

Universidad Carlos III de Madrid

Departamento de Ingeniería Térmica y de Fluidos



ESTUDIO EXPERIMENTAL DEL MOVIMIENTO DE CUERPOS A BAJOS NÚMEROS DE REYNOLDS

Trabajo Fin de Grado

Grado en Ingeniería Mecánica

AUTORA: Laura Abad Blázquez

TUTOR: Dr. Javier Rodríguez Rodríguez (Universidad Carlos III de Madrid)

Julio 2012

Agradecimientos

En primer lugar quiero agradecer al profesor Javier Rodríguez su ayuda en este proyecto. Su cercanía y buena disposición en todo momento para resolver los problemas han sido de gran ayuda durante toda la realización del trabajo.

Mi mayor agradecimiento va dirigido a mis padres, Pedro y Ana, por haberme ayudado tanto durante toda la carrera y en general durante toda la vida. Gracias por haberme inculcado los valores del esfuerzo y la exigencia porque gracias a ellos he llegado hasta aquí. Y sobre todo, muchas gracias por estar siempre a mi lado y hacer que siempre pueda contar con vosotros.

También quiero agradecer todo su amor y cariño a Andrés que, aunque haya sido el último en incorporarse a las personas importantes de mi vida, se ha convertido en un eje fundamental de ella. Gracias por estar todos los días de estos dos últimos años ayudándome de forma incondicional.

Quiero dedicar un especial agradecimiento a mi abuela, Luisa, por su gran implicación en mi cuidado y bienestar durante toda la infancia. Gracias por todo el esfuerzo, responsable también de que hoy haya podido llegar aquí.

No puedo olvidarme de mi hermana, Ana. Porque a pesar de todas las discusiones, siempre está ahí para ayudarme y ejercer la protección de hermana mayor que siempre he sentido. Gracias.

Por último, quiero mencionar al resto de mi familia y a toda la gente que me ha ayudado durante estos años. Dos personas especialmente importantes: Samu, por ser un gran amigo y poder contar siempre con él; y Miguel, por toda su ayuda durante la carrera.

Abstract

The behavior of microorganisms in their natural environment is of great importance today however most people have little or no understanding of this behavior and the importance of their influence in our day to day lives.

This study looks at the great differences which can be found by comparing the natural environment of the microorganisms with those of humans and the reasons for them.

For this research, experimental tests will be done, in which small sized bodies that simulate microorganisms will be used. These objects will be placed into a tube of vaseline oil of high viscosity. Both rotary and non rotary objects will be evaluated and all important parameters allowing for a correct and complete test will be analyzed.

The drag coefficient will have special importance in this study. It indicates the rate of resistance that a fluid shows in relation to an object moving through it. Moreover, it also indicates the equilibrium position adopted by the object as it falls through the tube of vaseline.

The results of the experiment prove the counterintuitive nature of the organisms whose life medium is in low Reynolds numbers.

When studying these organisms which influence human lives, it is very important to take into account this nature in order to carry out quality research.

Whether it be for studies about bacteria involved in some illnesses in order to get a possible treatment, or connected with those which are found in polluted water to be able to control them, as well as those which are related with many other necessary bacteria for better quality of human life.

The characteristics of the natural environment of these organisms is therefore of great importance and if known, will enable research to be faster and more effective.

Resumen

Conocer el comportamiento de pequeños microorganismos en su medio de vida natural es de gran importancia hoy en día para tener información sobre este mundo tan desconocido e incluso infravalorado por la mayoría de las personas.

Se estudiarán las grandes diferencias que ocurren en este medio en comparación con nuestro medio de vida natural y el porqué de ellas.

Para este estudio se harán ensayos experimentales en los que se usarán cuerpos de pequeño tamaño que simulen a los microorganismos. Estos objetos se dejarán caer en un tubo de aceite de vaselina de elevada viscosidad. Se evaluarán objetos tanto que giran como que no lo hacen y se analizarán todos los parámetros importantes que permitan conseguir un análisis correcto y completo.

Será de especial relevancia el estudio del coeficiente de resistencia, el cual indica la magnitud de la oposición al movimiento que ejerce un fluido sobre un cuerpo que se desplaza por él. Además, también permite saber cuál va a ser la posición de equilibrio adoptada por el objeto cuando cae por el tubo de vaselina.

Con los resultados de los experimentos se comprueba el carácter contraintuitivo de los organismos cuyo medio de vida es a bajos números de Reynolds.

Este carácter que poseen estos organismos debe ser de gran importancia a la hora de realizar estudios correctos de todos los ámbitos de la vida en los que aparecen.

Ya sea en estudios sobre bacterias involucradas en algunas enfermedades para una posible cura, o relacionados con aquéllas que están en las aguas contaminadas para encontrar la forma de evitarlas, así como los que conciernen a aquéllas necesarias para una mejor calidad de la vida humana.

Las características del medio natural de estos organismos es por tanto de gran importancia y su estudio será más rápido y eficaz si se conocen las peculiaridades de éste.

Índice

1. Introducción	
1.1. Motivación	1
1.2. Objetivos y estructura del proyecto	3
2. Revisión de literatura	
2.1. Definición y origen del Número de Reynolds	5
2.2. Aplicación del Número de Reynolds	10
2.3. Uso del Número de Reynolds en el reino animal	13
2.4. Flujo a bajo Número de Reynolds	17
2.5. Condiciones de contorno para la correcta realización de un ensayo a bajo Número de Reynolds	19
3. Desarrollo experimental	
3.1. Resumen del procedimiento	21
3.2. Experimento 1: Ejemplos de caída	25
3.2.1. Esferas	25
3.2.2. Monedas	27
3.2.3. Tornillos	28
3.2.4. Tornillos sin cabeza	29
3.2.5. Arandelas	30
3.2.6. Tuercas	31
3.2.7. Barril de madera	32
3.3. Experimento 2: Cilindros de distintas longitudes	33
3.4. Experimento 3: Objetos que giran	34
3.4.1. Hélice	37
3.4.2. Clip curvado	41
3.4.3. Muelles	41
3.4.3.1. Familia de sección rectangular	42
3.4.3.2. Familia de sección circular	46
4. Resultados experimentales	
4.1. Resultados experimento 1: Ejemplos de caída	48
4.1.1. Esferas	48
4.1.2. Monedas	49
4.1.3. Tornillos	51
4.1.4. Tornillos sin cabeza	52
4.1.5. Arandelas	52
4.1.6. Tuercas	53

4.1.7. <i>Barril de madera</i>	54
4.2. Resultados experimento 2: Cilindros de distintas longitudes	55
4.3. Resultados experimento 3: Objetos que giran	59
4.3.1. <i>Hélice</i>	59
4.3.2. <i>Clip curvado</i>	60
4.3.3. <i>Muelles</i>	61
4.3.3.1. <i>Familia de sección rectangular</i>	61
4.3.3.2. <i>Familia de sección circular</i>	77
5. Conclusiones y trabajos futuros	
5.1. Resumen y conclusiones	86
5.2. Trabajos futuros	88
Referencias	89

Índice de figuras

Capítulo 1

1.1.	Microorganismos en medio acuático	<u>1</u>
1.2.	Fisonomía de algunas bacterias	<u>3</u>

Capítulo 2

2.1.	Aspecto del flujo laminar en el ensayo de Reynolds	<u>5</u>
2.2.	Aspecto del flujo turbulento en el ensayo de Reynolds	<u>6</u>
2.3.	Aspecto del flujo turbulento habiendo sometido al tubo a una chispa de luz. Se pueden observar los remolinos que hace el flujo	<u>6</u>
2.4.	Forma del flujo alrededor de un cilindro circular cuando $Re < 10$	<u>10</u>
2.5.	Forma del flujo alrededor de un cilindro circular cuando $10 < Re < 40$	<u>10</u>
2.6.	Forma del flujo alrededor de un cilindro cuando $40 < Re < 200000$	<u>11</u>
2.7.	Forma del flujo alrededor de un cilindro cuando $Re > 200000$	<u>11</u>
2.8.	Imagen de la bacteria E.Coli	<u>14</u>
2.9.	Imagen del protozoo Paramecium	<u>14</u>
2.10.	Imagen de un espermatozoide	<u>14</u>
2.11.	Apéndices en una polilla (a) y un escarabajo (b)	<u>15</u>
2.12.	Células ciliadas	<u>16</u>
2.13.	Alga cuyos apéndices son flagelos	<u>16</u>
2.14.	Esquema de una esfera cayendo por un tubo	<u>20</u>

Capítulo 3

3.1.	Tubo de vaselina utilizado	<u>21</u>
3.2.	Esquema de un objeto en equilibrio	<u>22</u>
3.3.	Esfera cayendo por una porción del tubo de vaselina	<u>24</u>
3.4.	Esfera amarilla	<u>25</u>
3.5.	Esfera gris	<u>25</u>
3.6.	Esfera transparente	<u>25</u>

3.7.	Balanza usada para pesar los objetos	26
3.8.	Calibre usado para medir los objetos	26
3.9.	Moneda de 5cts	27
3.10.	Moneda de 2cts	27
3.11.	Tornillo M4x8 nylon	28
3.12.	Tornillo M3x12 nylon	28
3.13.	Tornillo M4x10 acero inoxidable	28
3.14.	Tornillo M3x12 acero inoxidable	28
3.15.	Tornillos M8x15 de nylon sin cabeza	29
3.16.	Tornillo M4x10 de nylon sin cabeza	29
3.17.	Arandela Ø4 nylon	30
3.18.	Arandela Ø4 acero inoxidable	30
3.19.	Tuerca de nylon	31
3.20.	Tuerca de acero inoxidable	31
3.21.	Barril de madera	32
3.22.	Ilustración en la que se ven los dos puntos azules del tubo, entre los que hay 30cm de longitud	33
3.23.	Ejemplo de imagen analizada con el programa Fiji	35
3.24.	Hélice utilizada en los ensayos	37
3.25.	Hélice cayendo en aceite de glicerina	40
3.26.	Hélice cayendo en aceite de motor	40
3.27.	Clip curvado	41
3.28.	Muelle 1 grupo 1	42
3.29.	Muelle 2 grupo 1	42
3.30.	Muelle 3 grupo 1	43
3.31.	Muelle 4 grupo 1	43
3.32.	Muelle 1 grupo 2	43
3.33.	Muelle 2 grupo 2	43
3.34.	Muelle 3 grupo 2	44
3.35.	Muelle 4 grupo 2	44
3.36.	Muelle 1 grupo 3	44
3.37.	Muelle 2 grupo 3	44
3.38.	Muelle 3 grupo 3	44
3.39.	Muelle 4 grupo 3	44
3.40.	Muelle 5 grupo 3	44
3.41.	Muelle 1 grupo 4	45
3.42.	Muelle 2 grupo 4	45
3.43.	Muelle 3 grupo 4	45
3.44.	Muelle 4 grupo 4	45
3.45.	Muelle 1 grupo 5	46
3.46.	Muelle 2 grupo 5	46
3.47.	Muelle 3 grupo 5	46
3.48.	Muelle 1 grupo 6	46
3.49.	Muelle 2 grupo 6	46

3.50.	Muelle 3 grupo 6	46
3.51.	Muelle 4 grupo 6	46
3.52.	Muelle 1 grupo 7	47
3.53.	Muelle 2 grupo 7	47
3.54.	Muelle 3 grupo 7	47
3.55.	Muelle 4 grupo 7	47
3.56.	Muelle 5 grupo 7	47

Capítulo 4

4.1.	Simulación de la posición de la moneda cuando cae a bajo Re. Su diámetro es perpendicular al flujo de vaselina	50
4.2.	Simulación de la posición de la moneda cuando cae a alto Re. Es su espesor, y no su diámetro, el que mira al suelo	50
4.3.	Gráfica Cf (D) frente a $\frac{L}{D}$ de cada cilindro	57
4.4.	Gráfica Cf (L) frente a $\frac{L}{D}$ de cada cilindro	58
4.5.	Cf (D) en función de $\frac{L}{D}$ para cada muelle del grupo 1	62
4.6.	Cf (L) en función de $\frac{L}{D}$ para cada muelle del grupo 1	63
4.7.	Velocidad angular, con sus errores, frente a velocidad lineal para cada muelle del grupo 1	64
4.8.	Cf (D) en función de $\frac{L}{D}$ para cada muelle del grupo 2	66
4.9.	Cf (L) en función de $\frac{L}{D}$ para cada muelle del grupo 2	66
4.10.	Velocidad angular, con sus errores, frente a velocidad lineal para cada muelle del grupo 2	67
4.11.	Cf (D) en función de $\frac{L}{D}$ para cada muelle del grupo 3	69
4.12.	Cf (L) en función de $\frac{L}{D}$ para cada muelle del grupo 3	69
4.13.	Velocidad angular, con sus errores, frente a velocidad lineal para cada muelle del grupo 3	70
4.14.	Cf (D) en función de $\frac{L}{D}$ para cada muelle del grupo 4	72
4.15.	Cf (L) en función de $\frac{L}{D}$ para cada muelle del grupo 4	72
4.16.	Velocidad angular, con sus errores, frente a velocidad lineal para cada muelle del grupo 4	73
4.17.	Cf (D) en función de $\frac{L}{D}$ para cada muelle del grupo 5	75
4.18.	Cf (L) en función de $\frac{L}{D}$ para cada muelle del grupo 5	75
4.19.	Velocidad angular, con sus errores, frente a velocidad lineal para cada muelle del grupo 5	76

4.20.	Cf (D) en función de $\frac{L}{D}$ para cada muelle del grupo 6	<u>78</u>
4.21.	Cf (L) en función de $\frac{L}{D}$ para cada muelle del grupo 6	<u>78</u>
4.22.	Velocidad angular, con sus errores, frente a velocidad lineal para cada muelle del grupo 6	<u>79</u>
4.23.	Cf (D) en función de $\frac{L}{D}$ para cada muelle del grupo 7	<u>81</u>
4.24.	Cf (L) en función de $\frac{L}{D}$ para cada muelle del grupo 7	<u>81</u>
4.25.	Velocidad angular, con sus errores, frente a velocidad lineal para cada muelle del grupo 7	<u>82</u>
4.26.	Cf (D) en función de $\frac{L}{D}$ para todos los muelles de sección de hilo rectangular (hojalata)	<u>84</u>
4.27.	Cf (L) en función de $\frac{L}{D}$ para todos los muelles de sección de hilo rectangular (hojalata)	<u>84</u>
4.28.	Cf (D) en función de $\frac{L}{D}$ para todos los muelles de sección de hilo circular (acero)	<u>85</u>
4.29.	Cf (L) en función de $\frac{L}{D}$ para todos los muelles de sección de hilo circular (acero)	<u>85</u>

Índice de tablas

Capítulo 4

4.1.	Resumen de medidas y resultados del ensayo con esferas	<u>48</u>
4.2.	Resumen de medidas y resultados del ensayo con monedas	<u>49</u>
4.3.	Resumen de medidas y resultados del ensayo con tornillos cuando el volumen usado es el obtenido experimentalmente con la pipeta	<u>51</u>
4.4.	Resumen de medidas y resultados del ensayo con tornillos cuando el volumen usado es el obtenido teóricamente	<u>51</u>
4.5.	Resumen de medidas y resultados del ensayo con tornillos sin cabeza	<u>52</u>
4.6.	Resumen de medidas y resultados del ensayo con arandelas	<u>52</u>
4.7.	Resumen de medidas y resultados del ensayo con tuercas cuando el volumen usado es el obtenido experimentalmente con la pipeta o la probeta	<u>53</u>
4.8.	Resumen de medidas y resultados del ensayo con tuercas cuando el volumen usado es el obtenido teóricamente	<u>53</u>
4.9.	Resumen de medidas y resultados del ensayo con el barril de madera	<u>54</u>
4.10.	Resumen de medidas y resultados del ensayo con los cilindros	<u>55</u>
4.11.	Medidas de la hélice obtenidas del programa de imágenes, resultados tras su correcto análisis y valores del coeficiente de fricción y del Re	<u>59</u>
4.12.	Errores del tiempo para el giro de la hélice, obtenidos con el análisis del programa de imágenes Fiji, y velocidades angulares máxima y mínima resultantes	<u>60</u>
4.13.	Medidas del clip curvado obtenidas del programa de imágenes, resultados tras su correcto análisis y valores del coeficiente de fricción y del Re	<u>60</u>
4.14.	Errores del tiempo para el giro del clip curvado, obtenidos con el análisis del programa de imágenes Fiji, y velocidades angulares máxima y mínima resultantes	<u>60</u>
4.15.	Medidas de los muelles del grupo 1, obtenidas del programa de imágenes, y resultados tras el análisis apropiado de las mismas	<u>61</u>
4.16.	Parámetros geométricos de los muelles del grupo 1 y resultados de los coeficientes de resistencia y del Re	<u>61</u>
4.17.	Errores del tiempo para el giro de los muelles del grupo 1, obtenidos con el análisis del programa de imágenes Fiji, y velocidades angulares máxima y mínima resultantes	<u>63</u>
4.18.	Medidas de los muelles del grupo 2, obtenidas del programa de imágenes, y resultados tras el análisis apropiado de las mismas	<u>64</u>

4.19.	Parámetros geométricos de los muelles del grupo 2 y resultados de los coeficientes de resistencia y del Re	<u>65</u>
4.20.	Errores del tiempo para el giro de los muelles del grupo 2, obtenidos con el análisis del programa de imágenes Fiji, y velocidades angulares máxima y mínima resultantes	<u>67</u>
4.21.	Medidas de los muelles del grupo 3, obtenidas del programa de imágenes, y resultados tras el análisis apropiado de las mismas	<u>68</u>
4.22.	Parámetros geométricos de los muelles del grupo 3 y resultados de los coeficientes de resistencia y del Re	<u>68</u>
4.23.	Errores del tiempo para el giro de los muelles del grupo 3, obtenidos con el análisis del programa de imágenes Fiji, y velocidades angulares máxima y mínima resultantes	<u>70</u>
4.24.	Medidas de los muelles del grupo 4, obtenidas del programa de imágenes, y resultados tras el análisis apropiado de las mismas	<u>71</u>
4.25.	Parámetros geométricos de los muelles del grupo 4 y resultados de los coeficientes de resistencia y del Re	<u>71</u>
4.26.	Errores del tiempo para el giro de los muelles del grupo 4, obtenidos con el análisis del programa de imágenes Fiji, y velocidades angulares máxima y mínima resultantes	<u>73</u>
4.27.	Medidas de los muelles del grupo 5, obtenidas del programa de imágenes, y resultados tras el análisis apropiado de las mismas	<u>74</u>
4.28.	Parámetros geométricos de los muelles del grupo 5 y resultados de los coeficientes de resistencia y del Re	<u>74</u>
4.29.	Errores del tiempo para el giro de los muelles del grupo 5, obtenidos con el análisis del programa de imágenes Fiji, y velocidades angulares máxima y mínima resultantes	<u>76</u>
4.30.	Medidas de los muelles del grupo 6, obtenidas del programa de imágenes, y resultados tras el análisis apropiado de éstas	<u>77</u>
4.31.	Parámetros geométricos de los muelles del grupo 6 y resultados de los coeficientes de resistencia y del Re	<u>77</u>
4.32.	Errores del tiempo para el giro de los muelles del grupo 6, obtenidos con el análisis del programa de imágenes Fiji, y velocidades angulares máxima y mínima resultantes	<u>79</u>
4.33.	Medidas de los muelles del grupo 7, obtenidas del programa de imágenes, y resultados tras el análisis apropiado de las mismas	<u>80</u>
4.34.	Parámetros geométricos de los muelles del grupo 7 y resultados de los coeficientes de resistencia y del Re	<u>80</u>
4.35.	Errores del tiempo para el giro de los muelles del grupo 7, obtenidos con el análisis del programa de imágenes Fiji, y velocidades angulares máxima y mínima resultantes	<u>82</u>

CAPÍTULO 1

INTRODUCCIÓN

1.1 MOTIVACIÓN

El estudio del comportamiento de los microorganismos se ha convertido en objeto de numerosas investigaciones durante los últimos años. Para conocer las características de este comportamiento es de vital importancia conocer el medio en el que viven estos seres vivos.

Es conocido que los microorganismos viven en medios a bajo número de Reynolds, es decir, donde la viscosidad es claramente dominante y las fuerzas de inercia no tienen relevancia. Este hecho hace que los fenómenos que ocurren en este medio sean diferentes a lo que estamos acostumbrados a ver en el nuestro, que se encuentra a alto número de Reynolds.

En la figura 1.1 se muestra un ejemplo de microorganismos acuáticos.



Figura 1.1. Microorganismos en medio acuático

A pesar de que estos seres son inapreciables al ojo humano, se sabe que se encuentran en grandes cantidades en todos los lugares que nos rodean e incluso en nosotros mismos. Además, son los responsables tanto de nuestras enfermedades como de nuestra salud.

Esto es de gran importancia para las personas que están estudiando ingeniería biomédica y de aquí es de donde viene la motivación de este proyecto. Se pretende que los estudiantes de la universidad que cursen esta carrera conozcan el comportamiento de estos microorganismos tan inapreciables a simple vista pero a la vez tan importantes para nosotros, y así poder aplicar estos conocimientos a posibles estudios e investigaciones que realicen en el futuro.

1.2 OBJETIVOS Y ESTRUCTURA DEL PROYECTO

El objetivo principal del presente proyecto es dar a conocer las características y el comportamiento tan contraintuitivo que se presenta en un medio a bajo número de Reynolds, en el cual transcurre la vida de los microorganismos.

De todos los organismos biológicos, son los que viven a este régimen los que más se ven afectados por esta peculiaridad de la mecánica de fluidos, por lo que su estudio es de gran importancia. [6]

En la figura 1.2 se muestra un ejemplo de varios microorganismos, en este caso de algunas bacterias.

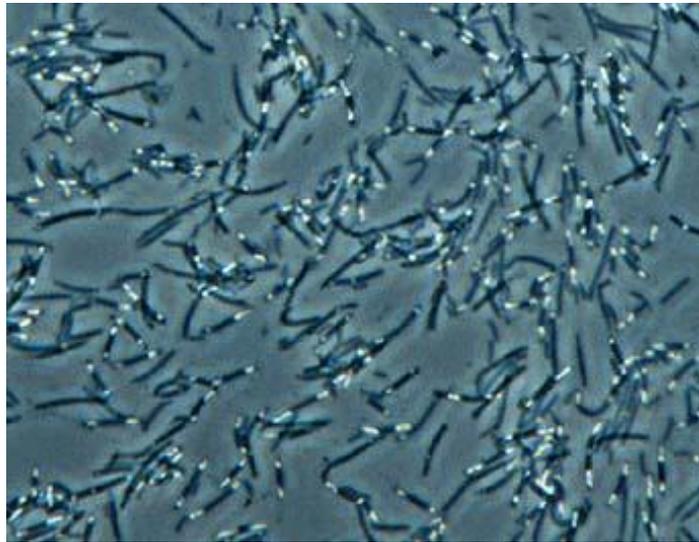


Figura 1.2. Fisonomía de algunas bacterias

El proyecto está dividido en tres partes:

En la primera parte, llamada revisión de la literatura, se hace referencia a estudios, libros y publicaciones relacionadas con el tema del proyecto. Ésta a su vez se divide en cuatro secciones:

En la sección 2.1 se realiza una introducción al Número de Reynolds, Re , y se explica su origen.

En la sección 2.2 se explica cómo varía la forma y las propiedades del flujo en función del Re .

En la sección 2.3 se aplica el concepto del Re al conjunto de los animales. Se comenta cómo afecta éste al comportamiento y a la locomoción de los organismos dependiendo de si es un número alto o bajo.

En la sección 2.4 se profundiza en el régimen a bajo Re . Se comentan las características de este flujo y se hace una introducción a la ley de Stokes, la cual será usada para el cálculo del coeficiente de resistencia a este régimen.

Por último, en la sección 2.5 se establecen las condiciones a tener en cuenta a la hora de hacer un buen análisis experimental.

En la segunda parte del proyecto, denominada desarrollo experimental, se explican todos los pasos y consideraciones que se han utilizado en los experimentos. Se divide a su vez en cuatro secciones:

En la sección 3.1 se hace un resumen de todo el procedimiento experimental para llevar a cabo los ensayos.

En la sección 3.2 se desarrolla y explica todo el proceso que se ha seguido para realizar el primer experimento.

En las secciones 3.3 y 3.4 se hace lo mismo que en la sección anterior pero esta vez con el segundo y tercer experimentos, respectivamente.

En la tercera parte del proyecto, denominada resultados experimentales, se exponen todos los resultados y conclusiones obtenidos tras el desarrollo experimental. Se divide en tres secciones (4.1, 4.2 y 4.3), cada una de las cuales pertenece a los resultados de de cada uno de los tres experimentos, respectivamente.

CAPÍTULO 2

REVISIÓN DE LA LITERATURA

2.1 DEFINICIÓN Y ORIGEN DEL NÚMERO DE REYNOLDS

Para el estudio del comportamiento de los microorganismos en medio acuático es de vital importancia el llamado Número de Reynolds (Re). El origen de este parámetro tiene lugar en el año 1883 cuando su creador, Osborne Reynolds (1842-1912), incluye el término en uno de sus artículos. [5]

Para llegar a él, Reynolds hace una investigación en la que introduce una corriente teñida dentro de una tubería con líquido fluyendo. El resultado que obtiene es a veces un surco recto de corriente, lo que indica flujo laminar, mientras que otras veces es un surco disperso, indicando flujo turbulento. [6]

La transición es de repente y ésta puede modificarse variando algunos parámetros. Estas variaciones consisten en incrementar la velocidad, el diámetro de la tubería o la densidad del líquido así como disminuir la viscosidad de éste. Todos los cambios son efectivos por sí solos o en combinación.

