



Universidad
Carlos III de Madrid

DEPARTAMENTO DE INGENIERÍA TÉRMICA Y DE
FLUIDOS



PROYECTO FIN DE CARRERA:
ESTUDIO DE LOS EFECTOS DE LA
FLOTABILIDAD EN CHORROS LAMINARES
TRANSITORIOS

AUTOR: VÍCTOR MANUEL GÓMEZ ESPINOSA

TUTOR: DRA. CAROLINA MARUGÁN CRUZ

LEGANÉS, MAYO DE 2011

AGRADECIMIENTOS

Gracias a mis padres por haberme apoyado a lo largo de todos estos años como sólo ellos saben, estando siempre a mi lado tanto en los buenos como en los malos momentos, ya que sin su ayuda no hubiese sido posible que yo terminara mis estudios. Gracias a ellos soy quien y como soy y estoy orgulloso de ellos y de cómo me han educado.

Gracias a mi novia, Marta, por estar siempre a mi lado cuando más lo he necesitado, pues ha sido un apoyo imprescindible para conseguir mis logros. Además de su preocupación en mi progreso y de su ayuda continua a lo largo de estos años.

Gracias a todos mis amigos que siempre han estado a mi lado desde el primer año de carrera hasta el último de ellos, compartiendo todos y cada uno de los momentos, cuya ayuda ha sido clave en determinados momentos.

Agradezco a la profesora Dra. Carolina Marugán del departamento de Ingeniería Térmica y de Fluidos todo su esfuerzo y apoyo durante la realización del presente Proyecto, así como haber compartido todo su conocimiento para un buen desarrollo.

Gracias también a todos y cada uno de los profesores que he tenido a lo largo de las asignaturas que componen la titulación, pues sin su esfuerzo a la hora de compartir sus conocimientos y su experiencia no habría sido capaz de desarrollarme como alumno y como persona y poder superar y entender cada de sus asignaturas.

Muchas gracias a todos.

RESUMEN

En el presente Proyecto se estudian los efectos de la flotabilidad en la descarga de un chorro laminar transitorio en un recinto ocupado por el mismo fluido y por un fluido de distinta densidad.

En un primer lugar, se estudiará la descarga de un fluido, como es el agua, en un recinto o atmósfera en la que se encuentra el mismo fluido. Este tipo de problema estará centrado en el estudio de los principales parámetros fluidodinámicos.

En segundo lugar se estudiará la descarga del mismo fluido, agua, en el seno de un fluido de menor densidad, como es el alcohol etílico. Esta diferencia de densidades marcará el estudio de este problema. Asimismo, se volverán a estudiar los principales parámetros fluidodinámicos.

Una vez obtenidos todos los parámetros de ambos estudios se procederá a la comparación de los mismos para entender las diferencias introducidas en cada uno de los casos. Para ello se recurrirá a la comparación de un número adimensional, el número de Froude, que será muy útil para entender el comportamiento en ambos casos y cuya definición será modificada para un mejor entendimiento.

Para llevar a cabo una automatización del problema, es muy interesante la utilización de otros programas informáticos, como es MATLAB, y distintos tipos de fichero, como los UDF's y los *journal files*, los cuales han sido de gran utilidad además de aportar una gran precisión a los cálculos obtenidos.

ABSTRACT

In this project, we study the effects of buoyancy in the discharge of a laminar transitional jet in an occupied enclosure by the same fluid and a different density fluid.

At first, consider the discharge of a fluid, such as water, in a room or atmosphere that is the same fluid in. This type of study will focus on the study of the main fluid dynamic parameters.

Secondly, consider the discharge of the same fluid, water, in a lower density fluid, like ethyl alcohol. This density difference marks the study of this research. It also re-examines the main fluid dynamic parameters.

Once all the parameters are obtained from both studies, it will proceed to the comparison of them to understand the differences introduced in each case. This will draw on the comparison of a non-dimensional number, Froude number, which is very useful to understand the behavior in both cases and its definition will be modified to better understanding.

To carry out an automation problem, it is interesting to use other software, such as MATLAB, and other file types, like UDF's and journal files, which will be very useful. Also, they provide high accuracy in the calculations.

ÍNDICE GENERAL

1. INTRODUCCIÓN	19
1.1. MOTIVACIÓN	19
1.2. ANTECEDENTES	19
1.3. OBJETIVOS.....	28
2. DESCRIPCIÓN DEL PROBLEMA.....	29
2.1. PLANTEAMIENTO.....	29
2.2. RECOPIACIÓN DE LAS ECUACIONES ADIMENSIONALES	30
2.3. TEORÍA DE LA VORTICIDAD Y LA CIRCULACIÓN.....	31
2.3.1. VORTICIDAD.....	32
2.3.2. CIRCULACIÓN	32
3. OBTENCIÓN Y ANÁLISIS DE LOS RESULTADOS.....	35
3.1. VORTICIDAD	35
3.1.1. OBTENCIÓN TEÓRICA.....	35
3.1.2. EVOLUCIÓN DE LA VORTICIDAD DEL TORBELLINO CON EL TIEMPO.....	36
3.2. POSICIÓN DEL FRENTE DEL CHORRO.....	40
3.3. POSICIÓN DEL CENTRO DEL TORBELLINO	44
3.4. CIRCULACIÓN LOCAL Y TOTAL.....	48
3.4.1. SIGNIFICADO TEÓRICO	49
3.4.1.1. CIRCULACIÓN TOTAL	50
3.4.1.2. CIRCULACIÓN LOCAL	53
4. CONCLUSIONES	61
5. TRABAJOS FUTUROS.....	63
6. REFERENCIAS	65
ANEXO A. FORMULACIÓN DEL PROBLEMA.....	67
A.1. FORMULACIÓN.....	67
A.1.1. ECUACIONES DE NAVIER-STOKES	67
A.1.2. ECUACIONES DE ESTADO	71
A.1.3. LEYES CONSTITUTIVAS.....	72
A.1.4. FUNCIONES DE ESTADO.....	72
A.2. RECOPIACIÓN DE LAS ECUACIONES	72
A.3. DOMINIO DE CÁLCULO.....	73

A.3.1. CONDICIONES DE CONTORNO	75
A.3.2. CONDICIONES DE INICIALES	78
A.4. ADIMENSIONALIZACIÓN DEL PROBLEMA.....	79
A.4.1. RESUMEN DE VARIABLES.....	79
A.4.2. VARIABLES ADIMENSIONALES	80
A.4.3. ADIMENSIONALIZACIÓN DE LAS ECUACIONES.....	80
A.4.4. ADIMENSIONALIZACIÓN DEL DOMINIO DE CÁLCULO	83
A.4.5. ADIMENSIONALIZACIÓN DE LAS CONDICIONES DE CONTORNO	83
A.4.6. CONDICIONES DE INICIALES.....	85
ANEXO B. IMPLEMENTACIÓN EN FLUENT	87
B.1. REFINAMIENTO DE LA MALLA.....	90
B.2. DEFINICION DEL PROBLEMA FÍSICO	94
B.2.1. DEFINICIÓN GENERAL DEL PROBLEMA.....	94
B.2.2. DEFINICIÓN DE LAS ECUACIONES DEL PROBLEMA Y SUS MODELOS.....	95
B.2.2.1. DEFINICIÓN DE LOS MODELOS.....	96
B.2.3. DEFINICIÓN DEL MATERIAL.....	99
B.2.4. DEFINICIÓN DE CONDICIONES DE LAS CELDAS.....	101
B.2.5. DEFINICIÓN DE LAS CONDICIONES DE CONTORNO	105
B.2.6. VALORES DE REFERENCIA	114
B.3. DEFINICIÓN DEL PROBLEMA NUMÉRICO.....	115
B.3.1. SOLUTION METHODS	115
B.3.1.1. PRESSURE-VELOCITY COUPLING.....	115
B.3.1.2. SPATIAL DISCRETIZATION	116
B.3.2. SOLUTION CONTROLS	117
B.3.2.1. UNDER-RALAXATION FACTORS.....	117
B.3.2.2. EQUATIONS.....	118
B.3.2.3. LIMITS.....	120
B.3.3. SOLUTION INITIALIZATION	120
B.3.4. RUN CALCULATION.....	121
B.4. OBTENCIÓN DE LA VORTICIDAD EN FLUENT	124
ANEXO C. PROGRAMA ESCRITO EN C	129
C.1. DESCARGA DE AGUA EN AGUA	130

C.2. DESCARGA DE AGUA EN ALCOHOL ETÍLICO	148
ANEXO D. FIGURAS VORTICIDAD.....	167
D.1. DESCARGA DE AGUA EN AGUA	167
D.2. DESCARGA DE AGUA EN ALCOHOL.....	168
ANEXO E. FIGURAS UDS-0	169
ANEXO F. FIGURAS PRESIÓN	171
F.1. DESCARGA DE AGUA EN AGUA.....	171
F.2. DESCARGA DE AGUA EN ALCOHOL ETÍLICO.....	172
ANEXO G. FIGURAS DENSIDAD	173

ÍNDICE DE FIGURAS

Figura 1. Representación del sistema usado en el estudio experimental de Gharib, Rambod y Shariff (1998). [1].....	20
Figura 2. Velocidad del pistón en función del tiempo. [1].....	20
Figura 3. Representación de las visualizaciones de los anillos de vorticidad. [1].....	21
Figura 4. Campos de velocidad y vorticidad del caso a). [1].....	22
Figura 5. Campos de velocidad y vorticidad del caso c). [1].....	23
Figura 6. Circulación del anillo de vorticidad en función de L_m/D para el caso a). [1].	24
Figura 7. Circulación total y circulación del anillo de vorticidad en función de Upt/D para el caso c). [1].....	24
Figura 8. Circulación total y circulación del anillo de vorticidad en función de Upt/D modificando el valor de D . [1].....	26
Figura 9. Circulación total y circulación del anillo de vorticidad en función de Upt/D modificando el valor de α . [1].	26
Figura 10. Circulación total y circulación del anillo de vorticidad en función de Upt/D modificando el valor de Re . [1].....	27
Figura 11. Circulación total y circulación del anillo de vorticidad en función de Upt/D modificando la aceleración del pistón. [1].	27
Figura 12. Representación de la evolución de la vorticidad adimensional en el torbellino de cabeza en función del tiempo adimensional en la inyección de agua en agua.	37
Figura 13. Representación de la evolución de la vorticidad adimensional en función del tiempo adimensional en la inyección de agua en alcohol etílico.....	37
Figura 14. Representación de la evolución del campo de vorticidad en la descarga de agua en alcohol etílico para un tiempo adimensional de 2.7.....	39
Figura 15. Representación de la evolución de la vorticidad adimensional en función del tiempo adimensional en la inyección de agua en agua y la inyección de agua en alcohol etílico.....	40
Figura 16. Representación de la evolución de la posición axial del frente del chorro en función del tiempo adimensional en la descarga de agua en agua.	41
Figura 17. Representación de la evolución de la posición axial del frente del chorro en función del tiempo adimensional en la descarga de agua en alcohol etílico.....	42
Figura 18. Representación de la evolución de la posición axial del frente del chorro en función del tiempo adimensional en la inyección de agua en agua y la inyección de agua en alcohol etílico.....	44
Figura 19. Representación de la evolución de la posición axial adimensional del centro del torbellino en función del tiempo adimensional en la descarga de agua en agua y descarga de agua en alcohol etílico.....	47
Figura 20. Representación de la evolución de la posición radial adimensional del centro del torbellino en función del tiempo adimensional en la descarga de agua en agua y descarga de agua en alcohol etílico.....	48
Figura 21. Representación de la evolución de la circulación total adimensional en función del tiempo adimensional para la descarga de agua en agua.	50

Figura 22. Representación de la evolución de la circulación total adimensional en función del tiempo adimensional para la descarga de agua en agua y la descarga de agua en alcohol etílico.	52
Figura 23. Representación del tamaño de caja utilizado para el cálculo de la circulación local en la descarga de agua en agua sin tener en cuenta la escala. Es una mera representación para indicar qué significan cada uno de los valores.	54
Figura 24. Representación de la comparación de la evolución de la circulación adimensional en el vórtice de cabeza en función del tiempo adimensional para la descarga de agua en agua.	55
Figura 25. Representación de la evolución de la circulación adimensional en el vórtice de cabeza en función del tiempo adimensional para la descarga de agua en alcohol etílico para la caja de $\Delta y=0.5 \cdot D$ y $\Delta x=0.75 \cdot D$	56
Figura 26. Representación explicativa en la que se observa que el torbellino se encuentra alejado del frente del chorro, por lo que el dominio de cálculo de la circulación no engloba la vorticidad del frente del chorro, produciéndose así la primera de las caídas.	57
Figura 27. Representación de la evolución de la circulación adimensional en el vórtice de cabeza en función del tiempo adimensional para la descarga de agua en agua y agua en alcohol etílico para la caja de $\Delta y=0.5 \cdot D$ y $\Delta x=0.75 \cdot D$	58
Figura 28. Representación adimensional de la variación de la velocidad axial en dirección radial y de la variación de la velocidad radial en dirección axial, respectivamente, para la descarga de agua en agua para un tiempo adimensional de 1.39.	59
Figura 29. Representación adimensional de la variación de la velocidad radial en dirección axial y de la variación de la velocidad axial en dirección radial, respectivamente, para la descarga de agua en alcohol etílico para un tiempo adimensional de 1.39.	59
Figura 30. Representación adimensional de la vorticidad para la descarga de agua en agua para un tiempo adimensional de 3.54.	60
Figura 31. Representación adimensional de la vorticidad para la descarga de agua en alcohol etílico para un tiempo adimensional de 3.54.	60
Figura 32. Representación del dominio de cálculo de las ecuaciones. Volumen de control.	74
Figura 33. Representación del dominio de cálculo simplificado para los dos casos de estudio.	75
Figura 34. Representación del dominio de cálculo simplificado durante la inyección de fluido para los dos casos.	76
Figura 35. Panel inicial de FLUENT.	87
Figura 36. Ventana de trabajo de FLUENT.	88
Figura 37. Malla que representa el dominio de cálculo inicial en la descarga de agua en agua.	89
Figura 38. Representación de la malla que representa el dominio de cálculo ampliada en la zona refinada en la descarga de agua en agua.	89

Figura 39. Cuadro de diálogo para el refinamiento de la malla en el caso de la inyección de agua en agua y cuadro de diálogo para el refinamiento de la malla en el caso de la inyección de agua alcohol etílico, respectivamente.....	90
Figura 40. Malla que representa el dominio de cálculo en un instante de tiempo en el cual se produce el refinamiento mediante el gradiente de presiones en el caso de la descarga de agua en agua.	91
Figura 41. Malla que representa el dominio de cálculo en un instante de tiempo en el cual se produce el refinamiento mediante el gradiente de presiones con un zoom en la zona más refinada en el caso de la descarga de agua en agua.....	91
Figura 42. Malla que representa el dominio de cálculo en el instante de tiempo final en el cual se produce el refinamiento mediante el gradiente de presiones con un mayor refinamiento de la malla en el caso de la descarga de agua en agua.	92
Figura 43. Malla que representa el dominio de cálculo inicial en la descarga de agua en alcohol etílico.	92
Figura 44. Malla que representa el dominio de cálculo en un instante de tiempo en el cual se produce el refinamiento mediante el gradiente de presiones en el caso de la descarga de agua en alcohol etílico.....	93
Figura 45. Malla que representa el dominio de cálculo en el instante final de tiempo en el cual se produce el refinamiento mediante el gradiente de presiones en el caso de la descarga de agua en alcohol etílico.....	93
Figura 46. Cuadro de diálogo en el que se especifican las características generales del problema para los dos casos de estudio.....	94
Figura 47. Cuadro de diálogo en el que se especifican los modelos y las ecuaciones a resolver en la descarga de agua en agua.....	95
Figura 48. Cuadro de diálogo en el que se especifican los modelos y las ecuaciones a resolver en la descarga de agua en alcohol etílico.....	96
Figura 49. Cuadro de diálogo en el que se define que el problema no es multifásico....	96
Figura 50. Cuadro de diálogo en el que se especifica que no se resuelva la ecuación de la energía.	97
Figura 51. de diálogo en el que se especifica que el modelo viscoso elegido es el laminar.....	97
Figura 52. Cuadro de diálogo en el que se especifica que no existe radiación en el problema.....	98
Figura 53. Cuadro de diálogo en el que se especifica que las condiciones del transporte de las especies.....	99
Figura 54. Cuadro de diálogo en el que se especifica el tipo de material elegido para el problema y sus propiedades. En este caso el agua y el alcohol etílico.	100
Figura 55. Cuadro de diálogo en el que se especifican las características del material elegido.....	101
Figura 56. Cuadro de diálogo que recoge las propiedades del agua líquida.	102
Figura 57. Cuadro de diálogo que recoge el número de UDS definidos.....	102
Figura 58. Cuadro de diálogo que recoge el número de UDS definidos y las características principales generales.	103

Figura 59. Cuadros de diálogo para cada uno de los UDS definidos y sus valores de difusividad correspondientes.	104
Figura 60. Cuadro de diálogo que recoge cada una de las condiciones de contorno que definen el dominio.	106
Figura 61. Representación de cada una de las condiciones de contorno en la malla representada por FLUENT durante la inyección de fluido para el estudio de la descarga de agua en agua y de la descarga de agua en alcohol etílico.....	106
Figura 62. Cuadro de diálogo en el que se elige la opción eje para definir el eje de simetría.	107
Figura 63. Cuadro de diálogo en el que se especifica como wall el contorno que representa la zona contigua a la entrada.....	107
Figura 64. Cuadro de diálogo en el que se especifican las propiedades de la pared. ...	108
Figura 65. Cuadro de diálogo en el que se especifican las propiedades de los UDS relativas a la pared.	108
Figura 66. Cuadro de diálogo en el que se especifica como <i>pressure-outlet</i> al contorno lejano del dominio.....	109
Figura 67. Cuadro de diálogo en el que se especifican las propiedades generales del campo lejano.....	110
Figura 68. Cuadro de diálogo en el que se especifican las propiedades relativas a los UDS en el campo lejano.....	111
Figura 69. Cuadro de diálogo en el que se define como <i>velocity-inlet</i> a la zona de entrada del fluido.	111
Figura 70. Cuadro de diálogo con las propiedades generales a la entrada del fluido en la descarga de agua en agua..	112
Figura 71. Cuadro de diálogo con las propiedades relacionadas con los UDS a la entrada del fluido en la descarga de agua en agua.	113
Figura 72. Cuadro de diálogo con las propiedades generales a la entrada del fluido en la descarga de agua en alcohol etílico.....	113
Figura 73. Cuadro de diálogo en el que se especifica como default-interior todo el dominio contenido en las condiciones de contorno.	114
Figura 74. Cuadro de diálogo en el que se especifican los valores de referencia para la resolución del problema.	114
Figura 75. Cuadro de diálogo en el que se recoge el método de resolución escogido..	115
Figura 76. Cuadros de diálogo en los que se recogen las discretizaciones elegidas para la resolución de cada una de las ecuaciones implementadas en la descarga de agua en agua.	116
Figura 77. Cuadro de diálogo en los que se recogen las discretizaciones elegidas para la resolución de cada una de las ecuaciones implementadas en la descarga de agua en alcohol etílico.	117
Figura 78. Cuadros de diálogo en los que se recogen los factores de sobrerrelajación para cada una de las variables a resolver en la descarga de agua en agua.	118
Figura 79. Cuadros de diálogo en los que se recogen los factores de sobrerrelajación para cada una de las variables a resolver en la descarga de agua en alcohol etílico.....	118

Figura 80. Cuadro de diálogo en el que se recogen las ecuaciones a resolver en cada una de las iteraciones en la descarga de agua en agua.....	119
Figura 81. Cuadro de diálogo en el que se recogen las ecuaciones a resolver en cada una de las iteraciones en la descarga de agua en alcohol etílico.....	119
Figura 82. Cuadro de diálogo en el que se recogen los valores de la presión máxima y mínima para el estudio de la descarga de agua en agua y de la descarga de agua en alcohol etílico.	120
Figura 83. Cuadros de diálogo en los que se recogen los valores iniciales de cada las variables para comenzar a iterar en la descarga de agua en agua.....	120
Figura 84. Cuadros de diálogo en los que se recogen los valores iniciales de cada las variables para comenzar a iterar en la descarga de agua en alcohol etílico.	121
Figura 85. Cuadro de diálogo en el que se especifican las características del paso de tiempo en la descarga de agua en agua.	122
Figura 86. Cuadro de diálogo donde se recogen los valores que definen el paso de tiempo adaptativo.....	122
Figura 87. Cuadro de diálogo en el que se especifican las características del paso de tiempo en la descarga de agua en alcohol etílico.....	124
Figura 88. Definición de la vorticidad mediante un fichero .scm.	124
Figura 89. Definición de la vorticidad adimensional mediante un fichero .scm en la descarga de agua en agua.	125
Figura 90. Definición de la vorticidad adimensional mediante un fichero .scm en la descarga de agua en alcohol etílico.....	125
Figura 91. Cuadro de diálogo en el que se representan las posibilidades para la representación de los campos de contorno en la descarga de agua en agua. La opción elegida es la vorticidad adimensional definida anteriormente mediante el fichero .scm.	126
Figura 92. Cuadro de diálogo en el que se representan las posibilidades para la representación de los campos de contorno en la descarga de agua en alcohol etílico. La opción elegida es la vorticidad adimensional definida anteriormente mediante el fichero .scm.	126
Figura 93. Representación de la evolución del campo de vorticidad en la descarga de agua en agua para los tiempos adimensionales 0.735, 1.448, 2.198, 2.948 y 4.021 respectivamente.	167
Figura 94. Representación de la evolución del campo de vorticidad en la descarga de agua en alcohol etílico para los tiempos adimensionales 0.998, 1.997, 2.995, 3.994 y 4.044 respectivamente.....	168
Figura 95. Representación de la evolución de la concentración del scalar-0 en la descarga de agua en agua para los tiempos adimensionales 0.735, 1.448, 2.198, 2.948 y 4.021 respectivamente.....	169
Figura 96. Representación de la evolución del campo de presiones en la descarga de agua en agua para los tiempos adimensionales 0.735, 1.448, 2.198, 2.948 y 4.021 respectivamente.....	171

Figura 97. Representación de la evolución del campo de presiones en la descarga de agua en alcohol etílico para los tiempos adimensionales 0.998, 1.997, 2.995, 3.994 y 4.044 respectivamente.....	172
Figura 98. Representación de la evolución del campo de densidades en la descarga de agua en alcohol etílico para los tiempos adimensionales 0.998, 1.997, 2.995, 3.994 y 4.044 respectivamente.....	173

1. INTRODUCCIÓN

1.1. MOTIVACIÓN

En el caso de estudio se pueden aplicar las conclusiones que se obtengan a casos reales como pueden ser la emisión de contaminantes de igual o distinta densidad en el interior de un recipiente que contiene cualquier tipo de sustancia o material, erupciones volcánicas o la propulsión de las criaturas acuáticas, debido a la similitud de los vórtices generados. Además es el punto de partida del estudio de la inyección de un fluido en el interior de otro de distinta densidad y el análisis de todos y cada uno de los parámetros de importancia para el entendimiento del problema planteado.

1.2. ANTECEDENTES

Anteriormente se han realizado numerosos estudios acerca de la descarga de chorros laminares en recintos ocupados por el mismo fluido. La mayoría de los estudios han sido experimentales y posteriormente estudiados teóricamente.

El principal estudio en el que se centra este Proyecto es “*A universal time scale for vortex ring formation*” de *Gharib, Rambod y Shariff (1998) [1]*. Este estudio se basó en los estudios anteriores de *Shariff & Leonard (1987)* y *Lim & Nickels (1995)*, los cuales suponen las bases de los actuales conocimientos del fenómeno de los anillos de vorticidad.

La mayor parte de los estudios anteriores a [1] se centraban en la evolución del tamaño, posición y circulación de los anillos de vorticidad, como fueron *Maxworthy (1977)*, *Didden (1979)*, *Auerbach (1987)*, *Glezer (1988)* y *Glezer & Coles (1990)*.

Este estudio fue realizado de manera experimental, en el cual se estudió la formación de los anillos de vorticidad generados mediante chorros producidos por impulsos. Para conseguir realizar los impulsos se procedió a la utilización de un cilindro-pistón en un tanque de agua con un amplio rango de relaciones L/D , que será explicada más adelante. Una vez construido el sistema se fueron modificando las condiciones para estudiar los campos de vorticidad, la circulación total y la circulación del vórtice de cabeza y su dependencia con las condiciones de cada uno de los sistemas.

La Figura 1. muestra un esquema de la configuración del sistema para el estudio realizado por [1].

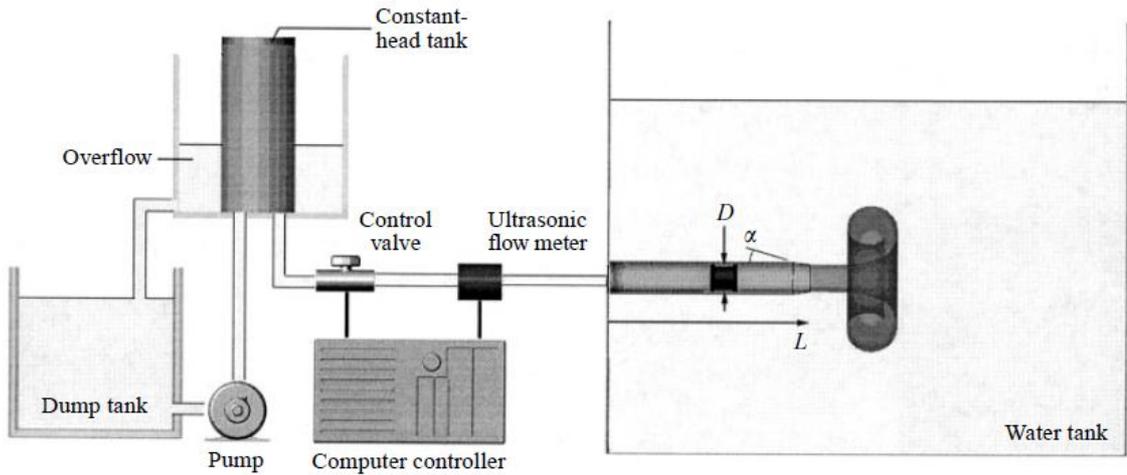


Figura 1. Representación del sistema usado en el estudio experimental de Gharib, Rambod y Shariff (1998). [1]

Los tipos de condiciones que se propusieron para estudiar la inyección del fluido en función de la aceleración del pistón se recogen en la Figura 2.

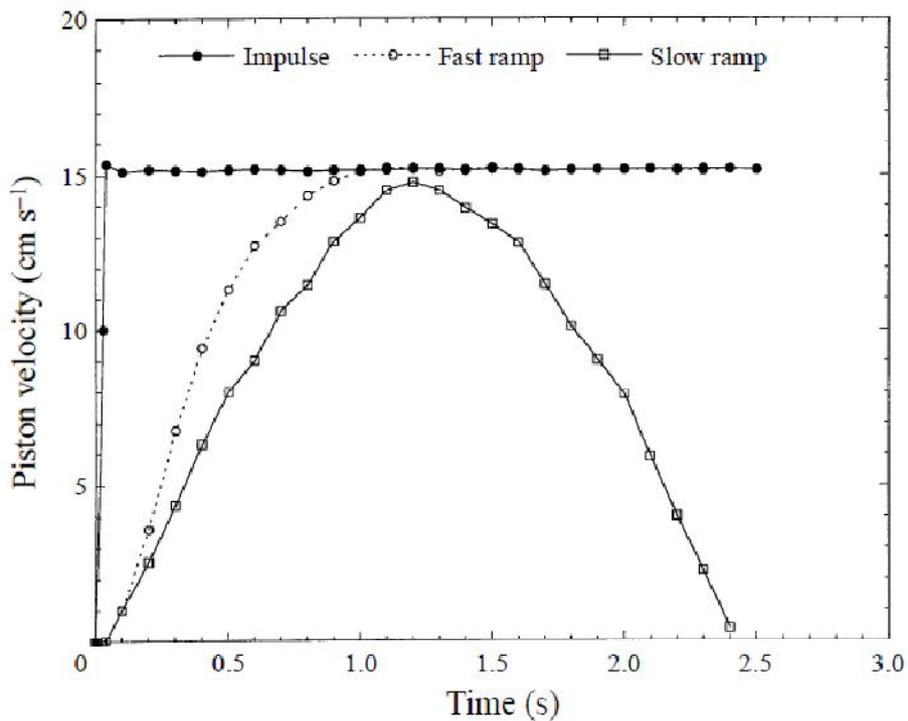


Figura 2. Velocidad del pistón en función del tiempo. [1].

Como se puede observar existen tres aceleraciones distintas, una impulsiva, y dos con aceleración creciente, de mayor y menor pendiente. El centro de la explicación se basará en el impulso, aunque se mencionarán resultados de todos.

Como los dos parámetros principales de estudio fueron la vorticidad y la circulación, lo primero que se estableció fueron los parámetros que gobernaban el problema y, por lo

tanto, el comportamiento de la vorticidad y la circulación. Estos parámetros fueron la velocidad del pistón, $u_p(t)$, el tamaño del orificio de salida, D , la viscosidad cinemática, ν , y el tiempo de descarga, t . La longitud L será por tanto, $L = \int_0^t u_p(t) dt$, donde L es la carrera realizada por el pistón. Definieron una velocidad media móvil del pistón como $\overline{U}_p = \frac{1}{t} \int_0^t u_p dt$, proporcionando así los parámetros adimensionales $\Gamma/\overline{U}_p D$ y $\overline{U}_p t/D$. El primero de ellos es la circulación adimensionalizada y el segundo lo que posteriormente llamaron 'Tiempo de formación', el cual fue determinante y se usará en este Proyecto.

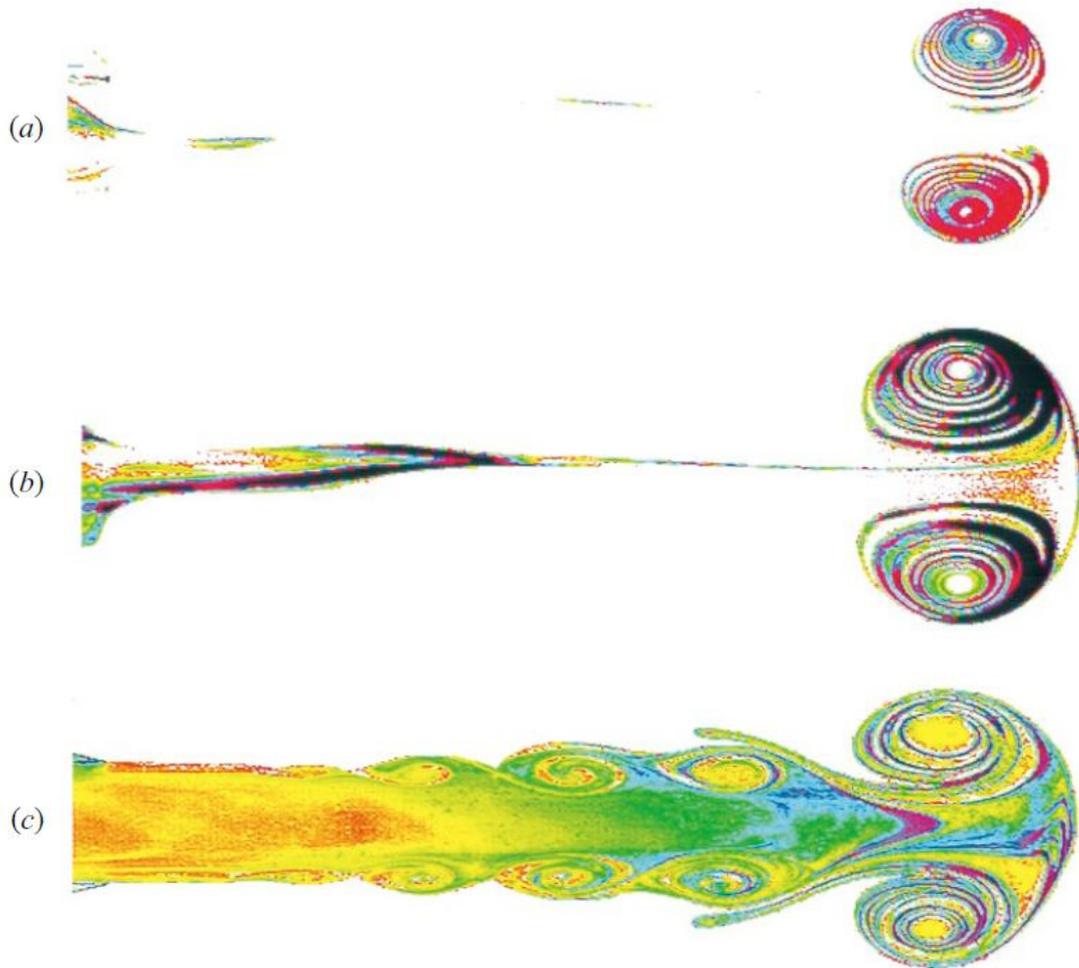


Figura 3. Representación de las visualizaciones de los anillos de vorticidad. [1].

De tres tipos distintos de configuraciones obtuvieron las siguientes visualizaciones de los anillos de vorticidad. Las condiciones definidas en cada uno de los estudios fueron:

- a) $\frac{L_m}{D} = 2, Re \approx 2800$
- b) $\frac{L_m}{D} = 3.8, Re \approx 6000$
- c) $\frac{L_m}{D} = 14.5, Re \approx 2800$

Donde L_m es la longitud máxima recorrida por el pistón. Todos los casos fueron representados para $\frac{L}{D} = \frac{\overline{U}_p t}{D} = 8$.

Como se puede observar, en los casos a) y b) casi toda la descarga del fluido ha sido arrastrada hacia el anillo de vorticidad en el frente del chorro, mientras que en el caso c) la formación del vórtice ha sido completada por lo que no se arrastra más vorticidad hacia el frente, quedándose en la estela del chorro. Además se puede observar que el tamaño de los anillos de vorticidad en los casos b) y c) es similar, mientras que el del caso a) es menor. Esto significa que el caso a) admite una mayor vorticidad en el vórtice mientras que en el caso b) y c) no admiten más, llegando a la conclusión de que ese será tamaño máximo del anillo de vorticidad.

La conclusión que sacaron de estas observaciones fue que debía de existir un valor límite del tiempo de formación ($\overline{U}_p t/D$) o del avance del pistón (L/D) a partir del cual los anillos de vorticidad generados con valores por encima de este valor no absorberían toda la masa del fluido descargado o la vorticidad descargada.

Para confirmar esta hipótesis, estudiaron los campos de vorticidad y de velocidad para los casos a) y c) de la Figura 3. los cuales se representan en la Figura 4. y la Figura 5.

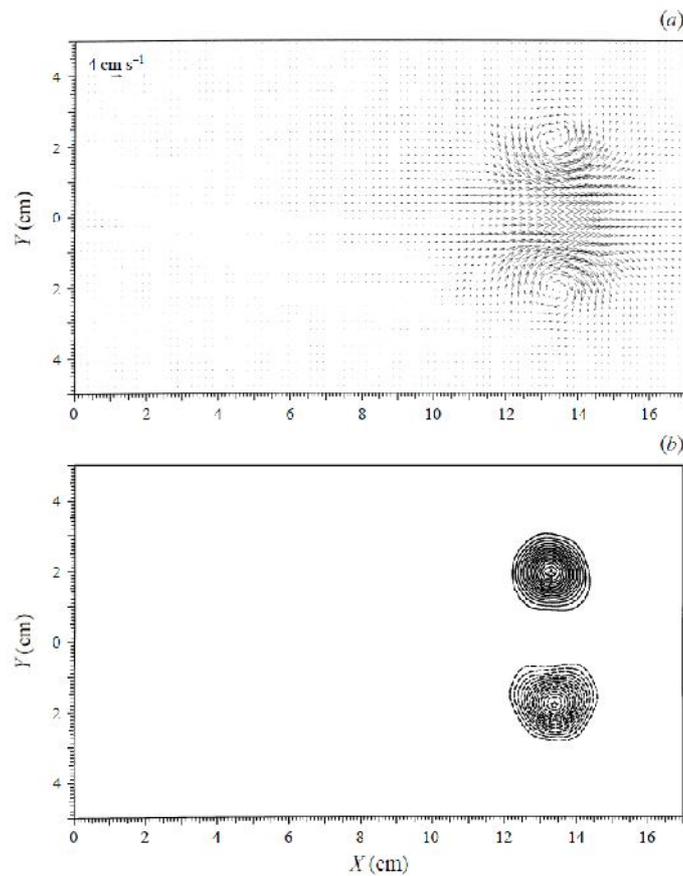


Figura 4. Campos de velocidad y vorticidad del caso a). [1].

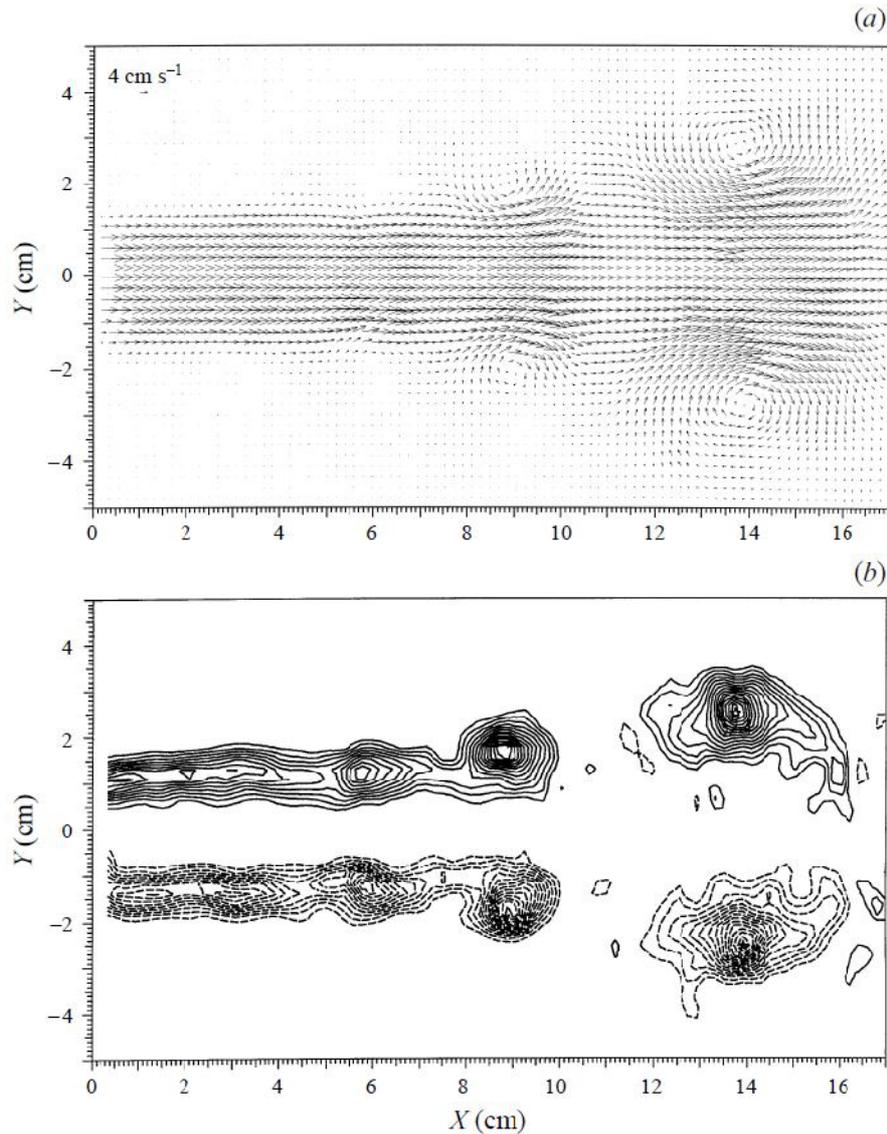


Figura 5. Campos de velocidad y vorticidad del caso c). [1].

Las observaciones de ambos casos llevaron a la conclusión de que en el caso a) no existe ningún nivel notable de vorticidad en la región previa a la formación del vórtice de cabeza. Sin embargo, en el caso c) como se puede observar en la Figura 5. muestra la existencia de una discontinuidad, lo que llamaron “*pinch off*”, en ambos campos. Una vez empieza la discontinuidad se deja de arrastrar la vorticidad hacia el anillo de vorticidad.

La principal conclusión de esta observación es la aparición del proceso “*pinch-off*”, el cual causa la terminación del flujo de vorticidad hacia el anillo de cabeza y el no incremento del nivel de circulación en el anillo.

Para poder calcular la circulación en el anillo de vorticidad no existe problema en el caso de que no exista una estela de chorro que no haya sido arrastrada hacia el anillo, como es el caso a). Sin embargo, en el caso de que sí exista, caso c), para poder realizar

la medida de la circulación en el anillo de vorticidad es necesario que se haya producido una clara separación en el contorno de vorticidad entre el vórtice de cabeza y el final del chorro.

Posteriormente, procedieron al cálculo de la circulación para cada uno de los casos. Para ello procedieron a la configuración de dos conjuntos de experimentos, los cuales corresponderían a un flujo en el cual toda la vorticidad haya sido arrastrada hacia el vórtice de cabeza y otro en el que este fenómeno no se produjese.

Los resultados obtenidos para ambos experimentos se recogen en la Figura 6. y la Figura 7.

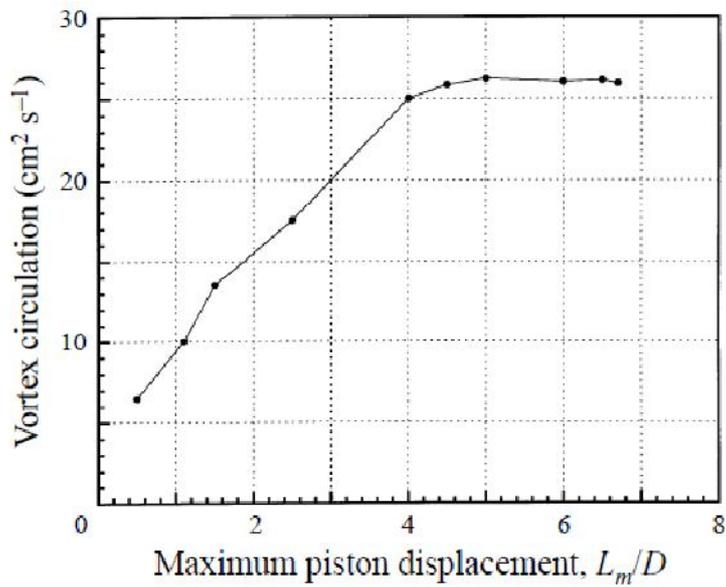


Figura 6. Circulación del anillo de vorticidad en función de L_m/D para el caso a). [1].

