



UNIVERSIDAD CARLOS III DE MADRID

TESIS DOCTORAL:

**METODOLOGÍA PARA LA DETERMINACIÓN Y
ASIGNACIÓN DE INCERTIDUMBRES A VALORES
OBTENIDOS MEDIANTE CÁLCULOS
EFECTUADOS A PARTIR DE MODELOS MEF.**

Autor:

Santiago Rodríguez Fernández

Directores:

Dr. José Luis San Román García

Dr. Alejandro Quesada González

DEPARTAMENTO INGENIERÍA MECÁNICA

Leganés, Marzo 2012

TESIS DOCTORAL

METODOLOGÍA PARA LA DETERMINACIÓN Y ASIGNACIÓN DE INCERTIDUMBRES A VALORES OBTENIDOS MEDIANTE CÁLCULOS EFECTUADOS A PARTIR DE MODELOS MEF

Autor: Santiago Rodríguez Fernández

**Director/es: José Luis San Román García
Alejandro Quesada González**

Firma del Tribunal Calificador:

Firma

Presidente: (Nombre y apellidos)

Vocal: (Nombre y apellidos)

Vocal: (Nombre y apellidos)

Vocal: (Nombre y apellidos)

Secretario: (Nombre y apellidos)

Calificación:

Leganés, de de

Agradecimientos

En primer lugar agradecer a José Luis San Román y Alejandro Quesada, por su inestimable apoyo durante todos estos años de preparación de la tesis, y también por su paciencia.

Agradecer también a todos mis compañeros del Departamento de Ingeniería Mecánica, en especial a Carolina, por su inestimable ayuda y apoyo durante todo el proceso de preparación de la tesis.

Deseo agradecer a mi familia y amigos por la paciencia que han tenido durante todos estos años con el trabajo de esta tesis doctoral.

Agradezco a Francisco López García su inestimable trabajo y apoyo a la hora de traducir e interpretar artículos técnicos que me han sido de gran ayuda en la elaboración del Estado del Arte de esta Tesis.

Resumen

La simulación es un método imprescindible en aquellos casos en los que las características del sistema que se pretende estudiar hacen inviable, por razones físicas o de coste, la experimentación directa sobre el mismo. Incluso en aquellos casos en los que es posible la experimentación directa, la simulación puede ofrecer ventajas tales como un coste inferior, tiempo, repeticiones y seguridad.

La utilización de la simulación como una alternativa a los métodos experimentales clásicos en el diseño mecánico, requiere un adecuado control y conocimiento de las fuentes de error e incertidumbres influyentes en los resultados obtenidos, para conocer la exactitud y posibilidades de la herramienta que se está utilizando.

La incertidumbre influye en la forma de decidir, planear y comportarnos en una gran variedad de campos del saber, desde la economía hasta la ingeniería.

Disminuir la incertidumbre ha sido y sigue siendo una ardua tarea que compromete tiempo y recursos.

Los esfuerzos en idear métodos para reducir el impacto de las incertidumbres en cualquier campo, han estado siempre entre los objetivos de la investigación.

En la presente tesis se recoge una nueva metodología práctica para poder determinar y asignar incertidumbres a valores obtenidos mediante cálculos efectuados a partir de modelos MEF. El objetivo de esta metodología es comenzar a sustituir la experimentación en prototipos físicos por “ensayos virtuales” sobre los modelos numéricos de esos prototipos físicos, con el consiguiente ahorro de costes.

Abstract

Simulation is an indispensable method in cases where, due to the characteristics of the system under investigation, is unfeasible, for physical reasons or cost, direct experimentation on it. Even in those cases where direct experimentation is possible, the simulation can give advantages such as lower cost, time, repetitions and security.

The use of simulation as alternative to classical experimental methods in mechanical design requires adequate knowledge and control of the error and uncertainty sources with more influence in the results obtained to determine the accuracy and capabilities of the tool.

Uncertainty affects the way you decide, plan and behave in a variety of fields, from economics to engineering.

Reducing uncertainty has been and remains an arduous task that involves time and resources.

Efforts to develop methods to reduce the impact of uncertainties in any field have always been among the targets of the investigation.

This thesis outlines a new practical methodology to determine and assign uncertainty to values obtained by calculations from FEM models, which aims to start replacing physical prototypes experimenting with "virtual testing" on the virtual prototypes, resulting in cost savings.

Índice

Capítulo 1: Introducción	1
1.1.Introducción	3
1.2.Objetivos	7
1.3.Estructura de la tesis	8
Capítulo 2: Estado del Arte	11
2.1. Clasificación y tipo de incertidumbres	13
2.1.1. Evolución histórica	13
2.1.2. Incertidumbres y su clasificación en otros campos	14
2.1.2.1. Ciencias Sociales.....	15
2.1.2.1.1. Economía	15
2.1.2.1.2. Política y Análisis de riesgos.	16
2.1.2.2. Ciencias Físicas	17
2.1.2.3. Ingeniería.	17
2.1.2.3.1. Civil, Estructural y Medioambiental.	17
2.1.2.3.2. Modelización y simulación computacional.	21
2.1.2.3.3. Ingeniería Mecánica.....	25
2.1.2.3.4. Ingeniería Aeroespacial.....	26
2.1.3. Tipos de incertidumbres	28
2.1.3.1. Epistémica	29
2.1.3.1.1. Incertidumbre de Modelo	29
2.1.3.1.2. Incertidumbre Fenomenológica.....	30
2.1.3.1.3. Incertidumbre Comportamental.....	30
2.1.3.2. Aleatoria.....	32
2.1.3.3. Ambigüedad	33
2.1.3.4. Interacción	33

2.2 Teoría de incertidumbres	34
2.2.1. Conceptos preliminares.....	34
2.2.2. Tipos de incertidumbre	35
2.2.3. Evaluación de la incertidumbre típica	35
2.2.3.1. Estimación de una magnitud	36
2.2.3.2. Evaluación Tipo A	37
2.2.3.3. Evaluación Tipo B	38
2.2.4. Incertidumbre típica combinada.....	40
2.2.5. Incertidumbre expandida.....	41
2.3. Método de los elementos finitos	42
2.3.1. Evolución histórica	42
2.3.2 Fundamento del Método	48
2.3.2.1 Definiciones	49
2.3.3 Formulación general del método	50
2.3.3.1 Planteamiento de la función de forma N del elemento	50
2.3.3.2 Obtención de deformaciones: matriz L y matriz B	50
2.3.3.3 Obtención de tensiones: matriz de características mecánicas del material D	51
2.3.3.4 Expresión de los esfuerzos nodales.....	51
2.3.3.5 Planteamiento del sistema de fuerzas actuantes sobre la estructura.....	52
2.3.3.6 Planteamiento de la ecuación fundamental general del método de los elementos finitos	52
2.3.4 Factores que intervienen en la exactitud del método.	57
Capítulo 3: Metodología para la evaluación, asignación y determinación de incertidumbres	59
3.1. Fases de modelización y simulación del Sistema Físico.....	61
3.1.1. Identificación de cada una de las fases de modelización y simulación...53	
3.2. Identificación de cada una de las fuentes de incertidumbre pertenecientes a cada fase de modelización	66
3.3 Metodología para realizar un análisis de incertidumbres en elementos estructurales.....	69

Capítulo 4: Aplicación: Evaluación, asignación y determinación de incertidumbres en un modelo MEF de bogie de ferrocarril.....	83
4.1. Modelización y simulación.....	85
4.2. Identificación de fuentes de incertidumbres	92
4.3. Simplificación por agrupación de fuentes comunes en las fases de modelización y simulación	94
4.4. Cuantificación de incertidumbres.....	95
4.5. Conversión de las componentes a desviaciones estándar.....	104
4.6. Cálculo de la incertidumbre combinada.....	107
4.7 Cálculo de la incertidumbre expandida y resultado de la medida.....	108
Capítulo 5: Conclusiones.....	111
Capítulo 6: Líneas y desarrollo futuro.....	115
Bibliografía.....	119
Anexo I.....	129
Anexo II	163
Anexo III.....	179
Anexo IV.....	183

ÍNDICE DE FIGURAS

Capítulo 2

Figura 2.1. Clasificación de las Incertidumbres en Ingeniería Civil.....	18
Figura 2.2. Clasificación de las Incertidumbres en Ingeniería Estructural.....	19
Figura 2.3. Clasificación de las incertidumbres en modelización y simulación computacional.....	21
Figura 2.4. Clasificación de incertidumbres en modelización y simulación computacional (modelo matemático).....	23
Figura 2.5. Clasificación alternativa de las incertidumbres en modelización y simulación computacional.....	24
Figura 2.6. Clasificación de Incertidumbres en Ingeniería Mecánica.....	25
Figura 2.7. Clasificación de las incertidumbres en la síntesis y diseño de vehículos aeroespaciales.....	26
Figura 2.8. Clasificación de incertidumbres para el diseño de sistemas complejos.....	28

Capítulo 3

Figura 3.1. Fases de modelización y simulación.....	62
Figura 3.2. Fases en modelización y simulación.....	63
Figura 3.3. Fuentes de incertidumbre y error en simulación.....	67
Figura 3.4. Proceso de estimación de incertidumbres y error en simulación.....	68
Figura 3.5. Ejemplo de modelado de un sistema físico.....	69

Capítulo 4

Figura 4.1. Bogie de ferrocarril.....	85
Figura 4.2. Bogie de ferrocarril modelado con Solid Edge.....	86
Figura 4.3. Elemento tipo viga.....	87
Figura 4.4. Elemento tipo “Shell”.....	88

Figura 4.5. Modelo del bogie utilizado.....	89
Figura 4.6. Modelo del bogie normal con anillo sobre el pivote.....	96
Figura 4.7. Modelo del bogie con aplicación de cargas distribuidas sobre el área donde se apoyan los bloques extremos.	97
Figura 4.8. Modelo del bogie con aplicación de cargas distribuidas sobre el área entre los apoyos originales del bogie.	98
Figura 4.9. Modelo del bogie con aplicación de cargas puntuales sobre el anillo situado sobre el pivote.	99
Figura 4.10. Modelo del bogie con aplicación de cargas puntuales sobre el pivote.....	100
Figura 4.11. Resultado tensional en MPa de los nodos que rodean la zona 1.. ..	103

Anexo I

Figura AI-1: Gráfico desviación típica-posiciones nodos en el estado de carga estático 1.....	133
Figura AI-2: Gráfico desviación típica-posiciones nodos en el estado de carga estático 2.....	135
Figura AI-3: Gráfico desviación típica-posiciones nodos en el estado de carga estático 3.....	137
Figura AI-4: Gráfico desviación típica-posiciones nodos en el estado de carga estático 4.....	139
Figura AI-5: Gráfico desviación típica-posiciones nodos en el estado de carga estático 5.....	141
Figura AI-6: Gráfico desviación típica-posiciones nodos en el estado de carga dinámico 1.....	143
Figura AI-7: Gráfico desviación típica-posiciones nodos en el estado de carga dinámico 2.....	145
Figura AI-8: Gráfico desviación típica-posiciones nodos en el estado de carga dinámico 3.....	147
Figura AI-9: Gráfico desviación típica-posiciones nodos en el estado de carga dinámico 4.....	149
Figura AI-10: Gráfico desviación típica-posiciones nodos en el estado de carga dinámico 5.....	151
Figura AI-11: Gráfico desviación típica-posiciones nodos en el estado de carga dinámico 6.....	153
Figura AI-12: Gráfico desviación típica-posiciones nodos en el estado de carga dinámico 7.....	155

Figura AI-13: Bogie sometido al estado de carga 1 estático	156
Figura AI-14: Bogie sometido al estado de carga 2 estático	156
Figura AI-15: Bogie sometido al estado de carga 3 estático	157
Figura AI-16: Bogie sometido al estado de carga 4 estático	157
Figura AI-17: Bogie sometido al estado de carga 5 estático	158
Figura AI-18: Bogie sometido al estado de carga 1 dinámico	159
Figura AI-19: Bogie sometido al estado de carga 2 dinámico	159
Figura AI-20: Bogie sometido al estado de carga 3 dinámico	160
Figura AI-21: Bogie sometido al estado de carga 4 dinámico	160
Figura AI-22: Bogie sometido al estado de carga 5 dinámico	161
Figura AI-23: Bogie sometido al estado de carga 6 dinámico	161
Figura AI-24: Bogie sometido al estado de carga 7 dinámico	162

Anexo II

Figura AII-1: Ejemplo de solicitaciones en bogie de dos ejes.....	166
Figura AII-2: Ensayos estáticos de solicitaciones excepcionales encontradas durante el servicio.....	174
Figura AII-3: Ensayos dinámicos de solicitaciones excepcionales encontradas durante el servicio.....	175

Anexo III

Figura AIII-1: Plano de situación de bandas extensométricas sobre el bogie.....	182
---	-----

Anexo IV

Figura AIV-1: Banco de ensayos de bogies.....	185
Figura AIV-1: Sistema de Adquisición de Datos SYS5000.....	187
Figura AIV-1: Cableado y banda extensométrica usada para realizar el ensayo.....	187

ÍNDICE DE TABLAS

Capítulo 2

Tabla 2.1. Definiciones de incertidumbre en ingeniería estructural	20
Tabla 2.2. Definiciones de información incompleta en modelización y simulación computacional	22
Tabla 2.3. Definiciones de incertidumbres en modelización y simulación computacional (modelo matemático).....	23

Capítulo 3

Tabla 3.1. Relación entre el número de Nodos y la densidad de la malla.	78
Tabla 3.2. Incertidumbres asociadas al caso de redondeo computacional utilizando cuatro ordenadores con procesadores diferentes.	79
Tabla 3.3. Incertidumbres asociadas al caso de la modificación de las condiciones de contorno del modelo.....	80
Tabla 3.4. Incertidumbres asociadas al caso de la modificación de la densidad del mallado.	81

Capítulo 4

Tabla 4.1. Simulación del Bogie sometido a solicitaciones estáticas.	90
Tabla 4.2. Simulación del Bogie sometido a solicitaciones dinámicas.	91
Tabla 4.3. Número de nodos en función del tamaño y la topología de la malla.	101
Tabla 4.4. Resultados tensionales en el caso de cambiarlas condiciones de contorno en los apoyos en tres nodos.	105
Tabla 4.5. Resultados tensionales en el caso de cambiar las condiciones de contorno en el pivote.	105
Tabla 4.6. Resultados tensionales en MPa en el caso de variar la densidad de la malla.....	105
Tabla 4.7. Resultado de la incertidumbre combinada (tension de Von Misses en MPa).....	107
Tabla 4.8. Resultado de la incertidumbre expandida.....	108

Anexo I

Tabla AI-1: Ensayos realizados con el estado de carga 1 estático	132
Tabla AI-2: Ensayos realizados con el estado de carga 1 estático	135
Tabla AI-3: Ensayos realizados con el estado de carga 1 estático	136
Tabla AI-4: Ensayos realizados con el estado de carga 1 estático	138
Tabla AI-5: Ensayos realizados con el estado de carga 1 estático	140
Tabla AI-6: Ensayos realizados con el estado de carga 1 dinámico.....	142
Tabla AI-7: Ensayos realizados con el estado de carga 2 dinámico.....	144
Tabla AI-8: Ensayos realizados con el estado de carga 3 dinámico.....	146
Tabla AI-9: Ensayos realizados con el estado de carga 4 dinámico.....	148
Tabla AI-10: Ensayos realizados con el estado de carga 5 dinámico.....	150
Tabla AI-11: Ensayos realizados con el estado de carga 6 dinámico.....	152
Tabla AI-12: Ensayos realizados con el estado de carga 7 dinámico.....	154

Anexo II

Tabla AII-1: Ensayos estáticos de solicitaciones excepcionales encontradas durante el servicio.....	175
Figura AII-2: Ensayos dinámicos de solicitaciones excepcionales encontradas durante el servicio.....	176

Anexo III

Tabla AIII.1. Posicionamiento de las bandas extensométricas.....	181
--	-----

Anexo IV

Tabla AIV.1. Comparación de algunos de los valores de tensión obtenidos para la banda y para los nodos correspondientes al modelo	190
Tabla AIV.2. Resultados de los valores de tensión obtenidos en las bandas extensométricas y los valores de tensión obtenidos en los nodos correspondientes al modelo en el caso del ensayo de carga vertical de 74 Ton en el pivote.....	192
Tabla AIV.3. Resultados de los valores de tensión obtenidos en las bandas extensométricas y los valores de tensión obtenidos en los nodos correspondientes al modelo en el caso del ensayo de carga vertical de 40 Ton más carga trasversal de 6,7 Ton en el pivote.....	194



Capítulo 1.- Introducción



Capítulo 1: Introducción



1.- Introducción

1.1. Introducción

La modelización de un sistema en dinámica estructural es una disciplina que concatena análisis y experimentos. Este campo se ha basado tradicionalmente en la recopilación de resultados de pruebas experimentales que se analizan con el objetivo de poder tener una precisión en la predicción de los modelos analizados computacionalmente.

La validación de modelos y los “ensayos virtuales” han jugado un papel fundamental en el desarrollo ingenieril de los sistemas avanzados en diversos campos de la ingeniería. Esto es debido a que algunas pruebas experimentales simplemente no pueden ser efectuadas (o es absurdo el hacerlo); por ejemplo, es inviable lanzar un satélite al espacio para ver si resiste al lanzamiento. Se podrían realizar otros ensayos experimentales pero no se llevan a cabo porque un sistema basado completamente en pruebas experimentales podría ser prohibitivamente costoso.



Simular es el proceso de diseñar un modelo de un sistema real y llevar a cabo experiencias sobre el mismo, con la finalidad de entender el comportamiento del sistema o de evaluar nuevas estrategias, para el funcionamiento del mismo. [Oberkampff et al, 1998].

La simulación es un método imprescindible en aquellos casos en los que las características del sistema que se pretende estudiar hacen inviable por razones físicas o de coste la experimentación directa sobre el mismo. Incluso en aquellos casos en los que es posible la experimentación directa, la simulación puede ofrecer ventajas tales como un coste inferior, tiempo, repeticiones y seguridad.

A pesar de su utilidad la simulación no puede considerarse como una panacea capaz de resolver todo tipo de situaciones, aun contando con la ayuda de los lenguajes especializados para la simulación, o de los avances que han representado los entornos de software específicos para simulación, con simuladores visuales, etc.

La realización de un estudio de simulación puede comportar un esfuerzo y un consumo de recursos no despreciable en cualquiera de sus fases: definición del problema, recogida de información, construcción del modelo y programación del mismo, realización de los experimentos de simulación en ordenador, etc. Sistemas complejos pueden conducir a programas largos y complicados que requieran cantidades importantes de recursos computacionales para su resolución.

Las diferencias entre la experimentación en simulación y la experimentación física, llevan consigo un nuevo enfoque de cómo los métodos estadísticos tradicionales se emplean en modelación y simulación numérica. En experimentos físicos, los factores no considerados en la variable de respuesta se atribuyen a menudo al error experimental.

Un experimento de simulación en el ordenador es totalmente controlable, pues se pueden manipular prácticamente todas las variables de entrada. Con todo puede haber errores asociados a este tipo de experimentos. El cálculo de la variable de respuesta con un modelo numérico puede no corresponder a las ecuaciones o a los algoritmos matemáticos debido a error numérico. Se incluye dentro del concepto de error numérico: las aproximaciones numéricas, los métodos numéricos de la solución y el error aritmético del cómputo.



La utilización de la simulación como una alternativa a los métodos experimentales clásicos en el diseño mecánico, requiere un adecuado control y conocimiento de las fuentes de error influyentes en los resultados obtenidos y su evolución numérica, para conocer la exactitud y posibilidades de la herramienta que se está mejorando.

Para asegurar el cumplimiento de disposiciones legales, se llevan a cabo medidas y ensayos. Cada una de estas operaciones genera un resultado del que es necesario determinar su calidad o grado de exactitud, o por decirlo de una forma precisa su incertidumbre.

Debido a las demandas en los ciclos cortos de desarrollo en la fabricación de elementos mecánicos, para la reducción de costes y para la rapidez de construcción de los prototipos físicos, se están empezando a utilizar métodos de análisis numéricos más complejos.

La meta es alcanzar una madurez del producto con una calidad más alta en una primera fase del proceso para poder así reducir la utilización de los prototipos físicos. En ingeniería mecánica lo ideal sería sustituir las pruebas con prototipos físicos por pruebas virtuales con el consiguiente ahorro de costes. Esto puede ser factible gracias al continuo aumento de la potencia de cálculo de los ordenadores y a las mejoras en el software.

La madurez creciente del producto se debe alcanzar durante los primeros tiempos de desarrollo de los prototipos físicos cuando no están todavía disponibles y existe la necesidad de confiar en predicciones analíticas solamente. El uso de un "laboratorio virtual de pruebas" haría mejorar la confianza en la capacidad predictiva del análisis virtual.

El "laboratorio virtual de pruebas" es la reproducción virtual de un banco de prueba físico con todos sus componentes de hardware y software que ofrezca resultados completos de las magnitudes estudiadas. Asegura que las pruebas analíticas están ligadas directamente a las pruebas físicas y por lo tanto permite una correlación que conduzca en última instancia a una validación de los modelos analíticos. Esto permite que el usuario trabaje con los modelos con una confianza más alta.

Durante las últimas décadas, las simulaciones computacionales de fenómenos físicos han ido utilizándose cada vez más en la investigación científica y en el análisis y diseño de sistemas en ingeniería.



Para sistemas en ingeniería se está utilizando la terminología “prototipo virtual” y “prueba virtual” para describir la simulación numérica para el diseño, evaluación y “pruebas” de nuevo hardware. Esta nueva tendencia basada en la modelización y la simulación se está utilizando en la actualidad en bastantes campos, como automóviles o sistemas de propulsión, donde la necesidad de decrementar el coste y el tiempo para traer nuevos productos al mercado es intensa. [Jörg, Albright, 2002].



1.2. Objetivos

Con la intención de avanzar en el desarrollo de una metodología para evaluar y asignar incertidumbres en modelos estructurales M.E.F., esta tesis tiene un doble objetivo:

1. Identificar y cuantificar fuentes de error e incertidumbres en el proceso de modelización y simulación de un sistema físico, mediante técnicas de ensayo por medio del Método de los Elementos Finitos, para así poder evaluar las incertidumbres en modelos estructurales.

La metodología está basada en el seguimiento de la simulación en dos pasos para evaluar las incertidumbres: primero, la identificación de las fuentes de error e incertidumbre en los valores de entrada (input); y posteriormente la evaluación de la propagación de los efectos del error y la incertidumbre a través de la simulación para estimar la calidad de los resultados de dicha simulación (output).

2. Analizar la variabilidad de estos errores e incertidumbres para poder cuantificar las fuentes de incertidumbre de mayor importancia en la totalidad de la evaluación y asignación de incertidumbres durante todo el proceso de modelización y simulación.

Con este doble objetivo la finalidad es la de poder mejorar las herramientas de diseño basadas en la simulación y obtener de las mismas unos resultados cuantitativos completos de una magnitud seleccionada.

Como ejemplo, en esta tesis doctoral se modeliza un bogie de ferrocarril, para poder así extrapolarlo a cualquier tipo de modelo estructural y poder crear laboratorios virtuales con el consiguiente ahorro de costes y tiempo en experimentos físicos, es decir, pasar del mundo físico al mundo virtual manteniendo una medida objetiva de la calidad de los resultados obtenidos.



1.3. Estructura de la tesis

Los contenidos de esta tesis se estructuran como se detalla a continuación:

Capítulo 1: Introducción

Destinada a aportar una visión general de los objetivos y de la necesidad de los desarrollos abordados.

Capítulo 2: Estado del arte

Constituye una exposición detallada de los conocimientos relacionados con este trabajo y establece el marco para los siguientes desarrollos. Consta de los siguientes apartados:

2.1. Clasificación y tipo de incertidumbres

2.2. Teoría de incertidumbres

2.3. Método de los Elementos Finitos

Capítulo 3: Metodología para la evaluación, asignación y determinación de incertidumbres.

En este capítulo se desarrolla una metodología a partir de las teorías clásicas de modelización y simulación de sistemas y sus fases asociadas, con las consiguientes fuentes de incertidumbre asociadas a cada una de las fases, a continuación se irán identificando y asignando incertidumbres a las fuentes más significativas en el análisis, para terminar obteniendo la incertidumbre global.

Capítulo 4: Metodología para la evaluación, asignación y determinación de incertidumbres en un modelo mef de bogie msp de ferrocarril.

Se desarrolla un ejemplo donde el sistema físico es un Bogie de ferrocarril y se aplican las teorías y conclusiones obtenidas en el capítulo anterior, válidas para cualquier modelo estructural.



Capítulo 5: Conclusiones

Se exponen conclusiones a la vista de los resultados que se han obtenido para poder así plantear investigaciones futuras abiertas por esta tesis doctoral.

Capítulo 6: Líneas y desarrollos futuros

Se exponen las líneas de investigación sobre este trabajo y las futuras líneas de investigación a llevar a cabo para poder implantarlo.

Bibliografía

Se incluye el conjunto de referencias bibliográficas utilizadas.

Anexo I: Cálculos realizados.

Se incluyen los cálculos más importantes realizados en esta tesis doctoral en el tema de incertidumbres, con sus gráficas correspondientes para poder llegar a los resultados finales incluidos en el capítulo 4.

Anexo II: Ensayos de resistencia en banco de Bogies de 2 y 3 ejes.

Se adjuntan las condiciones de ensayo impuestas en la normativa para la homologación de este tipo de estructuras, que son las que se van a simular sobre el modelo realizado.

Anexo III: Planos del bogie de ferrocarril utilizado.

Se incluyen los planos más importantes necesarios para la modelización y simulación del Sistema físico utilizado como ejemplo.

Anexo IV: Ensayos de validación.

Se incluyen ensayos extensométricos sobre un bastidor físico que se emplearon para validar el modelo de elementos finitos.



Capítulo 1: Introducción



Capítulo 2: Estado del arte



Capítulo 2: Estado del arte



2.- ESTADO DEL ARTE

2.1 CLASIFICACIÓN Y TIPOS DE INCERTIDUMBRES

2.1.1. Evolución histórica

La incertidumbre desempeña un papel fundamental en el análisis de un amplio abanico de campos, desde la economía a la ingeniería. Las ideas y los conceptos de incertidumbre se asocian desde hace mucho a las apuestas y el juego. El juego de apuestas más antiguo que se conoce es un juego de dados que se jugaba con un astrágalo (una taba) en 3500 a.C. en Egipto [Bernstein, 1998]. Los juegos de apuestas evolucionaron considerablemente a lo largo de los años pero el sustrato de este tipo de incertidumbre no ha cambiado. Los juegos de puro azar, como el astrágalo, la ruleta o los dados se basan en la incertidumbre aleatoria, en el azar esencial e inherente. Estos juegos son distintos de otros como el póquer o las carreras de caballos en los que la habilidad o el conocimiento marcan la diferencia. Se empezó a abordar este tipo de incertidumbre en los juegos de azar durante el Renacimiento, para alcanzar su culmen durante el siglo XVII con la teoría de la probabilidad [Hacking, 1984].

Según los datos de los que disponemos, los griegos, en el siglo IV a.C. fueron los primeros en considerar la incertidumbre de una forma explícita, fundamentalmente en el contexto de la epistemología. La palabra epistemología se deriva del griego *episteme*, que significa “conocimiento”, y de *logos*, que tiene varios significados, entre los que se encuentra el de “teoría”. La epistemología trata de los límites y posibilidades del pensamiento humano.



Intenta fundamentalmente llegar al conocimiento desde el conocimiento mismo. Aristóteles proponía que las personas tomaran sus decisiones basándose en el "deseo y la razón orientados a un fin", pero no daba consejos sobre la posibilidad de un resultado positivo. Pese a considerar explícitamente la incertidumbre, cuando los griegos buscaban predicciones sobre lo que les deparaba el futuro, se dirigían a los oráculos en lugar de consultar a sus más sabios filósofos. [Bernstein, 1998].

Bernstein (1998) y Hacking (1984) son autores de una amplia historia de la incertidumbre en el contexto de la gestión del riesgo y de la teoría de la probabilidad, respectivamente. Las ideas sobre aleatoriedad y sobre incertidumbre epistemológica han evolucionado de forma significativa desde los primeros griegos y egipcios, pero la distinción ha permanecido inalterada hasta el siglo XX y, sólo recientemente, se ha llegado a analizar su impacto. La incertidumbre influye en la forma de decidir, planear y comportarnos en una gran variedad de campos del saber, desde la economía hasta la ingeniería.

Disminuir la incertidumbre ha sido y sigue siendo una ardua tarea que compromete tiempo y recursos. Los esfuerzos de clasificación y definición de la incertidumbre, de difundirla por medio del análisis y de idear métodos para reducir su impacto, han estado siempre entre los objetivos de la investigación.

2.1.2. Incertidumbres y su clasificación en otros campos

El término "incertidumbre" ha acabado por englobar muchos conceptos distintos. Una definición básica de incertidumbre sería la "propensión a lo casual o accidental", la "indecisión o vaguedad", la "necesidad de seguridad o confianza: duda, falta de resolución" y "algo no conocido del todo o cognoscible" [Murray, 1961]. Esta definición ha originado una gran variedad de clasificaciones de incertidumbre en un los campos más variados. Muchas de las clasificaciones que siguen tienen aspectos en común y la mayoría ponen el acento en el aspecto concreto de la incertidumbre que más afecta a ese campo en particular. Por tanto, estas clasificaciones suelen tener más importancia desde el punto de vista práctico que teórico. Por desgracia, muchas de estas taxonomías ofrecen definiciones distintas para los mismos términos. El siguiente apartado describe las clasificaciones y definiciones de incertidumbre en el ámbito de las ciencias sociales, la física y la ingeniería. Los ámbitos que menos influencia ejercen en el desarrollo de la clasificación se detallan en [Thunnissen (2003)]. Cabe señalar que las clasificaciones y definiciones que se dan no son ni exhaustivas ni cuentan con un consenso universal, pero resultan representativas del área general de cada campo de conocimiento.



2.1.2.1. Ciencias sociales

La investigación de la incertidumbre en el campo de las ciencias sociales cuenta con una dilatada tradición. El siguiente apartado resume la investigación en economía y en el campo de la política y del análisis del riesgo. Los campos de toma de decisiones, gestión y análisis de sistemas se recogen en [Thunissen (2003)].

2.1.2.1.1 Economía

La teoría económica clásica no alberga espacio para la incertidumbre. La teoría da por sentado que la gente decide cómo consumir, producir e invertir con pleno conocimiento de los resultados de sus decisiones. La incertidumbre, o bien se ignoraba, o bien se consideraba excluida de forma explícita. Esto producía una teoría que no era ni realista ni útil. [Borch, 1968]. Para desarrollar una teoría realista, los economistas empezaron estudiando la incertidumbre en detalle, desde principios del siglo XX. El Economista Frank Knight escribió en 1921: "Debemos considerar la incertidumbre con un sentido radicalmente distinto de la noción tradicional de riesgo, concepto del que nunca se ha despegado convenientemente" [Knight, 1921]. Knight entiende el "riesgo" como situaciones en las que aquel que ha de tomar una decisión puede atribuir probabilidades matemáticas al azar de la situación con la que se enfrenta. Por el contrario, la "incertidumbre" se refiere a las situaciones en las que el azar "no puede" expresarse en términos de probabilidades matemáticas específicas. Tal y como lo expresaría más adelante el economista, periodista y financiero inglés, John Maynard Keynes: "Con conocimiento "incierto", permítame explicarle, no me refiero únicamente a la conocida distinción entre lo que es cierto y lo que es únicamente probable. El juego de la ruleta no está sujeto, en este sentido, a incertidumbre... El sentido con el que uso el término es aquel por el cual la perspectiva de una guerra en Europa es incierta o lo es el precio del cobre y el tipo de interés dentro de veinte años... En estas cuestiones no existe una base científica que sirva de apoyo para calcular la probabilidad sea del tipo que sea. Simplemente lo desconocemos" [Keynes, 1937].

Una distinción para esta clasificación llegó a mediados del siglo XX, bajo la influencia de un trabajo pionero en la creación y desarrollo de la teoría del juego de Neumann y Morgenstern, Nash et al. [von Neumann & Morgenstern, 1953; Nash, 1951]. La incertidumbre y la información sobre el entorno se veía como algo separado tanto de lo que era la incertidumbre y la información sobre el comportamiento ajeno o su resultado, como de la computación que aún no existía [Radner, 1968]. En los trabajos de mediados



del siglo XX, los economistas dan un paso más al afirmar que el riesgo de Knight y la incertidumbre son lo mismo. El problema de la incertidumbre en Knight no es que el agente no pueda atribuir probabilidades sino que, de hecho, el agente, precisamente, no atribuye esas probabilidades. Es decir, esta incertidumbre es en realidad un problema epistemológico, no ontológico; es un problema de "conocimiento" de las probabilidades pertinentes y no de su "existencia". La incertidumbre se ha clasificado recientemente como incertidumbre fundamental o incertidumbre de la ambigüedad. La incertidumbre fundamental no consiste estrictamente en la falta de información suficiente para adjudicar de manera responsable probabilidades a un número dado de acontecimientos, sino que se trata de que, de hecho, los acontecimientos que no se pueden anticipar pueden tener lugar en el futuro.

Esto implica que parte de la información pertinente no es accesible, ni siquiera en un principio, y que algo inimaginable puede ocurrir [Dequech, 2000].

La ambigüedad se define como "incertidumbre sobre la probabilidad, originada por la falta de información pertinente que podría ser conocida" [Camerer & Weber, 1992]. Cabría destacar que los argumentos de algunos economistas se encaminan por vías opuestas: en realidad no existen probabilidades en el mundo que "conocer", porque las probabilidades no son en realidad más que "creencias". En otras palabras: las probabilidades son únicamente expresiones y creencias atribuidas subjetivamente y no tienen una conexión necesaria con el auténtico azar del mundo (si éste resulta finalmente azaroso) [Fonseca & Ussher, 2004].

2.1.2.1.2. Política y Análisis de riesgos.

La comunidad, en materia de política y análisis del riesgo, ha clasificado la incertidumbre en incertidumbre según cantidad y modelo. [Morgan & Henrion, 1990].

La incertidumbre de modelo se refiere a las aproximaciones que tal modelo proporciona respecto a un sistema real.

La incertidumbre de modelo se diferencia aquí de la incertidumbre según cantidad, refiriéndose al modelo real en sí mismo como algo opuesto a las cantidades que se asumen en el modelo. Todo modelo es inevitablemente, y por definición, una simplificación de la realidad. Un sistema real contiene los fenómenos y comportamientos que no pueden ser reproducidos ni siquiera por el más completo de los modelos. La diferencia entre el sistema real y tal modelo es la "incertidumbre de modelo".

2.1.2.2. Ciencias Físicas

La incertidumbre en física se ha centrado principalmente en el análisis de error y en la física cuántica. La incertidumbre de análisis de error suele conocerse por incertidumbre de la medida y representa la diferencia entre un valor medido y un valor real. Esta incertidumbre afecta a una amplia gama de campos en física e ingeniería. Se ha hablado mucho del principio de incertidumbre de Werner Heisenberg que se propuso en 1927. Heisenberg introdujo la noción de que es imposible determinar simultáneamente, con una precisión ilimitada, la posición y movimiento de una partícula. Heisenberg tuvo el cuidado de señalar que la incertidumbre del momento y la posición no surgen de la inexactitud provocada por el uso de instrumentos de medición sino que más bien se deben a la estructura cuántica de la materia en sí misma. [Serway, 1989].

Esta incertidumbre en física cuántica es comparable al azar inherente del análisis político y de riesgo que describe Morgan and Henrion (1990). Se ha argumentado que esta indeterminación no es una cuestión de principio sino simplemente el resultado de la escasa comprensión (actualmente humana) del mundo (un problema epistemológico). Pueden existir variables ocultas o mecanismos causales que, si se descubren y comprenden, podrían resolver el aparente azar inherente del mundo. Esta diferencia de opinión es parecida a la noción de riesgo y de incertidumbre que se discute en los campos de la economía y de la toma de decisiones.

2.1.2.3. Ingeniería.

La investigación de la incertidumbre en el campo de la ingeniería ha sido significativa, sobre todo en las dos últimas décadas. Este apartado resume brevemente la investigación que sobre incertidumbre se ha llevado a cabo en los campos de la ingeniería civil, estructural y medioambiental, modelado y simulación computacional, mecánica y aeroespacial. La investigación sobre incertidumbre en los campos de sistemas dinámicos y de control y de ciencias empresariales se describe en [Thunnissen (2003)].

2.1.2.3.1. Civil, Estructural y Medioambiental.

Pese a que los campos de la ingeniería civil, estructural y medioambiental suelen agruparse, las clasificaciones para incertidumbre que cada uno asume son distintas. La clasificación principal de la ingeniería civil aparece en fig. 2.1 [Ayyub & Chao, 1998].

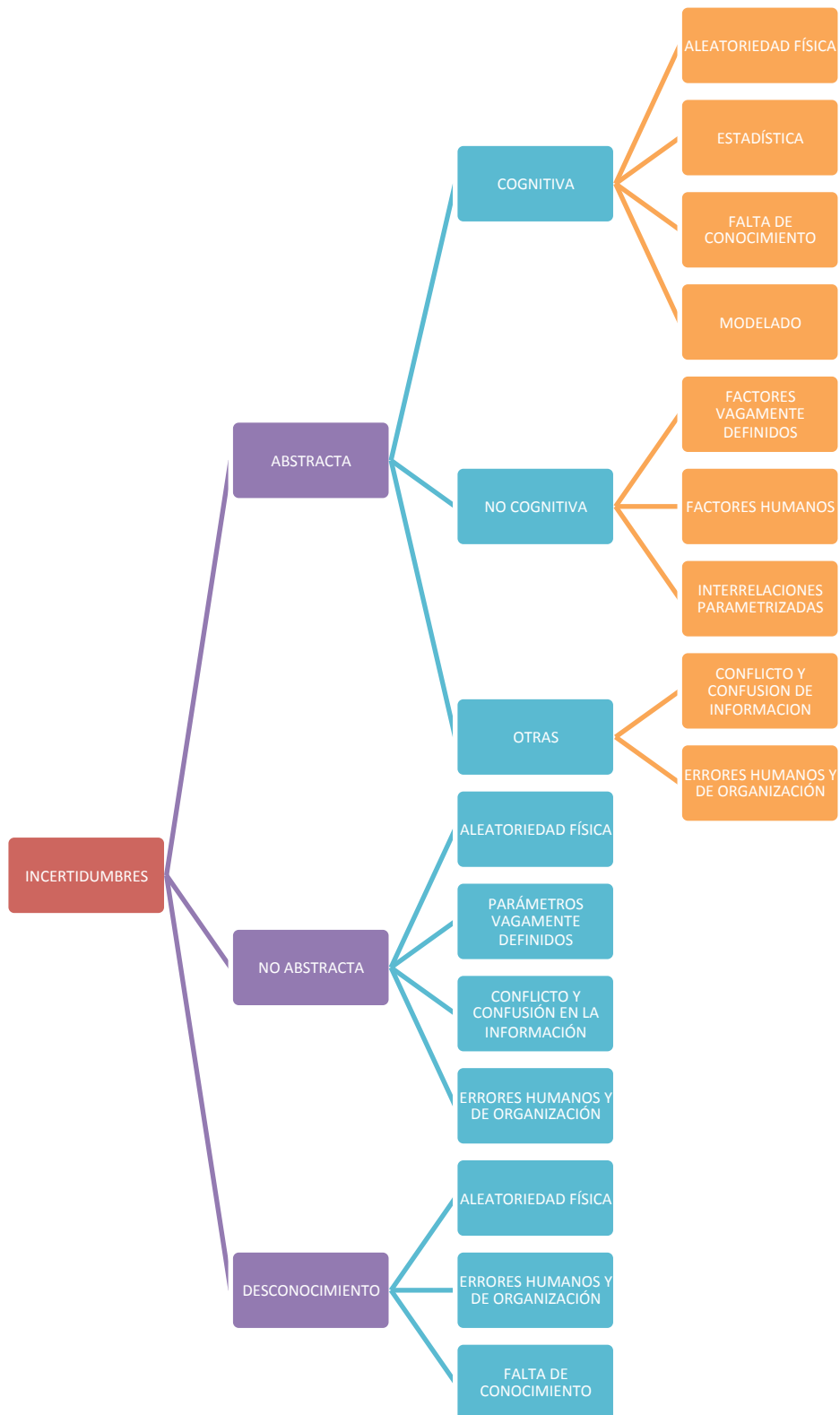


Figura 2.1. Clasificación de las Incertidumbres en Ingeniería Civil [Ayyub & Chao, 1998]

La incertidumbre abstracta surge de elementos de un sistema real representados en un modelo. La incertidumbre se debe a la naturaleza, origen, contenido y repercusión en un sistema desconocido. La incertidumbre cognitiva surge de abstracciones mentales (subjetivas) de la realidad. La incertidumbre que no es ni no cognitiva ni cognitiva recibe el nombre de "otra incertidumbre" y comprende el conflicto de información al igual que los errores humanos y de organización. Ayyub y Chao (1998) afirman que la división entre aspectos abstractos y no abstractos puede no ser rígida sino que, por el contrario, puede ser algo conveniente y determinado por los objetivos de modelado del sistema.

La ingeniería estructural sigue una clasificación algo parecida [Melchers, 1999].

La clasificación y definiciones de ingeniería estructural aparecen en fig. 2.2 y en la tabla 2.1, respectivamente.

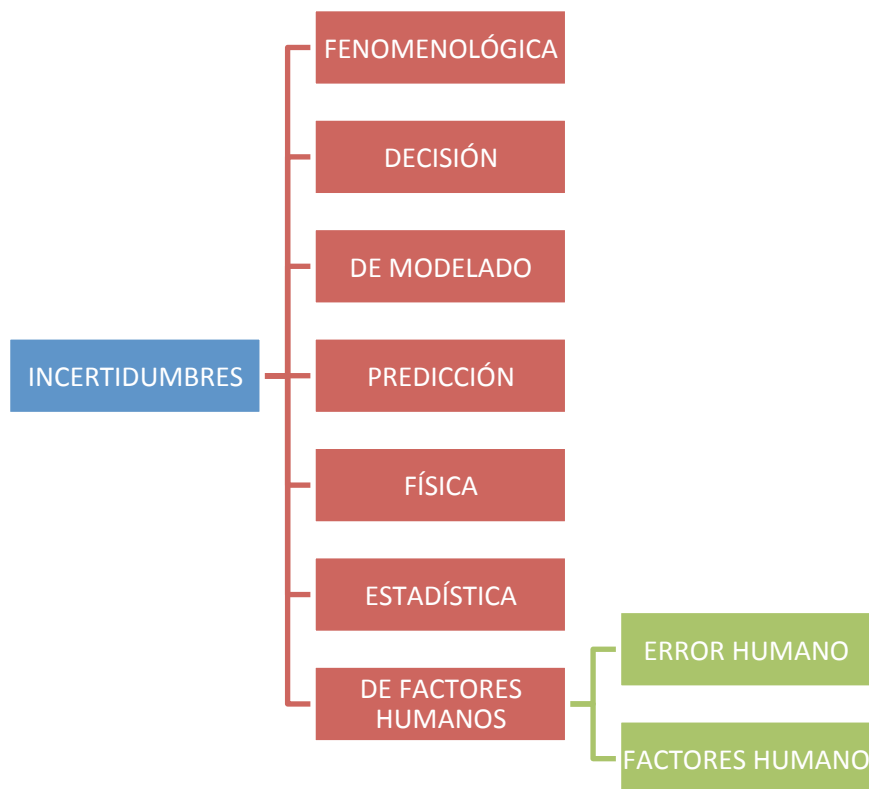


Figura 2.2. Clasificación de las incertidumbres en Ingeniería Estructural [Melchers, 1999]



Incertidumbre	Definición/Explicación
Fenomenológica	Surge siempre que la forma de la construcción o del diseño técnico genere incertidumbre en cualquier aspecto del comportamiento posible de la estructura que se está construyendo, que se mantiene o que está sometida a condiciones extremas.
Decisión	Surge junto con la decisión de si un fenómeno en particular ha sucedido.
Modelado	El modelado asociado con el uso de una o varias relaciones simplificadas entre variables básicas para representar la relación "real" o el fenómeno objeto de interés.
Predicción Física	La predicción asociada con la predicción de algún estado de acontecimientos futuro.
Estadística	La naturaleza aleatoria, inherente y física de una variable básica.
Factores Humanos	La estadística surge en los parámetros asociados cuando se implementa una densidad de probabilidad simplificada.
Errores Humanos	La intervención humana asociada a la intervención en el proceso de diseño, documentación y construcción y, en cierta medida, también en el uso de una estructura
Factores Humanos	Error humano debido a la variación natural en la realización de tareas y errores de conjunto.

Tabla 2.1 Definiciones de incertidumbre en ingeniería estructural [Melchers, 1999]

Melchers (1999) subraya la importancia de la incertidumbre en factores humanos como la incertidumbre resultante de la participación humana en el diseño, construcción, uso etc, de estructuras.

2.1.2.3.2. Modelizado y simulación computacional.

Uno de los esfuerzos mayores de clasificación y definición de incertidumbre se ha hecho en el ámbito del modelado y simulación computacional. Oberkampf et al. (1999) son claros al distinguir entre variabilidad, incertidumbre y error, como se muestra en la fig. 2.3.

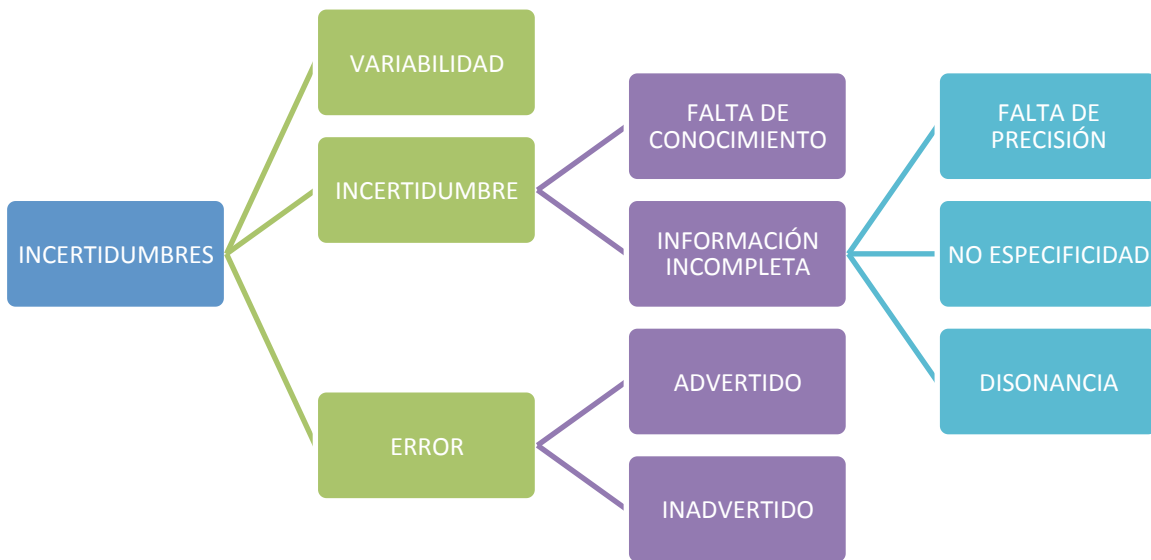


Figura 2.3. Clasificación de las incertidumbres en modelización y simulación computacional [Oberkampf et al, 1999]

La variabilidad se define como variación inherente asociada al sistema físico o al entorno en consideración. La incertidumbre se define como una posible deficiencia en cualquier fase o actividad del proceso de modelado debida a falta de conocimiento o a información incompleta. Las fuentes de información incompleta se resumen en la tabla 2.2 y siguen de cerca las rigurosas definiciones de ingeniería de sistemas propuestas por Klir y Folger (1988).



Tipo	Definición
Falta de precisión	Caracteriza la información definida de forma imprecisa, poco clara o no distinguible (característica de la comunicación verbal).
No especificidad	La no especificidad se refiere a la variedad de alternativas en una situación dada en la que son todas posibles, es decir, no específicas.
Disonancia	La disonancia se refiere a la existencia de evidencias que entran en conflicto total o parcial.

Tabla 2.2 Definiciones de información incompleta en modelización y simulación computacional

El error se define como una deficiencia reconocible en cualquier fase de la actividad de modelado y simulación que no se debe a la falta de conocimiento.

El error se subdivide más adelante en error reconocido (como la aritmética de precisión finita en un ordenador o las aproximaciones llevadas a cabo para simplificar el modelado del proceso físico) y error no reconocido (como equivocaciones y errores). La clasificación de incertidumbre en Oberkampf et al. (1999) se basa en el tipo matemático y el contenido de la información de una cantidad incierta. El mismo grupo de investigadores también ha ideado una perspectiva distinta de incertidumbre. Se basa en cómo aparece la incertidumbre en el modelo matemático, o lo que es lo mismo, se trata de una incertidumbre paramétrica o de modelo. [Oberkampf, Helton, & Sentz, 2001].

La clasificación y definiciones de incertidumbre aparecen en fig. 2.4 y tabla 2.3, respectivamente.

