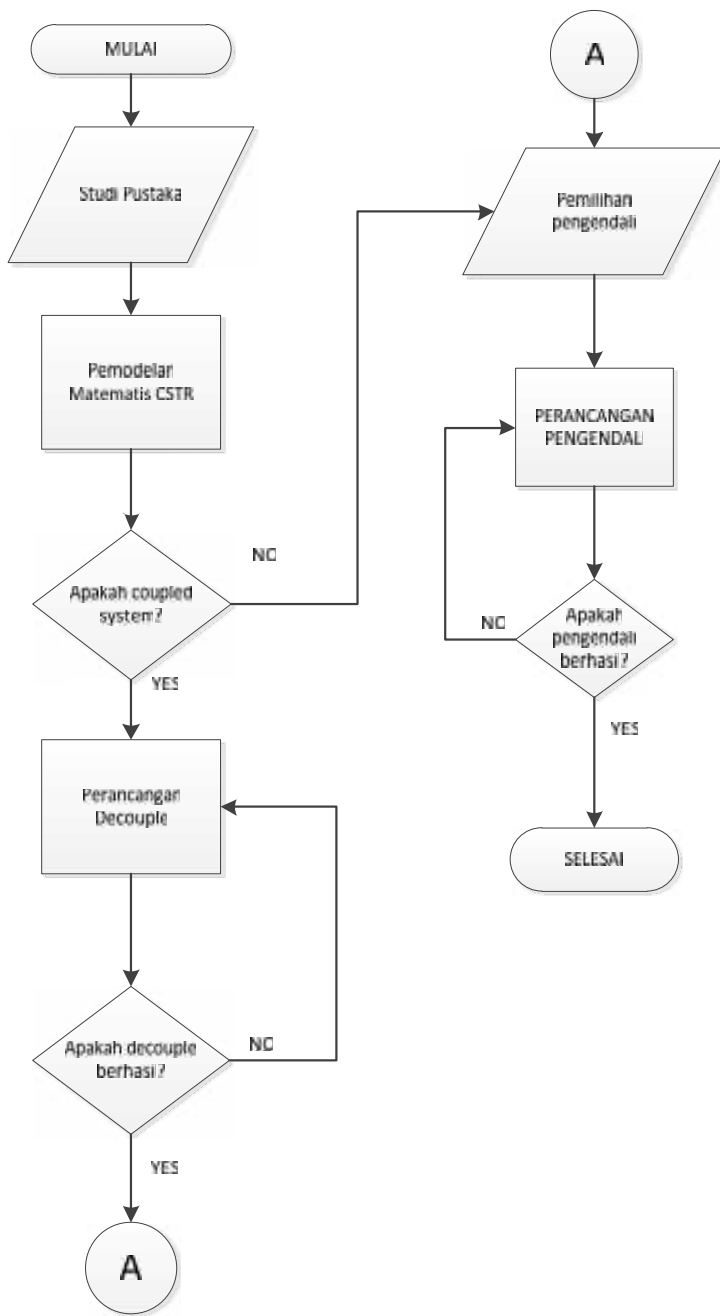


BAB III

METODA PENELITIAN

3.1. Gambaran Umum Metoda Penelitian



Gambar 3.1. *Flow Chart* penelitian

Metode penelitian dimulai dengan mencari studi literatur yang berhubungan dengan penelitian ini, kemudian mendapatkan pemodelan matematis sistem *non* linier multivariabel CSTR. Pemodelan matematis sistem didapat dengan cara menurunkan rumus matematika dan fisika sesuai dengan kesetaraan tangki. Berdasarkan pemodelan yang diturunkan, sistem CSTR merupakan sistem *non* linier multivariabel dilihat dari banyaknya variabel yang bisa dikendalikan.

Pada penelitian ini, pemodelan matematis yang diturunkan yaitu untuk pengendalian *level* dan konsentrasi. Setelah dilakukan pengujian sistem matematis ternyata *level* dan konsentrasi saling mempengaruhi (*coupled system*). Untuk menghilangkan pengaruh tersebut dilakukan metode *decouple* pada sistem *non* linier multivariabel CSTR .

Setelah pengaruh *level* terhadap konsentrasi hilang sebagai akibat pemasangan *decoupler*, langkah selanjutnya adalah menguji apakah rancangan ini berhasil atau tidak. Setelah rancangan *decouple* berhasil barulah ketahap selanjutnya.

Dengan merujuk pada studi pustaka, dalam mengendalikan sistem yang multivariabel maka dipilihlah pengendali SM. Meskipun pengendali ini kebanyakan untuk sistem SISO tapi dengan menggunakan metoda *decoupler*, pengendali SM ini bisa diterapkan pada sistem MIMO.

Langkah selanjutnya merancang pengendali *decouple sliding mode* pada sistem. Pengendali *decouple sliding mode* dirancang untuk mengendalikan *level* dan konsentrasi secara terpisah. Namun pada *decouple sliding mode* terdapat *chattering* yang menyebabkan *error steady state*.

Selanjutnya memahami dasar – dasar aksi kendali *Proposional Integral Derivatif (PID)*. kemudian merancang aksi kendali PID pada permukaan luncur pengendali *Decouple Sliding Mode* untuk meminimalisir *error steady state* dan menguji performansi pengendali PID yang sudah ditambahkan pada permukaan luncur pengendali *Decouple Sliding Mode*, hal ini dilakukan dengan cara simulasi menggunakan perangkat lunak *Simulink Matlab*.

3.2 Uji open loop plan CSTR

Sistem CSTR seperti yang ditunjukkan pada Gambar 2.1 memiliki dua masukan yaitu Laju aliran (F_1) dengan konsentrasi (C_1) dan Laju aliran (F_2) dengan konsentrasi (C_2). Keluarannya adalah aliran F_0 yang mempengaruhi *level* dalam tangki, dengan perkiraan fluida

dalam tangki teraduk sempurna maka aliran fluida keluaran memiliki konsentrasi C_0 yang sama dengan konsentrasi dalam tangki.