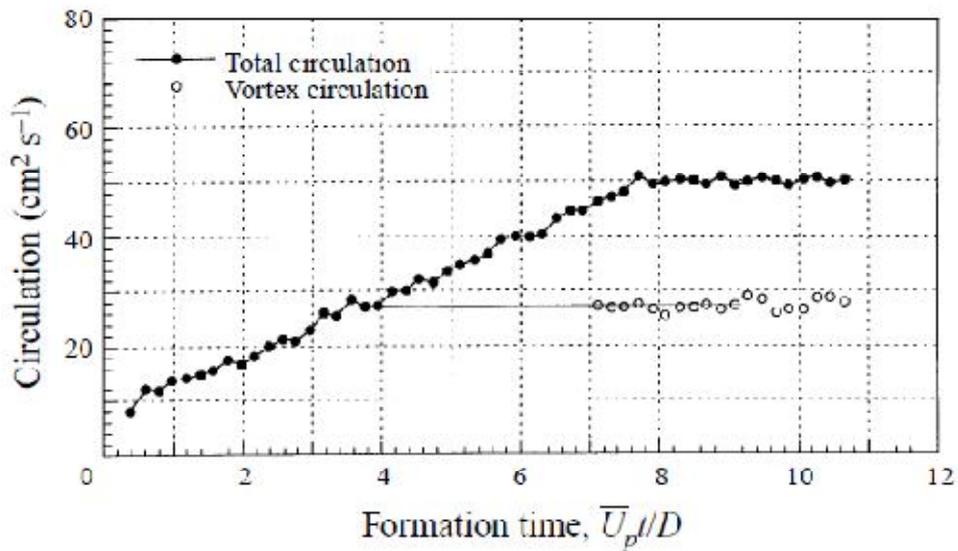


Figura 7. Circulación total y circulación del anillo de vorticidad en función de $\bar{U}_p t/D$ para el caso c). [1].

Como se puede observar en la Figura 6. el valor máximo de la circulación se alcanza para un valor de desplazamiento máximo del pistón dentro del rango 4-5. Por lo tanto, en el primero de los experimentos, intuyeron que el valor límite de (L/D) o del tiempo de formación residiría en ese rango.

En el segundo de los experimentos midieron la circulación del vórtice en función de tiempo de formación $(\overline{U}_p t/D)$. La principal diferencia entre el segundo de los experimentos y el primero es que en el primero no se produjo la parada del pistón al final de cada carrera durante el proceso de formación, mientras que en el segundo de los experimentos, tanto la circulación total como la circulación del vórtice, se calcularon a cada paso de tiempo, de ahí la mayor cantidad de puntos de la gráfica.

En la Figura 7. se puede observar que cuando se produjo la parada del pistón, para $L/D \approx 8$, se mantuvo el valor de la circulación total en torno a un valor de $50 \text{ cm}^2\text{s}^{-1}$. También se observa que el valor que toma la circulación en el vórtice de cabeza es $28 \pm 1 \text{ cm}^2\text{s}^{-1}$. Dicho valor se alcanza para un tiempo de formación de 4 en la curva de la circulación total, como está representado mediante la recta en la Figura 7. La conclusión que obtuvieron fue que el vórtice sería capaz de acumular toda la vorticidad en un tiempo de formación de 4, o lo que es lo mismo, el mayor valor de la circulación que el vórtice de cabeza es capaz de acumular es equivalente a la circulación total introducida en la descarga en un tiempo de formación de 4.

Debido a esta conclusión es por lo que en el presente estudio se han realizado las iteraciones hasta un tiempo adimensional característico en cada problema de 4.

Además de estos dos experimentos, realizaron más estudios modificando las condiciones de contorno, como pueden ser cambios en el diámetro del generador de vorticidad (D en la Figura 1.), cambios en la velocidad de inyección (modifican el Re), el valor de α , el valor de L_m/D o en la aceleración del pistón.

Algunas de los resultados que obtuvieron se recogen en la Figura 8. en la Figura 9. en la Figura 10. y en la Figura 11.

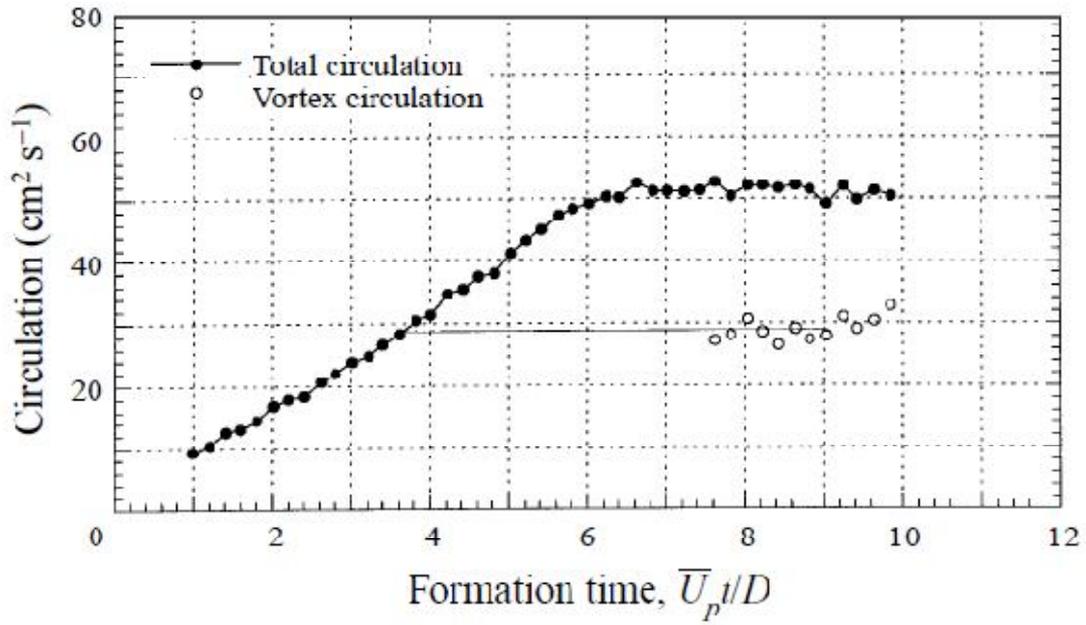


Figura 8. Circulación total y circulación del anillo de vorticidad en función de $\bar{U}_p t / D$ modificando el valor de D. [1].

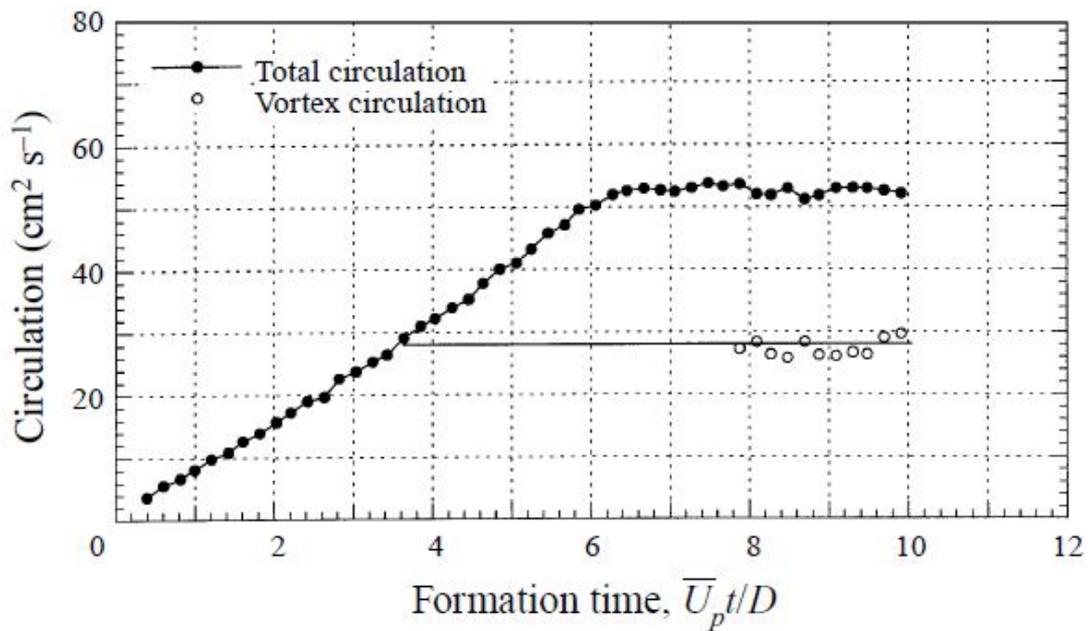


Figura 9. Circulación total y circulación del anillo de vorticidad en función de $\bar{U}_p t / D$ modificando el valor de α . [1].

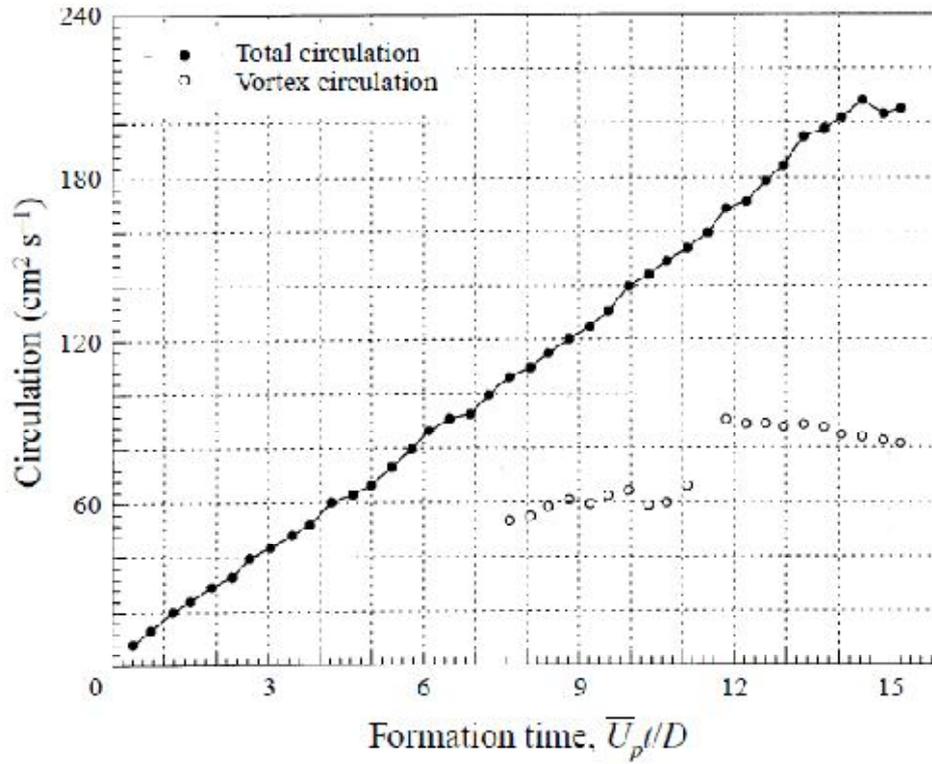


Figura 10. Circulación total y circulación del anillo de vorticidad en función de $\bar{U}_p t / D$ modificando el valor de Re. [1].

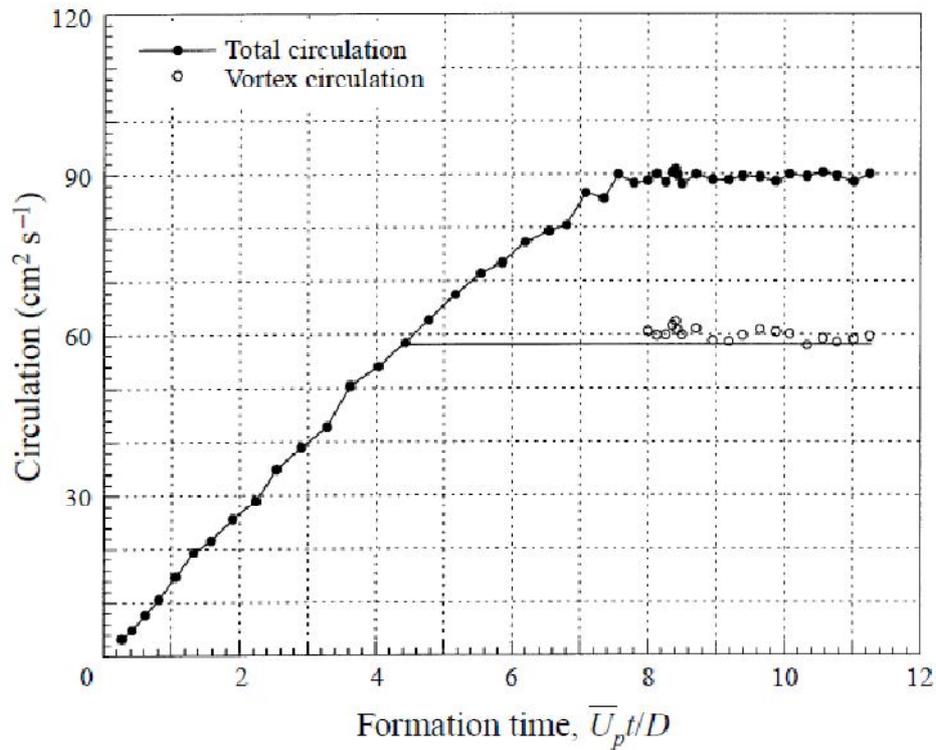


Figura 11. Circulación total y circulación del anillo de vorticidad en función de $\bar{U}_p t / D$ modificando la aceleración del pistón.

[1].

Como se puede observar en las últimas figuras, aún modificando algunos de los parámetros o condiciones de contorno, llegaron a la conclusión de que el rango de tiempo de formación para el cual el anillo de vorticidad admite el máximo se encuentra entre 3.8-4.5.

1.3. OBJETIVOS

El objetivo principal es el estudio de los efectos de la flotabilidad en los chorros laminares. Para llevar a cabo este estudio se realizará una simulación numérica mediante el programa informático de volúmenes finitos FLUENT. Una vez obtenida la simulación se procede al análisis de los resultados obtenidos, mediante la interpretación de los principales parámetros fluidodinámicos característicos de cada uno de los sistemas de estudio.

Se van a estudiar varios sistemas como son la inyección de un fluido en el seno de otro de la misma densidad (agua en agua) y la inyección de un fluido en el seno de otro con distinta densidad (agua en alcohol etílico). Para diferenciar los problemas se recurrirá al número adimensional Froude, el cual informa de la diferencia de densidades de los fluidos y si el chorro es pesado o no. Los números de Froude usados para cada uno de los casos son ∞ y 0.24, respectivamente.

El programa informático utilizado es FLUENT el cual hace uso de técnicas de la dinámica de fluidos computacional (CFD). Para poder llevar a cabo un uso eficiente del programa se ha recurrido a diversos tutoriales, manuales de ayuda y al estudio de anteriores Proyectos Fin de Carrera que usaron FLUENT como herramienta de cálculo.

También será necesario la utilización de otros programas informáticos, como es MATLAB, para el análisis de los parámetros fluidodinámicos que son proporcionados por FLUENT y que servirá de gran utilidad para la automatización del proceso de obtención de los resultados. MATLAB es una herramienta muy potente de cálculo que permite la representación de gráficas y el procesado y extracción de datos de diferentes archivos.

Para poder llevar a cabo esta automatización será necesaria la realización de un programa que será escrito en el lenguaje de programación C. Este programa será escrito utilizando las funciones internas de FLUENT así como las propias funciones del lenguaje de programación C.

2. DESCRIPCIÓN DEL PROBLEMA

2.1. PLANTEAMIENTO

El problema que se plantea en este proyecto es la caracterización de un flujo transitorio generado por la descarga de un chorro axilsimétrico de un cierto fluido en el seno de otro fluido en reposo dentro un depósito simulado mediante un cilindro de características geométricas conocidas. El fluido utilizado en los casos de estudio es el agua, que será el fluido inyectado. La hipótesis de que el flujo es axilsimétrico es válida ya que estamos suponiendo que el chorro es laminar, número de Reynolds bajo (< 2000), y que por lo tanto no existen inestabilidades acimutales.

En este trabajo se estudia la formación y evolución de los torbellinos de cabeza del chorro que se generan como consecuencia del desprendimiento de la capa límite y su posterior enrollamiento en forma de espiral en torno a un punto de vorticidad máxima. La formación de este enrollamiento se produce en el frente del fluido a la entrada. Durante la evolución del torbellino de cabeza se procederá a estudiar la propia evolución del torbellino a partir de distintas propiedades fluidodinámicas, como son la vorticidad, anteriormente nombrada, la circulación, las concentraciones de escalares o las especies químicas.

Para poder estudiar el comportamiento del chorro en el caso de la inyección de agua en agua, se han introducido 4 especies químicas para intentar entender el comportamiento del agua y las cuales están caracterizadas por su difusividad y viscosidad cinemática. A partir de esta difusividad se obtendrá un nuevo parámetro adimensional que será el número de Schmidt, el cual será definido en apartados posteriores.

Para determinar el comportamiento del chorro inyectado es necesaria la definición de un parámetro adimensional fundamental que ya ha sido mencionado anteriormente y el cual será deducido matemáticamente con posterioridad en la formulación adimensional del problema. Este parámetro es el Reynolds y nos permite definir la velocidad de entrada del chorro.

$$Re = \frac{\rho \cdot U \cdot D}{\mu} = \frac{U \cdot D}{\nu} \quad (1)$$

donde Re es el Reynolds, ρ es la densidad del fluido inyectado, U la velocidad de entrada, D la longitud característica, que en este caso es el diámetro del orificio de entrada y μ la viscosidad dinámica del fluido inyectado y ν la viscosidad cinemática del fluido inyectado y que viene definida por:

$$\nu = \frac{\mu}{\rho} \quad (2)$$

Se sabe que el chorro es laminar y el valor del Reynolds para cada caso, por lo que se puede determinar la velocidad del chorro a la entrada del orificio.

Para el caso de la inyección de agua en alcohol etílico se va a estudiar también la formación de torbellinos. Como se podrá observar la formación de estos torbellinos son muy diferentes a los que se producen en el problema de la inyección de agua en agua, ya que en el caso de la inyección de agua en agua se observará un único torbellino en el frente del chorro, mientras que en el caso de la inyección de agua en alcohol etílico se observará la formación de numerosos torbellinos tanto en la cabeza del chorro como en la cola, siendo estos últimos absorbidos por el frente.

Otro parámetro adimensional muy importante en el planteamiento del estudio es el número de Froude. Este parámetro permitirá relacionar la influencia de la diferencia de densidades de los fluidos con los efectos de la gravedad. Para ello se partirá de la definición habitual del número de Froude, modificándola para que aparezca la diferencia de densidades, como se muestra en la siguiente expresión.

$$Fr = \frac{\rho_j U^2}{(\rho_j - \rho) \cdot g \cdot D} \quad (3)$$

Los valores del número de Froude escogidos para el estudio del problema han sido ∞ y 0.24, para cada uno de los casos. El valor infinito implica que la diferencia de densidades es nula, es decir, el fluido inyectado es igual al fluido en reposo. El valor de 0.24 implica que los efectos gravitatorios son mayores que los efectos convectivos, es decir, las densidades de los fluidos son diferentes, siendo el fluido inyectado de mayor densidad que el fluido en reposo.

Esta diferencia explicará muchas de las diferencias que se observarán en cada uno de los casos, como es la formación de numerosos torbellinos de elevada vorticidad, como se ha mencionado anteriormente.

2.2. RECOPIACIÓN DE LAS ECUACIONES ADIMENSIONALES

Las ecuaciones que gobiernan el comportamiento del fluido son las ecuaciones de Navier-Stokes, las cuales están recogidas en el Anexo A. Aquí se recoge el conjunto de ecuaciones adimensionales a las que se ha llegado utilizando las simplificaciones y características de cada uno de los problemas.

➤ ECUACIONES DE LA DESCARGA DE AGUA EN AGUA

Ecuación de continuidad:

$$\frac{1}{r^*} \frac{\partial(r^* u_r^*)}{\partial r^*} + \frac{\partial(u_x^*)}{\partial x^*} = 0 \quad (4)$$

Ecuación de cantidad de movimiento:

- Componente radial:

$$\left(\frac{\partial u_r^*}{\partial t^*} + u_r^* \frac{\partial u_r^*}{\partial r^*} + u_x^* \frac{\partial u_r^*}{\partial x^*} \right) = -\frac{\partial P^*}{\partial r^*} + \frac{1}{Re} \left[\frac{1}{r^*} \frac{\partial}{\partial r^*} \left(r^* \frac{\partial u_r^*}{\partial r^*} \right) + \frac{u_r^*}{r^{*2}} + \frac{\partial^2 u_r^*}{\partial x^{*2}} \right] \quad (5)$$

- Componente axial:

$$\left(\frac{\partial u_x^*}{\partial t^*} + u_r^* \frac{\partial u_x^*}{\partial r^*} + u_x^* \frac{\partial u_x^*}{\partial x^*}\right) = -\frac{\partial P^*}{\partial x^*} + \frac{1}{Re} \left[\frac{1}{r^*} \frac{\partial}{\partial r^*} \left(r^* \frac{\partial u_x^*}{\partial r^*} \right) + \frac{\partial^2 u_x^*}{\partial x^{*2}} \right] \quad (6)$$

Ecuación de energía:

$$\left(\frac{\partial T^*}{\partial t^*} + u_r^* \frac{\partial T^*}{\partial r^*} + u_x^* \frac{\partial T^*}{\partial x^*}\right) = \frac{1}{Pr \cdot Re} \left[\frac{1}{r^*} \frac{\partial}{\partial r^*} \left(r^* \frac{\partial T^*}{\partial r^*} \right) + \frac{\partial^2 T^*}{\partial x^{*2}} \right] \quad (7)$$

Ecuación de conservación de las especies químicas:

$$\left(\frac{\partial Z_i}{\partial t^*} + u_r^* \frac{\partial Z_i}{\partial r^*} + u_x^* \frac{\partial Z_i}{\partial x^*}\right) = \frac{1}{Sc \cdot Re} \left(\frac{1}{r^*} \frac{\partial}{\partial r^*} \left(r^* \frac{\partial Z_i}{\partial r^*} \right) + \frac{\partial^2 Z_i}{\partial x^{*2}} \right) \quad (8)$$

➤ ECUACIONES DE LA DESCARGA DE AGUA EN ALCOHOL ETÍLICO

Ecuación de continuidad:

$$\frac{1}{r^*} \frac{\partial (r^* u_r^*)}{\partial r^*} + \frac{\partial (u_x^*)}{\partial x^*} = 0 \quad (9)$$

Ecuación de cantidad de movimiento:

- Componente radial:

$$\left(\frac{\partial u_r^*}{\partial t^*} + u_r^* \frac{\partial u_r^*}{\partial r^*} + u_x^* \frac{\partial u_r^*}{\partial x^*}\right) = -\frac{\partial P^*}{\partial r^*} + \frac{1}{Re} \left[\frac{1}{r^*} \frac{\partial}{\partial r^*} \left(r^* \frac{\partial u_r^*}{\partial r^*} \right) + \frac{u_r^*}{r^{*2}} + \frac{\partial^2 u_r^*}{\partial x^{*2}} \right] + \frac{1}{Fr} \quad (10)$$

- Componente axial:

$$\left(\frac{\partial u_x^*}{\partial t^*} + u_r^* \frac{\partial u_x^*}{\partial r^*} + u_x^* \frac{\partial u_x^*}{\partial x^*}\right) = -\frac{\partial P^*}{\partial x^*} + \frac{1}{Re} \left[\frac{1}{r^*} \frac{\partial}{\partial r^*} \left(r^* \frac{\partial u_x^*}{\partial r^*} \right) + \frac{\partial^2 u_x^*}{\partial x^{*2}} \right] + \frac{1}{Fr} \quad (11)$$

Ecuación de energía:

$$\left(\frac{\partial T^*}{\partial t^*} + u_r^* \frac{\partial T^*}{\partial r^*} + u_x^* \frac{\partial T^*}{\partial x^*}\right) = \frac{1}{Pr \cdot Re} \left[\frac{1}{r^*} \frac{\partial}{\partial r^*} \left(r^* \frac{\partial T^*}{\partial r^*} \right) + \frac{\partial^2 T^*}{\partial x^{*2}} \right] \quad (12)$$

Ecuación de conservación de las especies químicas (agua):

$$\left(\frac{\partial Z_w}{\partial t^*} + u_r^* \frac{\partial Z_w}{\partial r^*} + u_x^* \frac{\partial Z_w}{\partial x^*}\right) = \frac{1}{Sc \cdot Re} \left(\frac{1}{r^*} \frac{\partial}{\partial r^*} \left(r^* \frac{\partial Z_w}{\partial r^*} \right) + \frac{\partial^2 Z_w}{\partial x^{*2}} \right) \quad (13)$$

2.3. TEORÍA DE LA VORTICIDAD Y LA CIRCULACIÓN

Una vez se han expuesto las ecuaciones que gobiernan el comportamiento del fluido inyectado en cada caso, se procede a la explicación teórica de dos magnitudes que permiten definir las características de un campo fluido y que son muy útiles para su comprensión, como son la vorticidad y la circulación.

2.3.1. VORTICIDAD

Para entender cómo puede ser que las partículas fluidas tengan una rotación, que en algunos casos pueda ir acompañada de alguna deformación transversal, recurrimos a la vorticidad. La vorticidad se define como el rotacional de la velocidad. Su forma más general es la que se indica en la ecuación 13.

$$\bar{\omega} = \nabla \times \bar{v} = \left(\frac{\partial u_3}{\partial r_2} - \frac{\partial u_2}{\partial r_3}, \frac{\partial u_1}{\partial r_3} - \frac{\partial u_3}{\partial r_1}, \frac{\partial u_2}{\partial r_1} - \frac{\partial u_1}{\partial r_2} \right) \quad (14)$$

Si se aplica esta definición de la vorticidad con las coordenadas que se usan en este estudio, coordenadas cilíndricas, y se tiene en cuenta la simetría cilíndrica explicada en el Anexo A.3. se llega a una expresión como la ecuación 14.

$$\bar{\omega} = \nabla \times \bar{v} = \left(\frac{\partial u_r}{\partial r_x} - \frac{\partial u_x}{\partial r_r} \right) \bar{e}_z \quad (15)$$

Si se aplica, como se ha hecho con las ecuaciones del comportamiento del fluido, el teorema PI para la adimensionalización de la ecuación de vorticidad, se llega a una expresión como la ecuación 15.

$$\bar{\omega}^* = (\nabla \times \bar{v})^* = \frac{D}{U_j} \left(\frac{\partial u_r^*}{\partial x^*} - \frac{\partial u_x^*}{\partial r^*} \right) \bar{e}_z \quad (16)$$

2.3.2. CIRCULACIÓN

La circulación (Γ) es la integral de línea del vector velocidad alrededor de una curva cerrada. Matemáticamente queda expresado en la ecuación 17.

$$\Gamma = \oint_C \bar{v} \cdot \bar{dl} \quad (17)$$

donde \bar{dl} representa un elemento diferencial de línea. La circulación nos da una idea de si el fluido se mueve en la dirección de la línea definida como \bar{dl} .

Si se utiliza la ecuación de Stokes, la circulación del vector velocidad alrededor de una curva cerrada puede escribirse como queda reflejado en la ecuación 18.

$$\Gamma = \oint_C \bar{v} \cdot \bar{dl} = \iint_{\Sigma} (\nabla \times \bar{v}) \cdot \bar{n} dS \quad (18)$$

Si se hace uso de la definición de vorticidad expuesta en el apartado 2.3.1. del presente documento, se puede expresar de tal manera que resulta la ecuación 18.

$$\Gamma = \oint_C \bar{v} \cdot \bar{dl} = \iint_{\Sigma} (\nabla \times \bar{v}) \cdot \bar{n} dS = \iint_{\Sigma} \bar{\omega} \cdot \bar{n} dS \quad (19)$$

Ante el desarrollo matemático explicado, se puede llegar a la conclusión de que la circulación del vector velocidad a lo largo de una curva cerrada es igual al flujo del vector vorticidad a través de cualquier superficie Σ que esté contenida en el dominio de la curva cerrada C.

Si se vuelve a adimensionalizar la magnitud de la circulación se llega a la expresión 20.

$$\Gamma^* = \oint_C \frac{\bar{v}^*}{U_j} \cdot \frac{d\bar{l}^*}{D} = \iint_{\Sigma} \left((\nabla^* \cdot D) \times \frac{\bar{v}^*}{U_j} \right) \cdot \bar{n} \frac{dS^*}{D^2} = \iint_{\Sigma} \frac{1}{U_j \cdot D} (\omega^* \cdot \bar{n} dS^*) \quad (20)$$

Como se comprobará, la circulación constituye una herramienta fundamental para describir la dinámica del chorro transitorio.

3. OBTENCIÓN Y ANÁLISIS DE LOS RESULTADOS

A continuación se procede a la obtención de los resultados ofrecidos por FLUENT y el análisis de esos resultados.

Cabe mencionar que además del programa FLUENT, se ha usado el programa MATLAB como apoyo para la obtención y análisis de resultados. Mediante MATLAB se ha podido programar una serie de rutinas, *journals*, con las cuales se han podido obtener los resultados de manera automática, sin tener que ir abriendo caso a caso y obtener los resultados manualmente. Estas rutinas están adjuntadas en el CD que acompaña al documento.

Los principales parámetros de estudio se abordarán a continuación detallándose cómo se han obtenido en FLUENT y se dará una explicación del por qué de los resultados basados en las condiciones del problema y la teoría fluidodinámica del problema.

También es necesario mencionar que el análisis de los resultados se ha tomado a partir de un tiempo mayor que cero, ya que en los primeros instantes algunos de los parámetros no proporcionan resultados buenos por producirse cierta distorsión en ellos, como puede ser el cálculo de la circulación local del torbellino al no estar desarrollado el propio torbellino de cabeza.

3.1. VORTICIDAD

3.1.1. OBTENCIÓN TEÓRICA

Como se explicó en el apartado 2.3.1. la vorticidad es el rotacional de la velocidad, y da idea de la velocidad de rotación de las partículas fluidas, las cuales, pueden ir acompañadas o no de alguna deformación transversal.

Aplicando la definición del rotacional de la velocidad se obtiene la siguiente expresión.

$$\bar{\omega} = \nabla \times \bar{v} = \begin{vmatrix} \bar{e}_x & \bar{e}_r & \bar{e}_z \\ \partial/\partial x & \partial/\partial r & \partial/\partial z \\ u_x & u_r & u_z \end{vmatrix} = \left(\frac{\partial u_z}{\partial r} - \frac{\partial u_r}{\partial z}, \frac{\partial u_x}{\partial z} - \frac{\partial u_z}{\partial x}, \frac{\partial u_r}{\partial x} - \frac{\partial u_x}{\partial r} \right) \quad (21)$$

Si se define, como en el caso que nos ocupa, un problema plano en el que no existe variación en el plano z, la expresión queda reducida.

$$\bar{\omega} = \nabla \times \bar{v} = \left(\frac{\partial u_r}{\partial x} - \frac{\partial u_x}{\partial r} \right) \bar{e}_z = \omega \bar{e}_z \quad (22)$$

La expresión ha sido simplificada debido a que el problema se ha podido reducir a un problema bidimensional, donde nada depende de la componente z, quedando una única componente en dirección z de valor ω .

Para que se pueda producir un aumento de la vorticidad se debe producir un aumento del valor del término $\frac{\partial u_r}{\partial x}$ y una disminución del valor del término $\frac{\partial u_x}{\partial r}$, con lo que aumentaría el valor absoluto de la vorticidad.

Como se ha comentado en varias ocasiones el problema es simétrico respecto al eje axial, por lo tanto, la aparición de los gradientes y del fenómeno de la vorticidad, se produce en la parte inferior del dominio con igual valor en módulo. Sin embargo, los sentidos de giro del fluido en la parte superior e inferior son contrarios, siendo los de la parte superior en sentido antihorario (giro positivo) y en la parte inferior en sentido horario (giro negativo). FLUENT no calcula la vorticidad en la parte inferior del dominio, sólo lo calcula en la parte superior, porque es el dominio definido inicialmente, por lo que la vorticidad representada en la parte inferior es solamente una imagen reflejada según el eje de simetría axial.

3.1.2. EVOLUCIÓN DE LA VORTICIDAD DEL TORBELLINO CON EL TIEMPO

Como se ha explicado anteriormente, se posee un campo de vorticidad en función de cada posición que se evalúe dentro del campo fluido, sin embargo se estudiará la vorticidad en el centro del torbellino, por ser la zona de mayor interés de estudio del problema. Para poder encontrar el centro del torbellino de cabeza, lo que se hace es buscar el punto de presión mínima del dominio para el caso de agua en agua, mientras que para el caso de la descarga de agua en alcohol etílico, lo que se hace es buscar el punto de presión en una región cercana al frente del chorro, ya que pueden existir otros vórtices de mayor vorticidad, y por lo tanto de menor presión, pero no ser el torbellino de cabeza que es el que se debe seguir en todo momento. Los métodos de obtención del centro del torbellino de cabeza quedan reflejados en los programas en C para que cada uno de los casos en el Anexo C.

Asimismo, se plantea un problema transitorio, por lo que además de depender de la posición de cada punto del campo fluido, también dependerá del tiempo en el que se evalúe la vorticidad.

El resultado más visible a tenor de la Figura 12. es que la vorticidad del centro del torbellino disminuye a medida que avanza el tiempo, de ahí la tendencia decreciente de la curva. Esto es debido a que a medida que pasa el tiempo, se produce una difusividad de la vorticidad desde el centro del torbellino hacia el campo externo disminuyendo el valor de la vorticidad.

➤ **DESCARGA DE AGUA EN AGUA**

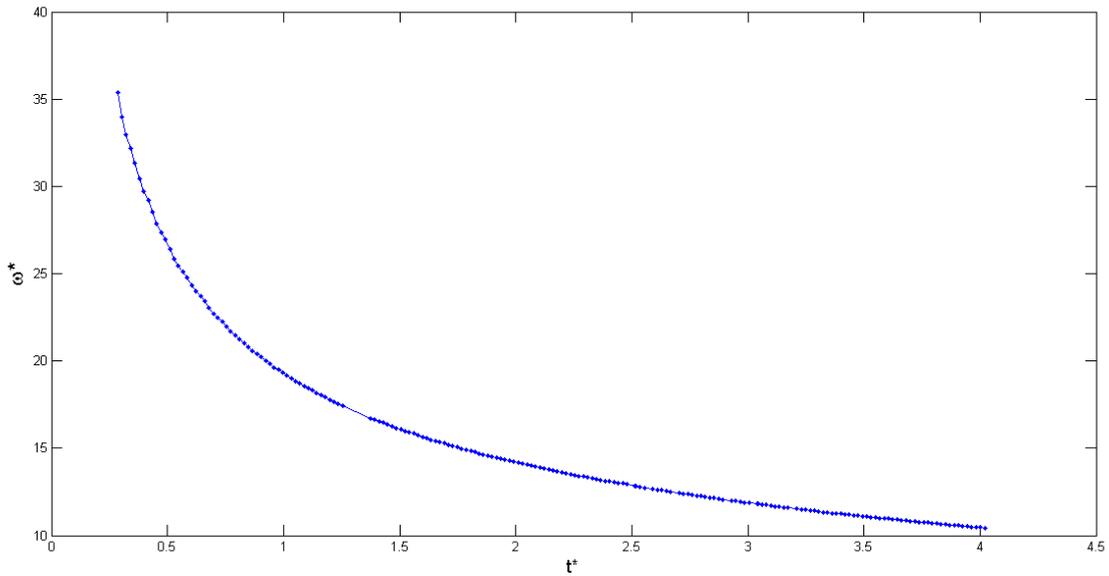


Figura 12. Representación de la evolución de la vorticidad adimensional en el torbellino de cabeza en función del tiempo adimensional en la inyección de agua en agua.

Como se puede observar la pérdida de vorticidad del vórtice se produce de manera exponencial en los primeros instantes de tiempo, de ahí esa gran caída del valor en la Figura 12. Sin embargo a medida que transcurre el tiempo la pérdida de la vorticidad es menor, tendiendo asintóticamente a un valor adimensional de 10, como se observa en la Figura 12.

➤ **DESCARGA DE AGUA EN ALCOHOL ETÍLICO**

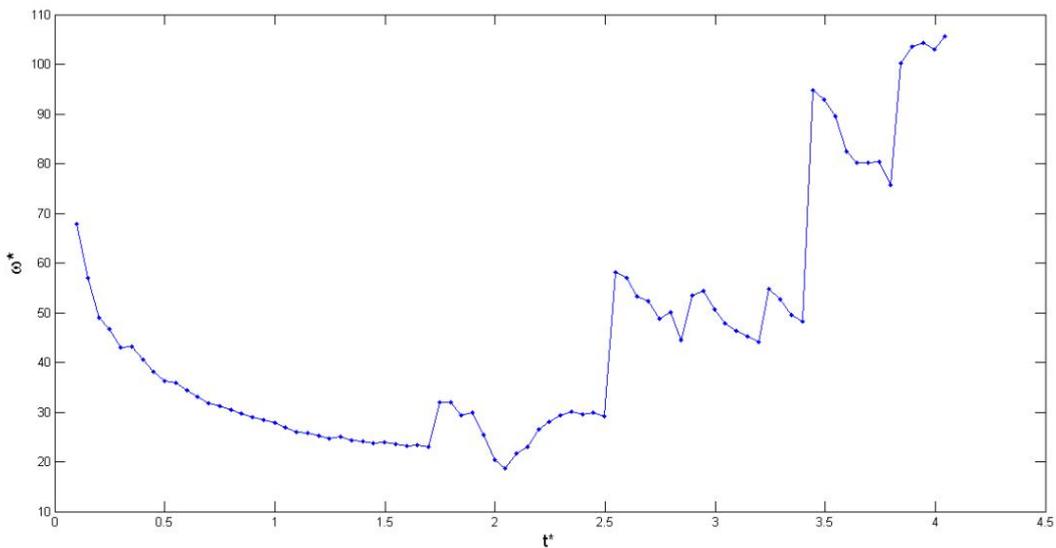


Figura 13. Representación de la evolución de la vorticidad adimensional en función del tiempo adimensional en la inyección de agua en alcohol etílico.

Como se puede observar en la Figura 13. no existe un patrón que pueda explicar el comportamiento de la vorticidad en el torbellino de manera global.

En los primeros instantes se observa un decremento exponencial del valor de la vorticidad como consecuencia de la difusión de la vorticidad que posee el torbellino de cabeza como ocurre en el caso de la descarga de agua en agua. A partir de ese momento empieza un comportamiento que puede explicarse si se observan los contornos de vorticidad en el Anexo D.

La explicación de que la vorticidad sufra aumentos se debe a la absorción de los torbellinos secundarios de elevada vorticidad por parte de los nuevos torbellinos de cabeza que se generan en el frente del chorro como consecuencia del desprendimiento que se produce en la capa más alejada al centro del chorro. Esto se puede observar en la Figura 14. correspondiente a un tiempo adimensional de 2.7 representado en la Figura 13.

La razón de por qué las capas más alejadas del centro son arrastradas hacia la parte posterior es porque la columna de agua que es introducida a través del orificio de entrada ve impedido su movimiento por la presencia del fluido en reposo, por lo que se forma un enrollamiento en el frente de avance del fluido. Una vez se empieza a producir este enrollamiento, el fluido que sigue siendo introducido por el orificio de entrada avanza, desplazando hacia el exterior la capa de vorticidad que se enrolla. Pero como se puede comprobar, la capa de vorticidad que se va enrollando no desaparece ni tiende a alejarse del chorro. Esto es porque el agua al ser más denso que el de alcohol etílico ($\rho_w > \rho_a$) no tiende a alejarse del chorro por el efecto de la gravedad. Si el fluido de inyección hubiese sido menos denso que el de reposo, entonces la gravedad permite al fluido más denso y en reposo a mantener su posición mientras que el fluido menos denso y en inyección hubiese tendido a alejarse de la línea de inyección.

En los instantes en los que no se produce ningún tipo de absorción de torbellinos secundarios, se produce una caída de la vorticidad como consecuencia de la difusión de ésta hacia el campo fluido.

Como se puede observar en la Figura 14. existen dos torbellinos de vorticidad muy cercanos, lo cual conllevará a una absorción de ambos formando un torbellino de mayor vorticidad, provocando el aumento que se ve en la Figura 13. Numéricamente se explica de manera similar, ya que cuantos más contornos de elevada vorticidad se encuentren cercanos al centro del torbellino, mayor será la vorticidad evaluada en el torbellino de cabeza.

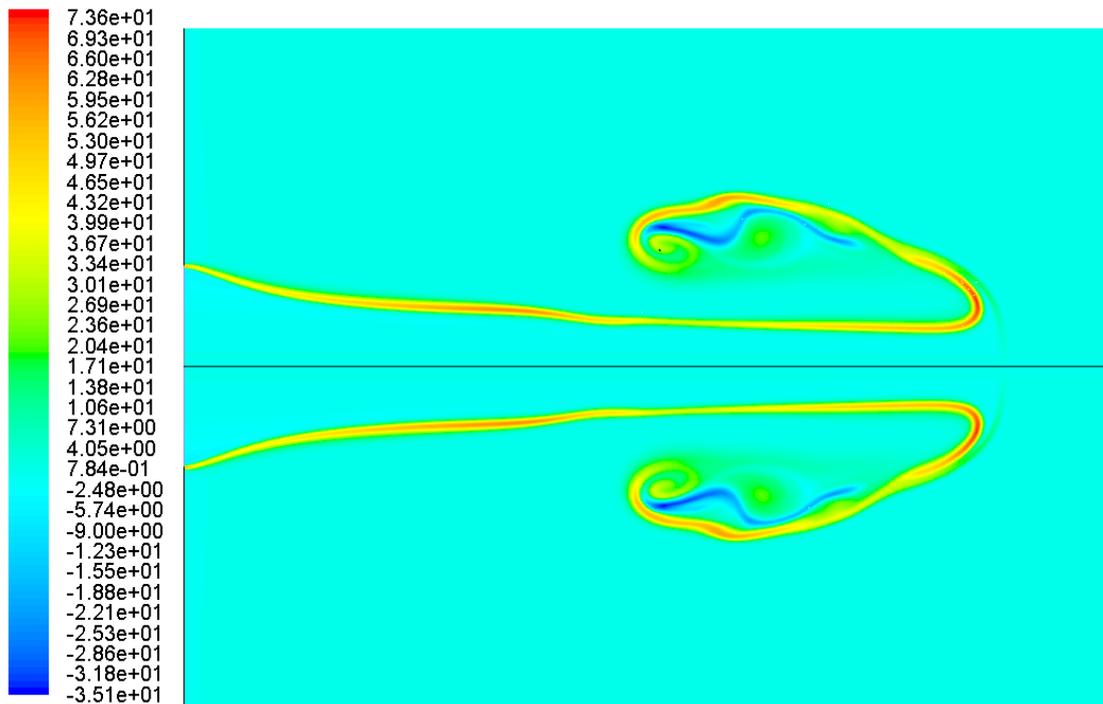


Figura 14. Representación de la evolución del campo de vorticidad en la descarga de agua en alcohol etílico para un tiempo adimensional de 2.7.