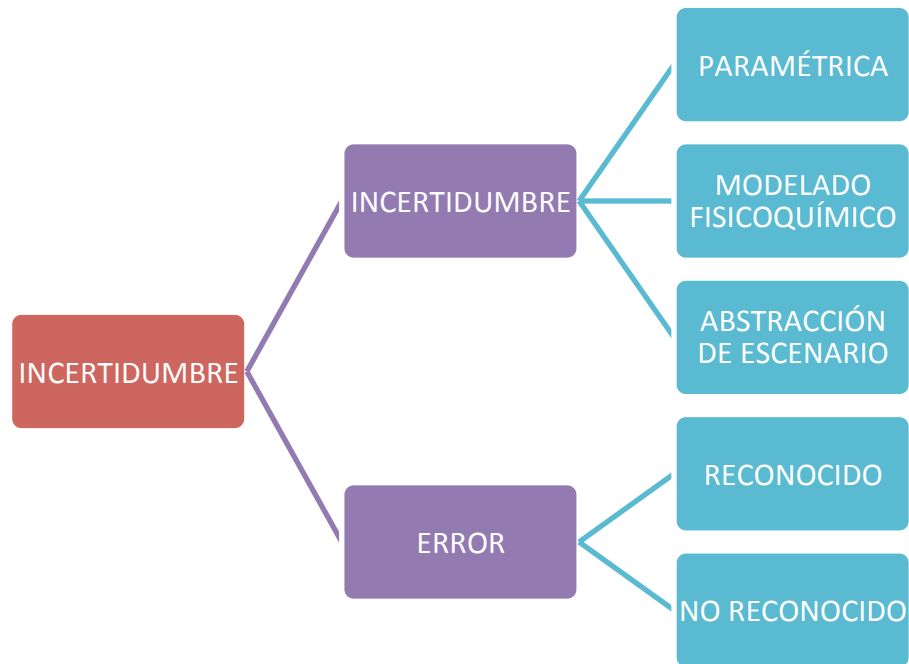


Figura 2.4. Clasificación de incertidumbres en modelización y simulación computacional (modelo matemático) [Oberkampf, Helton, & Sentz, 2001].

Incetidumbre	Definición
Paramétrica	Incetidumbre paramétrica en la incidencia de parámetros contenidos en los modelos matemáticos de un sistema y su entorno
Modelizado físicoquímico	Conocimiento limitado o comprensión de un proceso físico de la interacción de procesos en un sistema
Abstracción del escenario	Conocimiento limitado para estimar la posibilidad de escenarios de acontecimientos en un sistema.

Tabla 2.3. Definiciones de incertidumbre en modelización y simulación computacional (modelo matemático) [Oberkampf, Helton, & Sentz, 2001].

Las definiciones de error en fig. 2.4 permanecen inalteradas respecto a las de Oberkampf et al. (1999).

Oberkampf et al. (1999) y Oberkampf, Helton, y Sentz (2001) aportan dos perspectivas distintas sobre la incertidumbre. Una clasificación de las diferencias en el mismo campo se recoge en fig. 2.5 [Du & Chen, 2000].

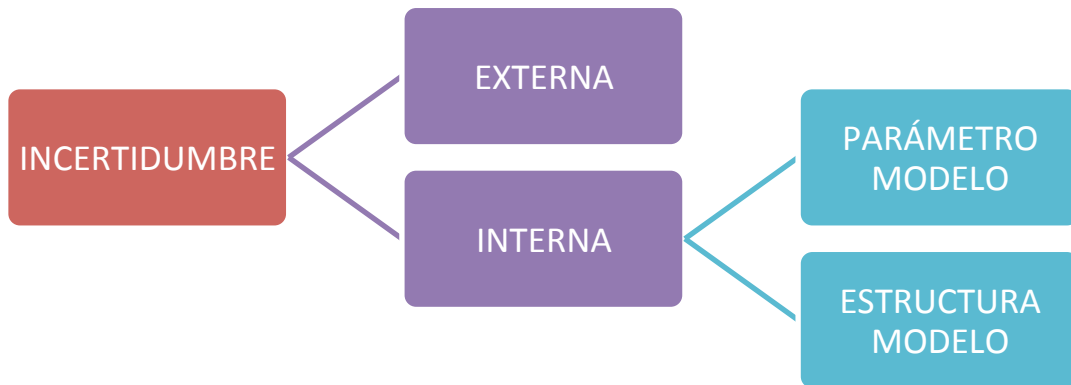


Figura 2.5. Clasificación alternativa de las incertidumbres en modelización y simulación computacional [Du & Chen, 2000]

La incertidumbre externa es la variabilidad en la predicción del modelo que surge de las alternativas plausibles para los valores de entrada (también conocidos como incertidumbre de parámetros de entrada). La incertidumbre interna surge por dos vías: una se debe a la información limitada en la estimación de características de los parámetros del modelo para una estructura modelo fija determinada (incertidumbre de parámetro modelo); la otra es la estructura modelo en sí, incluyendo la incertidumbre de la validez de las suposiciones que subyacen en el modelo.

2.1.2.3.3. Ingeniería Mecánica

Una década de investigación en incertidumbre llevada a cabo en el campo de la ingeniería mecánica se inicia a finales de los ochenta. Antonsson y Otto (1995); Otto y Antonsson (1994); Otto y Antonsson (1993) se unen para definir la incertidumbre como imprecisión (imprecisión en el diseño), incertidumbre probabilística (ruido, incertidumbre estocástica) y posibilidad.

La imprecisión es la representación de una descripción de un diseño incompleta. Es decir, las distintas variantes y posibilidades que resultan de las elecciones que no se han hecho todavía (incertidumbre en la elección). La incertidumbre probabilística es una incertidumbre aleatoria (estocástica). La posibilidad es la incertidumbre dentro de los límites de capacidad del marco de un modelo formal (incertidumbre por libertad). La fig. 2.6 resume esta clasificación para la ingeniería mecánica.

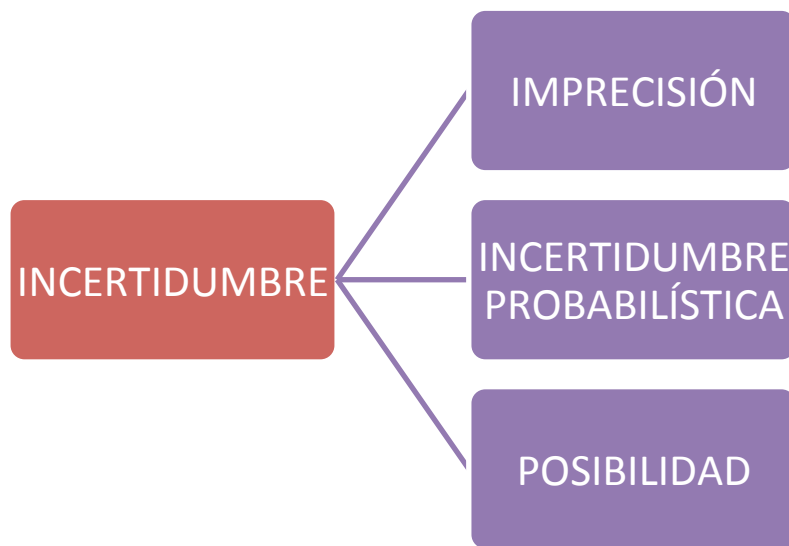


Figura 2.6. Clasificación de Incertidumbres en Ingeniería Mecánica Fases en modelización y simulación [Otto & Antonnson, 1993].

2.1.2.3.4. Ingeniería Aeroespacial.

Ha habido que esperar hasta hace poco para que se haga un esfuerzo de clasificación y definición de la incertidumbre en ingeniería aeroespacial. DeLaurentis y Mavris (2000) definen la incertidumbre como "la imposibilidad de acceder al conocimiento completo (ya sea por la información o por el contexto) que causa que las predicciones basadas en modelos difieran de la realidad en la forma que se describe por medio de algunas funciones de distribución". Usando una analogía con el problema de sistemas de control, la incertidumbre en la síntesis y diseño de vehículos aeroespaciales se clasifica en entrada, parámetro modelo, medida y operacional-medioambiental. Esta clasificación se recoge en fig. 2.7.

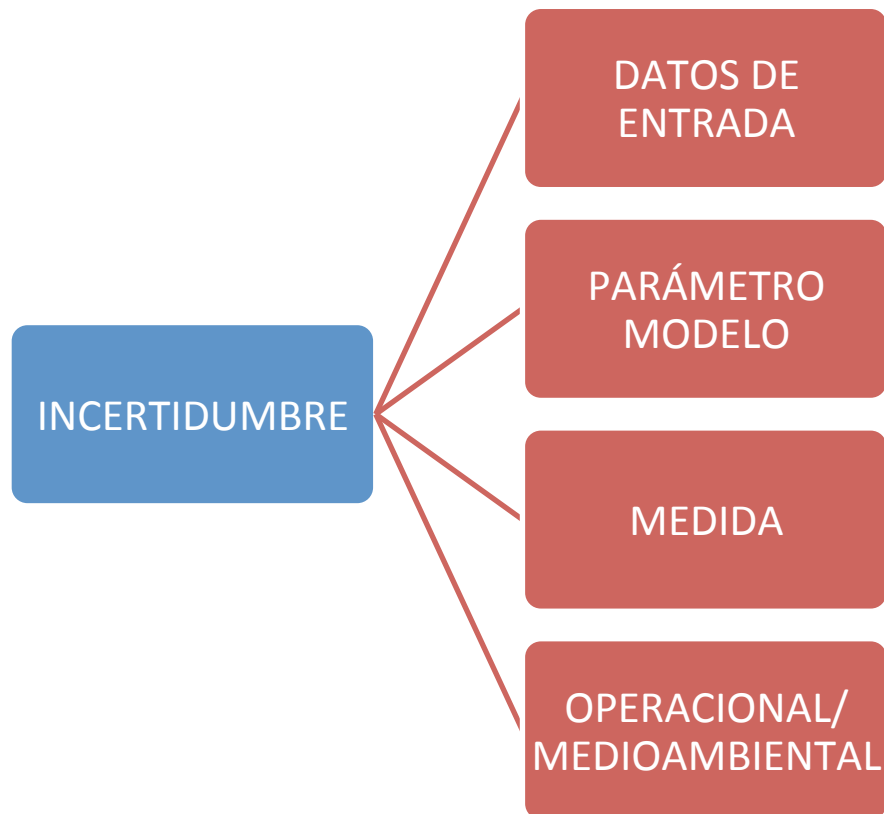


Figura 2.7. Clasificación de las incertidumbres en la síntesis y diseño de vehículos aeroespaciales [DeLaurentis & Mavris, 2000].

La incertidumbre de entrada surge cuando los requisitos que definen un problema de diseño son imprecisos, ambiguos o no están definidos. La



incertidumbre del parámetro modelo se refiere al error presente en todo modelo matemático que alcanza a representar un sistema físico. La incertidumbre de medida se da cuando la respuesta objeto de interés no es directamente calculable a partir de un modelo matemático.

Por último, la incertidumbre operacional-medioambiental se debe a perturbaciones externas desconocidas o incontrolables.

2.1.3. Tipos de incertidumbres

Las distintas clasificaciones que se describen dan tanto clasificaciones comunes y distintas como definiciones de incertidumbre. Desgraciadamente, ninguna de las clasificaciones anteriores parece de aplicación exacta al diseño de sistemas multidisciplinares complejos. Pese a la clasificación que se da en los campos del modelado computacional y de la ingeniería aeroespacial son exhaustivos, (por ejemplo [Oberkampf et al., 1999; Oberkampf, Helton, & Sentz, 2001; DeLaurentis & Mavris, 2000; Walton, 2002]), todavía faltan tipos de incertidumbre importantes. La definición y clasificación de incertidumbre de varios campos que se abordan en la primera mitad del capítulo motivan una nueva clasificación para el diseño de sistemas complejos: ambigüedad, epistémico, aleatorio e interacción. Esta nueva clasificación se recoge en fig. 2.8.

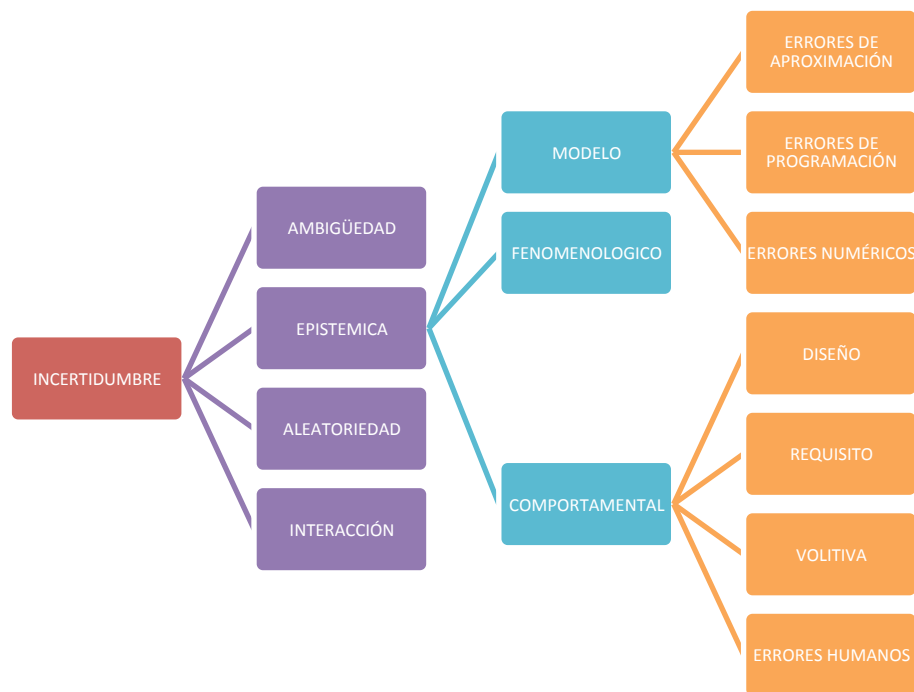


Figura 2.8. Clasificación de incertidumbres para el diseño de sistemas complejos.

Esta clasificación hace hincapié en que la incertidumbre es el estado del no saber. Formalmente se define la incertidumbre como la diferencia entre un valor anticipado o predicho (comportamiento) y un futuro valor real (comportamiento). A continuación se da una definición para cada tipo de incertidumbre.



2.1.3.1. Epistémica

La incertidumbre epistémica es cualquier falta de conocimiento o información en cualquier fase o actividad del proceso de modelado. Esta definición resalta como rasgo clave que la causa fundamental es la información incompleta o el conocimiento incompleto de alguna característica del sistema o del entorno.

La incertidumbre epistémica también va ligada a las siguientes denominaciones: incertidumbre reducible, incertidumbre subjetiva, incertidumbre de modelo, estado de conocimiento, incertidumbre tipo B y "de dicto" [Oberkampf, Helton, & Sentz, 2001; Bedford & Cooke, 2001; Hacking, 1984]. La incertidumbre epistémica puede ser clasificada en incertidumbre de modelo, fenomenológica y comportamental.

2.1.3.1.1. Incertidumbre de Modelo

La incertidumbre de modelo es la exactitud con que un modelo matemático describe un sistema físico objeto de interés. La incertidumbre de modelo, también conocida como *model form*, estructural o de predicción-error, es una forma de incertidumbre epistémica. Es decir, la incertidumbre de modelo se debe con frecuencia a la falta de conocimiento. La incertidumbre de modelo se asocia con el uso de una o más relaciones simplificadas entre variables básicas utilizadas para representar una relación o fenómeno "real" objeto de interés. Todos los modelos son, inevitablemente, simplificaciones de la realidad lo que nos lleva a conclusiones inquietantes: todo modelo es falso, al menos en parte. Sin embargo, algunos modelos son mejores que otros. La incertidumbre de modelo surge de errores de aproximación, numéricos y de programación.

Errores de aproximación

Para procesos físicos que se comprenden relativamente bien, las deficiencias en ciertos modelos suelen recibir el nombre de errores de aproximación más que incertidumbre de error. Por ejemplo, para el modelado del volumen específico de un gas se pueden clasificar cuatro modelos en términos de exactitud creciente (incertidumbre de modelo decreciente) como son: ley de gas ideal, ecuación de van der Waals, ecuación de Beattie-Bridgeman y ecuación de Benedict-Webb-Rubin (BWR). La ley de gas ideal no tiene en cuenta las fuerzas intermoleculares entre moléculas y usa sólo una constante.



La ecuación de van der Waals usa dos constantes para permitir los efectos de interacción y de volumen. La ecuación de Beattie-Bridgeman usa cinco constantes y es precisa en rango mucho más amplio. La ecuación BWR usa ocho constantes y es incluso más versátil. En general, se trata de una forma adecuada de clasificar, pero en lo que se refiere a gases por separado no hay garantía de que ningún modelo sea más preciso que otro, porque incluso la ley de gas ideal puede resultar precisa en condiciones concretas como baja presión y temperatura alta.

Errores numéricos y de programación

La incertidumbre de modelo también incluye el error numérico y de programación. El error numérico surge por el carácter finito de la precisión aritmética a la hora de programar. El error aparece durante el desarrollo del modelo debido a errores o confusiones del programador.

2.1.3.1.2. Incertidumbre Fenomenológica

La incertidumbre fenomenológica se atiene a la definición de incertidumbre fundamental que se propuso anteriormente en este capítulo para el campo de la economía. La incertidumbre fenomenológica surge siempre que la técnica de diseño o la forma de desarrollo genere incertidumbre sobre cualquier aspecto del posible comportamiento de un sistema en desarrollo, ejecución o en condiciones extremas. Puede que se desconozca alguna información importante, incluso algún principio, en el momento de tomar una decisión en el proceso de diseño. La incertidumbre fenomenológica es particularmente importante para proyectos nuevos o aquellos que intenten ampliar el estado actual de la ciencia. Con frecuencia, estos proyectos fracasan por fenómenos aparentemente inimaginables (el llamado "desconocimiento de lo desconocido").

2.1.3.1.3. Incertidumbre Comportamental

La incertidumbre del comportamiento es incertidumbre respecto a cómo actúan los individuos y las organizaciones. La incertidumbre comportamental surge de cuatro conceptos: incertidumbre en el diseño, incertidumbre de requisitos, incertidumbre volitiva y errores humanos.

Diseño

La incertidumbre en el diseño es la elección entre un grupo de alternativas sobre las que un individuo o grupo de individuos ejercen control directo pero sobre las cuales no se ha tomado aún una decisión. Un ejemplo sería la



posibilidad de elegir que tiene un ingeniero a la hora de seleccionar un componente determinado de entre un conjunto de posibles componentes. La incertidumbre en el diseño se elimina cuando un sistema está cerrado por haberse tomado todas las decisiones.

Requisito

La incertidumbre de requisitos incluye parámetros de interés para el protagonista del asunto o determinados por él, con independencia del ingeniero o diseñador. Un ejemplo sería la órbita de un satélite que determina el cliente de forma explícita. La cuestión de si una variable incierta es un diseño o un requisito depende del contexto y de la intención del modelo que se esté usando y de quién sea el que toma la decisión. Por ejemplo, el protagonista del asunto puede establecer requisitos de órbita para una nave espacial pero dejar el diseño de inserción de órbita al diseñador de la misión, haciendo del cambio de velocidad de la nave una variable de diseño. Sin embargo, el cambio de velocidad de la nave seguramente generaría un requisito para el sistema de propulsión.

Volitiva

La incertidumbre volitiva es aquella por la cual el sujeto decide por sí mismo/misma [Bedford & Cooke, 2001]. Las futuras acciones y conductas de otra gente no son totalmente predecibles, sobre todo en el trato con otras organizaciones. A muchas organizaciones se les pide que diseñen y desarrollen sistemas multidisciplinares complejos. La organización principal emplea a contratistas y/o consultores para que contribuyan al desarrollo. Estos contratistas y consultores pueden aportar grupos completos, componentes, análisis y/o trabajo. Las provisiones para productos y recursos que aporten los contratistas/consultores están muchas veces infravaloradas (algunas veces expresamente) para la organización líder y originan problemas en cuestiones de gestión y de ingeniería potencialmente importantes. Aunque un individuo u organización no pueda cuantificar su propia incertidumbre volitiva, un individuo u organización podría hacerlo para otra distinta.

Errores humanos

Los errores humanos tienen lugar durante el desarrollo de un sistema o proyecto debido a confusiones o errores cometidos por uno o varios individuos



2.1.3.2. Aleatoriedad

La incertidumbre aleatoria es la variación inherente asociada al sistema físico o al entorno objeto de consideración. La incertidumbre aleatoria recibe varios nombres: variabilidad, incertidumbre irreductible, incertidumbre inherente, incertidumbre estocástica, incertidumbre intrínseca, incertidumbre subyacente, incertidumbre física, incertidumbre probabilística, ruido, riesgo, incertidumbre tipo A, variaciones incontroladas, etc [Oberkampf, Helton, & Sentz, 2001; Otto & Antonsson, 1994; Bedford & Cooke, 2001; Luce & Raiffa, 1957; Hacking, 1984]. La incertidumbre aleatoria puede aislarse normalmente de otras incertidumbres por su representación como cantidades distribuidas que pueden asumir valores en un rango establecido o conocido, pero para la cual el valor exacto varía al azar de una unidad a otra o de una vez para otra. La representación matemática que se usa con mayor frecuencia para la incertidumbre aleatoria es la distribución de probabilidades. [Oberkampf et al., 1999].

Existe un gran desacuerdo en la distinción entre incertidumbre aleatoria y epistémica. Se ha argumentado que toda incertidumbre es epistémica, que la incertidumbre aleatoria, representada por distribuciones, se usa simplemente por nuestra falta de conocimiento o comprensión del proceso subyacente fundamental o porque elegimos no aprender sobre este proceso. Por ejemplo, considere la acción de lanzar al aire una moneda. Esta actividad se representa con la distribución binomial discreta de Bernoulli: o bien sale cara (1, verdadero, sí, etc.), o bien sale cruz (0, falso, no, etc.). Sin embargo, lanzar una moneda no es realmente una actividad aleatoria.

En teoría, se podría crear un modelo sofisticado, basado en qué cara de la moneda sale en primer lugar, la fuerza y el ángulo del lanzamiento, la resistencia del viento, la gravedad, etc, para determinar con precisión si sale cara o cruz. Pero este sofisticado modelo se vería influido seguramente por pequeñísimas diferencias en las condiciones iniciales: la incertidumbre residual de la moneda sería entonces epistémica. Del mismo modo, una cantidad puede ser legítimamente aleatoria para una persona y, sin embargo, ser determinista para otra que conoce y comprende el modelo subyacente en el proceso. Por ejemplo, un número aleatorio generado por un ordenador resulta de hecho aleatorio para la gran mayoría de la gente, pero absolutamente predecible para aquellos que conocen el algoritmo usado para generar el valor.

Dependiendo del modelo usado y de la criticidad de la variable, puede que no valga la pena desarrollar modelos sofisticados como el modelo de lanzamiento de moneda descrito, sino representar esa variable como una incertidumbre aleatoria con una distribución probabilística específica.

2.1.3.3. Ambigüedad

Debido a la poca precisión que se necesita para la comunicación cotidiana, los individuos suelen habituarse a usar términos y expresiones imprecisas. Cuando se usa con otras personas que no están familiarizadas con los significados intencionales o en un ámbito en el que la exactitud es importante, esta imprecisión puede crear ambigüedad. La ambigüedad también se ha llamado imprecisión, imprecisión de diseño, imprecisión lingüística y vaguedad [Antonsson & Otto, 1995; Morgan & Henrion, 1990; Klir & Folger, 1988]. Aunque se pueda reducir con convenciones lingüísticas y definiciones cuidadosas, la ambigüedad sigue siendo un aspecto inevitable del discurso humano. La ambigüedad de una cantidad o parámetro se caracteriza por nuestra incapacidad para medirla. Se ha propuesto una prueba de clarificación como medio para ajustar la noción de correcta especificidad [Howard & Matheson, 1984].

Imagine a un adivino que lo supiera todo sobre el universo, pasado, presente y futuro. Con la descripción de un acontecimiento o cantidad, ¿podría el adivino decir sin ambigüedades si el acontecimiento va a ocurrir (o ha ocurrido)? ¿Podría dar el adivino el valor numérico exacto de la cantidad? De ser así, la descripción del acontecimiento o cantidad está bien especificada. Una frase como "el motor del cohete es pesado" no pasaría la prueba de clarificación.

Sin embargo, "el Aerojet modelo #MR-111C pesa 331,1 gramos" pasaría la prueba de clarificación. Existe cierto debate sobre si la ambigüedad es una forma de incertidumbre [Bedford & Cooke, 2001]. Pese a que en teoría es posible reducir cualquier ambigüedad a cualquier nivel que se desee, esto no se suele hacer por el esfuerzo que supone. La lógica difusa se ha usado como método formal para representar la ambigüedad [Zadeh, 1984].

2.1.3.4. Interacción

La incertidumbre de interacción surge de la interacción inesperada de muchos acontecimientos y/o disciplinas, cada uno de los cuales, en principio, podría ser o debería haber sido predecible. La incertidumbre de interacción puede también surgir por el desacuerdo entre expertos informados sobre una incertidumbre dada (como un diseño o un requisito), cuando sólo son posibles previsiones subjetivas o cuando se descubren nuevos datos que pueden actualizar las previsiones.



2.2. Teoría de incertidumbres.

2.2.1. Conceptos preliminares

El concepto de incertidumbre ha evolucionado en profundidad en los últimos años. La definición actual del concepto no es, sin embargo, entendida ni aplicada aún por todos los que estiman o utilizan las incertidumbres. Esto explica, en gran medida, las dificultades o diferencias importantes que se observan en las prácticas actuales.

La incertidumbre cuantifica la naturaleza aleatoria de los valores atribuidos al mesurando o a la característica ensayada. Por tanto, la dispersión de los valores que pueden ser razonablemente atribuidos al mesurando, se cuantifica mediante la incertidumbre.

El objetivo de una medición es conocer el valor de una magnitud (mensurando). Sin embargo, debido a las imperfecciones existentes siempre, tanto en el procedimiento de medida como en el instrumento utilizado, nunca es posible conocer el valor exacto de la magnitud, sino sólo una estimación del mismo. Por ello, toda medida lleva asociada una estimación de su resultado y una incertidumbre. Esto se puede expresar a partir de la siguiente relación:

Ecuación 2-1

$$y - U \leq Y \leq y + U$$

donde “Y” representa el valor verdadero de una magnitud (mensurando), “y” la estimación del resultado de la medida y “U” la incertidumbre de la misma.

Es decir, la incertidumbre establece un intervalo de confianza alrededor de la estimación de la magnitud, de modo que existe una cierta probabilidad de encontrar el verdadero valor de la magnitud dentro de ese intervalo [Guide, 1995].



2.2.2. Tipos de incertidumbre

Se denomina incertidumbre típica a la desviación típica de la estimación del resultado de una medida, representándose por “ $u(y)$ ”. Normalmente la magnitud buscada en una medida no se obtiene de forma directa, sino que se deriva a partir de un procedimiento de medida en el que se miden diversas magnitudes primarias o de entrada. Dicho procedimiento de medida establece una relación funcional entre el resultado de la medida “ Y ” y las magnitudes primarias “ X_i ” de la siguiente forma:

Ecuación 2-2

$$Y = f(X_1, X_2, \dots, X_M)$$

Cada una de las magnitudes primarias “ X_i ” requerirá de una estimación “ x_i ” y de una incertidumbre típica “ $u(x_i)$ ”. Estas incertidumbres típicas se combinarán entre sí para formar la incertidumbre típica combinada de la magnitud “ y ”, designada como “ $u_c(y)$ ”. Finalmente, a partir de ésta se obtendrá la incertidumbre expandida “ U ” que representa el intervalo de confianza dentro del que se encuentra el valor verdadero de la magnitud con una cierta probabilidad.

En las secciones siguientes se mostrarán los procedimientos para calcular cada una de estas incertidumbres, así como para determinar las estimaciones de las magnitudes primarias y del resultado de la medida.

2.2.3. Evaluación de la incertidumbre típica

La determinación del valor verdadero de una magnitud se reduce a un problema estadístico, en el que dicho valor verdadero representa una variable aleatoria con una cierta distribución. Cuando se realiza una medida lo único que se puede conocer es una estimación de la variable con una cierta incertidumbre.



2.2.3.1. Estimación de una magnitud

Las magnitudes primarias o de entrada “ X_i ” que aparecen en la ecuación 2-2 son, en general de dos tipos:

- Magnitudes determinadas experimentalmente a través de una serie de medidas.
- Magnitudes cuyos valores e incertidumbres se introducen en la medición, procedentes de fuentes externas, tales como magnitudes asociadas a patrones, a materiales de referencia certificados y a valores de referencia tomados de publicaciones.

Los tipos de magnitudes anteriores requieren determinar tanto su estimación “ x_i ” como su incertidumbre típica “ $u(x_i)$ ”.

En el caso de magnitudes determinadas experimentalmente su mejor estimación es la media muestral, esto es, $x_i = \bar{X}_i$. En el caso de las magnitudes procedentes de fuentes externas, su estimación es el propio valor.

Una vez explicado el cálculo de las estimaciones, se muestra seguidamente cómo calcular la incertidumbre típica. Dicha incertidumbre no es sino la desviación típica de la estimación.

Existen dos procedimientos para evaluarla, el tipo A y el tipo B.

La evaluación tipo A de la incertidumbre se basa en procedimientos estadísticos, siendo precisa la obtención de una muestra de la magnitud.

Por el contrario, la evaluación tipo B se basa en el conocimiento adquirido por la experiencia, información de referencias, catálogos, certificados, etc. En resumen, procedimientos no estadísticos, aunque lo que determinan sí es un valor estadístico.

2.2.3.2. Evaluación Tipo A

La mejor estimación “ x_i ”, de una magnitud “ X_i ”, de la que se ha obtenido una muestra de tamaño N es la media muestral, es decir:

Ecuación 2-3

$$\bar{x}_i = \frac{1}{N} \sum_{k=1}^N X_{i,k}$$

La varianza experimental de la muestra, que estima la varianza de la población viene dada por:

Ecuación 2-4

$$s^2(X_i) = \frac{1}{N-1} \sum_{k=1}^N (X_{i,k} - \bar{X}_i)^2$$

La mejor estimación de la varianza de la media viene dada por la varianza experimental de la media:

Ecuación 2-5

$$s^2(\bar{X}_i) = \frac{s^2(X_i)}{N}$$

La desviación típica experimental de la media, igual a la raíz cuadrada de la varianza experimental de la media, cuantifica la bondad de la estimación “ x_i ” y se denomina incertidumbre típica. Así pues, para una magnitud de entrada “ X_i ” determinada a partir de N observaciones independientes $[X_{i,k}]$ la incertidumbre típica de su estimación, $\bar{x}_i = X_i$, es $u(x_i) = s(\bar{X}_i)$

En ocasiones, es posible disponer de una estimación de la varianza de una magnitud (población) procedente de un histórico de datos, o de información del fabricante. En ese caso, es preferible utilizar esta información para determinar la incertidumbre típica, que la ecuación 2-5. Así, denominando s_p^2 a la estimación de la varianza, se tendrá que la mejor estimación de la varianza de la media es s_p^2 / N y que la incertidumbre típica de la media es $u(x_i) = s_p / \sqrt{N}$.



2.2.3.3. Evaluación Tipo B

Para la estimación x_i de una magnitud de entrada X_i que no ha sido obtenida a partir de observaciones repetidas, la varianza estimada asociada o la incertidumbre típica se establecen mediante la decisión científica basada en toda la información disponible acerca de la variabilidad posible de X_i .

El conjunto de la información puede comprender:

- Resultados de medidas anteriores.
- La experiencia o el conocimiento general del comportamiento y propiedades de los materiales y los instrumentos utilizados.
- Las especificaciones del fabricante.
- Los datos suministrados por certificados de calibración u otros certificados.
- La incertidumbre asignada a valores de referencia procedentes de libros y manuales.

Puesto que la evaluación Tipo B requiere la consulta de fuentes, catálogos, etc, se muestran seguidamente las formas más habituales de presentar la incertidumbre típica de una magnitud:

- Como un múltiplo de la desviación típica. En este caso la incertidumbre típica es simplemente el valor de incertidumbre dado dividido por el factor que multiplica a la desviación típica.
- Como un intervalo de confianza, correspondiente a un cierto nivel. Salvo que se diga lo contrario, se supondrá que la distribución es normal, por lo que para obtener la incertidumbre típica bastará dividir el intervalo por el factor adecuado.
- Muy frecuentemente sólo se conocen los límites superior e inferior para situar el valor de la magnitud. Es decir, la probabilidad de que el valor de la magnitud esté situado en el intervalo $[a_1, a_2]$ es, a efectos prácticos, de uno, y de que esté fuera de él de cero. Además, puede suponerse que la magnitud se distribuye de forma equiprobable dentro del citado intervalo. Todo ello conduce, por tanto, a imponer una distribución rectangular, de modo que la estimación de X_i es el valor medio del intervalo, es decir $x_i = (a_1 + a_2) / 2$ y la varianza asociada a dicha estimación es:



Ecuación 2-6

$$u^2(x_i) = \frac{(a_2 - a_1)^2}{12}$$

Esta situación se suele presentar cuando se dan datos acerca de la resolución de los equipos de medida.

- Cuando no se conoce nada sobre la incertidumbre de alguna magnitud que no se determina experimentalmente, sino que se toma de algún manual se puede estimar su incertidumbre a partir de la unidad de la última cifra significativa, aplicando la distribución rectangular.



2.2.4. Incertidumbre típica combinada

2.2.4.1. Magnitudes de entrada no correlacionadas

Asumiendo que las magnitudes de entrada son independientes (no están correlacionadas) la incertidumbre típica combinada $u_c(y)$ es la raíz cuadrada de la varianza combinada $u_c^2(y)$, dada por la ecuación 2-7:

Ecuación 2-7

$$u_c^2(y) = \sum_{i=1}^M \left[\frac{\partial f}{\partial x_i} \right]^2 u^2(x_i)$$

Se puede observar que las derivadas parciales se indican con respecto a las estimaciones, con eso se quiere indicar que la derivada parcial con respecto a cada magnitud de entrada se evaluará en las estimaciones de dicha magnitud (medias muestrales). A menudo se denominan estas derivadas parciales coeficientes de sensibilidad c_i .

2.2.4.2. Magnitudes de entrada correlacionadas

Cuando las magnitudes de entrada están correlacionadas, la expresión conveniente para la varianza combinada $u_c^2(y)$ asociada al resultado de medida es:

Ecuación 2-8

$$u_c^2(y) = \sum_{i=1}^M \sum_{j=1}^N \frac{\partial f}{\partial x_i} \left[\frac{\partial f}{\partial x_j} \right] u(x_i, x_j)$$

donde x_i y x_j son las estimaciones de X_i y X_j , y $u(x_i, x_j) = u(x_j, x_i)$ es la covarianza asociada a x_i y x_j .

Puede existir correlación significativa entre dos magnitudes de entrada si se utiliza para su determinación el mismo instrumento de medida, el mismo patrón o el mismo dato de referencia, con incertidumbres típicas significativas.

Las correlaciones entre magnitudes de entrada no pueden ignorarse siempre que existan y sean significativas. Las covarianzas asociadas deben evaluarse



experimentalmente, si ello es posible, haciendo variar las magnitudes de entrada correlacionadas o utilizando el conjunto de informaciones disponibles acerca de la variabilidad correlacionada de las magnitudes en cuestión (evaluación de Tipo B de la covarianza).

En numerosos casos, los efectos de estas magnitudes de influencia presentan una interdependencia despreciable, y las magnitudes de entrada afectadas pueden suponerse despreciables.

También se pueden evitar correlaciones introduciendo las magnitudes de entrada independientes adicionales.

2.2.5. Incertidumbre expandida

Para que la incertidumbre adquiriera una interpretación más clara, es conveniente expresarla en forma de intervalo. Es decir, retomando lo visto en la introducción, se busca una relación:

Ecuación 2-9

$$Y = y \pm U$$

El semiintervalo U se denomina incertidumbre expandida y se obtiene aplicando un factor de cobertura k a la incertidumbre típica combinada. Es decir:

Ecuación 2-10

$$U = k u_c(y)$$

La idea de la incertidumbre expandida radica en los intervalos de confianza, aunque estadísticamente no es correcto hablar así, pues en el caso de la incertidumbre pueden intervenir varias variables con diferentes distribuciones cada una de ellas (básicamente normales y rectangulares). Si no existiese ese problema se podría identificar unívocamente el factor de cobertura con un cierto nivel de confianza.

Para simplificar el problema, el factor de cobertura se suele tomar entre 2 y 3, asumiendo que el 2 se identifica aproximadamente con un nivel de confianza del 95% y el de 3 con uno del 99%.



2.3. MÉTODO DE LOS ELEMENTOS FINITOS (M.E.F.)

2.3.1. Evolución histórica

Los métodos de elementos finitos constituyen hoy en día el procedimiento habitual de cálculo en Mecánica Estructural y Mecánica de Sólidos en general.

Su uso está también muy extendido en la resolución de problemas de Transferencia de Calor y empieza a cobrar importancia en otras áreas, como la Mecánica de Fluidos o el Electromagnetismo.

El conocimiento de estas técnicas numéricas resulta actualmente casi imprescindible para aquellos que se desenvuelven en el ámbito de la Ingeniería Civil y la Ingeniería Mecánica, ya que la mayor parte de los análisis de tensiones que se llevan a cabo en la industria están basados en ellas.

A pesar de su gran difusión actual, los procedimientos de elementos finitos tal y como son entendidos hoy en día son relativamente modernos. Su nacimiento y desarrollo es una consecuencia de la disponibilidad de herramientas electrónicas de cálculo cada vez más potentes. Se puede decir, por tanto, que estas técnicas son un resultado más de la revolución informática de finales del siglo XX.

La reseña histórica del método de los elementos finitos (MEF) se inicia en la década de los cincuenta, cuando el recién nacido ordenador digital hacía por fin posible el cálculo automático de estructuras de barras sin recurrir a tediosos procedimientos, como el de Cross o el de Kani. Se concibió entonces una nueva técnica de cálculo, inabordable sin la ayuda del ordenador, que fue bautizada con el nombre de “cálculo matricial de estructuras” en reconocimiento del papel que desempeña el álgebra matricial en su formalismo matemático. El cálculo matricial de estructuras se basa en la idea de dividir la estructura en barras, dentro de las cuales se conoce la solución exacta en función de ciertos coeficientes que se hacen coincidir con los movimientos de los nodos extremos. Dichos coeficientes se obtienen planteando el equilibrio de todos los nodos de la estructura y resolviendo el sistema de ecuaciones que resulta. De esta manera, conocidos los coeficientes o movimientos nodales, se desciende de nuevo al nivel local de cada barra y se obtiene la solución de esfuerzos y movimientos en el conjunto de la estructura por agregación de soluciones locales.



El MEF nació como una generalización de esta idea básica del cálculo matricial. Alguien que trabajaba con sistemas estructurales complejos, que no se idealizaban bien mediante entramados de barras, pensó que podía dividir su estructura en zonas o “elementos” más complejos que una simple barra. Estos elementos estarían conectados entre sí también en nodos pero, a diferencia con el cálculo matricial, dentro de ellos solo conocía la solución de manera aproximada en función de los movimientos nodales. Al igual que en el cálculo matricial, a partir de las soluciones locales se podía plantear el equilibrio de los nodos y obtener los movimientos nodales resolviendo un sistema de ecuaciones. Estos movimientos nodales definían la solución dentro de cada uno de los “elementos” en que se había dividido la estructura y, por agregación, la solución en toda ella. Lo que ocurría es que, ahora, esta solución no era la exacta, sino una aproximación.

La partida de nacimiento del MEF, en la que se publica por primera vez la idea anterior, esta fechada en 1956. Se trata de un artículo histórico aparecido en una revista relacionada con la industria aeronáutica. Así pues, el MEF nació en el ámbito del cálculo de estructuras y esto ha impregnado toda la terminología asociada al mismo. En un principio se presentó como un procedimiento de cálculo más, entre los muchos desarrollados por ingenieros ocupados en resolver problemas prácticos. Sin embargo, durante los años sesenta los investigadores descubrieron que la esencia de lo que había sido una mera generalización del cálculo matricial podía utilizarse, no sólo para resolver problemas de cálculo de estructuras, sino también problemas de campo en general, tales como problemas de elasticidad o de conducción de calor.

La idea básica seguía siendo la misma: la división del dominio de cálculo en pequeños subdominios y la aproximación en ellos de la variable de campo en función de su valor en puntos privilegiados llamados nodos. Aparecía así el MEF moderno.

Por otro lado, tras el éxito en las primeras aplicaciones, se comprobó que a pesar de haber sido desarrollado con mentalidad práctica (ingenieril), el método tenía hondas raíces matemáticas, en la línea del procedimiento de Ritz para obtener soluciones aproximadas de ecuaciones diferenciales o dentro de los llamados métodos de residuos ponderados.

En su aplicación a la elasticidad, el método podía interpretarse también como una forma aproximada de resolver las condiciones de equilibrio derivadas del clásico principio de los trabajos virtuales.



Esta generalidad empezó a atraer el interés de los matemáticos, los cuales contribuyeron decisivamente a explicar con rigor las bases del MEF. Sin embargo, debe hacerse notar que la contribución de los matemáticos al MEF ha ido siempre muy por detrás de las aplicaciones prácticas. El MEF nació como una herramienta ingenieril y sus líneas básicas de desarrollo han estado siempre muy vinculadas a la presión de la industria por resolver problemas.

En muchas etapas de su evolución se ha concebido y aplicado con éxito una determinada técnica numérica antes de encontrar su justificación matemática rigurosa. De hecho, es sintomático que el primer libro importante en que se analiza el MEF desde el punto de vista matemático se publicara en 1973, cuando el método llevaba al menos quince años empleándose en la industria y había alcanzado una gran madurez en su aplicación a problemas lineales.

El MEF alcanza su mayoría de edad hacia finales de los sesenta, con la aparición de los primeros programas comerciales. En ese momento entra en franca competencia con el único método de cálculo numérico disponible hasta entonces para problemas de campo: el método de diferencias finitas. En el ámbito del análisis de tensiones en sólidos, el MEF se impuso rápidamente, ya que esta libre de las restricciones de tipo geométrico que dificultan el uso de los procedimientos clásicos de diferencias finitas en este campo. Al final de la década de los sesenta el MEF había demostrado ya su potencia y su versatilidad, pero su empleo estaba todavía muy restringido dentro de la industria aeroespacial y de defensa, debido al altísimo precio de los ordenadores de entonces.

Empiezan a aparecer en aquel momento los llamados “centros de cálculo”, compañías que vendían tiempo de ordenador a usuarios que carecían de los “grandes” ordenadores necesarios para resolver problemas industriales. Los centros de cálculo se organizaban alrededor de un ordenador en el que se encontraban instalados, entre otros, los programas de elementos finitos. Los ingenieros del centro proporcionaban al usuario la documentación necesaria para preparar la entrada de datos a los programas e interpretar los resultados que se producían. El usuario preparaba sus datos y los remitía al centro de cálculo, inicialmente mediante paquetes de tarjetas perforadas y, más tarde, mediante ficheros que se enviaban a través de una línea telefónica. Los datos se procesaban en el ordenador del centro de cálculo y los resultados le llegaban al usuario al cabo de unos días, normalmente en forma de tremendos listados de números que tardaban también varios días en ser comprobados e interpretados.

Los centros de cálculo tuvieron su auge en la década de los setenta.



Contribuyeron de manera muy importante a la popularización del MEF en industrias como la del automóvil, la nuclear y la de grandes obras civiles. Por otro lado, los centros de cálculo universitarios pusieron la infraestructura necesaria para el enorme esfuerzo investigador que se llevó a cabo en esta década. Si los años sesenta fueron la época de los pioneros, los años setenta son los de los grandes desarrollos del MEF, tanto en tecnología de elementos como en procedimientos de cálculo y aumento de prestaciones. El número de publicaciones sobre el método creció exponencialmente y el MEF se aplicó progresivamente a problemas cada vez más complejos, como el cálculo de transitorios o el estudio de respuestas no lineales. Puede decirse que al final de la década el desarrollo de las técnicas numéricas casi se pone por delante de la potencia de cálculo que son capaces de proporcionar los ordenadores.

Los centros de cálculo inician su declive con la aparición de los llamados miniordenadores, a principios de los ochenta. Los avances tecnológicos permitieron poner en el mercado máquinas comparables a aquellas de las que disponían los centros de cálculo, pero a precios mucho más bajos y con unos costes de mantenimiento y explotación muy inferiores.

El avance se hizo vertiginoso hacia el final de la década, con la aparición de las primeras "estaciones de trabajo", ordenadores pensados para un solo usuario, con una potencia de cálculo nada despreciable, dotadas de capacidades gráficas y con un precio pequeño. Como consecuencia, los ordenadores se trasladan desde los centros de cálculo a las oficinas de los ingenieros y estos ganan autonomía para usar el MEF y experimentar con él.

Durante la década de los ochenta el desarrollo de las técnicas de elementos finitos no fue tan espectacular como en los setenta, aunque se empezó a alcanzar un cierto grado de madurez. El esfuerzo investigador puntero se concentró más en estos años en aplicaciones dentro del ámbito no lineal, las cuales podían empezar a ser utilizadas de manera rutinaria gracias a los avances en la potencia de cálculo. Donde sí hubo un avance importante fue en la popularización del MEF y en su facilidad de uso, tanto por el abaratamiento espectacular de los ordenadores, como por las capacidades gráficas que proporcionaban. En la década de los ochenta empiezan a comercializarse pre y post-procesadores gráficos para los cálculos de elementos finitos, siendo éste un paso muy importante de cara a poder abordar de manera rutinaria y con un mínimo de garantía cálculos tridimensionales con geometrías complejas, como las que aparecen en el diseño mecánico.

La década de los noventa se caracterizó por un abaratamiento de los ordenadores impensable hace solo unos años. Desde el punto de vista de lo



que hace falta para el cálculo por elementos finitos, puede decirse que hoy en día resulta normalmente más caro el programa de cálculo que el ordenador que se necesita para ejecutarlo. Todo lo contrario de lo que sucedía en la década de los ochenta, cuando el vendedor de ordenadores (el "hardware") prácticamente regalaba los programas (el "software") al hacer una venta.

Además, con mucho, los mayores gastos asociados a un análisis por elementos finitos no son ya los correspondientes al análisis mismo (amortización del ordenador y licencia de uso del programa) sino los de preparación del modelo e interpretación de resultados.

El abaratamiento de ordenadores y programas ha contribuido a que la difusión de las herramientas de elementos finitos sea tremenda. Cualquier oficina técnica, por pequeña que sea, las tiene a su alcance. Hay que decir a este respecto que la difusión de las herramientas no siempre se corresponde con la adecuada formación para su uso. Hoy en día resulta relativamente frecuente que se lleven a cabo cálculos por personal que desconoce casi absolutamente los fundamentos del MEF y sus limitaciones y que, por tanto, es incapaz de evaluar la bondad de los resultados que está obteniendo.

Otro aspecto importante del momento actual es la integración del cálculo por elementos finitos con otras ramas de lo que se ha dado en llamar Ingeniería Asistida por Ordenador ("Computer Aided Engineering" - CAE). En la actualidad es normal la integración del cálculo por elementos finitos ("Finite Element Analysis" - FEA) y el diseño asistido por ordenador ("Computer Aided Design" - CAD), con el objetivo, siempre, de reducir los tiempos de proyecto o de puesta de producto en el mercado.

Las técnicas de cálculo no lineal han alcanzado una madurez suficiente como para poder ser empleadas por la industria de forma rutinaria. No tienen aún la difusión alcanzada por los métodos de cálculo lineal y requieren de ordenadores más potentes, pero se emplean ya ampliamente en campos tales como el estudio de la resistencia a impacto de vehículos ("crashworthiness"), el diseño de procesos de conformado de piezas metálicas (forja, estampación, extrusión, laminación) y el proyecto de componentes elastoméricos.

El objetivo es también el mismo, reducir al máximo el número de pruebas con prototipos reales para acortar los plazos de diseño o de puesta en el mercado.

Actualmente no se está viviendo una época de grandes avances en cuanto a las técnicas de cálculo por el método de los elementos finitos. Se sigue investigando, pero el MEF ha alcanzado ya un grado de madurez que no se presta a progresos espectaculares como los vividos en las décadas anteriores.



Son cuatro las líneas de investigación a lo largo de las cuales se está desarrollando el MEF en la actualidad:

- Adaptación de algoritmos de cálculo a las nuevas arquitecturas de ordenadores, con objeto de aumentar la velocidad de cálculo y, por tanto, el tamaño máximo de los problemas abordables.
- Desarrollo de medidas de error, mallados autoadaptativos y elementos de altas prestaciones, con objeto de aumentar la precisión y fiabilidad de los resultados obtenidos por usuarios inexpertos en entornos de cálculo integrados con el CAD.
- Desarrollo de nuevos elementos y técnicas de solución encaminados a aumentar la eficiencia, robustez y fiabilidad de los cálculos en el ámbito no lineal.
- Modelos numéricos de leyes de comportamiento de materiales, sobre todo para la predicción del fallo y para la representación del comportamiento de nuevos materiales.

Hoy en día la aplicación industrial mayoritaria del MEF es el cálculo de tensiones en sólidos y estructuras. En esta parcela prácticamente no se usa otro procedimiento numérico.

Dentro del cálculo de tensiones hay que distinguir entre dos tipos generales de aplicaciones: el cálculo lineal y el no lineal. La gran mayoría de los usuarios del MEF en la actualidad, en torno al 80%, realiza cálculos lineales. Las técnicas de cálculo lineal están lo suficientemente maduras y probadas como para que puedan emplearse de modo generalizado sin apenas incertidumbres en cuanto a los recursos necesarios para llegar al resultado.

El cálculo lineal de tensiones, tanto estático como dinámico, se utiliza sobre todo en la fase de diseño o de proyecto, donde se busca hacer un uso eficiente del material y, en ocasiones, justificar el cumplimiento de una normativa o código de buena práctica. Su uso está muy difundido en el proyecto de elementos mecánicos y estructuras complejas. También se utiliza mucho en el estudio de vibraciones. Por otro lado, los cálculos lineales por elementos finitos juegan un papel destacado en los procesos de licenciamiento o certificación en la industria nuclear o aeronáutica.

El cálculo y la visualización de los resultados permiten al ingeniero entender mejor el funcionamiento de sus diseños y, en consecuencia, optimizarlos. En



este sentido, el cálculo lineal ha sustituido casi completamente a los ensayos y pruebas de prototipos en que se basaba buena parte del diseño mecánico hace sólo unas décadas. No porque el cálculo sea más barato, que muchas veces no lo es, sino porque es mucho más rápido e interactivo y facilita enormemente la compenetración entre el proyectista y su diseño [Flaherty & Amos, 2000].

