

## Tecnología y Matemática en la formación docente continua: Relato de experiencia

**Estela Torroba, Marisa Reid y Nilda Etcheverry**

Facultad de Ciencias Exactas y Naturales. UNLPam.

[estelat@exactas.unlpam.edu.ar](mailto:estelat@exactas.unlpam.edu.ar)

[mareid@exactas.unlpam.edu.ar](mailto:mareid@exactas.unlpam.edu.ar)

[nildae@exactas.unlpam.edu.ar](mailto:nildae@exactas.unlpam.edu.ar)

### Resumen

Ante la necesidad de hacer propuestas en pro de la calidad de la enseñanza de la Matemática y de generar estrategias didácticas para incorporar los recursos de la tecnología y ponerlos al alcance de los docentes, organizamos el dictado del Taller “*Descubriendo el Cabri Géomètre II Plus*”.

En el presente trabajo describiremos lo ocurrido durante el desarrollo del taller, presentaremos y analizaremos algunos de los trabajos expuestos por los talleristas al concluir el mismo y reportaremos algunas opiniones de los participantes que nos brindaron elementos para reflexionar acerca de algunos aspectos vinculados con el uso de tecnología en las clases de matemática.

Se reportan características de los trabajos presentados por los participantes del taller haciendo uso del software y algunas conclusiones vinculadas con aspectos que son favorecidos al trabajar en un ambiente computacional.

Palabras claves: Formación docente continua- Tecnología- Software- Visualización y experimentación.

### Introducción

Ante la necesidad de hacer propuestas en pro de la calidad de la enseñanza de la Matemática y de generar estrategias didácticas para incorporar los recursos de la tecnología y ponerlos al alcance de los docentes, organizamos el dictado del Taller “*Descubriendo el Cabri Géomètre II Plus*”.

En el mes de agosto del año 2005 las autoras de este trabajo organizamos este taller con la finalidad de mostrar el software CABRI Geomètre II Plus como agente didáctico que puede generar nuevas situaciones que no son posibles de lograr con los medios tradicionales. De este taller participaron veintiocho profesores de matemática pertenecientes a distintos establecimientos educativos de la provincia de La Pampa de los niveles EGB3 y Polimodal.

En el presente trabajo describiremos lo ocurrido durante el desarrollo del taller, presentaremos y analizaremos algunos de los trabajos expuestos por los talleristas al concluir el mismo y reportaremos algunas opiniones de los participantes que nos brindaron elementos para reflexionar acerca de algunos aspectos vinculados con el uso de tecnología en las clases de matemática.

Numerosas investigaciones han explorado sobre el uso de la computadora en el aula, entre las que destacamos las realizadas por Pavelle, Rothstein y Fich (1991), Fey (1991), Borba y Villarreal (2005). Las nuevas tecnologías ya son parte de nuestra vida diaria y de la de nuestros alumno. Para que éstas puedan traducirse en un verdadero progreso de los sistemas educativos, será necesario invertir no sólo en recursos materiales sino también en la capacitación de los recursos humanos.

El software permite trabajar, de manera interactiva, en varios sistemas de representación interconectados. Esta posibilidad de ver y trabajar con los objetos matemáticos en varias representaciones y observar de manera dinámica los cambios que aparecen (y las invariantes que permanecen) cuando se manipulan los objetos en la pantalla es un aspecto esencial del proceso de comprensión de las matemáticas.

Para el análisis de los trabajos tomamos una postura descriptiva, característica del abordaje cualitativo. Algunas situaciones tienen riqueza de detalles, otras no, por la rapidez en que sucedieron los acontecimientos.

## **Dictado del taller**

Los docentes participantes del taller contaban con una computadora equipada con el software, una guía con los comandos básicos del programa y un listado de actividades que debían resolver en el transcurso de los distintos encuentros. Se realizaron cinco encuentros de dos horas cada uno.

