Revista Española de Economía, Vol. 13, nº 1, 1996 **141-155**

Formación de precios en un mercado financiero con creador de mercado informado*

Mikel Tapia

Universidad Carlos III. Departamento de Economía de la Empresa.

Recibido: mayo de 1995
Aceptado: septiembre de 1996

Resumen

En este trabajo, estudiamos un mercado financiero con un único activo. La parte innovadora del trabajo consiste en la modificación de una de las características del operador del mercado o *market maker*; concretamente, le atribuimos cierto grado de información. Como consecuencia, obtenemos un equilibrio en el que se modifican algunas de las características del activo objeto de intercambio. Entre los resultados, cabe señalar el aumento de la liquidez del activo, así como de la información y la volatilidad recogida en los precios.

Palabras clave: liquidez, *Insider Traiding*, creador de mercado informado.

Abstract. *Price Setting in a Financial Market with Informed Market Maker*

We study a stock exchange with only one asset. The innovative part consist in the modification of one of the characteristics of the market maker; namely, we atribute him a piece of information. As a consequence, we get an equilibrium in which some of the characteristics of the asset are modified. Among the results, we have to point out the increase of liquidity of the asset, the increase of information and volatility of prices.

Key words: Liquidity, Insider Traiding, Informed Market Maker.

1. Introducción

Como es bien conocido, los creadores de mercado (*market makers*) desempeñan un papel fundamental en los mercados financieros. Los diferentes mercados que existen en el mundo proporcionan distintas funciones a los creadores de mercado. En mercados dirigidos por precios como el «London Stock Exchange», los crea-

* Agradezco los valiosos comentarios de J. Caballé, J.M. Chamorro y G. Rubio, así como los de dos evaluadores anónimos de la *Revista Española de Economía*. Todos los errores son de mi exclusiva responsabilidad.

dores de mercado tienen la obligación de ofrecer precios de compra y de venta constantemente, así como acciones asignadas a cada precio. Por otra parte en mercados de subasta continua como el «Tokyo Stock Exchange», o el Mercado Continuo en España, los intermediarios designados por los mercados emparejan las órdenes límite con las órdenes de mercado que van apareciendo pero no tienen obligación de ofrecer precios o vaciar el mercado. Desde el punto de vista de la modelización teórica, la figura del creador de mercado es también entendida de modo diferente según sea el tipo de mercado analizado. En general, los modelos teóricos de microestructura han contemplado a los creadores de mercado como simples instrumentos para alcanzar el precio de equilibrio y vaciar el mercado.

En este trabajo, sin embargo, tipificamos el conjunto de creadores de mercado como un colectivo de agentes informados. A fin de evaluar las consecuencias derivadas de este supuesto, utilizamos como referencia el modelo de Kyle (1985) con una sola subasta, por ser relativamente sencillo y matemáticamente tratable. En nuestro trabajo, adoptamos dos supuestos adicionales a los postulados por Kyle. En primer lugar, como ya hemos citado, consideramos al conjunto de creadores de mercado como agentes informados; no nos parece incongruente suponer que, dado el tipo de actividad que desarrollan, disponen de cierto grado de información. Tal supuesto constituye una innovación en esta literatura. El segundo supuesto consiste en modelizar la información del agente informado *(insider)* como afectada por un ruido.[1] El ruido de la señal nos permitirá observar la variación tanto en la estrategia del agente informado como del equilibrio cuando la calidad de su información cambia.

En particular, presentamos un equilibrio en expectativas racionales con ruido, en el que interactúan tres tipos de agentes: dos con información, a saber, el agente informado y el conjunto de creadores de mercado, junto con un grupo de agentes desinformados que acude al mercado aleatoriamente (*noise traders*). Suponemos que todos ellos son neutrales al riesgo[2] y el mercado es un mercado de subasta.[3] La información del agente informado y la del creador de mercado proceden de dos señales que ambos reciben al mismo tiempo. Esta nueva especificación de la información del conjunto de creadores de mercado va a provocar un cambio en la función de beneficios del agente informado, a través de un cambio en la función de precios.

El propósito de este trabajo es establecer las posibles diferencias entre el modelo de Kyle y el nuestro, en el que los creadores de mercado van a disponer de cierto grado de información. Cuando el conjunto de creadores de mercado dispone de información, los resultados más importantes son: (i) la liquidez del activo es mayor; (ii) la información contenida en el precio del activo y la volatilidad del mismo también es mayor; (iii) los beneficios esperados del agente informado son menores.

1. Este supuesto no es innovador en la literatura; por ejemplo Caballé y Krishnan (1994) lo utilizan.
2. Subrahamanyam (1991) altera el supuesto de neutralidad tanto del agente informado como del conjunto de creadores de mercado.
3. Madhavan (1992) estudia las importantes diferencias que se producen en las características fundamentales de los activos al pasar de mercados de contratación continua (dirigidos por precios o por órdenes) a mercados de contratación en subasta.

El trabajo está estructurado como sigue: en la segunda sección describimos el modelo, en la tercera resolvemos el equilibrio, en la cuarta realizamos un análisis de estética comparativa y, por último, en la quinta sección exponemos las conclusiones.