Pemodelan matematis sistem berdasarkan kesetaraan tangki dengan asumsi tidak ada fluida yang keluar sebagai uap, temperatur dianggap konstan. Mengacu pada hasil penurunan rumus (2.24) dan (2.25), maka didapatkan:

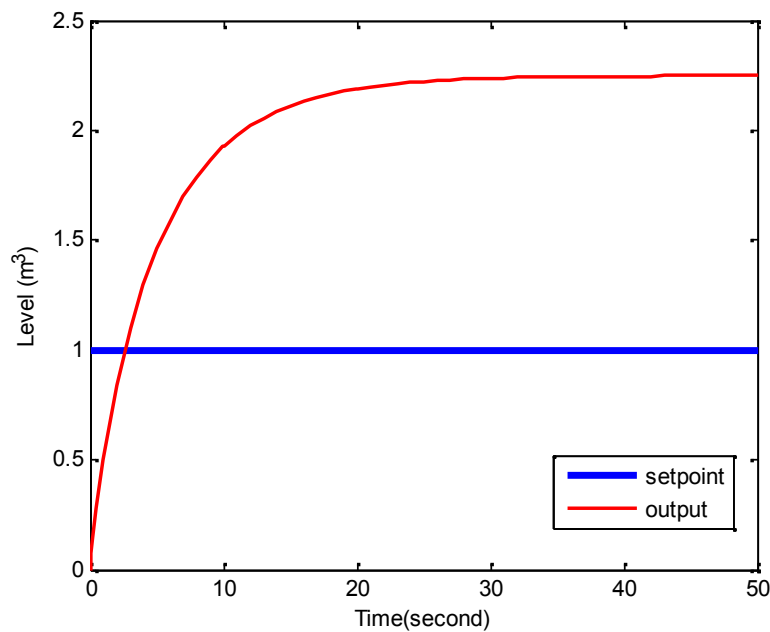
Pengendalian *level*

$$\frac{dH}{dt} = \frac{1}{A} (F_1 + F_2) - \frac{k}{A} \sqrt{H} \quad (3.1)$$

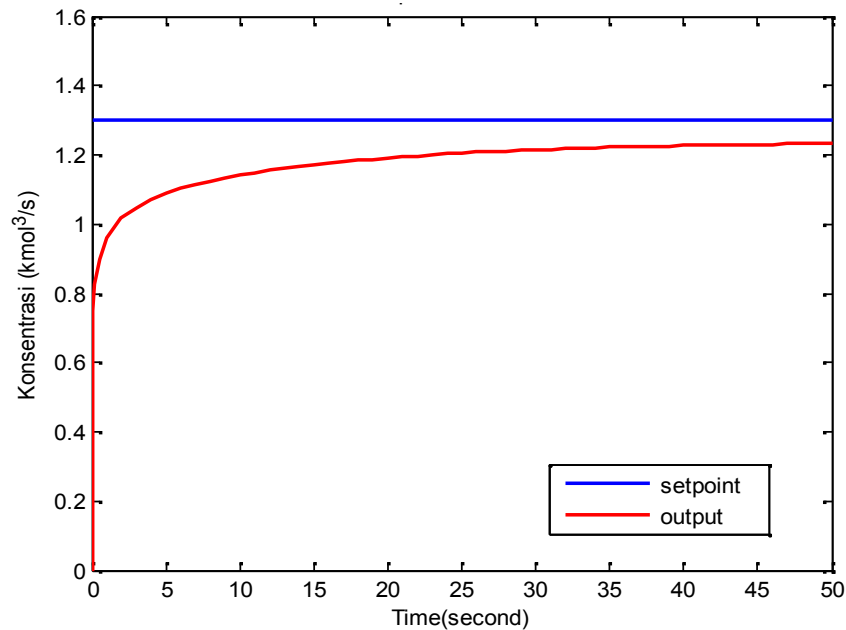
Pengendalian konsentrasi

$$\frac{dC_0}{dt} = \frac{1}{AH} \{(C_1 - C_0)F_1 + (C_2 - C_0)F_2\} \quad (3.2)$$

Dari pemodelan matematika di atas akan diimplementasikan pada simulink matlab tanpa pengendali dan menghasilkan grafik sebagai berikut:



Gambar 3.2. Grafik *open loop level* sistem CSTR



Gambar 3.3. Grafik *Open loop* konsentrasi sistem CSTR

Pada gambar 3.2 merupakan hasil keluaran *level* pada saat pengujian simulasi *open loop* sistem CSTR. Terlihat bahwa *level* melampaui *setpoint* yang diinginkan. Gambar 3.3 merupakan hasil keluaran konsentrasi pada saat pengujian simulasi *open loop* sistem CSTR . Terlihat konsentrasi belum mencapai *setpoint* yang diinginkan. Pada penelitian ini terdapat dua variabel yang dikendalikan yaitu *level* dan konsentrasi. Dengan demikian, untuk mengendalikan masing-masing variabel merupakan hal yang sulit dilakukan. Oleh sebab itu, perlu diperiksa seberapa besar interaksi antara dua variabel tersebut, agar pengendali dapat dirancang secara terpisah untuk mengendalikan masing – masing variabel *level* dan konsentrasi.

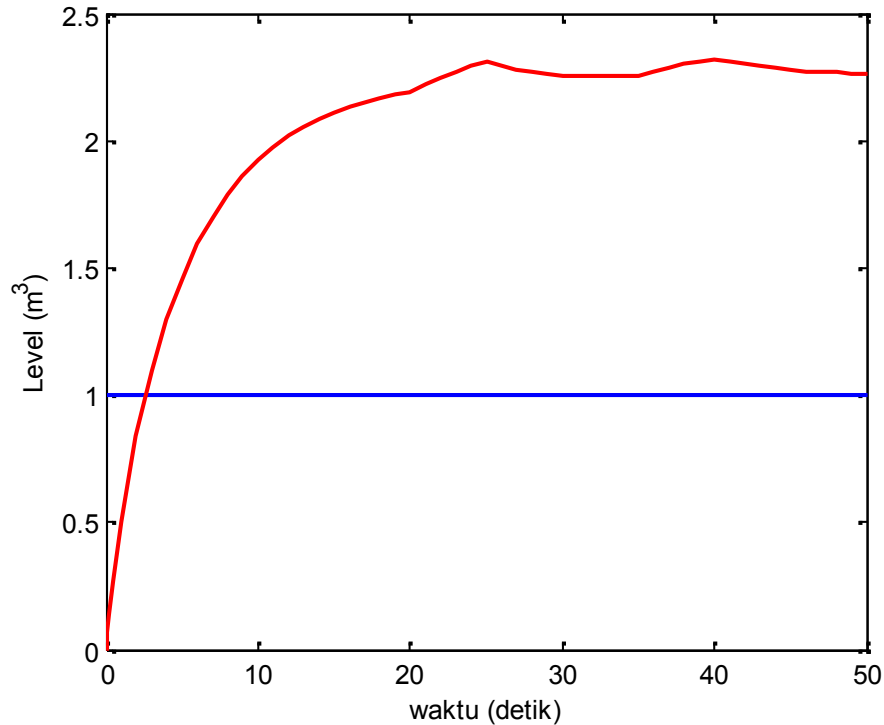
3.2.1 Pengujian *Coupled System*

Suatu sistem disebut *coupled* apabila masukkan pertama diberi gangguan maka secara langsung bukan hanya keluaran pertama tapi keluaran kedua juga akan terkena dampak gangguan tersebut, begitu pula sebaliknya.