En las figuras 2.1, 2.2 y 2.3 se pueden apreciar cada uno de los resultados que obtuvo Reynolds tras cada ensayo. [5]



Figura 2.1. Aspecto del flujo laminar en el ensayo de Reynolds



Figura 2.2. Aspecto del flujo turbulento en el ensayo de Reynolds



Figura 2.3. Aspecto del flujo turbulento habiendo sometido al tubo a una chispa de luz. Se pueden observar los remolinos que hace el flujo

Reynolds establece de esta manera el número adimensional que lleva su nombre, siendo su fórmula [6]:

$$Re = \frac{\rho \cdot U \cdot l}{\mu} \quad (2.1)$$

donde ρ es la densidad del fluido, U es la velocidad del objeto, l es la longitud (del objeto) característica que se toma como referencia y μ es la viscosidad dinámica del fluido.

También se puede expresar como:

$$Re = \frac{U \cdot l}{\nu} \quad (2.2)$$

donde ν es la viscosidad cinemática del fluido, siendo ésta igual al ratio ρ/μ

Con este número se estudia una gran cantidad de fenómenos físicos. Está considerado como la pieza clave de la mecánica de fluidos.

Se establece que cuando el número de Reynolds es superior a 2000 (en tubos largos, circulares, rectos, con paredes sin rugosidad, a una distancia suficiente de la entrada del tubo y en flujo interno) se puede hablar ya de flujo turbulento. Para números menores a 2000, se considera que el régimen es laminar.

La diferencia fundamental entre los regímenes laminar y turbulento es la importancia relativa de las fuerzas de inercia y las fuerzas viscosas que tiene cada uno. Éstas son los dos tipos de fuerzas relevantes cuando un fluido en movimiento cruza un cuerpo que se encuentra sumergido en él.

Las fuerzas de inercia hacen que los cuerpos se mantengan en movimiento, favoreciendo la turbulencia, mientras que las fuerzas viscosas tienden a lo contrario, es decir, intentan parar los cuerpos y previenen la turbulencia, dando lugar al flujo laminar.

Las fuerzas de inercia se obtienen a raíz de la segunda ley de Newton y su ecuación es la siguiente:

$$F_i = \rho \cdot S \cdot U^2 \quad (2.3)$$

donde ρ es la densidad del fluido, S es la superficie del cuerpo atravesada por el fluido y U es la velocidad a la que se mueve el cuerpo a través del mismo.

Como resultado de esta fuerza, un cuerpo puede continuar su movimiento usual manteniéndose imperturbable.

Las fuerzas viscosas se obtienen a raíz de la aparición de esfuerzos cortantes en los fluidos. Si un fluido está sometido a este tipo de esfuerzos, las fuerzas viscosas se opondrán a este movimiento causando algo parecido a la fricción. Su ecuación es:

$$F_v = \frac{\mu \cdot S \cdot U}{l} \quad (2.4)$$

donde μ es la viscosidad dinámica del fluido, S es la superficie del cuerpo atravesada por el fluido, U es la velocidad a la que se mueve el cuerpo y l es la longitud característica de éste.

Dividiendo ambas magnitudes se obtiene la relación entre ellas, descubriendo que este ratio es el número de Reynolds:

$$\frac{F_i}{F_v} = \frac{\rho \cdot S \cdot U^2}{\rho \cdot S \cdot U / l} = \frac{\rho \cdot U \cdot l}{\mu} \quad (2.5)$$

Con esta ecuación se observa que si Re es bajo, entonces el flujo es altamente viscoso y por el contrario si Re es alto, el flujo presenta baja viscosidad.

Por tanto, a medida que disminuye el Re , las fuerzas predominantes serán las viscosas, siendo los vórtices que rodean al objeto inexistentes o sin importancia. Los gradientes de velocidad serán, normalmente, muy suaves.

En el caso de nuestro objeto de ensayo, los microorganismos, su medio de vida está a números de Reynolds muy bajos, y por tanto en los que la viscosidad es claramente dominante.

Esto es así porque en la naturaleza, lo pequeño está asociado con la lentitud y lo grande con la rapidez. Por tanto, los cuerpos pequeños vivirán en un medio donde el efecto viscoso es el dominante mientras que los cuerpos grandes vivirán en aquel donde lo sea el efecto inercial.

Todo esto será así aunque los dos naden en el mismo medio ya que, como se puede ver en la fórmula de la obtención de Re , el tamaño del objeto (longitud característica, l) es de gran importancia.

Los objetos de tamaño menor a 1 mm o con Re menor a 1 poseen la característica de que las fuerzas que actúan en el fluido en el que se mueven deben estar en equilibrio. Esto es así porque son las fuerzas inerciales las que pueden dar la inestabilidad y como se ha visto anteriormente éstas son despreciables a bajo Re .

Además, como las fuerzas viscosas son claramente dominantes, no hay aceleración y por tanto las fuerzas actuantes sobre el cuerpo se comportan en equilibrio estático todo el tiempo.

El conocimiento de la existencia de este equilibrio es el que permitió crear la ley para la obtención de la fuerza de fricción, en la que no es necesario usar el Re como tal para la obtención de dicha fuerza.

Ésta ley, nacida en 1851 de la mano de George Gabriel Stokes (1819-1903), sólo es aplicable para flujos a bajo número de Re y se suele usar para esferas pequeñas que se mueven a bajas velocidades. Su fórmula para una esfera es:

$$D = 6\pi\mu RU \tag{2.6}$$

donde μ es la viscosidad del fluido, R el radio de la esfera y U la velocidad de dicha esfera en el fluido.

Esta ley empieza a fallar para Re mayores de 1 y en este caso habrá que ver si los resultados son realmente acertados usándola o si por el contrario éstos no son fiables.

Como se explicará y verá más adelante, la ley de Stokes va a ser el eje de los experimentos del presente proyecto y se usará en el estudio de numerosos objetos,

aunque éstos no sean esféricos o su número de Re sea un poco mayor a la unidad. Se analizará para cada uno de ellos si el método es válido.

El medio fluido en el que se mueve un cuerpo puede cambiar, pero si el Re es igual, el carácter físico del flujo será el mismo. Esto no debe ser confundido con que a igualdad de Re las fuerzas no hayan cambiado, ya que si esta igualdad ocurre, lo que realmente sucede es que las formas del flujo son iguales.

Dicho lo anterior se concluye pues que dos flujos con el mismo Re pueden compararse aunque tengan distinto estado de la materia.

En el caso del aire y del agua se sabe que el primero es unas quince veces más viscoso cinemáticamente que el segundo. Por esto, para un objeto de un tamaño dado, atendiendo a la ecuación de Re , se deduce que un mismo valor de Re será alcanzado a una velocidad quince veces mayor en el aire que en el agua.

2.2 APLICACIÓN DEL NÚMERO DE REYNOLDS

Se va a exponer a continuación la variación del movimiento de un fluido alrededor de un cilindro dependiendo del Re [6]:

- A $Re < 10$, flujo donde se encuentran los objetos del proyecto, los vórtices alrededor del cilindro son suaves y fluyen libremente, de forma parecida a como lo haría un fluido ideal. El flujo pierde velocidad por la influencia del cuerpo sumergido en él, tanto a una distancia corta como considerable a dicho cuerpo. La fuerza de resistencia juega un papel muy importante a este régimen. En la figura 2.4 se puede ver de forma esquemática este comportamiento.

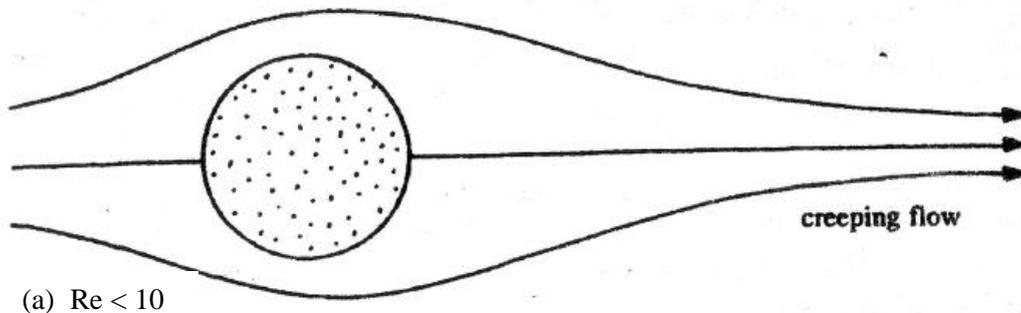


Figura 2.4. Forma del flujo alrededor de un cilindro circular cuando $Re < 10$

- A $10 < Re < 40$, el cilindro está expuesto a dos remolinos en su parte trasera. Cada uno gira en una dirección, siendo el de la parte superior el que gira en el sentido de las agujas del reloj y el de la parte inferior al contrario, teniendo en cuenta que el flujo es estudiado de izquierda a derecha. La figura 2.5 muestra un esquema del flujo a este régimen.

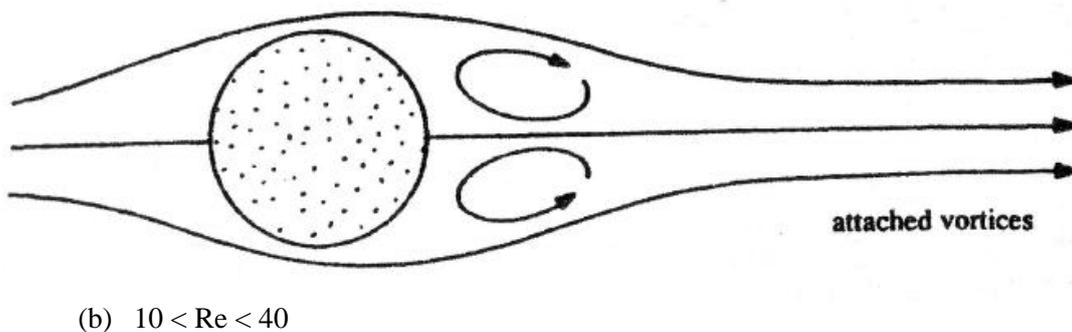
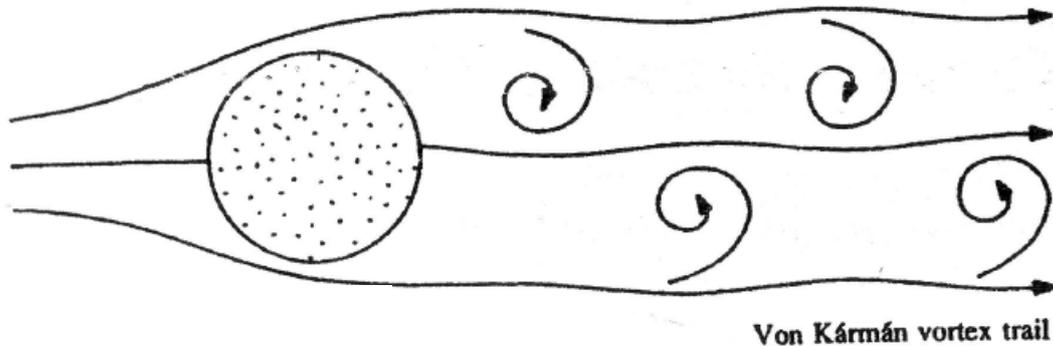


Figura 2.5. Forma del flujo alrededor de un cilindro circular cuando $10 < Re < 40$

- A $40 < Re < 200000$, los vórtices se separan y se produce la llamada “calle de Von Karman”, que es una estela de vórtices rotando en dirección opuesta a la de su predecesor aguas abajo. A medida que va aumentando Re , crece la turbulencia detrás del cilindro y aumenta la separación entre los vórtices. En la figura 2.6 se puede ver esta estela.



(c) $40 < Re < 200000$

Figura 2.6. Forma del flujo alrededor de un cilindro circular cuando $40 < Re < 200000$

- A $Re > 200000$ se estrecha rápidamente la estela turbulenta, produciendo que el coeficiente de resistencia disminuya de una forma muy rápida hasta dos tercios de lo que era.

No es exacto el momento justo en el que ocurre este fenómeno ya que éste depende de diversas condiciones, pero cuanto más turbulencia tenga el flujo básico, mayor número de Re se necesitará para que éste ocurra. Llega un momento en el que ya no es posible despreciar la compresibilidad del flujo, produciéndose además lo que es conocido como separación del flujo o de la capa límite en el denominado “punto de separación”. La figura 2.7 refleja este fenómeno.

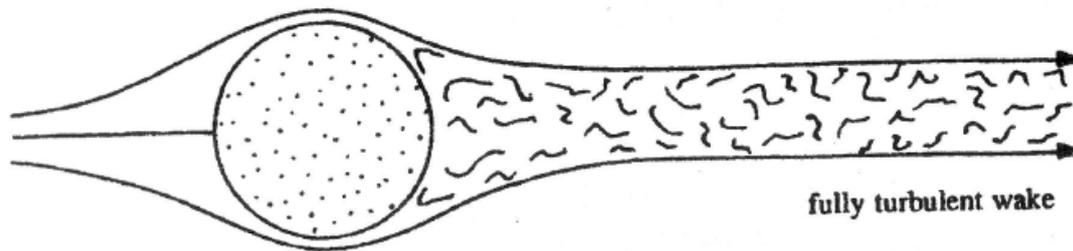


Figura 2.7. Forma del flujo alrededor de un cilindro circular cuando $Re > 200000$

Con todo lo explicado se puede afirmar que la fuerza de resistencia varía de forma diferente si nos encontramos a bajos o a altos números de Re . Mientras que a altos Re esta fuerza varía con el cuadrado de la velocidad y la densidad es de vital importancia, a bajos Re varía con la velocidad linealmente y la viscosidad es la variable fundamental.

2.3 INFLUENCIA DEL NÚMERO DE REYNOLDS EN LA LOCOMOCIÓN ANIMAL

Esta sección se centra en las características y diferencias de los organismos vivos que se mueven a distinto número de Reynolds.

Para el estudio correcto de los organismos es muy importante que haya cooperación entre los biólogos y los ingenieros. Sin esta cooperación, que casi no tuvo lugar hasta finales del siglo XX, muchas investigaciones fallaban. Fue con el ingeniero mecánico Taylor y con el zoólogo Gray cuando empezó a ser notable esta cooperación. Gracias a la misma, se han conseguido importantes descubrimientos de la locomoción de animales tanto a alto como a bajo Re. [3]

El estudio de la locomoción es de gran importancia debido a que se trata de una característica vital de muchos seres vivos para la supervivencia. Es por esto por lo que es ampliamente estudiada en muchos campos. Una de las características de la locomoción en fluidos, como el aire o el agua, es que estos medios tienen la capacidad de transmitir fuerzas entre los seres que se encuentran en él, permitiendo aprovechar las interacciones entre estos individuos. [1]

Decimos que un cuerpo nada en un medio dado si deforma su cuerpo de forma periódica y puede soportar movimiento a lo largo del fluido en ausencia de fuerzas y momentos externos. [2]

El movimiento ondulatorio es el principal medio de propulsión acuática animal. Esto se debe a que funciona correctamente a cualquier régimen de flujo. De hecho, este movimiento es eficiente a altos Re debido a la existencia en los animales vertebrados de una cola que interactúa con el agua para la propulsión del animal. Los animales marinos más rápidos poseen una cola como medio de propulsión. [3]

El estudio del movimiento a bajo Re ha crecido en los últimos años debido al avance en las técnicas experimentales, las cuales han permitido conocer mucho mejor la movilidad de los microorganismos.

El movimiento afecta a muchos procesos biológicos como la reproducción o la forma de vida. Pertenecen al grupo del nado a bajo Re microorganismos como los protozoos, los espermatozoides o las bacterias. La razón por la que estos microorganismos se mueven es conocida. [2]

En el caso de la bacteria E.Coli (Figura 2.8) que es considerada como ubicua aunque suele encontrarse en los intestinos animales, la razón de su locomoción se debe a intentar alcanzar las regiones donde hay más concentración de nutrientes.

En el caso de los protozoos denominados Paramecium (Figura 2.9), habituales en aguas dulces estancadas donde hay mucha materia orgánica, su movimiento tiene lugar para evitar los rotíferos donde se encuentran sus depredadores.

En el caso de los espermatozoides (Figura 2.10), el movimiento de su flagelo tiene lugar para poder desplazarse hasta el óvulo y unirse a él, produciéndose tras esto la fecundación.

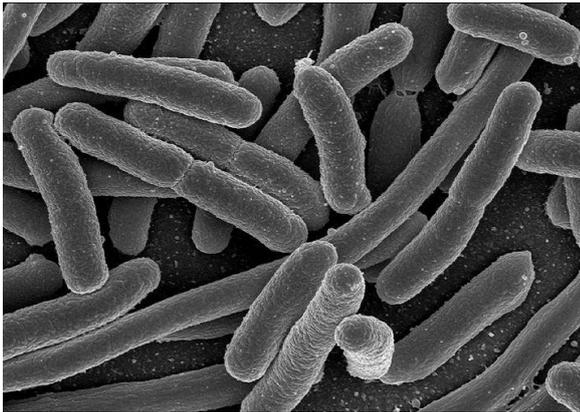


Figura 2.8. Imagen de la bacteria E.Coli.

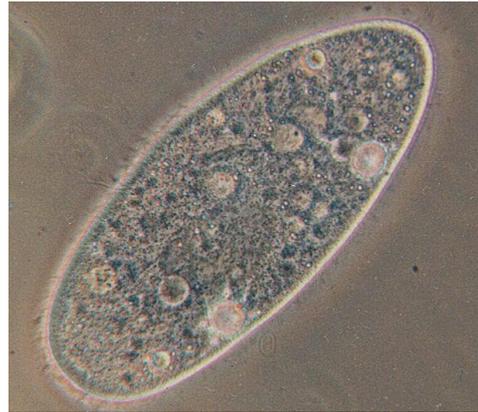


Figura 2.9. Imagen del protozoo Paramecium



Figura 2.10. Imagen de un espermatozoide

La conclusión que se pretende sacar de lo anterior es que la física del mundo microscópico es distinta de la del mundo macroscópico así como que las formas de nado de un mundo no son efectivas para las del otro. Por ejemplo, aunque a simple vista pueda parecer que el nado entre un espermatozoide y una anguila es parecido, su física es muy diferente debido a que cada uno nada a un régimen distinto de Re . [6]

En cuanto a la fuerza de sustentación (lift en inglés) no es importante a bajos Re , siendo la fuerza de resistencia la que tiene toda la importancia a este régimen. Sin embargo, a pesar de ser esta última la importante, la propulsión basada en la fuerza de resistencia tiene problemas a este régimen debido a la reversibilidad del flujo.

Considerando un animal que tiene apéndices adheridos a él para la mejora del movimiento, éstos se van a mover de atrás hacia adelante como sistema de propulsión por el fluido. El movimiento hacia atrás constituye la operación de avance, mientras que el de hacia adelante constituye la carrera de recuperación.

A pesar del movimiento distinto de los accesorios en una operación u otra, la forma y el área que toca al fluido no varía entre ellas. Por ello habría que cuestionarse la existencia de un avance neto, ya que aunque es evidente que la carrera de avance va a tener más potencia debido a que es más rápida, de lo que realmente depende el avance neto es del denominado impulso, haciendo éste referencia al producto de la fuerza por el tiempo en que ésta es ejercida.

En la figura 2.11 se pueden ver los apéndices de una polilla y un escarabajo.

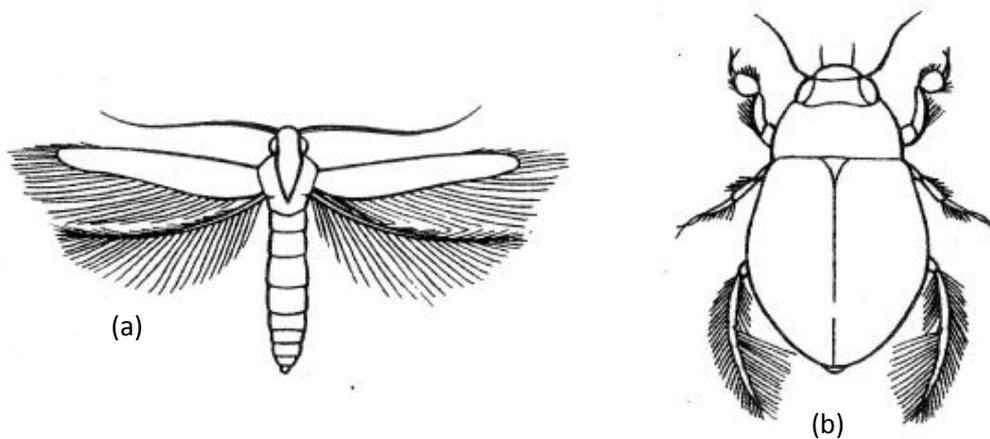


Figura 2.11. Apéndices en una polilla (a) y un escarabajo (b) [6]

A altos Re , la fuerza de resistencia es proporcional al cuadrado de la velocidad. El impulso que toma el cuerpo es proporcional a la velocidad de los accesorios y por tanto el progreso que se produce en el movimiento de avance, más rápido, compensará a la resistencia que se produce en el de recuperación, más lento, haciendo que sí haya empuje neto.

A bajos Re , la fuerza de resistencia es lineal con la velocidad. El impulso del cuerpo ya no va a depender de la velocidad de los accesorios, sino que será constante y los impulsos de las carreras de avance y recuperación se cancelarán el uno al otro.

De lo anterior se deduce que cuanto menor dependencia haya de la fuerza de resistencia con la velocidad, mayores problemas habrá.

Muchos organismos microscópicos usan apéndices para ayudarse en la propulsión. Hay distintos tipos de apéndices. Los más usados en el reino de los animales marinos son los cilios y los flagelos.

Los cilios (Figura 2.12) son cortos (de $5\mu m$ a $10\mu m$ de longitud) y numerosos y poseen un diámetro de unos 220 nm con proteínas móviles dentro. Su acción se manifiesta mediante un movimiento de vaivén.

Los flagelos (Figura 2.13) son más largos (hasta más de $150\mu m$) pero mucho menos numerosos. Sólo poseen un filamento, que no se mueve y tiene un diámetro de 20 nm . Su acción se basa en una propagación de onda helicoidal y ondulatoria.

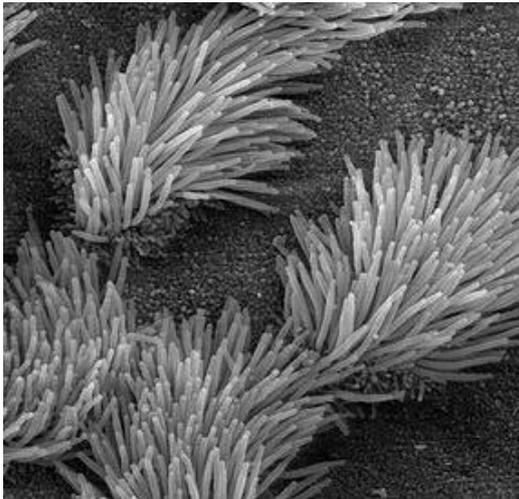


Figura 2.12. Células ciliadas

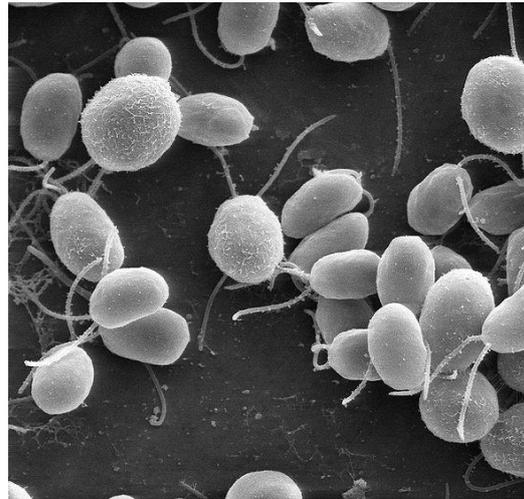


Figura 2.13. Alga cuyos apéndices son flagelos

Los animales que usan cilios para la propulsión son más largos y rápidos que los que usan flagelos ya que a igual tamaño, los que usan cilios van a una velocidad diez veces mayor que los otros.

Los animales de gran tamaño que van realmente a gran velocidad no usan ni unos ni otros, si no que emplean músculos que aumentan su velocidad en un orden de magnitud. Pero éstos últimos ya poseen un Re mayor.

2.4 FLUJO A BAJO NÚMERO DE REYNOLDS

El encontrarse en un medio a bajo Re puede conseguirse modificando cualquiera de los parámetros de la fórmula para la obtención de este número. Sin embargo, en la vida real, pertenecen a este grupo aquellos animales que por su pequeño tamaño pueden ser incluidos en este grupo, es decir, los llamados microorganismos. [6]

Estos seres viven en un flujo que sufre movimientos importantes pero cuya estela no varía en gran medida. Además, es muy difícil mezclar dos fluidos a este régimen ya que el mezclado en una dirección puede ser desechado en la dirección contraria.

Otro aspecto a destacar es la ya mencionada poca importancia de las fuerzas de inercia a bajo Re. Los microorganismos por consiguiente van a estar sometidos a altas fuerzas viscosas y por tanto a altas fuerzas de resistencia. Cuando estos cuerpos cesen su propulsión, el movimiento va a parar prácticamente de inmediato. De hecho se comprobó en 1983 que si una bacteria nadando a un $Re=10^{-5}$ dejaba de repente de moverse, el tiempo que tardaría en parar sería el de una distancia mucho menor al diámetro de un átomo de hidrógeno.

Es a este régimen cuando se puede usar la ley de Stokes. Esta ecuación contiene términos viscosos pero también inerciales. Sin embargo, al ser estos últimos despreciables se pueden encontrar soluciones sencillas para el cálculo de la fuerza de resistencia sin tener que usar gráficos o coeficientes.

Se usa para objetos sencillos y siempre que el Re sea parecido o menor a la unidad, aumentando el error con el aumento del Re. La inexistencia de fuerzas inerciales no implica que no haya cambios de presiones en el flujo ya que existe movimiento de éste de un lado a otro.