2. Modelo

Se trata de un modelo de expectativas racionales con ruido. Los agentes disponen de un activo sin riesgo, cuyo rendimiento es cero, que utilizan para intercambiar por el activo arriesgado. Los supuestos del modelo son:

1. Hay un único activo arriesgado en el mercado: $\tilde{v}$ denota el valor aleatorio de liquidación del activo. La variable $\tilde{v}$ sigue una distribución normal de media $\bar{v}$ y varianza σ_v^2: $\tilde{v} \sim N(\bar{v}, \sigma_v^2)$.
2. Hay tres tipos de agentes, todos ellos neutrales al riesgo, que interactúan en el mercado:
   a) Los denominados inversores desinformados, que comercian por razones de liquidez. Generan una demanda aleatoria, $\tilde{z}$, que sigue una distribución normal de media cero y varianza σ_z^2: $\tilde{z} \sim N(0, \sigma_z^2)$:
   b) Un agente informado, monopolista, que recibe una señal S: $\tilde{S} = \tilde{v} + \tilde{\varepsilon}_i$, éstas últimas independientes entre sí. La variable $\tilde{\varepsilon}_i$ representa un ruido idiosincrásico del agente informado, que sigue una distribución normal de media cero y varianza σ_i^2.

Definimos Ψ_1 como la ventaja informativa del agente informado frente a los inversores desinformados.[4] Esta ventaja le informa sobre la evolución del valor del activo en el momento anterior al intercambio:

$$\Psi_1 : E(\tilde{v} \mid \tilde{S}) - \bar{v} . \qquad [1]$$

Ψ_1 también sigue una distribución normal, con una media cero y una varianza que denotamos por σ_1^2: $\tilde{\Psi}_1 \sim N(0, \sigma_1^2)$ donde: $\sigma_1^2 \equiv \dfrac{\sigma_v^4}{\sigma_v^2 + \sigma_i^2}$. La ventaja informativa del agente informado es un estimador del valor de liquidación del activo. Debemos destacar que cuanto mejor es la calidad de la información mayor es la varianza de su ventaja.

En función de esta ventaja, el agente informado determina su demanda, $\tilde{x}$; por simplicidad consideramos una demanda lineal:

$$\tilde{x} = b_0 + b_1 \Psi_1 . \qquad [2]$$

4. Esta no es la única forma de representar la ventaja informativa de los agentes. Otra especificación sería definir la ventaja informativa en función de las varianzas de los dos tipos de agentes informados, es decir:

$$\Psi = \frac{var[\tilde{v} - \tilde{p} \mid \tilde{F}, \tilde{\omega}]}{var[\tilde{v} - \tilde{p} \mid \tilde{s}]}$$

c) Hay un conjunto de creadores de mercado neutrales al riesgo que compiten à la Bertrand.[5] Cada uno de los creadores de mercado recibe una señal, común a todos ellos, que denotamos por F y viene dada por: $\tilde{F} = \tilde{v} + \tilde{\varepsilon}_m$, donde $\tilde{\varepsilon}_m$ es un ruido idiosincrásico de los creadores de mercado, que sigue una distribución normal de media cero y varianza σ_m^2; además, suponemos que es independiente de las variables aleatorias anteriores.

La ventaja informativa de los creadores de mercado frente a los inversores desinformados viene representada por Ψ_2, cuya fórmula es:

$$\Psi_2 = E(\tilde{v}|\tilde{F}) - \tilde{v}. \tag{3}$$

Ψ_2 sigue una distribución normal de media cero y varianza denotada por σ_2^2; donde ahora $\sigma_2^2 \equiv \dfrac{\sigma_v^4}{\sigma_v^2 + \sigma_m^2}$. Cuanto mejor es la información del conjunto de creadores de mercado, mayor es la varianza de su ventaja, σ_2^2.

La alteración del supuesto sobre la información de los creadores de mercado tiene una consecuencia directa en la regla de precios que éstos utilizan para valorar el flujo de órdenes que llega al mercado. La regla de precios viene dada por:

$$\tilde{p} = E(\tilde{v}|\tilde{\omega}, \Psi_2), \tag{4}$$

donde: $\tilde{\omega} \equiv \tilde{x} + \tilde{z}$.

De nuevo, suponemos linealidad en la regla de precios:

$$\tilde{p} = a_0 + a_1\tilde{\omega} + a_2\Psi_2. \tag{5}$$

3. Equilibrio

La secuencia de pasos para alcanzar el equilibrio es la siguiente: el agente informado y el conjunto de creadores de mercado reciben su señal al mismo tiempo. A partir de la señal, el agente informado resuelve su problema de maximización de beneficios, y envía al mercado su demanda, donde se agrega a la demanda generada por los inversores desinformados. Esta demanda conjunta, $\tilde{\omega}$, es la que reciben los creadores de mercado quienes, a partir de ésta y de su señal, y utilizando su regla de precios, proporcionan un precio para vaciar el mercado.