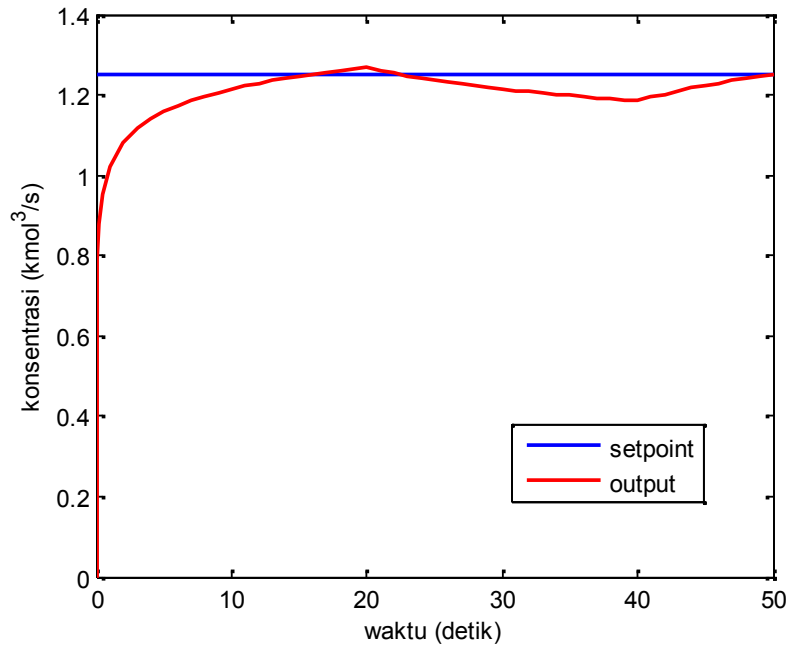
Untuk mengetahui seberapa besar pengaruh interaksi antara dua variabel *level* dan konsentrasi pada sistem CSTR, akan dilakukan pengujian *coupled system* dengan memberikan gangguan pada masing-masing sinyal kendali yaitu laju aliran (F_1) dan laju aliran (F_2).

Pengujian ini dilakukan untuk mengetahui seberapa besar pengaruh *coupled system* sehingga perlu dirancang *decoupler*, agar pengendali dapat dipasang secara terpisah untuk mengendalikan *level* dan konsentrasi sistem CSTR. Pengujian *open loop* dilakukan dengan memberikan gangguan sebesar 20% dari masing-masing sinyal kendali. Gangguan diberikan pada detik ke 20 sampai detik ke 40.

Berikut hasil simulasi open loop saat diberi gangguan pada masing-masing masukan.



Gambar 3.4. Respon *level* dengan gangguan 20% pada sinyal kendali F_1

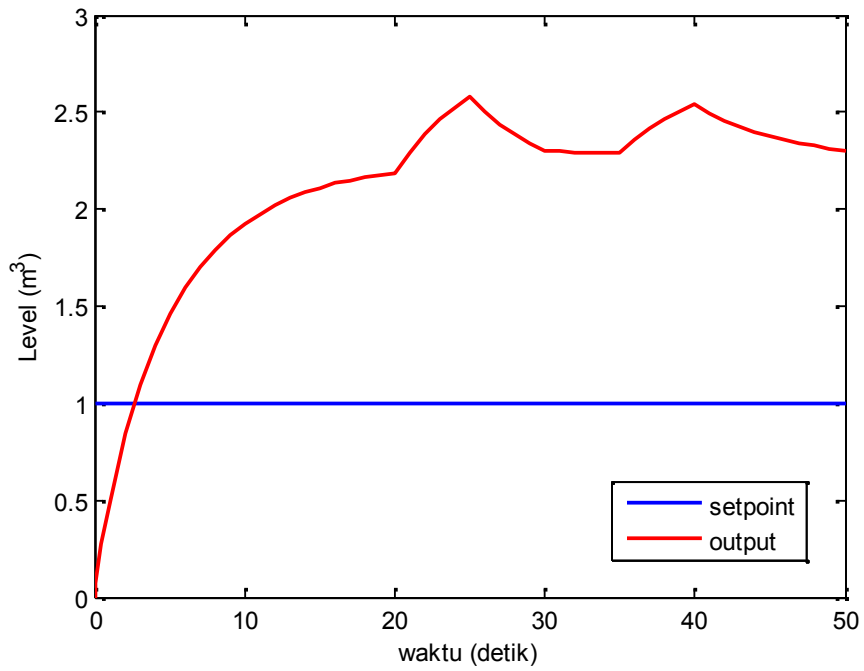


Gambar 3.5. Respon konsentrasi dengan gangguan 20% pada sinyal kendali F_1

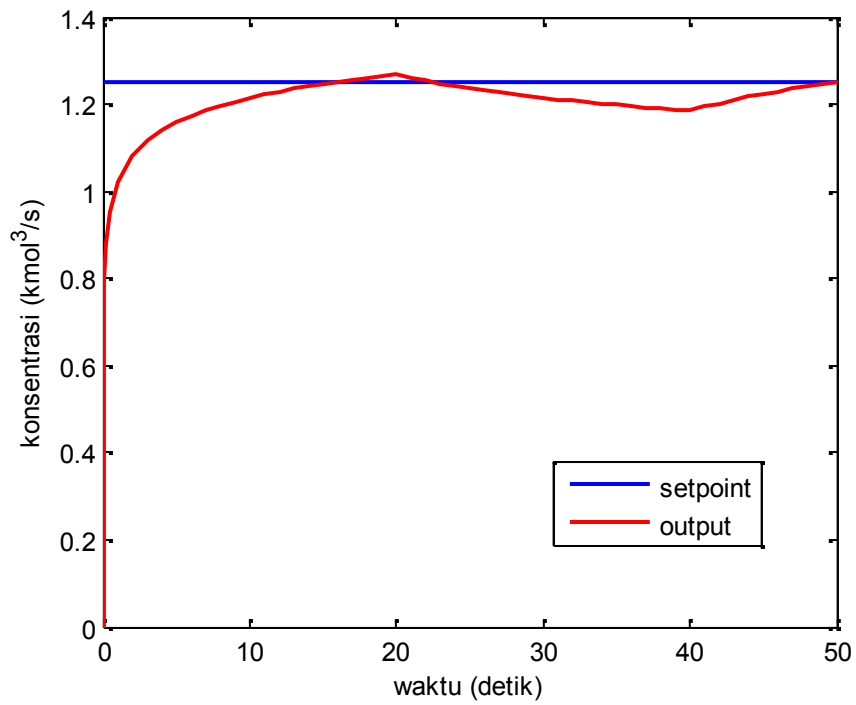
Gambar 3.4 dan Gambar 3.5 merupakan hasil keluaran *level* dan konsentrasi pada saat uji simulasi *open loop* sistem CSTR untuk melihat pengaruh *coupled system*. Gangguan 20% hanya diberikan pada sinyal kendali F_1 . Berdasarkan hasil simulasi menunjukkan bahwa gangguan yang diberikan mempengaruhi keluaran *level* dan konsentrasi. Hal ini menunjukkan adanya interaksi antara kedua variabel *level* dan konsentrasi.