➤ DIFERENCIAS ENTRE AMBOS CASOS

Si se compara la Figura 12. con la Figura 13. existen diferencias muy considerables a simple vista.

La primera y más importante de todas es el comportamiento de la curva. En la figura 17. se observa un comportamiento decreciente exponencial continuo, mientras que en la Figura 18. se ve que existe esa misma caída, pero sólo en los instantes iniciales, para luego tener un comportamiento bien diferente al de la Figura 17. y explicado anteriormente el porqué.

Otra diferencia importante es la escala de valores que poseen la Figura 12. y la Figura 13. Esta diferencia tiene su razón en dos principales características.

La primera de ellas es que la velocidad de entrada del fluido inyectado es el doble en el caso de la inyección de agua en alcohol etílico que la inyección de agua en agua, de ahí que al principio las escalas sean distintas. Aún así, la relación entre ambas es menor que el doble, como ocurre con la velocidad de inyección.

La segunda característica es la absorción de los torbellinos secundarios de elevada vorticidad que suponen un gran aumento en la vorticidad del torbellino de cabeza elevando su valor a cotas inalcanzables durante la inyección de agua en agua en la cual no se produce esa absorción de torbellinos secundarios.

En la Figura 15. se recogen las dos curvas en una misma gráficas para visualizar las diferencias descritas.

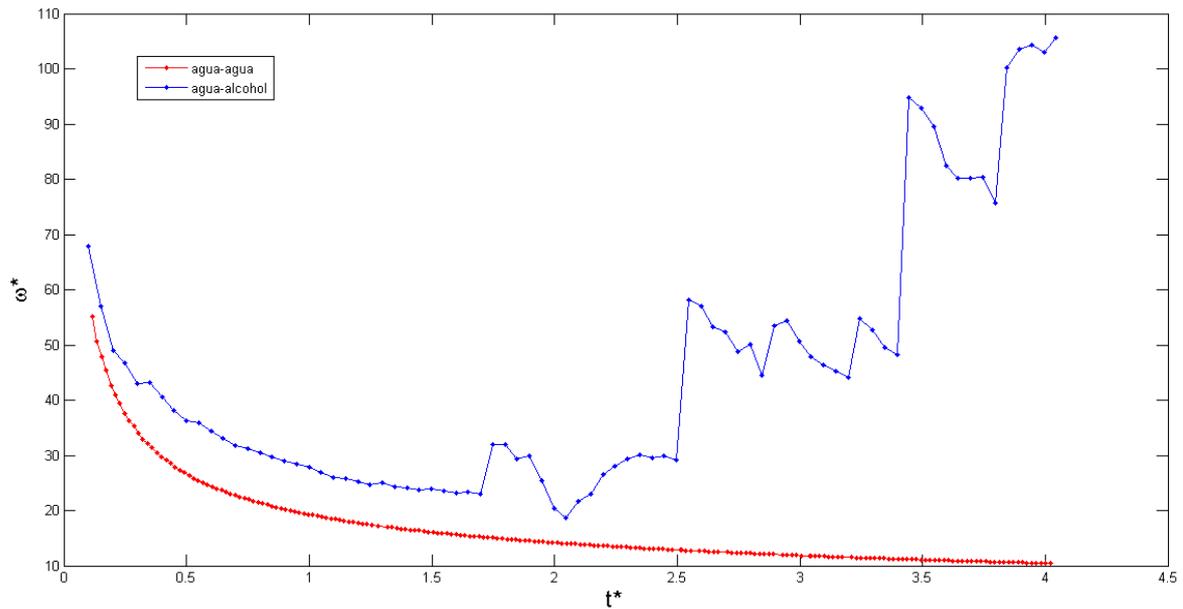


Figura 15. Representación de la evolución de la vorticidad adimensional en función del tiempo adimensional en la inyección de agua en agua y la inyección de agua en alcohol etílico.

3.2. POSICIÓN DEL FRENTE DEL CHORRO

A continuación se procederá a la obtención de la posición del frente del chorro. Para observar la posición del frente en cada momento se procederá a estudiar la evolución del mismo en función del tiempo.

Para poder ejecutar cada uno de estos programas para cada uno de los casos de estudio, se ha programado en MATLAB un fichero UDF, el cual abre cada uno de los casos (‘.cas’), posteriormente cada uno de los archivos de datos asociados a cada caso (‘.dat’) para terminar ejecutando el programa escrito en lenguaje C correspondiente a cada caso.

➤ DESCARGA DE AGUA EN AGUA

Para obtener el frente del chorro lo que se ha hecho ha sido hacer uso de la concentración del escalar menos difusivo, o lo que es lo mismo, el escalar que posee el mayor número de Schmidt definido en el Anexo A.4.3. que será el *escalar-0*.

Para calcular el valor numérico de la posición del frente chorro, es necesario obtener la posición axial y radial donde la concentración del *escalar-0* sea de 0.5. Este valor asignado para el cálculo de la posición del frente ha sido elegido de acuerdo a que es el valor medio de la concentración máxima y mínima del *escalar-0*.

En la Figura 16. se representa la evolución de la posición del frente del chorro en función del tiempo adimensional.

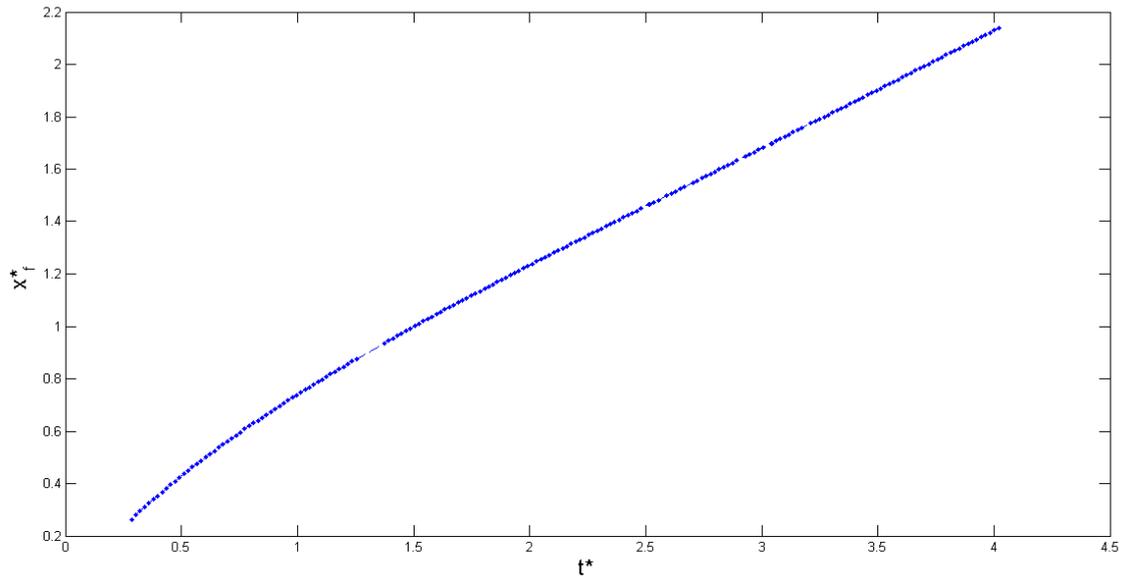


Figura 16. Representación de la evolución de la posición axial del frente del chorro en función del tiempo adimensional en la descarga de agua en agua.

Como se puede observar en la Figura 16, existen dos comportamientos en la evolución progresiva de la posición del frente. La primera de ellas que se produce en los primeros instantes de tiempo se puede observar un aumento logarítmico de la posición. Esto es debido a que al principio el chorro tiene dificultad para entrar en el seno del fluido en reposo por su mera presencia física, siendo este último de la misma densidad que el de inyección dificultando aún más la penetración del mismo.

Sin embargo a partir de un cierto instante de tiempo, en torno a 1.5 se produce un cambio y el crecimiento de la posición del frente es lineal con el tiempo y de pendiente en torno a 0.5.

➤ **DESCARGA DE AGUA EN ALCOHOL ETÍLICO**

En este caso se ha procedido de una muy diferente a como se ha calculado en el caso de la descarga de agua en agua, ya que la principal diferencia entre ambos casos, como ya se ha comentado en el apartado B.2.4. y que queda reflejado tanto en la definición del problema como en la implantación del mismo, es la presencia de escalares pasivos. En este caso no existen. Esto nos lleva a una forma bien distinta de la obtención de la posición del frente.

La manera en que se ha obtenido la posición del frente es buscando en el eje de simetría, la posición en la que se encuentra la máxima presión del dominio. Esto se hace así debido a la gran fuerza que se produce cuando el fluido de inyección intenta empujar al fluido en reposo, provocando por lo tanto unas elevadas presiones en el frente del chorro.

La evolución de la posición del frente en función del tiempo en la inyección de agua en agua se representa en la Figura 17.

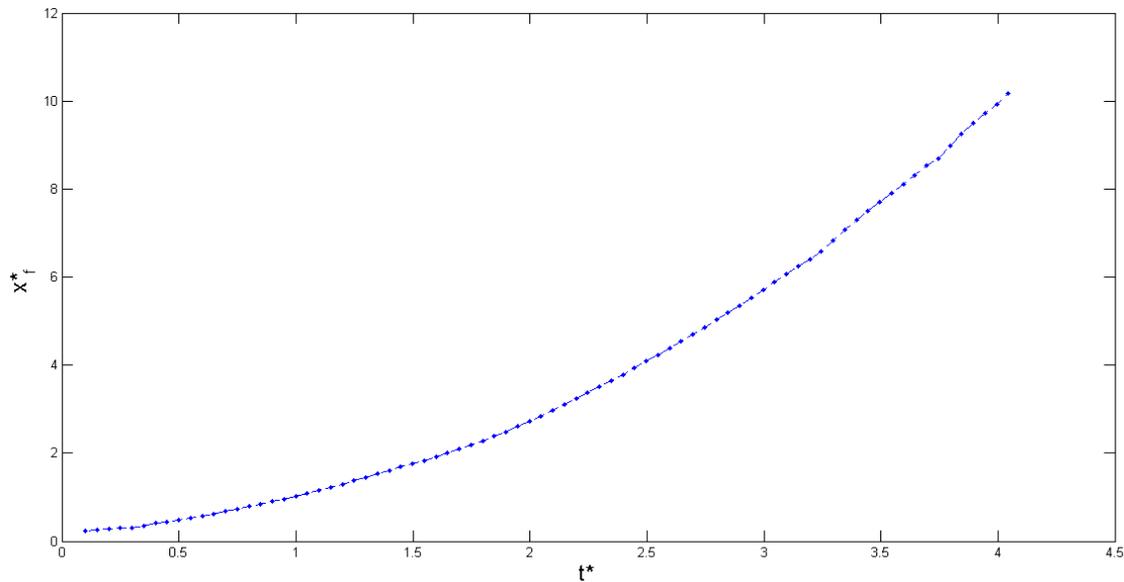


Figura 17. Representación de la evolución de la posición axial del frente del chorro en función del tiempo adimensional en la descarga de agua en alcohol etílico.

Como puede observarse la evolución de la posición del frente del chorro es continuamente creciente. El comportamiento que tiene la curva es exponencial. Esto quiere decir que a medida que pasa el tiempo, la penetración del chorro es cada vez mayor.

Esto es así debido a que, en presencia de la gravedad, el chorro de agua es de mayor densidad que el fluido en reposo, alcohol etílico, por lo que el chorro tiene una penetración más rápida en el seno del fluido en reposo.

Además cabe destacar, que existen unos torbellinos secundarios, como se pueden observar en la Figura 94. del Anexo D.2. los cuales ejercen una presión sobre el eje del chorro, empujando el chorro hacia delante y por lo tanto acelerándolo y ayudándolo a la penetración del mismo en el seno del fluido en reposo.

➤ **DIFERENCIAS ENTRE AMBOS CASOS**

Si se compara la Figura 16. y la Figura 17. se pueden observar varias dos circunstancias bien diferenciadas como conclusiones.

La primera de ellas es la evolución que poseen las curvas. En la descarga de agua en agua se puede observar cómo la tendencia inicial es logarítmica para luego ser lineal, mientras que en la descarga de agua en alcohol se observa un crecimiento exponencial continuo.

La segunda, y más importante, es la penetración del chorro de agua en agua y la penetración de agua en alcohol etílico. Como se puede observar, las escalas en el eje de ordenadas de ambas gráficas reflejan el valor de la posición del frente del chorro. El máximo valor de la posición del frente en la descarga de agua en agua es de 2.139 mientras que en la descarga de agua en alcohol etílico es de 10.17. Esta diferencia radica en la diferencia de densidades que existe entre el fluido de inyección y el de reposo, y que tiene su influencia en el número de Froude que fue definido en el apartado A.4.3. Si se calcula el valor del número de Froude para cada uno de los casos se obtienen los siguientes resultados.

$$Fr = \frac{\rho_j \cdot U^2}{(\rho_j - \rho) \cdot g \cdot D} \quad (23)$$

donde ρ_j es el fluido inyectado y ρ el fluido de reposo.

$$Fr(\text{agua en agua}) = \frac{\rho_w \cdot U^2}{(\rho_w - \rho_w) \cdot g \cdot D} = \infty \quad (24)$$

$$Fr(\text{agua en alcohol etílico}) = \frac{\rho_w \cdot U^2}{(\rho_w - \rho_a) \cdot g \cdot D} = 0.24 \quad (25)$$

Debido a la aplicación conjunta de la diferencia de densidades y la gravedad se produce esta diferencia en la penetración de los chorros inyectados. Por lo que se puede comprobar que en el caso de la descarga de agua en agua, predominan los efectos convectivos a los gravitatorios, mientras que en el caso de la descarga de agua en alcohol etílico predominan los efectos gravitatorios a los convectivos. Estas dos conclusiones son la base de la explicación que se ha realizado anteriormente, para cada uno de los casos.

Como se ha comentado en la descarga de agua en alcohol, también existe un empuje de los torbellinos que son arrastrados hacia la parte posterior que ayudan a la penetración del chorro en el seno del fluido en reposo. En el caso de la descarga de agua en agua, esto no ocurre, ya que sólo existe un torbellino de cabeza, como se verá a continuación, por lo que esta aportación no tiene efecto y no ayuda a la penetración del chorro.

En la Figura 18. se pueden observar las diferencias mencionadas en una misma gráficas para una mejor visualización de las mismas.

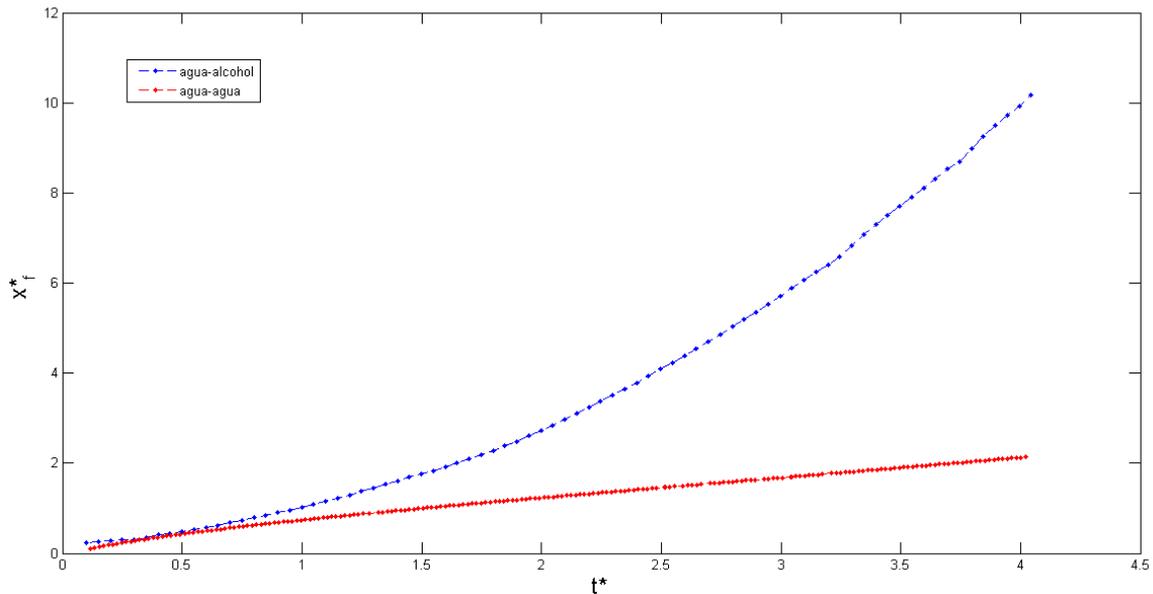


Figura 18. Representación de la evolución de la posición axial del frente del chorro en función del tiempo adimensional en la inyección de agua en agua y la inyección de agua en alcohol etílico.

3.3. POSICIÓN DEL CENTRO DEL TORBELLINO

La posición del centro del torbellino es importante para el estudio de la evolución del chorro en el seno del campo fluido.

Para su obtención, se ha procedido de manera análoga a la obtención del frente del chorro, es decir, a partir del programa ejecutable en C y el fichero UDF que ha sido generado en MATLAB.

Para entender cómo evoluciona la posición del centro del chorro a lo largo del campo fluido, se representa la evolución de los valores dados por el programa en función del tiempo. En las gráficas se representan tanto la coordenada axial como la radial.

Para conseguir el valor de la posición del frente se ha procedido a la realización de un programa basado en lenguaje C, a partir del cual se obtienen los valores de la posición del frente, además de una serie de parámetros válidos y necesarios para entender el comportamiento del fluido del problema. Cabe decir que para cada uno de los casos de estudio se han realizado dos programas distintos pero similares. Estos programas se adjuntan en el Anexo C.

➤ DESCARGA DE AGUA EN AGUA

Para llevar a cabo el cálculo de la posición del centro del torbellino, lo que se ha hecho ha sido buscar el punto de presión mínima de todo el dominio fluido, como se ha dicho anteriormente. Esto es así ya que al ser el punto de mayor vorticidad, será el punto de menor presión de todo el campo fluido.

La evolución de la posición del centro del torbellino se recoge en la Figura 19. y Figura 20.

Como se puede observar en la Figura 19. la coordenada axial aumenta a medida que se produce la inyección de fluido al interior del campo. Se puede observar también que existe una relación casi lineal entre la coordenada axial y el tiempo, sin embargo si se realiza un cálculo rápido de pendientes, se obtiene que la pendiente aumenta levemente a medida que transcurre el tiempo y avanza el centro del torbellino. Esto es debido a que la velocidad del chorro aumenta a medida que se inyecta fluido y se avanza en el tiempo. Estos dos fenómenos se pueden explicar a través del empuje que sufre el chorro ya inyectado por el fluido que es introducido por el orificio de entrada.

En cuanto a la componente radial del torbellino se puede observar en la Figura 20. que también aumenta a medida que se produce la inyección del fluido. Esto es así debido a que a medida que transcurre el tiempo y es inyectado una mayor cantidad de fluido por el orificio de entrada, se produce un mayor enrollamiento del torbellino de cabeza, produciéndose así un aumento en la coordenada radial de la posición del torbellino. Como puede observarse en la Figura 20. al principio aumenta rápidamente la coordenada radial, debido al enrollamiento que sufre el frente en los primeros instantes como consecuencia de la oposición del fluido en reposo ya que no existe una gran cantidad de fluido inyectado que pueda desplazarlo. A medida que es inyectado una mayor cantidad de fluido, la componente radial no aumenta tanto ya que es capaz de vencer la oposición del fluido en reposo y por lo tanto el enrollamiento del frente es menor.

Cabe mencionar que no existe ninguna relación entre la coordenada axial y radial, por lo que no es de interés comentar el punto de corte de ambas curvas.

➤ **DESCARGA DE AGUA EN ALCOHOL ETÍLICO**

En este caso, al igual que pasaba con el cálculo de la posición del frente del fluido, se ha calculado de una forma distinta que en el caso de la descarga de agua en agua.

Esto es así debido a que el punto de mínima presión de todo el dominio ya no coincide siempre con la posición del torbellino de cabeza, como se ha dicho anteriormente. Es decir, pueden existir otros torbellinos secundarios de mayor vorticidad que el torbellino de cabeza, y por lo tanto puntos de presión mínima, en cualquier punto del campo fluido. Sin embargo, el interés de estudio es localizar y seguir en todo momento la posición del torbellino de cabeza.

Para ello lo que se ha hecho ha sido calcular previamente la posición del frente del chorro y a partir de ahí calcular la posición del punto de mínima presión en una región cercana al frente.

Procediendo de esta manera se ha llegado a la Figura 19. y a la Figura 20. que representan la evolución de las coordenadas axial y radial del centro del torbellino de cabeza, respectivamente.

Como se puede observar en la Figura 19. no existe ningún tipo de relación como existía en la descarga de agua en agua. En este caso existe una tendencia creciente en la curva que representa la posición axial del centro del torbellino, debido a varios motivos.

El primero de los motivos es que, como en el caso de la descarga de agua en agua, existe un empuje por parte del fluido inyectado sobre el fluido previamente inyectado.

El segundo, y más importante, es que la densidad del fluido inyectado, agua, es mayor que la del fluido en reposo, alcohol etílico, que en presencia de la gravedad permite un mayor crecimiento en la componente axial debido al mayor peso del fluido inyectado. Este razonamiento es análogo al que se ha hecho cuando se ha explicado la posición axial del frente del chorro en el apartado 3.2.

Como también se puede observar, en torno al tiempo 1.7 se produce una pequeña caída de la posición axial. Esto se puede explicar si se tiene en cuenta que la posición del punto de mínima presión puede variar en el tiempo, ya que en los primeros instantes de tiempo los torbellinos secundarios con una mayor vorticidad, y por lo tanto menor presión, están muy cercanos al torbellino principal, por lo que se produce esa caída de la posición. Sin embargo, no afecta al resultado, ya que lo importante es seguir al torbellino de cabeza y si la distancia entre este y el torbellino secundario es pequeña, se está siguiendo de cerca al torbellino de cabeza.

En cuanto a la componente radial, como se puede observar en la Figura 20. existen dos zonas bien diferenciadas. Una inicial en la que se puede ver un aumento de la componente radial como ocurría en el caso de la descarga de agua en agua, debido a los mismos motivos explicados anteriormente. Sin embargo, a partir del tiempo 2.5 existe un comportamiento muy distinto, en el que existen continuos saltos de gran diferencia. Esto se puede explicar teniendo en cuenta que se producen nuevos torbellinos de cabeza, pasando el anterior torbellino de cabeza a ser un torbellino secundario, y por lo tanto cambia completamente la componente radial del centro del torbellino, y de ahí la gran cantidad de saltos que se producen. Los cambios bruscos en la curva se deben a que se produce cambios en el torbellino de cabeza, mientras tanto sigue al mismo torbellino. Si se observa la Figura 94. del Anexo D.2. se puede observar cómo los torbellinos de cabeza son arrastrados hacia la parte posterior del chorro, cambiando su coordenada radial continuamente.

➤ **DIFERENCIAS ENTRE AMBOS CASOS**

Para poder sacar conclusiones, es necesario comparar las componentes axiales y las componentes radiales por separado.

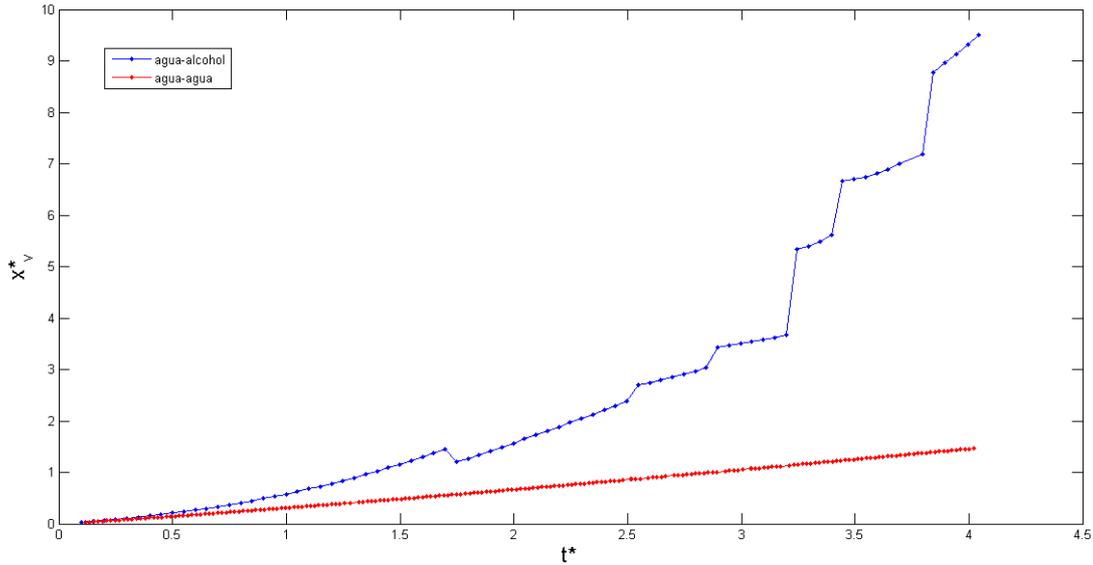


Figura 19. Representación de la evolución de la posición axial adimensional del centro del torbellino en función del tiempo adimensional en la descarga de agua en agua y descarga de agua en alcohol etílico.

En cuanto a las componentes axiales, está claro que la penetración en la inyección de agua en alcohol etílico es mucho mayor que la penetración en la inyección de agua en agua. También se puede observar que, mientras que en la inyección de agua en agua existe una relación prácticamente lineal, en la inyección de agua en alcohol etílico no se produce esa relación lineal, como se ha explicado anteriormente.

En cuanto a la componente radial, no se puede observar con claridad las diferencias existentes si se representasen en la Figura 19. por lo que se recogen en la Figura 20. las componentes radiales de ambos casos para una mejor visualización.

Como se puede observar en la Figura.20 existe una gran diferencia en cuanto al comportamiento de la posición radial del centro del torbellino para ambos casos.

La causa de esta diferencia es que en el caso de la descarga de agua en agua sólo se tiene un único torbellino de cabeza cuyo comportamiento es más estable, debido a que sólo sufre el empuje del chorro inyectado, por lo que seguir el torbellino es mucho más fácil y de ahí ese comportamiento suave de la curva.

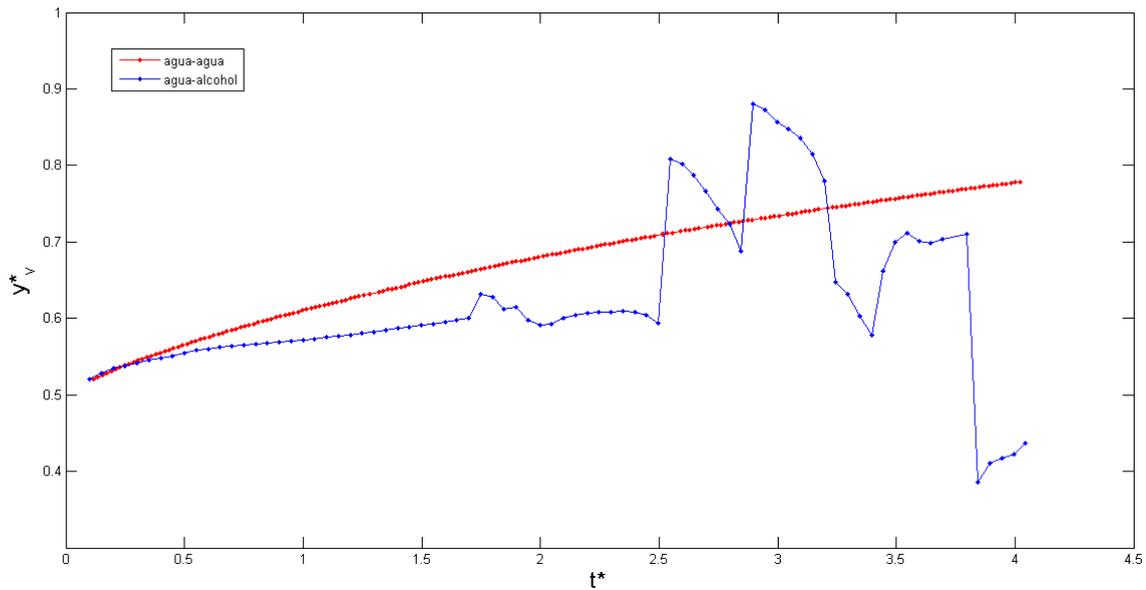


Figura 20. Representación de la evolución de la posición radial adimensional del centro del torbellino en función del tiempo adimensional en la descarga de agua en agua y descarga de agua en alcohol etílico.

Sin embargo, para el caso de la descarga de agua en alcohol etílico, es mucho más difícil seguir el torbellino de cabeza porque va cambiando. Es decir, el torbellino de cabeza en un instante de tiempo pasa a ser torbellino secundario en un instante de tiempo posterior. Esta es el principal motivo por el cual el comportamiento de la curva es muy diferente al del caso anterior a partir de un cierto instante de tiempo en torno a 2.5. En los primeros instantes de tiempo es fácil seguir el torbellino de cabeza al no crearse nuevos torbellinos, por lo que al comienzo existe un comportamiento más estable de la curva. En estos instantes de tiempo sólo existe el empuje del chorro inyectado, mientras que a partir de que se forman nuevos torbellinos y el resto son arrastrados hacia la parte posterior, existe también una fuerza de empuje hacia el centro del chorro, por lo que puede, en algunos casos, hacer descender la posición radial del centro del torbellino.

3.4. CIRCULACIÓN LOCAL Y TOTAL

A continuación se procede a describir otro de los parámetros de más importancia a la hora de entender el comportamiento del chorro dentro del campo fluido, la circulación. Habrá dos zonas de interés que serán el dominio entero y el dominio del torbellino de cabeza.

Para el cálculo de estos dos parámetros se ha usado un programa escrito en lenguaje C que fue desarrollado en el Proyecto de Fin de Carrera de *José Ramón Fernández Aparicio (2005)[2]* con modificaciones para su adaptación al estudio presente. Es adjuntado en el Anexo C.1. del presente documento.

3.4.1. SIGNIFICADO TEÓRICO

Como se definió en el apartado 2.3.2. la circulación a lo largo de una línea fluida se define como la integral de línea a lo largo de una línea cerrada del producto escalar de la velocidad por la diferencial del vector de línea. Su definición numérica se expresa de la siguiente forma.

$$\Gamma = \oint_C \vec{v} \cdot d\vec{l} \quad (26)$$

Aplicando el teorema de Stokes a la definición (26), se obtiene una integral de superficie en vez de una integral de línea. Asimismo, se pasa de un producto escalar a uno vectorial.

$$\Gamma = \oint_C \vec{v} \cdot d\vec{l} = \iint_S (\nabla \times \vec{v}) \cdot \vec{n} dS \quad (27)$$

Utilizando las definiciones propuestas en el apartado 2.3.1. de la vorticidad, se llega a una expresión como la que sigue.

$$\Gamma = \oint_C \vec{v} \cdot d\vec{l} = \iint_S (\nabla \times \vec{v}) \cdot \vec{n} dS = \iint_S \omega \cdot \vec{n} dS \quad (28)$$

A tenor del desarrollo anterior, se ha pasado de tener una integral de línea cerrada de la velocidad a una integral de superficie delimitada por la integral de línea cerrada de la vorticidad. Teniendo en cuenta además las condiciones del problema se puede resumir la expresión anterior.

$$\Gamma = \oint_C \vec{v} \cdot d\vec{l} = \iint_S (\nabla \times \vec{v}) \cdot \vec{n} dS = \iint_S \omega \cdot drd\theta \quad (29)$$

donde la única componente del vector vorticidad no nula es en la dirección perpendicular al plano infinitesimal definido por $drd\theta$ y de módulo ω .

Si se procede de manera similar a como se adimensionalizó el parámetro de la vorticidad, se llega a una expresión adimensional de la circulación, tanto local como total, como la que sigue.

$$\Gamma^* = \frac{\Gamma}{D \cdot U_j} \quad (30)$$

Para llegar a la expresión (30) se ha tenido en cuenta que las unidades de la circulación son $\frac{m^2}{s}$, por lo que para adimensionalizarla se ha usado el tamaño de la entrada D y la velocidad de entrada del fluido U_j .

En este estudio se van a diferenciar dos tipos de circulación. Una es la circulación local, que será la circulación en el torbellino de cabeza del chorro, mientras que el otro estudio será la circulación total en todo el dominio fluido.

3.4.1.1. CIRCULACIÓN TOTAL

Como se puede observar la definición de la circulación (28), se realiza una integral de superficie. Para calcular la circulación total se ha delimitado la integral mediante toda la superficie fluida del problema, es decir, todo el dominio de cálculo.

➤ DESCARGA DE AGUA EN AGUA

A continuación se procede a estudiar la evolución de la circulación total en la descarga de agua en agua. Para ello se representa el valor de la circulación total en función del tiempo en la Figura 21.

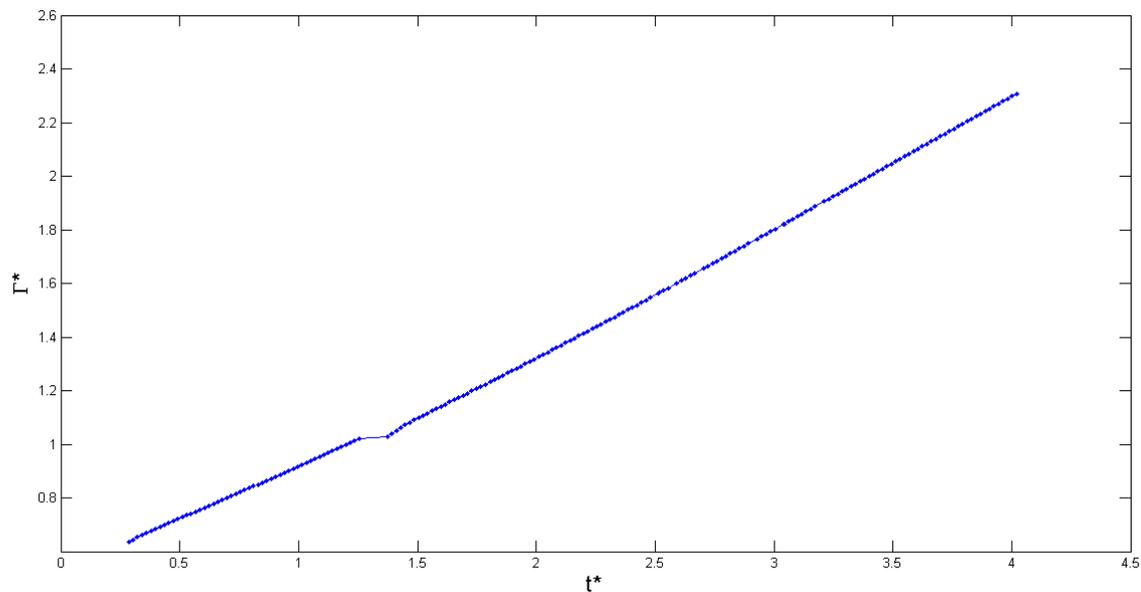


Figura 21. Representación de la evolución de la circulación total adimensional en función del tiempo adimensional para la descarga de agua en agua.

Como se puede comprobar en la Figura 21. existe una relación lineal entre la circulación total y el tiempo. Esto es debido a que continuamente se está inyectando fluido por el orificio de entrada. Al producirse la inyección de fluido de manera continuada, como se ha visto en el apartado 3.1. se produce un aumento de la vorticidad, lo que conlleva, según la expresión (28), un aumento de la circulación total. Como se vio en el apartado 3.1.3. del presente documento, la vorticidad del centro del torbellino disminuía con el paso del tiempo, pero no se debe confundir el decremento de la vorticidad del centro del torbellino con el paso del tiempo con el aumento de la vorticidad que se produce al inyectar el fluido, ya que el aumento de la vorticidad se produce, como se explicó en el apartado 3.1.1. en la pared del orificio de entrada del fluido.

La pendiente de la recta lineal es cercana a 0.5, como los resultados obtenidos en los proyectos desarrollados anteriormente por *Mónica Pardo (2004)* [3] y [2], confirmando así el resultado obtenido en este estudio. En el Proyecto de Fin de Carrera [3] se puede

observar el desarrollo teórico en el que se comprueba el por qué del valor de 0.5 en la pendiente de la recta.

También se puede observar un pequeño salto que se produce en torno al tiempo adimensional 1.25. Esto es debido a que durante el cálculo se han producido ciertas distorsiones en la resolución habiendo obtenido resultados erróneos, por lo que se ha procedido a la eliminación de dichos resultados anómalos.

➤ **DESCARGA DE AGUA EN ALCOHOL ETÍLICO**

A continuación se procede a estudiar la evolución de la circulación total en la descarga de agua en alcohol etílico. Para ello se representa el valor de la circulación total en función del tiempo en la Figura 22.

Como se puede comprobar en la Figura 22. se produce un aumento exponencial de la circulación total a lo largo de la descarga. Esto ocurre debido a varios motivos.

El primero de ellos es que al principio al fluido le cuesta entrar en el dominio fluido como consecuencia de la presencia del fluido en reposo por lo que el crecimiento en los primeros instantes es más lento. A medida que entra fluido en el interior del dominio, el fluido en reposo es desplazado, por lo que la descarga en el seno del fluido se produce más fácilmente debido a la actuación conjunta de la gravedad y de la mayor densidad del fluido inyectado. Esto permite una mayor rotación de las partículas del fluido inyectado, sólo por el mero hecho de que existe una mayor cantidad de fluido en movimiento.

Además de este suceso, a medida que el fluido inyectado penetra en el seno del fluido en reposo se van generando numerosos torbellinos secundarios de elevada vorticidad que, sumados a la vorticidad en la entrada, provocan numerosas zonas en las que existe una elevada vorticidad y, por lo tanto, un aumento de la circulación total.

➤ **DIFERENCIAS ENTRE AMBOS CASOS**

En la Figura 22. se recogen las curvas representativas de la circulación total adimensional para cada uno de los casos para poder tener una visión general de las diferencias entre los dos casos de estudio.

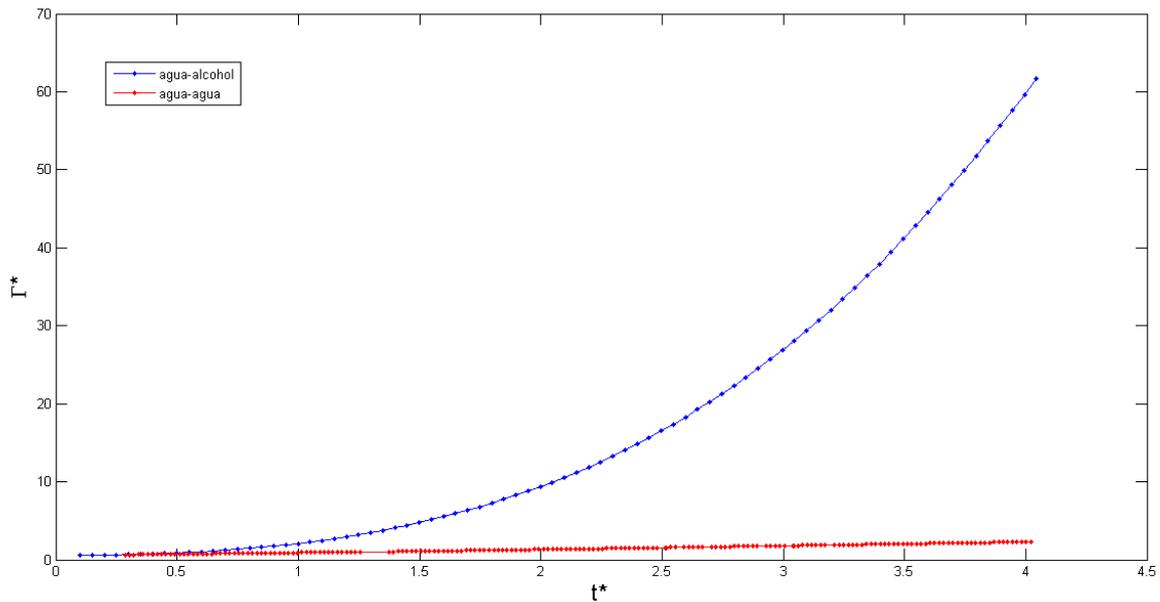


Figura 22. Representación de la evolución de la circulación total adimensional en función del tiempo adimensional para la descarga de agua en agua y la descarga de agua en alcohol etílico.

Se puede observar en la Figura 22. que existen varias diferencias significativas entre los dos casos.

La primera de ellas es la tendencia de la curva. En el caso de la descarga de agua en agua existe una relación lineal, que como se ha especificado anteriormente tiene una pendiente cercana al 0.5, mientras que en la descarga de agua en alcohol etílico la relación es exponencial. Esta diferencia es provocada, en especial, por la presencia de los torbellinos secundarios de elevada vorticidad generados en la estela del chorro, lo cual provoca un aumento exponencial de la vorticidad en el dominio fluido y según la ecuación (28), un aumento de la circulación total.

La segunda de las diferencias es la diferencia en la escala en cada uno de los casos de estudio. En la descarga de agua en alcohol existe una mayor cantidad de fluido inyectado en el dominio fluido por lo que la rotación de las partículas es mayor que en el caso de la descarga de agua en agua, por lo que el valor de la circulación en todo el dominio es mayor.