Los beneficios del agente informado vienen dados por $p_i = (\tilde{v} - \tilde{p})\tilde{x}$, y $\tilde{p}$ por la regla de precios $\tilde{p} = p(\tilde{\omega}, \Psi_2)$, donde $\tilde{\omega} \equiv \tilde{x} + \tilde{z}$; dado que la demanda del agente informado depende de su ventaja informativa, podemos escribir los beneficios como $p_i = \pi(x(\Psi_1), p(\tilde{\omega}, \Psi_2))$.

5. Este supuesto resulta fundamental, ya que garantiza el equilibrio. Nuestro propósito no es modelizar la competencia entre estos agentes, sino establecer las posibles diferencias entre el modelo de Kyle (1985) y éste, en el que los creadores de mercado van a disponer de cierto grado de información. El precio satisfará la condición de beneficios cero si está determinado como el resultado de una subasta à la Bertrand con un mínimo de dos creadores de mercado.

Definición: un equilibrio es un vector de dos funciones $(x, (\Psi_1) p(\tilde{\omega}, \Psi_2))$, tal que se cumplen las siguientes condiciones:

a) el agente informado maximiza sus beneficios esperados:

$$E[\pi(x(\Psi_1), p)] \geq E[\pi(x'(\Psi_1), p)],$$

para toda estrategia alternativa, x'.

b) el mercado es débilmente eficiente:

$$\tilde{p} \equiv p(\tilde{\omega}, \Psi_2) = E(\tilde{v}|\tilde{\omega}, \Psi_2).$$

Es decir, los precios reflejan toda la información disponible para el conjunto de creadores de mercado.

Proposición 1

Existe un único equilibrio lineal cuya función de precios y estrategia de contratación del agente informado vienen caracterizadas por:

$$p(\tilde{\omega}, \Psi_2) = \tilde{v} + \frac{\sigma_1\sigma_2^2(\sigma_1^2 - \sigma_{12})}{\sigma_z(2\sigma_1^2\sigma_2^2 - \sigma_{12}^2)}\tilde{\omega} + \frac{\sigma_1^2(2\sigma_2^2 - \sigma_{12})}{2\sigma_1^2\sigma_2^2 - \sigma_{12}^2}\Psi_2; \tag{6}$$

$$\tilde{x} = \frac{\sigma_z}{\sigma_1}\Psi_1. \tag{7}$$

Prueba. Véase apéndice.

Observaciones:

1. Si la información diferencial de los creadores de mercado desaparece y la información del agente informado es perfecta, estamos en los supuestos del modelo de Kyle (1985), obteniendo sus mismos resultados. Para verlo, basta sustituir la covarianza por el producto de correlación y desviaciones típicas, y la ventaja informativa del creador de mercado por su señal y simplificar.

2. La demanda del agente informado no cambia ante variaciones en la calidad de la información del conjunto de creadores de mercado. Al agente informado le preocupa la varianza de la demanda de los inversores desinformados porque utiliza dicha demanda para camuflar la suya propia. Así, si la información del conjunto de creadores de mercado fuese perfecta, los creadores de mercado fijan el precio del activo con independencia de lo que el agente informado demande y los beneficios del agente informado son nulos independientemente de su demanda.

3. Por último, la demanda del agente informado viene dada por:

$$\tilde{x} = \frac{\sigma_z}{\sigma_1}\Psi_1 = \frac{\sigma_z\,\sigma_1}{\sigma_v^2}(\tilde{S}-\tilde{v})\,.$$

El coeficiente asociado a la variable aleatoria $\tilde{S}$ representa la intensidad de su negociación. Si la calidad de su información aumenta, se vuelve más agresivo en su negociación, ya que aumenta la ponderación asociada a la señal que recibe.

4. Estática comparativa

En esta sección, tratamos de ver la reacción de las variables endógenas relevantes (liquidez, beneficios, eficiencia informativa de los precios, volatilidad y volumen de comercio) ante cambios en las dos variables exógenas que representan el ruido de la señal de los dos tipos de agentes informados, a saber, la desviación típica del ruido de la señal del agente informado así como la de la señal del conjunto de creadores de mercado. La calidad de la información de cualquiera de los tipos de agentes informados aumenta cuando la varianza de los ruidos asociados a cada una de las señales disminuye. Además, comparamos los resultados obtenidos con los del modelo de Kyle (1985).

Antes de observar la variación de las variables endógenas, observemos cómo varía la función de precios de equilibrio ante cambios en σ_i^2 y σ_m^2. Denotamos por a_1 y a_2, respectivamente, los coeficientes asociados al flujo total de demanda y de la ventaja informativa de los creadores de mercado. Realizamos las derivadas parciales de dichos coeficientes respecto a σ_i^2 y σ_m^2.

