la ruta B (sec. 3.2, Fig. 3.2) y cuyo procesamiento se explica en la siguiente sección.

2.5.1. Cálculo de alturas ortométricas y normales sobre la Ruta Provincial B

Se listan en la tabla 2.1, los valores de alturas normales y ortométricas pertenecientes a la nueva línea de nivelación 390, sobre ruta B, los que fueron calculados a partir de los valores de gravedad y cotas cedidos por el IGN.

| Punto | latitud [°] | gravedad | cota | H | H_N | $H - H_N$ |
|--------------|--------------|------------|---------|---------|---------|-----------|
| PF 28 N(383) | -53.82587222 | 981420.21 | 6.506 | | | |
| PF 1 N(390) | -53.85743904 | 981419.625 | 11.957 | 11.957 | 11.957 | 0.000 |
| PF 2 N(390) | -53.87710068 | 981407.275 | 53.317 | 53.317 | 53.318 | -0.001 |
| PF 3 N(390) | -53.92035757 | 981400.96 | 82.323 | 82.323 | 82.324 | -0.001 |
| PF 4 N(390) | -53.93054564 | 981404.98 | 44.063 | 44.064 | 44.063 | 0.001 |
| PF 5 N(390) | -53.95082208 | 981396.35 | 83.641 | 83.642 | 83.641 | 0.001 |
| PF 6 N(390) | -53.92279559 | 981389.89 | 108.986 | 108.987 | 108.987 | 0.000 |
| PF 7 N(390) | -53.93206385 | 981387.28 | 121.746 | 121.747 | 121.747 | 0.000 |
| PF 8 N(390) | -53.99217173 | 981392.3 | 97.930 | 97.931 | 97.930 | 0.001 |
| promedio | | | | | | 0.0001 |

Tabla 2.1: Valores de partida y valores de altura ortométrica y normal, obtenidos sobre la Ruta Provincial B. En la última columna se encuentran las diferencias entre ambas alturas, encontrándose el resultado, aún por debajo de lo encontrado para el resto de la isla. La razón de ello, es que esta tabla sólo incluye puntos situados en una región que puede considerarse llana.

Estos valores fueron procesados tomando como partida al punto fundamental número 28, de la línea 383 (PFN28(383)) siguiendo el procedimiento descrito a continuación.

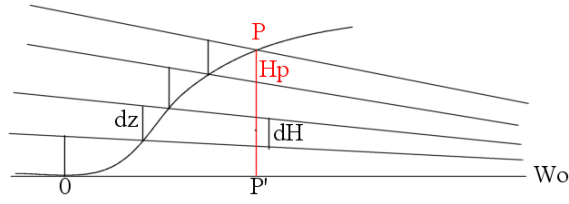


Figura 2.4: Esquema gráfico correspondiente a la nivelación clásica

En la Fig. 2.4 se aprecia el planteo correspondiente a la nivelación clásica con el objeto de obtener la altura ortométrica H , partiendo desde un punto ubicado sobre aquella superficie con $W = W_0$.

Cada una de las líneas que se muestran en la figura son líneas equipotenciales del campo de gravedad real.

Es importante distinguir que los desniveles dz , no son iguales a dH entre dos mismas equipotenciales. No obstante, se cumple que:

$$\int_0^P g dz = \int_{P'}^P g dH \quad (2.29)$$

y la integral de la derecha puede discretizarse en función de los n intervalos o desniveles, existentes entre el punto origen, 0 , y P .

$$\int_0^P g dz = \sum_{i=1, e/0yP}^n \bar{g}_{(i,i-1)} dH_{(i,i-1)} = W_0 - W_P = C_P \quad (2.30)$$

donde C_P es el número geopotencial y,

$$\bar{g}_{(i,i-1)} = \frac{(g_i + g_{i-1})}{2} \quad (2.31)$$

Aplicando el teorema del valor medio,

$$C_P = \int_{P'}^P g dH = g_m \int_{P'}^P dH = g_m H_P \quad (2.32)$$

Con lo cual, se tiene la altura ortométrica de P en función del número geopotencial C_P en el punto y el valor de la gravedad a mitad de camino entre P y P' .

$$H_P = \frac{C_P}{g_m} \quad (2.33)$$

Como ya se ha comentado antes, g_m es difícil de estimar, por lo que en su lugar se ha empleado el valor de la gravedad propuesta por Helmert (ec. 2.20), obteniendo entonces alturas de Helmert.

En el caso de la altura normal, la formulación es análoga a la anterior, con la diferencia que ahora, en el denominador, se emplea la gravedad normal media, en lugar de la gravedad media real, y dH es reemplazada por el correspondiente desnivel dH_N sobre la normal al elipsoide.

Sabemos que el potencial sobre la superficie del elipsoide, coincide con el potencial en el geoide; y que el potencial real en el punto P es igual al potencial normal en un punto Q sobre el cuasigeoide.

Bajo estas circunstancias:

$$C_P = W_0 - W_P = U_0 - U_Q = \int_0^Q \gamma dH_N \quad (2.34)$$

Aplicando nuevamente el teorema del valor medio,

$$H_N = \frac{C_P}{\gamma_m} \quad (2.35)$$

γ_m , es el valor medio de la gravedad normal, entre Q y su proyección sobre el elipsoide.

H , g_m , H_N , son los mismos de las ecuaciones 2.18, 2.19 y 2.21.

La formulación hasta aquí mostrada, es la que nos ha permitido obtener los valores de H y H_N presentados en la tabla 2.1.

2.5.2. Antecedentes de geoide geométrico en Tierra del Fuego

El grupo de geodesia satelitaria de la FCAGLP estableció por primera vez en el año 2001 (Del Cogliano et al., 2001), el primer modelo de geoide geométrico basado en observaciones de GPS y nivelación. Estos puntos que contaban con nivelación, pertenecían en parte a la red establecida por el IGN en el año 1998. Para la elaboración del modelo, la EARG sumó dos líneas de nivelación adicionales, que corrían sobre las actuales Rutas Provinciales, H y B, hecho que completaba, con dos perfiles E-O, al perfil N-S, correspondiente a las mediciones sobre la Ruta Nacional 3.

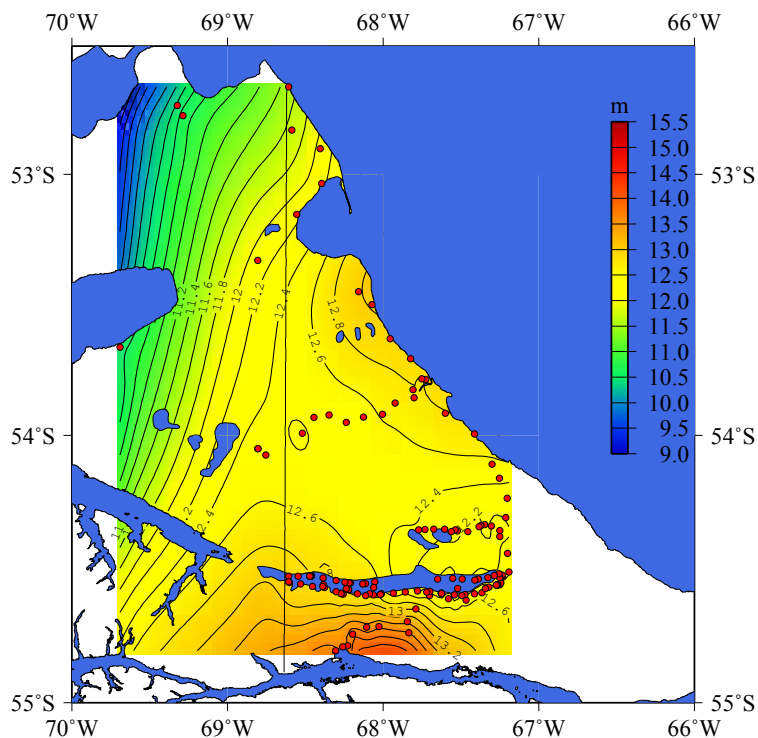


Figura 2.5: Gráfico de las ondulaciones geoidales observadas como resultado de la nivelación sobre la porción argentina, las boyas sobre el lago Fagnano y 6 puntos sobre el sector chileno. Unidades en m.

Posteriormente entre los años 2003 y 2005, se efectuaron mediciones con boyas GPS sobre el lago Fagnano. Este lago posee una extensión aproximada de 100 km en dirección E-O. Se ubica al sur de la isla de Tierra del Fuego compartiendo territorio con la República de Chile pero correspondiendo a la Argentina la región más extensa.

La distribución de las boyas abarcó 90 de los 100 km, que tiene el lago en longitud. Estas observaciones vinculadas a tres mareógrafos de presión ubicados sobre el lecho del lago, permitieron determinar su superficie media (Del Cogliano et al., 2007). Esta superficie, fue vinculada a la nivelación existente en la isla, mediante un punto sobre la zona sur-este del lado, obteniéndose una diferencia de 26.44 m entre la superficie media determinada para el lago y el origen de la nivelación.

La inclusión del lago en el modelo de geoide previo, sirvió para suplir, al menos en la parte sur de la isla, la carencia de información de nivelación sobre el sector oeste. Esta falta se produce por la difícil accesibilidad de la región.

El resultado arrojado por ambos modelos de geoide (con y sin el lago) fue muy coherente, pero puso en evidencia, la ausencia de datos aun en algunos sectores, como por ejemplo, la

zona centro-oeste. En esta región la extensión de los perfiles E-O no alcanzan el límite con Chile, pues la longitud de los mismos no supera los 40 km.

En el año 2008 el IGN sumó una nueva línea de nivelación sobre la Ruta Provincial B, permitiendo alcanzar el límite con Chile.

Luego de llevar todas las coordenadas geodésicas a un mismo marco, tal como será ampliado en el siguiente capítulo, el modelo resultante de GPS/nivelación, es el que se muestra en la Fig. 2.5 habiendo considerado 144 puntos, los que incluyen el total de puntos con GPS/nivelación sobre nuestro país, 6 puntos de misma característica en territorio chileno y 81 puntos ubicados sobre el lago Fagnano correspondientes a las boyas GPS.

Todos los perfiles con GPS/nivelación, incluidas las boyas sobre el lago Fagnano, se muestran en la Fig. 2.5. Si bien en esta también se han incorporado los 6 puntos sobre el sector chileno, sólo tres de estos, se emplearán durante la aplicación del método de fuentes equivalentes. La razón es que el método es sensible a las distancias, y los 3 puntos ubicados al oeste del meridiano de -69° , se encuentran muy alejados de área donde se cuenta con gravedad y GPS medidos concerniente a la porción argentina de la isla.

2.6. El geoide gravimétrico

El geoide gravimétrico, como su nombre lo indica, se basa en mediciones de gravedad y se apoya en la resolución de la ecuación fundamental de la geodesia física.

Si tomamos la ec. 2.2 y la derivamos dos veces respecto de cada una de las componentes, notaremos que si la derivada segunda se evalúa en el interior de las masas atractivas, obtenemos la ecuación de Poisson,

$$\Delta V = -4\pi G\rho \quad (2.36)$$

mientras que fuera de las masas atractivas, se cumplirá la ecuación de Laplace,

$$\Delta V = 0 \quad (2.37)$$

Las soluciones de la ecuación de Laplace son soluciones armónicas, por esta razón podemos decir que el potencial gravitacional es armónico en el espacio exterior. Una particularidad de las funciones armónicas es que son analíticas y una de las más simples es la solución fundamental $1/l$, la cual cumple con:

$$\lim_{l \rightarrow \infty} \frac{1}{l} = 0 \quad (2.38)$$

En las ecuaciones 2.36 y 2.37, ρ se corresponde con la densidad, l representa la distancia entre el punto de aplicación de la fuerza y el elemento de masa, y ΔV indica el laplaciano del potencial gravitacional.

Si consideramos una distribución de masas y S , la superficie que actúa de frontera tal que encierra a toda la masa, es posible llevar la integral de volumen 2.2, a una integral de superficie, con lo que el potencial queda unívocamente determinado por los valores que adopta en la superficie S , no dependiendo de la distribución interna de masas. Este es un teorema muy importante del que haremos uso más adelante y se conoce como *Teorema de Stokes*.

El teorema de Stokes nos dice que no existe una única distribución de masas que dé origen a V .

Con esto se concluye que el potencial gravitacional es armónico en el exterior de las masas. Si recordamos la expresión del potencial normal, se puede apreciar que este también es armónico por lo que el potencial perturbador, también lo es. Esto implica que fuera de las masas atractivas, se cumple que:

$$\Delta T = 0 \quad (2.39)$$

Existen dos cantidades asociadas directamente con las mediciones de gravedad. Siguiendo el esquema de la Fig. 2.2, ellas son:

- la *anomalía de gravedad*

$$\Delta g = g_{P_0} - \gamma_{Q_0} \quad (2.40)$$

- la *perturbación de gravedad*

$$\delta g = g_{P_0} - \gamma_{P_0} \quad (2.41)$$

Haciendo uso de 2.41, 2.9, 2.10 y suponiendo en estos dos últimos casos que las normales son coincidentes ($n = n'$), entonces,

$$\delta g = -\frac{\partial T}{\partial n} \quad (2.42)$$

Teniendo en cuenta, además, que sobre la dirección de n se miden las alturas, 2.42 puede reemplazarse por:

$$\delta g = -\frac{\partial T}{\partial h} \quad (2.43)$$

Haciendo un desarrollo de γ a primer orden

$$\gamma_{p_0} = \gamma_{Q_0} + \frac{\partial \gamma}{\partial h} \cdot N \quad (2.44)$$

Finalmente, combinando 2.44, 2.43, 2.40 y 2.15, se tiene que:

$$\Delta g = -\frac{\partial T}{\partial h} + \frac{1}{\gamma} \cdot \frac{\partial \gamma}{\partial h} \cdot T \quad (2.45)$$

Esta última expresión es la *ecuación fundamental de la geodesia física*. Tiene la forma de una ecuación diferencial parcial de tercera especie (problema de Dirichlet y de Neumann), sin embargo como Δg no se conoce en todo el espacio, sino en la superficie frontera, la cual en este caso es el geode, la ecuación 2.45 funciona como una condición de contorno sobre 2.39. Es por ello que el problema completo debe plantearse como:

$$\begin{cases} \Delta T = 0 \\ \Delta g = -\frac{\partial T}{\partial h} + \frac{1}{\gamma} \cdot \frac{\partial \gamma}{\partial h} \cdot T|_S \end{cases} \quad (2.46)$$

Resolver esta ecuación supone encontrar T . Luego con él, es posible estimar la ondulación del geode mediante la relación establecida entre ambas cantidades, por la ley de Bruns.

La determinación del geode gravimétrico, tiene como base fundamental, la resolución de 2.46 a partir del conocimiento de las anomalías gravimétricas sobre el geode.

En la aplicación práctica la gravedad debe ser reducida al nivel del geode ya que su valor sólo se conoce en la superficie terrestre, pero además no se tiene una superficie continua de información gravimétrica por lo que se suele trabajar con grillas.

2.6.1. Antecedentes de geode gravimétrico en Tierra del Fuego

Font & Tocho (2000) publicaron un modelo de geode gravimétrico a partir de 185 puntos de gravedad y GPS observados, distribuidos sobre el territorio de Tierra del Fuego. El mismo fue obtenido mediante la técnica remover-restaurar (Forsberg & Tscherning, 1981), habiendo empleado para ello el modelo geopotencial EGM96 (Lemoine et al., 1998) y el modelo digital de terreno con resolución de 3'x3', de la Universidad de Leeds.

Si bien no se contaba con alturas ortométricas, necesarias en el cálculo del modelo, estas fueron estimadas usando la relación 2.17. Se utilizó como valor de altura ortométrica conocida, aquella estimada a partir del modelo geopotencial. Con lo que se tuvo:

$$H_{calculada} = h - N_{egm96} \quad (2.47)$$

Entre este modelo y el geométrico (Fig. 2.5), se encontró una diferencia del orden de 50 cm. Comparando las figuras 2.5 y 2.6, se observa que en ambas, el sentido de las variaciones en la ondulación geoidal, no es exactamente el mismo. En la Fig.2.5, se aprecian gradientes N-S y NE-SO, mientras en la Fig. 2.6, los gradientes van en sentido N-S y NO-SE.

Las causas de estas discrepancias, podrían deberse a problemas de aliasing o propios de la utilización del modelo EGM96.

2.7. Modelo de geode o cuasigeoide combinado

Existen al menos dos técnicas que permiten combinar más de un observable del campo de la gravedad con el propósito de obtener, ya sea un modelo de geode o de cuasigeoide.

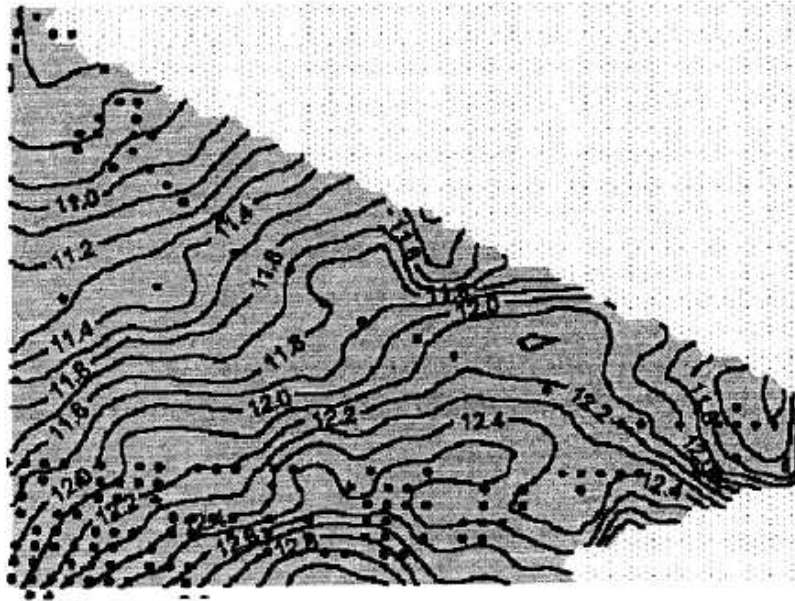


Figura 2.6: Modelo de geoide gravimétrico obtenido por Font y Tocho. **Fuente:** Font G., Tocho C., 2000.

Una es la *colocación por mínimos cuadrados*, y la otra es la de *masas puntuales* o *fuentes equivalentes*.

En esta tesis nos concentraremos en el último método a los fines de combinar gravedad observada, con la información proveniente de GPS/nivelación.

Un modelo de geoide puede ser generado por medio de la combinación de todos los observables posibles del campo gravitacional, no solamente a partir de la información proveniente de la nivelación y la gravimetría. Es común en la práctica, dejar algunos de estos observables de lado, a fines de evaluar los modelos.

Capítulo 3

El problema del marco de referencia y las correcciones necesarias a aplicar a las distintas observaciones para referir todo a un marco único

3.1. Reseña Histórica

La provincia de Tierra del Fuego contó con el primer marco de referencia geocéntrico del país medido con GPS. Desde 1993 a la actualidad la red geodésica de Tierra del Fuego ha sido periódicamente remedida, calculada con precisión creciente y densificada. Estas mediciones permitieron estimar por primera vez, en el año 1999, la velocidad relativa entre las placas de Scotia y Sudamericana. En la actualidad, no sólo se cuenta con 31 puntos, que componen la red geodésica, sino que se tiene velocidades para cada uno de ellos en un marco alineado con IGS05 .

A continuación se incluye una breve reseña histórica de la construcción de todos los marcos existentes en Tierra del Fuego hasta llegar al marco actual TDF08 (Mendoza, 2008).

3.1.1. La red TDF93

La red TDF93 se halla apoyada sobre el punto EARG GPS1, cuyas coordenadas fueron determinadas por Perdomo et al. (1994), durante la campaña MERIT-COTES del año 1984. El punto EARG fue ocupado con un receptor TRANSIT y las coordenadas resultantes quedaron expresadas en WGS72 (World Geodetic System 72). A partir de los parámetros de transformación entre los sistemas TRANSIT y WGS84 determinados por la DMA (Defense Mapping Agency) (Fell et al., 1992) pudieron obtenerse coordenadas para dicho punto. Esta transformación tuvo lugar, debido a que las coordenadas del punto EARG habían sido originalmente determinadas en el sistema TRANSIT.

TDF93 está constituida por un conjunto de 20 puntos distribuidos en toda la isla con distancias entre ellos de 30 km.

En aquel entonces, sobre los puntos se realizaron observaciones con receptores GPS de doble frecuencia y la duración de las sesiones no excedió las 3 horas, aunque todos los puntos fueron reocupados una segunda vez. La configuración resultante permitió que en cada figura triangular se tuviera una base independiente del resto lo cual permitió una buena estimación del error.

El procesamiento de las observaciones fue efectuado con un software comercial. Y a pesar de las dificultades del momento, el ajuste resultante determinó errores de 1 cm para las coordenadas horizontales y de 2 a 3 cm para la altura.

3.1.2. La red TDF95

En 1993 el IGN hizo extensiva a la isla el marco POSGAR94 por medio de cinco puntos: PENI, MUSH, VEGA, HITO y EARG. La precisión de éste fue menor comparada con la red provincial existente debido a la extensión y densidad de la primera; sin embargo constituía y constituye el primer intento de establecer un marco único para todo el país y extenderlo sobre la provincia más austral. Es por ello que se decidió vincular la red TDF93 a POSGAR94.

La vinculación se estableció mediante cuatro de los cinco puntos POSGAR94 con sesiones que no superaron las dos horas de observación. Durante la compensación de la red se excluyó MUSH debido a los errores que este ocasionaba en el ajuste de otros puntos. Las diferencias de la comparación TDF93-POSGAR94 para los puntos MUSH, VEGA y PENI indicaba un desacuerdo de 25 cm en la coordenada de MUSH. Al excluirse este último del ajuste final, resultó que la coordenada ajustada de MUSH presentó una diferencia de 26 cm respecto de la coordenada POSGAR94.

Los errores en las coordenadas resultantes no superaron los 1 y 2 cm en latitud y longitud, y los 5 cm en altura, este último alcanzado en un sólo punto. Cabe aclarar que para esta red, el punto correspondiente a HITO1 no se corresponde con el de la red TDF93 a causa de la destrucción del mismo, posterior al establecimiento de esta red. Se ha utilizado en este caso el mismo punto POSGAR.

3.1.3. El marco ITRF en la isla

El ITRF (International Terrestrial Reference Frame) como es sabido, materializa al ITRS (International Terrestrial Reference System) y es realizado mediante la combinación de soluciones de diferentes técnicas: VLBI, GPS, SLR, LLR y DORIS. La combinación de estas es facilitada por la coexistencia de dos o más técnicas en un mismo sitio (co-localización) y el producto resultante es un conjunto de puntos físicos con coordenadas y velocidades expresadas en el ITRS. Todas las técnicas contribuyen de manera diferente. En el caso de ITRF2000, la escala del sistema es definida por el promedio pesado de soluciones SLR y VLBI, DORIS, SLR y LLR son apropiadas para la determinación del geocentro ya que son sensibles a las perturbaciones orbitales debidas al campo de la gravedad. La orientación del sistema es efectuada

mediante los parámetros de orientación provistos por el IERS (International Earth Rotation Service).

La utilización de una u otra técnica para determinar los parámetros mencionados en el párrafo previo, varía de una realización a otra de los ITRF.

El ITRS es un sistema por definición geocéntrico y orientado de forma ecuatorial, es decir la dirección del eje Z es la del polo terrestre. Su orientación en el espacio está determinada por los parámetros de orientación terrestre y es solidario con el movimiento de rotación de la Tierra y con su traslación orbital.

En la actualidad asociado a su definición está el tiempo, de manera que se concibe un sistema cuatri-dimensional: tres coordenadas y el tiempo. Estos sistemas quedan caracterizados por el nombre y por la época de su definición.

Este marco fue el empleado para la referencia de algunas mediciones GPS sobre puntos de nivelación y para las observaciones GPS sobre el lago Fagnano, como se comentará en las secciones siguientes.

3.1.4. IGS05 y TDF08

A diferencia del ITRF, el IGS05 es producto de la combinación de las soluciones obtenidas únicamente con GPS y está alineado al ITRF mediante una transformación de 7 parámetros pero que no incluye la totalidad de estaciones involucradas en la definición del marco de referencia terrestre.

Originalmente recibió el nombre de IGB00 con un total de 99 estaciones, de las cuales se removieron 10, principalmente por causas relacionadas a la tectónica y al equipamiento. Luego en 2004, se propusieron unas 50 estaciones extra lo que dio lugar al marco IGS05 con 139 estaciones distribuidas en todo el globo (Ferland, 2006).

El marco IGS05 ha sido introducido en Tierra del Fuego, mediante las sucesivas remediciones y reprocesamientos de la red geodésica de la provincia. Recientemente, todas las observaciones acumuladas entre 1993 y 2008, fueron reprocesadas con Bernese GPS Software versión 5.0 (Beutler et. al, 2007). En este procesamiento se utilizaron modelos y productos coherentes entre sí y a lo largo de la serie temporal, como también consistentes con el marco IGS05. Durante el procesamiento de la red TDF08, fueron introducidas 9 estaciones IGS (Fig. 3.1), de las cuales sólo 6 se emplearon para definir el marco por ser las únicas que contaban con una solución en el marco IGS05: RIOG, LPGS, GOUG, OHIG, SANT e ISPA.

Para lograr la alineación con el marco global, se adoptó la estrategia de condiciones mínimas con el propósito de no deformar la red propia, pero de forma tal que el marco resultante, denominado TDF08, resultara alineado con el marco IGS05

La red geodésica de Tierra del Fuego, cuenta actualmente con 30 estaciones sobre el territorio de la isla, las cuales tienen posiciones y velocidades en IGS05, época 2000.0.

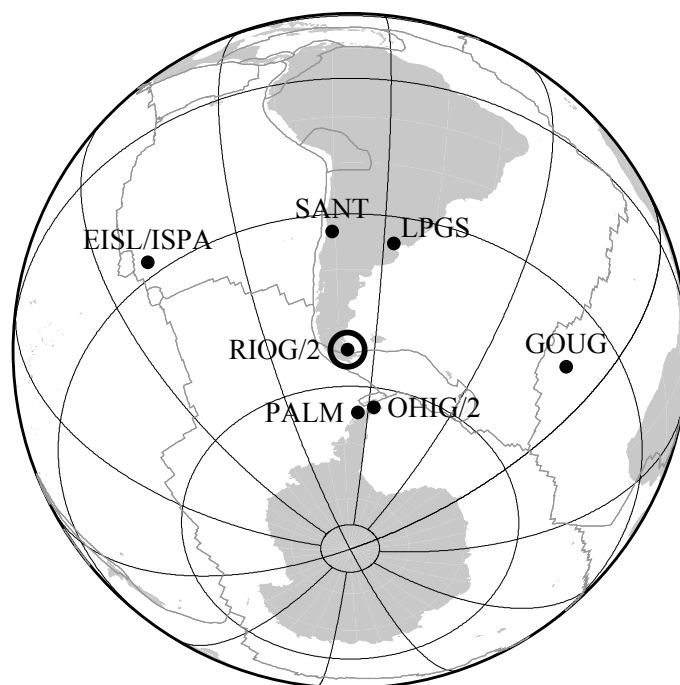


Figura 3.1: Distribución de las estaciones IGS empleadas durante el procesamiento y definición del marco TDF08. Como se aprecia, a partir de la ubicación de las estaciones IGS, el marco TDF08 se encuentra bien contenido dentro del conjunto de estaciones IGS involucradas. **Fuente:** Mendoza L. 2008, tesis doctoral.

3.2. Situación actual de los marcos sobre las redes de nivelación

Desde el año 1998 también se han emprendido campañas GPS con el objetivo de contribuir al desarrollo de un modelo local de geoide (Del Cogliano et al, 2001). Estas consistieron en el posicionamiento GPS de puntos acotados pertenecientes a la red de nivelación del IGN. Las coordenadas GPS de los primeros puntos con nivelación incorporados, quedaron expresadas en TDF95. No obstante, posteriores mediciones geodésicas de puntos de nivelación fueron originalmente ajustados al marco ITRF97 y luego llevados, conjuntamente con el resto, a POSGAR98.

Con lo anterior, se agrega a los marcos anteriores, el marco POSGAR98. Este fue el resultado del reprocedamiento de las observaciones POSGAR93 y POSGAR94 efectuado por Juan Moirano y publicado en 1997 como parte de su tesis doctoral. POSGAR98 extiende sobre Argentina al sistema SIRGAS95, el cual densifica a ITRF94, época 1995.4. La vinculación a este sistema fue realizada por medio de cuatro puntos ubicados sobre el territorio nacional. Como conclusión del trabajo mencionado, se obtuvo un marco que materializa al sistema de referencia internacional con un error menor a 2 cm en latitud y longitud, y menor que 3 cm en altura.

En mayo de 2008, como parte de esta tesis, fueron observados con GPS, 21 puntos de

Puntos de la ruta B referidos a TDF08 época 2008.34

| Punto | Latitud S [° ′″] | | Longitud O [° ′″] | | $h[m]$ | $\sigma_\phi[mm]$ | $\sigma_\lambda[mm]$ | $\sigma_h[mm]$ | | |
|-----------|------------------|----|-------------------|-----|--------|-------------------|----------------------|----------------|------|------|
| PF1N(390) | -53 | 51 | 26.78055 | -67 | 48 | 6.0781 | 24.706 | 0.03 | 0.06 | 0.25 |
| PF2N(390) | -53 | 52 | 37.56246 | -67 | 55 | 25.96629 | 65.987 | 0.02 | 0.06 | 0.59 |
| PF3N(390) | -53 | 55 | 13.28724 | -68 | 0 | 13.07466 | 94.951 | 0.03 | 0.06 | 0.88 |
| PF4N(390) | -53 | 55 | 49.9643 | -68 | 7 | 36.3512 | 56.605 | 0.06 | 0.15 | 3.19 |
| PF5N(390) | -53 | 57 | 2.9595 | -68 | 14 | 14.82209 | 96.129 | 0.02 | 0.05 | 1.53 |
| PF6N(390) | -53 | 55 | 22.06412 | -68 | 20 | 48.73421 | 121.483 | 0.01 | 0.03 | 1.33 |
| PF7N(390) | -53 | 55 | 55.42984 | -68 | 26 | 36.60075 | 134.214 | 0.02 | 0.02 | 1.15 |
| PF8N(390) | -53 | 59 | 31.81821 | -68 | 31 | 7.3858 | 110.311 | 0.02 | 0.01 | 0.95 |

Tabla 3.1: Coordenadas obtenidas luego del procesamiento sobre la nueva nivelación en la Ruta Provincial B en el marco TDF08, época de observación 2008.34

nivelación, ubicados sobre la Rutas Provincial B (R. P. B) y Ruta Nacional 3 (R. N. 3).

Los puntos fueron ocupados con receptores doble frecuencia, T4700 y T4000 SSE. Las sesiones de observación tuvieron una duración de entre 24 y 30hs. Luego fueron procesados con software comercial (GPSurvey v. 2.35) y fueron referidas al nuevo marco de referencia existente en Tierra del Fuego, TDF08. Ocho, de estos 21 puntos, se corresponden con la nueva red de nivelación construida sobre la R. P. B (tabla 3.1).

Sobre la ruta B, en tanto, se tienen dos conjuntos de puntos con GPS y nivelación. La primera nivelación fue realizada en 2001 y consistió en una nivelación con estacas sobre las rutas provinciales, B y H (R. P. H), llevadas a cabo por la EARG. Estas actualmente no existen, pero se dispone de la información de nivelación y GPS recabada en aquel momento (Hormaechea, comunicación personal).

La segunda nivelación sobre ruta B, es una nivelación estándar efectuada por el IGN en 2008. Al comparar los resultados de GPS/nivelación de ambas campañas, entre sí mismos y con los modelos geopotenciales globales, se halló un desacuerdo importante, lo que resultó en la eliminación del viejo perfil. Estos resultados se mostrarán en el capítulo 5, conjuntamente con la discusión sobre los modelos geopotenciales globales.

En el análisis que sigue, al mencionarse la nivelación sobre la ruta B, se estará haciendo mención a la medición de 2008. Los resultados luego del procesamiento de las observaciones GPS correspondientes a estos 8 puntos se listan en la tabla 3.1, mientras que los relacionados con la nivelación se introdujeron en 2.5.1.

En la tabla 3.1, se han excluido de la misma, los puntos de la R. N. 3 por haberse medido, básicamente, con fines de control y completitud de las mediciones sobre esta última ruta. No obstante, estos han sido incluidos en el trabajo.

A diferencia de las observaciones efectuadas sobre la ruta 3, las realizadas sobre la R. P. B, aportan información de calidad, importantes para este trabajo por las razones que introducidas más arriba y que se ampliarán en el capítulo 5.

Por otra parte, se dispone de un conjunto de coordenadas de boyas GPS sobre el lago Fagnano, como ya se ha comentado en el capítulo 1, cuyas mediciones corresponden a los

años 2003, 2004 y 2005 habiéndose referido todas al marco ITRF2000, época 2003.0 (Richter 2006, comunicación personal).

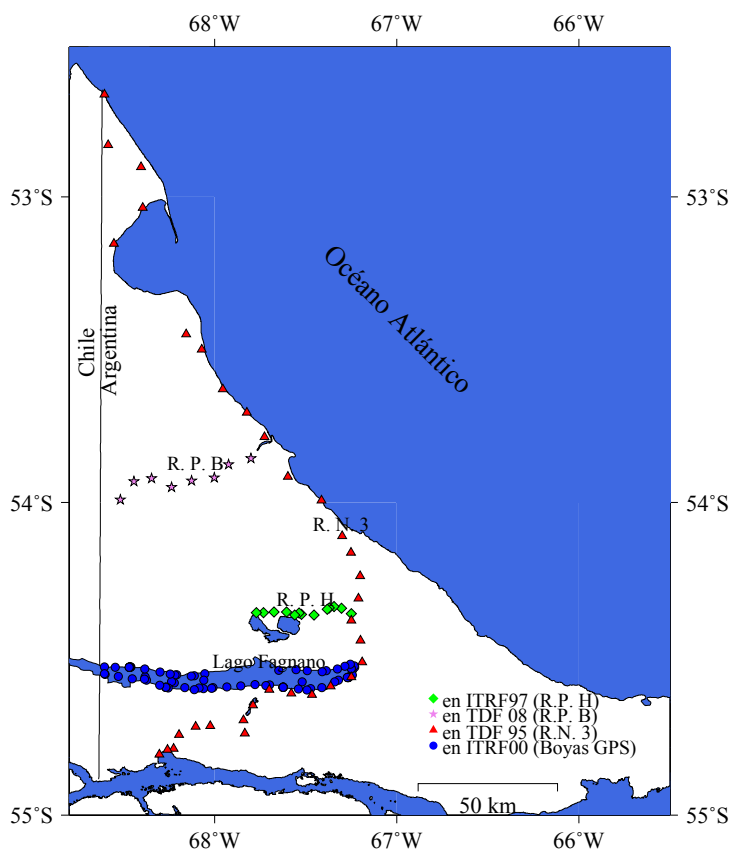


Figura 3.2: Líneas de nivelación sobre el territorio argentino conjuntamente con los marcos originales en los que se encontraban las coordenadas.

Lo mencionado hasta aquí permite deducir que la información geodésica no está dada en un marco común. El sector correspondiente a la R. N. 3, el cual data del año 1998, tiene coordenadas en TDF95. Las coordenadas originales de los perfiles sobre las rutas B y H, del año 2001, fueron referidas al marco ITRF97.

Se cuenta también con información de puntos GPS/nivelación sobre el sector Chileno, cuyas coordenadas están expresadas en SIRGAS. Estos son los únicos puntos que se han incorporado sin modificación por una cuestión de completitud sobre la isla y por tener un marco semejante al que se quiere establecer. Discusión semejante se hará en relación al origen de la nivelación.

Mientras tanto, el marco geodésico de la información gravimétrica disponible, fue TDF95.

La diversidad de marcos, aporta complejidad a la hora de homogeneizar la información, pero este es un trabajo imprescindible si lo que se quiere es estimar un modelo de geoide que

| Red1 a Red2 | O-C luego de ajuste de 3 parámetros | | | | Pts. | O-C luego de ajuste de 7 parámetros | | | |
|-------------|-------------------------------------|---------------------|---------------|----------------------|------|-------------------------------------|---------------------|---------------|----------------------|
| | $\sigma_\phi(m)$ | $\sigma_\lambda(m)$ | $\sigma_h(m)$ | $\sigma_{ajuste}(m)$ | | $\sigma_\phi(m)$ | $\sigma_\lambda(m)$ | $\sigma_h(m)$ | $\sigma_{ajuste}(m)$ |
| TDF93-TDF95 | 0.02 | 0.02 | 0.01 | 0.02 | 19 | 0.00 | 0.01 | 0.01 | 0.01 |
| TDF93-TDF08 | 0.01 | 0.01 | 0.07 | 0.04 | 16 | 0.01 | 0.01 | 0.05 | 0.03 |
| TDF95-TDF08 | 0.03 | 0.02 | 0.07 | 0.05 | 16 | 0.01 | 0.01 | 0.05 | 0.03 |
| PG94-PG98 | 0.03 | 0.03 | 0.19 | 0.11 | 4 | 0.03 | 0.01 | 0.15 | 0.12 |
| PG94-PG98* | 0.04 | 0.04 | 0.19 | 0.11 | 3 | 0.03 | 0.01 | 0.00 | 0.03 |
| TDF98-TDF08 | 0.01 | 0.01 | 0.16 | 0.09 | 16 | 0.01 | 0.01 | 0.03 | 0.02 |

Tabla 3.2: Análisis estadístico de los residuos luego de las transformaciones de 3 y 7 parámetros entre los puntos comunes a las redes involucradas en cada caso. Se destaca la mínima diferencia existente entre las transformaciones de 3 y 7 parámetros, respecto a TDF08, para los marcos TDF93 y TDF95, lo que implica una buena alineación entre estos marcos. PG94-PG98* sin MUSH

incluya toda la información, y más aun, si se desea comparar la solución de GPS/nivelación, con los modelos de geoide globales. Como conclusión de esta sección, en la Fig. 3.2, se muestran los marcos asociados a las sucesivas líneas de nivelación establecidas sobre el territorio argentino de la isla, incluyéndose en la misma figura, la distribución de las boyas sobre el Lago Fagnano.

3.3. Análisis comparativo entre los distintos marcos que coexisten en Tierra del Fuego

A continuación se presenta un análisis del acuerdo entre los distintos marcos de referencia presentados hasta el momento. Debido a las características del marco TDF08, densificación del IGS05 en la isla, y la calidad del mismo, se tomó éste como referencia para efectuar este análisis entre marcos. Por ello, a excepción de la diferencia POSGAR98-POSGAR94 (PG94-PG98), el resto será contrastado con TDF08.

Con el objeto de hacer la comparación, se llevaron las coordenadas de los puntos TDF08, comunes con las redes geodésicas anteriores, a la época media de observación de cada campaña, mediante el modelo de velocidades obtenido por Mendoza (2008). Se efectuaron entre ellas, transformaciones de 3 y 7 parámetros. En el caso de los 3 parámetros sólo se consideraron traslaciones. El mismo análisis se realizó con respecto a las diferencias entre POSGAR98 y POSGAR94, haciendo uso de los cuatro puntos en común que se ubican sobre la isla.

Una última comparación se hizo entre TDF08 y el que llamaremos TDF98. Este último se obtuvo reajustando las observaciones que originaron la red TDF93, con el software original (FILLNET) con que se habían procesado estos datos, al marco POSGAR98 materializado por HITO, VEGA y EARG. A diferencia de las transformaciones aplicadas hasta aquí, en este último caso se empleó la época 1995.4 para las coordenadas TDF08, que es la época de referencia de las coordenadas POSGAR98 y no se utilizó el punto MUSH debido al desacuerdo que presentó este punto (~ 7 cm) entre el ajuste que lo incluye y aquel que no, proveniente de la comparación entre los marcos POSGAR.

En la tabla 3.2, se muestran los r.m.s obtenidos en cada coordenada, luego de los respectivos ajustes. Se observa un buen acuerdo entre las diferentes redes, excepto para PG94-PG98.

De la tabla 3.2, se aprecia también, el buen ajuste que presentan las dos redes primarias de Tierra del Fuego (TDF93 y TDF95) respecto del marco TDF08, el cual tiene una calidad ciertamente mayor a la de estos dos. En ambas comparaciones se aprecian desvíos grandes en altura, que alcanzan los 7 cm. Estos son productos de la inclusión de la observación en la estancia Cullen (CULL). Cuando ésta es removida del ajuste, el desvío disminuye aproximadamente a 4 cm.

Podría decirse que TDF98 es el marco que mejor se ajusta a TDF08, sin embargo, esto implica un costo adicional ya que requiere de una transformación de siete parámetros.

Por estas razones, teniendo en cuenta que nuestro interés reside en los puntos de GPS/nivelación, no se emplearon las coordenadas expresadas en POSGAR98, sino que se recuperaron las coordenadas en los marcos originales, TDF95 e ITRF97, y se las refirió al nuevo marco, TDF08.

3.4. Proceso de unificación del marco

Según lo expresado hasta el momento, es clara la necesidad de homogeneizar la información proveniente de GPS, en Tierra del Fuego. Por las razones expresadas en la sección anterior no se utilizaron las coordenadas en POSGAR, sino que se partió de las coordenadas en los marcos originales y se las transformó a TDF08. Este marco, tiene la virtud de poseer velocidades absolutas, lo que facilitó la conversión entre épocas.

Al trabajar con las coordenadas geodésicas de los puntos de nivelación, las transformaciones aplicadas fueron hechas sólo sobre los marcos TDF95 e ITRF97.

Para los puntos con coordenadas expresadas en TDF95, se aplicó una transformación de 3 parámetros dado que no se advirtieron diferencias importantes en la calidad de las transformaciones entre esta red y TDF08 ($\sigma = 0.05\text{m}$ para el ajuste con 3 parámetros y 0.03m para el de 7).

Nuestra area de estudio comprende unos 120000 km^2 , lo que indica que es pequeña. Realizar una transformación entre marcos, cuando el número de estaciones del que se dispone es bajo y además su distribución no es global, puede derivar en deformaciones de las redes. De manera que aunque una transformación de 7 parámetros arroje los residuos más pequeños su aplicación sólo trae como consecuencia una deformación considerable. En nuestro caso, ésta implica rotaciones del orden de los $0.20''$. Es por esta razón que se ha optado por una transformación de 3 parámetros, la cual tiene un menor costo en términos de la deformación de la red.