Es de interés explicar el por qué la curva de la vorticidad tiene una tendencia decreciente mientras que la circulación total es creciente. La razón es muy sencilla, y es que la vorticidad está calculada en la región limitada de mayor vorticidad del dominio mientras que la circulación está calculada en todo el dominio. La vorticidad disminuye debido a la difusión de la misma hacia el dominio fluido, mientras que la circulación, al ser en todo el dominio, tiene en cuenta esa vorticidad difundida para el cálculo de la circulación y como se inyecta fluido de manera continua, la vorticidad, y por tanto la circulación, aumentan de manera continua.

3.4.1.2. CIRCULACIÓN LOCAL

Una vez ha sido definida la circulación total y el dominio en el que es calculada, se procede al cálculo de la circulación local en el torbellino de la cabeza del chorro.

Cuando se ha definido la circulación total, la superficie de cálculo delimitada por la integral de línea era todo el dominio fluido. Para el caso del cálculo de la circulación del vórtice, la definición de la superficie delimitada por la integral de línea es complicada de calcular, ya que en cada instante de tiempo el vórtice se encuentra en una posición distinta a la anterior y pueden existir además variaciones que puedan provocar distorsiones en los cálculos.

Para realizar el cálculo de la circulación local se procede a la definición de una caja en la cual estará contenido el torbellino de cabeza del chorro. Dependiendo del tamaño de la caja que se haya elegido, los valores proporcionados por el programa serán diferentes, ya que el dominio de cálculo de la integral de línea será distinto de unos casos a otros. Se han realizado varias pruebas con diferentes tamaños de cajas para determinar cuál puede ser la mejor para cada uno de los estudios. Por simplicidad se van a representar únicamente las gráficas y valores de la circulación local con el tamaño de caja seleccionado entre todos.

Cabe mencionar una mayor complejidad en el cálculo de la circulación en el vórtice de cabeza en el caso de la descarga de agua en alcohol etílico, debido a que, a medida que transcurre el tiempo, van a empezar a aparecer numerosos torbellinos secundarios que pueden dificultar y complicar el cálculo, además de distorsionarlo, por lo que se ha intentado hacer los cálculos lo más precisos posibles.

➤ **DESCARGA DE AGUA EN AGUA**

Para el caso de la descarga de agua en agua se ha seleccionado un tamaño de caja de $\Delta y = 0.5 \cdot D$ y $\Delta x = 0.75 \cdot D$ donde Δy y Δx quedan definidos en la Figura 23. Y representan el dominio de integración para el cálculo de la circulación en el torbellino de cabeza.

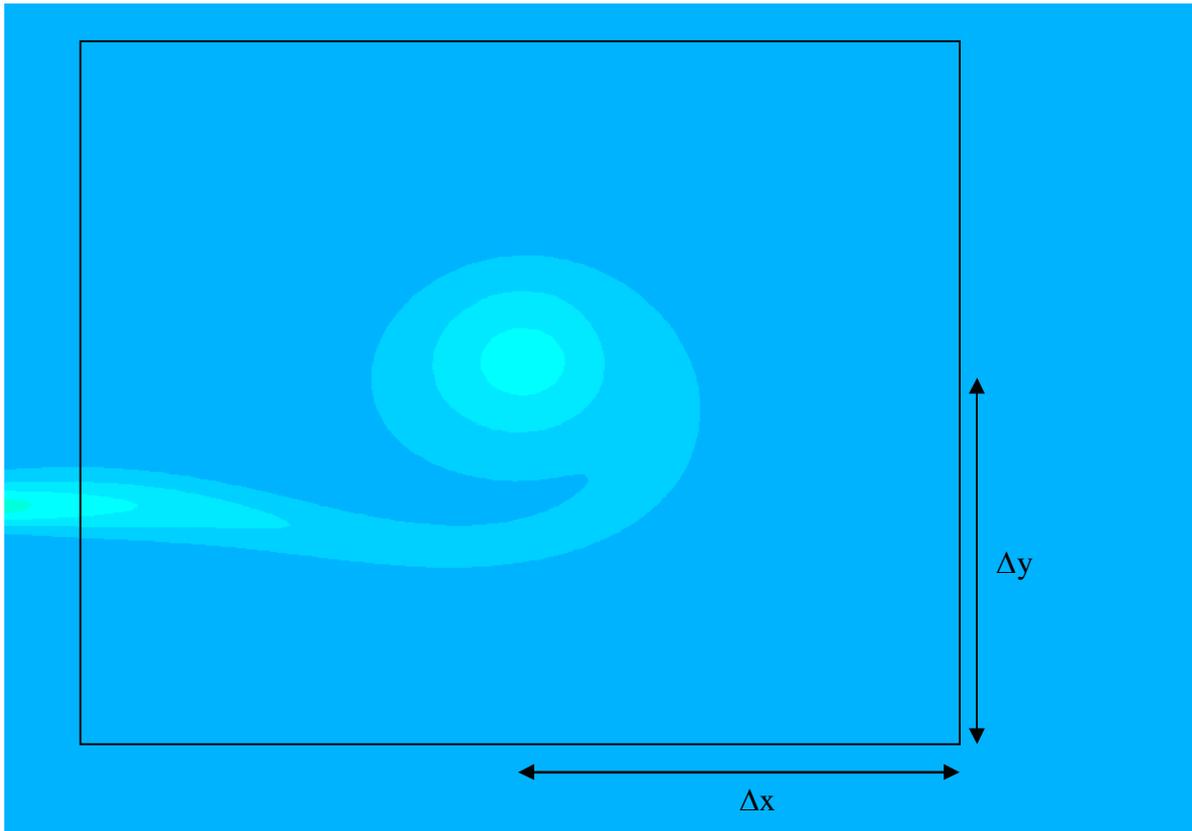


Figura 23. Representación del tamaño de caja utilizado para el cálculo de la circulación local en la descarga de agua en agua sin tener en cuenta la escala. Es una mera representación para indicar qué significan cada uno de los valores.

Una vez ha quedado definido cómo es la caja que se va a utilizar para el cálculo de la circulación en el torbellino de cabeza del chorro, cabe destacar que aunque hay parte del dominio fluido contenido en el dominio de integración, el valor de la vorticidad en esa región es tan baja que no altera el resultado de la circulación en el vórtice de cabeza. A continuación se procede a evaluar dicho parámetro en función del tiempo. Esta evolución de la circulación local en función del tiempo se recoge en la Figura 24.

Como se puede observar en la Figura 24. el valor de la circulación del torbellino de cabeza aumenta a medida que avanza el tiempo, habiendo dos regiones con comportamientos bien diferenciados. Esto es debido a la continua inyección que se produce provocándose una mayor rotación de las partículas que se encuentran en el frente del chorro debido a la presencia del fluido en reposo que frena el avance del mismo, lo cual según la expresión (28) provoca un aumento de la circulación en el dominio de cálculo.

Para poder explicar el por qué, es necesario recurrir al Proyecto de Fin de Carrera [2], en el cual se explica que el torbellino de cabeza es capaz de ingerir una cantidad de circulación limitada, o lo que es lo mismo, son capaces de soportar una cierta rotación.

En la primera etapa, hasta un tiempo de 2.5 aproximadamente, el torbellino es capaz da absorber una gran cantidad circulación, es decir, las partículas del frente adquieren una

mayor velocidad de rotación en un espacio de tiempo menor, es decir, tienen una mayor aceleración de rotación, mientras que a partir de este tiempo de 2.5, la velocidad de rotación de las partículas no se incrementa al mismo ritmo que antes, produciéndose una menor ingesta de circulación por parte del torbellino, debido a la gran cantidad de circulación adquirida en los instantes de tiempo anteriores.

La acción conjunta de los dos fenómenos anteriormente descritos provoca la diferencia en la pendiente de la curva.

Si se hubiese prolongado el tiempo de estudio del problema se hubiese visto que en torno a un tiempo cercano a 4 se hubiese empezado a estabilizar el valor de la circulación en el vórtice de cabeza como fue explicado en el apartado 1.2. en el estudio [1],

Como se ha comentado anteriormente, dependiendo de la caja elegida para el cálculo, el valor varía, pero el comportamiento debería ser el mismo. Para llevar a cabo esta comprobación vamos a comparar con la caja elegida en el Proyecto de Fin de Carrera [2], cuyos valores para la definición del tamaño de la caja son $\Delta y = 0.76 \cdot y_{vor}$ y $\Delta x = 1.2 \cdot \Delta y$. La Figura 24. se recogen los valores de la circulación en función del tiempo.

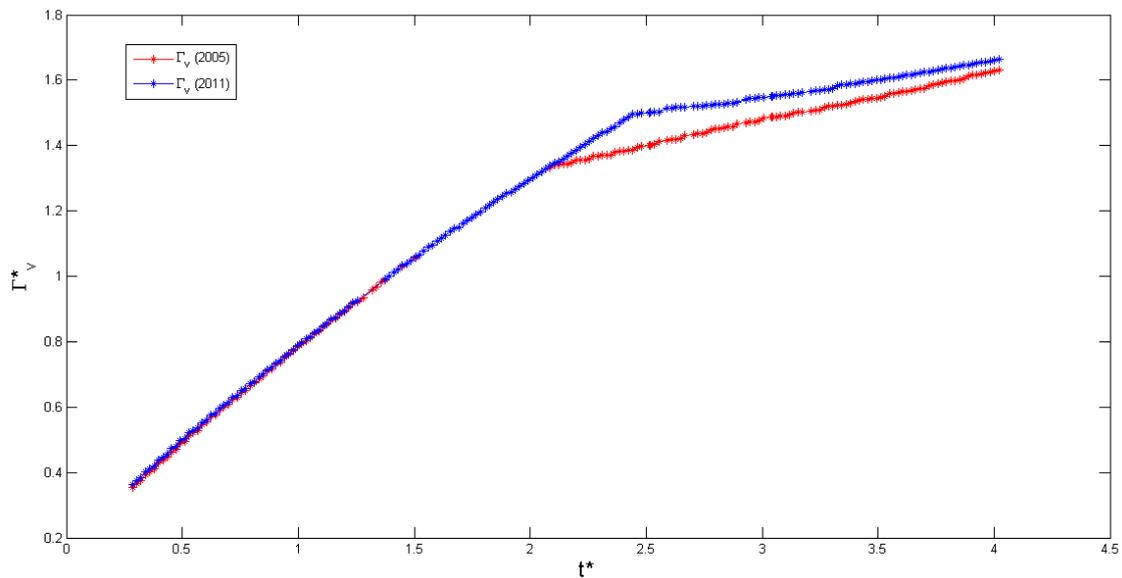


Figura 24. Representación de la comparación de la evolución de la circulación adimensional en el vórtice de cabeza en función del tiempo adimensional para la descarga de agua en agua.

Como se puede observar, los valores son distintos para cada una de las cajas, pero el comportamiento es similar en ambos casos como se había anticipado, por lo que a tenor de la gráfica se puede corroborar la veracidad de los resultados.

➤ DESCARGA DE AGUA EN ALCOHOL ETÍLICO

Para la descarga de agua en alcohol etílico se ha utilizado el mismo tamaño de caja que en el caso de la descarga de agua en agua para poder visualizar las diferencias que se obtienen en cada uno de los casos. La evolución de la circulación en el vórtice de cabeza del chorro se representa en la Figura 25.

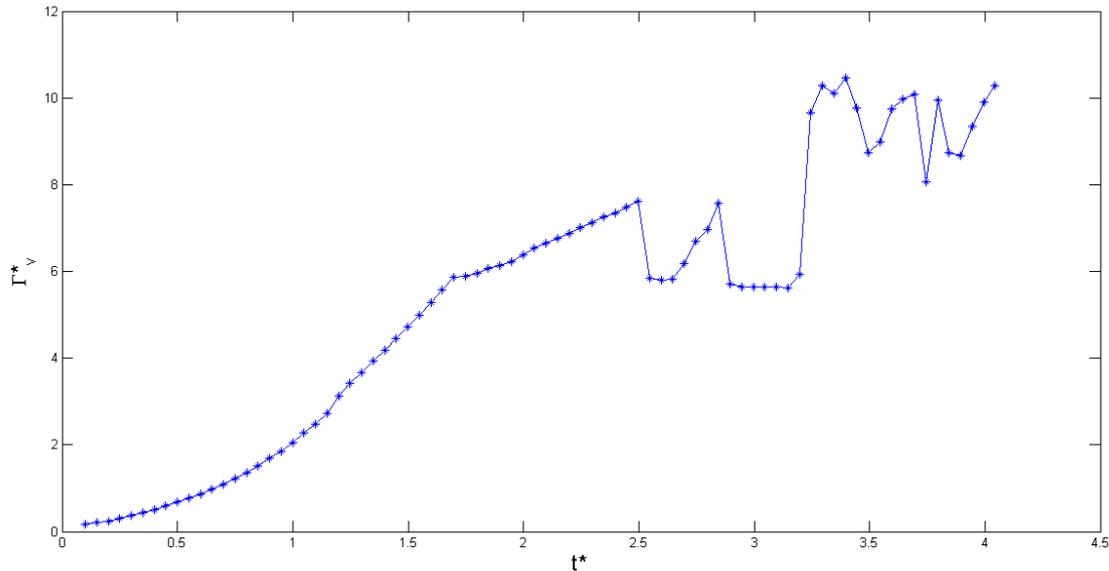


Figura 25. Representación de la evolución de la circulación adimensional en el vórtice de cabeza en función del tiempo adimensional para la descarga de agua en alcohol etílico para la caja de $\Delta y=0.5 \cdot D$ y $\Delta x=0.75 \cdot D$.

Como se puede observar en la Figura 25, no existe ningún tipo de patrón que explique el comportamiento que tiene la evolución de la circulación en el vórtice de cabeza a lo largo de todo el tiempo.

Durante los primeros instantes de tiempo, la evolución de la circulación del vórtice de cabeza se puede explicar teniendo en cuenta que a medida que se inyecta fluido, la velocidad de rotación de las partículas en el frente del chorro es cada vez mayor, por lo que el valor de la circulación va aumentando a medida que transcurre el tiempo, semejante a lo que ocurre en la descarga de agua en agua.

A partir de ese momento empieza el comportamiento caótico. La primera caída que se puede observar en torno al tiempo 2.5, se explica observando la Figura 26, en la que se puede ver que el torbellino de cabeza se encuentra lejos del frente del chorro y la caja no es capaz de englobarlo, por lo que se pierde esa contribución. Sin embargo, el cálculo está bien, porque lo importante es seguir el centro del torbellino y es lo que se está haciendo. Esta es la explicación de las fuertes caídas que se producen a lo largo del tiempo.

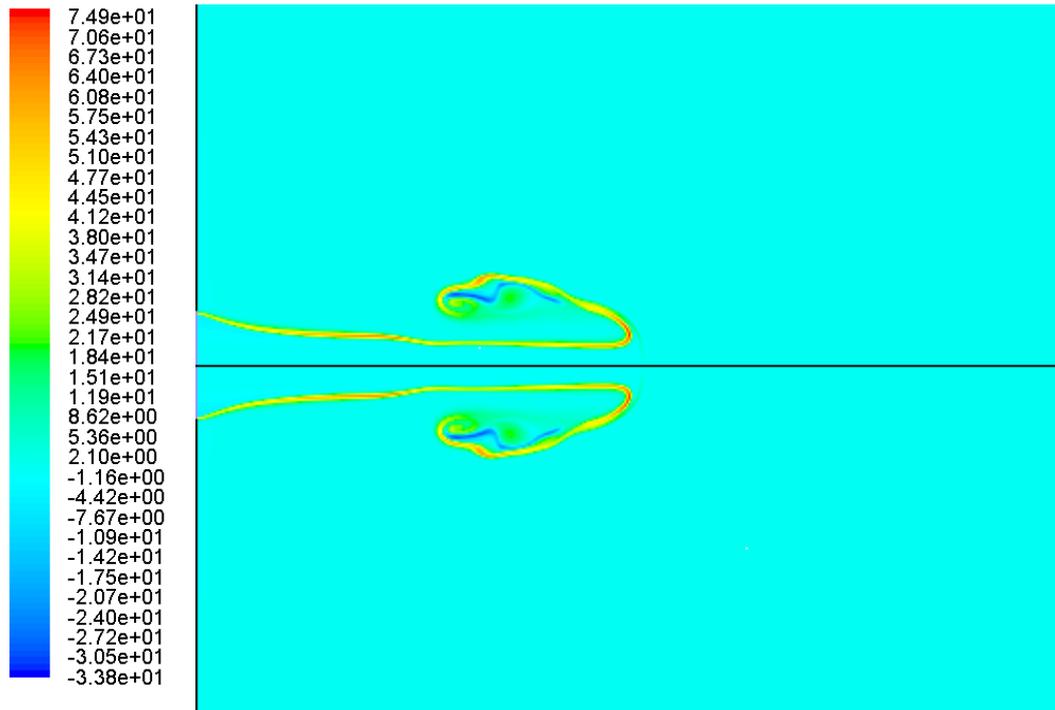


Figura 26. Representación explicativa en la que se observa que el torbellino se encuentra alejado del frente del chorro, por lo que el dominio de cálculo de la circulación no engloba la vorticidad del frente del chorro, produciéndose así la primera de las caídas

Los aumentos se pueden explicar de dos maneras según los casos. La primera de ellas es la aparición de numerosos torbellinos secundarios de elevada vorticidad cercanos al frente del chorro, lo cual, al integrar en el dominio de cálculo, provocan un aumento del valor de la circulación en el vórtice de cabeza.

La segunda de ellas es que todavía no se hayan producido esos torbellinos secundarios de elevada vorticidad cercanos al frente, pero se produzca un empuje de los torbellinos secundarios que se encuentran en la parte posterior del chorro hacia la parte delantera del mismo, lo cual provoca un aumento de la circulación.

➤ DIFERENCIAS ENTRE AMBOS CASOS

Si se analizan los dos casos conjuntamente se pueden observar una gran cantidad de diferencias, motivadas por todas y cada una de las características y parámetros estudiados en los apartados anteriores.

Primero se va a representar la Figura 27. en la que se recogen la Figura 24. y Figura 25.

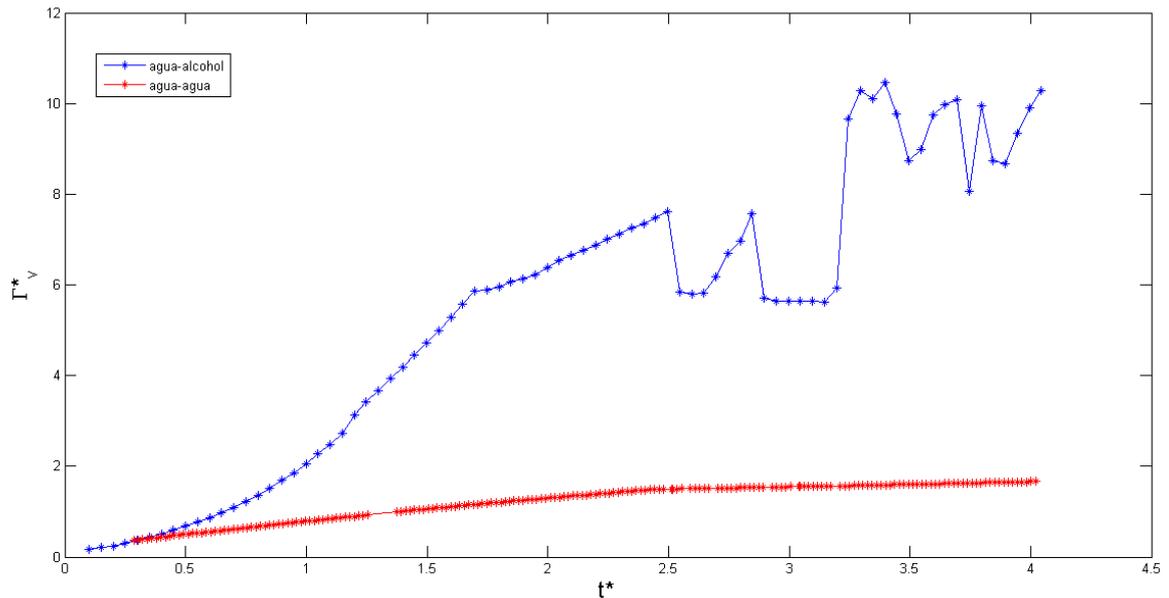


Figura 27. Representación de la evolución de la circulación adimensional en el vórtice de cabeza en función del tiempo adimensional para la descarga de agua en agua y agua en alcohol etílico para la caja de $\Delta y=0.5 \cdot D$ y $\Delta x=0.75 \cdot D$.

Como puede observarse en la Figura 27. existen varias diferencias significativas, aunque se hayan utilizado las mismas cajas en un caso en otro.

La primera de las diferencias que se pueden observar es el valor final que alcanza cada una de las curvas representadas. Hay dos motivos principales que provocan esta diferencia: el primero es la velocidad de rotación de las partículas en el torbellino de cabeza, siendo mucho mayor en la descarga de agua en alcohol como se puede observar en la Figura 28. y la Figura 29.

Si atendemos a la definición de la vorticidad de la expresión (28) en el apartado 3.1.2. en el que se definía la vorticidad adimensional, cuanto más positiva fuese la variación de la velocidad radial en dirección axial y más negativa fuese la variación de la velocidad axial en dirección radial, mayor sería la vorticidad.

Como se puede ver en la Figura 28. y Figura 29, las componentes descritas, son de mayor magnitud en la descarga de agua en alcohol que en la descarga de agua en agua, de ahí que exista un mayor valor de la circulación.

La segunda de las razones es la presencia de un mayor número de torbellinos de elevada vorticidad cercanos al torbellino de cabeza, como se puede observar en la Figura 30 y la Figura 31. Esto provoca que al hacer la integral en el dominio definido por la caja, existan puntos de elevada vorticidad que hacen aumentar el valor de la circulación de manera más rápida.

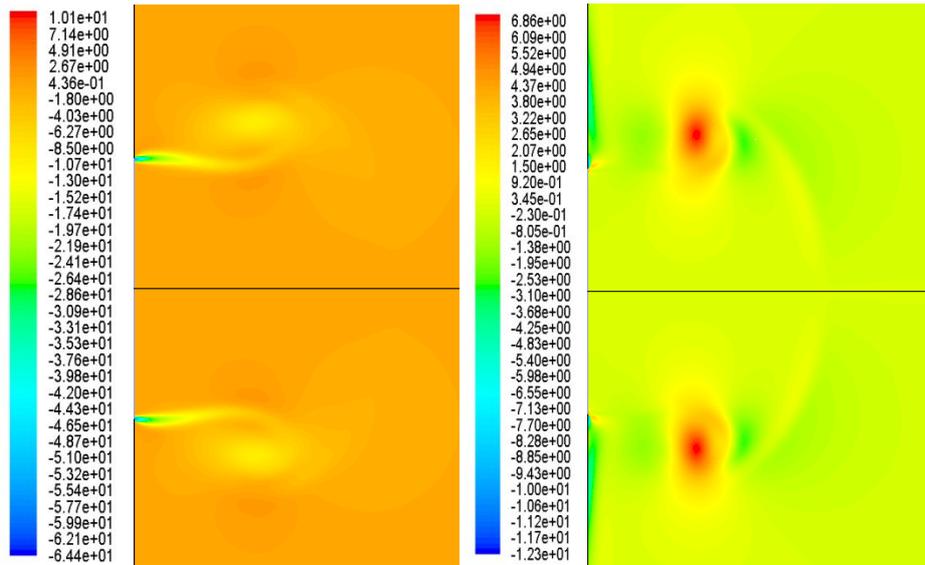


Figura 28. Representación adimensional de la variación de la velocidad axial en dirección radial y de la variación de la velocidad radial en dirección axial, respectivamente, para la descarga de agua en agua para un tiempo adimensional de 1.39.

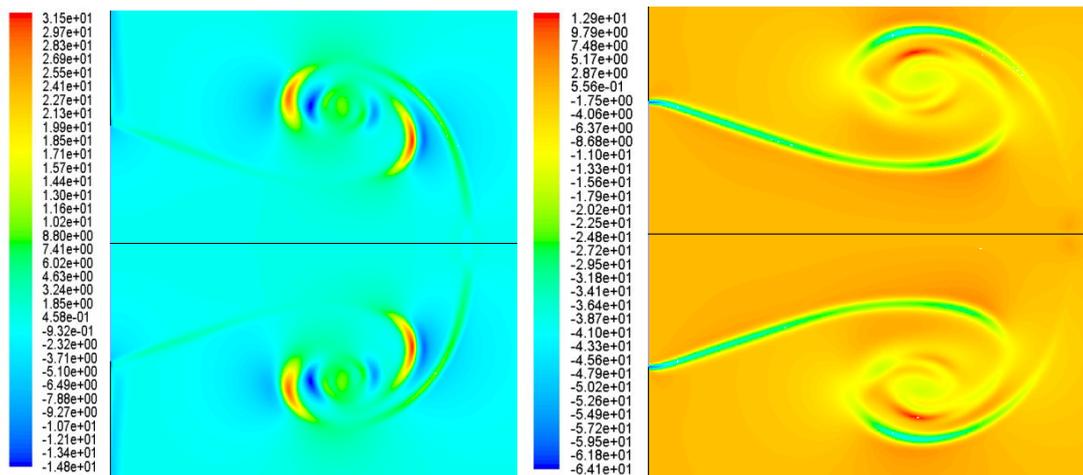


Figura 29. Representación adimensional de la variación de la velocidad radial en dirección axial y de la variación de la velocidad axial en dirección radial, respectivamente, para la descarga de agua en alcohol etílico para un tiempo adimensional de 1.39.

Otra diferencia, que se ayuda a explicar con esto último comentado, es que la curva de la descarga de agua en agua es continua, con dos etapas lineales de distinta pendiente, mientras que en la descarga de agua en alcohol existe un crecimiento exponencial, para luego ser lineal y posteriormente tener altibajos en su valor. Estos altibajos no se producen en la descarga de agua en agua debido a que sólo existe un único torbellino de cabeza que es el único que aporta vorticidad al dominio de cálculo definido por la caja y por lo tanto es el único que ingiere o absorbe circulación, mientras que en el otro caso de estudio, los vórtices secundarios ayudan al torbellino de cabeza principal a ingerir una mayor circulación.

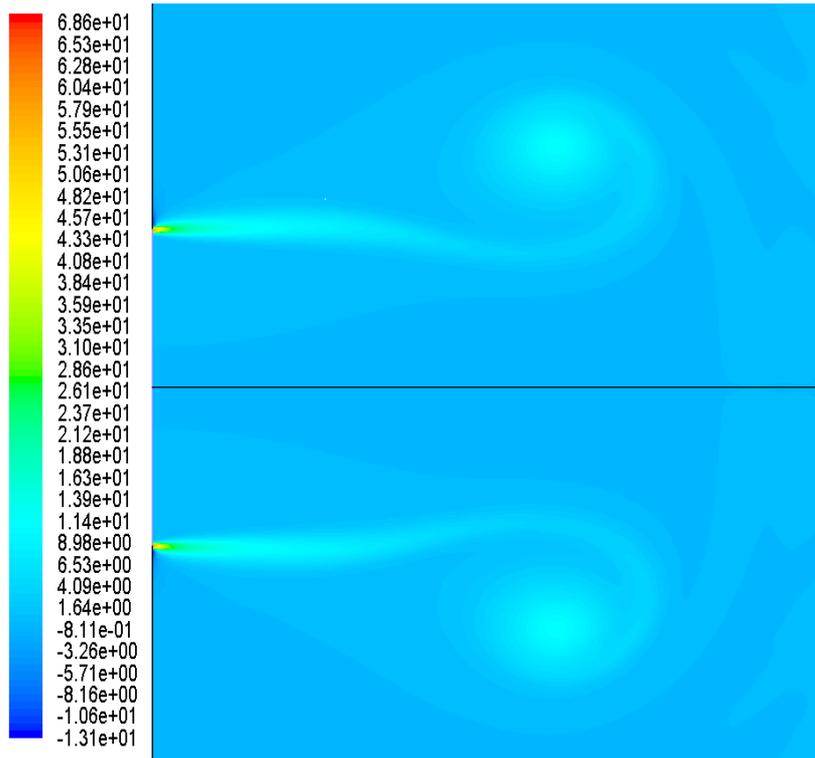


Figura 30. Representación adimensional de la vorticidad para la descarga de agua en agua para un tiempo adimensional de 3.54.

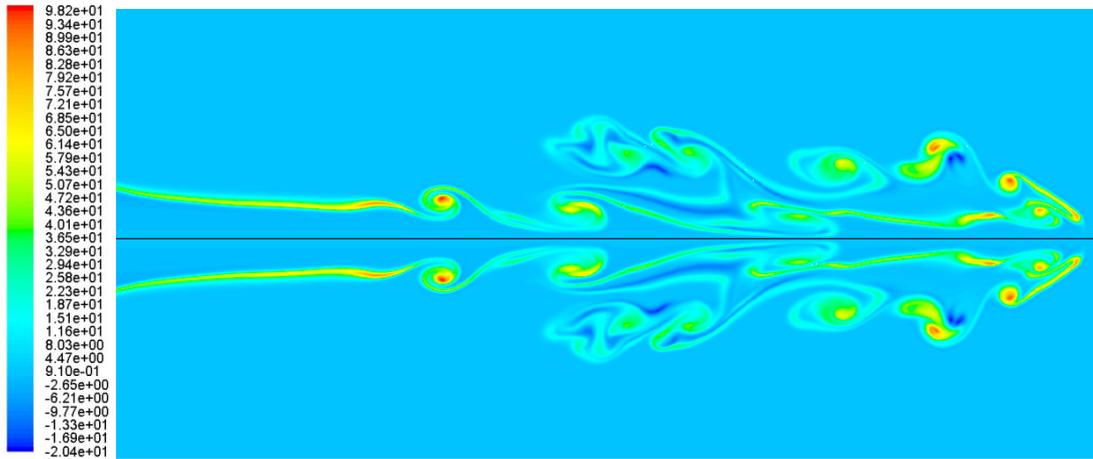


Figura 31. Representación adimensional de la vorticidad para la descarga de agua en alcohol etílico para un tiempo adimensional de 3.54.

4. CONCLUSIONES

Al comienzo de este trabajo se planteaban una serie de objetivos basados en el estudio de los efectos que tiene la flotabilidad en un chorro que es inyectado a través de un orificio de entrada a un recinto relleno del mismo tipo de fluido y posteriormente la inyección del mismo fluido en el mismo recinto pero en el seno de un fluido de menor densidad.

El primero de los estudios de este Proyecto de Fin de Carrera fue abordado en otros dos Proyectos de Fin de Carrera como son [2] y [3], los cuales han sido nombrados a lo largo del presente documento y cuyas bases han sido utilizadas para la explicación de los fenómenos que han tenido lugar teniendo en cuenta las diferencias entre ambos estudios.

El segundo de los estudios no ha sido abordado en ningún Proyecto de Fin de Carrera anterior, por lo que es un nuevo problema de estudio y se ha abordado partiendo de los conocimientos que han sido adquiridos a lo largo de estos años de estudio y con la colaboración de mi tutora del Proyecto de Fin de Carrera, Dra. Carolina Marugán.

Para llevar a cabo el estudio, se fijaron una serie de pautas a partir de las cuales se empezó a desarrollar el problema. Estas pautas llevaron a la implementación del problema en el programa informático de simulación numérica de volúmenes finitos llamado FLUENT, cuyo funcionamiento básico era de previo conocimiento dado que fue usado a lo largo de la carrera en varias asignaturas de la rama de *Ingeniería de Fluidos*.

A medida que avanzaba el presente estudio, ha sido necesario la utilización de diversos programas como ayuda para la mecanización y automatización del proceso de recogida de datos. Esto se ha conseguido mediante una serie de programas llevados a cabo en el Proyecto de Fin de Carrera [2] y que han sido utilizados en este estudio, los *UDF's*. Para conseguir estos archivos se ha utilizado el programa informático MATLAB. A partir de los programas realizados con anterioridad, se han modificado de tal manera que hayan podido ser utilizados con los datos proporcionados por FLUENT a partir de la implementación realizada.

A su vez ha sido necesario la utilización de un programa escrito en el lenguaje de programación C para poder extraer toda la información necesaria que proporciona el problema, que también fue extraída del documento anteriormente nombrado y modificada de tal manera para nuestro propósito.

Este estudio se ha basado en el intento de entender el comportamiento cinemático y dinámico, así de como el estudio de los principales parámetros relacionados con el problema. Una vez se estaba implementando el problema físico se descubrió la dependencia del problema de una serie de parámetros característicos del problema como son el número de Reynolds, muy importante a la hora de entender los resultados obtenidos y de la implementación del problema, el número de Schmidt y el número de

Prandtl, también necesarios para comprender cuál es la evolución de los principales parámetros de estudio del problema. Asimismo, en el estudio del caso de la inyección de un fluido en el de otro de distinta densidad, se ha encontrado la aparición de un nuevo número adimensional importante en el entendimiento del problema cinemático y dinámico como es el número de Froude. Para un mejor entendimiento de la relevancia de este parámetro sobre el problema fue modificado de tal manera que apareciera la diferencia de densidades existentes entre los dos fluidos que componen el problema.

Como se ha comentado, existen dos problemas distintos pero a la vez parecidos, por lo que era necesario intentar entender las diferencias entre ambos problemas a partir de la comparación de los resultados de los parámetros de mayor interés obtenidos en cada uno de los casos. A su vez, también han sido comparados con los resultados que obtuvieron Proyectos de Fin de Carrera anteriores, llegando a una corroboración tanto de los resultados obtenidos anteriormente como los obtenidos en este estudio.

Por tanto, el presente estudio ha sido de una gran utilidad para poder tener un mayor conocimiento y entendimiento de los programas que han sido utilizados, tanto FLUENT como MATLAB, a la vez que los principales parámetros de estudio, como son la vorticidad y la circulación en especial, se han comprendido con una mayor profundidad de la que se pudo ver a lo largo de los años de estudio en clase.

5. TRABAJOS FUTUROS

En este estudio se ha realizado un estudio numérico de dos experimentos como son la inyección de un fluido en el seno de otro con la misma densidad y otro en el que se inyecta un fluido en el seno de otro fluido de menor densidad. En ellos se estudian los principales parámetros fluidodinámicos para su entendimiento y su posterior comparación.

Como estudios futuros se proponen un estudio numérico de la inyección de un fluido en el seno de otro fluido de mayor densidad y su comparación con los problemas estudiados en este Proyecto.

Asimismo se pueden realizar estudios experimentales de los tres casos para comprobar que los resultados numéricos obtenidos son correctos, así como su implementación y las hipótesis asumidas a lo largo del estudio.

También se pueden estudiar los casos para diferentes números de Reynolds del estudio realizado en este Proyecto, así como estudios con diferentes valores de Prandtl y de Froude.

6. REFERENCIAS

- [1] *Gharib, Rambod y Shariff. "A universal time scale for vortex ring formation" (1998).*
- [2] Mónica Pardo Herrero. "Simulación numérica del campo de velocidad en chorros transitorios". Proyecto Fin de Carrera Universidad Carlos III de Madrid (2004).
- [3] José Ramón Fernández Aparicio. "Estudio numérico de la fluidodinámica de chorros transitorios con parada impulsiva en la inyección y diferencias de densidad". Proyecto Fin de Carrera Universidad Carlos III de Madrid (2005).
- [4] ANSYS FLUENT 12.0 User's Guide. (2009)

ANEXO A. FORMULACIÓN DEL PROBLEMA

A.1. FORMULACIÓN

Como el problema consiste en el estudio del movimiento y comportamiento de un fluido, el modelo elegido para intentar entender el comportamiento físico que lo gobierna son las ecuaciones fundamentales de la mecánica de fluidos, las ecuaciones de Navier-Stokes en derivadas parciales.

Las principales características del problema de estudio son:

- Flujo tridimensional.
- Flujo transitorio, es decir, se debe emplear las ecuaciones para un flujo no estacionario.
- Simetría axilsimétrica, esto es, existe un eje de simetría cilíndrico por lo que se deben usar las ecuaciones en coordenadas cilíndricas.

Teniendo en cuenta el último de los puntos, se puede simplificar el problema a un problema bidimensional. Esto es, el flujo es idéntico en cualquier punto con una sección constante θ . Por lo tanto las coordenadas que interesan serán la coordenada radial “r” y la coordenada axial “x”.

A.1.1. ECUACIONES DE NAVIER-STOKES

➤ ECUACIONES DE LA DESCARGA DE AGUA EN AGUA

Ecuación de continuidad

Forma general:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho \vec{v}) = 0 \quad (31)$$

Si se escribe la ecuación en coordenadas cilíndricas se llega a la siguiente expresión:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{1}{r} \frac{\partial (\rho r u_r)}{\partial r} + \frac{\partial (\rho u_x)}{\partial x} = 0 \quad (32)$$

En este caso al ser el agua un fluido incompresible se considera que la densidad es constante por lo que el término no estacionario de variación de la densidad es nulo. Particularizado en coordenadas cilíndricas:

$$\nabla \cdot \vec{v} = \frac{1}{r} \frac{\partial (r u_r)}{\partial r} + \frac{\partial (u_x)}{\partial x} = 0 \quad (33)$$

Ecuación de la cantidad de movimiento

Forma general:

$$\rho \frac{D\bar{v}}{Dt} = \rho \left[\frac{\partial \bar{v}}{\partial t} + \bar{v} \cdot (\nabla \bar{v}) \right] = \rho \left[\frac{\partial \bar{v}}{\partial t} + \nabla \cdot \left(\frac{|\bar{v}|^2}{2} \right) - \bar{v} \times (\nabla \times \bar{v}) \right] = -\nabla P + \nabla \bar{\tau}' + \rho \bar{f}_m \quad (34)$$

El tensor de esfuerzos viscosos $\nabla \bar{\tau}'$ se calcula mediante la expresión siguiente:

$$\nabla \bar{\tau}' = 2\mu \bar{T}_d + \left(\mu_v - \frac{2}{3}\mu \right) (\nabla \cdot \bar{v}) \bar{I} \quad (35)$$

donde

$$\bar{T}_d = \frac{1}{2} [(\nabla \bar{v}) + (\nabla \bar{v}^T)] \quad (36)$$

por lo que el tensor será:

$$\nabla \bar{\tau}' = \mu [(\nabla \bar{v}) + (\nabla \bar{v}^T)] + \left(\mu_v - \frac{2}{3}\mu \right) (\nabla \cdot \bar{v}) \bar{I} \quad (37)$$

Si se hace uso de la ecuación de continuidad, que nos dice que la divergencia del vector velocidad es nula, se puede simplificar la ecuación (34) resultando la expresión (38) y que particularizada en coordenadas cilíndricas se llega a las siguientes expresiones:

- Componente radial:

$$\rho \left(\frac{\partial u_r}{\partial t} + u_r \frac{\partial u_r}{\partial r} + u_x \frac{\partial u_r}{\partial x} \right) = -\frac{\partial P}{\partial r} + \mu \left[\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial u_r}{\partial r} \right) + \frac{u_r}{r^2} + \frac{\partial^2 u_r}{\partial x^2} \right] + \rho g_r \quad (38)$$

- Componente axial:

$$\rho \left(\frac{\partial u_x}{\partial t} + u_r \frac{\partial u_x}{\partial r} + u_x \frac{\partial u_x}{\partial x} \right) = -\frac{\partial P}{\partial x} + \mu \left[\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial u_x}{\partial r} \right) + \frac{\partial^2 u_x}{\partial x^2} \right] + \rho g_x \quad (39)$$

Ecuación de la energía

Forma general:

$$\rho \frac{De}{Dt} = \rho \left[\frac{\partial e}{\partial t} + \bar{v} \cdot (\nabla e) \right] = -p \nabla \cdot \bar{v} + \bar{\tau}': \nabla \bar{v} - \nabla \cdot \bar{q} + Q_r + Q_q \quad (40)$$

donde

$$\Phi_v = \bar{\tau}': \nabla \bar{v} \quad (41)$$

es la función de disipación de Rayleigh, lo que representa el trabajo de deformación de las fuerzas de viscosidad por unidad de volumen y por unidad de tiempo. Es nula en nuestro caso por lo que no aparece en la expresión (43).

En este caso se despreciarán las pérdidas de calor que se puedan producir por radiación, Q_r , y por reacción química, Q_q .

La ley de Fourier establece que el flujo de calor es proporcional al gradiente de temperatura y que tiene lugar en sentido de las temperaturas decrecientes de la siguiente forma:

$$\bar{q} = -k\nabla T \quad (42)$$

donde k es una constante que depende del estado termodinámico local del fluido que se denomina coeficiente de conductividad térmica. Debido a la existencia de un equilibrio termodinámico local se puede expresar esta dependencia en función de dos variables termodinámicas independientes que serán p y T.

Teniendo en cuenta lo anteriormente explicado y utilizando las coordenadas cilíndricas se llega a la siguiente expresión ya particularizada para el problema de estudio:

$$\rho c \left(\frac{\partial T}{\partial t} + u_r \frac{\partial T}{\partial r} + u_x \frac{\partial T}{\partial x} \right) = k \left[\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial T}{\partial r} \right) + \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} \right] \quad (43)$$

Como el agua es un fluido incompresible y de viscosidad μ constante, se tiene que la ecuación de la energía está desacoplada de las ecuaciones de continuidad y de cantidad de movimiento, tanto en dirección radial como en dirección axial. Sin embargo es necesaria para determinar el campo de temperaturas existente.