2.3.2 Fundamento del Método

Para vencer la infranqueabilidad que supone la solución de problemas continuos reales, ingenieros y matemáticos han ido proporcionando a través de los años diversos métodos de discretización. El método de los elementos finitos crea una analogía entre elementos discretos reales y porciones finitas de un dominio continuo.

El número de interconexiones entre un “elemento finito” cualquiera rodeado por fronteras imaginarias y los elementos vecinos a él es infinito. Es difícil, por consiguiente, ver a primera vista cómo pueden discretizarse problemas de este tipo. Esta dificultad puede superarse (y efectuarse la aproximación) de la siguiente manera:

- a) El continuo se divide, mediante líneas, superficies o volúmenes imaginarios, en un número de “elementos finitos”.
- b) Se supone que los elementos están conectados entre sí mediante un número discreto de puntos, que llamaremos nodos, situados en sus contornos. Los desplazamientos de estos nodos serán las incógnitas fundamentales del problema, tal como ocurre en el análisis simple de estructuras.
- c) Se toma un conjunto de desplazamientos que definan de manera única el campo de desplazamientos dentro de cada “elemento finito” en función de los desplazamientos nodales de dicho elemento.
- d) Estas funciones de desplazamiento definirán entonces de manera única el estado de deformación dentro del elemento en función de los desplazamientos nodales. Estas deformaciones, junto con las deformaciones iniciales y las propiedades constitutivas del material definirán el estado de tensiones en todo el elemento y, por consiguiente, también en sus contornos.
- e) Se determina un sistema de fuerzas concentradas en los nodos, tal que equilibre las tensiones en el contorno y cualesquiera cargas repartidas, resultando así una relación entre fuerzas y desplazamientos.



Indicar que la generalización de las bases del método de los elementos finitos permite su ampliación a problemas continuos donde sea posible la formulación variacional, y lo cierto es que ya se dispone de procedimientos generales para discretizar mediante elementos finitos cualquier problema definido por un sistema de ecuaciones diferenciales adecuadamente constituido [Moaveni, 1999].

2.3.2.1 Definiciones

- **M.E.F.** El método de elementos finitos consiste en la simulación de un sistema físico (con sus geometrías y condiciones de carga) por aproximación matemática de un sistema real. Mediante la división o discretización en bloques simples e interrelaciones (llamados elementos), las incógnitas infinitas de un sistema físico se convierten en un número finito de incógnitas.
- **NODO.** Punto localizado por sus coordenadas en el espacio donde se considera que existen los grados de libertad y las acciones sobre el sistema físico.
- **ELEMENTO.** Representación matemática matricial (denominada matriz de rigidez o de coeficientes) de la interacción entre los grados de libertad de un conjunto de nodos. Los elementos pueden ser lineales, superficiales, volumétricos o puntuales y pueden estar en espacios bidimensionales o tridimensionales.
- **FUNCIÓN DE FORMA** de un elemento es una función matemática que permite que los valores de los grados de libertad de los nodos sean calculados para otros puntos del elemento. Por eso, la función de forma de un elemento nos da la distribución de resultados dentro del elemento. La función de forma representa el comportamiento asumido de un determinado elemento. La exactitud de la solución está estrechamente vinculada con cuánto se asemejen los valores que proporciona la función de forma asumida, con el comportamiento real.



2.3.3 Formulación general del método

Es interesante conocer la formulación general del MEF, para ver qué variables fundamentales entran en juego. Dicha formulación general, se lleva a cabo a continuación (utilizando notación matricial) en los siguientes pasos.

2.3.3.1 Planteamiento de la función de forma N del elemento

Un elemento finito típico se define por sus nodos i, j, k , etc..., y por su contorno. Se toma un conjunto de funciones que definan de manera única el campo de desplazamientos nodales del elemento:

Ecuación 2-17

$$u = (N_i, N_j, \dots) \begin{bmatrix} a_i \\ a_j \\ \cdot \\ \cdot \end{bmatrix} = Na^e$$

donde u son los desplazamientos de cualquier punto del elemento en forma de vector columna; N es la función de forma y sus componentes son en general funciones y a^e es un vector formado por los desplazamientos nodales del elemento considerado.

2.3.3.2 Obtención de deformaciones: matriz L y matriz B

Una vez conocidos los desplazamientos para todos los puntos del elemento, pueden determinarse las deformaciones en cualquier punto. Estas darán siempre por resultado una relación que podrá escribirse como sigue en forma matricial:

Ecuación 2-18

$$\varepsilon = Lu$$



donde L es un operador lineal apropiado. Mediante la ecuación 2-17 la expresión anterior puede expresarse como:

Ecuación 2-19

$$\varepsilon = \left(B_i, B_j, \dots \right) \begin{bmatrix} a_i \\ a_j \\ \cdot \\ \cdot \end{bmatrix} = B * a^e$$

donde $B=L*N$ y ε es el vector de deformaciones en cualquier punto del elemento.

2.3.3.3 Obtención de tensiones: matriz de características mecánicas del material D

En general, existe una relación entre las tensiones y las deformaciones en cualquier punto del material. Dicha relación dependerá de las características mecánicas del mismo, en el caso de comportamiento elástico lineal del tipo más general, puede expresarse como:

Ecuación 2-20

$$\sigma = D(\varepsilon - \varepsilon_0) + \sigma_0$$

siendo σ el vector de tensiones, ε_0 el vector de deformaciones iniciales, y σ_0 el vector de tensiones iniciales en cualquier punto del elemento, y siendo D la matriz de características mecánicas del material.

2.3.3.4 Expresión de los esfuerzos nodales

Los esfuerzos que aparecen en los nodos de un elemento se denotan por el vector columna q^e siendo estos estáticamente equivalentes a las tensiones en el contorno, a las fuerzas distribuidas y a las fuerzas superficiales que actúan sobre el elemento.



2.3.3.5 Planteamiento del sistema de fuerzas actuantes sobre la estructura

En general, las fuerzas que actúan sobre la estructura pueden ser de tres tipos:

- Fuerzas externas concentradas actuando sobre los nodos. (Se denotan por el vector columna r).
- Fuerzas externas distribuidas en los elementos, que actúan por unidad de volumen. (Se denotan por el vector columna b).
- Fuerzas externas repartidas sobre los contornos de los elementos, que actúan por unidad de superficie. (Se denotan por el vector columna t).

2.3.3.6 Planteamiento de la ecuación fundamental general del método de los elementos finitos

Dando un desplazamiento virtual δa^e a los nodos de un elemento genérico se originan en el interior del mismo, desplazamientos y deformaciones virtuales dados por:

Ecuación 2-21

$$\delta u = N \cdot \delta a^e$$

Ecuación 2-22

$$\delta \varepsilon = B \cdot \delta a^e$$

El trabajo efectuado por las fuerzas nodales es igual a la suma de los productos de los componentes en cada una de las fuerzas por sus correspondientes desplazamientos, es decir:

Ecuación 2-23

$$\delta a^{eT} q^e$$

Análogamente, el trabajo interno por unidad de volumen efectuado por las Tensiones y fuerzas distribuidas es:



Ecuación 2-24

$$\delta \varepsilon^T \sigma - \delta u^T b$$

ó

Ecuación 2-25

$$\delta a (B^T \sigma - N^T b)$$

y el trabajo interno por unidad de superficie efectuado por las fuerzas superficiales.

Ecuación 2-26

$$- \delta u^T t$$

ó

Ecuación 2-27

$$\delta a^T N^T t$$

igualando el trabajo externo con el trabajo interno total obtenido al integrar sobre el volumen del elemento V^e o integrar sobre la superficie del contorno del elemento A^e , se obtiene:

Ecuación 2-28

$$\delta a^{eT} q^e = \delta a^{eT} \left(\int_{V^e} B^0 \sigma dv - \int_{V^e} N^T b dv - \int_{A^e} N^T t da \right)$$

Aplicando de este modo el principio de los trabajos virtuales para el elemento resulta la expresión:



Ecuación 2-29

$$q^e = \left(\int_{v^e} B^0 \sigma dv - \int_{v^e} N^T b dv - \int_{A^e} N t da \right)$$

Esta ecuación es válida con absoluta generalidad cualesquiera que sean las relaciones entre tensiones y deformaciones.

Planteando ahora el equilibrio de fuerzas en los nodos se obtiene:

Ecuación 2-30

$$r_i = \sum_{e=1}^m q_i^e = q_i^1 + q_i^2 + \dots$$

siendo m el número de elementos que tiene ese nodo en la estructura.

Para la interacción y solución del conjunto completo de los elementos, habrá que considerar el conjunto de fuerzas externas concentradas actuando en los nodos que será:

Ecuación 2-31

$$r = \begin{bmatrix} r_1 \\ r_2 \\ \cdot \\ r_n \end{bmatrix}$$

Por otra parte las integraciones deben extenderse a todo el volumen V y a toda la superficie A donde se especifican las fuerzas de superficie.

Recordando la propiedad de las integrales definidas, que establece que la integral total es la suma de las integrales de las partes:



Ecuación 2-32

$$\int_V () dv = \sum_{e=1}^m \int_{V^e} () dv$$

Ecuación 2-33

$$\int_A () dA = \sum_{e=1}^m \int_{A^e} () dA$$

Podemos ahora escribir que para cualquier desplazamiento virtual δa la suma del trabajo interno y externo para todo el dominio es:

Ecuación 2-34

$$\delta a^T r = \int_V \delta \varepsilon^T \sigma dv - \int_V \delta u^T B dv - \int_A \delta u^T t dA$$

Se llega así a la ecuación fundamental general del método de los elementos finitos:

Ecuación 2-35

$$r = \int_V B^T \sigma dv - \int_V N^T b dv - \int_A N^T t dA$$

o bien:

Ecuación 2-36

$$f = \int_V B^T \sigma dv$$

siendo:



Ecuación 2-37

$$f = r + \int_V N^T b dv + \int_A N^T t da$$

En esta última ecuación, los tres términos representan las fuerzas debidas respectivamente a las fuerzas concentradas actuantes sobre los nodos, las fuerzas másicas y las fuerzas de superficies sobre el contorno de los elementos.

Es importante destacar que la formulación que se acaba de exponer del MEF es totalmente general. No se ha particularizado para ningún caso de carga, geometría, comportamiento del material ni ningún otro caso concreto.

No obstante, se suscita inmediatamente un punto importante. Al considerar el trabajo virtual para el continuo completo (ecuación 2-34) e igualar éste a la suma de las contribuciones de todos los elementos, se supone implícitamente que no se desarrollan discontinuidades entre elementos adyacentes. Si apareciesen las discontinuidades, habría que añadir una contribución igual al trabajo efectuado por las tensiones en las separaciones entre elementos.

Por consiguiente, el campo de desplazamientos definido por las funciones de forma ha de ser tal que sólo puedan existir deformaciones finitas en los contornos de separación entre elementos; esto implica que, para que las ecuaciones generales sean válidas, los desplazamientos han de ser continuos.



2.3.4 Factores que intervienen en la exactitud del método.

Este apartado es de gran importancia en la realización de esta tesis doctoral, ya que algunos de los factores que seguidamente se mencionarán, serán los que se tengan en cuenta en distintos ensayos que han sido realizados.

Los factores fundamentales determinantes de la exactitud del método de cálculo de estructuras por MEF se pueden dividir en dos grupos:

- a) Factores comunes a todos los métodos de cálculo: se trata en general, de las hipótesis simplificativas aplicadas para generar los distintos métodos de cálculo de estructuras.
 1. Hipótesis sobre la modelización de la estructura.
 2. Hipótesis sobre aplicación de las cargas.
 3. Hipótesis sobre características del material.
 4. Hipótesis sobre la geometría de la estructura y su variación con la aplicación de las cargas.

- b) Factores propios del método de los elementos finitos: se trata de factores relacionados con la discretización utilizada, que afectan al grado de convergencia del método hacia la solución teórica exacta.
 1. Tipo de elementos finitos utilizados en la discretización de la superestructura.
 2. Tamaño de los mismos.



Capítulo 2: Estado del arte



**Capítulo 3: Metodología para la evaluación, asignación y
determinación de incertidumbres**





3.-Metodología para la evaluación, asignación y determinación de incertidumbres

3.1. Fases de modelización y simulación del Sistema Físico.

En la realización de esta tesis, el objetivo principal es determinar la incertidumbre asociada a modelos M.E.F estructurales.

El primer paso a realizar será determinar las fases de modelización y simulación, en la figura 3.1 se muestran estas fases en la teoría clásica.

La teoría clásica para determinar las fases de modelización y simulación según se muestra en la figura 3.1 [Schlesinger, 1979] fue creada en 1979 por la Sociedad de Simulación Computacional, esta figura identifica dos tipos de modelos, un modelo conceptual y un modelo computacional. El modelo conceptual está compuesto por todos los datos matemáticos para la modelización y por todas las ecuaciones matemáticas que describen el sistema físico de interés. Este modelo aparece por el análisis y la observación del sistema físico y está dominado principalmente por las ecuaciones en derivadas parciales para la conservación de la masa, momento y energía, aunque también incluye todas las ecuaciones auxiliares, tales como modelos constitutivos para materiales, modelos según la teoría electromagnética, según la mecánica estructural..., así como todas las condiciones iniciales y de contorno de estas ecuaciones en derivadas parciales. El modelo computacional es un programa de ordenador que implementa el modelo conceptual.

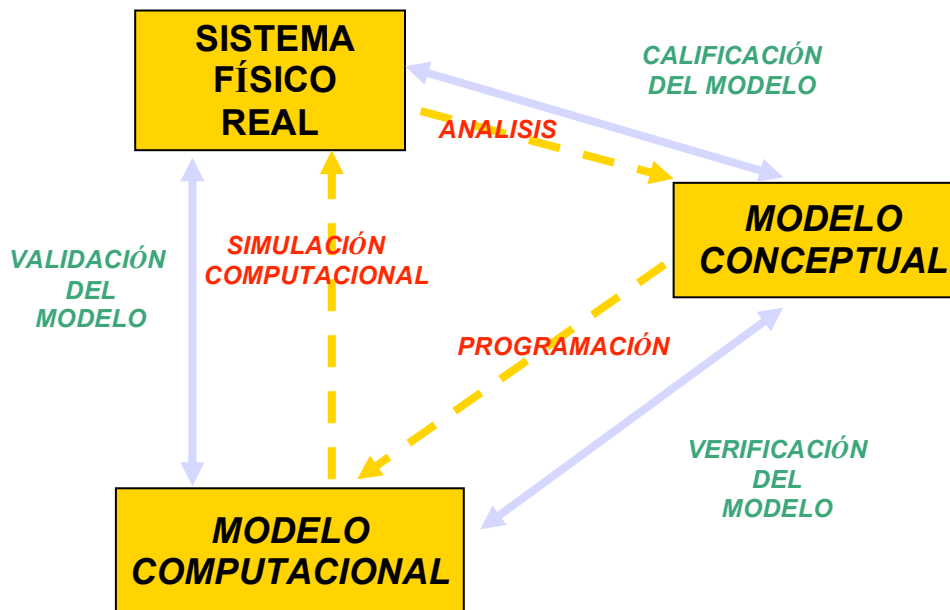


Figura 3.1. Fases de modelización y simulación.

La creación del modelo computacional de un sistema físico se realiza siguiendo unos pasos que, esencialmente, pueden organizarse como se muestra en la Figura 3.2.

En cada una de estas fases, deben tomarse decisiones y realizar simplificaciones que introducen las incertidumbres correspondientes en los resultados finales.

Siguiendo estas fases de modelización y simulación, se van a ir identificando cada una de ellas en el sistema físico, como se verá a continuación.

3.1.1 Identificación de cada una de las fases de modelización y simulación

a) Sistema físico.

En primer lugar hay que tener el elemento a modelizar, que en este caso se denominará “Sistema Físico”, el cual será el elemento estructural a analizar; como ejemplos de elementos estructurales se podrían tener, un anillo de acero, una viga, una bisagra de una puerta, un bogie de ferrocarril, es decir, cualquier elemento o sistema mecánico susceptible de ser sometido a alguna carga, con unas condiciones iniciales y de contorno determinadas, las cuales habrán de ser conocidas.

b) Modelización conceptual del sistema físico.

En la segunda fase, que se denominará: “modelización conceptual del sistema físico” se determinará que tipos de eventos físicos o secuencias de eventos actuarán sobre el modelo o sistema físico y que tipos de conexiones entre diferentes sistemas físicos serán tenidos en cuenta cuando dentro de un sistema mecánico intervengan dos o más sistemas físicos. Los eventos físicos considerados por simplificación serán las solicitaciones a las cuales estará sometido el sistema físico en cuestión.

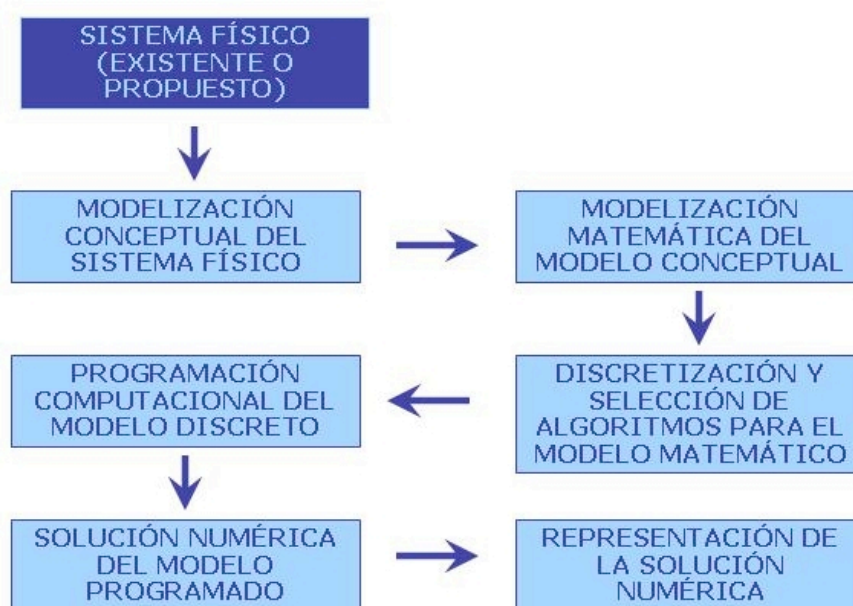


Figura 3.2. Fases en modelización y simulación [Oberkampff et al, 1998]



c) Modelización matemática del modelo conceptual.

Las fases anteriores se aunarán en una sola: “el modelo computacional”, es decir, una vez que se tiene el sistema físico y las solicitaciones a las que será sometido, a continuación se modeliza el sistema físico para proceder a programarlo, discretizarlo, aplicarle las condiciones iniciales y de contorno, y la aplicación de las cargas sobre dicho modelo para así obtener una solución numérica de dicho sistema y poder obtener la representación de la solución numérica.

La modelización del sistema físico se puede realizar con programas de diseño asistido por computador, siempre y cuando se ajuste al sistema físico existente a pesar de las simplificaciones que se puedan realizar, sin obviar ningún tipo de detalle importante.

d) Discretización y selección de algoritmos para el modelo matemático.

La siguiente fase es la conversión del modelo matemático en forma de ecuaciones en derivadas parciales a un modelo numérico discreto. Esta fase tiene en cuenta la conversión de la formulación matemática de un problema de cálculo a un problema aritmético. En la fase de discretización todos los métodos de diferenciación espacial y temporal, discretización de las condiciones de contorno, discretización del contorno geométrico, y los métodos de generación de cuadrículas son especificados de forma analítica.

En otras palabras, los algoritmos y los métodos son prescritos en forma de matemática discreta, pero no se especifica la forma del paso espacial y temporal.

Este paso se centra en la conversión de mecanismos continuos en matemática discreta, no en la obtención de una solución numérica. El modelo continuo y el modelo discreto deben ser representados separadamente en las fases de modelado y simulación.

e) Programación computacional del modelo discreto.

A continuación se procede a simular el sistema físico una vez modelizado. Es decir, una vez que se ha modelado el sistema en el ordenador, y se ha asignado a este modelo las condiciones iniciales y de contorno y solicitaciones a las que estará sometido se procederá a analizarlo.



f) Solución numérica del modelo programado.

Existen en la actualidad numerosos programas de análisis por elementos finitos, estos programas incluyen muchas capacidades generales, tales como poder generar el modelo mediante operaciones geométricas sencillas, mallar el modelo con un número de nodos prácticamente ilimitado, añadir todas las condiciones iniciales y de contorno, así como cualquier tipo de cargas a la que estará sometido el modelo, algoritmos internos para poder resolver el modelo y opciones de postprocesado, para poder visualizar de manera gráfica las soluciones de cualquier modelo que se analice, aun teniendo un diseño complejo sin poner limitaciones en el número de nodos.

g) Representación de la solución numérica

La fase final está asociada a la interpretación de los resultados computacionales. Esta fase implica determinar los métodos para la representación de los resultados computacionales de forma útil. También puede ser interpretada como la construcción de funciones continuas basadas en soluciones discretas obtenidas en la fase anterior

Esta fase está específicamente constituida por la sofisticación del software que se ha utilizado. Este campo incluye visualizaciones graficas de los resultados, animación y puede que el uso de sonido o realidad virtual.

Una vez obtenidos los resultados con el programa de elementos finitos se procederá a la representación numérica de los resultados, para la posterior evaluación, asignación y determinación de incertidumbres



3.2. Identificación de cada una de las fuentes de incertidumbre pertenecientes a cada fase de modelización

Para poder evaluar y asignar incertidumbres el primer paso a realizar es identificar todas las fuentes de incertidumbres involucradas en todo el proceso de modelización y simulación del modelo, vistas en el apartado anterior.

De modo general se pueden ver en la figura 3.3. cuales serían las fuentes de incertidumbre más importantes en cada una de esas fases de modelización y simulación.

Estas fuentes de incertidumbre se pueden simplificar:

-Por agrupación de fuentes comunes a diferentes fases de modelización y simulación, es decir hay fuentes de incertidumbre que pueden aparecer de manera implícita en más de una fase de modelización y se pueden aunar en una de las fases, para no redundar en la propagación de errores e incertidumbres a lo largo de todas las fases de modelización y simulación, así como en los cálculos de la incertidumbre combinada.

-Despreciando fuentes de incertidumbres que aportarían un valor mínimo o despreciable, incluso un valor nulo al cálculo de la incertidumbre total.

Como resumen de todo el proceso de asignación y evaluación de incertidumbres en diferentes modelos estructurales, se construirá un esquema simplificativo donde se muestran paso a paso todas las pautas a tener en cuenta a la hora de realizar este análisis. Este proceso de estimación se resume en la figura 3.4.

Teniendo en cuenta las figuras 3.3. y 3.4. se elaborarán las pautas para poder realizar un análisis de incertidumbres extrapolable a cualquier elemento estructural.

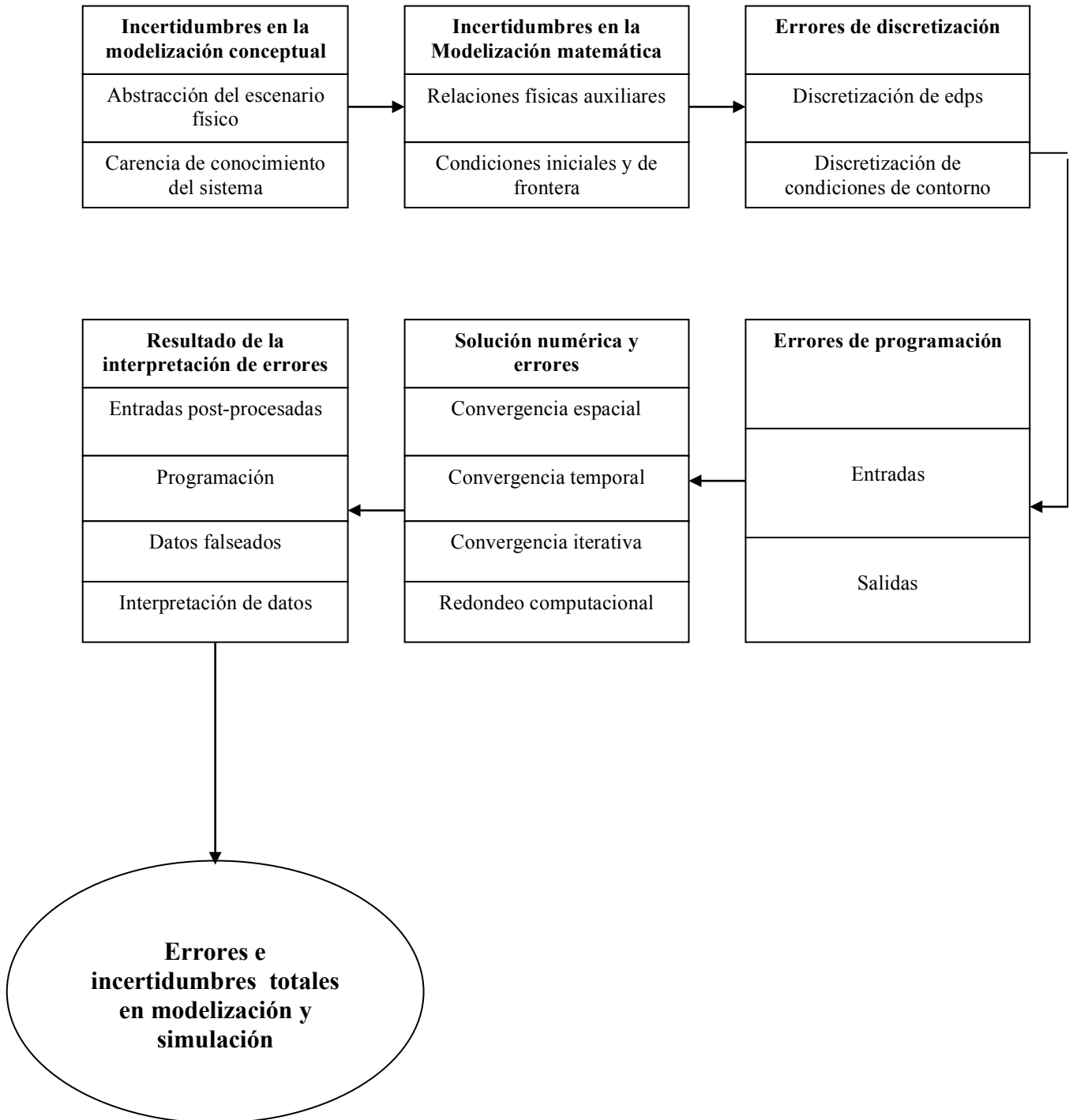


Figura 3.3. Fuentes de incertidumbre y error en simulación

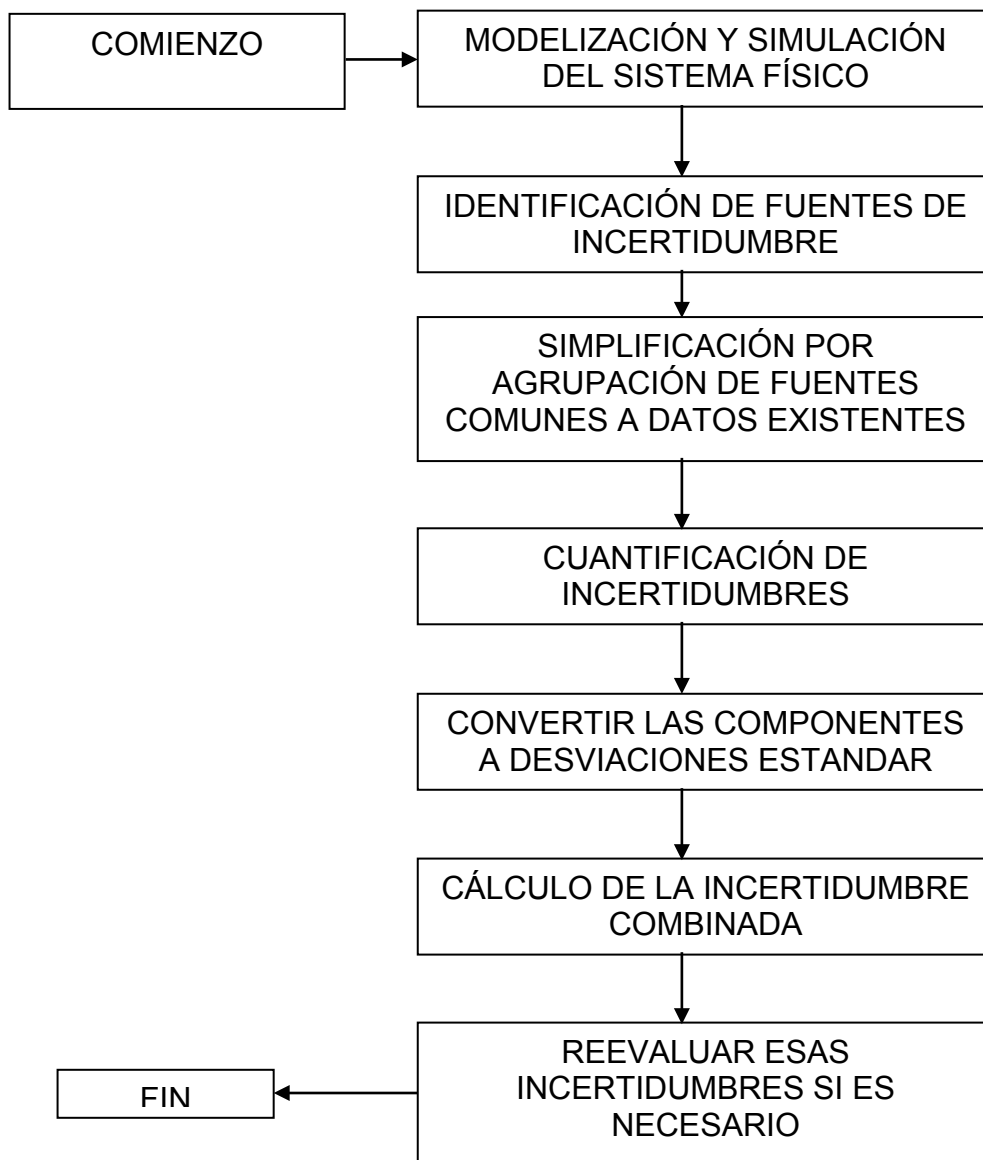


Figura 3.4. Proceso de estimación de incertidumbres y error en simulación

3.3. Metodología para realizar un análisis de incertidumbres en elementos estructurales M.E.F.

Siguiendo el esquema de la figura 3.4, con las fuentes de incertidumbre generales de la figura 3.3, se va a desarrollar una metodología paso a paso, para poder realizar un análisis de incertidumbres en elementos estructurales utilizando el Método de Elementos finitos.

PASO 1: Modelización y simulación del sistema físico.

Este paso es fundamental para el análisis posterior, aquí se debe introducir el modelo a analizar, cuidando las simplificaciones geométricas que se vayan a realizar y el tipo de elemento y mallado a utilizar, así como las condiciones iniciales, de contorno y la aplicación de las cargas al elemento. La figura 3.5, muestra un ejemplo de este primer paso.

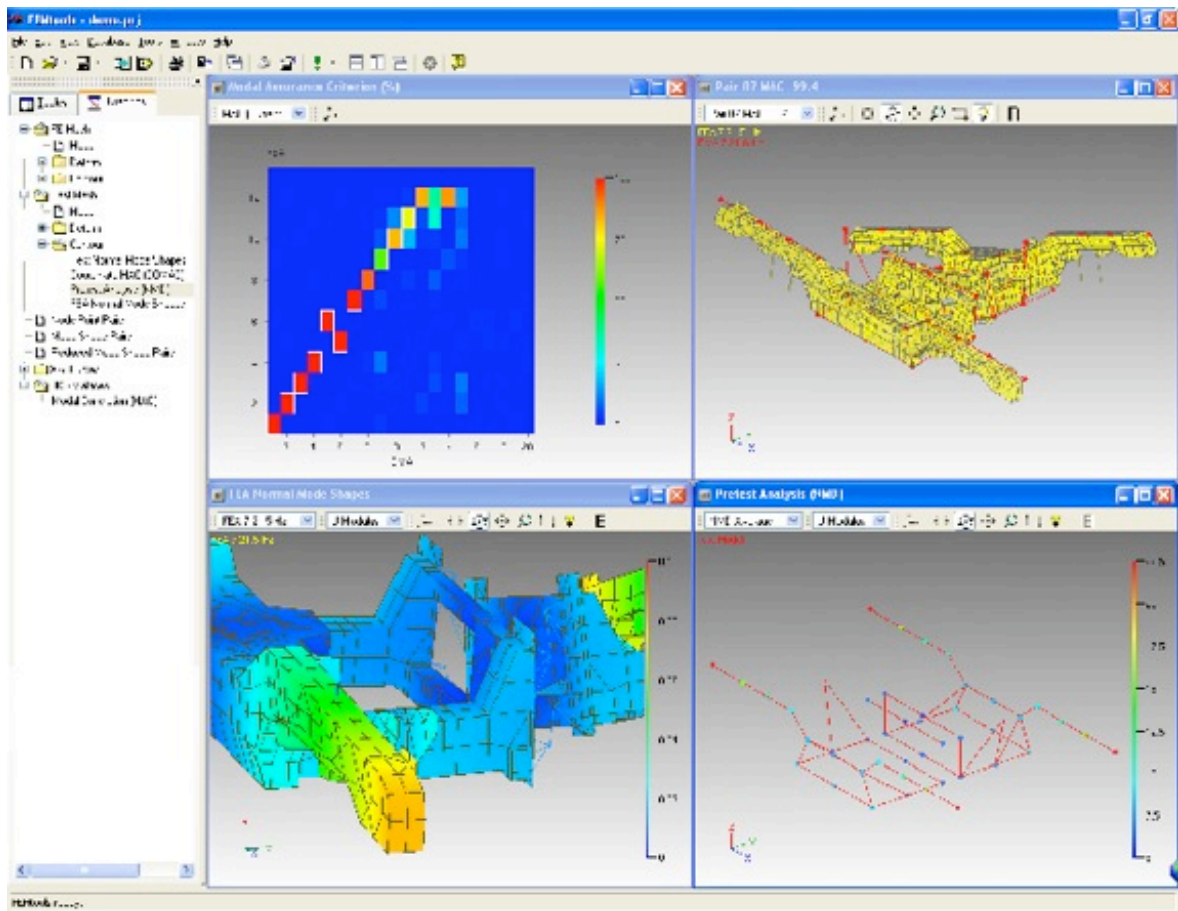


Figura 3.5 Ejemplo de modelado de un sistema físico



El programa de elementos finitos, una vez resueltos todos los algoritmos facilitará todas las soluciones de desplazamiento por aplicación de las cargas, tensiones máximas y mínimas, deformaciones, etc., en base a estos resultados, y con la misma geometría de modelo utilizada inicialmente se realizarán una serie de modificaciones en las propiedades del material, condiciones de contorno, aplicación de cargas, etc., para poder así cuantificar todas las incertidumbres; a continuación en el resto de pasos se verá metodológicamente qué modificaciones habría que realizar sobre el modelo físico, para poder obtener la incertidumbre combinada y poder extrapolar este ensayo a cualquier tipo de prototipo físico similar.

PASO 2: Identificación de fuentes de incertidumbre.

a) Incertidumbres asociadas a la fase de modelización conceptual

Las fuentes de incertidumbre principales en esta fase son la abstracción del escenario físico y la carencia de conocimiento del sistema.

Por abstracción del escenario, se entiende la determinación de todos los posibles sucesos físicos, o secuencia de sucesos, que pueden afectar a los objetivos del análisis. Aspectos que influyen en esta incertidumbre son: que el sistema haya sido modelado y simulado correctamente, mantenimiento y nivel de incertidumbres para las propiedades de los componentes en el análisis (tales como las dimensiones, densidades, módulos elásticos...).

La segunda clase de incertidumbre, es la carencia de conocimiento del sistema, referido a incertidumbres que son primordialmente debidas a la limitada información que tenemos del sistema. Esta clase afecta e interactúa con la abstracción del escenario. Son claras aportaciones a esta componente las condiciones ambientales y la interacción humana con el sistema durante el suceso.

Para cualquier modelo estructural, se va a listar un número de incertidumbres destacadas relativas a la abstracción de escenarios y a la carencia de conocimiento del sistema:

- Incertidumbres en las dimensiones del modelo.
- Incertidumbres en las propiedades del material del modelo.
- Incertidumbres en el error humano a la hora de introducir los datos.
- Incertidumbres debido a las condiciones medioambientales.
- Uso inadecuado de la opinión experta en la abstracción del escenario (diversidad insuficiente).



b) Incertidumbres asociadas a la fase de modelización matemática.

Las incertidumbres que se producen en esta fase surgen de las fuentes de incertidumbre matemáticas representadas en la figura 3.3:

- Las ecuaciones de conservación de la masa, del momento y de la energía;
- Todas las ecuaciones auxiliares que complementan a las ecuaciones de conservación;
- Las condiciones iniciales y de contorno que se necesiten para resolver las ecuaciones en derivadas parciales.

c) Incertidumbres asociadas a la fase de discretización.

Esta fase se centra en la conversión de mecanismos continuos en matemática discreta. El modelo continuo y el modelo discreto deben ser representados separadamente en las fases de modelado y simulación.

Para poder llegar a obtener los objetivos que se han fijado se deberán hacer algunas variaciones en los modelos para así poder obtener una incertidumbre asociada al modelo estructural cuando se realice una simulación por elementos finitos.

Los modelos que se han manejado están basados en un sistema mallado considerado normal, como puede ser del tamaño aproximado al de la banda extensométrica a utilizar para poder tomar medidas extensométricas, y a partir de este modelo se realizarán una serie de variaciones tanto en el tamaño de malla como en la topología de la malla.

d) Incertidumbres asociadas a la fase de programación

En esta fase, que es común al modelado y a la simulación en todos los ordenadores, es la fase de elaboración del código de implementación del Método de Elementos Finitos. Esta fase convierte los procedimientos de los algoritmos y la solución, definidos en la fase previa, en un programa de ordenador.

La incertidumbre principal en esta fase es:

- El fallo humano en la programación, o errores de programación.



e) Incertidumbres asociadas a la fase de solución numérica

Las incertidumbres más importantes asociadas a esta fase de modelización serán

- La incertidumbre debida a la convergencia de los resultados.
- El redondeo computacional.

f) Incertidumbres asociadas a la fase de representación de resultados

Las incertidumbres más importantes asociadas a esta fase son:

- La incertidumbre debido al paso del discreto al continuo.
- Las incertidumbres debidas a la interpolación de datos, siendo estas últimas las que mayor peso tendrán en dicha fase.



PASO 3: Simplificación por agrupación de fuentes comunes en las fases de modelización y simulación.

a) Incertidumbres asociadas a la fase de modelización conceptual

Todas estas incertidumbres se propagan en el resto de fases del proceso, con lo cual se podrán aunar en las restantes fases, puesto que serán propagables algunas de ellas.

Las que mayor peso tendrán serán las incertidumbres en las propiedades y dimensión del modelo.

b) Incertidumbres asociadas a la fase de modelización matemática.

Para todos los modelos estructurales las incertidumbres procedentes de las ecuaciones de la mecánica de sólidos, de equilibrio y compatibilidad las despreciaremos, ya que están absolutamente aceptadas por toda la comunidad científica.

Una de las fuentes de incertidumbre más importante en un modelo estructural, son las condiciones iniciales y de contorno, teniendo estas últimas un peso mayor ya que se suelen realizar simplificaciones en los modelos respecto de estas últimas.

c) Incertidumbres asociadas a la fase de discretización.

Según la topología de la malla, se podrán hacer tantas variaciones como se disponga en el programa de Elementos Finitos a utilizar, el caso más común será utilizar formas geométricas sencillas. Según la topología, se determinará la incertidumbre tipo A asociada siguiendo los siguientes casos:

- Modelo normal:
 - mallado cuadrado
 - mallado triangular

d) Incertidumbres asociadas a la fase de programación

Estas incertidumbres no serán tenidas en cuenta ya que el programa a utilizar (ANSYS) está suficientemente probado y el hecho de que lo utilicen infinidad



de usuarios hace que cualquier error en la programación sea detectado inmediatamente.

e) Incertidumbres asociadas a la fase de solución numérica

En los modelos estructurales se hará especial hincapié en el redondeo computacional. Para ello se probará el modelo estructural en varios ordenadores con diferente procesador para poder cuantificar estas incertidumbres.

f) Incertidumbres asociadas a la fase de representación de resultados

Para poder evaluar esta incertidumbre tipo B, se hará uso de los procedimientos descritos en [Guide, 1995].



PASO 4: Cuantificación de incertidumbres

a) Incertidumbres correspondientes a la fase de modelización conceptual

En esta fase se tendrán en cuenta las incertidumbres debidas a las propiedades del material.

Estas incertidumbres tipo B, serán obtenidas según el procedimiento descrito en [Guide, 1995]:

Cuando las magnitudes de entrada no están correlacionadas, el cuadrado de la incertidumbre típica asociada a la estimación de salida y , viene dado por

Ecuación 3.1

$$u^2(y) = \sum_{i=1}^N u_i^2(y)$$

Nota: Existen casos, poco frecuentes, en los que la función modelo es claramente no lineal o algunos de los coeficientes de sensibilidad [véanse ecuaciones (3.2) y (3.3)] se anulan y tienen que incluirse términos de orden superior en la ecuación (3.1).

La magnitud $u_i(y)$ ($i = 1, 2, \dots, N$) es la contribución a la incertidumbre típica asociada a la estimación de salida y , resultante de la incertidumbre típica asociada a la estimación de entrada x_i :

Ecuación 3.2

$$u_i(y) = c_i u(x_i)$$

en dónde c_i es el *coeficiente de sensibilidad* asociado a la estimación de entrada x_i , es decir, la derivada parcial de la función modelo f con respecto a X_i evaluada para las estimaciones de entrada x_i ,

Ecuación 3.3

$$c_i = \frac{\partial f}{\partial x_i} = \frac{\partial f}{\partial X_i} \Big|_{X_1 = x_1 \dots X_N = x_N}$$



El coeficiente de sensibilidad c_i describe el grado en que la estimación de salida y se ve afectada por variaciones en la estimación de entrada x_i . Puede evaluarse a partir de la función modelo f según la ecuación (3.3) o utilizando métodos numéricos; por ejemplo, calculando la variación en la estimación de salida y como consecuencia de una variación en la estimación de entrada x_i de $+u(x_i)$ y $-u(x_i)$ y tomando como valor de c_i la diferencia resultante en y dividida por $2u(x_i)$. En algunas ocasiones, es preferible determinar con un experimento la variación en la estimación de salida y , repitiendo la medición en, por ejemplo, $x_i \pm u(x_i)$.

b) Incertidumbres asociadas a la fase de modelización matemática.

Para poder evaluar las incertidumbres relativas a las condiciones iniciales y de contorno del modelo estructural, consideradas incertidumbres del tipo B, se tendrá en cuenta entre otros aspectos, la hipótesis de Saint-Venant [Ortiz, 1985] aplicada a modelos estructurales que consiste en suponer que los campos de tensiones y deformaciones calculados son correctos a partir de una cierta distancia de los extremos, cuando la influencia de las condiciones de contorno se hace despreciable. Esta distancia puede estimarse como del orden del tamaño de la sección media del modelo.

Para estimar la incertidumbre, se seguirán los procedimientos descritos en [Guide, 1995].

Teniendo en cuenta la hipótesis de Saint-Venant [Ortiz, 1985] para poder evaluar estas incertidumbres y sucesivas vamos a tomar varios nodos, estando algunos próximos a las diferentes zonas de sollicitación del modelo y otros alejados (suficientemente alejados) de dicha zona.

Asimismo se podrán analizar estos mismos nodos críticos (extrapolados a todas las fases de modelización y simulación) con diferentes modelos de condiciones de contorno, por ejemplo se pueden cambiar cargas distribuidas linealmente por varias cargas puntuales, o restricciones absolutas en todos los grados de libertad del modelo por cargas puntuales de restricción en varios nodos, todo ello tenido en cuenta desde el punto de vista de la experiencia del experto que ha modelizado y simulado el modelo físico.



c) Incertidumbres asociadas a la fase de discretización.

Según el tamaño de la malla, se realizarán varias simulaciones con diferentes densidades de malla, partiendo del modelo normal (tamaño de malla fijado de antemano), y disminuyendo sucesivamente el tamaño de malla. En la tabla 3.1. se propone un ejemplo para poder asignar las densidades de mallado.

Tamaño de la malla (m)	Nº de nodos (aprox.) Malla cuadrada
Tamaño 1	30000
Tamaño 2	45000
Tamaño 3	80000

Tabla 3.1. Relación entre el número de Nodos y la densidad de la malla

d) Incertidumbres asociadas a la fase de programación

No se cuantifican estas incertidumbres.

e) Incertidumbres asociadas a la fase de solución numérica

Para realizar esta cuantificación se analizarán en varios ordenadores con distintos procesadores las variaciones de resultados mediante un ejemplo sencillo como es una viga en voladizo sometida a una carga en su extremo libre y viendo los valores del desplazamiento en varios nodos, todo ello con la misma versión de ANSYS.

Los resultados obtenidos se pueden tabular según el ejemplo de la tabla 3.2., tomando varios nodos aleatoriamente del modelo y obteniendo así la incertidumbre asociada determinada según los procedimientos descritos en [Guide, 1995].



Los resultados obtenidos han sido tomando en 3 nodos aleatoriamente:

NODOS	PC 1	PC 2	PC 3	PC 4	INCERT ASOCIADA
Desplazamiento A (mm)	0,042123	0,042145	0,042123	0,042145	0,0000127
Desplazamiento B (mm)	6,487E-10	6,4936E-10	6,4877E-10	6,4936E-10	DESPRECIABLE
Desplazamiento C (mm)	2,505E-9	2,5974E-9	2,505E-9	2,5974E-9	5,3347E-11

Tabla 3.2. Incertidumbres asociadas al caso de redondeo computacional utilizando cuatro ordenadores con procesadores diferentes.

f) Incertidumbres asociadas a la fase de representación de resultados

La variabilidad asociada al valor que el usuario de la aplicación MEF puede extraer de la solución numérica dependerá fundamentalmente de dos parámetros: el gradiente espacial de la propiedad de que se trate (tensiones, deformaciones, desplazamientos...) y el tamaño de elemento. Para evaluar la desviación típica asociada a esa variabilidad se propone suponer que hay una probabilidad constante de encontrar el punto de interés dentro del espacio ocupado por un elemento del modelo, calculando la incertidumbre en función del tamaño característico del elemento Δx como:

Ecuación 3.4

$$u(x) = \frac{\Delta x}{\sqrt{12}}$$

Y a partir de este valor se puede calcular la incertidumbre típica de la magnitud de interés multiplicando por el gradiente calculado previamente a partir del modelo numérico.

Tomando como ejemplo el cálculo de una tensión de Von Mises en un punto del modelo:

Ecuación 3.5

$$u(\sigma) = u(x) \cdot \Delta \sigma$$



PASO 5: Convertir las componentes a desviaciones estándar.

a) Incertidumbres asociadas a la fase de modelización conceptual

Para el modelo en concreto a estudiar, se determinarán en primer lugar los coeficientes de sensibilidad, tomando como estimación de salida los siguientes casos:

Modelo con un incremento del valor de las propiedades del material en un +5% (EP+5).

Modelo con un decremento del valor de las propiedades del material en un -5% (EP-5)

Una vez obtenidos se obtendrá la incertidumbre en este caso como el producto de estos coeficientes por la incertidumbre asociada a la propiedad del material en estudio (ya sea el Módulo de Young, el coeficiente de Poisson...), obtenida de un certificado de calibración o determinada en ensayos adicionales.

b) Incertidumbres asociadas a la fase de modelización matemática.

Para estimar la incertidumbre, se seguirán los procedimientos descritos en [Guide, 1995].

Una vez realizadas todas las hipótesis para realizar las diferentes simulaciones, se tomarán los datos de los diferentes nodos críticos en cada uno de los casos estudiados y se tabulará para determinar la incertidumbre asociada a cada uno de ellos en cada uno de los nodos. Como ejemplo se puede ver la tabla 3.3.

Cambio de las condiciones de contorno (tens. Von misses MPa)					
Zonas	CASO 1	CASO 2	CASO 3	CASO 4	Incertidumbre
Zona 1	17,439	17,439	19,629	19,629	1,2644
Zona 2	38,001	38,001	95,723	95,723	33,3258
Zona 3	27,056	27,056	56,248	56,248	16,854

Tabla 3.3. Incertidumbres asociadas al caso de la modificación de las condiciones de contorno del modelo



c) Incertidumbres asociadas a la fase de discretización.

Para determinar la incertidumbre tipo A asociada en este caso se pueden tabular los datos en los mismos nodos críticos de los casos anteriores procedentes de la simulación con las solicitaciones asignadas, obteniendo así la incertidumbre asociada calculada siguiendo el procedimiento descrito en la norma [Guide, 1995].

En la tabla 3.4. se muestra el procedimiento propuesto para este caso.

POSICIÓN	Malla tamaño 1	Malla tamaño 2	Malla tamaño 3	INCERTIDUMBRE
Zona 1	43,0	49,2	52,0	4,60579
Zona 2	61,3	68,9	62,1	4,17612
Zona 3	121	109	116	6,02771

Tabla 3.4. Incertidumbres asociadas al caso de la modificación de la densidad de mado

Una vez obtenidos los datos en cada uno de los casos, se obtendrá la incertidumbre asociada siguiendo el procedimiento descrito en la norma [Guide, 1995].

d) Incertidumbres asociadas a la fase de programación

No se convertirán a desviaciones estándar.

e) Incertidumbres asociadas a la fase de solución numérica

Una vez convertidas a desviaciones estándar se puede comprobar que las incertidumbres en este ensayo son despreciables en comparación con el resto. Haciendo una media se obtiene una incertidumbre prácticamente despreciable.

f) Incertidumbres asociadas a la fase de representación de resultados

Siguiendo el procedimiento de las fases anteriores, y para poder aunar así resultados se tomarán los valores tensionales de una serie de nodos críticos pertenecientes a diferentes elementos, para poder así tabular los resultados y poder calcular la incertidumbre típica en esta fase en cada uno de esos nodos.



PASO 6. Cálculo de la incertidumbre combinada.