Primeramente, para obtener la derivada de a_1, sustituimos las expresiones en función de σ_i^2 y σ_m^2 simplificamos y obtenemos la derivada respecto a σ_i^2:

$$a_1 = \frac{\sigma_v^2\sigma_m^2(\sigma_v^2+\sigma_i^2)^{1/2}}{\sigma_z(2(\sigma_v^2+\sigma_i^2)(\sigma_v^2+\sigma_m^2)-\sigma_v^4)}\,;$$

$$\frac{\partial a_1}{\partial\sigma_i^2} = \frac{\sigma_v^2\sigma_m^2(\sigma_v^2+\sigma_i^2)^{1/2}}{2\sigma_z(\sigma_v^2+\sigma_i^2)^{1/2}\,(2(\sigma_v^2+\sigma_i^2)(\sigma_v^2+\sigma_m^2)-\sigma_v^4)^2}[-2(\sigma_v^2+\sigma_i^2)(\sigma_v^2+\sigma_m^2)-\sigma_v^4] \le 0.$$

El signo negativo de la derivada nos indica que, según disminuye σ_i^2 (y, por lo tanto, la calidad de la información del agente informado mejora), la ponderación de $\tilde{\omega}$ en la regla de precios aumenta. Así, cuanto mejor sea la información del agente informado, más ponderará el conjunto de creadores de mercado la demanda del mercado. La mejora en la calidad de la información tiene dos efectos en la misma dirección, a saber: el agente informado se vuelve más agresivo en su negociación y el conjunto de creadores de mercado valora más esta agresividad.

En segundo lugar, realizando el mismo proceso que para a_1, hallamos la derivada de a_2:

$$a_2 = \frac{(\sigma_v^2+\sigma_i^2)(\sigma_v^2+\sigma_m^2)}{2(\sigma_v^2+\sigma_i^2)(\sigma_v^2+\sigma_m^2)-\sigma_v^4}\,;$$

$$\frac{\partial a_2}{\partial\sigma_i^2} = \frac{2\sigma_v^2\sigma_m^2(\sigma_v^2+\sigma_i^2)}{2(\sigma_v^2+\sigma_i^2)(\sigma_v^2+\sigma_m^2)-\sigma_v^4} \ge 0\,.$$

El signo positivo indica que, cuando la calidad de la información del agente informado aumenta, la regla de precios valora en menor cuantía la información de los creadores de mercado. Observemos que, al mejorar la calidad de la información del agente informado, los creadores de mercado cambian las ponderaciones del flujo de demanda y de su ventaja informativa en la regla de precios, aumentando el peso asociado la primero en detrimento de la segunda.

El efecto contrario se produce si variamos σ_m^2. Veámoslo:

$$\frac{\partial a_2}{\partial\sigma_m^2} = \frac{\sigma_v^4(\sigma_v^2+\sigma_i^2)^{1/2}\,(\sigma_v^2+2\sigma_i^2)}{\sigma_z(2(\sigma_v^2+\sigma_i^2)(\sigma_v^2+\sigma_m^2)-\sigma_v^4)^2} \ge 0\,.\quad \frac{\partial a_2}{\partial\sigma_m^2} \le \frac{2\sigma_v^2\sigma_m^2(\sigma_v^2+\sigma_i^2)}{(2(\sigma_v^2+\sigma_i^2)(\sigma_v^2+\sigma_m^2)-\sigma_v^4)^2} \ge 0\,.$$

Los efectos de una variación en la calidad de la información del conjunto de creadores de mercado son inversos a los provocados por la variación en la calidad de la información del agente informado. Ahora, una reducción de σ_m^2 (aumento en la calidad de la información del conjunto de creadores de mercado) reduce la ponderación del flujo total de demanda y aumenta la de la información de los creadores de mercado.

Ahora observamos la variación de las variables endógenas relevantes.

4.1. Liquidez del mercado

La medida de liquidez que utilizamos es la inversa del coeficiente asociado a la orden que llega al mercado. Denotamos por L_p esta inversa, la cual representa la orden de mercado necesaria para desplazar el vector de precios en una unidad.[6]

6. Cuando sean necesarias pocas acciones para desplazar el precio en una unidad, estaremos ante un mercado estrecho o poco líquido; si, por el contrario, son necesarias muchas acciones, el mercado será profundo o muy líquido. Tal como hemos definido la liquidez, cuanto mayor sea el valor de L_p, más líquido será el mercado. Cuanto más pequeño sea el coeficiente asociado al flujo total de demanda, más acciones serán necesarias para desplazar el precio en una unidad y, por lo tanto, más líquido será el mercado.

Formalmente:

$$L_p = \frac{1}{a_1} = \frac{\sigma_z(2\sigma_1^2\sigma_2^2 - \sigma_{12}^2)}{\sigma_1\sigma_2^2\,(\sigma_1^2 - \sigma_{12})} = \frac{\sigma_z(2(\sigma_v^2+\sigma_i^2)(\sigma_v^2+\sigma_m^2)-\sigma_v^4)}{\sigma_v^2\sigma_m^2(\sigma_v^2+\sigma_i^2)^{1/2}}. \quad [8]$$

En el trabajo de Kyle (1985), la liquidez también se expresa a través de la inversa del coeficiente asociado al flujo total de demanda. Denotamos la liquidez por L_{pk} y, con nuestra notación, ésta viene dada por: $L_{pk} = \frac{2\sigma_z}{\sigma_v}$.

Proposición 2

La liquidez del activo crece (decrece) tanto si la calidad de la información del agente informado empeora (mejora) como si la del conjunto de creadores de mercado mejora (empeora).

Prueba. Basta con realizar las derivadas de las funciones.

c.q.d.