Ecuación de conservación de las especies químicas

Forma general:

$$\rho \frac{DZ_i}{Dt} = \rho \frac{\partial Z_i}{\partial t} + \rho \bar{v} \cdot \nabla Z_i = \rho D_i \Delta Z_i \quad (44)$$

Para cada escalar pasivo que se introduce en el estudio, se debe resolver una ecuación como la anterior. Como se han introducido cuatro escalares pasivos, se implementan tantas ecuaciones. Desarrollando la ecuación anterior llegamos a una expresión como la que continúa.

$$\rho \left(\frac{\partial Z_i}{\partial t} + u_r \frac{\partial Z_i}{\partial r} + u_x \frac{\partial Z_i}{\partial x} \right) = \rho D_i \left(\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial Z_i}{\partial r} \right) + \frac{\partial^2 Z_i}{\partial x^2} \right) \quad (45)$$

➤ ECUACIONES DE LA DESACARGA DE AGUA EN ALCOHOL ETÍLICO

Ecuación de continuidad

Forma general:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho \bar{v}) = 0 \quad (46)$$

Si se escribe la ecuación en coordenadas cilíndricas, como en el caso anterior, se llega a la siguiente expresión:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{1}{r} \frac{\partial(\rho r u_r)}{\partial r} + \frac{\partial(\rho u_x)}{\partial x} = 0 \quad (47)$$

En este caso se vuelve a tener un fluido incompresible, ya que se sigue inyectando agua, por lo tanto, el término no estacionario de variación de la densidad es nulo. Particularizando para este caso queda:

$$\nabla \cdot \bar{v} = \frac{1}{r} \frac{\partial(r u_r)}{\partial r} + \frac{\partial(u_x)}{\partial x} = 0 \quad (48)$$

Ecuación de la cantidad de movimiento

Forma general:

$$\rho \frac{D\bar{v}}{Dt} = \rho \left[\frac{\partial \bar{v}}{\partial t} + \bar{v} \cdot (\nabla \bar{v}) \right] = \rho \left[\frac{\partial \bar{v}}{\partial t} + \nabla \cdot \left(\frac{|\bar{v}|^2}{2} \right) - \bar{v} \times (\nabla \times \bar{v}) \right] = -\nabla P + \nabla \bar{\tau} + \rho \bar{f}_m \quad (49)$$

El tensor de esfuerzos viscosos $\nabla \bar{\tau}$ se calcula mediante la expresión siguiente:

$$\nabla \bar{\tau} = \mu [(\nabla \bar{v}) + (\nabla \bar{v}^T)] + \left(\mu_v - \frac{2}{3} \mu \right) (\nabla \cdot \bar{v}) \bar{I} \quad (50)$$

donde

$$\bar{\tau}_d = \frac{1}{2} [(\nabla \bar{v}) + (\nabla \bar{v}^T)] \quad (51)$$

por lo que el tensor será:

$$\nabla \bar{\tau} = \mu [(\nabla \bar{v}) + (\nabla \bar{v}^T)] + \left(\mu_v - \frac{2}{3} \mu \right) (\nabla \cdot \bar{v}) \bar{I} \quad (52)$$

Si se hace uso de la ecuación de continuidad, que nos dice que la divergencia del vector velocidad es nula, se puede simplificar la ecuación (49) quedando la siguiente expresión y que particularizada para nuestro caso en coordenadas cilíndricas llegamos a las siguientes expresiones.

- Componente radial:

$$\rho \left(\frac{\partial u_r}{\partial t} + u_r \frac{\partial u_r}{\partial r} + u_x \frac{\partial u_r}{\partial x} \right) = -\frac{\partial P}{\partial r} + \mu \left[\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial u_r}{\partial r} \right) + \frac{u_r}{r^2} + \frac{\partial^2 u_r}{\partial x^2} \right] + \rho g_r \quad (53)$$

- Componente axial:

$$\rho \left(\frac{\partial u_x}{\partial t} + u_r \frac{\partial u_x}{\partial r} + u_x \frac{\partial u_x}{\partial x} \right) = -\frac{\partial P}{\partial x} + \mu \left[\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial u_x}{\partial r} \right) + \frac{\partial^2 u_x}{\partial x^2} \right] + \rho g_x \quad (54)$$

Ecuación de la energía

Forma general:

$$\rho \frac{De}{Dt} = \rho \left[\frac{\partial e}{\partial t} + \bar{v} \cdot (\nabla e) \right] = -p \nabla \cdot \bar{v} + \bar{\tau} : \nabla \bar{v} - \nabla \cdot \bar{q} + Q_r + Q_q \quad (55)$$

La función de disipación de Rayleigh definida en la expresión (41) es nula en este caso por lo que tampoco aparecerá en la expresión (56).

Se volverán a despreciar las pérdidas de calor que se puedan producir por radiación, Q_r , y por reacción química, Q_q .

La ley de Fourier tiene lugar en este caso al igual que en el caso de la inyección de agua en agua por lo que la dependencia del estado termodinámico local depende también de la presión y la temperatura.

Teniendo en cuenta lo anteriormente dicho y utilizando las coordenadas cilíndricas se llega a la siguiente expresión ya particularizada para nuestro problema de estudio:

$$\rho c \left(\frac{\partial T}{\partial t} + u_r \frac{\partial T}{\partial r} + u_x \frac{\partial T}{\partial x} \right) = k \left[\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial T}{\partial r} \right) + \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} \right] \quad (56)$$

Al igual que en el caso del agua, se tiene un fluido incompresible y de viscosidad μ constante, por lo que la ecuación de la energía está desacoplada de las ecuaciones de continuidad y de cantidad de movimiento, tanto en dirección radial como en dirección axial. Sin embargo es necesaria para determinar el campo de temperaturas existente.

Ecuación de conservación de las especies químicas

Forma general:

$$\rho \frac{DZ_w}{Dt} = \rho \frac{\partial Z_w}{\partial t} + \rho \bar{v} \cdot \nabla Z_w = \rho D_w \Delta Z_w \quad (57)$$

En este caso no se han definido escalares pasivos, pero sí existe una especie química como es el agua, que es el fluido de estudio, por lo que es necesaria la ecuación de las especies químicas para estudiar el comportamiento del mismo dentro del seno del alcohol etílico.

$$\rho \left(\frac{\partial Z_w}{\partial t} + u_r \frac{\partial Z_w}{\partial r} + u_x \frac{\partial Z_w}{\partial x} \right) = \rho D_w \left(\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial Z_w}{\partial r} \right) + \frac{\partial^2 Z_w}{\partial x^2} \right) \quad (58)$$

A.1.2. ECUACIONES DE ESTADO

Las ecuaciones de estado representan el estado termodinámico del fluido, y representan la relación de las propiedades del fluido, densidad y energía, con las propiedades termodinámicas, que en este caso son la presión y la temperatura.

En este caso tenemos un líquido inyectándose en ambos casos, agua, que es tratado como un fluido ideal incompresible

$$\rho = \rho(p, T) \quad e = e(p, T) \quad (59)$$

Estas dos ecuaciones de estado quedan reducidas para un líquido perfecto a:

$$\rho = \rho_0 \quad e = e_0 + cT \quad (60)$$

A.1.3. LEYES CONSTITUTIVAS

Las leyes constitutivas suponen las siguientes linealidades:

- El tensor de esfuerzos viscosos, $\bar{\nabla}\bar{\tau}$, lineal con el gradiente de velocidad.
- El vector flujo de calor, \bar{q} , lineal con el gradiente de temperatura.
- El vector de velocidad de difusión de las especies químicas, \bar{V}_i , lineal con el gradiente de fracción másica.

Las leyes constitutivas son las que se definen a continuación y ya han sido nombradas anteriormente y usadas para la determinación de las ecuaciones que gobiernan el comportamiento del fluido.

- Ley de Navier-Poisson:

$$\bar{\nabla}\bar{\tau} = \mu[(\nabla\bar{v}) + (\nabla\bar{v}^T)] + \left(\mu_v - \frac{2}{3}\mu\right)(\nabla \cdot \bar{v})\bar{I} \quad (61)$$

- Ley de Fourier

$$\bar{q} = -k\nabla T \quad (62)$$

- Ley de Fick

$$Y_i\bar{V}_i = -D_iZ_i \quad (63)$$

A.1.4. FUNCIONES DE ESTADO

Las funciones de estado aparecen al definir las leyes constitutivas. Las funciones de estado se definen a continuación:

$$\mu=\mu(p, T) \quad \mu_v=\mu_v(p, T) \quad k=k(p, T) \quad c=c(p, T) \quad (64)$$

A.2. RECOPIACIÓN DE LAS ECUACIONES

A continuación se recogen todas las ecuaciones que gobiernan el comportamiento problema para los dos casos.

➤ ECUACIONES DE LA DESCARGA DE AGUA EN AGUA

Ecuación de continuidad:

$$\frac{1}{r} \frac{\partial(ru_r)}{\partial r} + \frac{\partial(u_x)}{\partial x} = 0 \quad (65)$$

Ecuación de cantidad de movimiento:

- Componente radial:

$$\rho \left(\frac{\partial u_r}{\partial t} + u_r \frac{\partial u_r}{\partial r} + u_x \frac{\partial u_r}{\partial x} \right) = -\frac{\partial P}{\partial r} + \mu \left[\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial u_r}{\partial r} \right) + \frac{u_r}{r^2} + \frac{\partial^2 u_r}{\partial x^2} \right] + \rho g_r \quad (66)$$

- Componente axial:

$$\rho \left(\frac{\partial u_x}{\partial t} + u_r \frac{\partial u_x}{\partial r} + u_x \frac{\partial u_x}{\partial x} \right) = -\frac{\partial P}{\partial x} + \mu \left[\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial u_x}{\partial r} \right) + \frac{\partial^2 u_x}{\partial x^2} \right] + \rho g_x \quad (67)$$

Ecuación de energía:

$$\rho c \left(\frac{\partial T}{\partial t} + u_r \frac{\partial T}{\partial r} + u_x \frac{\partial T}{\partial x} \right) = k \left[\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial T}{\partial r} \right) + \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} \right] \quad (68)$$

Ecuación de conservación de las especies químicas:

$$\rho \left(\frac{\partial Z_i}{\partial t} + u_r \frac{\partial Z_i}{\partial r} + u_x \frac{\partial Z_i}{\partial x} \right) = \rho D_i \left(\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial Z_i}{\partial r} \right) + \frac{\partial^2 Z_i}{\partial x^2} \right) \quad (69)$$

➤ ECUACIONES DE LA DESCARGA DE AGUA EN ALCOHOL ETÍLICO

Ecuación de continuidad:

$$\frac{1}{r} \frac{\partial (ru_r)}{\partial r} + \frac{\partial (u_x)}{\partial x} = 0 \quad (70)$$

Ecuación de cantidad de movimiento:

- Componente radial:

$$\rho \left(\frac{\partial u_r}{\partial t} + u_r \frac{\partial u_r}{\partial r} + u_x \frac{\partial u_r}{\partial x} \right) = -\frac{\partial P}{\partial r} + \mu \left[\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial u_r}{\partial r} \right) + \frac{u_r}{r^2} + \frac{\partial^2 u_r}{\partial x^2} \right] + \rho g_r \quad (71)$$

- Componente axial:

$$\rho \left(\frac{\partial u_x}{\partial t} + u_r \frac{\partial u_x}{\partial r} + u_x \frac{\partial u_x}{\partial x} \right) = -\frac{\partial P}{\partial x} + \mu \left[\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial u_x}{\partial r} \right) + \frac{\partial^2 u_x}{\partial x^2} \right] + \rho g_x \quad (72)$$

Ecuación de energía:

$$\rho c \left(\frac{\partial T}{\partial t} + u_r \frac{\partial T}{\partial r} + u_x \frac{\partial T}{\partial x} \right) = k \left[\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial T}{\partial r} \right) + \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} \right] \quad (73)$$

Ecuación de conservación de las especies químicas:

$$\rho \left(\frac{\partial Z_i}{\partial t} + u_r \frac{\partial Z_i}{\partial r} + u_x \frac{\partial Z_i}{\partial x} \right) = \rho D_i \left(\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial Z_i}{\partial r} \right) + \frac{\partial^2 Z_i}{\partial x^2} \right) \quad (74)$$

A.3. DOMINIO DE CÁLCULO

Los casos que se estudiarán tienen definidos un volumen de control que tiene una geometría cilíndrica para la resolución de las ecuaciones que gobiernan el comportamiento del fluido. Se estudian las descargas de un chorro transitorio a través

de un orificio circular situado en una pared plana en uno de los laterales como se puede observar en la Figura 32.

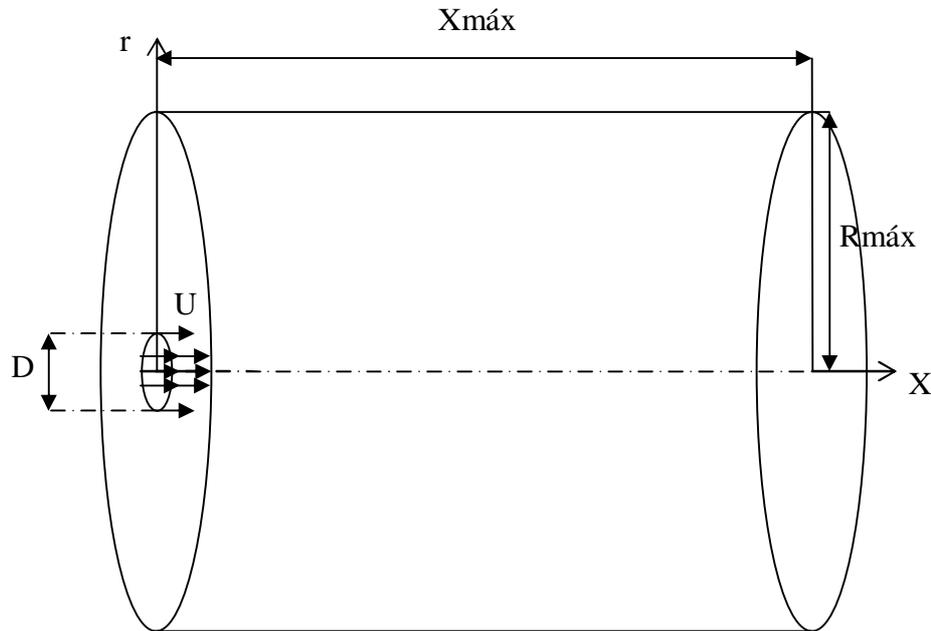


Figura 32. Representación del dominio de cálculo de las ecuaciones. Volumen de control.

Como se puede observar en la Figura 32. existe una simetría cilíndrica, a partir de la cual se pueden considerar varias simplificaciones.

La primera es que el flujo es idéntico en cualquier plano de sección constante θ , por lo que se podrá reducir el problema tridimensional a uno bidimensional al seccionar el dominio por un plano θ constante.

La segunda es que al existir una simetría cilíndrica se puede simplificar la geometría quedándose con una mitad del cilindro. Esto es debido a que existe un eje de revolución en el eje axial. Por lo tanto, el problema bidimensional queda reducido a un problema bidimensional que será resuelto en la mitad superior (cabe decir que es indiferente la elección de una mitad u otra, pero por comodidad se ha elegido la parte superior) como queda especificado en la Figura 33.

El origen de coordenadas se sitúa en la parte inferior izquierda del dominio, que será por donde tenga lugar la entrada del chorro transitorio. La disposición y orientación de los ejes son los que se han reflejado en cada una de las figuras.

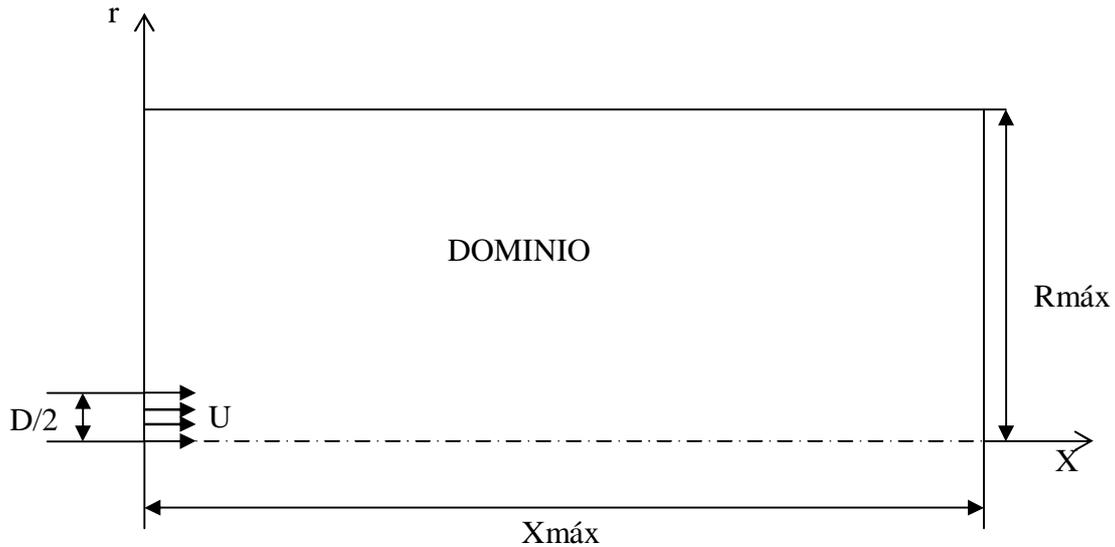


Figura 33. Representación del dominio de cálculo simplificado para los dos casos de estudio.

El dominio queda delimitado por los siguientes valores:

$$0 \leq x \leq X_{m\acute{a}x} \quad \text{y} \quad 0 \leq r \leq R_{m\acute{a}x}$$

Donde los valores de $X_{m\acute{a}x} = 20$ cm y $R_{m\acute{a}x} = 40$ cm

El tamaño del orificio de entrada del chorro es de $D = 2$ cm

A.3.1. CONDICIONES DE CONTORNO

A continuación se procede a las especificaciones de las condiciones de contorno.

➤ DESCARGA DE AGUA EN AGUA

La inyección del fluido se realiza a través del orificio de entrada de 2 cm de diámetro. Es la única zona en la que se produce la entrada del fluido, mientras que la pared vertical adyacente al orificio de entrada actúa como limitación del orificio y del dominio. El eje de simetría actúa como tal, mientras que las otras dos paredes actúan como limitaciones del dominio únicamente para que sea un dominio finito.

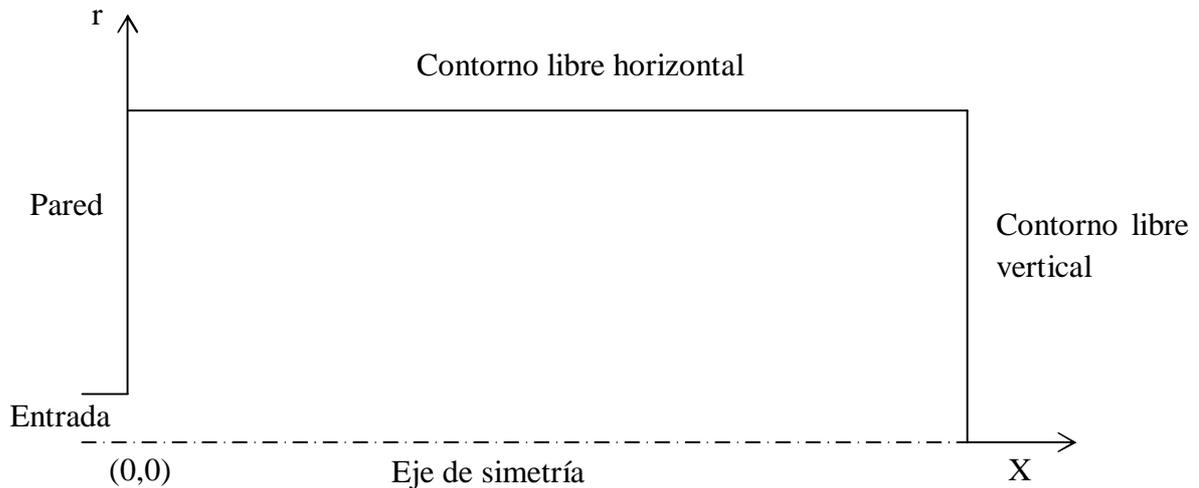


Figura 34. Representación del dominio de cálculo simplificado durante la inyección de fluido para los dos casos.

A continuación se procede a la determinación de las condiciones en cada una de las zonas.

ENTRADA

$$x = 0, 0 \leq r \leq \frac{D}{2} :$$

$$u_x = U, u_r = 0, \rho = \rho_w, Z_i = 1 \quad (75)$$

A través del orificio de entrada, de diámetro D, se produce la entrada del fluido a velocidad U. Esta velocidad de entrada se considera totalmente axial por lo que la velocidad radial a la entrada es nula, como se puede observar en las condiciones. También se ha impuesto que la densidad a la entrada es la densidad del fluido que se descarga, en este caso agua, y que se mantendrá constante. En la entrada la concentración de escalares es la unidad debido a que es donde se produce la inyección de fluido y aún no ha habido mezcla.

PARED VERTICAL

$$x = 0, \frac{D}{2} \leq r \leq R_{m\acute{a}x} :$$

$$u_x = 0, u_r = 0, \rho = \rho_w, \frac{\partial Z_i}{\partial x} = 0 \quad (76)$$

La pared impone la condición de no deslizamiento, esto es, la velocidad del fluido ha de ser la misma que la de la pared, y como la pared está en reposo, la velocidad del fluido en la superficie de contacto con la pared también será cero, tanto la velocidad radial como la axial.

Por otro lado, el fluido que se encuentra en contacto con la pared vertical es el fluido que se encuentra en el interior, que en este caso también es agua. También se supone

que la pared es no porosa, por lo que no permite el flujo de escalares, siendo por lo tanto su derivada axial nula.

EJE DE SIMETRÍA

$r = 0, 0 \leq x \leq X_{m\acute{a}x}$:

$$\frac{\partial u_x}{\partial r} = 0, u_r = 0, \frac{\partial \rho}{\partial r} = 0, \frac{\partial z_i}{\partial r} = 0 \quad (77)$$

Por ser tratado como un eje de simetría, no pueden existir variaciones de la velocidad axial en el sentido radial, mientras que la velocidad radial debe ser nula, ya que la velocidad axial toma su valor máximo en el eje.

Por otro lado, la variación de la concentración de escalares en sentido radial ha de ser también nula como pasa con el caso de la velocidad axial y al igual que la densidad, ya que la definición de eje de simetría implica que la variación de cualquier propiedad en dirección perpendicular al propio eje sea nula, es decir, que el valor de la propiedad sea constante.

CONTORNO LIBRE VERTICAL

$x = X_{m\acute{a}x}, 0 \leq r \leq R_{m\acute{a}x}$:

$$P = P_{amb} \quad (78)$$

CONTORNO LIBRE HORIZONTAL

$r = R_{m\acute{a}x}, 0 \leq x \leq X_{m\acute{a}x}$:

$$P = P_{amb} \quad (79)$$

En los dos contornos libres, la única condición que se ha impuesto es que la presión en el campo lejano del fluido se la presión atmosférica.

➤ **DESCARGA DE AGUA EN ALCOHOL ETÍLICO**

En la descarga de agua en alcohol etílico, las distintas zonas que aparecen en los contornos son las mismas que en el caso de la descarga de agua en agua, por lo que no se especifica la figura representativa de la división en zonas.

Las condiciones de velocidad son las mismas que en el caso de la descarga de agua en agua, ya que el fluido de descarga es el agua, mientras que las condiciones de la densidad cambian. Asimismo, las condiciones de la concentración de escalares desaparecen al haber eliminado en este caso los escalares que poseía el caso de la descarga de agua en agua. Sin embargo, se tendrá en cuenta la concentración del agua.

A continuación se procede a la determinación de las condiciones en cada una de las zonas.

ENTRADA

$$x = 0, 0 \leq r \leq \frac{D}{2} :$$

$$u_x = U, u_r = 0, \rho = \rho_w, Z_w = 1 \quad (80)$$

En la entrada el fluido que se descarga es agua, por lo que el valor de la densidad a la entrada es la densidad del agua y por lo tanto la concentración del agua.

PARED VERTICAL

$$x = 0, \frac{D}{2} \leq r \leq R_{m\acute{a}x} :$$

$$u_x = 0, u_r = 0, \rho = \rho_a, \frac{\partial Z_w}{\partial x} = 0 \quad (81)$$

A diferencia de lo que ocurre en la zona de entrada, en la pared vertical, el valor de la densidad es el del fluido en contacto con la pared, que en este caso es el del alcohol etílico.

EJE DE SIMETRÍA

$$r = 0, 0 \leq x \leq X_{m\acute{a}x} :$$

$$\frac{\partial u_x}{\partial r} = 0, u_r = 0, \frac{\partial \rho}{\partial r} = 0, \frac{\partial Z_w}{\partial r} = 0 \quad (82)$$

En este caso, las variaciones de cualquier propiedad en sentido perpendicular han de nulas, por lo que el valor de la densidad ha de ser constante en sentido radial.

CONTORNO LIBRE VERTICAL

$$x = X_{m\acute{a}x}, 0 \leq r \leq R_{m\acute{a}x} :$$

$$P = P_{amb} \quad (83)$$

CONTORNO LIBRE HORIZONTAL

$$r = R_{m\acute{a}x}, 0 \leq x \leq X_{m\acute{a}x} :$$

$$P = P_{amb} \quad (84)$$

A.3.2. CONDICIONES DE INICIALES

Las siguientes condiciones que se imponen son las iniciales, $t = 0$, que son necesarias para determinar el campo fluido generado por la descarga del fluido.

Para $0 \leq r \leq R_{m\acute{a}x}$ y $0 \leq x \leq X_{m\acute{a}x}$:

$$u_x = 0, u_r = 0, \rho = \rho_{amb}, P = P_{amb}, T = T_{amb}, Z_i = 0 \quad (85)$$

Se supone que en el instante inicial todo el fluido está parado, velocidades axial y radial nulas, la densidad y la presión son las del ambiente y la concentración de escalares es cero.

Para el caso en el que se descarga agua en alcohol etílico, las condiciones son las mismas, pero sin tener en cuenta la condición de que la concentración de los escalares sean cero, pero sí se tendrá en cuenta que la concentración de agua inicial es cero, por lo que la condición persiste en ambos casos.

A.4. ADIMENSIONALIZACIÓN DEL PROBLEMA

A continuación se procederá a la adimensionalización del problema. Con ello lo que se pretende conseguir es una simplificación del problema para conseguir que el problema dependa de un menor número de parámetros y poder utilizar una serie de números adimensionales característicos para estudiar el comportamiento del fluido de estudio.

Antes de pasar a la adimensionalización, se hará un resumen con todas las variables de las que depende el problema y de parámetros independientes.

A.4.1. RESUMEN DE VARIABLES

Una vez ha sido definido todo el problema mediante las ecuaciones que gobiernan el comportamiento del fluido, se procede a clasificar los tipos de variable que hemos obtenido.

➤ DESCARGA DE AGUA EN AGUA

Se tienen cuatro ecuaciones para cuatro variables dependientes. Estas cuatro ecuaciones son la de continuidad, dos de cantidad de movimiento (dirección axial y radial) y la ecuación de la energía. Las variables dependientes que se implementan con las ecuaciones son la velocidad axial, u_x , la velocidad radial, u_r , la presión, P , y temperatura, T . Además se introducen tantas ecuaciones como número de escalares se hayan introducido en el estudio. En este caso son cuatro escalares los que se han definido.

Las variables independientes que resultan de nuestro estudio son las siguientes: $\rho_w, \mu_w, c, K, D_i, D, U_j, P_{amb}, T_{amb}, X_{m\acute{a}x}, R_{m\acute{a}x}$. Los valores de las densidades, viscosidades, conductividad y calor específico son propiedades de los fluidos y por lo tanto variarán con un cambio de fluido. El valor de D_i son las difusividades de cada una de las especies químicas que aparecen como consecuencia de los escalares. El resto de parámetros aparecen como consecuencia de la definición de las condiciones de contorno. Además de estos parámetros debemos tener en cuenta uno más, y es el tiempo, ya que se está ante un problema transitorio en el que el tiempo característico es el tiempo de inyección, t_s .

➤ DESCARGA DE AGUA EN ALCOHOL ETÍLICO

Para este caso se tienen las mismas ecuaciones y variables que para el caso de la descarga de agua en agua, pero con la diferencia de que al no usar escalares, no aparecen las ecuaciones que los introducen. Pero se tiene que resolver la ecuación para la especie química del agua.

Las variables independientes son las mismas que aparecen en el caso anterior, con la salvedad de que las difusividades de las especies químicas no aparecen. Además, también aparecen la densidad y viscosidad del alcohol etílico, ρ_a y μ_a .

Aplicando el teorema PI se puede reducir el número de parámetros de los que depende el problema con el fin de reducir la dificultad de la resolución. Para ello se deben elegir las variables adecuadas para realizar la adimensionalización de todas las variables.

A.4.2. VARIABLES ADIMENSIONALES

$$\begin{aligned} \bar{u}^* &= \frac{\bar{u}}{U_j} & x^* &= \frac{x}{D} & r^* &= \frac{r}{D} & t^* &= \frac{t}{D/U_j} & \rho^* &= \frac{\rho}{\rho_j} & \mu^* &= \frac{\mu}{\mu_j} & K^* &= \frac{K}{K_j} \\ P^* &= \frac{P-P_{amb}}{\rho_j U_j^2} & T^* &= \frac{T-T_{amb}}{T_j-T_{amb}} & D_i^* &= \frac{D_i}{D_{ij}} \end{aligned} \quad (86)$$

De la adimensionalización de la densidad y la viscosidad dinámica se puede sacar una nueva variable adimensional, la viscosidad cinemática:

$$\nu^* = \frac{\nu}{\nu_j} \quad (87)$$

Una vez definidos estos parámetros, se procede a la adimensionalización de las ecuaciones de Navier-Stokes definidas en el punto A.2.

Los subíndices j indican el valor del parámetro correspondiente a la entrada del chorro.

A.4.3. ADIMENSIONALIZACIÓN DE LAS ECUACIONES

➤ ECUACIONES DE LA DESCARGA DE AGUA EN AGUA

Ecuación de continuidad:

$$\frac{1}{r^*} \frac{\partial(r^* u_r^*)}{\partial r^*} + \frac{\partial(u_x^*)}{\partial x^*} = 0 \quad (88)$$

Ecuación de cantidad de movimiento:

- Componente radial:

$$\left(\frac{\partial u_r^*}{\partial t^*} + u_r^* \frac{\partial u_r^*}{\partial r^*} + u_x^* \frac{\partial u_r^*}{\partial x^*} \right) = -\frac{\partial P^*}{\partial r^*} + \frac{1}{Re} \left[\frac{1}{r^*} \frac{\partial}{\partial r^*} \left(r^* \frac{\partial u_r^*}{\partial r^*} \right) + \frac{u_r^*}{r^{*2}} + \frac{\partial^2 u_r^*}{\partial x^{*2}} \right] \quad (89)$$

- **Componente axial:**

$$\left(\frac{\partial u_x^*}{\partial t^*} + u_r^* \frac{\partial u_x^*}{\partial r^*} + u_x^* \frac{\partial u_x^*}{\partial x^*}\right) = -\frac{\partial P^*}{\partial x^*} + \frac{1}{Re} \left[\frac{1}{r^*} \frac{\partial}{\partial r^*} \left(r^* \frac{\partial u_x^*}{\partial r^*} \right) + \frac{\partial^2 u_x^*}{\partial x^{*2}} \right] \quad (90)$$

Ecuación de energía:

$$\left(\frac{\partial T^*}{\partial t^*} + u_r^* \frac{\partial T^*}{\partial r^*} + u_x^* \frac{\partial T^*}{\partial x^*}\right) = \frac{1}{Pr \cdot Re} \left[\frac{1}{r^*} \frac{\partial}{\partial r^*} \left(r^* \frac{\partial T^*}{\partial r^*} \right) + \frac{\partial^2 T^*}{\partial x^{*2}} \right] \quad (91)$$

Ecuación de conservación de las especies químicas:

$$\left(\frac{\partial Z_i}{\partial t^*} + u_r^* \frac{\partial Z_i}{\partial r^*} + u_x^* \frac{\partial Z_i}{\partial x^*}\right) = \frac{1}{Sc \cdot Re} \left(\frac{1}{r^*} \frac{\partial}{\partial r^*} \left(r^* \frac{\partial Z_i}{\partial r^*} \right) + \frac{\partial^2 Z_i}{\partial x^{*2}} \right) \quad (92)$$

Como consecuencia de la adimensionalización de cada una de las ecuaciones aparecen una serie de números adimensionales característicos.

- **Número de Reynolds**

El número de Reynolds, Re , compara los términos convectivos con los difusivos. Aparece como consecuencia de adimensionalizar la ecuación de conservación de cantidad de movimiento, tanto en el eje radial como el axial. Se define de la siguiente forma:

$$Re = \frac{U_j \cdot D}{\nu_j} \quad (93)$$

donde ν_j es la viscosidad cinemática que se define de la siguiente forma:

$$\nu_j = \frac{\mu_j}{\rho_j} \quad (94)$$

donde los subíndice j indican, como se ha especificado anteriormente, el valor del parámetro del chorro a la entrada.

En el estudio, el valor de este parámetro será prefijado desde el comienzo, de tal manera que su valor condiciona el estudio de chorro laminar.

- **Número de Prandtl**

El número de Prandtl, Pr , compara la difusividad de la cantidad de movimiento frente a la difusividad térmica. Aparece como consecuencia de adimensionalizar la ecuación de conservación de la energía. Se define de la siguiente forma.

$$Pr = \frac{\nu}{\alpha} \quad (95)$$

donde α es el valor de la difusividad térmica definida de la siguiente forma:

$$\alpha = \frac{K}{\rho \cdot c_p} \quad (96)$$

donde K es la conductividad térmica y c_p el valor de la capacidad calorífica a presión constante.

- **Número de Schmidt**

El número de Schmidt, Sc , compara la difusividad de la cantidad de movimiento con la de una especie química en concreto. Aparece como consecuencia de adimensionalizar la ecuación de conservación de las especies químicas. Se define de la siguiente forma:

$$Sc = \frac{\nu}{D_i} \quad (97)$$

donde D_i es la difusividad de cada una de las especies químicas.

➤ **ECUACIONES DE LA DESCARGA DE AGUA EN ALCOHOL ETÍLICO**

Ecuación de continuidad:

$$\frac{1}{r^*} \frac{\partial(r^* u_r^*)}{\partial r^*} + \frac{\partial(u_x^*)}{\partial x^*} = 0 \quad (98)$$

Ecuación de cantidad de movimiento:

- Componente radial:

$$\left(\frac{\partial u_r^*}{\partial t^*} + u_r^* \frac{\partial u_r^*}{\partial r^*} + u_x^* \frac{\partial u_r^*}{\partial x^*} \right) = -\frac{\partial P^*}{\partial r^*} + \frac{1}{Re} \left[\frac{1}{r^*} \frac{\partial}{\partial r^*} \left(r^* \frac{\partial u_r^*}{\partial r^*} \right) + \frac{u_r^*}{r^{*2}} + \frac{\partial^2 u_r^*}{\partial x^{*2}} \right] + \frac{1}{Fr} \quad (99)$$

- Componente axial:

$$\left(\frac{\partial u_x^*}{\partial t^*} + u_r^* \frac{\partial u_x^*}{\partial r^*} + u_x^* \frac{\partial u_x^*}{\partial x^*} \right) = -\frac{\partial P^*}{\partial x^*} + \frac{1}{Re} \left[\frac{1}{r^*} \frac{\partial}{\partial r^*} \left(r^* \frac{\partial u_x^*}{\partial r^*} \right) + \frac{\partial^2 u_x^*}{\partial x^{*2}} \right] + \frac{1}{Fr} \quad (100)$$

Ecuación de energía:

$$\left(\frac{\partial T^*}{\partial t^*} + u_r^* \frac{\partial T^*}{\partial r^*} + u_x^* \frac{\partial T^*}{\partial x^*} \right) = \frac{1}{Pr \cdot Re} \left[\frac{1}{r^*} \frac{\partial}{\partial r^*} \left(r^* \frac{\partial T^*}{\partial r^*} \right) + \frac{\partial^2 T^*}{\partial x^{*2}} \right] \quad (101)$$

Ecuación de conservación de las especies químicas:

$$\left(\frac{\partial Z_w}{\partial t^*} + u_r^* \frac{\partial Z_w}{\partial r^*} + u_x^* \frac{\partial Z_w}{\partial x^*} \right) = \frac{1}{Sc \cdot Re} \left(\frac{1}{r^*} \frac{\partial}{\partial r^*} \left(r^* \frac{\partial Z_w}{\partial r^*} \right) + \frac{\partial^2 Z_w}{\partial x^{*2}} \right) \quad (102)$$

Para este caso tenemos los mismos números adimensionales resultantes de la adimensionalización de cada una de las ecuaciones.

Como consecuencia de la existencia de las fuerzas gravitatorias, aparecen un nuevo número adimensional, el número de Froude, que relaciona las fuerzas de inercia y las fuerzas de gravedad que actúan sobre el fluido. Se define de la siguiente forma:

$$Fr = \frac{U^2}{g \cdot D} \quad (103)$$

donde g es el valor de la gravedad. Sin embargo no se utilizará esta definición si no que utilizaremos la siguiente expresión.

$$Fr = \frac{\rho_w \cdot U^2}{(\rho_w - \rho_a) \cdot g \cdot D} \quad (104)$$

Como se puede observar las dimensiones son las mismas, sin embargo con esta definición se tiene en cuenta la diferencia de densidades existentes entre los dos fluidos en contacto, siendo ρ_w la densidad del agua y ρ_a la densidad del alcohol etílico. Para el caso en el que se produce la descarga de agua en agua, el valor del número de Froude es infinito, ya que la diferencia de densidades que aparece en el denominador es cero al ser la misma, que una vez introducido en la ecuación de cantidad de movimiento, eliminaría el término que representa el componente gravitatorio.

A.4.4. ADIMENSIONALIZACIÓN DEL DOMINIO DE CÁLCULO

La adimensionalización del dominio de cálculo es el que se especifica a continuación:

$$0 \leq x^* \leq \frac{X_{m\acute{a}x}}{D} \quad y \quad 0 \leq r^* \leq \frac{R_{m\acute{a}x}}{D}$$

A.4.5. ADIMENSIONALIZACIÓN DE LAS CONDICIONES DE CONTORNO

Una vez adimensionalizadas las ecuaciones que gobiernan el movimiento del fluido, de la especificación de los parámetros de los que dependen las ecuaciones y de la adimensionalización del dominio de cálculo se pasa a la adimensionalización de las condiciones de contorno.

➤ DESCARGA DE AGUA EN AGUA

ENTRADA

$$x^* = 0, 0 \leq r^* \leq \frac{1}{2} :$$

$$u_x^* = 1, u_r^* = 0, \rho^* = 1, Z_i = 1 \quad (105)$$

PARED VERTICAL

$$x^* = 0, \frac{1}{2} \leq r^* \leq \frac{R_{m\acute{a}x}}{D} :$$

$$u_x^* = 0, u_r^* = 0, \rho^* = 1, \frac{\partial Z_i}{\partial x^*} = 0 \quad (106)$$

EJE DE SIMETRÍA

$$r^* = 0, 0 \leq x^* \leq \frac{X_{m\acute{a}x}}{D} :$$

$$\frac{\partial u_x^*}{\partial r^*} = 0, u_r^* = 0, \frac{\partial \rho^*}{\partial r^*} = 0, \frac{\partial Z_i}{\partial r^*} = 0 \quad (107)$$

CONTORNO LIBRE VERTICAL

$$x^* = \frac{X_{m\acute{a}x}}{D}, 0 \leq r^* \leq \frac{R_{m\acute{a}x}}{D} :$$

$$P^* = 0 \quad (108)$$

CONTORNO LIBRE HORIZONTAL

$$r^* = \frac{R_{m\acute{a}x}}{D}, 0 \leq x^* \leq \frac{X_{m\acute{a}x}}{D} :$$

$$P^* = 0 \quad (109)$$

➤ **DESCARGA DE AGUA EN ALCOHOL ETÍLICO**

ENTRADA

$$x^* = 0, 0 \leq r^* \leq \frac{1}{2} :$$

$$u_x^* = 1, u_r^* = 0, \rho^* = 1, Z_w = 1 \quad (110)$$

PARED VERTICAL

$$x^* = 0, \frac{1}{2} \leq r^* \leq \frac{R_{m\acute{a}x}}{D} :$$

$$u_x^* = 0, u_r^* = 0, \rho^* = 1, \frac{\partial Z_w}{\partial x^*} = 0 \quad (111)$$

EJE DE SIMETRÍA

$$r^* = 0, 0 \leq x^* \leq \frac{X_{m\acute{a}x}}{D} :$$

$$\frac{\partial u_x^*}{\partial r^*} = 0, u_r^* = 0, \frac{\partial \rho^*}{\partial r^*} = 0, \frac{\partial Z_w}{\partial r^*} = 0 \quad (112)$$

CONTORNO LIBRE VERTICAL

$$x^* = \frac{X_{m\acute{a}x}}{D}, 0 \leq r^* \leq \frac{R_{m\acute{a}x}}{D} :$$

$$P^* = 0 \quad (113)$$

CONTORNO LIBRE HORIZONTAL

$$r^* = \frac{R_{m\acute{a}x}}{D}, 0 \leq x^* \leq \frac{X_{m\acute{a}x}}{D} :$$

$$P^* = 0 \quad (114)$$

A.4.6. CONDICIONES DE INICIALES

Las condiciones iniciales adimensionalizadas son las que se indican a continuación:

Para $0 \leq x^* \leq \frac{X_{m\acute{a}x}}{D}$ y $0 \leq r^* \leq \frac{R_{m\acute{a}x}}{D}$:

$$u_x^* = 0, u_r^* = 0, \rho^* = \frac{\rho_{amb}}{\rho_j}, P^* = 0, T^* = 0, Z_i = 0 \quad (115)$$

ANEXO B. IMPLEMENTACIÓN EN FLUENT

Antes de comenzar a describir el proceso a seguir para la implementación en FLUENT cabe decir que en este punto del estudio no se explicará paso por paso cada una de las decisiones y valores tomados, pues esto fue tema de estudio en otros Proyectos de Fin de Carrera como [5], por lo que sólo se detallarán los aspectos que son considerados de mayor importancia y relevancia para el entendimiento de los estudios propuestos y de los problemas. Sin embargo también se ha llevado a cabo para una mejor comprensión de los estudios de los problemas.

En los casos en los que no se haga distinción entre cada uno de los casos, significa que se ha definido de la misma forma en ambos. Si existen variaciones de un modelo a otro, serán explicadas y bien diferenciadas.

Para llevar a cabo esta implementación, es necesario apoyarse en la formulación desarrollada en el apartado A.1., tanto las ecuaciones de Navier-Stokes, condiciones de contorno, condiciones iniciales, condiciones de contorno, ecuaciones de estado, funciones de estado, leyes constitutivas y consideraciones que se ha tenido en cuenta para la simplificación de las ecuaciones de Navier-Stokes.

A continuación se procede a la descripción de cómo se ha realizado la implementación del problema en programa de volúmenes finitos FLUENT.

Lo primero que se debe hacer es ejecutar el programa. Una vez ejecutado, aparecerá en pantalla el siguiente cuadro de diálogo.

