

## Un paquete de Mathematica para el aprendizaje de métodos de muestras artificiales de variables aleatorias no uniformes

Sonia I. Mariño

Departamento de Informática. Facultad de Ciencias Exactas y Naturales y Agrimensura.  
Universidad Nacional del Nordeste. 9 de Julio N° 1449. CP: 3400. Corrientes. Argentina  
msonia@exa.unne.edu.ar

### 1. Introducción

El uso de las nuevas tecnologías y el diseño interactivo de los materiales didácticos permiten la relación básica entre los diferentes elementos que forman cualquier proceso formativo: el estudiante, el profesor y los materiales complementarios (Duart & Sangrá 2000).

En la educación, el empleo de material interactivo es extendido (Miner and Topping 2001) donde es frecuentemente empleado como complemento virtual a la enseñanza tradicional.

En el desarrollo de material educativo implementado en la modalidad de software intervienen dos agentes: los docentes y los alumnos. El software educativo, proporciona al alumno una herramienta para afianzar las habilidades objeto de la enseñanza y a los docentes una herramienta de evaluación en un dominio del conocimiento.

El propósito de este trabajo es presentar un software educativo o entorno virtual de aprendizaje destinado a la enseñanza y/o profundización de métodos especiales para la construcción de muestras artificiales de variables aleatorias no uniformes.

En ocasiones el estudio de un modelo es tan complejo que un análisis matemático exacto no es posible y en otros casos no existen técnicas aproximadas de análisis razonables. En estas situaciones es necesario representar el modelo, mediante la simulación discreta en computadoras (Lavenberg 1983).

La simulación generalmente involucra alguna clase de modelo o una representación simplificada de la realidad (Roberts et al. 1983). Una vez formulado un modelo, el programa de simulación se escribe y se ejecuta con el objeto de obtener las estimaciones y evaluar el comportamiento de las variables de salida.

Una variable aleatoria es una función que asigna valores numéricos a los resultados de un experimento del azar (Lavenberg 1983).

Debido a que la mayoría de las simulaciones incorporan alguna forma de aleatoriedad en los valores de las variables de entrada, las entradas de un modelo constituyen las muestras independientes de distribuciones específicas y las salidas, producidas por los modelos, son valores simulados.

La mayoría de los lenguajes de programación incluyen funciones generadoras de variables aleatorias uniformes. Algunos, proporcionan funciones para generar muestras artificiales de las distribuciones más usadas (Lavenberg 1983; Bratley et al. 1983), sin embargo funcionan como cajas negras.

Este software educativo proporciona algoritmos específicos para la generación de muestras independientes de distintas distribuciones, así como una descripción de los métodos especiales empleados. Se pretende que la adopción del mismo facilite a los estudiantes el aprendizaje, la asimilación de los conceptos teóricos y los procedimientos específicos para generar muestras artificiales de variables pertenecientes a distribuciones discretas y continuas.

Este sistema educativo interactivo puede ser considerado como un modelo para la enseñanza de la matemática aplicada en carreras de sistemas de información, por lo que se considera relevante la incorporación de herramientas tecnológicas como son los lenguajes de programación utilizados para la implementación de las simulaciones.

## 2. Herramienta para el aprendizaje de muestras artificiales

El módulo de prácticas interactivas se desarrolló empleando Mathematica (Castillo et. al. 1996; Wolfram 1996). Mathematica, es un lenguaje de programación versátil que facilita el desarrollo de diversos tipos de cálculos de la manera más natural y lógica. Su elección, como herramienta de implementación, se basó en las siguientes ventajas:

- Programación mínima de código, el usuario dispone de una biblioteca de funciones predefinidas y aplicable a una gran variedad de problemas.
- Orientación a la programación de módulos, por medio de la codificación de procedimientos o funciones.
- Reusabilidad de módulos y funciones mediante la generación de paquetes.
- Legibilidad y facilidad en la modificación y depuración de los algoritmos.