Observaciones:

1. La liquidez es menor en el modelo de Kyle (1985) que en el nuestro, ya que en aquél la información del agente informado es máxima (perfecta) y la del conjunto de creadores de mercado mínima (nula), y los signos de las derivadas indican la reducción de la liquidez.
2. Ante una variación igual de la calidad informativa de ambos agentes, no podemos determinar de donde llegará la mayor parte de la variación en la liquidez, ya que, el signo de la diferencial de L_p depende de los parámetros y viene determinado por la siguiente expresión:

$$Sign(dL_p) = Sign\,[\sigma_m^2(2(\sigma_v^2+\sigma_i^2)(\sigma_v^2+\sigma_m^2)-\sigma_v^4)\,d\sigma_i - (\sigma_v^2(\sigma_v^2+\sigma_i^2)(\sigma_v^2+2\sigma_i^2))\,d\sigma_m].$$

La selección adversa de los creadores de mercado juega un papel fundamental en la intuición de la proposición anterior. Bagehot (1971) ya indicaba el hecho que los creadores de mercado se compensan de la selección adversa de actuar con agentes mejor informados, haciendo el mercado menos líquido. Esta idea se ve confirmada por el modelo, ya que al mejorar la información del conjunto de creadores de mercado, la liquidez aumenta porque se reduce la selección adversa a la que se enfrentan los creadores de mercado.

4.2. Beneficios

Dado que nos encontramos ante un juego de suma cero, podemos calcular los beneficios del agente informado como los beneficios del conjunto de inversores desinformados con signo contrario:

$$E(\pi_i) = -E(\pi_z) = -E[(\tilde{v}-\tilde{p})\tilde{z}] = -E[(\tilde{v}-\bar{v})\tilde{z}] + a_1E(\tilde{\omega}\tilde{z}) + a_2E(\Psi_2\tilde{z}) = a_1\sigma_z^2 \quad [9]$$

En el modelo de Kyle (1985), los beneficios esperados del agente informado vienen dados por: $E(\pi_{ik}) = \frac{\sigma_v\sigma_z}{2}$.

Proposición 3

Los beneficios esperados del agente informado aumentan (se reducen) si la información del conjunto de creadores de mercado empeora (mejora) o la información del agente informado mejora (empeora).

Prueba. Fácilmente obtenemos los resultados realizando las derivadas.

Podemos destacar:

1. Como ya hemos indicado, el agente informado se vuelve más agresivo al mejorar la calidad de su información y esto agudiza el problema de selección adversa del conjunto de creadores de mercado, quienes, reaccionan haciendo el mercado menos líquido. De este modo, dado que los creadores de mercado tienen beneficios esperados nulos, los agentes desinformados pierden el aumento de beneficio del agente informado.
2. Los beneficios esperados del agente informado aumentan cuando la calidad de la información de los agentes varía para acercarnos al modelo de Kyle (1985); por lo tanto, los beneficios son mayores bajo los supuestos de Kyle que bajo los nuestros.
3. Al igual que en la liquidez, no podemos indicar que ocurre con los beneficios cuando variamos conjuntamente la calidad de la información de los dos tipos de agentes informados, concretamente el signo de la diferencial de $E(\pi_i)$ viene determinado por la siguiente expresión:

$$Sign(dE(\pi_i)) = Sign[\sigma_m^2(2(\sigma_v^2+\sigma_i^2)(\sigma_v^2+\sigma_m^2)-\sigma_v^4)\,d\sigma_i + \sigma_v^2(\sigma_v^2+\sigma_i^2)^{1/2}(\sigma_v^2+2\sigma_i^2)\,d\sigma_m\,].$$

4.3. Calidad informativa de los precios

Denotamos la calidad informativa de los precios por I_p, que viene dada por:

$$I_p = Var(\tilde{v}) - Var(\tilde{v}\,|\,\tilde{p}).$$

Esta expresión nos proporciona una medida de la información recogida en los precios de transacción (equilibrio).

Aplicando la definición de varianza condicional, obtenemos:

$$I_p = \frac{[Cov(\tilde{v}, \tilde{p})]^2}{Var(\tilde{p})}.$$

Obteniendo las expresiones y sustituyendo en I_p:

$$I_p = \frac{[\sigma_1^2\sigma_2^2(\sigma_1^2-\sigma_{12}) + \sigma_1^2\sigma_2^2(2\sigma_2^2-\sigma_{12})]^2}{2\sigma_1^2\sigma_2^4(\sigma_1^2-\sigma_{12})^2 + \sigma_1^4\sigma_2^2(2\sigma_2^2-\sigma_{12})^2 + 2\sigma_1^2\sigma_2^2\sigma_{12}(\sigma_1^2-\sigma_{12})(2\sigma_2^2-\sigma_{12})}. \quad [10]$$

Sustituimos las expresiones por sus funciones en varianzas de las señales en la expresión de I_p y, simplificando, obtenemos:

$$I_p = \frac{\sigma_v^4(\sigma_v^2+2\sigma_i^2+\sigma_m^2)}{2\sigma_m^4(\sigma_v^2+\sigma_i^2)+(\sigma_v^2+2\sigma_i^2)^2+(\sigma_v^2+\sigma_m^2)+2\sigma_v^2\sigma_m^2(\sigma_v^2+2\sigma_i^2)}.$$

Observamos que la calidad informativa no depende de la varianza de la demanda de los inversores desinformados, σ_z^2. Un aumento de ésta se ve inmediatamente compensado por una mayor agresividad en el comportamiento del agente informado, de modo que la información contenida en los precios permanece invariable.