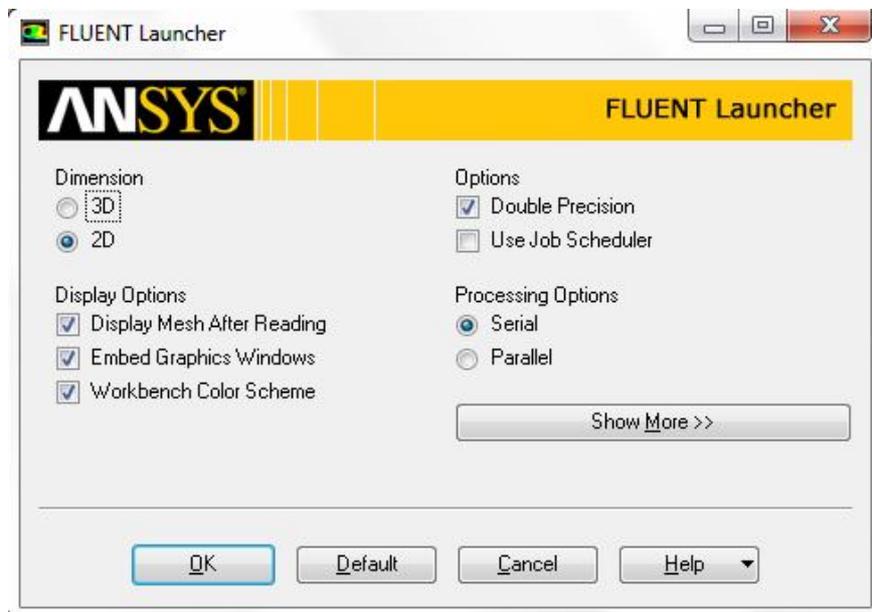


Figura 35. Panel inicial de FLUENT.

Se han elegido las opciones que se muestran en la figura anterior:

- Dimensión 2D: esto es así debido a que, como se ha explicado en el apartado A.3.1, el flujo es idéntico en cualquier plano de sección constante θ .
- Doble precisión: se ha usado doble precisión debido a que existen unas escalas muy dispares en la resolución del problema.

Una vez introducidas las condiciones iniciales para la ejecución del programa, aparecerá en pantalla el entorno de trabajo de FLUENT, que se puede ver a continuación.

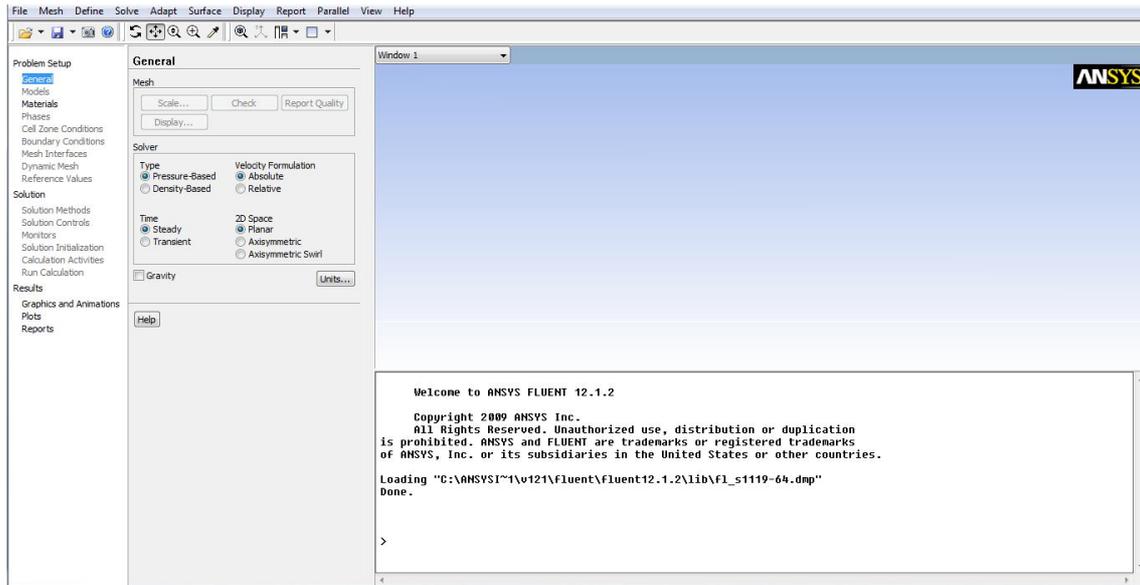


Figura 36. Ventana de trabajo de FLUENT.

Como puede observarse, existen varias zonas de trabajo:

- En la parte superior aparece la barra de herramientas.
- En la parte izquierda en vertical, aparecen los diferentes menús de navegación en los que se tendrán que especificar las condiciones del problema.
- En la parte superior derecha, aparece una ventana en la que se representan los gráficos y representaciones que se quieran.
- En la parte inferior derecha, aparece una ventana en la que se especifica cada una de las operaciones que se llevan a cabo durante el proceso de resolución del problema.

En este trabajo se parte de una malla ya construida previamente, por lo que no se tiene que realizar su construcción con el programa GAMBIT de construcción de mallas que luego son importadas a FLUENT.

Por lo tanto, el primer paso para la resolución del problema es leer la malla. Para ello se debe seguir la secuencia de pasos *file* → *read* → *case* y seleccionar la ruta en la que

se encuentra guardada la malla. En la Figura 37. se puede observar la malla original del problema.

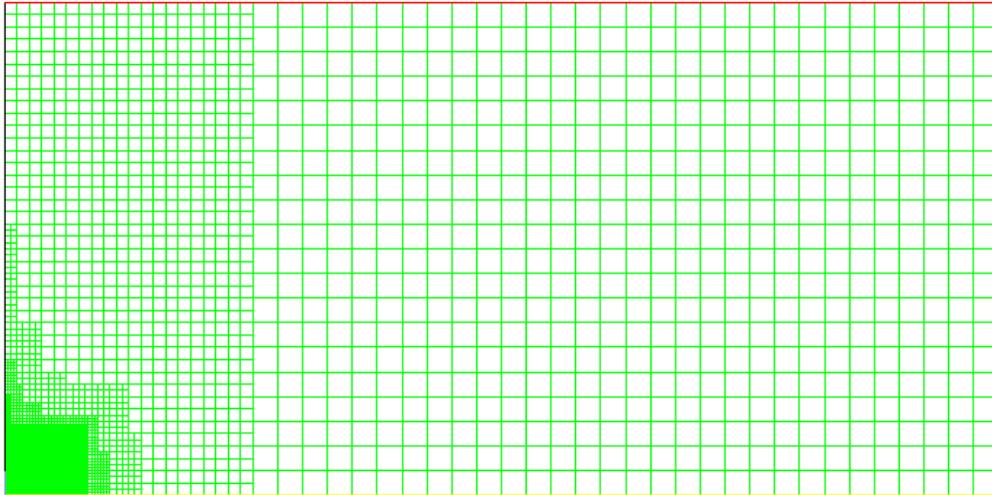


Figura 37. Malla que representa el dominio de cálculo inicial en la descarga de agua en agua.

Como puede observarse, el mallado es diferente dependiendo de la zona. La zona más refinada (menor espaciamiento de los nodos) se encuentra en la zona de entrada del fluido (zona inferior izquierda) y a medida que los nodos se alejan de la zona de entrada se van espaciando cada vez más. Esto es así debido a que la zona de interés para la resolución de las ecuaciones es la que se encuentra lo más cerca del chorro y poder tener así una mayor exactitud en los resultados, mientras que a medida que la malla se aleja del chorro, la exactitud de los resultados no será necesario que sea tan precisa, ahorrándose de esta manera recursos, como son el tiempo y el coste computacional. A continuación se representa la zona de mayor refinamiento con mayor precisión.

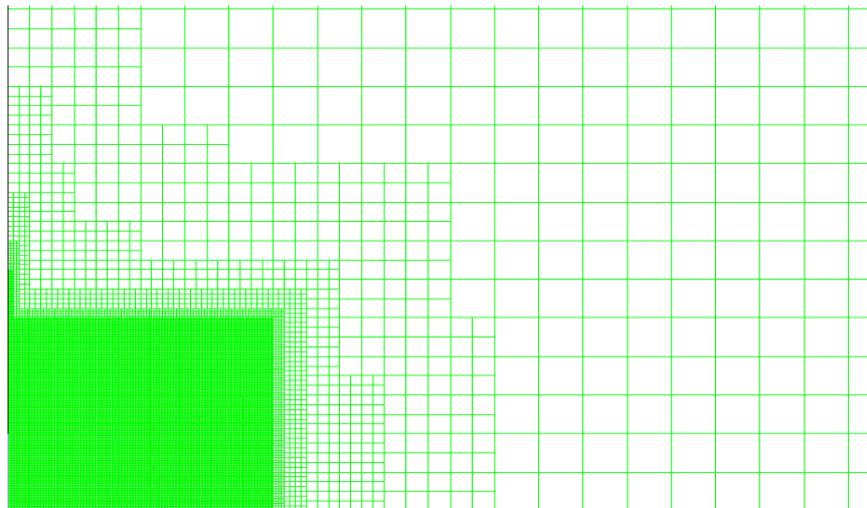


Figura 38. Representación de la malla que representa el dominio de cálculo ampliada en la zona refinada en la descarga de agua en agua.

B.1. REFINAMIENTO DE LA MALLA

A medida que el chorro avance, se debe de refinar la malla alrededor del mismo. Esto se conseguirá mediante una adaptación de la malla basada en el gradiente de presiones. Se ha elegido el gradiente de presiones porque existe una gran diferencia de presiones en el frente del chorro (zona de máxima de presión del dominio) y en el centro del torbellino de cabeza (zona de mínima presión del dominio), siendo por tanto elevado el gradiente de presiones en la zona de avance del chorro y pudiendo, por tanto, localizarlo con facilidad. Para llevar a cabo este refinamiento se debe seguir la siguiente secuencia de pasos. *Adapt* → *Gradient*. Una vez realizada, se llega a la siguiente ventana

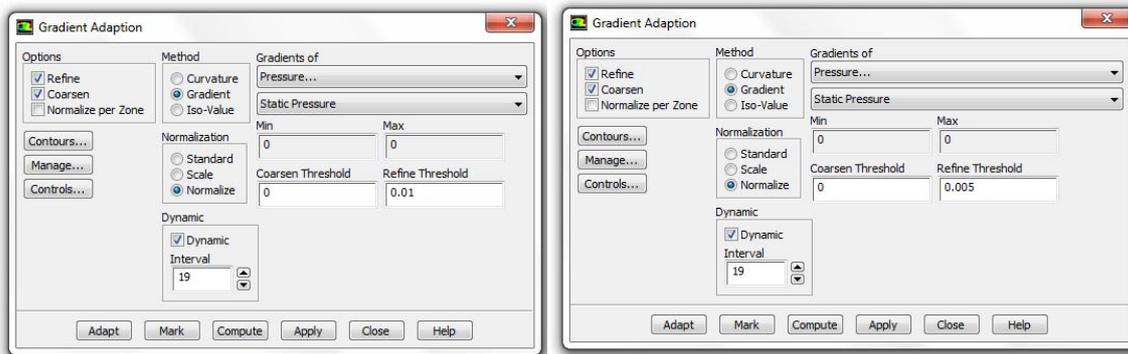


Figura 39. Cuadro de diálogo para el refinamiento de la malla en el caso de la inyección de agua en agua y cuadro de diálogo para el refinamiento de la malla en el caso de la inyección de agua alcohol etílico, respectivamente.

Para llevar a cabo el refinamiento se debe marcar la opción *Refine* de la ventana *Options*. Como se ha dicho, el refinamiento se va a realizar basándose en el gradiente de presiones por lo que debemos de seleccionar las opciones *Gradient* de la ventana *Method* y *Pressure* → *Static Pressure* de la ventana *Gradients of*.

Para realizar el refinamiento de la malla en el caso de la inyección de agua en agua, se ha definido un umbral (*Refine Threshold*) de 0.01 de tal manera que se refinarán las celdas en las que exista un gradiente de presiones superior al umbral definido previamente. Por otra parte, el umbral de desrefinamiento (*Coarsen Threshold*) se ha fijado a cero para que no haya ninguna celda que sufra un desrefinamiento.

Para el caso de la descarga de agua en alcohol etílico se ha definido un umbral de refinamiento (*Refine Threshold*) de 0.005, mientras que el umbral de desrefinamiento (*Coarsen Threshold*) se ha vuelto a dejar a cero.

El motivo de que se haya definido un umbral menor en el caso de la descarga de agua en alcohol etílico es porque los gradientes de presión son mayores por lo que se necesita que el refinamiento de la malla se produzca más rápido que en el caso de la descarga de agua en agua.

Posteriormente se pulsará el botón *Compute* y se calcularán los valores mínimo y máximo de los gradientes elegidos. Para llevar a cabo el refinamiento, se pulsará el botón *Mark*, para marcar las celdas que cumplen las condiciones impuestas. Por último se pulsará el botón *Adapt*, con lo que se conseguirá el refinamiento final de la malla. También se pueden ver las celdas marcadas mediante el botón *Manage*. A continuación se muestra una malla que ya ha sido refinada mediante el método explicado anteriormente para el caso de la descarga de agua en agua.

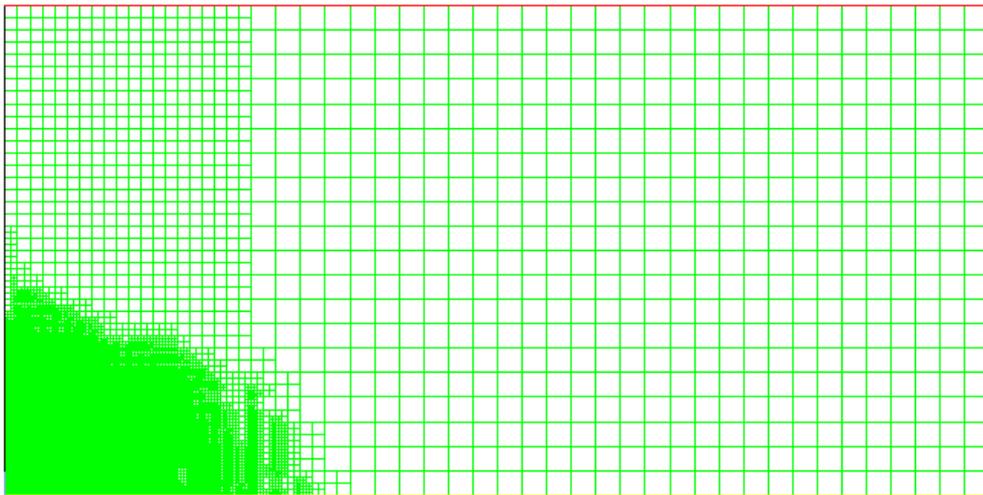


Figura 40. Malla que representa el dominio de cálculo en un instante de tiempo en el cual se produce el refinamiento mediante el gradiente de presiones en el caso de la descarga de agua en agua.

En la siguiente figura se puede observar la zona refinada con una mayor claridad al aplicar el zoom en dicha zona.

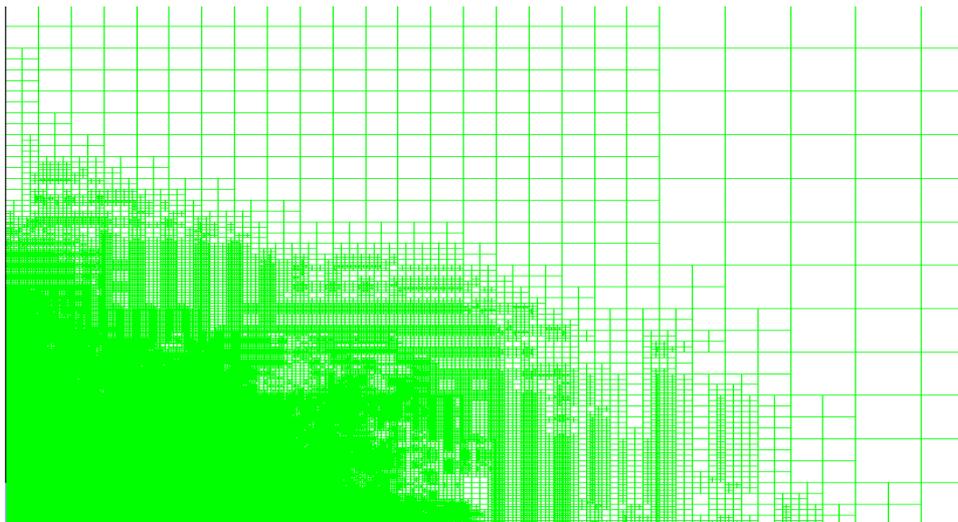


Figura 41. Malla que representa el dominio de cálculo en un instante de tiempo en el cual se produce el refinamiento mediante el gradiente de presiones con un zoom en la zona más refinada en el caso de la descarga de agua en agua.

Se puede observar, en comparación con la Figura 38. que se ha producido un refinamiento de la malla a medida que ha avanzado la resolución del problema.

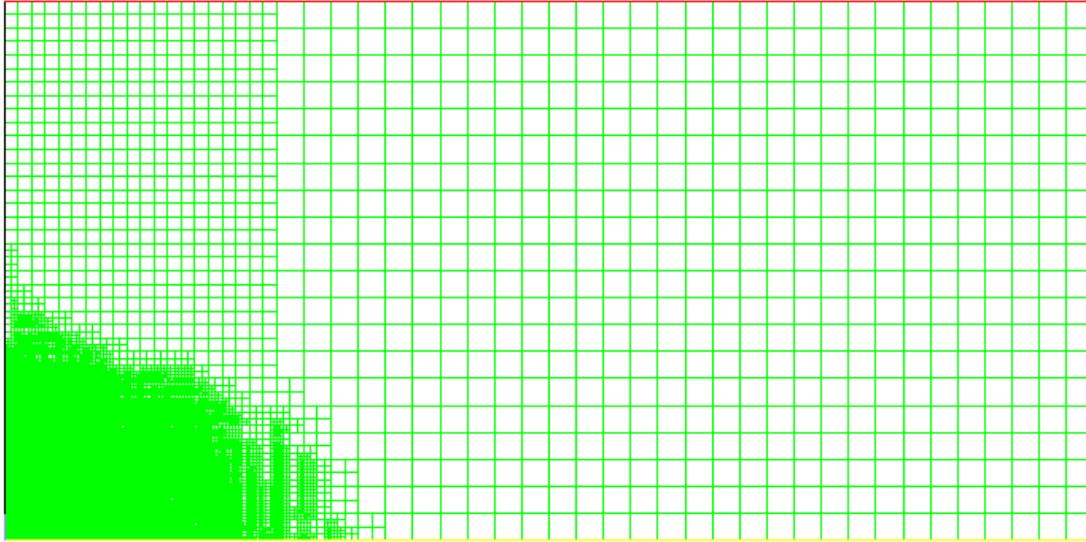


Figura 42. Malla que representa el dominio de cálculo en el instante de tiempo final en el cual se produce el refinamiento mediante el gradiente de presiones con un mayor refinamiento de la malla en el caso de la descarga de agua en agua.

Como puede verse no se ha refinado una gran parte de la malla, más bien todo lo contrario, muy poca ha sido refinada, ya que como se ha explicado anteriormente, supondría un coste computacional inabordable.

Para el caso de la descarga de agua en alcohol etílico se parte de una malla como la que se representa en la Figura 43.

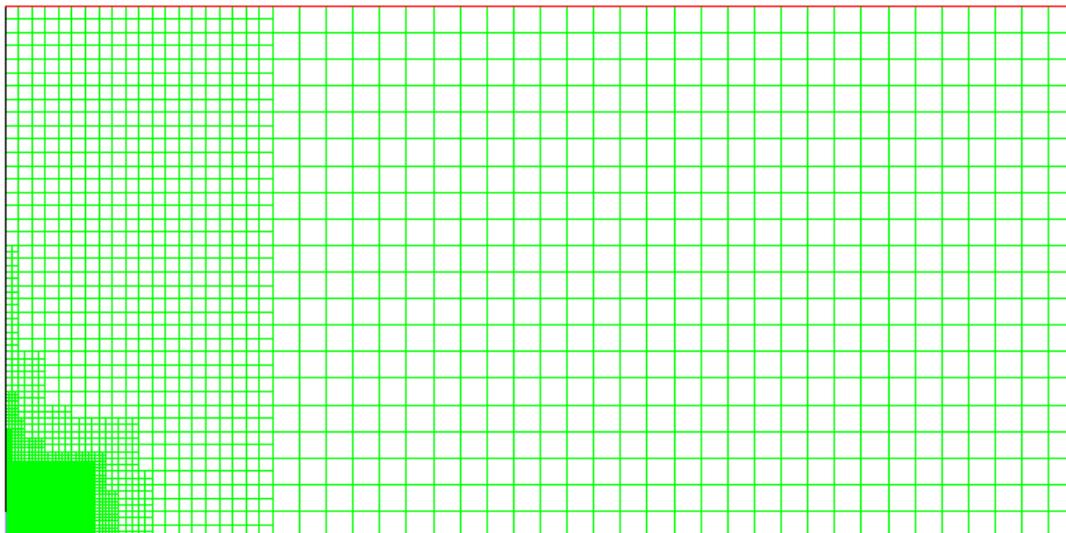


Figura 43. Malla que representa el dominio de cálculo inicial en la descarga de agua en alcohol etílico.

Si se representa el dominio en un momento de tiempo en el que se ha refinado la malla en la descarga de agua en alcohol etílico se podrá observar la diferencia con el refinamiento como se observa en la Figura 44.

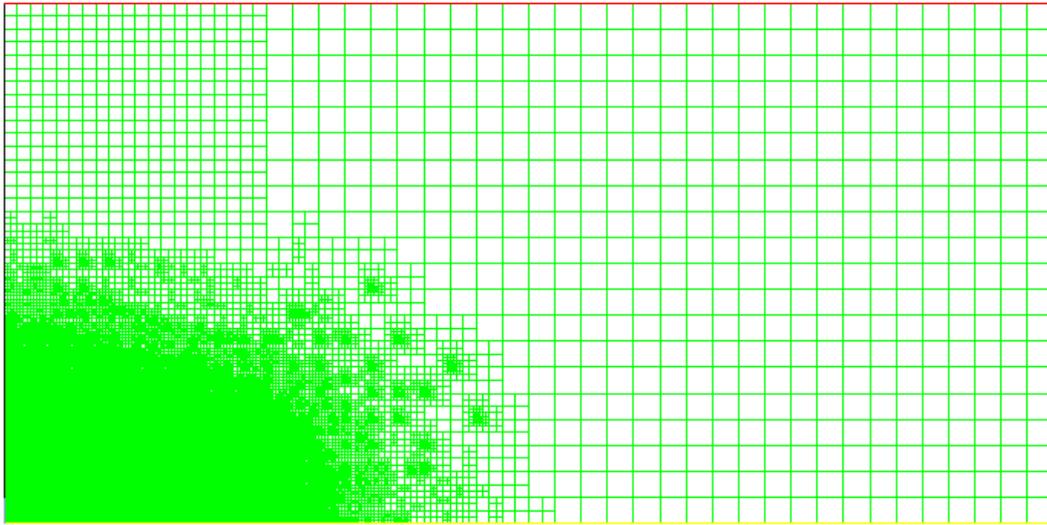


Figura 44. Malla que representa el dominio de cálculo en un instante de tiempo en el cual se produce el refinamiento mediante el gradiente de presiones en el caso de la descarga de agua en alcohol etílico.

Si se representa la malla del último caso en el que se calculan las ecuaciones de Navier-Stokes se puede observar una mayor diferencia todavía, como queda reflejado en la Figura 45.

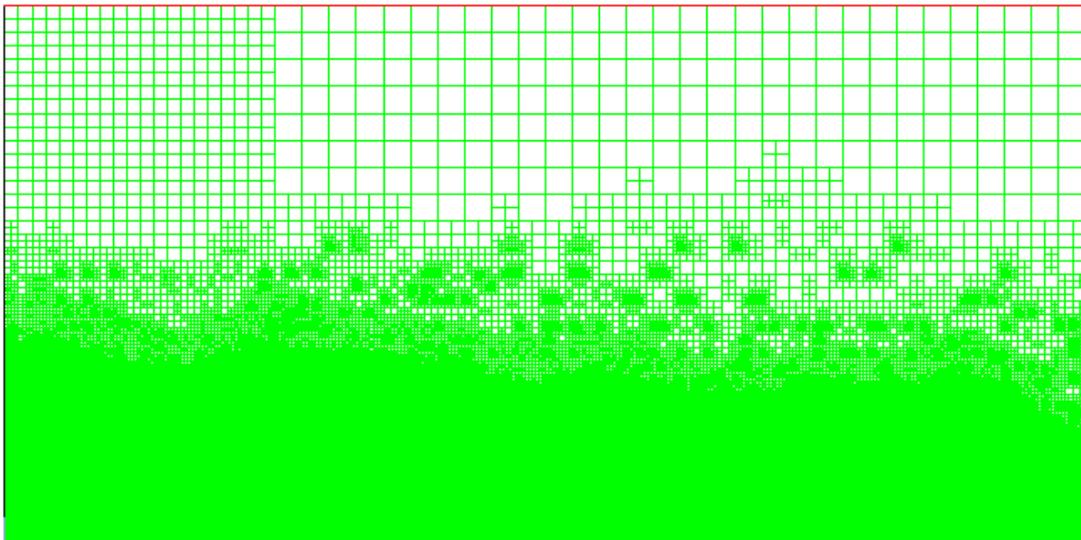


Figura 45. Malla que representa el dominio de cálculo en el instante final de tiempo en el cual se produce el refinamiento mediante el gradiente de presiones en el caso de la descarga de agua en alcohol etílico.

Como se puede observar, el refinamiento de la malla en un caso y en el otro es muy distinto debido a los valores del umbral del gradiente de presiones que se han elegido.

Asimismo, se puede observar tanto en la Figura 42. como en la Figura 45. que el refinamiento de la malla es muy desigual, ya que en la primera de ellas se ha refinado muy poca parte de la malla total mientras que en la segunda se ha refinado prácticamente toda la malla en dirección axial. Esto es debido a la penetración del chorro en el seno del fluido en reposo.

B.2. DEFINICION DEL PROBLEMA FÍSICO

Una vez que se ha explicado la estructura de la malla original y de su evolución con el tiempo a lo largo del problema, se procede a la definición del problema físico especificando cada una de las opciones seleccionadas y explicando el por qué.

B.2.1. DEFINICIÓN GENERAL DEL PROBLEMA

Lo primero que se debe definir del problema son las características generales, para ello se debe seguir la secuencia de pasos *Define* → *General*.

Si se sigue esta secuencia se llega al siguiente cuadro de diálogo.

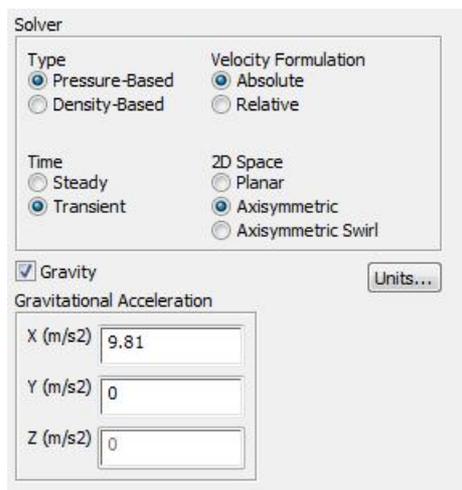


Figura 46. Cuadro de diálogo en el que se especifican las características generales del problema para los dos casos de estudio.

En este cuadro se puede observar las opciones seleccionadas para la resolución del problema.

- **TYPE**

Se ha seleccionado *Pressure – Based* ya que el problema está resuelto basado en la presión y no en la densidad de los fluidos que serán usados.

- **VELOCITY FORMULATION**

La formulación de la velocidad será absoluta y no relativa por lo que se ha seleccionado la opción *Absolute*.

- **TIME**

El problema que se plantea será transitorio ya que la solución depende del tiempo, sobre todo en la entrada del chorro donde las propiedades del fluido y del problema cambian con mayor rapidez y en función del tiempo.

- **2D SPACE**

Como ya se ha explicado anteriormente existe una simetría axilsimétrica debido a la geometría del problema que es cilíndrica. La opción elegida no es *Axisymmetric Swirl* debido a que ese tipo de problema se da cuando existe una velocidad acimutal, que no es nuestro caso.

- **GRAVITY**

La última opción elegida es la gravedad que se tendrá en cuenta debido a que influye en la resolución del problema. La dirección especificada es la dirección axial “X”, aunque en realidad al estar el problema orientado de manera horizontal, es como si la dirección de la gravedad fuese en dirección vertical.

B.2.2. DEFINICIÓN DE LAS ECUACIONES DEL PROBLEMA Y SUS MODELOS

A continuación se procede a la caracterización de las ecuaciones de Navier-Stokes que se han definido en el apartado A.1 en FLUENT.

De ine → Models

Siguiendo esta ruta se llega a un cuadro como el que se representa a continuación una vez elegidas las opciones que definen el problema.

➤ **DESCARGA DE AGUA EN AGUA**

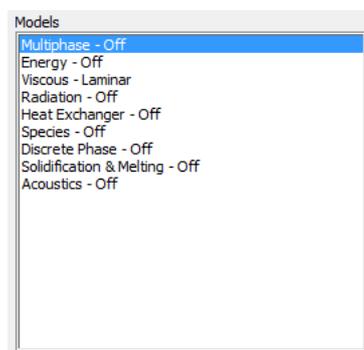


Figura 47. Cuadro de diálogo en el que se especifican los modelos y las ecuaciones a resolver en la descarga de agua en agua.

➤ DESCARGA DE AGUA EN ALCOHOL ETÍLICO

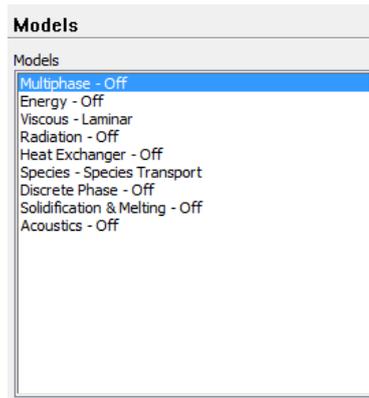


Figura 48. Cuadro de diálogo en el que se especifican los modelos y las ecuaciones a resolver en la descarga de agua en alcohol etílico.

B.2.2.1. DEFINICIÓN DE LOS MODELOS

- **MULTIPHASE**

El modelo de multifase no está activado, ya que en el problema está compuesto por dos fluidos en la misma fase, en este caso líquido.

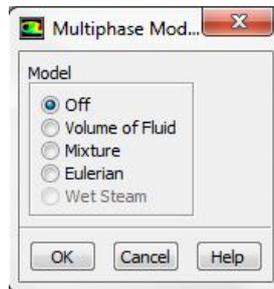


Figura 49. Cuadro de diálogo en el que se define que el problema no es multifásico.

En el cuadro de la Figura 49. se encuentran las opciones que proporciona FLUENT. Como se puede observar se ha elegido la opción desactivado.

- **ENERGY**

La resolución de la ecuación de la energía queda especificada en este panel. En el problema propuesto no se resolverá la ecuación de la energía. Esto es debido a que al ser un fluido incompresible, la ecuación de la energía se encuentra desacoplada del problema mecánico y por lo tanto no es necesaria para la resolución del problema fluidomecánico.

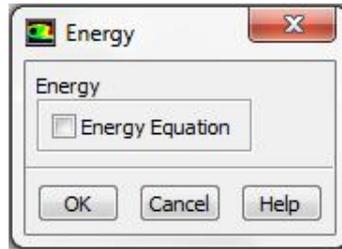


Figura 50. Cuadro de diálogo en el que se especifica que no se resuelva la ecuación de la energía.

- **VISCOUS**

Con esta opción se está definiendo si existe turbulencia o no en el problema, y qué tipo de modelo de turbulencia se ha seleccionado para la resolución del problema. Las opciones que proporciona FLUENT son las siguientes.

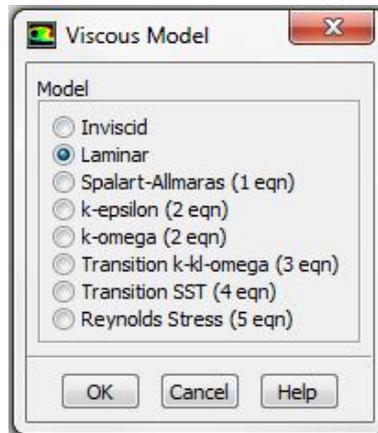


Figura 51. de diálogo en el que se especifica que el modelo viscoso elegido es el laminar.

En el cuadro de diálogo anterior se pueden observar las distintas opciones.

Inviscid: esta opción implica ausencia de viscosidad, con lo cual se llega a las ecuaciones de Euler.

Laminar: esta opción se usa para flujos laminares en el que las líneas de corriente son paralelas en todo momento.

Spalart-Allmaras: el modelo Spalart-Allmaras introduce una nueva ecuación diferencial que modeliza el término que incluye la turbulencia.

k-epsilon: incluye dos ecuaciones de transporte adicionales para representar las propiedades del flujo turbulento. La primera variable transportada es la energía cinética turbulenta, κ . La segunda variable transportada es la disipación turbulenta, ϵ . Esta última variable determina la escala de la turbulencia, mientras que la primera variable, κ , determina la energía de la turbulencia.

k-omega: incluye dos ecuaciones de transporte adicionales para representar las propiedades del flujo turbulento. La primera variable transportada la energía cinética turbulenta, κ . La segunda variable transportada es la disipación específicos, ω . Es la variable que determina la escala de la turbulencia, mientras que la primera variable, κ , determina la energía de la turbulencia.

Reynolds stress (RSM): consiste en modelizar directamente las ecuaciones de los efectos viscosos

El modelo elegido para la resolución del problema es el modelo laminar, ya que al ser el número de Reynolds bajo, no existe turbulencia.

- **RADIATION**

Se nos posibilita la opción de que se tenga en cuenta la transferencia de calor por radiación. En el problema planteado no se ha tenido en cuenta la transferencia de calor por radiación por lo que se ha desactivado la opción, ya que las paredes son consideradas adiabáticas. La opción elegida se puede observar en el siguiente cuadro de diálogo.

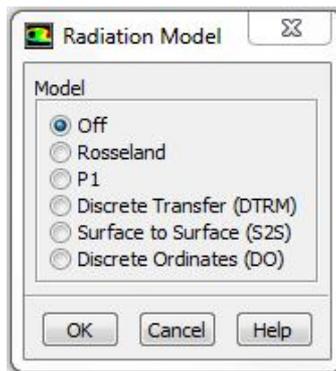


Figura 52. Cuadro de diálogo en el que se especifica que no existe radiación en el problema.

- **HEAT EXCHANGER**

En el problema no se ha supuesto ningún intercambiador de calor, por lo que la opción está desactivada.

- **SPECIES**

- **DESCARGA DE AGUA EN AGUA**

En esta opción se da la posibilidad de resolver la ecuación de las especies. Como se ha especificado en el apartado de formulación, se tienen en cuenta tantas ecuaciones como especies químicas se hayan definido. Sin embargo, como se verá más adelante, se han definido tantos escalares pasivos como especies químicas, por lo que no se resolverán las ecuaciones de las especies.

➤ DESCARGA DE AGUA EN ALCOHOL

En este caso si se ha definido un modelo, que será el de *Species Transport*, en el cual se determinan las siguientes opciones.

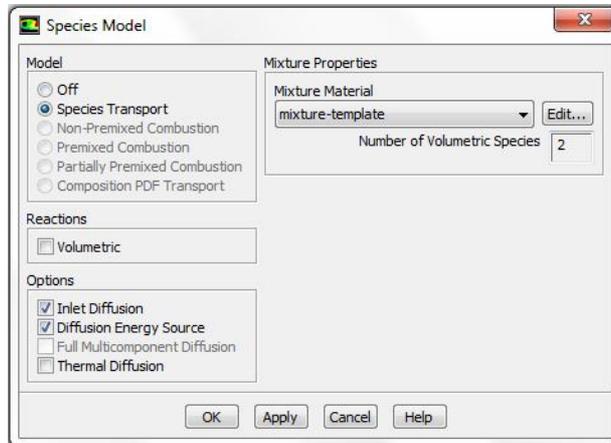


Figura 53. Cuadro de diálogo en el que se especifica que las condiciones del transporte de las especies.

Como se puede ver, se ha definido una mezcla (*mixture – template*) con dos especies químicas distintas (*Number of Volumetric Species: 2*).

- **DISCRETE PHASE**

Esta opción proporciona la posibilidad de que se tengan en cuenta partículas discretas que se encuentren en el seno del fluido. En el problema propuesto no se ha tenido en cuenta esta opción, por lo que el panel de diálogo se mantiene por defecto.

- **SOLIDIFICATION AND MELTING**

Esta opción proporciona la posibilidad de tener en cuenta posibles solidificaciones y fusiones que se puedan producir. En el caso que se presenta no se tendrán en cuenta estas posibilidades, por lo que se mantiene desactivado.

- **ACOUSTICS**

Esta opción proporciona la posibilidad de tener en cuenta los efectos acústicos. No se tendrán en cuenta a la hora de resolver el problema, por lo que se mantiene desactivada.

B.2.3. DEFINICIÓN DEL MATERIAL

A continuación hay que definir los materiales que se utilizarán en el problema. Cabe decir que en este cuadro de diálogo no es donde se definen los materiales que se van a usar, si no que lo que se hará es cargar desde la biblioteca interna de FLUENT los materiales que se van a usar para la resolución del problema.

También se pueden obtener las características y propiedades de cada uno de los materiales que han sido cargados.

Los materiales que han sido cargados desde la biblioteca de FLUENT son el agua líquida (*water-liquid*) y el alcohol etílico (*ethyl-alcohol-liquid*). A continuación se recogen las propiedades del material seleccionado. Para el caso de la descarga de agua en agua sólo es necesario cargar desde la biblioteca de FLUENT el agua líquida, pues es el único fluido de estudio, mientras que en el caso de la descarga de agua en alcohol etílico es necesario cargar los dos fluidos.

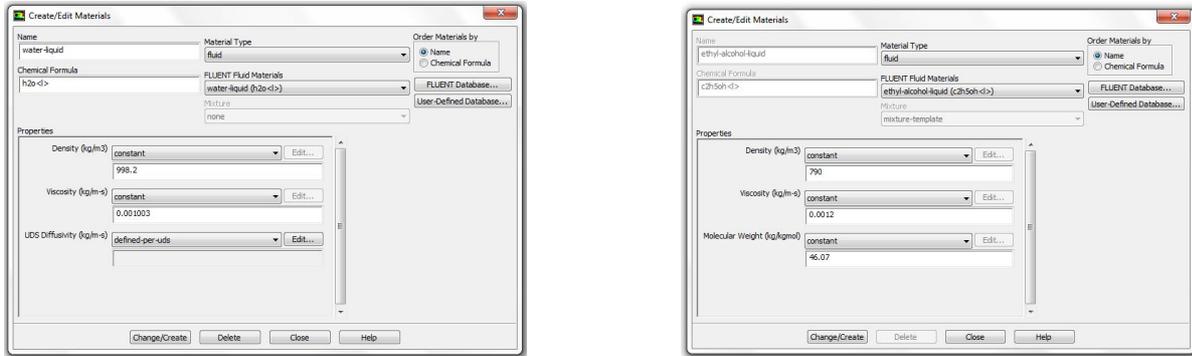


Figura 54. Cuadro de diálogo en el que se especifica el tipo de material elegido para el problema y sus propiedades. En este caso el agua y el alcohol etílico.

Se puede observar cuáles son las propiedades del agua que se especifican con mayor claridad a continuación.

- Densidad: $\rho = 998.2 \frac{kg}{m^3}$
- Viscosidad dinámica: $\mu = 0.001003 \frac{kg}{m \cdot s}$
- UDS *Diffusivity*: se explicará más adelante.

En el panel anterior sólo aparecen las propiedades del agua que serán usadas por FLUENT, que son la densidad y la viscosidad dinámica, mientras que otras propiedades como la conductividad térmica y calor específico no aparecen porque no van a ser usadas por FLUENT al no tener que resolver la ecuación de la energía. Sin embargo se especifican a continuación.

- Conductividad térmica: $K = 0.6 \frac{W}{m \cdot K}$
- Calor específico: $c = 4182 \frac{J}{kg \cdot K}$

Las propiedades del alcohol etílico son las siguientes.

- Densidad: $\rho = 790 \frac{kg}{m^3}$
- Viscosidad dinámica: $\mu = 0.0012 \frac{kg}{m \cdot s}$

B.2.4. DEFINICIÓN DE CONDICIONES DE LAS CELDAS

➤ DESCARGA DE AGUA EN AGUA

Aquí se definirá el fluido que se ha cargado desde la biblioteca, que como ya se ha dicho sólo será el agua. Como se ha mencionado anteriormente, se han introducido escalares pasivos, por lo que se estudiará el comportamiento del agua con la presencia de las especies químicas definidas por sus difusividades.

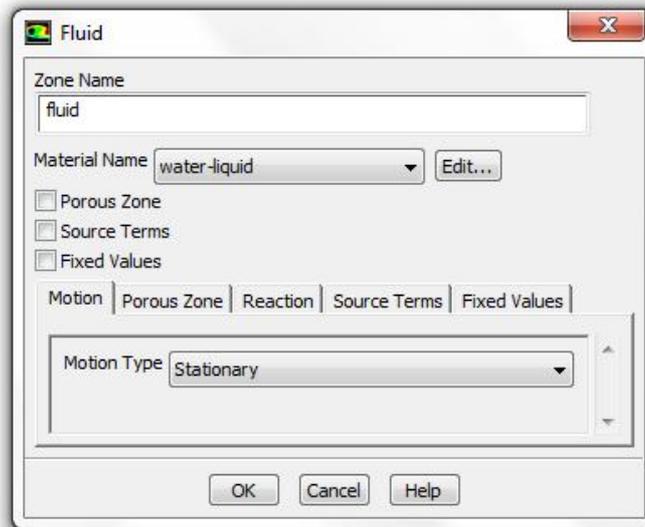


Figura 55. Cuadro de diálogo en el que se especifican las características del material elegido.

Se puede observar que el tipo de fluido de estudio será el agua líquida (*water-liquid*) que se ha cargado anteriormente desde la biblioteca de FLUENT.

Como puede verse en la Figura 55. se ha definido el fluido con ausencia de poros, ausencia de términos que impliquen la existencia de posibles fuentes, ausencia de valores fijos y un tipo de movimiento estacionario (no confundir la tipología transitoria del problema con la definición estacionaria aquí indicada, ya que aquí se refiere a que no es acelerada en ningún instante, es decir, tiene velocidad constante).