Como ya se ha comentado previamente, el valor de la fuerza de resistencia que experimenta una esfera cayendo en un flujo a bajo Re usando la ley de Stokes es:

$$D = 6\pi\mu RU \tag{2.7}$$

Esta es la fórmula más usada para la aplicación de esta ley pero también hay fórmulas experimentales para otras formas geométricas como el disco circular, los cilindros o los esferoides.

Éstas no van a ser comentadas en este proyecto porque para la obtención de la fuerza de resistencia de los objetos con formas parecidas a estos cuerpos se usará un método experimental que se explicará más adelante.

A la hora de intentar reproducir en un ensayo el comportamiento de un animal a bajo Re , se deben encontrar formas parecidas a las de organismos cuyo medio de vida sea ese. Esta tarea no es fácil debido a la dificultad de reproducir con exactitud todas las partes de que se compone el organismo.

También es de gran dificultad recrear los gradientes de velocidad del flujo, que en el caso del experimento serán demasiado suaves, así como de crear la misma perturbación al flujo que causaría un animal real, siendo ésta en el experimento mayor que la real.

2. 5 CONDICIONES DE CONTORNO PARA LA CORRECTA REALIZACIÓN DE UN ENSAYO A BAJO NÚMERO DE REYNOLDS

Para la realización de un ensayo a bajo Re y el posterior análisis hay que considerar una serie de condiciones que van a influir de forma importante en los resultados. [6]

En cuanto a la orientación es importante tener en cuenta que el objeto va a tender a la posición de equilibrio en la que consiga que el área perpendicular al flujo del líquido sea máxima. Esto es así porque de esta manera conseguirá una oposición mayor a la fuerza de resistencia.

Se verá en los ensayos que da igual la posición en la que se deje caer el objeto al principio ya que éste acabará adoptando esta posición de equilibrio, no habiendo prácticamente variaciones en las velocidades de caída si se deja caer de una manera u otra. Esto es porque a bajos Re la variación en la fuerza de resistencia es mínima a pesar de que el objeto cambie totalmente de posición. No ocurriría lo mismo si nos encontráramos en un régimen turbulento.

El efecto de la pared es muy importante a la hora de hacer un estudio de estas características. Ésta va a afectar al comportamiento del objeto ensayado ya que influye en el valor de la fuerza de resistencia y es importante tenerla en cuenta a la hora de analizar los resultados y ver cuánto puede haber afectado a éstos.

Si las paredes están muy lejos se produce convección, pudiéndose confundir los datos, mientras que si están muy cerca, los objetos caen más despacio de lo que deberían. Además, esta influencia suele ocurrir en mayor medida a bajos Re .

Esto ocurre porque a estos regímenes un cuerpo influye al flujo a una gran distancia lateral. Por ello, hay que aumentar la distancia del objeto ensayado a la pared, a medida que disminuye el Re .

La velocidad terminal de caída es otro término a tener en cuenta en el ensayo. Se denomina así a la velocidad constante, de estabilidad, que llega a alcanzar un objeto ensayado en movimiento.

A bajos Re esta velocidad se alcanza enseguida ya que prácticamente no existe período de aceleración. El movimiento de los microorganismos a velocidad terminal es muy común pero es difícil saber en qué medida está afectando a la caída la forma del objeto, su tamaño o la densidad del fluido.

Algunas de las formas de saberlo serían hallando el tamaño efectivo, o ensayando una esfera de masa igual al objeto que se quisiese estudiar y con la misma velocidad de caída.

Por último, al no haber período de aceleración, se puede aplicar el ya comentado equilibrio de fuerzas con la ley de Stokes y así poder obtener el coeficiente de resistencia. Esta última opción, cuya forma de calcularla será descrita más adelante en la parte de desarrollo experimental, será la usada en el presente proyecto.

Hay que tener especial cuidado de que en los ensayos no caigan dos objetos a la vez ya que la velocidad de caída de éstos será distinta a si hubiesen sido ensayados por separado. No se sabe si esta velocidad tiene que ser mayor o menor a la obtenida con la caída individual, siendo difícil obtener una estadística fiable sobre este fenómeno. Por ello, se procurará que en los experimentos no haya objetos cayendo a la vez y que puedan afectarse el uno al otro, así como evitar en la medida de lo posible la mayor cantidad de impurezas en el fluido.

Teniendo en cuenta los efectos de la pared y la importancia de la velocidad de caída, lo óptimo para el estudio correcto de cuerpos cayendo por un tubo vertical sería usar objetos de densidad pequeña en una columna de bastante tamaño.

Además, el uso de un microscopio con lentes de larga distancia para el estudio del centro de la columna así como una cámara de alta velocidad para estudiar detenidamente la caída sería una ventaja para la correcta realización del ensayo.

En el caso del experimento del proyecto se han utilizado objetos de distintas densidades y geometrías para comparar cómo varían los resultados. También se hizo uso de una cámara de alta velocidad para el análisis posterior de los resultados en el ordenador.

En la Figura 2.14 se muestra un esquema de la caída de una esfera por el interior de un tubo de vaselina.

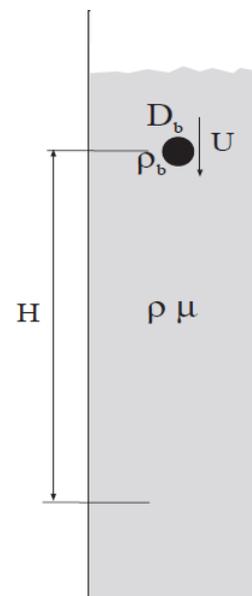


Figura 2.14. Esquema de una esfera cayendo por un tubo [4]

CAPÍTULO 3

DESARROLLO EXPERIMENTAL

3.1 RESUMEN DEL PROCEDIMIENTO

La parte experimental de este proyecto se realizó en los laboratorios del departamento de Ingeniería Térmica y de Fluidos de la Universidad Carlos III de Madrid.

Para el estudio y verificación de la teoría contada previamente a bajo número de Re se realizaron ensayos en un tubo de vaselina (Figura 3.1).

La vaselina es un líquido cuya viscosidad es muy elevada, siendo ésta de $217 \cdot 10^{-3} \text{ kg/ms}$ a 20°C . Los microorganismos no viven en medios tan viscosos, sino que la mayoría de ellos viven en el agua y ésta tiene una viscosidad de $1.002 \cdot 10^{-3} \text{ kg/ms}$ a 20°C .

Sin embargo, debido a la imposibilidad de usar objetos de un tamaño tan pequeño para la reproducción de los microorganismos, la solución adoptada fue usar líquidos de muy alta viscosidad, en especial, de aceite de vaselina.

Esto se pudo realizar porque conseguir un número de Re bajo se puede hacer de varias maneras, siendo una de ellas disminuyendo el tamaño del objeto y otra aumentando la viscosidad del fluido. Así, adoptando la última por simplicidad, se pudieron usar objetos de pequeño tamaño, pero visibles al ojo humano.



Figura 3.1. Tubo de vaselina utilizado

Se hicieron tres clases de experimentos, cada uno de ellos con objetos de características distintas. Con cada experimento se pretende estudiar y sacar diferentes conclusiones.

Para el cálculo del coeficiente de resistencia se siguió el mismo procedimiento para los tres experimentos. Éste está basado en el uso de la ley de Stokes y es el siguiente:

Sea un cuerpo que se encuentra en un flujo a bajo Re y por tanto al que se le puede considerar que está sometido a un equilibrio de fuerzas (Figura 3.2), se tiene:

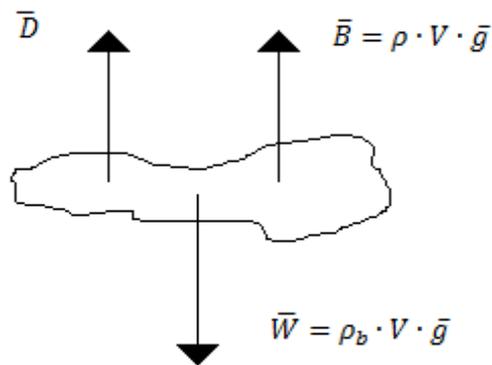


Figura 3.2. Esquema de un objeto en equilibrio

donde \bar{D} es la fuerza de resistencia que se opone al movimiento del cuerpo en el medio en el que fluye, \bar{W} es el peso propio del cuerpo y \bar{B} es el empuje al que está sometido dicho cuerpo.

Por equilibrio tenemos:

$$\bar{D} + \bar{W} + \bar{B} = 0$$

$$-D + \rho_b \cdot V_b \cdot g - \rho \cdot V_b \cdot g = 0 \rightarrow D = (\rho_b - \rho) \cdot V_b \cdot g \tag{3.1}$$

$$D = \mu \cdot U \cdot C \cdot l_c \tag{3.2}$$

$$C = \frac{(\rho_b - \rho) \cdot V_b \cdot g}{\mu \cdot U \cdot l_c} \tag{3.3}$$

donde:

ρ es la densidad de la vaselina, siendo de 880kg/m^3 a 20°C

μ es la viscosidad dinámica de la vaselina, cuyo valor teórico es de $217 \cdot 10^{-3}\text{kg/ms}$ a 20°C

V_b es el volumen del cuerpo

$\rho_b = \frac{m_b}{V_b}$ es la densidad del cuerpo, calculada como el ratio entre su masa y su volumen

l_c es cada una de las dimensiones características del cuerpo estudiado

g es la aceleración de la gravedad, siendo su valor de 9.81 m/s^2

$U = \frac{e}{t}$ es la velocidad de caída del cuerpo, calculada como el ratio entre el espacio recorrido por el objeto y el tiempo consumido en dicho fin.

C es el coeficiente de resistencia del objeto

A pesar de que conocemos teóricamente la viscosidad, ésta puede variar en los experimentos debido a las impurezas de la vaselina o a la temperatura del laboratorio [4]. Por tanto, ésta se calculará experimentalmente de la siguiente manera:

Se conoce que el coeficiente de resistencia de una esfera es:

$$C = 6 \cdot \pi \tag{3.4}$$

Con esto, y dejando caer en el tubo de vaselina unas cuantas esferas, se podrá saber la viscosidad exacta de la vaselina en el ensayo. Para ello, se despejará la viscosidad dinámica de la ecuación de Stokes.

$$\mu = \frac{(\rho_b - \rho) \cdot V_b \cdot g}{C \cdot U \cdot l_c} \tag{3.5}$$

Con este dato de viscosidad se podrá calcular con más precisión el coeficiente de resistencia, C , para el resto de objetos.

En la Figura 3.3 se observa cómo cae por el tubo de vaselina una de las esferas ensayadas.



Figura 3.3. Esfera cayendo por una porción del tubo de vaselina

En el primer experimento, explicado en la sección 3.2, se dejarán caer en el tubo de vaselina distintos objetos, se verá su comportamiento y se comparará con el que se imaginaba en un primer momento.

En el segundo experimento se ensayarán objetos del mismo material con forma cilíndrica e igual diámetro para ver cómo cambia la posición de equilibrio de los cilindros desde el más corto hasta el más largo. Este apartado será explicado y desarrollado en la sección 3.3.

En el tercer experimento, explicado en la sección 3.4, se estudiarán distintos objetos que cuando caen giran. En una primera parte se pretende ver la influencia del medio en los resultados y para ello se hará uso de una hélice que será ensayada en vaselina, glicerina y aceite de motor. En una segunda parte se pretende obtener cómo influye el giro cuando se ensayan varios objetos iguales que difieren sólo en su longitud. Para este apartado se usarán varias familias de muelles con todos los parámetros iguales excepto su longitud.

3.2 EXPERIMENTO 1: EJEMPLOS DE CAÍDA

En este apartado se va a demostrar con cálculos experimentales el carácter contraintuitivo, ya mencionado en la literatura, que ocurre a bajos Re .

Esta creencia está basada en el comportamiento que se piensa que tienen los objetos al dejarlos caer en un medio cotidiano para nosotros, como pueden ser al aire o el agua.

Se demostrará que no se puede aplicar esta hipótesis, que ocurre a alto Re , cuando el flujo es a bajo Re , ya que el carácter cambia totalmente. Aunque este carácter es visible a simple vista viendo cómo cae el objeto, se estudiarán también los coeficientes de resistencia en función de la longitud y el diámetro del objeto para así comprobar la posición de equilibrio de éstos.

Para ello, se dejará caer en el tubo de vaselina una serie de objetos cotidianos: monedas, distintas clases de pequeños tornillos, tuercas y arandelas de distintos materiales, y un pequeño barril de madera usado en maquetas navales.

Pero antes de empezar a calcular cualquier parámetro importante de estos objetos es necesario, como se ha explicado previamente, conocer la viscosidad del fluido mediante las esferas:

3.2.1 Esferas

Se van a ensayar tres esferas de materiales distintos (Figuras 3.4, 3.5 y 3.6). Se distinguirán y nombrarán por sus colores:



Figura 3.4. Esfera amarilla



Figura 3.5. Esfera gris



Figura 3.6. Esfera transparente

Se medirá la masa de cada una de ellas con una balanza (Figura 3.7). El diámetro de éstas, que será la longitud característica usada, se obtendrá con un calibre (Figura 3.8).



Figura 3.7. Balanza usada para pesar los objetos



Figura 3.8. Calibre usado para medir los objetos

El volumen de las esferas será calculado teóricamente como:

$$V_b = \frac{4}{3} \pi R_b^3 \quad (3.6)$$

donde R_b es el radio de la esfera.

La velocidad de caída se calcula experimentalmente. Con un cronómetro se mide el tiempo que tarda la esfera en caer por el tubo de vaselina una distancia conocida. Sabiendo que no existe aceleración, se calcula la velocidad como el ratio entre la distancia y el tiempo.

La viscosidad de la vaselina se calcula con la ecuación de Stokes, quedando:

$$\mu = \frac{(\rho_b - \rho)}{c} \cdot \frac{V_b}{R_b} \cdot \frac{g}{U} \quad (3.7)$$

Para cada esfera se obtiene una viscosidad de vaselina que, a priori, debería ser parecida a la teórica. Finalmente, se usa la viscosidad resultante de hacer la media aritmética de las tres.

Sabiendo la viscosidad, podemos calcular el coeficiente de resistencia de cada objeto. Establecemos dos coeficientes de resistencia:

- El primero, denominado $c_f(D)$, se calculará considerando como longitud característica, l_c , el diámetro del objeto (D). La ecuación obtenida con la ley de Stokes queda por tanto:

$$c_f(D) = \frac{(\rho_b - \rho)}{\mu} \cdot \frac{V_b}{D_b} \cdot \frac{g}{U} \quad (3.8)$$

- El segundo, denominado $c_f(L)$, se obtendrá imponiendo que l_c sea la longitud del objeto (L). Ahora la ecuación queda:

$$c_f(L) = \frac{(\rho_b - \rho)}{\mu} \cdot \frac{V_b}{L_b} \cdot \frac{g}{U} \quad (3.9)$$

Dependiendo de los resultados obtenidos para cada uno de ellos y de la geometría del objeto, estableceremos cuál de los dos coeficientes es el óptimo, indicándonos éste la posición de equilibrio del cuerpo.

También se medirá el número de Reynolds para todos los objetos. Se estudiará si estos cumplen $Re < 1$ y por tanto, si es posible fiarse totalmente de la ley de Stokes. El Re se calculará con su fórmula habitual:

$$Re = \frac{\rho U D}{\mu} \quad (3.10)$$

Todos los objetos se pesarán con la balanza, se medirán con el calibre y su tiempo de caída será contabilizado con el cronómetro. También serán aplicadas a todos las dos fórmulas para el cálculo de los coeficientes de resistencia.

3.2.2 Monedas

Los primeros objetos que se van a ensayar son dos monedas, una de 5cts y otra de 2cts (Figuras 3.9 y 3.10):



Figura 3.9. Moneda de 5cts



Figura 3.10. Moneda de 2cts

El volumen de las monedas será calculado aproximando éstas a un cilindro de longitud muy pequeña. La ecuación usada será por tanto:

$$V_b = \pi R_b^2 L_b \quad (3.11)$$

donde R_b es el radio de la moneda y L_b el espesor de ésta.

3.2.3 Tornillos

Se estudiarán cuatro tornillos de distintas medidas y materiales. Dos de ellos son de nylon (Figuras 3.11 y 3.12) y los otros dos de acero inoxidable (Figuras 3.13 y 3.14):



*Figura 3.11. Tornillo
M4x8 nylon*



*Figura 3.12. Tornillo
M3x12 nylon*



*Figura 3.13. Tornillo
M4x10 acero inoxidable*



*Figura 3.14. Tornillo
M3x12 acero inoxidable*

El cálculo del volumen de los tornillos es difícil ya que no tienen una forma geométrica sencilla y pesan poco (en especial los de nylon) como para medirlos con total exactitud con los elementos de medida que se disponen en el laboratorio. Para su obtención lo haremos de dos maneras:

- De forma teórica, aproximando el tornillo a la suma de un tronco de cono (cabeza) y un cilindro (cuerpo roscado). De esta forma el volumen es:

$$V_b^{teo} = \frac{\pi \cdot [(D_{cabeza})^2 + (D_{cuerpo})^2 + (D_{cabeza} \cdot D_{cuerpo})] \cdot (L_{total} - L_{rosca})}{12} + \frac{\pi}{4} D_{cuerpo}^2 L_{rosca} \quad (3.12)$$

- De forma experimental, metiendo el tornillo en una pipeta con agua y viendo el volumen desplazado.

El parámetro utilizado para D_b en el cálculo de $C_f(D)$ será el diámetro de la cabeza del tornillo mientras que el utilizado para L_b en el cálculo de $C_f(L)$ será la longitud total del tornillo.

3.2.4 Tornillos sin cabeza

Se ensayarán dos tornillos de nylon sin cabeza (Figuras 3.15 y 3.16):



Figura 3.15. Tornillo M8x15 de nylon sin cabeza



Figura 3.16. Tornillo M4x10 de nylon sin cabeza

El cálculo del volumen en estos tornillos es fácil ya que se aproxima al de un cilindro:

$$V = \frac{\pi}{4} D_b^2 L_b \quad (3.13)$$

donde D_b es diámetro del cilindro y L_b su longitud.

3.2.5 Arandelas

Se ensayarán dos arandelas de $\varnothing = 4 \text{ mm}$. Una de ellas es de nylon (Figura 3.17) y la otra de acero inoxidable (Figura 3.18):



*Figura 3.17. Arandela
 $\varnothing 4$ nylon*



*Figura 3.18. Arandela
 $\varnothing 4$ acero inoxidable*

En el caso de las arandelas es imposible medir experimentalmente sus volúmenes con los instrumentos de los que se dispone en el laboratorio, incluso con la pipeta, debido a que sus pesos son muy pequeños. Por lo tanto, el volumen de una arandela se va a obtener teóricamente como:

$$V_b = \frac{\pi}{4} \cdot (D_{ext}^2 - D_{int}^2) \cdot L_b \quad (3.14)$$

donde D_{ext} es el diámetro exterior de la arandela, D_{int} es el diámetro interior de ésta y L_b es su espesor.

Para el cálculo de Cf (D), al ser la arandela hueca, se usa $D_b = D_{ext} - D_{int}$ y para el de Cf (L) se usa L_b .

3.2.6 Tuercas

Se ensayarán seis tuercas. Tres serán de acero inoxidable de medidas M4, M6 y M8 (Figura 3.19), y tres serán de nylon de las mismas medidas (Figura 3.20) que las anteriores. Como todas tienen la misma forma, sólo se pondrá la foto de una de cada material.



Figura 3.19. Tuerca de acero inoxidable

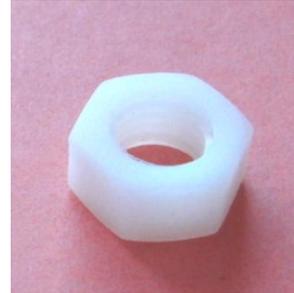


Figura 3.20. Tuerca de nylon

Como en el caso de los tornillos, en las tuercas se ha calculado también el volumen de dos maneras debido a su complicada geometría. Éstas son:

- De forma teórica, aproximando la tuerca como si fuera un prisma hexagonal al que se le ha hecho un agujero cilíndrico. El volumen es por tanto:

$$V_b^{teo} = 2\sqrt{3} \cdot a^2 \cdot L_b - \frac{\pi}{4} \cdot (D_{int})^2 \cdot L_b \quad (3.15)$$

donde a es la apotema del hexágono: $a = \frac{D_{ext}}{2}$; L_b el espesor de la tuerca y D_{int} es el diámetro del agujero.

- De forma experimental, metiendo la tuerca en la pipeta con agua y midiendo el volumen de líquido desplazado.

Para la obtención de D_b , al ser la tuerca también hueca se utiliza:

$$D_b = D_{ext} - D_{int}$$

3.2.7 Barril de madera

En este ensayo se deja caer un barril de madera de uso para maquetas navales (Figura 3.21):



Figura 3.21. Barril de madera

Tiene forma geométrica entre un cilindro y un esferoide así que como ésta es compleja y su peso lo permite, su volumen se calcula experimentalmente. Debido a sus dimensiones no cabe en una pipeta por lo que será usada una probeta.

3.3 EXPERIMENTO 2: CILINDROS DE DISTINTAS LONGITUDES

En el experimento 2 se pretende observar la dependencia entre la posición de equilibrio del objeto y los dos coeficientes de resistencia (uno en función de la longitud y otro en función del diámetro del cilindro) así como la variación de esta posición con la longitud del cilindro.

Para ello se van a ensayar una serie de objetos con forma cilíndrica del mismo material y el mismo diámetro pero que difieren en su longitud. Desde aquellos cuya longitud les haga ser parecidos a una moneda, esto es, $\frac{L}{D} \ll 1$, hasta aquellos que se puedan considerar casi infinitamente largos, es decir, $\frac{L}{D} \gg 1$.

Se estudiará su comportamiento y cuáles son los parámetros que más afectan a cada uno de ellos y por qué.

La viscosidad utilizada se va a calcular experimentalmente como fue calculada en el apartado anterior con las esferas. También se usará la balanza, el calibre y el cronómetro para las mismas funciones.

Las fórmulas para la obtención de los coeficientes de fricción también son las mismas debido a que el flujo es también a bajo Re , por lo que el equilibrio sigue existiendo.

El volumen se calculará como el de un cilindro y por tanto será:

$$V = \frac{\pi}{4} D^2 L \quad (3.16)$$

La velocidad de caída será obtenida como:

$$U = \frac{e}{t} \quad (3.17)$$

donde e es el espacio recorrido, siendo en todos los cilindros de 30 cm por ser éste el espacio entre los puntos marcados en el tubo de vaselina (Figura 3.22); y t es el tiempo de caída.



Figura 3.22. Ilustración en la que se ven los dos puntos azules del tubo, entre los que hay 30 cm de longitud

3.4 EXPERIMENTO 3: OBJETOS QUE GIRAN

En el experimento 3 del proyecto se ensayarán objetos que giran cuando caen. Al producirse un giro habrá que tener en cuenta una velocidad más aparte de la lineal. Ésta será la velocidad angular. Por tanto, se analizarán todos los parámetros importantes que se estudiaron ya en los apartados 1 y 2 así como otros adicionales relacionados con que el objeto tenga la capacidad de girar.

Dentro de este apartado se realizarán dos experimentos:

En el primero se ensayará una hélice, la cual será estudiada tanto en aceite de vaselina, como en aceite de glicerina, como en aceite de motor.

Con este estudio, aparte de ver los parámetros relevantes descritos en apartados anteriores, se pretende medir sus diferencias en cada uno de los tres medios de ensayo. También se pretende observar y estudiar el giro de la hélice.

Además se ensayará el movimiento de un trozo de clip, que se ha curvado para que gire. Se pretende aquí también ver y analizar el giro de éste.

En el segundo experimento se estudiarán varias familias de muelles. Unas habrán sido realizadas con hojalata de latas de refresco y otras con muelles ya fabricados de acero. Cada una de las familias estará formada por una serie de muelles cuyas características serán:

- Mismo paso
- Mismo diámetro
- Misma sección de hilo
- Diferente longitud.

Se calcularán los coeficientes de fricción de todos y cómo éstos varían dependiendo de la longitud, siendo un caso particular de los cilindros experimentados en el apartado 2. También se observará la relación existente entre las velocidades lineal y angular.

Como se explicará, el cálculo correcto del giro experimentado por el objeto será de difícil obtención y por tanto para el cálculo de la velocidad angular habrá que tener en cuenta los posibles errores cometidos.

La hélice va a ser el único objeto que se estudie en los tres medios. Los demás serán estudiados, como en los experimentos 1 y 2, sólo en aceite de vaselina. Esto es así porque es éste el que presenta una menor viscosidad y por tanto, los objetos no flotarán o caerán muy despacio debido a su pequeño peso.

En todos los experimentos de este apartado se hará uso de una cámara de alta velocidad a la que se le establece que haga un número concreto de imágenes por segundo (frame rate). Esto permitirá apreciar con más claridad el giro, así como el tiempo de caída. Para analizar estos parámetros se hará uso del programa de imágenes Fiji, en el que se estudiarán todos los vídeos de todos los objetos de esta tercera sección.

El procedimiento a seguir será similar en todos los casos:

1. Se abre el vídeo, realizado en el laboratorio, en el programa Fiji, en el cual aparecerá la secuencia de todas las imágenes tomadas.
2. Se hace una línea en la parte superior de en una de las imágenes (todas las líneas que se hacen en una imagen se aplican al resto de imágenes) que cruce el diámetro del tubo y se mira la longitud de la línea. Esta longitud será el diámetro en píxeles del tubo.
3. Una vez se tiene esto se hace otra línea igual que la anterior, que cruce también el diámetro del tubo pero esta vez en la parte inferior de la imagen, y se mide la distancia entre ésta y la trazada anteriormente. Esta distancia será el espacio en píxeles que se considerará recorrido por el objeto.
4. Con una sencilla regla de tres, sabiendo que el diámetro real del tubo de vaselina nunca varía (siendo éste de 9.3 cm), se puede averiguar la longitud real de caída que se va a utilizar en el análisis.