En el modelo de Kyle (1985), la calidad informativa de los precios viene dada por: $I_{pk} = \frac{\sigma_v^2}{2}$.

Proposición 4

La calidad informativa de los precios aumenta (disminuye) cuando aumenta (disminuye) la calidad de la información del conjunto de creadores de mercado, o bien la del agente informado.

Prueba. Obtenemos los resultados realizando las derivadas.

Debemos destacar tres aspectos:

1. La información del conjunto de creadores de mercado incrementa la información recogida por los precios de transacción. La competencia en el conjunto de creadores de mercado hace que su información se incorpore completamente en los precios.
2. No podemos inferir directamente en cuál de ambos modelos, la calidad informativa de los precios es mayor, ya que, al aumentar el ruido de la señal del agente informado la calidad informativa disminuye y al proporcionar información a los creadores de mercado aumenta. Si evaluamos nuestro resultado en el caso del agente perfectamente informado ($\sigma_i = 0$) la información del precio aumenta.

3. El signo de la diferencial de I_p viene determinado por la siguiente expresión: $Sign(dL_p) = -Sign(2\sigma_m^4 d\sigma_i + (\sigma_v^2+2\sigma_i^2)^2 d\sigma_m)$. Por lo tanto, una variación en el mismo sentido de la calidad informativa de los agentes provoca un cambio en el mismo sentido de la calidad informativa de los precios.

4.4. Volatilidad

Calculamos la volatilidad de los precios como la varianza del precio; matemáticamente viene dada por:

$$Var(\tilde{p}) = \\ = \frac{2\sigma_1^2\sigma_2^4(\sigma_1^2-\sigma_{12})^2 + \sigma_1^4\sigma_2^2(2\sigma_2^2-\sigma_{12})^2 + 2\sigma_1^2\sigma_2^2\sigma_{12}(\sigma_1^2-\sigma_{12})(2\sigma_2^2-\sigma_{12})}{2(\sigma_1^2\sigma_2^2-\sigma_{12}^2)^2}. \quad [11]$$

Sustituimos las expresiones por sus funciones en varianzas de las señales en la expresión de I_p y, simplificando, obtenemos:

$$\sigma_p^2 = \frac{2\sigma_m^4(\sigma_v^2+\sigma_i^2)+(\sigma_v^2+2\sigma_i^2)^2+(\sigma_v^2+\sigma_m^2)+2\sigma_v^2\sigma_m^2(\sigma_v^2+\sigma_i^2)}{2(\sigma_v^2+\sigma_i^2)(\sigma_v^2+2\sigma_m^2)^2-\sigma_v^4}.$$

En el modelo de Kyle (1985): $\sigma_{pk}^2 = \frac{\sigma_v^2}{2}$.

Proposición 5

La volatilidad aumenta (disminuye) cuando mejora (empeora) la calidad de la información de los creadores de mercado, o bien la del agente informado.

Prueba. Obtenemos los resultados realizando las derivadas.

c.q.d.

Observaciones:

1. Este resultado contraintuitivo de un aumento de la volatilidad del precio se produce por dos motivos diferentes según sea el origen del aumento de la calidad informativa. En primer lugar, cuando la calidad de la información del agente informado crece, la selección adversa del conjunto de creadores de mercado aumenta. Ante la llegada de dos órdenes de igual tamaño, los creadores de mercado mueven más el precio cuando la selección adversa es mayor para no sufrir tantas pérdidas con el agente informado. En segundo lugar, cuando crece la calidad informativa del conjunto de creadores de mercado, la volatilidad del precio aumenta porque saben más del verdadero valor. La volatilidad del valor de liquidación del activo es mayor que la volatilidad de los precios, es decir: $\sigma_v^2 \geq \sigma_p^2$, y por lo tanto al saber más del proceso del

valor la volatilidad del precio aumenta. La desigualdad de las varianzas la obtenemos al comparar la expresión [11] con la varianza de los precios.

2. No podemos inferir directamente en cuál de ambos modelos, la volatilidad es mayor, ya que, al aumentar el ruido de la señal del agente informado la volatilidad disminuye y al proporcionar información a los creadores de mercado aumenta. Si evaluamos nuestro resultado en el caso del agente perfectamente informado ($\sigma_i = 0$) la volatilidad aumenta.

3. El signo de la diferencial de la volatilidad de los precios viene dado por la expresión:

$$Sign(d\sigma_p^2) = -Sign(2\sigma_v^4\sigma_m^4 + (\sigma_v^2+\sigma_i^2)^2\,(sigma_v^2+\sigma_m^2))\,d\sigma_i^2$$
$$+(2\sigma_v^4\sigma_i^2(\sigma_v^2+2\sigma_i^2) - 2(\sigma_v^2+2\sigma_i^2)^2\,(\sigma_v^2+\sigma_i^2)(sigma_v^2+\sigma_m^2))\,d\sigma_m^2 .$$

Los coeficientes asociados a cada una de las diferenciales son negativos por lo que una variación en el mismo sentido de la calidad informativa de los agentes provoca un cambio en el mismo sentido de la volatilidad.