Una vez halladas las incertidumbres en cada una de las fases de modelización y simulación se procederá al cálculo de la incertidumbre combinada, para este cálculo se seguirán los procedimientos descritos en [Guide, 1995].

Cuando las magnitudes de entrada no están correlacionadas, el cuadrado de la incertidumbre típica asociada a la estimación de salida y , viene dado por

$$u^2(y) = \sum_{i=1}^N u_i^2(y)$$

Con lo cual la incertidumbre combinada será igual a la raíz cuadrada de la suma de los cuadrados de las diferentes incertidumbres típicas asociadas en cada uno de los procesos de modelización y simulación del Sistema para cada uno de los nodos analizados.



**CAPITULO 4 : Aplicación: Evaluación, asignación y
determinación de incertidumbres en un bogie de
ferrocarril mediante MEF.**



4.- Aplicación: Evaluación, asignación y determinación de incertidumbres en un bogie de ferrocarril mediante MEF

4.1. Modelización y simulación (Paso 1).

El sistema físico en cuestión es un bogie de ferrocarril.

La definición de bogie es la siguiente: término inglés que designa el carro o eje al que se fijan las ruedas de un vehículo ferroviario, que soporta un vagón, al extremo de arrastre de una locomotora y que puede pivotar bajo él, también llamado carretón o carretilla [TRENES, 2002]. En la figura 4.1 se representa un bogie de ferrocarril.

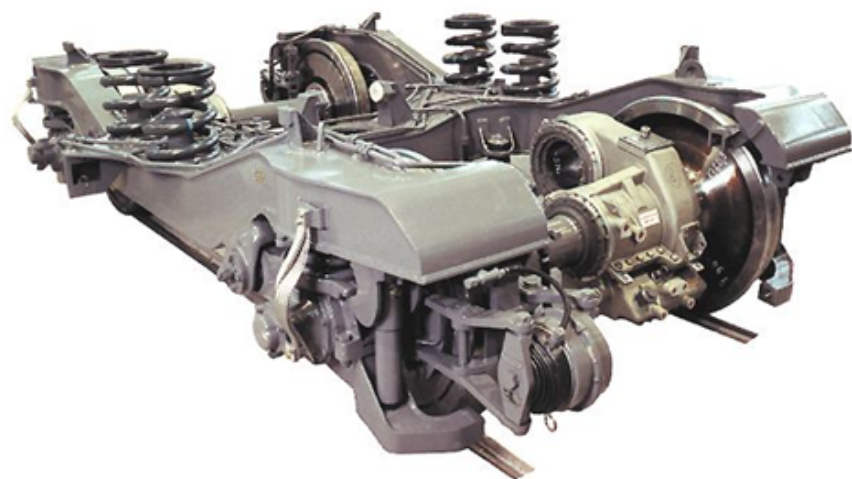


Figura 4.1. Bogie de ferrocarril



En la primera fase, que es la modelización conceptual del sistema físico se determinará que eventos físicos o secuencias de eventos serán considerados y que tipos de conexiones entre diferentes sistemas físicos serán tenidos en cuenta. En este caso, los eventos físicos considerados serán una sollicitación de 74 toneladas de carga vertical sobre el pivote, otra sollicitación de 40 toneladas de carga vertical sobre la resbaladera y 6.7 toneladas de carga transversal sobre el sistema físico existente (bogie de ferrocarril).

Las fases precedentes se aunarán en una sola, que es el modelo computacional, es decir, una vez que se tiene el sistema físico y se toman las medidas pertinentes, a continuación se modeliza para proceder a programarlo, discretizarlo, aplicarle las condiciones de contorno, restricciones y la aplicación de las cargas sobre dicho modelo y así obtener una solución numérica de dicho sistema para posteriormente obtener la representación de la solución numérica. En la figura 4.2. se representa un bogie de ferrocarril modelado con Solid Edge.

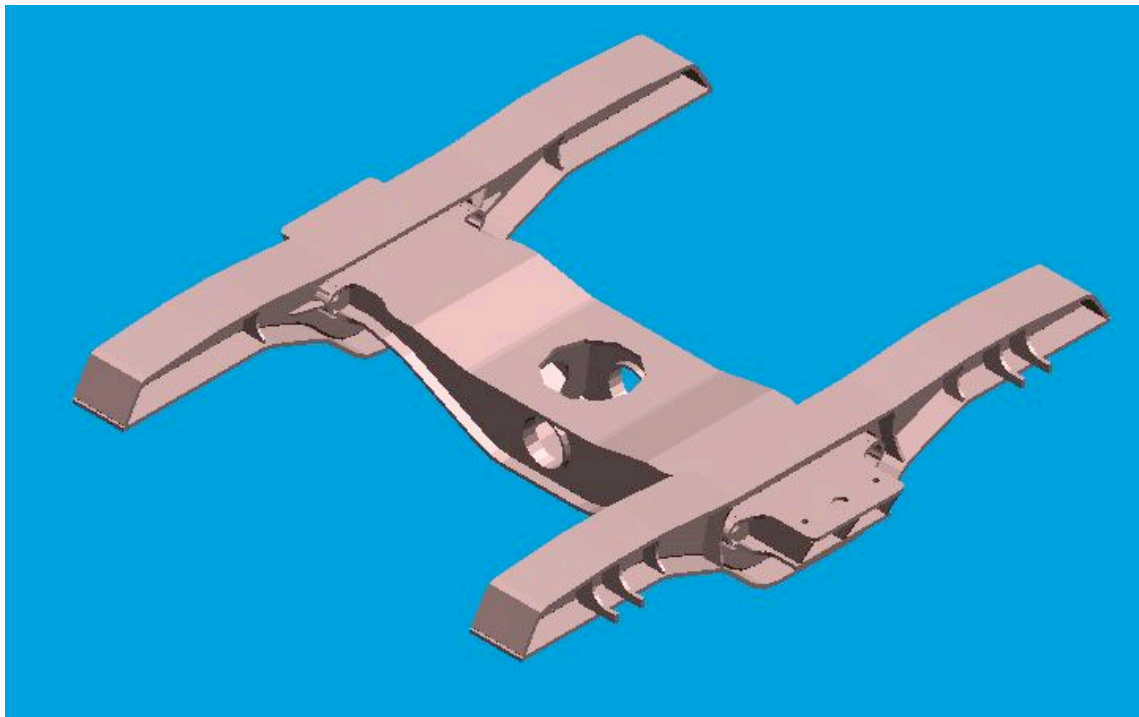


Figura 4.2. Bogie de ferrocarril modelado con Solid Edge

A continuación se procede a simular el sistema virtual.

En el modelo se pueden distinguir tres tipos de elementos:

- elementos shell 63
- elementos solid 45
- elementos Beam 4

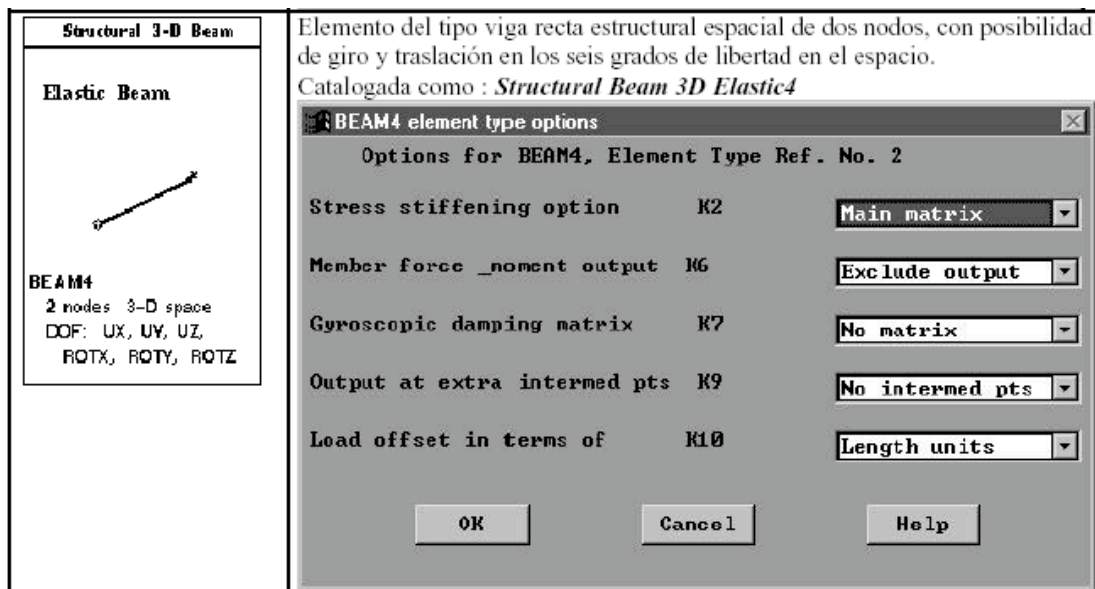


Figura 4.3 Elemento tipo viga

Los elemento shell 63 son elementos tipo placa de cuatro nodos que sirven para definir las áreas, con seis grados de libertad por nodo. Los elementos Solid 45 serán usados para los volúmenes y los elementos Beam 4 para definir elementos tipo viga, con seis grados de libertad.

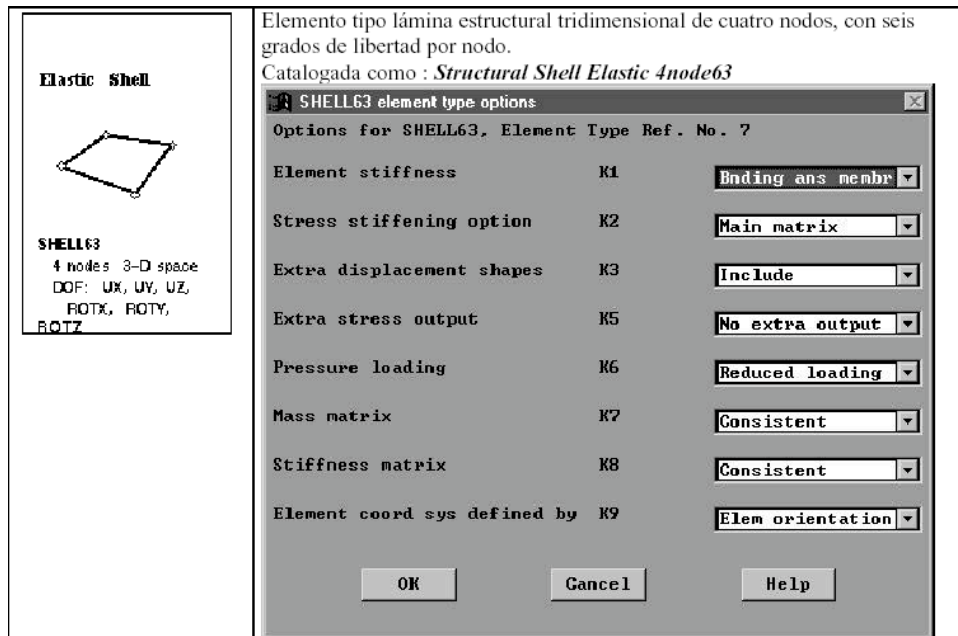


Figura 4.4 Elemento tipo "Shell63"

Como ya se indica en el párrafo anterior, aparecen claramente tres zonas. Una primera zona que es todo el cuerpo del bogie que está constituido por elementos tipo placa, es decir son zonas tipo área. Luego aparece otra zona muy importante que es la de tipo volumen, que se compone de la zona del pivote y de los apoyos que se añaden para la realización de los cálculos de las simulaciones, a esta zona se le asignará el tipo de elemento Solid 45. Aunque sean volúmenes también hay caras de estos (las que están en contacto con las zonas de áreas) a las que también se deben asignar el tipo de elemento shell 63 para evitar con ello posibles errores que produzca el sistema al realizar la simulación. Por último mencionar que se encuentran 4 pequeñas zonas que son tipo viga, son las que unen los apoyos de cada ala del bogie. A estas zonas se les asigna como tipo de elemento Beam 4.

En esta simulación se hace la suposición de que el material es elástico e isótropo.

En la figura 4.5. se puede observar la imagen en ANSYS del modelo de bogie utilizado, sobre el cual ha sido realizado el ejemplo de esta tesis, en ésta figura pueden apreciarse claramente las zonas en las que el bogie presenta distintas características constructivas, en lo que se refiere al espesor de las chapas que conforman el bogie. Se distinguen claramente tres zonas:

- Color azul (set 1): Es la mayor parte del bogie, se corresponde con una zona que tiene como espesor 0.014 m
- Color morado (set 2): Se corresponde con zonas de espesor 0.01m
- Color rojo (set 3): Es la zona de las resbaladeras, son zonas con un espesor de 0.05 m.

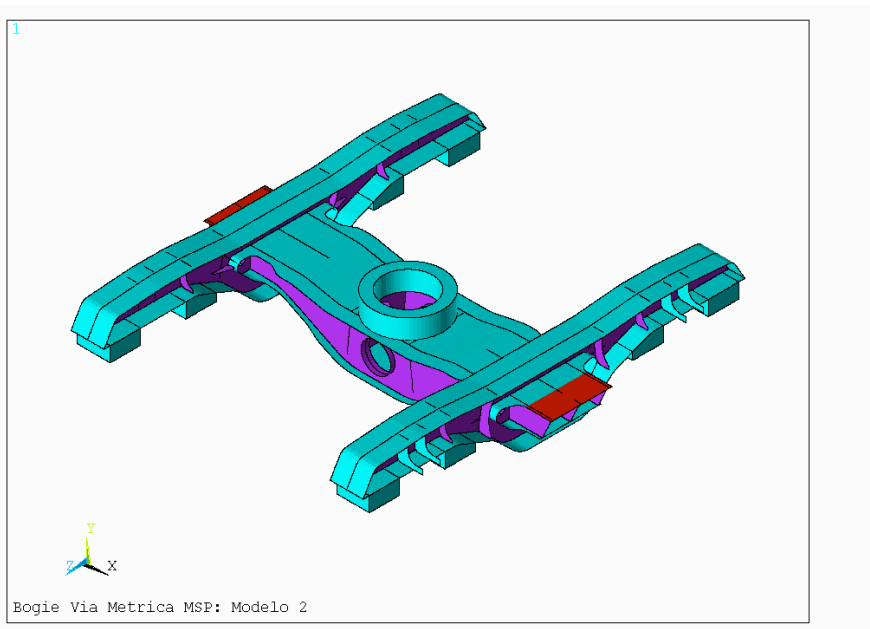


Figura 4.5 Modelo del bogie utilizado

También se debe mencionar que para el desarrollo de esta tesis se han realizado algunas variaciones al modelo inicial, como son la variación de la densidad del mallado, variación de las propiedades del material, variación de la estrategia (topología) de mallado y algún otro factor.

Ahora se hará una mención al posicionamiento de las galgas. Se han mantenido los puntos de medida que se han usado para otros trabajos realizados sobre este bogie, ya que se considera que eran puntos de interés. Adicionalmente, se efectuaron ensayos extensométricos sobre un bastidor físico que se emplearon para validar el modelo de elementos finitos en esos mismos puntos. Los resultados de estos ensayos pueden verse en el Anexo IV.

En el Anexo III se adjunta un plano con el posicionamiento de las galgas para dejar más clara la situación real de los puntos de medida.



Tipos de estados de carga a simular

Para poder alcanzar los objetivos en esta simulación se van a aplicar una serie de estados de carga a cada uno de los modelos, para así poder obtener una muestra considerable de resultados y poder hacer un buen estudio. Los estados de carga a simular son los que indica la legislación [ERRI, 1998], que debe pasar un bogie para poder homologarse. Las simulaciones para estos estados de carga se dividen en esfuerzos estáticos y dinámicos. Estas simulaciones se describen a continuación:

Esfuerzos estáticos:

Estado de Carga	Esfuerzos				Alabeo de la vía g+	Esfuerzo de frenado
	Verticales			Transversales		
	Resbaladera 2 F_{z2}	Pivote F_{zc}	Resbaladera 1 F_{z1}	F_y		
1		$2F_z$				
2	0	$(1 - \alpha)F_{z \max}$	$\alpha F_{z \max}$		10‰	
3	0	$(1 - \alpha)F_{z \max}$	$\alpha F_{z \max}$	$F_{y \max}$		
4	$\alpha F_{z \max}$	$(1 - \alpha)F_{z \max}$	0	$-F_{y \max}$		
5	0	$1.2F_z$	0			F_B

Tabla 4.1. Simulación del Bogie sometido a solicitaciones estáticas

$$F_z = 4Q_0 - mg$$

$$F_{z \max} = 1.5F_z$$

$$F_{y \max} = 2(10 + 2Q_0/3)$$

$$F_B = \text{esfuerzosdefrenado}$$

$$\alpha = 0.3(1700/2bg)$$

Esfuerzos dinámicos:

Estado de Carga	Fuerzas				Esfuerzo de frenado
	Verticales			Transversales	
	Resbaladera 2 F_{z2}	Pivote F_{zc}	Resbaladera 1 F_{z1}	F_y	
1	0	F_z	0		
2	0	$(1 + \beta)F_z$	0		
3	0	$(1 - \beta)F_z$	0		
4	0	$(1 - \alpha)(1 + \beta)F_z$	$\alpha(1 + \beta)F_z$	$F_{y \max}$	
5	$\alpha(1 + \beta)F_{z \max}$	$(1 - \alpha)(1 + \beta)F_z$	0	$-F_{y \max}$	
6	0	$(1 - \alpha)(1 - \beta)F_z$	$\alpha(1 + \beta)F_z$	$F_{y \max}$	
7	$\alpha(1 - \beta)F_{z \max}$	$(1 - \alpha)(1 - \beta)F_z$	0	$-F_{y \max}$	
8	0	F_z	0		F_B

Tabla 4.2. Simulación del Bogie sometido a solicitaciones dinámicas

$$F_z = 4Q_0 - mg$$

$$\beta = 0.3$$

$$\alpha = 0.2(1700/2bg)$$

$$F_y = 0.4 * 0.5(F_z + mg)$$

Donde m es la masa del bogie, Q_0 es la carga por rueda, F_z es referido a los esfuerzos verticales estáticos ejercidos por la caja del vagón sobre cada bogie, mientras que F_y se refiere a los esfuerzos transversales.

El coeficiente α es referido a los esfuerzos debidos al balanceo, mientras que el coeficiente β es referido al comportamiento dinámico vertical del bogie. También aparecen los esfuerzos de frenado (F_B).

Para tener más información sobre este tipo de simulaciones se recomienda analizar el documento para el ensayo de bogies ferroviarios que se adjunta como Anexo II, en el cual se encuentra la información completa de cómo realizar estas simulaciones. En estas simulaciones también se debe de tener en cuenta el tipo de apoyos de la estructura al ejecutar la simulación; estas restricciones también aparecen reseñadas en el Anexo II de esta tesis.

Para poder aplicar estas condiciones en los modelos de simulación utilizados, fueron creados unos archivos de carga para así hacer más fácil la aplicación de los distintos casos, debido al alto número de ensayos que han sido realizados.



4.2. Identificación de fuentes de incertidumbres. (Paso 2)

a). Incertidumbres en la Modelización Conceptual.

Estas incertidumbres se propagarán en el resto de fases de modelización y simulación.

- Incertidumbres en las dimensiones del modelo.
- Incertidumbres en las propiedades del material del modelo.
- Incertidumbres en el error humano a la hora de introducir los datos.
- Incertidumbres debido a las condiciones medioambientales.
- Uso inadecuado de la opinión experta en la abstracción del escenario (diversidad insuficiente).

b). Incertidumbres en la modelización Matemática

Las incertidumbres que se producen en esta fase surgen de las fuentes de incertidumbre matemáticas, donde las más representativas son:

- Las ecuaciones de conservación de la masa, del momento y de la energía;
- Todas las ecuaciones auxiliares que complementan a las ecuaciones de conservación;
- Las condiciones iniciales y de contorno que se necesiten para resolver las ecuaciones en derivadas parciales.

c). Incertidumbres en la Discretización

Las incertidumbres más representativas en esta fase son:

- La discretización de edps.
- La discretización de las condiciones de contorno.



d). Incertidumbres en la programación

La incertidumbre principal en esta fase es la del fallo humano en la programación, o errores de programación.

e). Incertidumbres en la solución numérica

Las incertidumbres más importantes asociadas a esta fase de modelización serán la incertidumbre debida a la convergencia de los resultados y el redondeo computacional.

f). Incertidumbre en la representación de los resultados

Las incertidumbres más importantes asociadas a esta fase son la incertidumbre debido al paso del discreto al continuo y las incertidumbres debidas a la interpolación de datos.



4.3. Simplificación por agrupación de fuentes comunes en las fases de modelización y simulación. (Paso 3).

a). Incertidumbres en la Modelización Conceptual.

Las incertidumbres que mayor peso tendrán en general serán las asociadas a las variaciones en las propiedades del material.

b). Incertidumbres en la modelización Matemática

Las incertidumbres procedentes de las ecuaciones de la mecánica de sólidos, de equilibrio y compatibilidad las despreciaremos, ya que están absolutamente aceptadas por toda la comunidad científica.

Otra fuente de incertidumbre más importante en este modelo estructural, son las condiciones iniciales y de contorno, teniendo estas últimas un peso mayor ya que se han realizado simplificaciones en el modelo respecto de estas últimas.

c). Incertidumbres en la Discretización

Es la única fuente de incertidumbre de la que se puede hacer una evaluación tipo A y no se agrupará con ninguna otra.

d). Incertidumbres en la programación

Estas incertidumbres no serán tenidas en cuenta ya que el programa a utilizar (ANSYS) está suficientemente probado y ensayado y contiene cientos de miles de algoritmos como para considerar un porcentaje de error o incertidumbre.

e). Incertidumbres en la solución numérica

Basándonos en los resultados obtenidos previamente (expuestos en el capítulo 3), se puede considerar que las incertidumbres en esta fase son despreciables en comparación con el resto.

f). Incertidumbre en la representación de los resultados

Las incertidumbres con mayor peso asociadas a esta fase son las debidas a la interpolación de datos.



4.4. Cuantificación de incertidumbres. (Paso 4).

a). Incertidumbres en la Modelización Conceptual.

Incertidumbre asociada a variaciones en las propiedades del material

Se considera en este caso que la incertidumbre en el conocimiento de los valores de las propiedades del material puede propagarse hasta una incertidumbre en el resultado final del cálculo. Para esta fase las incertidumbres serán de tipo B, y se obtendrán según el procedimiento indicado en el apartado 3.3. de esta tesis, apartado 4 a).

Como dato de partida se tiene la especificación del material, de la que se supondrán conocidos el valor de la propiedad así como su incertidumbre típica asociada (de un certificado de calibración o similar).

Para trasladar esa incertidumbre de entrada a incertidumbre asociada a la variable de salida (resultado del cálculo que estemos efectuando, tensiones, desplazamientos...) se calculará el coeficiente de sensibilidad efectuando la derivada parcial de la solución con respecto a la propiedad del material mediante evaluación numérica.

Un ejemplo de aplicación puede encontrarse en el apartado 4.5 a).

b). Incertidumbres en la modelización Matemática

Incertidumbres relativas a las condiciones de contorno del modelo estructural. Incertidumbres Tipo B

Para realizar el análisis de este tipo de incertidumbre, se tendrá en cuenta la teoría del análisis por aproximación mediante intervalos y las hipótesis de Saint-Venant aplicado a modelos estructurales.

Se ha adoptado una solución, consistente en utilizar en la modelización, como apoyos, bloques sólidos en los 4 extremos del bogie y suponer que los campos de tensiones y deformaciones calculados son correctos a partir de una cierta distancia de los extremos, cuando la influencia de las condiciones de contorno se hace despreciable (hipótesis de Saint Venant) [Ortiz, 1985]. Esta distancia puede estimarse como del orden del tamaño de la sección media del modelo.

Para poder evaluar estas incertidumbres y sucesivas vamos a tomar 3 nodos, uno contenido en la zona 1 (lejos del pivote y lejos de los apoyos), otro a la

zona 2 (próxima a los pivote y lejos del apoyo), y otro a la zona 3 suficientemente lejos del pivote y cercana a un apoyo.

A continuación se va a estudiar la influencia de la Modelización de las Condiciones de Contorno aplicando la Hipótesis de Saint-Venant.

Modelo de Bogie Normal con Anillo sobre pivote en el caso de cambiar las condiciones de contorno de los apoyos.

Caso 1: Estado de Carga dinámico con la geometría normal del anillo con pivote.

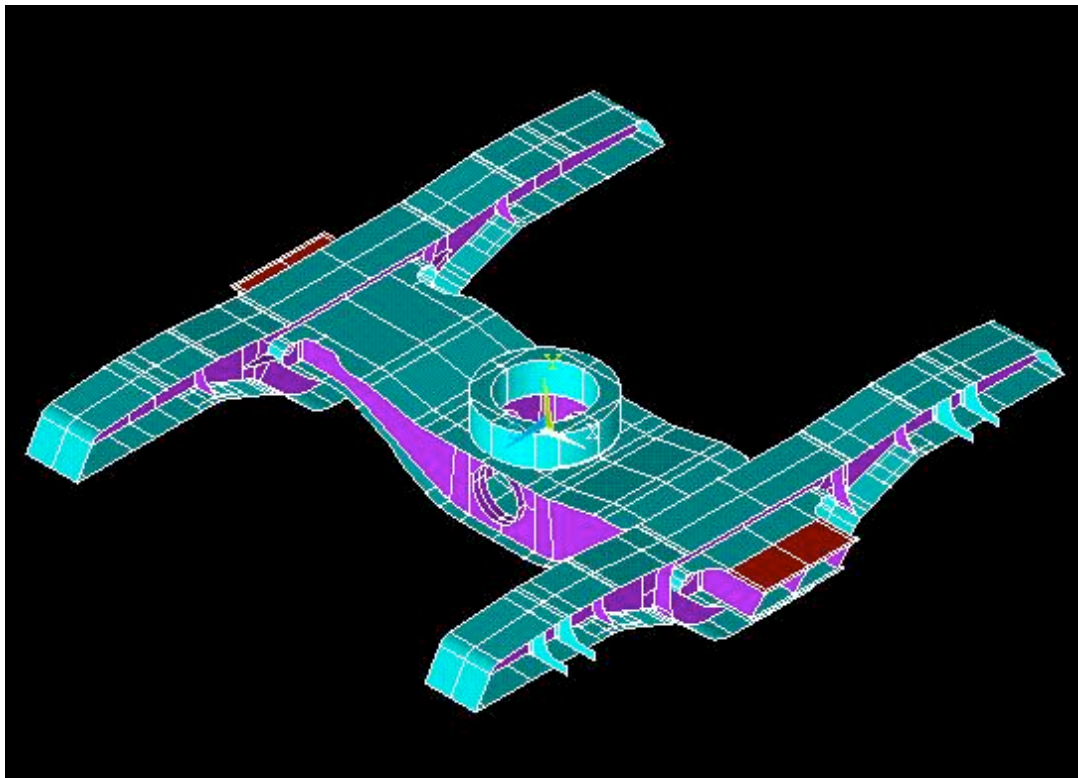


Figura 4.6 Modelo del bogie normal con anillo sobre el pivote

Caso 2: Estado de Carga dinámico situando una carga puntual sobre cada uno de los apoyos en lugar de los bloques originales.

Caso 3: Estado de Carga dinámico situando una carga distribuida sobre el área donde se apoyan los 4 bloques extremos.

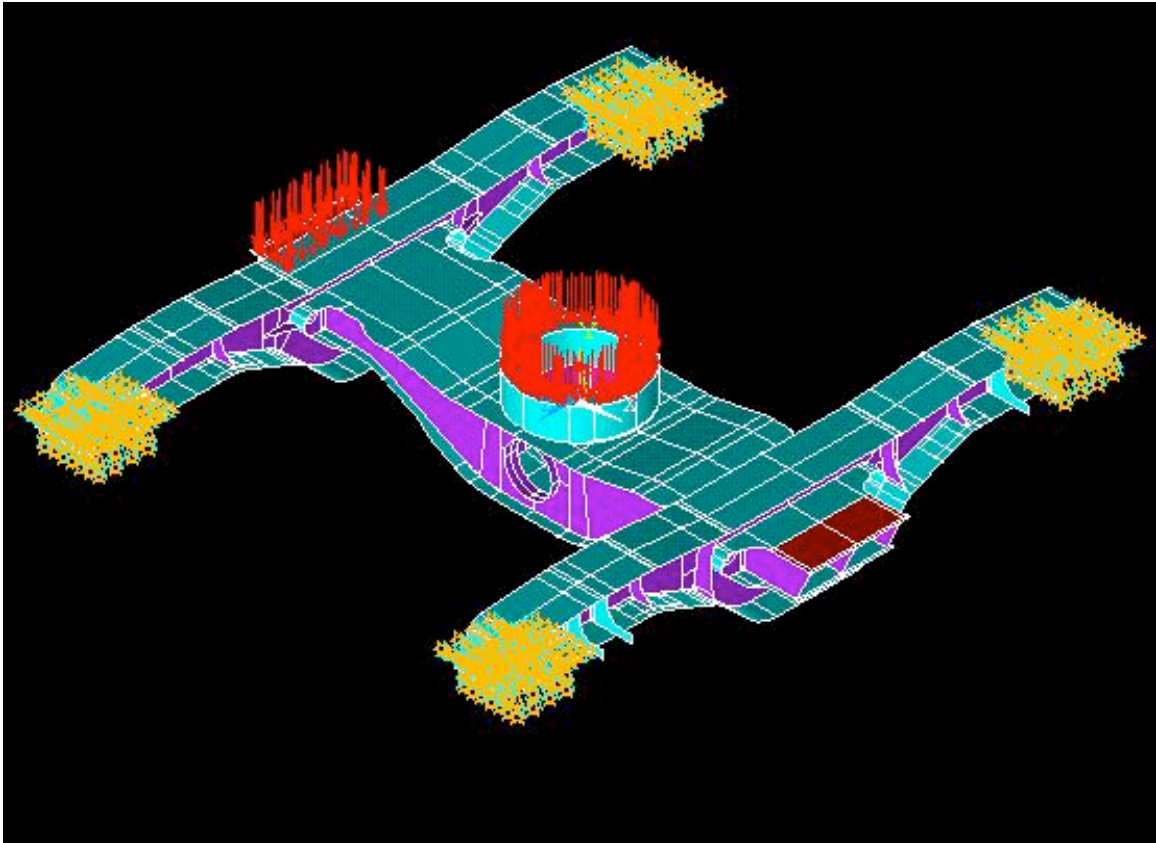


Figura 4.7. Modelo del bogie con aplicación de cargas distribuidas sobre el área donde se apoyan los bloques extremos

Caso 4: Estado de Carga dinámico situando una carga distribuida sobre el área donde se apoyan los 8 bloques totales que hacen de apoyo en la totalidad del Bogie.

Caso 5: Estado de Carga dinámico situando una carga distribuida sobre el área entre los dos apoyos sin tener ninguno de los apoyos originales en el Bogie.

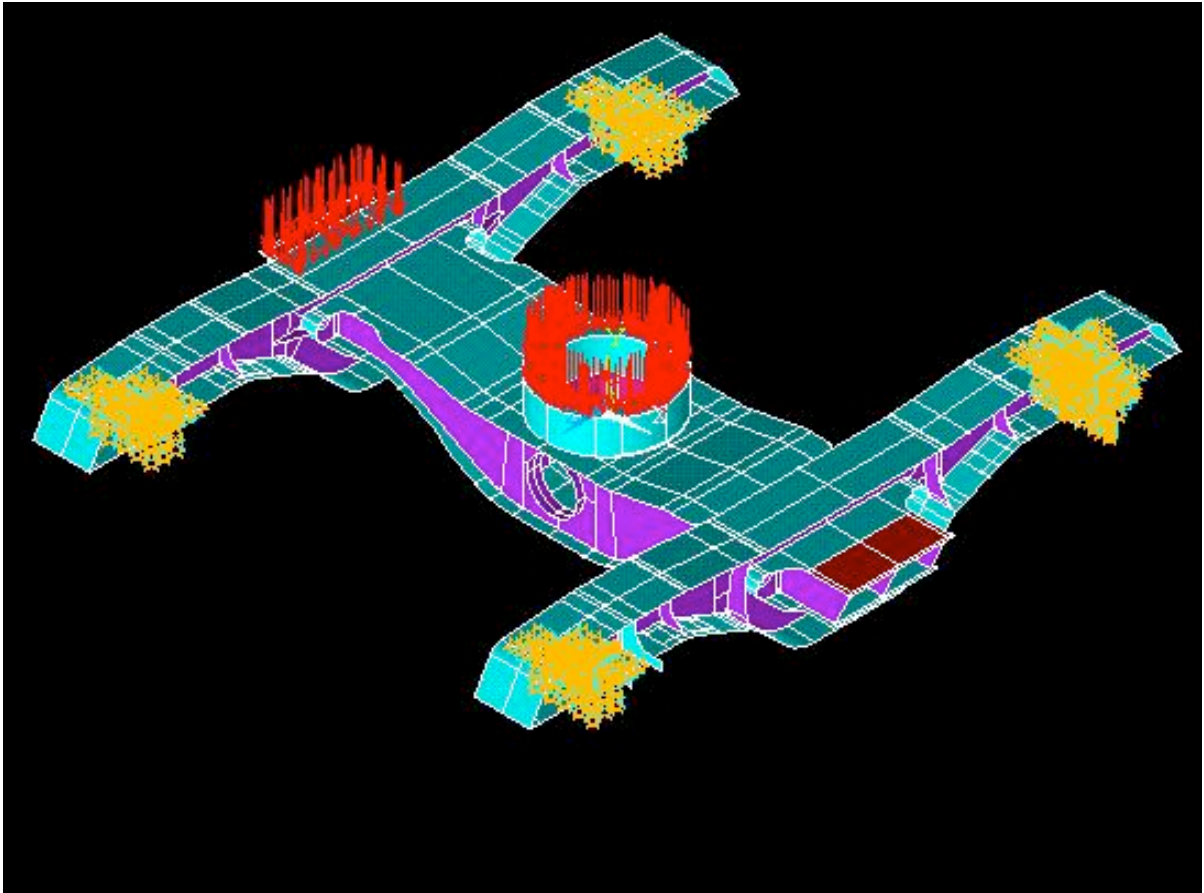


Figura 4.8. Modelo del bogie con aplicación de cargas distribuidas sobre el área entre los apoyos originales del Bogie

Modelo de Bogie Normal con sus apoyos en el caso de cambiar las condiciones de contorno del pivote.

Caso 1: Ensayo de Carga dinámico. Caso de cargas distribuidas sobre el Anillo.

Caso 2: Ensayo de Carga dinámico. Caso de colocar 4 cargas puntuales situadas diametralmente opuestas sobre el anillo.

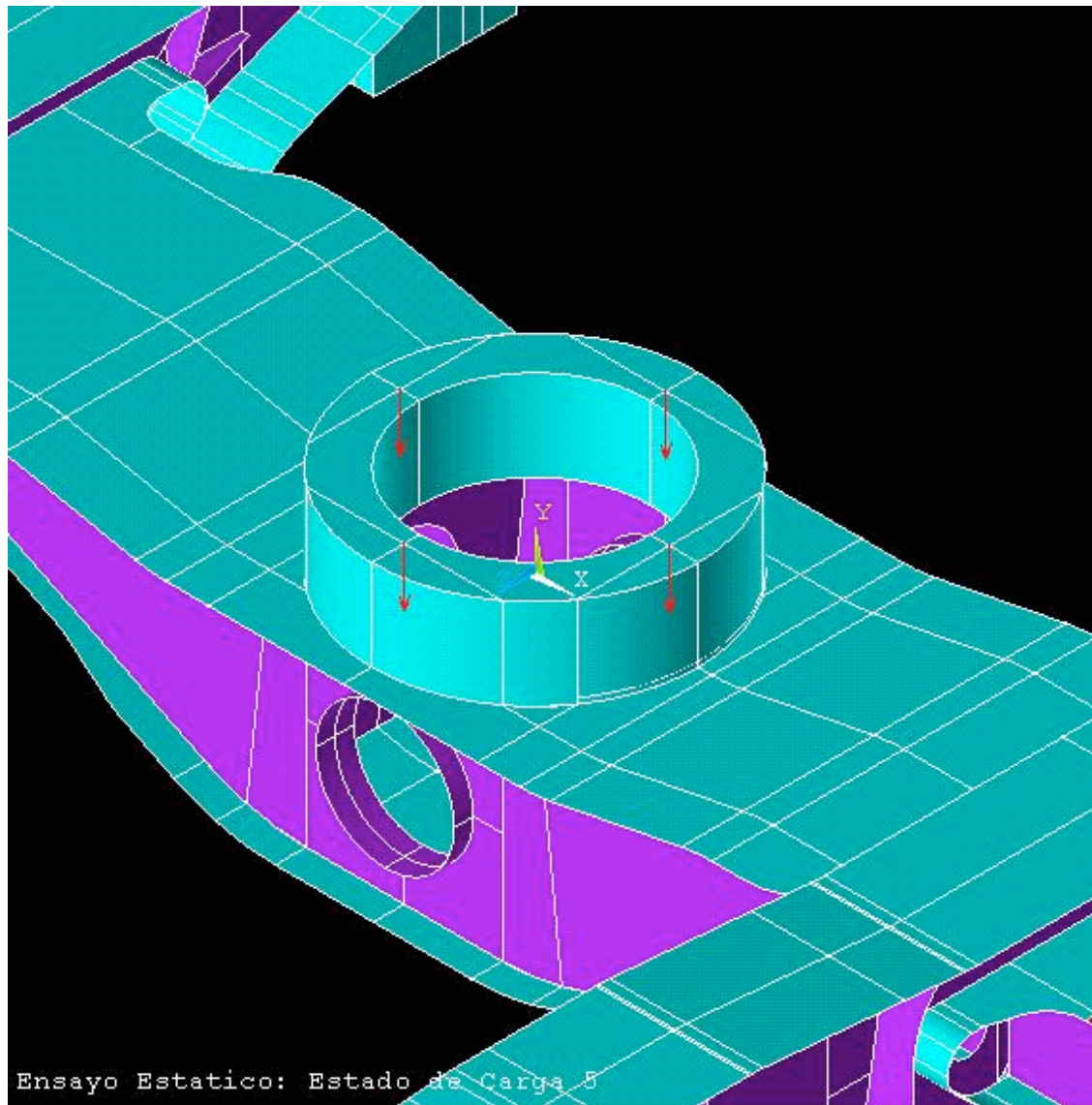


Figura 4.9. Modelo del bogie con aplicación de cargas puntuales sobre el anillo situado sobre el pivote



Caso 3: Ensayo de Carga dinámica. Caso de situar cargas distribuidas sobre el pivote sin Anillo.

Caso 4: Ensayo de Carga dinámica. Caso de colocar 4 cargas puntuales situadas diametralmente opuestas sobre el pivote sin Anillo.

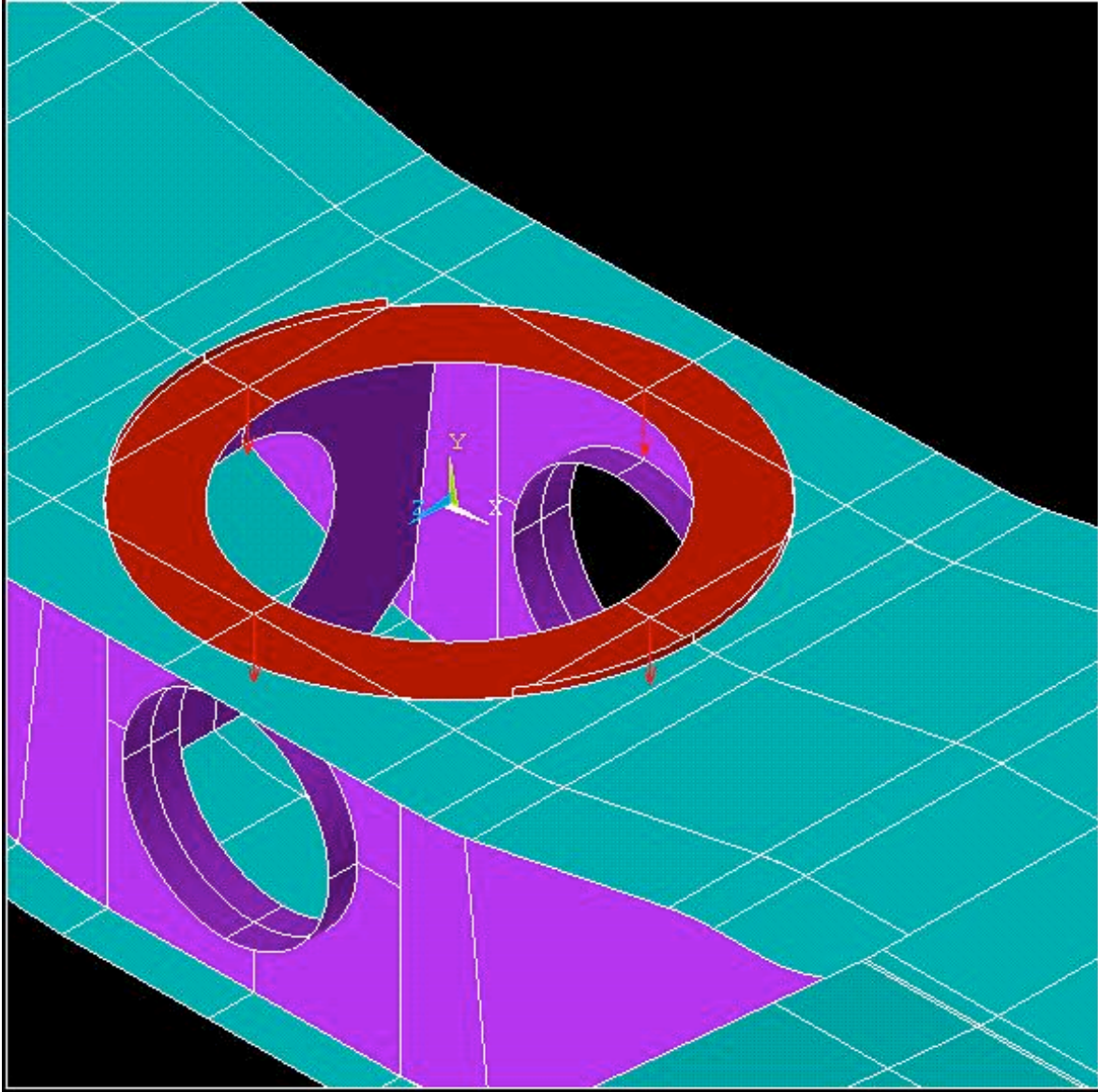


Figura 4.10. Modelo del bogie con aplicación de cargas puntuales sobre el pivote



c). Incertidumbres en la Discretización

Para poder llegar a obtener los objetivos que se han fijado en la fase de incertidumbres debidas a la discretización se deberán hacer algunas variaciones en los modelos para así poder evaluarlas cuando se realice una simulación por elementos finitos.

Los modelos que se han manejado están basados en el que ha sido descrito al principio de este capítulo, referido como modelo normal, y aquí se hará hincapié en las diferencias. A continuación se muestra una relación de estos modelos:

- Modelo normal:
 - mallado cuadrado
 - mallado triangular

A todos los modelos mencionados también se los ha sometido a una variación de la densidad de la malla para todas las simulaciones que se han realizado.

Se han elegido tres densidades de malla, la considerada como normal, la gruesa y la fina, que llevan asociados un número determinado de nodos, que son mostrados en la tabla siguiente:

Tamaño de la malla (m)	Nº de nodos (aprox.) Malla cuadrada	Nº de nodos (aprox) Malla triangular
0.02	26000	27000
0.015	34000	36000
0.01	60000	61000

Tabla 4.3. Número de nodos en función del tamaño y la topología de la malla

Se tendrán por tanto 6 observaciones independientes del mismo fenómeno, dado que se considera que cualquiera de los 6 modelos tiene un mallado razonable que ofrecerá resultados aceptables.



f). Incertidumbre en la representación de los resultados

Las incertidumbres más importantes asociadas a esta fase son la incertidumbre debido al paso del discreto al continuo y las incertidumbres debidas a la interpolación de datos.

Para evaluar estas incertidumbres tipo B se ha tomado otra vez el modelo dinámico 7, en el modelo de bogie con pivote y se han obtenido los valores tensionales de los nodos correspondientes a las zonas 1, 2 y 3 como en el caso anterior, en los cuatro nodos que rodearían la banda extensiométrica para poder ver así el gradiente de tensiones producido en cada par de nodos.

Si sólo pueden estimarse unos **límites superior e inferior** a_+ y a_- para el valor de la magnitud X_i (por ejemplo, especificaciones del fabricante de un instrumento de medición, intervalo de temperaturas, error de redondeo o de truncamiento resultante de la reducción automatizada de los datos), puede suponerse una distribución de probabilidad con una densidad de probabilidad constante entre dichos límites (distribución de probabilidad rectangular) para la variabilidad de la magnitud de entrada X_i . Según el anterior caso (b), se obtiene:

Ecuación 4.1.

$$x_i = \frac{1}{2}(a_+ + a_-)$$

para el valor estimado y:

Ecuación 4.2

$$u^2(x_i) = \frac{1}{12}(a_+ - a_-)^2$$

para el cuadrado de la incertidumbre típica.

Para los cuatro puntos considerados se encuentran los siguientes valores de gradiente de tensión:

- Zona 1 -> 1.112 MPa/m
- Zona 2 -> 331 MPa/m
- Zona 3 -> 1.252 MPa/m

Considerando el tamaño de elemento del modelo sobre el que se han hecho los cálculos, de 20 mm, resulta un interlavo de variación para la tensión en cada caso:

- Zona 1 -> 22,24 MPa
- Zona 2 -> 6,62 MPa
- Zona 3 -> 25,04 MPa

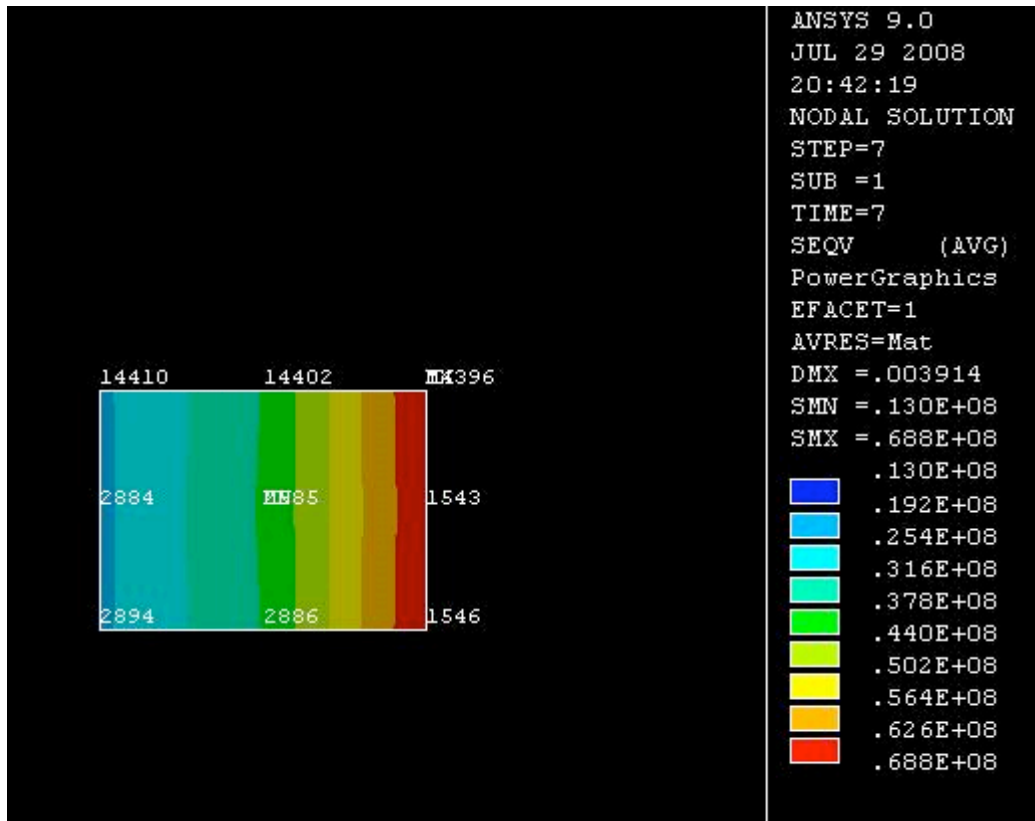


Figura 4.11. Resultado tensional en MPa de los nodos que rodean la zona 1.



4.5. Conversión de las componentes a desviaciones estándar. (Paso 5).

a). Incertidumbres en la Modelización Conceptual.

Incertidumbres asociada a variaciones en las propiedades del material

Módulo de Young del acero = 210.000 MPa, vamos a suponer que está en el intervalo [199.500 , 220.500]

Para evaluar los coeficientes de sensibilidad de la magnitud de salida (tensión de Von Mises) respecto de la magnitud de entrada (Módulo de Young del acero) se obtiene la solución del modelo variando el Módulo desde un -5% hasta un +5% de su valor esperado, se comprueba la linealidad de la relación y se obtiene la derivada parcial numéricamente.