En la Fig. 3.3, se muestra la distribución de los puntos pertenecientes a ambas redes, destacándose, 16 puntos en común. Por el tamaño de las redes, no se justificaba una transformación de 7 parámetros, por lo que se aplicó la siguiente traslación:

$$\Delta x = 0.6673m \pm 0.011m \quad \Delta y = -1.0569m \pm 0.035m \quad \Delta z = -0.3114m \pm 0.034m$$

Estos valores son el resultado del ajuste entre la red TDF95 y la red TDF08 disponible en Tierra del Fuego y cuyo análisis fue descrito anteriormente.

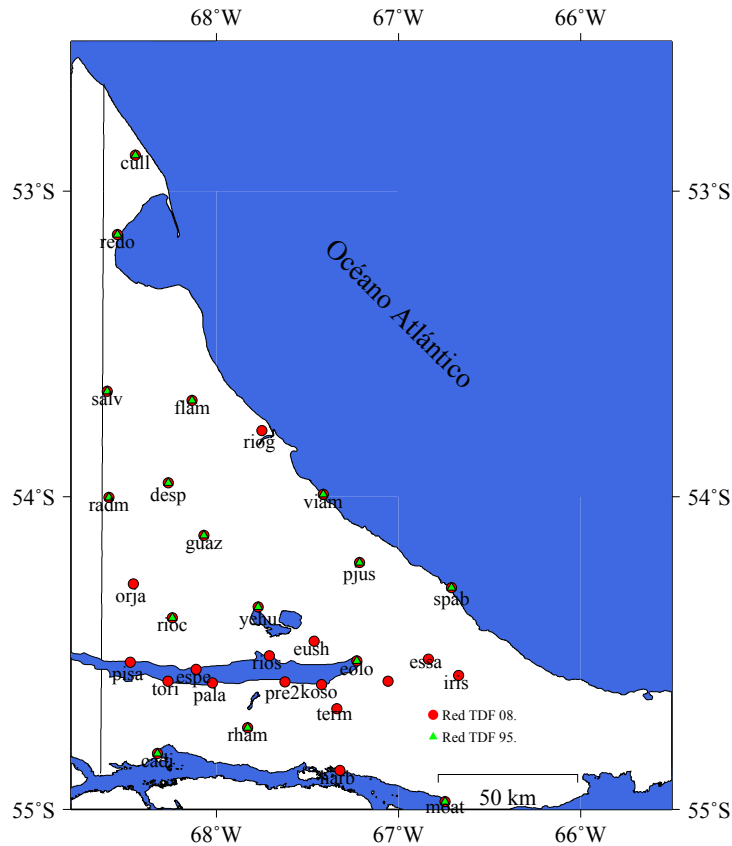


Figura 3.3: Mapa de la distribución de puntos pertenecientes a las redes TDF95 y TDF08.

En el caso de los puntos con coordenadas ITRF97, la obtención de coordenadas IGS05 no fue directa. Se efectuaron tres transformaciones en el siguiente orden:

- 1- ITRF97 a ITRF00
- 2- ITRF00 a ITRF05
- 3- ITRF05 a IGS05

Sobre las coordenadas de las boyas GPS, sólo se aplicaron los últimos dos pasos, dejando como época, la época central 2003.0. Esta fue la época a la que se llevaron finalmente todas las coordenadas transformadas, de acuerdo al procedimiento expuesto en esta sección.

A modo de ejemplo, y por ser la única transformación efectuada en esta tesis, por completo, desde la estimación de los parámetros hasta la transformación misma, se listan en la tabla

| Puntos de la ruta 3 referidos a TDF95 | | | | | | Puntos de la ruta 3 referidos a TDF08 época 2003.0 | | | | | | | |
|---------------------------------------|----|---------|--------------------|----|---------|--|-------------------|----|---------|--------------------|----|---------|---------|
| Latitud S [° ′ ″] | | | Longitud O [° ′ ″] | | | $h[m]$ | Latitud S [° ′ ″] | | | Longitud O [° ′ ″] | | | $h[m]$ |
| -52 | 39 | 32.6577 | -68 | 36 | 23.1316 | 64.032 | -52 | 39 | 32.6302 | -68 | 36 | 23.1181 | 65.033 |
| -52 | 49 | 38.2199 | -68 | 35 | 10.1746 | 100.712 | -52 | 49 | 38.1923 | -68 | 35 | 10.1611 | 101.711 |
| -52 | 54 | 3.2207 | -68 | 24 | 15.656 | 36.413 | -52 | 54 | 3.1931 | -68 | 24 | 15.6427 | 37.411 |
| -53 | 2 | 7.6798 | -68 | 23 | 42.057 | 17.129 | -53 | 2 | 7.6521 | -68 | 23 | 42.0436 | 18.125 |
| -53 | 9 | 18.5934 | -68 | 33 | 14.2476 | 16.933 | -53 | 9 | 18.5656 | -68 | 33 | 14.234 | 17.927 |
| -53 | 27 | 10.3807 | -68 | 9 | 26.5872 | 29.526 | -53 | 27 | 10.3527 | -68 | 9 | 26.574 | 30.516 |
| -53 | 30 | 9.279 | -68 | 4 | 20.836 | 19.243 | -53 | 30 | 9.251 | -68 | 4 | 20.8229 | 20.233 |
| -53 | 37 | 55.253 | -67 | 57 | 20.0618 | 19.064 | -53 | 37 | 55.2249 | -67 | 57 | 20.0488 | 20.052 |
| -53 | 42 | 31.6013 | -67 | 49 | 26.0168 | 18.635 | -53 | 42 | 31.5732 | -67 | 49 | 26.004 | 19.622 |
| -53 | 47 | 17.0162 | -67 | 43 | 36.8449 | 20.698 | -53 | 47 | 16.988 | -67 | 43 | 36.8321 | 21.684 |
| -53 | 54 | 59.7185 | -67 | 35 | 55.9441 | 25.704 | -53 | 54 | 59.6902 | -67 | 35 | 55.9315 | 26.689 |
| -53 | 59 | 38.6704 | -67 | 24 | 49.133 | 20.646 | -53 | 59 | 38.642 | -67 | 24 | 49.1206 | 21.63 |
| -54 | 6 | 30.7363 | -67 | 18 | 2.8898 | 43.322 | -54 | 6 | 30.7079 | -67 | 18 | 2.8774 | 44.304 |
| -54 | 9 | 43.5634 | -67 | 15 | 7.4506 | 50.42 | -54 | 9 | 43.5349 | -67 | 15 | 7.4383 | 51.402 |
| -54 | 14 | 16.0706 | -67 | 12 | 8.5562 | 47.538 | -54 | 14 | 16.0421 | -67 | 12 | 8.544 | 48.519 |
| -54 | 18 | 36.7489 | -67 | 12 | 41.4444 | 99.267 | -54 | 18 | 36.7204 | -67 | 12 | 41.4321 | 100.247 |
| -54 | 22 | 51.0057 | -67 | 15 | 3.1271 | 197.787 | -54 | 22 | 50.9771 | -67 | 15 | 3.1148 | 198.765 |
| -54 | 26 | 40.0158 | -67 | 12 | 3.1549 | 109.847 | -54 | 26 | 39.9872 | -67 | 12 | 3.1426 | 110.824 |
| -54 | 30 | 51.2782 | -67 | 11 | 24.9264 | 127.437 | -54 | 30 | 51.2495 | -67 | 11 | 24.9141 | 128.414 |
| -54 | 33 | 41.3488 | -67 | 15 | 0.242 | 73.02 | -54 | 33 | 41.3218 | -67 | 15 | 0.23 | 73.985 |
| -54 | 35 | 29.1442 | -67 | 21 | 52.221 | 52.621 | -54 | 35 | 29.1171 | -67 | 21 | 52.2089 | 53.586 |
| -54 | 36 | 7.5719 | -67 | 42 | 2.7645 | 99.87 | -54 | 36 | 7.5449 | -67 | 42 | 2.752 | 100.834 |
| -54 | 36 | 48.0555 | -67 | 34 | 45.1263 | 106.12 | -54 | 36 | 48.0285 | -67 | 34 | 45.1139 | 107.084 |
| -54 | 37 | 6.8809 | -67 | 28 | 1.5232 | 87.475 | -54 | 37 | 6.8538 | -67 | 28 | 1.511 | 88.439 |
| -54 | 39 | 4.8863 | -67 | 47 | 22.9556 | 167.854 | -54 | 39 | 4.8593 | -67 | 47 | 22.943 | 168.817 |
| -54 | 41 | 55.4297 | -67 | 50 | 34.8509 | 393.23 | -54 | 41 | 55.4026 | -67 | 50 | 34.8382 | 394.192 |
| -54 | 43 | 3.1826 | -68 | 1 | 33.478 | 215.052 | -54 | 43 | 3.1556 | -68 | 1 | 33.465 | 216.013 |
| -54 | 43 | 10.5462 | -68 | 6 | 16.5667 | 301.272 | -54 | 43 | 10.5192 | -68 | 6 | 16.5536 | 302.233 |
| -54 | 44 | 28.3142 | -67 | 50 | 5.0603 | 147.269 | -54 | 44 | 28.2871 | -67 | 50 | 5.0475 | 148.23 |
| -54 | 44 | 43.801 | -68 | 11 | 44.256 | 157.74 | -54 | 44 | 43.774 | -68 | 11 | 44.2428 | 158.701 |
| -54 | 47 | 23.3232 | -68 | 13 | 38.0364 | 81.456 | -54 | 47 | 23.2961 | -68 | 13 | 38.0232 | 82.416 |
| -54 | 47 | 34.3807 | -68 | 15 | 32.8069 | 20.484 | -54 | 47 | 34.3536 | -68 | 15 | 32.7937 | 21.444 |
| -54 | 48 | 27.4275 | -68 | 18 | 16.5945 | 16.591 | -54 | 48 | 27.4004 | -68 | 18 | 16.5812 | 17.551 |

Tabla 3.3: Coordenadas originales y transformadas sobre los puntos con GPS y nivelación ubicados sobre la Ruta Nacional 3

3.3 las coordenadas de los puntos pertenecientes a la Ruta Nacional 3, sobre los cuales se aplicó la traslación escrita más arriba.

En los casos que correspondiera, los 3 y 7 parámetros fueron determinados con software propio, programado en fortran 77/90, y la conversión de coordenadas cartesianas a geodésicas fue resuelta con un método iterativo el cual, en la mayoría de los casos, sólo necesitó de 3 iteraciones.

Los parámetros aplicados son los que figuran en el capítulo 4 de la Nota Técnica 32 del IERS a excepción de los últimos (ITRF05-ITRF00 e IGS05-ITRF05), disponibles en el web mail del IGS.

A continuación se listan los parámetros empleados:

| Parámetros de transformación entre ITRF00 e ITRF97, época 1997.0 | | | | | | |
|--|------------|------------|-------------|-------------|-------------|-------------|
| T1[cm] | T2[cm] | T3[cm] | D[1E-9] | R1[mas] | R2[mas] | R3[mas] |
| 0.67 | 0.61 | -1.85 | 1.55 | 0.00 | 0.00 | 0.00 |
| T1[cm/año] | T2[cm/año] | T3[cm/año] | D[1E-9/año] | R1[mas/año] | R2[mas/año] | R3[mas/año] |
| 0.00 | -0.06 | -0.14 | 0.01 | 0.00 | 0.00 | 0.00 |

| Parámetros de transformación entre ITRF05 e ITRF00, época 2000.0 | | | | | | |
|--|------------|------------|-------------|-------------|-------------|-------------|
| T1[mm] | T2[mm] | T3[mm] | D[1E-9] | R1[mas] | R2[mas] | R3[mas] |
| 0.1 | -0.8 | -5.8 | 0.40 | 0.000 | 0.000 | 0.000 |
| T1[mm/año] | T2[mm/año] | T3[mm/año] | D[1E-9/año] | R1[mas/año] | R2[mas/año] | R3[mas/año] |
| -0.2 | 0.1 | -1.8 | 0.08 | 0.00 | 0.00 | 0.00 |

| Parámetros de transformación entre IGS05 e ITRF05, época 2000.0 | | | | | | |
|---|--------|--------|---------|---------|---------|---------|
| T1[mm] | T2[mm] | T3[mm] | D[1E-9] | R1[mas] | R2[mas] | R3[mas] |
| 1.6 | -0.2 | 2.4 | -1.85 | -0.011 | -0.007 | 0.000 |

En el último caso, no se consideró la tasa de variación de los parámetros por coincidir ambos marcos en cuanto a la velocidad de las estaciones.

Los parámetros antes escritos son los necesarios para una transformación estándar de 7 parámetros, entre las distintas realizaciones de un TRS (Terrestrial Reference System).

De acuerdo con la teoría, sea \vec{X}_1 el vector de coordenadas en el sistema 1 y sea \vec{X}_2 el vector de coordenadas en el sistema 2, la transformación necesaria para ir de 1 a 2 es:

$$\vec{X}_2 = \vec{T}_{1,2} + \Lambda_{1,2} R_{1,2} \vec{X}_1 \quad (3.1)$$

Siendo $\Lambda_{1,2}$ el factor de escala, $\vec{T}_{1,2}$ el vector de traslación y $R_{1,2}$, la matriz de rotación entre ambos sistemas.

Teniendo en cuenta que el producto del factor de escala, con los elementos de la matriz de rotación, conlleva a cantidades despreciables, el IERS hace uso de estas fórmulas de manera linealizada reescribiéndola como:

$$\vec{X}_2 = \vec{X}_1 + \vec{T} + D \vec{X}_1 + R \vec{X}_1 \quad (3.2)$$

Con $\vec{T} = (T_1, T_2, T_3)$ representando una traslación; $D = (1 - \Lambda_{1,2})$ el factor de escala y la siguiente matriz R , correspondiente a una rotación.

$$R = \begin{pmatrix} 0 & -R_3 & R_2 \\ R_3 & 0 & -R_1 \\ -R_2 & R_1 & 0 \end{pmatrix}$$

Esta matriz, según la notación anterior, se puede expresar como $R_{1,2} - I$, siendo I la matriz identidad.

Finalmente, sea P cualquiera de los parámetros involucrados (componentes de la traslación, rotación o factor de escala),

$$P(t) = P(\acute{e}poca) + \dot{P}(t - \acute{e}poca) \quad (3.3)$$

Al nivel de las velocidades, la transformación lineal se obtiene diferenciando (3.2) respecto del tiempo. Despreciando los términos $D\dot{\vec{X}}_1$ y $R\dot{\vec{X}}_1$ se obtiene:

$$\dot{\vec{X}}_2 = \dot{\vec{X}}_1 + \dot{\vec{T}} + \dot{D}\vec{X}_1 + \dot{R}\vec{X}_1 \quad (3.4)$$

En el presente trabajo, debido al sentido en el que son brindados los parámetros de transformación, esta fue efectuada, en todos los casos, en el sentido inverso donde luego de suponer $(1 + D)^2 \approx 1$:

$$\vec{X}_1 = \vec{X}_2 + \vec{T}' + D'\vec{X}_2 + R'\vec{X}_2 \quad (3.5)$$

$$\dot{\vec{X}}_1 = \dot{\vec{X}}_2 + \dot{\vec{T}}' + \dot{D}'\vec{X}_2 + \dot{R}'\vec{X}_2 \quad (3.6)$$

con D' y R' reescritas en función de los parámetros publicados por el IERS.

$$D' = \frac{1}{1 + D} \quad \dot{D}' = -\dot{D} \quad (3.7)$$

$$R' = R^T \quad \dot{R}' = \dot{R}^T \quad (3.8)$$

$$\vec{T}' = -\frac{(I + R)^T \vec{T}}{1 + D} \quad \dot{\vec{T}}' = -\frac{R^T \dot{\vec{T}}}{1 + D} - \frac{(I + R)^T \dot{\vec{T}}}{1 + D} + (I + R)^T \vec{T} \dot{D} \quad (3.9)$$

De esta forma, la transformación inversa no sólo guarda linealidad sino que permite hacer uso directo de los parámetros publicados por el IERS.

Capítulo 4

Mediciones gravimétricas, el modelo de terreno y la reducción de los datos gravimétricos

4.1. Introducción

En los capítulos anteriores se han explicado los pasos concernientes con la reducción de los datos obtenidos con GPS y nivelación, en éste se realizará lo propio con la información de gravedad.

4.1.1. Metadata

Para la realización del presente trabajo se han utilizado distintas fuentes de información: 144 puntos con datos entre los que se cuenta, la información de GPS/nivelación y observaciones GPS sobre el lago Fagnano, resultantes de distintas campañas de medición provistos por el Departamento de Astrometría de la FCAGLP y por el IGN. A éstos deben sumarse un total de 610 puntos de gravedad observada, cedidos tanto por las dos instituciones antes mencionadas, como también por el Departamento de Gravimetría de la FCAGLP y por el InGeoDaV (Instituto de Geofísica Daniel A. Valencio), de la Universidad Nacional de Buenos Aires.

Para hacer uso de la información fue necesario compatibilizar las distintas fuentes ya que los datos de gravedad se encontraban en distintos sistemas; los correspondientes al IGN estaban expresados en el sistema POTSDAM, mientras que los restantes en IGSN71 (International Gravity Standardization Net 1971). Esto se pudo identificar mediante cuatro puntos coincidentes, de los que se desprendió la diferencia existente entre uno y otro, por lo que mediante una corrección de 14.93 miligales se llevaron los datos de gravedad al sistema IGSN71.

Del total de puntos sólo se emplearon aquellos cuya longitud fuera menor a $66^{\circ}.5$ O. Esta elección estuvo fundamentada en la siguiente problemática: con ellas, sería necesario construir

un conjunto de anomalías de Bouguer las cuales serían calculadas a partir del conocimiento de la altura ortométrica. No obstante, esta debía ser calculada de alguna manera ya que las estaciones gravimétrica no contaban con información de alturas provenientes de la nivelación.

Con esta selección, exceptuando los puntos cuya longitud es mayor a $66^{\circ}.5$ O, el resto quedó contenido en una región donde existían ondulaciones geoidales conocidas. Esto, conjuntamente con las diferencias de las mismas con el modelo geopotencial EGM2008 (Pavlis et al., 2008) a grado y orden 2190, permitió construir un modelo de transformación de alturas y asignar de esta forma, altura ortométrica a los puntos con gravedad observada.

En este modelo de transformación de alturas obtenido geoméricamente sólo intervinieron los datos observados en tierra.

Debido al papel que juegan en la determinación de las anomalías de Bouguer, los errores en las alturas implicadas en esta corrección no afectan de manera drástica al valor de las anomalías. Es decir, que teniendo en cuenta la dependencia de las anomalías de Bouguer con la altura, errores que no superen el decímetro en ésta última, no afectarán de manera apreciable a los valores de las anomalías.

Sobre el modelo de transformación de alturas empleado para la estimación de alturas ortométricas en los puntos de gravedad, podemos decir lo siguiente: este se basó en el software elaborado por Mendoza, en el año 2001, y que fuera aplicado en la provincia de Buenos Aires. Este requería de dos grillas: una, consistente en las ondulaciones del modelo geopotencial elegido; la segunda, contenía las diferencias entre el valor de ondulación observada y la del modelo propuesto. Luego, mediante interpolación bilineal, se podía estimar el valor de altura "ortométrica" a partir del ingreso de las coordenadas geodésicas de un punto. De esta manera, conociendo h , y determinando N con el software, se determinaba H .

Esto último será lo aplicado sobre los puntos con gravedad observada, los que sólo disponen de información de coordenadas geodésicas.

4.2. El modelo de terreno

Para modelar los efectos producidos por la topografía se decidió emplear el modelo digital de elevaciones SRTM 3 (Shuttle Radar Topography Model) de 3 segundos de resolución (90 metros en el ecuador). La razón que fundamentó esta elección es que la región de aplicación posee una topografía cambiante y este era el mejor modelo topográfico, y con mayor resolución del que se disponía durante la realización de esta tesis.

La misión SRTM (Far et al., 2007) ha sido un proyecto conjunto entre la NASA, la Agencia Nacional de Inteligencia-Geoespacial (NGA), el Jet Propulsion Laboratory (JPL) y las agencias de inteligencia espacial de Italia y Alemania.

Consistió en el sobrevuelo de un transbordador espacial cargado con dos antenas preparadas para hacer interferometría radar, permitiendo adquirir datos suficientes para elaborar un Modelo Digital de Elevación (MDE) con una cobertura del 80% de las masas terrestres, ubicadas entre 60° N y 56° S y con una resolución espacial de 1 arc (30 m x 30 m).

Durante el proceso de reducción de los datos, se adoptó como sistema global, WGS84, y como referencia vertical, la superficie del geoide derivada del modelo geopotencial EGM96 (Lemoine et al., 1998) a grado y orden 360.

En el año 2003, la NASA, junto con el JPL, lanzaron un modelo con resolución espacial de 3 segundos de arco para todo el globo, el SRTM3, exceptuando Estados Unidos, en cuyo caso, la resolución alcanzó el segundo de arco.

A pesar de la cobertura y densidad alcanzada, existen algunas regiones donde hay ausencia de información o son conflictivos, como en los perfiles costeros, donde se produce la transición entre el agua y el continente.

Los datos utilizados en este trabajo, fueron bajados vía ftp del sitio web del CGIAR-CSI (Jarvis et al., 2004). La versión provista por esta institución es, en términos generales, una versión mejorada de los datos provistos por el JPL. El CGIAR ha aplicado sobre los datos originales, diversos algoritmos con el objetivo de llenar los blancos que tuviera el modelo original, aportándole a éste una superficie continua. Las ausencias de datos más importantes se ubican sobre Nepal y parte de los Andes. Parte de este vacío se sitúa en la zona de Mendoza, y en el caso de Tierra del Fuego, se aprecia la ausencia de información en las regiones costeras, en particular sobre la costa del océano Atlántico y en la región de Bahía Inútil y Seno Almirantazgo (ver Fig. 4.1). En el resto de la isla, el modelo no muestra ausencia de información.

Los datos del SRTM3 brindados por el CGIAR se encuentran disponibles en grillas de $5^{\circ} \times 5^{\circ}$, en formato ASCII y GIF. Para los fines de este trabajo, se extrajo de la base del CGIAR la grilla ASCII de $5^{\circ} \times 5^{\circ}$ que cubría la región de la isla y la porción sur de la República Argentina. Los límites de esta grilla, que de ahora en más constituirá el modelo denso, fueron llevados a: $70^{\circ} \text{O } 65^{\circ}.5 \text{O } 55^{\circ} \text{S } 52^{\circ}.5 \text{S}$.

Se puede ver, que aunque el SRTM3 no contempla batimetría, existen valores negativos de altura. Estos mayormente se dan en la costa y en regiones donde el modelo carece de información (Fig. 4.1).

A nivel global, el error absoluto determinado en altura es de 16 m, dentro de un nivel de confianza del 90 %. En tanto, con el objeto de analizar la calidad del modelo se han efectuado dos estudios. El primero consistió en evaluar el SRTM3 sobre los puntos con altura ortométrica disponibles en la isla. La estadística de esto arrojó los valores mostrados en la tabla 4.1. La diferencia máxima, 15 m, es un outlier probablemente debido al hecho que se encuentra en una zona de fuertes pendientes donde la resolución del modelo no alcanza a ser suficiente. Se trata del punto fundamental N°4 de la línea de nivelación 383, ubicada sobre la Ruta Nacional 3. A 20 m aproximadamente, de donde se encuentra el punto, se tiene una gran estructura montañosa.

Resulta claro de la Fig. 4.2, que el total de las diferencias importantes se sitúan en regiones de terreno movido. Por el contrario, el acuerdo es excelente en las zonas planas.

El segundo análisis, fue efectuado sobre los gradientes de altura en relación a las distancias entre los puntos que provocan esos gradientes, es decir, sobre la relación $\Delta h/l$.

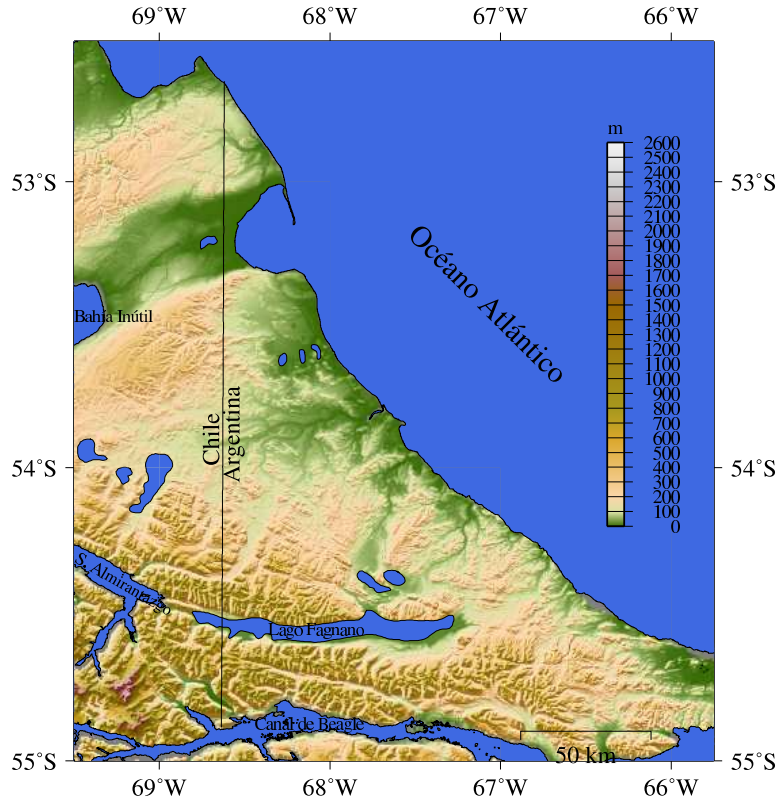


Figura 4.1: Mapa del SRTM3 para toda la isla. Se aprecian regiones de muy baja altura, algunas reales como las de la parte norte donde existe un graben y otras donde existen problemas del modelo, como ser las zonas costeras en las que se aprecian grises, correspondientes a alturas negativas que por su ubicación no afectan a la región de estudio.

| Estadística | $H - H_{srtm}$ |
|--------------|----------------|
| σ [m] | 3.42 |
| μ [m] | -1.87 |
| max[m] | 4.19 |
| min[m] | -15.94 |

Tabla 4.1: Diferencias $H - H_{srtm}$ sobre todos los puntos de nivelación argentina, incluyendo los 6 puntos de nivelación del sector chileno. El valor mínimo se trata claramente de un outlier, producido en un punto ubicado sobre la R. N. 3, en una región de pendiente muy abrupta y cambiante.

En la Fig. 4.3 se presenta un mapa de la distribución espacial de los gradientes máximos (en valor absoluto) en dirección E-O y N-S. Es de destacarse que los gradientes más importantes ($> 45^\circ$) se ubican, como es de esperar, al sudoeste de la isla.

Contar con una idea de los gradientes existentes en el MDE es una manera de constatar la calidad del mismo ya que cuanto mayor sea el error en el MDE, mayor serán los gradientes.

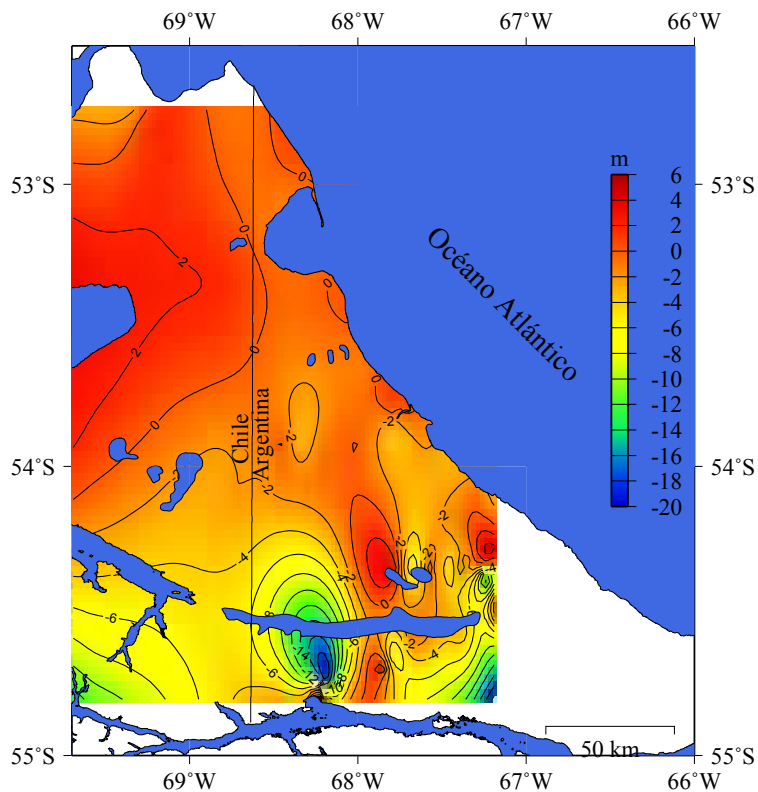


Figura 4.2: Se desprende de la figura que las mayores diferencias se producen al sudoeste de la isla, coincidiendo con las regiones de alta montaña.

Este es el MDE que se introduce en el cálculo de las correcciones de terreno y errores en él, pueden provocar correcciones que superen los 75 mgales. Este valor es muy grande y si bien según el trabajo de Kirby & Featherstone (2001), es considerado de difícil ocurrencia, debe destacarse que para dicha conclusión los autores desconocen la magnitud que estas correcciones podrían alcanzar sobre la cadena del Himalaya.

La región sobre la que se centra esta tesis está comprendida entre: -69.5° , -66.5° , -55° y -52.5° . El hecho de que la grilla considerada abarque una región mas grande que el area de trabajo, está relacionada con el hecho de evitar problemas de borde. Con esto último se hace referencia a la posibilidad de estimar correctamente los efectos de terreno en el area de interés, y que los efectos ocasionados por errores de interpolación e integración de puntos que caen sobre los bordes de la grilla más grande no afecten a los valores de corrección estimados sobre la primera.

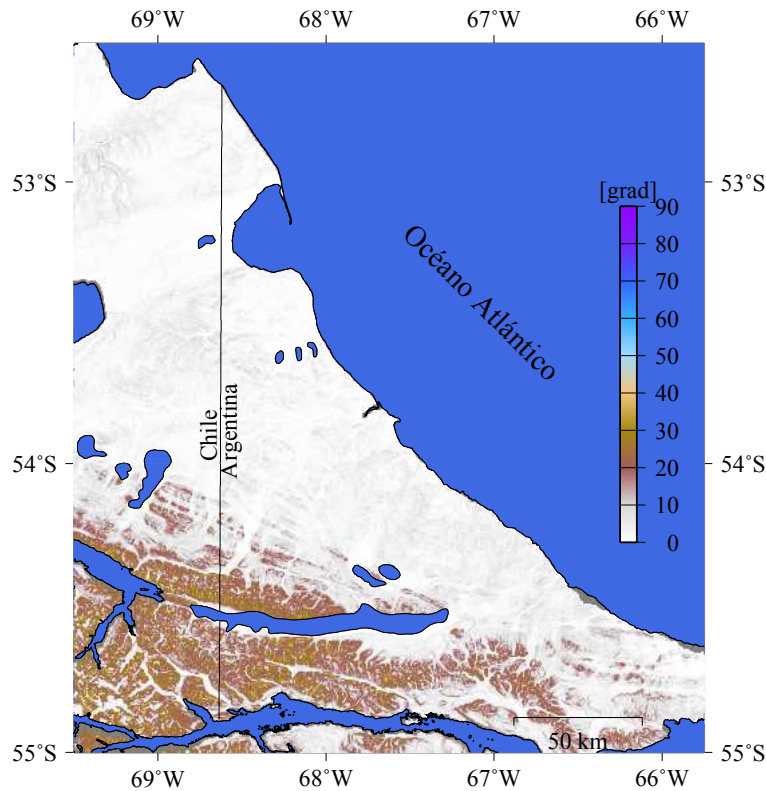


Figura 4.3: Mapa de los gradientes máximos entre las direcciones N-S y O-E. Están graficados teniendo en cuenta el valor absoluto. Las mayores pendientes ($> 45^\circ$) se ubican en la región sudoeste.

4.3. El efecto de la topografía

Al momento de aplicar diferentes estrategias sobre el modelado del geoide, es necesario trabajar con valores residuales de los observables de gravedad.

La información provista por las anomalías de gravedad, los disturbios de gravedad, las ondulaciones geoidales, y demás observables del campo gravitatorio calculados en cada estación, están afectados por todas las componentes gravitacionales del campo. Con esto último, nos referimos a las componentes de alta frecuencia (masas topográficas circundantes) y componentes de baja frecuencia, o alta longitud de onda, ocasionados por las masas más alejadas.

Cuando la información de gravedad observada, es filtrada por estos efectos, se consigue un observable suave, de más fácil manejo, y que contiene como consecuencia, mucha información de la física del problema.

Son parte importante de aquel suavizado, las correcciones, también llamadas reducciones, debidas al terreno. En nuestro caso, haremos uso de dos tipos de reducción: las correcciones de terreno, propiamente dichas; y el modelado de terreno residual (MTR).

Es importante que estas correcciones sean correctamente tratadas, con el fin de disminuir

el efecto de *aliasing*, el cual ocurre a menudo cuando se tienen estaciones de gravedad a diferentes alturas, en particular, si la diferencia de alturas, es importante.

El aliasing es el enmascaramiento de una señal por otra. Es un efecto sobre el que se volverá en el capítulo 6, cuando se aborde el orden en que se efectuarán las correcciones por terreno a fin de reducirlo.

Las correcciones de terreno, se definen como el apartamiento de la topografía respecto de la placa de Bouguer. Esta es una capa de espesor H_P (Fig. 4.4), que se extiende entre un punto P de la superficie y el geode.

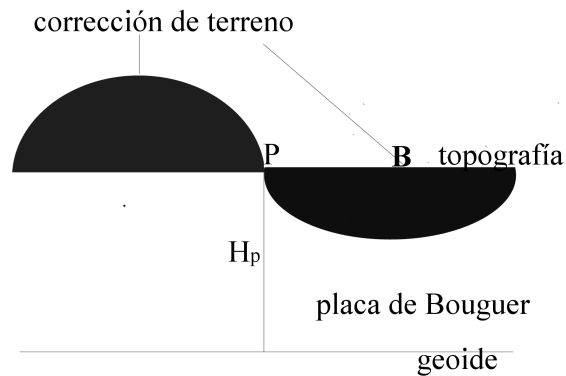


Figura 4.4: Esquema gráfico de las correcciones de terreno.

Para un punto P , la atracción que ejerce una capa de densidad $\rho = 2.67g/cm^3$ es :

$$A_B = 2\pi\rho GH_P = 0.1119H_P \quad (4.1)$$

La corrección de terreno (Fig. 4.4) es una cantidad siempre positiva ya que al remover la placa, no se ha considerado la masa de A, la cual hace que la gravedad disminuya en P. Por lo que se ha sobreestimado el valor de gravedad. Tampoco se ha considerado la deficiencia de masa existente en B, con lo que nuevamente se ha sobreestimado el valor de la gravedad, al suponer más cantidad de masa de la que existía verdaderamente.

En el caso de la reducción por MTR (Fig. 4.5), el apartamiento se mide respecto de una superficie media de referencia.

4.3.1. Correcciones de Terreno

El cálculo de las correcciones de terreno se efectuó haciendo uso de los programas TC y TCFOUR (Forsberg, 1984). Ambos programas difieren en la metodología utilizada en el cálculo mismo de las correcciones: el primero lo hace estimando la atracción gravitacional

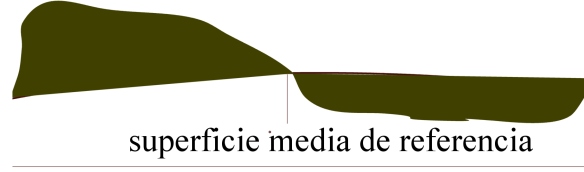


Figura 4.5: Esquema gráfico de la corrección por MTR.

de cada prisma que construye, mientras que el segundo emplea la Transformada Rápida de Fourier (FFT, según sus siglas en inglés).

Cálculo de las correcciones de terreno con prismas

Consiste en aproximar el efecto de la topografía respecto de la placa de Bouguer mediante un conjunto de prismas cuyo tamaño dependerá de la resolución del modelo de terreno involucrado. Si bien se trata de un método eficaz para el cálculo de las correcciones, no es práctico debido al costo computacional del mismo. Una manera de agilizarlo es hacer uso de dos grillas, una muy densa que cubra la región cercana al punto de cálculo y otra menos densa para el efecto causado por las estructuras más alejadas.

Cuando la cercanía al punto de cómputo es lo suficientemente pequeña, el cálculo se realiza utilizando interpolación bilinear, mientras que fuera de esta región se utilizan las siguientes expresiones (ecs. 4.4 y 4.6) que parten de:

$$cp = G\rho \int \int_{\infty} \int_{H_P}^h \frac{(z - H_P)}{l^3} dx dy dz \quad (4.2)$$

$$l = \sqrt{(x - xp)^2 + (y - yp)^2 + (z - zp)^2} \quad (4.3)$$

Resolviendo las tres integrales de la ecuación 4.2 (Forsberg, 1984),

$$cp = G\rho \left[x \log(y + r) + y \log(x + r) - z \arctan \frac{xy}{zr} \right]_{xp}^x \Big|_{yp}^y \Big|_{zp}^z \quad (4.4)$$

$$r = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2} \quad (4.5)$$

Esta es la expresión utilizada en el cálculo de las correcciones de terreno (cp) por prismas. La posición del elemento de masa está determinada por (x, y, z) , mientras que la del punto de cálculo está dada por (xp, yp, zp) .

H_P es la altura de P por encima del geoide, tal como se muestra en la Fig. 4.4, y la densidad ρ ha sido considerada constante

Debido a que estas fórmulas son inestables a grandes distancias, se emplean en esa situación fórmulas aproximadas (McMillan, 1958).

$$cp = G\rho\Delta x\Delta y\Delta z \int \frac{1}{r} + \frac{1}{24\gamma^5}[(2\Delta x^2 - \Delta y^2 - \Delta z^2)x^2 + (-\Delta x^2 + 2\Delta y^2 - \Delta z^2)y^2 + (-\Delta x^2 - \Delta y^2 - 2\Delta z^2)z^2 + \frac{1}{288\gamma^9}(\alpha x^4 + \beta y^4 + \dots) + \dots] \quad (4.6)$$

α , β y γ son función de la distancia entre el elemento de masa y el punto P .

Otra consideración a realizar es la relacionada con la curvatura de la Tierra, es decir aquella distancia respecto del punto de cálculo dentro de la cual se puede considerar una placa de Bouguer plana. Esta distancia fue estimada por Bullard, y se sabe que es de aproximadamente 167 km. Esta consideración es importante ya que más allá de ese radio, el apartamiento entre el plano tangente que pasa por el punto y la placa considerada plana, comienza a ser notable dando lugar a la posibilidad de que estructuras de considerable altura queden por debajo de la placa originando correcciones de terreno negativas. Esto mismo es posible que ocurra en regiones planas y extendidas sobre las que existan pequeñas diferencias de altura, positivas respecto de la estación, pero que se encuentren a distancias mayores a 22 km como ocurre cuando se toman capas de radios menores. Mayor información sobre esto se puede encontrar en la publicación de Nowell, 1999.

Cálculo de las correcciones de Terreno con FFT

En este caso, la resolución radica en descomponer la integral 4.2, que denota el efecto de un prisma, en tres convoluciones. Si se desarrolla 4.2, haciendo explícita la expresión del módulo de \vec{l} ,

$$l = \left((x - xp)^2 + (y - yp)^2 + (z - H_P)^2 \right)^{3/2} = (s^2 + (z - H_P)^2)^{3/2} \quad (4.7)$$

$$s = \sqrt{(x - xp)^2 + (y - yp)^2} \quad (4.8)$$

y si se realiza la integración en z , al agrupar resulta:

$$cp = G\rho \iint \left\{ \frac{1}{s} \left[1 - \left[1 + \frac{\Delta h^2}{s} \right]^{-1/2} \right] \right\} dx dy \quad (4.9)$$

Luego se hace un desarrollo en serie de la parte entre corchetes, la cual convergerá sólo para el caso $\Delta h/s < 1$, lo que implica que los gradientes de altura no deben ser mayores que 45° . Este desarrollo en serie se puede llevar al producto de tres convoluciones en términos de h y H_p tales que:

$$cp = \frac{G\rho}{2} \left[h^2 * f - 2H_P(h^2 * f) + H_P^2 * f_0 \right] \quad (4.10)$$

$$f = \frac{1}{(x^2 + y^2)^{3/2}} \quad (4.11)$$

$$f_0 = \int \int \frac{1}{s^3} dx dy \quad (4.12)$$

La ecuación 4.10 es resuelta por FFT. En 4.11, no debe confundirse la notación con la correspondiente al aplastamiento geométrico, visto en capítulos anteriores.

Al igual que en el cálculo con prismas, aquí se podrán utilizar (y por las mismas razones) dos grillas. Estas consisten en el “modelo denso”, con una resolución de 3”, y una menos densa (en inglés llamada *coarse*) de 30” de resolución.

La transformada rápida de Fourier es un mecanismo ampliamente difundido debido a la rapidez del cálculo.

Ambos procedimientos (prismas y FFT) son sensibles a los gradientes de altura, no obstante la FFT presenta deficiencias mayores cuando los gradientes de altura entre puntos consecutivos es mayor a 45° (Tsoulis, 2001). El aumento de los gradientes está vinculado con el aumento de las alturas.

En la Fig. 4.5 se vio que los mayores gradientes, se ubican en las regiones más altas y que prácticamente no se distinguen pendientes mayores a 45°. La no existencia de tales pendientes es un indicativo de que no existirán grandes diferencias entre el método de prismas y el que resuelve correcciones de terreno por FFT.

Tal como se podría esperar, las mayores diferencias entre ambos métodos, se producen en la zona de alta montaña (sudeste de la isla) según cuenta la Fig. 4.6

| Prismas vs. FFT | |
|-----------------|-------------|
| Estadística | diferencias |
| σ [mgal] | 1.12 |
| μ [mgal] | -1.29 |
| max[mgal] | 3.78 |
| min[mgal] | -39.22 |

Tabla 4.2: Estadística de las diferencias entre las correcciones de terreno estimadas con prismas y con FFT. Mirando las figuras 4.1 y 4.6, se puede correlacionar el valor mínimo, con los valores extremos alcanzados al sur de la isla debidos a la inestabilidad de la FFT en regiones de topografía altamente cambiante.

En cuanto a las correcciones de terreno, se desprende de la Fig. 4.7 y de los histogramas (Fig. 4.8) que las mismas oscilan entre los 0 y 35 mgal aproximadamente.

