

Universidad Nacional de La Plata
Facultad de Ciencias Exactas
Departamento de Física

TESIS DOCTORAL

ESTUDIO FENOMENOLÓGICO DE LA
VIOLACIÓN DE CP EN EXTENSIONES
MÍNIMAS DEL MODELO STANDARD



FACULTAD DE
CIENCIAS EXACTAS
BIBLIOTECA DEL DEPARTAMENTO
DE FÍSICA

Daniel A. Gómez Dumm

Febrero de 1995

Director: Prof. Dr. Luis N. Epele

Departamento de Física
Facultad de Ciencias Exactas
Universidad Nacional de La Plata

Deseo expresar un especial agradecimiento a mis padres, sin cuyo apoyo habría sido impensable acceder a esta instancia en mi carrera. A ellos quiero dedicar este trabajo de Tesis Doctoral.

Introducción

Desde los comienzos del desarrollo científico, el estudio de las simetrías ha resultado de una importancia fundamental para la comprensión de los fenómenos naturales. En particular, en el terreno de la física teórica, las consideraciones de simetría han constituido una de las herramientas esenciales en la construcción de los modelos propuestos para procesos de muy diversa especie. Y una de las áreas en la que esto está evidenciado más claramente es la de la física de las interacciones fundamentales, donde la presencia de simetrías, tanto de carácter espacio-temporal como interno, ha servido como punto de partida para las principales formulaciones teóricas presentadas en las últimas décadas.

Es general la suposición de que existen simetrías realizadas en forma exacta en la naturaleza, como por ejemplo las de rotación y traslación en el espacio ordinario. Pero también existen simetrías que son solamente aproximadas, resultando violadas para ciertos procesos particulares; en estos casos, el esfuerzo por comprender el origen de los mecanismos de ruptura representa un problema de gran interés, tanto teórico como experimental. En este trabajo de Tesis Doctoral nos dedicaremos en particular a las simetrías de carácter discreto conocidas como C, P y T (resp. conjugación de carga, paridad e inversión temporal), dirigiendo nuestra atención especialmente hacia la violación de la simetría frente a la transformación combinada CP en las interacciones fundamentales. Como veremos, el problema de la ruptura de CP reviste una gran importancia, pudiendo conducir al descubrimiento de manifestaciones de nueva física. Es importante mencionar asimismo la existencia del llamado “teorema CPT”, que indica que bajo condiciones muy generales la simetría CPT debe resultar conservada en el marco de la teoría cuántica de campos. La violación de CP representaría entonces

una evidencia indirecta de la violación de T , que aún no ha podido ser observada experimentalmente de un modo directo.

Desde los años sesenta se conoce que la simetría CP no se encuentra realizada en forma exacta en la naturaleza. Sin embargo, su ruptura todavía resulta particularmente difícil de detectar, habiendo sido observada solamente en procesos que involucran decaimientos de los mesones K . Posiblemente por este motivo, lo cierto es que, de acuerdo con el consenso general, el origen de la violación de CP no ha sido aún explicado en forma completamente satisfactoria. Dentro del Modelo Standard (MS) de las interacciones electrodébiles y fuertes –que sirve de marco actual a la física de las partículas elementales– la violación de CP puede ser introducida en forma compatible con los datos experimentales cuando se incluyen al menos tres generaciones de quarks. Para ello, es necesario que la ruptura de la simetría se produzca en forma explícita, esto es, que esté presente a nivel del Lagrangiano originalmente propuesto en la teoría. Pero, como veremos, podría ocurrir que este mecanismo resulte excluido al alcanzarse mayor precisión experimental en las observaciones de ciertos parámetros, como el momento dipolar eléctrico del neutrón, o ciertas magnitudes relacionadas con los decaimientos de los mesones K y B . En general, el hecho es que la violación de CP puede adquirir gran importancia para decidir sobre la viabilidad de las distintas propuestas teóricas en la física de partículas elementales.

Naturalmente que, aun siendo el MS capaz de proveer una gran cantidad de predicciones exitosas, no puede afirmarse que éste sea el modelo último para explicar las interacciones fundamentales de la naturaleza. De hecho, la presencia en el MS de cerca de dos decenas de parámetros independientes, así como de una multiplicidad de familias fermiónicas, sugieren que el modelo no es sino una teoría efectiva para algún tipo de interacciones de nivel más fundamental. Y, en efecto, es posible encontrar en la literatura numerosos modelos extendidos, algunos con una estructura mucho más compleja. El propósito de este trabajo es precisamente presentar una descripción comparada de los mecanismos que pueden dar origen a la violación de la simetría CP , en el marco del Modelo Standard –estudiado extensamente en los últimos años– y en extensiones simples del mismo que contemplen la presencia de nuevos escalares, fermiones y bosones de gauge. En particular, nos interesaremos por

analizar los casos en que la ruptura de CP no esté presente en el Lagrangiano de partida de las teorías, sino que se produzca en forma espontánea simultáneamente con la ruptura de la simetría de gauge electrodébil. Al mismo tiempo, estudiaremos los problemas relacionados con la presencia de corrientes neutras con cambio de sabor (CNCS), fuertemente acotadas por las observaciones experimentales, pero que suelen tener lugar cuando se considera este tipo de teorías extendidas.

En primer lugar nos ocuparemos de modelos que sólo contemplan la extensión del sector de Higgs del MS, incluyendo dos ó tres dobletes de escalares. Luego de analizar brevemente algunos esquemas conocidos, presentaremos aquí una propuesta original, que consiste en suprimir las CNCS directamente en las interacciones que involucran a los escalares físicos, y conduce a acoplamientos entre escalares y fermiones que no resultan proporcionales a las masas de estos últimos. Estudiaremos además la compatibilidad de esta propuesta con los datos experimentales relacionados con las CNCS y la violación de CP. En segundo lugar, consideraremos la posibilidad de extender el grupo de gauge del MS. Para ello nos dedicaremos en particular al análisis de un modelo presentado recientemente, en el que el grupo $SU(2)_L \otimes U(1)_Y$ electrodébil es extendido a $SU(3)_L \otimes U(1)_Y$. El estudio de las características fenomenológicas de la violación de CP demandará en este caso un análisis detallado del correspondiente potencial de Higgs, que resulta de gran complejidad debido a que el modelo requiere la presencia de numerosos campos escalares. Una vez más, presentaremos en forma comparada los resultados del análisis de compatibilidad de los efectos observables, tanto en relación con la violación de CP como en lo que se refiere al problema de las corrientes neutras con cambio de sabor.

El cuerpo principal de esta Tesis está organizado en cinco capítulos, con el siguiente contenido:

En el capítulo inicial se incluye una breve descripción de las transformaciones de paridad, conjugación de carga e inversión temporal, tal como se representan en la mecánica clásica y en la teoría cuántica de campos. También se mencionan brevemente las observaciones experimentales de violación de C y P, y el teorema CPT.

El capítulo 2 está dedicado al sistema de mesones neutros $K^0 - \bar{K}^0$, incluyendo

la descripción fenomenológica adecuada para el análisis de la violación de CP, e indicando los datos experimentales que revelan la ruptura de esta simetría en la naturaleza. Además, en la sección 2.3 se presentan los datos de las mediciones para el momento dipolar eléctrico del neutrón.

En el capítulo 3 se describe brevemente la estructura del Modelo Standard mínimo, y el mecanismo de violación explícita de CP producido por medio de la matriz de Cabbibo-Kobayashi-Maskawa. En la sección 3.4 se detallan las correspondientes predicciones para los parámetros relacionados con la ruptura de CP en el sistema $K^0 - \overline{K}^0$ y el momento dipolar eléctrico del neutrón.

En el capítulo 4, las secciones 4.1 a 4.3 están dedicadas a discutir los mecanismos de violación de CP para distintos modelos que incluyen dos y tres dobletes de Higgs. En la sección 4.4 se presenta el modelo de supresión de las CNCS a nivel árbol mencionado más arriba.

El capítulo 5 trata sobre el modelo con simetría $SU(3)_L \otimes U(1)_Y$, que es descrito en forma sucinta en la sección 5.1. En las secciones 5.2 a 5.6 se presenta el estudio de la violación espontánea de CP en este marco, así como sus consecuencias fenomenológicas, y en la sección 5.7 se tratan el problema de las CNCS debidas al bosón de gauge Z^0 , y la discriminación de familias de quarks.

Finalmente, se presenta en forma separada un resumen general de nuestros resultados.

Índice

Introducción	iv
1 Simetrías discretas P, C y T	1
1.1 Simetría de paridad P	1
1.2 Simetría de conjugación de carga C	4
1.3 Simetría CP	5
1.4 Simetría de inversión temporal T y teorema CPT	7
2 Observación experimental de la violación de CP	11
2.1 Sistema $K^0 - \bar{K}^0$	11
2.2 Violación directa e indirecta de CP. Parámetros ε y ε'	14
2.3 Momento dipolar eléctrico del neutrón	18
3 Violación de CP en el Modelo Standard	23
3.1 Modelo Standard mínimo	23
3.2 Familias de fermiones en el MS y mecanismo de Kobayashi-Maskawa de violación de CP	28
3.3 Orden jerárquico de las familias. Ángulos y fase en la matriz de mezcla V_{CKM}	33
3.4 Predicciones del MS para ε , ε' y d_n	37
4 Mínima extensión del MS. Caso de dos y tres dobletes de Higgs	49
4.1 Corrientes neutras y violación espontánea de CP en modelos con dos dobletes	49

4.2	Modelo de Weinberg con tres dobletes	52
4.3	Más sobre modelos con dos dobletes	56
4.4	Un mecanismo alternativo de supresión de CNCS y violación de CP .	58
4.4.1	Corrientes neutras y matrices de mezcla	58
4.4.2	Violación de CP en el sistema $K^0 - \bar{K}^0$	60
4.4.3	Momento dipolar eléctrico del neutrón	65
4.4.4	Análisis de compatibilidad	65
5	Extensión del grupo de gauge del MS: modelo “3-3-1”	72
5.1	Estructura del modelo	73
5.2	Potencial escalar y ruptura espontánea de CP	77
5.3	Acoplamientos de Yukawa	79
5.4	Escalares físicos en el modelo	81
5.5	Predicciones para ΔM_K , ε and ε'	86
5.6	Análisis numérico	88
5.7	CNCS mediadas por el bosón de gauge Z^0	92
	Sumario	102

Capítulo 1

Simetrías discretas P, C y T

Este capítulo tiene como propósito presentar un breve panorama general sobre las simetrías P, C y T en la naturaleza, y en particular, en la física de las partículas elementales. Incluiremos además una descripción de la representación de los operadores asociados con estas simetrías en el marco de la teoría cuántica de campos [1].

1.1 Simetría de paridad P

Comenzaremos por la simetría relacionada con la operación que cambia izquierda por derecha, denominada “paridad” (P). El transformado por P de un sistema determinado es simplemente un nuevo sistema, imagen especular exacta del anterior.

Hasta los años cincuenta, existía entre los físicos el consenso general de que la simetría izquierda-derecha o de paridad era respetada en forma exacta por las leyes fundamentales de la naturaleza. Esto es, si dos experimentos son tales que sus condiciones iniciales son exactamente transformadas por P unas de otras, entonces también deben serlo los correspondientes resultados finales. La mecánica newtoniana, o el electromagnetismo relativista, son ejemplos de teorías cuyas ecuaciones de movimiento resultan invariantes bajo paridad. La violación de esta simetría fue sugerida teóricamente por Lee y Yang en 1956 [2], y descubierta experimentalmente pocos meses después en el decaimiento β del Cobalto 60 [3], y en decaimientos de piones cargados y muones [4].

Veamos con más detalle cómo es el tratamiento teórico para la operación de paridad, comenzando por la mecánica clásica. Dado que la transformación por P consiste simplemente en invertir el sentido de las tres direcciones del espacio ordinario, se tiene que el transformado de todo vector \vec{V} (como por ejemplo la posición \vec{x} , el impulso \vec{p} o el campo eléctrico \vec{E}) es su opuesto $-\vec{V}$. Por el contrario, las magnitudes pseudovectoriales (como el impulso angular \vec{L} o el campo magnético \vec{B}), permanecen invariantes. Esto puede verse de inmediato teniendo en cuenta que todo pseudovector \vec{W} puede escribirse como un producto $W_i = \epsilon_{ijk} U_j V_k$, donde \vec{U} y \vec{V} son vectores.

Como se mencionó más arriba, una de las primeras pruebas de la violación de P se obtuvo de la observación del decaimiento del ^{60}Co . En el experimento se utilizó una muestra de este material cuyos spines nucleares fueron alineados mediante un campo magnético externo, estudiándose la transición β



Como resultado, se encontró una asimetría en la distribución de los electrones producidos; éstos eran preferentemente emitidos en sentido opuesto al spin nuclear, debiendo en consecuencia tener helicidades negativas (electrones “izquierdos”). Ahora bien, ante una operación de paridad, el spin de los electrones (magnitud pseudovectorial) debe mantenerse invariante, en tanto que su impulso debe cambiar de signo. Por lo tanto, la correlación observada entre uno y otro representa una manifestación de la violación de P. En lo que respecta a los decaimientos de piones cargados y muones, el resultado obtenido es similar: analizando los procesos

$$\pi^+ \rightarrow l^+ \nu_l \quad (1.2.a)$$

$$\pi^- \rightarrow l^- \bar{\nu}_l \quad (1.2.b)$$

$$\mu^- \rightarrow e^- \bar{\nu}_e \nu_\mu \quad (1.2.c)$$

($l = e, \mu$), en todos los casos se encuentra que los neutrinos son “izquierdos”, en tanto que los antineutrinos son “derechos”. Esto revela claramente que la simetría de paridad no es conservada por las interacciones débiles, que son las responsables de estos decaimientos.

Veamos ahora cómo se representa la operación de P para la teoría cuántica de campos, en cuyo marco llevaremos a cabo los estudios teóricos posteriores. En primer

lugar, para un operador de campo en una representación escalar o pseudoescalar del grupo de Lorentz, se tiene simplemente

$$P \Phi(x) P^{-1} = \pm \Phi(\tilde{x}) \quad (1.3.a)$$

donde el signo menos corresponde al caso pseudoescalar, y \tilde{x} es el transformado por P del tetravector x del espacio de Minkowski,

$$\tilde{x} = (x^0, -\vec{x})$$

Para campos de spin mayor que cero, es necesario tener en cuenta que el operador actúa en forma diferente según el espacio de representación. Consideraremos solamente los transformados de los campos de Dirac $\psi(x)$ (spin 1/2) y de los campos vectoriales $V^\mu(x)$ (spin 1), que serán de interés más adelante. Para ellos se tiene respectivamente

$$\begin{aligned} P \psi(x) P^{-1} &= \gamma^0 \psi(\tilde{x}) \\ P V^\mu(x) P^{-1} &= \tilde{V}^\mu(\tilde{x}) = V_\mu(\tilde{x}) \end{aligned} \quad (1.3.b)$$

con $\tilde{V}^\mu = (V^0, -\vec{V})$.

Finalmente, es importante señalar que cuando los campos considerados son complejos, puede existir la libertad de introducir fases arbitrarias en la definición de sus transformados por P. En el caso de un campo complejo libre de spin cero, por ejemplo, es posible elegir $P\Phi(x)P^{-1} = \exp(i\alpha)\Phi(\tilde{x})$, donde la fase α es completamente convencional. Sin embargo, cuando entre los campos existe alguna interacción, y ésta es tal que P resulta una buena simetría, es posible determinar las paridades relativas requiriendo que ante la operación de P se transforme $\mathcal{L}_{int}(x) \rightarrow \mathcal{L}_{int}(\tilde{x})$ (con lo que el término correspondiente en la acción permanece invariante). Las paridades así obtenidas son útiles para clasificar a los campos, aún en el caso de que P resulte violada por alguna otra interacción en el Lagrangiano completo.

1.2 Simetría de conjugación de carga C

La siguiente operación a tener en cuenta es la de “conjugación de carga” (C), que consiste en el cambio de materia por antimateria, y viceversa[†]. Al igual que en el caso de la simetría de paridad, hasta los años cincuenta se suponía en general que las leyes de la física eran invariantes ante una transformación por C. Es decir, que sería posible la existencia de un universo constituido por antimateria, completamente análogo al que conocemos. Sin embargo, con la observación experimental de la violación de P también se encontró que la simetría C estaba rota en la naturaleza. En efecto, si C fuera conservada, el ancho para el decaimiento (1.2.a), donde el neutrino ν_l tiene una dada helicidad, debería ser exactamente igual al del proceso (1.2.b), con $\bar{\nu}_l$ en el mismo estado de helicidad. Pero como se señaló anteriormente, el resultado experimental muestra que todos los neutrinos resultantes son izquierdos, mientras que los antineutrinos son derechos. Esto sólo es posible si C es rota en el decaimiento.

La conclusión a la que acabamos de arribar no es, en realidad, completamente correcta. La razón es que para observar efectivamente la asimetría, sería necesario disponer de un segundo detector *que esté formado por antimateria*. Del mismo modo, para observar la violación de P, serían necesarios dos aparatos, uno imagen especular exacta del otro, o un único aparato que posea una perfecta simetría de reflexión. Desde luego que este tipo de equipos no puede obtenerse en la práctica, y como consecuencia en los experimentos descritos existe siempre una asimetría global. No obstante, ante la comparación de las magnitudes de las energías –macroscópicas y microscópicas– involucradas, o de las correspondientes escalas de tiempo, es posible concluir que cualquier asimetría observada a nivel microscópico es efectivamente inherente al sistema estudiado.

A nivel de los campos cuánticos libres, la operación de C produce el cambio de operadores de partícula por los de antipartícula, y viceversa. Con esto se cambia también el signo de los números cuánticos internos, como la carga eléctrica, los números bariónico y leptónico, etc. En términos de los operadores de campo, se

[†]Dado que C no es en general una simetría exacta, esta afirmación es estrictamente cierta sólo para estados asintóticamente libres. Si las partículas están en interacción, las correspondientes antipartículas se definen por medio de la operación de CPT (ver sección 1.4).

tiene

$$\begin{aligned}
 \text{campo escalar} & \quad C \Phi(x) C^{-1} = \Phi^\dagger(x) \\
 \text{campo spinorial} & \quad C \psi(x) C^{-1} = K \bar{\psi}^t(x) \\
 & \quad C \bar{\psi}(x) C^{-1} = -\psi^t(x) K^{-1} \\
 \text{campo vectorial} & \quad C V^\mu(x) C^{-1} = -V^{\mu\dagger}(x)
 \end{aligned} \tag{1.4}$$

donde K es una matriz unitaria, que debe satisfacer $K^{-1}\gamma_\mu K = -\gamma_\mu^t$. Una elección usual es $K = i\gamma^2\gamma^0$.

A modo de ejemplo, consideremos el siguiente acoplamiento entre dos campos de Dirac ψ_1 y ψ_2 y un campo vectorial V_μ ,

$$\mathcal{L}_{int} = g [\bar{\psi}_2 \gamma^\mu \psi_1 V_\mu + \bar{\psi}_1 \gamma^\mu \psi_2 V_\mu^\dagger] \tag{1.5}$$

y veamos que resulta invariante frente a la operación de conjugación de carga. Usando las transformaciones (1.4) se tiene, en efecto,

$$\begin{aligned}
 C\mathcal{L}_{int}C^{-1} &= g [(-\psi_2^t) K^{-1}\gamma^\mu K \bar{\psi}_1^t(-V_\mu^\dagger) + (-\psi_1^t) K^{-1}\gamma^\mu K \bar{\psi}_2^t(-V_\mu)] \\
 &= -g [\psi_2^t (\gamma^\mu)^t \bar{\psi}_1^t V_\mu^\dagger + \psi_1^t (\gamma^\mu)^t \bar{\psi}_2^t V_\mu] \\
 &= (-1)^2 g [(\bar{\psi}_1 \gamma^\mu \psi_2)^t V_\mu^\dagger + (\bar{\psi}_2 \gamma^\mu \psi_1)^t V_\mu] = \mathcal{L}_{int}
 \end{aligned} \tag{1.6}$$

donde en la última línea el signo menos adicional proviene de que los campos spinoriales ψ y $\bar{\psi}$ son anticonmutantes. Finalmente, señalemos que existe todavía la libertad de introducir fases arbitrarias en las transformaciones (1.4), del mismo modo que se indicó para el caso de la operación de paridad.

1.3 Simetría CP

Veamos ahora qué ocurre con la simetría relacionada con la operación de CP, es decir, la transformación de paridad seguida por la de conjugación de carga.

Como se ha señalado anteriormente, hasta la primera mitad de este siglo se suponía que C y P eran conservadas por separado, de modo que también CP era considerada una simetría exacta. Y si bien durante los años cincuenta se encontraron evidencias

experimentales tanto de la violación de P como de C, de estas mismas experiencias no fue posible concluir que la simetría CP estaba rota. Por ejemplo, para los decaimientos de piones cargados, los resultados

$$\Gamma(\pi^+ \rightarrow \mu^+ \nu_L) \neq \Gamma(\pi^+ \rightarrow \mu^+ \nu_R) = 0 \quad (1.7)$$

y

$$\Gamma(\pi^+ \rightarrow \mu^+ \nu_L) \neq \Gamma(\pi^- \rightarrow \mu^- \bar{\nu}_L) = 0 \quad (1.8)$$

donde con L y R se denotan los estados de helicidad, son evidencias de la ruptura de P y C respectivamente. Sin embargo, los anchos de decaimiento verifican

$$\Gamma(\pi^+ \rightarrow \mu^+ \nu_L) = \Gamma(\pi^- \rightarrow \mu^- \bar{\nu}_R) \quad (1.9)$$

con lo que en estos procesos no se encuentra violación alguna de CP. La observación experimental de la ruptura de esta simetría se consiguió algunos años más tarde, en 1964, a través del estudio de decaimientos no leptónicos de los mesones K [5]. El análisis detallado de las manifestaciones de violación de CP en la naturaleza será presentado en el capítulo siguiente.

La forma en que actúa la operación de CP para los campos cuánticos considerados en las secciones anteriores puede obtenerse en forma inmediata efectuando la composición de las transformaciones (1.3) y (1.4). Se encuentra

campo escalar	$CP \Phi(x) (CP)^{-1} = \Phi^\dagger(\tilde{x})$	
campo spinorial	$CP \psi(x) (CP)^{-1} = \gamma^0 K \bar{\psi}^t(\tilde{x})$	
campo vectorial	$CP V^\mu(x) (CP)^{-1} = -V_\mu^\dagger(\tilde{x})$	(1.10)

donde, si se ha elegido $K = i\gamma^2\gamma^0$, se tiene $\gamma^0 K = K^{-1}\gamma^0 = -i\gamma^2$.

Como veremos, el estudio de la violación de CP en la naturaleza resulta de gran importancia en relación con los modelos teóricos para describir la física de las partículas elementales.

1.4 Simetría de inversión temporal T y teorema CPT

Por último, consideremos la operación de inversión temporal T, y la transformación compuesta CPT. Para un sistema clásico de partículas de coordenadas \vec{x}_i a un tiempo dado t , la transformación por T consiste en cambiar t por $-t$, dejando invariantes las coordenadas espaciales. Así, si $\vec{x}_i(t)$ es solución de las ecuaciones de movimiento, y la simetría relacionada con la transformación por T es conservada, entonces $\vec{x}_i(-t)$ también debe ser solución. Dicho de otro modo, si la simetría T es exacta, una filmación de las partículas en movimiento pasada al revés puede corresponderse con otra filmación, pero pasada en el sentido correcto. Esto no parece intuitivo si se piensa, por ejemplo, en un vaso de agua que se derrama, o un globo que se desinfla. Sin embargo, la dirección privilegiada del tiempo en estos casos no es inherente a las leyes fundamentales de la mecánica, sino que se debe a los efectos estadísticos introducidos al tratar con sistemas macroscópicos. De hecho, la mecánica newtoniana es un ejemplo de una teoría invariante frente a la inversión temporal.

Naturalmente, en la física clásica, el cambio de t por $-t$ implica que también el impulso \vec{p} y el impulso angular \vec{l} invierten el sentido ante la operación de T. Además, como la carga eléctrica se mantiene invariante, para los campos eléctrico y magnético se tiene $\vec{E} \rightarrow \vec{E}$ y $\vec{B} \rightarrow -\vec{B}$ respectivamente. En el marco de la mecánica cuántica, en tanto, puede verse que el operador correspondiente T debe definirse como antiunitario. En términos de la física de partículas esto resulta razonable, pensando en que es necesario incluir una operación de conjugación al intercambiar estados iniciales y finales en un proceso cualquiera de dispersión. La forma en que actúa esta transformación sobre los operadores de campo que nos ocupan aquí viene dada por

$$\begin{array}{ll}
 \text{campo escalar} & T \Phi(x) T^{-1} = \Phi(-\tilde{x}) \\
 \text{campo spinorial} & T \psi(x) T^{-1} = i\gamma^2 \psi(-\tilde{x}) \\
 \text{campo vectorial} & T V^\mu(x) T^{-1} = \tilde{V}^\mu(-\tilde{x})
 \end{array} \tag{1.11}$$

La observación experimental de la violación de la simetría de inversión temporal T es en general más difícil que en el caso de P y de C. De hecho, la verificación

directa de las ecuaciones de movimiento transformadas por T representa un problema muy complicado en mecánica cuántica, aun cuando se consideren sistemas a un nivel microscópico. En su lugar, la observación de la violación de T se busca a través de la medida de momentos dipolares eléctricos (ver cap. 2), o ciertos parámetros relacionados con decaimientos de neutrones, muones, etc. [6]. Por estas vías no se ha podido hasta el momento encontrar evidencias concluyentes de que la simetría T esté rota en la naturaleza.

La suposición general es, no obstante, que T *no* es una simetría exacta. Esto se debe a la existencia del llamado “teorema CPT”[†], referido obviamente a la transformación definida por el producto de los operadores C, P y T. El enunciado del teorema indica que si una densidad lagrangiana $\mathcal{L}(x)$, invariante de Lorentz, está formada como una suma de productos normales de operadores de campo tomados en un mismo punto x , y que se transforman bajo P, C y T de acuerdo con las leyes (1.3), (1.4) y (1.11) respectivamente (extendidas según corresponda para el caso de campos en representaciones de mayor dimensión), entonces se verifica

$$(CPT) \mathcal{L}(x) (CPT)^{-1} = \mathcal{L}^\dagger(-x) \quad (1.12)$$

Dado que en teoría cuántica de campos la densidad $\mathcal{L}(x)$ es un operador hermítico, y la acción correspondiente viene dada por la integral $\int \mathcal{L}(x) d^4x$, como corolario del teorema se tiene que la transformación por CPT deja invariante la acción, y por lo tanto constituye una simetría exacta. Ahora bien, si CPT ha de ser conservada, entonces la violación de CP implica violación de T y viceversa.

Es importante notar que las condiciones bajo las cuales vale el teorema CPT son muy generales. En efecto, sólo se ha requerido que la teoría sea local e invariante de Lorentz, y que se satisfaga la relación usual spin-estadística. Es por esto que, habiéndose observado experimentalmente la violación de CP, se espera que tampoco T esté conservada en la naturaleza. Naturalmente, existen también búsquedas experimentales para la violación de CPT, por ejemplo, posibles diferencias entre las masas de las partículas y sus correspondientes antipartículas. Hasta el presente, los

[†]La demostración del teorema CPT puede encontrarse en diversos libros de texto, como el citado en la ref. [1].

resultados han sido negativos. Es de destacar el caso de los mesones K^0 y \overline{K}^0 , cuya diferencia de masa tiene una cota superior experimental de sólo $10^{-18}M_K$ [6].

Bibliografía

- [1] Ver, por ejemplo, T. D. Lee, *Particle Physics and Introduction to Field Theory*, ed. H. Primakoff (Harwood Academic Publishers GmbH, USA, 1982), pág. 177.
- [2] T. D. Lee y C. N. Yang, *Phys. Rev.* **104** (1956) 254.
- [3] C. S. Wu, E. Ambler, R. W. Hayward, D. D. Hoppes y R. P. Hudson, *Phys. Rev.* **105** (1957) 1413.
- [4] R. L. Garwin, L. M. Lederman y M. Weinrich, *Phys. Rev.* **105** (1957) 1415; V. L. Telegdi y A. M. Friedman, *Phys. Rev.* **105** (1957) 1681.
- [5] J. H. Christenson, J. W. Cronin, V. L. Fitch y R. Turlay, *Phys. Rev. Lett.* **13** (1964) 138.
- [6] Review of Particle Properties, *Phys. Rev.* **D50** (1994) 1173.

Capítulo 2

Observación experimental de la violación de CP

En el estudio de la fenomenología relacionada con la violación de CP, es natural comenzar por la descripción de la física de los mesones K [1]. De hecho, las únicas evidencias experimentales de ruptura de la simetría CP provienen de procesos que involucran decaimientos semileptónicos y no leptónicos de los kaones cargados y neutros. El mismo estudio fenomenológico puede ser en principio extendido a los mesones B , donde se espera obtener en los próximos años suficiente estadística como para aportar nuevas evidencias [2].

En este capítulo nos ocuparemos específicamente del sistema $K^0 - \overline{K}^0$ y del momento dipolar eléctrico del neutrón [3]. Éste último, si bien aún no ha sido medido con buena precisión, puede resultar crucial para decidir la viabilidad de diferentes propuestas para explicar la violación de CP en la naturaleza.

2.1 Sistema $K^0 - \overline{K}^0$

Las “partículas” K^0 y \overline{K}^0 son estados de extrañeza definida, 1 y -1 respectivamente, y representan autoestados de masa para las interacciones fuertes. Sin embargo, como las interacciones débiles no conservan extrañeza, es de esperar que se produzca en general una “mezcla” entre ambos. Como resultado se tendrán dos nuevos estados,

combinaciones lineales de los anteriores, en cuya base el Hamiltoniano electrodébil resultará diagonal.

Dado que $\overline{K^0}$ representa la antipartícula correspondiente a K^0 , sus fases relativas pueden elegirse de modo que sea $CP|K^0\rangle = |\overline{K^0}\rangle$. Es inmediato entonces identificar como autoestados de CP a las combinaciones

$$|K_1\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(|K^0\rangle + |\overline{K^0}\rangle), \quad |K_2\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(|K^0\rangle - |\overline{K^0}\rangle) \quad (2.1)$$

con autovalores más y menos uno respectivamente. Si, como se suponía en un principio, la simetría bajo CP ha de ser conservada en la naturaleza, los estados de masa físicos deben ser precisamente K_1 y K_2 .

Es importante prestar atención a los canales de decaimiento de los kaones neutros, en particular los puramente hadrónicos. Si se supone que CP es conservada exactamente, los decaimientos a $\pi^0\pi^0$ y $\pi^+\pi^-$ con $L = 0$ (estados pares bajo CP) resultan permitidos para K_1 pero no para K_2 , que debe decaer en estados de momento angular no nulo, o en tres mesones π . La diferencia en las regiones permitidas del espacio de fases conduce entonces a esperar que uno de los estados (el K_1) tenga una vida media superior a la del otro en unos tres órdenes de magnitud [4]. Esto fue confirmado experimentalmente, observándose la presencia de un kaón “corto” y otro “largo”, tal como indicaba esta predicción teórica [5].

La situación se vio modificada, sin embargo, en 1964: Christenson, Cronin, Fitch y Turlay [6] descubrieron que el kaón llamado “largo” (supuestamente el K_2) también podía decaer a $\pi^+\pi^-$, evidenciándose así por primera vez la ruptura de la simetría CP. La pequeña amplitud de este canal ($\Gamma \sim 10^{-3}$) era lo que no había permitido que el proceso fuera observado con anterioridad. Ahora bien, si CP no es conservada, tampoco son K_1 y K_2 las partículas físicas buscadas, a las que suele denotarse en su lugar K_S y K_L por “short” y “long”. Como se detalla más adelante, la ruptura de CP fue luego confirmada por la observación del decaimiento $K_L \rightarrow \pi^0\pi^0$ y asimetrías de carga en los procesos $K^0 \rightarrow \pi^+l^-\bar{\nu}$ y $K^0 \rightarrow \pi^-l^+\nu$, con $l = e, \mu$.