Aun cuando se contaba con la posibilidad de que cada uno trabajara individualmente, en muchas ocasiones se produjeron diálogos entre ellos que mostraron los procesos seguidos para resolver algunas situaciones. Al momento de analizar lo sucedido en los encuentros este tipo de intercambio proporcionó mayor riqueza de información, evidenciando que resultaba estimulante para los participantes y se producía un auxilio mutuo.

Dos responsables del curso, autoras de este trabajo, ejercieron una función de monitoreo que consistió en observar el trabajo y resolución de distintas situaciones problemáticas y en caso de ser necesario se aportaron sugerencias para encaminar la solución o se solicitaron validaciones que los lleve a detectar posibles errores en sus procedimientos o datos que consideraron. El tercer autor de este trabajo tuvo a su cargo la observación y registro de las clases para su posterior análisis.

En los dos primeros encuentros se desarrolló una introducción general sobre el uso del software Cabri Géomètre II Plus, y se hizo uso de las herramientas básicas para la construcción de diseños geométricos, como recta, semirrecta, punto, ángulo, media, altura, bisectriz, entre otros. Para familiarizarse con las sentencias básicas del mismo hicieron construcciones de algunos polígonos, trazaron bisectrices, alturas, medianas, mediatrices del triángulo, hallando de forma correspondiente el incentro, ortocentro y circuncentro. Se presentaron una serie de actividades sencillas que al resolverlas permitían adquirir habilidad en el uso de las herramientas del software.

A través del uso del cañón de proyección se mostró la solución de cada ejercicio una vez que todos los participantes habían concluido. Esta metodología permitió corregir los errores cometidos.

En el tercer y cuarto encuentro se plantearon ejercicios y problemas con recomendaciones acerca de su transferencia a distintos niveles. Se verificó el Teorema de Thales y el Teorema Pitágoras, lugar geométrico y transformaciones en el plano.

En el último encuentro se hizo uso de macros para distintas construcciones y se trabajó con la gráficas de funciones elementales.

Al finalizar cada encuentro se hizo una puesta en común para:

- Analizar el papel de la computadora, en el tratamiento de los problemas propuestos, como forma de contribuir al aprendizaje.
- Verificar las transformaciones que la informática está provocando en la metodología de la enseñanza.

## Exposición de los trabajos realizados por los participantes.

Los trabajos que se presentaron abordaron diferentes temas, aprovechando al máximo las posibilidades que el software ofrece. Algunos docentes que trabajaban en la misma escuela presentaron el trabajo en forma conjunta.

Los temas abordados fueron la construcción de mosaicos, utilizando transformaciones en el plano y macro-construcciones, análisis de las gráficas de funciones lineales y trigonométricas usando variación de parámetros, representación del número de oro en la recta numérica, construcción de la elipse como lugar geométrico, verificación de propiedades a partir de construcciones geométricas y problemas de optimización.

Presentaremos a continuación algunas de las propuestas presentadas:

- **Construcción de mosaicos**

Varios grupos presentaron la construcción de mosaicos como aplicación del tema transformaciones en el plano combinado con macro-construcciones. A modo de ejemplo en la figura 1 se muestra uno de los mosaicos presentados.

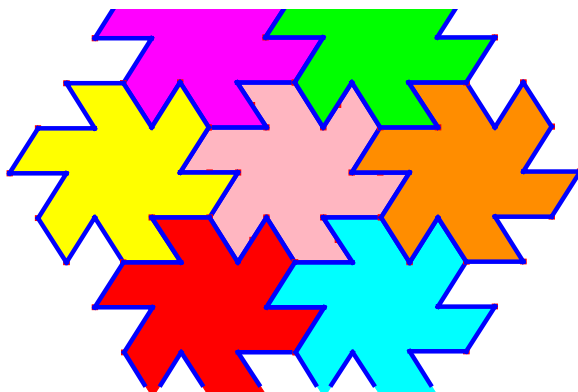


Figura 1

En la opinión de los docentes en su formación universitaria la Geometría se enseña con un enfoque axiomático, en cambio estos programas permiten la adquisición de un pensamiento deductivo, permitiendo las actividades de diseño, exploración y planteo de conjeturas. También consideraron que una de las ventajas que ofrece el software es la simplificación en la explicación de estos temas y lo atractivo que resulta para los alumnos la realización de mosaicos utilizando diferentes diseños.