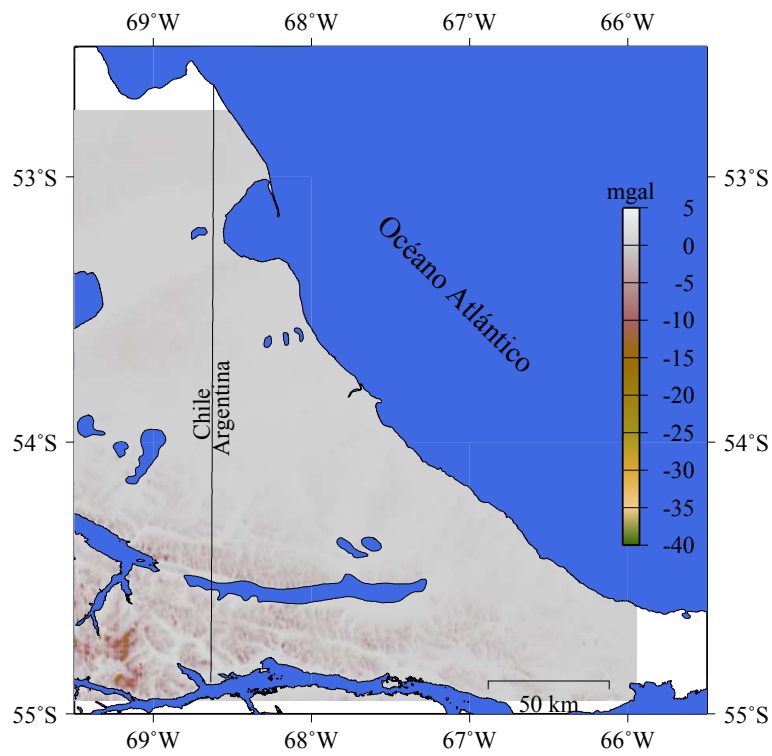


Figura 4.6: Mapa de las diferencias entre las correcciones de terreno obtenidas con prismas y con FFT. Se observa que las mayores diferencias ocurren al SO, región donde las alturas son mayores

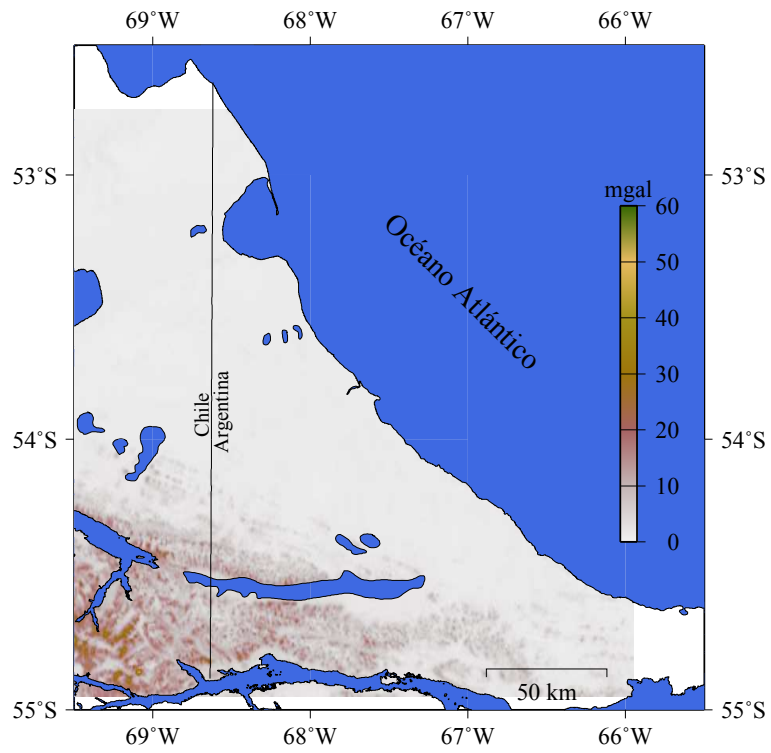


Figura 4.7: Mapa de las correcciones de terreno obtenidas para Tierra del Fuego

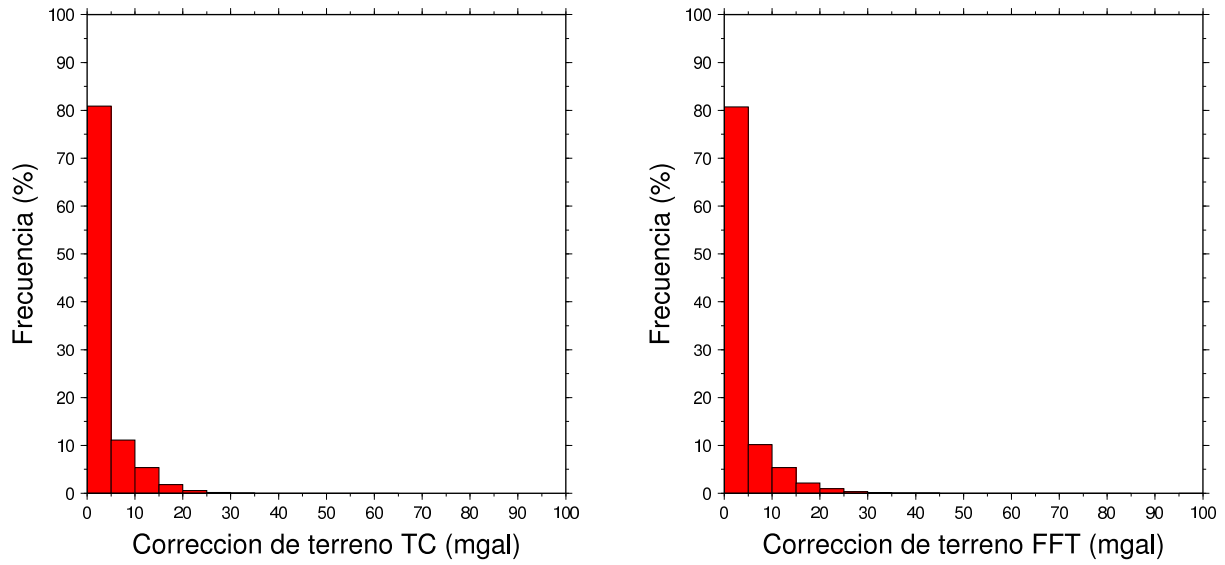


Figura 4.8: Histograma de las correcciones de terreno obtenidas con prismas (Der.) y con FFT (Izq.).

En función de los resultados mostrados previamente, y de las deficiencias del método de FFT sobre regiones de topografía muy cambiante; en las reducciones del capítulo 6, las correcciones de terreno utilizadas, serán las calculadas con el método de prismas. Es decir, se hará uso de la rutina TC.

4.3.2. Modelado del terreno residual

De las estrategias existentes para reducir la gravedad, el modelado del terreno residual es la más moderna. Bajo ciertas circunstancias (esto será ampliado más adelante), se la puede considerar producto de una composición de dos reducciones de Bouguer aplicadas en sentido contrario, más la corrección de terreno. A diferencia de la metodología usada para estimar las correcciones de terreno, aquí se emplea una tercera grilla (30' de resolución) obtenida a partir del modelo denso, la que juega un rol importante ya que implica un modelo de densidad de referencia hasta un nivel *href*.

En general, durante las reducciones, se acostumbra sustraer el efecto de un modelo global. Este, si es utilizado a alto grado, contiene información de corta longitud de onda a nivel global, por lo que si ésta no es removida correctamente, resulta ser aplicada dos veces. Al emplear una superficie de referencia con igual resolución que la del modelo geopotencial global, el problema comentado en el párrafo anterior se resuelve automáticamente, ya que la componente de corta longitud de onda es debidamente considerada y removida. El aspecto de la reducción es similar al de la corrección de terreno, pero ahora el límite inferior de la componente vertical, es la superficie de referencia.

$$\delta g_{MTR} = G\rho \int \int_{\infty} \int_{href}^h \frac{(z - hp)}{l^3} dx dy dz \quad (4.13)$$

Si la superficie de referencia es de larga longitud onda, por ej. 100 km, ocurren dos cosas: δg_{MTR} puede aproximarse por

$$\delta g_{MTR} = 2\pi G\rho(h - href) - cp \quad (4.14)$$

y la reducción MTR será similar a una corrección topo-isostática (Forsberg, 1984; Gil, 1993). La corrección MTR toma valores positivos tanto como negativos ya que representa áreas donde la topografía se encuentra por encima y por debajo de la superficie de referencia. Por este motivo, el efecto de la reducción MTR se cancela a grandes distancias del punto de cálculo.

En el capítulo 6, correspondiente a las reducciones de los datos gravimétricos, se verán gráficos y estadística de las anomalías reducidas por MTR.

Capítulo 5

Los modelos geopotenciales globales

5.1. Introducción

Un modelo geopotencial global involucra gran cantidad de mediciones dentro de las que se encuentran las mediciones satelitales, SLR, GPS, LLR, mediciones gravimétricas, astro geodésicas (desviación de la vertical), nivelación geométrica, entre otros. Contribuyen tanto a establecer el campo de gravedad terrestre, como así también el sistema de referencia y calibrar los modelos resultantes.

Si bien las observaciones mencionadas contribuyen en mayor o menor medida al desarrollo de un modelo geopotencial, los satélites artificiales ocupan un lugar central. Debido a que su órbita se ve afectada por las perturbaciones del campo de gravitacional terrestre, los satélites actúan como sensores del mismo campo. De manera que a menor altitud, mayor sensibilidad. En contraposición, esto no es favorable para los sistemas satelitales como GPS que se utilizan para posicionamiento; en este caso se requiere de satélites a grandes alturas y espacialmente bien distribuidos.

Con la intención de mejorar la resolución de los modelos geopotenciales existentes se han iniciado tres misiones satelitales CHAMP (Challenging Mini-Satellite Payload), GRACE (Gravity Recovery And Climate Experiment) y GOCE (Gravity Field and Steady-State Ocean Circulation Explorer), proyectos conjuntos entre la Agencia Espacial Alemana (DLR), el JPL, la Agencia Espacial Europea (ESA en inglés) y la NASA. La primera de estas misiones consistió en el lanzamiento de un satélite de baja órbita (aproximadamente 300 km de altitud) e inclinación orbital de 83° con respecto al plano del ecuador. Este cuenta con un receptor GPS para seguimiento continuo por la constelación GPS. En cuanto a la segunda misión, GRACE, esta consiste en dos satélites del tipo CHAMP sobre los que se aplica un tracking o seguimiento satélite-satélite ("high-low" y "low-low tracking") a una altura de 500 km e inclinación de 89.5° .

GOCE es la última de las misiones, lanzado en 2009 y consistente en un satélite que orbita la Tierra con una inclinación de 96.7° y a una altura de 254.9 km. Lleva montado en su estructura, un gradiómetro que le permite medir gradientes gravitacionales.

Como resultado de los primeros dos proyectos, han surgido varios modelos geopotenciales de distinto grado y orden, correspondientes a la combinación de datos resultantes de CHAMP, GRACE, ambas o de la combinación de observaciones satelitales con observaciones terrestres; entre ellos EIGEN-CG01c (Reigber, 2004) y EIGEN-GL04c (Förste, 2005). Ambos modelos geopotenciales son diferentes, el primero fue construido a partir de observaciones CHAMP, GRACE, altimetría sobre los océanos, datos de gravedad terrestre, entre otras, mientras que el segundo posee información GRACE, LAGEOS e incluye modelos atmosféricos, oceánicos y ha reemplazado las mediciones GPS sobre los océanos también por modelos. No dejaremos de lado, en este primer estudio, al EGM96, modelo mundialmente aceptado y adoptado oficialmente por el IERS (International Earth Rotation Service).

Todos estos modelos son libres de marea (sec. 5.3) y tienen una resolución espacial de aproximadamente 50 km.

En la actualidad se cuenta con el modelo EGM2008, realizado por la NGA basado en información de altimetría satelital proveniente de CHAMP y GRACE como también, anomalías gravimétricas. La particularidad de este modelo es que su resolución alcanza los 9 km, siendo el modelo geopotencial global con mayor resolución en este momento. Este es producto de la combinación de información proveniente de GRACE, CHAMP, altimetría por satélites y gravedad medida tanto en superficie como aérea.

En este capítulo se hará una introducción a los conceptos básicos para el entendimiento de un modelo geopotencial y un análisis de los mismos sobre el area de estudio.

5.2. En qué consiste un modelo geopotencial global

Siguiendo lo comentado en 2.6, el potencial perturbador, fuera de las masas atractivas, cumple con ser armónico. Esto implica que admite un desarrollo en armónicos esféricos similar a 2.4.

$$T(r, \phi, \lambda) = \frac{GM}{r} \left\{ \sum_{n=1}^{\infty} \sum_{m=1}^n \left(\frac{a}{r} \right)^n P_n^m(\sin(\phi)) \left(\Delta \bar{C}_n^m \cos(m\lambda) + \Delta \bar{S}_n^m \sin(m\lambda) \right) \right\} \quad (5.1)$$

$\Delta \bar{C}_n^m$ y $\Delta \bar{S}_n^m$ representan los coeficientes normalizados (ver Heiskanen & Moritz 1967, sección 1-14) del potencial perturbador.

Debido a las limitaciones reales, es imposible llevar el desarrollo hasta el infinito, sino que el desarrollo es truncado a un cierto grado y orden, lo que determina la resolución, o longitud de onda, del modelo. Las longitudes de onda menores (altas frecuencias) están asociadas a la información gravimétrica, mientras que las largas y medias longitudes de onda, guardan relación con los datos satelitales. Es de destacar en los modelos, dos tipos de errores, aquellos por *comisión* y por *omisión*. El primero se debe a la calidad en la determinación de los coeficientes, mientras el segundo se debe al truncamiento proporcionado por el grado y orden del modelo.

Los modelos geopotenciales globales vienen expresados como un paquete de coeficientes \overline{C}_n^m y \overline{S}_n^m . Estos coeficientes son obtenidos gracias a la combinación de diversas técnicas, dentro de las que se destacan las de origen satelital, y son las que brindan el carácter de global.

Un modelo geopotencial involucra una serie de mediciones, las cuales contribuyen de manera diferente en su elaboración. En primer lugar, como se mencionó anteriormente, figuran las observaciones satelitales entre las cuales se incluyen las recientes misiones CHAMP y GRACE, y SLR (Satellite Laser Ranging) la que contribuye con la determinación de la variación temporal de los coeficientes y altimetría satelital, entre otros. A estas se suman las mediciones gravimétricas, y de nivelación geométrica, siendo estas últimas, utilizadas para calibrar los modelos por no participar de la construcción del mismo.

Finalmente, los modelos geopotenciales globales son el resultado de combinar las ecuaciones de observación provenientes de la totalidad de las mediciones enunciadas.

5.3. Consideraciones sobre los efectos de marea

La definición de geoide es complicada debido al tratamiento de las deformaciones permanentes y periódicas ocasionadas por el Sol, la Luna, y las que provoca la Tierra misma, en la cual los desplazamientos de masas inducen también deformaciones permanentes y periódicas. Considerar estos efectos de marea ha llevado a la definición de tres tipos de geoide. Las tres definiciones son:

- Geoide Libre de mareas (non-tidal): éste existe para una Tierra libre de mareas, es decir habiendo removido la totalidad de los efectos de deformación. La deformación debida a la marea permanente, es difícil de estimar ya que eliminar todos los efectos de marea, supone eliminar también cuerpos como el Sol y la Luna, los cuales están siempre presente. Es por ello, que para estimar este efecto, se utilizan modelos basados en números de Love nominales (IERS Technical Note 32, McCarthy & Petit, 2004).
- Geoide Medio: incluye todos aquellos efectos de deformación permanente, habiendo removido los efectos de marea temporalmente dependientes. Este es el geoide apropiado al momento de considerar desplazamientos de estaciones.
- Geoide Cero: es el que se tiene luego de remover sólo la parte permanente del potencial externo (es decir, el provocado por el Sol y la Luna). Esta definición es consistente con la teoría de Stokes, que supone ausencia de masas por fuera de la superficie del geoide.

Aunque la Resolución N°16 de la IAG (International Association of Geodesy) recomienda un sistema de cero mareas, se ha acordado conforme a la mayoría, el uso de un sistema libre de mareas. De todas maneras existen ecuaciones que permiten convertir ondulaciones de un sistema a otro (Enkman, 1989).

En nuestro caso, hemos considerado un modelo libre de mareas. Durante el procesamiento GPS de las estaciones pertenecientes al marco TDF08 también ha sido empleado un modelo libre de mareas, según lo establecido en las convenciones IERS2003. Esto aporta mayor consistencia en la determinación de las ondulaciones observadas con GPS y nivelación.

5.4. El término de grado cero

De acuerdo con la ley de Bruns, tanto la altura geoidal, como la anomalía de altura pueden expresarse en función de la gravedad normal sobre la superficie de referencia (elipsoide y teluroide, respectivamente) y el potencial perturbador T . Esto ha sido mostrado en 2.5 y 2.6.

Se ha hecho mención en varios lugares, a un elipsoide; pues bien, existe uno y sólo un elipsoide que cumple con tener la misma masa y mismos momentos que la Tierra. Este se denomina *elipsoide ideal*. Si un elipsoide no cumple con esta condición (la masa del elipsoide no coincide con la terrestre), al desarrollo en armónicos esféricos, debe sumársele un término adicional que contemple esta diferencia: el término de grado cero. No debe confundirse este término, con el armónico de grado cero del potencial matemáticamente desarrollado en 2.2.

En la expresión del potencial perturbador, 5.1, el término de grado cero queda expresado por $\frac{GM}{r}$. Cuando se estima T , esta cantidad se convierte en:

$$T_0 = \frac{G(M_{tierra} - M_0)}{r} \quad (5.2)$$

con M_0 la masa del elipsoide. De esta manera, el término de grado cero será cero, sólo si ambas masas fueran iguales.

Entonces aplicando una definición más general de la fórmula de Bruns (Heiskanen & Moritz 1967, 2-19) para la situación:

$$\left. \begin{array}{l} W(x, y, z) = W_0 \\ U(x, y, z) = U_0 \end{array} \right\} \text{Potenciales del geoide y elipsoide, respectivamente}$$

$$\zeta_0 = \frac{T_p - (W_0 - U_0)}{\gamma_p} \quad (5.3)$$

$$T_p = T_0 + T'_p \quad (5.4)$$

$$\zeta_p = \zeta_0 + \frac{T'_p}{\gamma_p} \quad (5.5)$$

Reemplazando 5.3 y 5.4, en 5.5, se tiene para las anomalías de altura, que el término de grado cero queda expresado como:

$$\zeta_0 = \frac{G\delta M}{r_p \gamma_p} - \frac{W_0 - U_0}{\gamma_p} \quad (5.6)$$

Finalmente el término de grado cero, será cero sólo si las masas fueran iguales y el potencial del elipsoide fuera igual al de la Tierra.

Geoméricamente ζ_0 puede expresarse en función de los semiejes (a) y aplastamientos(f) de los elipsoides involucrados en el cálculo (Lemoine et al., 1998 cap. 11):

$$\zeta_0 = \delta a - \frac{1}{3}a\delta f \quad (5.7)$$

De la misma manera en que se ve alterada la anomalía de altura, debido a 2.28, también queda modificada la ondulación geoidal, y de igual manera resultarán modificadas las anomalías de gravedad por un término Δg_0 :

$$\Delta g_0 = -\frac{G\delta M}{r^2} + 2\frac{\delta W}{r} \quad (5.8)$$

Δg_0 puede interpretarse como la diferencia entre la gravedad teórica asociada a los dos elipsoides sobre los que se esté trabajando.

Tener presente esta corrección nos permitirá expresar los observables del campo gravitacional respecto de un elipsoide arbitrario.

Esta aclaración es válida ya que en la práctica se tiende a expresar las alturas geoidales o anomalías, en relación a WGS84 mientras que el campo normal involucrado en los modelos generalmente no responde al asociado a WGS84. A modo de expresar numéricamente estos términos, consideremos a continuación sólo el semieje y aplastamiento de tres modelos de elipsoide empleados en la práctica, los cuales pueden ser hallados en Lemoine et al. (1998) y en los respectivos encabezados de cada modelo.

WGS84

a : 6378137.00 m

f : 1/298.257223563

Elipsoide EGM2008

a : 6378136.58 m

f : 1/298.257686.

Elipsoide EGM96 y EIGEN-GL04c

a : 6378136.46 m

Aplicando la ecuación 5.7, se puede concluir que los valores de ondulación obtenidos a partir del modelo EGM2008, deben ser corregidos por -41 cm, mientras que a los obtenidos mediante el EGM96 o el EIGEN-GL04c, se le deben restar 53 cm si se quiere referir la altura geoidal a WGS84. Estos valores han sido obtenidos en virtud de los parámetros que definen los respectivos elipsoides. Estos valores han sido considerados en la estimación de la altura geoidal estimada a partir de los modelos geopotenciales globales para el análisis que continúa.

5.5. Evaluación de los modelos geopotenciales globales en Tierra del Fuego

Como ya se comentó en secciones anteriores, en la isla no sólo se cuenta con información de nivelación clásica, sino que se tienen mediciones de la superficie media del lago Fagnano, la cual vinculada a la nivelación existente, aporta información de la ondulación del geoide sobre el mismo, y también puede ser contrastada con la proveniente de modelos geopotenciales globales. Por ello, la evaluación de los modelos geopotenciales se realizó sobre toda la información de GPS/nivelación, incluido el lago con sus boyas, pero en función de las características geográficas de la isla, que incluye un lago de proporciones tales como las del Fagnano, en esta instancia, el análisis se separó en dos sectores: una correspondiente a las observaciones en tierra y otra sobre el lago.

5.5.1. Evaluación sobre los puntos de GPS y nivelación en tierra

En el capítulo 3, se adelantó que sobre la ruta provincial B, existían dos segmentos con ondulación geoidal, observados en 2001 y 2008, y que sólo se trabajaría con el último. La razón de esto es que al contrastar ambos segmentos con los más recientes GGMs, quedaron en evidencia defectos de las mediciones realizadas en 2001, mientras que las ondulaciones geoidales obtenidas en 2008, a partir de las alturas estimadas en 2.5.1 y 3.2, como parte de esta tesis, muestran un buen acuerdo con los GGMs.

La Fig. 5.1, nos permite apreciar los dos perfiles con GPS/nivelación existentes sobre la ruta B, conjuntamente con las ondulaciones geoidales estimadas a partir de los modelos geopotenciales globales EIGEN-CGL04c y EGM2008. Los apartamientos de la ondulación observada en 2001, respecto de la observada con los datos de 2008 y los modelos geopotenciales globales, hace suponer que es un problema relacionado con la nivelación anterior. Por esta razón se desestimó la medición de 2001. Corresponde aclarar que el perfil del año 2008, cubre 60 km hacia el Oeste de Río Grande, mientras que el observado en 2001, abarca sólo 40 km.

De la misma manera, en el año 2008 se agregaron 7 puntos con GPS/nivelación, sobre la Ruta Nacional 3 no presentando estos, discordancia alguna respecto de mediciones anteriores.

En la tabla 5.1 se presentan las comparaciones entre los valores de ondulación observada, sobre toda la isla, y los modelos EGM2008 y EIGEN-GL04c. La evaluación se efectuó considerando el máximo grado y orden de cada GGM. Las ondulaciones geoidales se refirieron

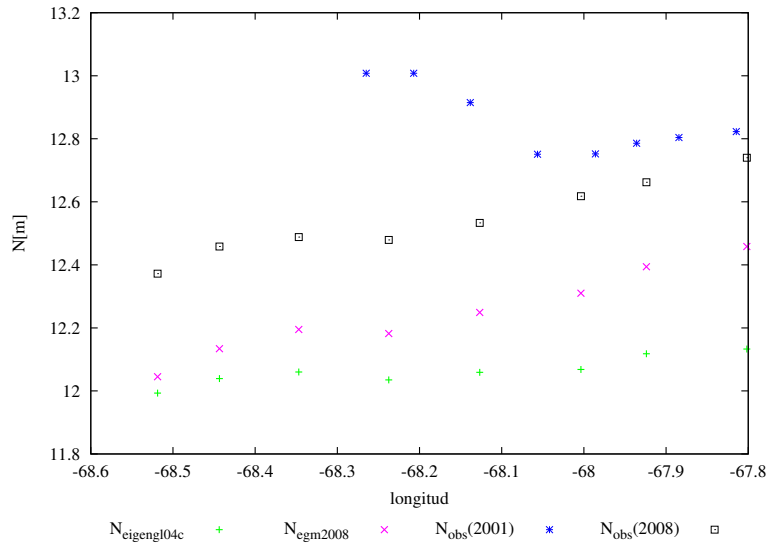


Figura 5.1: Gráfico de las ondulaciones observadas sobre la ruta provincial B en los años 2001 y 2008, y la determinada con los modelos EGM2008 y EIGEN-GL04c. De este a oeste se observa un apartamiento, a partir del sexto punto del perfil observado en 2001, respecto del obtenido en 2008, que no es posible justificar con la topografía de la región.

al elipsoide WGS84. En todos los casos se utilizaron los coeficientes correspondientes a un geopotencial libre de mareas.

Comenzando con la información terrestre, en la tabla 5.1 se muestra la estadística de las diferencias absolutas entre los valores de ondulación observada, sobre los puntos de GPS/nivelación, y los obtenidos con los modelos geopotenciales globales que allí se citan.

Puede observarse la mejora indiscutible desde el EGM96 al EGM2008, a través de la reducción del desvío estándar a 9 cm en el sector terrestre. Esto mismo no se logra distinguir con los modelos de la familia EIGEN. Esta situación favorable para el EGM2008, no es casual sino que se debe a la inclusión de mayor información gravimétrica, particularmente, sobre la región. El valor medio de los residuos es una consecuencia de la diferencia de orígenes entre los sistemas verticales.

En la Fig. 5.2, se presentan gráficamente los valores de ondulación geoidal observada, y la calculada con los GGMs citados.

| Estadístico/modelo | EGM96 | EIGEN-CG01c | EIGEN-CGL4c | EGM2008 |
|--------------------|-------|-------------|-------------|---------|
| σ [m] | 0.27 | 0.25 | 0.23 | 0.09 |
| μ [m] | 0.29 | 0.38 | 0.51 | 0.35 |
| max[m] | 0.91 | 0.87 | 1.12 | 0.54 |
| min[m] | -0.19 | -0.20 | -0.01 | 0.17 |

Tabla 5.1: Estadística de las diferencias absolutas entre ondulaciones observadas y las estimadas con los GGMs, a grado y orden máximo, sobre 63 puntos de GPS/nivelación ubicados en tierra.

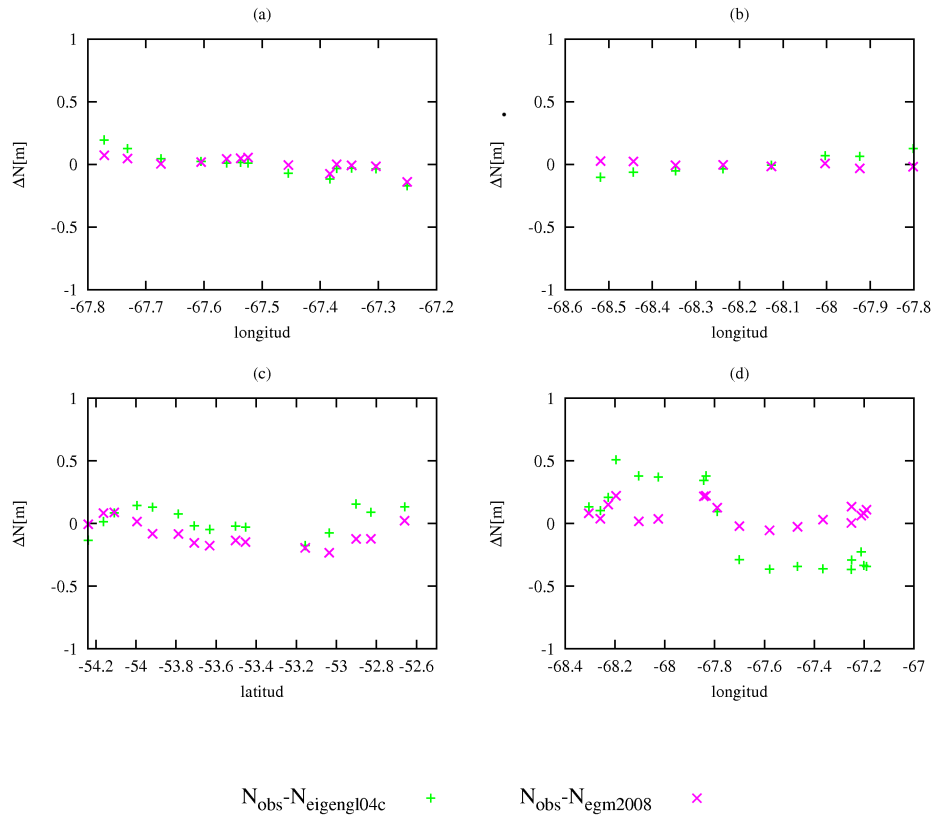


Figura 5.2: Diferencias entre ondulaciones geoidales observadas y aquellas determinadas a partir de los últimos GGMs: EGM2008 y EIGEN-GL04c. a) R. P. H; b) R. P. B; c) R. N. 3 sector N-S; d) R. N. 3 sector E-O.

5.5.2. Evaluación de los GGMs sobre el lago Fagnano

Si ahora centramos el análisis sobre el lago, es notable el desacuerdo entre los valores de ondulación observada y el EGM2008 sobre el sector oeste del mismo, que alcanza 80 cm (Fig. 5.3) lo que provoca un incremento del desvío estándar cuando el estudio se realiza sobre la totalidad de las boyas (tabla 5.2). Distinto es lo que se aprecia en el sector centro-este, donde el modelo se ajusta muy bien a los valores de ondulación geoidal observada.

Cabe resaltar en esta parte, que las observaciones GPS realizadas sobre el lago Fagnano, tienen una calidad inferior a las determinadas con GPS y nivelación en tierra. En el caso del lago, podría decirse que las mediciones tienen un error de entre 5 y 7 cm, si se toma en cuenta la variabilidad entre observaciones muy próximas (menores a 1 km). Si bien esto será importante a tener en consideración en el capítulo 8, los análisis que siguen son relevantes debido a que los apartamientos respecto a los GGMs, exceden al error mencionado.

Respecto de los GGMs de la serie EIGEN, se deduce de la tabla 5.2, el mejor acuerdo que muestran éstos en relación con la observación, acuerdo que es levemente apreciable en la Fig. 5.3. Estos modelos se comportan en el lago, de una manera más suave que el EGM2008, por lo que no es posible hacer el mismo análisis que para este último, ya que no existe una diferencia apreciable entre el sector Este y el Oeste.

| Estadístico/modelo | EGM96 | EIGEN-CG01c | EIGEN-GL04c | EGM2008 |
|--------------------|-------|-------------|-------------|---------|
| σ [m] | 0.27 | 0.14 | 0.17 | 0.35 |
| μ [m] | 0.09 | 0.08 | 0.32 | -0.04 |
| max[m] | 0.49 | 0.43 | 0.69 | 0.45 |
| min[m] | -0.36 | -0.23 | -0.01 | -0.84 |

Tabla 5.2: Estadística de las diferencias absolutas entre ondulaciones observadas y las estimadas con los GGMs, a grado y orden máximo, sobre 81 puntos distribuidos sobre el lago Fagnano.

5.5.3. Interpretación sobre la discrepancia entre las ondulaciones observadas y el modelo EGM2008, sobre el Lago Fagnano

Para explicar el apartamiento que se muestra en la Fig. 5.3, del valor de ondulación observada, respecto de la obtenida con los modelos geopotenciales globales, en particular el EGM2008, se ha hecho la siguiente experiencia: determinar la contribución de la topografía en el valor de la ondulación observada. En esta zona, de acuerdo a la información que se tiene del modelo EGM2008 (S. Holmes, comunicación personal), no habría gravedad medida, sino que las anomalías de gravedad empleadas durante el proceso de ajuste de los coeficientes del modelo, provendrían de lo que se llama un “rellenado” (fill in) producto combinado de un modelo satelital GRACE (GGM02S) y de la contribución del terreno, modelada con MTR. Para estimar estas correcciones, se ha empleado en el EGM2008, un modelo de terreno de 30” de resolución (Pavlis et al., 2007). Aquí podrían estar poniéndose en evidencia dos efectos:

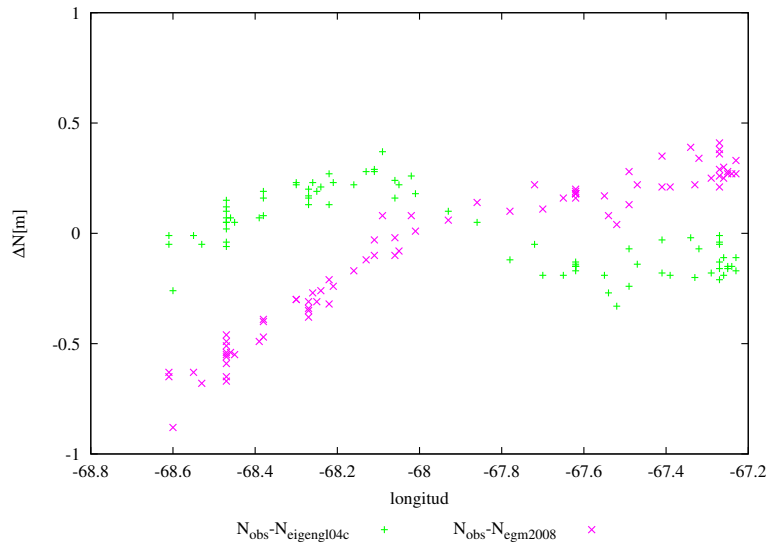


Figura 5.3: Diferencias entre ondulaciones geoidales observadas y aquellas determinadas a partir de los últimos GGMs: EGM2008 y EIGEN-GL04c sobre el lago Fagnano.

deficiencias del modelo, debidas a la ausencia de datos observacionales, y baja resolución del modelo digital de terreno empleado en el modelado de la topografía.

Cabe mencionar, que el sector-centro oeste del lago es una de las regiones más críticas de ser analizada ya que en esta región, se tiene una doble cadena montañosa, al norte y sur del lago, mientras que en el sector este, las montañas se ubican, solamente, al sur del lago.

En nuestro caso, el cálculo de la contribución de la topografía, tuvo en cuenta los datos de batimetría del lago Fagnano (Lodolo et al., 2007), provistos por la EARG conjuntamente con el modelo SRTM3, de 3" de resolución. Para realizar el cálculo, fue necesario unir ambas grillas, la del SRTM3 y la generada a partir de los datos batimétricos. Hacer esto implicó considerar los siguientes factores, relacionados con el origen de cada grilla:

- a- En el proceso de reducción de las alturas del SRTM, intervino el EGM96 cuyo cero, según la tabla 5.1, no coincide con el cero de la nivelación en la isla. De la misma tabla se advierte que la media entre el origen del EGM96 y el de la nivelación, no supera los 30 cm.
- b- El cero de las mediciones batimétricas está dado por la superficie instantánea del lago, que tampoco coincide con la superficie media determinada a partir de las boyas. Este apartamiento alcanza el orden de los decímetros.
- c- El cero de las mediciones efectuadas con las boyas se aparta del origen de la nivelación en 26 m.
- d- El modelo SRTM tiene un error de aproximadamente 3.5 m en la isla y una media de 1.8 m.

Todos estos factores, impiden que las grillas puedan ser unidas directamente. De todas estas diferencias de origen, la mayor es la existente entre la superficie media del lago y la nivelación. Teniendo en cuenta esto, se consideraron despreciables las demás discrepancias, y se corrigió el SRTM por 26 m. Con esta grilla combinada, se estimó, haciendo uso del mismo programa que calcula correcciones de terreno por prismas (TC), la contribución de la topografía sobre el valor de la ondulación del geode, para los puntos materializados por las boyas.

El programa asigna una densidad de 2.67 g/cm^3 para el caso de alturas positivas, y una diferencia de densidades de 1.64 g/cm^3 para alturas negativas, lo que implica haber supuesto la existencia de una masa de agua cuya densidad es de 1.03 g/cm^3 . El área de trabajo no fue toda la isla, sino una región comprendida entre los 55° a 54° S y los 69.6° a 66.5° O.

La corrección topográfica estimada, fue aplicada a las ondulaciones calculadas con el modelo EGM2008, obteniéndose lo que en la Fig. 5.4 se denota como $dN[\text{SRTM+lago}]$, haciendo alusión a la contribución de toda la topografía.

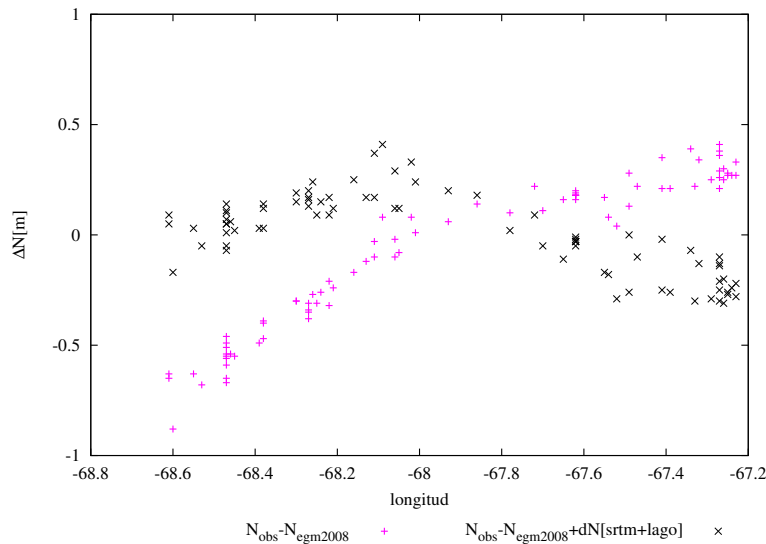


Figura 5.4: Ondulaciones geoidales residuales luego considerar el efecto de la topografía en el modelo EGM2008. Al aplicar esta corrección se observa un reajuste importante del modelo corregido (cruces negras).

De la Fig. 5.4, se aprecia un ajuste importante entre el modelo corregido y los valores observados. Esto no sólo es visualmente evidente, sino que cuando se calcula la estadística de la diferencia entre el valor de N_{egm2008} , corregido por el efecto de la topografía, y el de la ondulación observada, el desvío estándar disminuye de 35 cm a 18 cm.

Esto es un indicador de las diferencias entre la información topográfica considerada por el modelo y la propuesta en este cálculo.

5.6. Descomposición espectral de los modelos geopotenciales globales

Como ya se ha mencionado previamente, los modelos geopotenciales están compuestos por datos que permiten representar las distintas longitudes de onda del campo de gravedad (principalmente medias y largas) a través de los coeficientes que conforman el modelo.

Por otra parte, en el capítulo que sigue, se buscará sustraer a los datos gravimétricos información de larga longitud de onda haciendo uso de dos GGMs. Pero para ello se necesitará conocer hasta dónde contribuye la información satelital y hasta dónde lo hace la información de gravedad incluida en los modelos. Es ésto, lo que nos ha llevado a efectuar una descomposición espectral de los GGMs.

Utilizando la misma metodología propuesta por Hećimović (2005), se procedió a realizar una descomposición espectral de los modelos geopotenciales sobre puntos discretos. Para ello, se tomaron tres puntos al azar, posicionados en el norte, centro y sur de Tierra de Fuego.

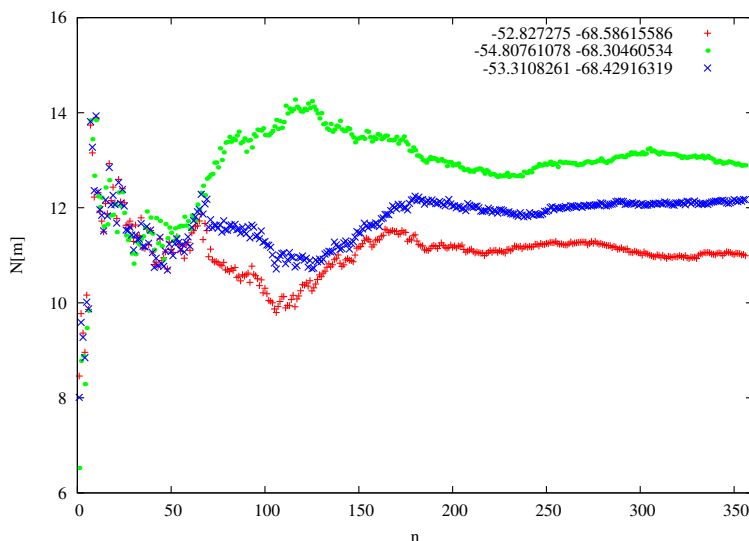


Figura 5.5: Descomposición espectral del modelo EIGEN-GL04c en tres puntos situados sobre la isla.

De las figuras 5.5, 5.6 y 5.7, se pone en evidencia la calidad y el tipo de información de los modelos. Un hecho visible es que la componente satelital es muy similar en ambos modelos, lo cual es coherente con la descripción de los modelos hecha en 5.1. La mayor cualidad a destacar es la contribución del modelo EGM2008, más allá de grado y orden 200, si se lo compara con el EIGEN-GL04c, que aún aporta información de precisión decimétrica o menor hasta pasados los 360.

Junto con este experimento, y para no quedarnos con la información de sólo tres puntos, que aunque elegidos con la idea de que cada uno fuese parte representativa de una región, pueden estos marcar una tendencia, se hizo un análisis estadístico sobre el total de puntos

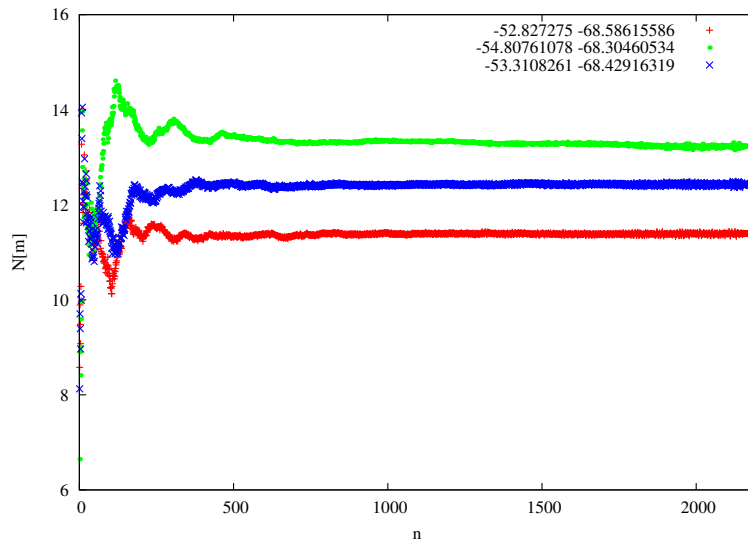


Figura 5.6: Descomposición espectral del modelo EGM2008 en tres puntos situados sobre la isla.