En la figura 3.23 se pueden ver las líneas que se marcan en la imagen para analizarla y obtener el valor de la longitud real que se va a considerar como espacio recorrido por el objeto, el cual luego se usará para cálculos posteriores.



Figura 3.23. Ejemplo de imagen analizada con el programa Fiji

El hecho de coger una distancia menor a la que hay entre los dos puntos azules señalados del tubo de vaselina (en los que la distancia es de 30 cm) es porque ésta es muy grande y el objeto lanzado muy pequeño, por lo que éste último no se aprecia bien en el vídeo si no se acerca más la cámara al tubo.

Para calcular el tiempo de caída se toma nota del número de la imagen primera y de la última (cada una de las cuales correspondiente al momento en que el objeto pasa por las líneas establecidas anteriormente) y restando ambas se sabe cuántas imágenes se han sucedido. Por consiguiente, sabiendo que los vídeos han sido tomados a 120 imágenes por segundo, se obtiene el tiempo consumido en tal fin.

Para ver el número de vueltas que da el objeto hay que fijarse en un punto concreto de éste y ver, de forma aproximada, cuántos grados ha girado. Como es de forma aproximada, este giro puede darse un poco antes o un poco después del punto que se pensaba, por lo que habrá que tener en cuenta unos errores que se explicarán a continuación.

Se hará una gráfica de la velocidad angular frente a la velocidad lineal. Como el cálculo de la primera es aproximado debido a que la forma de estudiar el giro no es exacta, se representará la gráfica mencionada pero añadiendo unos valores de error máximos y mínimos de velocidad angular que se obtendrán dejando fijo el giro y tomando errores con respecto al tiempo.

En el programa de imagen se establecerá cuál es el tiempo t en el que se cree que gira el objeto un ángulo θ , añadiendo cuál es el máximo valor por encima de ese tiempo, ε_t^+ , así como el máximo valor por debajo, ε_t^- , en el que se cree que puede girar ese ángulo θ .

Con esto se podrá representar la gráfica de la variación de la velocidad angular con respecto a la velocidad lineal teniendo en cuenta los errores.

Los errores en el programa de imágenes se calculan de la siguiente manera:

- ε_t^+ y ε_t^- se obtienen restando la imagen en la que se considera que se dan los valores máximo y mínimo de tiempo en los que puede ocurrir un giro dado, con la imagen que se ha considerado que es en la que ocurre exactamente ese giro.
- Una vez obtenidos éstos, se calculan el tiempo máximo y el mínimo que se tardará en dar el giro, así como la velocidad angular máxima y mínima que tendrá el objeto:

$$\varepsilon_t^+ = t^+ - t_c \rightarrow w^+ = \frac{\theta}{t^-}$$

(3.18)

$$\varepsilon_t^- = t_c - t^- \rightarrow w^- = \frac{\theta}{t^+}$$

(3.19)

donde t^+ y t^- son los tiempos máximo y mínimo, respectivamente, que se tardará en dar un giro θ , t_c es el tiempo de caída del objeto y, w^+ y w^- son la velocidad angular máxima y mínima del objeto.

3.4.1 Hélice

Se va a ensayar una pequeña hélice usada para maquetas navales. Su forma y aspecto se muestran en la Figura 3.24.

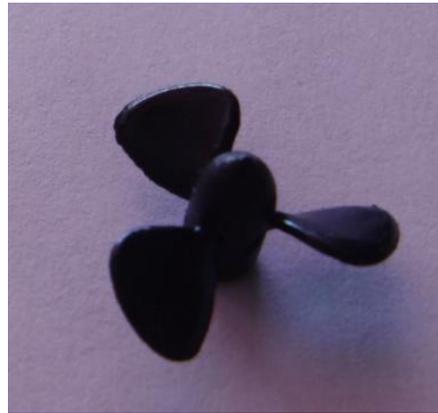


Figura 3.24. Hélice utilizada en los ensayos

Al ser una geometría tan complicada es muy difícil medir su volumen teóricamente por lo que éste es medido con una probeta.

Al igual que en los experimentos anteriores, con la hélice se usa la balanza, el calibre y el cronómetro.

Los tres medios en los que se va a ensayar la hélice se explican a continuación:

➤ Vaselina

Se van a explicar en profundidad los cálculos llevados a cabo con los datos obtenidos del programa de imágenes, de la hélice cayendo a través del tubo de vaselina. Para el resto de los casos, se pondrán directamente los resultados obtenidos en la parte de resultados experimentales del proyecto.

Para la notación se hará referencia a D como el diámetro del tubo y a L como la longitud entre las dos líneas de referencia. El subíndice c hace referencia a las medidas tomadas de las imágenes de la cámara y el subíndice r a las medidas reales; z es el número de imagen en la que nos encontramos, t es el tiempo de caída del objeto, U es la velocidad lineal de caída y w es la velocidad angular de caída.

Los cálculos que se han llevado a cabo son los siguientes:

$$D_c = 212 \text{ pixeles} \quad D_r = 9.3 \text{ cm} \quad L_c = 424 \text{ pixeles}$$

$$\frac{212 \text{ pix}}{9.3 \text{ cm}} = \frac{424 \text{ pix}}{L_r} \rightarrow L_r = 18.6 \text{ cm}$$

$L_r = 18.6 \text{ cm}$ es el espacio recorrido por la hélice cayendo por el tubo de vaselina

$$z_1 = 438 \quad z_2 = 691 \rightarrow 253 \text{ imágenes}$$

$$t = \frac{253 \text{ imag}}{120 \frac{\text{imag}}{\text{s}}} = 2.1 \text{ s} \rightarrow v = \frac{L_r}{t} = \frac{18.6 \text{ cm}}{2.1 \text{ s}} = 8.86 \text{ cm/s}$$

El tiempo que tardará la hélice en recorrer los 18.6 cm será de 2.1 s, siendo por tanto la velocidad lineal de caída de 8.86 cm/s.

El número de grados aproximado que da la hélice en los 2.1s es de 190°, por lo que la velocidad angular será:

$$w = \frac{\theta}{t} = \frac{190^\circ}{2.1 \text{ s}} = 90.5^\circ/\text{s} = 1.58 \text{ rad/s}$$

En cuanto al cálculo de los errores se siguen los siguientes pasos:

$$z_2^{\text{max}} = 714 \rightarrow z_2^{\text{max}} - z_2 = 714 - 691 = 23 \text{ imágenes}$$

$$\frac{23 \text{ imágenes}}{120 \text{ imágenes/s}} = 0.192 \text{ s} = \varepsilon_t^+$$

La hélice puede girar 190° , 0.192s después de lo establecido en un principio como valor exacto.

$$z_2^{min} = 671 \rightarrow z_2 - z_2^{min} = 691 - 671 = 20 \text{ imágenes}$$

$$\frac{20 \text{ imágenes}}{120 \text{ imágenes/s}} = 0.167s = \varepsilon_t^-$$

La hélice puede girar 190° , 0.167s antes de lo establecido a priori como valor exacto.

$$\varepsilon_t^+ = t^+ - t_c \rightarrow t^+ = 0.192s + 2.1s = 2.292s$$

El tiempo en el que se alcanzan los 190° es, como máximo, 2.292 segundos.

$$\varepsilon_t^- = t_c - t^- \rightarrow t^- = 2.1s - 0.167s = 1.933s$$

El tiempo en el que se alcanzan los 190° es, como mínimo, 1.933 segundos

Por último, se calculan las velocidades angulares máxima y mínima:

$$\omega^+ = \frac{\Delta\theta}{t^-} = \frac{190 \cdot \pi / 180}{1.933} = 1.716 \text{ rad/s}$$

$$\omega^- = \frac{\Delta\theta}{t^+} = \frac{190 \cdot \pi / 180}{2.292} = 1.447 \text{ rad/s}$$

Estas velocidades angulares son las extremas que puede alcanzar la hélice cuando gira los 190° establecidos.

Estos cálculos serán hechos para todos los objetos con el programa Matlab y se recogerán en tablas en el apartado de resultados experimentales.

➤ **Glicerina**

Todo el procedimiento será exactamente igual que el seguido con la vaselina.

Las propiedades de la glicerina son: $\rho = 1259 \text{ kg/m}^3$ y $\mu = 1435 \cdot 10^{-3} \text{ kg/ms}$

Por tanto, tanto la viscosidad como la densidad de este medio van a ser mucho mayores que los de la vaselina (se recuerda: $\rho = 880 \text{ kg/m}^3$ y $\mu = 217 \cdot 10^{-3} \text{ kg/ms}$)

En la imagen 3.25 se puede ver la hélice cayendo por el tubo de aceite de glicerina.



Figura 3.25. Hélice cayendo en aceite de glicerina

➤ **Aceite de motor**

Al igual que en el caso anterior, el procedimiento para todos los cálculos cuando el medio es aceite de motor es el mismo.

Las propiedades de este fluido son más parecidas a las de la vaselina, siendo $\rho = 875 \text{kg/m}^3$ y $\mu = 309 \cdot 10^{-3} \text{kg/ms}$

En la imagen 3.26 se puede ver a la hélice cayendo en aceite de motor.



Figura 3.26. Hélice cayendo en aceite de motor

3.4.2 Clip curvado

Se curvará un simple clip de metal (Figura 3.27) cuyo giro será muy fácil de ver y estudiar en vaselina. Este ensayo se hará como un ejemplo más de objeto que gira.



Figura 3.27. Clip curvado

Su volumen se conseguirá volviéndolo a estirar cuando todos los experimentos y cálculos hayan sido realizados, aproximándolo al de un cilindro, siendo por tanto:

$$V = \frac{\pi}{4} D^2 L \quad (3.20)$$

3.4.3 Muelles

Se ensayaran siete grupos de muelles. Cada uno de ellos formado por tres, cuatro o cinco muelles con todos los parámetros geométricos iguales excepto la longitud. Se seguirá el mismo procedimiento que para la hélice y para el clip curvado, pudiéndose comparar los coeficientes de resistencia para todos los muelles así como la relación entre las velocidades lineal y angular para cada familia.

Se explicarán las características de cada grupo de muelles por separado, exponiendo los resultados finales en la parte de resultados experimentales del proyecto.

Se han estudiado dos familias de muelles, cada una de ellas con varios grupos de muelles de distintas características pertenecientes a ellas:

La primera familia está formada por muelles de hojalata, helicoidales y de sección rectangular. Estos muelles fueron creados a partir de distintas latas de refrescos: se abrió la lata y la parte central se cortó en tiras de distintos espesores. Estas tiras se enrollaron en objetos de distintos diámetros creando así los diferentes grupos de muelles. Posteriormente se moldearon según necesidades.

El volumen de los muelles de sección rectangular será calculado como:

$$V = ab\pi DN \quad (3.21)$$

donde a es el ancho de la sección del hilo, b es la altura de la sección del hilo, D el diámetro exterior del muelle y N el número de espiras de éste.

La segunda familia está formada por muelles de metal, helicoidales y de sección circular. Éstos muelles se compraron en tiendas y fueron moldeados posteriormente según las necesidades.

El volumen de los muelles de sección circular será calculado como:

$$V = \frac{\pi}{4} d^2 \pi DN \quad (3.22)$$

donde d es el diámetro de la sección del hilo, D es el diámetro exterior del muelle y N es el número de espiras de éste.

3.4.3.1 Familia de sección rectangular

➤ Grupo 1

Los muelles de este grupo (Figuras 3.28, 3.29, 3.30 y 3.31) serán fabricados a partir de una tira de refresco enrollada en un bolígrafo.

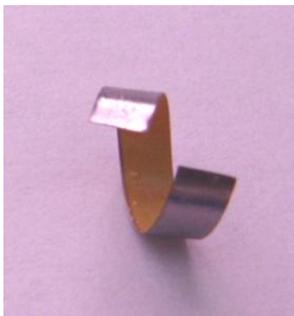
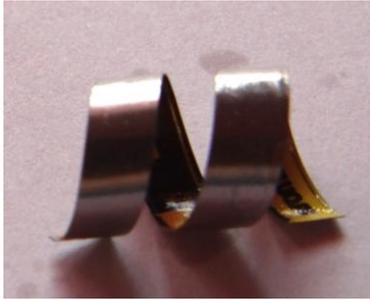


Figura 3.28. Muelle 1 grupo 1



Figura 3.29. Muelle 2 grupo 1



*Figura 3.30. Muelle 3
grupo 1*



*Figura 3.31. Muelle 4
grupo 1*

Las características comunes a este grupo de muelles son:

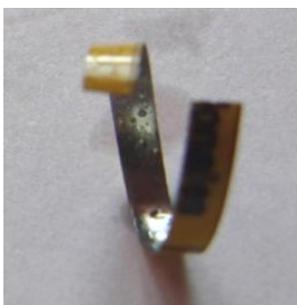
Paso=3mm $a=0.14\text{mm}$ $b=3.96\text{mm}$ $D_{ext}=8.75\text{mm}$

Cada uno de los cuatro muelles, como se puede ver en las fotografías, tiene una longitud distinta. No es una longitud cualquiera, sino que se han creado haciendo que el primero sea de una onda, el segundo de una onda y media, el tercero de dos ondas, y el cuarto de dos ondas y media.

Así, la diferencia entre ellos es más exacta y el volumen se puede calcular mejor. Esto se hará así con todos los muelles de todos los grupos de las dos familias.

➤ **Grupo 2**

Los muelles de este grupo (Figuras 3.32, 3.33, 3.34 y 3.35) serán fabricados a partir de una tira de refresco más fina que los del grupo 1, enrollada alrededor de un típex.



*Figura 3.32. Muelle 1
grupo 2*



*Figura 3.33. Muelle 2
grupo 2*



*Figura 3.34. Muelle 3
grupo 2*



*Figura 3.35. Muelle 4
grupo 2*

Las características comunes a este grupo de muelles son:

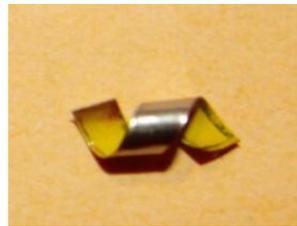
Paso=3mm $a=0.14\text{mm}$ $b=2.01\text{mm}$ $D_{ext}=9.53\text{mm}$

➤ **Grupo 3**

Los muelles de este grupo (Figuras 3.36, 3.37, 3.38, 3.39, 3.40) serán fabricados a partir de una tira de refresco de espesor parecido a la del grupo 2, enrollada alrededor de un palillo de cocina.



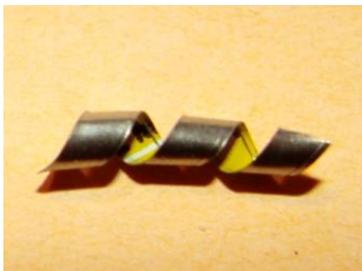
*Figura 3.36. Muelle 1
grupo 3*



*Figura 3.37. Muelle 2
grupo 3*



*Figura 3.38. Muelle 3
grupo 3*



*Figura 3.39. Muelle 4
grupo 3*



*Figura 3.40. Muelle 5
grupo 3*

Las características comunes a este grupo son:

Paso=2mm $a=0.14\text{mm}$ $b=2.3\text{mm}$ $D_{ext}=3.49\text{mm}$

➤ **Grupo 4**

Estos muelles (Figuras 3.41, 3.42, 3.43 y 3.44) serán fabricados a partir de otra lata de refresco distinta, con una tira parecida a la del grupo 1, enrollándola en el mismo bolígrafo.

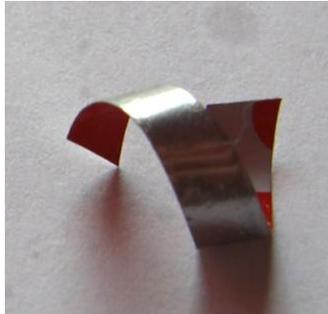


Figura 3.41. Muelle 1 grupo 4

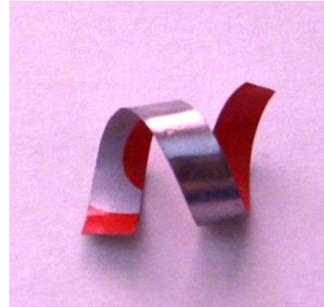


Figura 3.42. Muelle 2 grupo 4



Figura 3.43. Muelle 3 grupo 4



Figura 3.44. Muelle 4 grupo 4

Las características comunes de este grupo son:

Paso=5mm a=0.14mm b=4mm Dext=9.26mm

➤ **Grupo 5**

Estos muelles (Figuras 3.45, 3.46 y 3.47) serán fabricados con la misma lata de refresco que la del grupo 4, con una tira de un grosor un poco menor, enrollándola en los palillos de cocina.

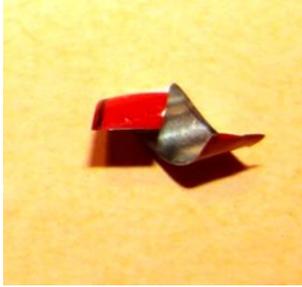


Figura 3.45. Muelle 1 grupo 5

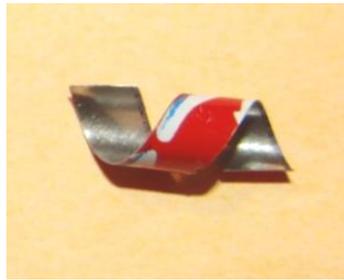


Figura 3.46. Muelle 2 grupo 5



Figura 3.47. Muelle 3 grupo 3

Las características comunes de este grupo son:

Paso=3mm $a=0.14\text{mm}$ $b=3.52\text{mm}$ $D_{ext}=4\text{mm}$

3.4.3.2 Familia de sección circular

➤ Grupo 6

Los muelles de este grupo se sacaron de un bolígrafo (Figuras 3.48, 3.49, 3.50 y 3.51)



Figura 3.48. Muelle 1 grupo 6



Figura 3.49. Muelle 2 grupo 6

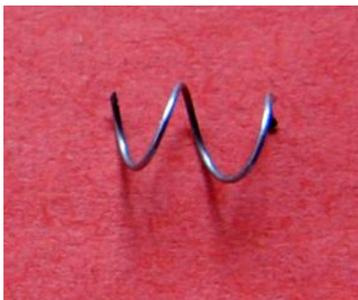


Figura 3.50. Muelle 3 grupo 6

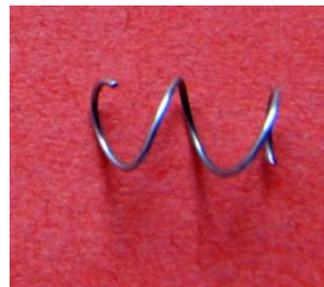


Figura 3.51. Muelle 4 grupo 6

Los parámetros comunes de este grupo son:

Paso=4mm $d_{hilo} = 0.35mm$ Dext=4.1mm

➤ **Grupo 7**

Los mulles pertenecientes a este grupo (Figuras 3.52, 3.53, 3.54, 3.55 y 3.56) se obtuvieron a partir de un muelle comprado en una tienda.



Figura 3.52. Muelle 1 grupo 7

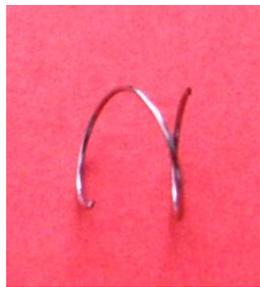


Figura 3.53. Muelle 2 grupo 7



Figura 3.54. Muelle 3 grupo 7



Figura 3.55. Muelle 4 grupo 7

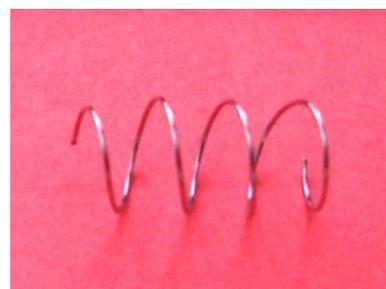


Figura 3.56. Muelle 5 grupo 7

Los parámetros comunes de este grupo son:

Paso=4.5mm

$d_{hilo} = 0.41mm$

Dext=8.08mm

CAPÍTULO 4

RESULTADOS EXPERIMENTALES

Los resultados experimentales de este proyecto tienen como objetivo conocer el comportamiento de los objetos a bajo número de Reynolds. Para ello es muy importante conocer el valor del coeficiente de resistencia (C_f) para saber la posición de equilibrio de éstos.

Los resultados se centrarán en la obtención de este parámetro así como de la relación entre la velocidad lineal y la angular en los objetos que giran. Se obtendrá también el número de Re de cada objeto para ver si es válido el uso de la ley de Stokes para hallar el coeficiente de resistencia ($Re < 1$).

Los resultados se resumirán en tablas para cada experimento.

4.1 RESULTADOS EXPERIMENTO 1: EJEMPLOS DE CÁIDA

4.1.1 Esferas

Con este tipo de objeto se pretende conocer la viscosidad del fluido en el momento del ensayo.

La tabla 4.1 muestra los resultados obtenidos tras el estudio:

<i>Esfera</i>	m (g)	D_b (mm)	V_b (mL)	t (s)	U (m/s)	$\mu \cdot 10^{-3}$ (kg/ms)	Re
Amarilla	0.111	5.89	0.107	21.12	0.014	209.29	0.35
Gris	0.202	5.90	0.108	3.78	0.079	237.52	1.74
Transparente	0.260	5.92	0.109	2.41	0.124	232.30	2.78

Tabla 4.1. Resumen de medidas y resultados del ensayo con esferas

Aunque la esfera que presenta un régimen más laminar y, por tanto, la que tiene menor Re , es la amarilla, para obtener la viscosidad con la que han sido obtenidos los resultados se ha hecho una media aritmética entre las tres. El resultado es:

$$\mu_m = 226.37 \cdot 10^{-3} \text{ kg/ms}$$

Ésta será la viscosidad que se usará para todos los experimentos. Es ligeramente mayor que la teórica ($\mu = 217 \cdot 10^{-3} \text{ kg/ms}$) pudiendo ser esto debido a que la temperatura del laboratorio era menor de 20°C (ya que la viscosidad aumenta cuando disminuye la temperatura) o por pequeños errores al tomar las medidas de los tiempos de caída de las esferas.

4.1.2 Monedas

Los resultados tras ensayar las dos monedas se muestran en la tabla 4.2:

Moneda	m (g)	D_b (mm)	L (mm)	V_b (mL)	t (s)	U (m/s)	C_f (D)	C_f (L)	Re
5 céntimos	3.890	21.25	1.6	0.567	1.10	0.273	25.31	336.09	22.5
2 céntimos	3.101	18.7	1.6	0.439	1.08	0.278	22.62	264.39	20.2

Tabla 4.2. Resumen de medidas y resultados del ensayo con monedas

El objeto siempre va a tender a aquella posición de equilibrio en la que la fuerza de resistencia que se opone a su movimiento sea menor. En el caso de las monedas, en el experimento se veía claramente que independientemente de la posición en la que se las dejase caer, su posición de equilibrio desde prácticamente el principio era con el diámetro perpendicular al flujo de vaselina (Figura 4.1).

Esto se comprueba con los valores tan diferentes que se obtienen de los coeficientes C_f (D) y C_f (L), siendo mucho menores los valores del primero que los del segundo.

Aquí se ve el carácter contraintuitivo de la moneda a bajo Re , que se mencionaba en páginas anteriores. Una moneda cuando es tirada en el aire cae justo al contrario que en el caso anterior, es decir, con el espesor de cara al suelo (Figura 4.2) o un poco girada, pero nunca con el diámetro de cara al suelo (Figura 4.1).

Este fenómeno aparece en todos los objetos ensayados que se verán más adelante.



Figura 4.1. Simulación de la posición de la moneda cuando cae a bajo Re . Su diámetro es perpendicular al flujo de vaselina.



Figura 4.2. Simulación de la posición de la moneda cuando cae a alto Re . Es su espesor, y no su diámetro, el que mira al suelo

Hay que destacar por último que las monedas, al estar fabricadas de un material pesado, hacen que los números de Re estén bastante por encima de la unidad, que es el máximo en torno al cual es válida la ley de Stokes.

De esta manera, aunque los valores del coeficiente de resistencia pueden no ser muy exactos, la diferencia entre $C_f(D)$ y $C_f(L)$ es clara, aparte de verse en el experimento. Por tanto, el carácter contraintuitivo no es puesto en duda independientemente de que los valores sean correctos o no.

En el apartado de los cilindros de la sección 2 se volverá a ver este caso, pero con un material de un peso menor.

4.1.3 Tornillos

El volumen de los tornillos se halló de dos maneras distintas, por lo que se exponen dos tablas, cada una obtenida usando uno de los volúmenes:

- Los resultados obtenidos usando V_b^{exp} , es decir, midiendo los tornillos con la pipeta se muestran en la tabla 4.3:

Tornillo	m (g)	D_{cabeza} (mm)	L_{total} (mm)	V_b (mL)	t (s)	U (m/s)	Cf (D)	Cf (L)	Re
M4x8 nylon	0.123	7.35	8.75	0.1	19.1	0.016	13.13	11.03	0.45
M3x12 nylon	0.085	5.55	11.9	0.05	25.1	0.012	26.76	12.48	0.26
M4x10 a.inox	1.068	7.8	9.9	0.15	1.04	0.288	18.01	14.19	8.75
M3x12 a.inox	0.640	5.9	11.8	0.1	1.49	0.201	20.12	10.06	4.62

Tabla 4.3. Resumen de medidas y resultados del ensayo con tornillos cuando el volumen usado es el obtenido experimentalmente con la pipeta

- Los resultados obtenidos usando V_b^{teo} , es decir, aproximando los tornillos a un cuerpo geométrico, se resumen en la tabla 4.4:

Tornillo	D_{cabeza} (mm)	D_{cuerpo} (mm)	L_{rosca} (mm)	L_{total} (mm)	V_b (mL)	Cf (D)	Cf (L)	Re
M4x8 nylon	7.35	3.55	6.65	8.75	0.117	7.51	6.31	0.45
M3x12 nylon	5.55	2.9	10.6	11.9	0.089	4.36	2.03	0.26
M4x10 a.inox	7.8	3.9	7.25	9.9	0.16	17.84	14.06	8.75
M3x10 a.inox	5.9	2.9	9.7	11.8	0.097	20.21	10.11	4.62

Tabla 4.4. Resumen de medidas y resultados del ensayo con tornillos cuando el volumen usado es el obtenido teóricamente

La diferencia entre los coeficientes de resistencia teórico y experimental es pequeña para los tornillos de acero y grande para los de nylon. Esto es porque el volumen de los últimos varía bastante entre el experimental y el teórico, sobre todo en el tornillo M3x12. El hecho de que los de acero pesen más hizo que fuese más fácil y preciso el cálculo de su volumen en la pipeta.