- **Variación de los parámetros de a función lineal**

El grupo formado por las docentes Rosana y Liliana diseñaron un archivo que permite variar libremente los valores de los coeficientes de la ecuación lineal, en una actividad exploratoria no sistemática. En la figura 2 se muestra este trabajo, aunque aquí se pierda lo posibilidad de presentarlo en forma dinámica como fue mostrado.

## Funciones Lineales

Modificar los valores de la pendiente y la ordenada al origen, en las siguientes funciones

$$y = 0,5 * x + (-1)$$

$$y = 3 * x + (1)$$

Mostrar/Ocultar coordenadas de P

P = (3,79; 0,89)

Mostrar/Ocultar Intersección

Intersección = (-0,80; -1,40)

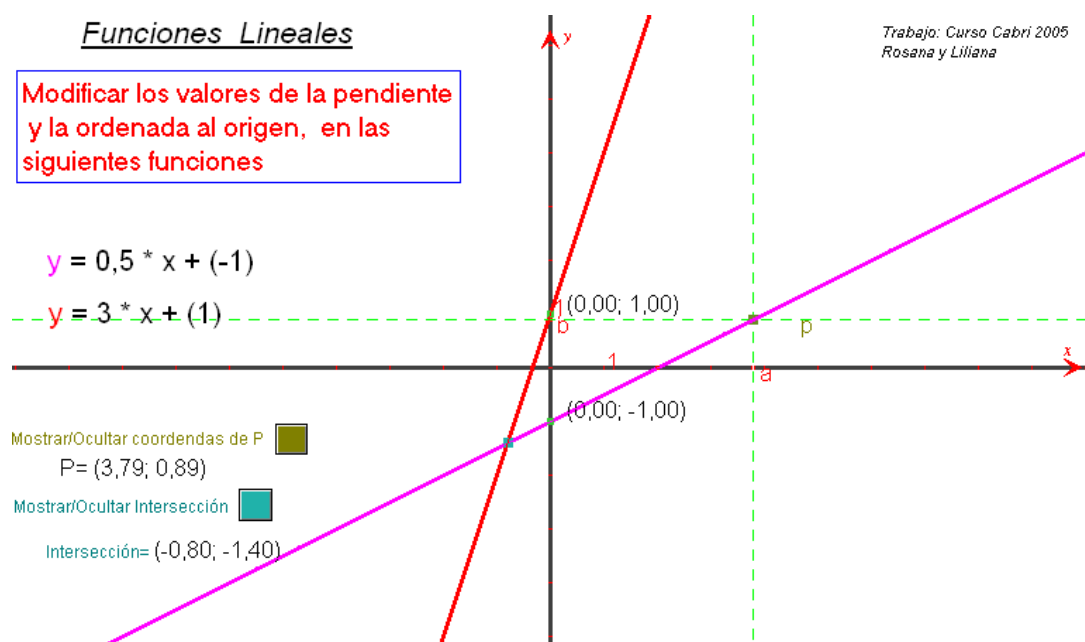


Figura 2

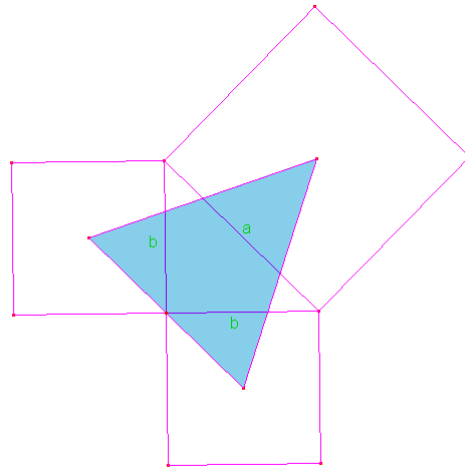
La variación de los valores de la pendiente y la ordenada al origen y la obtención de sus gráficas, permite visualizar simultáneamente las rectas y arribar a conclusiones.