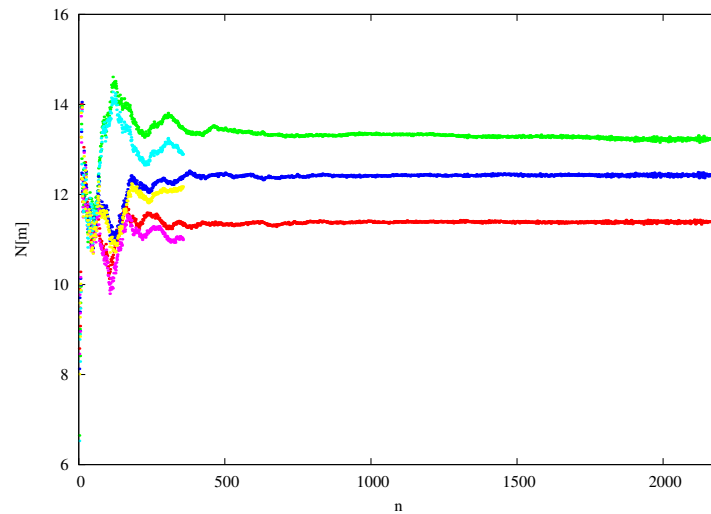


Figura 5.7: Gráfico combinado de las descomposiciones espectrales del EGM2008 y EIGEN-GL04c (Fig. 5.5 y 5.6).

de la región. Este consistió en la estadística de las diferencias entre los valores de ondulación geoidal observada y la resultante de los dos modelos considerados, a diferente grado y orden (tablas 5.3 y 5.4). Misma comparación se realizó con las anomalías de gravedad (tablas 5.5 y 5.6). Este estudio corrobora lo mostrado previamente con el análisis espectral, efectuado sólo para tres puntos.

En relación con los valores mostrados en las tablas, en particular los desvíos estándar, es

posible ver que en el caso del EIGEN-GL04c, los desvíos se estabilizan a partir de $n = 200$; mientras que para el EGM2008, se observa que aún por encima de 360, existen algunas variaciones en el desvío estándar.

| Estadístico/EIGEN-GL04c | 100 | 200 | 360 |
|-------------------------|-------|-------|-------|
| σ [m] | 0.58 | 0.19 | 0.22 |
| μ [m] | -0.96 | 0.31 | 0.40 |
| max[m] | 0.86 | 0.99 | 1.12 |
| min[m] | -1.77 | -0.05 | -0.01 |

Tabla 5.3: Estadística de las diferencias entre ondulaciones observadas y las estimadas con el EIGEN-GL04c a diferente grado.

| Estadístico/EGM2008 | 100 | 200 | 360 | 2190 |
|---------------------|-------|-------|-------|-------|
| σ [m] | 0.58 | 0.24 | 0.24 | 0.33 |
| μ [m] | -0.60 | -0.05 | 0.12 | 0.13 |
| max[m] | 1.19 | 0.58 | 0.74 | 0.54 |
| min[m] | -1.44 | -0.49 | -0.66 | -0.84 |

Tabla 5.4: Estadística de las diferencias entre ondulaciones observadas y las estimadas con el EGM2008 a diferente grado.

| Estadístico/EIGEN-GL04c | 100 | 200 | 360 |
|-------------------------|--------|--------|--------|
| σ [mgal] | 22.53 | 12.38 | 12.55 |
| μ [mgal] | -31.13 | -13.51 | -13.13 |
| max[mgal] | 32.90 | 16.14 | 11.56 |
| min[mgal] | -84.89 | -55.66 | -51.07 |

Tabla 5.5: Estudio comparativo entre las anomalías de gravedad observada y las estimadas a partir del modelo EIGEN-GL04c sobre el total de puntos en la isla.

| Estadístico/EGM2008 | 100 | 200 | 360 | 2190 |
|---------------------|--------|--------|--------|--------|
| σ [mgal] | 22.44 | 13.53 | 12.13 | 11.49 |
| μ [mgal] | -31.02 | -14.91 | -11.90 | -3.91 |
| max[mgal] | 32.78 | 16.74 | 13.85 | 35.26 |
| min[mgal] | -84.77 | -60.34 | -53.35 | -64.69 |

Tabla 5.6: Estudio comparativo entre las anomalías de gravedad observada y las estimadas a partir del modelo EGM2008 sobre el total de puntos en la isla.

El análisis precedente es el que justifica que en el siguiente capítulo, a excepción de la reducción MTR, las reducciones efectuadas con el EGM2008 considerarán los coeficientes hasta grado y orden 360, mientras que para el EIGEN-GL04c, se utilizarán los coeficientes hasta grado y orden 200.

En la evaluación de los GGMs tanto como en los modelos que se obtuvieron con el método de fuentes equivalentes (cap. 9), se ha tenido en consideración entre 3 y 6 puntos de nivelación sobre el sector chileno.

Si bien el sistema de alturas no es coincidente con el argentino, estos puntos son útiles porque aportan información de borde en la zona oeste de la isla de Tierra del Fuego, en particular en lo que al método de fuentes equivalentes se refiere. Esta información es nula si se trabaja sólo con la información sobre territorio argentino.

Se estima que la diferencia de origen podría causar diferencias del orden del decímetro. No obstante, no son estos puntos los que ocasionan los valores extremos mostrados en las tablas 5.3 y 5.4, sino los ubicados en zonas de alta montaña al este y sur del lago Fagnano.

Capítulo 6

Estrategias de reducción

6.1. Introducción

El siguiente capítulo está orientado a la discusión y determinación de un método de reducción apropiada para los datos gravimétricos. En 4.3, ya se han explicado las razones por las cuales es necesario reducir los datos gravimétricos y se han introducido dos tipos de reducciones gravimétricas de terreno: el modelado de terreno residual y la corrección de terreno, propiamente dicha.

El paso siguiente, objeto de este capítulo, es determinar en qué orden, y sobre cual observable del campo de gravedad, serán aplicadas éstas y otras correcciones.

Se sabe, de acuerdo al teorema de Fourier, que toda función admite ser representada por una combinación de senos y cosenos, lo que lleva a que el potencial gravitacional pueda expresarse como una sumatoria infinita de armónicos esféricos. Cada uno de los coeficientes de este desarrollo, mostrado en 2.2, se puede traducir en diferentes longitudes de onda y resolución. Es así que podemos decir que las técnicas satelitales contribuyen en la determinación de los primeros coeficientes (largas longitudes de onda), mientras que las observaciones terrestres y la altimetría satelital, realizan un aporte sobre el conocimiento del campo, en las cortas y medias longitudes de onda.

En nuestro caso, las contribuciones sobre las largas longitudes de onda, estarán representadas por un modelo geopotencial global, mientras que las altas frecuencias estarán dadas por los efectos de la topografía.

6.2. Dos teorías posibles: Stokes o Molodenski

Resolver la ecuación fundamental de la geodesia física supone conocer el valor de las anomalías de gravedad sobre toda la superficie del geoide, pero además surge del supuesto de que no existen masas por fuera de esta superficie. Ambas condiciones, son en la práctica,

imposibles de satisfacer. Es por ello que la formulación de Molodenski, aporta una solución más coherente con la realidad, al trabajar con anomalías de gravedad en superficie.

En el caso de Molodenski, se emplean las llamadas anomalías de aire libre (AL) modernas, las cuales hacen referencia a la diferencia entre la gravedad medida en superficie y la gravedad normal en el teluroide, de modo que, siguiendo la configuración mostrada en la Fig. 2.3;

$$\Delta g_{AL} = g_p - \gamma_Q \quad (6.1)$$

Notar que al emplear el valor de la gravedad normal, no se requieren hipótesis de distribución de masa ya que su valor resulta de un modelo matemático.

No se deben confundir estas anomalías con la reducción de aire libre dada por el cambio de la gravedad con la altura:

$$F = \frac{\partial g}{\partial H} H \quad (6.2)$$

el cual debido a la imposibilidad de conocer la distribución de masas entre la superficie terrestre y el geoide, es reemplazado por:

$$F = \frac{\partial \gamma}{\partial h} H \quad (6.3)$$

y se adopta el valor de $0.3086H$, luego de realizar una aproximación esférica.

La resolución de 2.46, implica el uso de anomalías de aire libre clásicas (cl) y la superficie de integración es la superficie del geoide, tal que:

$$N = \frac{R}{4\pi\gamma} \int \int_S S(\Psi) \Delta g dS \quad (6.4)$$

En 6.4, $S(\Psi)$ se conoce como *función de Stokes* y su argumento es la distancia angular entre el punto de cálculo y un elemento de superficie.

En el caso de Molodenski, es posible obtener una expresión similar a 6.4, haciendo uso del potencial de una capa superficial de densidad k , y tomando como límite, la superficie del teluroide.

$$T = \int \int_S \frac{Gk}{l} dS \quad (6.5)$$

Considerando que un potencial de capa simple, cumple con ser armónico fuera de la superficie, este puede introducirse en 2.46. Teniendo en cuenta que las derivadas de un potencial de capa simple son discontinuas en la superficie y que dependen de la inclinación del terreno, luego de varias aproximaciones, se llega a la siguiente expresión para las anomalías de altura,

en la que nos hemos quedado con los términos principales que involucran a las anomalías de gravedad y a un término que marca la dependencia con la topografía.

$$\zeta = \frac{R}{4\pi\gamma} \int \int_S (\Delta g + G_1) S(\Psi) dS + \dots \quad (6.6)$$

En 6.6, $S(\Psi)$ es la misma función de Stokes, mostrada en 6.4, sólo que ahora, las anomalías de gravedad involucradas en 6.6, son las modernas (superficiales). G_1 puede ser aproximado por:

$$G_1 = \frac{R^2}{2\pi} \int \int_S \frac{H_N - H_N(P)}{l_0^3} \Delta g dS \quad (6.7)$$

$$\text{con } l_0 = 2R \sin\left(\frac{\Psi}{2}\right)$$

Asumiendo una dependencia lineal entre las anomalías de gravedad y la altura, G_1 puede aproximarse por la corrección de terreno. Esta hipótesis, junto con las que permiten llegar a la expresión 6.6, son las que indican que las anomalías de Faye, junto con el segundo método de condensación de Helmert, son compatibles con la teoría de Molodenski, para el cálculo del cuasigeoide.

En el capítulo 4 se hizo mención a las correcciones de terreno, a la placa de Bouguer, y al modelado de terreno residual. Todas estas correcciones nos permiten obtener un observable del campo de gravedad de fácil manejo y si son correctamente aplicadas, es posible emplearlas en algún proceso de interpolación sin afectar el dato por aliasing.

En la práctica, el observable de mayor suavidad, es el que se obtiene con la reducción de Bouguer y recibe el nombre de *anomalía de Bouguer*. Cuando a esta se le suma la corrección de terreno, se alcanza la *anomalía de Bouguer completa*. Esta anomalía es suave y sirve a los fines interpolatorios, pero sus valores suelen ser muy grandes, por lo que no son útiles en la estimación del geoide, ya que el efecto indirecto es considerable (según Heiskanen & Moritz, pueden ser hasta 10 veces el valor de la ondulación).

La anomalía de Bouguer consiste básicamente en una reducción de aire libre y una debida al efecto gravitacional de una placa plana infinita cuyo espesor es la altura H del punto por encima del geoide. Una aproximación más realista, es como ya mencionó en el capítulo 4, una capa esférica, pero esta es computacionalmente mas costosa. Entonces la anomalía de Bouguer se puede escribir como (ver Heiskanen, pág. 131):

$$\Delta g_{AB} = g_{p_0} - \gamma_{Q_0} + 0.3086H - 0.1119H \quad (6.8)$$

y si nos referimos a la anomalía de Bouguer completa,

$$\Delta g_{AB} = g_{p_0} - \gamma_{Q_0} + 0.3086H - 0.1119H + cp \quad (6.9)$$

donde H es la altura de P por encima del geoide y cp es la corrección de terreno (sección 4.3). Mientras tanto, el segundo término hace referencia a la gravedad normal sobre el elipsoide. El tercer término de 6.9, proviene del gradiente de la gravedad con la altura, en aproximación a la variación con la altura de la gravedad real. El cuarto término representa la atracción de una placa infinita de densidad $\rho = 2.67g/cm^3$.

De ahora en más, al término correspondiente a la placa de Bouguer, lo llamaremos PB .

Para la reducción de aire libre, una fórmula más precisa es la propuesta por Heiskanen & Moritz (1967, pág. 78), ya que tiene en cuenta la geometría del elipsoide:

$$\delta g_h = \frac{2\gamma_e}{a}(1 + f + m - 2f \sin^2(\phi))h - \frac{3\gamma_e}{a^2}h^2 \quad (6.10)$$

donde f es el aplastamiento geométrico del elipsoide, m es el cociente entre la aceleración centrífuga y la gravedad normal en el ecuador, y a el semieje mayor del elipsoide.

Haciendo uso de las alturas construidas de acuerdo a lo comentado en el capítulo 4, estimamos las anomalías de Bouguer, y de Bouguer completa. El *coeficiente de correlación de Pearson* entre las anomalías de Bouguer y la altura, es 0.48, mientras que el mismo coeficiente adquiere un valor de 0.08, cuando se trabaja con anomalías de Bouguer completa.

El coeficiente de correlación de Pearson o coeficiente de correlación lineal, describe la correlación lineal entre dos variables sin depender de la métrica de ambas variables. Sus valores oscilan entre 1 y -1, indicando ambos extremos, máxima correlación positiva o negativa. Más detalle sobre este tema, se puede encontrar en Gemael, 2004.

De esta forma, el valor del coeficiente de Pearson, indica una dependencia lineal de las anomalías de Bouguer con la altura, lo cual es previsible debido a la relación 6.8, y muestra la necesidad de aplicar correcciones de terreno.

En la Fig. 6.1, se observa que los valores de anomalías de Bouguer alcanzan valores negativos de hasta -63 mgales, en la región de montaña y positivos, superando los 30 mgales en regiones más bajas. El desvío estándar para estas anomalías es de 20.66 mgales, con una media de -24.17 mgales.

También se estimaron las anomalías AL (según Molodenski) y al comparar con las anomalías clásicas (cl, de acuerdo a la teoría de Stokes), estas arrojaron los valores que se muestran en la tabla 6.1 y que concuerdan con los valores estimados sobre las líneas de nivelación (tabla 6.2).

En esta tesis se hará uso de las anomalías AL, definidas por Molodenski, conjuntamente con el segundo método de condensación de Helmert resultando en lo que se conoce como Helmert-Faye. Otra reducción a aplicarse será una MTR.

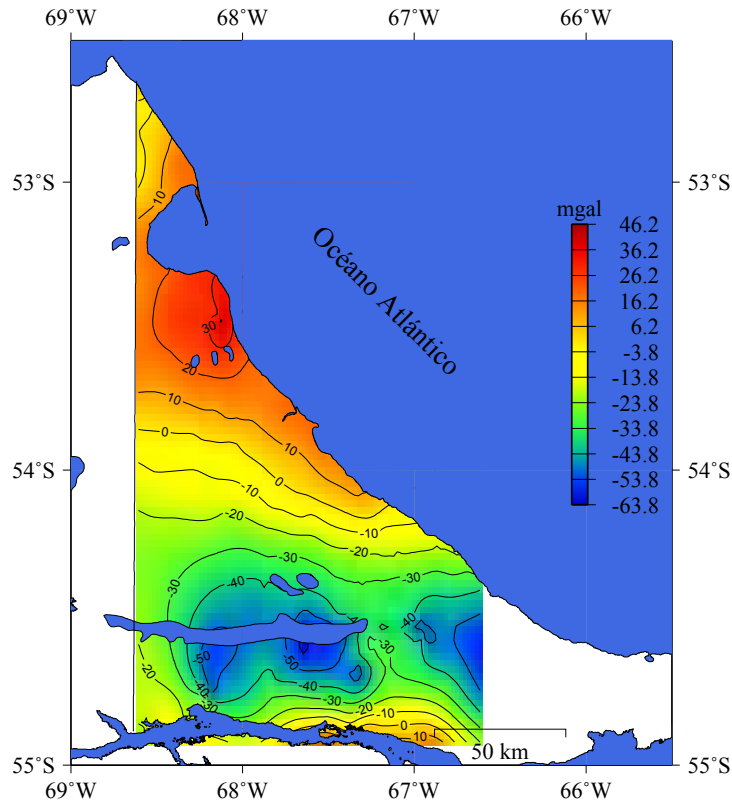


Figura 6.1: Mapa de anomalías de Bouguer sobre los puntos de gravedad medidos comprendidos en la región de trabajo definida.

| Estadística | $\Delta g_{cl} - \Delta g_{AL}$ |
|-----------------|---------------------------------|
| σ [mgal] | 0.01 |
| μ [mgal] | -0.02 |
| max[mgal] | 0 |
| min[mgal] | -0.07 |

Tabla 6.1: Estadística de las diferencias $\Delta g_{cl} - \Delta g_{AL}$ sobre el total de puntos de gravedad observada.

| Estadística | $\Delta g_{cl} - \Delta g_{AL}$ |
|-----------------|---------------------------------|
| σ [mgal] | 0.01 |
| μ [mgal] | -0.01 |
| max[mgal] | 0 |
| min[mgal] | -0.05 |

Tabla 6.2: Estadística de las diferencias $\Delta g_{cl} - \Delta g_{AL}$ sobre el total de puntos situados en la ruta nacional 3.

La corrección atmosférica (*atm*) es otro factor a considerar, ya que en el cálculo de la gravedad normal está incluida la masa de la atmósfera. Si las alturas no fueran muy elevadas ésta sería prácticamente una constante, pero a medida que van aumentando, esta corrección empieza a variar también. Esta corrección viene dada por 6.11 (Torgue, 1989). En la Fig. 6.2, se muestra un mapa de la distribución espacial de esta corrección sobre la isla, en el que consta que su valor disminuye hacia la región más elevada.

$$atm[mgal] = 0.874 - 0.99x10^{-4}H[m] + 0.356x10^{-8}H[m]^2 \quad (6.11)$$

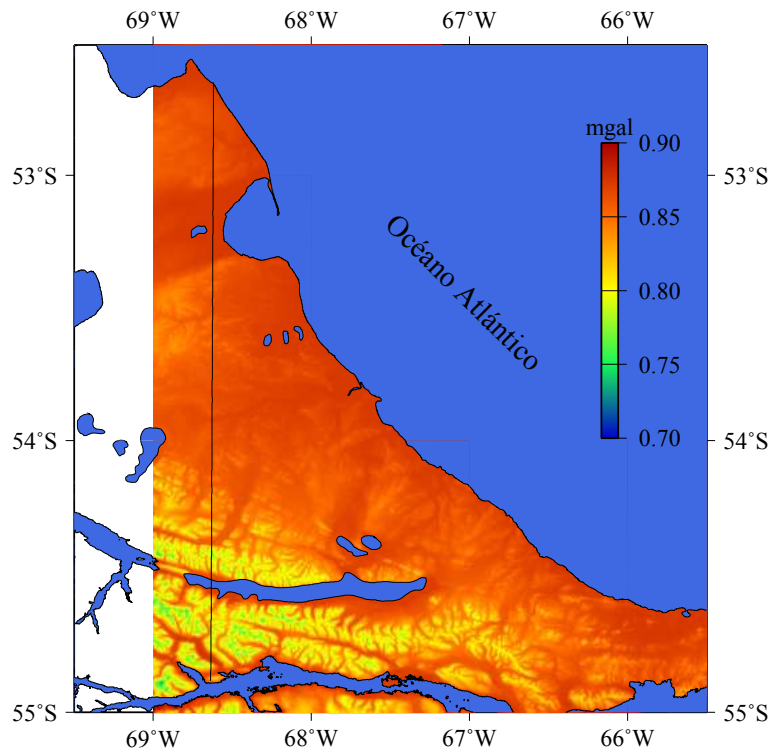


Figura 6.2: Mapa de la distribución de los valores de corrección atmosférica. Es posible ver que su valor no es constante en toda la isla. Aunque la media es 0.873 mgales y el desvío de 0.02 mgales, se observa que alcanza valores de hasta 0.7 mgales.

6.3. Helmert-Faye

Siguiendo la nomenclatura utilizada hasta aquí, el segundo método de condensación de Helmert consiste en condensar las masas por encima del geoide, en una capa de densidad superficial $k = \rho H$. Tiene su fundamento en el teorema de Chasles, el cual afirma: “sea *S* una capa esférica de densidad superficial *k*, el potencial en un punto *P*, fuera de ella, es el mismo que el potencial producido por todo el cuerpo encerrado por *S*”.

En lo que sigue, aplicaremos el método de remover-restaurar, mediante el cual, los efectos de la topografía son removidos de los valores observados, y luego restaurados. Este procedimiento

se realizará partiendo de las anomalías de gravedad observada, siguiendo los pasos, tal como lo proponen Featherstone & Kirby (2000), Sánchez (2003), Amos (2007):

- 1- Se construyen anomalías de aire libre observadas a las que se les quitó la placa de Bouguer.

$$A' = g_{obs} - \gamma(H) - PB(H)$$

Debido a los errores posibles en el DEM, y con la expectativa de no cometer aliasing, es recomendable interpolar las anomalías reducidas sólo por la placa de Bouguer, en lugar de las anomalías completas. Por ello, la corrección de terreno no se aplicará en esta instancia. Aquí el aliasing podría producirse al remover correcciones de terreno que no fueran representativas de toda la región que rodea un punto, sino sólo representativas del valor en el punto mismo. Luego, al grillar esta anomalía tendríamos un enmascaramiento de la alta frecuencia.

- 2- Como estas son más suaves, fueron interpoladas sobre una grilla extraída del SRTM3 con puntos cada 1 km.

$$A'_{grid} = A' \text{ interpoladas sobre el SRTM cada 1 km}$$

- 3- Sobre las anomalías grilladas, se aplicó la corrección de terreno junto con la extracción del modelo geopotencial (Δg_{GGM}) y la corrección atmosférica. El modelo geopotencial se remueve en esta instancia, y no antes, por las mismas razones que se remueve aquí la corrección de terreno.

$$A_{res} = A'_{grid} + cp + atm - \Delta g_{GGM}$$

- 4- Se restauró la placa de Bouguer sobre A_{res}

$$A_{res}'' = A_{res} + PB(SRTM)$$

- 5- Luego, con el fin de reducir los errores acarreados por el DEM incluido en todas las reducciones, se realizó un promedio de ellas en una grilla de resolución similar a la que presenta la distribución de gravedad observada. En el caso de Tierra del Fuego, se optó por una grilla de 7 km de resolución, que se corresponde con el equiespaciado medio entre valores de gravedad medida.

$$A_{rec} = \langle A_{res}'' \rangle_{7km}$$

En el paso 5, en virtud de lo expresado en 5.6, el modelo geopotencial global no fue aplicado empleando todos los coeficientes del desarrollo en armónicos esféricos, sino hasta grado y orden 200 para el caso del modelo EIGEN-GL04c y, a grado y orden 360, para el EGM2008.

A continuación, en la Fig. 6.3, se incluyen sendos histogramas de la distribución de anomalías de Faye, obtenidas según el procedimiento descripto más arriba.

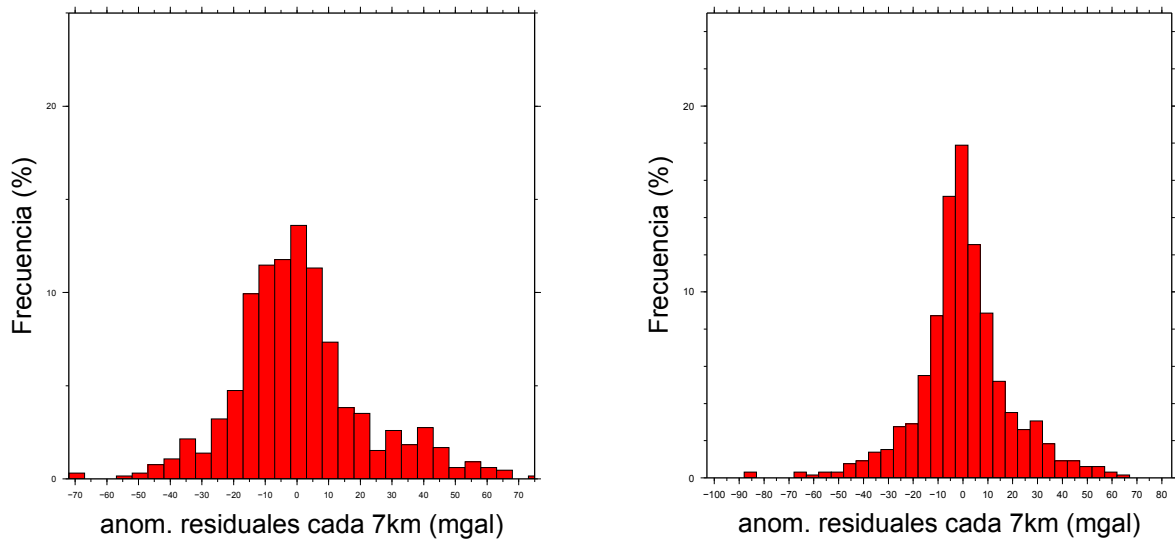


Figura 6.3: Izq.: Histograma de las anomalías de Faye obtenidas con el modelo EIGEN-GL04c. Der: Histograma de las anomalías de Faye obtenidas con el modelo EGM2008. Ambas anomalías resultan centradas, en tanto el desvío es menor para las que fueron reducidas mediante el EGM2008.

El efecto Indirecto

El efecto indirecto aparece en la mayoría de las reducciones como consecuencia de la remoción de masas, pues al modificar el potencial se afecta la posición del geode. Esto ocasiona que la superficie que se alcance no sea exactamente la del geode, sino la del *co-geode*. Lo mismo ocurriría si se aplicaran reducciones y la superficie a alcanzar fuera el cuasigeoide.

El efecto indirecto se ve reflejado en los valores de gravedad y en los valores de ondulación, o anomalías de altura, según sea el caso.

El cálculo del efecto indirecto, bajo una aproximación plana, es para el geode:

$$\delta\zeta_{ind} = -\frac{\pi G\rho}{\gamma} H_P^2 - \frac{G\rho}{6\gamma} \int \int_S \frac{(H^3 - H_P^3)}{l^3} dx dy \dots \quad (6.12)$$

donde l es la distancia plana entre el punto de cálculo y el punto de integración.

y el "segundo efecto indirecto", es decir aquel que afecta a las anomalías de gravedad, debido también a la alteración en el potencial es:

$$\delta\Delta g_{ind} \approx \frac{2\pi G\rho H_P^2}{\gamma R} \quad (6.13)$$

Considerando nuestra grilla de 7 km de resolución, en la que la altura máxima es 1060 m, podemos decir que sobre las anomalías el efecto indirecto calculado a primer orden será de 0.02 mgals, mientras que para las ondulaciones será de 0.06 m. Estos valores aun podrán ser considerados despreciables al considerar la región sobre la cual es válida la gravedad reconstruida de esta manera. En este caso, la máxima altura no alcanza los 400 m. Sobre esto, se volverá en el capítulo 8.

En el caso de esta tesis, el valor de 0.02 mgals, está por debajo del error asignado a las anomalías de gravedad que entrarán en la solución de fuentes equivalentes, por esta razón se ha considerado despreciable. Una situación similar se tiene para el efecto indirecto mencionado en el párrafo anterior.

De cualquier forma, cabe aclarar que en esta tesis se ha empleado el método indirecto (Forsberg, 1994) para las reducciones por terreno de las anomalías gravimétricas, por lo que la restauración de la contribución del terreno se efectúa previamente a la estimación del cuasigeoide. Esto es lo que se desprende del procedimiento descrito en esta sección y la que sigue.

6.4. Anomalías reducidas por MTR

Ya se ha comentado en el capítulo 2, sobre la reducción MTR y las herramientas empleadas para su cálculo. El procedimiento a partir del cual se obtendrán las anomalías finales, es decir,

aquellas que entrarán al programa de Fuentes Equivalentes, es básicamente el mismo que se describió al final de la sección anterior. Es una combinación de lo propuesto por Featherstone, en términos del orden en que se aplica la reducción de larga longitud de onda, y el descrito por S. Bajracharya (2003, cap. 5).

En general, durante las reducciones se acostumbra sustraer el efecto de un modelo global. Este, si es utilizado a alto grado, contiene información de la corta longitud de onda a nivel global, por lo que si ésta no es removida correctamente, resulta ser aplicada dos veces. Al emplear una superficie de referencia (en el cálculo de la corrección MTR) con igual resolución que la del modelo geopotencial global, el problema comentado en el párrafo anterior se resuelve automáticamente, ya que la componente de corta longitud de onda es debidamente considerada y removida.

Lo que se hizo en una primera instancia, fue quitar a las anomalías de aire libre el efecto de la corrección MTR. Se aprecia en la Fig. 6.4, que el resultado es una anomalía suave, tanto o más que las que se obtienen al quitar la placa de Bouguer y los valores son en promedio mucho más pequeños que los anteriores. Estas resultan con un desvío estándar de 16.79 mgales y una media de -0.20 mgales. A diferencia de las las anomalías de Bouguer, éstas se encuentran apreciablemente más centradas en el origen.

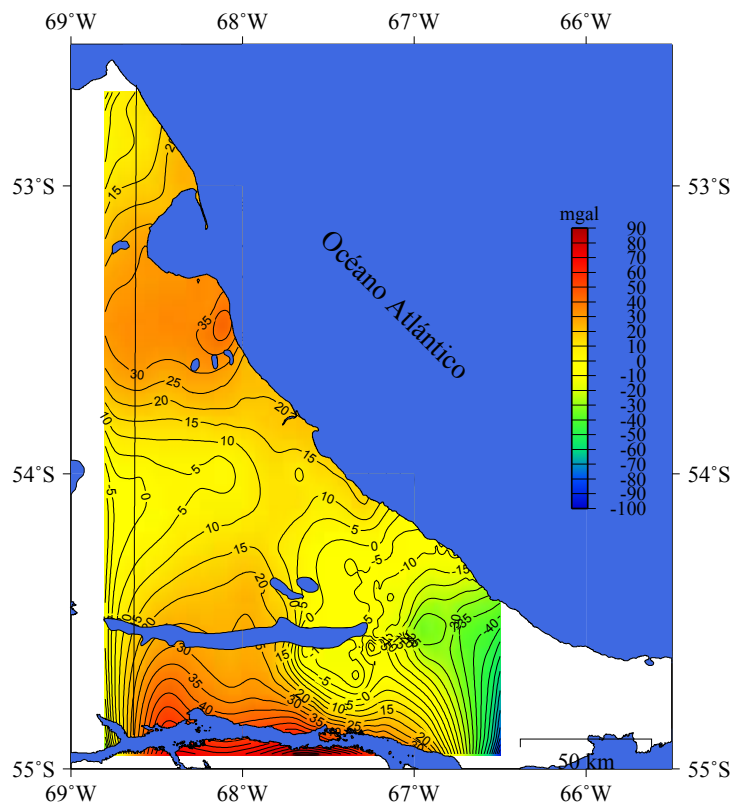


Figura 6.4: Mapa de anomalías de aire libre observadas, reducidas por MTR. La corrección de MTR fue estimada sobre los puntos de gravedad medidos comprendidos en la región de trabajo definida

Para la reducción de las anomalías a utilizar con Fuentes Equivalentes, se aplicaron básicamente, las mismas estrategias que hasta ahora:

- 1- Se construyeron anomalías de aire libre observadas a las que se les aplicó una corrección MTR.

$$A' = g_{obs} - \gamma(H) - MTR$$

- 2- Como estas son más suaves, fueron interpoladas sobre una grilla extraída del SRTM3 con puntos cada 1 km.

$$A'_{grid} = A' \text{ sobre el SRTM cada 1 km}$$

- 3- Sobre las anomalías grilladas, se aplicó la corrección MTR en sentido contrario, junto con la extracción del modelo geopotencial y la corrección atmosférica.

$$A_{res} = A'_{grid} + MTR + atm - \Delta g_{GGM}$$

- 4- Luego, con el fin de reducir los errores acarreados por el DEM incluido en todas las reducciones, se realizó un promedio de ellas en una grilla de resolución similar a la que tiene la distribución de gravedad observada. En el caso de Tierra del Fuego, se optó por una grilla de 7 km de resolución, justificada por las mismas razones que se expusieron en el segundo método de Helmert.

$$Al_{rec} = \langle A_{res} \rangle_{7km}$$

Como se puede apreciar, ambas anomalías construidas a partir de uno u otro GGM se hallan bien centradas y alcanzan valores semejantes.

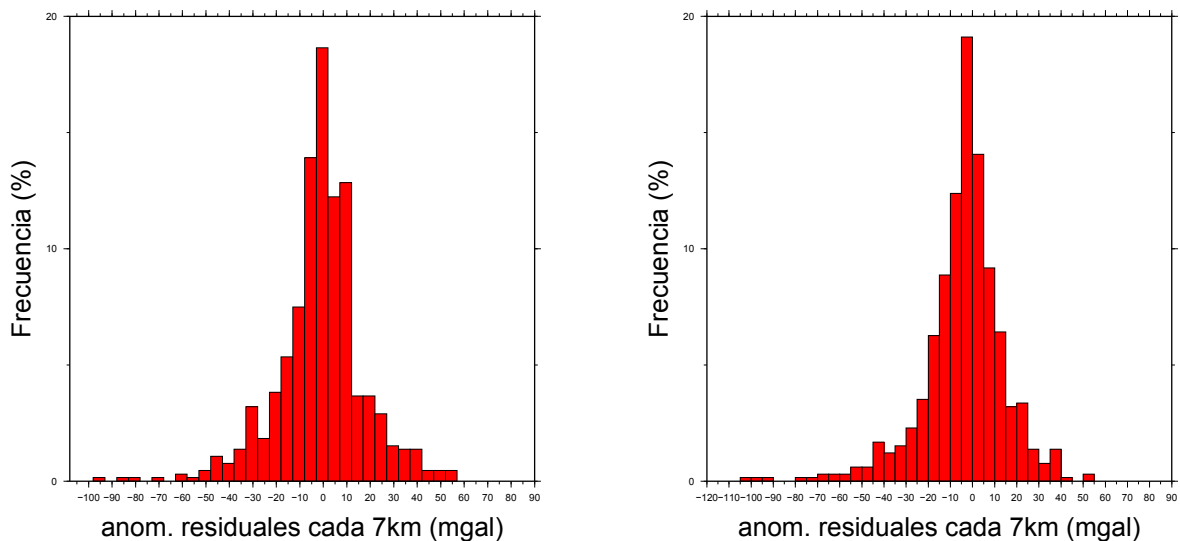


Figura 6.5: Izq.:Histograma de las anomalías obtenidas usando MTR y el modelo EIGEN-GL04c. Der.: Histograma de las anomalías obtenidas mediante MTR y el modelo EGM2008.

6.5. Diferencias entre las reducciones aplicadas

Si obviamos la reducción del modelo geopotencial en ambos métodos, podemos observar que las anomalías de aire libre reconstruidas con los métodos descritos en 6.3 y 6.4, son levemente diferentes. Esto sólo es apreciable estadísticamente, lo cual se muestra en la tabla 6.3.

| Estadística | Helmert | MTR |
|-----------------|---------|--------|
| σ [mgal] | 24.11 | 22.52 |
| μ [mgal] | 11.35 | 7.18 |
| max[mgal] | 84.54 | 70.57 |
| min[mgal] | -63.02 | -75.22 |

Tabla 6.3: Estadística de las anomalías reconstruidas mediante reducción de Helmert y MTR, de acuerdo con las metodologías descritas en 6.3 y 6.4.

En las figuras 6.6 y 6.7 se muestran las anomalías reconstruidas. Tal y como se adelantó, las diferencias gráficas son mínimas.

Las representaciones gráficas 6.6 y 6.7, no incluyen la reducción por el GGM, ya que gráficamente son prácticamente indistinguibles. De manera que a los fines de mostrar como funciona una reducción y otra, siguiendo los pasos descritos en 6.3 y 6.4, resulta más apropiado no incluir esta reducción en los gráficos mencionados.

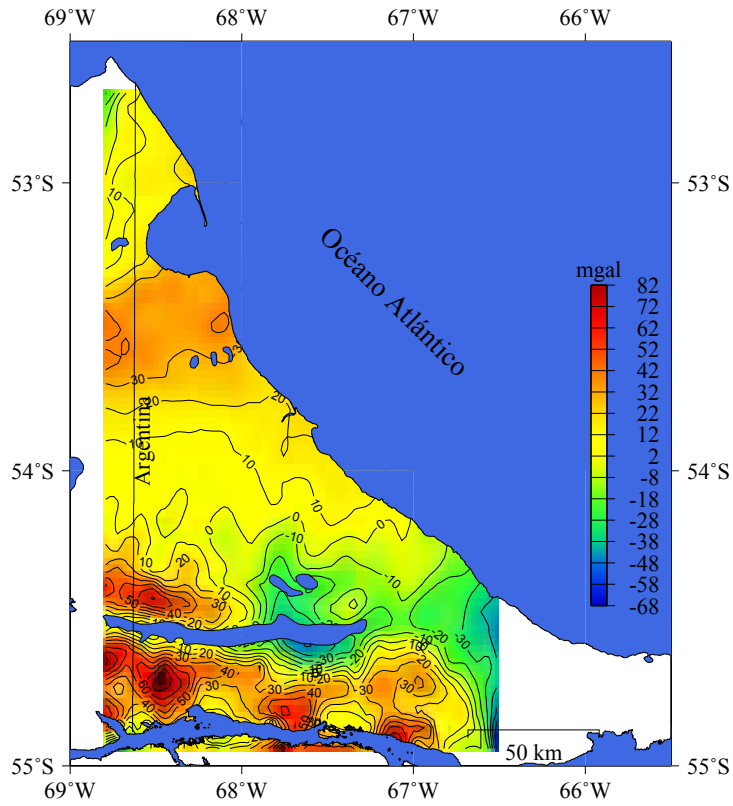


Figura 6.6: Anomalías de Faye, propiamente, reconstruidas empleando la metodología propuesta en 6.3, sin remoción del GGM.

Con estas reducciones, lo que se ha logrado es generar un conjunto de anomalías gravimétricas que representen, de la mejor manera posible, la topografía involucrada, como así aportar información topográfica proveniente de regiones donde no existe gravedad medida. Esto ha sido posible gracias a las correcciones topográficas aplicadas sobre cantidades suaves como las obtenidas en el paso 2, de 6.3 y 6.4.

Por último se procedió a remover las largas longitudes de onda con el modelo geopotencial más apropiado, teniendo en cuenta el GGM y el método de reducción.

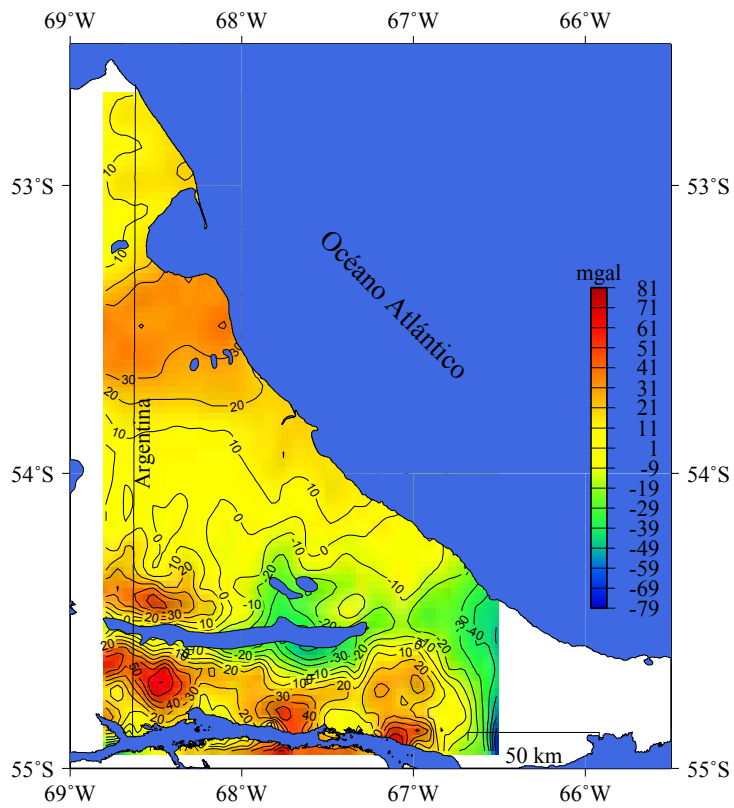


Figura 6.7: Anomalías de aire libre, propiamente, reconstruidas empleando la metodología propuesta en 6.4, sin remoción del GGM.

Capítulo 7

El método de las fuentes equivalentes para integrar los datos.

7.1. Introducción

La presente sección tiene por objeto integrar el modelado gravimétrico y geométrico del geoide, o cuasigeoide, según se comentará más adelante.

La técnica a utilizar es conocida como de Fuentes Equivalentes (FE) o Masas Puntuales (Dampney, 1969). No se trata de una metodología nueva, sino que data de mucho tiempo atrás. Esta técnica tiene por ventaja no tanto la integración de varios observables del campo gravitatorio u otro campo, o el bajo costo computacional, sino más bien la simpleza del método.

El método se fundamenta en el postulado que indica la no existencia de una relación biunívoca entre el potencial gravitatorio observado y las masas que lo provocan. Esto es, dado un conjunto de masas, el potencial que éstas generan es propio del conjunto, mientras que dado el potencial, éste puede ser generado por distintas distribuciones de masa. Esto no es ni mas ni menos que la interpretación del teorema de Stokes, enunciado en 2.6.

A través de los distintos observables del campo gravitatorio terrestre, en nuestro caso anomalías de gravedad y ondulaciones geoidales (o anomalías de altura), se buscará un arreglo de masas puntuales capaz de reproducir el campo gravitatorio observado. La ubicación de las masas dependerá de la distribución del observable y sus características.

En el caso de esta tesis, se aplicará la estrategia de Cordell (1992), modificada según Guspí (2004), sobre la cual se harán algunas contribuciones propias relacionadas con el tratamiento del observable y estimaciones de error.