Pengujian *coupled system* dilanjutkan dengan memberikan gangguan pada sinyal kendali F_2 . Gangguan sebesar 20% dari sinyal kendali F_2 diberikan pada detik ke 20 sampai detik ke 40.

Berikut hasil simulasi *level* dan konsentrasi saat diberi gangguan pada sinyal kendali F_2 .



Gambar 3.6. Respon *level* dengan gangguan 20% pada sinyal kendali F_2



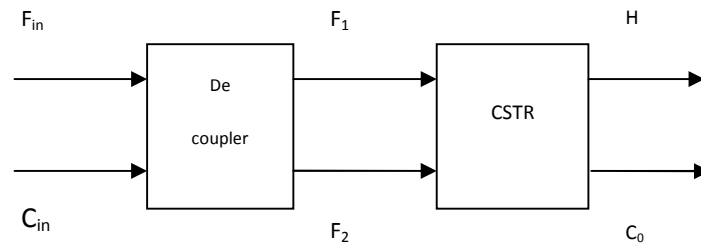
Gambar 3.7. Respon konsentrasi dengan gangguan 20% pada sinyal kendali F_2

Gambar 3.6 dan 3.7 menunjukkan respon *level* dan konsentrasi ketika sinyal kendali F_2 diberi gangguan sebesar 20%. Berdasarkan hasil simulasi pengujian *open loop* yang dilakukan dapat dipastikan bahwa sistem CSTR ini adalah *coupled system*. Hasil simulasi menunjukkan adanya interkasi kedua variabel *level* dan konsentrasi. Sinyal kendali F_1 dan F_2 mempengaruhi keluaran *level* dan juga mempengaruhi keluaran konsentrasi.

Untuk menyelesaikan masalah *coupled system* akan dirancang *decoupler* agar pengendali *sliding mode* dapat dipasang secara terpisah untuk mengendalikan masing-masing *level* dan konsentrasi.

3.2.2 Perancangan *Decoupler*

Seperti yang diketahui, pada sistem CSTR antara *level* dan konsentrasi itu saling mempengaruhi, untuk itu dilakukan *decouple* agar *level* dan konsentrasi dapat dikendalikan secara terpisah. *Decouple* dilakukan dengan merancang suatu sistem baru yang membuat seolah-olah masukan sistem adalah F_{in} dan C_{in} . Desain sistem baru ini selanjutnya disebut dengan *decoupler*. Ilustrasi sistem dengan *decoupler* dapat dilihat pada gambar berikut:



Gambar 3.8. Desain Sistem Baru (*Decoupler*)
(Sumber : Dian, 2013)

$$F_{in} = F_1 + F_2 \quad (3.3)$$

$$C_{in} = \frac{C_1 F_1 + C_2 F_2}{F_1 + F_2} \quad (3.4)$$

$F_1 : F_2$ sebagai fungsi dari F_{in} dan C_{in}

$$F_1 + F_2 = F_{in} \quad (3.5)$$

$$\frac{C_1 F_1 + C_2 F_2}{F_1 + F_2} = C_{in} \quad (3.6)$$

$$\frac{C_1 F_1 + C_2 F_2}{F_{in}} = C_{in} \quad (3.7)$$

$$C_1 F_1 + C_2 F_2 = C_{in} F_{in} \quad (3.8)$$

Untuk konsentrasi C_1 :

$$C_1 F_1 + C_1 F_2 = C_1 F_{in}$$

$$C_1 F_1 + C_2 F_2 = C_{in} F_{in} \quad -$$

$$(C_1 - C_2) F_2 = C_1 F_{in} - C_{in} F_{in}$$

$$F_2 = \frac{1}{(C_1 - C_2)} \{C_1 F_{in} - C_{in} F_{in}\} \quad (3.9)$$

Untuk konsentrasi C_2 :

$$C_2 F_1 + C_2 F_2 = C_2 F_{in}$$

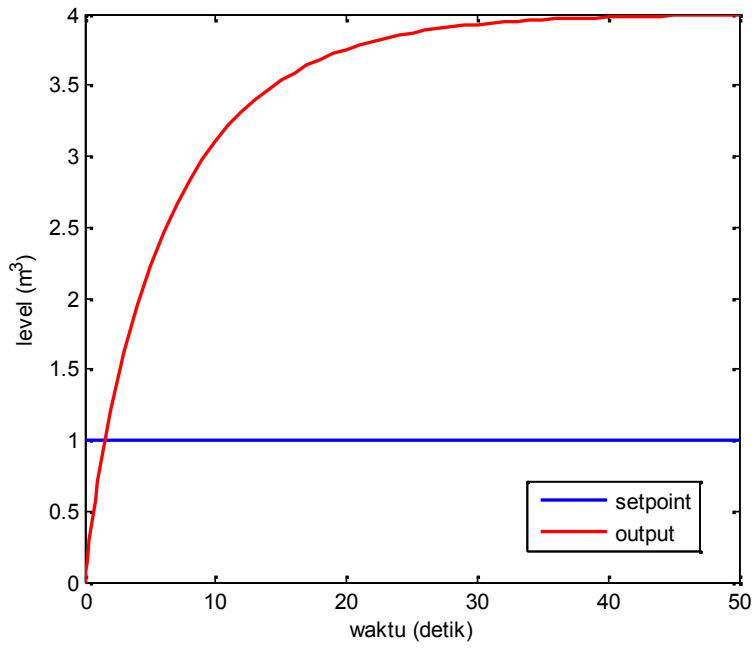
$$C_1 F_1 + C_2 F_2 = C_{in} F_{in} \quad -$$

$$(C_2 - C_1) F_1 = C_2 F_{in} - C_{in} F_{in}$$

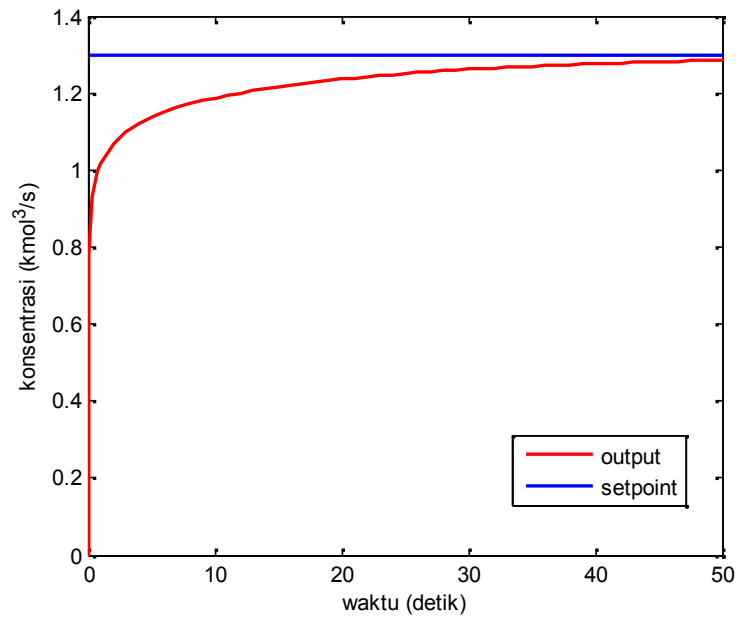
$$F_1 = \frac{1}{(C_2 - C_1)} \{C_2 F_{in} - C_{in} F_{in}\} \quad (3.10)$$

Setelah didapatkan hubungan antara *input* sebenarnya dan virtual *manipulated input*. Pengujian *open loop* akan dilakukan kembali untuk memeriksa apakah *decoupler* yang dirancang telah berhasil menghilangkan pengaruh *coupled system*.