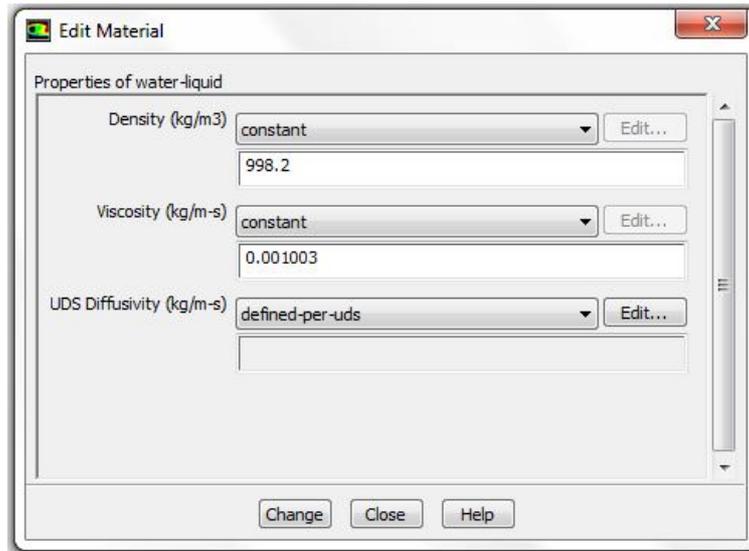


Figura 56. Cuadro de diálogo que recoge las propiedades del agua líquida.

En la Figura 56. se pueden observar las propiedades que usará FLUENT para la resolución del problema. Es aquí donde se definirán los escalares que han sido descritas anteriormente. Pulsando el botón *Edit*, aparece el siguiente cuadro de diálogo.

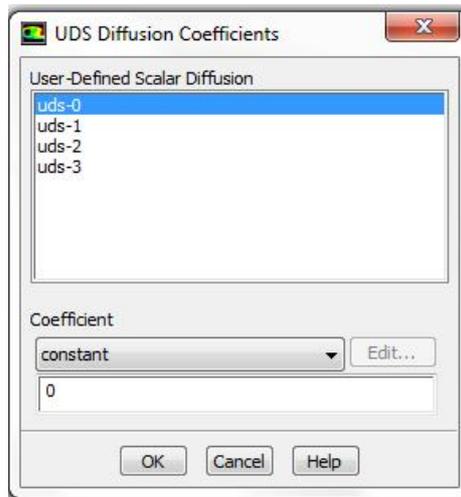


Figura 57. Cuadro de diálogo que recoge el número de UDS definidos.

Como se puede observar, se han definido cuatro escalares pasivos. Estos escalares pasivos se definen siguiendo la ruta *Define* → *User – Defined* → *Scalars*, llegando a un cuadro de diálogo como el siguiente.

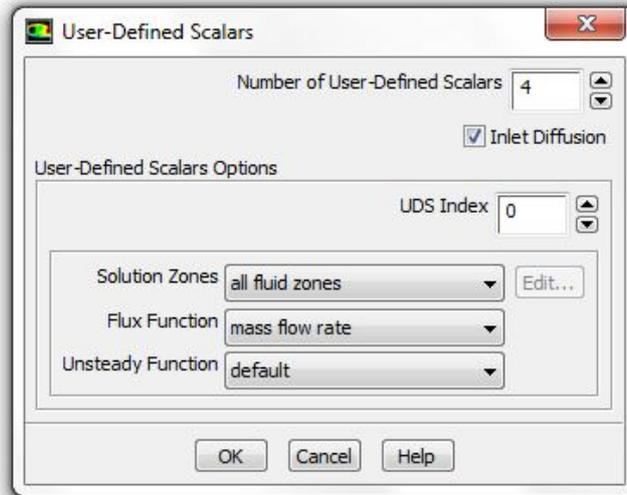


Figura 58. Cuadro de diálogo que recoge el número de UDS definidos y las características principales generales.

Como puede observarse se han definido cuatro escalares en *Number of User-Defined Scalars*. FLUENT, por tanto, resolverá tantas ecuaciones como escalares se han definido.

También se ha definido que se calcule el flujo convectivo a través del gasto másico mediante la opción *mass flow rate* en la pestaña *Flux Function*.

Por último se ha determinado incluir el término transitorio en las ecuaciones de transporte, ya que el problema planteado es dependiente del tiempo y por lo tanto transitorio.

Una vez definidos el número de escalares, FLUENT ya sabe cuántas ecuaciones ha de resolver, sin embargo para poder llevar a cabo esa resolución, es necesario definir el valor de las difusividades de cada uno de los escalares definidos. Se pueden introducir siguiendo varias rutas. Aquí se especificará partiendo de la Figura 57. Pulsando en cada uno de los escalares se puede introducir el valor de la difusividad en el campo que se encuentra en la parte inferior del cuadro de diálogo. Los valores introducidos para cada uno de los escalares se recogen en las siguientes figuras.

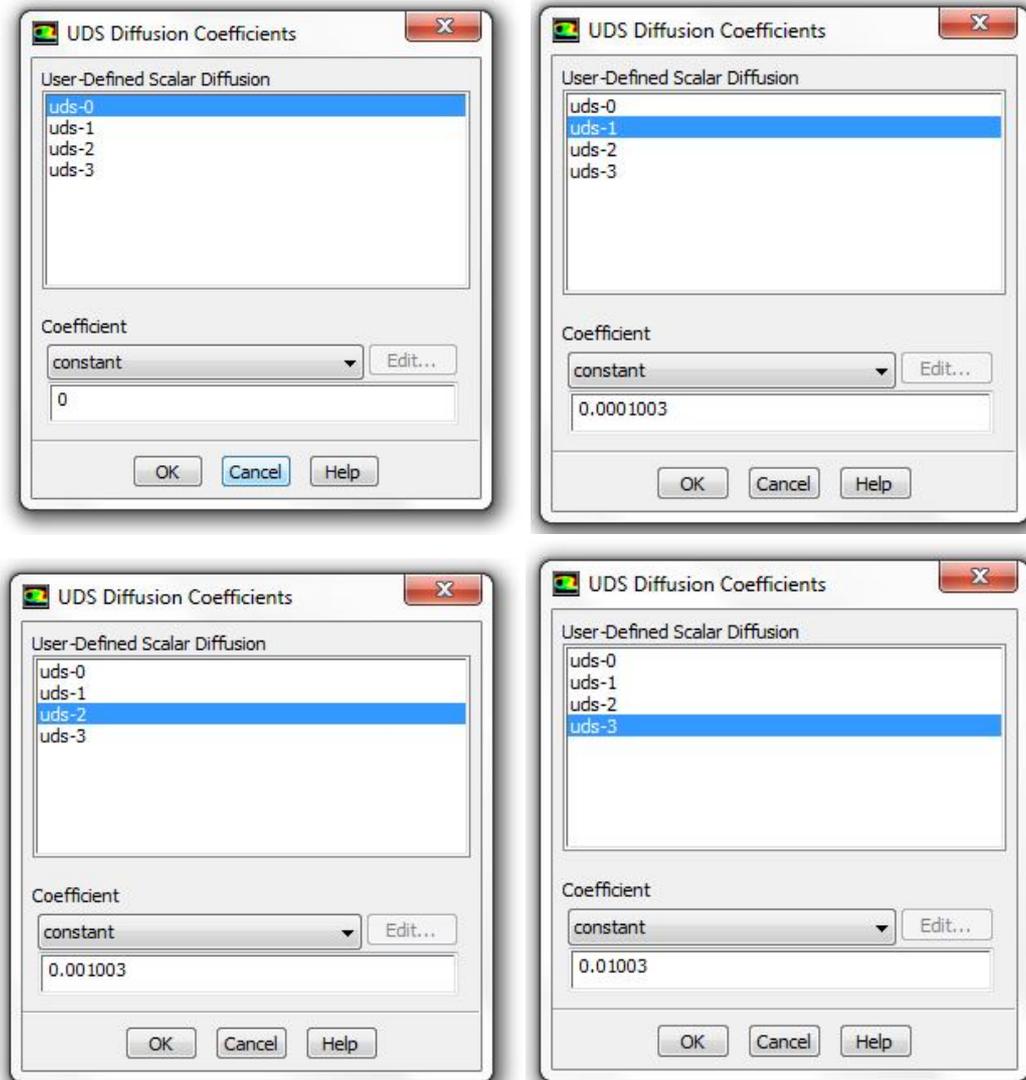


Figura 59. Cuadros de diálogo para cada uno de los UDS definidos y sus valores de difusividad correspondientes.

Para poder introducir los valores de las difusividades es necesario hacer uso de la expresión del número de Schmidt que fue definido en el apartado A.4.3. Se recuerda la expresión del número de Schmidt.

$$Sc = \frac{\nu}{D_i} \quad (116)$$

donde D_i es la difusividad de cada una de las especies químicas, cuyas unidades son $\left(\frac{m^2}{s}\right)$.

Como puede observarse en la Figura 56. el valor a introducir en FLUENT posee las siguientes unidades $\left(\frac{Kg}{m \cdot s}\right)$. Por lo tanto, se debe realizar una transformación para determinar el valor a introducir en FLUENT.

$$Sc = \frac{\nu}{D_i} = \frac{\nu \cdot \rho}{\Gamma} = \frac{\mu \cdot \rho}{\rho \cdot \Gamma} = \frac{\mu}{\Gamma} \Rightarrow \Gamma \left(\frac{\text{Kg}}{\text{m}\cdot\text{s}} \right) = \frac{\mu}{Sc} \quad (117)$$

Por lo tanto a partir de un valor del número de Schmidt y el valor de la viscosidad dinámica se puede determinar el valor de la difusividad que necesita FLUENT para resolver las ecuaciones de transporte de cada una de las especies químicas y que se ha denotado con la letra Γ .

Los números de Schmidt que se han introducido y los valores de Γ obtenidos se recogen a continuación.

$$Sc = \infty \Rightarrow \Gamma \left(\frac{\text{Kg}}{\text{m}\cdot\text{s}} \right) = \frac{\mu}{Sc} = \frac{0.001003 \frac{\text{Kg}}{\text{m}\cdot\text{s}}}{\infty} = 0 \frac{\text{Kg}}{\text{m}\cdot\text{s}} \quad (118)$$

$$Sc = 10 \Rightarrow \Gamma \left(\frac{\text{Kg}}{\text{m}\cdot\text{s}} \right) = \frac{\mu}{Sc} = \frac{0.001003 \frac{\text{Kg}}{\text{m}\cdot\text{s}}}{10} = 0.0001003 \frac{\text{Kg}}{\text{m}\cdot\text{s}} \quad (119)$$

$$Sc = 1 \Rightarrow \Gamma \left(\frac{\text{Kg}}{\text{m}\cdot\text{s}} \right) = \frac{\mu}{Sc} = \frac{0.001003 \frac{\text{Kg}}{\text{m}\cdot\text{s}}}{1} = 0.001003 \frac{\text{Kg}}{\text{m}\cdot\text{s}} \quad (120)$$

$$Sc = 0.1 \Rightarrow \Gamma \left(\frac{\text{Kg}}{\text{m}\cdot\text{s}} \right) = \frac{\mu}{Sc} = \frac{0.001003 \frac{\text{Kg}}{\text{m}\cdot\text{s}}}{0.1} = 0.01003 \frac{\text{Kg}}{\text{m}\cdot\text{s}} \quad (121)$$

Hay que tener en cuenta que los valores de los números de Schmidt introducidos se corresponden con los escalares de la siguiente forma.

$$Sc = \infty \Rightarrow \text{Escalar} - 0$$

$$Sc = 10 \Rightarrow \text{Escalar} - 1$$

$$Sc = 1 \Rightarrow \text{Escalar} - 2$$

$$Sc = 0.1 \Rightarrow \text{Escalar} - 3$$

➤ DESCARGA DE AGUA EN ALCOHOL ETÍLICO

Las propiedades en el caso de la descarga de agua en alcohol etílico se han definido de la misma forma que las características en el caso de la descarga de agua en agua, con la diferencia de que en este caso no se han definido escalares pasivos. Esto es, se ha vuelto a definir el fluido con ausencia de poros, ausencia de términos que impliquen la existencia de posibles fuentes, ausencia de valores fijos y un tipo de movimiento estacionario

B.2.5. DEFINICIÓN DE LAS CONDICIONES DE CONTORNO

A continuación se van a especificar las condiciones de contorno que permiten definir el problema y que ya han sido definidas en el apartado de condiciones de contorno en el apartado A.3.

Las condiciones de contorno se diferencian en cinco zonas bien diferenciadas, como se recoge en la Figura 60.

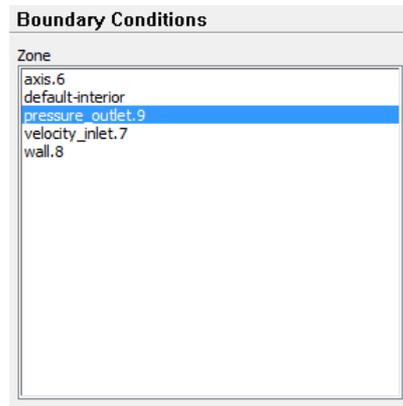


Figura 60. Cuadro de diálogo que recoge cada una de las condiciones de contorno que definen el dominio.

Las diferentes zonas en las que se divide el dominio son:

- axis.6: representa el eje de simetría.
- default-interior: representa todo lo que se encuentra en el interior del dominio.
- pressure_outlet.9: representa las condiciones de contorno en el campo lejano.
- velocity_inlet.7: representa la región por la que se produce la entrada del fluido al dominio de cálculo denominado anteriormente como *default-interior*.
- wall.8: representa la zona contigua a la región de entrada del fluido.

A continuación se puede observar una representación de cada una de las zonas que se han indicado anteriormente.

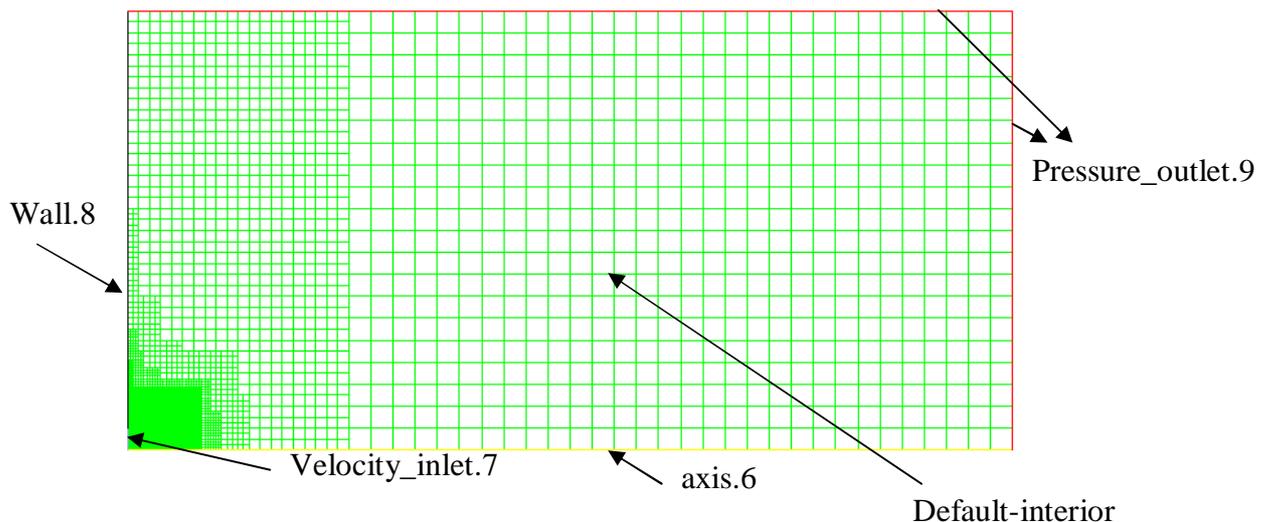


Figura 61. Representación de cada una de las condiciones de contorno en la malla representada por FLUENT durante la inyección de fluido para el estudio de la descarga de agua en agua y de la descarga de agua en alcohol etílico.

La forma de implementación de cada una de las zonas en la que se han dividido las condiciones de contorno se especifica a continuación de manera más detallada.

- **AXIS**

La región que es considerada como eje de simetría se debe definir como *axis.6*, que debe ser seleccionada en el menú *type*.

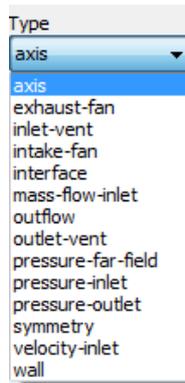


Figura 62. Cuadro de diálogo en el que se elige la opción eje para definir el eje de simetría.

- **WALL**

La región contigua a la zona de entrada del fluido se especifica con la condición *wall.8* la cual implica su propia definición de ser considerada como pared. La forma de definirla se detalla a continuación en el menú *type*.

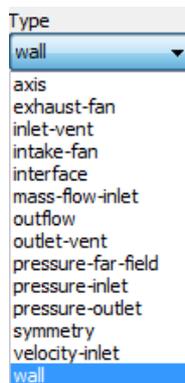


Figura 63. Cuadro de diálogo en el que se especifica como wall el contorno que representa la zona contigua a la entrada.

Además es necesario definir las propiedades que definen la pared. Estas propiedades están recogidas en la Figura 64.

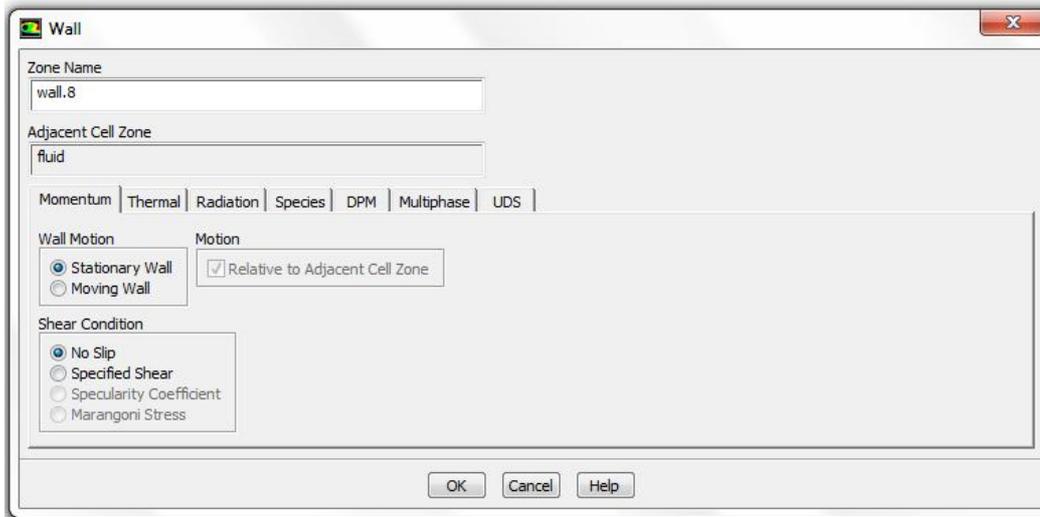


Figura 64. Cuadro de diálogo en el que se especifican las propiedades de la pared.

Se ha definido que el tipo de material adyacente a la pared sea fluido. En la pestaña *Momentum* se ha definido que el tipo de pared sea estacionaria (*Stationary Wall* en la ventana *Wall Motion*), es decir, que la pared no presenta ningún tipo de movimiento, por lo que será fija.

Se define que no existe deslizamiento entre la pared y el fluido, es decir, que no exista velocidad relativa entre pared y fluido. Se ha definido como *No Slip* en la ventana *Shear Condition*.

➤ DESCARGA DE AGUA EN AGUA

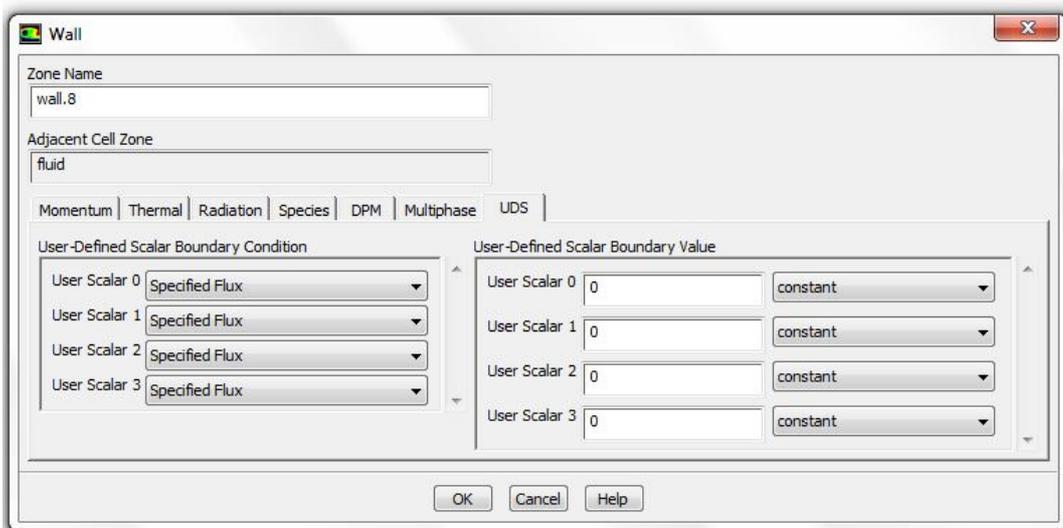


Figura 65. Cuadro de diálogo en el que se especifican las propiedades de los UDS relativas a la pared.

Como puede observarse en la Figura 65. se ha definido que el flujo de escalares a través de la pared sea nula. Esta situación es semejante con la que ocurría en el campo lejano (*pressure_outlet*).

➤ **DESCARGA DE AGUA EN ALCOHOL ETÍLICO**

En la descarga de agua en alcohol etílico no es necesaria la definición de las condiciones de los escalares pasivos porque no han sido definidos en este estudio.

En cuanto a la ecuación de la energía (*Thermal*), decir que no se define ningún tipo de parámetro, ya que como se ha comentado anteriormente, la ecuación de la energía se encuentra desacoplada, es decir, el problema térmico se encuentra desacoplado del problema fluidodinámico.

• **PRESSURE_OUTLET**

La zona que determina los límites del dominio de contorno se define como *pressure-outlet*, la cual es definida en el menú *type* de la siguiente forma.

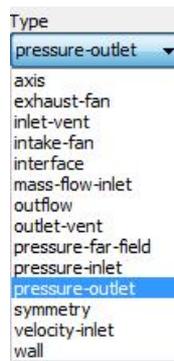


Figura 66. Cuadro de diálogo en el que se especifica como *pressure-outlet* al contorno lejano del dominio.

Además de definir el tipo de zona que es, también es necesario definir un conjunto de propiedades que definen completamente la región lejana. Estas propiedades se definen como se especifican en las siguientes figuras.

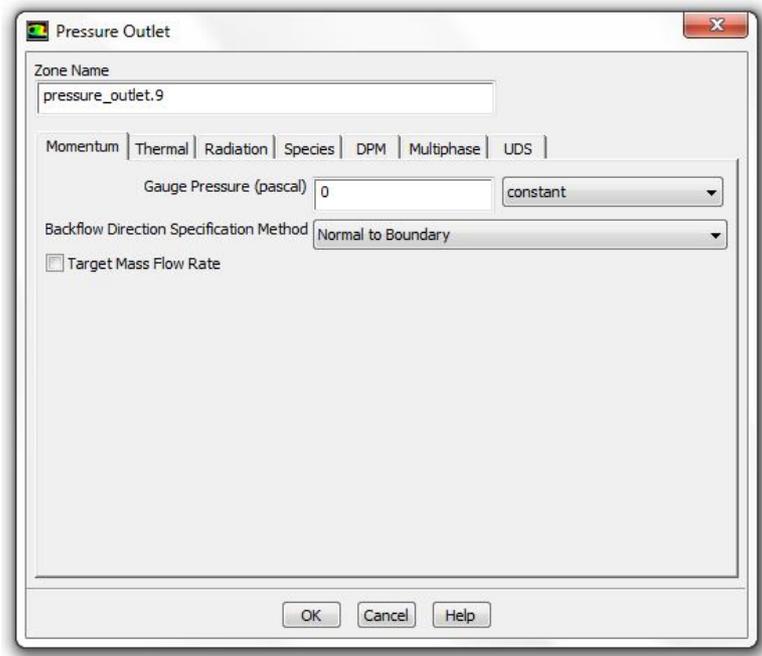


Figura 67. Cuadro de diálogo en el que se especifican las propiedades generales del campo lejano.

En la Figura 67. se puede observar cómo se ha definido la presión en el campo lejano. En esa zona del dominio la presión es la atmosférica, 101325 Pa, y como la presión que ha de introducirse es la relativa, el valor final a introducir en el campo *Gauge Pressure* es de 0 Pa, definida como constante en la pestaña *Momentum*.

El resto de pestañas que aparecen en la Figura 67. se dejan por defecto como especifica FLUENT.

➤ DESCARGA DE AGUA EN AGUA

En la pestaña UDS, se definen los flujos de los escalares a través del contorno como nulos. Esto se especifica en la condición *Specified Flux* y el valor 0 a cada uno de los escalares.

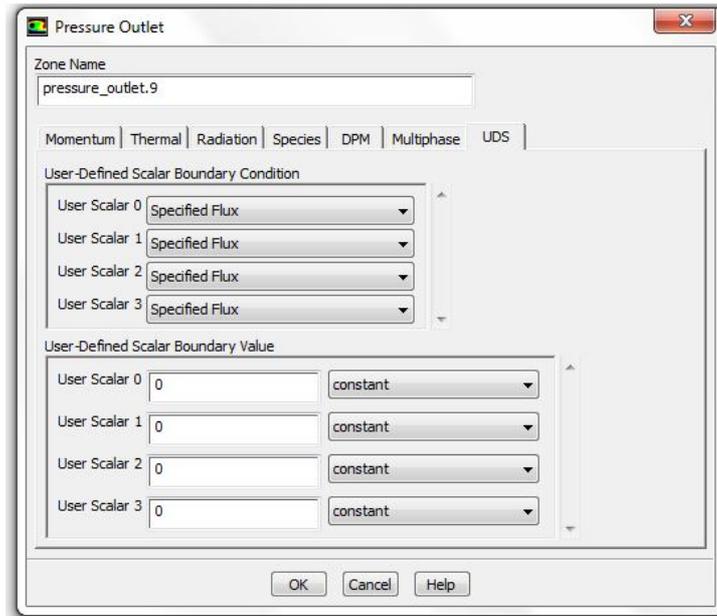


Figura 68. Cuadro de diálogo en el que se especifican las propiedades relativas a los UDS en el campo lejano.

➤ DESCARGA DE AGUA EN ALCOHOL ETÍLICO

En la descarga de agua en alcohol etílico no es necesaria la definición de las condiciones de los escalares pasivos porque no han sido definidos en este estudio.

• VELOCITY-INLET

La región por la que se produce la entrada del fluido al dominio de cálculo se define como *velocity-inlet*, especificado en el menú *type*.

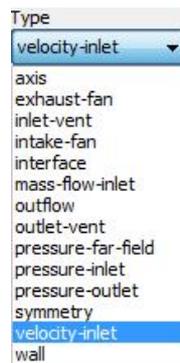


Figura 69. Cuadro de diálogo en el que se define como *velocity-inlet* a la zona de entrada del fluido.

Además de definir el tipo de zona, es necesario definir algunas propiedades adicionales que determinan completamente la región de entrada como se especifica a continuación.

➤ **DESCARGA DE AGUA EN AGUA**

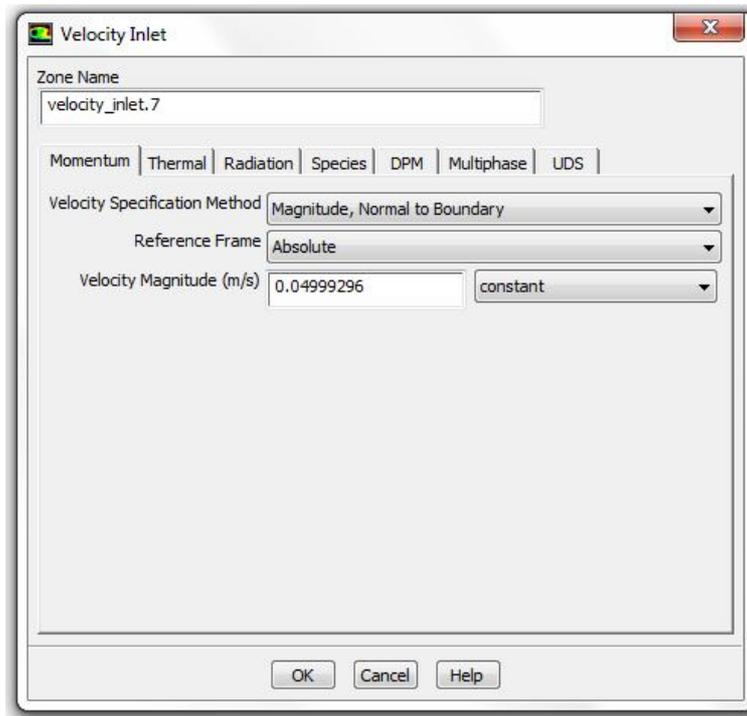


Figura 70. Cuadro de diálogo con las propiedades generales a la entrada del fluido en la descarga de agua en agua..

Se puede observar que en la pestaña Momentum se ha definido la velocidad de entrada del fluido y las características de la velocidad. Se ha definido como una magnitud constante perpendicular al contorno, absoluta y de valor 0.04999296 m/s. La forma de calcular la velocidad de entrada está basada en la definición del Reynolds mediante la siguiente expresión.

$$Re = \frac{\rho_j U_j D}{\mu_j} \tag{122}$$

Habiendo definido previamente el Reynolds con un valor de 1000, el valor de la velocidad se halla inmediatamente despejando de la expresión anterior.

$$Re = \frac{\rho_j U_j D}{\mu_j} \Rightarrow U_j = \frac{Re \cdot \nu_j}{\rho_j D} = \frac{1000 \cdot 0.001003}{998.2 \cdot 0.020099} = 0.04999296 \frac{m}{s} \tag{123}$$

Asimismo, se define el valor de los escalares a la entrada en la pestaña UDS. Para ello se define el valor de la fracción de cada uno de los escalares mediante la opción *Specified Value*. Como a la entrada se encuentra todo el fluido de estudio, el valor de cada uno de los escalares será de 1.

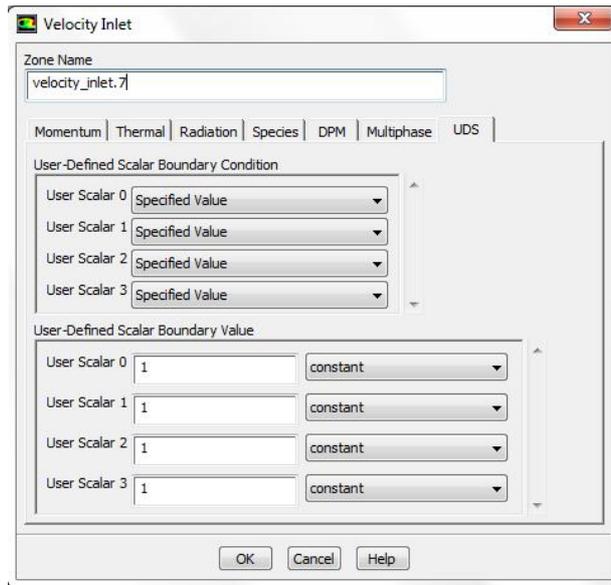


Figura 71. Cuadro de diálogo con las propiedades relacionadas con los UDS a la entrada del fluido en la descarga de agua en agua.

➤ DESCARGA DE AGUA EN ALCOHOL ETÍLICO

Para el caso de la descarga de agua en alcohol etílico se ha procedido de la misma manera definida anteriormente, con un valor de Reynolds de 2000.

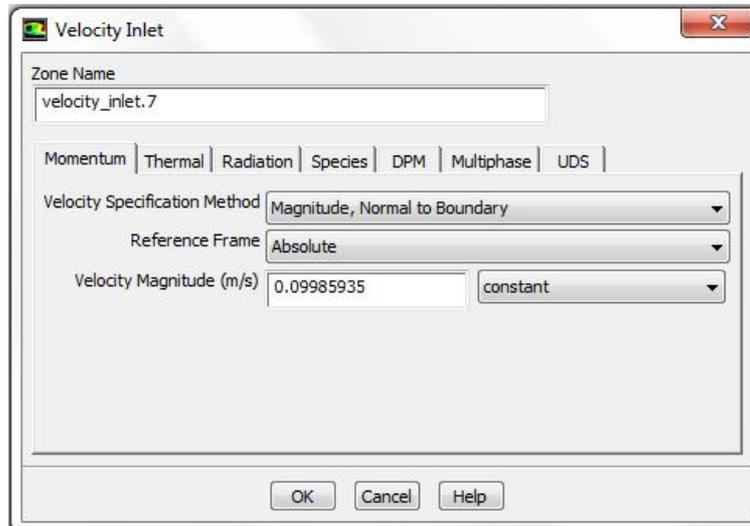


Figura 72. Cuadro de diálogo con las propiedades generales a la entrada del fluido en la descarga de agua en alcohol etílico.

• DEFAULT-INTERIOR

La región que determina todas las características que tienen lugar en el interior del dominio se define como *default-interior* en la ventana *type*.

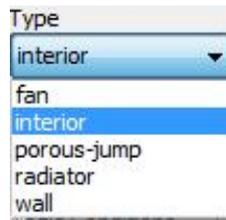


Figura 73. Cuadro de diálogo en el que se especifica como default-interior todo el dominio contenido en las condiciones de contorno.

En esta región es donde se encuentra el fluido de estudio definido anteriormente y donde se producirá el cálculo de cada uno de los parámetros de estudio.

B.2.6. VALORES DE REFERENCIA

Es necesario definir unos valores que FLUENT tomará como referencia para el cálculo interno de las ecuaciones que resuelven el problema fluidodinámico y térmico. Estos valores se recogen a continuación. Son válidos para los dos casos, tanto para la descarga de agua en agua como la descarga de agua en alcohol etílico.

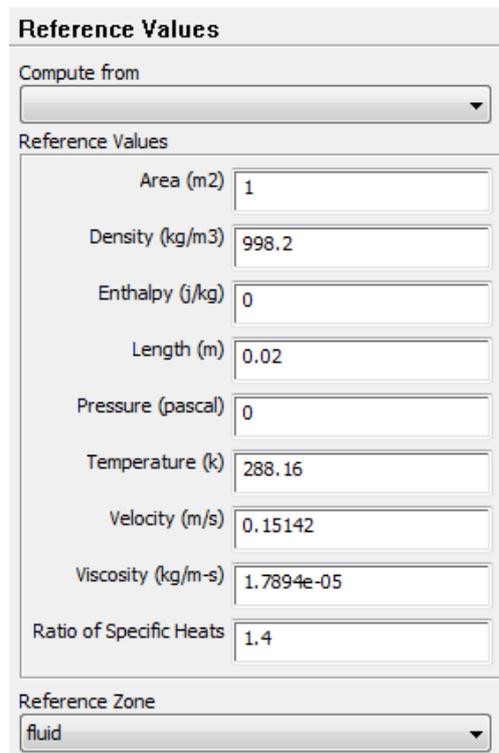


Figura 74. Cuadro de diálogo en el que se especifican los valores de referencia para la resolución del problema.

B.3. DEFINICIÓN DEL PROBLEMA NUMÉRICO

Hasta este momento se han definido todas las características fluidodinámicas del problema, pero no se ha definido ningún método de resolución numérica del problema. El método de implementación se abordará en este apartado.

B.3.1. SOLUTION METHODS

B.3.1.1. PRESSURE-VELOCITY COUPLING

El método de solución que se ha utilizado para la resolución del problema se recoge en esta ventana de diálogo.

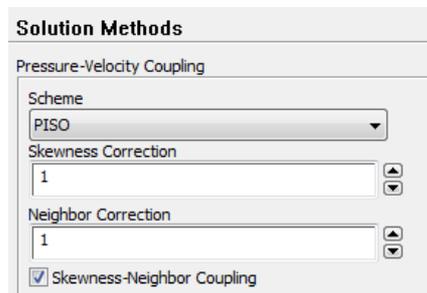


Figura 75. Cuadro de diálogo en el que se recoge el método de resolución escogido.

El tipo de resolución numérica que se ha elegido es un régimen PISO (Pressure-Implicit with Splitting of Operators) ya que es muy recomendable para todos los cálculos de flujo transitorio, especialmente cuando se utiliza un intervalo de tiempo grande. Se trata de un esquema de acoplamiento presión-velocidad que se basa en el mayor grado de aproximación de las correcciones para la presión y la velocidad. La idea del algoritmo PISO es que una vez resuelta la ecuación de corrección de la presión, las velocidades corregidas satisfagan en pocas iteraciones las ecuaciones de continuidad y de cantidad de movimiento.

Para conseguir esta mayor eficiencia, el algoritmo PISO realiza dos tipos de correcciones: corrección *neighbor* y corrección *skewness*.

- Corrección *neighbor*: es un proceso iterativo que se basa en que después de uno o más bucles PISO adicionales, las velocidades corregidas satisfacen más finamente las ecuaciones de continuidad y cantidad de movimiento. Cada iteración puede necesitar un poco más de tiempo de CPU, pero rebaja drásticamente el número de iteraciones.
- Corrección *skewness*: es un proceso muy útil para mallas con un cierto grado de asimetría. Después de la primera solución de la ecuación de corrección de la presión, la corrección del gradiente de presión se vuelve a calcular y se utiliza para actualizar las correcciones del flujo de masa. Este proceso reduce

significativamente la dificultad de convergencia asociada con mallas muy distorsionadas.

B.3.1.2. SPATIAL DISCRETIZATION

A continuación se debe indicar a FLUENT cómo se quiere que se realice la discretización de los términos convectivos de las ecuaciones. Cada una de las discretizaciones se recoge en la siguiente figura.

Como puede observarse el gradiente seleccionado es el *Green-Gauss Cell Based*, mientras que el gradiente definido para la presión es el *Standard*. Con este esquema se calcula la presión en las caras empleando en la interpolación coeficientes de la ecuación de cantidad de movimiento.

Para la ecuación de cantidad de movimiento se ha utilizado una discretización de segundo orden *upwind*. Al utilizar una discretización de segundo orden se consigue una mayor precisión a la hora de discretizar los términos convectivos, que son los que pueden presentar una mayor dificultad a la hora de su convergencia. A su vez, se ha elegido una discretización *upwind*, cuya discretización utiliza la información del nodo anterior para obtener la del nodo posterior, en función de cuál es el signo de la velocidad.

➤ DESCARGA DE AGUA EN AGUA

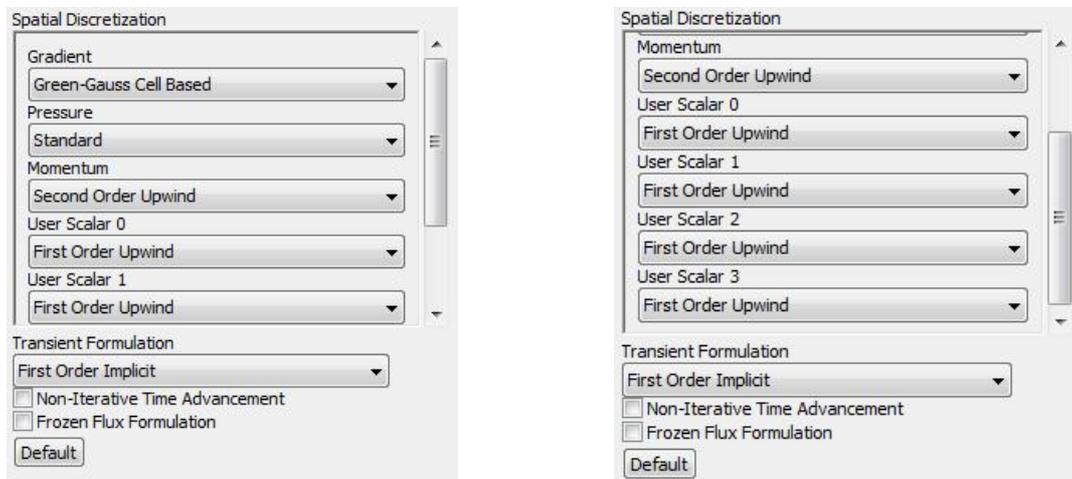


Figura 76. Cuadros de diálogo en los que se recogen las discretizaciones elegidas para la resolución de cada una de las ecuaciones implementadas en la descarga de agua en agua.

El resto de las ecuaciones de transporte de escalares se han resuelto con un orden de precisión menor, es decir, una discretización de primer orden. Esto es así debido a que la resolución de las ecuaciones de transporte de escalares no presentan las dificultades que presentaban las ecuaciones de cantidad de movimiento, más concretamente los términos convectivos. Asimismo, la discretización elegida también es *upwind*.

➤ DESCARGA DE AGUA EN ALCOHOL ETÍLICO

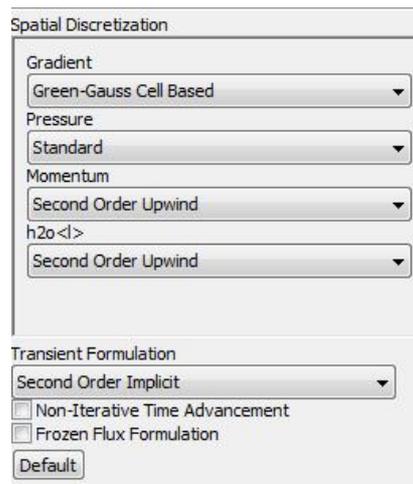


Figura 77. Cuadro de diálogo en los que se recogen las discretizaciones elegidas para la resolución de cada una de las ecuaciones implementadas en la descarga de agua en alcohol etílico.

Para la resolución de la ecuación de la especie química del agua se ha resuelto con una discretización de segundo orden *upwind*, al igual que en la resolución de la ecuación de la cantidad de movimiento.

B.3.2. SOLUTION CONTROLS

Para el problema propuesto, los valores de estos factores de sobrerrelajación se han dejado por defecto como aparecen en FLUENT. Estos valores se recogen en las siguientes figuras. También se pueden observar las ecuaciones a resolver.