## 3. Métodos implementados en el paquete

### a.- Paquete de Mathematica empleado

La generación de números pseudoaleatorios, uniformemente distribuidos en un intervalo específico es fundamental en la simulación (Bratley 1983). La mayoría de los programas presentan funciones para generar números aleatorios.

En la generación de los números pseudoaleatorios se empleó un paquete de Mathematica previamente desarrollado (López et al. 1999). Este paquete incluye el método de Von Neumann (Pardo 1987), Fibonacci (Pace 1995), el método aditivo, el método multiplicativo y el método mixto de las congruencias (Coos 1992; Pace 1995) y la prueba de hipótesis de Chi Cuadrado (Pace 1995) empleada para la validación de la serie de números pseudoaleatorios.

### b. Distribuciones no-uniformes

En la construcción de las muestras artificiales de las variables aleatorias no uniformes discretas y continuas, se consideraron procedimientos generales como: el método de la transformada inversa, el método del rechazo, el método de la composición, el método de la aproximación funcional a la transformada inversa y otros procedimientos especiales (Bratley et al. 1987).

El sistema educativo, incluye métodos para generar variables aleatorias pertenecientes a las siguientes distribuciones discretas: a) distribución de Bernoulli (Naylor et al. 1975), b) distribución binomial (Naylor et al. 1975; Bratley et al. 1987), c) distribución de Poisson (Bratley et al. 1987), d) distribución geométrica (Bratley et al. 1987), y la e) distribución hipergeométrica (Naylor et al. 1975; Bratley et al. 1987).

Se incluyen los siguientes métodos para generar muestras de distribuciones continuas como: a) variable aleatoria uniforme en el intervalo  $[a,b]$ , aplicando el método de la transformada inversa (Pace 1995); b) variables aleatorias con distribución normal no estandarizada (Pace 1995; Bratley et al. 1987), mediante la aplicación: del teorema central del límite, el método de Hasting usando aproximaciones funcionales de la transformada inversa (Bratley et al. 1987) y el método de Box-Muller (Bratley et al. 1987); c) variables aleatorias de Erlang generadas por el método de la transformada inversa (Bratley et al. 1987); d) variables aleatorias exponenciales basadas en el método de la transformada inversa (Bratley et al. 1987) y en el procedimiento de Von Neumann (Bratley et al. 1987).

Cada método especial, fue codificado en un módulo independiente, asegurando el mantenimiento, la reusabilidad y la escalabilidad del paquete educativo.

#### 4. Un paquete para el aprendizaje de variables aleatorias no-uniformes

La construcción de software educativo ofrece nuevas posibilidades de intercambio de información entre el alumno y la computadora, debido a que los datos, la información y las diversas representaciones del conocimiento se administran con una estructura dinámica y relacional que estimula la indagación, la integración y la transferencia del saber.

El desarrollo de entornos virtuales de aprendizaje (Duart & Sangrá 2000) empleando herramientas de programación para la web facilitan la disseminación de información. Internet proporciona diversos servicios aplicables a portales educativos. Mediante el desarrollo de portales verticales los estudiantes acceden al conocimiento y el docente crea enlaces a otros sitios relevantes e interesantes. Asimismo, en todo proceso de enseñanza-aprendizaje, brindan numerosas ventajas el correo electrónico, las listas de distribución, las charlas en la web, los foros entre otros servicios.

Se presenta un sistema de software educativo destinado a la enseñanza de procedimientos generadores de muestras artificiales de variables aleatorias no uniformes mediante la aplicación de métodos especiales. El entorno virtual de aprendizaje se compone de un sitio web, desde el cual se accede a contenidos teóricos que fundamentan las distribuciones teóricas estudiadas, y un paquete desarrollado en Mathematica.