Para el nodo correspondiente a la zona 1: $C = 1,2E-5$ MPa/MPa

Para el nodo correspondiente a la zona 2: $C = 5,55E-6$ MPa/MPa

Para el nodo correspondiente a la zona 3: $C = 2,06E-4$ MPa/MPa

Según los datos del certificado de calibración la incertidumbre en el módulo de Young del acero para ese bogie MSP es de 0,5 MPa, con lo cual:

Para el nodo correspondiente a la zona 1: $u = 5E-6$ MPa

Para el nodo correspondiente a la zona 2: $u = 3E-6$ MPa

Para el nodo correspondiente a la zona 3: $u = 100E-6$ MPa



b). Incertidumbres en la modelización Matemática

Caso de cambiar las condiciones de contorno en los apoyos (tens. Von Misses MPa)							
Zonas	nodos	CASO 1	CASO 2	CASO 3	CASO 4	CASO 5	Incertidumbre
Zona 1	1543	18,155	16,633	17,405	17,193	17,145	0,55277
Zona 2	216	38,001	50,1	3,5159	10,208	9,5866	20,4942
Zona 3	79	27,056	58,45	11,682	11,012	11,092	20,5127

Tabla 4.4. Resultados tensionales en el caso de cambiar las condiciones de contorno en los apoyos en tres nodos

Caso de cambiar las condiciones de contorno en el pivote (tens. Von Misses MPa)						
Zonas	nodos	CASO 1	CASO 2	CASO 3	CASO 4	Incertidumbre
Zona 1	1543	17,439	17,439	19,629	19,629	1,2644
Zona 2	216	38,001	38,001	95,723	95,723	33,3258
Zona 3	79	27,056	27,056	56,248	56,248	16,854

Tabla 4.5. Resultados tensionales en MPa en el caso de cambiar las condiciones de contorno en el pivote.

c). Incertidumbres en la Discretización

Para la exposición de los resultados se seguirá el siguiente procedimiento, primero será mostrada una tabla en la que aparecen la incertidumbre que aparece en cada punto de medida (D. Típica), coincidiendo con los nodos del apartado anterior, y en el mismo ensayo dinámico, (7), para poder realizar una evaluación correcta

- Variación del número de nodos en el modelo

Caso de cambiar el tamaño de la malla (Tensión de Von Misses en MPa)					
Posición	Malla 2cm	Malla 1,5cm	Malla 1cm	Media	Incertidumbre
Zona 1	42,1	49,5	47,85	46,4833	3,8846
Zona 2	68,75	73,75	71,3	71,2666	2,5001
Zona 3	119	116,5	116,5	117,3333	1,4433

Tabla 4.6. Resultados tensionales en MPa en el caso de variar la densidad de malla



f). Incertidumbre en la representación de los resultados

La incertidumbre asociada en los nodos que se han considerado será:

$$\text{Zona 1: } u(x) = 22,24 / \sqrt{12} = 6,41811 \text{ MPa}$$

$$\text{Zona 2: } u(x) = 6,62 / \sqrt{12} = 1,91103 \text{ MPa}$$

$$\text{Zona 3: } u(x) = 25,04 / \sqrt{12} = 7,22727 \text{ MPa}$$



4.6. Cálculo de la incertidumbre combinada (Paso 6).

Cuando las magnitudes de entrada no están correlacionadas, el cuadrado de la incertidumbre típica asociada a la estimación de salida y , viene dado por

Ecuación 4.3

$$u^2(y) = \sum_{i=1}^N u_i^2(y)$$

Con lo cual la incertidumbre combinada será igual a la raíz cuadrada de la suma de los cuadrados de las diferentes incertidumbres típicas asociadas en cada uno de los procesos de modelización y simulación del Sistema para cada uno de los nodos analizados.

	Tensión de Von Mises en MPa		
	Zona 1	Zona 2	Zona 3
Incertidumbre c.c. apoyos	0,55277	20,4942	20,5127
Incertidumbre c.c. pivote	1,26440	33,3258	16,8540
Incertidumbre discr. Mallado	3,8846	2,5001	1,4433
Incertidumbre prop. Material	5E-6	3E-6	100E-6
Incertidumbre programación	Despreciable	Despreciable	Despreciable
Incertidumbre sol. Numérica	Despreciable	Despreciable	Despreciable
Incertidumbre interp. resultados	6,41811	1,91103	7,22727
INCERTIDUMBRE COMBINADA	7,6280	39,2495	27,5525

Tabla 4.7. Resultado de la incertidumbre combinada, (tensión de von mises en MPa)



4.7 Cálculo de la incertidumbre expandida y resultado de la medida.

Una vez hecho esto, y suponiendo que la distribución de probabilidad de la variable de salida es normal, puede calcularse la incertidumbre expandida aplicando un factor de cobertura de 2 (para garantizar con un 95% de probabilidad que la solución real estará contenida en ese intervalo).

Ecnación 4.4

$$U = ku(y)$$

Como puede verse en la tabla, las soluciones obtenidas, especialmente en la zona del pivote, son mucho mayores que los valores de tensión registrados en esa zona.

Zona	Incertidumbre combinada [MPa]	Factor de cobertura	Incertidumbre expandida [MPa]	Tensión de Von Mises [MPa]
1	7,6280	2	15,256	17,4
2	39,2495	2	74,499	38
3	27,5525	2	55,105	27

Tabla 4.8. Resultado de la incertidumbre expandida, (tensión de von mises en MPa)



Resultado de la medida:

Una vez calculada la incertidumbre expandida se puede expresar el resultado de la medida como:

Ecuación 4.5

$$\mathbf{Y = y \pm U}$$

Con lo cual en cada una de las zonas tendremos:

$$\text{Zona 1: } \mathbf{Y = 17,4 \pm 15,256} \quad (\text{MPa})$$

$$\text{Zona 2: } \mathbf{Y = 38 \pm 74,99} \quad (\text{MPa})$$

$$\text{Zona 3: } \mathbf{Y = 27 \pm 55,105} \quad (\text{MPa})$$

Como se ve, en la zona 1, que está suficientemente alejada del pivote y los apoyos, la incertidumbre es bastante inferior a la de las otras dos zonas, debido a que al ser zonas críticas de aplicación de cargas es de esperar, que salgan valores bastante mayores.

En otras zonas alejadas de pivote y apoyos, la incertidumbre asociada es del mismo orden de magnitud, así como todas las que están cerca del pivote o cerca de los apoyos con zona 2 y 3 respectivamente.





Capítulo 5.- Conclusiones



Capítulo 5: Conclusiones



5.- CONCLUSIONES

En esta tesis doctoral se puede concluir lo siguiente

- Se ha desarrollado una metodología para determinar y asignar incertidumbres a los valores obtenidos mediante cálculos efectuados a partir de cualquier modelo estructural MEF.
- Esta metodología está asociada al resultado de cálculos tensionales por el Método de los Elementos Finitos de la respuesta de cualquier elemento estructural a determinadas sollicitaciones.
- Se ha conseguido asignar un valor de la medida en varias zonas, mediante un cálculo tensional M.E.F., sobre la respuesta del bastidor de un bogie de ferrocarril a una determinada sollicitación.



- La incertidumbre obtenida de cualquier simulación no es un valor único para toda la geometría, sino que puede arrojar incertidumbres pequeñas para determinados cálculos y grandes para otros.
- Las incertidumbres con mayor peso, son las asociadas a las simplificaciones que se realicen en el modelo, tanto geométricas como en lo que a la aplicación de condiciones de contorno respecta, así como las debidas a interpolación de resultados.
- En los resultados obtenidos se ve claramente, que los valores arrojados de incertidumbre son bastante elevados en zonas próximas a la aplicación de las solicitaciones y menores en zonas alejadas aplicando la hipótesis de Saint Venant.
- Los resultados arrojados de incertidumbres van a ser proporcionales a la experiencia del analista en el campo de investigación del tipo de modelo a simular, es decir, un analista que se dedique a la simulación de bogies, con una amplia experiencia en este campo, sabrá con bastante aproximación como aplicar las cargas y condiciones de contorno y cual serán las simplificaciones geométricas a realizar en el modelo, que no sean relevantes a la hora de simular cualquier modelo estructural de bogie de ferrocarril.
- El analista sabrá también como relacionar las incertidumbres asociadas a las distintas fases del proceso de modelado y simulación, si un analista con amplia experiencia en otro campo como puede ser el modelado y simulación de puentes hace frente a otro modelo estructural diferente a su campo, por mucha experiencia que tenga en su especialidad, en la simulación de otro modelo, obtendrá resultados que arrojen mayores incertidumbres que un especialista en su campo.
- Con lo cual esta metodología es apropiada para especialistas en un campo específico de ensayos sobre modelos MEF estructurales, o especialistas en cualquier campo que reciban el asesoramiento de un experto en el campo sobre el que se vaya a realizar el ensayo.
- Aun así cuando los modelos MEF estructurales sean suficientemente sencillos, sin grandes simplificaciones geométricas y con las condiciones de contorno y aplicación de solicitaciones bien definidas, esta metodología se podrá aplicar sin ningún problema arrojando resultados con una gran fiabilidad.



Capítulo 6.- Líneas y desarrollos futuros





6.- Líneas y desarrollos futuros

El fundamento de esta tesis doctoral es la base para la creación de Laboratorios Virtuales aplicados a modelos estructurales MEF.

Con estos ensayos lo que se pretende es ir reduciendo costes y aumentar la rapidez de producción de prototipos mecánicos, mediante la suplantación de ensayos físicos por ensayos virtuales.

Las líneas de investigación irán enfocadas a realizar una serie de ensayos adicionales en elementos de máquinas y estructurales, ya que en esta tesis se ha realizado un ensayo de un bogie de ferrocarril en concreto, realizando análisis de incertidumbres siguiendo esta metodología.

Otra línea de investigación y desarrollo futuro sería desarrollar un procedimiento para asignar una incertidumbre debida a los analistas que realizan las simulaciones, debido a que la manera de simplificar el modelo, aplicar las solicitaciones y las condiciones de contorno pueden arrojar una incertidumbre debida a la intervención humana, aunque los analistas sean reconocidos especialistas en la materia, a la hora de simplificar modelos MEF complejos y realizar las simulaciones pertinentes siempre existirá una incertidumbre asociada debida a los especialistas que simulen el mismo ensayo sobre un mismo modelo .

El desarrollo futuro es implantar esta metodología, programando algoritmos, y transformándolos en un programa informático, donde introduciendo el modelo y la posición de varios nodos a ensayar, se obtenga automáticamente la incertidumbre en cualquier modelo estructural.





Bibliografía



Bibliografía



BIBLIOGRAFIA

- [Alvin, 2000] Alvin, K.F., and Reese, G.M., “A Plan for Structural Dynamics Code and Model Verification and Validation”. Proceeding of the 18th International Modal Analysis Conference, San Antonio, TX, February, 2000
- [Alvin, 2001] Alvin, K. F.: “Uncertainty quantification in computational structural dynamics: a new paradigm for model validation”. Sandia National Laboratories, Albuquerque. Nov. 2001.
- [ANSYS, 2001,a] ANSYS Inc: ANSYS Structural Analysis Guide. 2001
- [ANSYS, 2001,b] ANSYS Inc: ANSYS Theory Reference. 2001
- [ANSYS, 2001,c] ANSYS Inc: ANSYS Modeling and Meshing Guide. 2001
- [ANSYS,2001, d] ANSYS Inc: ANSYS Basic Analysis Procedures Guide. 2001
- [Antonsson, 1995] Antonsson, E. and Otto, K., “Imprecision in engineering design,” *ASME Journal of Mechanical Design*, Vol. 117(B), June 1995, pp. 25-32.
- [Ayyub & Chao, 1998] Ayyub, B. and Chao, R., “Uncertainty modeling in civil engineering with structural and reliability applications,” *Uncertainty Modeling and Analysis in Civil Engineering*, CRC Press, Boca Raton, FL, 1998, pp. 3-8.
- [Bathe, 1982] Bathe, K.J.: “Finite Element Procedures in Engineering Analysis”. Prentice Hall. 1982.



- [Bedford & Cooke, 2001] Bedford, T. and Cooke, R., "Different types of uncertainty," *Probabilistic Risk Analysis: Foundations and Methods*, Cambridge University Press, Cambridge, United Kingdom, 2001, pp. 17-38
- [Bernstein, 1998] Bernstein, P., *Against the Gods: The Remarkable Story of Risk*, John Wiley & Sons, Inc., New York, NY, 1998.
- [Burghardt, 1999] Burghardt, M. D., "The design process," *Introduction to Engineering Design and Problem Solving*, McGraw-Hill Co., Boston, MA, 1999, pp. 32-36.
[cited 15 November 2004].
- [Bayarri, 2002] A Framework for Validation of Computer Models.
M.J. Bayarri, J.O. Berger, D. Higdon, M.C. Kennedy, A. Kottas, R. Paulo, J. Sacks
National Institute of Statistical Sciences
J.A. Cafeo, J. Cavendish, C.H. Lin, J. Tu
General Motors
October 27, 2002
- [Camerer&Weber, 1992] Camerer, C. and Weber, M., "Recent developments in modelling preferences: uncertainty and ambiguity," *Journal of Risk and Uncertainty*, Vol. 5, 1992, pp. 325-370.
- [DeLaurentis & Mavris, 2000] DeLaurentis, D. and Mavris, D., "Uncertainty modeling and management in multidisciplinary analysis and synthesis," AIAA Paper 2000-0422, January 2000.
- [Dequech, 2000] Dequech, D., "Fundamental uncertainty and ambiguity," *IE/UNICAMP*, Campinas, n. 93, March 2000.
- [Du & Chen, 2000] Du, X. and Chen, W., "Methodology for managing the effect of uncertainty in simulation-based design," *AIAA Journal*, Vol. 38, No. 8, 2000, p. 1471.
- [EA 4/02, 1999] "EA4/02 Expression of the Uncertainty of Measurement in Calibration. Edition 1, EAL 1999"



-
- [ENAC, 1998] Documento CEA-[ENAC, 1998]-LC/02: «*Expresión de la Incertidumbre de Medida en las Calibraciones*», Entidad Nacional de Acreditación ([ENAC, 1998]), Madrid, 1998.
- [ERRI, 1996] EUROPEAN RAIL RESEARCH INSTITUTE: “*Programme des essais à faire subir aux wagons à chasis et superstructure en acier (aptés à recevoir l’attelage automatique de choc e traction) et à leurs bogies à chasis en acier*, ERRI B12/ RP 17” 8^a edición. 1996
- [Flaherty & Amos, 2000] Joseph E. Flaherty, Amos Eaton Professor
MATH FINITE ELEMENT ANALYSIS
Department of Computer Science
Department of Mathematical Sciences
Rensselaer Polytechnic Institute, 2000
- [Fonseca& Ussher, 2004] Fonseca, G. and Ussher, L., “Choice under risk and uncertainty – General introduction,”
URL:
<http://cepa.newschool.edu/het/essays/uncert/intrisk.htm>
- [Guide, 1995] "Guide to the Expression of Uncertainty in Measurement. BIPM, IEC, IFCC, ISO, IUPAC, IUPAP, OIML. International Organization for Standardization, Printed in Switzerland, ISBN 92-67-10188-9, First Edition, 1993. Corrected and reprinted 1995."
- [Hacking, 1984] Hacking, I., *The Emergence of Probability: A Philosophical Study of Early Ideas About Probability, Induction and Statistical Inference*, Cambridge University Press, Cambridge, United Kingdom, 1984.
- [Jörg, Albright, 2002] Dr. Klaus Jörg Dittmann, F. Josef Albright, Dr. Christoph Leser: *Validation of virtual prototypes via a virtual test laboratory*. Eden Prairie, MN, USA July 29, 2002 .



- [Klir, 1988] Klir, G. and Folger, T., “Types of uncertainty,” *Fuzzy Sets, Uncertainty, and Information*, Prentice Hall, Englewood Cliffs, NJ, 1988, pp. 138-139.
- [Knight, 1921] Knight, F., “The place of profit and uncertainty in economic theory,” *Risk, Uncertainty, & Profit*, Harper Torchbooks, New York, NY, 1921, p. 19.
- [Law, 1996] Law, W., “Evaluating imprecision in engineering design,” Doctoral Dissertation, California Inst. of Technology, Department of Mechanical Engineering, May 1996.
- [Melchers, 1999] Melchers, R., “Uncertainties in reliability assessment,” *Structural Reliability Analysis and Prediction*, 2nd edition, John Wiley & Sons, Chichester, United Kingdom, 1999, pp. 34-45.
- [Moaveni, 1999] Moaveni, Saeed. Minnesota State University, Mankato. FINITE ELEMENTS ANALYSIS. Theory and Application with ANSYS. Prentice Hall, 1999
- [Morgan&Henrion, 1990] Morgan, M. and Henrion, M., *Uncertainty: A Guide to Dealing with Uncertainty in Quantitative Risk and Policy Analysis*, Cambridge University Press, Cambridge, United Kingdom, 1990.
- [Mourelatos, 2005] Mourelatos, Z., Kloess, A., and Nayak, R., “A method for multi-attribute automotive design under uncertainty,” accepted in *Engineering Design Reliability Handbook*, CRC Press, Boca Raton, FL, 2005, pp. 37.1-37.19.
- [Murray, 1961] Murray, J., *The Oxford English Dictionary*, Vol. XI, Clarendon Press, Oxford, United Kingdom, 1961, pp. U78-U79.



-
- [Oberkampf et al, 1999] Oberkampf, W., DeLand, S., Rutherford, B., Diegert, K., and Alvin, K., “A new methodology for the estimation of total uncertainty in computational simulation,” AIAA Paper 99-1612, April 1999.
- [Oberkampf, Helton, & Sentz, 2001] Oberkampf, W., Helton, J., and Sentz, K., “Mathematic representation of uncertainty,” AIAA Paper 2001-1645, April 2001.
- [Oberkampf, 2001] Oberkampf, William L:
“Error and uncertainty in modeling and simulation”.
Reliability engineering and sistem safety. Elsevier,
September 2001.
- [Oberkampf
and Roy C. J., 2010] Oberkampf, W.L. and Roy, C.J.,
Verification and Validation in Scientific Computing, Cambridge
University Press, New York, 2010.
- [Okamoto, 2001] Okamoto Isai: **“How bogies work”**.
Railway technology today 5.
Kanji Wako publications. Japan 2001.
- [Ortiz, 1980] Ortiz, L. .
Resistencia de Materiales.
Servicio de Publicaciones de la E.T.S.I.I. 1980.
- [Ortiz, 1985] Ortiz, L..
Elasticidad.
Servicio de Publicaciones de la E.T.S.I.I. 1985
- [Otto, 1992] Otto, K., “A formal representational theory for
engineering design,” Doctoral Dissertation, California
Inst. of Technology, Department of Mechanical
Engineering, December 1992.
- [Schlesinger, 1979] Schlesinger, S. Terminology for Model Credibility,
Simulation, Vol. 32, No. 3, 1979; 103-104.
- [Serway, 1989] Serway, R., *Modern Physics*, Saunders College Publishing,
Philadelphia, PA, 1989, pp. 123-124.



- [Thacker, 2001] Thacker, B., Riha, D., Millwater, H., and Enright, M., “Errors and uncertainties in probabilistic engineering analysis,” AIAA Paper 2001-1239, April 2001.
- [Thunnisen, 2003] Thunnissen, D., “Uncertainty classification for the design and development of complex systems,” *Proceedings of the 3rd Annual Predictive Methods Conference*, Veros Software, Santa Ana, CA, June, 2003.
- [TRENES, 2002] www.todotrenes.com ; 2002
- [von Neumann & Morgenstern, 1953] von Neumann, J. and Morgenstern, O., *Theory of Games and Economic Behavior*, Princeton University Press, Princeton, NJ, 1953.
- [Walton, 2002] Walton, M., “Managing uncertainty in space systems conceptual design using portfolio theory,” Doctoral Dissertation, Massachusetts Institute of Technology, Department of Aeronautics/Astronautics, June 2002.
- [Zadeh, 1984] Zadeh, L., “Making computers think like people,” *IEEE Spectrum*, Vol. 21, No. 8, August 1984 pp 26-32.
- [Zienkiewicz & Taylor, 1994] O.C. Zienkiewicz y R.L.Taylor. *El Método de los Elementos Finitos*. McGraw-Hill 1994.



ANEXOS



Anexo I





Anexo I

Anexo I: Cálculos realizados

En el siguiente anexo se muestran las tablas utilizadas para realizar el estudio estadístico en el caso de la variación de la topología y de la densidad del mallado. Se puede observar que en la primera columna se han indicado las hipotéticas bandas extensométricas que se han utilizado en las simulaciones virtuales que coincidirán con las bandas utilizadas en hipotéticos ensayos reales, y por tanto son las bandas que pueden aportar datos que se pueden comparar con los datos obtenidos de los ensayos reales. En la primera fila de dichas tablas se puede observar una serie de nombres que coincide con cada uno de los mallados utilizados en las diversas simulaciones en cada uno de los estados estudiados.

Se añade a este anexo la definición de cada una de las palabras utilizadas para definir cada uno de los mallados:

NC 10mm:	Modelo normal con mallado cuadrado de 1cm
NC 15mm:	Modelo normal con mallado cuadrado de 1,5cm
NC 20mm:	Modelo normal con mallado cuadrado de 2cm
NT 10mm:	Modelo normal con mallado triangular de 1cm
NT 15mm:	Modelo normal con mallado triangular de 1,5cm
NT 20mm:	Modelo normal con mallado triangular de 2cm
EPM5C 10mm:	Modelo EP+5 con mallado cuadrado de 1cm
EPM5C 15mm:	Modelo EP+5 con mallado cuadrado de 1,5cm
EPM5C 20mm:	Modelo EP+5 con mallado cuadrado de 2cm
ep5c 10mm:	Modelo EP-5 con mallado cuadrado de 1cm
ep5c 15mm:	Modelo EP-5 con mallado cuadrado de 1,5cm
ep5c 20mm:	Modelo EP-5 con mallado cuadrado de 2cm
EPM5T 10mm:	Modelo EP+5 con mallado triangular de 1cm
EPM5T 15mm:	Modelo EP+5 con mallado triangular de 1,5cm
EPM5T 20mm:	Modelo EP+5 con mallado triangular de 2cm
ep5t 10mm :	Modelo EP-5 con mallado triangular de 1cm
ep5t 15mm :	Modelo EP-5 con mallado triangular de 1,5cm
ep5t 20mm :	Modelo EP-5 con mallado cuadrado de 2cm

A continuación se muestran las tablas indicando en su parte superior a que estado de las simulaciones realizadas corresponde:



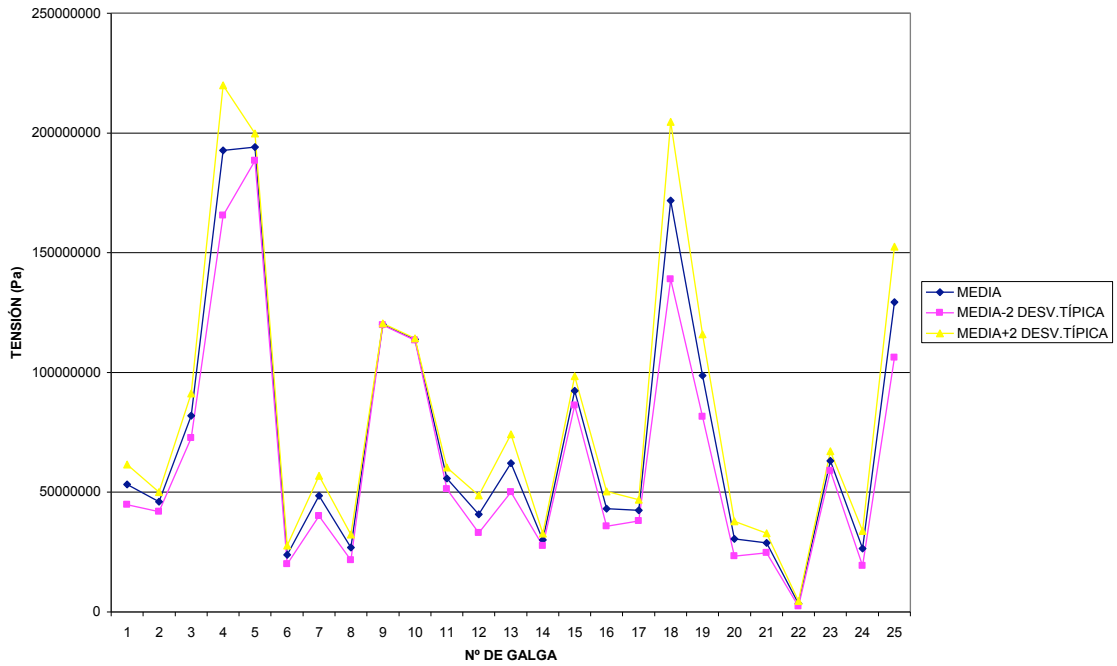
ESTATICO 1.-

	NC 10mm	NC 15mm	NC 20mm	NT 10mm	NT 15mm	NT 20mm	EPM5C 10mm	EPM5C 15mm	EPM5C 20mm
4	1,70E+08	1,92E+08	2,17E+08	1,62E+08	1,94E+08	1,71E+08	1,70E+08	1,92E+08	2,17E+08
5	1,89E+08	1,95E+08	1,98E+08	1,47E+08	2,02E+08	2,04E+08	1,89E+08	1,95E+08	1,98E+08
9	1,20E+08	1,20E+08	1,20E+08	1,20E+08	1,20E+08	1,20E+08	1,20E+08	1,20E+08	1,20E+08
10	1,14E+08	1,13E+08	1,14E+08	1,12E+08	1,12E+08	1,12E+08	1,14E+08	1,13E+08	1,14E+08
11	5,93E+07	5,65E+07	5,16E+07	5,89E+07	5,80E+07	6,06E+07	5,94E+07	5,83E+07	5,18E+07
12	4,10E+07	3,39E+07	4,75E+07	2,80E+07	3,77E+07	3,85E+07	4,11E+07	3,40E+07	3,28E+07
13	5,04E+07	6,56E+07	7,03E+07	5,81E+07	5,81E+07	4,42E+07	5,04E+07	5,83E+07	6,05E+07
14	2,79E+07	3,01E+07	3,23E+07	2,78E+07	3,44E+07	2,99E+07	2,80E+07	3,02E+07	3,24E+07
20	3,65E+07	2,39E+07	3,13E+07	1,12E+07	2,78E+07	3,12E+07	3,65E+07	3,05E+07	3,13E+07
21	3,29E+07	2,62E+07	2,73E+07	2,36E+07	3,00E+07	2,76E+07	3,29E+07	2,62E+07	2,73E+07
22	2,89E+06	4,59E+06	2,96E+06	2,01E+06	4,33E+06	3,65E+06	2,90E+06	4,60E+06	2,96E+06

	ep5c 10mm	ep5c 15mm	ep5c 20mm	EPM5T 10mm	EPM5T 15mm	EPM5T 20mm	ep5t 10mm	ep5t 15mm	ep5t 20mm
4	1,70E+08	1,92E+08	1,78E+08	1,62E+08	1,94E+08	1,71E+08	1,62E+08	1,94E+08	1,71E+08
5	1,89E+08	1,95E+08	1,98E+08	2,01E+08	2,02E+08	2,04E+08	2,01E+08	2,02E+08	2,04E+08
9	1,20E+08	1,20E+08	1,20E+08	1,20E+08	1,20E+08	1,20E+08	1,20E+08	1,20E+08	1,20E+08
10	1,14E+08	1,13E+08	1,14E+08	1,12E+08	1,12E+08	1,12E+08	1,12E+08	1,12E+08	1,12E+08
11	5,93E+07	5,82E+07	5,15E+07	5,82E+07	5,82E+07	5,86E+07	5,79E+07	5,79E+07	5,83E+07
12	3,90E+07	3,38E+07	3,26E+07	2,81E+07	3,78E+07	3,86E+07	2,79E+07	3,76E+07	3,84E+07
13	5,04E+07	6,55E+07	6,02E+07	3,11E+07	5,82E+07	4,43E+07	5,79E+07	5,79E+07	4,41E+07
14	2,79E+07	3,00E+07	3,22E+07	2,79E+07	3,45E+07	2,99E+07	2,77E+07	3,43E+07	2,98E+07
20	3,65E+07	3,22E+07	3,13E+07	2,77E+07	2,78E+07	3,12E+07	2,66E+07	2,78E+07	3,12E+07
21	3,29E+07	2,62E+07	2,73E+07	2,35E+07	3,00E+07	2,73E+07	2,36E+07	3,00E+07	2,73E+07
22	2,89E+06	4,58E+06	2,95E+06	2,02E+06	4,34E+06	3,66E+06	2,00E+06	4,32E+06	3,64E+06

Tabla AI-1: Ensayos realizados con el estado de carga 1 estático

VARIACIÓN DEL N° DE NODOS ESTADO DE CARGA 1 ESTÁTICO MALLADO CUADRADO



VARIACIÓN DEL N° DE NODOS EN EL ESTADO DE CARGA 1 ESTÁTICO MALLADO TRIANGULAR

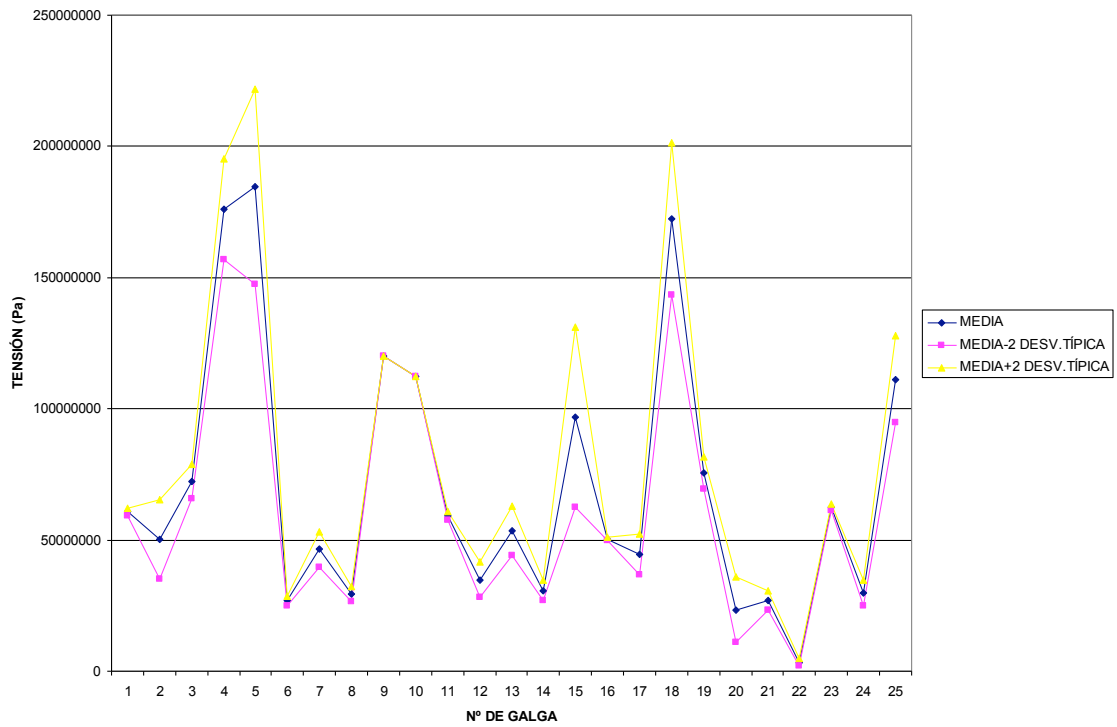


Figura AI-1: Gráfico desviación típica-posiciones nodos en el estado de carga estático 1



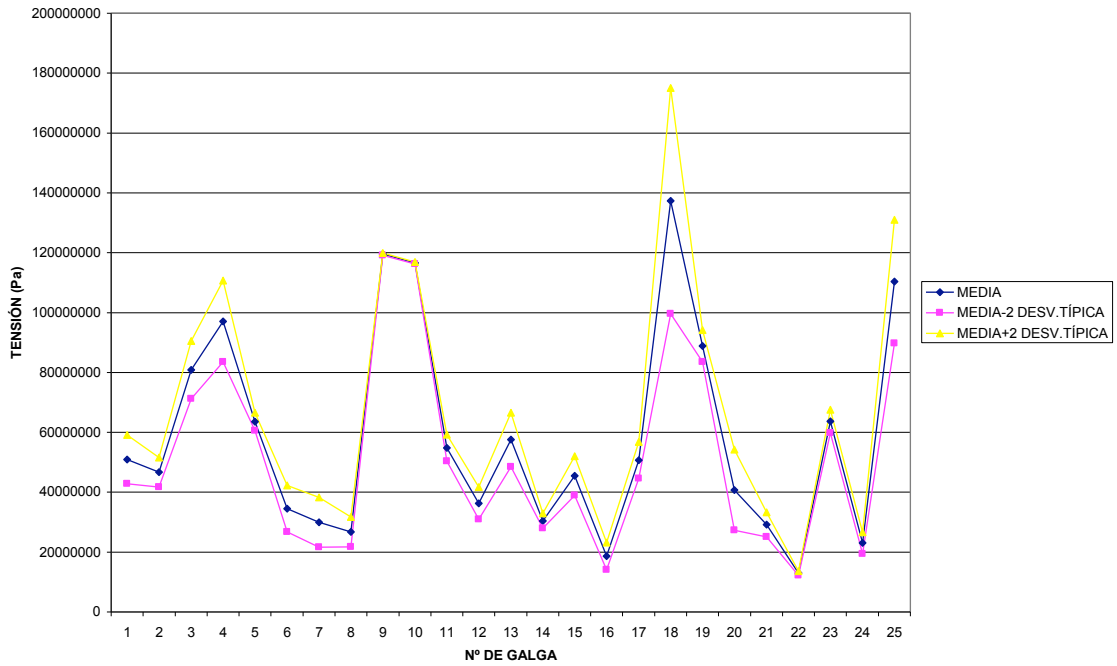
ESTATICO 2.-

	NC 10mm	NC 15mm	NC 20mm	NT 10mm	NT 15mm	NT 20mm	EPM5C 10mm	EPM5C 15mm	EPM5C 20mm
4	8,56E+07	9,65E+07	1,09E+08	8,16E+07	9,79E+07	8,62E+07	8,57E+07	9,65E+07	1,09E+08
5	6,06E+07	6,46E+07	6,55E+07	6,09E+07	6,64E+07	6,97E+07	6,06E+07	6,45E+07	5,48E+07
9	1,20E+08	1,19E+08	1,19E+08	1,19E+08	1,19E+08	9,22E+07	1,20E+08	9,33E+07	1,19E+08
10	1,17E+08	1,16E+08	1,17E+08	1,15E+08	1,15E+08	1,15E+08	1,17E+08	1,16E+08	1,17E+08
11	5,78E+07	5,61E+07	5,04E+07	5,67E+07	5,66E+07	5,95E+07	5,79E+07	5,70E+07	5,05E+07
12	4,16E+07	3,43E+07	3,31E+07	2,84E+07	3,81E+07	3,90E+07	4,17E+07	3,44E+07	3,32E+07
13	4,91E+07	6,46E+07	5,89E+07	5,67E+07	5,67E+07	4,31E+07	4,92E+07	5,69E+07	5,90E+07
14	2,83E+07	3,03E+07	3,27E+07	2,82E+07	3,49E+07	3,03E+07	2,84E+07	3,04E+07	3,30E+07
20	3,68E+07	5,39E+07	3,16E+07	2,15E+07	2,81E+07	3,15E+07	3,68E+07	3,08E+07	3,16E+07
21	3,33E+07	2,66E+07	2,77E+07	2,40E+07	3,04E+07	2,76E+07	3,33E+07	2,66E+07	2,77E+07
22	1,36E+07	1,28E+07	1,24E+07	1,35E+07	1,16E+07	1,28E+07	1,37E+07	1,28E+07	1,24E+07

	ep5c 10mm	ep5c 15mm	ep5c 20mm	EPM5T 10mm	EPM5T 15mm	EPM5T 20mm	ep5t 10mm	ep5t 15mm	ep5t 20mm
4	8,56E+07	9,65E+07	1,09E+08	8,16E+07	9,80E+07	8,63E+07	8,16E+07	9,79E+07	8,62E+07
5	6,06E+07	6,46E+07	6,55E+07	6,60E+07	6,63E+07	6,70E+07	4,85E+07	6,64E+07	6,70E+07
9	1,19E+08	1,19E+08	1,19E+08	1,19E+08	1,19E+08	1,19E+08	1,19E+08	1,19E+08	1,19E+08
10	1,17E+08	1,16E+08	1,17E+08	1,15E+08	1,15E+08	1,15E+08	1,15E+08	1,15E+08	1,15E+08
11	5,77E+07	5,68E+07	5,03E+07	5,68E+07	5,67E+07	5,73E+07	5,65E+07	4,79E+07	5,71E+07
12	3,87E+07	3,42E+07	3,30E+07	2,85E+07	3,82E+07	3,91E+07	2,83E+07	3,68E+07	3,88E+07
13	4,90E+07	6,44E+07	5,88E+07	4,40E+07	5,68E+07	4,32E+07	5,65E+07	5,66E+07	4,30E+07
14	2,82E+07	3,02E+07	3,26E+07	2,83E+07	3,50E+07	3,04E+07	2,81E+07	3,47E+07	3,01E+07
20	3,68E+07	5,77E+07	3,16E+07	2,80E+07	2,81E+07	3,15E+07	3,70E+07	2,81E+07	3,15E+07
21	3,33E+07	2,66E+07	2,77E+07	2,39E+07	2,40E+07	2,76E+07	2,40E+07	3,04E+07	2,77E+07
22	1,36E+07	1,28E+07	1,24E+07	1,35E+07	1,16E+07	1,28E+07	1,35E+07	1,15E+07	1,28E+07

Tabla AI-2: Ensayos realizados con el estado de carga 2 estático

VARIACIÓN DEL N° DE NODOS ESTADO DE CARGA 2 ESTÁTICO MALLADO CUADRADO



VARIACIÓN DEL N° DE NODOS EN EL ESTADO DE CARGA 2 ESTÁTICO MALLADO TRIANGULAR

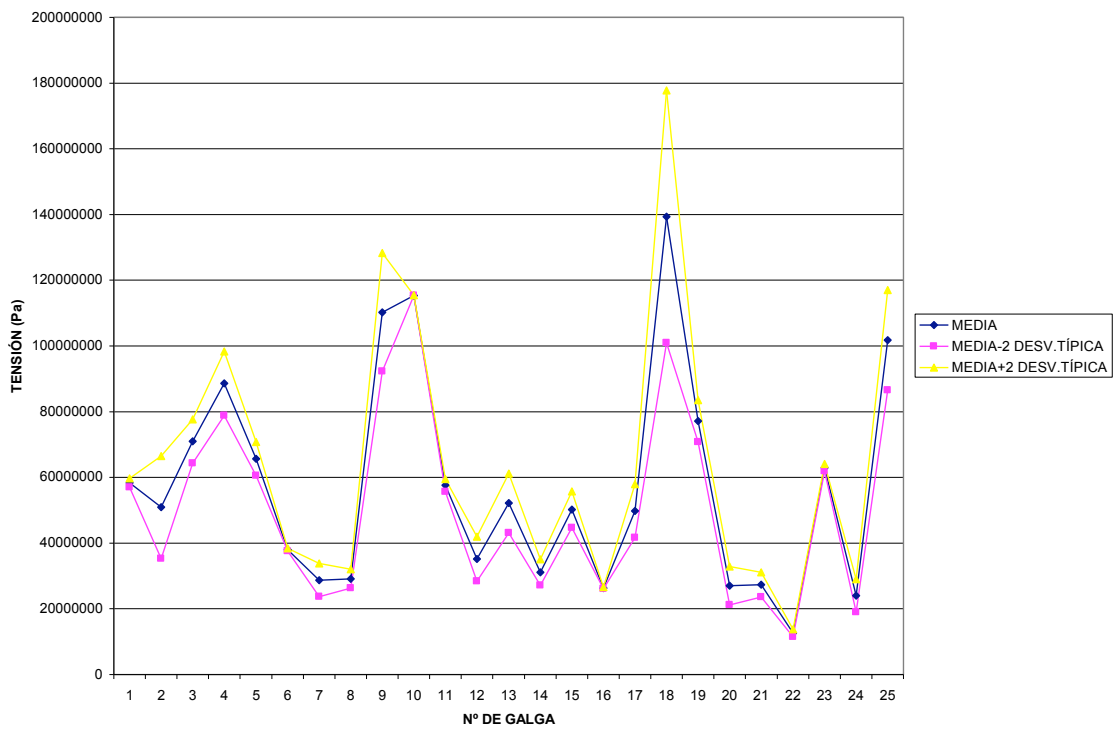


Figura AI-2: Gráfico desviación típica-posiciones nodos en el estado de carga estático 2



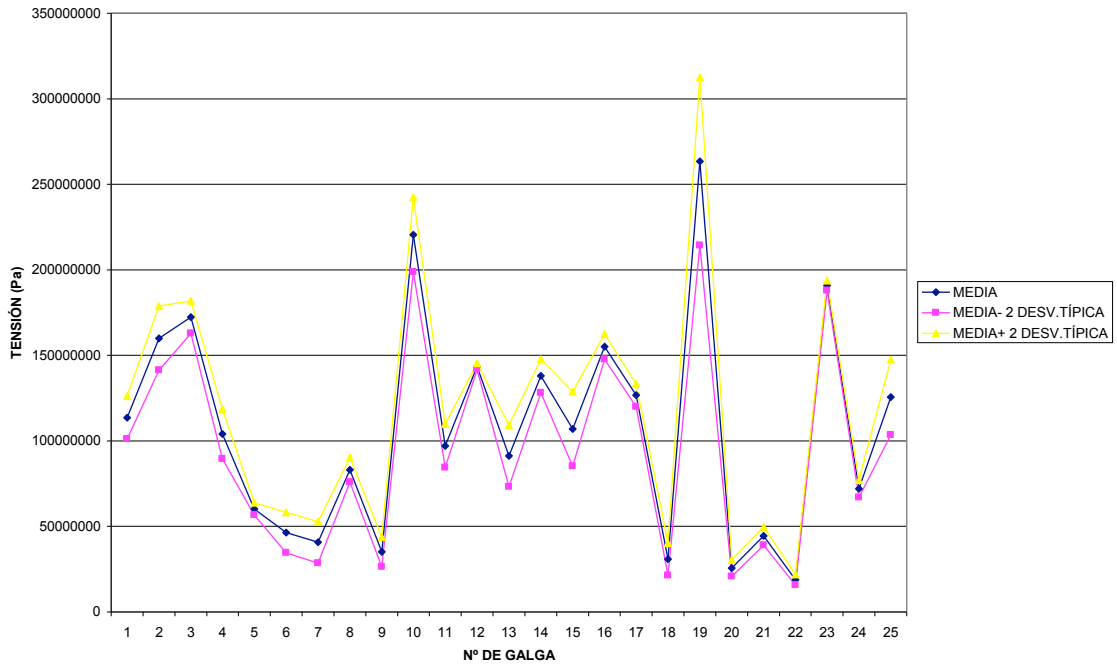
ESTATICO 3.-

	NC 10mm	NC 15mm	NC 20mm	NT 10mm	NT 15mm	NT 20mm	EPM5C 10mm	EPM5C 15mm	EPM5C 20mm
4	9,19E+07	1,03E+08	1,17E+08	8,74E+07	1,05E+08	9,24E+07	9,19E+07	1,03E+08	1,17E+08
5	5,66E+07	6,15E+07	6,25E+07	6,97E+07	6,35E+07	6,41E+07	5,66E+07	6,15E+07	6,25E+07
9	3,34E+07	4,34E+07	2,86E+07	3,15E+07	2,56E+07	4,18E+07	3,34E+07	2,42E+07	2,87E+07
10	2,09E+08	2,42E+08	2,10E+08	2,24E+08	2,25E+08	2,27E+08	2,09E+08	2,15E+08	2,10E+08
11	9,46E+07	1,09E+08	8,75E+07	9,73E+07	9,79E+07	8,18E+07	9,48E+07	9,55E+07	8,77E+07
12	1,45E+08	1,44E+08	1,42E+08	1,39E+08	1,52E+08	1,58E+08	1,45E+08	1,45E+08	1,42E+08
13	7,34E+07	9,79E+07	1,02E+08	9,69E+07	9,75E+07	8,42E+07	7,36E+07	9,55E+07	1,03E+08
14	1,44E+08	1,28E+08	1,42E+08	1,39E+08	1,55E+08	1,42E+08	1,44E+08	1,28E+08	1,42E+08
20	2,59E+07	2,98E+07	2,14E+07	2,22E+07	1,99E+07	3,06E+07	2,59E+07	3,49E+07	1,94E+07
21	4,92E+07	3,99E+07	4,42E+07	3,98E+07	4,60E+07	4,39E+07	4,92E+07	4,42E+07	4,42E+07
22	2,20E+07	1,74E+07	1,71E+07	2,57E+07	1,80E+07	1,95E+07	2,20E+07	1,74E+07	1,72E+07

	ep5c 10mm	ep5c 15mm	ep5c 20mm	EPM5T 10mm	EPM5T 15mm	EPM5T 20mm	ep5t 10mm	ep5t 15mm	ep5t 20mm
4	9,18E+07	1,03E+08	1,17E+08	8,75E+07	1,05E+08	9,24E+07	8,73E+07	1,05E+08	8,28E+07
5	5,67E+07	6,16E+07	6,25E+07	6,31E+07	6,34E+07	6,40E+07	6,31E+07	6,35E+07	7,07E+07
9	2,45E+07	2,40E+07	2,85E+07	3,16E+07	2,08E+07	2,94E+07	3,14E+07	2,55E+07	4,62E+07
10	2,09E+08	2,15E+08	2,10E+08	2,22E+08	2,25E+08	2,27E+08	2,22E+08	2,25E+08	2,10E+08
11	9,44E+07	9,51E+07	8,73E+07	9,75E+07	9,81E+07	8,82E+07	9,71E+07	9,77E+07	1,02E+08
12	1,15E+08	1,44E+08	1,41E+08	1,39E+08	1,52E+08	1,58E+08	1,38E+08	1,51E+08	1,38E+08
13	8,32E+07	9,76E+07	1,02E+08	8,41E+07	9,77E+07	8,44E+07	9,67E+07	9,73E+07	1,33E+08
14	1,43E+08	1,28E+08	1,42E+08	1,39E+08	1,55E+08	1,42E+08	1,38E+08	1,55E+08	1,34E+08
20	2,59E+07	3,23E+07	1,94E+07	1,98E+07	1,94E+07	1,95E+07	2,67E+07	1,95E+07	2,79E+07
21	4,92E+07	4,42E+07	4,41E+07	3,98E+07	4,60E+07	4,39E+07	3,98E+07	4,60E+07	3,50E+07
22	2,19E+07	1,73E+07	1,71E+07	2,57E+07	1,80E+07	1,96E+07	4,02E+07	1,79E+07	3,39E+07

Tabla AI-3: Ensayos realizados con el estado de carga 3 estático

VARIACIÓN DEL N° DE NODOS ESTADO DE CARGA 3 ESTÁTICO MALLADO CUADRADO



VARIACIÓN DEL N° DE NODOS EN EL ESTADO DE CARGA 3 ESTÁTICO MALLADO TRIANGULAR

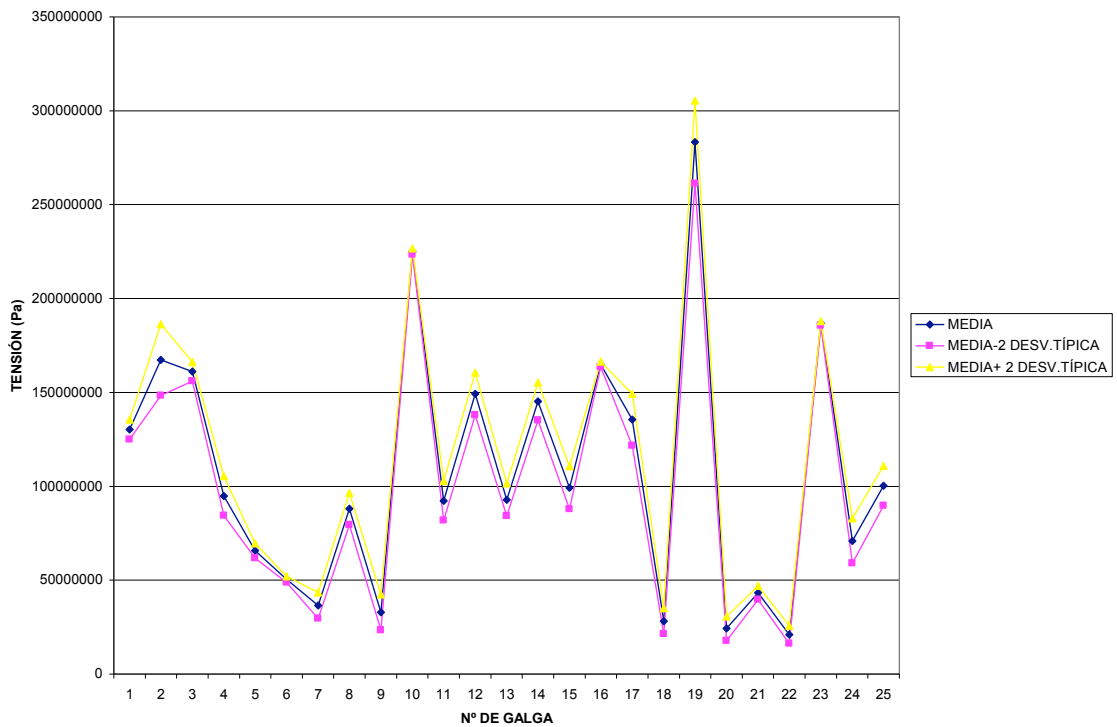


Figura AI-3: Gráfico desviación típica-posiciones nodos en el estado de carga estático 3