Berikut hasil simulasi sistem CSTR yang sudah *decouple*:



Gambar 3.9. Respon *open loop level* dengan *decoupler*

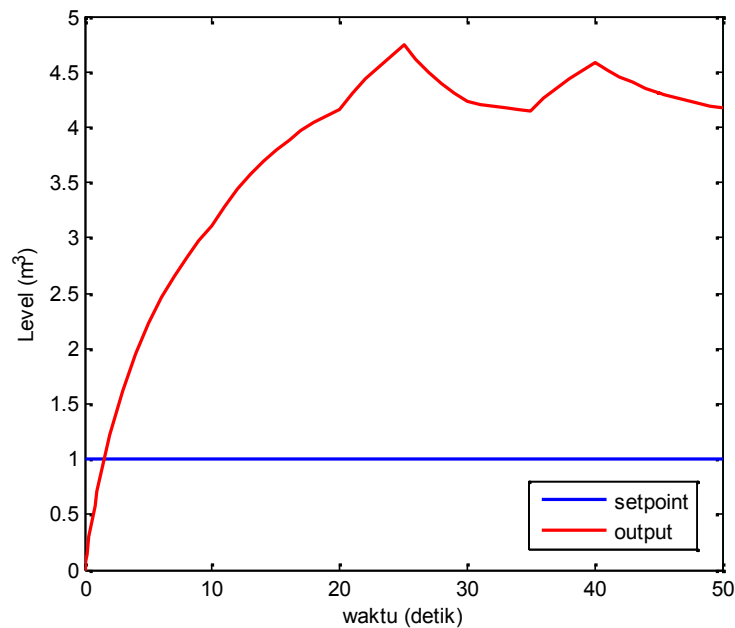


Gambar 3.10. Respon *open loop konsentrasi* dengan *decoupler*

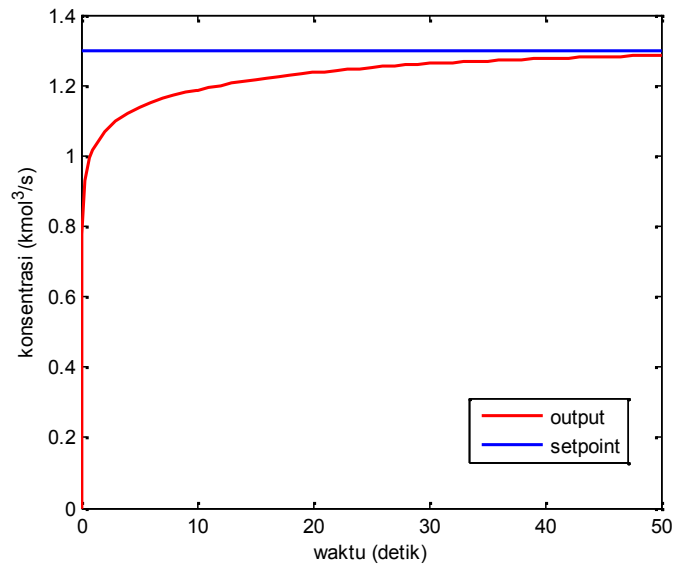
Gambar 3.9 dan Gambar 3.10 menunjukkan respon *open loop level* dan konsentrasi setelah *decoupler* dirancang. Berdasarkan grafik tersebut ditunjukkan bahwa respon *level* dan konsentrasi tidak mencapai *setpoint* yang diinginkan, hal ini dikarenakan belum dipasangkan pengendali yang sesuai.

Untuk membuktikan *decoupler* yang dirancang berhasil, *decoupler* diuji dengan memberikan gangguan terhadap masing-masing *virtual manipulated* variabel F_{in} dan C_{in} , *decoupler* sukses dirancang jika gangguan yang diberikan pada salah satu sinyal kendali tidak mempengaruhi variabel lain.

Pengujian *open loop* kembali dilakukan untuk membuktikan hal ini, pengujian dilakukan dengan memberikan pada detik ke 20 sampai detik ke 40. Sistem CSTR diberikan gangguan sebesar 20% dari sinyal kontrol yang F_{in} dan gangguan sebesar 20% pada sinyal kendali C_{in} . Hasil simulasi respon *level* dengan gangguan sebesar 20% pada sinyal kendali F_{in} ditunjukkan pada Gambar 3.11. Respon konsentrasi dengan gangguan 20% dari sinyal kendali F_{in} ditunjukkan pada Gambar 3.12

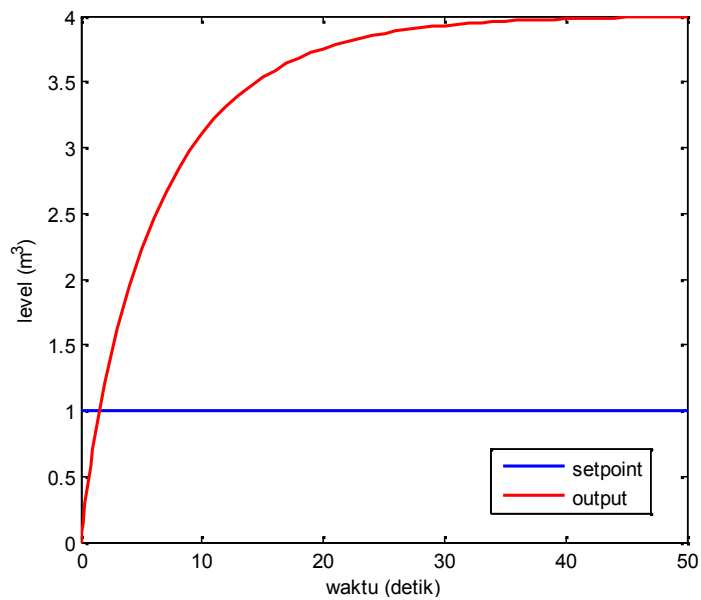


Gambar 3.11. Respon *level decoupler* dengan gangguan 20% pada sinyal kendali F_{in}