7.2. El método de las Fuentes Equivalentes

Consideraremos un arreglo consistente en: p puntos de ondulaciones geoidales observadas y k puntos de anomalías de gravedad. En nuestro caso, éstas estarán compuestas por anomalías de aire libre reducidas según se explicó en 6.3 y 6.4.

En relación con el párrafo anterior, cabe la siguiente aclaración: en esta tesis nos hemos enfocado en la determinación del cuasigeoide, por lo que para ser coherentes con ello, lo correcto es trabajar con anomalías de aire libre modernas (acordes con Molodenski) y anomalías de altura. Es por ello, que será este último el término empleado a lo largo del presente capítulo.

No obstante, hemos probado y concluido en el capítulo 2, que para la región de estudio, es decir aquella porción de la isla sobre la que se cuenta con la información gravimétrica y la de GPS/nivelación, la diferencia entre ζ y N es menor o igual al centímetro, si se efectúa el análisis sobre las líneas de nivelación; y menor a 2.5 cm, si se toma en cuenta la expresión 2.28. Estos valores se hallan por debajo de la precisión asignada a las ondulaciones del geoide a utilizar en esta sección. De esta forma, aunque teóricamente distintos, dentro de este rango de error, podemos asumir que geoide y cuasigeoide son coincidentes.

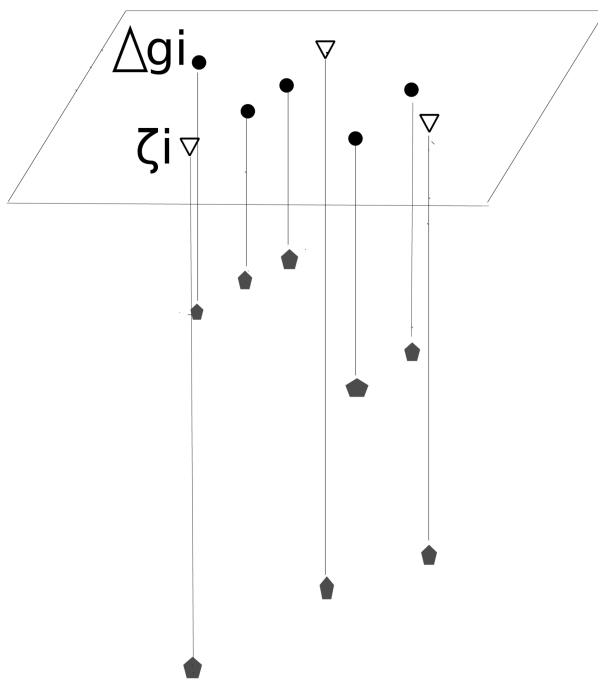


Figura 7.1: Esquema de la ubicación de las masas empleando el método de fuentes equivalentes, según el tipo de observación. Los círculos simbolizan a las estaciones sobre las que se conocen anomalías gravimétricas, mientras que los triángulos denotan los puntos con GPS/nivelación observada.

Dada una estación, la profundidad a la que se ubica la masa puntual por debajo de ésta, mantiene una relación lineal con la distancia a la estación más cercana. Un esquema del problema se presenta en la Fig. 7.1.

Tanto anomalías de gravedad como ondulaciones geoidales, anomalías de altura, perturbaciones de gravedad, etc., son cantidades que si bien tienen como origen un mismo campo de gravedad, representan fenómenos distintos.

Las anomalías gravimétricas representan efectos de corta longitud de onda, mientras que las anomalías de altura u ondulaciones geoidales, efectos de mediana longitud de onda. Con esto, la profundidad de las masas asociadas a la información gravimétrica se propone que sea menor que en los otros casos. En función de la relación lineal que existe entre la profundidad de las masas y la separación de las observaciones, es que las distancias entre puntos con ondulaciones geoidales observadas (o anomalías de altura), será mayor que la separación entre puntos con información gravimétrica. Sobre este punto se volverá más adelante, cuando se aborde el problema concreto.

Las ecuaciones que permiten plantear el problema ya han sido enunciadas en el capítulo 2 (ecs. 2.23 y 2.45). Son aquellas que permiten expresar los distintos observables del campo gravitacional a partir de conocido el potencial perturbador T .

Es objeto del método, el cálculo de un conjunto de masas ficticias que determinen T . Si bien, el valor de las masas estimadas carecerá de significado físico, serán éstas las responsables del potencial perturbador que dá origen a las observaciones.

Debido a las distintas reducciones, ya sea que consideren efectos de larga o corta longitud de onda, T será diferente en cada caso y por tanto, lo será el conjunto de masas que generen T .

7.2.1. Resolución analítica del problema de las Fuentes Equivalentes

Para resolver el conjunto de masas, nos hemos valido del planteo realizado por Guspí et al., 2004.

Si Δg es el vector de anomalías de gravedad Δg_i , cada una con un error σ_g , y ζ es un vector de ondulaciones geoidales o anomalías de altura ζ_i con un error σ_ζ , se busca minimizar la siguiente expresión:

$$S = \frac{1}{2\sigma_m^2} \|\vec{m}\| + \frac{1}{2\sigma_\zeta^2} \|\vec{\zeta} - A_\zeta \vec{m}\| + \frac{1}{2\sigma_g^2} \|\Delta g - A_g \vec{m}\| \quad (7.1)$$

\vec{m} representa al vector dado por las masas y σ_m , su error.

Debido a que el problema inverso admite más de una solución, es necesario imponer condiciones de contorno para garantizar la unicidad. En nuestro caso, éstas estarán dadas por los valores observados. Al mismo tiempo, será importante contar con alguna otra condición que evite grandes oscilaciones en la resolución de las masas. Es por ello, que en lugar de minimizar la norma de las diferencias entre el modelo y lo observado, se minimiza la función 7.1.

Donde μ y σ se definen como sigue:

$$\mu = \frac{\sigma_g}{\sigma_\zeta} \quad \alpha^2 = \frac{\sigma_\zeta}{\sigma_m} \quad (7.2)$$

Si se multipla S por $2\sigma_\zeta^2$ y se reemplaza por los valores dados en 7.2, se tiene:

$$\sigma_\zeta^2 S = \alpha^2 \|\vec{m}\| + \|\vec{\zeta} - A_\zeta \vec{m}\| + \mu^2 \|\Delta g - A_g \vec{m}\| \quad (7.3)$$

Luego si A_ζ y A_g representan las componentes de la matriz de diseño del problema, \vec{d} el vector de observaciones e I es la matriz identidad, el problema consistirá en resolver por mínimos cuadrados, la siguiente expresión:

$$(A^t A + \alpha^2 I) \vec{m} = A^t \vec{d} \quad (7.4)$$

Este no es un problema clásico de mínimos cuadrados, sino que recibe el nombre de *mínimos cuadrados amortiguados* (en inglés, Damped Least Squares), y es α^2 el que hace de factor “amortiguador”, garantizando la rápida convergencia de la solución¹.

Las componentes de A serán de la forma:

$$a_{ij} = \frac{G}{\gamma l_{ij}} \quad i \leq p \quad (7.5)$$

si se trata de ondulaciones o anomalías de altura.

Y, para las anomalías de gravedad ($i \geq p + 1 \leq k + p$), en el caso de un modelo esférico la ecuación de observación estará dada por:

$$a_{ij} = -\frac{G l_{ij}^{\vec{r}_i}}{l_{ij}^{\frac{3}{2}}} \quad (7.6)$$

mientras que para un modelo plano, la ecuación de observación resultará:

$$a_{ij} = -\frac{GC u_{ij}}{l_{ij}^3} \quad (7.7)$$

donde C es el factor de profundidad y u_{ij} representa la distancia mas cercana para la estación i . En 7.6, el factor de profundidad se encuentra implícito en el vector \vec{l}_{ij} .

El vector de observaciones quedará definido por: $\vec{d} = (\zeta_1, \zeta_2, \dots, \zeta_p, \mu \Delta g_1, \dots, \mu \Delta g_k)$

¹No confundir μ y σ con los símbolos asociados al valor medio y desvío estándar, respectivamente, mostrados en las tablas de resumen estadístico

Por último, se debe calcular el error de la estimación final. Para ello, haremos uso de la teoría de propagación de errores para este problema particular de mínimos cuadrados.

Sea C_d , la matriz de varianza covarianza de las observaciones, y sea H , tal que:

$$H = [A^t A + \alpha^2 I]^{-1} A^t \quad (7.8)$$

la matriz de varianza-covarianza de las masas, será:

$$C_m = E[\vec{m}\vec{m}^t] = E[H\vec{d}[H\vec{d}]^t] = E[H\vec{d}\vec{d}^t H^t] = H E[\vec{d}\vec{d}^t] H^t = H C_d H^t \quad (7.9)$$

con E el operador *esperanza matemática*. Conociendo C_m y propagando covarianzas nuevamente, se pueden estimar los errores formales de los nuevos valores de ζ .

El proceso descrito, desde la conformación del vector de observaciones, la matriz de diseño, la propagación de errores, hasta la estimación de los observables sobre nuevos puntos, ha sido desarrollado para esta tesis en 3 rutinas principales, programadas sobre fortran 77 y 90. En el anexo, se adjunta diagrama sobre el funcionamiento, articulación de las subrutinas y formato de los archivos.

En términos de una evaluación no formal, se ha preparado un proceso de validación cruzada (Fotopoulos, 2003). Este consiste en estimar la anomalía de altura (uno de los observables) sobre un punto del conjunto de datos disponibles, habiendo excluido a éste del cálculo de las masas. Una vez estimado el error, se vuelve este punto a la base inicial y se quita el segundo y así sucesivamente. Al finalizar la evaluación sobre cada punto de anomalía de altura observada, o conocida, se estima el desvío sobre el total de residuos procedentes de cada evaluación. La ventaja de este tipo de evaluación es que no depende de la exactitud en la medida de un sólo punto, sino que permite mantener un gran número de observaciones (redundancia) para estimar el modelo. Este proceso de validación no se halla incluido entre las rutinas mencionadas previamente, pues está compuesto por un procedimiento automático (script), que permite realizarlo.

La desventaja es que al quitarse los observables de a uno por vez, la evaluación depende en gran medida de la distribución y densidad de las observaciones utilizadas.

7.3. Análisis efectuados sobre el funcionamiento del método de las FE, como herramienta para reproducir e integrar observables del campo gravitatorio terrestre.

En primera instancia, previo a la determinación de un conjunto de fuentes equivalentes que permitan modelar el geode, o mejor dicho, cuasigeode, en toda la isla, se hicieron diferentes testeos del método y se lo comparó con mínima curvatura (Smith & Wessel, 1990), el cual es un método apropiado para la interpolación directa de cantidades relacionadas con el potencial terrestre.

A diferencia de mínima curvatura, la técnica de FE no es en rigor un método interpolatorio, ya que lo que hace es reproducir una cantidad asociada al campo gravitatorio, por medio de un modelo de distribución de fuentes equivalentes. De cualquier forma, el caso ideal estaría dado por el manejo de información suave y bien distribuida, de manera que la modelización resultara apropiada y facilitara la interpolación de la información.

Con el objeto de evaluar la técnica de FE, se han efectuado tres pruebas considerando la información de anomalías de Faye puntuales sobre 512 puntos de gravedad, y 18 valores de anomalía de altura observada, distribuidos en toda la isla. Es decir, se han apartado 42 puntos de anomalías de altura observada, para efectuar estimaciones de error.

En la Fig. 7.2 se tiene un mapa de la distribución de la información que entrará como dato conocido, y los que se emplearán de prueba. Se aprecia que los puntos de GPS/nivelación, sobre los que se realizará la evaluación, predominan en regiones con importante información de gravedad. Esto permitirá comprobar la contribución del dato gravimétrico.

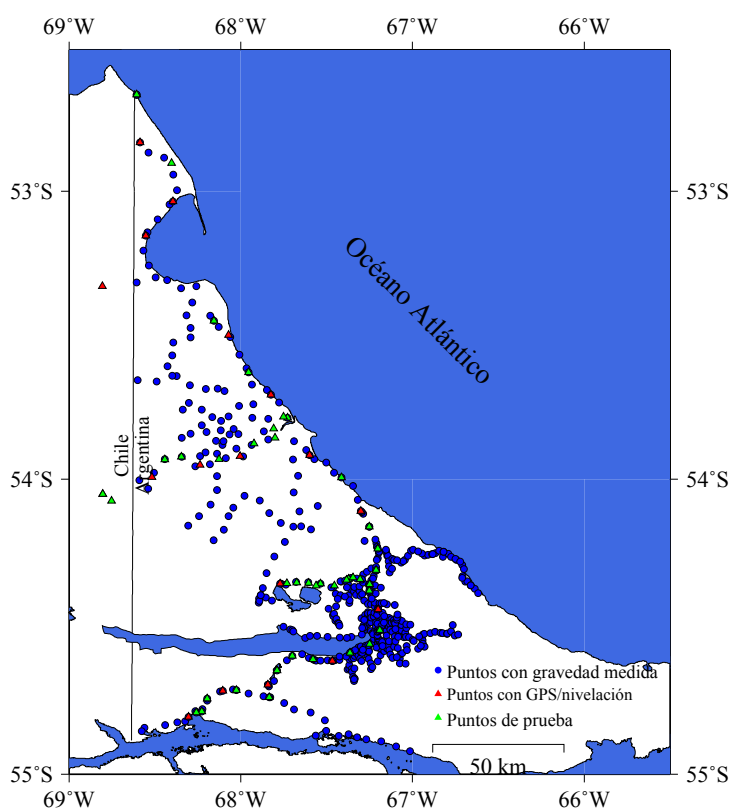


Figura 7.2: Se presenta la distribución de los puntos de gravedad y GPS/nivelación que entraron en el proceso de construcción de las FE (círculos azules y triángulos rojos) y de aquellos sobre los que se evaluó el método (puntos de prueba), señalados con triángulos verdes.

1° prueba

Considerando los valores de anomalías de altura y de gravedad, los cuales conforman un conjunto de 530 fuentes, estimamos los desvíos sobre los 42 puntos de prueba.

De acuerdo con lo adelantado en la sección 7.2, en función de la distribución de la información, se utilizó un factor de profundidad de 4, para las anomalías de altura, mientras que para las anomalías gravimétricas se aplicó un factor 2. El resultado estadístico sobre las diferencias entre valores observados y calculados, se muestra en la tabla 7.1.

| Estadística | O-C |
|--------------|-------|
| σ [m] | 0.07 |
| μ [m] | 0.01 |
| max[m] | 0.19 |
| min[m] | -0.19 |

Tabla 7.1: Estadística de la solución de 530 FE, sobre 42 puntos de prueba.

Los errores más grandes, de acuerdo con la Fig. 7.3, se ubican principalmente en las zonas de borde y en particular, al sur del lago Fagnano, se advierte que el error alcanza el valor de 19 cm (negativo). En esta región se ubica el PF4 de la línea 383 que fuera mencionado en la sección 4.2, debido a las diferencias que presentaba la altura determinada a partir de la nivelación con la estimada con el SRTM 3. Sobre esto, se volverá al final de la presente sección.

En las siguientes dos evaluaciones, adelantando el resultado, se obviará el mapa de la distribución de errores por considerar que la estadística es suficiente para apreciar las discrepancias respecto a la presente solución, la cual a diferencia de las dos siguientes, incluye gravedad.

2° prueba

Aquí sólo se han considerado los 18 puntos de anomalía de altura observada como entrada para el método de fuentes equivalentes. Es decir, hemos excluido la información gravimétrica en el proceso de determinación de las masas y reproducción de los observables.

En el mejor de los casos, empleando un factor de profundidad de 4, se obtuvieron los valores de la tabla 7.2.

En relación al experimento anterior, comparando las tablas 7.2 y 7.1, se observa un aumento de los valores estadísticos de los residuos. Se verá que este comportamiento es similar al de la siguiente experiencia.

Mientras tanto, en la Fig. 7.3, se observa un buen funcionamiento en el sector SE, al norte del lago Fagnano, donde la nivelación sólo aporta información de borde. En esta figura, se pone en evidencia la contribución de la gravedad existente, permitiendo alcanzar errores que no superan los 5 cm.

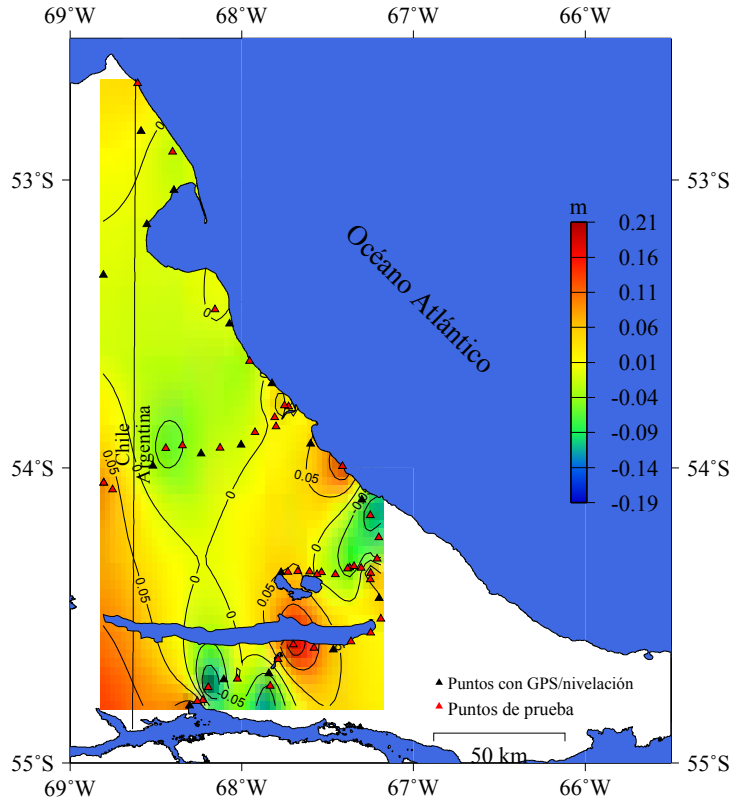


Figura 7.3: Se presenta una grilla generada a partir de los errores obtenidos con FE sobre los puntos de GPS/nivelación que se utilizaron para testeo del método (triángulos rojos). Se observa que los mayores errores se sitúan en las zonas de borde. Se aprecia el buen funcionamiento del método en regiones que apenas contienen puntos de nivelación que puedan aportar información (triángulos negros), pero sobre las que se tiene gravedad medida. Esto último es lo que se advierte en el sector SE, por encima del Lago Fagnano.

| Estadística | O-C |
|--------------|-------|
| σ [m] | 0.15 |
| μ [m] | 0.01 |
| max[m] | 0.46 |
| min[m] | -0.33 |

Tabla 7.2: Estadística de la solución de 18 FE, sobre 42 puntos de prueba.

3° prueba

Como último experimento se tomaron en cuenta solamente los 18 puntos de anomalía de altura y se los interpoló haciendo uso del método de mínima curvatura. Esta interpolación permitió calcular el valor de anomalía de altura sobre los 42 puntos de prueba. El error de interpolación sobre los 42 puntos puede apreciar en la tabla 7.3.

| Estadística | O-C |
|--------------|-------|
| σ [m] | 0.15 |
| μ [m] | 0.00 |
| max[m] | 0.46 |
| min[m] | -0.39 |

Tabla 7.3: Estadística de la interpolación con mínima curvatura, sobre 42 puntos de prueba.

7.3.1. Conclusiones de la evaluación de la técnica de FE

De las tres evaluaciones se puede concluir que trabajando sólo con anomalías de altura observadas, el método de fuentes equivalentes, es comparable con el de mínima curvatura. También se concluye, de las pruebas 1 y 2, que es importante la contribución del dato gravimétrico, lo cual provoca que al incorporarlo, el desvío estándar se reduzca a la mitad, respecto de aquella solución que no emplea gravedad medida.

En el primer experimento, se le adjudicaron los problemas encontrados al SE del lago Fagnano, al punto PF4N383. Esto determinó la eliminación de este punto, en los cálculos siguientes. El criterio utilizado para tal fin, surgió como consecuencia de varios análisis realizados con el objetivo de detectar el problema, en los cuales se ha experimentado con la exclusión e inclusión de éste y otros puntos cercanos a la región. En todos los casos, la exclusión de este punto en las soluciones contribuyó a una mejora en la calidad de las mismas.

Otro punto que fue eliminado de los procesos que siguen, es el ubicado en la estación de Río Grande, debido a que no se tiene certeza del punto sobre el cual se ha realizado la nivelación, ya que no se trata de un pilar convencional. No obstante, se cuenta con la información proveniente de un punto de nivelación principal, ubicado a unos 2 km de éste.

Los experimentos de la sección 7.3 permitieron marcar la diferencia entre FE y un método de interpolación, como el de mínima curvatura, poniendo en evidencia la contribución del dato gravimétrico.

Capítulo 8

Aplicación del Método: generación de modelos

8.1. Introducción

Luego de efectuadas las evaluaciones del método mostradas en el capítulo anterior, el tema abordado por el presente capítulo es la creación del conjunto de observables que se emplearán en la estimación de diferentes modelos de cuasigeoide hasta determinar el modelo final.

En relación con los factores de profundidad empleados en cada caso, estos han sido el resultado de varios experimentos en concordancia con los efectos que debe representar cada observable del campo de gravedad, y en acuerdo con los resultados hallados por Dampney en 1969 sobre los límites dentro de los cuales se puede obtener buen condicionamiento de la matriz del modelo y estabilidad del método.

Para llevar esto a cabo, separaremos la generación de modelos en dos etapas, una que concierne solamente a las observaciones gravimétricas y a los puntos con GPS/nivelación y otra que involucrará también a las mediciones con boyas y GPS sobre el lago Fagnano (sec. 8.3 en adelante).

Las razones de esta división fueron expuestas en 5.5, en función del comportamiento dispar de los modelos geopotenciales, respecto de la nivelación y de las observaciones sobre el lago.

Los valores de entrada están conformados por los valores de anomalías gravimétricas generados en el capítulo 6: anomalías de Faye (sec. 6.3) y las generadas mediante reducción MTR (sec. 6.4). También conforman parte de los datos entrada, las anomalías de altura observadas luego de removidas las largas longitudes de onda, empleando el GGM al mismo grado y orden que el empleado para la reducción de las anomalías gravimétricas. Es decir, se aplicará el modelo EGM2008 a grado 360 y el EIGEN-GL04c a grado 200, para los casos en que las anomalías hayan sido generadas según 6.3; mientras que se reducirá con el EIGEN-GL04c y el EGM2008 a grado 360, en los casos en que las anomalías gravimétricas a usarse, sean las generadas de acuerdo a la metodología descrita en 6.4.

En función de lo mencionado en 7.2, cada uno de los modelos anteriores dará lugar a un determinado conjunto de masas que originan un potencial perturbador en particular.

Es de notarse que en lugar de emplear el modelo EGM2008 a grado y orden 200, se ha optado por el modelo EIGEN-GL04c para esta misma longitud de onda. El fundamento de tal elección es la posibilidad que presenta el EGM2008 de extenderse hasta grado y orden 360, pues cuenta con información suficiente como para ello, no así el EIGEN-GL04c. Se ha buscado aprovechar las “bondades” de cada modelo hasta su máxima contribución para la generación del modelo final, en virtud de lo mostrado en el capítulo 5.

Es claro que la resolución de los modelos geopotenciales globales es representativa de la información que se tiene a nivel global, pero cuando son llevados a escala local, esta resolución, en muchos casos, no es representativa debido a la ausencia de información en el GGM sobre el área de estudio. Esta situación ocasiona que en reducciones como la de Helmert, no siempre (dependiendo del GGM) sea correcto quitar la componente global con un modelo a grado y orden 360 o superior, en el desarrollo de armónicos esféricos. Hacerlo así implicaría asumir que el modelo contiene suficiente información de longitud de onda mediana y corta que no es acorde con la realidad. En este caso, se estaría sumando ruido propio del GGM.

No ocurre esto mismo en una reducción MTR, en la cual se ha considerado una superficie de referencia acorde con la resolución del modelo empleado, respecto de la cual se obtiene la información de corta longitud de onda. En esta reducción, hemos empleado una superficie de referencia de 100 km de longitud de onda por lo que al remover la larga longitud de onda, se han empleado tanto el EGM2008 y el EIGEN-GL04c, a grado y orden 360.

Los errores de estos observables se obtuvieron considerando los errores asociados a las diferentes reducciones y suponiendo despreciable el error en la interpolación del paso 2, descrita en 6.3 y 6.4, correspondiente a la generación de las anomalías gravimétricas residuales. Los principales errores son los que introduce el DEM, en cuyo caso, se ha ingresado al método de FE con un error de 2 miligales para las anomalías gravimétricas.

Sobre los valores de $h - H$, se ha adoptado un error típico de 0.04 m, en función de los resultados estadísticos de las transformaciones y sus consideraciones, sabiendo que la transformación más drástica es la que permite ir desde la red TDF95 a TDF08. Junto con esto, se ha supuesto también que el error en H , no es apreciable al nivel del centímetro.

8.2. Modelos generados con el método de fuentes equivalentes, sin la inclusión de información sobre el lago Fagnano.

Primer modelo

En esta instancia, se emplearon las anomalías de Faye, generadas según 6.3, reduciendo éstas por el modelo geopotencial global EIGEN-GL04c a grado y orden 200.

En todos los casos serán empleadas grillas de gravedad que abarcan toda la región de información. Esto se debe a que la distribución de datos es determinante tanto en otros

métodos como en este. Por lo tanto, la densidad, en especial de la información gravimétrica, es esencial debido a su variabilidad. No es así en el caso de las anomalías de altura u ondulaciones geoidales, cuyos gradientes son mucho menores en toda la isla. Es claro que esta misma consideración sería muy débil si toda la información de GPS/nivelación estuviera situada en zonas montañosas.

Las anomalías gravimétricas conforman una grilla, con equidistancia de 7 km, distribuidas en la porción argentina de la isla, mientras las anomalías de altura, reducidas también por el GGM a mismo grado y orden que las anomalías gravimétricas, se corresponden con aquellos puntos de GPS/nivelación, cuya equidistancia, dentro de una misma línea de nivelación, oscila entre los 5 y 10 km. En nuestro caso, debido a una distribución no homogénea de datos, ésta es aún mayor.

El espaciamiento de los datos, depende en buena parte de la región. La diferencia de equidistancia entre puntos con gravedad medida y GPS/nivelación es mucho mayor en provincia de Buenos Aires, por ejemplo. Allí el espaciamiento medio entre puntos de información gravimétrica es de 3 km, mientras que para los de GPS/nivelación éste es de 20 a 30 km, siendo posible considerar que la distribución de ambos observables es homogénea.

Para el primer modelo generado en Tierra del Fuego, se aplicaron factores de profundidad 2 para los puntos de GPS/nivelación y para los de gravedad. Al efectuar el proceso de validación cruzada, se tuvo que la estadística sobre los puntos de GPS/nivelación resultó ser la mostrada en la tabla 8.1. La distribución de los errores se muestra en la Fig. 8.1.

Cabe aclarar, que siendo que la separación entre puntos gravimétricos es menor que la separación entre puntos con GPS/nivelación, el hecho de que los factores de profundidad sean los mismos, no implica que la profundidad de las masas asociadas a los puntos con GPS/nivelación, se encuentren a profundidades menores o iguales, que los correspondientes a la información gravimétrica.

Por el contrario, la información gravimétrica siempre tendrá un espaciamiento menor que la correspondiente a la nivelación, por lo que las masas ubicadas por debajo de los puntos con información de gravedad, estarán a menores profundidades en relación con los de GPS/nivelación, representando efectos de alta frecuencia.

Luego de las aclaraciones previas, el resultado estadístico de la validación cruzada sobre los puntos con GPS/nivelación observada, son los que se muestran en la tabla 8.1.

| Estadística | $\zeta_{cal} - \zeta_{obs}$ |
|--------------|-----------------------------|
| σ [m] | 0.06 |
| μ [m] | -0.01 |
| max[m] | 0.19 |
| min[m] | -0.14 |

Tabla 8.1: Estadística de las diferencias $\zeta_{cal} - \zeta_{obs}$ sobre 58 puntos de GPS/nivelación como resultado de la validación cruzada. Los valores de anomalía de altura calculada fueron obtenidos a partir de anomalías de Faye y anomalías de altura, reducidas por el modelo EIGEN-GL04c a grado y orden 200.

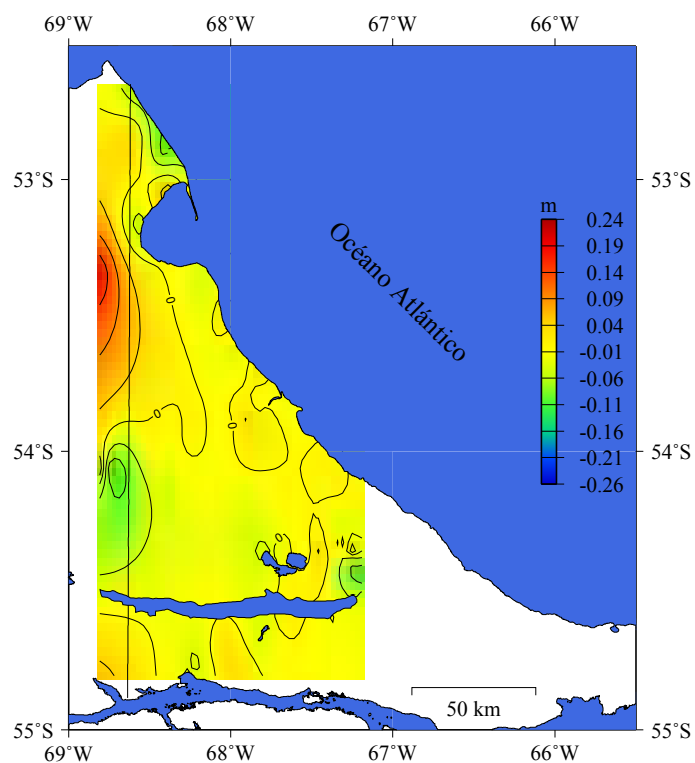


Figura 8.1: Gráfico de diferencias entre anomalías de altura calculadas y observadas como resultado de la validación cruzada sobre los puntos con GPS/nivelación. Los valores de anomalías de altura calculada fueron obtenidos a partir de anomalías de Faye y las correspondientes anomalías de altura, reducidas por el modelo EIGEN-GL04c a grado y orden 200.

En la estadística que precede, se tiene incluido a tres de los puntos que caen sobre territorio chileno. Cuando son excluidos de la misma, los valores estadísticos resultan ser los de la tabla 8.2.

| Estadística | $\zeta_{cal} - \zeta_{obs}$ |
|--------------|-----------------------------|
| σ [m] | 0.05 |
| μ [m] | -0.01 |
| max[m] | 0.08 |
| min[m] | -0.14 |

Tabla 8.2: Misma estadística que la mostrada en la tabla 8.1, pero ahora sobre 55 puntos de GPS/Nivelación, habiéndose excluido de la misma a los puntos que se ubican en territorio chileno.

Si bien, estos son parte responsable del aumento en los valores estadísticos, ya se ha explicado anteriormente (sec. 5.6) la importancia de no excluirlos del modelo.

En los siguientes tres modelos, la primera tabla será ampliada mostrando la estadística, luego de la exclusión de las observaciones sobre Chile, sin implicar ésto que los puntos que caen en territorio chileno no hayan sido tomados en cuenta en el modelo.

La distribución de puntos con GPS/nivelación, para los primeros cuatro modelos, es la que se mostró en la Fig. 7.3, sin distinguir entre puntos de prueba y puntos del modelo.

Segundo modelo

La construcción del segundo modelo tuvo las mismas características que el primero, exceptuando que en este caso, el GGM empleado ha sido el EGM2008 a grado y orden 360 para la reducción de los dos tipos de observables del campo de gravedad involucrados.

| Estadística | $\zeta_{cal} - \zeta_{obs}$ | $\zeta_{cal} - \zeta_{obs}(\text{sin Chile})$ |
|--------------|-----------------------------|---|
| σ [m] | 0.06 | 0.05 |
| μ [m] | -0.01 | -0.01 |
| max[m] | 0.17 | 0.08 |
| min[m] | -0.19 | -0.19 |

Tabla 8.3: Estadística de las diferencias $\zeta_{cal} - \zeta_{obs}$ sobre puntos de GPS/nivelación como resultado de la validación cruzada. Los valores de anomalía de altura calculada fueron obtenidos a partir de anomalías de Faye y habiendo reducido éstas por el modelo EGM2008 a grado y orden 360. Para la estadística de la izq. se han considerado 58 puntos, mientras que la de la der. responde a 55, debido a la exclusión de los puntos chilenos.

De la tabla 8.3 y la Fig. 8.2, se puede apreciar que no existen diferencias sustanciales entre esta solución y la del modelo anterior (tablas 8.1, 8.2 y Fig. 8.1). Esto es razonable teniendo en cuenta que la distribución de los valores de partida es la misma.

Debido a que las diferencias entre todos los modelos, residen principalmente en el tipo de reducción aplicada a las anomalías gravimétricas, es esto lo que se aclara en los epígrafes a

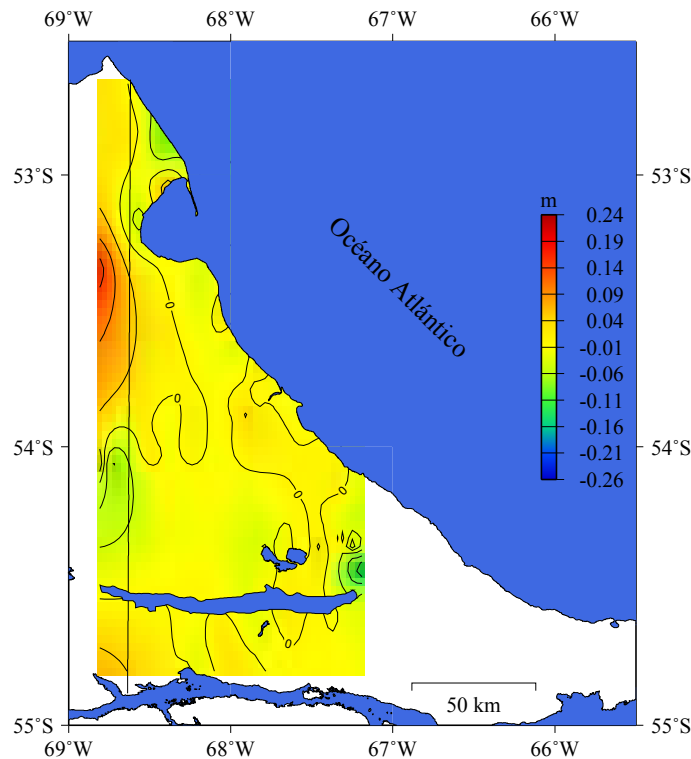


Figura 8.2: Gráfico de diferencias entre anomalías de altura calculadas y observadas como resultado de la validación cruzada sobre los puntos con GPS/nivelación. Los valores de anomalía de altura fueron obtenidos a partir de anomalías de Faye y habiendo reducido éstas por el modelo EGM2008 a grado y orden 360.

modo de referencia. No obstante, todos incluyen también información de anomalías de alturas reducidas por los correspondientes GGMs, según se comentara en 8.1.

Tercer modelo

Este modelo consiste en el uso de anomalías gravimétricas obtenidas según 6.4, removiendo el efecto de las largas longitudes de onda con el modelo EIGEN-GL04c a grado y orden 360. El factor de profundidad fue 2 para ambos observables. A diferencia de los dos modelos previos, la reducción aplicada sobre las anomalías de gravedad es una MTR.

Los resultados estadísticos se muestran en la tabla 8.4, mientras que la distribución espacial de los residuos, se muestra en la Fig. 8.3. Estos difieren levemente de los resultados hallados con el método de Helmert.

| Estadística | $\zeta_{cal} - \zeta_{obs}$ | $\zeta_{cal} - \zeta_{obs}$ (sin Chile) |
|--------------|-----------------------------|---|
| σ [m] | 0.06 | 0.05 |
| μ [m] | -0.01 | -0.01 |
| max[m] | 0.23 | 0.09 |
| min[m] | -0.15 | -0.15 |

Tabla 8.4: Estadística de las diferencias $\zeta_{cal} - \zeta_{obs}$ sobre puntos de GPS/nivelación como resultado de la validación cruzada. Los valores de anomalía de altura fueron obtenidos a partir de las anomalías reducidas según 6.4 empleando el modelo EIGEN-GL04c a grado y orden 360 para modelar las largas longitudes de onda, conjuntamente con los puntos de GPS/nivelación. Para la estadística de la izq. se han considerado 58 puntos, mientras que la de la der. responde a 55.

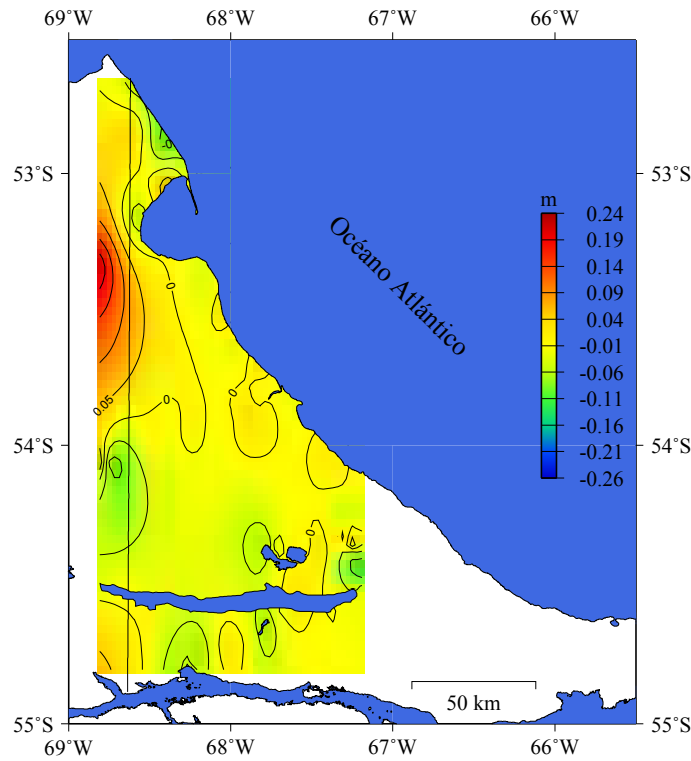


Figura 8.3: Gráfico de diferencias entre anomalías de altura calculadas y observadas como resultado de la validación cruzada sobre los puntos con GPS/nivelación, de acuerdo a la metodología propuesta en 6.4, habiendo removido las largas longitudes de onda con el modelo EIGEN-GL04c a grado y orden 360.

Cuarto modelo

Sobre las anomalías gravimétricas, se aplicó el mismo procedimiento que en el ítem anterior, pero la remoción de la larga longitud de onda fue realizada con el modelo EGM2008 a grado y orden 360.

Los resultados de la validación cruzada se muestran en la tabla 8.5 y la Fig. 8.4.

| Estadística | $\zeta_{cal} - \zeta_{obs}$ | $\zeta_{cal} - \zeta_{obs}$ (sin Chile) |
|--------------|-----------------------------|---|
| σ [m] | 0.06 | 0.05 |
| μ [m] | -0.01 | -0.01 |
| max[m] | 0.19 | 0.09 |
| min[m] | -0.19 | -0.19 |

Tabla 8.5: Estadística de las diferencias $\zeta_{cal} - \zeta_{obs}$ sobre puntos de GPS/nivelación como resultado de la validación cruzada. Los valores de anomalía de altura fueron obtenidos a partir de las anomalías obtenidas según 6.4 empleando el modelo EGM2008 a grado y orden 360 para modelar las largas longitudes de onda, conjuntamente con los puntos de GPS/nivelación. Para la estadística de la izq. se han considerado 58 puntos, mientras que la de la der. responde a 55.

En función de lo mostrado en las tablas 8.2, 8.3, 8.4, 8.5, a igual método de reducción, los residuos más altos se producen al remover las largas longitudes de onda con el modelo EGM2008 a grado y orden 360. En este sentido se advierte que la región donde se producen estos máximos comprende mayormente la zona de información de borde, pero también la región de terreno más movido.

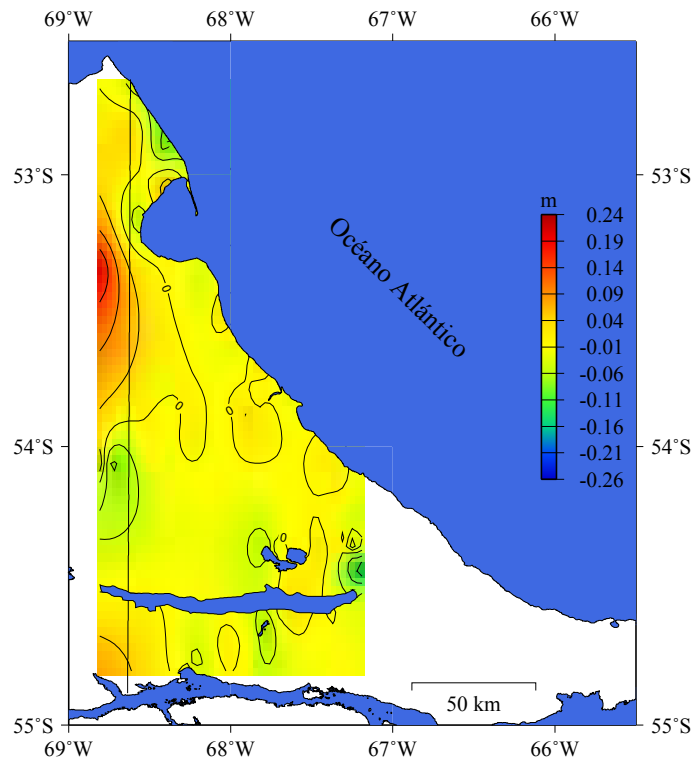


Figura 8.4: Gráfico de diferencias entre anomalías de altura calculadas y observadas como resultado de la validación cruzada sobre los puntos con GPS/nivelación, de acuerdo a lo establecido según los lineamientos de 6.4. Se utilizó el modelo EGM2008 a grado 360 para remover las largas longitudes de onda.

8.3. Modelos generados con el método de fuentes equivalentes, que incluyen la información sobre el lago Fagnano.

Por las razones mostradas en el capítulo 5, en relación a las discrepancias mostradas entre las observaciones sobre el lago y los valores derivados de los GGMs, en la sección que precede no se han incluido las observaciones sobre el lago Fagnano. No obstante con el fin de evaluar la influencia de éste en la solución de FE, se ha optado por realizar un segundo set de evaluaciones que incluyen las mediciones con boyas (Del Cogliano, 2007).