En cuanto a los resultados obtenidos para el coeficiente en función de D y el coeficiente en función de L, la diferencia ya no es tan grande como pasaba con la moneda. La posición de equilibrio de los tonillos cuando caían por la vaselina era con la longitud del tornillo perpendicular al flujo, pero en el caso del M4x8 de nylon no siempre se llegaba a poner totalmente perpendicular.

Este hecho se puede ver en los resultados de las tablas anteriores, en las que se observa que en el caso de los tornillos de acero inoxidable, está claro que el coeficiente

menor es $C_f(L)$ y por tanto la posición de equilibrio se da con la longitud del tornillo perpendicular al flujo.

No ocurre lo mismo en el caso de los de nylon y en especial del de M4x8, en el que ambos coeficientes son muy parecidos, si bien un poco menores los de $C_f(L)$, de ahí su dificultad para alcanzar la perpendicularidad al flujo.

Por último señalar que como pasaba con las monedas, aunque no en tanta medida, habría que poner en duda el uso de la ley de Stokes para el caso de los tornillos de acero inoxidable. Para el caso de los de nylon se puede aplicar perfectamente. Esto es debido a la diferencia de peso entre los de nylon y los de acero inoxidable.

4.1.4 Tornillos sin cabeza

Los resultados para este caso están resumidos en la tabla 4.5:

<i>Tornillos</i>	<i>m (g)</i>	<i>D (mm)</i>	<i>L_h (mm)</i>	<i>V_h(mL)</i>	<i>t (s)</i>	<i>U (m/s)</i>	<i>C_f (D)</i>	<i>C_f (L)</i>	<i>Re</i>
M8x15 nylon	0.547	7.6	14	0.635	7.38	0.041	-1.65	-0.89	1.20
M4x10 nylon	0.134	3.85	10.55	0.123	8.92	0.034	8.61	3.14	0.50

Tabla 4.5. Resumen de medidas y resultados del ensayo con tornillos sin cabeza

Para ambos tornillos su longitud es mayor que su diámetro pero no mucho más. De ahí que los dos coeficientes sean muy parecidos, en especial en el de M8x15.

Al ensayarlos en la vaselina se pudo ver cómo en el caso del M8x15, su posición de equilibrio era casi horizontal (con la longitud del tornillo perpendicular al flujo) pero sin llegar a serlo del todo. En el caso del M4x10 su posición era prácticamente en vertical, inclinándose sólo un poco hacia la horizontalidad.

La razón de las inclinaciones de los tornillos al caer es debida a la similitud entre $C_f(D)$ y $C_f(L)$ en ambos, en especial en el de nylon.

4.1.5 Arandelas

Los resultados obtenidos tras el ensayo de las arandelas se muestran en la tabla 4.6:

<i>Arandela</i>	<i>m (g)</i>	<i>D_{ext} (mm)</i>	<i>D_{int} (mm)</i>	<i>L_h (mm)</i>	<i>V_h(mL)</i>	<i>t (s)</i>	<i>U (m/s)</i>	<i>C_f (D)</i>	<i>C_f (L)</i>	<i>Re</i>
Ø4 nylon	0.044	8.85	4.15	0.85	0.041	36.38	0.008	9.05	50.06	0.15
Ø4 a.inox	0.581	11.75	4.1	0.8	0.076	2.05	0.146	19.88	190.05	4.35

Tabla 4.6. Resumen de medidas y resultados del ensayo con arandelas

Las arandelas representan el mismo caso que las monedas. De hecho, es el mismo caso pero con un agujero en el centro. Viendo los coeficientes de rozamiento se aprecia claramente que va a ser el diámetro de las arandelas el que sea perpendicular al flujo.

Cuando a las arandelas se las dejó caer en la vaselina, enseguida se pusieron con el diámetro perpendicular al flujo, apreciándose mejor en la de acero inoxidable. Para esta arandela el Re es un poco alto, por lo que también habría que dudar de la ecuación de Stokes.

4.1.6 Tuercas

En el caso de las tuercas también se calculó el volumen con la pipeta o la probeta (dependiendo del tamaño), o aproximándolas a un cuerpo geométrico, por lo que serán expuestas las dos tablas:

- En la tabla 4.7 se resumen los resultados obtenidos usando V_b^{exp} , es decir, midiendo los tornillos con la pipeta o la probeta:

Tuerca	m (g)	D_{ext} (mm)	D_{int} (mm)	L_b (mm)	V_b (mL)	t (s)	U (m/s)	Cf (D)	Cf (L)	Re
M8 nylon	0.667	14.49	6.92	6.35	0.5	7.39	0.041	31.98	38.12	1.20
M8 a.inox	4.599	14.55	6.73	6.26	1	0.57	0.526	39.12	48.87	16
M6 nylon	0.327	11.40	5.13	5.11	0.25	9.67	0.031	23.81	29.22	0.76
M6 a.inox	2.142	11.22	5.12	4.78	0.5	0.75	0.4	30.20	38.54	9.49
M4 nylon	0.099	7.87	3.38	3.04	0.1	19.79	0.015	6.99	10.33	0.27
M4 a.inox	0.660	7.86	3.36	2.93	0.1	1.23	0.244	22.56	34.65	4.27

Tabla 4.7. Resumen de medidas y resultados del ensayo con tuercas cuando el volumen usado es el obtenido experimentalmente con la pipeta o la probeta

- En la tabla 4.8 se sintetizan los resultados obtenidos usando V_b^{teo} , es decir, aproximando los tornillos a un cuerpo geométrico:

Tuerca	a (mm)	V_b (mL)	Cf (D)	Cf (L)	Re
M8 nylon	7.245	0.915	9.91	11.82	1.19
M8 a.inox	7.275	0.925	39.81	49.73	16
M6 nylon	5.7	0.470	-19.18	-23.53	0.76
M6 a.inox	5.61	0.423	31.41	40.08	9.49
M4 nylon	3.935	0.135	-12.59	-18.60	0.27
M4 a.inox	3.93	0.131	21.49	33.01	4.27

Tabla 4.8. Resumen de medidas y resultados del ensayo con tuercas cuando el volumen usado es el obtenido teóricamente

En el caso de las tuercas se observa que $C_f(D)$ es un poco menor que $C_f(L)$, pero que ambos son muy parecidos. Esto es así porque el diámetro y el espesor de la tuerca son muy similares. Parece ser que la posición de equilibrio tendería más a ser aquella en la que el diámetro es perpendicular al flujo, pero no de una manera clara.

Cuando se hicieron los experimentos, a las tuercas de nylon les costaba mucho alcanzar esta perpendicularidad, habiendo incluso veces que no la conseguían. En el caso de las tuercas de acero inoxidable sí era normal que se pusiesen bastante rápido en esta posición.

En cuanto a los valores obtenidos si se utiliza un volumen teórico o uno experimental se puede apreciar que las diferencias son poco significativas en las tuercas de acero inoxidable, pero muy importantes en las de nylon, llegando incluso a pasar de valores positivos a negativos en el coeficiente de resistencia.

Esto podría ser, de nuevo, debido a la poca precisión a la hora de medir volúmenes de nylon experimentalmente debido al poco volumen de agua que desplazan.

4.1.7 Barril de madera

Los resultados obtenidos tras ensayar el barril de madera en el tubo de vaselina se muestran en la tabla 4.9.

	m (g)	D (mm)	L_b (mm)	V_b (mL)	t (s)	U (m/s)	Cf (D)	Cf (L)	Re
<i>Barril</i>	1.127	9.5	15.85	1	5.53	0.054	21.64	12.97	2.09

Tabla 4.9. Resumen de medidas y resultados del ensayo con el barril de madera

$C_f(L)$ es menor que $C_f(D)$ y por tanto la posición de equilibrio del barril es con su longitud perpendicular al flujo de vaselina.

Este resultado era de esperar porque cuando se dejaba caer en cualquier posición, enseguida adoptaba esa posición de equilibrio.

4.2 RESULTADOS EXPERIMENTO 2: CILINDROS DE DISTINTAS LONGITUDES

En este experimento se ensayan 16 cilindros de nylon, con un diámetro común de 16.52 mm y de diferentes longitudes cada uno (ordenados de menor a mayor). La distancia recorrida por los cilindros es de 30 cm del tubo de vaselina.

Los resultados se exponen en la tabla 4.10.

Cilindro	L (mm)	m (kg)	V (mL)	t (s)	U (m/s)	Cf (D)	Cf (L)	Re
1	1.02	0.245	0.219	21.5	0.020	10.45	169.31	0.93
2	1.21	0.291	0.259	17.1	0.017	9.86	134.67	1.18
3	1.3	0.313	0.279	17.5	0.018	10.84	137.82	1.15
4	1.44	0.346	0.309	15.0	0.014	10.30	118.13	1.34
5	1.65	0.388	0.354	12.66	0.024	9.96	99.70	1.59
6	2.01	0.480	0.431	10.48	0.029	10.05	82.60	1.92
7	4.24	1.006	0.909	5.82	0.051	11.77	45.84	3.45
8	6.17	1.479	1.322	4.38	0.069	12.89	34.50	4.59
9	7.97	1.929	1.708	3.62	0.082	13.76	28.53	5.55
10	10.15	2.467	2.176	3.06	0.098	14.81	24.10	6.57
11	12.07	2.907	2.587	2.77	0.108	15.92	21.79	7.26
12	15.24	3.688	3.267	2.48	0.121	18.00	19.51	8.11
13	19.97	4.859	4.280	2.33	0.129	22.21	18.37	8.62
14	25.07	6.112	5.374	2.26	0.133	27.01	17.80	8.89
15	29.89	7.288	6.407	2.16	0.139	30.78	17.01	9.30
16	35.08	8.540	7.519	2.23	0.135	37.29	17.56	9.01

Tabla 4.10. Resumen de medidas y resultados del ensayo con cilindros

Con los datos anteriores se puede concluir lo siguiente:

- Para $\frac{L}{D} \gg 1$

Se tiene un cilindro infinitamente largo. La influencia del fluido en el diámetro del cilindro va a ser despreciable y por tanto el coeficiente de resistencia y la consiguiente fuerza de resistencia no dependerán de dicho parámetro.

Se comprueba con un análisis dimensional:

$$\frac{F}{L} = f(D, \mu, U)$$

$$F \sim \tau DL \quad \tau = f(\mu, U, D) \rightarrow [\tau] = MT^{-2}L^{-1} \quad [U] = LT^{-1} \quad [\mu] = ML^{-1}T^{-1} \quad [D] = L$$

$$(MT^{-2}L^{-1}) = (ML^{-1}T^{-1})^\alpha [LT^{-1}]^\beta [L]^\gamma$$

En el que resolviendo: $\tau \sim \mu \frac{U}{D}$ $F \sim \mu \frac{U}{D} DL \sim \mu UL$

Por lo que:

$$F = C_F L \mu U \tag{4.1}$$

Esto se comprueba con los resultados experimentales, en los que $C_f(L)$ es mucho más pequeño que $C_f(D)$ para este tipo de cilindros.

Como el objeto siempre va a tender a aquella posición de equilibrio en la que se le ofrezca menos resistencia, su caída será con la longitud del cilindro perpendicular al flujo de vaselina.

Además, llega una longitud (cilindros del 13 al 16) en la que aunque ésta sea aumentada, la fuerza de resistencia prácticamente no cambia. Esto es debido a que los cilindros tardan en caer un tiempo parecido.

- **Para $\frac{L}{D} \ll 1$**

La longitud del cilindro es mucho más pequeña que su diámetro y por tanto será dicha longitud la que no tenga relevancia a la hora de obtener el coeficiente de resistencia.

En el análisis dimensional:

$$F \sim \tau DL \quad \tau = f(\mu, U, L) \quad \tau \sim \mu \frac{U}{L} \quad F \sim \mu \frac{U}{L} DL \sim \mu UD$$

Por lo tanto:

$$F = C_F D \mu U \tag{4.2}$$

Siendo, en el caso del experimento, C_F prácticamente constante en los cilindros de baja longitud (cilindros del 1 al 6) debido a que el diámetro D es igual para todos y los cilindros tardan más o menos lo mismo en caer.

Para este segundo caso, $C_f(L)$ es mucho mayor que $C_f(D)$ por la misma razón de tendencia a la posición de equilibrio que en el caso anterior, sólo que ahora es al revés y es el diámetro del cilindro el que va perpendicular al flujo de vaselina.

Con estos resultados obtenidos para los cilindros, se puede dar una explicación con análisis dimensional a los objetos ensayados en la sección 1, dependiendo de si $\frac{L}{D} \gg 1$ o $\frac{L}{D} \ll 1$

Se muestran a continuación dos gráficas con las que se pretende explicar con más claridad lo contado anteriormente. En cada una de ellas se muestra el coeficiente de resistencia frente a $\frac{L}{D}$. En una de ellas el coeficiente es en función de D (Figura 4.3) y en la otra es en función de L (Figura 4.4)

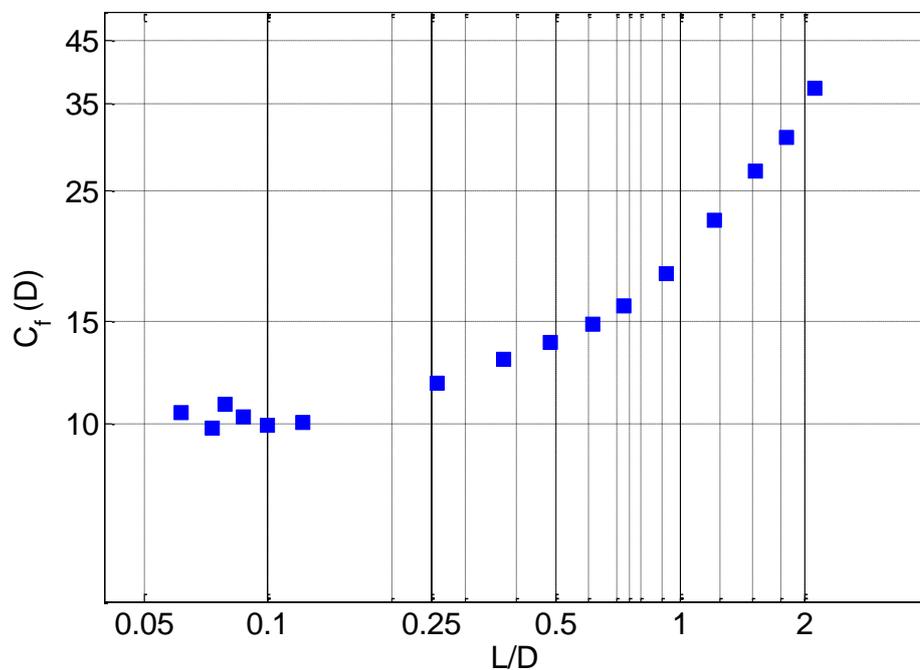


Figura 4.3. Gráfica $C_f(D)$ frente a $\frac{L}{D}$ de cada cilindro

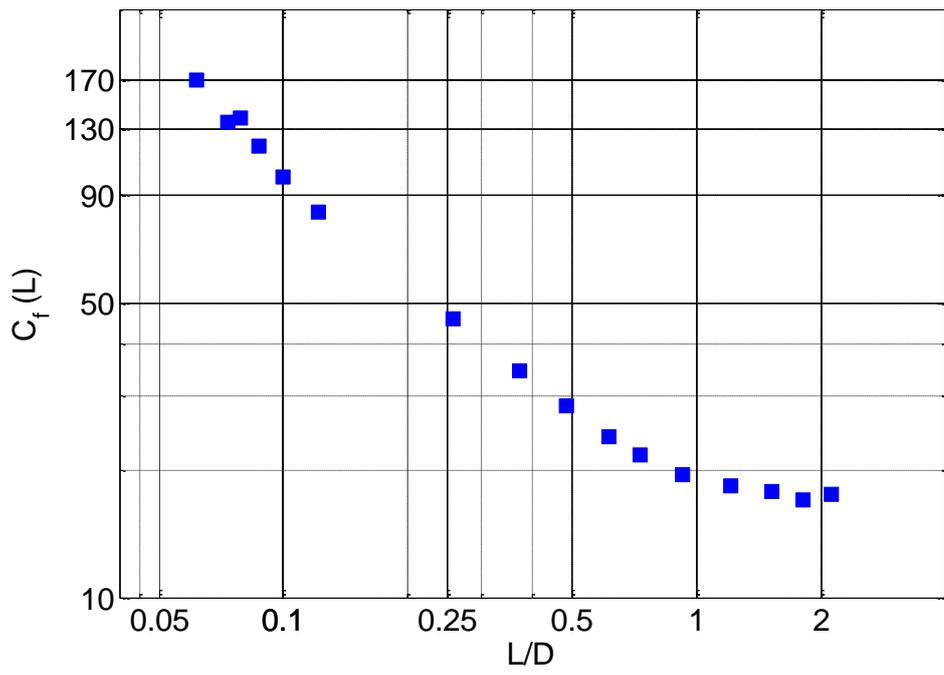


Figura 4.4. Gráfica $C_f(L)$ frente a $\frac{L}{D}$ de cada cilindro

4.3 RESULTADOS EXPERIMENTO 3: OBJETOS QUE GIRAN

Tras el ensayo de varios objetos que giran, se han obtenido los resultados y conclusiones que se muestran a continuación.

4.3.1 Hélice

Los resultados de la hélice obtenidos con el programa de imágenes así como el resto de parámetros y resultados se muestran en la tabla 4.11.

$$m = 0.504g \quad V = 0.25mL \quad R = 9.35cm \quad D_r = 9.3cm$$

Hélice	D_c (píxeles)	L_c (píxeles)	L_r (cm)	t(s)	U (cm/s)	θ (°)	W (rad/s)	Cf (D)	Re
Vaselina	212	424	18.6	2.1	8.86	190	1.58	0.77	67.17
Glicerina	181	367	18.86	16	1.18	180	0.20	5.81	8.93
Ac.motor	213.7	434.07	18.89	3.28	5.76	210	1.12	1.19	43.68

Tabla 4.11. Medidas de la hélice obtenidas del programa de imágenes, resultados tras su correcto análisis y valores del coeficiente de fricción y del Re

En el caso de la hélice no se halla C_f (D) porque ésta no tiene prácticamente espesor. Cae desde el principio en la posición en la que su parte más larga (considerada aquí como D por similitud con el resto de experimentos) es perpendicular al flujo.

En los tres flujos, debido al elevado peso de la hélice, el Re es muy alto. Por consiguiente, hay que dudar de la validez de la ley de Stokes, y de que la comparación del valor de C_f (D) entre los tres medios sea correcto usando esta ley.

Sin embargo, en este experimento se observa de una forma muy clara el giro de la hélice y es la principal razón por la que se hizo.

Los errores, obtenidos como se explicó en la parte de desarrollo experimental, se presentan en la tabla 4.12.

Hélice	t_c (s)	ε_t^+ (s)	t^+ (s)	ε_t^- (s)	t^- (s)	w^+ (rad/s)	w^- (rad/s)
Vaselina	2.1	0.192	2.292	0.167	1.933	1.716	1.447
Glicerina	16	0.508	16.508	0.367	15.633	0.201	0.190
Aceite motor	3.28	0.208	3.488	0.2	3.080	1.190	1.051

Tabla 4.12. Errores del tiempo para el giro de la hélice, obtenidos con el análisis del programa de imágenes Fiji, y velocidades angulares máxima y mínima resultantes

Como se puede ver en la tabla 4.12, los errores son pequeños, oscilando las velocidades angulares como mucho un 10%

En cuanto a las diferencias entre un medio y otro, es visible que debido a la gran viscosidad de la glicerina, es en ésta donde los objetos caen más despacio así como la velocidad angular es mucho menor. La que más bajas tiene estas velocidades es la vaselina, cuya viscosidad es la menor de las tres.

4.3.2 Clip curvado

En la tabla 4.13 se exponen los resultados del ensayo y análisis del clip curvado.

$$m = 0.296g \quad D=1.09mm \quad L=21.43mm \quad D_r = 9.3cm$$

	D_c (píxeles)	L_c (píxeles)	L_r (cm)	t (s)	U (cm/s)	θ (°)	W (rad/s)	C_f (D)	C_f (L)	Re
Clip	217.04	432	18.51	2.09	8.86	50	0.418	130.24	6.63	0.39

Tabla 4.13. Medidas del clip curvado obtenidas del programa de imágenes, resultados tras su correcto análisis y valores de los coeficientes de fricción y del Re

En este caso claramente el clip va a caer con su longitud perpendicular al flujo, ya que C_f (L) es mucho menor que C_f (D). Es así como caía desde el principio cuando era ensayado en vaselina.

Los errores a la hora de tomar el giro se resumen en la tabla 4.14:

	t_c (s)	ε_t^+ (s)	t^+ (s)	ε_t^- (s)	t^- (s)	w^+ (rad/s)	w^- (rad/s)
Clip	2.09	0.092	2.182	0.117	1.973	0.442	0.400

Tabla 4.14. Errores del tiempo para el giro del clip curvado, obtenidos con el análisis del programa de imágenes Fiji, y velocidades angulares máxima y mínima resultantes

Al igual que en el caso de la hélice, las velocidades angulares máxima y mínima varían en un pequeño porcentaje.

4.3.3 Muelles

Se mostrarán dos gráficas del coeficiente de resistencia frente a L/D , como en el caso de los cilindros de la sección 2.

También se incluirá una gráfica de la velocidad angular frente a la velocidad lineal incluyendo los errores calculados.

4.3.3.1 Familia de sección rectangular

➤ **Grupo 1:** Paso=3mm $a=0.14\text{mm}$ $b=3.96\text{mm}$ $D_{ext}=8.75\text{mm}$

Los datos obtenidos con los ensayos experimentales en el laboratorio y con el análisis del programa de imágenes se muestran en la tabla 4.15.

Grupo 1	D_c (pixeles)	L_c (pixeles)	L_r (cm)	t(s)	U (cm/s)	θ (°)	W (rad/s)
Muelle 1	391	417	9.92	3.45	2.87	80	0.405
Muelle 2	401	413	9.58	2.83	3.38	65	0.401
Muelle 3	390	442	10.54	2.71	3.88	55	0.354
Muelle 4	391	426.6	10.15	2.48	4.09	50	0.352

Tabla 4.15. Medidas de los muelles del grupo 1, obtenidas del programa de imágenes, y resultados tras el análisis de las mismas

A mayor velocidad de caída, menor ángulo girado y por tanto menor velocidad angular. Esto ocurrirá en todos los muelles.

En la tabla 4.16 se exponen las características geométricas de los muelles así como los resultados de los coeficientes de resistencia.

Grupo 1	L (mm)	m (g)	N	V (mL)	c_f (D)	c_f (L)	Re
Muelle 1	9.89	0.069	1	0.0152	10.64	9.41	1.02
Muelle 2	14.29	0.116	1.5	0.0229	13.57	8.30	1.20
Muelle 3	16.86	0.148	2	0.0305	15.73	8.16	1.38
Muelle 4	21.02	0.176	2.5	0.0381	18.69	7.78	1.45

Tabla 4.16 Parámetros geométricos de los muelles del grupo 1 y resultados de los coeficientes de resistencia y del Re

En el caso de esta familia de muelles, C_f (L) siempre es menor que C_f (D) por lo que la posición de equilibrio será en todos con la longitud del muelle perpendicular al flujo.

En el muelle de menor longitud los coeficientes son muy parecidos, mientras que a medida que aumenta dicha longitud los coeficientes se van separando. Este

experimento indica que esto puede ser porque a priori, los muelles son un caso particular de los cilindros (ensayados en la sección 2 del presente proyecto) pero que giran, y por tanto que cumplen las mismas condiciones para la obtención de los resultados que se explicaron allí.

Los números de Reynolds son mayores a la unidad, pero muy cercanos a ella, por lo que el utilizar la ley de Stokes seguramente sea totalmente correcto y no haya prácticamente error en los valores debido a esto.

En las siguientes gráficas se muestran los datos recogidos en la tabla de $C_f(D)$ (Figura 4.5) y $C_f(L)$ (Figura 4.6) para cada muelle.