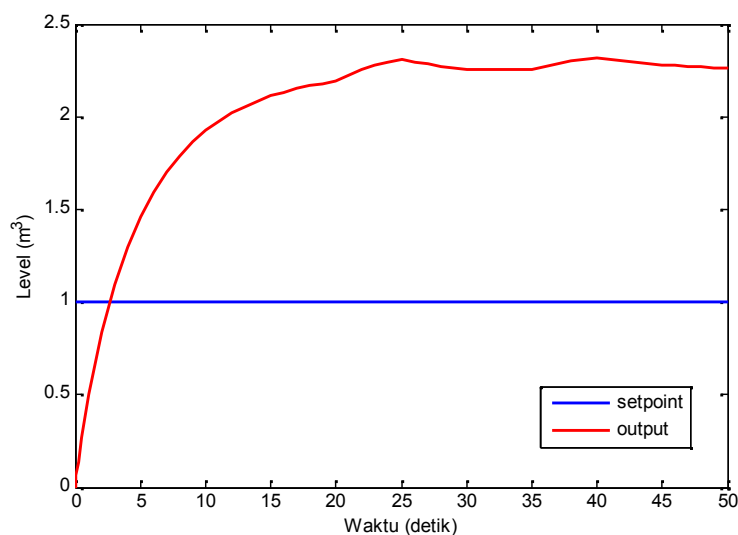


Gambar 3.12. Respon konsentrasi *decoupler* dengan gangguan 20% pada sinyal kendali F_{in}

Gambar 3.11 dan 3.12 merupakan pengujian terhadap *level* dengan memberikan gangguan pada sinyal kendali F_{in} . Sekarang pengujian dilakukan terhadap variabel konsentrasi dengan memberikan gangguan pada sinyal kendali C_{in} dan hasil pengujiannya sebagai berikut:



Gambar 3.13. Respon *level decoupler* dengan gangguan 20% pada sinyal kendali C_{in}

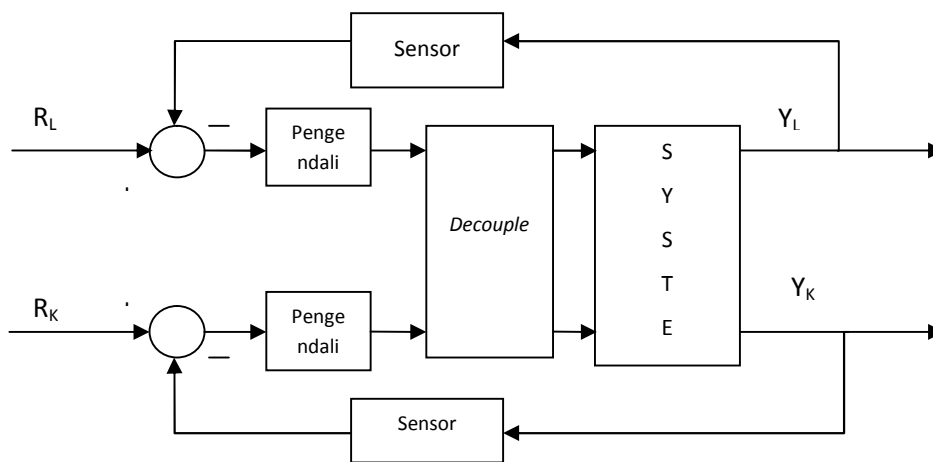


Gambar 3.14. Respon konsentrasi *decoupler* dengan gangguan 20% pada sinyal kendali C_{in}

Berdasarkan hasil simulasi, ditunjukkan bahwa *decoupler* yang dirancang dapat berfungsi dengan baik. Hal ini terbukti dengan respon sistem yang dihasilkan. Gangguan yang diberikan terhadap sinyal kendali F_{in} hanya mempengaruhi keluaran *level*, sementara gangguan yang diberikan pada sinyal kendali C_{in} hanya mempengaruhi keluaran konsentrasi.

3.3 Konsep Sistem

Adapun rancangan blok diagram konsep sistem penelitian ini adalah sebagai berikut :



Gambar 3.15. Diagram Blok perancangan pengendali

Gambar 3.15 menunjukkan masukan *level* R_L dan masukan konsentrasi R_K dikendalikan dengan pengendali *sliding mode* secara terpisah. Pada *sliding mode* terdapat *chattering* yang menyebabkan *error steady state*, untuk itu ditambahkan aksi pengendali PID. Penambahan aksi pengendali ini agar dapat meminimalisir *error steady state* namun kestabilan sistem tetap terjaga. Analisa dilakukan dengan melihat performa aksi kendali PID pada permukaan luncur pengendali *sliding mode* dalam menjejaki *setpoint* dan mempertahankan kestabilan sistem.

3.3.1 Perancangan Pengendali SMC

Berdasarkan sistem baru yang telah dibuat pada *decoupler*, dimana diasumsikan:

$$F_{in} = F_1 + F_2 \quad (3.11)$$

$$C_{in} = \frac{C_1 F_1 + C_2 F_2}{F_1 + F_2} \quad (3.12)$$

Pengendali *Level* pada CSTR:

$$\begin{aligned} \frac{dH}{dt} &= \frac{1}{A} (F_1 + F_2) - \frac{k}{A} \sqrt{H} \\ \frac{dH}{dt} &= \frac{1}{A} F_{in} - \frac{k}{A} \sqrt{H} \end{aligned} \quad (3.13)$$

Pengendali konsentrasi pada CSTR:

$$\frac{dC_0}{dt} = \frac{1}{AH} \{(C_1 - C_0)F_1 + (C_2 - C_0)F_2\} \quad (3.14)$$

$$\frac{dC_0}{dt} = \frac{1}{AH} (C_1F_1 - C_0F_1 + C_2F_2 - C_0F_2) \quad (3.15)$$

$$\frac{dC_0}{dt} = \frac{1}{AH} (C_1F_1 + C_2F_2 - C_0(F_1 + F_2)) \times \frac{1/F_1 + F_2}{1/F_1 + F_2} \quad (3.16)$$

$$\frac{dC_0}{dt} = \frac{1}{AH} \left(\frac{C_1F_1 + C_2F_2}{F_1 + F_2} - C_0 \right) (F_1 + F_2) \quad (3.17)$$

$$\frac{dC_0}{dt} = \frac{1}{AH} (C_{in} - C_0)(F_1 + F_2) \quad (3.18)$$

$$\frac{dC_0}{dt} = \frac{1}{AH} (C_{in}F_1 + C_{in}F_2 - C_0F_1 - C_0F_2) \quad (3.19)$$

$$\frac{dC_0}{dt} = \frac{1}{AH} (C_{in}(F_1 + F_2) - C_0(F_1 + F_2)) \quad (3.20)$$