La inclusión del lago en la solución es propicia, no sólo para aportar información al modelo, sino también para evaluar la calidad de la gravedad que se está introduciendo en la zona oeste del lago. En la Fig. 7.2, se mostró la distribución real de la gravedad, con la cual las anomalías gravimétricas generadas de acuerdo con los pasos descritos en 6.3 y 6.4 podrían actuar destructivamente sobre el sector oeste del lago, donde no existen observaciones de gravedad.

Esta sección se haya dividida en dos partes; una experimental, enfocada en los problemas hasta aquí mencionados, contribución de la gravedad reconstruida sobre el oeste de la isla, distribución apropiada de observaciones sobre el lago Fagnano; y una segunda parte, enfocada en la determinación del mejor modelo tal como se hiciera en la sección 8.2, pero ahora incluyendo la información proporcionada por las boyas y considerando las distintas reducciones propuestas hasta aquí.

Los modelos generados, en esta sección, incluyeron el lago, pero no al total de las mediciones sobre el mismo. La cantidad de observaciones incluidas sobre el mismo no fue caprichosa, sino que fue de acuerdo a los resultados obtenidos a medida que se iban efectuando las experiencias.

Estas observaciones fueron combinadas con dos distribuciones de gravedad diferente: una grilla que incluyó toda la gravedad distribuida de igual modo que en los modelos anteriores, y otra grilla en la que se descartó la gravedad reconstruida sobre el sector occidental del lago Fagnano. Estas experiencias se realizaron con el objeto de analizar la contribución (destructiva o constructiva) de las anomalías reconstruidas, sobre regiones donde no existe gravedad real observada. Las observaciones sobre el oeste del lago, serán entonces de vital importancia.

Primer experimento

Se utilizaron como datos de entrada 654 anomalías gravimétricas, como las empleadas en el primer modelo de la sección anterior. A los valores de anomalía de altura residual que dieron lugar al mismo modelo, se le sumaron 4 puntos sobre el lago, con valores de igual característica. Con esto se generó un nuevo modelo, a partir de las masas equivalentes determinadas.

El mismo cálculo se realizó utilizando sólo 558 valores de anomalías de gravedad, de aquellas 654, excluyendo al sector sudoeste de la isla, donde no se tiene gravedad observada.

Los resultados de la validación cruzada provenientes de ambos experimentos se resumen en la tabla 8.6.

| Estadística | $\zeta_{cal} - \zeta_{obs}$ (654 Δ_g) | $\zeta_{cal} - \zeta_{obs}$ (558 Δ_g) |
|--------------|---|---|
| σ [m] | 0.08 | 0.08 |
| μ [m] | -0.02 | -0.01 |
| max[m] | 0.22 | 0.32 |
| min[m] | -0.26 | -0.16 |

Tabla 8.6: Estadística de las diferencias $\zeta_{cal} - \zeta_{obs}$ sobre 62 puntos, distribuidos sobre toda la isla, como resultado de la validación cruzada. Los valores de anomalía de altura calculada fueron obtenidos a partir de las anomalías obtenidas según 6.3 empleando el modelo EIGEN-GL04c a grado y orden 200 para modelar las largas longitudes de onda. La estadística de la izquierda se corresponde con el modelo que involucra 654 anomalías gravimétricas, mientras que el de la derecha, sólo incluye 558 de las 654.

Luego, se procedió a evaluar este modelo sobre los restantes puntos situados en el lago Fagnano, lo cual arrojó la estadística de las tablas 8.7 y 8.8. Para el caso de boyas muy cercanas, se construyó un punto normal. Es decir, se adoptó una posición media y un valor medio de $\zeta_{cal} - \zeta_{obs}$ para este conjunto. Por esta razón el total de boyas sobre las que se realizó la evaluación (53) se ve bastante disminuido en relación a las 81 boyas iniciales.

| Estadística | $\zeta_{cal} - \zeta_{obs}$ (654 Δ_g) | $\zeta_{cal} - \zeta_{obs}$ (558 Δ_g) |
|--------------|---|---|
| σ [m] | 0.14 | 0.11 |
| μ [m] | 0.01 | -0.04 |
| max[m] | 0.17 | 0.12 |
| min[m] | -0.51 | -0.25 |

Tabla 8.7: Estadística de las diferencias $\zeta_{cal} - \zeta_{obs}$ sobre 53 puntos como resultado de la evaluación del modelo sobre las restantes boyas, distribuidas sobre el lago Fagnano, que no forman parte del modelo mismo.

| Estadística | $\zeta_{cal} - \zeta_{obs}$ (654 Δ_g) | $\zeta_{cal} - \zeta_{obs}$ (558 Δ_g) |
|--------------|---|---|
| σ [m] | 0.16 | 0.08 |
| μ [m] | -0.01 | -0.11 |
| max[m] | 0.17 | 0.01 |
| min[m] | -0.51 | -0.25 |

Tabla 8.8: Estadística de las diferencias $\zeta_{cal} - \zeta_{obs}$ sobre 31 puntos de los 53 de la tabla precedente. A diferencia de los anteriores, estos se ubican al oeste de $\lambda = -67^\circ.7$.

La última tabla (8.8), es un extracto de la anterior. En ella se muestra la estadística de los residuos sobre los puntos del lago, situados al oeste de $-67^\circ.7$. El motivo de la misma es el análisis comparativo entre el modelo que incluye la grilla de gravedad completa, y el que no contiene información gravimétrica donde no la hay. Es claro, a partir de la tabla 8.7, que el efecto de la grilla completa es destructivo, en relación al modelo que incluye sólo 558 puntos de información gravimétrica. Mientras tanto, en la Fig. 8.5, se destaca que los residuos más grandes se producen en la porción occidental del lago, principalmente por este efecto destructivo de la gravedad empleada.

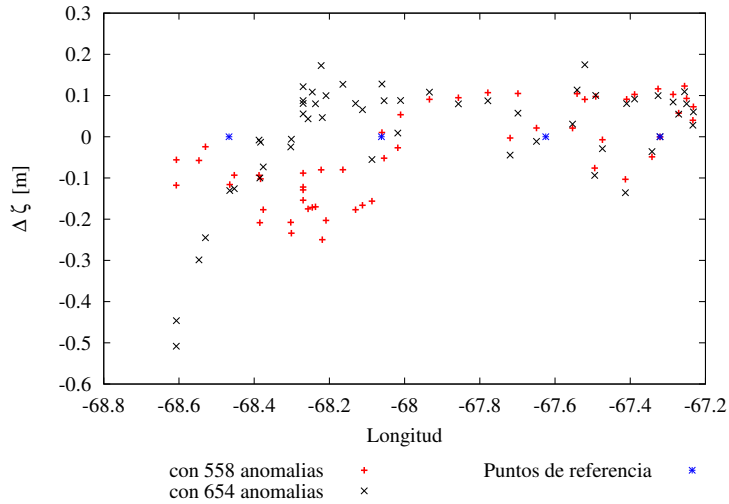


Figura 8.5: Gráfico de las diferencias $\zeta_{cal} - \zeta_{obs}$ sobre 53 puntos situados sobre el lago que no forman parte de los dos modelos generados. Se aprecia que aquella solución que no incluye información de gravedad en la porción occidental de la isla, posee una menor dispersión que aquella que incluye gravedad sobre toda la región.

Segundo experimento

Con el propósito de determinar cual es la mejor distribución de boyas que representa mejor a los valores observados, se realizó este segundo experimento. Este posee características similares al anterior pero difiere en el número de observaciones tomadas sobre el lago, las cuales en este caso, aumentan a 10 distribuidas en sentido E-O. También se ha disminuido levemente el número de observaciones sobre la R. P. H, con la intención de lograr un espaciamiento de información más homogéneo.

Siguiendo con el análisis hecho hasta ahora, en las tablas 8.9, 8.10 y 8.11 se resume la estadística, a la que se acompaña con la Fig. 8.6.

| Estadística | $\zeta_{cal} - \zeta_{obs}$ (654 Δ_g) | $\zeta_{cal} - \zeta_{obs}$ (558 Δ_g) |
|--------------|---|---|
| σ [m] | 0.09 | 0.07 |
| μ [m] | -0.02 | 0.01 |
| max[m] | 0.21 | 0.20 |
| min[m] | -0.24 | -0.21 |

Tabla 8.9: Estadística de las diferencias $\zeta_{cal} - \zeta_{obs}$ sobre 64 puntos como resultado de la validación cruzada. Al igual que en el primer experimento, la mejor solución es aquella en la que no se incluye gravedad en el sector oeste del lago (der.).

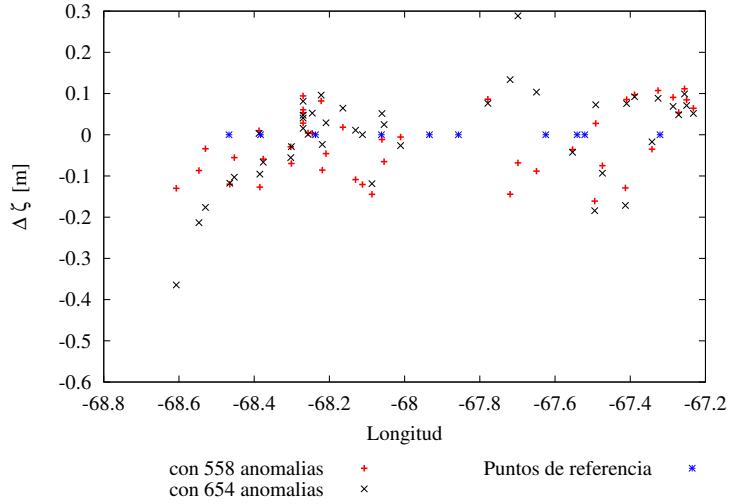


Figura 8.6: Gráfico de las diferencias $\zeta_{cal} - \zeta_{obs}$ sobre 44 puntos situados sobre el lago que no forman parte de los dos modelos generados. Se aprecia que aquella solución que no incluye información de gravedad en la porción occidental de la isla, posee una menor dispersión que aquella que incluye gravedad sobre toda la región.

La evaluación de este modelo sobre los restantes puntos situados en el lago Fagnano, arrojó la estadística de las tablas siguientes.

| Estadística | $\zeta_{cal} - \zeta_{obs}$ (654 Δ_g) | $\zeta_{cal} - \zeta_{obs}$ (558 Δ_g) |
|--------------|---|---|
| σ [m] | 0.11 | 0.08 |
| μ [m] | 0.00 | -0.02 |
| max[m] | 0.28 | 0.11 |
| min[m] | -0.36 | -0.16 |

Tabla 8.10: Estadística de las diferencias $\zeta_{cal} - \zeta_{obs}$ sobre 44 puntos como resultado de la evaluación del modelo sobre las restantes 44 observaciones no incluidas en éste.

| Estadística | $\zeta_{cal} - \zeta_{obs}$ (654 Δ_g) | $\zeta_{cal} - \zeta_{obs}$ (558 Δ_g) |
|--------------|---|---|
| σ [m] | 0.10 | 0.07 |
| μ [m] | -0.03 | -0.04 |
| max[m] | 0.10 | 0.09 |
| min[m] | -0.36 | -0.14 |

Tabla 8.11: Estadística de las diferencias $\zeta_{cal} - \zeta_{obs}$ sobre 28 puntos situados sobre el lago, ubicados al oeste de $\lambda = -67^\circ.7$.

En relación al experimento anterior, se aprecia tanto en las estadísticas, como en la Fig. 8.6, una disminución de los residuos en términos generales, en particular es notable al nivel de las evaluaciones sobre el lago.

Tercer experimento

Este se diferencia de los anteriores en la cantidad de observaciones tomadas sobre el lago (18). No sólo se buscó una distribución equiespaciada de información en sentido E-O tal como se puede ver en la Fig. 8.7, sino también una adecuada representación de la costa norte y sur del lago. Bajo estas circunstancias el factor de profundidad asociado con las anomalías de altura, para el caso que involucra los 654 anomalías, debió cambiarse por 2.1 para obtener la mejor de las soluciones.

| Estadística | $\zeta_{cal} - \zeta_{obs}$ (654 Δ_g) | $\zeta_{cal} - \zeta_{obs}$ (558 Δ_g) |
|--------------|---|---|
| σ [m] | 0.10 | 0.10 |
| μ [m] | -0.01 | -0.02 |
| max[m] | 0.36 | 0.20 |
| min[m] | -0.34 | -0.38 |

Tabla 8.12: Estadística de las diferencias $\zeta_{cal} - \zeta_{obs}$ sobre 72 puntos ubicados en Tierra del Fuego, como resultado de la validación cruzada. Esto fue realizado bajo las mismas condiciones que los experimentos previos, a diferencia de la cantidad de observaciones sobre el lago, que han sido utilizadas.

La posterior evaluación de los modelos sobre los restantes 39 puntos del lago, dió el resultado siguiente:

| Estadística | $\zeta_{cal} - \zeta_{obs}$ (654 Δ_g) | $\zeta_{cal} - \zeta_{obs}$ (558 Δ_g) |
|--------------|---|---|
| σ [m] | 0.09 | 0.08 |
| μ [m] | -0.02 | 0.01 |
| max[m] | 0.14 | 0.13 |
| min[m] | -0.20 | -0.18 |

Tabla 8.13: Estadística de las diferencias $\zeta_{cal} - \zeta_{obs}$ como resultado de la evaluación de los modelos sobre 39 puntos ubicados sobre el lago, y que no han formado parte de los mismos.

Sobre el sector oeste del lago Fagnano se tienen los resultados de la tabla 8.14.

En este experimento se pueden advertir dos situaciones. Una es el cambio en los factores de profundidad, el cual es un indicio de la necesidad de situar las masas a mayor profundidad con el fin de representar más adecuadamente un efecto de baja frecuencia. Lo segundo, es el aumento de los residuos también al este del lago (Fig. 8.7), como consecuencia de la concentración de información en una misma región de diferente calidad. A diferencia de lo que sucede en cuanto a la nivelación, la información proveniente de las boyas tiene un error superior a los 4 cm. Podría decirse que alcanza incluso los 7 cm. Es por ello, que información de boyas muy cercanas afecta el resultado.

| Estadística | $\zeta_{cal} - \zeta_{obs}$ (654 Δ_g) | $\zeta_{cal} - \zeta_{obs}$ (558 Δ_g) |
|--------------|---|---|
| σ [m] | 0.06 | 0.07 |
| μ [m] | -0.01 | -0.01 |
| max[m] | 0.11 | 0.10 |
| min[m] | -0.11 | -0.11 |

Tabla 8.14: Estadística de las diferencias $\zeta_{cal} - \zeta_{obs}$ sobre 21 de los 39 puntos de la tabla anterior. En esta no se aprecia gran diferencia entre los dos modelos, debido a que la cantidad de información proveniente de lago y que ha sido tomada en cuenta para elaborar los modelos, ha sido mayor.

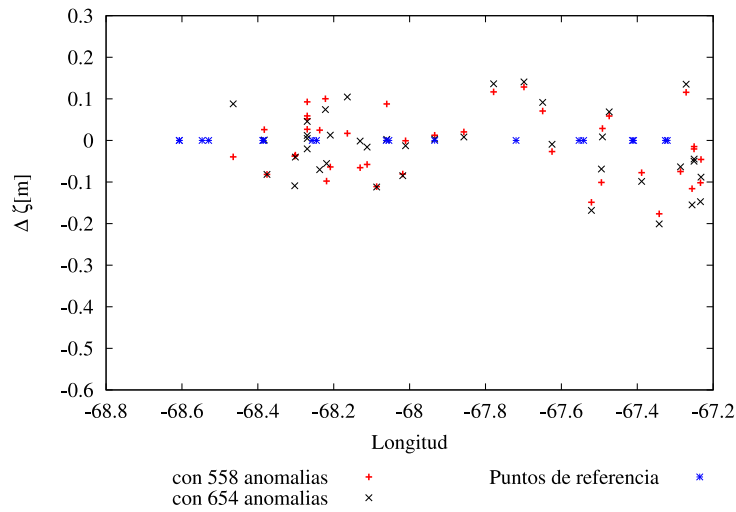


Figura 8.7: Gráfico de las diferencias $\zeta_{cal} - \zeta_{obs}$ sobre 39 puntos situados sobre el lago que no forman parte de los dos modelos generados. En este caso, no se aprecia mayor diferencia entre aquella solución que no incluye información de gravedad en la porción occidental de la isla y aquella que incluye gravedad sobre toda la región.

Cuarto experimento

Según se aprecia en el experimento anterior, la distribución de boyas aun no es la más apropiada. Esta experiencia, procura lo mismo que la anterior en cuanto a una buena representatividad de la información, teniendo en cuenta el gradiente N-S, como así también información de las boyas centrales.

Debido a que el equiespaciado, en el caso mencionado, no es representativo del existente en el resto de la isla, se ha optado por un nuevo conjunto de 10 boyas, no sólo representativas en sentido E-O como en el caso 2, sino que se han intercalado boyas en el norte, sur y centro del lago.

A continuación se presenta la estadística como resultado de esta nueva experiencia.

| Estadística | $\zeta_{cal} - \zeta_{obs}$ (654 Δ_g) | $\zeta_{cal} - \zeta_{obs}$ (558 Δ_g) |
|--------------|---|---|
| σ [m] | 0.09 | 0.08 |
| μ [m] | -0.01 | -0.01 |
| max[m] | 0.20 | 0.20 |
| min[m] | -0.35 | -0.26 |

Tabla 8.15: Estadística de las diferencias $\zeta_{cal} - \zeta_{obs}$ sobre 64 puntos como resultado de la validación cruzada, bajo las mismas condiciones que los experimentos previos, a diferencia de la cantidad de observaciones sobre el lago, que han sido utilizadas.

La posterior evaluación del modelo sobre los restantes 44 puntos del lago, produjo el resultado siguiente:

| Estadística | $\zeta_{cal} - \zeta_{obs}$ (654 Δ_g) | $\zeta_{cal} - \zeta_{obs}$ (558 Δ_g) |
|--------------|---|---|
| σ [m] | 0.06 | 0.06 |
| μ [m] | 0.02 | 0.01 |
| max[m] | 0.15 | 0.11 |
| min[m] | -0.10 | -0.11 |

Tabla 8.16: Estadística de las diferencias $\zeta_{cal} - \zeta_{obs}$ como resultado de la evaluación de los modelos sobre 44 puntos ubicados sobre el lago, y que no han formado parte de los mismos.

Sobre el sector oeste del lago Fagnano se tienen los resultados de la tabla 8.17.

| Estadística | $\zeta_{cal} - \zeta_{obs}$ (654 Δ_g) | $\zeta_{cal} - \zeta_{obs}$ (558 Δ_g) |
|--------------|---|---|
| σ [m] | 0.06 | 0.06 |
| μ [m] | 0.02 | 0.00 |
| max[m] | 0.11 | 0.11 |
| min[m] | -0.10 | -0.11 |

Tabla 8.17: Estadística de las diferencias $\zeta_{cal} - \zeta_{obs}$ sobre 26 de los 44 puntos de la tabla anterior. En esta no se aprecia gran diferencia entre los dos modelos, debido a que la cantidad de información proveniente de lago y que ha sido tomada en cuenta para elaborar los modelos, ha sido mayor.

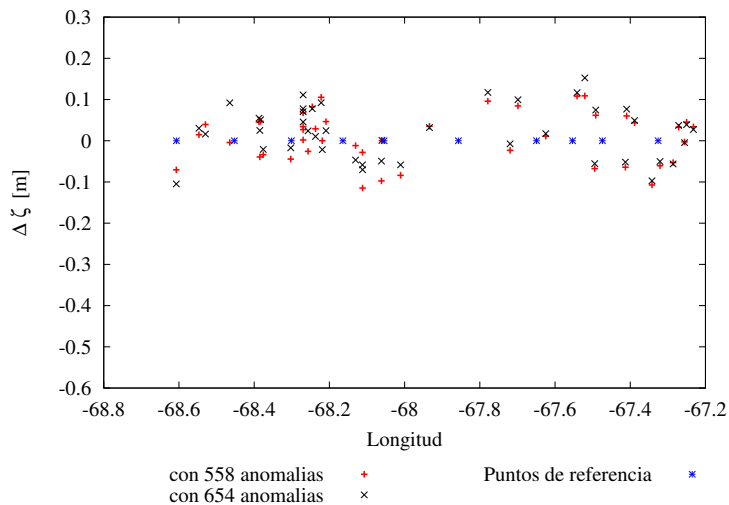


Figura 8.8: Gráfico de las diferencias $\zeta_{cal} - \zeta_{obs}$ sobre 44 puntos situados sobre el lago que no forman parte de los dos modelos generados. En este caso, no se aprecia mayor diferencia entre aquella solución que no incluye información de gravedad en la porción occidental de la isla y aquella que incluye gravedad sobre toda la región.

8.3.1. Sobre los experimentos realizados

Si bien FE no es un método rigurosamente interpolatorio, la distribución de la información juega un papel preponderante por sobre las reducciones. Por esta razón, para el caso de los experimentos tendientes a establecer la mejor distribución, se ha trabajado con un sólo tipo de anomalías gravimétricas y las correspondientes anomalías de altura. Se ha tomado el caso del segundo método de compensación de Helmert, habiéndose removido las longitudes de onda, medias y largas, con el modelo EIGEN-GL04c a grado y orden 200.

Se aprecia en todos los experimentos llevados a cabo, que las soluciones que no incluyen la gravedad reconstruida sobre el sector donde, en efecto, no se tiene información gravimétrica real, presentan un desvío menor cuando se contrasta con la información proveniente del lago, particularmente en el oeste del mismo.

Se puede concluir también que el hecho de sumar mayor cantidad de puntos sobre el lago, no siempre es indicativo de una mejora en la solución. Esto se produce por diferentes circunstancias. En primera instancia, cuando hablamos de ondulaciones geoidales o anomalías de altura, estamos ante un efecto de mediana longitud de onda, por lo que carece de sentido contar con puntos separados por distancias menores a los 7 o 10 km; espaciado que tampoco concuerda con una separación media de 10 km en la isla, para los puntos de GPS/nivelación. Esto obliga a un cambio en los factores de profundidad que nada tienen que ver con el fenómeno estudiado.

Otro de los factores es el error de las observaciones sobre el lago Fagnano, sobre las que se ha advertido que poseen un ruido mayor en relación al error asignado a los puntos de

nivelación.

En segundo lugar, la distribución de los puntos debe ser capaz de representar los gradientes de anomalías de altura. Esta es la razón por la cual, la última distribución (correspondiente al cuarto experimento), es la que mejor responde. Con ella es posible poner en evidencia el gradiente N-S que existe entre estas dos costas del lago, aparte del gradiente E-O. Esto no es más que una consecuencia del resultado obtenido por Del Cogliano et al., (2004), el que se muestra la Fig. 8.9. En ella se destacan los gradientes N-S en cuatro sectores distintos del lago, distribuidos en sentido E-O. Es notable el fuerte gradiente N-S y la depresión central, consecuente con la topografía de la región y con la existencia del lago mismo.

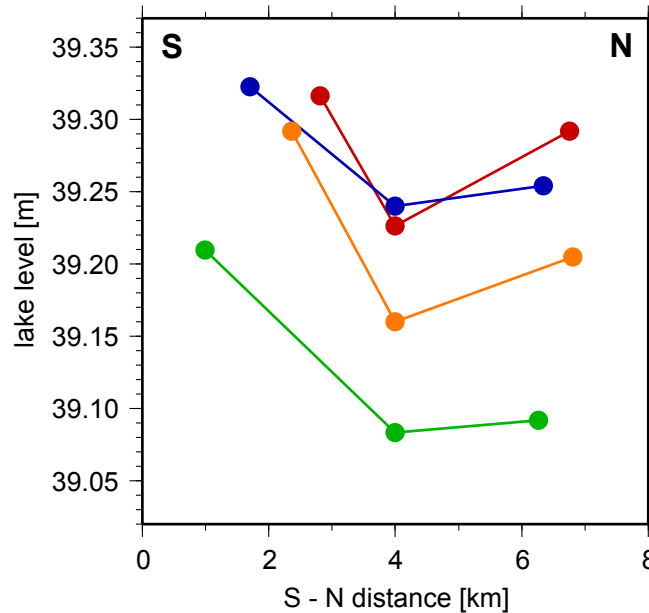


Figura 8.9: **Fuente:** Del Cogliano et al., 2004. Niveles medios del lago, en dirección N-S, determinados por perfiles transversales. Sobre el eje de las ordenadas se presentan las alturas elipsoidales del nivel medio del lago, y en de las ordenadas, el ancho del perfil en sentido S-N. El origen de este gradiente reside en el relieve del terreno mismo, mostrando las diferencias de alturas entre las costas norte y sur del lago, como así también la depresión central producto de la anomalía de densidad negativa ocasionada por la existencia del lago.

Por las razones hasta aquí detalladas, y los experimentos previos, se construyeron cuatro nuevos modelos que cuentan con sólo 10 observaciones sobre el lago Fagnano, e incluyen una parte representativa del total de puntos con GPS y nivelación. Esta distribución de datos se corresponde con la del cuarto experimento.

En cuanto al dato gravimétrico, se ha optado por no utilizar la grilla de gravedad entera, sino aquella que es más representativa de la distribución real. Es decir, la que sólo cuenta con 558 valores de anomalías de gravedad separados por una distancia de 7 km, que como se adelantó en el capítulo 6, responde a la separación media entre puntos de gravedad observada.

Estas observaciones dieron lugar a un total de 622 fuentes equivalentes.

Una vez resuelto el problema de la distribución de datos de entrada, a continuación se presentan cuatro modelos, los que difieren en el método de reducción y en el GGM empleado, siendo una analogía de los cuatro modelos presentados en 8.2.

Quinto modelo

Este se corresponde con el primer modelo de 8.2, con la diferencia que incluye mediciones sobre el lago Fagnano. No hubo necesidad de modificar los factores de profundidad, ya que los encontrados para modelos anteriores han sido los apropiados para esta situación.

Al efectuar el proceso de validación cruzada, la estadística sobre los puntos de GPS/nivelación conjuntamente con los valores de ζ obtenidos sobre el lago, resulta:

| Estadística | $\zeta_{cal} - \zeta_{obs}$ |
|--------------|-----------------------------|
| σ [m] | 0.08 |
| μ [m] | -0.01 |
| max[m] | 0.20 |
| min[m] | -0.26 |

Tabla 8.18: Estadística de las diferencias $\zeta_{cal} - \zeta_{obs}$ sobre 64 puntos como resultado de la validación cruzada. Los valores de anomalía de altura calculada fueron obtenidos a partir de las anomalías reducidas según 6.3 empleando el modelo EIGEN-GL04c a grado y orden 200 para modelar las largas longitudes de onda.

Se pueden apreciar claramente, en la Fig. 8.10, las diferencias en relación a las evaluaciones previas en la región del lago. Si bien el ajuste es muy bueno, existen aún algunos lugares donde se producen variaciones que van de pocos centímetros a la decena, como ser en la región centro-oeste del lago. El valor mínimo se corresponde con un sólo punto ubicado sobre el lago, poniendo en evidencia todavía alguna deficiencia en este modelo.

Teniendo en consideración, su correspondencia con la tabla 8.1, es evidente el aumento de los residuos, producto de la incorporación del lago.

En la estadística anterior se han incluido los puntos que caen sobre territorio chileno. Cuando se los excluye, el desvío estándar disminuye al igual que el valor máximo (tabla 8.19).

| Estadística | $\zeta_{cal} - \zeta_{obs}$ (sin Chile) |
|--------------|---|
| σ [m] | 0.07 |
| μ [m] | -0.02 |
| max[m] | 0.13 |
| min[m] | -0.26 |

Tabla 8.19: Estadística de las diferencias $\zeta_{cal} - \zeta_{obs}$ sobre 61 puntos como resultado de la validación cruzada, bajo las mismas condiciones que la tabla 8.18, a excepción de los puntos que caen sobre la República de Chile.

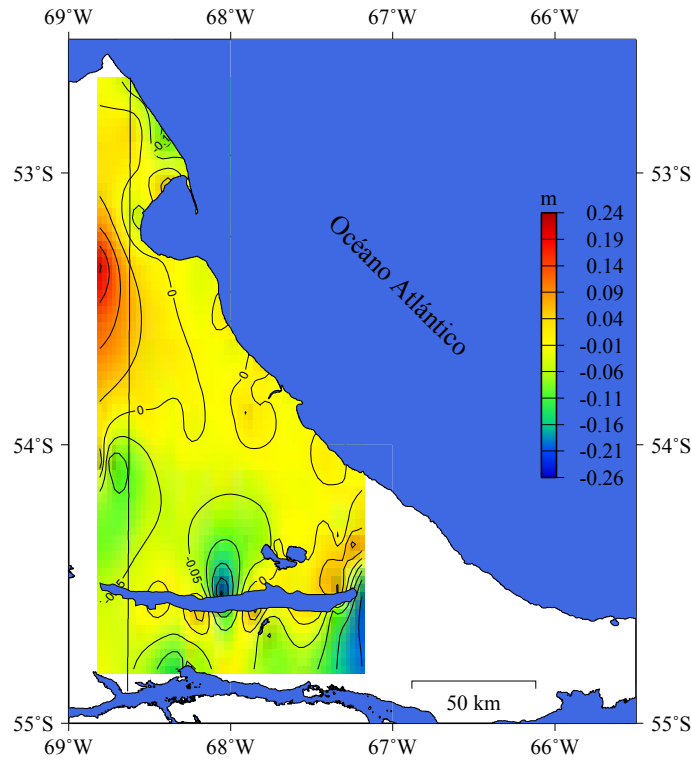


Figura 8.10: Gráfico de las diferencias $\zeta_{cal} - \zeta_{obs}$ como resultado de la validación cruzada sobre 64 puntos con anomalías de altura observadas como parte del quinto modelo. Estos se obtuvieron a partir de anomalías residuales producto de combinar el procedimiento 6.3 y el GGM EIGEN-GL04c a grado y orden 200. De la grilla generada con esta metodología se utilizó un sector representativo de la distribución real de gravedad.

En los siguientes modelos se incluirá esta información conjuntamente con la primera tabla.

Adelantándonos a los resultados que siguen, omitiremos gráficos como 8.10 con la distribución de los residuos luego de la validación cruzada, debido a que las diferencias son apreciables estadísticamente, no así gráficamente, ya que la distribución de los valores, en particular máximos y mínimos se corresponden de una figura a otra.

Sexto modelo

Este modelo tiene las mismas características que el segundo modelo de 8.2, en cuanto al GMM (EGM2008) y tipo de reducción empleada (segundo método de condensación de Helmert). La diferencia radica no sólo en la cantidad de puntos de GPS/nivelación sino además, en la inclusión de observaciones sobre el lago Fagnano.

Los resultados estadísticos, posteriores a la validación cruzada son los que siguen.

| Estadística | $\zeta_{cal} - \zeta_{obs}$ | $\zeta_{cal} - \zeta_{obs}(\text{sin Chile})$ |
|--------------------|-----------------------------|---|
| $\sigma[\text{m}]$ | 0.08 | 0.08 |
| $\mu[\text{m}]$ | -0.01 | -0.02 |
| max[m] | 0.18 | 0.14 |
| min[m] | -0.30 | -0.30 |

Tabla 8.20: Estadística de las diferencias $\zeta_{cal} - \zeta_{obs}$ sobre 64 puntos como resultado de la validación cruzada. Los valores de anomalía de altura calculada fueron obtenidos a partir de las anomalías obtenidas según 6.3 empleando el modelo EGM2008 a grado y orden 360 para modelar las largas longitudes de onda. En la columna de la izq. el número de puntos se reduce a 61.

De acuerdo con los resultados de la validación cruzada, no existen diferencias sustanciales entre este modelo y el anterior, exceptuando el mínimo alcanzado que se corresponde con un outlier.

Séptimo modelo

Siguiendo el procedimiento descrito en la construcción del tercer modelo, el siguiente consistió en el uso de anomalías de aire libre obtenidas según 6.4, removiendo las largas longitudes de onda con el modelo EIGEN-GL04c a grado y orden 360.

En la tabla 8.21, se muestra el resultado estadístico de los residuos, luego del proceso de validación cruzada.

| Estadística | $\zeta_{cal} - \zeta_{obs}$ | $\zeta_{cal} - \zeta_{obs}(\text{sin Chile})$ |
|--------------------|-----------------------------|---|
| $\sigma[\text{m}]$ | 0.08 | 0.08 |
| $\mu[\text{m}]$ | -0.01 | -0.01 |
| max[m] | 0.24 | 0.16 |
| min[m] | -0.18 | -0.18 |

Tabla 8.21: Estadística de las diferencias $\zeta_{cal} - \zeta_{obs}$ sobre 64 puntos como resultado de la validación cruzada. Los valores de anomalía de altura calculada fueron obtenidos a partir de las anomalías obtenidas según 6.4 empleando el modelo EIGEN-GL04c a grado y orden 360 para modelar las largas longitudes de onda. En la columna de la izq. el número de puntos se reduce a 61.

En este modelo, a diferencia de los dos anteriores, no se encuentran puntos con residuos superiores a 3σ , si se mira la estadística que excluye a los puntos sobre territorio chileno.

Octavo modelo

Por último, aplicando lo realizado en el ítem previo, pero quitando la larga longitud de onda con el modelo EGM2008 a grado y orden 360, los resultados estadísticos de la validación cruzada arrojan los resultados mostrados en la tabla 8.22.

| Estadística | $\zeta_{cal} - \zeta_{obs}$ | $\zeta_{cal} - \zeta_{obs}$ (sin Chile) |
|--------------|-----------------------------|---|
| σ [m] | 0.08 | 0.07 |
| μ [m] | -0.01 | -0.01 |
| max[m] | 0.20 | 0.17 |
| min[m] | -0.19 | -0.19 |

Tabla 8.22: Estadística de las diferencias $\zeta_{cal} - \zeta_{obs}$ sobre 64 puntos como resultado de la validación cruzada. Los valores de anomalía de altura calculada fueron obtenidos a partir de las anomalías obtenidas según 6.4 empleando el modelo EGM2008 a grado y orden 360 para modelar las largas longitudes de onda. En la columna de la izq. el número de puntos se reduce a 61.

En este último caso, los valores extremos, también se mantienen dentro de los 3σ .

8.4. Conclusiones del presente capítulo

Tanto los desvíos, como los valores máximos y mínimos de la estadísticas, se ven aumentados en aquellos modelos que incluyen el Lago Fagnano en relación con los que sólo cuentan con información de GPS/nivelación, aparte de la gravimetría. Este es un indicio de la calidad que se puede alcanzar en la zona centro-norte de la isla y la posible en el sur de la misma.

Al mismo tiempo, la incorporación de observaciones sobre el lago, ha permitido extender la región de información como así también analizar el tipo de contribución del dato gravimétrico creado a partir de interpolación en regiones donde no existe gravedad observada (región sudoeste). Esto último, se torna complejo en algunas regiones, por la variabilidad del terreno, conjuntamente con el error de las observaciones sobre el lago Fagnano. Otra situación poco favorable es la calidad de los modelos geopotenciales en estas áreas. Si bien modelos como el EGM2008, contienen importante información sobre Tierra del Fuego, esta es escasa o más bien nula cuando nos referimos al sector sudoeste de la provincia (sec. 5.5.3).

Todos los gráficos de distribución espacial de los residuos, constituyen el resultado de una interpolación, con lo cual, los valores que se muestran hacia el oeste del lago, no son de gran confiabilidad pues, aún cuando se haya constituido una grilla de anomalías que abarquen la región, no existe allí información real. Esta surgió luego de la interpolación de anomalías de Bouguer o MTR.

A continuación presentamos una tabla resumen de los ocho modelos generados.

De la tabla que precede, se puede concluir que si lo que deseamos es un buen modelo que abarque toda la isla, debemos considerar el Séptimo Modelo. La calidad del mismo en la

| Modelo | Tipo de Reducción y GGM empleado | Lago (Si/No) | Nro. de Puntos | σ [m] | μ [m] | Máx. [m] | Mín. [m] |
|---------|-------------------------------------|-----------------|-------------------|-----------------|--------------|-------------|-------------|
| Primero | Helmert / EIGEN-GL04c (200) | No | 54 | 0.05 | -0.01 | 0.08 | -0.14 |
| Segundo | Helmert / EGM2008 (360) | No | 54 | 0.05 | -0.01 | 0.08 | -0.19 |
| Tercero | MTR / EIGEN-GL04c (360) | No | 54 | 0.05 | -0.01 | 0.09 | -0.15 |
| Cuarto | MTR / EGM2008 (360) | No | 54 | 0.05 | -0.01 | 0.09 | -0.19 |
| Quinto | Helmert / EIGEN-GL04c (200) | Si | 60 | 0.07 | -0.02 | 0.13 | -0.26 |
| Sexto | Helmert / EGM2008 (360) | Si | 60 | 0.08 | -0.02 | 0.14 | -0.30 |
| Séptimo | MTR / EIGEN-GL04c (360) | Si | 60 | 0.08 | -0.01 | 0.16 | -0.18 |
| Octavo | MTR / EGM2008 (360) | Si | 60 | 0.07 | -0.01 | 0.17 | -0.19 |

Tabla 8.23: Estadística de las diferencias $\zeta_{cal} - \zeta_{obs}$ como resultado de la validación cruzada. En este resumen se han excluido los puntos sobre Chile. Cabe recordar, que de acuerdo a los estudios en relación con la distribución de observaciones al incluir el lago, la diferencia de observaciones entre los modelos que lo incluyen y los que no, no reflejan el total de observaciones con boyas GPS involucradas.

región centro-norte, permitirá trabajar con un error de 5 cm en la determinación de anomalías de altura y de alrededor de 7 cm, en la región sudoeste.

En los últimos cuatro modelos, a excepción del número 7, se distinguen valores mínimos que se corresponden con outliers situados sobre un punto de observación sobre el Lago Fagnano. Las explicaciones posibles son, la cercanía de este punto con la última estación que cuenta con GPS/nivelación, dejando así en evidencia, la distinta calidad de las observaciones. Y la segunda, es que se encuentra en el límite de la región donde existe gravedad. Es en esta región donde empieza a cobrar mayor importancia la disponibilidad de un GGM y reducciones gravimétricas, apropiadas.

En cuanto a la herramienta desarrollada, esta aún admite varias mejoras, en particular aquellas relacionadas con los errores de entrada y la automatización del proceso de búsqueda de los factores de profundidad. Si bien se ha experimentado con varias combinaciones de valores enteros y reales, hasta alcanzar precisión centimétrica, este proceso no es automático.

Capítulo 9

Determinación de la desviación de la vertical utilizando las observaciones del Astrolabio de Danjon

9.1. Introducción

Hasta el momento se ha hecho mención a las coordenadas geodésicas o elipsóidicas, referidas a un elipsoide arbitrario de referencia, al mismo tiempo que se han introducido otros conceptos, como el de gravedad real, altura ortométrica y el de geoide como superficie de referencia para estas últimas.

Como es bien sabido, la gravedad es una cantidad vectorial, por lo que expresada en término de sus componentes, puede escribirse como:

$$\vec{g} = \begin{pmatrix} g \cos(\Phi) \cos(\Lambda) \\ g \cos(\Phi) \sin(\Lambda) \\ g \sin(\Phi) \end{pmatrix}$$

Λ y Φ determinan la orientación de la vertical de un lugar, o la vertical que pasa por un punto, en un sistema geocéntrico. Misma vertical sobre la cual se mide desde el geoide, la altura ortométrica del punto en cuestión. Estos dos ángulos se corresponden con la *longitud* y la *latitud astronómica*, respectivamente.

Si se considera la vertical que pasa por un punto y se la proyecta sobre la esfera celeste, su intersección con la misma, determina el *zenit astronómico*. Luego, el ángulo comprendido entre esta dirección y el plano del ecuador celeste, se conoce como latitud astronómica. Adopta el sentido positivo en el hemisferio norte, y negativo en el sur. La longitud astronómica es el diedro comprendido entre el plano del meridiano de referencia y el plano del meridiano

local celeste. Adopta valores positivos al este del meridiano de origen, y negativos al oeste del mismo.

El otro sistema que será de importancia definir, para el entendimiento del concepto de desviación de la vertical, es el sistema horizontal celeste. Este queda definido por un plano principal, el cual está dado por el plano del horizonte y dos ángulos a partir de los que se puede expresar la ubicación de cualquier punto en la esfera: el *acimut astronómico*, A y la *distancia zenital*, z .

El acimut es medido sobre el plano del horizonte celeste, en sentido horario, desde el meridiano celeste que pasa por el punto P hasta el plano que contiene a la dirección de la estrella.

La distancia zenital es medida desde el zenit hacia la estrella, sobre el meridiano que contiene a la misma (Fig. 9.1).

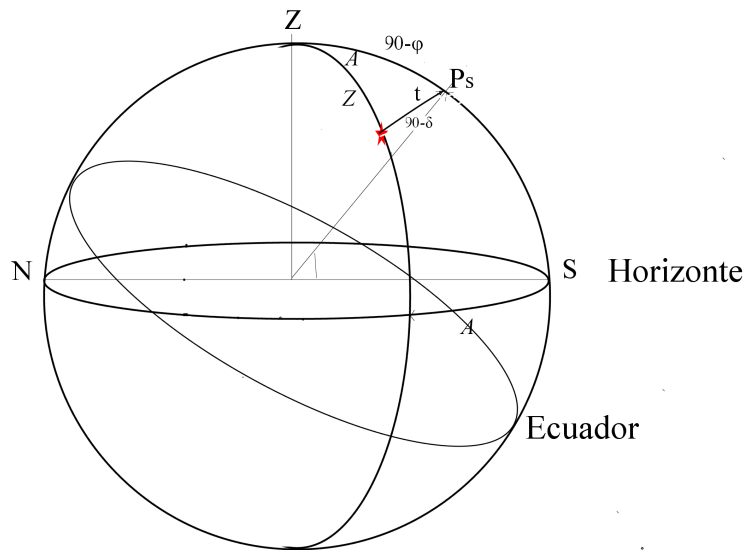


Figura 9.1: Esquema gráfico del sistema horizontal.

Estas coordenadas también suelen adquirir el nombre de *coordenadas naturales*, debido a que la mayoría de las observaciones astronómicas se refieren a la vertical del lugar.

Ha de notarse que más arriba se ha hecho mención a un ecuador instantáneo, y si además se tiene en cuenta que el eje de rotación terrestre cambia de posición con respecto a la Tierra sólida, podemos concluir que las observaciones tomadas en épocas diferentes, estarán

involucrando ecuadores y ejes de rotación diferentes. Es por ello, que para trabajar en un único marco, las coordenadas astronómicas deben reducirse por el movimiento del polo, para referirlas a un polo y ecuador determinados, fijos a la Tierra.