Del análisis de la comunicación de este trabajo y con respecto al papel de la computadora como motivadora y promotora de cambios en el abordaje de los contenidos matemáticos, podemos señalar que en el estudio habitual de las funciones lineales, es dominante el aspecto algebraico. Usualmente los alumnos realizan manipulaciones algebraicas y construyen gráficas por medio de la expresión  $y = ax + b$ , lo que se justifica cuando las gráficas son realizadas con lápiz y papel. La introducción de la computadora ofrece condiciones para que este cuadro sea modificado. Con el uso de software no sólo se gana tiempo sino que también es posible trazar dos o más gráficas en la misma pantalla, permitiendo la comparación y, por lo tanto, la producción de conjeturas a partir de la visualización de los diferentes tipos de cambios que las gráficas sufren cuando sus expresiones algebraicas son alteradas.

- **Resolución de un problema**

Fabián propuso el siguiente enunciado extraído de los problemas de entrenamiento de Olimpiadas Matemáticas.

Sobre los lados de un triángulo isorrectángulo con cateto  $b=4$ , se dibujan tres cuadrados. Los centros de estos cuadrados se unen formando un triángulo. Mostrar que el área de dicho triángulo es  $b^2 = 16$ .



La solución de este problema utilizando las herramientas que ofrece el software de medir longitudes y áreas no presentó mayores dificultades, pero mediante la construcción que a continuación se adjunta (Figura 3) se mostró otra manera de resolución que demandó una actividad mental más profunda en el sentido de reconocimiento de ciertos conceptos allí representados mediante un conocimiento directo e intuitivo favorecido por la visualización.

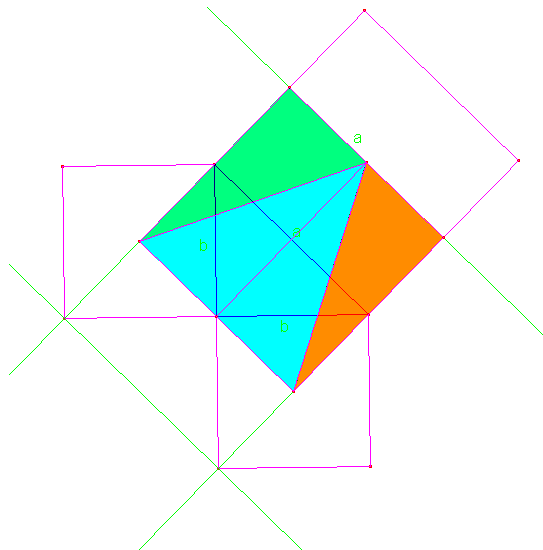


Figura 3

La visualización tuvo un papel importante a la hora de resolver este problema. Según Hitt [1995]: *“visualizar no es lo mismo que ver. En nuestro contexto, visualizar es la habilidad para crear ricas imágenes mentales que el individuo pueda manipular en su mente, ensayando diferentes representaciones del concepto y, si es necesario, usar el papel o la computadora para expresar la idea matemática en cuestión”*.