4.5. Volumen de comercio

Calculamos el volumen de comercio como $E(|\tilde{\omega}|)$. Utilizamos esta especificación ya que si utilizáramos la esperanza sin valor absoluto únicamente estaríamos teniendo en cuenta las órdenes que absorben los creadores de mercado y no las que además se cruzan entre el agente informado y los agentes desinformados. Dado que $\tilde{\omega}$ sigue una distribución normal de media cero y varianza $2\sigma_z^2$, tenemos:

$$E(|\tilde{\omega}|) = \sqrt{\frac{2}{\pi}}\sigma_\omega = \frac{2}{\sqrt{\pi}}\sigma_z .$$

Lo primero que nos llama la atención es que el volumen de comercio no depende de las ventajas informativas de los agentes. La razón que subyace tras este contraintuitivo resultado es que el agente informado en la formación de su demanda únicamente tiene en cuenta el grado de cobertura que le proporciona el conjunto de agentes desinformados. Es decir, el grado en el que puede camuflar su flujo de demanda.

5. Conclusiones

Con este trabajo pretendemos ampliar la literatura teórica sobre microestructura, considerando al conjunto de creadores de mercado como agentes con información. Este trabajo extiende el modelo de Kyle (1985) de una única subasta dotando al conjunto de creadores de mercado de cierto grado de información. Concretamente, bajo determinados supuestos, caracterizamos el único equilibrio

lineal y mostramos como cierto grado de información en el conjunto de los creadores de mercado propicia una mayor profundidad en dicho mercado. Este resultado es consecuencia de reducir la incertidumbre de los creadores de mercado sobre el verdadero valor del activo y, por lo tanto, mitigar la selección adversa que soportan al realizar transacciones con agentes informados. Otros resultados son la mayor eficiencia informativa y volatilidad de los precios en el mismo caso.

Finalmente, algunas extensiones posibles del trabajo serían:

1. Analizar el equilibrio secuencial y ver si los resultados se mantienen. El equilibrio secuencial permitiría observar la reacción del agente informado ante la información de los creadores de mercado a largo plazo y comparar el resultado con el de Kyle.

2. Modelizar la competencia entre los creadores de mercado manteniendo la especificación de información de estos agentes incluyendo heterogeneidad en la información. Para modelar esta extensión debemos imponer cierta obligación de vaciar el mercado, si no la imponemos nuestros creadores de mercado serían agentes informados y el mercado no se vaciaría.

3. Modelizar la información como información con un coste de adquisición y observar si las conclusiones son robustas.

4. Permitir la existencia de órdenes límite y órdenes de mercado, así como alterar el supuesto de neutralidad al riesgo haciendo a los creadores de mercado aversos al riesgo.

El interés de nuevas investigaciones en esta materia nos parece, en cualquier caso, sobradamente justificado.

Apéndice

Prueba de la Proposición 1

Antes de probar de la Proposición 1, vamos a obtener dos expresiones que posteriormente utilizaremos.

Por un lado, aplicando la definición de covarianza obtenemos la covarianza entre $\tilde{v}$ y Ψ_j: $Cov(\tilde{v}, \Psi_j) = \sigma_j^2$, $j = 1,2$. Por otro lado, a partir de la definición de valor esperado condicional, tenemos: $E(\Psi_j|\Psi_k) = \frac{\sigma_{jk}}{\sigma_k^2}\Psi_k$, para $j, k = 1,2$; donde la covarianza entre las señales viene dada por: $\sigma_{12} = \sigma_{21} = \frac{\sigma_v^6}{(\sigma_v^2+\sigma_i^2)(\sigma_v^2+\sigma_m^2)}$.

El problema del agente informado es maximizar sus beneficios esperados, los cuales vienen dados por: $\pi_i = [(\tilde{v}-\tilde{p})\tilde{x}]$. Matemáticamente, el problema consiste en:

$$\max_{x}\,[E(\pi_i|\Psi_1)] = \max_{x}\,[E[(\tilde{v}-\tilde{p})\tilde{x}|\Psi_1]] . \quad [12]$$

La condición de primer orden es:

$$E(\tilde{v}|\Psi_1)-a_0-2a_1\varkappa-a_1E(\tilde{z}|\Psi_1)-a_2E(\Psi_2|\Psi_1)=0\,.$$

Por definición de valor esperado condicionado, tenemos: $E(\tilde{v}|\Psi_1)=\tilde{v}|\Psi_1$, $E(\tilde{z}|\Psi_1)=0$ y $E(\Psi_2|\Psi_1)=a_2\frac{\sigma_{12}}{\sigma_1^2}\Psi_1$. Sustituyendo estas esperanzas junto con $\tilde{\varkappa}$:

$$\tilde{v}+\Psi_1-a_0-2a_1b_0-2a_1b_1\Psi_1-a_2\frac{\sigma_{12}}{\sigma_1^2}\Psi_1=0\,.$$