Se ha comentado también, en el capítulo 2, que la dirección de la normal al elipsoide en un punto, no es exactamente coincidente con la normal al geoide, que pasa por el mismo punto. Este ángulo, entre ambas normales, se conoce como *desviación de la vertical* (Fig. 9.2) y admite dos componentes, ξ y η . La primera es medida sobre el meridiano que pasa por P, y la segunda es la componente en el primer vertical o componente este.

$$\begin{cases} \xi = \Phi - \phi \\ \eta = (\Lambda - \lambda)\cos(\phi) \end{cases} \quad (9.1)$$

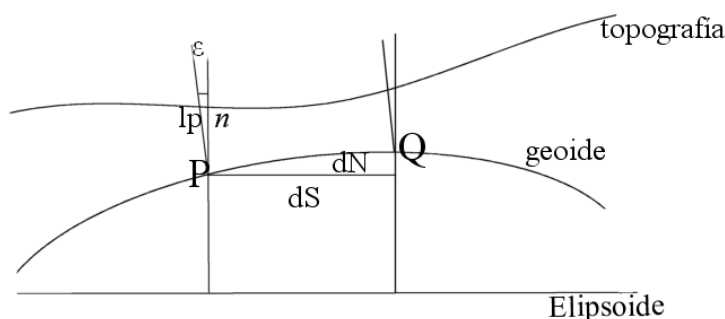


Figura 9.2: Gráfico ilustrativo de la desviación de la vertical, sobre éste se han incorporado otros elementos que en la próxima sección nos permitirán entender la relación entre ϵ y la variación de la ondulación del geoide entre dos puntos, P y Q, que distan uno del otro, en dS .

El ángulo entre ambas normales es tan pequeño que suele despreciarse y es lo que nos ha permitido en el capítulo 2, definir a N como la diferencia $h - H$.

Las coordenadas astronómicas, se obtienen mediante observaciones a grupos de estrellas. Entre los instrumentos empleados para tales fines, podemos mencionar los tubos zenitales y los astrolabios. En el caso de esta tesis, nos remitiremos a las mediciones recabadas con el astrolabio de Danjon situado en la EARG.

Una herramienta más moderna, es la cámara zenital digital, implementada en Suiza y Alemania, la cual permite obtener directamente desviaciones de la vertical de manera rápida y eficiente (Hirt, 2004).

Previo a la era GPS, la diferencia entre coordenadas astronómicas y coordenadas geodésicas, permitía obtener la posición del elipsoide de referencia arbitrario en un punto que se tomaba como origen de las mediciones, de forma que ξ , η y $h - H$, definían conjuntamente con el semieje y aplastamiento de dicho elipsoide, la posición del centro geométrico de éste. Su orientación respecto del geoide quedaba determinada por la condición de que su eje menor,

fuera paralelo al eje de rotación de la Tierra. Con esto, quedaba definido un datum de carácter local, a diferencia del concepto de datum global que tomara fuerza en la era GPS.

El problema en la actualidad consiste en obtener buenas coordenadas astronómicas en poco tiempo. En Argentina, existen cuatro puntos que disponen de muy buenas coordenadas astronómicas: el pilar del PZT de Punta Indio, los pilares del astrolabio Danjon y PAII en San Juan, y el pilar del astrolabio de Danjon ubicado en la EARG. Este último fue instalado a principios de 1979, y permaneció activo entre 1979 y 1988, a excepción de algunas interrupciones.

Debido a que la continuidad de las observaciones con el astrolabio se produce a partir del año 1982, y a que el movimiento polar tiene un ciclo aproximado de 6 años, consideraremos el período 1982-1988.

9.2. La desviación de la vertical

Las desviaciones de la vertical pueden emplearse en el modelado del geoide, ya sea como control de su orientación, o para construir perfiles los cuales permiten estimar ΔN con la distancia.

A partir de 9.1, el ángulo de la desviación de la vertical en la dirección del acimut A , puede escribirse como:

$$\epsilon = \xi \cos(A) + \eta \sin(A) \quad (9.2)$$

siendo A el acimut geodésico.

De acuerdo con la Fig. 9.2, suponiendo ϵ pequeño, la variación en la ondulación del geoide entre dos estaciones cercanas que distan en dS , se puede expresar como:

$$\Delta N = \epsilon dS \quad (9.3)$$

Si ahora se cuenta con n estaciones,

$$\Delta N_{1n} = - \int_1^n dN - E_{1n} \quad (9.4)$$

donde E_{1n} es la corrección ortométrica, la cual tiene en cuenta la curvatura de la vertical.

Dado que, en general, ésta puede considerarse despreciable ¹, al discretizar la integral para dos estaciones consecutivas resulta:

$$\epsilon_i = \frac{\xi_i + \xi_{i+1}}{2} \cos(A) + \frac{\eta_i + \eta_{i+1}}{2} \sin(A) \quad (9.5)$$

¹En el presente caso también es posible despreciarla ya que las alturas involucradas en el área de cálculo de esta cantidad, no superan los 20 m

$$\Delta N = -\sum_{i=1}^{i=n-1} \epsilon_i dS_i \quad (9.6)$$

luego, el error en la estimación de dN se obtiene por propagación de errores, a partir del error en la medida o cálculo de ϵ .

$$\sigma_{dN} = \sigma_{\epsilon} dS \quad (9.7)$$

Si para $1''$, sobre una distancia de 1000m, ϵ equivale a 4.8mm (Hirt, 2004),

$$\sigma_{dN}[mm] = 4.8mm \frac{dS[m]}{1000m} \frac{\epsilon[']}{1''} \quad (9.8)$$

Entonces, para un perfil de n puntos, el error acumulado es:

$$\sigma_{\Delta N} = \sqrt{n} \sigma_{dN} \quad (9.9)$$

9.3. El astrolabio de Danjon

El astrolabio de Danjon posee un mecanismo similar al del astrolabio prismático de 60° , pero además, cuenta con un doble prisma de Wollaston y un micrómetro impersonal que le permite registrar varios contactos de tiempo mientras la estrella cruza la almicantarada de $h=60^\circ$. Dentro de los astrolabios prismáticos, se pueden distinguir los de 45° y los de 60° . El modo de operación consiste en la observación de grupos de 28 estrellas en el instante en que cada una de ellas cruza la almicantarada de 60° . Cada grupo permite obtener latitud, TU0-TUC y una corrección a distancia zenital teórica. Los grupos son observados de a pares (salvo clima adverso) lo que permite comparar los resultados obtenidos con distintos grupos en una misma noche, y con el tiempo obtener correcciones de grupo que eliminan errores propios de la conformación de cada grupo.

Dado que cada estrella tiene pequeños errores en sus coordenadas, éstas se combinan con las demás estrellas del grupo, componiendo un error constante para cada grupo, en la medida que no cambie la composición, ni se trate de un período muy largo. En estos casos es factible que los errores en los movimientos propios modifiquen los errores originales.

Para el período mencionado se procedió a determinar correcciones de grupo por el método tradicional de la cadena, que consiste en el siguiente procedimiento aplicado a cada grupo:

| | |
|-----------|-------------|
| 1-2 | 1-2 |
| 2-3 | 1-2+2-3=1-3 |
| 3-4 | 1-3+3-4=1-4 |
| 4-5 | 1-5 |
| 5-6 | 1-6 |
| 6-7 | 1-7 |
| 7-8 | 1-8 |
| 8-9 | 1-9 |
| 9-10 | 1-10 |
| 10-11 | 1-11 |
| 11-1 | 1-1 |
| Suma/11 = | 1- m |

Siendo m una suerte de grupo promedio ya que es la suma de $(1+2+3+\dots+11)/11$

La observación de los grupos 1 y 2 en la misma noche, a lo largo de los años, permite obtener una diferencia promedio en latitud y tiempo, lo mismo para 2 con 3, 3 con 4, etc.

Se llama corrección del grupo 1 a $1 - m$, ya que es lo necesario restar a 1 para tener m. Se trata de obtener $2 - m$, $3 - m$, etc. Aplicar estas correcciones a cada grupo, es lo que los hace comparables.

A partir de la última columna y conociendo $1 - m$ se procede de la siguiente manera:

$$1 - m + 2 - 1 = 2 - m$$

$$1 - m + 3 - 1 = 3 - m$$

Y así siguiendo. Este procedimiento se repite para latitud y tiempo.

En la tabla 9.1, se listan las correcciones de grupo resultantes para los 11 grupos de estrellas observadas. Y a continuación, en la tabla 9.2, se presenta parte del archivo en el que se listan las coordenadas, previas y posteriores a las correcciones de grupo.

| grupo | $corr_t$ [s] | $corr_\Phi$ ["] |
|-------|--------------|-----------------|
| 1 | 0.0089 | 0.082 |
| 2 | 0.0024 | 0.063 |
| 3 | -0.0054 | 0.294 |
| 4 | 0.0113 | -0.22 |
| 5 | -0.0071 | -0.006 |
| 6 | -0.0043 | 0.026 |
| 7 | -0.0148 | -0.05 |
| 8 | 0.0051 | -0.125 |
| 9 | -0.0025 | -0.113 |
| 10 | 0.0042 | 0.009 |
| 11 | 0.0026 | 0.038 |

Tabla 9.1: Resumen de las correcciones de grupo que fueron determinadas y aplicadas a las observaciones. Los valores de corrección de grupo para los grupos 3 y 4 en latitud son notables y muestran la importancia de la aplicación de estas correcciones para la eliminación de errores sistemáticos.

| año | mes | día | grupo | t_{obs} [s] | Φ_{obs} ["] | σ | t_{corr} [s] | Φ_{corr} ["] | $corr_t$ | $corr_\Phi$ |
|------|-----|-----|-------|---------------|------------------|----------|----------------|-------------------|----------|-------------|
| 1982 | 1 | 4 | 3 | 0.008 | 0.2245 | 0.247 | 0.0026 | 0.519 | -0.0054 | 0.294 |
| 1982 | 1 | 4 | 4 | -0.0132 | 0.7695 | 0.258 | -0.0019 | 0.55 | 0.0113 | -0.22 |
| 1982 | 1 | 6 | 3 | 0.0074 | 0.1618 | 0.165 | 0.002 | 0.456 | -0.0054 | 0.294 |
| 1982 | 1 | 6 | 4 | -0.0273 | 0.632 | 0.225 | -0.016 | 0.412 | 0.0113 | -0.22 |
| 1982 | 1 | 8 | 4 | -0.0498 | 0.6767 | 0.198 | -0.0385 | 0.457 | 0.0113 | -0.22 |
| 1982 | 1 | 8 | 5 | -0.0297 | 0.3583 | 0.219 | -0.0368 | 0.352 | -0.0071 | -0.006 |
| 1982 | 1 | 9 | 4 | -0.0598 | 0.5471 | 0.219 | -0.0485 | 0.327 | 0.0113 | -0.22 |
| 1982 | 1 | 9 | 5 | -0.0332 | 0.4075 | 0.185 | -0.0403 | 0.402 | -0.0071 | -0.006 |
| 1982 | 1 | 15 | 5 | -0.06 | 0.3469 | 0.19 | -0.0671 | 0.341 | -0.0071 | -0.006 |
| 1982 | 1 | 18 | 4 | -0.0821 | 0.6602 | 0.177 | -0.0708 | 0.44 | 0.0113 | -0.22 |
| 1982 | 1 | 18 | 5 | -0.0586 | 0.342 | 0.218 | -0.0657 | 0.336 | -0.0071 | -0.006 |
| 1982 | 1 | 19 | 4 | -0.1077 | 0.572 | 0.22 | -0.0964 | 0.352 | 0.0113 | -0.22 |
| 1982 | 1 | 21 | 4 | -0.0866 | 0.5392 | 0.174 | -0.0753 | 0.319 | 0.0113 | -0.22 |
| 1982 | 1 | 21 | 5 | -0.0712 | 0.2956 | 0.248 | -0.0783 | 0.29 | -0.0071 | -0.006 |
| 1982 | 1 | 24 | 4 | -0.085 | 0.5584 | 0.19 | -0.0737 | 0.338 | 0.0113 | -0.22 |
| 1982 | 1 | 30 | 4 | -0.0972 | 0.613 | 0.155 | -0.0859 | 0.393 | 0.0113 | -0.22 |
| 1982 | 2 | 2 | 4 | -0.1003 | 0.6852 | 0.174 | -0.089 | 0.465 | 0.0113 | -0.22 |
| 1982 | 2 | 15 | 5 | -0.1291 | 0.3463 | 0.275 | -0.1362 | 0.34 | -0.0071 | -0.006 |
| 1982 | 2 | 15 | 6 | -0.1371 | 0.3673 | 0.196 | -0.1414 | 0.393 | -0.0043 | 0.026 |
| 1982 | 2 | 16 | 6 | -0.1153 | 0.5547 | 0.203 | -0.1196 | 0.581 | -0.0043 | 0.026 |
| 1982 | 2 | 19 | 5 | -0.1034 | 0.5956 | 0.204 | -0.1105 | 0.59 | -0.0071 | -0.006 |
| 1982 | 2 | 20 | 5 | -0.1111 | 0.4771 | 0.209 | -0.1182 | 0.471 | -0.0071 | -0.006 |
| 1982 | 2 | 20 | 5 | -0.11 | 0.5255 | 0.179 | -0.1171 | 0.52 | -0.0071 | -0.006 |
| 1982 | 2 | 20 | 6 | -0.1134 | 0.5303 | 0.156 | -0.1177 | 0.556 | -0.0043 | 0.026 |
| 1982 | 2 | 21 | 5 | -0.1332 | 0.3744 | 0.146 | -0.1403 | 0.368 | -0.0071 | -0.006 |
| 1982 | 2 | 21 | 6 | -0.1364 | 0.5993 | 0.149 | -0.1407 | 0.625 | -0.0043 | 0.026 |
| 1982 | 3 | 1 | 5 | -0.1489 | 0.4923 | 0.179 | -0.156 | 0.486 | -0.0071 | -0.006 |
| 1982 | 3 | 1 | 6 | -0.1449 | 0.5904 | 0.119 | -0.1492 | 0.616 | -0.0043 | 0.026 |

continúa en la página siguiente ...

... viene de la página anterior

| año | mes | día | grupo | t_{obs} [s] | Φ_{obs} ["] | σ | t_{corr} [s] | Φ_{corr} ["] | $corr_t$ | $corr_\Phi$ |
|------|-----|-----|-------|---------------|------------------|----------|----------------|-------------------|----------|-------------|
| 1982 | 3 | 2 | 5 | -0.1298 | 0.882 | 0.725 | -0.1369 | 0.876 | -0.0071 | -0.006 |
| 1982 | 3 | 4 | 5 | -0.156 | 0.4668 | 0.259 | -0.1631 | 0.461 | -0.0071 | -0.006 |
| 1982 | 3 | 4 | 6 | -0.1836 | 0.6014 | 0.238 | -0.1879 | 0.627 | -0.0043 | 0.026 |
| 1982 | 3 | 9 | 6 | -0.1635 | 0.4874 | 0.17 | -0.1678 | 0.513 | -0.0043 | 0.026 |
| 1982 | 3 | 9 | 7 | -0.1501 | 0.5495 | 0.192 | -0.1649 | 0.5 | -0.0148 | -0.05 |
| 1982 | 3 | 10 | 6 | -0.1506 | 0.0715 | 0.385 | -0.1549 | 0.098 | -0.0043 | 0.026 |
| 1982 | 3 | 14 | 6 | -0.1707 | 0.5732 | 0.215 | -0.175 | 0.599 | -0.0043 | 0.026 |
| 1982 | 3 | 14 | 7 | -0.1628 | 0.6254 | 0.22 | -0.1776 | 0.575 | -0.0148 | -0.05 |
| 1982 | 3 | 18 | 6 | -0.2143 | 0.4212 | 0.411 | -0.2186 | 0.447 | -0.0043 | 0.026 |
| 1982 | 3 | 18 | 7 | -0.1605 | 0.4856 | 0.314 | -0.1753 | 0.436 | -0.0148 | -0.05 |
| 1982 | 3 | 21 | 6 | -0.1784 | 0.5348 | 0.129 | -0.1827 | 0.561 | -0.0043 | 0.026 |
| 1982 | 3 | 21 | 7 | -0.1752 | 0.6469 | 0.187 | -0.19 | 0.597 | -0.0148 | -0.05 |
| 1982 | 3 | 22 | 6 | -0.1882 | 0.5247 | 0.138 | -0.1925 | 0.551 | -0.0043 | 0.026 |
| 1982 | 3 | 22 | 7 | -0.1757 | 0.6696 | 0.156 | -0.1905 | 0.62 | -0.0148 | -0.05 |
| 1982 | 3 | 24 | 6 | -0.1921 | 0.4681 | 0.201 | -0.1964 | 0.494 | -0.0043 | 0.026 |
| 1982 | 3 | 24 | 7 | -0.1659 | 0.4421 | 0.177 | -0.1807 | 0.392 | -0.0148 | -0.05 |
| 1982 | 3 | 25 | 5 | -0.1689 | 0.3687 | 0.449 | -0.176 | 0.363 | -0.0071 | -0.006 |
| 1982 | 3 | 25 | 6 | -0.1988 | 0.4683 | 0.173 | -0.2031 | 0.494 | -0.0043 | 0.026 |
| 1982 | 3 | 25 | 7 | -0.178 | 0.3733 | 0.156 | -0.1928 | 0.323 | -0.0148 | -0.05 |
| 1982 | 3 | 26 | 6 | -0.2375 | 0.2951 | 0.268 | -0.2418 | 0.321 | -0.0043 | 0.026 |
| 1982 | 3 | 28 | 7 | -0.1874 | 0.5676 | 0.175 | -0.2022 | 0.518 | -0.0148 | -0.05 |
| 1982 | 3 | 29 | 5 | -0.2164 | 0.6557 | 0.31 | -0.2235 | 0.65 | -0.0071 | -0.006 |
| 1982 | 3 | 30 | 5 | -0.2159 | 0.4158 | 0.234 | -0.223 | 0.41 | -0.0071 | -0.006 |
| 1982 | 3 | 30 | 6 | -0.231 | 0.4685 | 0.194 | -0.2353 | 0.495 | -0.0043 | 0.026 |
| 1982 | 3 | 31 | 5 | -0.2197 | 0.4802 | 0.277 | -0.2268 | 0.474 | -0.0071 | -0.006 |
| 1982 | 3 | 31 | 6 | -0.2231 | 0.4022 | 0.189 | -0.2274 | 0.428 | -0.0043 | 0.026 |
| 1982 | 3 | 31 | 7 | -0.1974 | 0.4146 | 0.142 | -0.2122 | 0.365 | -0.0148 | -0.05 |
| 1982 | 4 | 3 | 6 | -0.2223 | 0.5389 | 0.214 | -0.2266 | 0.565 | -0.0043 | 0.026 |
| 1982 | 4 | 3 | 7 | -0.2097 | 0.5313 | 0.233 | -0.2245 | 0.481 | -0.0148 | -0.05 |
| 1982 | 4 | 4 | 6 | -0.249 | 0.5702 | 0.222 | -0.2533 | 0.596 | -0.0043 | 0.026 |

Tabla 9.2: Extracto del listado original con 999 observaciones sobre latitud y tiempo, antes y después de las correcciones de grupo. En las últimas dos columnas se muestran las correcciones de grupo, aplicadas a cada uno, en tiempo y latitud. Se aprecia que estos alcanzan valores que superan la precisión deseada.

Estas coordenadas son en realidad la diferencia entre las observadas y la tomada como referencia para el pilar del astrolabio de Río Grande, las cuales según publicación (Mondinalli et. al, 1985) son:

$$\Phi_0(\text{Río Grande}) = 53^\circ 47' 9.8'' \text{ S}$$

$$\Lambda_0(\text{Río Grande}) = 4^h 31^m 00.33^s \text{ O}$$

En la tabla 9.1 se destacan, por sobre el resto, los valores de las correcciones obtenidos para los grupos 3 y 4, particularmente en latitud. Estas correcciones son del mismo orden que las determinadas por Mondinalli et al. (1985), utilizando parte de estas observaciones, en el intervalo temporal de poco más de tres años. La naturaleza de estos valores discordantes es seguramente debida a una combinación de los errores de catálogo en esos dos grupos.

Es importante señalar que el esfuerzo realizado en esta tesis para redeterminar las correcciones de grupo para un período más prolongado, resulta plenamente justificado por la

magnitud de estas correcciones, que hacen que su aplicación sea imprescindible para buscar coordenadas medias lo más precisas posibles del pilar del Astrolabio.

En las figuras siguientes (9.3, 9.4, 9.5 y 9.6), se muestra el efecto de las correcciones de grupo sobre las cantidades observadas. En algunos casos son más apreciables que otras, en particular en latitud, en la cual queda evidente mediante la disminución de la escala. No obstante en los gráficos que corresponden a las observaciones corregidas, se aprecia un acomodamiento de los residuos.

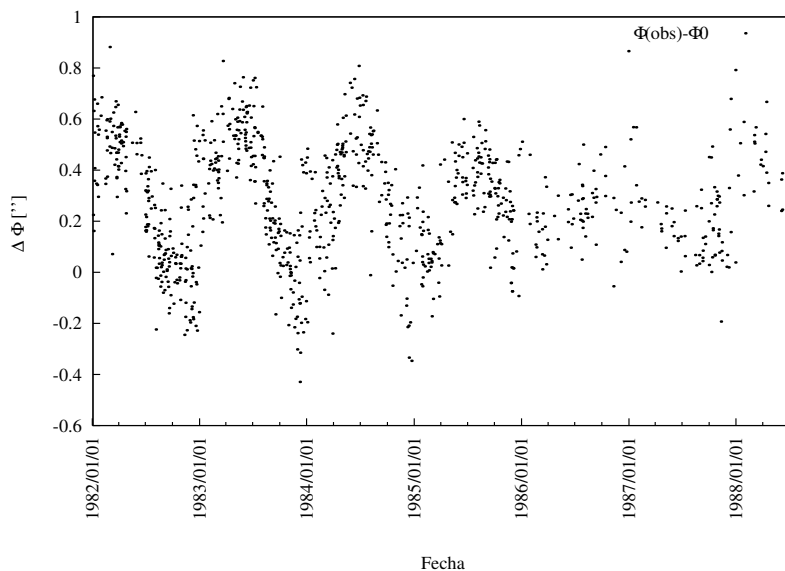


Figura 9.3: Diferencias entre la latitud observada y la tomada como referencia para el astrolabio en el período 1982-1989 en segundos de arco, previas a la aplicación de las correcciones de grupo.

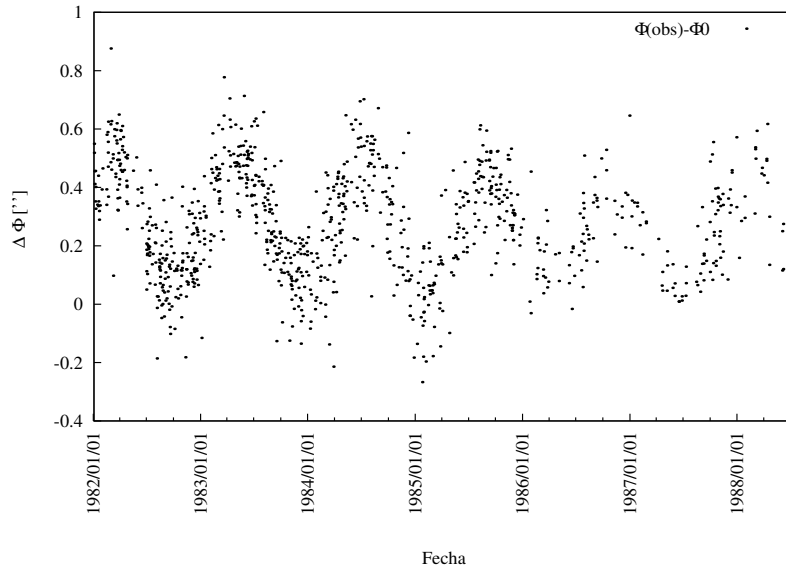


Figura 9.4: Diferencias entre la latitud observada y la tomada como referencia para el astrolabio en el período 1982-1989 en segundos de arco, posteriores a la aplicación de las correcciones de grupo.

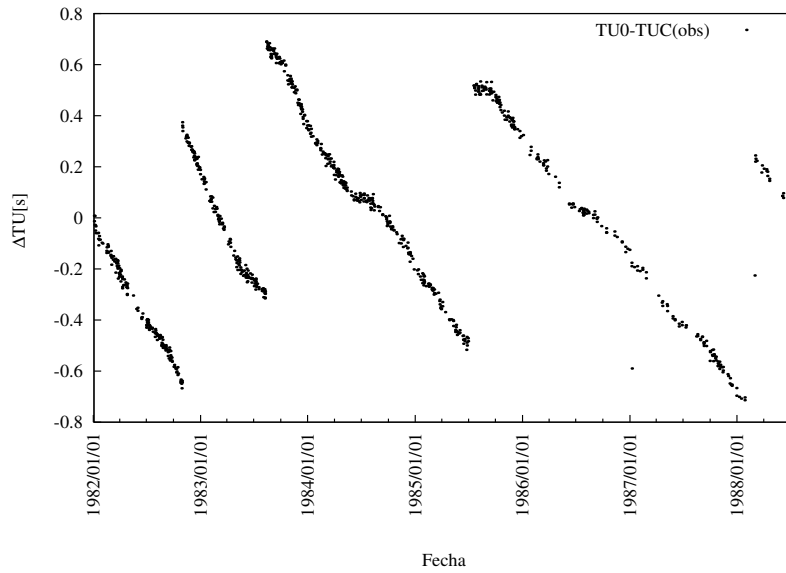


Figura 9.5: Diferencias entre TU0 y TUC observadas el período 1982-1989 en segundos de tiempo, previas a la aplicación de las correcciones de grupo.

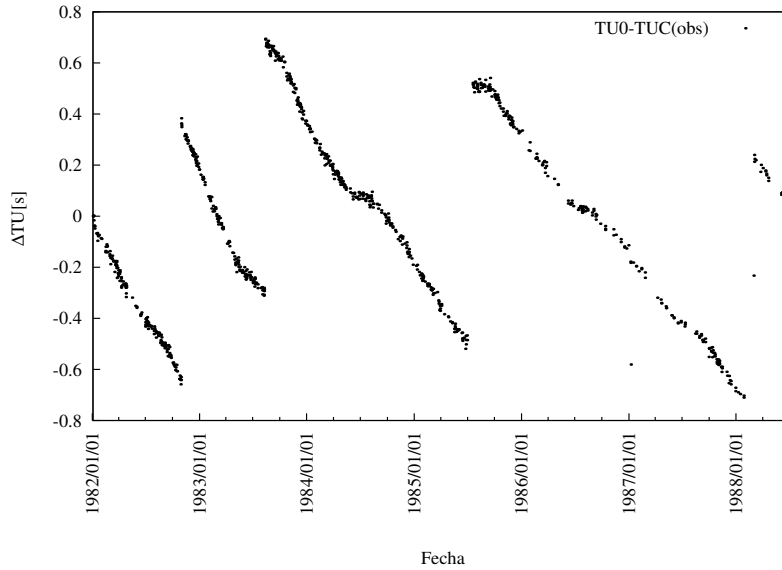


Figura 9.6: Diferencias entre TU0 y TUC observadas en el período 1982-1989 en segundos de tiempo, posteriores a la aplicación de las correcciones de grupo.

Como se comentó en 9.1, las coordenadas astronómicas con las que se trabajarán, son las reducidas por el movimiento del polo. A continuación se brindarán los fundamentos teóricos, la formulación y se mostrarán los resultados de las reducciones.

9.4. Movimiento del Polo y las variaciones en la rotación de la Tierra

El movimiento del polo, se trata de un efecto de índole geofísico, que produce una variación en la posición del eje de rotación, observable astronómicamente puesto que lo que se conoce como polo celeste, y se determina astronómicamente es el polo instantáneo de rotación. Se trata de un movimiento cuasi periódico con una amplitud del orden de $0.3''$. La razón de esto es que el eje de rotación no coincide con uno de los ejes de inercia del sólido.

De acuerdo con la teoría de Euler, si consideráramos a la Tierra como un cuerpo rígido y simétrico, con tres ejes principales de inercia tales que si I_1, I_2, I_3 son estos ejes (I_1, I_2 , ejes ecuatoriales),

$$I_1 = I_2 \leq I_3 \tag{9.10}$$

y supusiéramos una oscilación libre, veríamos un movimiento del eje de rotación respecto del eje de simetría, con un período de 305 días. Sin embargo, la Tierra no es un cuerpo rígido, ni cumple con las condiciones de un trompo simétrico, por lo que teniendo en cuenta esto, el período se ve incrementado aproximadamente a 428 días

En el siglo XIX, Chandler, afirmó que el movimiento del polo se podía dividir en dos componentes: una correspondiente al movimiento descrito, y con un período de aproximadamente 14 meses; el segundo una rotación en el mismo sentido antihorario que la anterior, pero de 12 meses de período. El primero, se conoce como *período de Chandler* y se corresponde con el planteo de Euler, de una oscilación libre, pero aplicado a una Tierra no rígida.

Este movimiento presenta también, una variación secular que consiste en una deriva de $0''.003/\text{año}$, debido a movimientos tectónicos de larga escala y al derretimiento de los hielos, lo que provoca grandes desplazamientos de masa. Otras variaciones no regulares, tienen como origen la carga atmosférica, la carga oceánica, movimiento de masas de agua como es el caso de los ríos, y algunos movimientos tectónicos.

Todos estos fenómenos, producen un movimiento del eje de rotación, no precisamente circular, sino más bien una espiral que al cabo de 6 años completa un ciclo producto de la commensurabilidad de los dos períodos principales del movimiento (12 y 14 meses).

El módulo de la velocidad de rotación también se ve alterado, provocando variaciones en la Longitud del día (LOD, según su sigla en inglés). Las causas son las siguientes:

- **Fluctuaciones de corto período**

Consisten en variaciones mensuales o semanales relacionadas a las mareas lunares. Cuando la Luna se halla a altas declinaciones esta intenta arrastrar el bulge (deformación por marea) hacia fuera del ecuador y hacerlo coincidir con su propio eje de rotación. Como consecuencia, para conservar el momento angular, nuestro planeta debe rotar más rápido. Durante la alineación, en cambio, la velocidad de rotación debe decrecer.

Al mismo tiempo que varía la distancia relativa entre la Tierra y la Luna, el tamaño de la perturbación en el bulge varía y en consecuencia también cambia la velocidad de rotación terrestre. El resultado son variaciones de LOD con períodos de 13.7 a 27.7 días.

- **Fluctuaciones anuales y semianuales**

La mayoría de los cambios anuales y semianuales en LOD se deben a variaciones atmosféricas periódicas, particularmente al intercambio de momento angular entre el viento y la Tierra Sólida.

- **Fluctuaciones decenales**

Se relacionan con una transferencia de momento entre el núcleo líquido y el manto sólido a través de procesos electromagnéticos.

- **Desaceleración secular**

La mayor parte del incremento histórico de LOD se debe al fenómeno de las mareas ocasionado por los efectos gravitacionales combinados del Sol y la Luna. La última deforma la Tierra resultando esta en algo parecido a un elipsoide. Si no hubiese disipación, el bulge siempre apuntaría hacia la Luna pero como en realidad existe energía que se pierde, la Tierra y los océanos reaccionan a esta fuerza. En otras palabras, el bulge intenta mantenerse en la dirección que une los centros de la Luna y la Tierra. La Luna actúa sobre el bulge y ejerce un torque sobre la Tierra opuesto a la dirección de la rotación. El resultado de esto es una desaceleración de nuestro planeta la cual se corresponde con

un aumento en la longitud del día. La mayor parte de esta disipación se produce en los océanos pero aún no se sabe exactamente si es en aguas profundas o superficiales. Al mismo tiempo que la Luna ejerce la perturbación mencionada, el bulge produce un torque antihorario sobre la Luna tendiendo a acelerar su movimiento. Esto significa que la Tierra transfiere cierta cantidad de momento angular a la Luna. El efecto neto es el aumento del período orbital de la Luna ya que la desplaza de su órbita unos 3 cm/año.

Existe otro factor que actualmente se conoce que altera la longitud del día relacionado con la última era de hielo. Es lo que se conoce como *Rebote Post Glacial*, ocasionado por el derretimiento de los hielos los cuales transfieren material desde los polos hacia el ecuador. En una Tierra rígida este proceso puede aumentar el momento de inercia en la dirección del eje z con una consecuente disminución en LOD, como así también alterar la dirección del momento de inercia.

9.5. Determinación observacional y reducciones

El movimiento del polo, se describe mediante sus componentes (X_p, Y_p) , en relación a un polo de referencia provisto por el IERS. El eje X_p , está dirigido en la dirección del Meridiano de Greenwich adoptado convencionalmente, e Y_p , se define positivo a 90° de X_p , en dirección Oeste.

Dada una estación con coordenadas conocidas (Φ_T, Λ_T) , fijas en un sistema terrestre, las variaciones en latitud y en longitud pueden expresarse como:

$$\Phi_i - \Phi_T = \Delta\Phi = X_p \cos(\Lambda_T) + Y_p \sin(\Lambda_T) \quad (9.11)$$

$$\Lambda_i - \Lambda_T = \Delta\Lambda = [X_p \sin(\Lambda_T) - Y_p \cos(\Lambda_T)] \operatorname{tg}(\Phi_T) \quad (9.12)$$

Las relaciones 9.11 y 9.12 se deducen resolviendo los triángulos esféricos que plantea la Fig. 9.7.

Los subíndices i y T , denotan cantidades instantáneas y de referencia terrestres, respectivamente.

Mientras que la ecuación 9.11 ha servido desde los comienzos, para determinar las coordenadas del polo, mediante observaciones de variación de la latitud en diferentes sitios, la segunda ecuación 9.12 no es adecuada para esta práctica debida a la dependencia con las variaciones de tiempo. Esta variación o corrección en tiempo, no es otra que la diferencia TU1-TU0.

TU0 es el tiempo universal el cual si, observado el tiempo sidéreo local aparente de un astro cuando pasa por el meridiano local, se obtiene empleando Λ_T . Este está afectado por todas las irregularidades de la rotación terrestre y por el movimiento del polo.

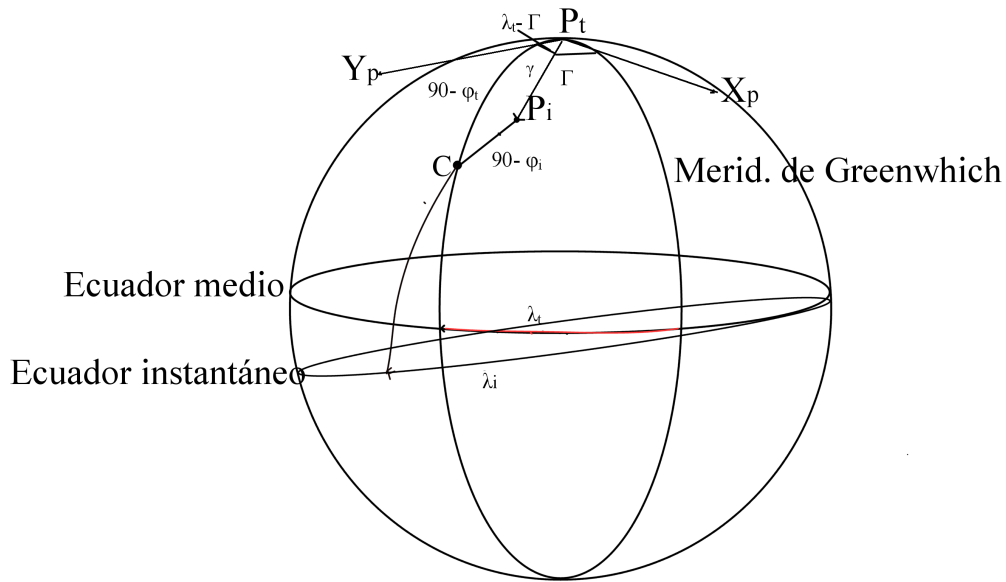


Figura 9.7: Esquema de los elementos que definen la posición del eje instantáneo de rotación que pasa por P_i , respecto del sistema fijo a la Tierra, cuyo eje Z pasa por P .

TU1, es el TU0, eliminando las variaciones producidas en longitud, por el movimiento del polo. Se obtiene por medio de Λ_i .

Luego,

$$TU0 - TU1 = \Delta\Lambda \tag{9.13}$$

En nuestro caso, lo que se tiene a partir de las mediciones con el astrolabio, son latitud y TU0-TUC. Estas se obtuvieron simultáneamente a partir de la observación del tiempo de paso, para una dada distancia zenital, z , y haciendo uso del método de alturas iguales.

Si se cuenta con un triángulo esférico, como el que se muestra en la Fig. 9.1, tal que contenga al polo, a la estrella y al zenit,

$$\cos(z) = \sin(\delta)\sin(\phi) + \cos(\delta)\cos(\phi)\cos(t) \tag{9.14}$$

y

$$t = LAST - \alpha \quad (9.15)$$

Donde t es el ángulo horario de la estrella cuando pasa por el meridiano local, $LAST$ es el tiempo sidéreo local aparente, α es la ascensión recta de la estrella, y δ la declinación. En esta observación intervien más de una estrella, ubicadas en una misma almicanzada.

El ángulo horario, puede expresarse como:

$$t = t_0 + dt \quad (9.16)$$

Ya que la longitud y el TU1-TU0 involucrados en dt no se conocen.

$$\Phi = \Phi_0 + \Delta\Phi \quad (9.17)$$

y

$$\Lambda = \Lambda_0 + \Delta\Lambda \quad (9.18)$$

Siendo Φ_0 y Λ_0 coordenadas aproximadas de la estación. Con esto,

$$z = z_0 + \Delta z + R \quad (9.19)$$

R se corresponde con la constante de la refracción.

Al tratarse de varias estrellas a z constante, el valor de z no necesariamente debe ser conocido. Reemplazando 9.16, 9.17 y 9.19 en 9.14, se tiene:

$$(\Delta z + R)\text{sen}(z_0) = (-\text{sen}(\delta)\text{cos}(\Phi_0) + \text{cos}(\delta)\text{sen}(\Phi_0)\text{cos}(t_0))\Delta\Phi + \text{cos}(\delta)\text{cos}(\Phi_0)\text{sen}(t_0)\Delta t \quad (9.20)$$

Se trata de un sistema con 3 incógnitas, que resulta superabundante, puesto que la observación se efectúa con un promedio de 28 estrellas por grupo y por noche.

Otra forma, más directa, es dividir 9.14 por $\text{cos}(z)$ y reemplazar $t = LAST - \alpha$ tal que se puede reescribir como:

$$1 = A\text{sen}(\delta) + B\text{cos}(\delta)\text{cos}(\alpha) + C\text{cos}(\delta)\text{sen}(\alpha) \quad (9.21)$$

Nuevamente tenemos una ecuación con 3 incógnitas. Una vez resueltas A, B y C, resulta:

$$\text{tg}(\Phi) = A/(B^2 + C^2)^{1/2} \quad (9.22)$$

$$\text{tg}(Last) = C/B \quad (9.23)$$

Luego, con $LAST$ y Λ_T , se puede obtener TU0; y teniendo el instante de observación se puede construir TU0-TUC. Es decir, se tienen las dos incógnitas de interés.

Una vez determinadas latitud y longitud, éstas deben corregirse por el movimiento del polo.

Los valores de X_p , Y_p y $TU1 - TUC$, son publicados por el IERS. En el caso de este trabajo, se ha utilizado la solución combinada de parámetros de rotación terrestre: C04 (Bizouard y Gambis, 2007). Se le llama combinada por ser una combinación de las series obtenidas con diferentes técnicas geodésicas: LLR, VLBI, SLR, GPS y DORIS. En la elaboración de la solución C04 se han implementado las convenciones IAU2000 y los parámetros brindan una solución completa para transformar entre el ITRF y el ICRF. Para mayor descripción se puede referir a la página web del IERS.

A continuación se muestran en las figuras 9.8, 9.9 los valores adoptados por las coordenadas del Polo en el período 1982-1989. En 9.10, se muestra la poloide para el mismo período. Se aprecia que al cabo de 6 años, se vuelve prácticamente a la misma posición. Finalmente en 9.11 se presenta la diferencia entre TU1 y TUC.

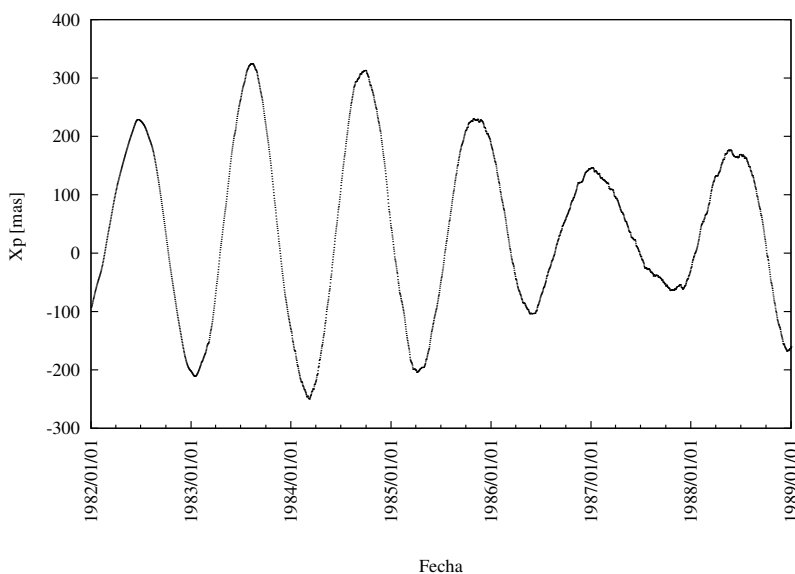


Figura 9.8: Coordenada X del polo, expresada en mas. vs. tiempo.