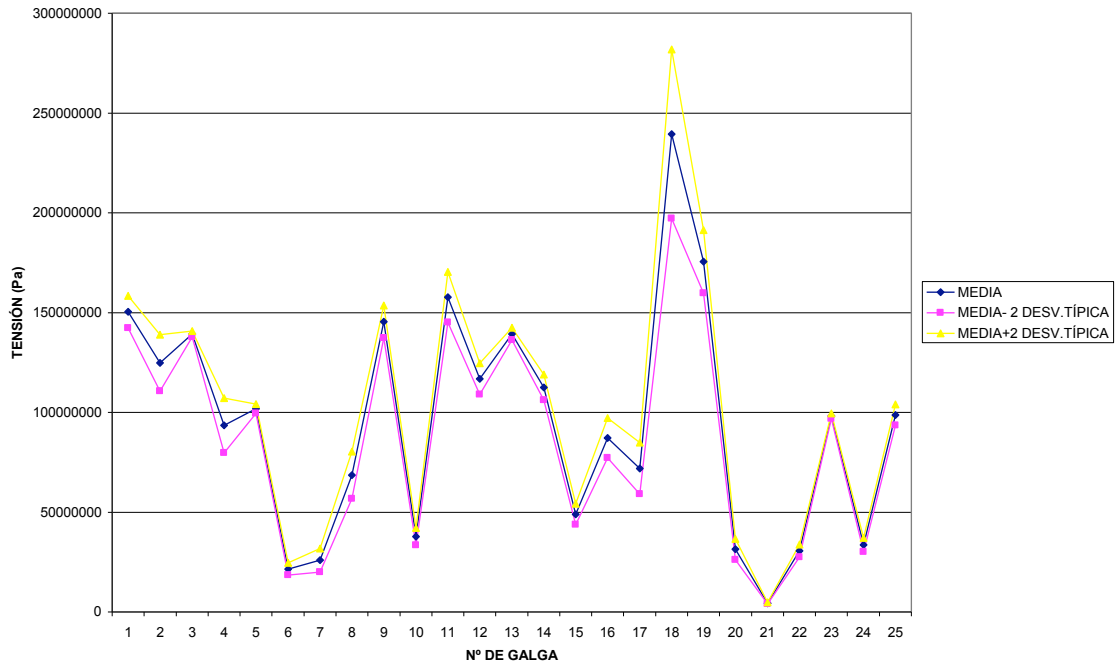
ESTATICO 4.-

	NC 10mm	NC 15mm	NC 20mm	NT 10mm	NT 15mm	NT 20mm	EPM5C 10mm	EPM5C 15mm	EPM5C 20mm
4	8,18E+07	9,30E+07	1,06E+08	7,83E+07	9,43E+07	8,29E+07	8,19E+07	9,31E+07	1,06E+08
5	9,97E+07	1,02E+08	1,04E+08	9,07E+07	1,06E+08	1,07E+08	9,97E+07	1,02E+08	1,04E+08
9	1,38E+08	1,46E+08	1,52E+08	1,49E+08	1,55E+08	1,46E+08	1,38E+08	1,57E+08	1,52E+08
10	3,52E+07	4,20E+07	3,61E+07	5,06E+07	5,30E+07	5,49E+07	3,51E+07	4,19E+07	3,60E+07
11	1,65E+08	1,63E+08	1,45E+08	1,63E+08	1,64E+08	1,32E+08	1,65E+08	1,65E+08	1,45E+08
12	1,25E+08	1,14E+08	1,12E+08	1,14E+08	1,15E+08	1,18E+08	1,25E+08	1,14E+08	1,13E+08
13	1,37E+08	1,39E+08	1,42E+08	1,53E+08	1,44E+08	1,33E+08	1,37E+08	1,50E+08	1,53E+08
14	1,18E+08	1,07E+08	1,13E+08	1,14E+08	1,25E+08	1,14E+08	1,18E+08	1,07E+08	1,13E+08
20	2,95E+07	3,66E+07	2,82E+07	3,06E+07	2,68E+07	2,79E+07	2,96E+07	2,90E+07	2,82E+07
21	4,84E+06	4,13E+06	4,23E+06	4,03E+06	3,89E+06	2,52E+06	4,66E+06	4,45E+06	2,79E+06
22	3,38E+07	2,98E+07	2,84E+07	3,72E+07	2,64E+07	3,40E+07	3,38E+07	2,99E+07	2,85E+07

	ep5c 10mm	ep5c 15mm	ep5c 20mm	EPM5T 10mm	EPM5T 15mm	EPM5T 20mm	ep5t 10mm	ep5t 15mm	ep5t 20mm
4	8,18E+07	9,29E+07	1,05E+08	7,84E+07	9,44E+07	8,30E+07	7,82E+07	9,42E+07	8,28E+07
5	9,97E+07	1,02E+08	1,04E+08	1,05E+08	1,06E+08	1,07E+08	9,85E+07	1,06E+08	1,07E+08
9	1,38E+08	1,57E+08	1,52E+08	1,49E+08	1,55E+08	1,62E+08	1,49E+08	1,55E+08	1,62E+08
10	3,52E+07	4,20E+07	3,61E+07	5,05E+07	5,29E+07	5,48E+07	5,07E+07	5,30E+07	5,50E+07
11	1,65E+08	1,64E+08	1,45E+08	1,64E+08	1,44E+08	1,42E+08	1,63E+08	1,64E+08	1,42E+08
12	9,97E+07	1,13E+08	1,12E+08	1,14E+08	1,15E+08	1,18E+08	1,13E+08	1,15E+08	1,18E+08
13	1,37E+08	1,38E+08	1,52E+08	1,26E+08	1,44E+08	1,33E+08	1,53E+08	1,44E+08	1,33E+08
14	1,18E+08	1,07E+08	1,12E+08	1,14E+08	1,20E+08	1,14E+08	1,14E+08	1,19E+08	1,14E+08
20	2,95E+07	3,89E+07	2,81E+07	2,63E+07	2,69E+07	2,79E+07	2,89E+07	2,68E+07	2,79E+07
21	4,03E+06	4,40E+06	2,73E+06	4,06E+06	4,11E+06	2,55E+06	4,00E+06	3,68E+06	2,50E+06
22	3,37E+07	3,37E+07	2,84E+07	3,73E+07	2,65E+07	3,40E+07	3,71E+07	2,63E+07	3,39E+07

Tabla AI-4: Ensayos realizados con el estado de carga 4 estático

VARIACIÓN DEL N° DE NODOS ESTADO DE CARGA 4 ESTÁTICO MALLADO CUADRADO



VARIACIÓN DEL N° DE NODOS EN EL ESTADO DE CARGA 4 ESTÁTICO MALLADO TRIANGULAR

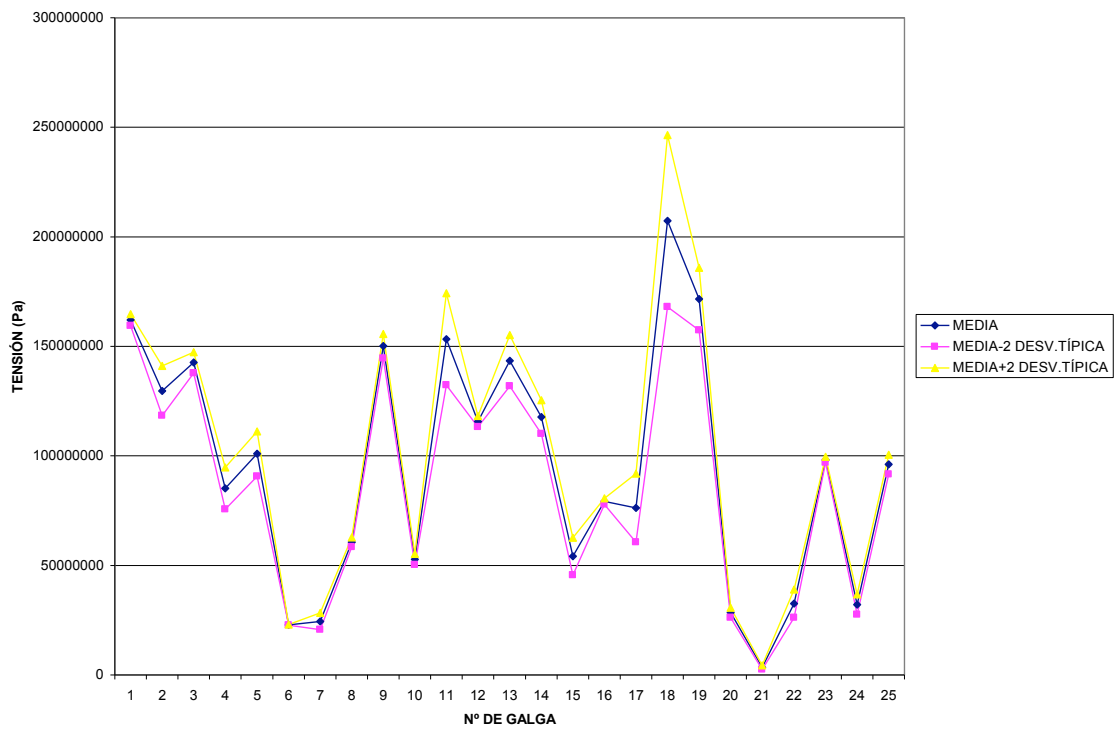


Figura AI-4: Gráfico desviación típica-posiciones nodos en el estado de carga estático 4



ESTATICO 5.-

	NC 10mm	NC 15mm	NC 20mm	NT 10mm	NT 15mm	NT 20mm	EPM5C 10mm	EPM5C 15mm	EPM5C 20mm
4	1,02E+08	1,15E+08	1,10E+08	9,73E+07	1,17E+08	1,03E+08	1,02E+08	1,15E+08	1,10E+08
5	1,13E+08	1,17E+08	1,19E+08	1,15E+08	1,21E+08	1,22E+08	1,13E+08	1,17E+08	1,19E+08
9	7,19E+07	7,22E+07	7,21E+07	7,20E+07	7,21E+07	7,21E+07	7,19E+07	7,22E+07	7,21E+07
10	6,85E+07	6,81E+07	6,83E+07	6,74E+07	6,74E+07	6,74E+07	6,85E+07	6,81E+07	6,83E+07
11	3,56E+07	3,39E+07	3,10E+07	3,48E+07	3,48E+07	3,64E+07	3,56E+07	3,51E+07	3,11E+07
12	2,46E+07	2,04E+07	1,96E+07	1,88E+07	2,26E+07	2,31E+07	2,46E+07	2,04E+07	1,97E+07
13	3,02E+07	3,94E+07	3,62E+07	3,48E+07	3,49E+07	2,85E+07	3,03E+07	3,50E+07	3,63E+07
14	1,68E+07	1,81E+07	1,94E+07	1,67E+07	2,06E+07	1,79E+07	1,68E+07	1,81E+07	1,95E+07
20	2,19E+07	2,66E+07	1,88E+07	2,14E+07	2,34E+07	1,87E+07	2,19E+07	1,83E+07	1,88E+07
21	1,97E+07	1,57E+07	1,64E+07	1,41E+07	1,80E+07	1,64E+07	1,97E+07	1,57E+07	1,64E+07
22	1,74E+06	2,75E+06	1,77E+06	1,21E+06	1,17E+06	2,19E+06	1,74E+06	2,76E+06	1,78E+06

	ep5c 10mm	ep5c 15mm	ep5c 20mm	EPM5T 10mm	EPM5T 15mm	EPM5T 20mm	ep5t 10mm	ep5t 15mm	ep5t 20mm
4	1,02E+08	1,15E+08	1,10E+08	9,73E+07	1,17E+08	1,03E+08	9,72E+07	1,17E+08	1,03E+08
5	1,13E+08	1,17E+08	1,19E+08	1,20E+08	1,21E+08	1,22E+08	1,20E+08	1,21E+08	1,22E+08
9	7,22E+07	7,22E+07	7,21E+07	7,20E+07	7,21E+07	7,22E+07	7,20E+07	7,21E+07	7,21E+07
10	6,85E+07	6,81E+07	6,83E+07	6,74E+07	6,74E+07	6,74E+07	6,74E+07	6,74E+07	6,74E+07
11	3,55E+07	3,49E+07	3,11E+07	3,49E+07	3,49E+07	3,51E+07	3,48E+07	3,47E+07	3,50E+07
12	2,33E+07	2,03E+07	1,97E+07	1,89E+07	2,27E+07	2,32E+07	1,88E+07	2,26E+07	2,30E+07
13	3,02E+07	3,93E+07	3,63E+07	3,27E+07	3,49E+07	2,86E+07	3,48E+07	3,48E+07	2,85E+07
14	1,67E+07	1,80E+07	1,95E+07	1,67E+07	2,07E+07	1,80E+07	1,66E+07	2,06E+07	1,79E+07
20	2,19E+07	2,84E+07	1,88E+07	1,66E+07	1,67E+07	1,87E+07	2,20E+07	1,67E+07	1,87E+07
21	1,97E+07	1,57E+07	1,64E+07	1,41E+07	1,80E+07	1,64E+07	1,41E+07	1,80E+07	1,64E+07
22	1,73E+06	2,75E+06	1,78E+06	1,21E+06	1,12E+06	2,20E+06	1,20E+06	1,12E+06	2,19E+06

Tabla AI-5: Ensayos realizados con el estado de carga 5 estático

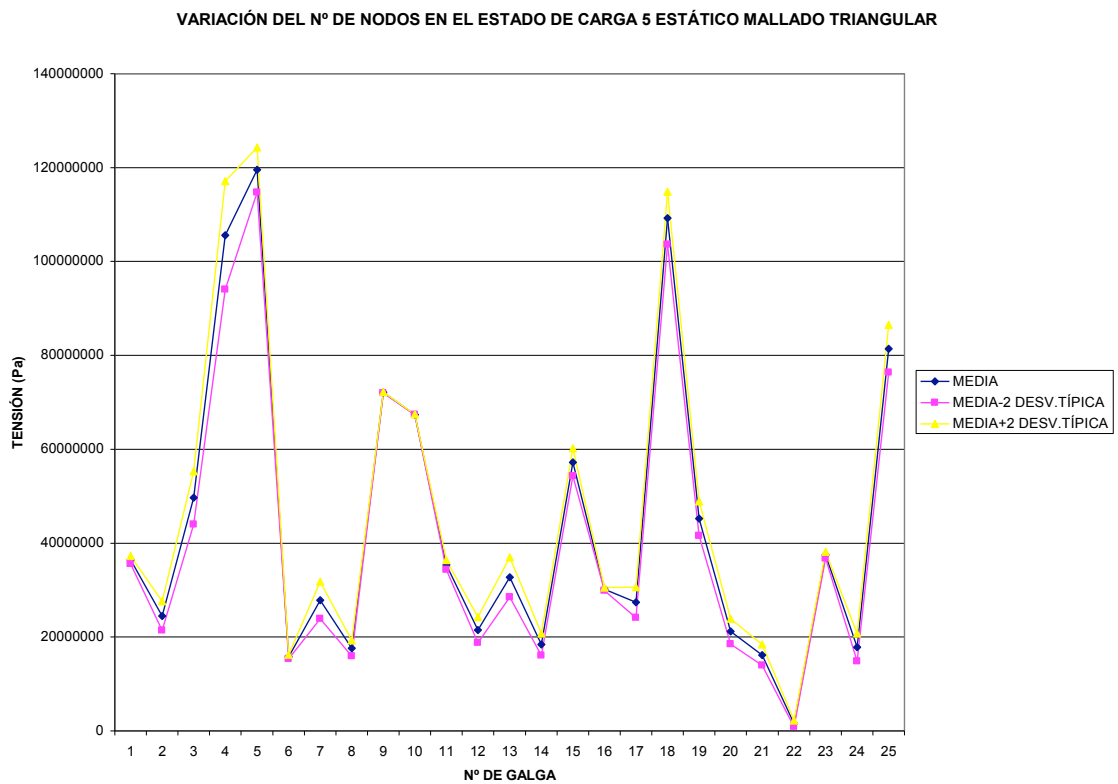
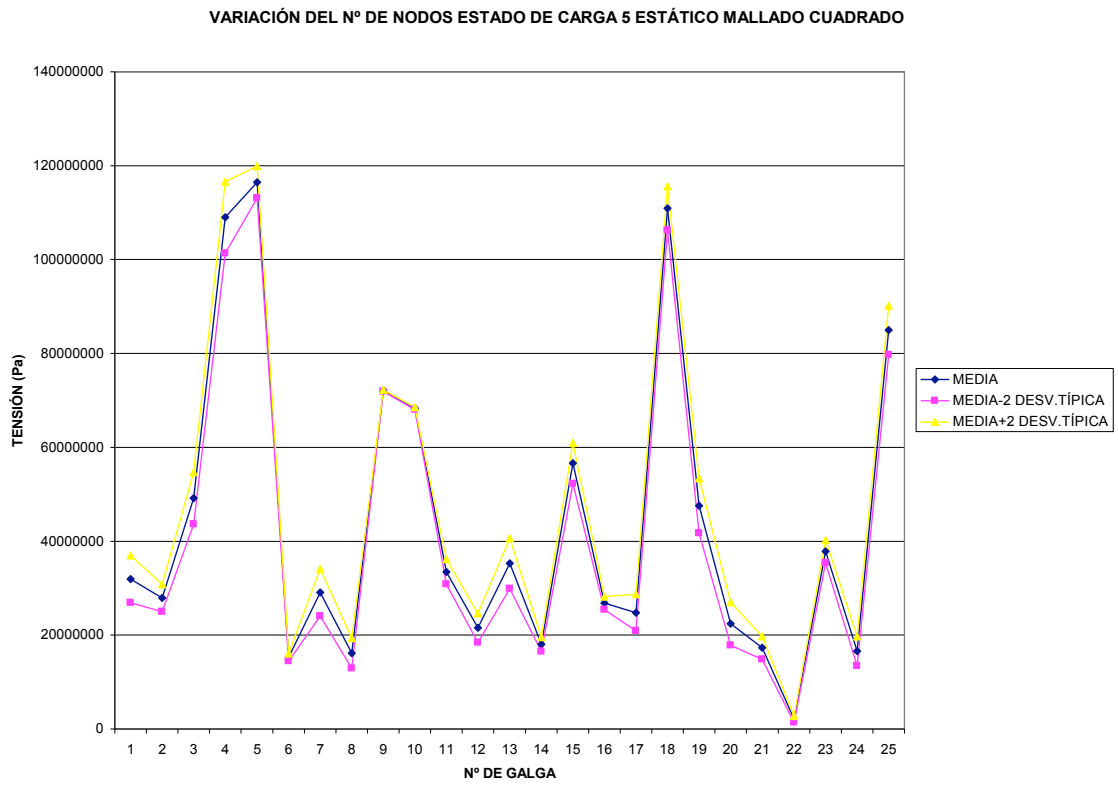


Figura AI-5: Gráfico desviación típica-posiciones nodos en el estado de carga estático 5



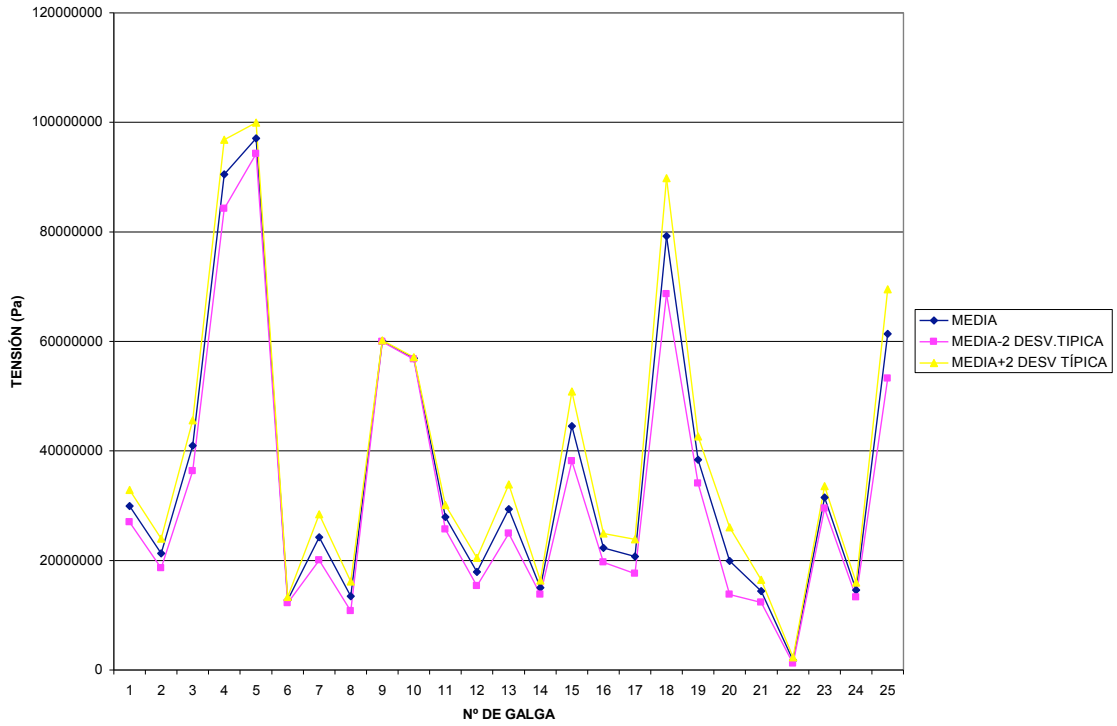
DINAMICO 1.-

	NC 10mm	NC 15mm	NC 20mm	NT 10mm	NT 15mm	NT 20mm	EPM5C 10mm	EPM5C 15mm	EPM5C 20mm
4	8,49E+07	9,58E+07	9,08E+07	8,11E+07	9,72E+07	8,57E+07	8,49E+07	9,58E+07	9,08E+07
5	9,44E+07	9,77E+07	9,92E+07	9,37E+07	1,01E+08	1,02E+08	9,44E+07	9,77E+07	9,92E+07
9	5,99E+07	6,02E+07	6,01E+07	6,00E+07	6,01E+07	6,01E+07	6,00E+07	6,02E+07	6,01E+07
10	5,71E+07	5,67E+07	5,70E+07	5,62E+07	5,62E+07	5,61E+07	5,71E+07	5,67E+07	5,69E+07
11	2,96E+07	2,83E+07	2,58E+07	2,90E+07	2,90E+07	3,03E+07	2,97E+07	2,92E+07	2,59E+07
12	2,05E+07	1,70E+07	1,64E+07	1,40E+07	1,89E+07	1,93E+07	2,05E+07	1,70E+07	1,64E+07
13	2,52E+07	3,28E+07	3,02E+07	2,90E+07	2,90E+07	2,21E+07	2,52E+07	2,92E+07	3,03E+07
14	1,40E+07	1,50E+07	1,62E+07	1,39E+07	1,72E+07	1,49E+07	1,40E+07	1,51E+07	1,62E+07
20	1,82E+07	2,58E+07	1,57E+07	2,02E+07	1,39E+07	2,21E+07	1,82E+07	1,52E+07	1,57E+07
21	1,64E+07	1,31E+07	1,37E+07	1,18E+07	1,50E+07	1,36E+07	1,64E+07	1,31E+07	1,36E+07
22	1,45E+06	2,29E+06	1,48E+06	1,10E+06	1,64E+06	1,83E+06	1,45E+06	2,30E+06	1,48E+06

	ep5c 10mm	ep5c 15mm	ep5c 20mm	EPM5T 10mm	EPM5T 15mm	EPM5T 20mm	ep5t 10mm	ep5t 15mm	ep5t 20mm
4	8,49E+07	9,58E+07	9,08E+07	8,11E+07	9,72E+07	8,57E+07	8,10E+07	9,72E+07	8,57E+07
5	9,44E+07	9,77E+07	9,92E+07	1,00E+08	1,01E+08	1,02E+08	1,00E+08	1,01E+08	1,02E+08
9	6,02E+07	6,02E+07	6,01E+07	6,00E+07	6,01E+07	6,01E+07	6,00E+07	6,01E+07	6,01E+07
10	5,71E+07	5,67E+07	5,70E+07	5,62E+07	5,62E+07	5,61E+07	5,62E+07	5,62E+07	5,61E+07
11	2,96E+07	2,91E+07	2,58E+07	2,91E+07	2,91E+07	2,93E+07	2,90E+07	2,90E+07	2,92E+07
12	1,94E+07	1,69E+07	1,63E+07	1,41E+07	1,89E+07	1,93E+07	2,25E+07	1,88E+07	1,92E+07
13	2,51E+07	3,27E+07	3,01E+07	2,46E+07	2,91E+07	2,22E+07	2,90E+07	2,90E+07	2,20E+07
14	1,39E+07	1,50E+07	1,61E+07	1,39E+07	1,72E+07	1,50E+07	1,38E+07	1,71E+07	1,49E+07
20	1,82E+07	2,11E+07	1,57E+07	1,39E+07	1,39E+07	1,56E+07	1,83E+07	1,39E+07	1,56E+07
21	1,64E+07	1,31E+07	1,37E+07	1,18E+07	1,50E+07	1,36E+07	1,18E+07	1,50E+07	1,36E+07
22	1,44E+06	2,29E+06	1,47E+06	1,11E+06	1,68E+06	1,83E+06	1,20E+06	1,60E+06	1,82E+06

Tabla AI-6: Ensayos realizados con el estado de carga 1 dinámico

VARIACIÓN DEL N° DE NODOS ESTADO DECARGA 1 DINÁMICO MALLADO CUADRADO



VARIACIÓN DEL N° DE NODOS EN EL ESTADO DE CARGA 1 DINÁMICO MALLADO TRIANGULAR

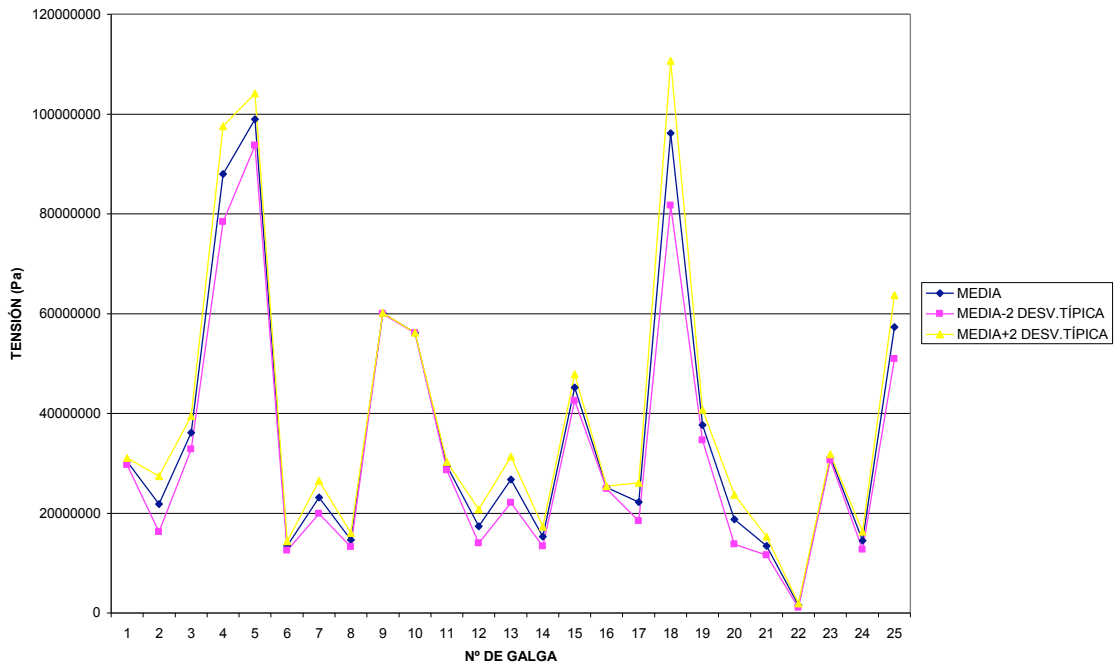


Figura AI-6: Gráfico desviación típica-posiciones nodos en el estado de carga dinámico 1



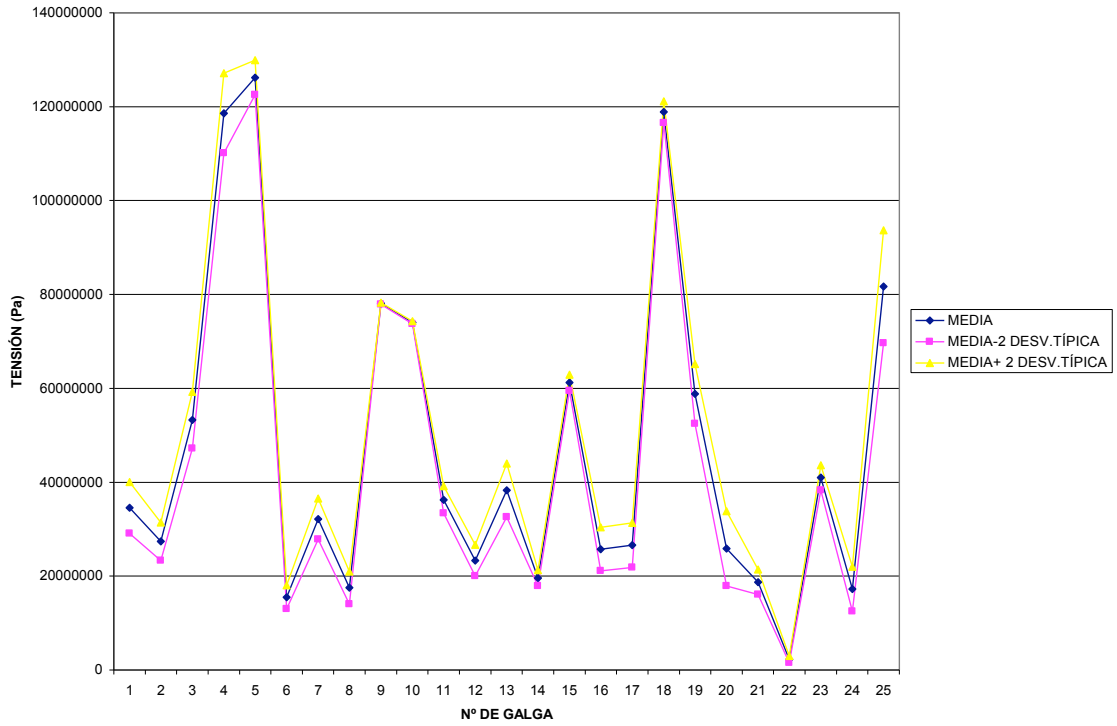
DINAMICO 2.-

	NC 10mm	NC 15mm	NC 20mm	NT 10mm	NT 15mm	NT 20mm	EPM5C 10mm	EPM5C 15mm	EPM5C 20mm
4	1,10E+08	1,25E+08	1,21E+08	1,05E+08	1,26E+08	1,11E+08	1,10E+08	1,25E+08	1,21E+08
5	1,23E+08	1,27E+08	1,29E+08	1,19E+08	1,31E+08	1,33E+08	1,23E+08	1,27E+08	1,20E+08
9	7,79E+07	7,82E+07	7,81E+07	7,80E+07	7,81E+07	7,82E+07	7,79E+07	7,83E+07	7,82E+07
10	7,42E+07	7,38E+07	7,40E+07	7,30E+07	7,30E+07	7,30E+07	7,42E+07	7,37E+07	7,40E+07
11	3,85E+07	3,67E+07	3,36E+07	3,77E+07	3,77E+07	3,94E+07	3,86E+07	3,80E+07	3,36E+07
12	2,66E+07	2,21E+07	2,13E+07	1,82E+07	2,35E+07	2,50E+07	2,67E+07	2,21E+07	2,14E+07
13	3,29E+07	4,26E+07	3,92E+07	3,78E+07	3,78E+07	2,87E+07	3,28E+07	3,79E+07	3,93E+07
14	1,81E+07	1,96E+07	2,10E+07	1,81E+07	2,23E+07	1,94E+07	1,82E+07	1,96E+07	2,11E+07
20	2,37E+07	3,36E+07	2,03E+07	3,00E+07	1,81E+07	2,03E+07	2,37E+07	1,98E+07	3,07E+07
21	2,14E+07	1,70E+07	1,77E+07	1,53E+07	1,95E+07	1,77E+07	2,14E+07	1,70E+07	1,77E+07
22	1,88E+06	2,98E+06	1,92E+06	1,81E+06	1,64E+06	2,37E+06	1,89E+06	2,99E+06	1,93E+06

	ep5c 10mm	ep5c 15mm	ep5c 20mm	EPM5T 10mm	EPM5T 15mm	EPM5T 20mm	ep5t 10mm	ep5t 15mm	ep5t 20mm
4	1,10E+08	1,25E+08	1,21E+08	1,05E+08	1,26E+08	1,11E+08	1,05E+08	1,26E+08	1,11E+08
5	1,23E+08	1,27E+08	1,29E+08	1,30E+08	1,22E+08	1,33E+08	1,30E+08	1,31E+08	1,33E+08
9	7,83E+07	7,82E+07	7,81E+07	7,80E+07	7,81E+07	7,82E+07	7,80E+07	7,81E+07	7,81E+07
10	7,42E+07	7,38E+07	7,40E+07	7,30E+07	7,30E+07	7,30E+07	7,30E+07	7,30E+07	7,30E+07
11	3,84E+07	3,78E+07	3,35E+07	3,78E+07	3,78E+07	3,81E+07	3,77E+07	3,76E+07	3,79E+07
12	2,52E+07	2,20E+07	2,12E+07	1,83E+07	2,46E+07	2,51E+07	1,81E+07	2,44E+07	2,50E+07
13	3,27E+07	4,26E+07	3,92E+07	2,37E+07	3,78E+07	2,88E+07	3,77E+07	3,77E+07	2,87E+07
14	1,81E+07	1,95E+07	2,10E+07	1,81E+07	2,24E+07	1,95E+07	1,80E+07	2,23E+07	1,93E+07
20	2,37E+07	3,15E+07	2,03E+07	1,80E+07	1,81E+07	2,03E+07	2,38E+07	1,81E+07	2,03E+07
21	2,14E+07	1,71E+07	1,78E+07	1,53E+07	1,95E+07	1,77E+07	1,53E+07	1,95E+07	1,77E+07
22	1,88E+06	2,98E+06	1,92E+06	1,81E+06	1,69E+06	2,38E+06	1,80E+06	1,88E+06	2,37E+06

Tabla AI-7: Ensayos realizados con el estado de carga 2 dinámico

VARIACIÓN DEL N° DE NODOS ESTADO DE CARGA 2 DINÁMICO MALLADO CUADRADO



VARIACIÓN DEL N° DE NODOS EN EL ESTADO DE CARGA 2 DINÁMICO MALLADO TRIANGULAR

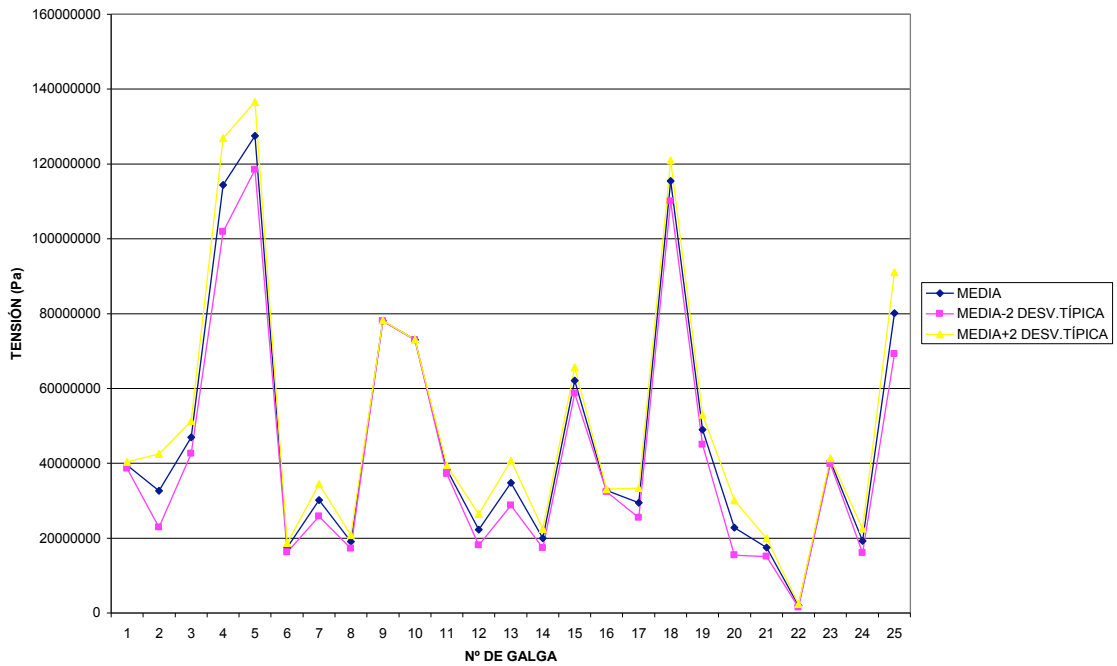


Figura AI-7: Gráfico desviación típica-posiciones nodos en el estado de carga dinámico 2



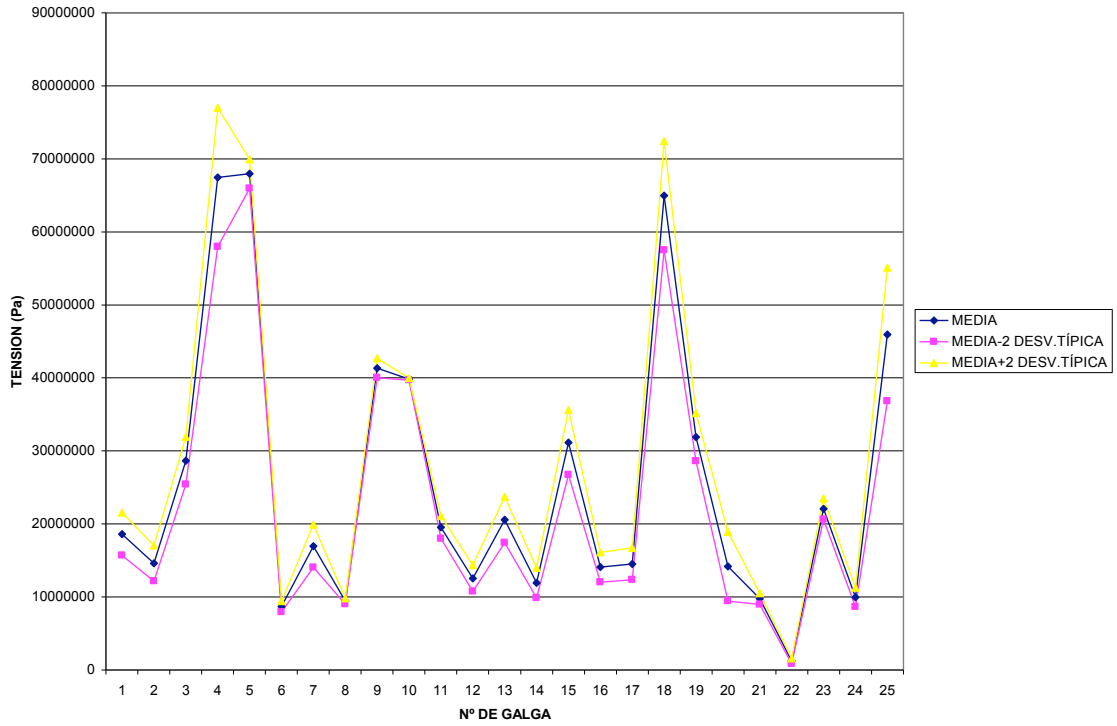
DINAMICO 3.-

	NC 10mm	NC 15mm	NC 20mm	NT 10mm	NT 15mm	NT 20mm	EPM5C 10mm	EPM5C 15mm	EPM5C 20mm
4	5,94E+07	6,71E+07	7,59E+07	5,67E+07	6,80E+07	6,00E+07	5,95E+07	6,71E+07	7,59E+07
5	6,61E+07	6,84E+07	6,94E+07	6,16E+07	7,08E+07	7,14E+07	6,60E+07	6,84E+07	6,94E+07
9	4,20E+07	4,00E+07	4,21E+07	4,12E+07	4,21E+07	4,21E+07	4,20E+07	4,00E+07	4,21E+07
10	4,00E+07	3,97E+07	3,99E+07	3,93E+07	3,93E+07	3,93E+07	4,00E+07	3,97E+07	3,99E+07
11	2,07E+07	1,98E+07	1,81E+07	2,03E+07	2,03E+07	2,12E+07	2,08E+07	2,04E+07	1,81E+07
12	1,43E+07	1,19E+07	1,15E+07	1,50E+07	1,32E+07	1,35E+07	1,44E+07	1,19E+07	1,15E+07
13	1,76E+07	2,30E+07	2,11E+07	2,03E+07	3,03E+07	1,55E+07	1,77E+07	2,04E+07	2,12E+07
14	1,40E+07	1,05E+07	1,13E+07	9,72E+06	1,20E+07	1,04E+07	9,80E+06	1,06E+07	1,14E+07
20	1,28E+07	1,88E+07	1,10E+07	1,93E+07	1,05E+07	1,09E+07	1,28E+07	1,92E+07	1,10E+07
21	1,05E+07	9,18E+06	9,56E+06	8,24E+06	1,05E+07	9,54E+06	1,05E+07	9,18E+06	9,55E+06
22	1,01E+06	1,61E+06	1,03E+06	9,03E+05	8,65E+05	1,28E+06	1,02E+06	1,61E+06	1,04E+06

	ep5c 10mm	ep5c 15mm	ep5c 20mm	EPM5T 10mm	EPM5T 15mm	EPM5T 20mm	ep5t 10mm	ep5t 15mm	ep5t 20mm
4	5,94E+07	6,70E+07	7,59E+07	5,68E+07	6,81E+07	6,00E+07	5,67E+07	6,80E+07	6,00E+07
5	6,61E+07	6,84E+07	6,94E+07	7,02E+07	7,08E+07	7,14E+07	7,02E+07	7,08E+07	7,14E+07
9	4,21E+07	4,21E+07	4,21E+07	4,20E+07	4,21E+07	4,21E+07	4,20E+07	4,20E+07	4,21E+07
10	4,00E+07	3,97E+07	3,99E+07	3,93E+07	3,93E+07	3,93E+07	3,93E+07	3,93E+07	3,93E+07
11	2,07E+07	2,04E+07	1,80E+07	2,04E+07	2,04E+07	2,05E+07	2,03E+07	2,03E+07	2,04E+07
12	1,36E+07	1,18E+07	1,14E+07	1,54E+07	1,32E+07	1,35E+07	1,57E+07	1,32E+07	1,34E+07
13	1,76E+07	2,29E+07	2,11E+07	1,89E+07	2,04E+07	1,55E+07	2,03E+07	2,03E+07	1,54E+07
14	9,74E+06	1,05E+07	1,13E+07	9,76E+06	1,21E+07	1,05E+07	9,69E+06	1,20E+07	1,04E+07
20	1,28E+07	1,78E+07	1,10E+07	9,71E+06	9,75E+06	1,09E+07	1,28E+07	9,75E+06	1,09E+07
21	1,05E+07	9,18E+06	9,56E+06	8,24E+06	1,05E+07	9,54E+06	8,25E+06	1,05E+07	9,54E+06
22	1,61E+06	1,60E+06	1,03E+06	9,06E+05	8,68E+05	1,28E+06	6,90E+05	8,62E+05	1,28E+06

Tabla AI-8: Ensayos realizados con el estado de carga 3 dinámico

VARIACIÓN DEL N° DE NODOS ESTADO DE CARGA 3 DINÁMICO MALLADO CUADRADO



VARIACIÓN DEL N° DE NODOS EN EL ESTADO DE CARGA 3 DINÁMICO MALLADO TRIANGULAR

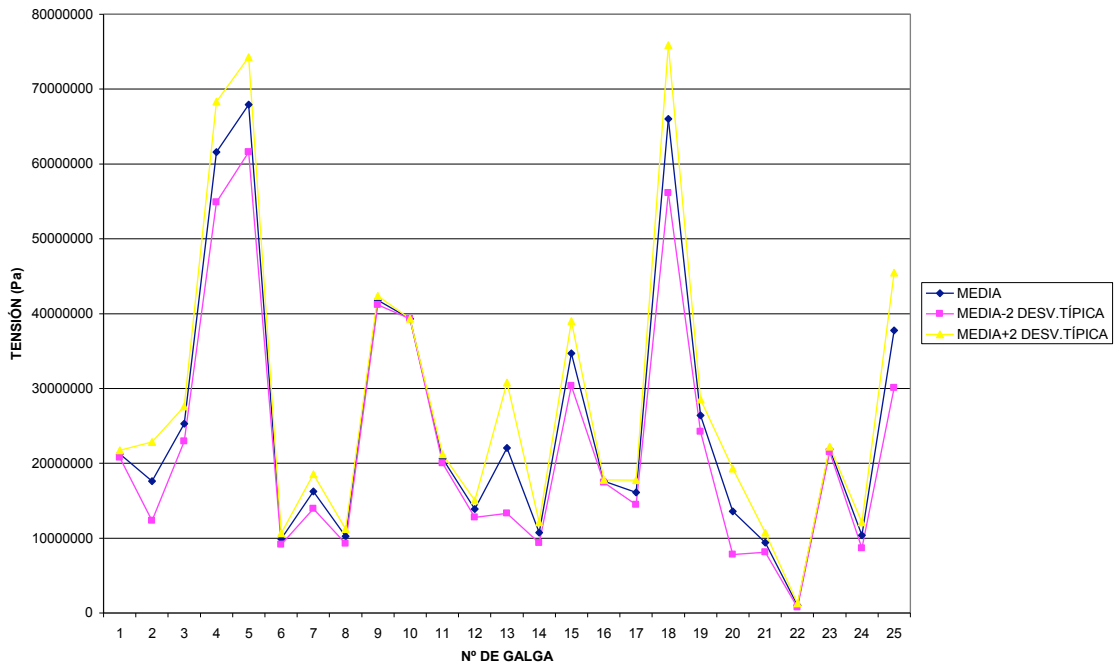


Figura AI-8: Gráfico desviación típica-posiciones nodos en el estado de carga dinámico 3



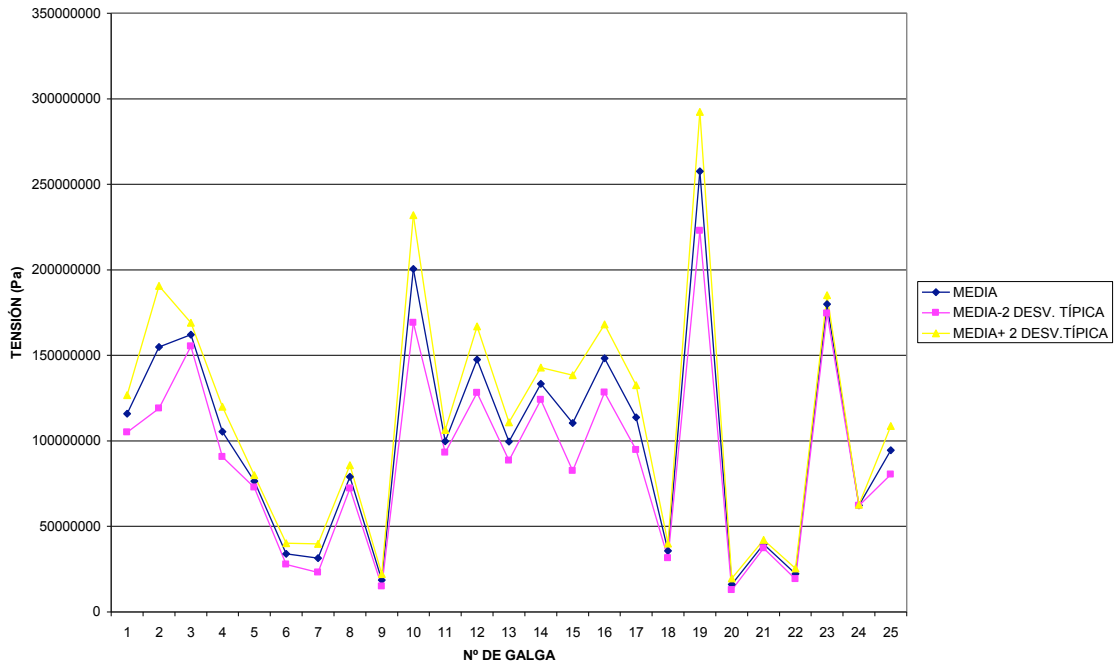
DINAMICO 4.-

	NC 10mm	NC 15mm	NC 20mm	NT 10mm	NT 15mm	NT 20mm	EPM5C 10mm	EPM5C 15mm	EPM5C 20mm
4	9,29E+07	1,05E+08	1,18E+08	8,85E+07	1,06E+08	9,35E+07	9,30E+07	1,05E+08	1,18E+08
5	7,29E+07	7,76E+07	7,88E+07	8,14E+07	8,03E+07	8,10E+07	7,29E+07	7,76E+07	7,88E+07
9	1,86E+07	1,54E+07	2,16E+07	9,09E+06	1,30E+07	9,44E+06	1,06E+07	1,65E+07	2,15E+07
10	1,84E+08	2,32E+08	1,85E+08	1,98E+08	2,00E+08	2,02E+08	1,84E+08	1,90E+08	1,85E+08
11	1,02E+08	1,04E+08	9,34E+07	1,04E+08	1,05E+08	8,20E+07	1,02E+08	1,03E+08	9,36E+07
12	1,67E+08	1,39E+08	1,37E+08	1,34E+08	1,45E+08	1,51E+08	1,67E+08	1,39E+08	1,37E+08
13	9,05E+07	9,84E+07	1,10E+08	1,04E+08	1,04E+08	8,92E+07	9,07E+07	1,03E+08	1,10E+08
14	1,39E+08	1,24E+08	1,37E+08	1,34E+08	1,49E+08	1,37E+08	1,39E+08	1,24E+08	1,37E+08
20	1,81E+07	1,77E+07	1,28E+07	1,98E+07	1,55E+07	1,29E+07	1,81E+07	1,28E+07	1,31E+07
21	4,22E+07	3,86E+07	3,83E+07	3,47E+07	3,96E+07	3,80E+07	4,22E+07	3,86E+07	3,83E+07
22	2,54E+07	2,10E+07	2,05E+07	2,94E+07	2,08E+07	2,43E+07	2,54E+07	2,10E+07	2,05E+07

	ep5c 10mm	ep5c 15mm	ep5c 20mm	EPM5T 10mm	EPM5T 15mm	EPM5T 20mm	ep5t 10mm	ep5t 15mm	ep5t 20mm
4	9,29E+07	1,05E+08	1,18E+08	8,85E+07	1,06E+08	9,36E+07	8,84E+07	1,06E+08	9,34E+07
5	7,29E+07	7,76E+07	7,88E+07	7,97E+07	8,21E+07	8,10E+07	7,97E+07	8,03E+07	8,10E+07
9	1,52E+07	2,67E+07	2,17E+07	9,18E+06	1,65E+07	9,34E+06	9,00E+06	1,45E+07	9,55E+06
10	1,85E+08	1,91E+08	1,85E+08	1,98E+08	2,00E+08	2,02E+08	1,98E+08	2,00E+08	2,02E+08
11	1,02E+08	1,03E+08	9,32E+07	1,04E+08	1,05E+08	8,58E+07	1,04E+08	1,05E+08	8,55E+07
12	1,11E+08	1,39E+08	1,36E+08	1,35E+08	1,46E+08	1,52E+08	1,34E+08	1,45E+08	1,51E+08
13	9,04E+07	9,82E+07	1,10E+08	1,11E+08	1,05E+08	8,94E+07	1,04E+08	1,04E+08	8,91E+07
14	1,39E+08	1,24E+08	1,37E+08	1,35E+08	1,50E+08	1,37E+08	1,34E+08	1,49E+08	1,37E+08
20	1,81E+07	1,76E+07	1,28E+07	1,95E+07	1,53E+07	1,29E+07	1,90E+07	1,58E+07	1,29E+07
21	4,21E+07	3,86E+07	3,83E+07	3,48E+07	3,96E+07	3,80E+07	3,47E+07	3,96E+07	3,80E+07
22	2,53E+07	2,09E+07	2,04E+07	2,95E+07	2,08E+07	2,44E+07	2,94E+07	2,07E+07	2,43E+07