Observemos que la expresión anterior debe satisfacerse para todo Ψ_1; entonces, igualando los coeficientes asociados al término constante, y a la variable Ψ_1, tenemos dos ecuaciones:

$$\tilde{v}-a_0-2a_1b_0=0\,. \qquad [13]$$

$$1-2a_1b_1-a_2\frac{\sigma_{12}}{\sigma_1^2}=0\,. \qquad [14]$$

Por otro lado, tenemos la ecuación del precio, definida en función de dos variables aleatorias, $\tilde{\omega}$ y ψ_2. Para calcular $\tilde{p}$, en primer lugar definimos la distribución conjunta de las tres variables y por definición de valor esperado condicionado, tenemos:

$$E(\tilde{v}|\tilde{\omega}\Psi_2)=\tilde{v}+(b_1\sigma_1^2 \quad \sigma_2^2)\begin{pmatrix} b_1^2\sigma_1^2+\sigma_z^2 & b_1\sigma_{12} \\ b_1\sigma_{12} & \sigma_2^2 \end{pmatrix}^2\begin{pmatrix}\tilde{\omega}-b_0 \\ \Psi_2\end{pmatrix}.$$

$$E(\tilde{v}|\tilde{\omega}\Psi_2)=\tilde{v}+\frac{b_1(\sigma_1^2\sigma_2^2-\sigma_2^2\sigma_{12})}{(b_1^2\sigma_1^2+\sigma_z^2)\sigma_2^2-b_1^2\sigma_{12}^2}(\tilde{\omega}-b_0)+\frac{b_1(\sigma_1^2\sigma_2^2-\sigma_2^2\sigma_{12})}{(b_1^2\sigma_1^2+\sigma_z^2)\sigma_2^2-b_1^2\sigma_{12}^2}\Psi_2\,.$$

Sabemos que $\tilde{p}=a_0+a_1\tilde{\omega}+a_2\Psi_2$ y, además, $\tilde{p}=E(\tilde{v}|\tilde{\omega}\Psi_2)$; igualando los coeficientes asociados al término constante, a $\tilde{\omega}$ y Ψ_2, obtenemos así tres ecuaciones:

$$a_0=\tilde{v}+a_1b_0\,. \qquad [15]$$

$$a_1=\frac{b_1(\sigma_1^2\sigma_2^2-\sigma_2^2\sigma_{12})}{(b_1^2\sigma_1^2+\sigma_z^2)\sigma_2^2-b_1^2\sigma_{12}^2}\,. \qquad [16]$$

$$a_2=\frac{b_1(\sigma_1^2\sigma_2^2-\sigma_2^2\sigma_{12})}{(b_1^2\sigma_1^2+\sigma_z^2)\sigma_2^2-b_1^2\sigma_{12}^2}\,. \qquad [17]$$

Añadiendo, ahora, las ecuaciones [13] y [14] obtenemos un sistema de cinco ecuaciones con cinco incógnitas. Para proceder a la resolución comenzamos igualando [13] y [15]; despejando, obtenemos a_0 y b_0:

$$b_0=0, \qquad a_0=\tilde{v}\,.$$

Sustituyendo ahora [16] y [17] en [14], resulta:

$$1-\frac{2b_1^2\sigma_2^2(\sigma_1^2-\sigma_{12})}{(b_1^2\sigma_1^2+\sigma_z^2)\sigma_2^2-b_1^2\sigma_{12}^2}-\frac{\sigma_{12}[\sigma_2^2(b_1^2\sigma_1^2+\sigma_z^2)-b_1^2\sigma_1^2\sigma_{12}]}{(b_1^2\sigma_1^2+\sigma_z^2)\sigma_2^2-b_1^2\sigma_{12}^2}=0\,. \qquad [14']$$

Despejando b_1, y sustituyendo su valor en [16] y [17], obtenemos:

$$b_1=\frac{\sigma_z}{\sigma_1}; \qquad a_1=\frac{\sigma_1\sigma_2^2(\sigma_1^2-\sigma_{12})}{\sigma_z(2\sigma_1^2\sigma_2^2-\sigma_{12}^2)}; \qquad a_2=\frac{\sigma_1^2(2\sigma_2^2-\sigma_{12})}{2\sigma_1^2\sigma_2^2-\sigma_{12}^2}\,.$$

c.q.d.

Referencias bibliográficas

ADMATI, A.R.; PFLEIDERER, P. (1988). «A Theory of Intraday Patterns: Volume and Price Variability». *Review of Financial Studies* 1, p. 3-40.

BAGEHOT, W. (pseudónimo) (1971). «The Only Game in Town». *Financial Analysts Journal*. March-April, p. 12-22.

CABALLÉ, J.; KRISHNAN, M. (1994). «Imperfect Competition in a Multi-Security Market with Risk Neutrality». *Econometrica* 62, p. 695-704.

KYLE, A.S. (1985). «Continous Auction and Insider Trading». *Econometrica* 53, p. 1315-1335.

MADHAVAN, A. (1992). «Trading Mechanism in Securities Markets». *Journal of Finance* 47. p. 607-641.

SUBRAHMANYAM, A. (1991). «Risk Aversion, Market Liquidity, and Price Efficency». *The Review of Financial Studies* 4, p. 417-441.