La mezcla entre los autoestados de extrañeza K^0 y $\overline{K^0}$ se producirá a través de

transiciones débiles de segundo orden. Si se toma un estado arbitrario

$$\begin{pmatrix} \alpha \\ \beta \end{pmatrix} \equiv \alpha|K^0\rangle + \beta|\bar{K}^0\rangle \quad (2.2)$$

éste evolucionará según la ecuación de Schrödinger dependiente del tiempo

$$i\frac{d}{dt} \begin{pmatrix} \alpha \\ \beta \end{pmatrix} = H \begin{pmatrix} \alpha \\ \beta \end{pmatrix} = (M - i\frac{\Gamma}{2}) \begin{pmatrix} \alpha \\ \beta \end{pmatrix} \quad (2.3)$$

donde M y Γ son matrices hermíticas de 2×2 . M es la llamada matriz de masa, en tanto que $i\Gamma$ (parte antihermítica de H) es responsable del decaimiento exponencial del sistema. La conservación de CPT permite escribir $M_{11} = M_{22} \equiv M_K$ y $\Gamma_{11} = \Gamma_{22} \equiv \Gamma_K$, en tanto que los elementos no diagonales pueden expresarse perturbativamente según

$$M_{12} = \langle K^0|H|\bar{K}^0\rangle + \sum_n \frac{\langle K^0|H|n\rangle\langle n|H|\bar{K}^0\rangle}{M_K - M_n} + \dots \quad (2.4.a)$$

$$\Gamma_{12} = 2\pi \sum_f \rho_f \langle K^0|H|f\rangle\langle f|H|\bar{K}^0\rangle + \dots \quad (2.4.b)$$

donde $|n\rangle$ representa un estado arbitrario, y la suma sobre f recorre todos los posibles estados físicos intermedios con densidad ρ_f en el espacio de fases.

De la diagonalización de H se obtienen los autoestados físicos

$$|K_{L,S}^0\rangle = \frac{1}{\sqrt{|p|^2 + |q|^2}} [p|K^0\rangle \mp q|\bar{K}^0\rangle] \quad (2.5)$$

donde p y q satisfacen

$$\left(\frac{q}{p}\right)^2 = \frac{M_{21} - \frac{i}{2}\Gamma_{21}}{M_{12} - \frac{i}{2}\Gamma_{12}} = \frac{H_{21}}{H_{12}} \quad (2.6)$$

La evolución de estos estados está gobernada por los correspondientes autovalores $\mu_{L,S} = M_{L,S} - \frac{i}{2}\Gamma_{L,S}$, siendo M la masa y Γ el ancho de decaimiento de las partículas físicas. En términos de H , resultan

$$M_{L,S} = M_K \mp \text{Re}(H_{21}H_{12})^{\frac{1}{2}} \quad \Gamma_{L,S} = \Gamma_K \pm 2 \text{Im}(H_{21}H_{12})^{\frac{1}{2}} \quad (2.7)$$

A las diferencias $M_L - M_S$ y $\Gamma_L - \Gamma_S$ se las suele llamar respectivamente ΔM_K y $\Delta\Gamma_K$.

2.2 Violación directa e indirecta de CP. Parámetros ε y ε'

Violación indirecta de CP [7]

De acuerdo con la convención elegida, $CP|K^0\rangle = |\overline{K^0}\rangle$, es inmediato observar que si CP es conservada, $H_{12} = H_{21}$ y por lo tanto M_{12} y Γ_{12} deben ser reales, y $q/p = 1$. Puede entonces definirse el parámetro de asimetría

$$\bar{\varepsilon} \equiv \frac{p - q}{p + q} \quad (2.8)$$

Considerando $\bar{\varepsilon} \ll 1$, se tiene al primer orden en el desarrollo en serie

$$\frac{p}{q} - \frac{q}{p} = \frac{1 + \bar{\varepsilon}}{1 - \bar{\varepsilon}} - \frac{1 - \bar{\varepsilon}}{1 + \bar{\varepsilon}} \simeq 4\bar{\varepsilon} \quad (2.9)$$

de donde

$$\bar{\varepsilon} \simeq \frac{i\text{Im}M_{12} + \frac{1}{2}\text{Im}\Gamma_{12}}{\Delta M_K - \frac{i}{2}\Delta\Gamma_K} \quad (2.10)$$

Los estados físicos pueden ahora escribirse en términos de los autoestados de CP como

$$|K_L\rangle = \frac{|K_2\rangle + \bar{\varepsilon}|K_1\rangle}{\sqrt{1 + |\bar{\varepsilon}|^2}} \quad |K_S\rangle = \frac{|K_1\rangle + \bar{\varepsilon}|K_2\rangle}{\sqrt{1 + |\bar{\varepsilon}|^2}} \quad (2.11)$$

de modo que la presencia de una parte imaginaria en M_{12} y/o Γ_{12} implica una impureza de CP, que puede ser medida por el parámetro $\bar{\varepsilon}$. La violación de CP por este mecanismo es llamada *indirecta* o *por mixing*, y puede medirse experimentalmente teniendo en cuenta los decaimientos del K_L a los canales $\pi^+l^-\bar{\nu}_l$ y $\pi^-l^+\nu_l$, que seleccionan si la partícula que decae es un K^0 o un $\overline{K^0}$. El parámetro para esta asimetría se suele definir

$$\delta \equiv \frac{\Gamma(K_L \rightarrow \pi^-l^+\nu_l) - \Gamma(K_L \rightarrow \pi^+l^-\bar{\nu}_l)}{\Gamma(K_L \rightarrow \pi^-l^+\nu_l) + \Gamma(K_L \rightarrow \pi^+l^-\bar{\nu}_l)} = \frac{|p|^2 - |q|^2}{|p|^2 + |q|^2} = \frac{2\text{Re}(\bar{\varepsilon})}{1 + |\bar{\varepsilon}|^2} \quad (2.12)$$

y el resultado experimental obtenido es $\delta = (3.27 \pm 0.12) \times 10^{-3}$ [8], que implica

$$\text{Re}(\bar{\varepsilon}) = (1.63 \pm 0.06) \times 10^{-3} \quad (2.13)$$

Nota: el hecho de que la magnitud observada sea la parte real de $\bar{\epsilon}$ está vinculado con la convención usada. Las fases relativas de $|K^0\rangle$ y $|\bar{K}^0\rangle$ han sido elegidas aquí arbitrariamente de modo que se satisfaga $CP|K^0\rangle = |\bar{K}^0\rangle$, pero aún existe la libertad de transformar $|K^0\rangle \rightarrow e^{i\xi}|K^0\rangle$, $|\bar{K}^0\rangle \rightarrow e^{-i\xi}|\bar{K}^0\rangle$, con lo que se tendría $q/p = e^{-2i\xi} \neq 1$. La condición suficiente (independiente de la convención) para que exista ruptura de CP es $|q/p| \neq 1$, o equivalentemente $\text{Re}(\bar{\epsilon}) \neq 0$.

Violación directa de CP

La ruptura de CP puede también ser observada considerando el decaimiento de un mesón \mathcal{P} a un estado final f , y al mismo tiempo el de su conjugado por CP, $\bar{\mathcal{P}}$, al estado \bar{f} . Si los anchos son diferentes, esto será una evidencia de que la violación de CP está presente a nivel de las amplitudes (en el sistema $K^0 - \bar{K}^0$, esto corresponde a procesos con cambio de extrañeza $\Delta S = 1$). Es la llamada violación *directa* de CP.

La amplitud mencionada puede escribirse

$$A \equiv \langle f|H|\mathcal{P}\rangle = \sum_i |A_i| e^{i\delta_i} e^{i\phi_i} \quad (2.14)$$

donde la suma es sobre todos los canales. Las fases complejas de los A_i han sido descompuestas en una parte “fuerte” δ_i y una “débil” ϕ_i , de acuerdo con el tipo de interacción que les da origen.

Las fases fuertes δ_i se deben a procesos que involucran a los estados finales hadrónicos, y no violan CP. Las débiles, en cambio, deberán cambiar de signo ante una transformación $H \rightarrow (CP)H(CP)^{-1}$ (ver sección 3.2). La transformada por CP de la amplitud es entonces

$$\bar{A} = e^{i\alpha} \sum_i |A_i| e^{i\delta_i} e^{-i\phi_i} \quad (2.15)$$

donde se ha introducido una nueva fase α que tiene que ver con la convención utilizada al definir los transformados por CP de $|\mathcal{P}\rangle$ y $|f\rangle$, y no tiene efectos físicos.

Según se mencionó más arriba, la ruptura de CP queda evidenciada si el cociente $|\bar{A}/A|$ se separa de la unidad. Como puede verse fácilmente, es entonces necesaria la presencia de más de un canal de decaimiento para que pueda existir interferencia y

el efecto sea observable. Para el caso particular de dos canales (que reviste especial interés en el sistema $K^0 - \bar{K}^0$) se suele definir la asimetría relativa

$$\frac{\Gamma(\mathcal{P} \rightarrow f) - \Gamma(\bar{\mathcal{P}} \rightarrow \bar{f})}{\Gamma(\mathcal{P} \rightarrow f) + \Gamma(\bar{\mathcal{P}} \rightarrow \bar{f})} = \frac{-2|A_1||A_2| \sin(\phi_1 - \phi_2) \sin(\alpha_1 - \alpha_2)}{|A_1|^2 + |A_2|^2 + 2|A_1||A_2| \cos(\phi_1 - \phi_2) \cos(\alpha_1 - \alpha_2)} \quad (2.16)$$

que, como es evidente, puede ser observada solamente si tanto las fases fuertes como las débiles son diferentes entre sí. Otra condición que debe cumplirse es que los módulos $|A_1|$ y $|A_2|$ tengan magnitudes comparables.

Consideremos, en el caso específico del sistema $K^0 - \bar{K}^0$, los decaimientos a estados de dos piones. Puede escribirse

$$A(K^0 \rightarrow 2\pi) = \langle 2\pi (I=0) | H | K^0 \rangle + \langle 2\pi (I=2) | H | K^0 \rangle = A_0 e^{i\delta_0} + A_2 e^{i\delta_2} \quad (2.17)$$

donde de las amplitudes se ha separado sólo la fase fuerte, característica de cada estado final de isospín definido. De acuerdo con lo expuesto, la transformada por CP resulta

$$\bar{A} = A_0^* e^{i\delta_0} + A_2^* e^{i\delta_2} \quad (2.18)$$

y las partes imaginarias de A_0 y A_2 , debidas a las fases débiles, llevan la violación de CP.

Como se discutió más arriba, si CP fuera conservada, debería ser $K_L \equiv K_1$, y el proceso $K_L \rightarrow 2\pi$ estaría prohibido. Es natural entonces definir las asimetrías

$$\eta_{+-} \equiv \frac{A(K_L \rightarrow \pi^+ \pi^-)}{A(K_S \rightarrow \pi^+ \pi^-)} = \varepsilon + \frac{\varepsilon'}{1 + w/\sqrt{2}} \quad (2.19)$$

y

$$\eta_{00} \equiv \frac{A(K_L \rightarrow \pi^0 \pi^0)}{A(K_S \rightarrow \pi^0 \pi^0)} = \varepsilon - \frac{2\varepsilon'}{1 - \sqrt{2}w} \quad (2.20)$$

donde se han introducido los nuevos parámetros

$$w \equiv \frac{\text{Re}A_2}{\text{Re}A_0} e^{i(\delta_2 - \delta_0)} \quad \varepsilon \equiv \bar{\varepsilon} + i\xi_0 \quad \varepsilon' \equiv \frac{i}{\sqrt{2}} w (\xi_2 - \xi_0)$$

con $\xi_i \equiv \text{Im}A_i/\text{Re}A_i$, y se han usado las relaciones de Clebsch-Gordan entre los estados de dos piones de carga e isospín definidos.

El parámetro ε está relacionado con la violación de CP por mixing, aunque, a diferencia de $\bar{\varepsilon}$, no depende de la convención elegida para las fases de $|K^0\rangle$ y $|\bar{K}^0\rangle$

(en cualquier caso vale, de todos modos, $\text{Re } \varepsilon = \text{Re } \bar{\varepsilon}$). La violación directa de CP, en tanto, se mide a través del parámetro ε' , gobernado por la diferencia entre las fases débiles ξ_0 y ξ_2 . Por último, el parámetro w mide la relación entre las amplitudes para los dos canales de isospín definido. Experimentalmente se obtiene $|w| \simeq 1/22$, es decir, el canal con $I = 2$ se encuentra suprimido respecto del de $I = 0$. Esto, que se conoce como la “regla $\Delta I = 1/2$ ”, permite aproximar

$$\eta_{+-} \simeq \varepsilon + \varepsilon' \quad \eta_{00} \simeq \varepsilon - 2\varepsilon' \quad (2.21)$$

De este modo, tanto $\eta_{+-} \neq 0$ como $\eta_{00} \neq 0$ son evidencias de violación de CP por mixing, en tanto que $\eta_{+-} \neq \eta_{00}$ sería una manifestación de violación directa.

Volvamos ahora a la expresión (2.10), y consideremos los resultados experimentales[†]

$$\Delta M_K = (3.522 \pm 0.016) \times 10^{-15} \text{ GeV} \quad (2.22.a)$$

$$\Delta \Gamma_K \simeq -\Gamma_S = -(7.377 \pm 0.017) \times 10^{-15} \text{ GeV} \quad (2.22.b)$$

de donde $\Delta \Gamma_K \simeq -2 \Delta M_K$ y

$$\varepsilon \simeq \frac{e^{i\pi/4}}{\sqrt{2}} \left(\frac{\text{Im}M_{12} - \frac{i}{2}\text{Im}\Gamma_{12}}{\Delta M_K} \right) + i\xi_0 \quad (2.23)$$

Teniendo en cuenta la expresión (2.4.b) para Γ_{12} , y considerando que los estados intermedios dominantes serán los de dos piones con $I = 0$, se tiene además $\text{Im}\Gamma_{12}/\text{Re}\Gamma_{12} \simeq -2\xi_0$. Aproximando ahora $\Delta M_K \approx 2 \text{Re}M_{12} \approx -\text{Re}\Gamma_{12}$ (válido cuando $|\bar{\varepsilon}| \ll 1$), se obtiene por fin

$$\varepsilon \approx \frac{e^{i\pi/4}}{\sqrt{2}} \left(\frac{\text{Im}M_{12}}{2 \text{Re}M_{12}} + \xi_0 \right) \quad (2.24)$$

En cuanto al parámetro ε' , usando el resultado experimental $\delta_2 - \delta_0 \simeq -\pi/4$ se encuentra

$$\varepsilon' \simeq \frac{e^{i\pi/4}}{\sqrt{2}} \frac{1}{22} (\xi_2 - \xi_0) \quad (2.25)$$

Aquí, si bien tanto ξ_0 como ξ_2 dependen de la convención de fases elegida, la diferencia $\xi_2 - \xi_0$ se mantiene invariante. Una convención usual es tomar $\xi_0 = 0$.

[†] Los valores para ΔM_K , $\Delta \Gamma_K$, $\delta_2 - \delta_0$, η_{+-} , η_{00} y el cociente ε'/ε han sido todos tomados de [8].

Para las asimetrías η_{+-} y η_{00} , los resultados experimentales tienen buena precisión. Los valores observados son

$$|\eta_{+-}| = (2.269 \pm 0.023) \times 10^{-3} \quad |\eta_{00}| = (2.259 \pm 0.023) \times 10^{-3} \quad (2.26)$$

y conducen a

$$|\varepsilon| \simeq 2.27 \times 10^{-3} \quad (2.27)$$

concordando perfectamente con el resultado en (2.13). La proximidad de los valores de $|\eta_{+-}|$ y $|\eta_{00}|$ implica $|\varepsilon'| \ll |\varepsilon|$, como era de esperar debido al factor de supresión $|w|$. El cociente ε'/ε puede determinarse a través de la relación

$$\text{Re} \left(\frac{\varepsilon'}{\varepsilon} \right) \simeq \frac{1}{6} \left(1 - \left| \frac{\eta_{00}}{\eta_{+-}} \right|^2 \right) \quad (2.28)$$

y ha sido medido en dos experimentos diferentes, con resultados no coincidentes:

$$\text{Re} \left(\frac{\varepsilon'}{\varepsilon} \right) = \begin{cases} (3.3 \pm 1.1) \times 10^{-3} & \text{NA31} \\ (-0.4 \pm 1.4 \pm 0.6) \times 10^{-3} & \text{E731} \end{cases} \quad (2.29)$$

Es decir, la medición de NA31 revela violación directa de CP, en tanto que para E731 el valor de ε' es compatible con cero. Es de esperar que esta discrepancia sea resuelta en un futuro cercano, en que la precisión de la medida sea superior a 10^{-4} . Experimentos de esta magnitud están proyectados actualmente en los aceleradores del CERN y Fermilab. De cualquier modo, los resultados en (2.29) permiten al menos asegurar que el valor de $\text{Re}(\varepsilon'/\varepsilon)$ no puede superar el orden de 10^{-3} .

2.3 Momento dipolar eléctrico del neutrón

Es sabido que cualquier evidencia de un momento dipolar eléctrico \vec{D} no nulo para una partícula elemental implica la violación de la simetría bajo inversión temporal T en la naturaleza [9]. Esto puede verse fácilmente teniendo en cuenta que \vec{D} debe ser proporcional al spin \vec{J} de la partícula, única magnitud (pseudo)vectorial que la caracteriza. De este modo, debe transformarse $\vec{D} \rightarrow \vec{D}$ bajo P, y $\vec{D} \rightarrow -\vec{D}$ bajo T. Como además se tiene $\vec{E} \rightarrow -\vec{E}$ y $\vec{B} \rightarrow \vec{B}$ bajo P y T respectivamente (ver cap. 1),

la interacción dipolar $\vec{D} \cdot \vec{E}$ viola ambas simetrías. Y si CPT es una buena simetría (lo que puede mostrarse bajo condiciones muy generales, ver sección 1.4), la ruptura de T implica ruptura de CP y viceversa. Es por esto que a partir del descubrimiento de Christenson *et al.* los intentos por poder observar momentos dipolares eléctricos de las partículas han cobrado un gran interés experimental.

En el marco de la teoría de campos, puede verse que, si se supone que CPT es conservada, el acoplamiento electromagnético de tipo dipolar para un campo fermiónico $\psi(x)$ viene dado por el término [10]

$$iF_3(q^2) \bar{\psi}(p_2) \sigma_{\mu\nu} \gamma_5 \psi(p_1) F^{\mu\nu} \quad (2.30)$$

donde $q^2 = (p_2 - p_1)^2$, y el momento dipolar eléctrico d_ψ se obtiene en el límite estático,

$$d_\psi = \lim_{q^2 \rightarrow 0} F_3(q^2) \quad (2.31)$$

De acuerdo con las leyes de transformación (1.10), es inmediato observar que una interacción de esta forma no conserva CP.

Es importante notar que el término en (2.30) no puede existir a nivel fundamental en una teoría renormalizable. Sin embargo, sí puede manifestarse en forma efectiva como resultado de correcciones radiativas. Como se verá, esto es lo que sucede para los quarks en el caso del Modelo Standard con tres generaciones.

El problema de la observación experimental de momentos dipolares eléctricos es complicado, especialmente si las partículas en cuestión son cargadas. Es por esto que durante años se ha intentado determinar en especial el momento dipolar eléctrico (MDE) del neutrón, que puede ser medido en forma directa [11]. Hasta el momento, las mediciones dan por resultado [8]

$$d_n = (2.6 \pm 4.2 \pm 1.6) \times 10^{-26} e \text{ cm} \quad (2.32)$$

que sólo permite inferir, con un nivel de confianza del 95%, la cota

$$|d_n| < 11 \times 10^{-26} e \text{ cm} \quad (2.33)$$

Es decir, no hay evidencia concluyente de violación de T (o CP) por esta vía.

Conviene recordar que el neutrón no es una partícula elemental. Sin embargo, su MDE resultaría inducido por los de sus quarks constituyentes si CP fuera violada a nivel fundamental por alguna interacción. Como se discutirá más adelante, también pueden existir contribuciones debidas a diagramas de tipo “pingüino”, o a la presencia de loops hadrónicos [3]. En cualquier caso, la confirmación experimental de alguna cota inferior suficientemente grande para $|d_n|$ podría representar una importante evidencia de nueva física no contemplada por el Modelo Standard.

Bibliografía

- [1] Una revisión general sobre la física de los mesones K puede encontrarse en K. Kleinknecht, *Ann. Rev. Nucl. Part. Sci.* **26** (1976) 26, y en numerosos libros dedicados a las partículas elementales (ver, por ejemplo, T. D. Lee, *Particle Physics and Introduction to Field Theory*, ed. H. Primakoff (Harwood Academic Publishers GmbH, USA, 1982), pág. 334).
- [2] Y. Nir y H. R. Quinn, *Ann. Rev. Nucl. Part. Sci.* **42** (1992) 211.
- [3] S. M. Barr y W. J. Marciano, en *CP Violation*, ed. C. Jarlskog (World Scientific, Singapur, 1989), pág. 455; X. -G. He, B. McKellar y S. Pakvasa, *Int. J. Mod. Phys.* **A4** (1989) 5011.
- [4] M. Gell-Mann y A. Pais, *Phys. Rev.* **97** (1955) 1387.
- [5] M. Bardon *et al.*, *Ann. Phys. NY* **5** (1958) 156; D. Neagu *et al.*, *Phys. Rev. Lett.* **6** (1961) 552.
- [6] J. H. Christenson, J. W. Cronin, V. L. Fitch y R. Turlay, *Phys. Rev. Lett.* **13** (1964) 138.
- [7] La clasificación que aquí se hace de los tipos de violación de CP puede encontrarse en Y. Nir, SLAC preprint SLAC-PUB-5874 / Weizmann preprint WIS-92/67/Sep-PH (1992).
- [8] Review of Particle Properties, *Phys. Rev.* **D50** (1994) 1173.
- [9] L. D. Landau, *Zh. Eksp. Teor. Fiz.* **32** (1957) 405 [*Sov. Phys. JETP* **5** (1957) 336].

- [10] C. Itzikson y J. -B. Zuber, *Quantum Field Theory* (McGraw Hill, USA, 1980),
pág. 160.
- [11] N. Ramsey, *Ann. Rev. Nucl. Part. Sci.* **32** (1982) 211.

Capítulo 3

Violación de CP en el Modelo Standard

Nos ocuparemos en este capítulo de las predicciones relacionadas con la violación de CP en el Modelo Standard mínimo (MS) de las interacciones electrodébiles y fuertes. Este modelo ha manifestado un sorprendente acuerdo con las evidencias experimentales, constituyéndose en el esquema que sirve de marco teórico fundamental a la física de partículas desde hace más de dos décadas [1].

En primer lugar se describirá brevemente la estructura del MS, mostrando a continuación la forma en que puede estar contenida la violación de CP. Como se verá, ésta aparece íntimamente relacionada con el problema de las masas de los quarks y los procesos de cambio de sabor por corrientes débiles.

3.1 Modelo Standard mínimo

Los componentes fundamentales del MS están organizados de modo tal de respetar la simetría local de gauge $SU(2)_L \otimes U(1)_Y$, que da origen a las interacciones denominadas electrodébiles. Esta es una simetría de tipo quiral, puesto que los campos fermiónicos con helicidad izquierda y derecha aparecen dispuestos en forma diferente: mientras que los izquierdos se organizan en dobletes de $SU(2)$, los derechos son introducidos como singletes de este mismo grupo. Esto es lo que indica el subíndice “ L ” (por *left*),

en tanto que “Y” se refiere al número cuántico de *hipercarga*.

Los fermiones presentes en el modelo pueden dividirse en tres generaciones o familias, estructuradas de forma semejante. Cada familia contiene a su vez dos clases de fermiones, los leptones y los quarks.

Consideremos por el momento solamente la presencia de la primera familia. Ésta contiene a los campos del electrón y su neutrino,

$$L_e = \begin{pmatrix} \nu_e \\ e \end{pmatrix}_L, \quad e_R \quad (3.1)$$

y los quarks “up ” y “down”

$$L_{qi} = \begin{pmatrix} u_i \\ d_i \end{pmatrix}_L, \quad u_{iR}, \quad d_{iR}, \quad (i = \text{rojo, verde, azul}) \quad (3.2)$$

Aquí se ha puesto de manifiesto el hecho de que fermiones izquierdos y derechos se estructuran como dobletes y singuletes de $SU(2)$ respectivamente (notar que el neutrino derecho ν_{eR} no está incluido en esta teoría mínima). El índice i de color se debe a que el modelo también contiene la simetría interna $SU(3)_C$, exacta, responsable de las interacciones fuertes. En esta breve descripción nos referiremos solamente al sector electrodébil, omitiendo los índices de color. Respecto de la hipercarga, se tienen para los campos fermiónicos los números cuánticos

$$Y(L_q) = \frac{1}{3}, \quad Y(L_e) = -1, \quad Y(u_R) = \frac{4}{3}, \quad Y(d_R) = -\frac{2}{3}, \quad Y(e_R) = -2 \quad (3.3)$$

El modelo incluye además los bosones de gauge b_μ^i ($i = 1, 2, 3$) y \mathcal{A}_μ , correspondientes a $SU(2)_L$ y $U(1)_Y$ respectivamente, y el doblete de campos escalares

$$\Phi = \begin{pmatrix} \phi^+ \\ \phi^0 \end{pmatrix}$$

con hipercarga $Y_\phi = 1$. Con los campos introducidos hasta aquí se construye el Lagrangiano electrodébil

$$\mathcal{L} = \mathcal{L}_{gauge} + \mathcal{L}_{ferm} + \mathcal{L}_{yuk} + \mathcal{L}_{escalar} \quad (3.4)$$

cuyos términos describiremos brevemente a continuación.

El primer término, \mathcal{L}_{gauge} , contiene la parte cinética correspondiente a los campos de gauge, y viene dado por

$$\mathcal{L}_{gauge} = -\frac{1}{4}\vec{F}^{\mu\nu}\cdot\vec{F}_{\mu\nu} - \frac{1}{4}f^{\mu\nu}f_{\mu\nu} \quad (3.5)$$

Aquí, como es usual, se han introducido los tensores

$$F_{\mu\nu}^i = \partial_\mu b_\nu^i - \partial_\nu b_\mu^i + g\epsilon_{ijk}b_\mu^j b_\nu^k \quad \text{y} \quad f_{\mu\nu} = \partial_\mu \mathcal{A}_\nu - \partial_\nu \mathcal{A}_\mu \quad (3.6)$$

El segundo, \mathcal{L}_{ferm} , involucra a los campos fermiónicos, y se escribe

$$\mathcal{L}_{ferm} = \sum_{\psi} \bar{\psi} i\gamma^\mu \mathcal{D}_\mu \psi \quad (3.7)$$

donde la sumatoria se extiende sobre los campos derechos e_R, u_R, d_R y los dobletes izquierdos L_e y L_q . La derivada covariante se define

$$\mathcal{D}_\mu \equiv \partial_\mu + \frac{ig'}{2}\mathcal{A}_\mu Y + ig\vec{T}\cdot\vec{b}_\mu \quad (3.8)$$

y es la responsable de la interacción entre fermiones y bosones de gauge. Los T_i , generadores de $SU(2)$, están en la representación fundamental $T_i = \sigma_i/2$ para el caso de los dobletes, mientras que, naturalmente, se tiene $T_i = 0$ para los singuletes.

El término \mathcal{L}_{yuk} , por su parte, contiene acoplamientos del tipo de Yukawa

$$\mathcal{L}_{yuk} = -G_e(\bar{L}_e\Phi)e_R - G_d(\bar{L}_q\Phi)d_R - G_u(\bar{L}_q\tilde{\Phi})u_R + \text{h. c.} \quad (3.9)$$

donde $\tilde{\Phi} = i\sigma_2\Phi^*$ es el doblete conjugado de carga de Φ . Finalmente, el término referido a los escalares viene dado por

$$\mathcal{L}_{escalar} = (\mathcal{D}^\mu\Phi)^\dagger(\mathcal{D}_\mu\Phi) - V(\Phi^\dagger\Phi) \quad (3.10)$$

donde el potencial postulado es $V(\Phi^\dagger\Phi) = \mu^2(\Phi^\dagger\Phi) + |\lambda|(\Phi^\dagger\Phi)^2$. Este es el mínimo potencial capaz de poner en marcha el mecanismo de Higgs de generación de masas que describiremos de inmediato.

Si se tiene $\mu^2 < 0$, puede verse que el doblete escalar adquiere un valor de expectación de vacío

$$\langle\Phi\rangle_0 = \begin{pmatrix} 0 \\ v/\sqrt{2} \end{pmatrix} \quad (3.11)$$

con $v = \sqrt{-\mu^2/|\lambda|}$, lo que conduce a una ruptura espontánea de la simetría de gauge $SU(2)_L \otimes U(1)_Y$. Como remanente, se obtiene una simetría $U(1)$ (la electromagnética), que permanece conservada en forma exacta. El generador correspondiente es la carga eléctrica

$$Q = (T_3 + \frac{Y}{2}) \quad (3.12)$$

que cumple $Q\langle\Phi\rangle_0 = 0$. Como puede verse fácilmente, los fermiones tienen cargas

$$Q_{\nu_e} = 0, \quad Q_e = -1, \quad Q_u = \frac{2}{3}, \quad Q_d = -\frac{1}{3} \quad (3.13)$$

El Lagrangiano puede ahora ser desarrollado alrededor del mínimo del potencial escalar V , escribiendo

$$\Phi = \exp\left(\frac{i\vec{\xi}\cdot\vec{\tau}}{2v}\right) \begin{pmatrix} 0 \\ (v + \eta)/\sqrt{2} \end{pmatrix} \quad (3.14)$$

y si se efectúa además una transformación de gauge adecuada, es posible suprimir los grados de libertad ξ_i . Éstos pueden desacoplarse completamente, siendo reemplazados por las componentes longitudinales de los campos \mathcal{A} y b^i (el escalar η , en cambio, no puede ser removido). En este gauge particular, llamado “unitario”, se tiene así

$$\mathcal{L}_{yuk} = \sum_{f=e,u,d} -\frac{G_f v}{\sqrt{2}} \bar{f} f - \frac{G_f \eta}{\sqrt{2}} \bar{f} f \quad (3.15)$$

es decir, cada fermión ha adquirido una masa $m_f = G_f v/\sqrt{2}$. Del mismo modo, puede verse que también aparecen términos de masa para los bosones vectoriales (prohibidos si la simetría de gauge es exacta) a través del término cinético correspondiente a los escalares. Diagonalizando la matriz de masa se obtienen los autoestados

$$W_\mu^\pm = \frac{b_\mu^1 \mp i b_\mu^2}{\sqrt{2}} \quad Z_\mu = \frac{-g' \mathcal{A}_\mu + g b_\mu^3}{\sqrt{g^2 + g'^2}} \quad A_\mu = \frac{g \mathcal{A}_\mu + g' b_\mu^3}{\sqrt{g^2 + g'^2}}$$

con autovalores $M_{W^\pm} = gv/2$, $M_Z = M_W \sqrt{1 + (g'/g)^2}$ y $M_A = 0$ (la presencia de un bosón de gauge de masa nula se debe a que aún sobrevive en \mathcal{L} la simetría exacta $U(1)_{em}$). El mecanismo por el cual se ha otorgado masas a fermiones y bosones vectoriales se conoce como “mecanismo de Higgs”, y el escalar η recibe el nombre de

“bosón de Higgs”. El ángulo de rotación para pasar de la base (\mathcal{A}, b^3) a la (A, Z) es llamado “ángulo de Weinberg” (θ_W) , y satisface

$$\cos \theta_W = \frac{g}{\sqrt{g^2 + g'^2}} = \frac{M_W}{M_Z} \quad (3.16)$$

En la nueva base, las interacciones entre fermiones y bosones de gauge cargados vienen dadas por

$$\mathcal{L}_{CC} = -\frac{g}{\sqrt{2}} (\bar{\nu}_{eL} \gamma^\mu e_L + \bar{u}_L \gamma^\mu d_L) W_\mu^+ + \text{h. c.} \quad (3.17)$$

de modo que sólo involucran fermiones izquierdos. Se dice entonces que las corrientes cargadas tienen la forma “ $V - A$ ”. Las corrientes neutras, en tanto, se acoplan en la forma

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_{CN} = & -g \sin \theta_W \sum_{f=e,u,d} Q_f \bar{f} \gamma^\mu f A_\mu \\ & -\frac{g}{\cos \theta_W} \sum_{f=\nu,e,u,d} \bar{f} \gamma^\mu (g_{fL}(1 - \gamma_5) + g_{fR}(1 + \gamma_5)) f Z_\mu \end{aligned} \quad (3.18)$$

donde $g_f = (T_3)_f - Q_f \sin^2 \theta_W$. La constante de acoplamiento entre los fermiones y el campo A (interacción electromagnética) se define

$$e \equiv g \sin \theta_W \quad (3.19)$$

y puede medirse con muy buena precisión, por ejemplo, por medio del efecto Hall cuántico. Se obtiene [2]

$$\alpha \equiv \frac{e^2}{4\pi} = (137.0359895\dots)^{-1} \quad (3.20)$$

Para las interacciones débiles en (3.17), es importante considerar el límite en que los impulsos transferidos son despreciables frente a la masa del bosón mediador W . En ese caso se tienen acoplamientos efectivos de la forma

$$\mathcal{L}_{eff} = -\frac{G_F}{\sqrt{2}} [\bar{p} \gamma_\mu (1 - \gamma_5) n] [\bar{n} \gamma^\mu (1 - \gamma_5) p] \quad (3.21)$$

donde n y p son fermiones cuyas cargas difieren en una unidad. Este tipo de acoplamientos corriente-corriente fue propuesto originariamente por E. Fermi en 1933

(aunque su modelo no tenía en cuenta la quiralidad $(1 - \gamma_5)$) para explicar el decaimiento β radiactivo, y confirmado en los años 50 a través de numerosos experimentos. La constante G_F puede determinarse con buena precisión usando la medida de la vida media del muon, obteniéndose [2]

$$G_F = \frac{g^2}{4\sqrt{2}M_W^2} = 1.16639(2) \times 10^{-5} \text{ GeV}^{-2} \quad (3.22)$$

Como un tercer parámetro de entrada en el modelo puede tomarse la masa del bosón Z , que teniendo en cuenta recientes mediciones de LEP resulta aproximadamente igual a 91.1 GeV. En las secciones siguientes discutiremos el problema de las masas de los fermiones.