Karena $F_1 + F_2 = F_{in}$, maka:

$$\frac{dC_0}{dt} = \frac{1}{AH} (C_{in}F_{in} - C_0F_{in}) \quad (3.21)$$

$$\frac{dC_0}{dt} = \frac{1}{AH} (-C_0F_{in} + C_{in}F_{in}) \quad (3.22)$$

Misalkan:

$$\frac{1}{A} = a_1 = b_2 \quad -\frac{C_0F_{in}}{H} = a_2$$

$$-\frac{k}{A} = b_1 \quad \frac{F_{in}}{AH} = c$$

Maka,

$$\dot{H} = a_1F_{in} + b_1\sqrt{H} \quad (3.23)$$

$$\dot{C}_0 = a_2b_2 + c C_{in} \quad (3.24)$$

a. Pengendali SMC untuk *Level*

Tracking error level sebagai fungsi permukaan lancar karena sistem berorde 1

$$S H, t = H - Hd = \bar{H} \quad \text{dimana: } Hd = Href \quad (3.25)$$

$$\dot{S} H, t = \dot{H} - \dot{H}ref \quad (3.26)$$

Substitusikan persamaan (3 – 26) ke persamaan (3 – 23)

$$\dot{S} H, t = a_1 F_{in} + b_1 \sqrt{H} - \dot{H}ref \quad (3.27)$$

Mendapatkan nilai *Ueq* atau \widehat{F}_{in} dengan $\dot{S} = 0$

$$0 = a_1 F_{in} + b_1 \sqrt{H} - \dot{H}ref$$

$$\widehat{F}_{in} = \frac{1}{a_1} (-b_1 \sqrt{H} - \dot{H}ref) \quad (3.28)$$

Sinyal kendali *sliding mode* $U = Ueq + Un$ Berdasarkan persamaan *lyapunov* maka didapatkan *Un* sebagai berikut:

$$\dot{V} = S\dot{S} \quad (3.29)$$

$$\dot{V} = S(Href - \dot{H})$$

$$= S \left(Href - (a_1 F_{in} + b_1 \sqrt{H}) \right)$$

$$= S \left(Href - \left(a_1 \left[\frac{1}{a_1} (-b_1 \sqrt{H} - \dot{H}ref) + Un \right] + b_1 \sqrt{H} \right) \right)$$

$$= S(a_1 Un)$$

$$(H - Hd)(a_1 Un)$$

$$a_1 Un = -\eta \text{sign}(s)$$

$$U_n = -\left|\frac{\eta}{a_1}\right| \text{sign}(s) \quad (3.30)$$

Sehingga sinyal pengendali *level* dengan pengendali *sliding mode* adalah:

$$U = U_{eq} + U_n$$

$$F_{in} = -\frac{1}{a_1}(b_1\sqrt{H} - H_{ref}) - \left|\frac{\eta}{a_1}\right| \text{sign}(s) \quad (3.31)$$

b. Pengendali SMC untuk konsentrasi

Tracking error sebagai permukaan luncur karena sistem berorde 1

$$S C_{0,t} = C_0 - C_{0d} \quad \text{dimana: } C_{0d} = C_{0ref} \quad (3.32)$$

$$\dot{S} C_{0,t} = \dot{C}_0 - \dot{C}_{0ref} \quad (3.33)$$

Substitusikan persamaan (3 – 33) ke persamaan (3 – 24):

$$\dot{S} C_{0,t} = a_2 b_2 + c C_{in} - \dot{C}_{0ref} \quad (3.34)$$

Mendapatkan nilai U_{eq} atau \widehat{C}_{in} dengan $\dot{S} = 0$

$$0 = a_2 b_2 + c C_{in} - \dot{C}_{0ref} \quad (3.35)$$

$$\widehat{C}_{in} = -\frac{1}{c}(a_2 b_2 - \dot{C}_{0ref}) \quad (3.36)$$

Sinyal kendali *sliding mode* $U = U_{eq} + U_n$ Berdasarkan persamaan *lyapunov* maka didapatkan U_n sebagai berikut:

$$\dot{V} = S\dot{S} \quad (3.37)$$

$$\begin{aligned} \dot{V} &= S(\dot{C}_{0ref} - \dot{C}_0) \\ &= S(\dot{C}_{0ref} - (a_2 b_2 + c C_{in})) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
&= S \left(\dot{C}_0 ref - \left(a_2 b_2 + c \left[\frac{1}{c} (a_2 b_2 + \dot{C}_0 ref) + U_n \right] \right) \right) \\
&= S(c U_n) \\
c U_n &= -\eta \operatorname{sign}(s) \\
U_n &= -\left| \frac{\eta}{c} \right| \operatorname{sign}(s)
\end{aligned} \tag{3.38}$$

Sehingga sinyal kendali konsentrasi dengan pengendali *sliding mode* adalah:

$$\begin{aligned}
U &= U_{eq} + U_n \\
C_{in} &= -\frac{1}{c} (a_2 b_2 - \dot{C}_0 ref) - \left| \frac{\eta}{c} \right| \operatorname{sign}(s)
\end{aligned} \tag{3.39}$$

3.3.2 Perancangan pengendali SMC dengan PID *sliding surface*

Rumus dasar aksi kendali *Proportional Integral Derivative* (PID) yaitu:

$$u(t) = K_p e(t) + K_i \int_0^t e(\tau) d\tau + K_d \frac{de}{dt} \tag{3.40}$$

Pada pengendali SMC, sudah didapatkan persamaan untuk pengendalian:

Level:

$$\dot{H} = a_1 F_{in} + b_1 \sqrt{H} \tag{3.41}$$

Konsentrasi:

$$\dot{C} = a_2 b_2 + c C_{in} \tag{3.42}$$

a. Pengendalian *level* dengan PID *sliding surface*

Perancangan pengendalian *level* menggunakan pengendali *sliding mode* dengan permukaan luncur PID sama dengan perancangan SMC hanya saja fungsi permukaan luncurnya yang berbeda. Karena sistem berorde 1 maka:

$$S H, t = \left(\frac{d}{dt} + \lambda \right)^{n-1} e + \lambda_1 \int_0^t e(t) dt + \lambda_2 \frac{de}{dt} \tag{3.43}$$

$$S H, t = e + \lambda_1 \int_0^t e(t) dt + \lambda_2 \frac{de}{dt} \quad (3.44)$$

$$\dot{S} H, t = \dot{e} + \lambda_1 e + \lambda_2 \ddot{e} \quad (3.45)$$

Dimana:

$$e = H - H_{ref}$$

$$\dot{e} = \dot{H} - \dot{H}_{ref}$$

$$\ddot{e} = \ddot{H} - \ddot{H}_{ref}$$

$$\dot{S} = \dot{H} - \dot{H}_{ref} + \lambda_1 (H - H_{ref}) + \lambda_2 (\ddot{H} - \ddot{H}_{ref}) \quad (3.46)$$

$$\dot{S} = a_1 F_{in} + b_1 \sqrt{H} - \dot{H}_{ref} + \lambda_1 H - \lambda_1 H_{ref} + \lambda_2 \ddot{H} - \lambda_2 \ddot{H}_{ref} \quad (3.47)$$