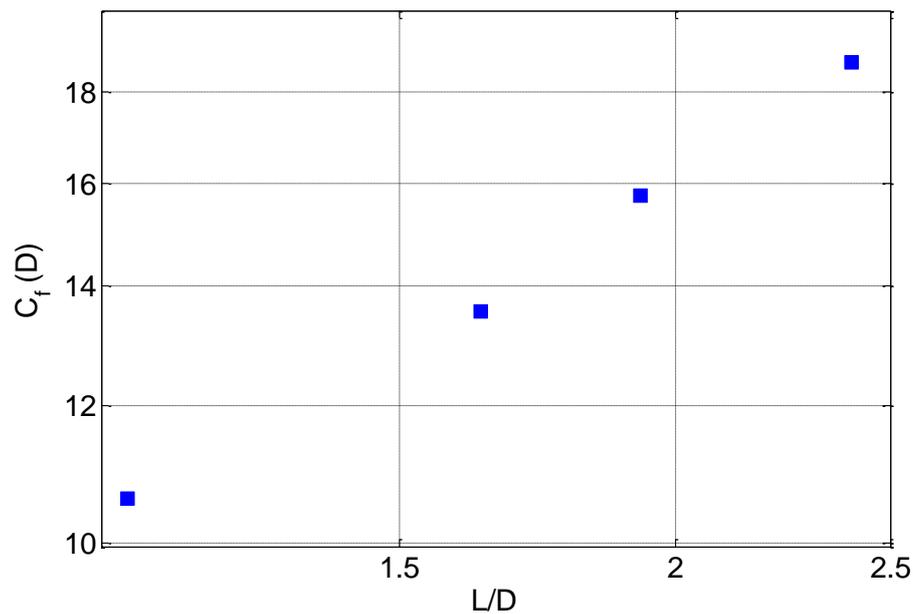


Figura 4.5. $C_f(D)$ en función de $\frac{L}{D}$ para cada muelle del grupo 1

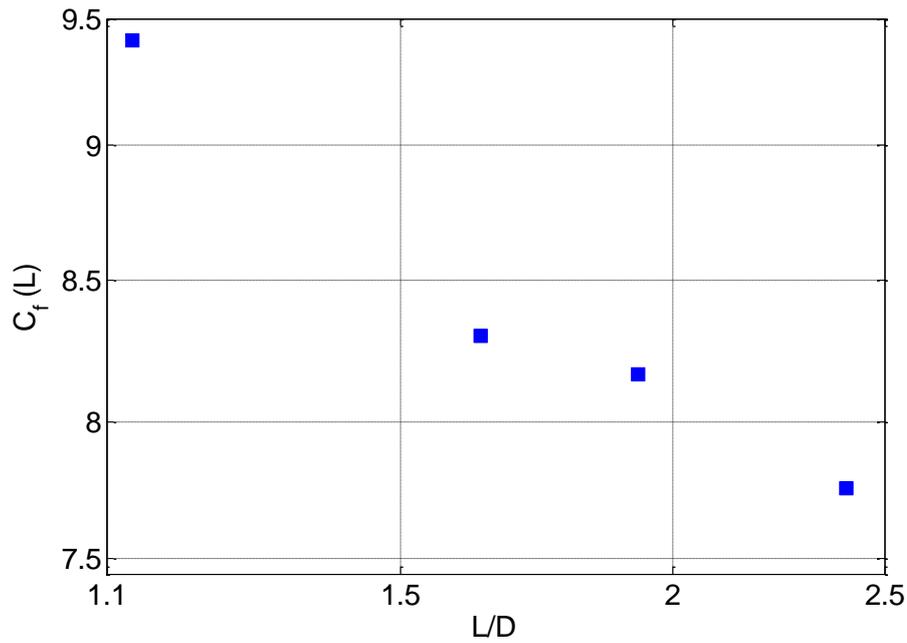


Figura 4.6. $C_f(L)$ en función de $\frac{L}{D}$ para cada muelle del grupo 1

Los errores en el tiempo en el que ocurre el giro y en consecuencia de la velocidad angular, obtenidos con el programa de imágenes se muestran en la tabla 4.17.

Grupo 1	t_c (s)	ε_t^+ (s)	t^+ (s)	ε_t^- (s)	t^- (s)	w^+ (rad/s)	w^- (rad/s)
Muelle 1	3.45	0.108	3.558	0.066	3.384	0.413	0.392
Muelle 2	2.83	0.192	3.022	0.175	2.655	0.427	0.375
Muelle 3	2.71	0.058	2.768	0.042	2.668	0.360	0.347
Muelle 4	2.48	0.05	2.530	0.058	2.422	0.360	0.345

Tabla 4.17 Errores del tiempo para el giro de los muelles del grupo 1, obtenidos con el análisis del programa de imágenes Fiji, y velocidades angulares máxima y mínima resultantes

La gráfica de la velocidad angular frente a la velocidad lineal teniendo en cuenta los errores de la primera se presenta en la Figura 4.7

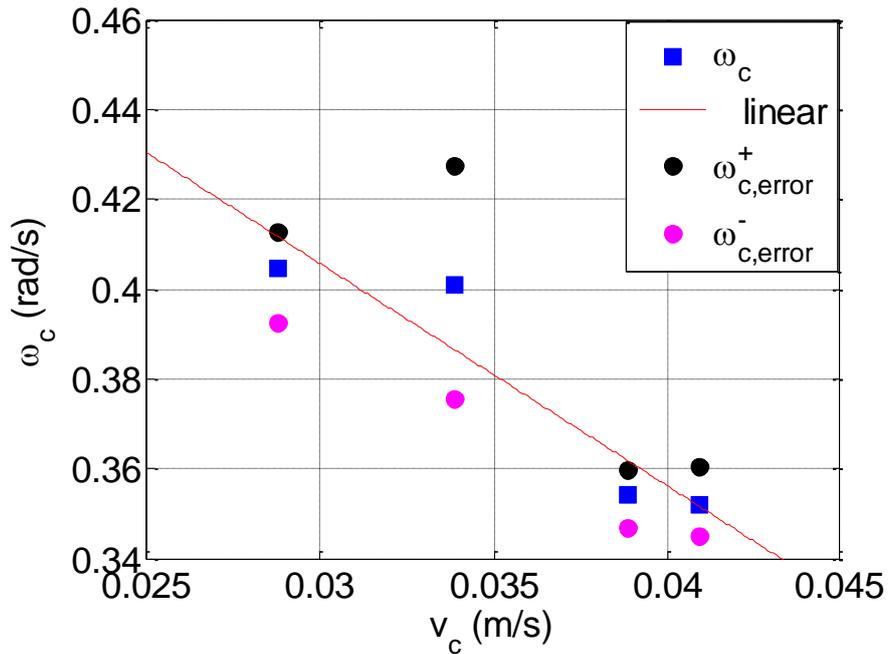


Figura 4.7. Velocidad angular, con sus errores, frente a velocidad lineal para cada muelle del grupo 1

Como se puede ver en la gráfica, la velocidad angular disminuye a medida que aumenta la velocidad lineal. Teniendo en cuenta los errores, estas dos velocidades siguen una linealidad (representada por la línea roja).

A medida que el muelle es más grande (y por tanto su velocidad lineal mayor), se produce un giro menor de éste cuando cae (siendo su velocidad angular menor).

➤ **Grupo 2:** Paso=3mm a=0.14mm b=2.01mm Dext=9.53mm

Los datos obtenidos con los ensayos experimentales en el laboratorio y con el análisis del programa de imágenes se muestran en la tabla 4.18.

Grupo 2	D_c (píxeles)	L_c (píxeles)	L_r (cm)	tc(s)	U (cm/s)	θ (°)	W (rad/s)
Muelle 1	400	425	9.88	4.93	2	60	0.212
Muelle 2	401	418	9.69	3.92	2.48	35	0.156
Muelle 3	401	415	9.62	3.28	2.93	25	0.133
Muelle 4	403	410.3	9.47	2.97	3.19	15	0.088

Tabla 4.18. Medidas de los muelles del grupo 2, obtenidas del programa de imágenes, y resultados tras el análisis apropiado de las mismas

Como en el grupo de muelles anterior, el ángulo girado disminuye cuando aumenta la longitud de éste.

Las características geométricas de los muelles así como los resultados de los coeficientes de resistencia se exponen en la tabla 4.19

<i>Grupo 2</i>	<i>L (mm)</i>	<i>m (g)</i>	<i>N</i>	<i>V (mL)</i>	<i>cf (D)</i>	<i>cf (L)</i>	<i>Re</i>
Muelle 1	6.47	0.037	1	0.0084	8.07	11.88	0.78
Muelle 2	7.23	0.063	1.5	0.0126	9.80	12.93	1
Muelle 3	11.77	0.087	2	0.0168	11.02	8.93	1.13
Muelle 4	12.50	0.109	2.5	0.0211	12.67	9.66	1.23

Tabla 4.19. Parámetros geométricos de los muelles del grupo 2 y resultados de los coeficientes de resistencia y del Re

En este grupo ocurre que dependiendo del muelle, es $C_f(D)$ más bajo o es por el contrario más bajo $C_f(L)$. Para los dos primeros muelles es más bajo $C_f(D)$ y por ello la posición de equilibrio cuando caen debería ser con el diámetro perpendicular al flujo, mientras que para los dos últimos es más bajo $C_f(L)$ y por tanto la posición debería ser con la longitud perpendicular.

En los ensayos en el laboratorio y en los vídeos no se apreciaban bien estas diferencias. Los dos últimos caían totalmente como se esperaba por los resultados, pero los dos primeros caían un poco inclinados, aunque más con la longitud perpendicular al flujo que con el diámetro.

Esto último puede deberse a que los coeficientes son muy parecidos o que, al tratarse de muelles, el flujo de vaselina atravesase las zonas huecas del cuerpo (esto último no pasaba en los cilindros), haciendo que la posición de equilibrio sea distinta a la que en un principio se podría pensar si se sigue la similitud de lo razonado con los cilindros.

Los Re son menores o cercanos a la unidad por lo que en lo que a esto concierne se podría considerar como totalmente válida la ley utilizada.

Las gráficas de los coeficientes de resistencia se muestran en las Figuras 4.8 y 4.9.

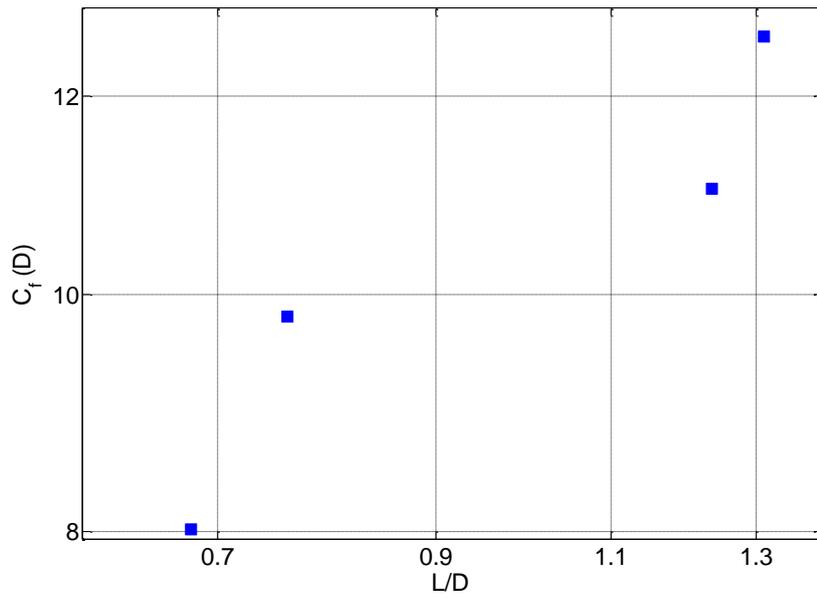


Figura 4.8. $C_f(D)$ en función de $\frac{L}{D}$ para cada muelle del grupo 2

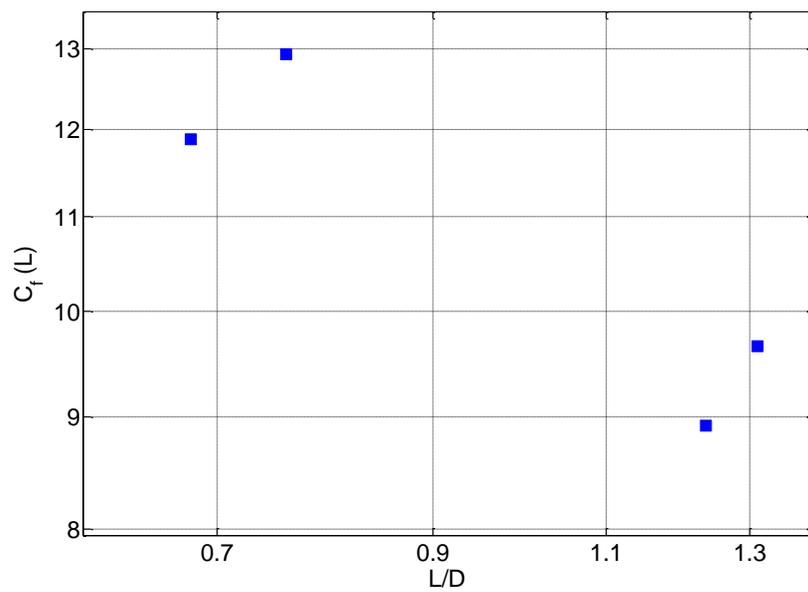


Figura 4.9. $C_f(L)$ en función de $\frac{L}{D}$ para cada muelle del grupo 2

Los errores en el tiempo en el que ocurre el giro y en consecuencia de la velocidad angular, obtenidos con el programa de imágenes se exponen en la tabla 4.20.

Grupo 2	t_c (s)	ε_t^+ (s)	t^+ (s)	ε_t^- (s)	t^- (s)	w^+ (rad/s)	w^- (rad/s)
Muelle 1	4.93	0.234	5.164	0.364	4.566	0.229	0.203
Muelle 2	3.92	0.450	4.370	0.366	3.554	0.172	0.140
Muelle 3	3.28	0.284	3.564	0.284	2.996	0.146	0.122
Muelle 4	2.97	0.184	3.154	0.170	2.800	0.094	0.083

Tabla 4.20. Errores del tiempo para el giro de los muelles del grupo 2, obtenidos con el análisis del programa de imágenes Fiji, y velocidades angulares máxima y mínima resultantes

La gráfica de la velocidad angular frente a la velocidad lineal teniendo en cuenta los errores de la primera se expone en la Figura 4.10.

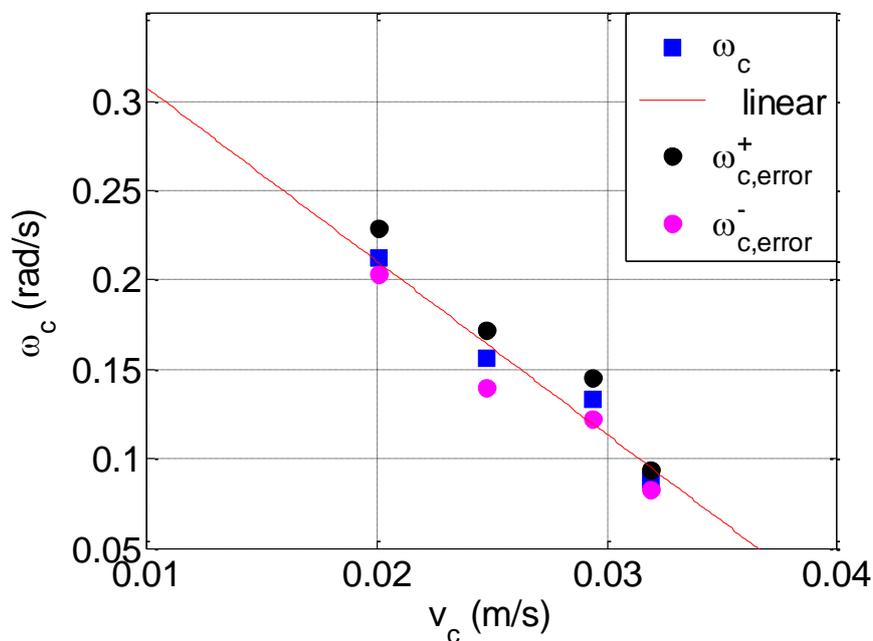


Figura 4.10. Velocidad angular, con sus errores, frente a velocidad lineal para cada muelle del grupo 2

De nuevo aquí se ve la linealidad entre las velocidades. Los errores en la velocidad angular son muy pequeños.

➤ **Grupo 3:** Paso=2mm a=0.14mm b=2.3mm Dext=3.49mm

Los datos obtenidos con los ensayos experimentales en el laboratorio y con el análisis del programa de imágenes se presentan en la tabla 4.21.

<i>Grupo 3</i>	D_c (píxeles)	L_c (píxeles)	L_r (cm)	t(s)	U (cm/s)	θ (°)	W (rad/s)
Muelle 1	401	417	9.67	5.12	1.89	70	0.239
Muelle 2	401	407	9.45	4.39	2.15	55	0.219
Muelle 3	401	437	10.13	4.89	2.07	45	0.183
Muelle 4	401	420	9.74	4.09	2.38	30	0.138
Muelle 5	401	420	9.74	3.83	2.55	25	0.121

Tabla 4.21. Medidas de los muelles del grupo 3, obtenidas del programa de imágenes, y resultados tras el análisis apropiado de las mismas

En estos muelles se vuelve a cumplir que los más largos giran menos que los más cortos. En este grupo, al haber ensayado 5 muelles de longitudes parecidas, la diferencia entre el giro de uno y el inmediatamente superior o inferior, era muy parecida.

Las características geométricas de los muelles y los resultados de los coeficientes de resistencia se exponen en la tabla 4.22.

<i>Grupo 3</i>	L (mm)	m (g)	N	V (mL)	cf (D)	cf (L)	Re
Muelle 1	6.13	0.017	1	0.0035	8.42	4.80	0.27
Muelle 2	8.85	0.023	1.5	0.0053	11.08	4.38	0.31
Muelle 3	12.88	0.029	2	0.0071	15.35	4.16	0.30
Muelle 4	14.34	0.037	2.5	0.0088	16.70	4.06	0.34
Muelles 5	17.02	0.046	3	0.0106	18.8	3.85	0.36

Tabla 4.22. Parámetros geométricos de los muelles del grupo 3 y resultados de los coeficientes de resistencia y del Re

En este grupo todos los muelles tienen menor el coeficiente en función de L que el coeficiente en función de D. Esto se debe a que al haber sido fabricados alrededor de palillos, su diámetro es menor que su longitud, incluso en el más pequeño.

Los Re son muy bajos debido al poco peso de los muelles y no hay ninguna duda de la validez de los resultados que aporta la ley de Stokes.

Las gráficas de los coeficientes de resistencia se muestran en las Figuras 4.11 y 4.12.

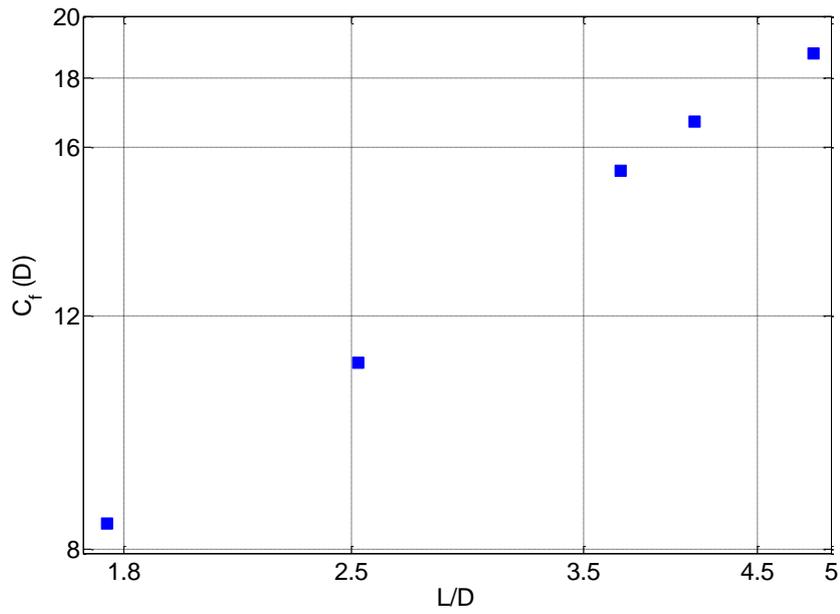


Figura 4.11. $C_f(D)$ en función de $\frac{L}{D}$ para cada muelle del grupo 3

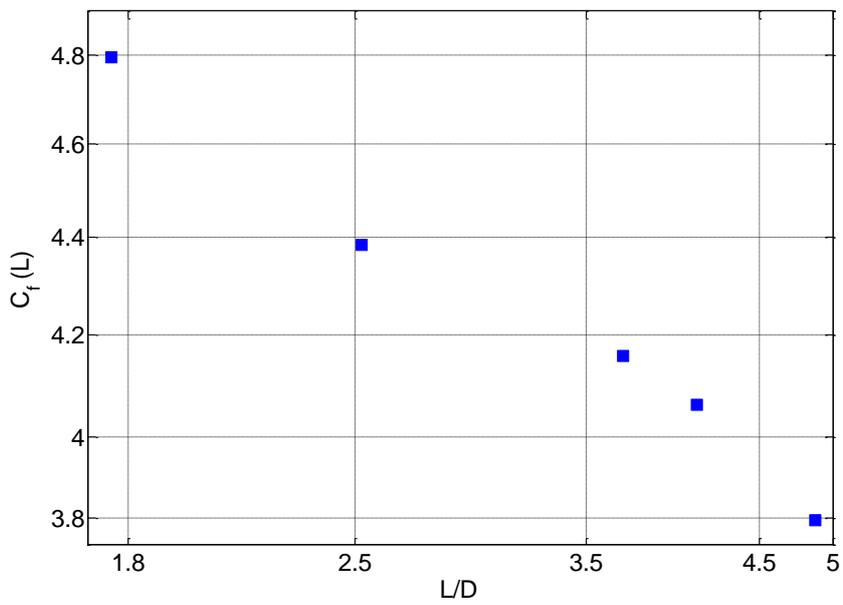


Figura 4.12. $C_f(L)$ en función de $\frac{L}{D}$ para cada muelle del grupo 3

Los errores en el tiempo en el que ocurre el giro y en consecuencia de la velocidad angular, obtenidos con el programa de imágenes se exponen en la tabla 4.23.

Grupo 3	t_c (s)	ε_t^+ (s)	t^+ (s)	ε_t^- (s)	t^- (s)	w^+ (rad/s)	w^- (rad/s)
Muelle 1	5.12	0.316	5.436	0.334	4.786	0.255	0.225
Muelle 2	4.39	0.184	4.574	0.334	4.056	0.237	0.210
Muelle 3	4.89	0.434	4.724	0.250	4.040	0.194	0.166
Muelle 4	4.09	0.366	4.166	0.384	3.416	0.153	0.126
Muelle 5	3.83	0.400	4.000	0.384	3.216	0.136	0.109

Tabla 4.23. Errores del tiempo para el giro de los muelles del grupo 3, obtenidos con el análisis del programa de imágenes Fiji, y velocidades angulares máxima y mínima resultantes

La gráfica de la velocidad angular frente a la velocidad lineal teniendo en cuenta los errores de la primera se presenta en la Figura 4.13

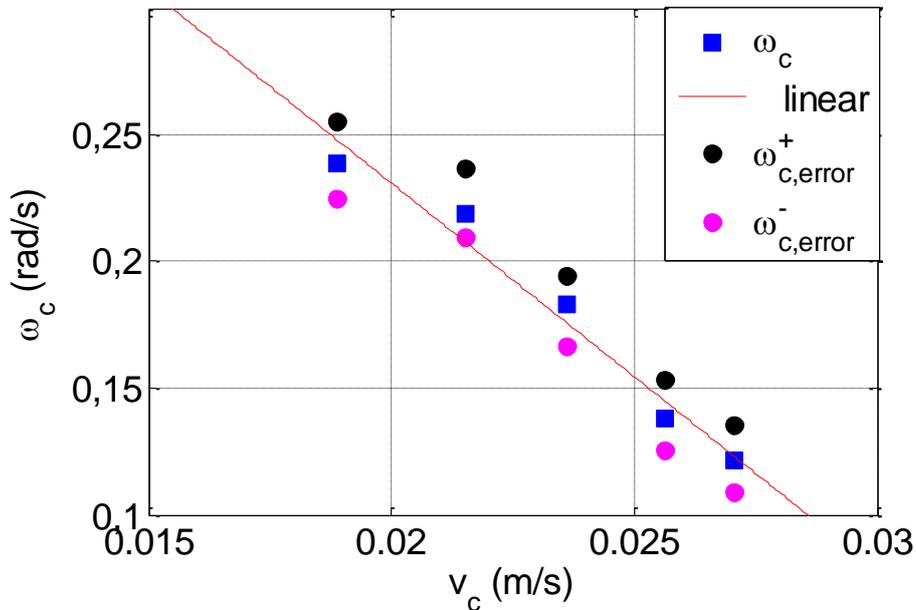


Figura 4.13. Velocidad angular, con sus errores, frente a velocidad lineal para cada muelle del grupo 3

En este grupo los errores siguen siendo pequeños, los que más hasta el momento. Esto se debe a que en los vídeos era más fácil apreciar el giro en éstos que en los anteriores.

➤ **Grupo 4:** Paso=5mm a=0.14mm b=4mm Dext=9.26mm

Los datos obtenidos con los ensayos experimentales en el laboratorio y con el análisis del programa de imágenes se presentan en la tabla 4.24.

<i>Grupo 4</i>	D_c (píxeles)	L_c (píxeles)	L_r (cm)	t(s)	U (cm/s)	θ (°)	W (rad/s)
Muelle 1	392	410	9.73	3.4	2.86	80	0.411
Muelle 2	393	400	9.47	2.93	3.24	40	0.238
Muelle 3	393	421.5	9.97	2.80	3.56	25	0.156
Muelle 4	394	395	9.32	2.36	3.95	10	0.071

Tabla 4.24. Medidas de los muelles del grupo 4, obtenidas del programa de imágenes, y resultados tras el análisis apropiado de las mismas

En este grupo se ve con claridad que el giro disminuye a medida que aumenta la velocidad de caída.