3.2 Familias de fermiones en el MS y mecanismo de Kobayashi-Maskawa de violación de CP

En la sección anterior ha sido descrito el Modelo Standard incluyendo una sola familia de fermiones (partículas ν , e , u y d). Así presentado, el MS es capaz de describir la física de las partículas elementales cuando los procesos considerados involucran energías bajas, digamos, inferiores a 100 MeV. Sin embargo, al estudiarse fenómenos a energías superiores, los resultados experimentales revelan que los fermiones del MS aparecen “por triplicado”. Esto es, para cada uno de los leptones y quarks introducidos en (3.1) y (3.2) existen nuevas partículas o “sabores”, con iguales números cuánticos, que presentan acoplamientos de forma completamente análoga a los descritos en (3.7) y (3.9).

Considerando en el modelo estas tres “familias” o “generaciones”, se tendrán en el sector leptónico

$$L_{li} = \begin{pmatrix} \nu_{li} \\ l_i \end{pmatrix}_L, \quad l_{iR}, \quad (i = 1, 2, 3) \quad (3.23)$$

y en el de quarks

$$L_{qi} = \begin{pmatrix} u_i \\ d_i \end{pmatrix}_L, \quad u_{iR}, \quad d_{iR}, \quad (i = 1, 2, 3) \quad (3.24)$$

donde ahora i representa el índice de familia, y no debe confundirse con el índice de color en (3.2). Éste ha sido omitido en (3.24), pero debe ser colocado explícitamente para cada una de las familias de quarks si se quiere incluir en el modelo a las interacciones fuertes.

Veamos ahora qué consecuencias trae la introducción de las nuevas familias en \mathcal{L} . Consideremos en primer lugar el término \mathcal{L}_{yuk} (ver ec. (3.9)), que resultará en general extendido según

$$\mathcal{L}_{yuk} = - \sum_{i,j=1}^3 \left[\Gamma_{ij}^l (\bar{L}_{li} \Phi) l_{jR} + \Gamma_{ij}^d (\bar{L}_{qi} \Phi) d_{jR} + \Gamma_{ij}^u (\bar{L}_{qi} \tilde{\Phi}) u_{jR} \right] + \text{h. c.} \quad (3.25)$$

Desarrollando alrededor del valor de expectación de vacío $\langle \Phi \rangle_0$, se obtiene

$$\mathcal{L}_{yuk} = - \frac{(v + \eta)}{\sqrt{2}} (\bar{L}'_L \Gamma^l L'_R + \bar{U}'_L \Gamma^u U'_R + \bar{D}'_L \Gamma^d D'_R) + \text{h. c.} \quad (3.26)$$

donde se han definido $\bar{L}' \equiv (\bar{l}_1 \bar{l}_2 \bar{l}_3)$, $\bar{U}' \equiv (\bar{u}_1 \bar{u}_2 \bar{u}_3)$, $\bar{D}' \equiv (\bar{d}_1 \bar{d}_2 \bar{d}_3)$. Es conveniente pasar ahora a la base en que las matrices Γ^f son diagonales, lo cual puede hacerse usando transformaciones unitarias sobre los vectores $L'_{L,R}$, $U'_{L,R}$ y $D'_{L,R}$. Llamando $V_{L,R}^{e\uparrow}$, $V_{L,R}^{u\uparrow}$ y $V_{L,R}^{d\uparrow}$ a las respectivas matrices de transformación, se obtienen los estados de masa para los leptones

$$L_{L,R} = \begin{pmatrix} e \\ \mu \\ \tau \end{pmatrix}_{L,R} = V_{L,R}^{e\uparrow} L'_{L,R} \quad (3.27.a)$$

y para los quarks

$$U_{L,R} = \begin{pmatrix} u \\ c \\ t \end{pmatrix}_{L,R} = V_{L,R}^{u\uparrow} U'_{L,R} \quad D_{L,R} = \begin{pmatrix} d \\ s \\ b \end{pmatrix}_{L,R} = V_{L,R}^{d\uparrow} D'_{L,R} \quad (3.27.b)$$

y en esta nueva base resulta

$$\mathcal{L}_{yuk} = - \frac{1}{\sqrt{2}} \left(1 + \frac{\eta}{v} \right) (\bar{L} M^l L + \bar{U} M^u U + \bar{D} M^d D) \quad (3.28)$$

donde se han definido $M^l \equiv \text{diag}(M_e, M_\mu, M_\tau)$, y matrices diagonales análogas para los quarks de tipo u y de tipo d . Es importante notar aquí que los acoplamientos de

los fermiones con el bosón de Higgs η resultan naturalmente diagonales en sabor, y proporcionales a la masa del fermión correspondiente.

Consideremos ahora las corrientes cargadas. Éstas, sin pérdida de generalidad, pueden ser consideradas diagonales en la base original definida en (3.23) y (3.24). Se tiene entonces

$$\mathcal{L}_{CC} = -\frac{g}{\sqrt{2}} (\bar{N}'_L \gamma^\mu L'_L + \bar{U}'_L \gamma^\mu D'_L) W_\mu^+ + \text{h. c.} \quad (3.29)$$

con $\bar{N}'_L \equiv (\bar{\nu}_{l_1} \bar{\nu}_{l_2} \bar{\nu}_{l_3})$. Ahora bien, al pasar a la base de autoestados de masa, veremos que aparecen términos en \mathcal{L}_{CC} que “mezclan” familias diferentes. En efecto, se tiene

$$\mathcal{L}_{CC} = -\frac{g}{\sqrt{2}} (\bar{N}_L \gamma^\mu L_L + \bar{U}_L \gamma^\mu V_L^{u\dagger} V_L^d D_L) W_\mu^+ + \text{h. c.} \quad (3.30)$$

diagonal en sabor para el sector leptónico, pero no para el sector de quarks. Como se ha supuesto que los neutrinos tienen masa cero (recordar que $\nu_{lR} = 0$), la matriz V_L^e ha podido ser absorbida a través de la definición $\bar{N}_L = (\bar{\nu}_e \bar{\nu}_\mu \bar{\nu}_\tau) = \bar{N}'_L V_L^e$, y no hay mezcla alguna entre las familias leptónicas. En cambio, en el caso de los quarks, los estados de masa han quedado unívocamente definidos según (3.27.b), y la única libertad adicional está en la elección de las fases de los campos fermiónicos. De este modo, la matriz $V_L^{u\dagger} V_L^d$ (en general no diagonal) es responsable de que quarks de diferentes familias interactúen entre sí intercambiando un bosón W . Como consecuencia, para los leptones existen tres números cuánticos conservados, en tanto que para el sector de quarks sólo se conserva un número cuántico global, llamado número bariónico. La matriz $V_{CKM} \equiv V_L^{u\dagger} V_L^d$ es conocida como “matriz de Cabibbo-Kobayashi-Maskawa” [3, 4], y sus elementos pueden en principio ser obtenidos a partir de la observación experimental. Esto último no puede hacerse para las matrices V_L^u y V_L^d por separado, que sólo aparecen en el Lagrangiano a través de la combinación $V_L^{u\dagger} V_L^d$.

Las corrientes neutras, a su vez, se acoplan según

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_{CN} = & -g \sin \theta_W \sum_{F'=L',U',D'} Q_{F'} (\bar{F}'_L \gamma^\mu F'_L + \bar{F}'_R \gamma^\mu F'_R) A_\mu \\ & - \frac{2g}{\cos \theta_W} \sum_{F'=N',L',U',D'} (\bar{F}'_L \gamma^\mu g_{F'L} F'_L + \bar{F}'_R \gamma^\mu g_{F'R} F'_R) Z_\mu \end{aligned} \quad (3.31)$$

de modo que pasando a la base de autoestados de masa en (3.27) se obtiene

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_{CN} = & -g \operatorname{sen} \theta_W \sum_{F=L,U,D} Q_F \bar{F} \gamma^\mu F A_\mu \\ & - \frac{g}{\cos \theta_W} \sum_{F=N,L,U,D} \bar{F} \gamma^\mu (g_{FL}(1 - \gamma_5) + g_{FR}(1 + \gamma_5)) F Z_\mu \end{aligned} \quad (3.32)$$

que resulta naturalmente diagonal en sabor, tanto para las interacciones mediadas por el campo A como por el campo Z .

Veamos ahora qué ocurre con la simetría bajo CP en el modelo. Para ello, consideremos en primer lugar la presencia de una sola familia, como en la sección anterior. En ese caso, usando las transformaciones (1.10), es posible chequear que el Lagrangiano del MS resulta invariante bajo CP.

Tomemos a modo de ejemplo las corrientes débiles cargadas (3.17). Ante una transformación de CP, se tiene

$$\begin{aligned} (CP) \mathcal{L}_{CC} (CP)^{-1} &= \\ &= (CP) \left(-\frac{g}{\sqrt{2}} (\bar{\nu}_{eL} \gamma^\mu e_L + \bar{u}_L \gamma^\mu d_L) W_\mu^+ - \frac{g^*}{\sqrt{2}} (\bar{e}_L \gamma^\mu \nu_{eL} + \bar{d}_L \gamma^\mu u_L) W_\mu^- \right) (CP)^{-1} \\ &= -\frac{g}{\sqrt{2}} (\bar{e}_L \gamma^\mu \nu_{eL} + \bar{d}_L \gamma^\mu u_L) W_\mu^- - \frac{g^*}{\sqrt{2}} (\bar{\nu}_{eL} \gamma^\mu e_L + \bar{u}_L \gamma^\mu d_L) W_\mu^+ \end{aligned} \quad (3.33)$$

que es igual a \mathcal{L}_{CC} siempre que sea $g = g^*$. Ahora bien, la constante g ha sido introducida como un parámetro en las transformaciones de gauge infinitesimales

$$\psi \rightarrow (1 + ig \vec{T} \cdot \vec{b}^\mu) \psi \quad (3.34)$$

donde los generadores cumplen $T_i = T_i^\dagger$, y los campos $b_{\mu i}$ son reales (recordar la definición (3.8)). De la unitariedad del grupo se desprende entonces que g debe ser real, con lo que \mathcal{L}_{CC} resulta invariante bajo CP.

El resultado anterior puede extenderse a todos los términos del Lagrangiano cuando sólo se considera la presencia de una familia de fermiones. Sin embargo, la situación es diferente para el caso de dos y tres familias. Volviendo a las corrientes débiles cargadas, se tendrá en general

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_{CC} = & -\frac{g}{\sqrt{2}} \sum_{ij} (\bar{N}_{Li} \gamma^\mu \delta_{ij} L_{Lj} + \bar{U}_{Li} \gamma^\mu (V_{CKM})_{ij} D_{Lj}) W_\mu^+ \\ & -\frac{g}{\sqrt{2}} \sum_{ij} (\bar{L}_{Li} \gamma^\mu \delta_{ij} N_{Lj} + \bar{D}_{Li} \gamma^\mu (V_{CKM}^\dagger)_{ij} U_{Lj}) W_\mu^- \end{aligned} \quad (3.35)$$

y, al transformar por CP,

$$\begin{aligned} (CP)\mathcal{L}_{CC}(CP)^{-1} = & -\frac{g}{\sqrt{2}} \sum_{ij} (\bar{L}_{Li} \gamma^\mu \delta_{ij} N_{Lj} + \bar{D}_{Li} \gamma^\mu (V_{CKM})_{ij} U_{Lj}) W_\mu^- \\ & -\frac{g}{\sqrt{2}} \sum_{ij} (\bar{N}_{Li} \gamma^\mu \delta_{ij} L_{Li} + \bar{U}_{Li} \gamma^\mu (V_{CKM})_{ij}^* D_{Lj}) W_\mu^+ \end{aligned} \quad (3.36)$$

de modo que las partes imaginarias de los elementos de la matriz de mezcla V_{CKM} podrían en principio dar lugar a la violación de CP. Para poder afirmar que esta ruptura de CP es observable, sin embargo, hay que tener todavía en cuenta que los campos fermiónicos no han sido definidos en forma completamente unívoca, sino a menos de una fase que puede ser elegida arbitrariamente. Como consecuencia, el resultado obtenido es diferente dependiendo del número de familias consideradas. En el caso de dos familias, puede verse fácilmente que la libertad adicional mencionada permite que las fases complejas presentes en V_{CKM} puedan ser absorbidas a través de la redefinición de los campos de quarks. El mismo mecanismo no es posible, en cambio, cuando se incluye una tercera familia: tal como fue señalado por M. Kobayashi y T. Maskawa en 1973 [4], las fases presentes en la matriz de mezcla no pueden en general ser eliminadas en forma simultánea si ésta es de dimensión mayor o igual que 3. En este caso, entonces, el Lagrangiano de la teoría presenta violación de CP, y sus efectos fenomenológicos pueden contrastarse con las observaciones experimentales discutidas en el capítulo 2.

Es importante buscar el origen de esta fuente de violación de CP a nivel del Lagrangiano presentado originariamente en (3.4), extendido al caso de tres familias. En los acoplamientos (3.35), como hemos visto, el efecto es debido a la presencia de una fase compleja en la matriz de mezcla V_{CKM} . Pero recordemos que ésta fue definida como el producto de las matrices $V_L^{u\dagger}$ por V_L^d , mientras que estas últimas, a su vez, fueron introducidas en (3.27.b) para diagonalizar las matrices de masa Γ^u y Γ^d presentes en los acoplamientos de Yukawa (3.25). Así, para que V_L^u y V_L^d puedan

ser complejas, también deben serlo $\Gamma^{u,d}$, con lo que (3.25) no resultará invariante bajo CP. De este modo, si la matriz V_{CKM} ha de ser responsable de la violación de CP, ésta debe ya estar presente en el término \mathcal{L}_{yuk} del Lagrangiano original, es decir, aun antes de considerar la ruptura espontánea de la simetría de gauge. Se dice en este caso que la simetría CP aparece rota en forma *explícita* en el modelo.

Puede verse finalmente que el término \mathcal{L}_{yuk} es el único en \mathcal{L} que puede presentar violación de CP. Sin embargo, si se consideran también las interacciones fuertes, puede existir otro mecanismo de ruptura, que da lugar al llamado “problema de CP fuerte”. Las contribuciones de esta nueva fuente aparecen fuertemente limitadas por la cota experimental para d_n , y no serán discutidas aquí. Un análisis detallado del problema puede encontrarse, por ejemplo, en ref. [5].

3.3 Orden jerárquico de las familias. Ángulos y fase en la matriz de mezcla V_{CKM}

Como ya hemos mencionado, el Modelo Standard manifiesta un excelente acuerdo con los datos experimentales. No obstante, en los últimos años han sido propuestas en la literatura numerosas teorías alternativas para la descripción del mundo microscópico, algunas de ellas de mucha mayor complejidad. Una de las principales motivaciones de los físicos para la búsqueda de nuevos esquemas que trasciendan al Standard es la presencia en este modelo de una gran cantidad de parámetros independientes.

El MS contiene tres parámetros asociados al grupo de gauge $SU(2)_L \otimes U(1)_Y$ y la ruptura espontánea de esta simetría. Como se mencionó en la Sección 3.1, una posibilidad es elegir las constantes α , G_F y M_Z . Pero además de éstos, se tiene como parámetros (provenientes del término \mathcal{L}_{yuk}) a todas las masas fermiónicas (tres leptones y seis quarks) y a la matriz V_{CKM} , que puede ser caracterizada por tres ángulos y una fase compleja. Finalmente, deben añadirse la masa del bosón de Higgs M_η , y un parámetro asociado al grupo de color $SU(3)_C$, que se suele definir Λ_{QCD} . En definitiva, se tiene un modelo mínimo con 18 parámetros independientes. El consenso general es este número puede ser reducido en el marco de una teoría más fundamental.

Existe además otra importante motivación para la presentación de teorías extendidas, y está relacionada con la presencia de marcadas jerarquías en las masas de los fermiones y los ángulos de mezcla en la matriz V_{CKM} . En efecto, los valores obtenidos para las masas de leptones y quarks son[†]

$$\begin{array}{lll}
 m_e = 0.51 \text{ MeV} & m_u \simeq 5 \text{ MeV} & m_d \simeq 8 \text{ MeV} \\
 m_\mu = 0.105 \text{ GeV} & m_c \simeq 1.4 \text{ GeV} & m_s \simeq 160 \text{ MeV} \\
 m_\tau = 1.78 \text{ GeV} & m_t \sim 150 - 200 \text{ GeV} & m_b \simeq 5 \text{ GeV}
 \end{array} \quad (3.37)$$

de donde puede verse claramente que éstas se encuentran ordenadas en forma creciente con el número de familia para cada tipo de fermión. Dado que todas las masas son parámetros completamente independientes en \mathcal{L} , no hay ningún argumento que justifique este “misterioso” ordenamiento. Al mismo tiempo, se encuentra experimentalmente para la matriz de mezcla de quarks, con un 90% de confianza [2],

$$|V_{CKM}| = \begin{pmatrix} 0.9747 - 0.9759 & 0.218 - 0.224 & 0.002 - 0.005 \\ 0.218 - 0.224 & 0.9738 - 0.9752 & 0.032 - 0.048 \\ 0.004 - 0.015 & 0.030 - 0.048 & 0.9988 - 0.9995 \end{pmatrix} \quad (3.38)$$

de modo que la mezcla entre la primera y la segunda familia no es muy pronunciada, mientras que la tercera familia permanece casi separada de las otras dos. Tampoco hay motivo aparente alguno por el cual esto debiera suceder. Resulta entonces natural intentar vincular, en el marco de algún modelo extendido, las jerarquías de masas con la pequeñez de estos ángulos de mezcla.

Respecto de los valores en (3.37), cabe señalar que no es posible referirse a “masas” para los quarks en el mismo sentido que en el caso de los leptones, mesones o bosones de gauge mencionados anteriormente. Esto se debe a la presencia de las interacciones fuertes, de carácter confinante, que no permiten que pueda observarse un quark en un estado asintóticamente libre. Las masas en (3.37), que serán las usadas de aquí en adelante, han sido estimadas teniendo en cuenta la existencia de ciertas simetrías aproximadas en el Lagrangiano de los acoplamientos fuertes [6].

[†] Las masas de los leptones pueden encontrarse en [2]. Para las masas de los quarks hemos tomado los valores estimados en [6].

En la expresión (3.38) se han considerado solamente los módulos de los elementos de la matriz. Veremos ahora con más detalle qué ocurre con la fase compleja que da origen a la violación de CP. Comencemos para ello por usar una parametrización para V_{CKM} (en adelante la llamaremos simplemente V) que ponga de manifiesto su propiedad de unitariedad. Una posible elección es la propuesta por Chau y Keung [7]:

$$V = \begin{pmatrix} c_{12}c_{13} & s_{12}c_{13} & s_{13}e^{-i\delta} \\ -s_{12}c_{23} - c_{12}s_{23}s_{13}e^{i\delta} & c_{12}c_{23} - s_{12}s_{23}s_{13}e^{i\delta} & s_{23}c_{13} \\ s_{12}s_{23} - c_{12}c_{23}s_{13}e^{i\delta} & -c_{12}s_{23} - s_{12}c_{23}s_{13}e^{i\delta} & c_{23}c_{13} \end{pmatrix} \quad (3.39)$$

con $c_{ij} \equiv \cos \theta_{ij}$, $s_{ij} \equiv \sin \theta_{ij}$. Al ángulo θ_{12} , el primero en ser observado, se lo llama “ángulo de Cabibbo” (θ_c). De (3.38) se tienen los valores

$$s_{12} = 0.221 \pm 0.003 \quad s_{23} = 0.040 \pm 0.008 \quad \frac{s_{13}}{s_{23}} = 0.08 \pm 0.02 \quad (3.40)$$

Para que el orden jerárquico se haga explícito en la parametrización, es conveniente introducir los nuevos parámetros λ , A , y σ [8], definidos a través de

$$\sin \theta_{12} = \lambda \quad \sin \theta_{23} = A\lambda^2 \quad \sin \theta_{13} = A\sigma\lambda^3 \quad (3.41)$$

El parámetro λ ($\simeq 0.22$) es simplemente el seno del ángulo de Cabibbo, en tanto que para A y σ se tiene, de acuerdo con los resultados en (3.40),

$$A = 0.82 \pm 0.19 \quad \sigma = \sqrt{\rho^2 + \eta^2} = 0.36 \pm 0.10 \quad (3.42)$$

Con esta nueva parametrización, si se define además $\rho - i\eta \equiv \sigma e^{-i\delta}$, la matriz de mezcla resulta al orden λ^3

$$V = \begin{pmatrix} 1 - \lambda^2/2 & \lambda & A\lambda^3(\rho - i\eta) \\ -\lambda & 1 - \lambda^2/2 & A\lambda^2 \\ A\lambda^3(1 - \rho - i\eta) & -A\lambda^2 & 1 \end{pmatrix} \quad (3.43)$$

Como se ve, los únicos elementos complejos son V_{ub} y V_{tb} , justamente los que están determinados en forma menos precisa según (3.38). Esto último es debido a que requieren mediciones que involucren quarks pesados de tipo b . De hecho, los elementos de la tercera fila y tercera columna de V son determinados a partir de

la medida de $|V_{cb}|$, el cociente $|V_{ub}/V_{cb}|$ y la condición de unitariedad. La fase δ , por supuesto, debe obtenerse de la observación de la violación de CP (cuya única evidencia proviene hasta el momento del sistema $K^0 - \overline{K^0}$).

Notemos a continuación que, aun en el MS con tres generaciones, CP puede permanecer conservada en algunos casos particulares. Esto es,

- si dos o más quarks de un mismo sector son degenerados en masa
- si alguno de los tres ángulos de mezcla es 0 ó $\pi/2$
- en el caso trivial $\delta = 0, \pi$

Es posible probar que las dos últimas condiciones (las referidas a la matriz V) pueden ser resumidas en una [9]. Para ello, notemos primero que por ser V unitaria, debe existir J tal que

$$\text{Im}(V_{ij}V_{ik}^*V_{lk}V_{lj}^*) = J \sum_{m,n=1}^3 \epsilon_{ilm}\epsilon_{jkn} \quad \forall i, j, k, l \quad (3.44)$$

La condición necesaria sobre V para que exista violación de CP es simplemente

$$J \neq 0 \quad (3.45)$$

y no depende de la parametrización elegida. Si se definen los ángulos θ_{ij} como en (3.39), se tiene

$$J = c_{12} c_{23} c_{13}^2 s_{12} s_{23} s_{13} \text{sen } \delta \quad (3.46)$$

que es explícitamente nula si los ángulos θ_{ij} o la fase δ toman los valores triviales mencionados más arriba. Si se usa la parametrización (3.43), en tanto, se encuentra

$$J = A^2 \lambda^6 \eta (1 + \mathcal{O}(\lambda^2)) \quad (3.47)$$

Finalmente, de los datos experimentales en (3.40) resulta

$$J = (3.5 \pm 2.4) \times 10^{-5} \text{sen } \delta \quad (3.48)$$

3.4 Predicciones del MS para ε , ε' y d_n

Veamos ahora cuáles son las predicciones teóricas del Modelo Standard para los parámetros ε , ε' y d_n , vinculados con la violación de CP, que fueron introducidos en el capítulo anterior [10].

Comencemos por ε y ε' , relacionados con los decaimientos de los mesones K. Teniendo en cuenta las expresiones (2.24) y (2.25), vemos que es necesario llevar a cabo el cálculo en el ámbito del MS de las amplitudes M_{12} , A_0 y A_2 .

La contribución de más bajo orden para M_{12} viene dada por los diagramas de tipo “caja” representados en la figura 3.1. Estos diagramas dan origen a una interacción efectiva $\Delta S = 2$, siendo S el número cuántico de extrañeza, asociado al quark s . Se tiene [11]

$$\begin{aligned} \mathcal{H}_{\Delta S=2} = & 2 \left(\frac{-ig}{\sqrt{2}} \right)^4 \sum_{i,j=u,c,t} C_i C_j \int \frac{d^4 p}{(2\pi)^4} \left(\frac{-i}{p^2 - M_W^2} \right)^2 \\ & \times \left(\bar{d}_L \gamma^\mu \frac{i}{\not{p} - m_i} \gamma^\nu s_L \right) \left(\bar{d}_L \gamma_\nu \frac{i}{\not{p} - m_j} \gamma_\mu s_L \right) \end{aligned} \quad (3.49)$$

donde $C_i \equiv V_{id}^* V_{is}$. Si se consideran para los bosones W los propagadores efectivos i/M_W^2 , la integral en (3.49) resulta en principio cuadráticamente divergente. Sin embargo, en el límite ultravioleta, las masas m_i y m_j pueden despreciarse, y la condición de unitariedad de V

$$\sum_i C_i = \sum_i V_{id}^* V_{is} = 0 \quad (3.50)$$

produce una cancelación conocida como “mecanismo de GIM” [12], que asegura la convergencia. Se encuentra finalmente el Hamiltoniano efectivo

$$\mathcal{H}_{\Delta S=2} = A_{box} (\bar{d} \gamma^\mu (1 - \gamma_5) s) (\bar{d} \gamma_\mu (1 - \gamma_5) s) \quad (3.51)$$

con [13]

$$A_{box} = \frac{G_F^2}{16\pi^2} \left[C_c^2 m_c^2 \eta_1 + C_t^2 m_t^2 f_2(y_t) \eta_2 + 2C_c C_t m_c^2 \left(\ln \left(\frac{m_t^2}{m_c^2} \right) + f_3(y_t) \right) \eta_3 \right] \quad (3.52)$$

En esta expresión, las funciones f_2 y f_3 , cuyo argumento es el cociente $y_t \equiv m_t^2/M_W^2$,

vienen dadas por

$$f_2(x) = 1 - \frac{3x(1+x)}{4(1-x)^2} \left[1 + \frac{2x}{1-x^2} \ln x \right]$$

$$f_3(x) = -\frac{3x}{4(1-x)} \left[1 + \frac{x}{1-x} \ln x \right]$$

Además, en (3.52) se han introducido los coeficientes η_i , debidos a la presencia de correcciones de QCD (interacciones fuertes) sobre los diagramas caja. Sus valores han sido estimados por Gilman y Wise [14], resultando

$$\eta_1 \simeq 0.7 \qquad \eta_2 \simeq 0.6 \qquad \eta_3 \simeq 0.4 \qquad (3.53)$$

Para evaluar la contribución a ε debe ahora calcularse el elemento de matriz M_{12} entre los estados $|K^0\rangle$ y $|\overline{K^0}\rangle$. Para ello, veamos que

$$\begin{aligned} \langle K^0 | \bar{d}\gamma^\mu(1-\gamma_5)s \bar{d}\gamma^\mu(1-\gamma_5)s | \overline{K^0} \rangle &= \\ &= \frac{8}{3} B_K \langle K^0 | \bar{d}\gamma^\mu(1-\gamma_5)s | 0 \rangle \langle 0 | \bar{d}\gamma^\mu(1-\gamma_5)s | \overline{K^0} \rangle = \frac{8}{3} f_K^2 M_K^2 B_K \end{aligned} \qquad (3.54)$$

donde $f_K \simeq 0.16$ GeV es la constante de decaimiento del kaón, y el error cometido al usar la aproximación de inserción del vacío está contenido en el parámetro B_K . Finalmente, incluyendo el factor de normalización $2M_K$, se tiene

$$M_{12} = \frac{\langle K^0 | \mathcal{H}_{\Delta S=2} | \overline{K^0} \rangle}{2M_K} = \frac{4}{3} f_K^2 M_K B_K A_{box} \qquad (3.55)$$

Las partes real e imaginaria de M_{12} aportarán, respectivamente, a ΔM_K y ε . Para la parte real, del análisis numérico de (3.52) se ve fácilmente que el segundo y tercer término en A_{box} pueden despreciarse frente al primero, obteniéndose

$$\Delta M_K = 2 \operatorname{Re} M_{12} \simeq \frac{G_F^2}{6\pi^2} \sin^2 \theta_c \cos^2 \theta_c m_c^2 \eta_1 f_K^2 M_K \frac{B_K}{(1-D)} \qquad (3.56)$$

Aquí se ha introducido un nuevo parámetro D , que tiene en cuenta la contribución relativa para ΔM_K debida a las interacciones fuertes a largas distancias [15] (los η_i sólo dan cuenta de las correcciones tratadas en forma perturbativa). La estimación teórica tanto de D como de B_K es muy complicada, y consecuentemente los errores cometidos pueden ser relativamente grandes. Conviene entonces considerar los valores

encontrados usando diversos modelos y métodos de aproximación, que se resumen en los rangos

$$0 \leq D \leq 0.5 \qquad \frac{1}{3} \leq B_K \leq 1 \qquad (3.57)$$

de donde se tiene finalmente

$$7.5 \times 10^{-16} \text{ GeV} \leq \Delta M_K \leq 4.5 \times 10^{-15} \text{ GeV} \qquad (3.58)$$

que es compatible con el resultado experimental $\Delta M_K \simeq 3.52 \times 10^{-15} \text{ GeV}$ [2].

Para la contribución a ε , proporcional a $\text{Im}M_{12}$, ya no es posible aproximar considerando sólo el primer término en A_{box} . Además, si se usa la parametrización (3.43), puede verse que es necesario incluir la parte imaginaria del elemento V_{cd} , de orden λ^5 . El resultado obtenido es

$$\begin{aligned} \text{Im}M_{12} \simeq \frac{G_F^2}{6\pi^2} f_K^2 M_K B_K J \left[-m_c^2 \eta_1 + \right. \\ \left. + A^2 \lambda^4 (1 - \sigma \cos \delta) m_t^2 f_2(y_t) \eta_2 + m_c^2 \left(\ln \left(\frac{m_t^2}{m_c^2} \right) + f_3(y_t) \right) \eta_3 \right] \end{aligned} \qquad (3.59)$$

(recordemos que $J = A^2 \lambda^6 \sigma \sin \delta$ debe ser distinto de cero si existe violación de CP). En esta (3.59) ha sido necesario tener en cuenta un término proporcional a λ^4 , debido a que este factor aparece acompañado por la masa al cuadrado del quark pesado t . En cuanto a las contribuciones de largas distancias, éstas resultan en este caso del orden del 5% [15], y no han sido consideradas aquí.