En el paquete se incluyen los métodos para generar variables aleatorias de las distribuciones discretas: distribución de Bernoulli, distribución Binomial, distribución Hipergeométrica, la distribución de Poisson; y de distribuciones continuas como: distribución Uniforme, distribución Normal, distribución de Erlang, distribución Gamma; y la distribución Ji-Cuadrada. El paquete incluye un sistema de ayuda en línea, tendiente a orientar en el adecuado uso de cada uno de los métodos especiales descriptos.

El alumno podrá descargar el paquete desde un sitio web o entorno virtual de aprendizaje. Al acceder al paquete podrá seleccionar cualquiera de los módulos generadores disponibles.

En la ejecución de cada método, es posible seleccionar el generador de números pseudoaleatorios a emplear para la construcción de la muestra artificial. Los alumnos podrían evaluar mediante pruebas de hipótesis cual generador es estadísticamente más adecuado para la construcción de las distintas muestras artificiales.

El paquete de Mathematica, orientado a la enseñanza y el aprendizaje de muestras artificiales de variables aleatorias no uniformes, otorgará a los estudiantes un medio adicional para la comprensión del desarrollo de los procedimientos matemáticos generadores de las mismas, propiciando un entorno para la realización de las ejercitaciones interactivas.

#### 5. Conclusiones

Los sistemas educativos interactivos modifican la definición de las clases, ofreciendo a los estudiantes nuevas formas de aprender, propiciando el estudio independiente y la profundización de los contenidos sin restricciones de tiempo ni espacio. Pueden ser concebidos como sistemas dinámicos de aprendizaje, donde los lectores-alumnos adquieren paulatinamente los conocimientos. Mathematica como lenguaje de desarrollo de código abierto, actúa como una herramienta de asistencia a la comprensión de cada uno de los métodos especiales para la construcción de las muestras artificiales de las distribuciones más conocidas. Asimismo, permite crear software legible, fácil de modificar y depurar. El desarrollo de los procedimientos independientes facilita la actualización de esta herramienta educativa.

El uso de este paquete de Mathematica se orienta a reforzar y extender los conceptos específicos, identificando y corrigiendo los conceptos erróneos y proporcionando casos de estudio o ejemplos con el objeto de lograr aprendizajes significativos referentes a los métodos especiales para construir muestras aleatorias no uniformes.

## Referencias

- Bratley, P. Fox, B. and Schrage, L. 1987. A Guide to Simulation. Springer-Verlag. New York.
- Castillo E., Iglesias, A., Gutierrez, J. M., Alvarez, E. y Cobo, A. 1996. Mathematica. Ed. Paraninfo. Madrid, España. 3ra. Ed.
- Coos, R. 1992. Simulación un enfoque práctico. Limusa Grupo Noriega Editores. México.
- Duart, J. M y Sangrá, A. 2000. Aprender en la virtualidad. Ed. Gedisa.
- Lavenberg, S. S. 1983. Computer Performance Modeling Handbook. Academic Press. New York.
- López, María V., Mariño, Sonia I. y Petris, Raquel H. 1999. Un análisis comparativo de generadores de números pseudo-aleatorios en Mathematica 3.0. FACENA. Revista de la Facultad de Cs. Exactas y Nat. y Agrimensura. Univ. Nac. Del Nordeste. Vol. 15. 119-136.
- Miner, R. and Topping, P. 2001. Math on the Web: A Status Report
- Naylor, T. H., Balintfy, J. L., Burdick, D. S. & Chu, K., 1975. Técnicas de Simulación en computadoras. Ed. Limusa. Mexico.
- Pace, G. 1995. "Modelos y Simulación". Inédito. Corrientes. Argentina.
- Pardo, L. y Valdes, T. 1987. Simulación. Aplicación práctica en la empresa. Ed. Diaz de Santos S. A. Madrid. España.
- Roberts, N, Andersen, D., Deal, R., Garet, M. and Shaffer, W. 1983. Introduction to computer simulation: The system dynamics approach. Addison-Wesley Publishing Company.
- Wolfram, S. 1996. The Mathematica Book, 3rd ed. Wolfram Media/Cambridge University Press.  
En: <http://www.wolfram.com>