- **Problema de optimización**

Este problema fue propuesto por Andrea y se trata de determinar cuales deben ser las dimensiones de un rectángulo para lograr que el área de su superficie sea máxima (Figura 4)

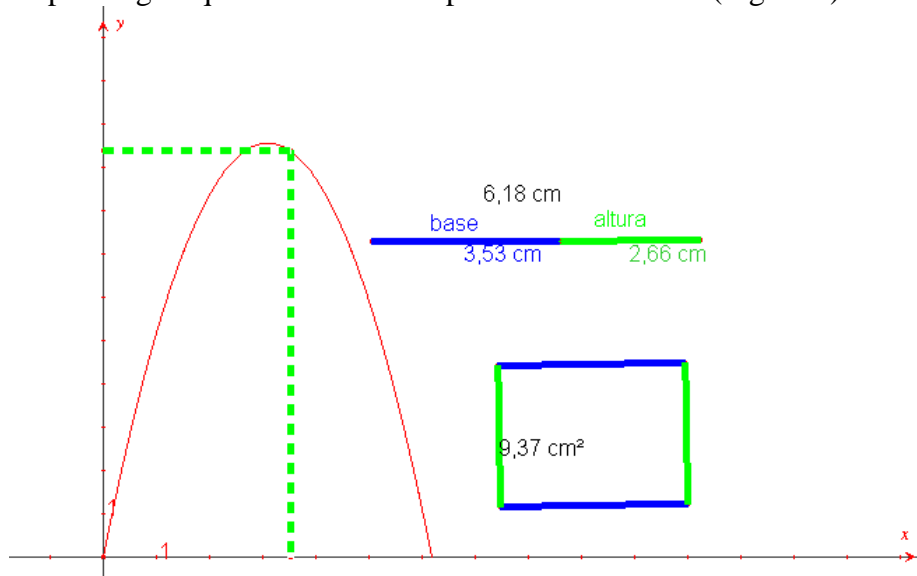


Figura 4

Este trabajo resultó interesante ya que permite la manipulación directa de los objetos geométricos posibilitando la experimentación que sin este recurso serían imposibles.

La experimentación está intrínsecamente ligada al empleo de recursos tecnológicos que permiten realizar conjeturas matemáticas basadas en las exploraciones efectuadas.

## Reflexiones de los Participantes

Las reflexiones, relatos y acciones de los profesores cursitas fueron recolectados a través de copias de las actividades realizadas en la computadora y registros escritos tomados por uno de los docentes responsables.

También se realizó un cuestionario al finalizar el taller con el objetivo de conocer la opinión de los docentes sobre aspectos relacionados con el curso.

Del análisis de los trabajos presentados y sus reflexiones podemos decir que:

- Gradualmente elaboraron sus conocimientos en relación al uso de la tecnología como un recurso auxiliar para el aprendizaje de la matemática.
- Manifestaron que las actividades realizadas con el uso del software contribuirán a aprendizajes más significativos.
- Es imprescindible dedicar tiempo, para que los alumnos conozcan la mecánica del programa, usando los cuadros de herramientas para dibujar figuras geométricas, mover, borrar dibujos, uso de calculadora, guardar y abrir figuras, graficar funciones y familiarizarse con la búsqueda y selección de herramientas en los cuadros correspondientes.
- Les fue de importancia para repensar su propia práctica educativa.
- Es necesario que el profesor logre cierto grado de familiaridad en el uso de tecnología para luego llevarlo al aula.
- No basta con prepararse para el uso de la computadora sino que es necesario vencer barreras impuestas sobre el uso de las mismas.
- Contribuye en la formación continua e integral del profesor.

- Los problemas deben ser elegidos, no únicamente como justificación para enseñar matemática o como motivación específica para un tema a enseñar o como práctica o para referirse a un contexto cotidiano y cercano al alumno sino para responder a un interés de construcción progresiva del conocimiento matemático.

## Conclusiones

La aplicación de los recursos tecnológicos en la escuela requiere de la participación y convencimiento del docente en cuanto agente esencial del proceso de enseñanza-aprendizaje. De ahí la importancia de llevar a cabo un programa encaminado a introducirlo y familiarizarlo en su utilización. Quienes van a usar estas herramientas requieren una capacitación importante en ese aspecto. Se trata de que el profesor pase por una situación de aprendizaje similar a la que se pretende que aplique con sus alumnos.