Volviendo a la expresión (2.24), veamos ahora que es razonable suponer que la contribución a ε proveniente de la fase ξ_0 es despreciable frente a la de $\text{Im}M_{12}$. Esto se ve justificado, exceptuando una cancelación inesperada entre las fases ξ_0 y ξ_2 , por el hecho de que ε' se encuentra suprimido respecto de ε en al menos tres órdenes de magnitud. Usando el resultado experimental (2.27), se tiene entonces

$$|\varepsilon| \simeq \frac{|\text{Im}M_{12}|}{\sqrt{2} \Delta M_K} \simeq 2.27 \times 10^{-3} \qquad (3.60)$$

con lo que, usando (3.59), podría en principio despejarse el valor de la fase δ .

En la estimación numérica de $\text{Im}M_{12}$ se encuentra la dificultad de que, como hemos visto, las incertezas en los valores de A , σ y B_K son relativamente grandes. Además,

la expresión (3.59) resulta fuertemente dependiente del valor de m_t , que tampoco es conocido con suficiente exactitud. Tomando m_t entre 150 y 200 GeV, y teniendo en cuenta los datos experimentales (3.40), se encuentra finalmente que la condición (3.60) conduce a[†]

$$12^\circ \leq \delta \leq 173^\circ \quad (3.61)$$

Aquí es interesante observar que el hecho de que el parámetro ε tenga un valor del orden de 10^{-3} no requiere la presencia de una fase arbitrariamente pequeña en la matriz de mezcla V . En efecto, como se ve de (3.56) y (3.59), la supresión de $\text{Im}M_{12}$ respecto de $\text{Re}M_{12}$ es debida principalmente al factor $A^2\lambda^6\sigma$, que aparece contenido en J . De este modo, serían los ángulos en la matriz de mezcla V los responsables de que los efectos de violación de CP en la naturaleza resulten difíciles de observar. Como se ve, el Modelo Standard resulta compatible con todos los resultados experimentales mencionados, presentando además un comportamiento fenomenológicamente muy atractivo desde el punto de vista teórico.

Pasemos ahora a la predicción del MS para ε' , que requiere el cálculo de las amplitudes A_0 y A_2 definidas en (2.17). El problema es bastante más complicado que en el caso de ε , debido a que ahora resulta inevitable tener en cuenta la presencia de las interacciones fuertes [16]. Un análisis completo requiere el uso de las ecuaciones del grupo de renormalización, debiéndose calcular los llamados coeficientes de Wilson para los operadores capaces de contribuir a las amplitudes mencionadas. Aquí nos ocuparemos solamente de presentar resultados estimativos, obtenidos de la consideración de los principales diagramas intervinientes. Los cálculos detallados pueden encontrarse en [17].

En primer lugar, es fácil ver que los diagramas a orden árbol no dan contribución alguna a las partes imaginarias de las amplitudes A_0 y A_2 . Esto es debido a que sólo involucran dos de las tres familias de quarks, de modo que cualquier fase compleja puede ser removida. La contribución principal viene dada en su lugar por el diagrama denominado “pingüino” de la figura 3.2(a). Éste contiene un propagador de *gluon*, mediador de las interacciones fuertes, y una línea interna de quark que puede ser un

[†]Estas cotas resultan ligeramente modificadas cuando se incluyen también datos experimentales sobre el sistema $B^0 - \bar{B}^0$.

u , un c o un t . Al igual que para M_{12} , la presencia de las tres familias permite que el resultado final no sea invariante bajo CP.

La interacción efectiva debida al diagrama pingüino viene dada por

$$\begin{aligned} \mathcal{H}_{\Delta S=1}^{(pg)} &= i \frac{G_F g_s^2}{\sqrt{2} 4} \bar{s} \gamma^\mu (1 - \gamma_5) \lambda^a d \left(\sum_q \bar{q} \lambda^a \gamma^\nu q \right) \\ &\times \sum_{i=u,c,t} C_i \frac{1}{k^2} \int \frac{d^4 p}{(2\pi)^4} \text{Tr} \left[\frac{i}{\not{p} - m_q} \gamma_\nu \frac{i}{\not{p} + \not{k} - m_q} \gamma_\mu (1 - \gamma_5) \right] \end{aligned} \quad (3.62)$$

donde las λ^a son las matrices de Gell-Mann (generadores del grupo $SU(3)_C$), g_s es la constante de acoplamiento fuerte y k es el impulso llevado por el gluon. Teniendo en cuenta la simetría de gauge de color, puede verse que la contribución a ε' proviene solamente de la parte proporcional a k^2 , de modo que la divergencia de la integral en (3.62) resulta de tipo logarítmico. Además, el factor k^2 se cancela con el $1/k^2$ debido al propagador del gluon, y no aparece en el operador efectivo. Por último, para calcular la integral puede introducirse una escala Λ de corte, mucho mayor que las masas de los quarks. El Hamiltoniano efectivo así obtenido es

$$\mathcal{H}_{\Delta S=1}^{(pg)} = A_{pg} \bar{s} \gamma^\mu (1 - \gamma_5) \lambda^a d \sum_q (\bar{q} \lambda^a \gamma_\mu q) \quad (3.63)$$

donde

$$A_{pg} = -\frac{G_F \alpha_s}{\sqrt{2} 12\pi} \sum_{i=u,c,t} C_i \ln \left(\frac{\Lambda^2}{m_i^2} \right) \quad (3.64)$$

siendo $\alpha_s = g_s^2/(4\pi)$. La condición de unitariedad de V (3.50) permite eliminar la escala de corte Λ , resultando

$$\sum_i C_i \ln \left(\frac{\Lambda^2}{m_i^2} \right) = C_u \ln \left(\frac{m_c^2}{m_u^2} \right) + C_t \ln \left(\frac{m_c^2}{m_t^2} \right) \quad (3.65)$$

y como $C_u = V_{ud}^* V_{us}$ es real, solamente el término proporcional a C_t contribuirá a ε' . Puede verse además que el operador efectivo en (3.63) lleva isospín $I = 1/2$, de modo que el diagrama contribuye a A_0 pero no a A_2 . El elemento de matriz relevante para el cálculo de ε' resulta finalmente

$$\text{Im} A_0 = \text{Im} A_{pg} \langle 2\pi (I=0) | \bar{s} \gamma^\mu (1 - \gamma_5) \lambda^a d \sum_q (\bar{q} \lambda^a \gamma_\mu q) | K^0 \rangle (1 - \Omega_0) \quad (3.66)$$

con

$$\text{Im}A_{pg} = \frac{G_F}{\sqrt{2}} \frac{\alpha_s}{12\pi} \ln\left(\frac{m_t^2}{m_c^2}\right) \frac{J}{\lambda} \quad (3.67)$$

y donde la contribución de otros posibles operadores ha sido absorbida en el parámetro Ω_0 . Como se ve fácilmente, nuevamente la presencia de J es responsable de que los efectos de violación de CP sean pequeños, en este caso debido a la supresión de $\text{Im}A_0$ respecto de $\text{Re}A_0$. Es lícito entonces aproximar $\text{Re}A_0$ por $|A_0|$, cuyo valor ha sido medido experimentalmente y resulta aproximadamente igual a 3.3×10^{-7} GeV [2].

Es necesario aclarar que la expresión (3.67) no es del todo correcta. La razón es que la escala de corte para la integral en (3.62) no debería ser superior a la masa del bosón W , cuyo propagador fue aproximado por una interacción puntual. Pero si $\Lambda \sim M_W$, entonces ya no es cierto que $m_t \ll \Lambda$, como se ha supuesto en la deducción de (3.64). El cálculo completo lleva a una expresión bastante más complicada para A_{pg} , aunque numéricamente su valor no se ve modificado en forma significativa [18].

Resta todavía calcular el elemento de matriz en (3.66). Para obtener un valor estimativo es posible usar la aproximación de inserción del vacío, que conduce a

$$\langle 2\pi (I=0) | \bar{s}\gamma^\mu (1 - \gamma_5)\lambda^a d \sum_q (\bar{q}\lambda^a \gamma_\mu q) | K^0 \rangle \approx \sqrt{\frac{3}{2}} \frac{16}{9} \frac{M_\pi^2 M_K^2 f_\pi}{(m_u + m_d)m_s} \left(1 - \frac{f_K}{f_\pi}\right) \quad (3.68)$$

donde $f_\pi \simeq 0.13$ GeV es la constante de decaimiento del pion. De la evaluación numérica de (3.68), tomando α_s a la escala de 1 GeV² típica del proceso, y el valor experimental para A_0 , se tiene

$$|\xi_0| = \left| \frac{\text{Im}A_0}{\text{Re}A_0} \right| \approx \sigma A^2 |\text{sen } \delta| (1 - \Omega_0) \times 10^{-11} \quad (3.69)$$

Recordando la expresión (2.25), la predicción del MS para el cociente $|\epsilon'/\epsilon|$ resulta entonces

$$\left| \frac{\epsilon'}{\epsilon} \right| \approx 2(1 - \bar{\Omega}) \sigma A^2 |\text{sen } \delta| \times 10^{-3} \quad (3.70)$$

donde se ha definido $\bar{\Omega} \equiv \Omega_0 + \Omega_2$, siendo $\Omega_2 = 22 \text{Im}A_2/\text{Im}A_0$ la contribución a ϵ' debida a los procesos $\Delta I = 3/2$. Como se ha mencionado, el diagrama de la figura 3.2(a) sólo aporta a las amplitudes con $\Delta I = 1/2$, de modo que hasta aquí resulta $\Omega_2 = 0$. Sin embargo, existen otros diagramas que pueden ser considerados, como el

“pingüino electromagnético” de la figura 3.2(b) [17, 19]. Éste se encuentra suprimido por la constante de acoplamiento $\alpha = 1/137 \ll \alpha_s$, pero el efecto se ve compensado en parte por el factor 22 presente en Ω_2 .

Como es posible imaginar, tanto el cálculo de Ω_2 como de Ω_0 representan problemas no triviales, los que, sumados a las incertezas en la determinación experimental de σ , A y δ , provocan que la predicción para $|\epsilon'/\epsilon|$ pueda caer dentro de un rango relativamente amplio. En particular, el Modelo Standard podría ser capaz de reproducir tanto el valor del orden de 10^{-3} obtenido por el experimento NA31 como un valor “superdébil” compatible con E731 (ver (2.29)). No obstante, es importante tener en cuenta que si se toman los valores centrales de A y σ , el resultado estimativo $\bar{\Omega} \simeq 0.5$, y una fase tal que sea $\sin \delta \sim 1$, entonces se tiene $|\epsilon'/\epsilon| \sim 2 \times 10^{-4}$, resultado que sólo concuerda con las cotas obtenidas en E731.

Veamos por último qué sucede en el Modelo Standard con d_n , el momento dipolar eléctrico del neutrón. En primer lugar, tengamos en cuenta la contribución debida a los momentos dipolares de los quarks de valencia u y d . Considerando la simetría aproximada $SU(3)_f$ de sabor en los acoplamientos fuertes, puede verse que el MDE del neutrón viene dado por [20]

$$d_n = \frac{1}{3}(4d_d - d_u) \quad (3.71)$$

donde d_u y d_d son los MDE de los quarks u y d respectivamente. Para estimar los valores de estos últimos en el MS, consideremos el diagrama de un loop de la figura 3.3, donde debe conectarse una línea externa de fotón de todas las formas posibles. Los diagramas involucran las tres familias a través del propagador fermiónico interno, y por ello podrían en principio dar lugar a la contribución al MDE de más bajo orden. Sin embargo, es fácil ver que su aporte es nulo: esto se debe a que las fases complejas (provenientes de la matriz V) que aparecen en ambos vértices se cancelan mutuamente. Para evitar la cancelación es necesario ir a dos loops, como se muestra en los ejemplos de la figura 3.4. Pero en este caso, si bien la contribución de cada diagrama es distinta de cero, es posible demostrar que la suma total vuelve a anularse [21]. Deberíamos entonces avanzar hasta tres loops para obtener la contribución de

menor orden. No obstante, según fue señalado por Shabalin [22], antes de pasar a un orden tan alto en G_F deben tenerse en cuenta las correcciones radiativas por QCD sobre los diagramas considerados anteriormente. De acuerdo con sus resultados, estas correcciones serían capaces de evitar la cancelación en el caso de dos loops, conduciendo al valor

$$d_n \sim e m_q \frac{G_F \alpha_s}{\pi^4} \frac{J}{\lambda} \frac{m_i^2 m_s^2}{M_W^2} \sim 10^{-33} e \text{ cm} \quad (3.72)$$

Además de la contribución de los MDE de los quarks de valencia, han sido sugeridos en la literatura otros posibles mecanismos que aporten a d_n . Un ejemplo son los diagramas que contienen “pingüinos”, como el que se ve en la figura 3.5, que contiene un quark intermedio s [23], o los loops como el de la figura 3.6, que deben estimarse usando Lagrangianos efectivos para las interacciones débiles y fuertes entre los estados hadrónicos [24]. En todos los casos, la estimación para d_n en el marco del MS está dentro del rango

$$10^{-34} e \text{ cm} \leq d_n \leq 10^{-30} e \text{ cm} \quad (3.73)$$

Como se discutió en el capítulo anterior, los datos experimentales actuales para el valor de d_n arrojan un resultado de $\simeq 2.6 \times 10^{-26} e \text{ cm}$. Sin embargo (ver (2.32)), el error es tal que la medida es perfectamente compatible con cero, pudiendo solamente establecerse con alto porcentaje de confiabilidad una cota superior de $\sim 10^{-25} e \text{ cm}$. De este modo, los resultados concuerdan por el momento con las predicciones en (3.72) y (3.73). Si éstas predicciones fueran correctas, se requeriría un aumento significativo de la precisión experimental para obtener algún resultado no compatible con cero para d_n . Pero podría ocurrir también que se confirmase que el valor de d_n es efectivamente del orden de 10^{-26} , con lo que, de acuerdo con (3.72) y (3.73), el Modelo Standard se mínimo se vería en serias dificultades. Como veremos, este problema puede ser resuelto a través de la inclusión, por ejemplo, de un sector de Higgs extendido.

Bibliografía

- [1] Una descripción general del Modelo Standard puede hallarse, por ejemplo, en C. Quigg, *Gauge Theories of the Strong, Weak, and Electromagnetic Interactions*, Frontiers in Physics, ed. D. Pines (The Benjamin/Cummings, USA, 1983), pág. 1.
- [2] Review of Particle Properties, *Phys. Rev.* **D50** (1994) 1173.
- [3] N. Cabibbo, *Phys. Rev. Lett.* **10** (1963) 531.
- [4] M. Kobayashi y T. Maskawa, *Prog. Theor. Phys.* **49** (1973) 652.
- [5] R. D. Peccei, en *CP Violation*, ed. C. Jarlskog (World Scientific, Singapur, 1989), pág. 503.
- [6] J. Gasser y H. Leutwyler, *Phys. Rep.* **87** (1982) 77.
- [7] L. -L. Chau y W. -Y. Keung, *Phys. Rev. Lett.* **53** (1984) 1802.
- [8] L. Wolfenstein, *Phys. Rev. Lett.* **51** (1983) 1945.
- [9] C. Jarlskog, *Phys. Rev. Lett.* **55** (1985) 1039.
- [10] Ver, por ejemplo, R. D. Peccei, *UCLA preprint UCLA/93/TEP/50* (1993).
- [11] M. K. Gaillard y B. W. Lee, *Phys. Rev.* **D10** (1974) 897.
- [12] S. L. Glashow, J. I. Iliopoulos y L. Maiani, *Phys. Rev.* **D2** (1970) 1285.
- [13] T. Inami y C. S. Lim, *Prog. Theor. Phys.* **65** (1981) 297.
- [14] F. J. Gilman y M. B. Wise, *Phys. Rev.* **D27** (1983) 1128.

- [15] J. F. Donoghue, E. Golowich y B. Holstein, *Phys. Rep.* **131** (1986) 319.
- [16] M. Shifman, A. Vainshtein y V. Zakharov, *Nucl. Phys.* **B120** (1977) 316; F. J. Gilman y M. B. Wise, *Phys. Lett.* **83B** (1979) 83.
- [17] G. Buchalla, A. J. Buras y M. K. Harlander, *Nucl. Phys.* **B337** (1990) 313.
- [18] F. J. Gilman y M. B. Wise, *Phys. Rev.* **D20** (1979) 2392; B. Guberina y R. D. Peccei, *Nucl. Phys.* **B163** (1980) 289.
- [19] J. M. Flynn y L. Randall, *Phys. Lett.* **224B** (1989) 221, Erratum **253B** (1990) 412.
- [20] F. Halzen y D. Martin, *Quarks and Leptons*, ed. John Wiley & Sons (Nueva York, 1984), pág. 55.
- [21] E. P. Shabalin, *Sov. J. Nucl. Phys.* **28** (1978) 75.
- [22] E. P. Shabalin, *Sov. J. Nucl. Phys.* **31** (1980) 864.
- [23] M. B. Gavela *et al.*, *Phys. Lett.* **109B** (1982) 215.
- [24] X. -G. He, B. McKellar y S. Pakvasa, *Int. J. Mod. Phys.* **A4** (1989) 5011; I. B. Khriplovich y A. Zhitnitsky, *Phys. Lett.* **109B** (1982) 490.

FIGURAS - CAPÍTULO 3

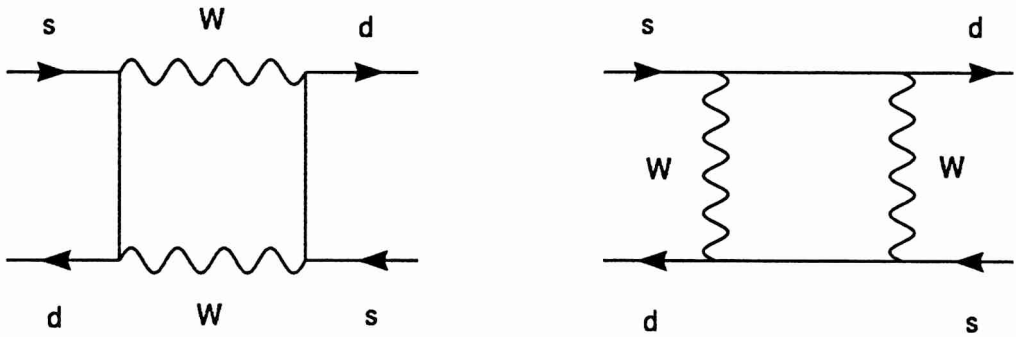


Fig. 3.1: diagramas de tipo “caja” presentes en el Modelo Standard. En ambos casos, las líneas internas de fermión corresponden a quarks u , c o t .

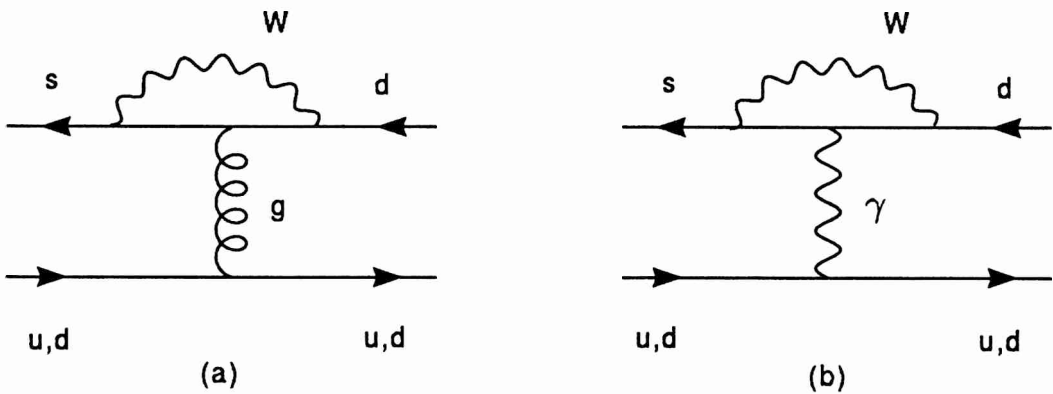


Fig. 3.2: diagramas con cambio de extrañeza $\Delta S = 1$, de tipo (a) pingüino gluónico, y (b) pingüino electromagnético.

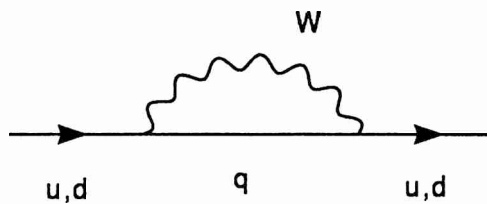


Fig. 3.3: diagrama de autoenergía para quarks de tipo u y d . Conectando una línea externa de fotón se obtienen posibles contribuciones para los respectivos momentos dipolares eléctricos.

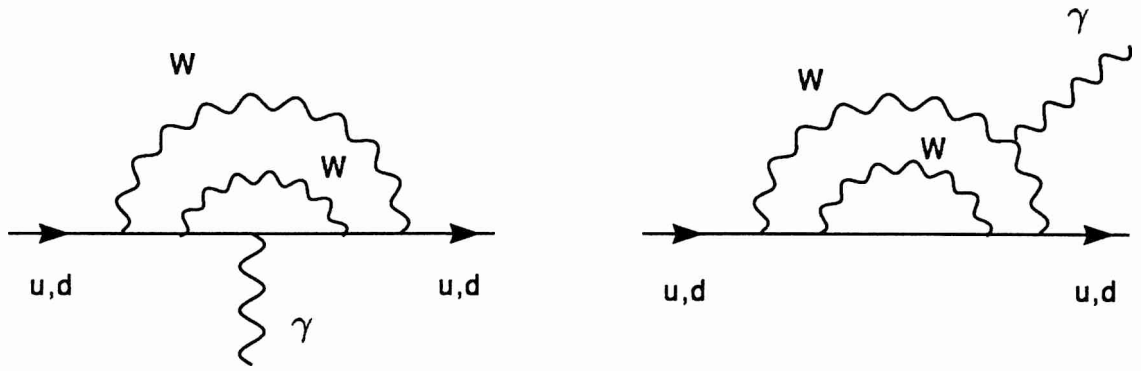


Fig. 3.4: posibles contribuciones de dos loops para el momento dipolar eléctrico de los quarks u y d en el Modelo Standard.

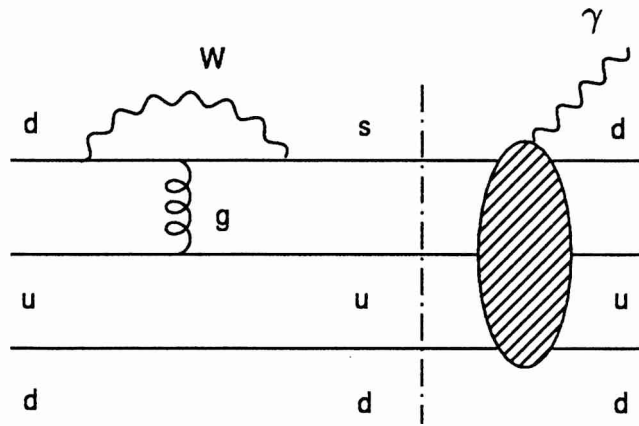


Fig. 3.5: contribución al MDE del neutrón dada por un diagrama de tipo "pingüino" seguido de un proceso electrodébil.

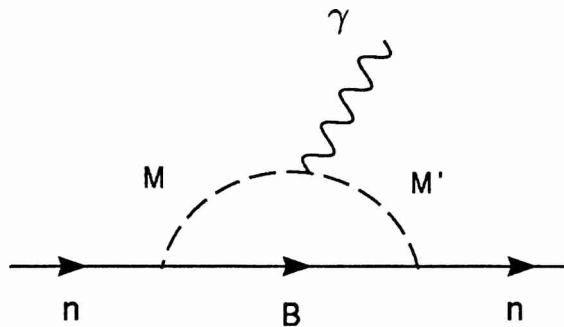


Fig. 3.6: diagrama efectivo con un loop que involucra propagadores hadrónicos. El barión B puede ser un protón o un Σ^- , en tanto que M y M' pueden ser mesones π^+ o K^+ .

Capítulo 4

Mínima extensión del MS. Caso de dos y tres dobletes de Higgs

Como se indicó en el capítulo anterior, existen fuertes razones para pensar que el Modelo Standard es en realidad una teoría efectiva para explicar interacciones de un nivel más fundamental. En este capítulo analizaremos la posibilidad de extender este modelo, incluyendo nuevos dobletes de campos escalares. En particular, consideraremos las consecuencias que esto puede traer aparejado en relación con la violación de CP.

4.1 Corrientes neutras y violación espontánea de CP en modelos con dos dobletes

Hemos visto que la violación de CP puede ser incluida en el marco del Modelo Standard con tres generaciones a través de la presencia de una fase δ en la matriz de mezcla de quarks. Como hemos señalado oportunamente, en este caso la simetría CP no es conservada por los acoplamientos de Yukawa a nivel del Lagrangiano original de la teoría, y se dice por ello que la violación es explícita.

Veremos ahora que si se consideran extensiones del MS, pueden también tener

lugar mecanismos alternativos de violación de CP. Al respecto, una atractiva posibilidad, señalada originalmente por T. D. Lee en 1973 [1], consiste en suponer que la simetría CP, conservada en el Lagrangiano original, resulta rota espontáneamente en forma simultánea con la simetría $SU(2)_L \otimes U(1)_Y$ electrodébil. La extensión más simple posible del MS capaz de producir este mecanismo es la que incluye un segundo doblete de escalares, de modo tal que existan en general dos valores de expectación de vacío distintos de cero. La fase relativa entre estos dos VEVs (complejos) es precisamente la responsable de la violación de CP en el Lagrangiano final de la teoría. A diferencia del MS, el efecto es originado en este caso por el potencial de Higgs, resultando trasladado a los acoplamientos de Yukawa sólo después de considerar la ruptura espontánea de la simetría de gauge.

Examinemos qué consecuencias trae consigo la inclusión de este segundo doblete de escalares. En primer lugar, el potencial escalar será ahora una función $V(\Phi^{(1)}, \Phi^{(2)})$, invariante de gauge, y minimizada para los VEVs

$$\begin{aligned} \langle \Phi^{(1)} \rangle &= \left\langle \begin{pmatrix} \phi^{(1)+} \\ \phi^{(1)0} \end{pmatrix} \right\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 0 \\ v_1 \end{pmatrix} \\ \langle \Phi^{(2)} \rangle &= \left\langle \begin{pmatrix} \phi^{(2)+} \\ \phi^{(2)0} \end{pmatrix} \right\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 0 \\ v_2 e^{i\alpha} \end{pmatrix} \end{aligned}$$

donde la fase correspondiente a $\langle \phi^{(1)0} \rangle$ ha sido removida usando la simetría de gauge. Se ha requerido además que se satisfaga $\langle \phi^{(1)+} \rangle = \langle \phi^{(2)+} \rangle = 0$, de modo que la simetría $U(1)_{em}$ se mantenga conservada en forma exacta (esto puede conseguirse en general para un amplio rango de valores de los parámetros del potencial escalar). Los acoplamientos de Yukawa (3.25), en tanto, se verán extendidos a

$$\mathcal{L}_{yuk} = - \sum_{k=1}^2 \sum_{i,j=1}^3 \left[\Gamma_{ij}^{(k)d} (\bar{L}_{qi} \Phi^{(k)}) d_{jR} + \Gamma_{ij}^{(k)u} (\bar{L}_{qi} \tilde{\Phi}^{(k)}) u_{jR} \right] + \text{h. c.} \quad (4.1)$$

donde las matrices $\Gamma^{(k)f}$ deben ser reales, puesto que se ha supuesto que CP es conservada a este nivel. En la expresión (4.1) ha sido considerado solamente el sector de quarks, en el que centraremos nuestra atención de aquí en adelante.

Es conveniente ahora llevar a cabo un cambio de base para los dobletes escalares,

definiendo

$$\Phi_W = \cos \theta \Phi^{(1)} + \sin \theta e^{-i\alpha} \Phi^{(2)} \quad \Phi_H = -\sin \theta e^{i\alpha} \Phi^{(1)} + \cos \theta \Phi^{(2)} \quad (4.2)$$

con $\tan \theta = v_1/v_2$. En esta nueva base, resultan $\langle \phi_W^0 \rangle = \sqrt{v_1^2 + v_2^2} \equiv v$ y $\langle \phi_H^0 \rangle = 0$. Puede mostrarse además [2] que ϕ_H^+ y ϕ_H^- representan los escalares cargados físicos, en tanto que $\text{Im}\phi_W^0$, ϕ_W^+ y ϕ_W^- son los bosones de Goldstone a ser removidos en el gauge unitario. Los restantes Higgs físicos serán las combinaciones lineales de $\text{Re}\phi_H^0$, $\text{Im}\phi_H^0$ y $\text{Re}\phi_W^0$ resultantes de la diagonalización de la matriz de masa para los escalares (el campo $\text{Re}\phi_W^0$ debe redefinirse sustrayéndole el valor de expectación de vacío v). En términos de estos campos, los acoplamientos de Yukawa para el sector de quarks tienen la forma

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_{yuk} = & -\frac{(v + \text{Re}\phi_W^0)}{\sqrt{2}} [\bar{U}'_L (\Gamma^{(1)u} \cos \theta + \Gamma^{(2)u} \sin \theta e^{-i\alpha}) U'_R \\ & + \bar{D}'_L (\Gamma^{(1)d} \cos \theta + \Gamma^{(2)d} \sin \theta e^{i\alpha}) D'_R] \\ & -\frac{(\text{Re}\phi_H^0 + i \text{Im}\phi_H^0)}{\sqrt{2}} [\bar{U}'_L (-\Gamma^{(1)u} \sin \theta e^{i\alpha} + \Gamma^{(2)u} \cos \theta) U'_R \\ & + \bar{D}'_L (-\Gamma^{(1)d} \sin \theta e^{-i\alpha} + \Gamma^{(2)d} \cos \theta) D'_R] + \text{h. c.} \\ & + (\text{términos con Higgs cargados}) \end{aligned} \quad (4.3)$$

Es conveniente pasar ahora a la base de autoestados de masa de los quarks. Para ello introduciremos transformaciones unitarias $V_{L,R}^u$ y $V_{L,R}^d$, similares a las consideradas en (3.27.b) para el MS mínimo, tales que verifiquen

$$\begin{aligned} \frac{v}{\sqrt{2}} V_L^{u\dagger} (\Gamma^{(1)u} \cos \theta + \Gamma^{(2)u} \sin \theta e^{-i\alpha}) V_R^u &= M^u \\ \frac{v}{\sqrt{2}} V_L^{d\dagger} (\Gamma^{(1)d} \cos \theta + \Gamma^{(2)d} \sin \theta e^{i\alpha}) V_R^d &= M^d \end{aligned} \quad (4.4)$$

Una vez llevadas a cabo estas transformaciones, de la forma de los acoplamientos (4.3) es inmediato observar que las interacciones mediadas por el campo $\text{Re}\phi_W^0$ resultan automáticamente diagonales en sabor. Este escalar desempeñará en el modelo un papel equivalente al del bosón de Higgs η del MS mínimo. Sin embargo, en los acoplamientos de los fermiones con ϕ_H^0 , las combinaciones lineales de las $\Gamma^{(k)}$ no resultarán en general diagonalizadas ante este mismo cambio de base. Como consecuencia, los

modelos con dos dobletes presentarán en general corrientes neutras con cambio de sabor (CNCS).

En general, la existencia de CNCS en modelos extendidos trae consigo severas restricciones. En el caso de dos dobletes que estamos analizando, la razón principal es que los escalares $\text{Re}\phi_H^0$ y $\text{Im}\phi_H^0$ sirven como mediadores de procesos $\Delta S = 2$ (ver figura 4.1), de modo que el modelo contiene una contribución a nivel árbol para M_{12} . Pero según se indicó en el capítulo 2, la parte real de M_{12} resulta fuertemente acotada por el valor experimental para ΔM_K , de sólo unos 3.5×10^{-15} GeV. Como veremos de inmediato, para evitar este problema han sido propuestos diversos mecanismos capaces de suprimir las CNCS en estos esquemas.