Tabla AI-9: Ensayos realizados con el estado de carga 4 dinámico

VARIACIÓN DEL N° DE NODOS ESTADO DE CARGA 4 DINÁMICO MALLADO CUADRADO



VARIACIÓN DEL N° DE NODOS EN EL ESTADO DE CARGA 4 DINÁMICO MALLADO TRIANGULAR

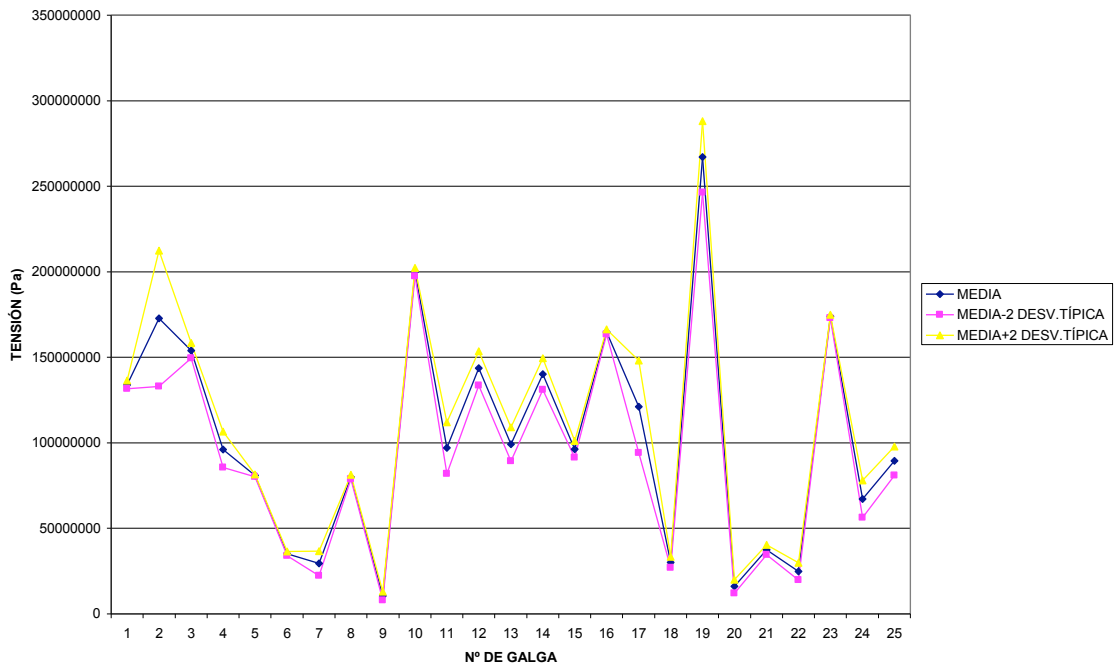


Figura AI-9: Gráfico desviación típica-posiciones nodos en el estado de carga dinámico 4



DINAMICO 5.-

	NC 10mm	NC 15mm	NC 20mm	NT 10mm	NT 15mm	NT 20mm	EPM5C 10mm	EPM5C 15mm	EPM5C 20mm
4	8,30E+07	9,43E+07	8,15E+07	7,94E+07	9,56E+07	8,41E+07	8,30E+07	9,44E+07	1,01E+08
5	1,01E+08	1,03E+08	1,05E+08	9,14E+07	1,07E+08	1,08E+08	1,01E+08	1,03E+08	1,05E+08
9	1,29E+08	1,57E+08	1,53E+08	1,50E+08	1,56E+08	1,62E+08	1,29E+08	1,57E+08	1,53E+08
10	4,44E+07	5,12E+07	4,53E+07	4,98E+07	5,22E+07	5,41E+07	4,44E+07	5,12E+07	4,53E+07
11	1,65E+08	1,33E+08	1,45E+08	1,63E+08	1,64E+08	1,32E+08	1,65E+08	1,65E+08	1,45E+08
12	1,24E+08	1,13E+08	1,12E+08	1,13E+08	1,15E+08	1,18E+08	1,24E+08	1,14E+08	1,12E+08
13	1,37E+08	1,39E+08	1,42E+08	1,53E+08	1,54E+08	1,33E+08	1,37E+08	1,45E+08	1,42E+08
14	1,18E+08	1,23E+08	1,12E+08	1,14E+08	1,19E+08	1,14E+08	1,18E+08	1,07E+08	1,12E+08
20	2,85E+07	3,07E+07	2,55E+07	3,08E+07	2,70E+07	2,80E+07	2,97E+07	2,91E+07	2,83E+07
21	2,66E+06	4,26E+06	3,59E+06	3,88E+06	2,54E+06	3,35E+06	2,46E+06	4,28E+06	3,62E+06
22	3,37E+07	2,98E+07	2,84E+07	3,71E+07	2,63E+07	3,39E+07	3,38E+07	2,98E+07	2,84E+07

	ep5c 10mm	ep5c 15mm	ep5c 20mm	EPM5T 10mm	EPM5T 15mm	EPM5T 20mm	ep5t 10mm	ep5t 15mm	ep5t 20mm
4	8,29E+07	9,42E+07	1,07E+08	7,95E+07	9,57E+07	8,42E+07	7,93E+07	9,55E+07	8,40E+07
5	1,01E+08	1,03E+08	1,05E+08	1,06E+08	1,07E+08	1,08E+08	1,06E+08	1,07E+08	1,08E+08
9	1,67E+08	1,57E+08	1,53E+08	1,50E+08	1,56E+08	1,62E+08	1,50E+08	1,56E+08	1,62E+08
10	4,45E+07	5,13E+07	4,54E+07	4,97E+07	5,21E+07	5,40E+07	4,99E+07	5,22E+07	5,42E+07
11	1,65E+08	1,64E+08	1,45E+08	1,64E+08	1,65E+08	1,42E+08	1,63E+08	1,64E+08	1,42E+08
12	9,95E+07	1,13E+08	1,12E+08	1,14E+08	1,15E+08	1,18E+08	1,13E+08	1,15E+08	1,17E+08
13	1,37E+08	1,38E+08	1,52E+08	1,27E+08	1,44E+08	1,33E+08	1,53E+08	1,54E+08	1,33E+08
14	1,17E+08	1,06E+08	1,12E+08	1,14E+08	1,19E+08	1,14E+08	1,13E+08	1,19E+08	1,13E+08
20	2,97E+07	3,05E+07	2,83E+07	2,64E+07	2,70E+07	2,80E+07	2,90E+07	2,69E+07	2,80E+07
21	2,86E+06	4,23E+06	3,57E+06	3,91E+06	2,72E+06	3,38E+06	3,85E+06	2,36E+06	3,33E+06
22	3,36E+07	2,97E+07	2,83E+07	3,72E+07	2,64E+07	3,40E+07	3,71E+07	2,63E+07	3,38E+07

Tabla AI-10: Ensayos realizados con el estado de carga 5 dinámico

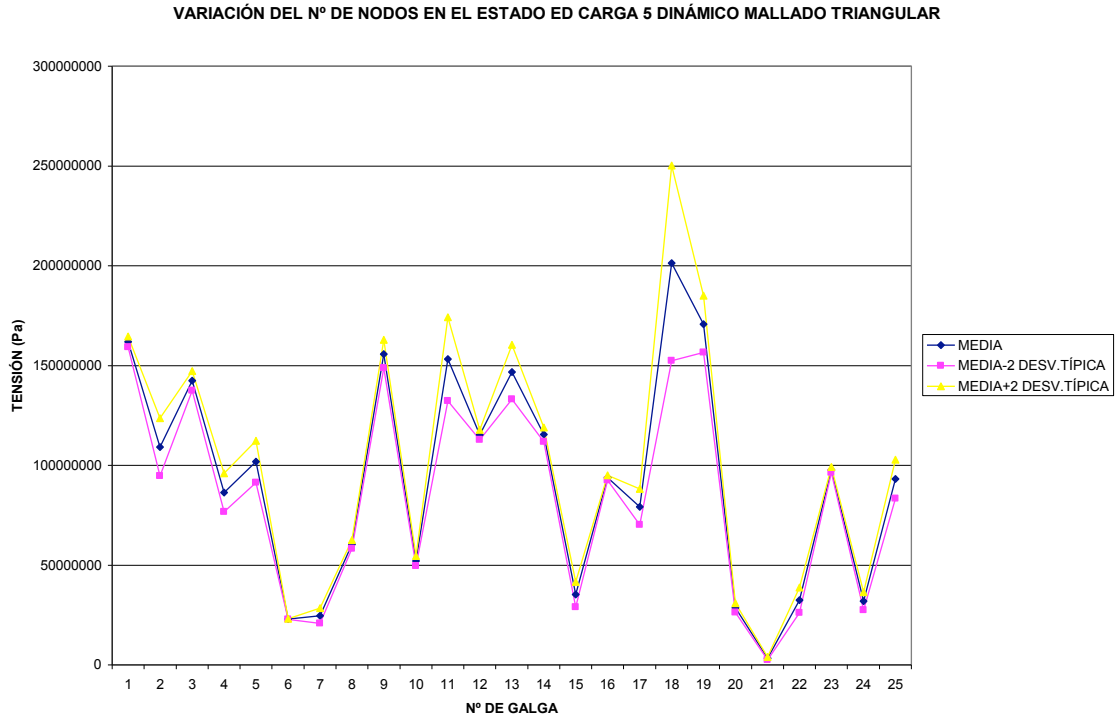
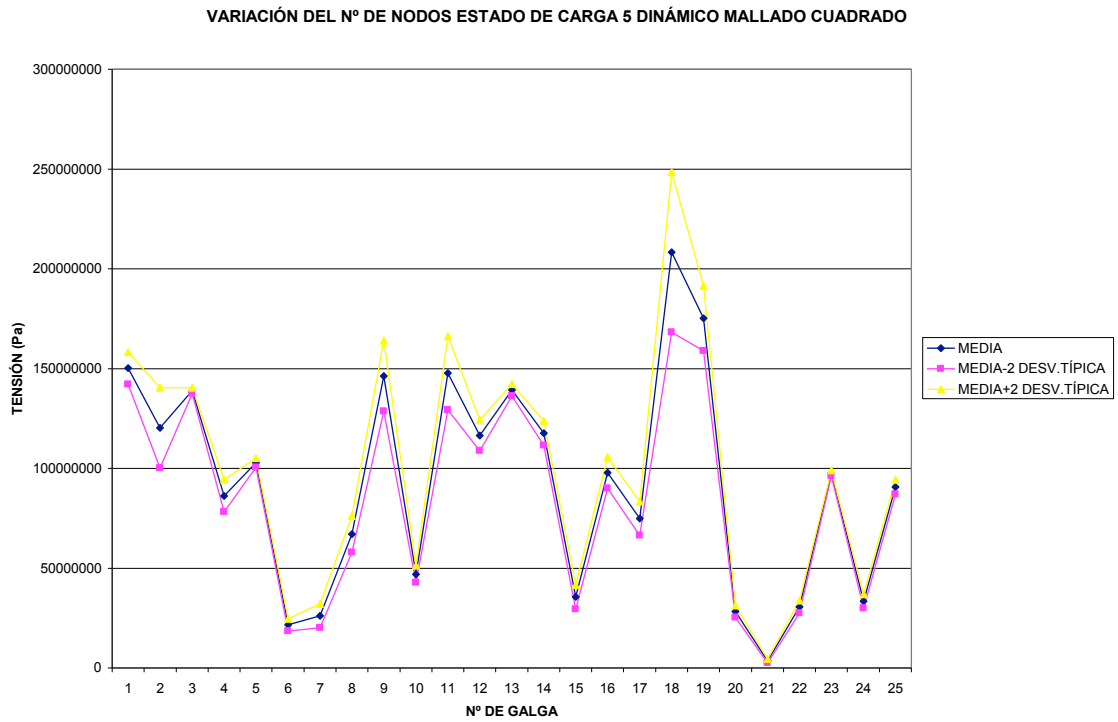


Figura AI-10: Gráfico desviación típica-posiciones nodos en el estado de carga dinámico 5



DINAMICO 6.-

	NC 10mm	NC 15mm	NC 20mm	NT 10mm	NT 15mm	NT 20mm	EPM5C 10mm	EPM5C 15mm	EPM5C 20mm
4	5,29E+07	6,05E+07	6,73E+07	5,03E+07	6,04E+07	5,32E+07	5,30E+07	5,96E+07	6,74E+07
5	3,76E+07	3,69E+07	4,12E+07	5,02E+07	4,20E+07	4,24E+07	3,76E+07	4,05E+07	4,12E+07
9	3,96E+07	4,95E+07	3,98E+07	3,70E+07	4,28E+07	4,90E+07	3,56E+07	4,43E+07	3,98E+07
10	1,42E+08	1,34E+08	1,43E+08	1,56E+08	1,58E+08	1,60E+08	1,42E+08	1,48E+08	1,43E+08
11	1,18E+08	9,83E+07	1,06E+08	1,19E+08	1,19E+08	9,20E+07	1,18E+08	1,14E+08	1,06E+08
12	1,54E+08	1,31E+08	1,29E+08	1,27E+08	1,36E+08	1,41E+08	1,54E+08	1,31E+08	1,29E+08
13	9,50E+07	1,04E+08	1,25E+08	1,18E+08	1,19E+08	9,99E+07	9,51E+07	1,18E+08	1,25E+08
14	1,32E+08	1,18E+08	1,29E+08	1,28E+08	1,40E+08	1,30E+08	1,33E+08	1,18E+08	1,29E+08
20	4,70E+06	5,58E+06	3,30E+06	4,56E+06	3,32E+06	3,44E+06	4,68E+06	3,05E+06	3,27E+06
21	3,00E+07	2,89E+07	2,82E+07	2,60E+07	2,85E+07	2,79E+07	3,01E+07	2,89E+07	2,82E+07
22	2,84E+07	2,41E+07	2,33E+07	3,24E+07	2,30E+07	2,79E+07	2,85E+07	2,41E+07	2,34E+07

	ep5c 10mm	ep5c 15mm	ep5c 20mm	EPM5T 10mm	EPM5T 15mm	EPM5T 20mm	ep5t 10mm	ep5t 15mm	ep5t 20mm
4	5,29E+07	5,95E+07	6,73E+07	5,04E+07	6,05E+07	5,32E+07	5,03E+07	6,04E+07	5,31E+07
5	3,76E+07	4,05E+07	4,12E+07	4,17E+07	4,20E+07	4,24E+07	4,17E+07	4,20E+07	4,24E+07
9	5,38E+07	4,45E+07	3,99E+07	3,69E+07	4,27E+07	4,89E+07	3,71E+07	4,29E+07	4,91E+07
10	1,42E+08	1,48E+08	1,43E+08	1,56E+08	1,58E+08	1,60E+08	1,56E+08	1,58E+08	1,60E+08
11	1,18E+08	1,18E+08	1,06E+08	1,19E+08	1,20E+08	9,88E+07	1,18E+08	1,19E+08	9,85E+07
12	1,05E+08	1,30E+08	1,28E+08	1,28E+08	1,19E+08	1,41E+08	1,27E+08	1,35E+08	1,40E+08
13	9,48E+07	1,04E+08	1,25E+08	1,30E+08	1,19E+08	1,00E+08	1,18E+08	1,19E+08	9,97E+07
14	1,32E+08	1,18E+08	1,29E+08	1,28E+08	1,40E+08	1,30E+08	1,27E+08	1,39E+08	1,29E+08
20	4,72E+06	3,57E+06	3,32E+06	4,52E+06	3,55E+06	3,42E+06	5,09E+06	3,08E+06	3,47E+06
21	3,00E+07	2,89E+07	2,82E+07	2,61E+07	2,85E+07	2,80E+07	2,60E+07	2,85E+07	2,80E+07
22	2,84E+07	2,40E+07	2,33E+07	3,25E+07	2,30E+07	2,80E+07	2,35E+07	2,29E+07	2,79E+07

Tabla AI-11: Ensayos realizados con el estado de carga 6 dinámico

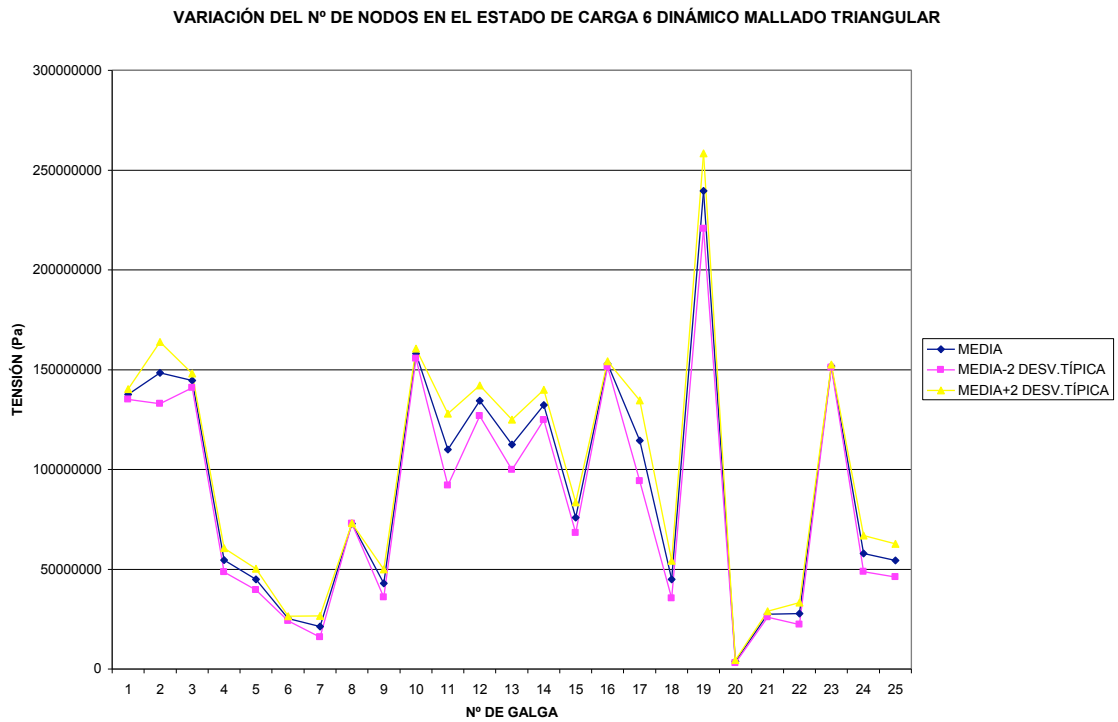
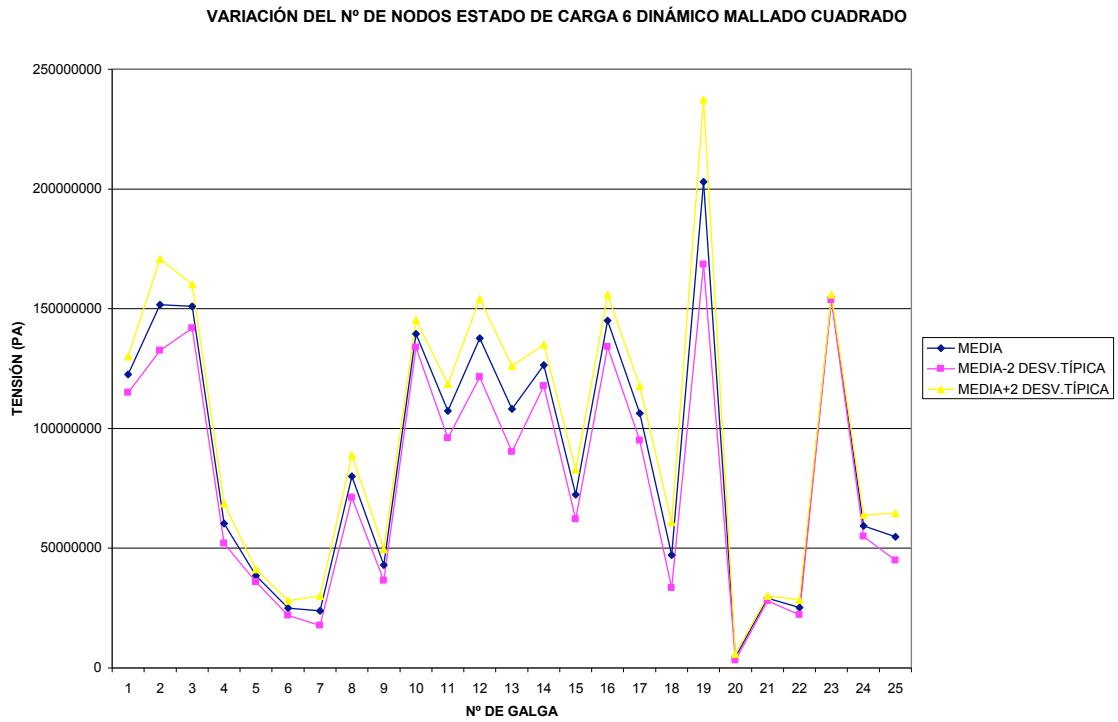


Figura AI-11: Gráfico desviación típica-posiciones nodos en el estado de carga dinámico 6



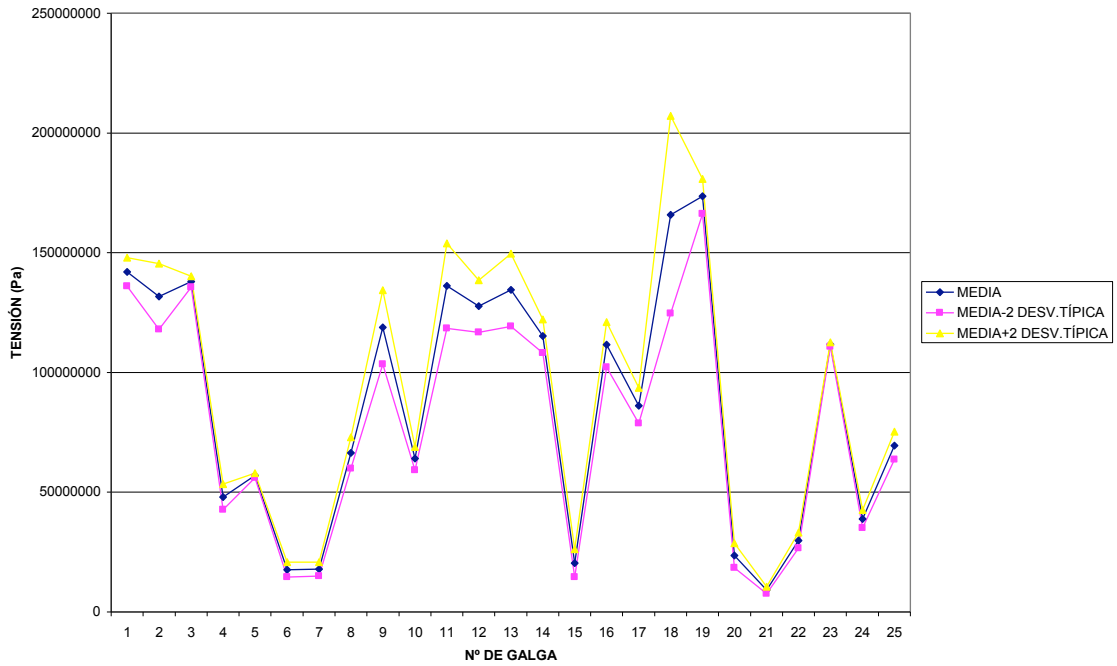
DINAMICO 7.-

	NC 10mm	NC 15mm	NC 20mm	NT 10mm	NT 15mm	NT 20mm	EPM5C 10mm	EPM5C 15mm	EPM5C 20mm
4	4,30E+07	4,92E+07	5,20E+07	4,12E+07	4,98E+07	4,37E+07	4,30E+07	4,93E+07	5,11E+07
5	5,61E+07	5,70E+07	5,78E+07	4,65E+07	5,88E+07	5,93E+07	5,61E+07	5,70E+07	5,78E+07
9	1,04E+08	1,29E+08	1,24E+08	1,21E+08	1,27E+08	1,33E+08	1,03E+08	1,33E+08	1,24E+08
10	6,13E+07	6,89E+07	6,21E+07	7,62E+07	7,86E+07	8,05E+07	6,12E+07	6,79E+07	6,21E+07
11	1,52E+08	1,22E+08	1,35E+08	1,51E+08	1,52E+08	1,21E+08	1,52E+08	1,52E+08	1,35E+08
12	1,31E+08	1,17E+08	1,35E+08	1,16E+08	1,19E+08	1,23E+08	1,31E+08	1,09E+08	1,16E+08
13	1,26E+08	1,28E+08	1,50E+08	1,51E+08	1,52E+08	1,24E+08	1,26E+08	9,52E+07	1,60E+08
14	1,21E+08	1,09E+08	1,16E+08	1,17E+08	1,24E+08	1,17E+08	1,21E+08	1,20E+08	1,16E+08
20	2,11E+07	2,86E+07	2,09E+07	2,62E+07	2,04E+07	2,06E+07	2,11E+07	2,19E+07	2,09E+07
21	7,87E+06	1,04E+07	8,98E+06	9,42E+06	8,08E+06	8,75E+06	7,89E+06	1,04E+07	8,01E+06
22	3,30E+07	2,89E+07	2,77E+07	3,66E+07	2,61E+07	3,31E+07	3,31E+07	2,90E+07	2,78E+07

	ep5c 10mm	ep5c 15mm	ep5c 20mm	EPM5T 10mm	EPM5T 15mm	EPM5T 20mm	ep5t 10mm	ep5t 15mm	ep5t 20mm
4	4,29E+07	4,91E+07	5,19E+07	4,13E+07	4,99E+07	4,38E+07	4,12E+07	4,97E+07	4,37E+07
5	5,61E+07	5,70E+07	5,78E+07	5,83E+07	5,88E+07	5,93E+07	5,83E+07	5,88E+07	5,93E+07
9	1,38E+08	1,29E+08	1,24E+08	1,21E+08	1,27E+08	1,33E+08	1,21E+08	1,27E+08	1,33E+08
10	6,13E+07	6,80E+07	6,22E+07	7,62E+07	7,85E+07	8,05E+07	7,63E+07	7,87E+07	8,06E+07
11	1,52E+08	1,52E+08	1,34E+08	1,51E+08	1,52E+08	1,30E+08	1,51E+08	1,52E+08	1,30E+08
12	9,96E+07	1,17E+08	1,15E+08	1,17E+08	1,20E+08	1,23E+08	1,16E+08	1,19E+08	1,22E+08
13	1,26E+08	1,28E+08	1,59E+08	1,58E+08	1,52E+08	1,24E+08	1,51E+08	1,52E+08	1,24E+08
14	1,21E+08	1,09E+08	1,16E+08	1,17E+08	1,24E+08	1,17E+08	1,16E+08	1,23E+08	1,17E+08
20	2,10E+07	3,06E+07	2,08E+07	1,98E+07	2,04E+07	2,06E+07	2,03E+07	2,03E+07	2,06E+07
21	7,84E+06	1,04E+07	8,96E+06	9,44E+06	8,10E+06	8,77E+06	9,39E+06	8,05E+06	8,73E+06
22	3,29E+07	2,89E+07	2,76E+07	3,67E+07	2,62E+07	3,32E+07	3,66E+07	2,60E+07	3,31E+07

Tabla AI-12: Ensayos realizados con el estado de carga 7 dinámico

VARIACIÓN DEL N° DE NODOS ESTADO DE CARGA 7 DINÁMICO MALLADO CUADRADO



VARIACIÓN DEL N° DE NODOS EN EL ESTADO DE CARGA 7 DINÁMICO MALLADO TRIANGULAR

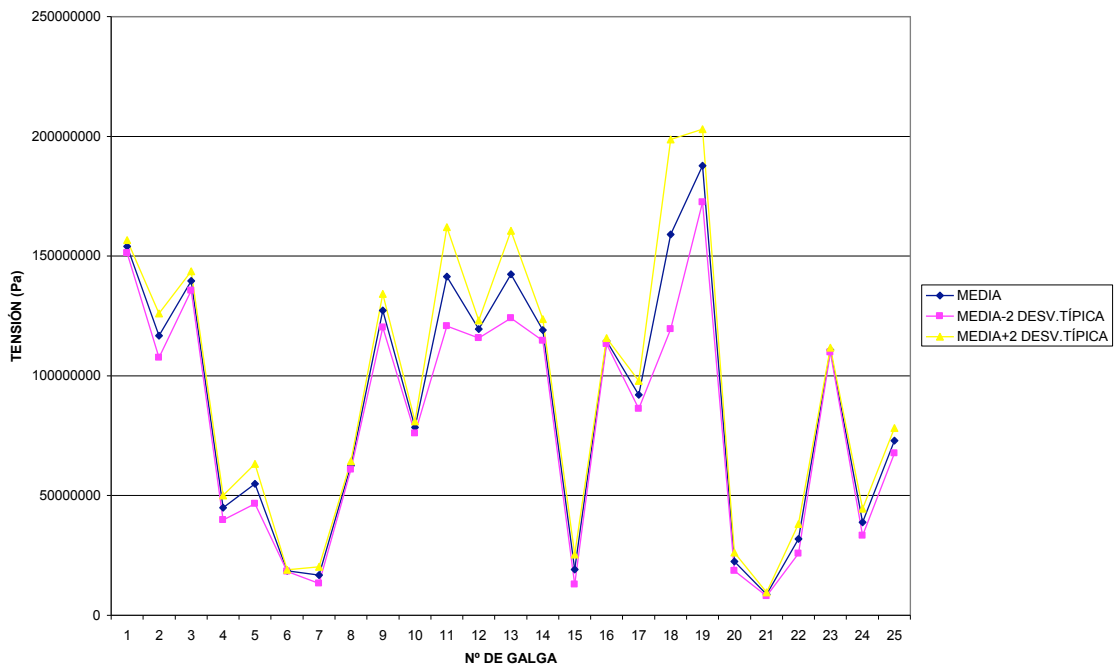


Figura AI-12: Gráfico desviación típica-posiciones nodos en el estado de carga dinámico 7



En las siguientes figuras se muestran los resultados de las aplicaciones de los diferentes estados de carga según la norma ERRI B12.

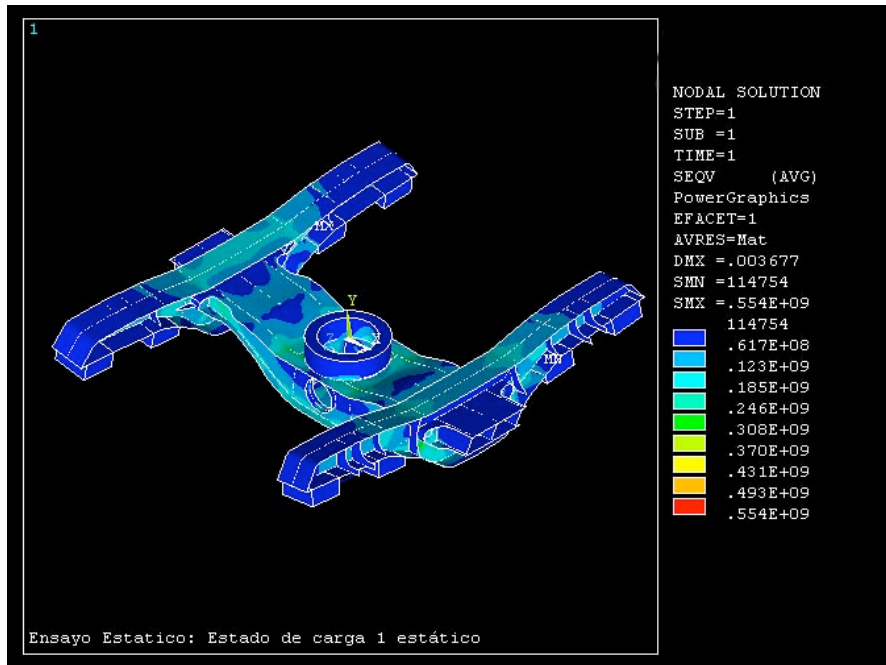


Figura AI-13: Bogie sometido al estado de carga 1 estatico

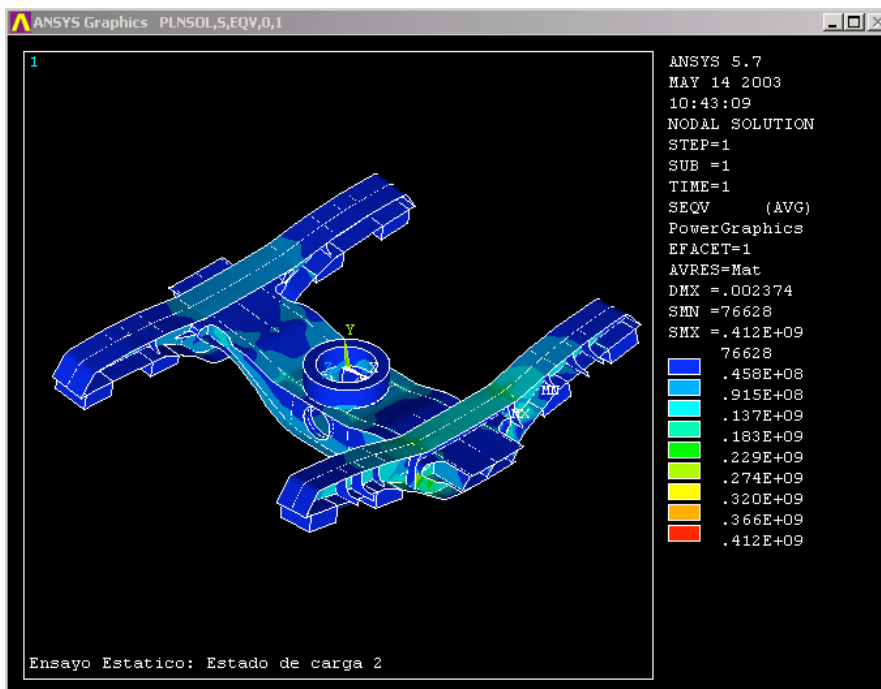


Figura AI-14: Bogie sometido al estado de carga 2 estático

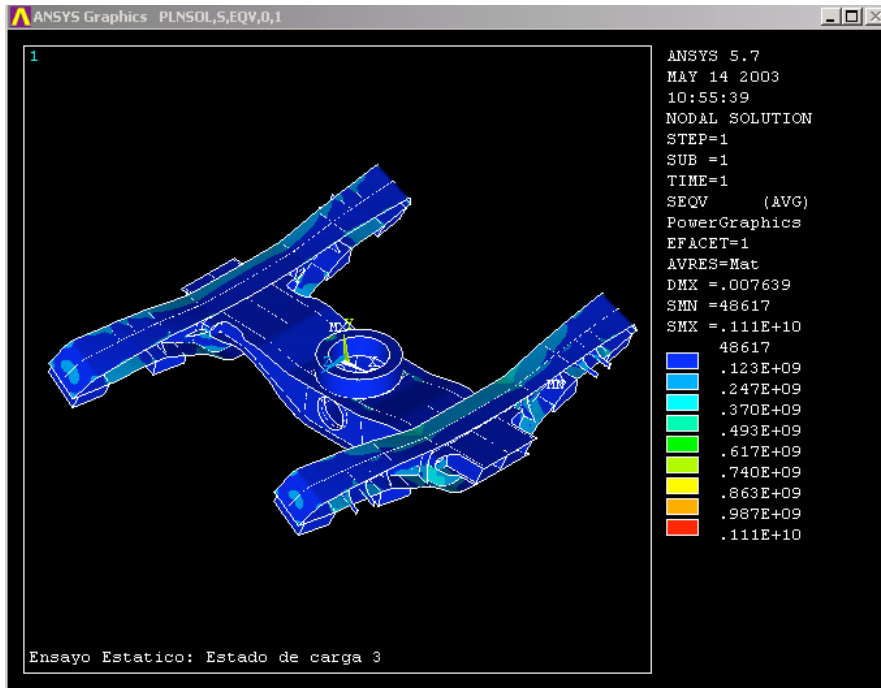


Figura AI-15: Bogie sometido al estado de carga 3 estático

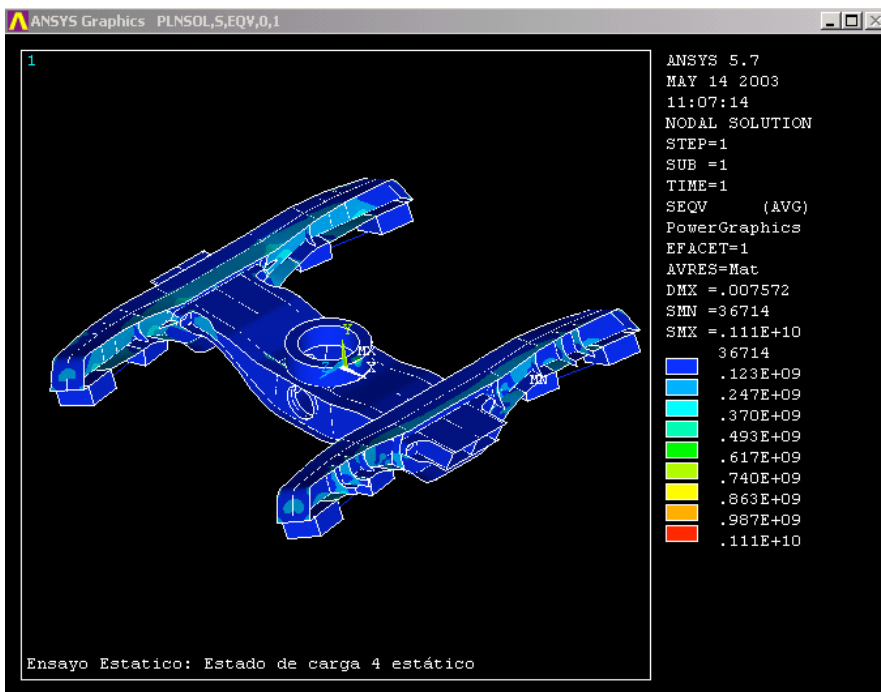




Figura AI-16: Bogie sometido al estado de carga 4 estático

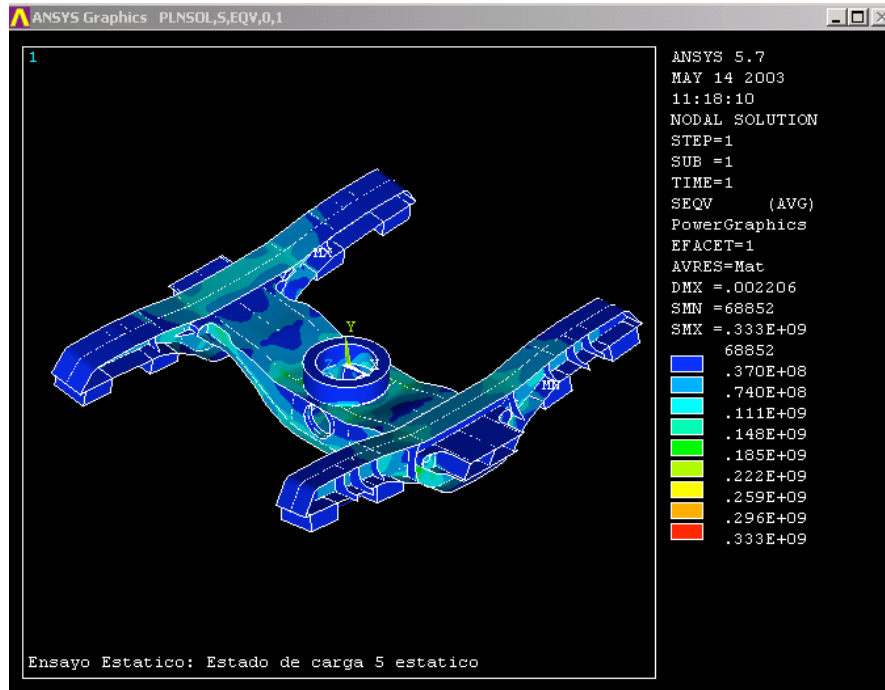


Figura AI.17: Bogie sometido al estado de carga 5 estático

A continuación se mostrarán los archivos de cargas de los siete estados de carga dinámicos:

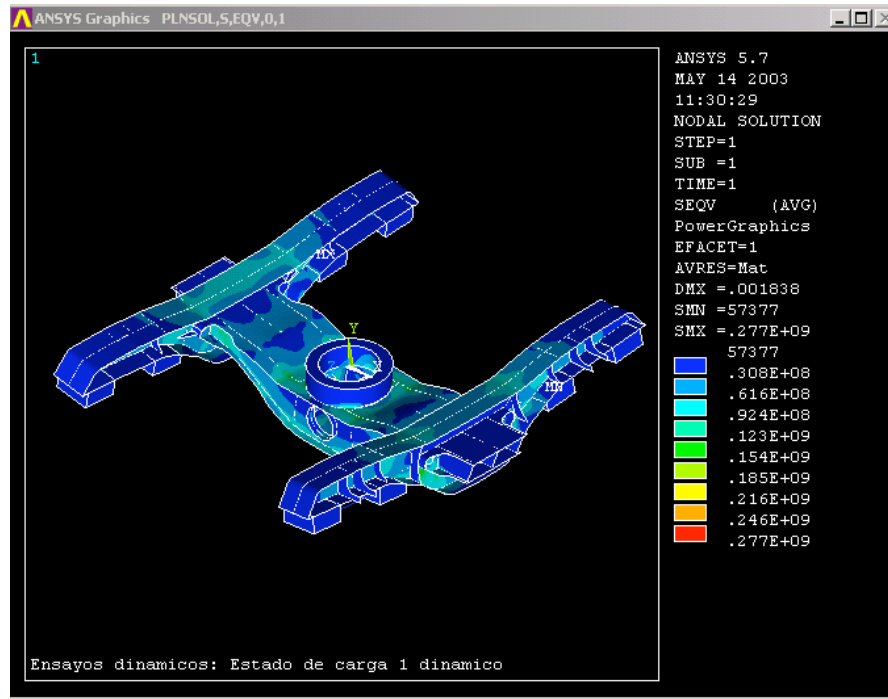


Figura AI-18: Bogie sometido al estado de carga 1 dinámico

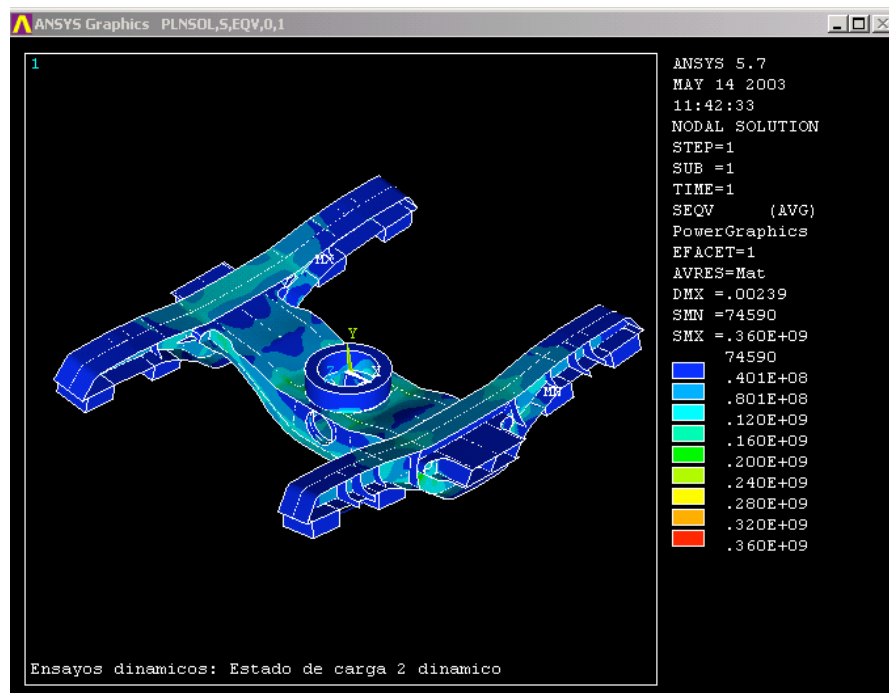


Figura AI-19: Bogie sometido al estado de carga 2 dinámico

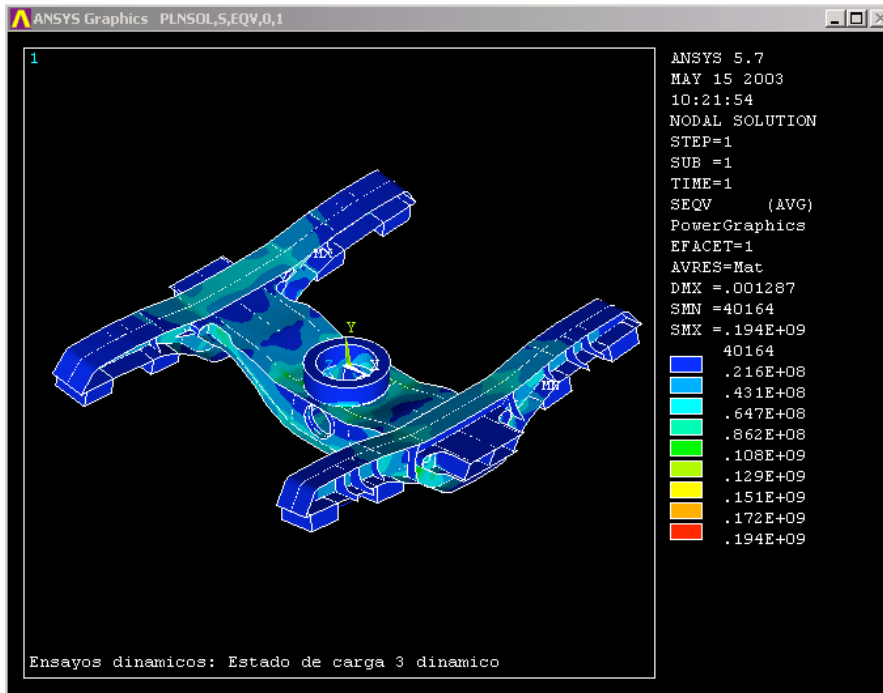


Figura AI-20: Bogie sometido al estado de carga 3 dinámico

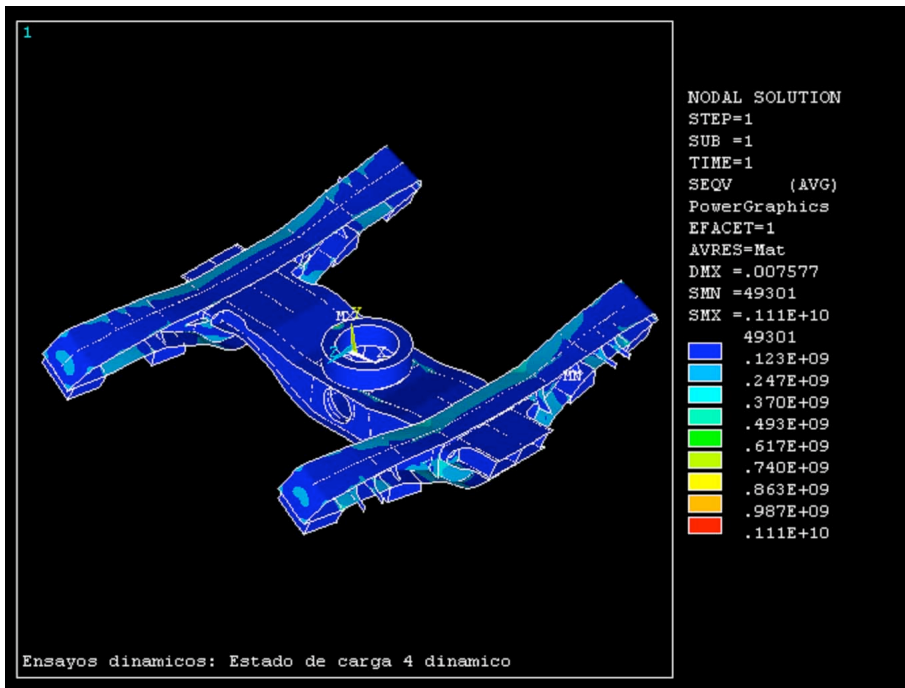


Figura AI-21: Bogie sometido al estado de carga 4 dinámico

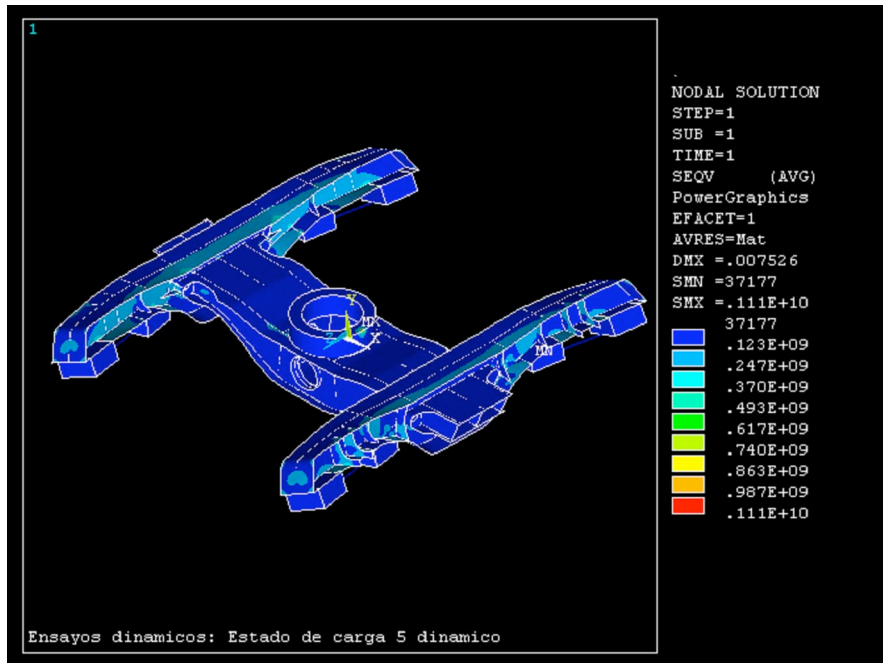


Figura AI-22: Bogie sometido al estado de carga 5 dinámico

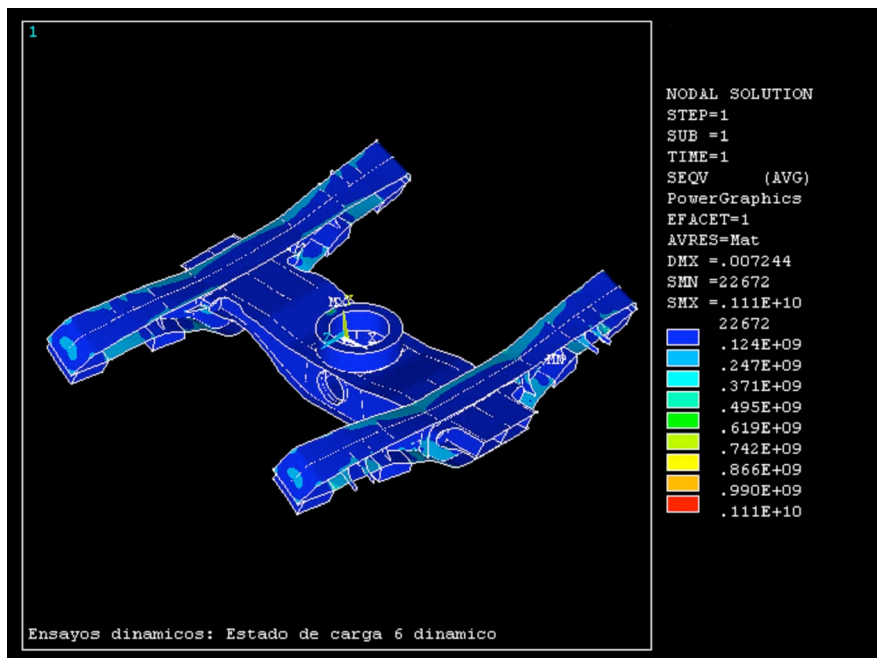


Figura AI-23: Bogie sometido al estado de carga 6 dinámico

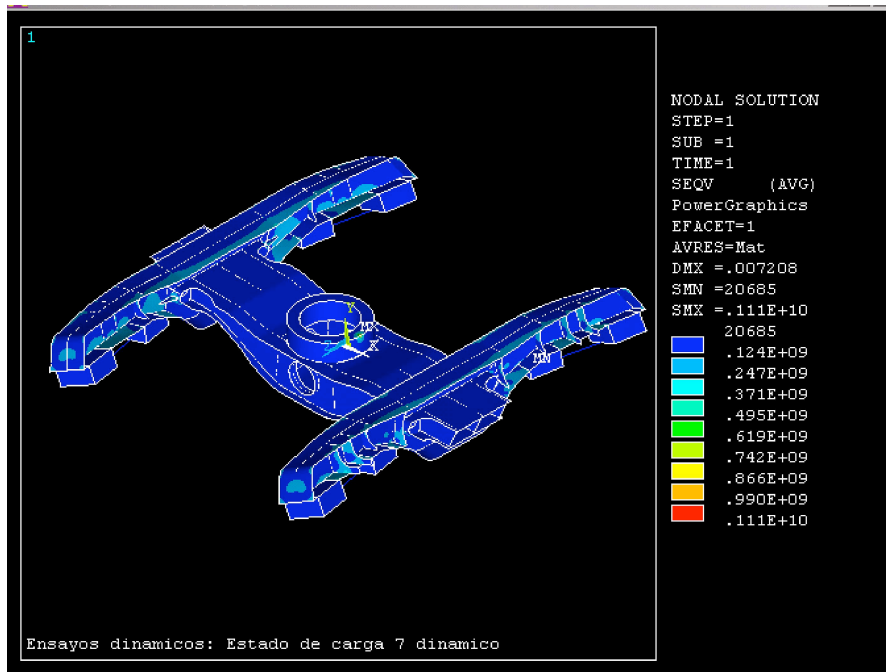


Figura AI-24: Bogie sometido al estado de carga 7 dinámico



Anexo II : Ensayo de resistencia en banco de bogies de 2 y 3 ejes



Anexo II



Anexo II: ensayo de resistencia en banco de bogies de 2 y 3 ejes

- **NORMATIVA:** CODE UIC 510-3
Union Internationale des Chemins de fer

(Normativa de obligado cumplimiento)

- **GENERALIDADES:**

- Los bogies de nueva construcción destinados a vagones deben ser sometidos a ensayos de resistencia con asiento fijo.
- En los vagones en los cuales es previsible que el efectivo global no sobrepase los 100 vagones se puede prescindir del ensayo de fatiga en banco.