9.6. Determinación de las coordenadas astronómicas a partir de las mediciones del astrolabio y la serie de parámetros C04

Para determinar la desviación de la vertical es necesario conocer en un punto, los valores de las coordenadas astronómicas como así también, las geodésicas. Las coordenadas geodésicas del astrolabio situado en la EARG han sido determinadas recientemente por Hormaechea (comunicación personal) por medio de la vinculación de las coordenadas de la estación ITRF que se halla a metros del lugar donde está emplazado el astrolabio. Los valores de la latitud y longitud geodésica son entonces:

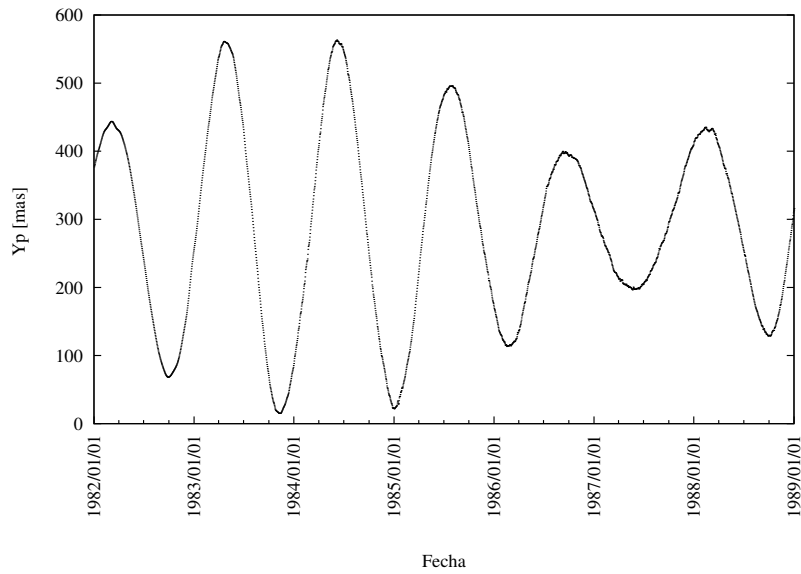


Figura 9.9: Coordenada Y del polo, expresada en mas. vs. tiempo.

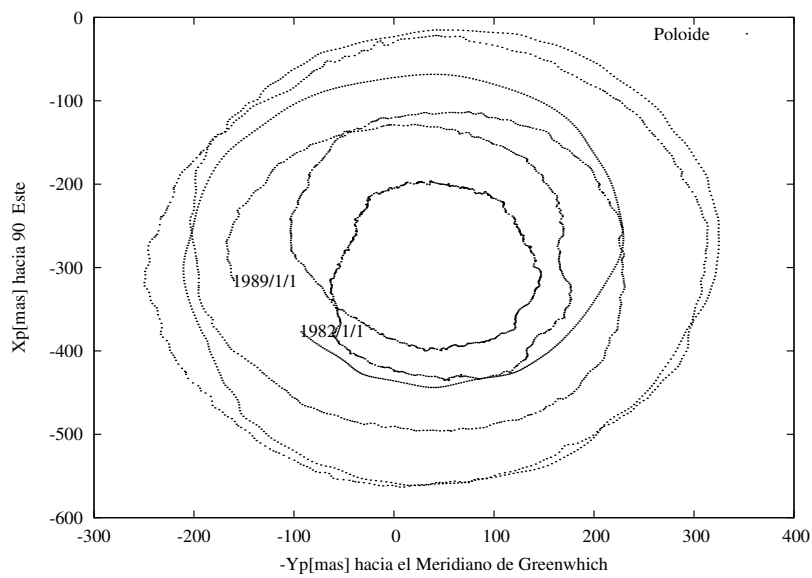


Figura 9.10: Gráfico de Poloide para el período 1982-1989 en mas.

$$\phi = -53^{\circ}47'08.494''$$

$$\lambda = -67^{\circ}45'04.000''$$

Luego de aplicadas las correcciones de grupo, sobre los resultados de latitud y tiempo, obtenidos con el astrolabio, es necesario aplicar las reducciones mencionadas arriba correspondientes con 9.11 y 9.12, haciendo uso de la serie C04 del IERS (Bizouard & Gambis, 2007).

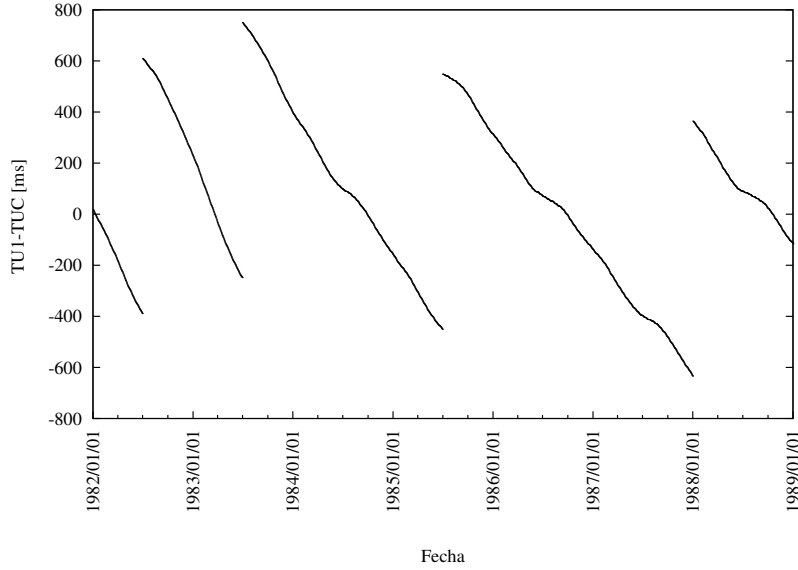


Figura 9.11: Gráfico de TU1-TUC para el período 1982-1989 en ms.

Hemos comentado en la sección 9.5, que los valores con los cuales contamos son la diferencia entre coordenadas observadas y coordenadas de referencia a las que les hemos puesto el subíndice 0 (cero). No obstante, 9.11 y 9.12, nos brindan la diferencia respecto a coordenadas Φ_T y Λ_T , fijas a un sistema terrestre, desafectadas del movimiento del polo y las variaciones de la rotación terrestre. Son estas las coordenadas que buscamos determinar para poder construir 9.1.

Para el caso de la latitud, la aplicación de 9.11 sobre los valores observados es directa, pues:

$$\delta\Delta\Phi = \Phi_i - \Phi_0 - \Delta\Phi = \Phi_T - \Phi_0 \quad (9.24)$$

Esta diferencia es la que se halla graficada en 9.12 arrojando los resultados estadísticos que se presentan en la tabla 9.3.

Esto mismo no sucede con la determinación de Λ_T . Aquí no sólo debe descontarse el movimiento del polo, sino también la diferencia $TU1 - TUC$ debida a las irregularidades en la rotación terrestre.

Entonces si, $(TU0 - TUC)_{obs}$, simboliza a los valores observados, estos pueden compararse con los valores calculados, $(TU0 - TUC)_{cal}$, a partir de los parámetros estimados por el IERS. Con ellos se obtiene:

$$(TU0 - TUC)_{cal} = (TU1 - TUC) + [X_p \text{sen}(\Lambda_T) - Y_p \text{cos}(\Lambda_T)] \text{tg}(\Phi_T) \quad (9.25)$$

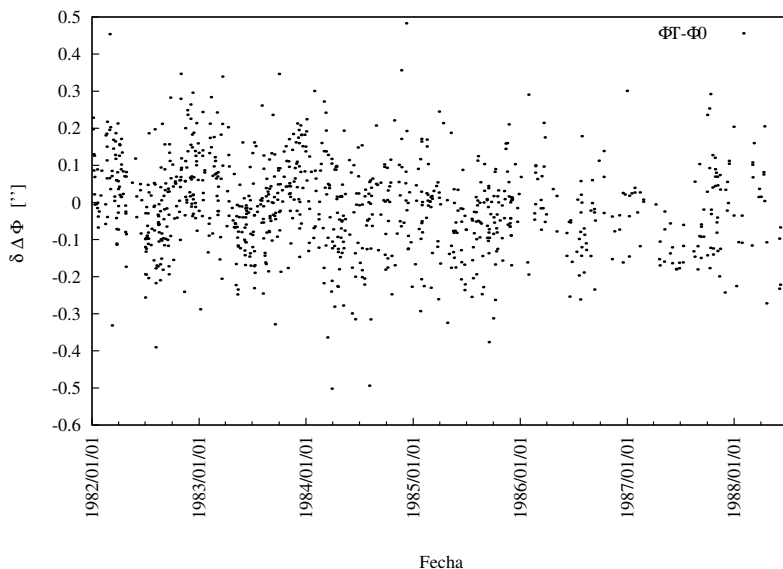


Figura 9.12: Diferencias en latitud debida al movimiento del polo.

Mientras que $(TU0 - TUC)_{obs}$ tiene asociado Λ_0 , la última tiene asociado Λ_T . La comparación entre ambas, no sólo nos permite evaluar la diferencia entre los valores observados y los obtenidos por el IERS, sino que nos brinda la diferencia $\Lambda_0 - \Lambda_T$, con la cual podemos reconstruir Λ_T .

$$\delta\Delta TU = (TU0 - TUC)_{obs} - (TU0 - TUC)_{cal} = \Lambda_T - \Lambda_0 \quad (9.26)$$

| Estadística | $\delta\Delta TU [s]$ | $\delta\Delta\Phi ["]$ |
|-------------|-----------------------|------------------------|
| σ | 0.016 | 0.12 |
| μ | -0.017 | -0.009 |

Tabla 9.3: Estadística de la diferencia $(TU0 - TUC)_{obs} - (TU0 - TUC)_{cal}$, y de las diferencias en latitud corregidas por el movimiento del polo, sobre un total de 995 observaciones.

En la Fig. 9.13 se presentan las diferencias entre los valores observados y los estimados a partir de la serie C04.

A partir de estas, aplicando 9.24, 9.25 y 9.26, se obtuvieron, para el astrolabio, las siguientes coordenadas terrestres:

$$\Phi_T = -53^\circ 47' 9.809''$$

$$\Lambda_T = -67^\circ 45' 5.211''$$

Al aplicar 9.1, los valores de desviación obtenidos para el pilar del astrolabio situado en la EARG son los que siguen:

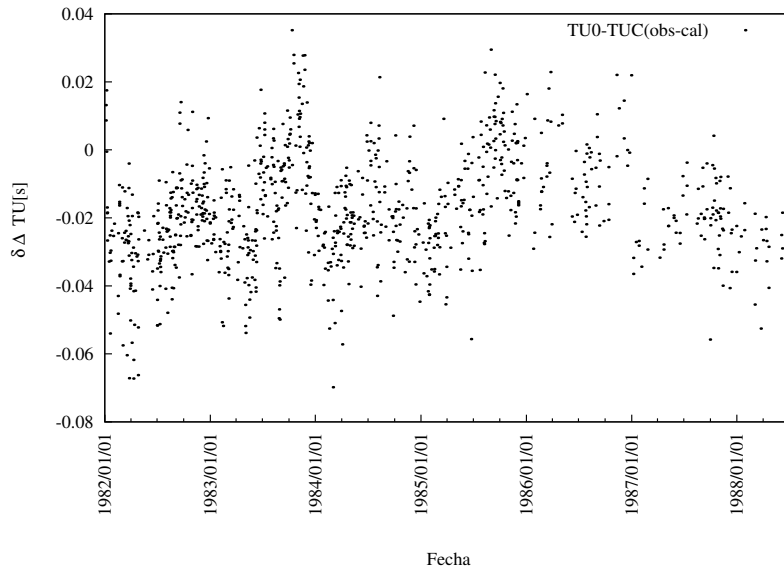


Figura 9.13: Diferencias en tiempo, debidas al movimiento del polo.

$$\xi = -1.316'' \pm 0.004''$$

$$\eta = -0.719'' \pm 0.008''$$

Estos equivalen a una variación en la ondulación del geode de -0.006 m/km en dirección N-S, y de -0.003 m/km en E-O.

9.6.1. Comparación entre la desviación obtenida astrogeodésicamente y la resultante de FE

En el capítulo 8 nos enfocamos en la elaboración de un modelo de cuasigeoide, mediante la integración de observaciones gravimétricas, de GPS y nivelación con el método de fuentes equivalentes.

Con el objeto de evaluar nuestro modelo generado con FE, con el valor de desviación de la vertical calculado en la sección anterior, se construyeron dos perfiles en direcciones N-S y E-O centrados en la posición del astrolabio. Los perfiles consistieron en 6 puntos, con una equidistancia de 1 km. Sobre estos puntos se estimaron los valores de anomalía de altura y con ello los gradientes sobre cada perfil.

Los resultados obtenidos con FE predijeron un gradiente de $-0.003 \text{ m/km} \pm 0.002 \text{ m/km}$ en dirección N-S y $-0.005 \text{ m/km} \pm 0.002 \text{ m/km}$ en E-O, lo que comparado con lo hallado en la sección anterior se tiene una diferencia de 0.003 m/km en N-S y 0.002 m/km en E-O.

Estos valores son el resultado de comparar la estimación provista por el modelo N°7 mostrado en el capítulo anterior, con los valores calculados usando 9.1.

Las diferencias encontradas entre el valor de la desviación obtenido con FE y el método astronómico, son del mismo orden que el error en la determinación. Por lo tanto, dentro de los márgenes de error establecidos por el método de FE, podemos decir que el acuerdo con el método astronómico es realmente muy bueno.

Capítulo 10

Conclusiones

Como parte de esta tesis, se ha realizado, primeramente, una homogeneización de la información, en particular la asociada con el sistema de referencia. Principalmente, en términos del dato GPS. Esto ha permitido examinar la consistencia de los marcos co-existentes en Tierra del Fuego; análisis del que se desprende una muy buena alineación entre los marcos TDF93 y TDF95 con TDF08.

Una vez que se dispuso de toda la información de GPS/nivelación en un sistema de referencia unificado, se comenzó el trabajo con la información gravimétrica. Este presentó menos inconvenientes en cuanto a la consistencia de toda la información ya que la detección del sistema gravimétrico involucrado fue inmediato para cada juego de datos a partir de puntos comunes encontrados.

En el capítulo 4 y en el 6 se mostraron resultados relacionados con la contribución de la topografía sobre el valor de la gravedad, mostrando una gran concordancia entre los efectos ocasionados por la topografía y el terreno de la región. Entre estos se destacan los valores negativos que alcanzan las anomalías de Bouguer en la zona de alta montaña, los máximos valores de las correcciones de terreno en el SO de la isla, lo cual indica que los métodos basados en FFT deben ser cuidadosamente aplicados en regiones como la considerada.

En el capítulo 6 se generó un set de anomalías gravimétricas residuales, en función de los efectos analizados en los capítulos 4 y 5, permitiendo remover los efectos de larga y corta longitud de onda correctamente.

Dentro de esto último, quedaron en evidencia algunas falencias del modelo EGM2008 debido a que carece de información gravimétrica en el SO de la isla.

Toda la información considerada hasta el momento fue integrada por medio de la técnica de FE, la cual fue completamente programada, como parte de esta tesis, en fortran 77/90. Esta no sólo permitió generar un modelo, sino efectuar una serie de controles, o evaluaciones, tanto formales como no formales, como fue el caso de la validación cruzada.

El modelo obtenido es formalmente un modelo de cuasigeoide, que para la región sobre la cual se cuenta con información gravimétrica, o incluso de GPS y nivelación, es decir donde el

modelo es válido, se puede considerar que es coincidente con la superficie del geode dentro del rango de los errores asumidos para los observables.

Un tratamiento más complejo de evaluación se realizó al incorporar la información existente sobre el lago Fagnano, puesto que este mismo aportaba una posibilidad de evaluación directa. Este permitió concluir que la calidad del modelo final obtenido (séptimo modelo, sec. 8.3) no era igual en la región del lago Fagnano, como en el centro-norte de Tierra del Fuego.

El error formal del modelo es de 5 cm para la región central y norte de la isla, mientras que en el sur y oeste, este ronda los 7 cm e incluso, la decena.

Por último, en el capítulo 9 se contrastó localmente el resultado obtenido con FE, con un dato observacional independiente: la desviación de la vertical. Ésta se obtuvo a partir de las reducciones de las observaciones astronómicas realizadas con el astrolabio de Danjon situado en la EARG entre los años 1982 y 1988. Las reducciones implicaron el conocimiento y consideración de distintos efectos de índole astronómico y geofísico, como son las correcciones de grupo, propias de las mediciones astronómicas, como el efecto causado por el movimiento del polo y la rotación terrestre.

La diferencia obtenida con ambos métodos, arrojó resultados del orden del error de la determinación realizada con FE, a partir del error en el modelo generado.

FE aparece como una técnica muy promisoría para el futuro ya que la medición de perfiles astrogeodésicos a lo largo de rutas y caminos secundarios por ejemplo, con las cámaras digitales zenitales, diseñadas para tal fin, permitirían derivar valores de ondulación geoidal con un error de milímetros dentro de algunos kilómetros.

Aparte de las mejoras posibles a implementarse en el método de las fuentes equivalentes, como son la determinación de los factores de profundidad y la puesta en funcionamiento del módulo que permite trabajar con desviaciones de la vertical, existen otras mejoras a futuro que atañen a la información. Una de ellas sería la vinculación altimétrica con Chile en la región de la isla.

Las figuras 9.12 y 9.13 muestran comportamientos sistemáticos que pueden obedecer a varias causas, variaciones no polares de las coordenadas, efectos estacionales de la refracción, errores de catálogo y otros. Quedan abiertas las posibilidades de asociar estos resultados con recientes investigaciones del comportamiento de la corteza en Tierra del Fuego, así como efectos gravimétricos y mecánicos de las mareas oceánicas sobre el continente y su influencia en la desviación de la vertical.

Por último, cabe pensar en una remediación de los puntos de GPS/nivelación utilizando un software científico, como el Bernesse (Beutler et al., 2007), , para su procesamiento e integración en un marco único. Esto haría innecesarias las transformaciones entre mediciones realizadas en distintas épocas.

Apéndice A

Esquema del programa de cálculo de las fuentes equivalentes

A.1. Introducción

A continuación se presenta un esquema del funcionamiento del programa de fuentes equivalentes, realizado en el marco de esta tesis. Este permite estimar ondulaciones geoidales, anomalías de altura, o anomalías de gravedad sobre puntos discretos o sobre una grilla, a partir de información ingresada sobre estos observables del campo gravitatorio.

Si bien el programa de cálculo de las FE es uno sólo, éste se articula con otras dos rutinas que permiten la estimación de la matriz de varianza-covarianza de las masas (FE), como así también el error formal sobre los valores calculados en puntos arbitrarios.

Como se ha adelantado en el capítulo 7, la técnica de FE no es nueva, y por consiguiente existen muchas versiones distintas que aplican el mismo concepto de masas puntuales. Entre los trabajos disponibles se encuentra el realizado por Guspí en el año 2004, y la metodología propuesta por él es la que se halla por detrás de este desarrollo.

A.2. Descripción de las rutinas y esquema de funcionamiento

Por simplicidad se llamará a las rutinas de la siguiente manera:

FE: es la rutina principal, encargada de estimar las masas equivalentes.

Esta requiere de un archivo de parámetros de entrada (entrada.txt) en los que debe indicarse:

1- Nombre del archivo con ondulaciones geoidales o anomalías de altura observadas, ya sean estas reducidas por un GGM, grilladas o no. Lo mismo para las anomalías de gravedad.

2- cantidad de puntos en los archivos anteriores, errores y factores de profundidad.

Al mismo tiempo, los archivos de datos de entrada deberán indicar: latitud, longitud, altura normal u ortométrica, aparte del valor de la cantidad involucrada (anomalías de altura, ondulaciones geoidales, etc.).

MC: es la rutina que calcula la matriz de varianza-covarianza de las masas a partir de los mismos datos de entrada que se ingresan en FE, y las salidas de ésta última.

CalObs: partiendo de los valores de las masas estimados por FE y la matriz de MC, esta rutina estima los valores de ondulación geoidal (o anomalías de altura, etc.) sobre un listado de puntos discretos de los que se conoce información de latitud, longitud y altura; ó sobre una grilla, en cuyo caso se debe especificar una altura media.

También necesita de un archivo de parámetros de entrada (parametroscalobs.txt), en el que conste:

- 1- Nombre del archivo de masas equivalentes.
- 2- Número total de masas.
- 3- Código que indica el tipo de cálculo.
- 4- Nombre del archivo de salida.
- 5- Nombre del archivo sobre el cual se va a efectuar el cálculo.
- 6- Cantidad de puntos contenidos en el archivo anterior.

En las figuras A.1, A.2 y A.3 se muestra un esquema lógico del funcionamiento de las rutinas descritas.

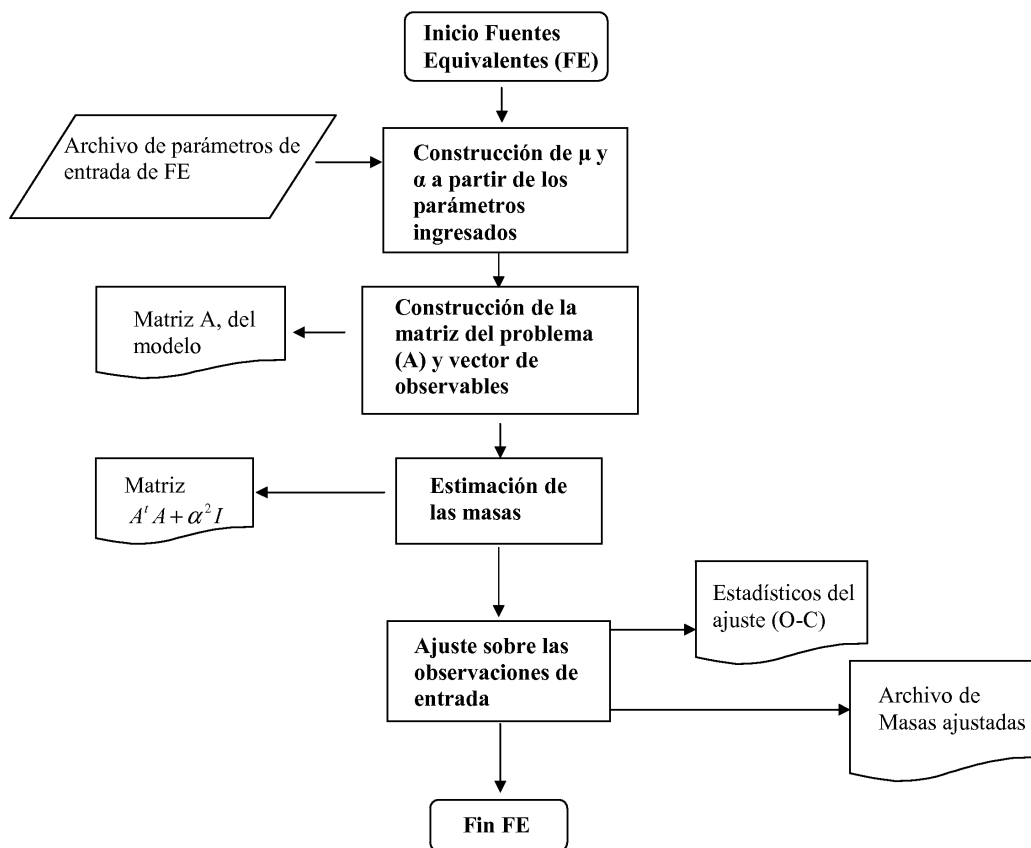


Figura A.1: Esquema gráfico del funcionamiento de **FE**.

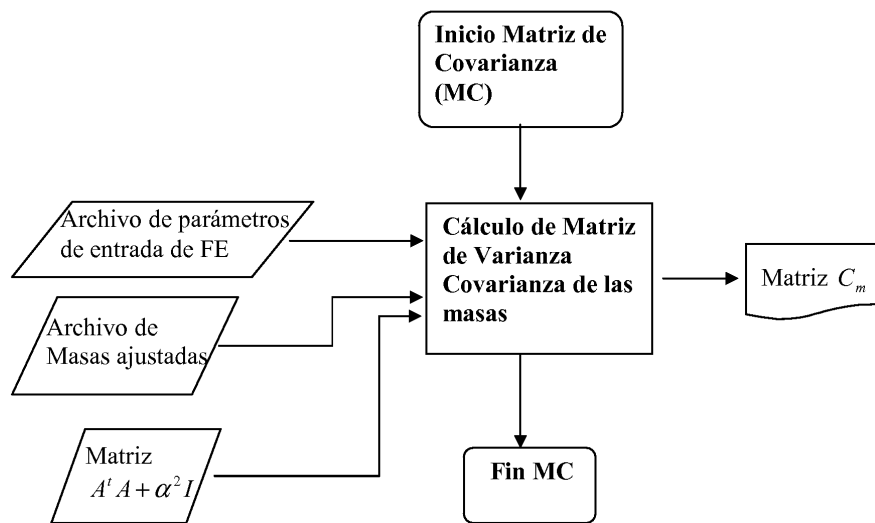


Figura A.2: Esquema gráfico del funcionamiento de MC.

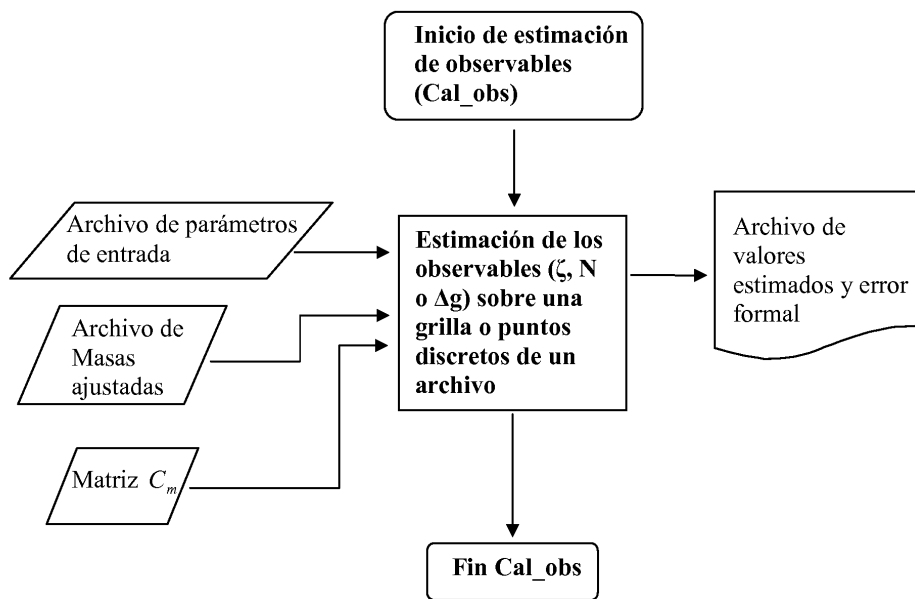


Figura A.3: Esquema gráfico del funcionamiento de **Cal_obs**.

A.3. Ejemplo de Funcionamiento.

Supóngase que se busca estimar los valores de ondulación geoidal sobre 20 puntos contenidos en una determinada región de estudio. Para ello se cuenta con 63 valores de ondulación geoidal observada ($\sigma = 0.07$ m) y 654 valores de anomalías gravimétricas ($\sigma = 2$ mgales).

El nombre de los archivos de entrada es arbitrario, a excepción de los dos principales, nombrados en la descripción de **FE** y **Cal_obs**. Para este ejemplo, los archivos secundarios que contienen los datos de entrada y los resultados, se llamarán de la siguiente forma:

* nobs.txt: archivo de puntos que contiene a los valores de ondulación observada.

* anomalias.txt: archivo de puntos que contiene a los valores de anomalías gravimétricas.

*desviaciones.txt: archivo de puntos que contiene a los valores de desviación de la vertical. Este módulo aún no está completo, pero de todas formas debe indicarse este archivo.

*salida.txt: nombre del archivo de salida en el que se almacenará la estadística de la solución.

*masas_ajustadas.txt: archivo de masas estimadas.

Asignando un factor de profundidad 4 para los valores de ondulación geoidal, 3 para las anomalías de gravedad, y asumiendo un modelo aproximado para las anomalías (primer término de la ecuación 2.45), el archivo de parámetros de entrada a ser utilizado por **FE** será el que sigue:

Tabla A.1: entrada.txt

| |
|-------------------------------------|
| archivo de entrada1 |
| nobs.txt |
| 63 0.07 4 |
| Archivo de entrada2 y mod.1 ap, 2 f |
| anomalias.txt |
| 654 2 3 1 |
| Archivo de entrada3 |
| desviaciones.txt |
| 0 0 0 |
| Archivo de salida |
| salida.txt |
| Archivo de masas |
| masas_ajustadas.txt |

De acuerdo con las posibles elecciones, y si bien es usual asumir que el primer término de la ecuación 2.45 es suficiente para modelar las anomalías de gravedad, en este caso, también es posible usar la expresión completa.

Luego, con este mismo archivo de parámetros de entrada, se llamará a la rutina que calcula la matriz de varianza-covarianza de las masas (**MC**).

El último paso, consiste en la estimación de N (ondulación geoidal) sobre el listado mencionado que consta de 20 puntos (almacenados en puntos.txt), a partir de las 717 masas ajustadas. La rutina encargada de este cálculo es **CalObs**, para lo cual requiere de un archivo de parámetros con el siguiente formato.

Tabla A.2: parametroscalobs.txt

```

masas_ajustadas.txt
717
ingresar 1 si por archivo, 2 por grilla
1
tipo de observable: 4N, 2Anom., 3Dist. o Anom. aprox.
4
ingresar 1 si es test, 2 si no
2
estidNpuntos.txt
puntos.txt
20

```

Los valores de N que fueron estimados para los 20 puntos, y sus correspondientes errores, quedaron guardados en estidNpuntos.txt.

En el caso de ingresar con valores residuales para los observables, al final deberán restaurarse sobre el valor estimado, las componentes que faltasen, ya sean éstas de corta o larga longitud de onda.

CalObs permite también contrastar el valor de un observable calculado con uno conocido. Es por ello, que existe una opción "test", en cuyo caso, será necesario que aquel archivo de datos sobre el que se efectúa la evaluación, cuente con una columna extra, en la cual se especifique el valor real del observable a calcular y con el cual se hará el contraste.

El formato de los datos de entrada es siempre el que sigue:

latitud longitud H Observable

Las unidades utilizadas son:

$[\pm^{\circ}.ddd]^1$, para la latitud y la longitud.

[m], para las alturas

[miligales], para las anomalías gravimétricas.

¹Grados decimales

Bibliografía

- [1] Amos M. J., 2007. *Quasigeoid Modelling in New Zealand to Unify Multiple Local Vertical Datums*. Doctoral Thesis, Curtin University of Technology. Australia.
- [2] Arias E. F., 1982. *Determinación de las componentes principales del movimiento polar*. Boletín de la Asociación Argentina de Astronomía, Vol. 27, pág. 259
- [3] Bajracharya S., 2003. *Terrain Effects on Geoid Determination*. University of Calgary, Alberta-Canadá.
- [4] Beutler G., Bock H., Dach R., Fridez R., Gäde A., Hugentobler U., Jäggi A., Meindl M., Mervart L., Prange L., Schaer S., Springer T., Urschl C., Walser P., 2007. *Bernese GPS Software Version 5.0*. Astronomical Institute, University of Bern.
- [5] Bizouard C, Gambis D., 2007. *The combined solution C04 for Earth Orientation Parameters consistent with International Terrestrial Reference Frame 2005*. Observatoire de Paris, Paris, France.
<http://hpiers.obspm.fr/eop-pc/index.html>
- [6] Cordell L., 1992. *A scattered equivalent-source method for interpolation and gridding of potential-field data in three dimensions*. Geophysics. Vol. 57, N. 4.
- [7] Dampney C. N. G., 1969. *The equivalent source technique*. Geophysics, Vol. 34, Nro. 1, 39-53.
- [8] Del Cogliano D., Hormaechea J.L., Perdomo R., Galbán F., Lauría E., Ramos G., 2001. *Geoid Study in Tierra del Fuego*. IAG Symposia. Vertical Reference Systems. Springer, Vol. 124, 192-193.
- [9] Del Cogliano D. Lauría E., Perdomo R., D' Onofrio E., Hermosilla A., Maturana R., Hormaechea J. L., Rubio W., Cimbaro S., Mendoza L., 2004. *Aporte a la definición del Sistema Vertical en el extremo sur de América del Sur*. Tópicos de Geociencias. EFU Editorial, San Juan, Argentina.
- [10] Del Cogliano D., Dietrich R., Richter A., Perdomo R., Hormaechea J. L., Liebsch G. and Fritsche M., 2004. *Regional geoid determination in Tierra del Fuego including GPS levelling*. Poster Geosur.
- [11] Del Cogliano D., 2006. *Modelado del Geoide con GPS y Gravimetría. Caracterización de la Estructura Geológica de Tandil*. Tesis Doctoral. UNR, Argentina.

- [12] Del Cogliano D., Dietrich R., Richter A., Perdomo R., Hormaechea J. L., Liebsch G. and Fritsche M., 2007. *Regional geoid determination in Tierra del Fuego including GPS levelling*. *Geologica Acta*, Vol.5, Nro. 4, 315-322.
- [13] Enkman M., 1989. *Impacts of Geodynamic Phenomena on Systems for Height and Gravity*. *Bulletin Geodesique*, 63(3), 281-296, 1989.
- [14] Far et al., 2007. *The Shuttle Radar Topography Mission*
- [15] Featherstone W., 1995. *On the Use of Australian Geodetic Datums in Gravity Field Determination*. *Geomatics Research Australasia*, N° 62, 17-36.
- [16] Featherstone W., Kirby J. F., 2000. *The reduction of aliasing in gravity anomalies and geoid heights using digital terrain data*. *Geophys. J. Int.* 141, 204-212.
- [17] Fell P., Swift E. R., Cunningham J. and Malys S., 1992. *Bridging the Gap Between TRANSIT and GPS Point Positioning - The Implications of Higher Order Ionospheric Refraction on the Realization of the WGS 84 Reference Frame*. NSWCCD TR 92-557.
- [18] Ferland R., 2006. [IGSMail-5447]: Proposed IGS05 Realization.
<http://igsceb.jpl.nasa.gov/mail/igsmail/2006/msg00170.html>
- [19] Font G., Tocho C., 2000. *Preliminary Geoid Model for Tierra del Fuego*. Birmingham IUGG 99, page A.435.
- [20] Forsberg R., Tscherning C. C., 1981. *The use of Height Data in Gravity Field Approximation by Collocation*. *J. Geophys. Res.*, Vol. 86, No. B9, pp. 7843-7854.
- [21] Forsberg R., 1984. *A Study of Terrain Reductions, Density Anomalies and Geophysical Inversion Methods in Gravity Field Modelling*. Reports of the Department of Geodetic Science and Surveying, No. 355, The Ohio State University, Columbus, Ohio.
- [22] Forsberg R., 1994. *International School on the Determination and Use of the geoid*. Lecture Notes, IGS. Milán.
- [23] Förste C., Flechtner F., Schmidt R., Meyer U., Stubenvoll R., Barthelmes F., König R., Neumayer K.-H., Rothacher M., Reigber C., Biancale R., Bruinsma S., Lemoine J.-M., Raimondo J.C., 2005. *A high resolution global gravity field model combining GRACE and CHAMP mission and altimetry/gravimetry surface gravity data*.
- [24] Fotopoulos G. 2003. *An analysis on the optimal combination of geoid, orthometric and ellipsoidal height data*. PhD Thesis, University of Calgary, Department of Geomatics Engineering, Report No. 20185.
- [25] Gemael C., 2004. *Introdução ao ajustamento de observações. Aplicações Geodésicas*. UF-PR Editora. Curitiba, Brasil.
- [26] Gil A. J., 1993. *Estrategias de cálculo en el modelado del terreno residual*. Física de la Tierra, N° 5. 101-114. Editorial Complutense, Madrid.
- [27] Guspí F., Introcaso A., Introcaso B., 2004. *Gravity-enhanced representation of measured geoid undulations using equivalent sources*. *Geophysical Journal International*, 158, 1-8.

- [28] Hećimović Z., 2005. *Spectral behavior of global gravitational models considering EUVN network*. Disponible en:
<http://www.geof.hr/~zhecimovic/PopisRadova>
- [29] Heiskanen W., Moritz H., 1967. *Physical Geodesy*. Freeman. San Francisco y Londres.
- [30] Hirt C., Bürki B., 2002. *The Digital Zenith Camera - A New High-Precision and Economic Astrogeodetic Observation System for Real-Time Measurement of Deflections of the Vertical*. Proceed. of the 3rd Meeting of the International Gravity and Geoid Commission of the International Association of Geodesy, Thessaloniki, Greece.
- [31] Hirt C., Reese B., 2004. *High-Precision Astrogeodetic Determination of a Local Geoid Profile Using the Digital Zenith Camera System TZK2-D*. Disponible en:
www.ife.uni-hannover.de/download-allgemein/hirt_astronomical_leveling.pdf
- [32] Hofmann-Wellenhof B., Lichtenegger H., Collins J., 1997. *GPS, Theory and Practice*. 5^{ta} Edición. Springer, Berlin-New York.
- [33] Jarvis A., Rubiano J., Nelson A., Farrow A. and Mulligan M., 2004. *Practical use of SRTM data in the tropics. Comparisons with digital elevation models generated from cartographic data*. CIAT Working Document Nro. 198.
- [34] Kirby J. F., Featherstone W. E., 2001. *Anomalously large gradients in the "GEODATA 9 SECOND" Digital Elevation Model of Australia, and their effects on gravimetric terrain corrections*. Cartography Vol.29, Nro. 1.
- [35] Lambeck K., 1980. *The Earth Variable Rotation*. Cambridge University Press.
- [36] Lemoine F. G., Kenyon S. C., Factor J. K., Trimmer R. G., Pavlis N. K., Chinn D. S., Cox C. M., Klosko S. M., Luthcke S. B., Torrence M. H., Wang Y. M., Williamson R. G., Pavlis E. C., Rapp R. H. and Olson T. R., 1998. *The Development of the joint NASA/GSFC and the National Imagery and Mapping Agency (NIMA) geopotential model EGM96*. NASA Goddard Space Flight Center, Greenbelt, Maryland, 20771 USA.
- [37] Lodolo E., Lippai H., Tassone A., Zanolla C., Menichetti M., Hormaechea J. L., 2007. *Gravity map of the Isla Grande de Tierra del Fuego, and morphology of Lago Fagnano*. Geologica Acta, Vol. 5, Nro. 4, 307-314.
- [38] Mather R. S., 1978. *The role of geoid in four-dimensional geometry*. Marine Geodesy 1, 217-252.
- [39] McCarthy D. and Petit G., 2004. *IERS Conventions (2003), IERS Technical Note No. 32*. IERS Conventions Centre, Verlag des Bundesamts für Kartographie und Geodäsie.
- [40] McMillan W. D., 1958. *The theory of potential*. Theoretical mechanics, Vol. 2. Dover, New York.
- [41] Mendoza L., 2008. *Densificación del Marco de Referencia Terrestre ITRF y determinación de movimientos de la corteza en la Tierra del Fuego. Resultados del reprocesamiento de 14 años de observaciones GPS*. Tesis Doctoral. UNLP, Argentina.

- [42] Moirano J. F., 2000. *Materialización del Sistema de Referencia Terrestre Internacional en Argentina mediante observaciones GPS*. Tesis Doctoral. UNLP, Argentina.
- [43] Mondinalli C. A., Perdomo R. A., Buján, F. J., 1980. *Instalación y Puesta en Funcionamiento del Astrolabio OPL 01 en la Estación de Río Grande (Tierra del Fuego)*. Boletín de la Asociación Argentina de Astronomía, Vol. 25, pág. 97.
- [44] Mondinalli C. A., Perdomo R. A., Hormaechea J. L., 1985. *Time and Latitude Results in the Earg*. Revista Mexicana de Astronomía y Astrofísica Vol. 10, pág. 367.
- [45] Mueller I., 1969. *Spherical and Practical Astronomy as Applied to Geodesy*. Frederick Ungar Publishing Co. New York.
- [46] Nowell D. A. G., 1999. *Gravity terrain corrections-an overview*. Journal of Applied Geophysics, Vol. 42.
- [47] Pavlis N., Factor J. K., Holmes S., 2007. *Terrain-Related Gravimetric Quantities Computed for the Next EGM*.
- [48] Pavlis N., Holmes S. A., Kenyon S. C., Factor J. K., 2008. *An Earth Gravitational Model to Degree 2160: EGM2008*. European Geosciences Union General Assembly. Austria, Vienna.
- [49] Perdomo R., Hormaechea J. L., Del Cogliano D., Brunini C., Canosa D., Mondinalli C., Usandivaras J. C., Barbero L. H., Connon G., 1994. *La red geodésica de Tierra del Fuego y geodinámica de Tierra del Fuego 1993..* Informe Final. UNLP. SHN. CONICET.
- [50] Perdomo R., D' Onofrio E., Fiore M., Mayer F., Ramos R., 1999. *La Referencia Vertical*. Contribuciones a la geodesia en la Argentina de fines del siglo XX. UNR Editora.
- [51] Perdomo R. and Hormaechea J. L., 1999. *A preliminary analysis of the geoid in Tierra del Fuego*. International Geoid Service, Bull. Nro 9.
- [52] Rapp R. H. 1995. *A world vertical datum proposal*. Vermess. nachr., Heidelberg 102 (1995) 8/9, 297-304.
- [53] Reigber C., Schwintzer P., Stubenvoll R., Schmidt R., Flechtner F., Meyer U., Knig R., Neumayer H., Förste C., Barthelmes F., Zhu S. Y., Balmino G., Biancale R., Lemoine J. M., Meixner H., Raimondo J. C., 2006. *A High Resolution Global Gravity Field Model Combining CHAMP and GRACE Satellite Mission and Surface Gravity Data: EIGEN-CG01C*. Journal of Geodynamics.
- [54] Sacchi M. D., Uirych T. J., 1996. *Estimation of the discrete Fourier transform, a linear inversion approach*. Geophysics, Vol. 61, Nro. 4.
- [55] Sanchez L., 2003. *Determinación de la superficie vertical de referencia para Colombia*. Tesis de Licenciatura. IPG, TU-Dresden.
- [56] Seeber G., 1993. *Satellite Geodesy*. Walter de Gruyter, Berlin.
- [57] Smith W. H. F., and Wessel P., 1990. *Gridding with Continuous Curvature Splines in Tension*, Geophysics, Vol. 55, Nro. 3, págs. 293-305.

- [58] SRTM 90m Digital Elevation Data.
<http://srtm.csi.cgiar.org/>
- [59] Teunissen P. and Kleusberg A., 1996. *GPS for Geodesy*. Springer. Germany
- [60] Torgue W., 1989. *Gravimetry*. Walter de Gruyter, Berlín.
- [61] Torge W., 2001. *Geodesy 3er. Edicion*. Walter de Gruyter, Berlín, NY.
- [62] Tsoulis D., 2001. *Terrain correction computations for a densely sampled DTM in the Bavarian Alps*. Journal of Geodesy, Vol.75: 297-307.
- [63] Wessel, P., Smith W. H. F., 2001. *The Generic Mapping Tools (GMT)*. V. 4.3.1 Technical Reference & Cookbook, SOEST/NOAA.
- [64] Williams T., Kelley C., 2007. *Gnuplot. An interactive plotting program*. V. 4.2 Manual.
- [65] Woolard E. W., Clemence G. M., 1966. *Spherical Astronomy*. New York Academic Press.