4.2 Modelo de Weinberg con tres dobletes

Una posibilidad, tal vez la más elegante, de evitar la presencia de CNCS, es exigir que las corrientes neutras conserven los sabores en forma “natural”, esto es, para cualquier valor de los parámetros de la teoría. Las condiciones generales que deben satisfacer los acoplamientos para que esto sea posible han sido analizadas en la ref. [3]. En lo que respecta al sector de Higgs, puede verse que, si ha de usarse el mecanismo de ruptura espontánea para generar las masas, es necesario que todos los quarks de una dada carga reciban masa de parte de un mismo Higgs. Esta condición, obviamente, no es satisfecha por los acoplamientos (4.1), escritos de la forma más general posible para el MS con tres familias extendido a dos dobletes. Sin embargo, es posible obtener la conservación “natural” de sabor si se introducen sobre este modelo simetrías discretas adicionales. Esto fue propuesto por Weinberg en 1976 [4] para el caso de dos generaciones de quarks. Su modelo incluye un número arbitrario de dobletes de escalares, de los cuales sólo dos se acoplan con los fermiones. La conservación de sabor se logra mediante una simetría Z_2 , exacta, que puede elegirse

$$\Phi^{(1)} \rightarrow -\Phi^{(1)}, \quad u_{iR} \rightarrow -u_{iR} \quad (4.5)$$

con los restantes campos invariantes. Como es fácil observar, la presencia de esta simetría provoca que los quarks de tipo u se acoplen sólo con el doblete $\Phi^{(1)}$, en tanto

que los de tipo d pueden hacerlo sólo con el $\Phi^{(2)}$. Esto, en los acoplamientos (4.3), equivale a imponer $\Gamma^{(2)u} = \Gamma^{(1)d} = 0$, con lo que el modelo no contiene CNCS a nivel árbol. Además, la simetría impide que éstas se generen por correcciones radiativas.

La ruptura de CP en este esquema presenta características particulares. Tal como fue mostrado por Branco [5], una vez introducida la simetría discreta (4.5) el modelo de dos dobletes ya no presenta violación espontánea de CP. Esto se debe a que la simetría ha prohibido algunos términos en $V(\Phi^{(1)}, \Phi^{(2)})$ –por ejemplo, el proporcional a $(\Phi^{(2)\dagger}\Phi^{(1)})(\Phi^{(1)\dagger}\Phi^{(1)})$ –, y con ello los valores permitidos para la fase α son sólo los múltiplos enteros de $\pi/2$, resultando CP conservada. Una forma de recuperar el mecanismo de violación espontánea es a través de la inclusión de un tercer doblete de Higgs $\Phi^{(3)}$ [5, 6]. Para mantener al mismo tiempo la conservación de sabor, este nuevo doblete puede ser introducido de modo tal que no se acople con los fermiones. Esto se consigue fácilmente agregando una simetría de reflexión (además de la (4.5)), ante la cual se tiene $\Phi^{(3)} \rightarrow -\Phi^{(3)}$, mientras que todos los demás campos permanecen invariantes. Una vez incluido el tercer doblete, es fácil comprobar que la fase α puede tomar valores no triviales para un cierto rango de los parámetros del potencial.

Volviendo a los acoplamientos de Yukawa para los quarks, se tiene para el modelo de Weinberg con tres dobletes

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_{yuk} = & -\bar{U}'_L \Gamma^{(1)u} U'_R \left(\frac{v_1}{\sqrt{2}} + (\phi^{(1)0*} - \frac{v_1}{\sqrt{2}}) \right) \\ & + \bar{D}'_L \Gamma^{(2)d} D'_R \left(\frac{v_2 e^{i\alpha}}{\sqrt{2}} + (\phi^{(2)0} - \frac{v_2 e^{i\alpha}}{\sqrt{2}}) \right) \\ & + \bar{U}'_L \Gamma^{(2)d} D'_R \phi^{(2)+} - \bar{D}'_L \Gamma^{(1)u} U'_R \phi^{(1)-} + \text{h. c.} \end{aligned} \quad (4.6)$$

de donde es inmediato observar que la fase α puede ser removida de las matrices de masa con sólo redefinir $D'_R \rightarrow e^{-i\alpha} D'_R$. De este modo, recordando que las Γ se han supuesto reales, también deberán serlo las matrices $V_{L,R}^u$ y $V_{L,R}^d$ encargadas de la diagonalización. Se tiene entonces que en el modelo de Weinberg la fase δ en la matriz $V_{CKM} = V_L^{u\dagger} V_L^d$ puede tomarse igual a cero sin pérdida de generalidad, y por lo tanto, a diferencia de lo que sucede en el MS mínimo, la violación de CP proviene solamente de los acoplamientos con los escalares. Escribiendo ahora \mathcal{L}_{yuk} en términos

de los autoestados de masa para los quarks, se tiene

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_{yuk} = & \bar{U}_L M^u U_R + \bar{D}_L M^d D_R + \frac{\sqrt{2}}{v_1} \bar{U}_L M^u U_R \phi^{(1)0*} + \frac{\sqrt{2}}{v_1} \bar{D}_L M^d D_R \phi^{(2)0} \\ & + \frac{\sqrt{2}}{v_2} \bar{U}_L V_{CKM} M^d D_R \phi^{(2)+} - \frac{\sqrt{2}}{v_1} \bar{U}_R M^u V_{CKM} D_L \phi^{(1)+} + \text{h. c.} \end{aligned} \quad (4.7)$$

donde también se han redefinido $\phi^{(2)0,+} \rightarrow e^{i\alpha} \phi^{(2)0,+}$, y los campos neutros han sido rescritos de modo tal que tengan valores de expectación de vacío nulos. La matriz V_{CKM} , como se ha señalado, es real, de modo que \mathcal{L}_{yuk} parecería a primera vista conservar CP. La ruptura proviene de que $\phi^{(1)0,+}$ y $\phi^{(2)0,+}$ no son autoestados de masa, sino que resultan mezclados por el potencial escalar. En general, en el modelo con tres dobletes, la matriz de masa para el sector cargado se diagonalizará según

$$\begin{pmatrix} G^+ \\ H_1^+ \\ H_2^+ \end{pmatrix} = V_H^\dagger \begin{pmatrix} \phi^{(1)+} \\ \phi^{(2)+} \\ \phi^{(3)+} \end{pmatrix} \quad (4.8)$$

donde G^+ es un bosón de Goldstone, y los campos H_i^+ son los escalares cargados *físicos* del modelo. Del mismo modo que para V_{CKM} en el MS mínimo, las fases presentes en la matriz V_H (en general compleja, debido a la presencia de tres VEVs no nulos) no pueden ser todas absorbidas simultáneamente redefiniendo los campos. Se tendrá entonces una fase δ_H distinta de cero, que resultará trasladada a los acoplamientos (4.7) cuando se escriban los escalares $\phi^{(1)+}$ y $\phi^{(2)+}$ en términos de los campos físicos H_1^+ y H_2^+ . En lo que respecta a los escalares neutros, el procedimiento es similar: se tienen campos reales pares e impares bajo CP, que resultan en general mezclados por el potencial. El sector escalar neutro será analizado en detalle (aunque para un caso más complejo) en el capítulo siguiente.

Veamos finalmente cómo puede contrastarse la propuesta de Weinberg de violación espontánea con los datos experimentales sobre ΔM_K , ε , ε' y d_n presentados en el capítulo 2. Como la conservación natural del sabor prohíbe la presencia de los diagramas árbol como el de la fig. 4.1, se tiene que la principal contribución a M_{12} debida a los nuevos escalares proviene del diagrama de tipo “caja” $H - W$ representado en la figura 4.2. La parte real de este diagrama resulta despreciable frente al

$W - W$ del MS mínimo, debido al factor $(m_q/M_H)^2$ proveniente de los acoplamientos de los quarks con los Higgs cargados[†]. De este modo, la predicción del modelo para ΔM_K ($\approx \text{Re}M_{12}$) no difiere esencialmente de la standard. Al mismo tiempo, como ahora el diagrama $W - W$ es real, el factor de supresión mencionado conduce a $\text{Im}M_{12} \ll \text{Re}M_{12}$, permitiendo explicar la “pequeñez” de la violación de CP en términos del cociente entre las masas de los quarks y las de los Higgs cargados.

Este atractivo mecanismo, sin embargo, no está libre de problemas. En efecto, tal como fue mostrado por Sanda [7] y Deshpande [8], efectuando cálculos estimativos resulta que el valor obtenido para $|\varepsilon'/\varepsilon|$ es aproximadamente 1/20, en contradicción con los resultados experimentales (2.29). Claro que hay que tener en cuenta el error teórico introducido en estas estimaciones, principalmente en el cálculo de elementos de matriz entre estados hadrónicos y la inclusión de las interacciones fuertes. El consenso general es que las incertezas son suficientes como para que no sea posible asegurar que el modelo resulta excluido. De hecho, existen algunas alternativas “salvadoras”, como la inclusión de efectos de largas distancias (interacciones fuertes en un régimen no perturbativo) [9], o la presencia de una jerarquía $v_1 \ll v_2 \leq v_3$ para los valores de expectación de vacío de los escalares neutros [10].

Tampoco es evidente que el modelo de Weinberg sea compatible con la cota superior (2.33) para d_n , el momento dipolar eléctrico (MDE) del neutrón [11]. Si se tiene en cuenta solamente la contribución de los MDE de los quarks de valencia, el valor mínimo posible para d_n resulta justamente en el límite permitido por los datos experimentales. Pero si además se considera la contribución de escalares neutros [12], se encuentra que $d_n \sim 10^{-24}e \text{ cm}$, fuera del rango de compatibilidad. Para hallar este resultado se ha supuesto que el acoplamiento efectivo de los fermiones con los Higgs neutros es semejante al correspondiente al sector cargado. Esto no es más que una suposición (aunque razonable), de modo que tampoco resulta suficiente para excluir definitivamente al modelo. En cualquier caso, una mayor precisión en la medida de d_n resultaría crucial para decidir sobre la posibilidad de esta nueva física (recordar la predicción (3.73) para d_n en el MS mínimo).

[†]Para el caso del quark t , cuya masa puede ser comparable con la de los Higgs, se tiene una supresión adicional debida a los elementos de la matriz de mezcla V_{CKM} .

4.3 Más sobre modelos con dos dobletes

La introducción de simetrías discretas no es el único mecanismo posible de supresión de las CNCS. En realidad, una propuesta más simple es la de considerar una interacción “superdébil”, esto es, con una constante de acoplamiento efectiva muy pequeña, que sea la mediadora de los procesos $\Delta S = 2$. Esta posibilidad, debida originalmente a Wolfenstein [13], es equivalente a considerar el modelo general con dos dobletes presentado en la sección 4.1, pero otorgando a los escalares responsables de las CNCS una masa muy grande. Como en este caso se tienen procesos como el de la fig. 4.1, el valor experimental de ΔM_K determinará una cota inferior para la masa de estos Higgs. En ref. [10] ha sido calculada esta cota en forma estimativa, encontrando

$$\tilde{M}_H > (1 - 10) \text{ TeV} \quad (4.9)$$

donde por \tilde{M}_H se entiende una masa “promedio” de los Higgs neutros que no conservan sabor.

Pero esto también presenta inconvenientes. En efecto, existen estudios teóricos sobre las masas de los Higgs en los modelos con más de un doblete, coincidentes en que los valores no deben superar un límite de unos 150 GeV para que tengan sentido los cálculos perturbativos [14]. Si se tiene en cuenta esta restricción, la propuesta de una interacción de tipo “superdébil” en modelos de dos dobletes queda en principio descartada, a menos de la introducción de algún mecanismo de supresión adicional.

En la ref. [2] es analizado el caso general de dos dobletes con violación espontánea de CP, teniendo en cuenta al mismo tiempo la cota superior mencionada para la masa de los Higgs. Para resolver el problema de las CNCS, los autores proponen la existencia de la simetría discreta (4.5) del modelo de Weinberg, pero suponiendo que ésta es sólo aproximada. Para ello, se introducen dos parámetros arbitrarios ξ y ξ' (en \mathcal{L}_{yuk} y el potencial V , respectivamente), que deben ser iguales a cero en el límite en que la simetría es conservada en forma exacta. Los acoplamientos de Yukawa tienen entonces la forma general (4.1), donde deben solamente reemplazarse $\Gamma^{(1)d}$ por $\xi\Gamma^{(1)d}$ y $\Gamma^{(2)u}$ por $\xi\Gamma^{(2)u}$. El otro parámetro, ξ' , se introduce en el término de V [2]

$$\xi'(\Phi^{(1)\dagger}\Phi^{(2)} + \Phi^{(2)\dagger}\Phi^{(1)}) (\lambda_6\Phi^{(1)\dagger}\Phi^{(1)} + \lambda_7\Phi^{(2)\dagger}\Phi^{(2)}) \quad (4.10)$$

y es el que da origen a la fase α en $\langle \phi^{(2)0} \rangle$ (recordar que esta fase resultaba trivial en el caso de dos dobletes en que la simetría discreta era exacta).

Teniendo en cuenta que las transformaciones $V_{L,R}^u$ y $V_{L,R}^d$ vienen dadas por expresiones análogas a las (4.4), vemos que, si bien las matrices Γ deben ser reales, la fase α no puede ser absorbida como en el modelo de Weinberg. Se tendrá entonces, al igual que para el MS mínimo, una matriz V_{CKM} en general compleja. Sólo que ahora la fase δ deberá ser pequeña, debido a la presencia de ξ' en α y de ξ en las Γ que violan la simetría discreta. La fase α también estará presente en los acoplamientos de los fermiones con los Higgs, de modo que la violación de CP en este modelo tendrá contribuciones provenientes tanto del sector escalar como de los bosones de gauge.

Del análisis de las predicciones del modelo para ΔM_K , ε y ε' , se encuentra que debe cumplirse

$$\xi \sim (10^{-3} - 10^{-2}) \quad (4.11)$$

donde la incerteza proviene fundamentalmente de la masa de los escalares y el cociente v_2/v_1 . En cuanto a ξ' , puede mostrarse que no modifica sustancialmente los resultados en tanto su valor no supere un orden de 10^{-2} . El valor obtenido para el cociente $|\varepsilon'/\varepsilon|$ está en un rango de 10^{-6} a 0.2×10^{-4} , y el momento dipolar eléctrico del neutrón no está lejos del límite experimental de $10^{-26} e \text{ cm}$.

Es importante destacar que las predicciones del modelo de la ref. [2] para $|\varepsilon'/\varepsilon|$ son muy superiores (al menos en un factor 10^3) al resultado obtenido para los modelos “superdébiles”. Esto se debe fundamentalmente a que en estos últimos tanto los procesos con $\Delta S = 1$ como con $\Delta S = 2$ se encuentran igualmente suprimidos por la constante efectiva “superdébil” $\alpha_{sup} \sim G_F(m_q/m_H)^2$. En cambio, para el modelo de la ref. [2], ε se ve suprimido por un factor ξ^3 (ó $\xi^2\xi'$) mientras que ε' está suprimido sólo por ξ . Para decidir sobre la viabilidad de estas propuestas resultaría de gran importancia una mayor precisión en la observación experimental de $\text{Re}(\varepsilon'/\varepsilon)$. Por ejemplo, la confirmación del valor en (2.29) obtenido por NA31 bastaría para eliminar el caso “superdébil”. El modelo con los parámetros ξ y ξ' resulta más fácil de acomodar a la situación experimental, pero no ofrece ninguna explicación para el hecho de que ξ y ξ' , arbitrarios en principio, deban mantenerse en el orden de 10^{-2} .

4.4 Un mecanismo alternativo de supresión de CNCS y violación de CP

Como hemos visto en las secciones precedentes, la presencia de CNCS en modelos con más de un doblete puede ser suprimida introduciendo simetrías discretas exactas o aproximadas, o bien postulando una masa muy grande para los mediadores escalares. En esta sección consideraremos un mecanismo alternativo que hemos propuesto recientemente (ver ref. [15]), y que se basa en la supresión a nivel árbol de las CNCS en el marco de un modelo con dos dobletes de Higgs.

4.4.1 Corrientes neutras y matrices de mezcla

Comencemos por escribir los acoplamientos de Yukawa para el caso general de dos dobletes, tal como en la sección 4.1. Usando la base introducida en (4.2) para los escalares y la base de autoestados de masa para los quarks, se obtiene en el gauge unitario (ver ec. (4.3))

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_{yuk} = & \frac{(v + \text{Re}\phi_W^0)}{v} (\bar{U}_L M^u U_R + \bar{D}_L M^d D_R) \\ & + \bar{U}_L V_L^{u\dagger} \Gamma^1 V_R^u U_R \phi_H^{0*} + \bar{D}_L V_L^{d\dagger} \Gamma^2 V_R^d D_R \phi_H^0 \\ & + \bar{U}_L V_L^{u\dagger} \Gamma^2 V_R^d D_R \phi_H^+ - \bar{D}_L V_L^{d\dagger} \Gamma^1 V_R^u U_R \phi_H^- + \text{h. c.} \end{aligned} \quad (4.12)$$

donde se han definido

$$\begin{aligned} \Gamma^1 & \equiv -\Gamma^{(1)u} \sin \theta e^{i\alpha} + \Gamma^{(2)u} \cos \theta \\ \Gamma^2 & \equiv -\Gamma^{(1)d} \sin \theta e^{-i\alpha} + \Gamma^{(2)d} \cos \theta \end{aligned} \quad (4.13)$$

Estas combinaciones lineales son independientes de las consideradas en (4.4), que conducen a las matrices M^u y M^d . En consecuencia, los acoplamientos de los quarks con los escalares ϕ_H^0 y ϕ_H^\pm no necesariamente resultarán proporcionales a las masas fermiónicas. Esto puede entenderse recordando que el doblete Φ_H se definió de modo tal que tenga valor de expectación de vacío nulo, y por lo tanto no interviene en el mecanismo de Higgs de generación de masas.

La arbitrariedad de Γ^1 y Γ^2 permite imponer sobre ellas alguna condición adicional. En nuestro modelo, se ha elegido que los acoplamientos de los quarks con los escalares cargados sean proporcionales a la matriz V_{CKM} , es decir, que los quarks se “mezclen” del mismo modo que en las interacciones con los bosones de gauge W . Esta propiedad podría resultar natural en modelos de subestructura en que los bosones vectoriales no sean más que manifestaciones de estados ligados de partículas de spin 1/2: en tales esquemas, los subcomponentes podrían también combinarse para formar escalares, cuyos acoplamientos con los quarks resultarían semejantes a aquéllos de los campos vectoriales cargados. Si bien no nos ocuparemos aquí de analizar estas hipótesis, veremos que la forma de las interacciones obtenidas resulta de por sí particularmente interesante en el marco general de los modelos con dos dobletes.

La condición que acabamos de introducir elimina automáticamente las CNCs en el modelo a nivel árbol. En efecto, es fácil comprobar que si los acoplamientos de los quarks con ϕ_H^+ son proporcionales a V_{CKM} , entonces deben cumplirse

$$V_L^{u\dagger} \Gamma^1 V_R^u = g_1 \times \mathbb{1}^{(3 \times 3)} \quad V_L^{d\dagger} \Gamma^2 V_R^d = g_2 \times \mathbb{1}^{(3 \times 3)} \quad (4.14)$$

donde g_1 y g_2 son en general números complejos. El Lagrangiano de interacción con los escalares físicos toma la forma

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_{yuk}^{(int)} = & g_2 \bar{U}_L V_{CKM} D_R \phi_H^+ - g_1^* \bar{U}_R V_{CKM} D_L \phi_H^+ + g_2 \bar{U}_L U_R \phi_H^{0*} \\ & + g_1 \bar{D}_L D_R \phi_H^0 + \frac{1}{v} \bar{U}_L M^u U_R \text{Re} \phi_W^0 + \frac{1}{v} \bar{D}_L M^d D_R \text{Re} \phi_W^0 + \text{h. c.} \end{aligned} \quad (4.15)$$

en donde, como puede verse, todas las corrientes neutras resultan diagonales en sabor.

Es importante señalar que si bien la condición impuesta sobre los acoplamientos con ϕ_H^\pm conduce a las relaciones (4.14) a nivel árbol, éstas podrían en principio verse modificadas con la introducción de efectos perturbativos. No obstante, puede verse que las correcciones a un loop para las CNCs son similares a las consideradas en la ref. [3] para las corrientes neutras mediadas por el bosón de gauge Z^0 del Modelo Standard mínimo. Lo único que debe hacerse es cambiar el Z^0 por un ϕ_H^0 , y agregar nuevos diagramas donde los W^\pm presentes en los loops sean reemplazados por escalares cargados ϕ_H^\pm . Como resultado, se encuentra que las CNCs son suprimidas en forma completamente equivalente a las del MS mínimo.

A modo de ejemplo, consideremos un diagrama típico que contiene cambio de sabor por correcciones radiativas, como el de la fig. 4.3. De acuerdo con (4.15), se tiene que el vértice $\bar{q}q\phi_H^0$ es igual para $q = u, c$ o t , mientras que los vértices que involucran a los bosones W^\pm y ϕ_H^\pm son proporcionales a los elementos de la matriz V_{CKM} . La unitariedad de la matriz de mezcla es entonces suficiente para que tenga lugar el mecanismo de supresión de GIM, en forma análoga a la discutida en [3] para el Z^0 en el MS mínimo. La contribución de los diagramas como el de la figura resultará suprimida por un factor $g_i g_j (m_q/M)^2$, donde M representa la masa del bosón mediador (un ϕ_H o un W). Es importante destacar que esta analogía sólo puede existir debido a que en este modelo los acoplamientos de los Higgs con los quarks no resultan proporcionales a las masas de estos últimos. De otro modo, las correcciones radiativas a un loop resultarían divergentes, modificando las relaciones (4.14) e introduciendo con ello corrientes neutras con cambio de sabor.

Finalmente, tomaremos $|g_1| \simeq |g_2| \equiv g_q$, de modo tal de reducir el número de parámetros libres en el modelo. Redefiniendo ahora los campos ϕ_H^\pm y ϕ_H^0 para obtener una única fase global proveniente de g_1 y g_2 , el Lagrangiano de interacción resulta

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_{yuk}^{(int)} = & g_q e^{i\zeta} [\bar{U}_L V_{CKM} D_R \phi_H^+ - \bar{D}_L V_{CKM}^\dagger U_R \phi_H^- + \bar{D}_L D_R \phi_H^0 + \bar{U}_L U_R \phi_H^{0*}] \\ & + \frac{1}{v} \bar{U}_L M^u U_R \text{Re}\phi_W^0 + \frac{1}{v} \bar{D}_L M^d D_R \text{Re}\phi_W^0 + \text{h. c.} \end{aligned} \quad (4.16)$$

Como se ve en esta expresión, los acoplamientos con los escalares contienen una fuente adicional de ruptura de CP, dada por la fase ζ . Además, en este modelo la matriz de mezcla es en general compleja, y contribuirá también a la violación de CP por medio de la fase δ , al igual que en el MS mínimo. A diferencia del modelo de Weinberg discutido en la sección 4.2, esto es independiente de postular que CP sea o no conservada en el Lagrangiano original. Aun si las matrices $\Gamma^{(k)u}$ y $\Gamma^{(k)d}$ fueran reales, las combinaciones lineales Γ^1 y Γ^2 y las matrices de masa resultarían en general complejas debido a la presencia de la fase α entre los valores de expectación de vacío de los escalares neutros.

4.4.2 Violación de CP en el sistema $K^0 - \bar{K}^0$

Veamos cuáles son las predicciones para los parámetros ε y ε' en el marco de este mo-

delo extendido. Para ello, es necesario estimar las nuevas contribuciones a las amplitudes M_{12} , A_0 y A_2 definidas en el capítulo 2.

Para M_{12} , la contribución principal debida a los nuevos escalares proviene de los diagramas caja $H - W$, semejantes al de la figura 4.2 discutido para el modelo de Weinberg. Éstos, desde luego, deben sumarse a los $W - W$ del MS mínimo introducidos en el capítulo 3. El aporte al Hamiltoniano efectivo resulta, luego de calcular la integral sobre el loop,

$$\begin{aligned} \mathcal{H}_{\Delta S=2}^{(ext)} = & \frac{g_q^2}{M_{\phi_H}^2} \frac{G_F}{\sqrt{2}} \frac{m_c (\sin \theta_c \cos \theta_c)^2}{16\pi^2} \\ & \times \left\{ m_c \left[4 \left(\ln \left(\frac{M_W^2}{m_c^2} \right) - 1 \right) \bar{d}_L \gamma^\mu s_L \bar{d}_L \gamma^\mu s_L - \bar{d}_R \gamma^\nu \gamma^\mu s_L \bar{d}_L \gamma_\mu \gamma_\nu s_R \right] \right. \\ & + \left[e^{-2i\zeta} \bar{d}_R(p_3) \gamma_\nu \gamma_\mu s_L(p_1) \bar{d}_L(p_2) \gamma^\mu s_L(p_4) \right. \\ & \left. \left. - e^{2i\zeta} \bar{d}_L(p_3) \gamma^\mu s_L(p_1) \bar{d}_L(p_2) \gamma_\mu \gamma_\nu s_R(p_4) \right] (p_3 - p_4)^\nu \right\} \quad (4.17) \end{aligned}$$

En el cálculo de esta expresión, hemos despreciado los ángulos de mezcla entre la tercera familia de quarks y las dos primeras (recordar que esto conducía a resultados trivialmente nulos para la ruptura de CP en el MS mínimo). Como puede verse, los términos proporcionales a los impulsos externos son los que contienen la violación de CP, a través de la fase ζ . Los restantes términos en (4.17) no contribuyen a la parte imaginaria de M_{12} , pero sí a su parte real, y con ello a ΔM_K . Si se incluye la tercera familia, se tendrá también una contribución a $\text{Im}M_{12}$ debida a la fase δ en la matriz V_{CKM} , pero puede ser despreciada notando que resulta suprimida por el factor J ($\sim 10^{-5} \sin \delta$, ver cap. 3).

Para calcular el elemento de matriz M_{12} a partir de (4.17) hemos usado la aproximación de la inserción del vacío. El resultado obtenido es[†]

$$\text{Re}M_{12}^{(ext)} = -\frac{g_q^2}{M_{\phi_H}^2} \frac{G_F}{\sqrt{2}} \frac{(\sin \theta_c \cos \theta_c)^2}{12\pi^2} m_c^2 M_K |f_K|^2 \left[\frac{M_K^2}{m_s^2} + 1 - \ln \left(\frac{M_W^2}{m_c^2} \right) \right] \quad (4.18)$$

$$\text{Im}M_{12}^{(ext)} = \frac{g_q^2}{M_{\phi_H}^2} \sin 2\zeta \frac{G_F}{\sqrt{2}} \frac{(\sin \theta_c \cos \theta_c)^2}{64\pi^2} m_c M_K |f_K|^2 (\bar{m}_s - \bar{m}_d) \left(1 + \frac{M_K^2}{m_s^2} \right) \quad (4.19)$$

[†]Para seguir los detalles puede verse la ref. [16], donde se lleva a cabo un cálculo similar en el marco del modelo de Weinberg con tres dobletes.

donde con \bar{m}_q se representa la masa constituyente de un quark q , obtenida de las escalas de masa típicas de los hadrones.

Tal como se ha mencionado en las secciones anteriores, el valor de $\text{Re}M_{12}$ está fuertemente acotado por el resultado experimental $\Delta M_K \simeq 3.5 \times 10^{-15}$ GeV. Recordemos además que la contribución del MS mínimo para esta diferencia de masa resulta precisamente de este orden de magnitud (ver ec. (3.58)), de modo que sería deseable que los aportes de los nuevos escalares no resulten significativos. Si se requiere que las nuevas contribuciones $\Delta M_K^{(ext)}$ sean al menos un orden de magnitud inferiores a las del MS mínimo, de (4.18) se obtiene la condición

$$\frac{g_q^2}{M_{\phi_H}^2} \leq 3 \times 10^{-7} \text{ GeV}^{-2} \quad (4.20)$$

Ahora bien, si se supone que (4.20) es válida, entonces es inmediato comprobar que las nuevas contribuciones $\text{Re}A_0^{(ext)}$ y $\text{Re}A_2^{(ext)}$ resultan despreciables frente a $\text{Re}A_0^{(st)}$ y $\text{Re}A_2^{(st)}$. Como además los resultados experimentales para los parámetros ε y ε' implican $|\text{Im}A_i| \ll |\text{Re}A_i|$ para $i = 0, 2$, se tiene que la regla $\Delta I = 1/2$ no se ve alterada por la presencia de los nuevos escalares.

Veamos a continuación cuáles son las predicciones de este modelo extendido para $\text{Im}A_0$ y $\text{Im}A_2$. Además de los diagramas “pingüinos” presentes en el Modelo Standard mínimo, y discutidos en el capítulo anterior, se tendrán ahora nuevas contribuciones debidas a la presencia de Higgs cargados (ver figura 4.4), simplemente reemplazando los bosones mediadores W^\pm en los pingüinos del MS por escalares ϕ_H^\pm . El cálculo de estos diagramas conduce a un Hamiltoniano efectivo para los procesos con $\Delta S = 1$ de la forma

$$\begin{aligned} \mathcal{H}_{pgesc}^{(ext)} = & -i \frac{g_q^2}{M_{\phi_H}^2} \frac{(\text{sen } \theta_c \cos \theta_c)}{8\pi} m_c \left[\ln \left(\frac{M_{\phi_H}^2}{m_c^2} \right) - \frac{3}{2} \right] \times \\ & \times \frac{g_s^2}{4\pi k^2} \bar{q} \lambda^a \gamma_\mu q k_\nu \bar{s} \left[e^{2i\zeta} \sigma^{\mu\nu} \frac{(1 + \gamma_5)}{2} + e^{-2i\zeta} \sigma^{\mu\nu} \frac{(1 - \gamma_5)}{2} \right] \lambda_a d \quad (4.21) \end{aligned}$$

más términos que no contienen violación de CP. Como se ve de esta expresión, el Hamiltoniano efectivo contiene un polo en $k^2 = 0$, siendo k el impulso que lleva el gluon en el diagrama de la figura 4.4. Este comportamiento también está presente en

el modelo de Weinberg descrito en la sección 4.2. Para obtener una estimación de las amplitudes de decaimiento fijaremos el valor de k^2 tomando [8] $g_s^2/(4\pi k^2) = \alpha_s/M_G^2$, donde M_G representa una masa efectiva para el propagador del gluon. El elemento de matriz entre los estados $|\pi\pi\rangle$ y $|K^0\rangle$ resulta entonces aproximadamente [17]

$$\begin{aligned} \text{Im}A_0^{(ext)} \simeq & -\frac{g_q^2}{M_{\phi_H}^2} \sin 2\zeta \frac{\alpha_s(m_c^2)}{M_G^2} \sqrt{\frac{3}{2}} \frac{(\sin \theta_c \cos \theta_c)}{3\pi} \times \\ & \times \frac{m_c \bar{m}_u}{m_s(m_u + m_d)} M_\pi^2 M_K^2 f_\pi \left[\ln \left(\frac{M_{\phi_H}^2}{m_c^2} \right) - \frac{3}{2} \right] \left(1 + \frac{f_K}{f_\pi} + \frac{f_K M_K}{f_\pi M_\eta} \right) \end{aligned} \quad (4.22)$$

Notemos ahora que los diagramas pingüino no son los únicos a tener en cuenta para el cálculo de los términos de $\mathcal{H}^{(ext)}(\Delta S = 1)$ que contienen violación de CP. En efecto, en el modelo extendido que estamos estudiando es necesario también considerar la interacción a nivel árbol (ver figura 4.5), cuya contribución resulta de magnitud comparable con la debida a los pingüinos. Recordemos que esto no ocurre en el MS mínimo, donde sólo son relevantes para la violación de CP aquellos diagramas que involucran las tres familias de quarks, y por eso es necesario ir al orden de un loop.