El punto de partida para la organización de este taller fue la convicción de que la formación de profesores precede a la implementación de la propia tecnología por lo tanto son necesarios cambios en la práctica docente. Los profesores actuales fueron formados en un contexto social y tecnológico diferente y están obligados a actuar profesionalmente en la formación de alumnos de la generación de “Internet” que crecieron interactuando con la tecnología. Cuando el profesor se capacita, puede ser un miembro activo en nuevas experiencias, actuando en nuevos ambientes y participando en la construcción del conocimiento.

Una vez que el profesor haya logrado cierto grado de familiaridad podrá proponer a sus alumnos actividades concretas para conseguir el objetivo de la clase y analizar de qué manera encaja la tecnología dentro de ese propósito, poniendo énfasis en el fomento y estímulo de destrezas superiores que mediante las herramientas informáticas puede lograr. Aunque no debe perder de vista integrar el uso del software con otras metodologías de aprendizaje.

Es indispensable que el docente desempeñe su función en el sentido de orientar a los estudiantes en la investigación de nuevos conocimientos y administrar las dificultades que origina el uso de la tecnología como elemento facilitador o complicador del aprendizaje para que la motivación no sea pasajera y el software utilizado no se torne pesado de la misma manera que la tiza y el pizarrón. *“La motivación como efecto del uso de nuevas tecnologías sólo ocurre en un principio, pero luego se produce un efecto de saturación o acostumbramiento”* (Litwin, 2000) es importante por ello idear actividades que impliquen desafíos, curiosidad para producir cambios en las formas de pensamiento.

Al trabajar en un ambiente computacional con abordajes no tradicionales, con intervenciones del profesor como guía y auxilio y dejando que los estudiantes sigan sus propios caminos de exploración, dos procesos son favorecidos: la visualización y la experimentación.

Por visualización entendemos el proceso de formar imágenes, ya sea mentalmente o con el auxilio de lápiz y papel o tecnología. La visualización es empleada con el objetivo de estimular el proceso de descubrimiento matemático a fin de conseguir una mayor comprensión matemática (ZIMMERMANN; CUNNINGHAM, 1991, p.1-8).

El trabajo experimental armoniza con los medios informáticos si se aprovechan las ventajas que ellos brindan. Tales ventajas están vinculadas con una amplia posibilidad de experimentar, de visualizar, de realizar cálculos con rapidez, de generar gran cantidad de gráficos en poco tiempo y de coordinar de forma dinámica representaciones algebraicas, tabulares y gráficas, desafiando la hegemonía de lo algorítmico y lo algebraico que caracteriza la enseñanza matemática tradicional.

Creemos que la calidad de la educación matemática puede mejorar gracias a la utilización de herramientas didácticas como programas de computación. Para enfrentar este nuevo reto los profesores tienen que avanzar en su formación sobre el tema.

## **BIBLIOGRAFÍA**

Borba, M; Villarreal, M, (2005) *Humans-with-Media and the Reorganization of Mathematical Thinking*. Mathematics Education Library .Springer, United States of America.

Fey, J. (1991) *Tecnología y Educação Matemática – uma revisão de desenvolvimentos recentes e problemas importantes*. Cadernos de Educação e Matemática – O computador na Escola. Lisboa, 45-49.

Hitt, F.(1995) *Intuición Primera Versus Pensamiento Analítico: Dificultades en el paso de una Representación Gráfica a un Contexto real y Viceversa*, Revista Educación Matemática. Vol. 7 No 1, Grupo Editorial Iberoamérica, México.

Litwin, E. (2000) *Las configuraciones didácticas* Paidós Buenos Aires

Zimmermann, W.; Cunningham, S. (1991) *Editor's introduction: what is mathematical visualization?* In: Zimmermann, W.; Cunningham, S.(Eds) *Visualization in teaching and learning mathematics*, 1-8.