Las características geométricas de los muelles así como los resultados de los coeficientes de resistencia se presentan en la tabla 4.25

<i>Grupo 4</i>	L (mm)	m (g)	N	V (mL)	c_f (D)	c_f (L)	Re
Muelle 1	11.98	0.066	1	0.0163	7.95	6.15	1.08
Muelle 2	15.99	0.094	1.5	0.0244	10.56	6.12	1.21
Muelle 3	19.38	0.125	2	0.0326	12.78	6.11	1.34
Muelle 4	21.93	0.132	2.5	0.0407	14.40	6.08	1.48

Tabla 4.25. Parámetros geométricos de los muelles del grupo 4 y resultados de los coeficientes de resistencia y del Re

En este grupo todos tienen C_f (L) menor que C_f (D). Efectivamente, en todos era claro que caían con la longitud perpendicular al flujo. El muelle más pequeño caía de esta manera aunque un poco inclinado. Esto se puede apreciar también en los resultados, ya que en este muelle los coeficientes son parecidos

Como en los grupos anteriores, el Re es parecido a la unidad y por tanto se puede aplicar la ley de Stokes.

Las gráficas de los coeficientes de resistencia se muestran en las Figuras 4.14 y 4.15.

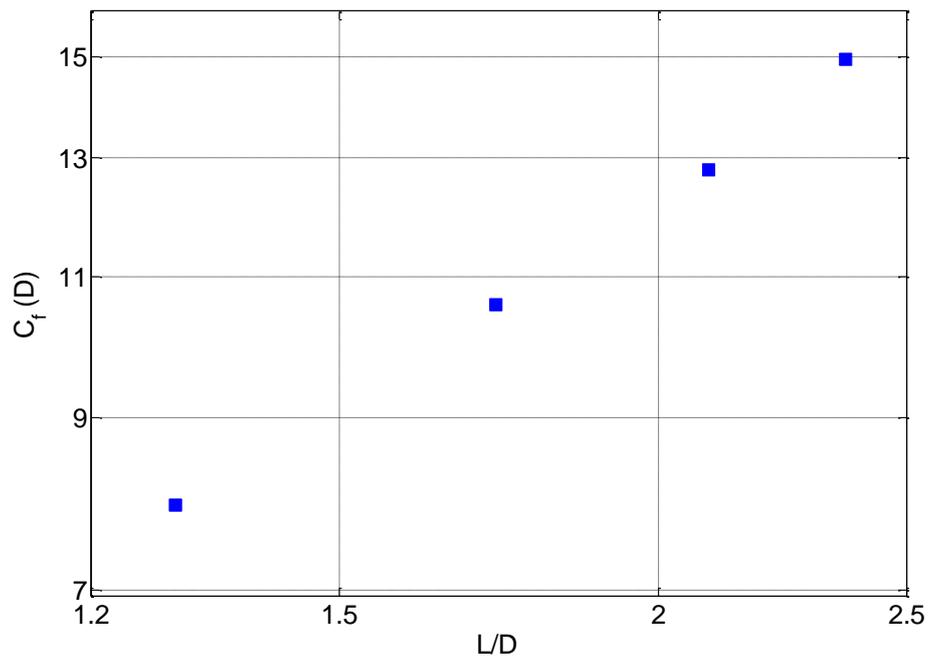


Figura 4.14. $C_f(D)$ en función de $\frac{L}{D}$ para cada muelle del grupo 4

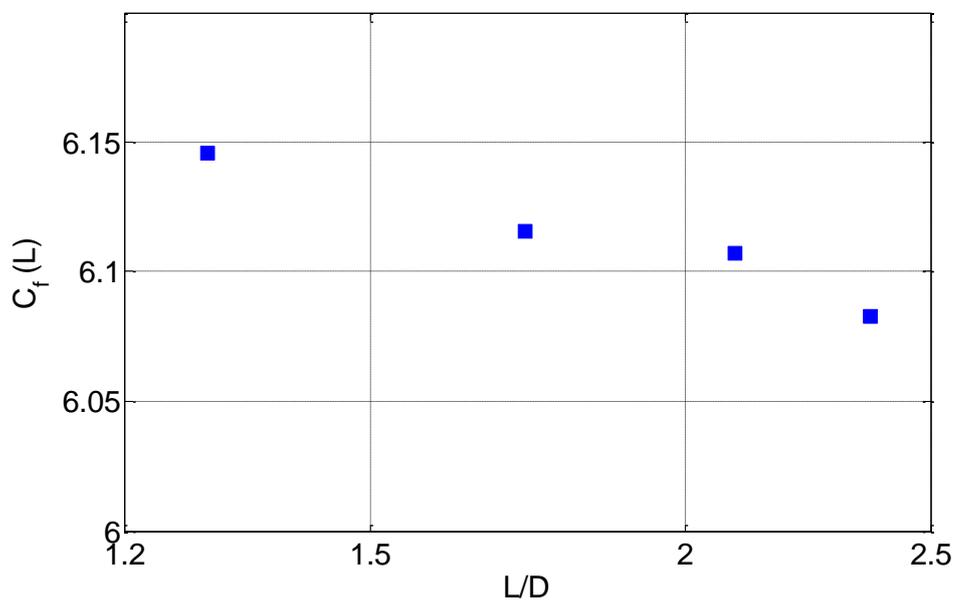


Figura 4.15. $C_f(L)$ en función de $\frac{L}{D}$ para cada muelle del grupo 4

Los errores en el tiempo en el que ocurre el giro y en consecuencia de la velocidad angular, obtenidos con el programa de imágenes se muestran en la tabla 4.26.

Grupo 4	t_c (s)	ε_t^+ (s)	t^+ (s)	ε_t^- (s)	t^- (s)	w^+ (rad/s)	w^- (rad/s)
Muelle 1	3.4	0.350	3.750	0.334	3.066	0.455	0.372
Muelle 2	2.93	0.166	3.096	0.284	2.646	0.264	0.226
Muelle 3	2.80	0.166	2.966	0.184	2.616	0.167	0.147
Muelle 4	2.45	0.250	2.700	0.316	2.134	0.082	0.065

Tabla 4.26. Errores del tiempo para el giro de los muelles del grupo 4, obtenidos con el análisis del programa de imágenes Fiji, y velocidades angulares máxima y mínima resultantes

La gráfica de la velocidad angular frente a la velocidad lineal teniendo en cuenta los errores de la primera se muestra en la Figura 4.16

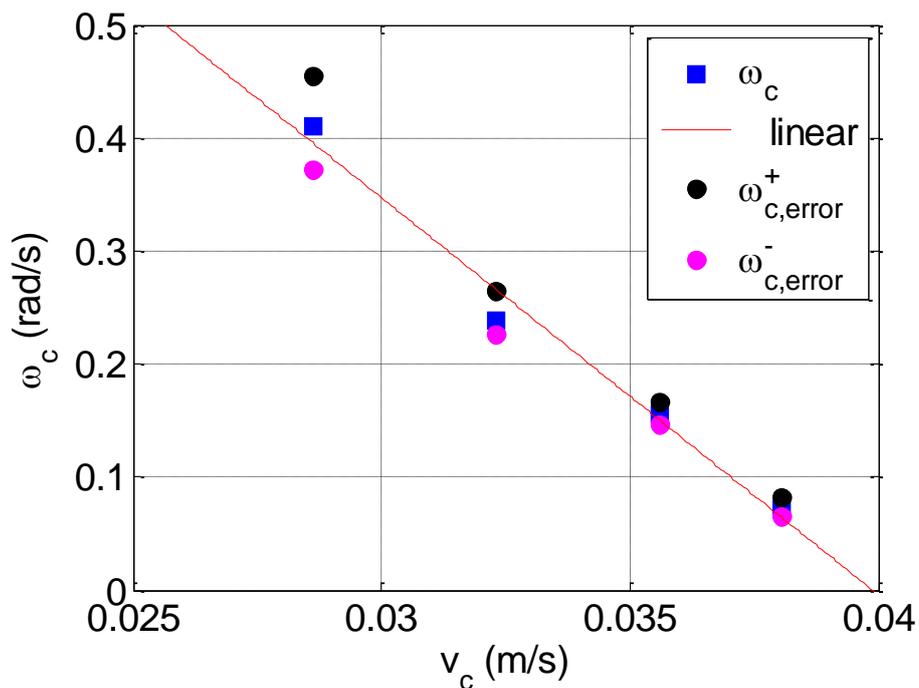


Figura 4.16. Velocidad angular, con sus errores, frente a velocidad lineal para cada muelle del grupo 4

Los resultados y la linealidad se confirman otra vez en este grupo 4. Ocurre lo mismo que en los grupos anteriores. De los grupos ensayados hasta ahora es el que tiene las velocidades angulares mayores y los errores menores.

➤ **Grupo 5:** Paso=3mm a=0.14mm b=3.52mm Dext=4mm

Los datos obtenidos con los ensayos experimentales en el laboratorio y con el análisis del programa de imágenes se muestran en la tabla 4.27.

<i>Grupo 5</i>	D_c (pixeles)	L_c (pixeles)	L_r (cm)	t(s)	U (cm/s)	θ (°)	W (rad/s)
Muelle 1	393	392.5	9.29	4.13	2.24	80	0.338
Muelle 2	394	406	9.5	3.45	2.75	55	0.278
Muelle 3	393	398.5	9.43	3.23	2.92	40	0.216

Tabla 4.27. Medidas de los muelles del grupo 5, obtenidas del programa de imágenes, y resultados tras el análisis apropiado de las mismas

En este caso sólo hay tres muelles y la diferencia de giro entre uno y otro es más apreciable, disminuyendo dicho giro cuando la longitud de los muelles es más larga.

Las características geométricas de los muelles, así como los resultados de los coeficientes de resistencia se exponen en la tabla 4.28.

<i>Grupo 5</i>	L (mm)	m (g)	N	V (mL)	cf (D)	cf (L)	Re
Muelle 1	9.04	0.026	1	0.0062	10.20	4.52	0.37
Muelle 2	11.60	0.041	1.5	0.0093	12.50	4.31	0.45
Muelle 3	15.54	0.048	2	0.0124	16.70	4.30	0.45

Tabla 4.28. Parámetros geométricos de los muelles del grupo 5 y resultados de los coeficientes de resistencia y del Re

Aquí es claramente visible cómo todos los muelles tienen el coeficiente en función de L mucho menor que el coeficiente en función de D. Esto es debido a que en todos ellos el diámetro es mucho más pequeño que la longitud.

El Re es muy bajo en todos y por tanto los resultados siguen correctamente la ley de Stokes.

Los gráficos de los coeficientes se exponen en las Figuras 4.17 y 4.18.

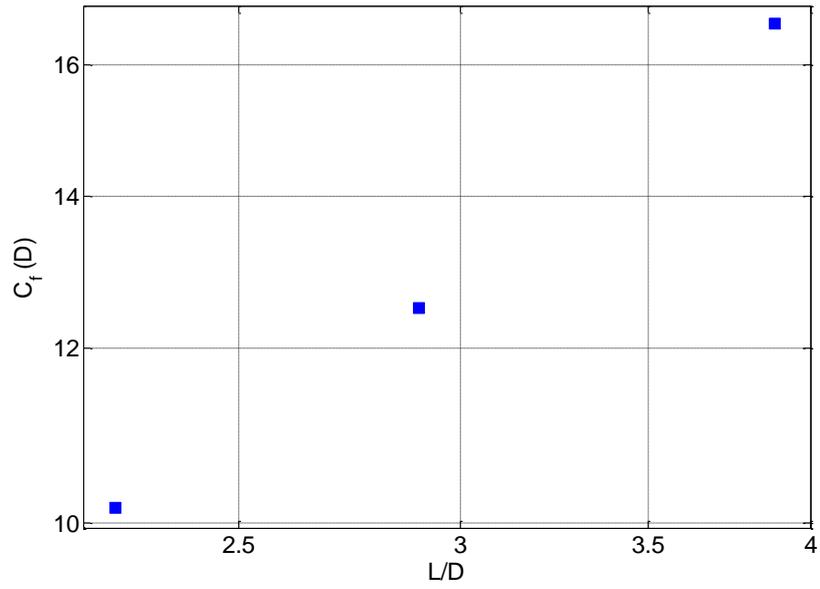


Figura 4.17. $C_f(D)$ en función de $\frac{L}{D}$ para cada muelle del grupo 5

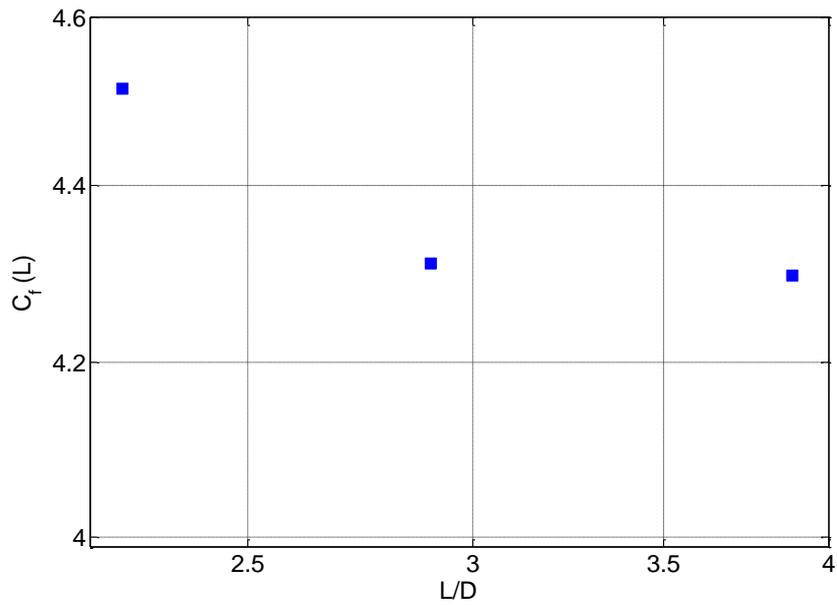


Figura 4.18. $C_f(L)$ en función de $\frac{L}{D}$ para cada muelle del grupo 5

Los errores en el tiempo en el que ocurre el giro y en consecuencia de la velocidad angular, obtenidos con el programa de imágenes se muestran en la tabla 4.29.

Grupo 5	t_c (s)	ε_t^+ (s)	t^+ (s)	ε_t^- (s)	t^- (s)	w^+ (rad/s)	w^- (rad/s)
Muelle 1	4.13	0.333	4.463	0.230	3.900	0.358	0.313
Muelle 2	3.45	0.313	3.763	0.168	3.283	0.292	0.255
Muelle 3	3.23	0.270	3.500	0.168	3.063	0.228	0.200

Tabla 4.29. Errores del tiempo para el giro de los muelles del grupo 5, obtenidos con el análisis del programa de imágenes Fiji, y velocidades angulares máxima y mínima resultantes

La gráfica de la velocidad angular frente a la velocidad lineal teniendo en cuenta los errores de la primera se expone en la Figura 4.19.

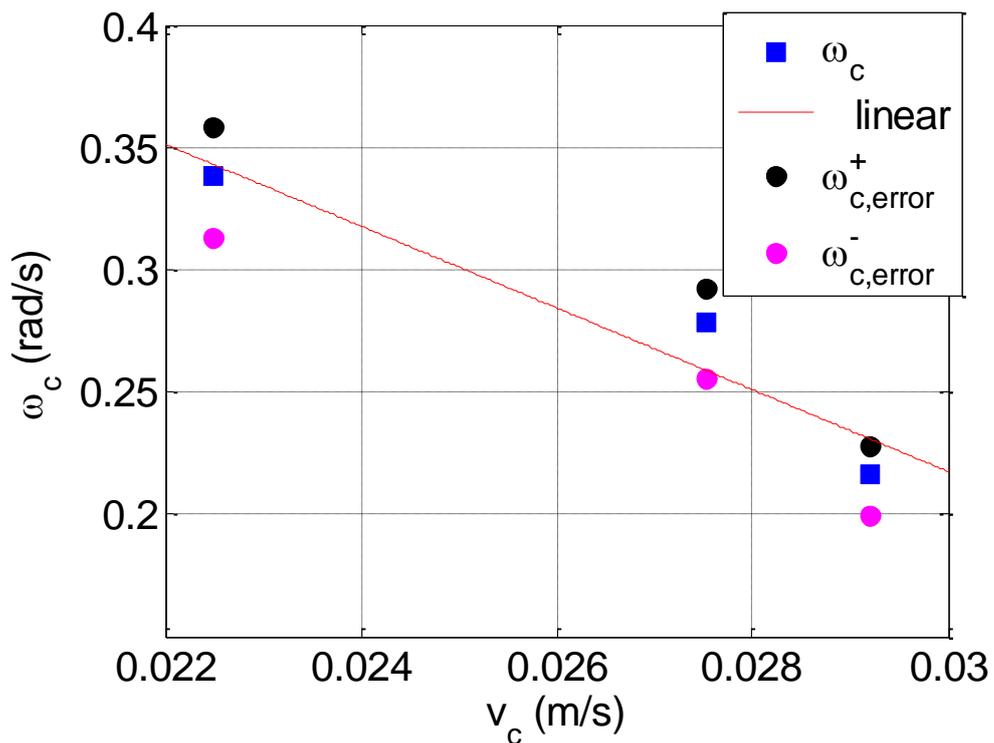


Figura 4.19. Velocidad angular, con sus errores, frente a velocidad lineal para cada muelle del grupo 5

En este grupo se vuelve a dar la misma linealidad que en los cuatro anteriores.

4.3.3.2 Familia de sección circular

➤ **Grupo 6:** Paso=4mm $d_{hilo} = 0.35mm$ Dext=4.1mm

Los datos obtenidos con los ensayos experimentales en el laboratorio y con el análisis del programa de imágenes se exponen en la tabla 4.30.

Grupo 6	D_c (píxeles)	L_c (píxeles)	L_r (cm)	t(s)	U (cm/s)	θ (°)	W (rad/s)
Muelle 1	384	415	10.05	6.48	1.55	240	0.646
Muelle 2	385	413	9.98	5.95	1.68	200	0.587
Muelle 3	386	415	10	5.13	1.95	160	0.544
Muelle 4	383	423	10.27	4.53	2.27	130	0.501

Tabla 4.30. Medidas de los muelles del grupo 6, obtenidas del programa de imágenes, y resultados tras el análisis apropiado de las mismas

En esta familia los muelles giran mucho más que en el resto. Esto se debe a que su velocidad de caída es bastante menor que la de los de hojalata. Por tanto, debido a la linealidad negativa ya comentada, la velocidad angular y en consecuencia el giro, son mayores.

Las características geométricas de los muelles así como los resultados de los coeficientes de resistencia se exponen en la tabla 4.31.

Grupo 6	L (mm)	m (g)	N	V (mL)	cf (D)	cf (L)	Re
Muelle 1	3.01	0.006	1	0.00124	4.26	5.80	0.26
Muelle 2	4.39	0.008	1.5	0.00186	5.90	5.51	0.28
Muelle 3	5.87	0.018	2	0.00248	6.77	4.73	0.32
Muelle 4	6.46	0.020	2.5	0.00310	7.28	4.62	0.38

Tabla 4.31. Parámetros geométricos de los muelles del grupo 6 y resultados de los coeficientes de resistencia y del Re

En este grupo los coeficientes en función de la longitud y en función del diámetro son muy parecidos. En el caso de los dos muelles más largos sí que es más evidente que van a caer con la longitud perpendicular al flujo. Sin embargo, los coeficientes del segundo son muy parecidos, y los del primero hacen pensar que éste va a caer con el diámetro perpendicular al flujo.

En esta ocasión, los dos muelles más largos cayeron como estaba previsto. Sin embargo, el segundo muelle calló totalmente con el diámetro perpendicular al flujo (aunque no se puso así desde el primer momento, sino que se fue colocando así poco a poco) y el primer muelle cayó inclinado. Por tanto, lo pensado al ver los valores de los coeficientes es otra vez cercano a la realidad, pero no es exacto como en otros grupos, ocurriendo lo mismo que lo comentado con el grupo 2.

Otra vez hay que plantearse la hipótesis de que la solución puede no ser igual a la esperada, debida a que son muelles y por tanto el flujo les influye de manera distinta, cambiando los resultados previstos.

Los Re vuelven a ser muy bajos y por lo tanto buenos para el análisis.

Las gráficas de los coeficientes en las que se resumen los valores de la tabla se muestran en las figuras 4.20 y 4.21.

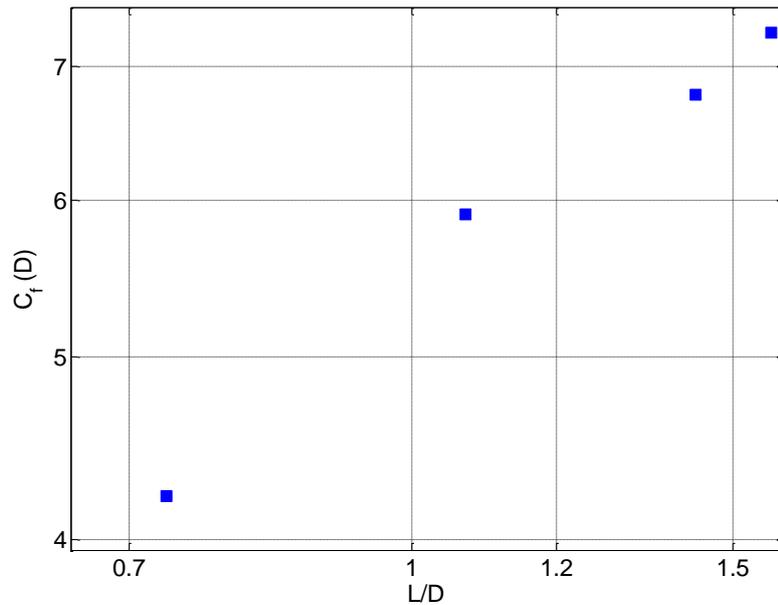


Figura 4.20. $C_f(D)$ en función de $\frac{L}{D}$ para cada muelle del grupo 6

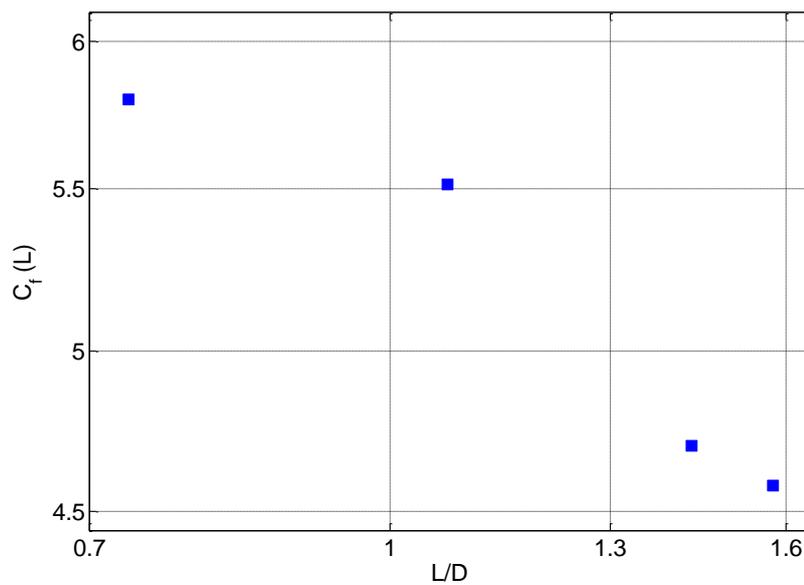


Figura 4.21. $C_f(L)$ en función de $\frac{L}{D}$ para cada muelle del grupo 6

Los errores en el tiempo en el que ocurre el giro y en consecuencia de la velocidad angular, obtenidos con el programa de imágenes, se muestran en la tabla 4.32.

Grupo 6	t_c (s)	ε_t^+ (s)	t^+ (s)	ε_t^- (s)	t^- (s)	w^+ (rad/s)	w^- (rad/s)
Muelle 1	6.48	0.168	6.648	0.168	6.313	0.664	0.630
Muelle 2	5.95	0.188	6.138	0.145	5.805	0.601	0.569
Muelle 3	5.13	0.145	5.275	0.125	5.005	0.558	0.529
Muelle 4	4.53	0.230	4.760	0.189	4.343	0.523	0.477

Tabla 4.32. Errores del tiempo para el giro de los muelles del grupo 6, obtenidos con el análisis del programa de imágenes Fiji, y velocidades angulares máxima y mínima resultantes

La gráfica de la velocidad lineal frente a la velocidad angular teniendo en cuenta los errores se expone en la Figura 4.22

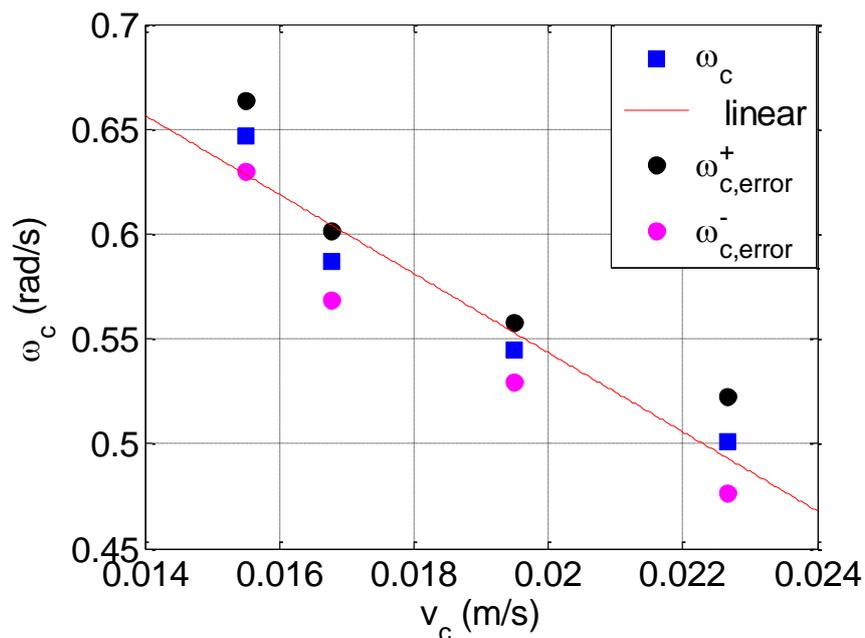


Figura 4.22. Velocidad angular, con sus errores, frente a velocidad lineal para cada muelle del grupo 6

➤ **Grupo 7:** Paso=4.5mm $d_{hilo} = 0.41mm$ Dext=8.08mm

Los datos obtenidos con los ensayos experimentales en el laboratorio y con el análisis del programa de imágenes se muestran en la tabla 4.33.