Para evaluar la contribución a $\text{Im}A_0$ e $\text{Im}A_2$ del diagrama de la figura 4.5, es conveniente escribir el Hamiltoniano efectivo como

$$\mathcal{H}_{arb}^{(ext)} = \frac{g_q^2}{M_{\phi_H}^2} (\sin \theta_c \cos \theta_c) \left[\frac{1}{2}O_1 + \frac{1}{3}O_2 + \frac{1}{15}O_3 + \frac{1}{10}O_4 \right] \quad (4.23)$$

con

$$\begin{aligned} O_1 &= \bar{s}O_u \bar{u}O_d - \bar{s}O_d \bar{u}O_u \\ O_2 &= \bar{s}O_u \bar{u}O_d + \bar{s}O_d \bar{u}O_u - \bar{s}O_d \bar{d}O_d \\ O_3 &= \bar{s}O_u \bar{u}O_d + \bar{s}O_d \bar{u}O_u + 2\bar{s}O_d \bar{d}O_d - 3\bar{s}O_d \bar{s}O_s \\ O_4 &= \bar{s}O_u \bar{u}O_d + \bar{s}O_d \bar{u}O_u + 2\bar{s}O_d \bar{d}O_d + 2\bar{s}O_d \bar{s}O_s \end{aligned}$$

siendo

$$O = e^{i\zeta} \frac{(1 + \gamma_5)}{2} - e^{-i\zeta} \frac{(1 - \gamma_5)}{2}$$

Aquí, O_2 se transforma como un operador con $\Delta I = 3/2$, en tanto que O_1 , O_3 y O_4 llevan $\Delta I = 1/2$. Sumando la contribución de estos operadores a la del pingüino

gluónico escalar, puede escribirse finalmente

$$\begin{aligned}\text{Im}A_0^{(ext)} &= -\frac{g_q^2}{M_{\phi_H}^2} \text{sen } 2\zeta \times (C_0 + C_p) \\ \text{Im}A_2^{(ext)} &= -\frac{g_q^2}{M_{\phi_H}^2} \text{sen } 2\zeta \times C_2\end{aligned}\quad (4.24)$$

Volviendo a la expresión (4.22), se tiene $C_p \sim (M_K^2/M_G^2) \times 1 \text{ GeV}^3$, en tanto que C_0 y C_2 , obtenidos de las amplitudes $\langle \pi\pi | O_i | K^0 \rangle$, son del orden de 10^{-1} GeV^3 . Para calcular los valores de C_0 y C_2 en forma más precisa, sería necesario tener en cuenta las correcciones a los diagramas de la figura 4.5 debidas a las interacciones fuertes. Sin embargo, aun así existiría una considerable incerteza introducida al evaluar los elementos de matriz entre los estados hadrónicos. Aquí nos limitaremos a utilizar nuestros cálculos estimativos para analizar en líneas generales la viabilidad del modelo.

Consideremos ahora las contribuciones de la fase δ en la matriz V_{CKM} simultáneamente con los efectos de la nueva fuente de violación de CP ζ debida al sector de Higgs. Las expresiones completas para $\bar{\varepsilon}$, A_0 y A_2 son

$$\bar{\varepsilon} = \bar{\varepsilon}^{(st)} + \frac{2 \text{Im}M_{12}^{(ext)}}{\Delta M_K} \quad (4.25)$$

$$A_0 \simeq |A_0| \exp \left[i \left(\xi_0^{(st)} + \frac{\text{Im}A_0^{(ext)}}{|A_0|} \right) \right] \quad (4.26)$$

$$A_2 \simeq |A_2| \exp \left[i \left(\frac{\text{Im}A_2^{(ext)}}{|A_2|} \right) \right] \quad (4.27)$$

de donde los parámetros ε y ε' resultan

$$\varepsilon \simeq \frac{e^{i\pi/4}}{\sqrt{2}} \left(\frac{1}{2} \bar{\varepsilon}^{(st)} + \frac{\text{Im}M_{12}^{(ext)}}{\Delta M_K} + \xi_0^{(st)} + \frac{\text{Im}A_0^{(ext)}}{|A_0|} \right) \quad (4.28)$$

y

$$\varepsilon' \simeq \frac{1}{22} \frac{e^{i\pi/4}}{\sqrt{2}} \left[\frac{22 \text{Im}A_2^{(ext)}}{|A_0|} - \left(\frac{\text{Im}A_0^{(ext)}}{|A_0|} + \xi_0^{(st)} \right) \right] \quad (4.29)$$

que deben ser contrastados con los correspondientes resultados experimentales presentados en el capítulo 2.

4.4.3 Momento dipolar eléctrico del neutrón

Veamos por último las posibles contribuciones para el MDE del neutrón debidas a la nueva fuente de violación de CP proveniente del sector escalar.

Recordemos que en el Modelo Standard mínimo, el MDE de los quarks de valencia u y d resulta fuertemente suprimido, y es necesario considerar diagramas de dos o tres loops para obtener contribuciones no nulas. En cambio, en el modelo extendido que estamos estudiando, se encuentra que los diagramas de un loop representados en la figura 4.6 aportan una contribución finita para d_u y d_d . Calculando estos diagramas, y usando la relación (3.71), se encuentra para el MDE del neutrón

$$d_n \simeq e \frac{g_q^2}{M_{\phi_H}^2} \sin 2\zeta \frac{m_c \sin^2 \theta_c}{24\pi^2} \left[\frac{4}{3} \ln \left(\frac{M_{\phi_H}^2}{m_c^2} \right) - 1 \right] \quad (4.30)$$

Como se mencionó previamente, la constante de acoplamiento g_q no está relacionada con las masas fermiónicas, resultando un parámetro libre de la teoría en tanto se mantenga el régimen perturbativo. Tomando $\ln(M_{\phi_H}^2/m_c^2) \sim \mathcal{O}(10)$ (esto es, $M_{\phi_H} \sim 100 - 300$ GeV), puede verse que la cota experimental de $11 \times 10^{-26} e \text{ cm}$ para d_n resultaría saturada si se requiere

$$\frac{g_q^2}{M_{\phi_H}^2} \sin 2\zeta \simeq \mathcal{O}(10^{-10}) \text{ GeV}^{-2} \quad (4.31)$$

Analizaremos a continuación la compatibilidad de este valor con los datos experimentales sobre la violación de CP provenientes del sistema $K^0 - \bar{K}^0$.

4.4.4 Análisis de compatibilidad

Veamos si la condición propuesta en (4.31) permite que las predicciones del modelo extendido concuerden con los resultados presentados en el capítulo 2,

$$|\varepsilon| \simeq 2.3 \times 10^{-3} \quad (4.32)$$

y

$$\left| \frac{\varepsilon'}{\varepsilon} \right| \leq \mathcal{O}(10^{-3}) \quad (4.33)$$

En primer lugar, si (4.31) es válida, entonces de (4.19) y (4.28) es inmediato comprobar que la contribución de $\text{Im}M_{12}^{(ext)}$ al parámetro ε es despreciable. Además, tal como se discutió en la sección 3.4, también $|\xi_0^{(st)}|$ resulta mucho menor que el valor observado para $|\varepsilon|$. Por lo tanto, si también el valor de $\bar{\varepsilon}^{(st)}$ fuera despreciable (por ejemplo, en el caso $\delta \sim 0$ ó π), el aporte de $\text{Im}A_0^{(ext)}$ debería ser responsable del resultado (4.32). Esto implicaría un valor de C_p del orden de 10 GeV^3 , y para que la predicción para ε' pueda satisfacer la condición (4.33) sería necesaria una cancelación entre los dos primeros términos en el miembro derecho de (4.29). Esta posibilidad se encuentra claramente permitida de acuerdo con las estimaciones de C_2 y C_p , e implicaría que la amplitud con $\Delta I = 3/2$ para los procesos mediados por escalares se encuentre suprimida por un factor $1/22$, tal como ocurre en el Modelo Standard. Si, por el contrario, el valor observado de $|\varepsilon|$ es debido a la contribución de $\bar{\varepsilon}^{(st)}$, la contribución de C_2 en (4.29) no puede ser cancelada, y el resultado obtenido para ε' es demasiado grande para satisfacer (4.33). Esto, desde luego, siempre que se quiera respetar la condición (4.31) que satura la cota para el MDE del neutrón; considerando un valor más bajo para $g_q^2/M_{\phi_H}^2 \times \sin 2\zeta$, pueden sin dificultad ajustarse los resultados (4.32) y (4.33), manteniéndose d_n por debajo de la cota experimental de $\sim 10^{-25} e \text{ cm}$.

A modo de resumen, digamos que hemos estudiado un modelo con dos dobletes de Higgs con violación espontánea (y eventualmente explícita) de CP, donde las corrientes neutras con cambio de sabor mediadas por los nuevos escalares son suprimidas a nivel árbol. El modelo presenta la particularidad de que los acoplamientos entre los Higgs cargados y los fermiones no son proporcionales a las masas de estos últimos, permitiendo que las correcciones radiativas no afecten sustancialmente la supresión propuesta de las CNCS. Hemos presentado además resultados estimativos para las predicciones del modelo para los parámetros ε y ε' y el momento dipolar eléctrico del neutrón d_n . Del análisis de estos resultados se desprende que, en este esquema, es posible saturar la cota experimental para d_n aun para un valor de la nueva constante de acoplamiento $g_q^2/M_{\phi_H}^2$ cinco órdenes de magnitud por debajo de la constante de Fermi G_F . De este modo, es posible que las predicciones del MS mínimo para los procesos electrodébiles a bajas energías no se vean modificadas. Al mismo tiempo,

como hemos discutido, el modelo es capaz de reproducir los resultados experimentales para los parámetros ε y ε' relacionados con los decaimientos de los mesones K .

Bibliografía

- [1] T. D. Lee, *Phys. Rev.* **D8** (1973) 1226.
- [2] J. Liu y L. Wolfenstein, *Nucl. Phys.* **B289** (1987) 1.
- [3] S. L. Glashow y S. Weinberg, *Phys. Rev.* **D15** (1977) 1958.
- [4] S. Weinberg, *Phys. Rev. Lett.* **37** (1976) 657.
- [5] G. C. Branco, *Phys. Rev.* **D22** (1980) 2901.
- [6] G. C. Branco, *Phys. Rev. Lett.* **44** (1980) 504.
- [7] A. I. Sanda, *Phys. Rev.* **D23** (1981) 2647.
- [8] N. G. Deshpande, *Phys. Rev.* **D22** (1981) 2654.
- [9] J. F. Donoghue, E. Golowich y B. R. Holstein, *Phys. Rep.* **131** (1986) 319.
- [10] G. C. Branco, A. J. Buras y J. -M. Gérard, *Nucl. Phys.* **B259** (1985) 306.
- [11] I. I. Bigi y A. I. Sanda, en *CP Violation*, ed. C. Jarlskog (World Scientific, Singapur, 1989), pág. 378.
- [12] A. A. Anselm, V. E. Bunakov, V. P. Gudkov y N. G. Uraltsev, *Phys. Lett.* **152B** (1985) 116.
- [13] L. Wolfenstein, *Phys. Rev. Lett.* **13** (1964) 562.
- [14] K. S. Babu y E. Ma, *Phys. Rev.* **D31** (1985) 2861; A. Bovier y D. Wyler, *Phys. Lett.* **154B** (1985) 43.

- [15] L. Epele, H. Fanchiotti, C. García Canal y D. Gómez Dumm, *J. Phys.* **G20** (1994) 1159.
- [16] D. Chang, *Phys. Rev.* **D25** (1982) 1318.
- [17] A. Vainshtein, V. Zakharov y M. Shifman, *Zh. Eksp. Teor. Fiz.* **72** (1977) 1275 [*Sov. Phys. - JETP* **45** 670].

FIGURAS - CAPÍTULO 4

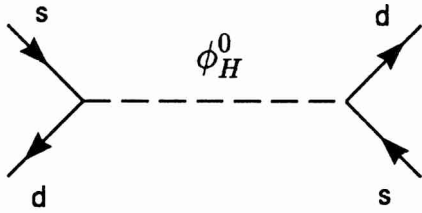


Fig. 4.1: proceso de tipo árbol con $\Delta S = 2$ mediado por un escalar neutro.

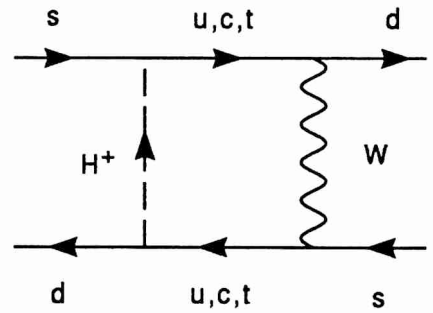


Fig. 4.2: diagrama "caja" con un mediador escalar y un bosón vectorial W .

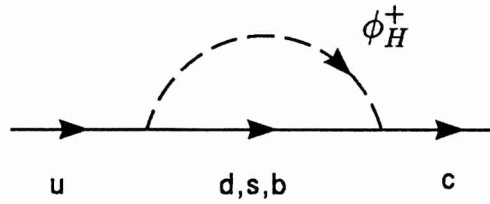


Fig. 4.3: diagrama con cambio de sabor $u \rightarrow c$ por una corrección a un loop.

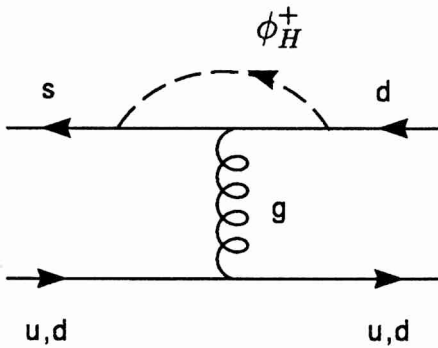


Fig. 4.4: diagrama de tipo "pingüino gluónico", con un propagador escalar.

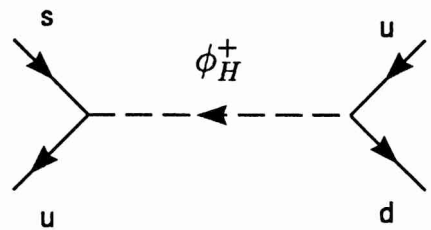


Fig. 4.5: diagrama árbol con $\Delta S = 1$ que contiene un mediador escalar cargado.

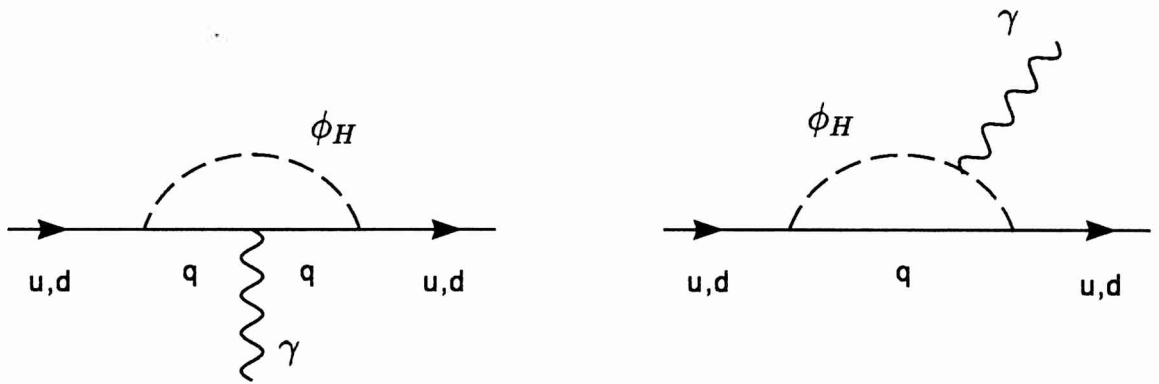


Fig. 4.6: contribuciones de un loop para el momento dipolar eléctrico de los quarks u y d mediadas por bosones escalares.

Capítulo 5

Extensión del grupo de gauge del MS: modelo “3-3-1”

¹ En el capítulo anterior describimos algunas extensiones simples del sector de Higgs del Modelo Standard, analizando en particular la fenomenología relacionada con las corrientes neutras con cambio de sabor y la violación de CP. En todos los casos, estos nuevos Higgs están organizados de modo tal que, al igual que en el MS mínimo, el Lagrangiano completo presenta una simetría local $SU(2)_L \otimes U(1)_Y$ electrodébil, rota en forma espontánea por el vacío de la teoría.

En este capítulo nos dedicaremos también a una extensión del MS, pero que además presenta ampliado el grupo de gauge. En efecto, en el esquema en cuestión [1, 2] se propone que el grupo de simetría $SU(2)_L \otimes U(1)_Y$ electrodébil sea extendido a $SU(3)_L \otimes U(1)_Y$, permaneciendo invariante la simetría de color $SU(3)_C$. Es por esto que se lo suele llamar modelo “3-3-1”. Como veremos, la extensión del grupo de gauge implica en general la presencia de un sector de Higgs ampliado. Además, existen nuevos bosones vectoriales (uno por cada generador del grupo), y hasta es necesario incluir algunos nuevos “quarks”. En este marco veremos qué sucede con las corrientes neutras con cambio de sabor (CNCS) y la violación espontánea y/o explícita de CP.

Naturalmente que la extensión del grupo de gauge que hemos mencionado no es

la única que resulta de interés para la física de las interacciones fundamentales. Algunas otras posibilidades, como las simetrías de gran unificación $SU(5)$ y $SO(10)$, o la simetría izquierda-derecha $SU(3)_C \otimes SU(2)_L \otimes SU(2)_R$, han sido extensamente estudiadas en la literatura[†]. El modelo extendido que consideraremos aquí fue presentado más recientemente, y aún no ha sido analizado con tanta profundidad (en particular, los aspectos relacionados con la violación de CP no habían sido estudiados previamente). Como veremos, aun siendo un modelo más simple que los citados más arriba, el “3-3-1” resulta muy rico desde el punto de vista fenomenológico.

5.1 Estructura del modelo

El modelo 3-3-1 fue propuesto en el año 1992, en forma separada por Pisano y Pleitez [1] y Frampton [2]. Comenzaremos por describir brevemente sus componentes fundamentales, para luego dedicarnos a estudiar los aspectos fenomenológicos y la violación de CP.

Como hemos señalado, la extensión del grupo de gauge del MS implica la presencia de nuevas partículas, tanto fermiones, como escalares y bosones de gauge. En primer lugar, si se desea –al igual que en el MS mínimo– que los fermiones izquierdos estén en la representación fundamental del grupo, entonces éstos deben organizarse en tripletes en lugar de dobletes. Esto se hará posible introduciendo nuevas partículas que llamaremos “leptoquarks”. Pero además, debe tenerse en cuenta que el grupo $SU(3)_L$ contiene *dos* representaciones fundamentales, la $\underline{3}$ y la $\underline{\bar{3}}$, de modo que los fermiones se dispondrán en general tanto en tripletes como antitripletes (en el caso de $SU(2)_L$, en cambio, la fundamental y su conjugada son equivalentes). Esto resulta de particular relevancia si se tiene en cuenta la anomalía triangular: para que ésta desaparezca, es necesario que el número de fermiones sea igual en las dos representaciones fundamentales. Como consecuencia, se obtiene que el número de familias leptónicas debe ser un múltiplo del número de colores, lo que constituye una característica distintiva del modelo 3-3-1 (en el MS mínimo, las anomalías son removidas generación

[†] Asimismo, otros modelos con simetría $SU(3)_L \otimes U(1)_Y$ electrodébil han sido considerados previamente. Ver por ejemplo ref. [3], y bibliografía allí citada.

por generación). Para el caso particular de tres familias de leptones y de quarks, y tres colores, se tiene además que una de las familias de quarks debe estar en una representación diferente de las otras dos. Esto, como veremos, tendrá importantes consecuencias fenomenológicas.

De acuerdo con lo señalado, los fermiones izquierdos en el modelo se organizan según

$$\begin{aligned} \Psi_{iL} = \begin{pmatrix} \nu_i \\ l \\ l^c \end{pmatrix}_L \sim (\underline{3}, 0) \quad Q_{1L} = \begin{pmatrix} u_1 \\ d_1 \\ J_1 \end{pmatrix}_L \sim (\underline{3}, \frac{2}{3}) \\ Q_{2L} = \begin{pmatrix} J_2 \\ u_2 \\ d_2 \end{pmatrix}_L, \quad Q_{3L} = \begin{pmatrix} J_3 \\ u_3 \\ d_3 \end{pmatrix}_L \sim (\underline{3}^*, -\frac{1}{3}) \end{aligned} \quad (5.1)$$

donde $l = e, \mu, \tau$, y entre paréntesis se han indicado las correspondientes representaciones de $SU(3)_L$ y los números cuánticos de hipercarga (los índices de color han sido omitidos). Para completar los tripletes, han sido introducidos los nuevos “leptoquarks” J_1 , de carga $5/3$, y J_2 y J_3 , de carga $-4/3$. Es importante notar además que la primera familia de quarks está en la representación $\underline{3}$, en tanto que las otras dos están en la $\underline{3}^*$.

En cuanto a los campos derechos, éstos son introducidos como singletes de $SU(3)_L \otimes U(1)_Y$. Se tiene

$$u_{iR} \sim (\underline{1}, \frac{2}{3}) \quad d_{iR} \sim (\underline{1}, -\frac{1}{3}) \quad J_{1R} \sim (\underline{1}, \frac{5}{3}) \quad J_{2,3R} \sim (\underline{1}, -\frac{4}{3}) \quad l_R \sim (\underline{1}, -1) \quad (5.2)$$

En todos los casos, los valores de Y verifican la relación de Gell-Mann–Nishijima

$$Q = Y + \frac{1}{2}(T_3 - \sqrt{3}T_8) \quad (5.3)$$

donde los operadores T_3 y T_8 son generadores del grupo $SU(3)_L$.

Dado que se tiene $SU(2)_L \subset SU(3)_L$, los bosones vectoriales usuales del MS pueden encontrarse contenidos también en el modelo 3-3-1. Pero la extensión del grupo de gauge conduce además a la presencia de nuevos bosones de gauge cargados,

V^\pm y $U^{\pm\pm}$, y un bosón vectorial neutro adicional Z'^0 . En lo que respecta al sector escalar, los fermiones adquieren masa a través de un mecanismo de Higgs semejante al producido en el MS mínimo. Para ello se incluyen en el modelo tres tripletes de campos escalares con hipercargas 1, 0 y -1 respectivamente,

$$\rho = \begin{pmatrix} \rho^+ \\ \rho^0 \\ \rho^{++} \end{pmatrix}, \quad \eta = \begin{pmatrix} \eta^0 \\ \eta_1^- \\ \eta_2^+ \end{pmatrix}, \quad \chi = \begin{pmatrix} \chi^- \\ \chi^{--} \\ \chi^0 \end{pmatrix} \quad (5.4)$$

y un sextuplete con $Y=0$

$$S = \begin{pmatrix} \sigma_1^0 & h_2^- & h_1^+ \\ h_2^- & H_1^{--} & \sigma_2^0 \\ h_1^+ & \sigma_2^0 & H_2^{++} \end{pmatrix} \quad (5.5)$$

La presencia de este sextuplete puede ser evitada si se introducen en el modelo leptones pesados [4]. Sin embargo, veremos más adelante que en ese caso la violación de CP sólo puede darse en forma explícita.

Para que se produzca la ruptura espontánea de la simetría de gauge, dando lugar a las masas de los fermiones, es necesario que el potencial de Higgs alcance un mínimo para valores no triviales de los escalares. Para los campos en (5.4) y (5.5) se tiene

$$\langle \rho \rangle_0 = \begin{pmatrix} 0 \\ v_\rho e^{i\theta_\rho} \\ 0 \end{pmatrix}, \quad \langle \eta \rangle_0 = \begin{pmatrix} v_\eta e^{i\theta_\eta} \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}, \quad \langle \chi \rangle_0 = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ v_\chi e^{i\theta_\chi} \end{pmatrix},$$

$$\langle S \rangle_0 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & v_s e^{i\theta_s} \\ 0 & v_s e^{i\theta_s} & 0 \end{pmatrix} \quad (5.6)$$

donde hemos separado explícitamente módulo y fase en todos los valores de expectación de vacío distintos de cero (en general, números complejos).

La conservación de la carga eléctrica requiere que los VEVs de los escalares cargados sean nulos. Pero además, en (5.6) se ha tomado $\langle \sigma_1^0 \rangle_0 = 0$, lo cual resulta necesario para evitar otorgar masa a los neutrinos. Esto trae consigo inconvenientes:

puede mostrarse que si se considera el potencial de Higgs más general posible compatible con la simetría $SU(3)_L \otimes U(1)_Y$, entonces debe forzarse un “ajuste fino” entre algunas de sus constantes de acoplamiento para que $\langle \sigma_1^0 \rangle_0$ se mantenga igual a cero [5]. El problema puede ser evitado si se introduce además un conjunto de simetrías discretas, esto es, requiriendo que el Lagrangiano del modelo sea invariante frente los cambios [5]

$$\begin{aligned}
 Q_{1L} &\rightarrow -Q_{1L} & \eta &\rightarrow -\eta \\
 Q_{jL} &\rightarrow -i Q_{jL} & \rho, \chi &\rightarrow i\rho, i\chi \\
 \Psi_{lL} &\rightarrow i\Psi_{lL} & S &\rightarrow -S \\
 u_{jR} &\rightarrow u_{jR} & J_{1R} &\rightarrow iJ_{1R} \\
 d_{jR} &\rightarrow i d_{jR} & J_{2,3R} &\rightarrow J_{2,3R}
 \end{aligned} \tag{5.7}$$

donde $j = 1, 2, 3$, y $l = e, \mu, \tau$. Estas simetrías permiten asimismo que los números leptónico y bariónico resulten conservados separadamente en el modelo. Para los nuevos campos introducidos, los valores correspondientes son

$$L = \begin{cases} 2 & \text{para } \sigma_1^0, h_2^-, H_1^{--}, \chi^-, \chi^{--}, J_2, J_3 \\ -2 & \text{para } H_2^{++}, \eta_2^+, \rho^{++}, V^+, U^{++}, J_1 \\ 0 & \text{para los demás campos escalares} \end{cases} \tag{5.8}$$

y

$$B = \begin{cases} \frac{1}{3} & \text{para } J_1, J_2, J_3 \\ 0 & \text{para todos los campos bosónicos} \end{cases} \tag{5.9}$$

Finalmente, se requiere que los VEVs distintos de cero en (5.6) verifiquen las relaciones

$$v_\chi^2 \gg v_\eta^2 \approx v_\rho^2 \approx v_s^2 \tag{5.10}$$

de modo tal que la ruptura de la simetría de gauge se produzca respetando la jerarquía $SU(3)_L \otimes U(1)_Y \rightarrow SU(2)_L \otimes U(1)_Y \rightarrow U(1)_{em}$. Además, del término en \mathcal{L} que contiene la derivada covariante sobre los escalares se obtiene para estos VEVs el vínculo

$$\frac{g}{2} \left(v_\eta^2 + v_\rho^2 + \frac{v_s^2}{2} \right) = M_W^2 \tag{5.11}$$

5.2 Potencial escalar y ruptura espontánea de CP

Tal como se mostró en el capítulo anterior, la ruptura de CP puede producirse en forma espontánea en modelos con más de un doblete de Higgs cuando existen fases relativas no triviales entre los valores de expectación de vacío de los escalares neutros. En el caso del modelo 3-3-1 puede en principio tener lugar un mecanismo similar; para ello, es necesario que el potencial escalar alcance un mínimo en algún punto tal que las fases de los VEVs distintos de cero no puedan ser removidas en forma simultánea.

Veamos cómo es la forma del potencial más general $V(\eta, \rho, \chi, S)$ compatible con la simetría de gauge y las transformaciones (5.7). Como puede notarse de inmediato, éste contiene muchos términos, en su mayoría autohermíticos. Sin embargo, dado que estamos interesados especialmente en las fases relativas entre los VEVs, prestaremos por ahora atención solamente a la parte *no* autohermítica. Los términos correspondientes son [6]

$$\begin{aligned} & f_1 \mu_1 \epsilon_{ijk} \eta_i \rho_j \chi_k + f_2 \mu_2 \chi^\dagger S \rho^* + f_3 \epsilon_{ijk} \eta_i \rho_j (S \rho^*)_k \\ & + f_4 \epsilon_{ijk} \eta_i (S \chi^*)_j \chi_k + f_5 \epsilon_{ijk} \epsilon_{lmn} S_{il} S_{jm} \eta_k \eta_n + \text{h. c.} \end{aligned} \quad (5.12)$$

donde los parámetros $\mu_{1,2}$ tienen dimensiones de masa, y todas las constantes de acoplamiento deben ser reales, ya que supondremos que CP está conservada a este nivel. La pregunta es si existe o no una región del espacio de los parámetros f_i y μ_i en la que el potencial V sea minimizado por los valores (5.6), siendo las fases θ_α diferentes entre sí.

En primer lugar, puede verse que la propia simetría de gauge permite tomar sin pérdida de generalidad $\theta_\rho = \theta_\chi = 0$. Para ver qué sucede con las fases restantes θ_η y θ_s , introduciremos primero las definiciones

$$\begin{aligned} A &= 2f_1 \mu_1 v_\eta v_\rho v_\chi \\ B &= 2v_\eta v_s (f_3 v_\rho^2 + f_4 v_\chi^2) \\ C &= -4f_5 (v_\eta v_s)^2 \\ D &= 2f_2 \mu_2 v_\rho v_\chi v_s \end{aligned} \quad (5.13)$$

que permitirán simplificar la notación. Los valores de θ_η y θ_s deben ahora obtenerse de minimizar el potencial V . Efectuando el cálculo correspondiente, se encuentran

los resultados no triviales [6]

$$\cos \theta_\eta = \frac{h^2 + A^2 - D^2}{2Ah} \quad \cos \theta_s = \frac{h^2 + D^2 - A^2}{2Dh} \quad (5.14)$$

donde h es una solución de la ecuación cúbica

$$Ch^3 + [BAD - C(A^2 + D^2)]h + (AD)^2 = 0 \quad (5.15)$$

sujeta a las condiciones

$$2Ch^3 \leq (DA)^2 \quad \text{y} \quad -(|A| + |D|) \leq h \leq -||A| - |D|| \quad (5.16)$$

Estas condiciones son de hecho satisfechas para un cierto rango de los parámetros f_i y μ_i , concluyéndose entonces que *es posible* obtener mínimos no triviales, y con ello ruptura espontánea de CP.

En particular, teniendo en cuenta las relaciones (5.10), es interesante considerar la situación en la que $C \ll A, B, D$. Éste es el caso si se exige que todas las constantes de acoplamiento adimensionales en V sean del mismo orden de magnitud, y que los parámetros con dimensiones de masa μ_1 y μ_2 verifiquen $v_\eta \lesssim \mu_{1,2} \lesssim v_\chi$ (con lo que no sería necesario introducir una escala de masa adicional). En esta situación, los resultados no triviales (5.14) tienen la forma

$$\cos \theta_\eta = \frac{B^2 D^2 - A^2 B^2 - A^2 D^2}{2A^2 DB} \quad \cos \theta_s = \frac{B^2 A^2 - D^2 B^2 - A^2 D^2}{2D^2 AB} \quad (5.17)$$

y son mínimos absolutos de V si se cumplen además

$$\text{Sg}(ABD) = 1 \quad \text{y} \quad \left| \frac{AD}{A+D} \right| \leq |B| \leq \left| \frac{AD}{A-D} \right| \quad (5.18)$$

En caso de que no se sean satisfechas estas últimas condiciones, el potencial alcanzará el mínimo para valores 0 ó π de θ_η y θ_s , y la simetría CP permanecerá intacta. Las condiciones (5.18) implican además que los parámetros $\mu_{1,2}$ deben ser del orden de v_χ , de lo contrario sería necesario ajustar artificialmente $A \approx D$.

Es importante recordar aquí que la presencia del sextuplete de Higgs puede evitarse con la inclusión de leptones pesados [4]. En ese caso, el único término sobreviviente en (5.12) sería el primero, conduciendo al mínimo trivial $\theta_\eta + \theta_\rho + \theta_\chi = 0$ (ó π , dependiendo del signo de la constante f_1). Obviamente, no puede entonces tener lugar el mecanismo de violación espontánea de CP.