- Cada ensayo se subdivide en 3 grupos:

1. Ensayo estático de solicitaciones excepcionales producidas durante el servicio:

-Verifica que no se produzcan en el bogie deformaciones permanentes y visibles debido a la acción de la superposición de solicitaciones máximas que se pudieran producir durante el servicio.

2. Ensayo estático de simulación de esfuerzos dinámicos producidos durante el servicio:

-Sirve para verificar la ausencia de riesgo de aparición de fisuras de fatiga bajo la superposición de esfuerzos encontrados en servicio.

3. Ensayo de fatiga en banco:

-Destinado a verificar la resistencia del bogie, a descubrir eventuales puntos débiles ocultos (preferentemente en lugares donde no pueda colocarse una galga) y a evaluar el margen de seguridad.



- CONDICIONES COMUNES A LOS ENSAYOS:

-Los ensayos se efectuarán con un montaje que permita aplicar y repartir los esfuerzos en los lugares exactos donde se producen durante el servicio, simulando correctamente juegos y grados de libertad asociados a las suspensiones y órganos de unión a la caja.

-Los ensayos pueden hacerse con o sin suspensión.

-Los dispositivos de amortiguación deben inutilizarse para evitar rozamientos.

-Los esfuerzos y las reacciones deben ser ejercidas sobre el chasis en función de las disposiciones constructivas del bogie.

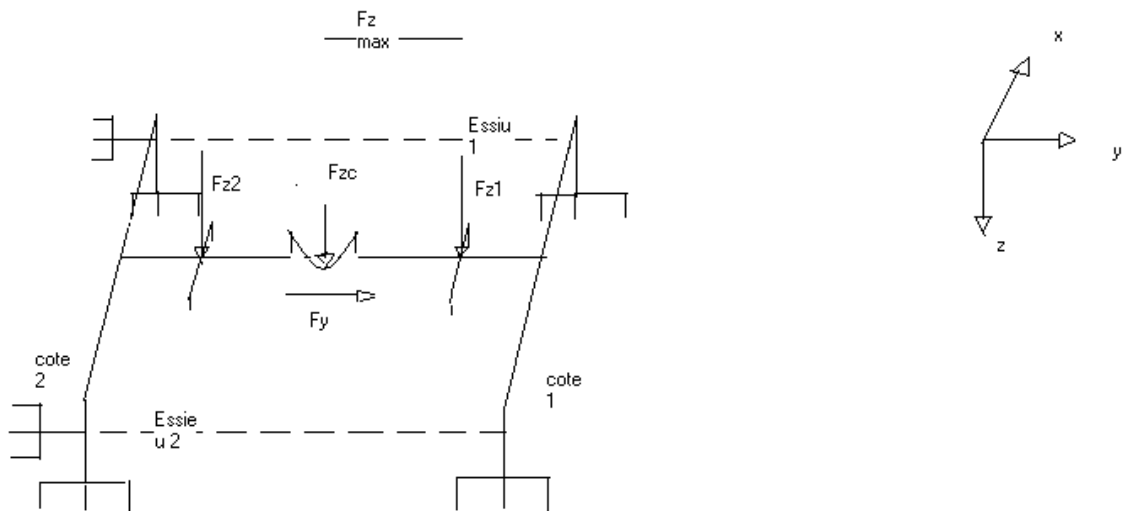


Figura AII-1: Ejemplo de solicitaciones en bogie de dos ejes



1. ENSAYO ESTÁTICO DE SOLICITACIONES EXCEPCIONALES PRODUCIDAS DURANTE EL SERVICIO

1.1 Tipos de solicitaciones:

-Esfuerzos verticales y transversales.

Se calculan a partir de la carga nominal del bogie:

Verticales:

- Para bogies con 2 ejes:

$$F_{z \max} = 1.5F_z$$
$$F_z = 4Q_0 - mg$$

Nota:

m = masa del bogie

Q₀ = carga por rueda

- Para bogies con 3 ejes:

$$F_{z \max} = 1.5F_z$$
$$F_z = 6Q_0 - mg$$

Transversales:

- Para bogies con 2 ejes:

$$F_{y \max} = 2(10 + 2\frac{Q_0}{3})KN$$

- Para bogies con 3 ejes:

$$F_{y \max} = \frac{8}{3}(10 + 2\frac{Q_0}{3})KN$$

-Esfuerzos debidos al balanceo

- El coeficiente de balanceo (α) es igual a 30% para bogies con una separación entre resbaladeras de 1700mm.

- Para una separación (2bg) diferente:

$$\alpha = 0.3(\frac{1700}{2bg})$$



-Esfuerzos de frenada

-Los esfuerzos de frenado (F_B) representan el 120% de los esfuerzos desarrollados durante un frenado de emergencia.

-Los esfuerzos de frenado (F_B) se traducen sobre el bogie en:

- Esfuerzos de deceleración
- Esfuerzos de aplicación
- Esfuerzos sobre la timonería

-Esfuerzos de alabeo

-Esfuerzos soportados por el chasis del bogie equipado con suspensión cuando se produce el alabeo máximo de la vía (10‰)

Nota: Los esfuerzos debidos al choque no son simulados en ensayos estáticos.

1.2 Metodología de ensayo:

- Se dispondrán galgas extensométricas y rosetas extensométricas en aquellos puntos fuertemente solicitados, que serán normalmente zonas de concentración de tensiones.
- El emplazamiento de las galgas será determinado por alguna de las técnicas especiales que existen actualmente, como por ejemplo, simulación por elementos finitos.

1.3 Resultados a obtener:

- Comprobar en cada estado de carga que no se supere el límite elástico del material.
- No deben aparecer deformaciones permanentes una vez que se hayan suprimido los esfuerzos aplicados.



2. Ensayo estático de simulación de esfuerzos dinámicos en servicio.

2.1 Tipos de solicitaciones:

- Esfuerzos verticales sobre el pivote y resbaladeras:

Son calculados a partir de la carga nominal del bogie y dependen de:

- F_z : Esfuerzo estático ejercido por la caja del vagón sobre cada bogie.
- α : coeficiente de balanceo
 $\alpha = 0.2$ si la distancia entre resbaladeras es igual a 1700 mm
 $\alpha = 0.2(1700/2bg)$ para una separación (2bg) distinta de 1700 mm
- β : coeficiente de rebote.
Representa el comportamiento dinámico vertical del bogie y es igual a 0.3 (valor característico para bogies de vagones).

- Esfuerzo transversal:

- Para bogies de dos ejes:

$$F_z = 0.4 * 0.5(F_z + mg)$$

- Para bogies de tres ejes:

$$F_z = 0.53 * 0.5(F_z + mg)$$

- Esfuerzos de frenado:

- Representan el 100% de los esfuerzos producidos durante una frenada de urgencia.
- Se traducen sobre el bogie a ensayar en :
 - Esfuerzos de deceleración
 - Esfuerzos de aplicación
 - Esfuerzos sobre la timonería



- Esfuerzos de alabeo
 - El alabeo de la vía se considera como un 5% del ancho de vía
 - Este alabeo puede ser simulado bien por el desplazamiento de apoyos o por aplicaciones de esfuerzos de reacción correspondientes calculados.

2.2 Metodología del ensayo:

- El chasis del bogie estará equipado con galgas y rosetas extensométricas en aquellos puntos fuertemente solicitados, especialmente en las zonas de concentración de tensiones.

- Las pruebas consisten en someter al bogie a diferentes configuraciones de solicitaciones, simulando:

- Circulación sobre vías alineadas
- Circulación en curvas
- Variaciones dinámicas de esfuerzos debidos al balanceo y al rebote
- Los frenados
- Los balanceos

2.3 Resultados a obtener

- En cada punto de medida, se determinará las tensiones $\delta_1 \dots \delta_n$ para los estados de carga definidos.

- Entre estos valores, se toma el valor máximo y el valor mínimo (δ_{\max} y δ_{\min}) para determinar los valores siguientes:

$$\delta_m = \frac{\delta_{\max} + \delta_{\min}}{2}$$
$$\delta_a = \frac{\delta_{\max} - \delta_{\min}}{2}$$

- Las tensiones obtenidas se compararán con los diagramas correspondientes, según el tipo de material y la zona del bogie, que figuran en la RP17 del comité ERRI B 12.



- Los valores obtenidos de tensión que sean iguales o superiores al 20% de las tensiones admisibles serán admitidos en un número limitado de puntos que posteriormente serán objeto de un estudio particular durante el ensayo de fatiga.
- Cuando no aparezcan principios de fisuración en los ensayos de fatiga, serán aceptados los excesos de tensión producidos durante las pruebas estáticas y será admitido el bogie.

Programa de ensayos para bogies construidos en acero

ERRI B 12/RP 17, 8º EDICIÓN (European Rail Research Institute)

- Ensayos de banco de bogies (2 y 3 ejes):
 - Deben cumplir ficha 510-3.
- Ensayo en línea de bogies (2 y 3 ejes):
- Ensayo de choque en bogies (2 y 3 ejes):

3. ENSAYO DE FATIGA EN BANCO

3.1 Tipos de sollicitaciones:

- Esfuerzos verticales sobre el pivote y las resbaladeras:
 - F_z : Esfuerzo estático ejercido por la caja del vagón sobre cada bogie.
 - α : coeficiente de balanceo
 $\alpha = 0.2$ si la distancia entre resbaladeras es igual a 1700 mm
 $\alpha = 0.2(1700/2bg)$ para una separación (2bg) distinta de 1700 mm.
 - β : coeficiente de rebote. $\beta = 0.3$

Notas:

Los esfuerzos debidos al coeficiente α son considerados como cuasiestáticos.
Los esfuerzos debidos al coeficiente β son considerados como dinámicos.



- Esfuerzos transversales:
 - Constan de dos componentes:
 - Para bogies de 2 ejes:

Esfuerzo cuasiestático	$F_{yq} = 0.1(F_z + mg)$
Esfuerzo dinámico	$F_{yd} = 0.1(F_z + mg)$
 - Para bogies de 3 ejes:

Esfuerzo cuasiestático	$F_{yq} = 0.133(F_z + mg)$
Esfuerzo dinámico	$F_{yd} = 0.133(F_z + mg)$
- Esfuerzos de frenado:
 - Representan el 100% de los esfuerzos producidos durante un frenado de emergencia.
 - Se traducen sobre el bogie en:
 - Esfuerzos de deceleración
 - Esfuerzos de aplicación
 - Esfuerzos de timonería
- Esfuerzos de alabeo (torsión).
 - Se considera el alabeo como un 5‰ del ancho de vía.

3.2 Metodología del ensayo:

- El ensayo de fatiga consiste en repetir las secuencias de sollicitaciones cuasiestáticas y dinámicas alternativamente, destinadas a representar circulaciones en curvas a izquierda y luego a derecha.
- Si las pruebas estáticas mostraron que el alabeo no inducía tensiones más que en zonas del bogie poco solicitadas por los esfuerzos vertical y transversal, el ensayo de fatiga, en una primera etapa, puede incluir tan sólo esfuerzos vertical y transversal.
- Cada secuencia de carga corresponde a una curva a izquierda o derecha. El número de ciclos dinámicos en vertical y transversal debe ser de 20.



-
- Las variaciones dinámicas de los esfuerzos vertical y transversal deben ser de la misma frecuencia y sin desfase.
 - El número de ciclos total de variaciones dinámicas de este primer conjunto de ensayos es de $6 \cdot 10^6$.
 - El ensayo se continúa después durante $2 \cdot 10^6$ ciclos, en el transcurso de los cuales los esfuerzos estáticos quedan sin cambios y los esfuerzos cuasiestáticos y dinámicos quedan multiplicados por 1.2.
 - Los esfuerzos de frenado serán efectuados si en los ensayos estáticos se supera el límite elástico.
 - Esfuerzos de torsión o alabeo.
 - Se efectuarán un total de 10^6 solicitaciones de alabeo:
 - $6 \cdot 10^5$ para la primera parte
 - $2 \cdot 10^5$ ciclos para cada uno de los otros dos
 - Para definir los ensayos de torsión conviene tener en cuenta los resultados de los ensayos estáticos y las posibilidades dadas por las instalaciones de las pruebas existentes.
 - Puede ser útil no tener en cuenta la prueba de torsión cuando el chasis del bogie no resista el alabeo.
 - Si las pruebas estáticas han demostrado que las solicitaciones de torsión producen esfuerzos claramente diferentes a los producidos por los esfuerzos verticales y transversales, los $6 \cdot 10^5$ más $2 \cdot 10^5$ y $2 \cdot 10^5$ ciclos de torsión pueden ser aplicados separadamente de las solicitaciones debidas a los esfuerzos verticales y transversales.
 - En caso contrario, el montaje de las pruebas será adaptado para simultanear esfuerzos verticales, transversales y de torsión.



- Los esfuerzos simultáneos de torsión corresponden a los que aparecen durante el funcionamiento de la suspensión con amortiguadores.

3.3 Resultados a obtener:

- No debe constatarse ninguna fisura después de aplicar $6 \cdot 10^6$ ciclos del primer ensayo. Este resultado será verificado por ensayo no destructivo (magnetoscopio, líquido penetrante) después de cada millón de ciclos.
- Al final del segundo conjunto de sollicitaciones, solamente serán toleradas las fisuras que no impongan una reparación inmediata si sucedieran en servicio.
- La evolución de las tensiones en los puntos más solicitados durante el ensayo estático o particularmente, los excesos de tensión que han sido tolerados en el ensayo dinámico, será observada con la ayuda de galgas en el transcurso de la prueba de fatiga.

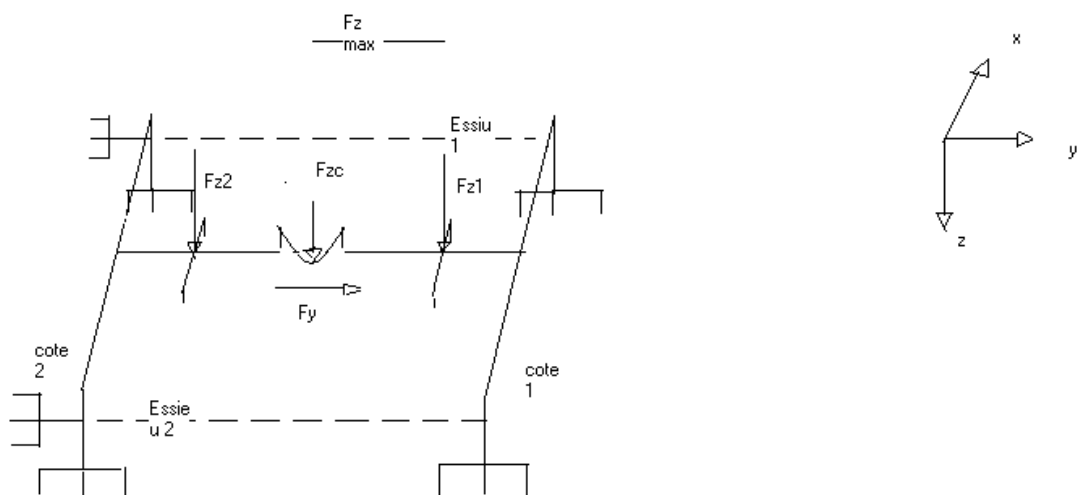


Figura AII-2: Ensayos estáticos de sollicitaciones excepcionales encontradas durante el servicio.

Estado de Carga	Esfuerzos				Alabeo de la vía g+	Esfuerzo de frenado
	Verticales			Transversales		
	Resbaladera 2 F_{z2}	Pivote F_{zc}	Resbaladera 1 F_{z1}	F_y		
1		$2F_z$				
2	0	$(1-\alpha)F_{z\max}$	$\alpha F_{z\max}$		10‰	
3	0	$(1-\alpha)F_{z\max}$	$\alpha F_{z\max}$	$F_{y\max}$		
4	$\alpha F_{z\max}$	$(1-\alpha)F_{z\max}$	0	$-F_{y\max}$		
5	0	$1.2F_z$	0			F_B

$$F_z = 4Q_0 - mg$$

$$F_{y\max} = 2(10 + 2Q_0 / 3)$$

$$F_{z\max} = 1.5F_z$$

$$F_B = \text{esfuerzos defrenado}$$

$$\alpha = 0.3(1700 / 2bg)$$

Tabla-AII-1: Ensayos estáticos de solicitaciones excepcionales encontradas durante el servicio.

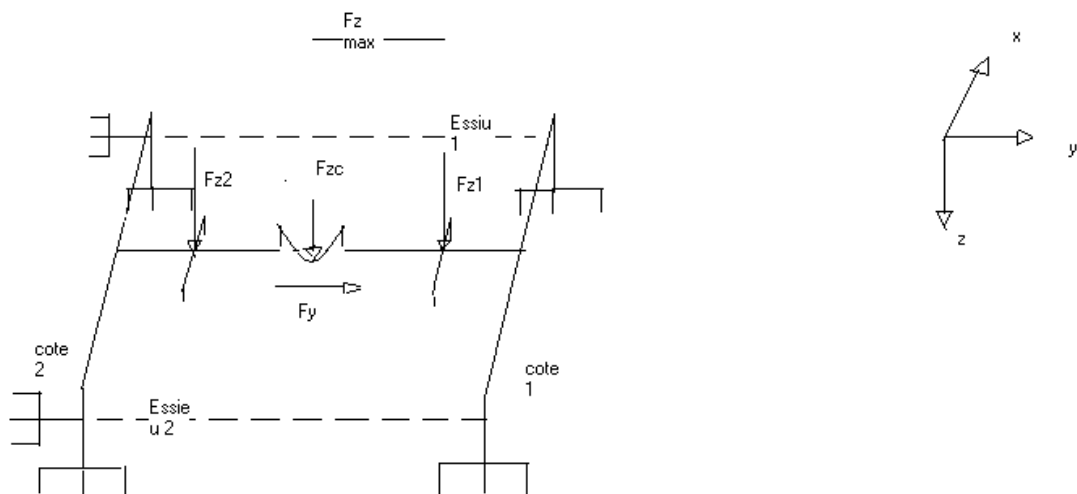


Figura AII-3: Ensayos dinámicos de solicitaciones excepcionales encontradas durante el servicio.



Estado de Carga	Fuerzas				Esfuerzo de frenado
	Verticales			Transversales	
	Resbaladera 2 F_{z2}	Pivote F_{zc}	Resbaladera 1 F_{z1}	F_y	
1	0	F_z	0		
2	0	$(1 + \beta)F_z$	0		
3	0	$(1 - \beta)F_z$	0		
4	0	$(1 - \alpha)(1 + \beta)F_z$	$\alpha(1 + \beta)F_z$	$F_{y \max}$	
5	$\alpha(1 + \beta)F_{z \max}$	$(1 - \alpha)(1 + \beta)F_z$	0	$-F_{y \max}$	
6	0	$(1 - \alpha)(1 - \beta)F_z$	$\alpha(1 + \beta)F_z$	$F_{y \max}$	
7	$\alpha(1 - \beta)F_{z \max}$	$(1 - \alpha)(1 - \beta)F_z$	0	$-F_{y \max}$	
8	0	F_z	0		F_B

$$F_z = 4Q_0 - mg$$

$$\beta = 0.3$$

$$\alpha = 0.2(1700/2bg)$$

$$F_y = 0.4 * 0.5(F_z + mg)$$

Tabla AII-2: Ensayos dinámicos de solicitaciones excepcionales encontradas durante el servicio.

● **COMENTARIOS:**

- Las ligaduras con la caja, los amortiguadores y los frenos deben establecerse en cada caso particular, y no con carácter general, inspirándose en los ensayos descritos.
- Objetivos de los ensayos:
 - Optimizar la estructura del chasis del bogie.
 - Completar las informaciones procedentes de los cálculos.
 - Asegurarse de que los chasis de los bogies son aptos para soportar las solicitaciones de servicio sin que se produzcan deformaciones permanentes o fisuras susceptibles de comprometer la seguridad o de ocasionar costes de mantenimiento elevados.
- Los dos ensayos estáticos se efectuarán en primer lugar:



-
- Permiten desechar los bogies que no satisfagan las condiciones mínimas de resistencia.
 - A continuación los ensayos dinámicos (ensayo de fatiga):
 - Permite verificar si la concepción del bogie es adecuada o si hay riesgo de aparición de fisuras.
 - Permite además comprobar si un nuevo fabricante es apto para realizar bogies ensayando sobre chasis de los que sabemos que su concepción es satisfactoria y los diseños son correctos.
 - Los valores de los esfuerzos que intervienen en la definición de los ensayos son recogidos, principalmente, de los ensayos en línea.
 - Por un lado, el ensayo estático de los esfuerzos excepcionales representa las sollicitaciones máximas que pueden producirse en el servicio (sin tener en cuenta las debidas a incidentes).
 - Por otra parte, el ensayo estático de simulación de esfuerzos dinámicos y el fatiga en banco, representa el promedio de todas las sollicitaciones que se producen en el curso de la vida del bogie.
 - El número de ciclos de fatiga ha sido elegido para simular globalmente una vida en servicio de 30 años a razón de 100000 Km por año
 - En cuanto a la realización práctica de los ensayos:
 - En los ensayos estáticos, los bogies serán equipados con galgas unidireccionales en todos los puntos sometidos a una sola tensión de dirección fija, en los otros puntos, se utilizarán rosetas.
 - La parte activa de la galga será como máximo de 10 mm.
 - Las galgas se dispondrán en todos los puntos que soporten tensiones elevadas y se deformen tal y como ocurre en servicio.
 - Para los ensayos estáticos se recomienda hacer los ensayos sobre un bogie completo equipado con la suspensión.
 - Para el ensayo de fatiga, por razones prácticas, no se puede operar de esta manera en la mayoría de los casos, requiriendo un estudio particular para definir el montaje.



Anexo II

- Los bogies examinados en los tres ensayos deben ser como los de serie, con todos sus órganos de ligadura para amortiguadores, frenos,... etc.
- Si aparecen fisuras o roturas en el curso del ensayo de fatiga a partir de defectos de fabricación no detectados en el momento del ensayo estático efectuado sobre el bogie, el ensayo se repetirá con otro chasis. Si los efectos se confirman, significa que la concepción no es satisfactoria.



Anexo III: Plano del bogie de ferrocarril



Anexo III



Anexo III: Plano del bogie de ferrocarril utilizado.

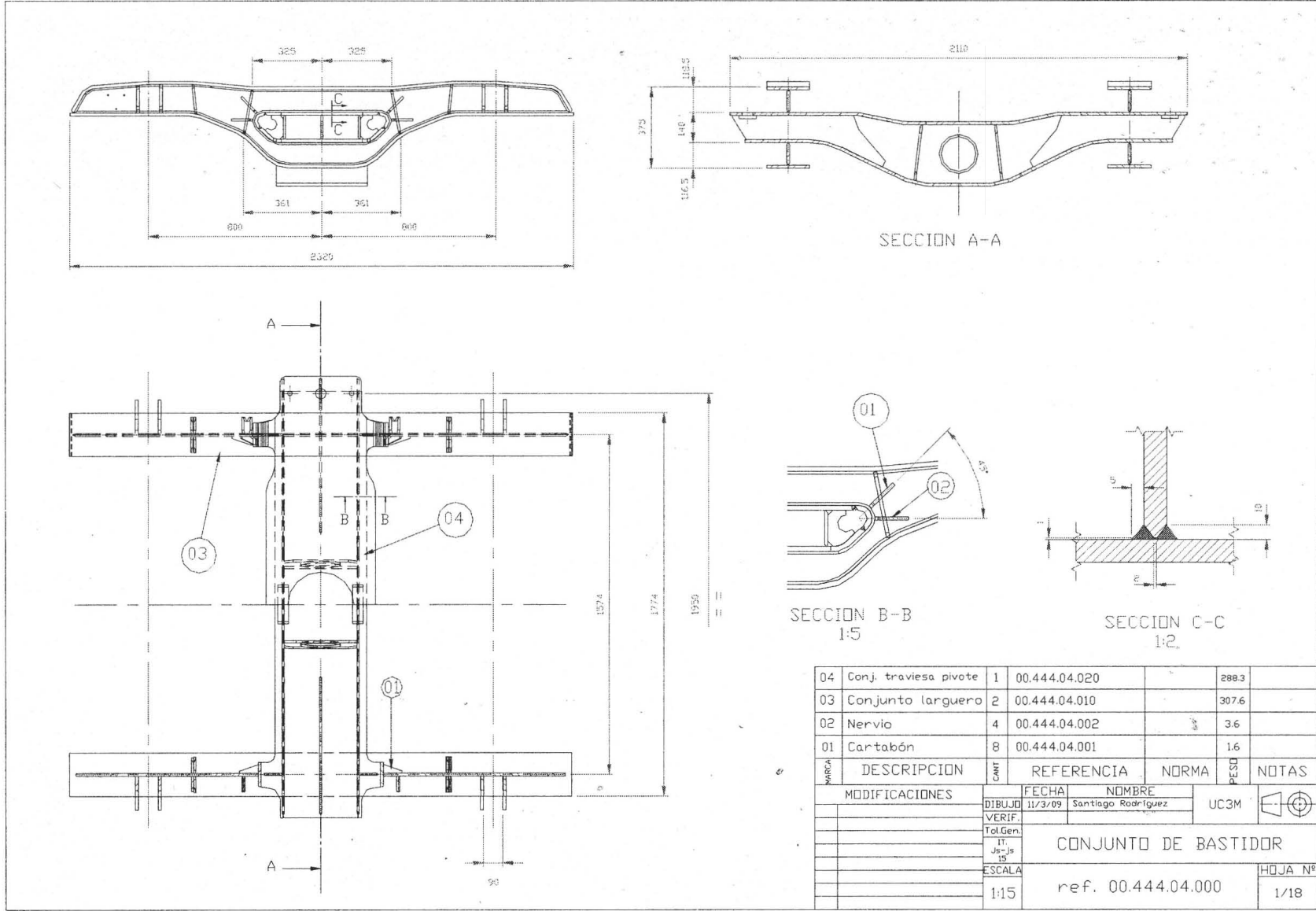
En la siguiente tabla se da la relación de las 25 galgas y su posición en el bogie.

Nº de Galga	Posición X(m)	Posición Y(m)	Posición Z(m)
1	0.887	-0.45584e-1	-0.37924
2	0.82057	-0.4750e-1	-0.35972
3	0.887	-0.66508e-1	-0.34564
4	0.19043	-0.27916	0
5	0.60274	-0.9393e-1	0
6	0.75610	0.42e-1	0.11962
7	0.69455	0.42e-1	0.11962
8	0.887	-0.20150	-0.14375
9	0.88151	0.1595	0
10	0.69455	0.1595	0
11	0.88151	0.1595	0.76825
12	0.69471	0.1595	0.76825
13	0.88151	0.1595	-0.76825
14	0.69471	0.1595	-0.76825
15	-0.7870	0.88263e-1	-0.32024
16	-0.84200	0.42e-1	-0.27264
17	0.72119	0.42e-1	0.21871
18	0.72119	-0.68257e-1	0.21871
19	0.86200	-0.40071e-1	-0.361
20	0.69471	-0.14530	0
21	0.88151	-0.14530	0
22	0.83381	0.42e-1	-0.24956
23	0.887	-0.10514	-0.30461
24	0.83381	-0.27976e-1	0.28169
25	0.772	-0.51e-1	-0.2504

Tabla AIII.1. Posicionamiento de las bandas extensiométricas



Figura AIII.1. Plano de situación de bandas extensiométricas sobre el bogie







Anexo IV

Anexo IV: Ensayos de validación.

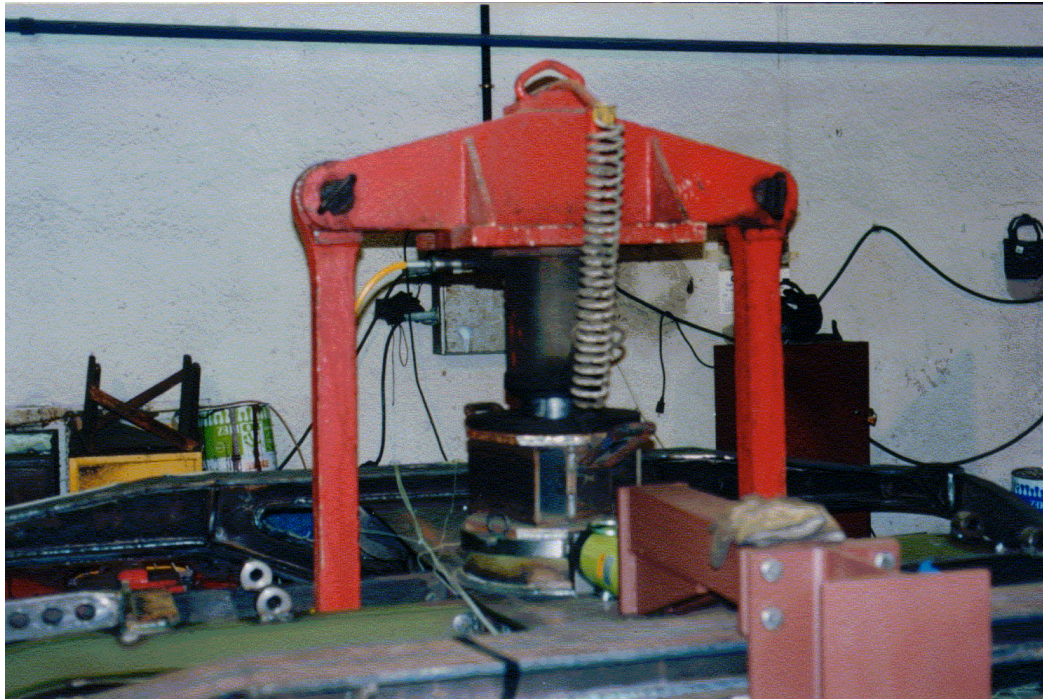


Figura AIV-1. Banco de ensayos de bogie

Para validar el modelo de elementos finitos se han aplicado dos estados de carga, un primer estado con una carga vertical sobre el pivote del Bogie de 74 Ton y un segundo ensayo de 40 Ton verticales y 6.7 Ton transversales en el pivote. En la figura *AIV-1* se muestra el banco de ensayos que se utilizó para aplicar estos estados de carga.

Estos estados de carga fueron simulados inicialmente por un doble motivo, primero para servir de referencia inicial en la toma de decisión de los puntos de medida del ensayo y en segundo lugar para tener un estado de tensiones teórico-experimental para validar el modelo y poder admitir como válidas las siguientes hipótesis de carga.

Los ensayos se han llevado a cabo considerando el documento ERRI B 12/RP 17 (8ª Edición) 1996.



La medida de las tensiones en los ensayos citados anteriormente, ha sido realizada sobre un total de 25 puntos de medida, distribuidos sobre el prototipo según se indica en el plano adjunto en el anexo III del presente documento.

Los puntos de medida se han concentrado en la mitad del prototipo, dada la simetría del mismo y de los procesos de carga, situándose una serie de puntos de medida simétricos de control, tal y como recomienda el documento ERRI B 12/RP 17 (8ª Edición) 1996.

Para la realización de los ensayos extensométricos se ha empleado el siguiente equipo:

- Sistema 5000 de la marca Measurements Group Vishay, con un total de 35 canales extensométricos con resistencias de calibración y compensación incluidas, tarjeta de adquisición de datos y software WIN 5000 versión 2.13. La conexión de las bandas se realiza mediante conectores SUBD 9. Este equipo se muestra en la figura AIV-2.
- Bandas extensométricas uniaxiales de la marca Tokio Sokki Kenkyujo Co.,Ltd., modelo PFL-10-11, con 10 mm de rejilla activa, resistencia de $120 \pm 03 \text{ W}$ y un factor de galga de 2.12, como la que se muestra en la figura AIV-3.
- Cable de tres hilos apantallado para la realización en todos los puntos de medida de montaje en cuarto de puente con tres hilos tal y como se muestra en la figura AIV-3.

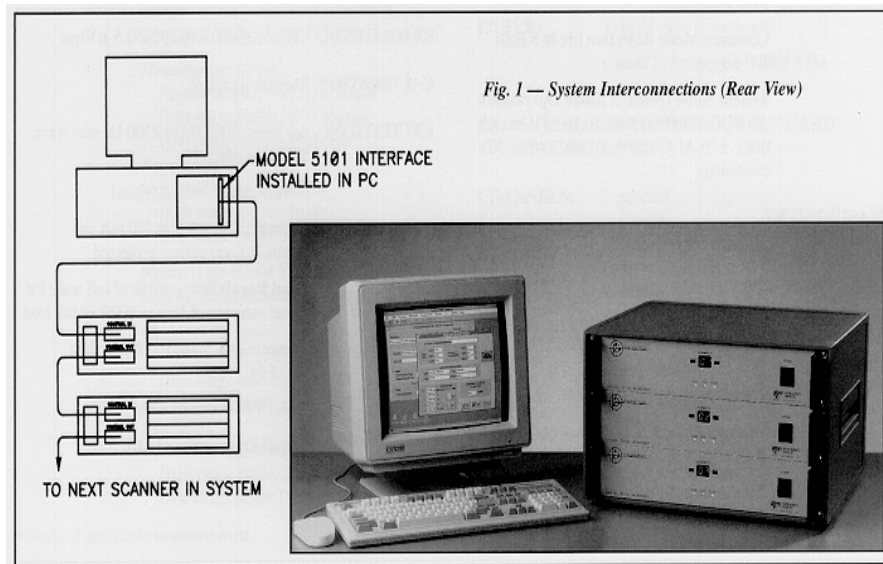


Figura AIV-2. Sistema de Adquisición de Datos SYS5000

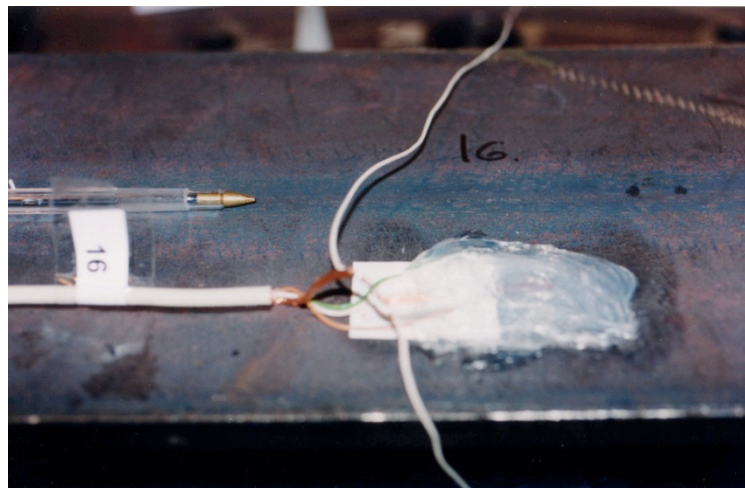


Figura AIV-3. Cableado y banda extensométrica usada para realizar el ensayo

Puesto que el equipo de medida utilizado dispone de 35 canales de amplificación y registro y era necesario medir en un total de 25 puntos de medida, ha sido posible medir todos los puntos en un único ensayo.

Por otra parte, el equipo utilizado permite el registro continuo de las medidas de deformación de los 35 canales (no multiplexados es decir en el mismo instante de tiempo) con una frecuencia máxima de muestreo de 10 Hz. En cada uno de los ensayos se ha comenzado el registro de deformaciones en el



punto de medida correspondiente antes de comenzar con la aplicación de la carga, obtenida mediante la aplicación de un cilindro hidráulico en dirección vertical y otro en dirección transversal sobre el pivote, se ha mantenido el registro hasta observar la estabilización de la deformación en la totalidad de los puntos de medida, motivo por el cual el último de los registros es el que se ha dado como válido para la tensión máxima del correspondiente ensayo (expresados en forma de tensión). La frecuencia de muestreo utilizada en los ensayos estáticos ha sido de 2 Hz. Una vez terminado el proceso de carga, se ha medido y registrado el de descarga, hasta la estabilización de las medidas, con el objeto de registrar posibles deformaciones residuales.

La secuencia utilizada para la realización de los ensayos ha sido la siguiente:

1. Calibración y puesta a cero de los puntos de medida.
2. Carga vertical de 74 toneladas sobre el pivote mediante cilindro hidráulico:
 - Comienza el proceso de carga y registro de las tensiones.
 - Estabilización de las deformaciones. Pausa del registro para determinar tensiones máximas.
 - Reinicio del registro.
 - Eliminación de la carga.
 - Estabilización de las deformaciones y fin del registro para la determinación de las tensiones residuales.
3. Carga vertical de 40 toneladas y transversal de 6,7 toneladas sobre el pivote mediante cilindros hidráulicos:
 - Comienza el proceso de carga y registro de las tensiones.
 - Estabilización de las deformaciones. Pausa del registro para determinar tensiones máximas.
 - Reinicio del registro.
 - Eliminación de la carga.
 - Estabilización de las deformaciones y fin del registro para la determinación de las tensiones residuales.



RESUMEN DE LOS ENSAYOS EXTENSOMÉTRICOS. VALIDACIÓN DEL MODELO MATEMÁTICO.

El objetivo de la validación por técnicas extensométricas del modelo es establecer la similitud del mismo con un modelo real.

La validación del modelo es por tanto un punto importante puesto que establece el grado de similitud del modelo. Para ello se han comprobado los órdenes de magnitud de las tensiones y el carácter de la tensión ya sea de compresión o de tracción.

Una de las dificultades a la hora de comparar las tensiones es la falta de continuidad tensional asociada a los elementos del modelo, debido a la discretización que realiza el mallado libre, que no permite fijar un tamaño de elemento uniforme.

Dado el carácter gráfico de los resultados del programa de elementos finitos es difícil precisar de forma exacta la tensión calculada aunque se puede intuir el intervalo de tensión para la zona y comparar con los resultados medidos por la banda correspondiente.

Comparando los resultados en tensión obtenidos en cada una de las bandas en los ensayos 1 y 2, con los resultados obtenidos del modelo de elementos finitos, la correlación entre este modelo matemático y la medida de los ensayos es suficientemente buena, existiendo ligeras diferencias en casi la totalidad de los casos, pero siempre situando los resultados por el lado de la seguridad.

Para ilustrar esta correlación entre modelo y ensayo real se han seleccionado los nodos más aproximados a sus correspondientes zonas instrumentadas en el modelo real¹.

Las siguientes tablas muestran algunos de los valores de tensión obtenidos para la banda y para los nodos correspondientes al modelo. En páginas siguientes se muestran las tablas de estos resultados tensionales sobre el modelo.

¹ Ver plano situación de bandas en Anexo III



Modelo Real	Modelo EF	
Banda 19	Nodo (MPa)	
15,5 MPa	8275	13.9

Modelo Real	Modelo EF	
Banda 10	Nodo (MPa)	
6.9 MPa	9283	3.4
	9220	3.4
	18383	3.4

Modelo Real	Modelo 1	
Banda 17	Nodo (MPa)	
-71.4 MPa	16263	-68
	16264	-71.4
	16265	-80.7

Tabla AIV-1. Comparación de algunos de los valores de tensión obtenidos para la banda y para los nodos correspondientes al modelo

La correlación entre los datos experimentales y de cálculo es buena por lo que se considerará validados los resultados correspondientes al resto de los estados de carga.



**ENSAYOS BOGIE MSP DE VÍA MÉTRICA.
CARGA VERTICAL DE 74 Ton EN EL PIVOTE.**

	Tensión [N/mm ²]	Modelo E.Finitos [Pa]	
		Nodos	Valor
Banda 1	16,9	18712	8,099E+07
Banda 2	14,3	18713	7,124E+07
Banda 3	162,4	18525	1,494E+08
		18711	1,750E+08
Banda 4	175,0	9341	1,462E+08
		9350	1,326E+08
		9965	1,267E+08
Banda 5	107,0	6377	9,793E+07
		6378	1,105E+08
		6379	1,152E+08
Banda 6	-23,4	15653	-4,153E+07
		16923	-5,325E+06
		16925	-2,483E+07
Banda 7	-16,7	16273	-2,479E+07
		16274	-2,042E+07
		16276	-2,638E+07
Banda 8	-14,4	18034	-1,244E+08
		18036	-1,244E+08
		18619	-8,349E+07
Banda 9	-97,3	9103	-1,205E+08
		9104	-1,204E+08
		18294	-1,165E+08
Banda 10	30,1	9283	1,106E+06
		9220	1,059E+06
		18383	1,106E+06
Banda 11	-106,7	19078	-1,208E+08
		19080	-1,361E+08
		19084	-1,247E+08
Banda 12	-76,4	19093	-7,156E+07
		19099	-8,045E+07
		19103	-6,334E+07
Banda 13	-88,8	10275	-1,292E+08
		10276	-1,208E+08
		10282	-1,247E+08
Banda 14	-81,8	10290	-1,432E+08
		10291	-1,223E+08
		10301	-1,430E+08
Banda 15	22,7	17459	2,886E+07
		17460	1,940E+07
		17461	1,274E+07
Banda 16	-32,3	11948	-9,852E+06



Anexo IV

		13239	-6,640E+06
		13986	-2,305E+07
Banda 17	-58,1	16263	-1,328E+07
		16264	-1,630E+07
		16265	-2,400E+07
Banda 18	100,7	17505	1,796E+08
		18744	1,563E+08
Banda 19	7,8	8275	3,844E+06
Banda 20	60,4	9525	8,856E+07
		9560	8,703E+07
		18612	8,856E+07
Banda 21	85,6	9567	9,622E+07
		9568	9,520E+07
		18654	9,520E+07
Banda 22	-39,4	17634	-1,108E+07
		17639	-8,242E+06
Banda 23	57,8	18521	9,527E+07
		18846	6,144E+07
Banda 24	16,6	8569	1,899E+07
		9510	3,004E+07
Banda 25	120,1	17490	9,092E+07
		18733	1,021E+08

Tabla AIV-2. Resultados de los valores de tensión obtenidos en las bandas extensométricas y los valores de tensión obtenidos en los nodos correspondientes al modelo en el caso del ensayo de carga vertical de 74 Ton en el pivote.



**ENSAYOS BOGIE MSP DE VÍA MÉTRICA.
CARGA VERTICAL DE 40 Ton MAS CARGA TRANSVERSAL DE
6.7 Ton EN EL PIVOTE.**

	Tensión [N/mm ²]	Modelo E.Finitos [Pa]	
		Nodos	Valor
Banda 1	17,3	18712	2,837E+07
Banda 2	15,5	18713	6,579E+07
Banda 3	107,8	18525	6,279E+07
		18711	1,147E+08
Banda 4	90,3	9341	8,134E+07
		9350	7,383E+07
		9965	6,964E+07
Banda 5	58,0	6377	3,437E+07
		6378	5,345E+07
		6379	7,687E+07
Banda 6	-12,8	15653	-2,829E+07
		16923	-1,224E+07
		16925	-3,358E+07
Banda 7	-5,6	16273	-7,098E+06
		16274	9,393E+05
		16276	-3,625E+06
Banda 8	-14,7	18034	-9,833E+07
		18036	-8,709E+07
		18619	-7,679E+07
Banda 9	-20,6	9103	-1,146E+06
		9104	-1,128E+06
		18294	-3,187E+06
Banda 10	6,9	9283	3,691E+06
		9220	3,662E+06
		18383	3,691E+06
Banda 11	-18,9	19078	4,164E+06
		19080	7,153E+06
		19084	3,741E+06
Banda 12	-58,9	19093	-5,219E+06
		19099	-6,049E+06
		19103	-1,291E+07
Banda 13	-12,0	10275	6,324E+06
		10276	4,181E+06
		10282	3,747E+06
Banda 14	-71,3	10290	-8,012E+06
		10291	-5,235E+06
		10301	-1,295E+07
Banda 15	-34,2	17459	-5,342E+07
		17460	-8,421E+07
		17461	-9,718E+07
Banda 16	-56,0	11948	-4,340E+06



Anexo IV

		13239	-2,055E+07
		13986	-2,139E+07
Banda 17	-71,4	16263	-7,199E+07
		16264	-7,561E+07
		16265	-8,537E+07
Banda 18	36,5	17505	3,068E+06
		18744	2,105E+06
Banda 19	43,9	8275	1,500E+07
Banda 20	31,5	9525	9,005E+07
		9560	8,247E+07
		18612	9,003E+07
Banda 21	42,0	9567	2,294E+07
		9568	2,279E+07
		18654	2,280E+07
Banda 22	-9,8	17634	2,607E+06
		17639	-3,924E+07
Banda 23	30,1	18521	4,673E+07
		18846	2,807E+07
Banda 24	15,8	8569	3,445E+07
		9510	6,084E+07
Banda 25	92,2	17490	1,263E+08
		18733	1,463E+08

Tabla AIV-3. Resultados de los valores de tensión obtenidos en las bandas extensométricas y los valores de tensión obtenidos en los nodos correspondientes al modelo en el caso del ensayo de carga vertical de 40 Ton más carga trasversal de 6,7 Ton en el pivote.