<i>Grupo 7</i>	D_c (píxeles)	L_c (píxeles)	L_r (cm)	t (s)	U (cm/s)	θ (°)	W (rad/s)
Muelle 1	389	396	9.47	4.37	2.17	90	0.359
Muelle 2	389	400	9.56	3.77	2.54	65	0.301
Muelle 3	390	404	9.63	3.33	2.90	55	0.288
Muelle 4	389	404	9.66	2.95	3.27	40	0.237
Muelle 5	390	420	10.02	2.99	3.35	35	0.204

Tabla 4.33. Medidas de los muelles del grupo 7, obtenidas del programa de imágenes, y resultados tras el análisis apropiado de las mismas

El giro vuelve a disminuir en este grupo cuando aumenta la velocidad lineal. La diferencia en el giro entre un muelle y otro es muy pequeña.

Las características geométricas de los muelles así como los resultados de los coeficientes de resistencia se presentan en la tabla 4.34.

<i>Grupo 7</i>	L (mm)	m (g)	N	V (mL)	cf (D)	cf (L)	Re
Muelle 1	4.17	0.022	1	0.00335	6.32	12.25	0.71
Muelle 2	7.81	0.037	1.5	0.00503	8.11	8.39	0.83
Muelle 3	9.47	0.052	2	0.00670	9.48	8.09	0.95
Muelle 4	13.75	0.080	2.5	0.00834	10.46	6.15	1.07
Muelle 5	16.29	0.098	3	0.01005	12.68	6.29	1.06

Tabla 4.34. Parámetros geométricos de los muelles del grupo 7 y resultados de los coeficientes de resistencia y del Re

En este grupo, en el caso de los dos muelles más largos es evidente que van a caer por el tubo de vaselina con la longitud perpendicular al flujo de ésta, debido a la gran diferencia entre C_f (D) y C_f (L).

No ocurre lo mismo con los tres muelles más pequeños. En el caso del tercero y sobre todo del segundo, hay duda de cómo caerán. En el caso del primero, no hay ninguna duda a priori de que caerá con el diámetro perpendicular al flujo debido a que C_f (D) es mucho mayor que el otro.

Comparando lo anterior con lo que ocurrió realmente en el ensayo experimental en vaselina es sorprendente que todos los muelles excepto el más largo (que descendió totalmente como era previsto) cayeron inclinados. Podría ser debido a las razones que ya se han comentado en los grupos anteriores.

En cuanto a los Re , son menores o parecidos a la unidad por lo que en ese aspecto el cálculo es válido.

Las gráficas de los coeficientes se plantean en las gráficas 4.23 y 4.24.

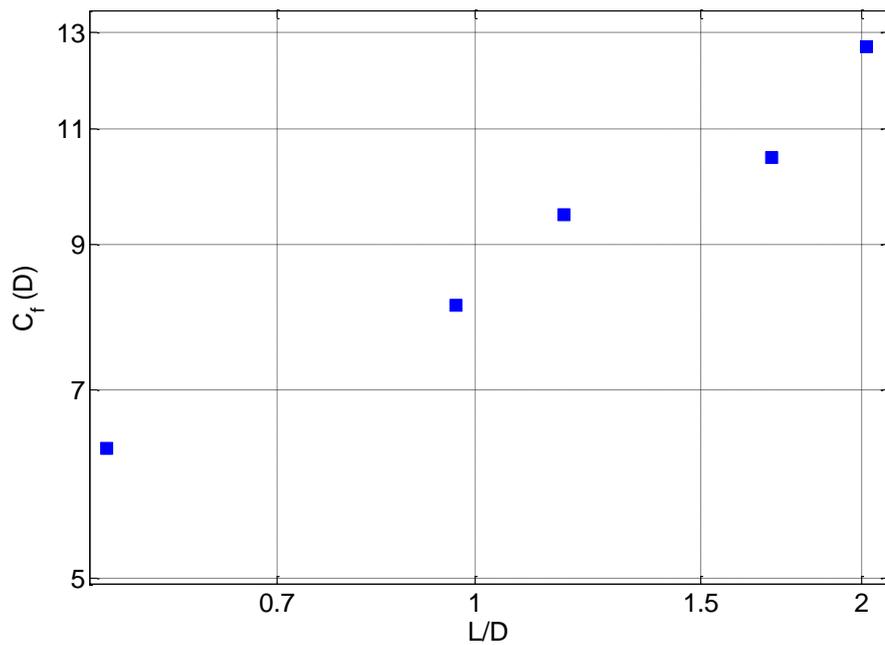


Figura 4.23. $C_f(D)$ en función de $\frac{L}{D}$ para cada muelle del grupo 7

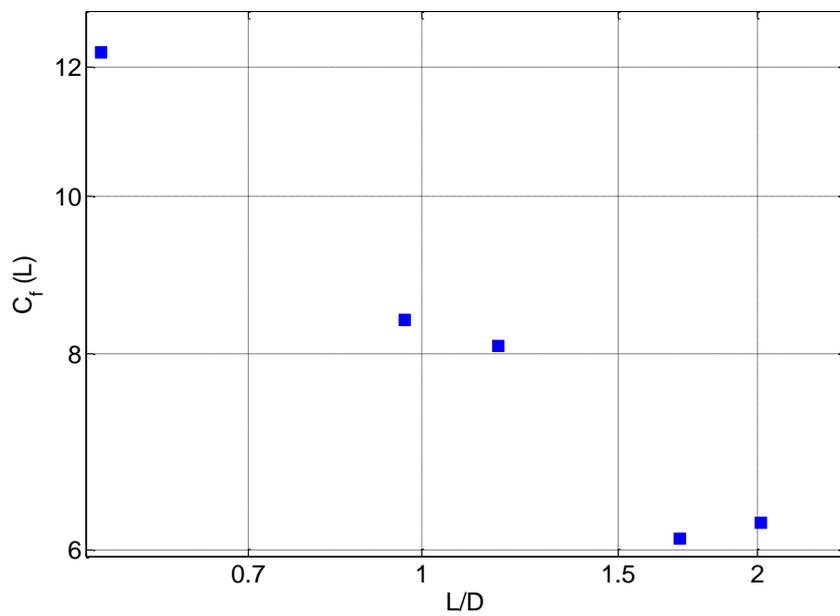


Figura 4.24. $C_f(L)$ en función de $\frac{L}{D}$ para cada muelle del grupo 7

Los errores en el tiempo en el que ocurre el giro y en consecuencia de la velocidad angular, obtenidos con el programa de imágenes se exponen en la tabla 4.35.

Grupo 7	t_c (s)	ε_t^+ (s)	t^+ (s)	ε_t^- (s)	t^- (s)	w^+ (rad/s)	w^- (rad/s)
Muelle 1	4.37	0.099	4.469	0.150	4.220	0.372	0.352
Muelle 2	3.77	0.375	4.145	0.276	3.494	0.325	0.274
Muelle 3	3.33	0.174	3.504	0.225	3.105	0.309	0.274
Muelle 4	2.95	0.174	3.124	0.174	2.776	0.252	0.224
Muelle 5	3.09	0.276	3.266	0.174	2.816	0.217	0.187

Tabla 4.35. Errores del tiempo para el giro de los muelles del grupo 7, obtenidos con el análisis del programa de imágenes Fiji, y velocidades angulares máxima y mínima resultantes

La gráfica de la velocidad angular frente a la velocidad lineal teniendo en cuenta los errores de la primera se presenta en la Figura 4.25.

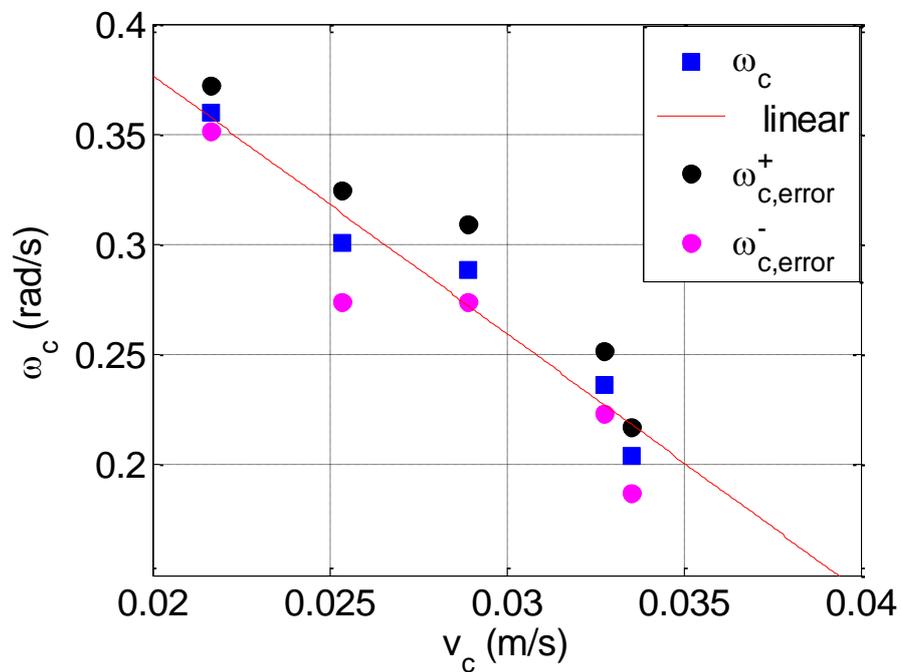


Figura 4.25. Velocidad angular, con sus errores, frente a velocidad lineal para cada muelle del grupo 7

La gráfica sigue la misma tendencia que para todos los grupos anteriores, mostrando la linealidad de las velocidades.

Se ha podido comprobar tras este experimento que la velocidad lineal y la velocidad angular siguen una ley lineal de pendiente negativa, es decir:

$$w = c_1 - c_2 \cdot U \quad (4.1)$$

donde w es la velocidad angular, U es la velocidad lineal, y c_1 y c_2 son constantes.

Que esto sea así se puede explicar aplicando el teorema de conservación de la energía a un plano inclinado:

Sea un objeto que rueda, cayendo desde una cierta altura por un plano inclinado, la energía potencial se emplea en vencer la fricción debida al movimiento lineal de caída y la debida al momento del giro. Es decir:

$$m \cdot g \cdot \Delta h = C_f \cdot U \cdot \Delta h + C_w \cdot w \cdot \Delta h \quad (4.2)$$

donde m es la masa del objeto; Δh la altura del plano inclinado; C_f y C_w los coeficientes de fricción de la caída y del giro, respectivamente; U la velocidad lineal de caída; y w la velocidad angular.

En el caso del experimento del proyecto, el objeto es cada uno de los muelles. La altura recorrida, es la de la caída de éste por el tubo de vaselina.

Así, se puede demostrar que cuando la velocidad lineal del muelle aumenta, la velocidad angular disminuye, y viceversa. Y todo esto, según la ecuación (4.1), que es la obtenida tras observar las gráficas de velocidades de todos los experimentos de los muelles.

Para acabar con los resultados experimentales, a continuación se van a exponer las gráficas con cada uno de los coeficientes en función de L/D , juntando en cada una de ellas los muelles cuya sección de hilo tenga la misma geometría. De esta forma se resumirá en una misma gráfica el comportamiento y relación entre los muelles del mismo aspecto de hilo.

Las gráficas resultantes se muestran en las Figuras 4.26, 4.27, 4.28 y 4.29.

- **Conjunto de muelles de sección de hilo rectangular**

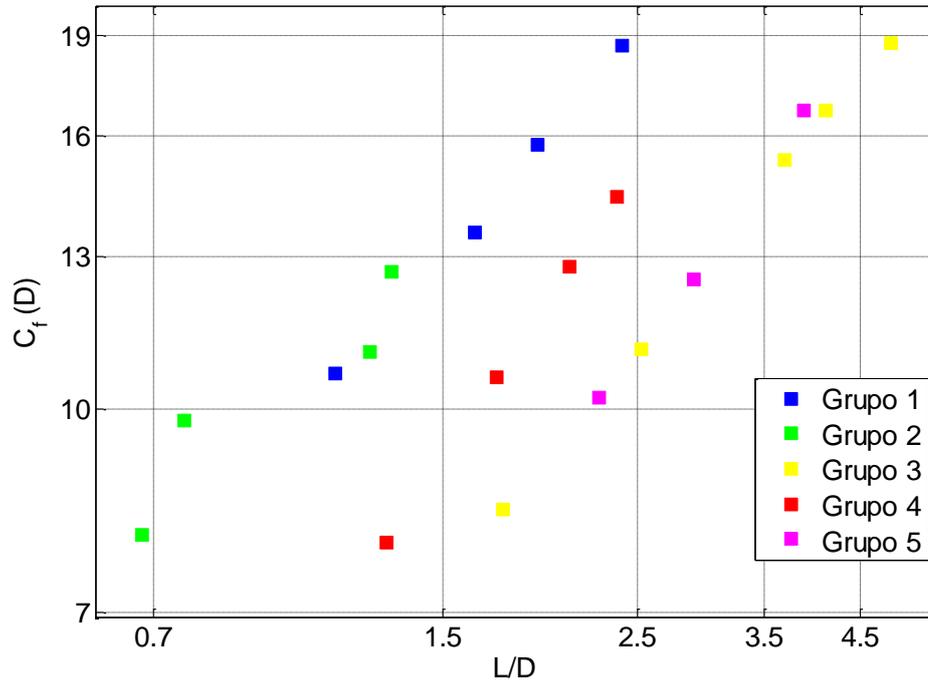


Figura 4.26. $C_f(D)$ en función de $\frac{L}{D}$ para todos los muelles de sección de hilo rectangular (hojalata)

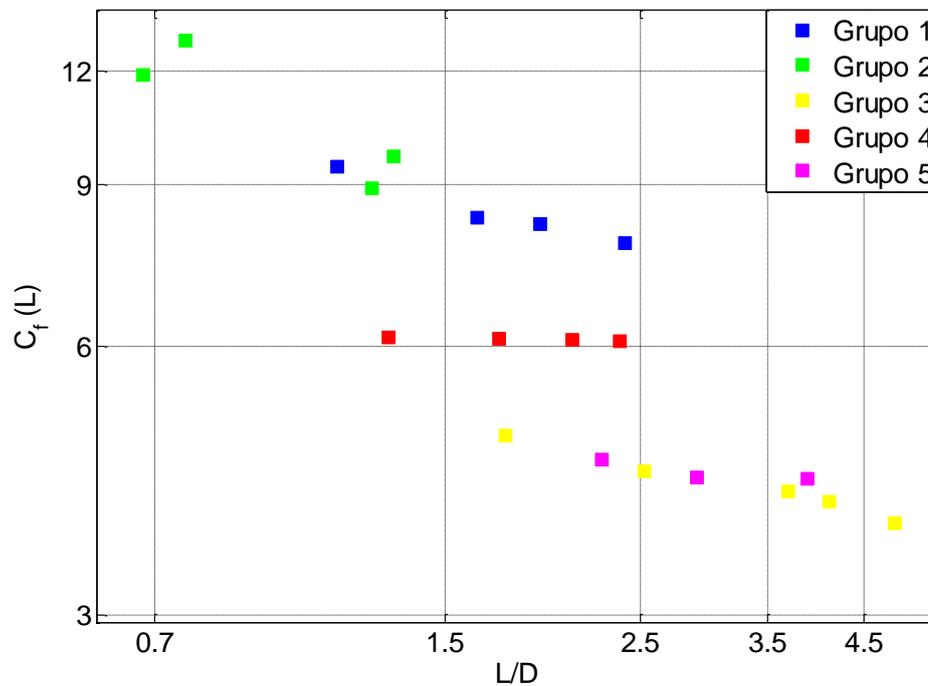


Figura 4.27. $C_f(L)$ en función de $\frac{L}{D}$ para todos los muelles de sección de hilo rectangular (hojalata)

- **Conjunto de muelles de sección de hilo circular**

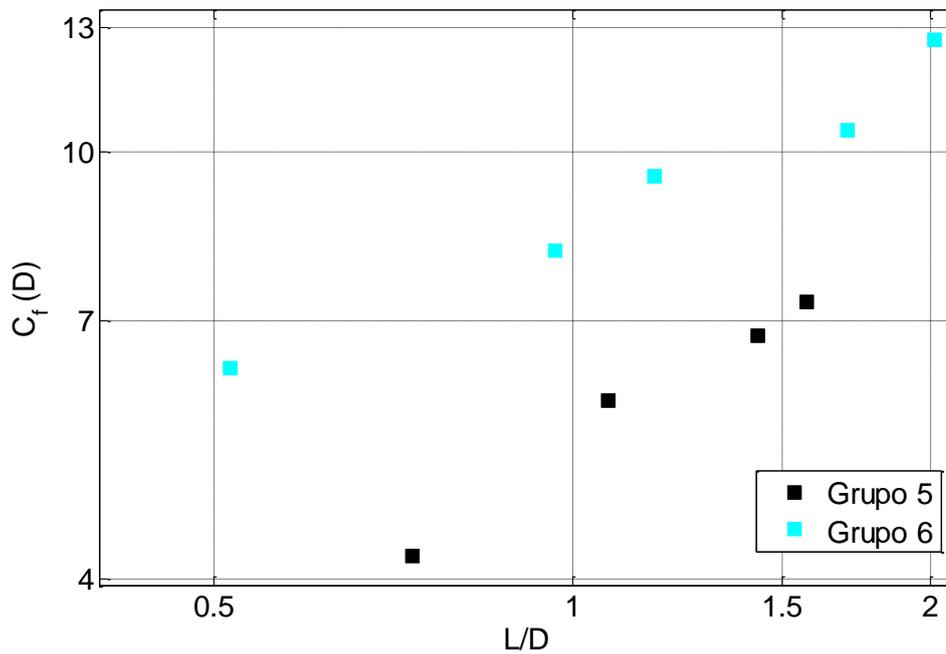


Figura 4.28. $C_f(D)$ en función de $\frac{L}{D}$ para todos los muelles de sección de hilo circular (acero)

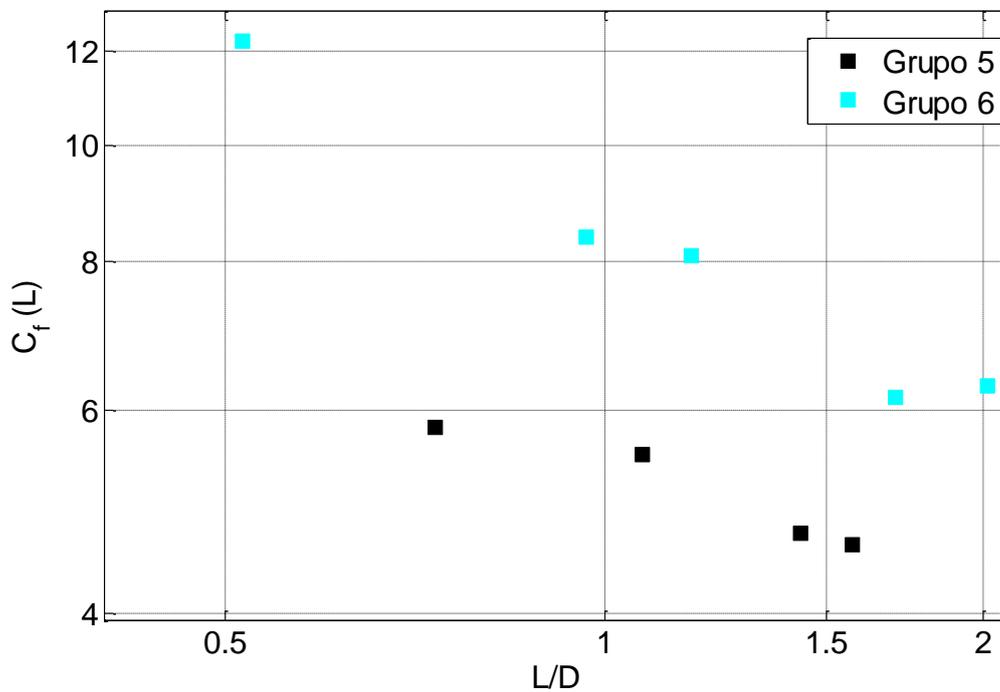


Figura 4.29. $C_f(L)$ en función de $\frac{L}{D}$ para todos los muelles de sección de hilo circular (acero)

CAPÍTULO 5

CONCLUSIONES Y TRABAJOS FUTUROS

5.1 RESUMEN Y CONCLUSIONES

En este proyecto se pretende dar a conocer el comportamiento de los microorganismos, cuyo medio de vida es a bajo número de Reynolds, y hacer llegar esto a los estudiantes de ingeniería biomédica mediante una práctica.

Se ha demostrado que este comportamiento es, como se quería demostrar, contraintuitivo. Siendo por tanto importante tenerlo en cuenta a la hora de hacer estudios relacionados con los microorganismos.

Para obtener estas conclusiones se han tenido que realizar tres clases de ensayos experimentales.

Mediante el primero, se ha conseguido demostrar que los microorganismos no se comportan como se podría pensar a priori, ensayando para ello pequeños objetos cotidianos en un flujo altamente viscoso. Es aquí cuando se ha visto que las posiciones de equilibrio del objeto estudiado al caer eran distintas a las que se habían pensado, siendo de ayuda para la explicación los coeficientes de resistencia.

En el segundo se ha visto cómo cambiaba la posición de equilibrio de un mismo objeto, un cilindro, cuando el material y el diámetro eran mantenidos constantes y se variaba su longitud.

Los coeficientes de resistencia han vuelto en este segundo experimento a jugar un papel importante para entender la razón de la posición de equilibrio, comprobándose tanto experimentalmente como con análisis dimensional que para objetos en los que $\frac{L}{D} \gg 1$, el coeficiente de resistencia óptimo es aquel que depende de la longitud del

objeto. Es decir, siendo la posición de equilibrio aquella en la que la longitud del cilindro es perpendicular al flujo. Sin embargo, para aquellos en los que $\frac{L}{D} \gg 1$, el coeficiente de resistencia óptimo es el que depende del diámetro del cilindro. Es decir, siendo la posición de equilibrio aquella con la que el diámetro del cilindro es perpendicular al flujo.

Por último, en el tercer ensayo del proyecto se han dejado caer objetos que giran cuando descienden por el tubo de vaselina. En este caso se han podido comprobar algunos de los razonamientos del segundo ensayo para algunos muelles y poniéndose en duda la aplicación de éstos para otros. Además se ha estudiado el parámetro del giro del objeto y su influencia.

Para la medida del giro se ha utilizado un programa de imágenes y se han tenido en cuenta los errores en el tiempo que se han podido cometer al establecer el valor de dicho giro. Gracias a esto se ha podido establecer la relación entre la velocidad lineal de caída y la velocidad angular del objeto.

La conclusión aquí obtenida ha sido que estas dos velocidades siguen una ley lineal de pendiente negativa: cuando una disminuye, la otra aumenta.

Esto se debe a que cuando los muelles caen una cierta altura, el cambio de energía potencial se emplea en vencer dos clases de fricción: la debida al movimiento lineal de caída y la debida al momento de giro.

Por tanto, si la velocidad lineal de caída aumenta (que es lo que ocurre a medida que los muelles se hacen más largos y aumenta su longitud), el giro y por consiguiente la velocidad angular, disminuyen.

5.2 TRABAJOS FUTUROS

En primer lugar sería importante seguir investigando en el tema que plantea este proyecto. El mundo de los microorganismos genera todavía un gran desconocimiento en muchos aspectos, y debido a su presencia en muchos campos importantes para el ser humano es muy importante seguir estudiándolo e intentando conocerlo cada vez más.

En cuanto a las mejoras del presente proyecto sería bueno realizar en el futuro distintos experimentos con distintas técnicas que mejorasen los resultados obtenidos aquí. Algunos de ellos podrían ser:

- Ensayo de objetos que puedan simular a un microorganismo haciendo uso de geometrías más parecidas a éstos. También se podrían ensayar en otros medios de alta viscosidad para comparar los resultados.
- Empleo de una columna de fluido en la que las paredes estén más alejadas del objeto, para así poder saber con seguridad que no hay efecto de éstas en los resultados.
- Uso de instrumentos de mayor precisión para los experimentos, como microscopios con lentes de larga distancia o cámaras en las que el giro experimentado por los objetos que giran (apartado 3) sea mucho más preciso.
- Uso de otras fórmulas y técnicas para calcular el coeficiente de resistencia en los muelles (en especial de los que no han cumplido las hipótesis de equilibrio) así como en los objetos cuyo Reynolds es muy elevado.

Referencias

- [1] HOSOI, A.E, LAUGA,E. Mechanical Aspects of Biological Locomotion. *Experimental Mechanics*.2010,p.1259-1261
- [2] LAUGA, Eric, POWERS, Thomas. The hydrodynamics of swimming microorganisms. *Reports on progress in physics*.2009, núm 72
- [3] LIGHTHILL, Sir James. *Mathematical Biofluidynamics*. Society for Industrial and Applied Mathematics,1975. 281 p. ISBN 0-89871-014-6
- [4] *Medida de propiedades de fluidos: medida de la viscosidad*. Universidad Carlos III de Madrid, Departamento de Ingeniería Térmica y de Fluidos.
- [5] REYNOLDS, Osborne. *An Experimental Investigation of the Circumstances Which Determine Whether the Motion of Water Shall Be Direct or Sinuous, and of the Law of Resistance in Parallel Channels*.1886
- [6] VOGUEL, Steven. *Life in moving fluids : the physical biology of flow*. Second Edition. Princeton University Press, 1994. 467 p. ISBN: 06-910-3485-0.