5.3 Acoplamientos de Yukawa

Veremos cómo el mecanismo descrito de violación de CP puede manifestarse desde el punto de vista fenomenológico. El vínculo entre las fases θ_η y θ_ρ y las magnitudes observables (ε y ε' , por ejemplo) vendrá dado naturalmente a través de los términos en \mathcal{L} de tipo Yukawa, responsables de acoplar a los escalares con los leptones y quarks.

En el modelo 3-3-1, los quarks de tipo u y d reciben masa a partir de sus acoplamientos con los campos escalares neutros de los tripletes η y ρ . Las masas de los “leptoquarks” J_i , en cambio, provienen del valor de expectación de vacío $|\langle \chi^0 \rangle_0| = v_\chi$, y por ello resultan fermiones mucho más pesados. Los leptones y neutrinos, por su parte, se acoplan con el sextuplete S . Aquí nos dedicaremos específicamente a los acoplamientos de Yukawa para los quarks ordinarios, que darán lugar a las contribuciones principales para las CNCS y los parámetros ε , ε' y d_n . En términos de los tripletes y antitripletes en (5.1) se tiene

$$\mathcal{L}_{yuk} = \sum_{j=1}^3 \left[\bar{Q}_{1L} (\Gamma_{1j}^u u_{jR} \eta + \Gamma_{1j}^d d_{jR} \rho) + \sum_{i=2}^3 \bar{Q}_{iL} (\Gamma_{ij}^u u_{jR} \tilde{\rho} + \Gamma_{ij}^d d_{jR} \tilde{\eta}) \right] + \text{h. c.} \quad (5.19)$$

donde $\tilde{\rho}$ y $\tilde{\eta}$ son los antitripletes construídos a partir de ρ y η ,

$$\tilde{\rho} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix} \rho^* \quad \text{y} \quad \tilde{\eta} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix} \eta^* \quad (5.20)$$

En lo que respecta a las matrices Γ^u y Γ^d , éstas deben ser reales, puesto que hemos supuesto que CP es conservada a este nivel.

De la expresión (5.19) es importante observar que *los dos* tripletes escalares, η y ρ , otorgan masa tanto a quarks de tipo u como de tipo d . Esta propiedad se debe a que los quarks están en diferentes representaciones, y trae como consecuencia la presencia de corrientes neutras con cambio de sabor, puesto que los acoplamientos con los escalares neutros no resultan diagonalizados simultáneamente con las matrices de masa de los quarks (recordar que, como se discutió en la sección 4.2, para que las CNCS sean suprimidas en forma natural es necesario que todos los quarks de una dada carga reciban masa de parte de un mismo Higgs). Veamos esto en forma explícita,

escribiendo los acoplamientos (5.19) luego de considerar la ruptura espontánea de la simetría de gauge. Si los campos escalares son redefinidos sustrayéndoles sus VEVs, del sector neutro se obtiene

$$\mathcal{L}_{yuk}^{(neutr)} = \bar{U}'_L F_{\eta,\rho} \Gamma^u U'_R + \bar{D}'_L F_{\rho,\eta} \Gamma^d D'_R + \text{h. c.} \quad (5.21)$$

donde, al igual que en los capítulos anteriores, se han definido $(U'_L)^t = (u_1 \ u_2 \ u_3)$ y $(D'_L)^t = (d_1 \ d_2 \ d_3)$. La matriz $F_{\eta,\rho}$, diagonal, viene dada por

$$F_{\eta,\rho} \equiv \begin{pmatrix} v_\eta + \eta^0 & 0 & 0 \\ 0 & v_\rho^* + \rho^{0*} & 0 \\ 0 & 0 & v_\rho^* + \rho^{0*} \end{pmatrix} \quad (5.22)$$

y una forma análoga tiene $F_{\rho,\eta}$. Finalmente, en términos de los autoestados de masa usuales para los quarks, los acoplamientos se escriben

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_{yuk} = & \frac{1}{v_\rho^*} \rho^{0*} \bar{U}_L M^u U_R + \frac{1}{v_\eta^*} \eta^{0*} \bar{D}_L M^d D_R + \frac{1}{v_\eta} \left(\eta^0 - \frac{v_\eta}{v_\rho^*} \rho^{0*} \right) \bar{U}_L \Delta^u M^u U_R \\ & + \frac{1}{v_\rho} \left(\rho^0 - \frac{v_\rho}{v_\eta^*} \eta^{0*} \right) \bar{D}_L \Delta^d M^d D_R + \frac{1}{v_\rho^*} \rho^- \bar{D}_L (V_{CKM})^\dagger M^u U_R \\ & + \frac{1}{v_\eta} \left(\eta_1^- - \frac{v_\eta}{v_\rho^*} \rho^- \right) \bar{D}_L \Delta^d (V_{CKM})^\dagger M^u U_R + \frac{1}{v_\eta^*} \eta_1^+ \bar{U}_L V_{CKM} M^d D_R \\ & + \frac{1}{v_\rho} \left(\rho^+ - \frac{v_\rho}{v_\eta^*} \eta_1^+ \right) \bar{U}_L \Delta^u V_{CKM} M^d D_R + \text{h. c.} \end{aligned} \quad (5.23)$$

siendo las matrices $\Delta^{u,d}$ las responsables de los cambios de sabor a nivel árbol. Éstas se definen según

$$\Delta^{u,d} \equiv (V_L^{u,d})^\dagger \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} V_L^{u,d} \quad (5.24)$$

donde V_L^u y V_L^d son, como siempre, las matrices unitarias usadas para pasar a la base de autoestados de masa de los quarks. Dado que se ha supuesto que Γ^u y Γ^d son reales, la libertad en la elección de las fases de los campos fermiónicos permite absorber las fases provenientes de los VEVs, y con ello V_L^u y V_L^d pueden considerarse reales sin pérdida de generalidad. Además, debe satisfacerse la relación usual

$$(V_L^u)^\dagger V_L^d = V_{CKM} \quad (5.25)$$

siendo, en este caso, $(V_L^u)^\dagger = (V_L^u)^t$. Es importante remarcar el hecho de que en los acoplamientos (5.23) las matrices V_L^u y V_L^d están implícitas no sólo en el producto V_{CKM} sino también en las matrices $\Delta^{u,d}$ (lo mismo ocurre para las interacciones entre los quarks y el bosón de gauge Z^0). Como veremos, esto vinculará el problema de las CNCS con la estructura jerárquica propuesta en las matrices de mezcla.

El siguiente paso consiste en escribir los acoplamientos (5.23) en términos de los autoestados de masa de los escalares, con lo cual se trasladará al sector de Yukawa la violación de CP proveniente de las fases θ_η y θ_s . Para ello será necesario diagonalizar la matriz de masa proveniente del potencial de Higgs.

5.4 Escalares físicos en el modelo

Dado que las principales contribuciones a ΔM_K y ε provendrán de las corrientes neutras con cambio de sabor, comenzaremos por analizar la parte de la matriz de masa correspondiente a los escalares neutros.

En primer lugar puede verse que, debido a la presencia de las simetrías discretas (5.7), los campos $\text{Re}(\sigma_1^0)$ y $\text{Im}(\sigma_1^0)$ se desacoplan del resto, resultando autoestados de masa exactos. En cambio, los campos neutros restantes, esto es, las partes reales e imaginarias de η^0 , ρ^0 , χ^0 y σ_2^0 , resultan en general mezclados por una matriz de masa real de 8×8 . En este sector es posible identificar dos autoestados de masa cero, que serán los correspondientes bosones de Goldstone. Éstos vienen dados por

$$\begin{aligned} G_1^0 &= \frac{1}{\beta N^2} [-v_\rho \alpha^2 \text{Im}(\rho^0) - v_\rho^2 v_\eta \text{Im}(\eta^0 e^{-i\theta_\eta}) + v_\rho^2 v_s \text{Im}(\sigma_2^0 e^{-i\theta_s}) + \beta^2 v_x \text{Im}(\chi^0)] \\ G_2^0 &= \frac{1}{\beta} [v_\rho \text{Im}(\rho^0) - v_\eta \text{Im}(\eta^0 e^{-i\theta_\eta}) + v_s \text{Im}(\sigma_2^0 e^{-i\theta_s})] \end{aligned} \quad (5.26)$$

donde hemos definido $\alpha \equiv (v_\eta^2 + v_s^2)^{\frac{1}{2}}$, $\beta \equiv (\alpha^2 + v_\rho^2)^{\frac{1}{2}}$, $N^2 \equiv (\alpha^2 v_\rho^2 + \beta^2 v_x^2)^{\frac{1}{2}}$. Además, de acuerdo con lo señalado en la sección 5.2, se ha usado la simetría de gauge para fijar $\theta_\rho = \theta_\chi = 0$.

Veamos ahora cómo pueden identificarse los autoestados de masa no nula. El problema no resulta de ningún modo trivial, teniendo en cuenta que el potencial de Higgs contiene muchos términos que contribuyen a la matriz de masa. Sin embargo, es posible hallar resultados relevantes si se tienen en cuenta algunas hipótesis

“razonables”, que mencionamos a continuación.

Reorganicemos primero el potencial V , de modo tal que todos los términos de la forma $(\varphi_i^\dagger \varphi_i)(\varphi_j^\dagger \varphi_j)$ aparezcan escritos como $\lambda_{ij}(\varphi_i^\dagger \varphi_i - |v_i|^2 + \varphi_j^\dagger \varphi_j - |v_j|^2)^2$, y de manera análoga los términos que contienen $S^\dagger S$ [5]. Una vez que V ha sido presentado en esta forma de cuadrados completos, nuestra hipótesis básica consistirá en que no exista ninguna nueva escala significativa introducida por las constantes de acoplamiento. Esto es, supondremos que todos los parámetros λ_{ij} , así como los f_i , son del mismo orden de magnitud, digamos $\mathcal{O}(\lambda)$. Además, como se discutió en relación con la ruptura espontánea de CP, los parámetros μ_i deberán verificar $v_\eta \lesssim \mu_{1,2} \lesssim v_\chi$, de modo tal que no sea necesario considerar ninguna otra escala de masa.

Teniendo en cuenta estas suposiciones, veamos en primer lugar el caso en que $\mu_1 \sim \mu_2 \equiv \mu$, con $v_\eta \ll \mu \ll v_\chi$. Del análisis de la matriz de 8×8 pueden ahora obtenerse los autoestados de masa no nula en forma aproximada, esto es, a menos de correcciones del orden de v_η/μ ó μ/v_χ . Se tiene como resultado las combinaciones lineales

$$\begin{aligned}
 \phi_1 &= \frac{1}{\beta} [v_\eta \text{Re}(\eta^0 e^{-i\theta_\eta}) + v_\rho \text{Re}(\rho^0) + v_s \text{Re}(\sigma_2^0 e^{-i\theta_s})] \\
 \phi_2 &= \text{Re}(\chi^0) \\
 \phi_3 &= \frac{1}{\beta\alpha} [-v_\eta v_\rho \text{Re}(\eta^0 e^{-i\theta_\eta}) + \alpha^2 \text{Re}(\rho^0) - v_s v_\rho \text{Re}(\sigma_2^0 e^{-i\theta_s})] \\
 \phi_4 &= \frac{1}{\alpha N^2} [v_\eta v_\rho v_\chi \text{Im}(\eta^0 e^{-i\theta_\eta}) + v_\chi \alpha^2 \text{Im}(\rho^0) - v_s v_\rho v_\chi \text{Im}(\sigma_2^0 e^{-i\theta_s}) + v_\rho \alpha^2 \text{Im}(\chi^0)] \\
 \phi_5 &= \frac{1}{\alpha} [-v_s \text{Re}(\eta^0 e^{-i\theta_\eta}) + v_\eta \text{Re}(\sigma_2^0 e^{-i\theta_s})] \\
 \phi_6 &= \frac{1}{\alpha} [v_s \text{Im}(\eta^0 e^{-i\theta_\eta}) + v_\eta \text{Im}(\sigma_2^0 e^{-i\theta_s})]
 \end{aligned} \tag{5.27}$$

en tanto que entre los autovalores existe la jerarquía

$$\begin{aligned}
 M_{\phi_1}^2 &\sim \lambda v_\eta^2 \\
 M_{\phi_3}^2, M_{\phi_4}^2 &\sim \lambda \mu v_\chi \\
 M_{\phi_2}^2, M_{\phi_5}^2, M_{\phi_6}^2 &\sim \lambda v_\chi^2
 \end{aligned} \tag{5.28}$$

Tomando además $\theta_\eta = \theta_s = 0$, puede verse que frente una transformación de CP, ϕ_4 y ϕ_6 son estados impares, mientras que los restantes campos escalares resultan pares.

Es interesante ver ahora qué forma tienen en esta nueva base los acoplamientos de Yukawa con los escalares neutros. Invertiendo las relaciones (5.27), de la expresión (5.23) se encuentra

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_{yuk}^{(neutr)} = & \frac{1}{\beta}(\bar{U}M^uU)\phi_1 + \left[\frac{\alpha}{\beta v_\rho} \bar{U}M^uU - \frac{\beta}{\alpha v_\rho} \bar{U}(A_+^u + A_-^u \gamma_5)U \right] \phi_3 \\ & + i \left[-\frac{\alpha}{\beta v_\rho} \bar{U}M^u \gamma_5 U + \frac{\beta}{\alpha v_\rho} \bar{U}(A_-^u + A_+^u \gamma_5)U \right] \phi_4 + (u \leftrightarrow d) \end{aligned} \quad (5.29)$$

donde se han definido $A_\pm^u \equiv \Delta^u M^u \pm M^u \Delta^u$. Aquí resulta inmediato identificar al campo ϕ_1 como el bosón de Higgs “standard”, con acoplamientos diagonales en sabor. Además, puede verse que la contribución principal a ΔM_K vendrá dada por los escalares ϕ_3 y ϕ_4 , que tienen masas intermedias según (5.28). Por otra parte, de acuerdo con las propiedades de transformación mencionadas, $\mathcal{L}_{yuk}^{(neutr)}$ resulta invariante frente a la operación de CP, independientemente del valor de θ_η y θ_s . Los efectos de violación de CP deberán entonces provenir de las mezclas entre los escalares ϕ_i (recordar que son sólo autoestados *aproximados* de masa), y en consecuencia las contribuciones correspondientes resultarán suprimidas por algún cociente entre las escalas, tal como μ/v_χ ó v_η/μ .

En lo que sigue nos dedicaremos específicamente a analizar el caso en que CP es rota en forma espontánea en el modelo. Tal como se indicó en la sección 5.2, esto sólo es posible cuando los parámetros “masivos” μ_i son aproximadamente del orden de v_χ , con lo que el modelo presentará solamente dos escalas de masa relevantes en el sector de Higgs, digamos v_η y v_χ (recordar las relaciones (5.10)).

Ahora bien, una vez que se ha supuesto $\mu \sim v_\chi$, los campos en (5.27) ya no representan autoestados de masa aproximados del potencial. Es conveniente en su lugar considerar una nueva base dada por

$$\begin{aligned} h_1^{0'} &= \phi_1 \\ H_1^{0'} &= \phi_2 \\ h_2^{0'} &= \frac{1}{N_2^2} [-c\phi_3 + b\phi_4 + d\phi_6] \\ H_2^{0'} &= \frac{1}{N_1^2} [a\phi_3 + b\phi_4 + d\phi_6] \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 h_3^{0'} &= \frac{1}{N_4^2} [-d\phi_3 - c\frac{\beta v_x}{N^2}\phi_5 + b\phi_6] \\
 H_3^{0'} &= \frac{1}{N_3^2} [-d\phi_3 + a\frac{\beta v_x}{N^2}\phi_5 + b\phi_6]
 \end{aligned} \tag{5.30}$$

donde N_i^{-2} son factores de normalización, y satisfacen $N_1 \simeq N_3$ y $N_2 \simeq N_4$. Los parámetros a, b, c y d son funciones de las constantes de acoplamiento f_i y μ_i :

$$\begin{aligned}
 a &= \frac{2\beta^2 v_x}{v_\rho \alpha^2} (f_1 \mu_1 v_\eta \cos \theta_\eta + f_2 \mu_2 v_s \cos \theta_s) \\
 b &= \frac{2\beta v_x}{\alpha^2} (f_1 \mu_1 v_s \cos \theta_\eta - f_2 \mu_2 v_\eta \cos \theta_s) \\
 c &= f_4 \frac{2\alpha^2 v_x^2}{v_\eta v_s} \cos(\theta_\eta + \theta_s) + \frac{2v_x v_\rho}{\alpha^2} (f_1 \mu_1 \frac{v_s^2}{v_\eta} \cos \theta_\eta + f_2 \mu_2 \frac{v_\eta^2}{v_s} \cos \theta_s) \\
 d &= f_1 \mu_1 \frac{2v_x \beta}{v_s} \sin \theta_\eta
 \end{aligned} \tag{5.31}$$

y es el $\sin \theta_\eta$ en d el responsable de la violación de CP.

Es importante observar cómo es el aspecto de la matriz de masa en esta nueva base. Precisamente, las combinaciones lineales en (5.30) han sido elegidas de modo tal que dicha matriz resulta separada en dos bloques, que corresponden a tres campos con $M^2 \sim \lambda v_\eta^2$ y tres con $M^2 \sim \lambda v_x^2$, combinaciones de los $h_i^{0'}$ y los $H_i^{0'}$ respectivamente. Ignorando las correcciones de orden $(v_\eta/v_x)^2$ debidas a la mezcla $h_i^{0'} - H_i^{0'}$, de la diagonalización de los bloques se obtienen finalmente las partículas físicas

$$h_i^0 = \mathcal{U}_{ij} h_j^{0'} \quad \text{y} \quad H_i^0 = \mathcal{V}_{ij} H_j^{0'} \tag{5.32}$$

donde \mathcal{U} y \mathcal{V} son matrices unitarias de 3×3 . Escribiendo las interacciones (5.29) en términos de estos estados, es inmediato observar que los acoplamientos resultantes son en general no diagonales en sabor.

Veamos ahora qué sucede con los escalares de carga simple, también presentes en los acoplamientos de Yukawa (5.23). Debido a las simetrías discretas, puede verse que estos campos (seis en total) resultan separados en dos grupos, uno formado por los estados η_1^+, ρ^+ y h_1^+ y otro por η_2^+, χ^+ y h_2^+ . Este segundo grupo no interactúa con los quarks ordinarios a nivel árbol y no será considerado aquí.

Siguiendo un procedimiento similar al llevado a cabo para el sector escalar neutro, pasaremos en primer lugar a una nueva base que contiene al bosón de Goldstone

$$\begin{aligned}
 G^+ &= \frac{1}{\beta}[-v_\eta e^{i\theta_\eta} \eta_1^+ + v_\rho \rho^+ + v_s e^{-i\theta_s} h_1^+] \\
 V_1^+ &= \frac{1}{\alpha}[v_s e^{i\theta_\eta} \eta_1^+ + v_\eta e^{-i\theta_s} h_1^+] \\
 V_2^+ &= \frac{1}{\alpha\beta}[v_\eta v_\rho e^{i\theta_\eta} \eta_1^+ + \alpha^2 \rho^+ - v_s v_\rho e^{-i\theta_s} h_1^+]
 \end{aligned} \tag{5.33}$$

En esta base, la matriz de masa (compleja, de 3×3) tiene la forma

$$M^2 = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & A & B \\ 0 & B^* & C \end{pmatrix} \tag{5.34}$$

donde, a menos de correcciones de orden $(v_\eta/v_\chi)^2$, los elementos A , B y C vienen dados por

$$\begin{aligned}
 A &= f_1 \mu_1 v_\rho v_\chi \left(\frac{v_\eta \cos \theta_\eta}{\alpha^2} - \frac{1}{v_\eta \cos \theta_\eta} \right) + \\
 &\quad + f_2 \mu_2 v_\rho v_\chi \left(\frac{v_s \cos \theta_s}{\alpha^2} - \frac{1}{v_s \cos \theta_s} \right) - f_4 v_\chi^2 \left(\frac{v_s \cos \theta_s}{v_\eta \cos \theta_\eta} + \frac{v_\eta \cos \theta_\eta}{v_s \cos \theta_s} \right) \\
 B &= \frac{\beta v_\chi}{\alpha^2} (-f_1 \mu_1 v_s e^{-i\theta_\eta} + f_2 \mu_2 v_\eta e^{i\theta_s}) \\
 C &= \frac{|B|^2}{A}
 \end{aligned} \tag{5.35}$$

y la violación de CP está contenida en la parte imaginaria de B .

La submatriz de 2×2 en (5.34) puede ser fácilmente diagonalizada usando una transformación

$$\mathcal{V}^{h^+} = \begin{pmatrix} \cos \gamma & -\text{sen } \gamma e^{i\varphi} \\ \text{sen } \gamma e^{-i\varphi} & \cos \gamma \end{pmatrix} \tag{5.36}$$

con $\tan 2\gamma = 2|B|/(C - A)$ y $\tan \varphi = \text{Im}B/\text{Re}B$. De este modo, los escalares físicos de carga simple vienen dados a este orden por

$$\begin{pmatrix} h^+ \\ H^+ \end{pmatrix} = \mathcal{V}^{h^+} \begin{pmatrix} V_1^+ \\ V_2^+ \end{pmatrix} \tag{5.37}$$

La masa al cuadrado de H^+ es de orden λv_χ^2 , mientras que el otro autovalor es cero. No obstante, si se avanza hasta el siguiente orden en $(v_\eta/v_\chi)^2$ el cero no se mantiene,

resultando así $M_{h^+}^2 \sim \lambda v_\eta^2$. Señalemos finalmente que la violación de CP en \mathcal{V}^{h^+} se debe al parámetro φ , y resultará trasladada a los acoplamientos de Yukawa.

5.5 Predicciones para ΔM_K , ε and ε'

En el modelo 3-3-1, tal como hemos visto, la simetría CP puede resultar rota en forma espontánea bajo ciertas condiciones para los parámetros del potencial de Higgs. Además, los correspondientes autoestados de masa para los escalares neutros dan lugar a corrientes neutras con cambio de sabor. Es de esperar entonces que existan contribuciones significativas para los parámetros ΔM_K , ε y ε' relacionados con los decaimientos de los mesones K (ver capítulo 2).

En primer lugar, consideremos la contribución a nivel árbol para ΔM_K que se muestra en la figura 5.1. Este diagrama no tiene análogo en el MS mínimo, donde las CNCS se encuentran suprimidas en forma natural. Del cálculo del Hamiltoniano efectivo con $\Delta S = 2$, y usando la relación $\Delta M_K = 2\text{Re}\langle K^0 | \mathcal{H}_{eff} | \bar{K}^0 \rangle$ se obtiene

$$\begin{aligned}
 (\Delta M_K)_{h^0} \simeq & (\Delta_{12}^d)^2 \frac{4f_K^2 M_K^3}{3\alpha^2 N_2^2} B_K \sum_{i=1}^3 \frac{1}{M_{h_i^0}^2} [K_1 K_2 \mathcal{U}_{2i} \mathcal{U}_{3i} \\
 & + \frac{1}{4}(K_1^2 - K_2^2)(\mathcal{U}_{2i}^2 - \mathcal{U}_{3i}^2) - \frac{m_d}{2m_s}(K_1^2 + K_2^2)(\mathcal{U}_{2i}^2 + \mathcal{U}_{3i}^2)] \quad (5.38)
 \end{aligned}$$

Aquí, y en lo que sigue, se hace uso de las definiciones

$$\begin{aligned}
 K_1 &= \frac{\beta}{v_\rho} c - \frac{v_s}{v_\eta} b \\
 K_2 &= \frac{v_s}{v_\eta} d \\
 K_3 &= \frac{\alpha^2}{\beta v_\rho} c
 \end{aligned}$$

con a , b , c y d como en (5.31). Como es usual, hemos utilizado la aproximación de la inserción del vacío para estimar los elementos de matriz entre los estados hadrónicos, absorbiendo la incerteza correspondiente en el parámetro B_K . Como veremos más adelante, el resultado (5.38) implica una fuerte restricción para el modelo 3-3-1 si se tiene en cuenta el valor observado experimentalmente para ΔM_K .

Pasemos ahora a las predicciones correspondientes para los parámetros ε y ε' . Para ello, recordando las expresiones

$$\varepsilon \simeq \frac{e^{i\pi/4}}{\sqrt{2}} \left(\frac{\text{Im}M_{12}}{2 \text{Re}M_{12}} + \xi_0 \right) \quad (5.39)$$

y

$$\varepsilon' \simeq \frac{e^{i\pi/4}}{\sqrt{2}} \frac{1}{22} (\xi_2 - \xi_0) \quad (5.40)$$

donde $\xi_i = \text{Im}A_i/\text{Re}A_i$ (ver capítulo 2), es necesario calcular las amplitudes M_{12} , A_0 y A_2 vinculadas con el sistema $K^0 - \bar{K}^0$.

Debido a la presencia de CNCS a nivel árbol, la contribución principal para ε se obtendrá de tomar la parte imaginaria del diagrama de la figura 5.1. Procediendo como en el caso de ΔM_K , se encuentra

$$(\text{Im}M_{12})_{h^0} = (\Delta_{12}^d)^2 \frac{f_K^2 M_K^3 B_K}{3 \alpha^2 N_2^2} \sum_{i=1}^3 \frac{1}{M_{h_i^0}^2} [K_1 K_2 (\mathcal{U}_{2i}^2 - \mathcal{U}_{3i}^2) - (K_1^2 - K_2^2) \mathcal{U}_{2i} \mathcal{U}_{3i}] \quad (5.41)$$

Además, tanto para ΔM_K como para ε existen contribuciones debidas a los escalares cargados. Éstas provienen fundamentalmente de diagramas de tipo “caja”, semejantes a los calculados en los modelos del capítulo 4, y puede mostrarse que resultan despreciables frente a los valores en (5.38) y (5.41).

En cuanto a las amplitudes A_0 y A_2 , la contribución debida a los Higgs neutros se debe principalmente al diagrama de la figura 5.2(a), también de tipo árbol. Para este diagrama resulta una buena aproximación suponer que $(\text{Im}A_0)_{h^0} \simeq (\text{Im}A_2)_{h^0}$, es decir, que no hay un canal de isospín privilegiado. En consecuencia, las amplitudes pueden calcularse estimativamente usando estados $\pi\pi$ de carga definida. El resultado obtenido es

$$\begin{aligned} (\text{Im}A)_{h^0} \simeq & -\Delta_{12}^d \frac{f_K M_\pi^2 M_K^2}{(m_u + m_d)} \frac{1}{\alpha^2 N_2^2} \sum_{i=1}^3 \frac{1}{M_{h_i^0}^2} \left\{ m_d [(1 - \Delta_{11}^d) K_1 K_2 (\mathcal{U}_{2i}^2 - \mathcal{U}_{3i}^2) \right. \\ & - K_2 K_3 \mathcal{U}_{2i}^2 + (K_2^2 (1 - \Delta_{11}^d) + K_1 (K_3 - K_1)) \mathcal{U}_{2i} \mathcal{U}_{3i}] \\ & \left. + \left[\begin{array}{c} m_d \leftrightarrow m_u \\ (1 - \Delta_{11}^d) \leftrightarrow \Delta_{11}^u \end{array} \right] - m_d K_1 \Delta_{11}^d \mathcal{U}_{2i} \mathcal{U}_{3i} \right\} \quad (5.42) \end{aligned}$$

También debemos considerar en el cálculo de estas amplitudes los diagramas mediados por los escalares cargados h^+ que se muestran en la figura 5.2(b). Teniendo en cuenta la aproximación mencionada más arriba, se tiene

$$\begin{aligned}
 (\text{Im}A)_{h^+} &= \frac{1}{8} \frac{f_\pi M_\pi^2 M_K^2}{(m_u + m_d) v_\eta v_\rho} \frac{1}{v_\eta v_\rho} \left(-\frac{v_s}{2\beta} \sin(2\gamma) \sin\varphi \right) \frac{1}{M_{h^+}^2} \\
 &\quad \times [m_d (\sin\theta_c (V_L^d)_{11} (V_L^u)_{11}) - \cos\theta_c (V_L^d)_{12} (V_L^u)_{11}) \\
 &\quad + m_u (\sin\theta_c (V_L^d)_{11} (V_L^u)_{11} + \cos\theta_c (V_L^d)_{12} (V_L^u)_{11} - \sin\theta_c \cos\theta_c)] \quad (5.43)
 \end{aligned}$$

Por último, a este orden de magnitud, es necesario también evaluar el diagrama “pingüino” representado en la figura 5.2(c), que contribuye solamente al canal con $\Delta I = 1/2$. Aquí el resultado es

$$\begin{aligned}
 (\text{Im}A_0)_{pg} &= -\frac{1}{16\pi} \frac{m_c^2 m_s}{M_{h^+}^2} \frac{1}{v_\eta v_\rho} \left(\ln\left(\frac{M_{h^+}^2}{m_c^2}\right) - \frac{3}{2} \right) \left(\frac{v_s}{2\beta} \sin(2\gamma) \sin\varphi \right) \\
 &\quad \times (\sin\theta_c \cos\theta_c + \cos\theta_c (V_L^d)_{11} (V_L^u)_{12} - \sin\theta_c (V_L^d)_{12} (V_L^u)_{12}) \mathcal{M}_{pg} \quad (5.44)
 \end{aligned}$$

donde la cantidad

$$\mathcal{M}_{pg} = \frac{g_s}{4\pi} \langle \pi\pi | i\bar{s}\sigma^{\mu\nu}(1 - \gamma_5)\lambda^a dg_s \frac{q_\nu}{q^2} \bar{q}' \lambda^a \gamma_\mu q' | K^0 \rangle \quad (5.45)$$

puede ser estimada en el marco de algún modelo teórico para las interacciones fuertes.

5.6 Análisis numérico

Analizaremos a continuación la compatibilidad de los resultados encontrados en la sección anterior con los datos experimentales presentados en el capítulo 2.

En primer lugar, recordemos que la diferencia de masa ΔM_K puede medirse con buena precisión, resultando aproximadamente de 3.5×10^{-15} GeV. Además, hemos visto que este valor está justamente en el orden de magnitud previsto por el Modelo Standard mínimo, de modo que la presencia de nuevos Higgs no debería introducir modificaciones significativas.

Para ver qué sucede en el modelo 3-3-1, volvamos a la expresión (5.38), donde tomaremos $f_K = 0.16$ GeV, $M_K = 0.5$ GeV y el valor aproximado $\alpha^2 \simeq 2 \times 10^4$ GeV²

(recordar la relación (5.11)). Como puede verse, el número de parámetros desconocidos resulta todavía muy grande; sin embargo, a los efectos de obtener un orden de magnitud para la contribución $(\Delta M_K)_{h^0}$, resulta razonable suponer que los cocientes K_i/N_2 y los ángulos de mezcla en la matriz \mathcal{U} son del orden de la unidad. Se tiene de este modo

$$(\Delta M_K)_{h^0} \sim (\Delta_{12}^d)^2 \frac{B_K}{M_{h^0}^2} 2 \times 10^{-7} \text{ GeV}^3 \quad (5.46)$$

donde B_K tiene un valor estimado entre $1/3$ y 1 (ver cap. 3). Para las masas de los Higgs neutros (hasta ahora parámetros libres del modelo) tomaremos en cuenta los límites teóricos encontrados en el caso de modelos de dos dobletes, que coinciden en una cota inferior de aproximadamente unos 150 GeV [7]. Entonces, si se impone que $(\Delta M_K)_{h^0}$ resulte inferior a $(\Delta M_K)_{exp}$ en al menos un orden de magnitud, se encuentra que debe satisfacerse la condición

$$(\Delta_{12}^d) = (V_L^d)_{11}(V_L^d)_{12} \lesssim 0.01 \quad (5.47)$$

Es importante señalar que este requerimiento no tiene ninguna relación con la violación de CP, excepto por el hecho de que hemos tomado $\mu \approx v_\chi$.