Sinyal kendali pada pengendali *sliding mode* $U = U_{eq} + U_n$. Untuk mendapatkan U_{eq} sebagai berikut:

$$\dot{S} = a_1 F_{in} + b_1 \sqrt{H} - \dot{H}_{ref} + \lambda_1 H - \lambda_1 H_{ref} + \lambda_2 \ddot{H} - \lambda_2 \ddot{H}_{ref} \quad (3.48)$$

$$\widehat{F}_{in} = \frac{1}{a_1} (-b_1 \sqrt{H} + \dot{H}_{ref} - \lambda_1 H + \lambda_1 H_{ref} - \lambda_2 \ddot{H} + \lambda_2 \ddot{H}_{ref}) \quad (3.49)$$

Untuk mendapatkan U_n sebagai berikut:

Berdasarkan fungsi *Lyapunov*: $\dot{V} = S\dot{S}$

$$\dot{V} = S(a_1 F_{in} + b_1 \sqrt{H} - \dot{H}_{ref} + \lambda_1 H - \lambda_1 H_{ref} + \lambda_2 \ddot{H} - \lambda_2 \ddot{H}_{ref}) \quad (3.50)$$

$$\dot{V} = S \left[a_1 \left\{ \frac{1}{a_1} (-b_1 \sqrt{H} + \dot{H}_{ref} - \lambda_1 H + \lambda_1 H_{ref} - \lambda_2 \ddot{H} + \lambda_2 \ddot{H}_{ref}) + U_n \right\} + b_1 \sqrt{H} - \dot{H}_{ref} + \lambda_1 H - \lambda_1 H_{ref} + \lambda_2 \ddot{H} - \lambda_2 \ddot{H}_{ref} \right] \quad (3.51)$$

$$\dot{V} = S(a_1 U_n)$$

$$a_1 U_n = -\eta \operatorname{sat}(s)$$

$$U_n = -\left|\frac{\eta}{a_1}\right| \operatorname{sat}(s) \quad (3.52)$$

Jadi, persamaan pengendali *level* pada sistem CSTR dengan *sliding mode* PID *sliding surface* adalah $U = U_{eq} + U_n$

$$= \frac{1}{a_1} (-b_1 \sqrt{H} + H \dot{r}_{ref} - \lambda_1 H + \lambda_1 H r_{ref} - \lambda_2 \ddot{H} + \lambda_2 H \ddot{r}_{ref}) - \left|\frac{\eta}{a_1}\right| \operatorname{sat}(s) \quad (3.53)$$

Dimana $s = e + \lambda_1 \int_0^t e(t) dt + \lambda_2 \frac{de}{dt}$

b. Pengendalian konsentrasi dengan PID *sliding surface*

$$S_{C_0, t} = e + \lambda_1 \int_0^t e(t) dt + \lambda_2 \frac{de}{dt} \quad (3.54)$$

$$\dot{S}_{H, t} = \dot{e} + \lambda_1 e + \lambda_2 \ddot{e} \quad (3.55)$$

Dimana:

$$e = C_0 - C_0 \dot{r}_{ref}$$

$$\dot{e} = \dot{C}_0 - C_0 \ddot{r}_{ref}$$

$$\ddot{e} = \ddot{C}_0 - C_0 \ddot{r}_{ref}$$

$$\dot{S} = \dot{C}_0 - C_0 \dot{r}_{ref} + \lambda_1 (C_0 - C_0 \dot{r}_{ref}) + \lambda_2 (\ddot{C}_0 - C_0 \ddot{r}_{ref}) \quad (3.56)$$

$$\dot{S} = a_2 b_2 + c C_{in} - C_0 \dot{r}_{ref} + \lambda_1 C_0 - \lambda_1 C_0 \dot{r}_{ref} + \lambda_2 \ddot{C}_0 - \lambda_2 C_0 \ddot{r}_{ref} \quad (3.57)$$

Sinyal kendali pada pengendali *sliding mode* $U = U_{eq} + U_n$. Untuk mendapatkan U_{eq} sebagai berikut:

$$\dot{S} = a_2 b_2 + c C_{in} - C_0 \dot{r}_{ref} + \lambda_1 C_0 - \lambda_1 C_0 \dot{r}_{ref} + \lambda_2 \ddot{C}_0 - \lambda_2 C_0 \ddot{r}_{ref} \quad (3.58)$$

$$\widehat{C}_m = \frac{1}{c} (-a_2 b_2 + C_0 \dot{r}_{ref} - \lambda_1 C_0 + \lambda_1 C_0 r_{ref} - \lambda_2 \ddot{C}_0 + \lambda_2 C_0 \ddot{r}_{ref}) \quad (3.59)$$

Untuk mendapatkan U_n sebagai berikut:

Berdasarkan fungsi *Lyapunov*: $\dot{V} = S\dot{S}$

$$\dot{V} = S(a_2 b_2 + c C_m - C_0 \dot{r}_{ref} + \lambda_1 C_0 - \lambda_1 C_0 r_{ref} + \lambda_2 \ddot{C}_0 - \lambda_2 C_0 \ddot{r}_{ref}) \quad (3.60)$$

$$\begin{aligned} \dot{V} = S \left[a_2 b_2 + c \left\{ \frac{1}{c} (-a_2 b_2 + C_0 \dot{r}_{ref} - \lambda_1 C_0 + \lambda_1 C_0 r_{ref} - \lambda_2 \ddot{C}_0 + \lambda_2 C_0 \ddot{r}_{ref}) + U_n \right\} - C_0 \dot{r}_{ref} \right. \\ \left. + \lambda_1 C_0 - \lambda_1 C_0 r_{ref} + \lambda_2 \ddot{C}_0 - \lambda_2 C_0 \ddot{r}_{ref} \right] \quad (3.61) \end{aligned}$$

$$\dot{V} = S(c U_n)$$

$$c U_n = -\eta \text{sat}(s)$$

$$U_n = -\left| \frac{\eta}{c} \right| \text{sat}(s) \quad (3.62)$$

Jadi, persamaan pengendali konsentrasi sistem CSTR dengan *sliding mode* PID *sliding surface* adalah $U = U_{eq} + U_n$

$$= \frac{1}{c} (-a_2 b_2 + C_0 \dot{r}_{ref} - \lambda_1 C_0 + \lambda_1 C_0 r_{ref} - \lambda_2 \ddot{C}_0 + \lambda_2 C_0 \ddot{r}_{ref}) - \left| \frac{\eta}{c} \right| \text{sat}(s) \quad (3.63)$$

$$\text{Dimana } s = e + \lambda_1 \int_0^t e(t) dt + \lambda_2 \frac{de}{dt}$$