Recordemos que en el MS mínimo las matrices $V_L^{u,d}$ aparecen solamente en el producto (5.25), y por ello es posible fijar en forma arbitraria $V_L^u = \mathbf{1}$, $V_L^d = V_{CKM}$. Esta elección convencional no puede hacerse, en cambio, en el modelo 3-3-1. El motivo es que aquí además de existir el vínculo dado por (5.25), ambas matrices aparecen por separado en el Lagrangiano, de modo que en principio podría obtenerse información sobre cada una de ellas en forma independiente. En particular, la condición (5.47), si bien no es incompatible con (5.25) debido a la libertad para elegir los elementos de la matriz V_L^u , implica una severa restricción para los ángulos de mezcla en V_L^d .

La siguiente estimación numérica a llevar a cabo es la del parámetro ε . Recordemos que de acuerdo con los datos experimentales (ver (2.27)), se encuentra $|\varepsilon| \simeq 2.27 \times 10^{-3}$. Para ver la predicción correspondiente en el modelo 3-3-1, comencemos por considerar el primer término en el miembro derecho de (5.39). De los resultados (5.38) y (5.41) se tiene

$$\frac{(\text{Im}M_{12})_{h^0}}{\sqrt{2}\Delta M_K} = \frac{(\Delta M_K)_{h^0} \mathcal{F}}{4\sqrt{2}\Delta M_K} \quad (5.48)$$

donde \mathcal{F} representa el cociente entre las sumatorias en las expresiones de $(\text{Im}M_{12})_{h^0}$ y $(\Delta M_K)_{h^0}$. Si se tiene en cuenta ahora la cota superior en (5.47), se encuentra que debe ser $\mathcal{F} \sim 0.1$, lo cual no parece razonable, dado que ambas sumatorias son en principio del mismo orden de magnitud[†]. Por el contrario, si se supone $\mathcal{F} \sim \mathcal{O}(1)$, se encuentra que los ángulos en V_L^d deben satisfacer una restricción aún más fuerte que la (5.47),

$$(V_L^d)_{11}(V_L^d)_{12} \lesssim 4 \times 10^{-3} \quad (5.49)$$

El segundo término en (5.39), en tanto, puede calcularse usando las ecuaciones (5.42), (5.43) y (5.44). Para las dos primeras, nuestras estimaciones dan por resultado

$$(\text{Im}A)_{h^0} \sim -\Delta_{12}^d \times 10^{-12} \text{ GeV} \quad (5.50)$$

$$(\text{Im}A)_{h^+} \sim \mathcal{O}(10^{-14}) \text{ GeV} \quad (5.51)$$

donde se ha tomado $M_{h^+} \sim M_{h^0} \sim 150 \text{ GeV}$, y en (5.51) hemos supuesto además que los ángulos γ y φ en \mathcal{V}^{h^+} son del orden de la unidad. Como se señaló anteriormente, no hay razón para pensar que los diagramas árbol que conducen a las expresiones (5.50) y (5.51) contribuyan en forma dominante a alguna de las amplitudes A_i en particular. Por lo tanto, en ambos casos consideraremos $\text{Im}A_0 \sim \text{Im}A_2 \equiv \text{Im}A$.

El diagrama pingüino de la figura 5.2(c), en cambio, contribuye solamente a la amplitud A_0 . De la expresión (5.44) se obtiene la estimación

$$\text{Im}A_0 \sim \mathcal{O}(10^{-11} - 10^{-12}) \text{ GeV} \quad (5.52)$$

donde la incerteza se debe fundamentalmente a las combinaciones entre los ángulos de mezcla. El valor de \mathcal{M}_{pg} ha sido tomado de los cálculos numéricos llevados a cabo en el llamado “modelo de la bolsa” para el confinamiento de los quarks [8]:

$$\mathcal{M}_{pg} = 2.0 \alpha_s \text{ GeV}^2$$

con $\alpha_s \sim 0.2$ para la escala típica de estos procesos.

[†] Este no es el caso en el límite en que los escalares h_i^0 son estados aproximadamente degenerados en masa: debido a la unitariedad de la matriz \mathcal{U} , es inmediato de (5.41) que la contribución a M_{12} se cancela. Avanzando al orden siguiente en la aproximación, puede obtenerse un valor para ε que resulte compatible con (5.47).

Ahora bien, teniendo en cuenta los resultados (5.50), (5.51) y (5.52), y el valor experimental $\text{Re}A_0 \simeq 3.3 \times 10^{-7}$ GeV, es inmediato comprobar que la predicción para ξ_0 en el modelo 3-3-1 resulta despreciable frente a ε en la expresión (5.39). Por lo tanto, si se requiere que los valores de expectación de vacío de los escalares neutros representen la única fuente de violación de CP en el modelo, es necesario que el valor de ε medido experimentalmente provenga de la contribución de $(\text{Im}M_{12})_{h_i^0}$. Y para que esto sea posible, los ángulos de mezcla en la matriz V_L^d deben alcanzar el límite superior en la expresión (5.49). Este requerimiento puede ser menos riguroso sólo en el caso en que los tres escalares neutros “livianos” resulten aproximadamente degenerados en masa.

Por último, examinaremos cuál es la situación en lo que hace a la predicción para ε' . Recordemos que en este caso los datos experimentales resultan hasta el momento contradictorios (ver expr. (2.29)), coincidiendo sólo en imponer una cota superior para este parámetro de un valor del orden de 10^{-3} . Para ver la estimación correspondiente en el modelo 3-3-1, volvamos a la ecuación (5.40). Teniendo en cuenta el cociente $|\text{Re}A_2/\text{Re}A_0| \simeq 1/22$, los valores experimentales mencionados más arriba para $\text{Re}A_0$ y $|\varepsilon|$, y los resultados (5.50), (5.51) y (5.52), se obtiene

$$\left| \frac{\varepsilon'}{\varepsilon} \right|_{(3-3-1)} \sim \mathcal{O}(10^{-4}) \quad (5.53)$$

De este modo, se encuentra que una vez que ha sido ajustado el valor de ε , las predicciones tanto para ΔM_K como para $|\varepsilon'|$ son perfectamente compatibles con las cotas experimentales.

Es interesante comparar estos resultados con los obtenidos para los modelos con dos dobletes de Higgs, discutidos en el capítulo anterior. Hemos encontrado que en el modelo 3-3-1 la simetría CP puede ser rota en forma espontánea, tal como es el caso del modelo de Weinberg discutido en la sección 4.2 [9], o el modelo detallado en la sección 4.4 [10] en el que los acoplamientos entre los escalares y los fermiones no son proporcionales a las masas de estos últimos. Pero a diferencia de estos modelos, el 3-3-1 contiene además CNCS a nivel árbol, que deben su origen a la presencia de dos representaciones fundamentales no equivalentes en el grupo de gauge electrodébil.

Las CNCS provocan que las contribuciones al parámetro ε se vean significativamente incrementadas, y sea necesaria alguna supresión adicional (en este caso, la condición (5.49)). Sin embargo, se tiene la ventaja de que una vez satisfecha esta condición, tanto ΔM_K como ε' se ajustan a las cotas experimentales, mientras que para los otros modelos mencionados es necesaria alguna cancelación para encontrar un valor apropiado para ε' .

La situación es diferente en el caso del modelo discutido en la sección 4.3 [11], en que las CNCS son suprimidas introduciendo parámetros pequeños en el Lagrangiano de partida. Como hemos visto, se encuentra que éstos deben ser del orden de 10^{-2} a 10^{-3} , lo que puede compararse con la condición (5.49) en el modelo 3-3-1. Sin embargo, es interesante notar que en el esquema de la sección 4.3 los parámetros son colocados en forma completamente arbitraria en los acoplamientos de Yukawa, mientras que en el 3-3-1 la correspondiente supresión de las CNCS aparece naturalmente relacionada con los ángulos que parametrizan la matriz unitaria V_L^d . Y si bien la razón para el pequeño valor de $V_{11}^d V_{12}^d$ no es evidente, las jerarquías observadas entre los ángulos de mezcla en la matriz V_{CKM} sugieren la presencia de algún mecanismo subyacente que vincule las familias, las masas y los ángulos de mezcla de los quarks. En este contexto podría ser posible explicar la presencia de un ángulo pequeño compatible con la condición (5.49).

5.7 CNCS mediadas por el bosón de gauge Z'^0

Para concluir, analizaremos las interacciones entre los quarks y el bosón de gauge Z'^0 en el modelo 3-3-1. Éstas, tal como ocurre para los escalares neutros, dan lugar a la presencia de CNCS a nivel árbol, imponiendo una cota inferior para el valor de $M_{Z'}$. Veremos además que esta cota se ve modificada según como se elijan las representaciones para las diferentes familias de quarks. El análisis correspondiente puede encontrarse en la ref. [12].

Los acoplamientos entre los quarks ordinarios y los bosones de gauge provienen

del término en el Lagrangiano dado por

$$\mathcal{L}_{ferm} = \sum_{\psi} \bar{\psi} i \gamma^{\mu} \mathcal{D}_{\mu} \psi \quad (5.54)$$

que es completamente análogo al (3.7) descrito para el modelo Standard mínimo, sólo que cambiando los dobletes por tripletes y antitripletes, y extendiendo el número de generadores y de campos vectoriales en la derivada covariante. Las combinaciones lineales de estos campos que diagonalizan la correspondiente matriz de masa dan por resultado, en el sector neutro, los estados definidos como Z^0 , Z'^0 y A [1]. Para la parte correspondiente al bosón Z'^0 , único que se acopla con CNCS, los acoplamientos con los quarks de tipo u y d resultan

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_{Z'} = & -\frac{g}{2 \cos \theta_W} \frac{1}{\sqrt{3} h(x)} [\bar{U}_L \gamma^{\mu} ((1-2x) \mathbb{1} - 2(1-x) \Delta^u) U_L - 4x \bar{U}_R \gamma^{\mu} U_R \\ & + \bar{D}_L \gamma^{\mu} ((1-2x) \mathbb{1} - 2(1-x) \Delta^d) D_L + 2x \bar{D}_R \gamma^{\mu} D_R] Z'_{\mu}{}^0 \end{aligned} \quad (5.55)$$

donde se ha definido $h(x) \equiv (1-4x)^{\frac{1}{2}}$, con $x \equiv \sin^2 \theta_W$. Una vez más, las matrices $\Delta^{u,d}$ son responsables de la presencia de CNCS a nivel árbol, que aquí involucran solamente a los quarks izquierdos. Recordemos que estas matrices han sido definidas en la sección 5.3 según

$$\Delta^{u,d} \equiv (V_L^{u,d})^{\dagger} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} V_L^{u,d} \quad (5.56)$$

Consideraremos por ahora el caso general en que $V_L^{u,d}$ son complejas, recordando que para ello es necesario que CP esté rota en forma explícita en el Lagrangiano.

Tal como sucede con el sector higgs neutro, las CNCS darán lugar a una contribución significativa para la diferencia de masa ΔM_K a través de un diagrama como el de la figura 5.1, donde sólo debe reemplazarse el escalar h^0 por un Z'^0 . En los acoplamientos (5.55), los términos que intervienen en el cambio $\Delta S = 1$ son

$$\mathcal{L}_{ds} = \frac{g \cos \theta_W}{\sqrt{3} h(x)} \Delta_{12}^d \bar{d}_L \gamma^{\mu} s_L Z'_{\mu}{}^0 + \text{h. c.} \quad (5.57)$$

y el Lagrangiano efectivo correspondiente se escribe

$$\mathcal{L}_{\Delta S=2}^{eff} = \frac{G_F}{\sqrt{2}} \frac{M_W^4}{M_Z^2 M_{Z'}^2} \frac{4}{3 h^2(x)} (\Delta_{12}^d)^2 [\bar{d}_L \gamma^{\mu} s_L]^2 \quad (5.58)$$

Las CNCS, además, contribuyen por medio de diagramas similares a las diferencias de masa ΔM_D y ΔM_B , correspondientes a los sistemas de mesones neutros $D^0 - \bar{D}^0$ y $B^0 - \bar{B}^0$ respectivamente. En nuestro análisis del sector de Higgs, sólo se tuvo en cuenta el valor de ΔM_K , debido que es el que puede determinarse experimentalmente con mayor precisión. Sin embargo, resulta interesante considerar también los sistemas de mesones B y D para la discusión referida a las representaciones de las familias de quarks.

Los vértices con cambio de sabor en (5.55) relevantes para ΔM_D y ΔM_B son, respectivamente,

$$\mathcal{L}_{uc} = \frac{g \cos \theta_W}{\sqrt{3}h(x)} \Delta_{12}^u \bar{u}_L \gamma^\mu c_L Z_\mu^0 + \text{h. c.} \quad (5.59)$$

y

$$\mathcal{L}_{db} = \frac{g \cos \theta_W}{\sqrt{3}h(x)} \Delta_{13}^d \bar{d}_L \gamma^\mu b_L Z_\mu^0 + \text{h. c.} \quad (5.60)$$

y los correspondientes Lagrangianos efectivos con $\Delta C = 2$ y $\Delta B = 2$ se escriben en forma análoga a (5.58). Usando nuevamente el método de la inserción del vacío para calcular las amplitudes entre los estados $|P^0\rangle$ y $|\bar{P}^0\rangle$, con $P = K, D, B$, se obtiene

$$\frac{\Delta M_P}{M_P} = \frac{G_F}{\sqrt{2}} \frac{M_W^4}{M_Z^2 M_Z^2} \frac{8}{9h^2(x)} f_P^2 B_P \text{Re}[(\Delta_{1j}^q)^2] \quad (5.61)$$

donde debe tomarse $j = 2$ para el caso de los mesones K y D , y $j = 3$ para el sistema $B^0 - \bar{B}^0$. La matriz Δ^q debe elegirse como Δ^u ó Δ^d , dependiendo del tipo de quark involucrado en la correspondiente corriente neutra.

En cuanto a los resultados experimentales, el valor de ΔM_K ya ha sido mencionado en las secciones anteriores, y es de aproximadamente 3.5×10^{-15} GeV. Para las otras diferencias de masa, se encuentra [13]

$$\begin{aligned} \Delta m_D &< 1.3 \times 10^{-13} \text{ GeV} \\ \Delta m_B &\simeq 3.4 \times 10^{-13} \text{ GeV} \end{aligned} \quad (5.62)$$

de modo que tomando $m_K \simeq 0.5$ GeV, $m_D \simeq 1.86$ GeV y $m_B \simeq 5.28$ GeV, obtenemos

$$\frac{\Delta m_K}{m_K} \simeq 7.0 \times 10^{-15} \quad \frac{\Delta m_D}{m_D} \lesssim 7.0 \times 10^{-14} \quad \frac{\Delta m_B}{m_B} \simeq 6.4 \times 10^{-14} \quad (5.63)$$

Estos valores resultan precisamente del orden esperado de acuerdo con las predicciones del MS mínimo, de modo que sería deseable que las nuevas contribuciones (5.61), debidas en este caso a los acoplamientos del bosón de gauge Z'^0 , resulten de algún orden de magnitud inferior.

Para las estimaciones numéricas correspondientes hemos tomado $f_K = 0.16$ GeV, $f_D = 0.2$ GeV, $x = 0.2325$, y los valores de G_F , M_Z y M_W de la ref. [13]. Las constantes B_D y B_K han sido aproximadas por 1, y en el caso de ΔM_B hemos usado el resultado estimado en el modelo de la bolsa, $f_{B_d} \sqrt{B_{B_d}} \simeq 0.22$ [14]. Con estos valores se encuentran cotas para la masa del Z'^0 dadas por

$$\begin{aligned} M_{Z'} &> 1.4 \times 10^6 [\text{Re}(\Delta_{12}^d)^2]^{\frac{1}{2}} \text{ GeV} \\ M_{Z'} &> 5.5 \times 10^5 [\text{Re}(\Delta_{12}^u)^2]^{\frac{1}{2}} \text{ GeV} \\ M_{Z'} &> 6.1 \times 10^5 [\text{Re}(\Delta_{13}^d)^2]^{\frac{1}{2}} \text{ GeV} \end{aligned} \quad (5.64)$$

es decir, dependientes de los elementos de matriz $\Delta_{ij}^{u,d} = (V_L^{u,d})_{11}^* (V_L^{u,d})_{1j}$. Como hemos explicado en la sección anterior, éstas matrices contienen nuevos parámetros, vinculados solamente por la relación (5.25), y que han sido introducidos debido a que los fermiones están en representaciones diferentes del grupo $SU(3)_L$.

Por otra parte, según se discute en la ref. [2], la escala a la que se produce la ruptura de la simetría $SU(3)_L$ sugiere que el valor de $M_{Z'}$ debe resultar del orden de unos 2 TeV. Pero para que este valor pueda ser compatible con las condiciones (5.64), es necesario que se satisfaga

$$\text{Re}[(V_L^{u,d})_{11}^* (V_L^{u,d})_{1j}] \sim 10^{-3} \quad \forall j \quad (5.65)$$

condición que es comparable con la (5.49) impuesta por el valor experimental de ϵ en el caso de tener ruptura espontánea de CP.

Hasta aquí nos hemos referido al modelo 3-3-1, sin distinguir entre la forma en que se lo presenta en las referencias [1] y [2]; de hecho, todos los resultados hasta el momento son comunes a ambas propuestas. Sin embargo, éstas no son completamente equivalentes: en la ref. [1], la primera familia de quarks es la que se ubica en un

triplete, y las restantes en antitriples, mientras que en la ref. [2] es la tercera familia la que se ve “discriminada” ocupando un triplete de $SU(3)_L$.

Como mencionamos, el análisis que hemos llevado a cabo a lo de este capítulo no se ve afectado por esta elección, que es desde luego completamente arbitraria. En efecto, referirse a “primera” o “tercera” familia para los fermiones en (5.1) no tiene demasiado sentido, dado que puede pasarse de una opción a otra por medio de las transformaciones

$$V_L^{u,d} \rightarrow \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix} V_L^{u,d} \quad (5.66)$$

que dejan invariante la relación $V_L^{u\dagger} V_L^d = V_{CKM}$.

Pero esto puede no siempre resultar posible. Ocurre que al sugerir transformaciones como en (5.66), estamos dando por supuesto que toda la información disponible acerca de las matrices V_L^u y V_L^d consiste en que éstas deben satisfacer el vínculo impuesto por V_{CKM} . Sin embargo, las jerarquías observadas tanto entre las masas como entre los ángulos de mezcla para los quarks han inducido a los físicos a presentar diferentes *Ansätze* acerca de las matrices de masa Γ^u y Γ^d , introducidas con los acoplamientos (5.19). Y en el marco de estas propuestas, puede verse de inmediato que la equivalencia entre las dos elecciones para el modelo 3-3-1 ya no tiene validez alguna.

El problema de las jerarquías ha dado lugar a muchos modelos de matrices de masa para los quarks en los últimos quince años. Para ver cuán importante pueden ser las consecuencias sobre las cotas para $M_{Z'}$, consideremos el esquema simple propuesto por H. Fritzsch [15], en el cual los elementos de las matrices de mezcla respetan la jerarquía

$$V_{ij}^{u,d} \approx \left(\frac{m_i}{m_j} \right)^{\frac{1}{2}}, \quad i < j \quad (5.67)$$

donde las m_i representan las masas de los quarks, ordenadas en orden creciente para cada generación. La relación (5.67) puede obtenerse si se supone que las matrices $\Gamma^{u,d}$ son tales que $\Gamma_{ij} \approx (m_i m_j)^{\frac{1}{2}}$ [16].

Con estas hipótesis, los valores experimentales para ΔM_P ($P = K, D, B_d, B_s, \dots$) conducirán a sendas cotas para el valor de $M_{Z'}$, dependiendo de cuál sea la familia

de quarks “discriminada” respecto de las otras dos. Para obtener las estimaciones numéricas, hemos utilizado las masas de los quarks en (3.37), en tanto que las fases de los elementos de matriz han sido tomadas iguales a cero, tal como sucede en el caso de ruptura espontánea de CP discutido en las secciones anteriores. Los resultados correspondientes se presentan en la tabla 5.1.

Como conclusión, obtenemos que la elección de la tercera familia es la favorecida si se desea que el bosón Z'^0 posea una masa del orden de unos pocos TeV, tal como se sugiere en la ref. [2]. Sin embargo, una cota más fuerte para esta elección puede provenir en el futuro del sistema $B_s^0 - \overline{B}_s^0$, donde el factor de supresión en el modelo de Fritzsche resulta $|(V_L^d)_{23}(V_L^d)_{33}| \approx 0.2$.

Señalemos por último que, ciertamente, la propuesta de Fritzsche no es la única que conduce a resultados como los expuestos en la tabla 5.1. En efecto, la “textura”

$$\Gamma = \begin{pmatrix} \alpha_{11} & \alpha_{12} & \alpha_{13} \\ \alpha_{21} & \beta_{22} & \beta_{23} \\ \alpha_{31} & \beta_{32} & \gamma \end{pmatrix}, \quad (5.68)$$

con $\alpha_{ij} \ll \beta_{ij} \ll \gamma$, es común a muchos *Ansätze* para las matrices de masa [17]. Y aun cuando en los diferentes casos los resultados numéricos pueden resultar modificados, el suponer una estructura como en (5.68) resulta en general suficiente para que la discriminación de la tercera familia resulte favorecida si se desean cotas relativamente bajas para el valor de $M_{Z'}^\dagger$.

[†] Una excepción resultan los modelos que tratan con matrices las de masa llamadas “democráticas” [18]. Los ángulos de mezcla en estos casos no son pequeños, y en consecuencia se tienen cotas más elevadas para la masa del bosón Z'^0 .

Bibliografía

- [1] F. Pisano y V. Pleitez, *Phys. Rev.* **D46** (1992) 410.
- [2] P. H. Frampton, *Phys. Rev. Lett.* **69** (1992) 2889. Ver también D. Ng, *TRIUMF preprint TRI-PP-92-125*, diciembre de 1992.
- [3] M. Singer, J. W. F. Valle y J. Schechter, *Phys. Rev.* **D22**, (1980) 738.
- [4] V. Pleitez and M. D. Tonasse, *Phys. Rev.* **D48** (1993) 2353.
- [5] R. Foot, O. F. Hernandez, F. Pisano and V. Pleitez, *Phys. Rev.* **D47**, (1993) 4158.
- [6] L. Epele, H. Fanchiotti, C. García Canal and D. Gómez Dumm, *Phys. Lett.* **343B** (1995) 291.
- [7] K. S. Babu and E. Ma, *Phys. Rev.* **D31** (1985) 2861.
- [8] J. F. Donoghue, J. S. Hagelin and B. R. Holstein, *Phys. Rev.* **D25** (1982) 195.
- [9] S. Weinberg, *Phys. Rev. Lett.* **37** (1976) 657.
- [10] L. Epele, H. Fanchiotti, C. García Canal y D. Gómez Dumm, *J. Phys.* **G20** (1994) 1159.
- [11] J. Liu y L. Wolfenstein, *Nucl. Phys.* **B289** (1987) 1.
- [12] D. Gómez Dumm, F. Pisano y V. Pleitez, *Mod. Phys. Lett.* **A9** (1994) 1609.
- [13] Review of Particle Properties, *Phys. Rev.* **D50** (1994) 1173.

- [14] A. Abada *et al.*, *Nucl. Phys.* **B376** (1992) 172.
- [15] H. Fritzsch, *Phys. Lett.* **73B** (1978) 317, *Nucl. Phys.* **B155** (1979) 189.
- [16] T. P. Cheng y M. Sher, *Phys. Rev.* **D35** (1987) 3484.
- [17] S. Ranfone, *Phys. Rev.* **D42** (1990) 3819; S. Dimopoulos, H. Hall y S. Raby, *Phys. Rev.* **D45** (1992) 4192; J. Rosner y M. Worah, *Phys. Rev.* **D46** (1992) 1131; A. Antaramian, L. Hall y A. Rašin, *Phys. Rev. Lett.* **69** (1992) 1871; L. Hall y S. Weinberg, *Phys. Rev.* **D48** (1993) R979.
- [18] P. Kaus y S. Meshkov, *Mod. Phys. Lett.* **A3** (1988) 1251; Y. Koide, *Phys. Rev.* **D28** (1983) 252.

FIGURAS - CAPÍTULO 5

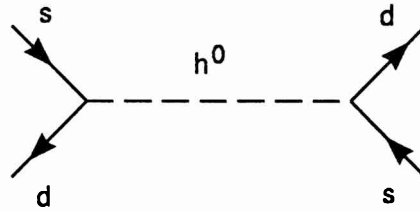


Fig. 5.1: diagrama árbol con $\Delta S = 2$ presente en el modelo "3-3-1".

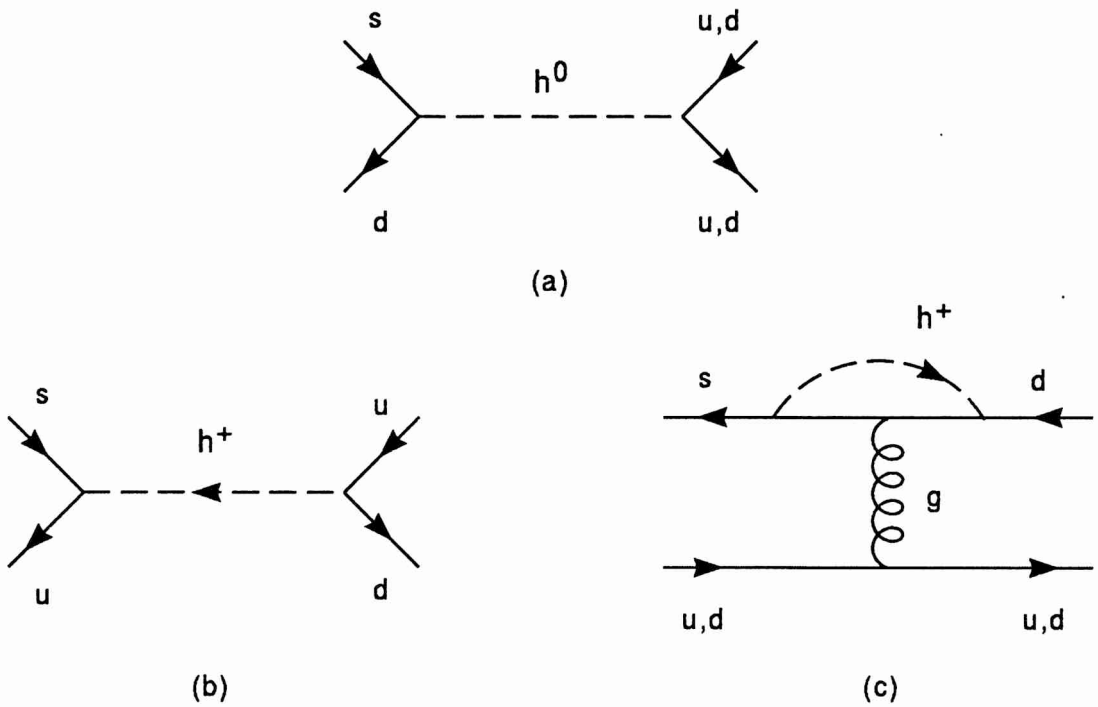


Fig. 5.2: contribuciones de más bajo orden para los procesos con $\Delta S = 1$ debidas a la presencia de escalares neutros y cargados.

TABLAS - CAPÍTULO 5

Familia diferenciada	$K - K$	$D - D$	$B_d - B_d$
Primera (ref. [1])	315 TeV	35 TeV	25 TeV
Segunda	315 TeV	35 TeV	25 TeV
Tercera (ref. [2])	10 TeV	0.3 TeV	25 TeV

Tabla 5.1: Cotas inferiores para el valor de $M_{Z'}$ provenientes de los sistemas de mesones neutros si se considera un Ansatz de tipo Fritzsch para las matrices de masa de los quarks.

Sumario

A lo largo de este trabajo de Tesis Doctoral hemos llevado a cabo un análisis fenomenológico de la violación de CP, comparando los resultados conocidos para el Modelo Standard mínimo con las predicciones correspondientes a diferentes modelos que contienen extensiones simples del sector escalar y del grupo de gauge.

En primer lugar, hemos presentado una introducción sobre las simetrías P, C y T en la naturaleza, y sus operadores asociados en el marco de la teoría cuántica de campos. A continuación hemos descrito las manifestaciones conocidas de violación de CP en el sistema de mesones K (representadas a través de los parámetros ε y ε'), refiriéndonos también a las cotas experimentales para el momento dipolar eléctrico del neutrón, d_n . En el capítulo 3 hemos detallado los resultados para estos parámetros calculados en el marco del Modelo Standard mínimo, en el que la violación de CP es introducida en forma explícita a través del mecanismo de Kobayashi-Maskawa.

En el capítulo 4, nos hemos dedicado al estudio de modelos extendidos que presentan dos y tres dobletes de escalares. La presencia de estos nuevos dobletes permite que la violación de CP pueda producirse en forma espontánea, simultáneamente con la ruptura de la simetría de gauge electrodébil. Sin embargo, como hemos mostrado, estos modelos contienen típicamente corrientes neutras con cambio de sabor (CNCS), que suelen traer consigo serios problemas de compatibilidad con los resultados experimentales. Las CNCS pueden ser suprimidas por medio de diversos mecanismos, como la introducción de simetrías discretas exactas o aproximadas, o la presencia de escalares muy masivos. En todos los casos, resulta difícil compatibilizar estos mecanismos con las observaciones fenomenológicas de violación de CP. En la sección 4.4 hemos presentado una nueva alternativa, que contempla la supresión de las CNCS en

las interacciones fundamentales de los fermiones con los escalares físicos, y conduce a acoplamientos de Yukawa que no son proporcionales a las masas de los fermiones involucrados. Luego de estimar las nuevas contribuciones (debidas a los escalares) presentes en el modelo, hemos encontrado que en este marco es posible saturar la cota experimental para el valor de d_n manteniendo al mismo tiempo las predicciones correctas para los procesos conocidos de bajas energías (esto no es posible en el Modelo Standard mínimo). Además, es posible compatibilizar los resultados obtenidos para los parámetros ε y ε' con los valores observados experimentalmente que se mencionan en el capítulo 2.

En el capítulo 5 hemos presentado un análisis detallado de la fenomenología relacionada con la violación de CP en un modelo con simetría $SU(3)_L \otimes U(1)_Y$ electrodébil, o modelo “3-3-1”. La extensión del grupo de gauge requiere aquí la presencia de un sector de Higgs extendido, así como de nuevos fermiones y bosones de gauge. Para el estudio de la violación de CP, hemos considerado en primer lugar los posibles términos no autohermíticos en el potencial escalar, concluyendo que es posible que la ruptura de CP se produzca en forma espontánea cuando se incluye en el modelo un sextuplete de escalares para generar las masas de los leptones. Una vez supuesta la ruptura espontánea, hemos procedido a estudiar las correspondientes consecuencias fenomenológicas. Para ello resulta necesario un análisis cuidadoso del potencial escalar, de modo tal de obtener los estados de masa físicos en el sector de Higgs. Luego de encontrar estos escalares físicos, hemos calculado las principales contribuciones a los parámetros ε y ε' , comparando nuestros resultados con los datos obtenidos experimentalmente. Como conclusión, hemos encontrado que la viabilidad del modelo está sujeta a ciertas condiciones sobre los ángulos en las matrices de mezcla para los quarks. Estas condiciones han sido contrastadas con las cotas obtenidas para los parámetros que deben introducirse *ad-hoc*, por ejemplo, en modelos con dos dobletes y simetrías discretas aproximadas para suprimir las CNCS. En el modelo “3-3-1”, las CNCS aparecen debido a que existen dos representaciones fundamentales no equivalentes en el grupo $SU(3)_L$, y esto conduce a que su supresión resulte vinculada naturalmente con las matrices de mezcla de los quarks. En la sección 5.7, finalmente, hemos estudiado las CNCS debidas al nuevo bosón de gauge neutro Z'^0 , discutiendo

el problema de la “discriminación” de una de las familias de quarks (en el sentido de que pertenezca a una representación diferente de $SU(3)_L$). Los resultados en este caso indican que, si el valor de $M_{Z'}$ no ha de superar el orden de 10 TeV, la tercera familia debe ser la discriminada cuando las matrices de masa para los quarks tienen la estructura jerárquica propuesta usualmente en los modelos conocidos.