B.3.2.1. UNDER-RALAXATION FACTORS

En este apartado se definen los valores de los factores de sobrerrelajación. Estos factores de sobrerrelajación, son unos parámetros que usa el programa FLUENT a la hora de resolver las ecuaciones en cada una de las iteraciones. Con estos factores lo que se pretende es que la solución no diverja dando un peso a la solución de la iteración previa en la resolución de la iteración posterior, por lo que no utiliza exactamente la solución anterior, si no sólo una parte de ella. De esta forma las soluciones de iteraciones posteriores se asemejan a las soluciones de las iteraciones anteriores.

Por lo descrito anteriormente, los valores de los factores de sobrerrelajación están comprendidos entre 0 y 1. Cuanto más cercano sea el valor a cero, menor peso o importancia se da a los valores de las soluciones de las iteraciones anteriores. Por el contrario, cuanto más cercano sea el valor a uno, se le estará dando más peso o importancia a los valores de las soluciones de las iteraciones anteriores.

➤ DESCARGA DE AGUA EN AGUA

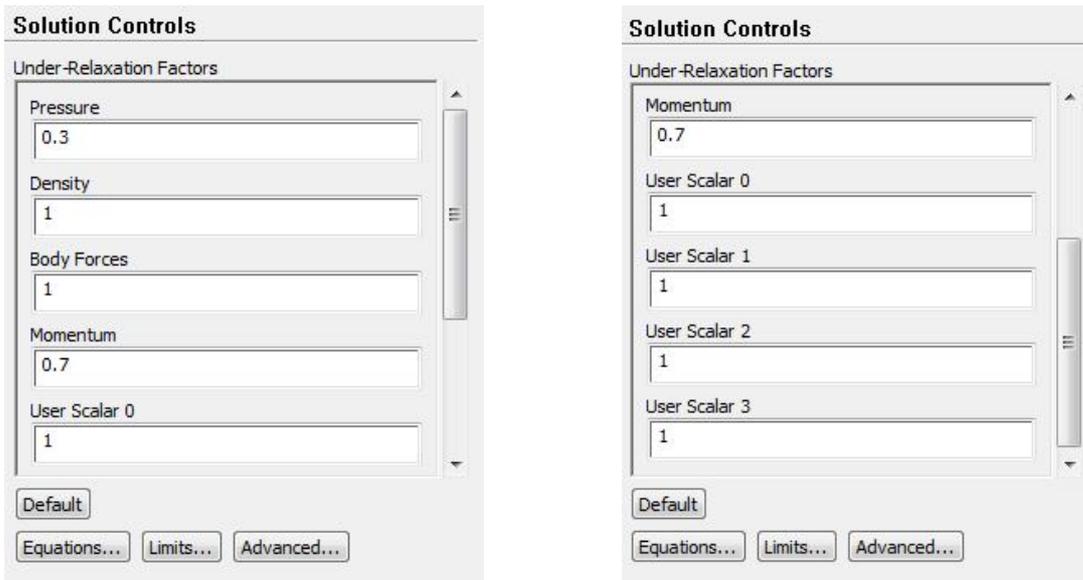


Figura 78. Cuadros de diálogo en los que se recogen los factores de sobrerelajación para cada una de las variables a resolver en la descarga de agua en agua.

➤ DESCARGA DE AGUA EN ALCOHOL ETÍLICO

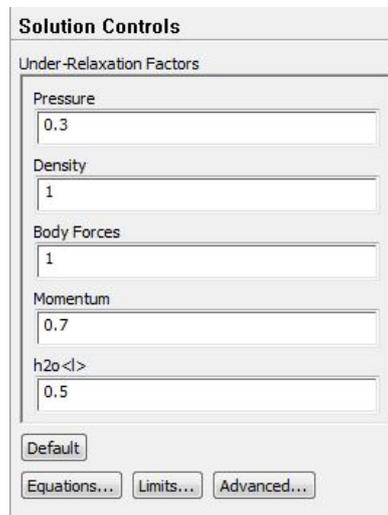


Figura 79. Cuadros de diálogo en los que se recogen los factores de sobrerelajación para cada una de las variables a resolver en la descarga de agua en alcohol etílico.

B.3.2.2. EQUATIONS

Como se puede observar en las figuras anteriores, se pueden contemplar las ecuaciones que va a resolver FLUENT con sólo pinchar en la opción *Equations* llegando al siguiente cuadro de diálogo.

➤ **DESCARGA DE AGUA EN AGUA**

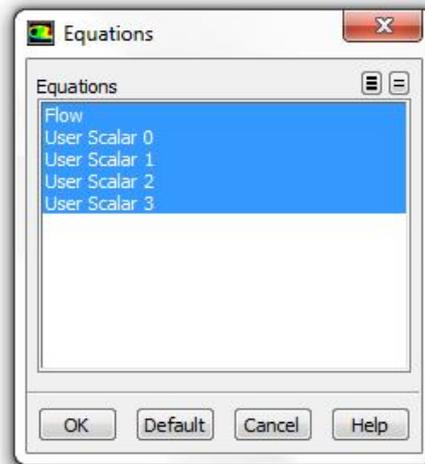


Figura 80. Cuadro de diálogo en el que se recogen las ecuaciones a resolver en cada una de las iteraciones en la descarga de agua en agua.

Como puede observarse se resuelven las ecuaciones de flujo (continuidad, cantidad de movimiento y energía) y las de las ecuaciones de los escalares introducidos.

➤ **DESCARGA DE AGUA EN ALCOHOL ETÍLICO**

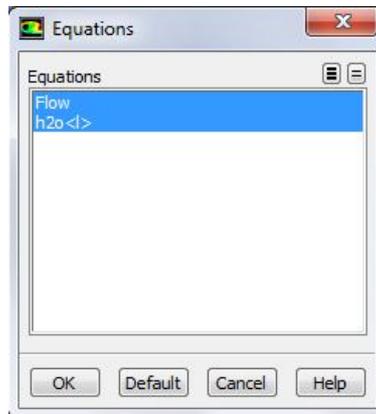


Figura 81. Cuadro de diálogo en el que se recogen las ecuaciones a resolver en cada una de las iteraciones en la descarga de agua en alcohol etílico.

Para la descarga de agua en agua se resolverán las ecuaciones de flujo y la ecuación que gobierna el comportamiento del agua.

Como puede observarse las ecuaciones que FLUENT resolverá son las ecuaciones de cantidad de movimiento y las ecuaciones de transporte para cada uno de los escalares definidos, en el caso de la descarga de agua en agua, mientras que en el caso de la descarga de agua en alcohol etílico se resolverá la ecuación de cantidad de movimiento y la ecuación de la especie química del agua. Como puede verse, no se resuelve la

ecuación de la energía, ya que como se ha explicado anteriormente está desacoplada de la ecuación de cantidad de movimiento al ser un fluido incompresible.

B.3.2.3. LIMITS

Se definen unos valores máximos y mínimos para la presión, permitiendo así una estabilidad en las soluciones, ya que no permite que existan valores negativos, muy bajos o muy elevados controlando de esta manera la solución del problema.

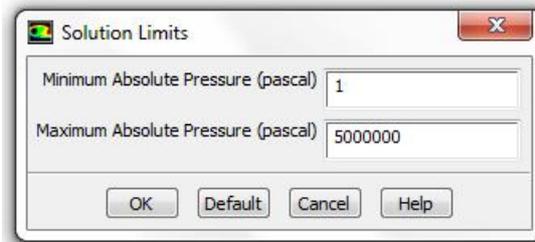


Figura 82. Cuadro de diálogo en el que se recogen los valores de la presión máxima y mínima para el estudio de la descarga de agua en agua y de la descarga de agua en alcohol etílico.

B.3.3. SOLUTION INITIALIZATION

Es necesario definir los valores iniciales de cada una de las variables a partir de las cuales, FLUENT va a resolverlas en cada una de las iteraciones. Se tomarán todos los valores por defecto con valor cero, como se puede observar en la siguiente figura. Asimismo, el sistema de referencia que se ha usado para definir los valores de estas variables es uno absoluto.

➤ DESCARGA DE AGUA EN AGUA

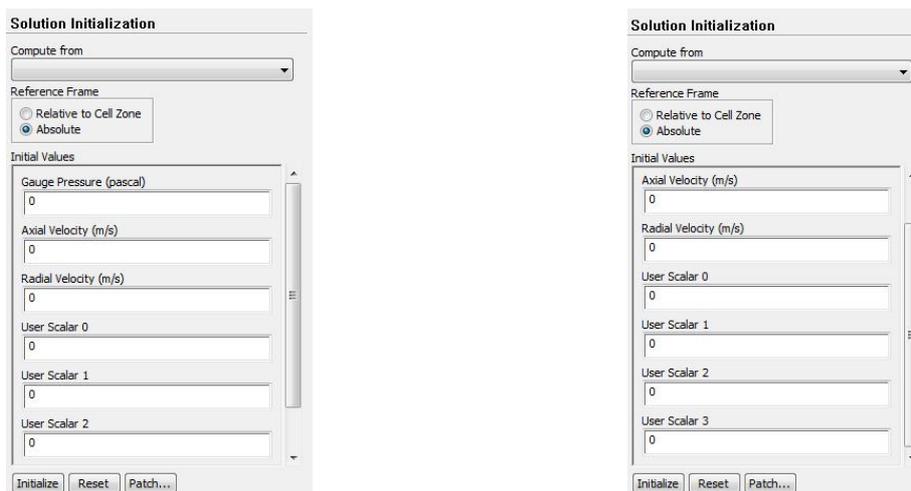


Figura 83. Cuadros de diálogo en los que se recogen los valores iniciales de cada las variables para comenzar a iterar en la descarga de agua en agua.

➤ DESCARGA DE AGUA EN ALCOHOL ETÍLICO

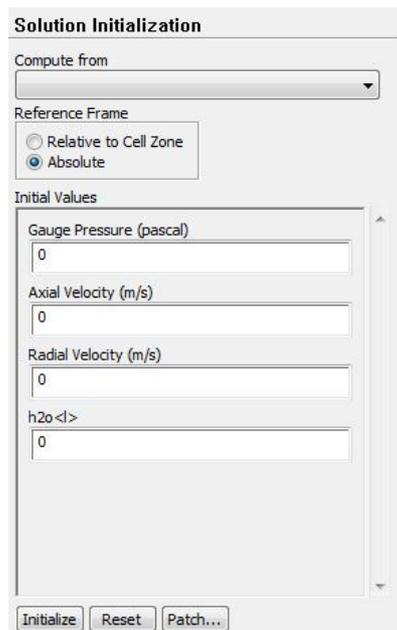


Figura 84. Cuadros de diálogo en los que se recogen los valores iniciales de cada las variables para comenzar a iterar en la descarga de agua en alcohol etílico.

B.3.4. RUN CALCULATION

Una vez definidos todos los parámetros del problema se prosigue definiendo los últimos parámetros necesarios para la simulación. Hasta ahora se han definido los tipos de discretizaciones que se van a usar a la hora de resolver el problema, así como los valores de referencia, pero hasta el momento no se ha definido ninguna variable temporal ni ningún método de resolución para la variable temporal.

Lo primero que se debe definir es el método de paso de tiempo. Puede ser fijo o adaptativo. En el paso de tiempo fijo (*fixed*) el paso de tiempo es constante a lo largo de toda la resolución del problema, mientras que en el adaptativo (*adaptative*) el paso de tiempo puede variar de una iteración a otra de tal manera que se adapte lo mejor posible a las condiciones del problema y poder así converger la solución más rápido. El método elegido para el problema propuesto es el adaptativo para el caso de la descarga de agua en agua, mientras que para el caso de la descarga de agua en alcohol se ha elegido el fijo.

➤ DESCARGA DE AGUA EN AGUA

Se debe definir el tamaño de paso de tiempo (*Time Step Size*) que al ser el método adaptativo será el primer paso de tiempo a partir del cual FLUENT comenzará a resolver el problema. El paso de tiempo elegido debe ser pequeño para que FLUENT sea capaz de ampliarlo o reducirlo en función de la necesidad del problema.

También es necesario definir el número de pasos de tiempo, es decir, el programa parará de iterar en el momento en el que se alcance este valor. El valor definido será muy

elevado de tal manera que FLUENT resuelva el problema durante un tiempo muy superior al necesario. Esto es así para que se pueda detener la solución en el momento que se desee.

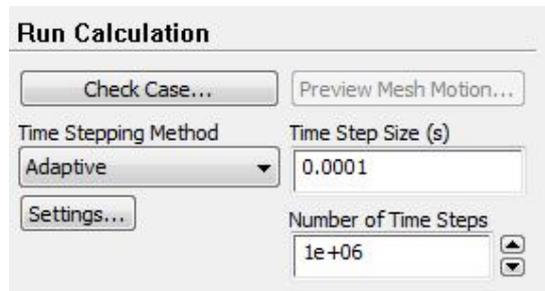


Figura 85. Cuadro de diálogo en el que se especifican las características del paso de tiempo en la descarga de agua en agua.

Una vez definido el método de paso de tiempo (*Time Stepping Method*) es necesario la definición de los principales parámetros pulsando en el botón *Settings*. Los valores elegidos en cada uno de los parámetros requeridos y sus explicaciones se encuentran a continuación.

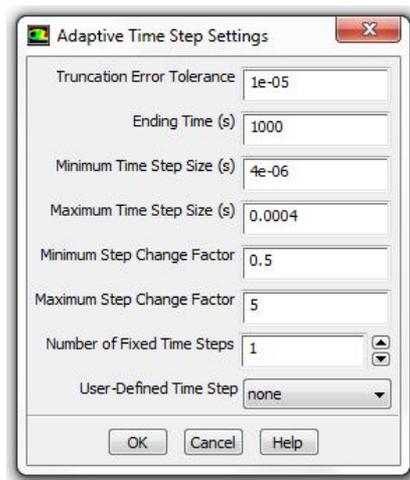


Figura 86. Cuadro de diálogo donde se recogen los valores que definen el paso de tiempo adaptativo.

En la Figura 86. se observan todos los valores que se han definido.

- *Truncation Error Tolerance*. Es el valor umbral con el que se compara el error de truncamiento calculado. El valor elegido es 10^{-5} con lo que se conseguirá una reducción del tamaño del paso de tiempo y un aumento en la precisión de la solución, aunque el cálculo computacional requerido sea mayor.
- *Ending Time (s)*. Es el valor para el cual el cálculo se detiene. El tiempo de finalización no se puede obtener multiplicando el paso de tiempo por el número de pasos de tiempo, ya que al variar el tamaño del paso de tiempo no se puede obtener el tiempo de finalización, luego hay que explicitarlo. El valor elegido es de 1000.

- *Minimum Time Step Size (s)*. Se especifica el valor mínimo del tamaño del paso de tiempo. El valor especificado es obtenido a partir de un cálculo experimental, en el cuál el valor del tiempo adimensional es de 10^{-5} . Este valor es adimensional, pero el valor requerido por FLUENT es dimensional, por lo que se obtiene de la siguiente forma.

$$t_c = \frac{0.020099}{0.04992967} = 0.4 \text{ s} \quad (124)$$

Que será el tiempo característico adimensional del problema, y como se puede observar tiene consistencia con el problema al haber usado parámetros definidos por el propio problema. Si se adimensionaliza la variable tiempo con el tiempo característico del problema se consigue el tiempo que se debe introducir en el programa.

$$t^* = \frac{t}{t_c} \Rightarrow t = t^* \cdot t_c = 10^{-5} \cdot 0.4 = 4 \cdot 10^{-6} \text{ s} \quad (125)$$

- *Maximum Time Step Size (s)*. Se especifica el valor máximo del tamaño del paso de tiempo. El valor especificado es obtenido de manera análoga al *Minimum Time Step Size* pero con un tiempo experimental de 10^{-3} , por lo que el valor a introducir en FLUENT será:

$$t^* = \frac{t}{t_c} \Rightarrow t = t^* \cdot t_c = 10^{-3} \cdot 0.4 = 4 \cdot 10^{-4} \text{ s} = 0.0004 \text{ s} \quad (126)$$

- *Minimum/Maximum Step Change Factor*. Con este parámetro lo que se consigue es limitar el tamaño del paso de tiempo mediante un valor mínimo y otro máximo. Los valores definidos en el problema son de 0.5 y 5 respectivamente.
- *Number of Fixed Time Steps*. Fijando este parámetro se determina el número de pasos de tiempo de tamaño fijo que se debe realizar antes de que el paso de tiempo empiece a cambiar. El valor ha sido fijado a 1, lo cual indica que después del primer paso de tiempo, FLUENT puede cambiar el paso de tiempo a condición del problema. Con ello se consigue que se adapte lo más rápidamente posible a las condiciones del problema.
- *User-Defined Time Step*. Permite definir un paso de tiempo definido según el usuario. En el problema propuesto no ha sido empleado en los cálculos.

➤ DESCARGA DE AGUA EN ALCOHOL ETÍLICO

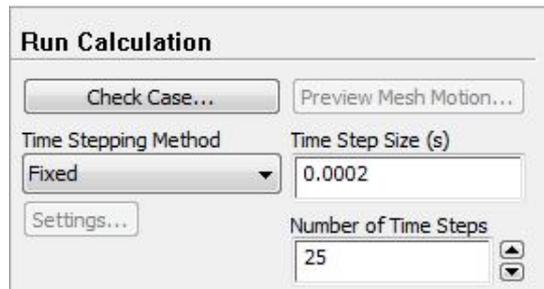


Figura 87. Cuadro de diálogo en el que se especifican las características del paso de tiempo en la descarga de agua en alcohol etílico.

Cabe decir, que la definición del problema sólo permite que método de paso de tiempo (*Time Stepping Method*) sea fijo.

Par el caso de la descarga de agua en alcohol etílico, se ha definido un único tamaño de paso de tiempo, que sea adecuado para la correcta resolución del problema.

Asimismo el número de pasos de tiempo será también elevado para que FLUENT sea capaz de resolver un gran número de casos y avance sustancialmente en el tiempo.

B.4. OBTENCIÓN DE LA VORTICIDAD EN FLUENT

Para la obtención de la vorticidad, se ha tenido que definir la variable de la vorticidad, aunque se puede usar la definida intrínsecamente por FLUENT. La forma de definir la variable es empleando una *Custom Field Function*.

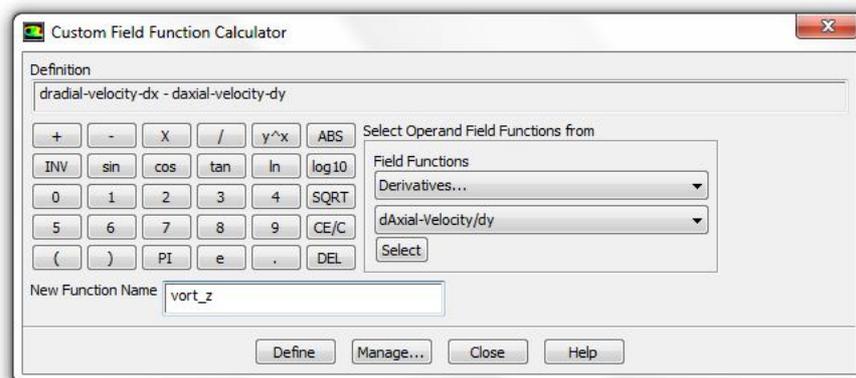


Figura 88. Definición de la vorticidad mediante un fichero .scm.

Como puede observarse en la Figura 88. se ha escrito en función de la definición realizada en el apartado 3.1.1. Una vez escrita la función que se quiere evaluar, es necesario guardarla mediante un fichero .scm, en el cual se guardan todas las funciones internas de FLUENT y las definidas por el usuario.

Asimismo, se ha definido la vorticidad adimensional, ya que la vorticidad que nos proporciona FLUENT y la que se ha definido anteriormente tiene unidades de $tiempo^{-1}$. Para ello es necesario utilizar la definición realizada en el apartado 2.3.1.

$$\omega^* = \frac{D}{U_j} \omega \tag{127}$$

$$\bar{\omega}^* = \frac{D}{U_j} \left(\frac{\partial u_r^*}{\partial x^*} - \frac{\partial u_x^*}{\partial r^*} \right) \bar{e}_z \tag{128}$$

Como puede observarse el problema depende de la velocidad de entrada del fluido, así como del tamaño de la zona de entrada del mismo. La forma de definir la vorticidad adimensional en FLUENT es la siguiente.

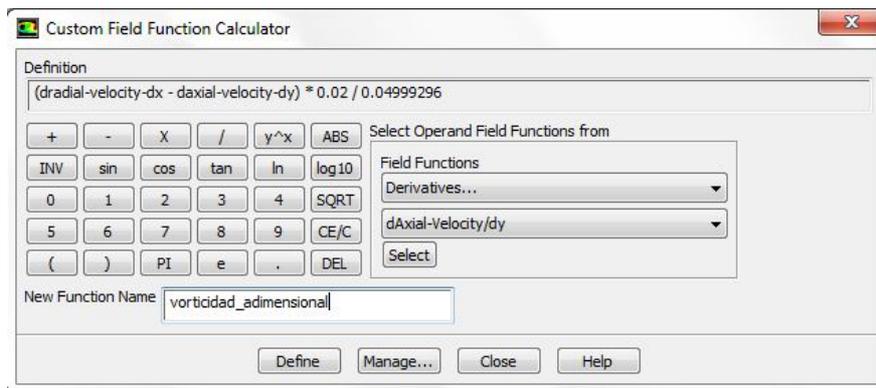


Figura 89. Definición de la vorticidad adimensional mediante un fichero .scm en la descarga de agua en agua.

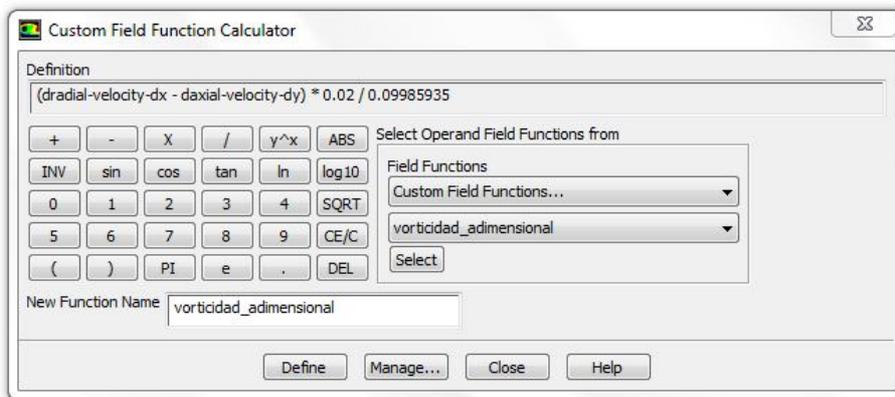


Figura 90. Definición de la vorticidad adimensional mediante un fichero .scm en la descarga de agua en alcohol etílico.

Al ser una función de la velocidad local, la cual es función de cada punto del campo fluido, la vorticidad también será una variable local, por lo que también dependerá de la posición del campo fluido que evaluemos y se obtendrá un campo de vorticidad. Este campo se puede observar mediante un gráfico de contorno, al cual se puede acceder mediante el menú *Graphics and animations* → *Contours*.

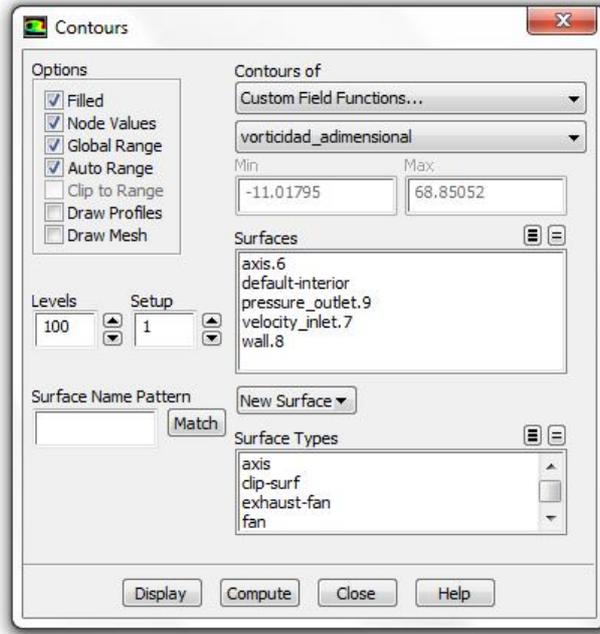


Figura 91. Cuadro de diálogo en el que se representan las posibilidades para la representación de los campos de contorno en la descarga de agua en agua. La opción elegida es la vorticidad adimensional definida anteriormente mediante el fichero .scm.

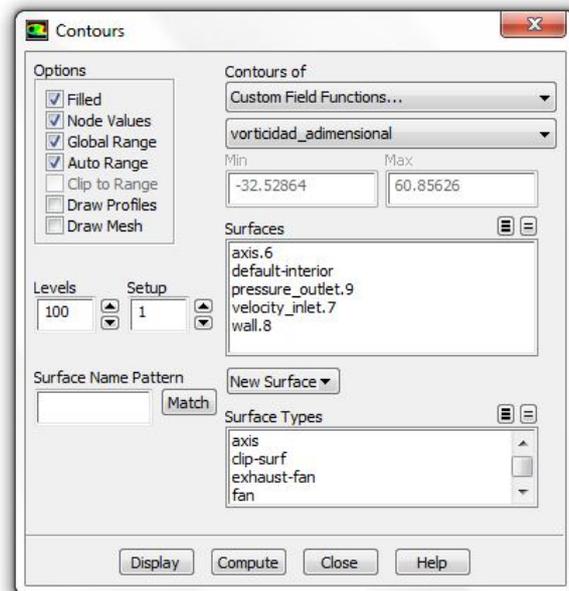


Figura 92. Cuadro de diálogo en el que se representan las posibilidades para la representación de los campos de contorno en la descarga de agua en alcohol etílico. La opción elegida es la vorticidad adimensional definida anteriormente mediante el fichero .scm.

En las figuras Figura 91. y Figura 92. se pueden observar los cuadros de diálogo a los que se llega siguiendo la ruta anteriormente descrita. En ellas se pueden observar las diferentes opciones que se han elegido, que son las mismas para ambos casos.

El resultado de la ejecución de los pasos descritos para la obtención de las figuras de la vorticidad adimensional se adjuntan en el Anexo D.

En el caso de la descarga de agua en agua el contorno de mayor vorticidad se da en el borde de entrada del fluido, ya que es donde se producen los mayores gradientes de variación de velocidad descritos anteriormente, pero no es el estudio de interés de este problema, por lo que el estudio se centrará en el verdadero punto de interés que será el centro de torbellino, ya que es formado debido al enrollamiento de la capa de vorticidad introducida por el orificio de entrada. Para ello, se ha procedido a elegir un rango de valores en los cuales se pueda observar que la mayor vorticidad se produce en el centro del torbellino.

En el estudio de la descarga de agua en alcohol etílico se va a proceder de una manera similar. En este caso, la máxima vorticidad está en el borde de entrada del fluido pero como tampoco es este el tema de estudio, se obviará. Como se puede observar en el Anexo D, a medida que avanza el fluido inyectado en el seno del fluido en reposo, se puede ver que aparecen nuevos torbellinos secundarios que poseen también una elevada vorticidad. Estos torbellinos no se estudiarán aunque como se verá más adelante tienen una gran importancia a la hora de explicar algunos de los fenómenos que ocurren, por lo que será importante tenerlos en cuenta y hacer referencia.

ANEXO C. PROGRAMA ESCRITO EN C

Dentro de cada uno de los programas en lenguaje C existen tres subprogramas:

- `get_neighbour_cell`
- `get_edge_cell`
- `on_demand_centro`

Los dos primeros subprogramas son utilizados por el subprograma principal para la obtención de los valores de los parámetros.

Primero se realizará una corta definición de cada uno de las funciones propias de la programación en C basadas en Fluent. Cabe decir que las variables utilizadas a continuación no son genéricas, si no que son variables sacadas del propio código.

- `x[0]`: significa la componente horizontal del vector 'x'.
- `x[1]`: significa la componente vertical del vector 'x'.
- `C_CENTROID(x0, c0, t0)`: calcula la posición del centro (las tres coordenadas), `x0`, de la celda `c0` en el dominio `t0`.

Valor de salida (output): `x0`

Valores de entrada (inputs): `c0, t0`

- `NV_VV(a, =, x, -, y)`: asigna a la variable 'a' el valor resultante de la operación `x-y` (también podría realizarse operaciones de suma, división y multiplicación).

Valor de salida (output): `a`

Valores de entrada (inputs): `x, y`

- `NV_MAG(x)`: calcula la magnitud del vector `x`.
- `NV_V(a, =, x)`: asigna los valores del vector `x` a la variables `a`.
- `C_U(cell, thread)`: calcula el vector velocidad de la celda `cell` del dominio `thread`.
- `C_DVDX(cell, thread)`: calcula la derivada del vector velocidad con respecto a la coordenada `x`.
- `C_DUDY(cell, thread)`: calcula la derivada del vector velocidad con respecto a la coordenada `y`.
- `C_UDSI(cell, thread, i)`: calcula la concentración de la especie `I`, en la celda `cell` del dominio `thread`.
- `C_P(cell, thread)`: calcula la presión en la celda `cell` del dominio `thread`.

A continuación se encuentra el programa y sus aclaraciones escritas en **negrita**.

C.1. DESCARGA DE AGUA EN AGUA

```
#include "udf.h"
```

El fichero *fout* será el fichero de salida con todos los valores de los parámetros de estudio que después serán procesados.

```
FILE *fout;
```

```
/* ----- */
```

```
/* ----- */
```

```
/* ----- */
```

Primero de los subprogramas en el cual se halla la celda requerida según los parámetros introducidos en la definición: una celda de referencia (*cell_t cell_i*), un dominio de referencia (*Thread *thread_i*) y dos parámetros que determinan hasta dónde buscar la celda en dirección horizontal y vertical respectivamente (*int i, int j*).

```
cell_t get_neighbour_cell(cell_t cell_i, Thread *thread_i, int i, int j)
```

```
{
```

Primero se definen todas las variables que se van a usar en el programa y el tipo de variable que es.

```
/* define variables */
```

```
cell_t cell, c0, c1, cell_neighbour;
```

```
face_t face;
```

```
Thread *thread_face, *t0, *t1, *thread_neighbour;
```

```
real x_in[ND_ND], x0[ND_ND], x1[ND_ND], dx0[ND_ND], dx1[ND_ND], d0, d1;
```

```
real x_neighbour[ND_ND], dx_neighbour[ND_ND], dz[ND_ND];
```

```
int n;
```

Se calculan las caras y el dominio de dichas caras para cada una de las zonas.

```
for (n = 0; n < 4; n++)
```

```
{
```

```
face = C_FACE(cell_i, thread_i, n);
```

```
thread_face = C_FACE_THREAD(cell_i, thread_i, n);
```

```
/* neighboring cells of face f, and their (corresponding) threads */  
c0 = F_C0(face,thread_face);  
c1 = F_C1(face,thread_face);  
t0 = THREAD_T0(thread_face);  
t1 = THREAD_T1(thread_face);  
C_CENTROID(x0, c0, t0);  
C_CENTROID(x1, c1, t1);  
C_CENTROID(x_in, cell_i, thread_i);
```

Una vez calculadas todas las celdas vecinas a la celda dada y contenida en el dominio, se calculan los valores de d0 y d1

```
NV_VV(dx0, =, x0, -, x_in);  
NV_VV(dx1, =, x1, -, x_in);  
d0 = NV_MAG(dx0);  
d1 = NV_MAG(dx1);
```

Una vez calculadas las distancias entre el centro de las celdas contiguas y la celda en la que nos encontramos (d0 y d1), se comparan para saber cuál de las dos es la más cercana, asignando ese valor a las variables *cell_neighbour* y asignando el dominio de esa celda a *thread_neighbour*.

```
if (d0 > d1)  
{  
NV_V(x_neighbour, =, x0);  
cell_neighbour = c0;  
thread_neighbour = t0;  
}  
else  
{  
NV_V(x_neighbour, =, x1);  
cell_neighbour = c1;  
thread_neighbour = t1;
```

```

    }

Se identifica la posición de la celda vecina (cell_neighbour) y se asignan los puntos norte, sur, este y oeste (N, S, E, W respectivamente) a la misma.

    /* identify neighbour cell position and asign it to points N, S, E or W */
    NV_VV(dx_neighbour, =, x_neighbour, -, x_in);

    dz[0] = dx_neighbour[0] - dx_neighbour[1];

    dz[1] = dx_neighbour[0] + dx_neighbour[1];

    if ((dz[0] * dz[1] < 0) & (dx_neighbour[1] > 0) & (i == 0) & (j == 1)) /* North
cell */

        cell = cell_neighbour;

    if ((dz[0] * dz[1] < 0) & (dx_neighbour[1] < 0) & (i == 0) & (j == -1)) /* South
cell */

        cell = cell_neighbour;

    if ((dz[0] * dz[1] > 0) & (dx_neighbour[0] > 0) & (i == 1) & (j == 0)) /* East
cell */

        cell = cell_neighbour;

    if ((dz[0] * dz[1] > 0) & (dx_neighbour[0] < 0) & (i == -1) & (j == 0)) /* West
cell */

        cell = cell_neighbour;

    }

    return cell;

}

/* ----- */
/* ----- */
/* ----- */

```

Segundo de los subprogramas en el cual se calcula el límite de la celda a partir de los valores de entrada: celda en la que nos encontramos (*cell_t cell_i*), dominio de la celda (*Thread *thread_i*), posición de la celda (*real x_i[ND_ND]*), distancia desde el centro de la celda en dirección horizontal (*real delta_x*) y distancia desde el centro de la celda en dirección vertical (*real delta_y*).

```
cell_t get_edge_cell(cell_t cell_i, Thread *thread_i, real x_i[ND_ND], real delta_x,
real delta_y)
```

```
{
```

Definición de variables que se van a usar en el subprograma.

```
/* define variables */
```

```
cell_t cell, cell_edge;
```

```
Domain *d = Get_Domain(1);
```

```
real x_cell[ND_ND], x_mov[ND_ND], x_edge[ND_ND], sep[ND_ND], abs;
```

```
real abs_0 = 1.E8;
```

Creamos el punto de referencia para calcular el límite del dominio.

```
/* create edge point */
```

```
x_mov[0] = delta_x;
```

```
x_mov[1] = delta_y;
```

```
NV_VV(x_edge, =, x_i, +, x_mov);
```

Se identifica la posición de la celda límite

```
/* identify edge cell position */
```

```
thread_loop_c(thread_i, d)
```

```
{
```

```
begin_c_loop(cell_i, thread_i)
```

```
{
```

Se calcula el centro de la celda *cell_i* del dominio *thread_i* para luego calcular la separación entre el límite calculado anteriormente y ésta.

```
C_CENTROID(x_cell, cell_i, thread_i);
```

```
NV_VV(sep, =, x_cell, -, x_edge);
```

```
abs = NV_MAG(sep);
```

Se compara la calculada en el paso anterior con la calculada en el paso actual y si es menor la distancia, será el nuevo límite.

```
if (abs < abs_0)
{
    abs_0 = abs;

    cell_edge = cell_i;
}
}
end_c_loop(cell_i, thread_i)
}
cell = cell_edge;

return cell;
}
/* ----- */
/* ----- */
/* ----- */
```

Programa básico en el que se calculan todos y cada uno de los parámetros de estudio del problema.

```
DEFINE_ON_DEMAND(on_demand_centro) /* obtain vortex centre, magnitudes
evaluated in it and total circulation */
```

```
{
```

Lo primero es la definición de las variables que van a ser usadas en el programa.

```
/* define variables */
```

```
Domain *d = Get_Domain(1);
```

```
cell_t cell, cell_vor, c0, c1, cell_NE, cell_NW, cell_SW, cell_SE, cell_N, cell_S,
cell_E, cell_W, cell_base;
```

```
face_t face;
```

```
Thread *thread, *thread_vor, *thread_face, *t0, *t1;  
  
Thread *thread_axis;  
  
Node *node;  
  
int curr_time_step;  
  
int n;
```

Al definir $AXIS_ID = 6$, se define que $AXIS_ID$ sea el eje de simetría del dominio de cálculo de la malla.

```
int AXIS_ID = 6;  
  
real curr_time;  
  
real x[ND_ND];  
  
real p;  
  
real x_vor[ND_ND], u_vor, w_vor, uds0_vor, uds1_vor, uds2_vor;  
  
real x0[ND_ND], dx0[ND_ND], x1[ND_ND], dx1[ND_ND], d0, d1;  
  
real x_neighbour[ND_ND], dx_neighbour[ND_ND], dz[ND_ND];  
  
real x_N[ND_ND], p_N, w_N, u_N, uds0_N, uds1_N, uds2_N;  
  
real x_S[ND_ND], p_S, w_S, u_S, uds0_S, uds1_S, uds2_S;  
  
real x_E[ND_ND], p_E, w_E, u_E, uds0_E, uds1_E, uds2_E;  
  
real x_W[ND_ND], p_W, w_W, u_W, uds0_W, uds1_W, uds2_W;  
  
real x_front, uds0_axis, duds0_axis_dx;  
  
real dx, dy, dx_vor, dy_vor, xn, dl, uaxis;  
  
real dpdx, dpdy, dudx, dudy, dwdx, dwdy;  
  
real duds0dx, duds0dy;  
  
real duds1dx, duds1dy;  
  
real duds2dx, duds2dy;  
  
real d2pdx2, d2pdy2;  
  
real deltax, deltay, x_NE[ND_ND], x_NW[ND_ND], x_SW[ND_ND],  
x_SE[ND_ND], x_base[ND_ND];  
  
real v_south, v_north, u_west, u_east, u_base, v_base;
```

```
real p_min = 1.E8;  
real delta_uds0_min = 1.E8;  
real uds0_front = 0.5;  
real eps = 1.E-8;  
real cir = 0.0;  
real cir_vor;
```

Definición de los valores característicos del problema para la adimensionalización de los parámetros. Valor del Reynolds, longitud característica (diámetro de entrada), velocidad de entrada del fluido, densidad del agua, tiempo característico a partir de la longitud y velocidad características, vorticidad característica a partir del tiempo característico y presión característica, respectivamente.

```
/* characteristic scales -- Re=1000 */  
real L_c = 0.02;  
real U_c = 0.05;  
real RHO_c = 998.2;  
real T_c = L_c / U_c;  
real W_c = 1.0 / T_c;  
real P_c = RHO_c * U_c * U_c;  
/* ----- */
```

Definición del fichero de salida con los valores de los parámetros calculados en este subprograma. El nombre del fichero de salida será modificado para cada uno de los casos resueltos.

```
/* open output file where variables will be written */  
fout = fopen("vor_data.out", "a");
```

Bucle alrededor de todas las celdas del dominio de la malla para encontrar en cuál se encuentra la presión mínima.

```
/* loops over all cells to locate the minimum pressure cell */  
thread_loop_c(thread, d)  
{
```

```
begin_c_loop(cell, thread)
{
    p = C_P(cell, thread);
```

En el momento en el que se encuentra el punto de presión mínima del dominio se calculan los siguientes parámetros en el mismo punto.

```
    if (p < p_min)
    {
```

Se guardan los valores de:

Presión mínima en la variable p_{min} .

Posición del punto de presión mínima que será el de vorticidad máxima en la variable x_{vor} .

Cálculo de la velocidad almacenada en la variable u_{vor} .

Cálculo de la vorticidad almacenada en la variable w_{vor} .

Cálculo de la concentración de cada uno de los escalares almacenadas en las variables $udsi_{vor}$ donde $i=0, 1, 2$.

Almacenamiento de la celda y del dominio en las variables $cell_{vor}$ y $thread_{vor}$, respectivamente.

```
        p_min = p;
        C_CENTROID(x, cell, thread);
        NV_V(x_vor, =, x);
        u_vor = C_U(cell, thread);
        w_vor = C_DVDX(cell, thread) - C_DUDY(cell, thread);
        uds0_vor = C_UDSI(cell, thread, 0);
        uds1_vor = C_UDSI(cell, thread, 1);
        uds2_vor = C_UDSI(cell, thread, 2);
        cell_vor = cell;
        thread_vor = thread;
    }
}
```

```
end_c_loop(cell, thread)
}
```

Se realiza un cálculo de todos los parámetros calculados anteriormente en cada una de las caras de la celda en la que se encuentra el punto de presión mínima.

```
/* loops over all faces on the cell containing the vortex core */
```

```
/* identify neighbour position and assign it to points N, S, W or E */
```

Cálculo en la cara norte.

```
/* identify north cell */
```

```
cell = get_neighbour_cell(cell_vor, thread_vor, 0, 1);
```

```
C_CENTROID(x_N, cell, thread_vor);
```

```
p_N = C_P(cell, thread_vor);
```

```
u_N = C_U(cell, thread_vor);
```

```
w_N = C_DVDX(cell, thread_vor) - C_DUDY(cell, thread_vor);
```

```
uds0_N = C_UDSI(cell, thread_vor, 0);
```

```
uds1_N = C_UDSI(cell, thread_vor, 1);
```

```
uds2_N = C_UDSI(cell, thread_vor, 2);
```

Cálculo en la cara sur.

```
/* identify south cell */
```

```
cell = get_neighbour_cell(cell_vor, thread_vor, 0, -1);
```

```
C_CENTROID(x_S, cell, thread_vor);
```

```
p_S = C_P(cell, thread_vor);
```

```
u_S = C_U(cell, thread_vor);
```

```
w_S = C_DVDX(cell, thread_vor) - C_DUDY(cell, thread_vor);
```

```
uds0_S = C_UDSI(cell, thread_vor, 0);
```

```
uds1_S = C_UDSI(cell, thread_vor, 1);
```

```
uds2_S = C_UDSI(cell, thread_vor, 2);
```

Cálculo en la cara este.

```
/* identify east cell */  
  
cell = get_neighbour_cell(cell_vor, thread_vor, 1, 0);  
  
C_CENTROID(x_E, cell, thread_vor);  
  
p_E = C_P(cell, thread_vor);  
  
u_E = C_U(cell, thread_vor);  
  
w_E = C_DV DX(cell, thread_vor) - C_DUDY(cell, thread_vor);  
  
uds0_E = C_UDSI(cell, thread_vor, 0);  
  
uds1_E = C_UDSI(cell, thread_vor, 1);  
  
uds2_E = C_UDSI(cell, thread_vor, 2);
```

Cálculo en la cara oeste.

```
/* identify west cell */  
  
cell = get_neighbour_cell(cell_vor, thread_vor, -1, 0);  
  
C_CENTROID(x_W, cell, thread_vor);  
  
p_W = C_P(cell, thread_vor);  
  
u_W = C_U(cell, thread_vor);  
  
w_W = C_DV DX(cell, thread_vor) - C_DUDY(cell, thread_vor);  
  
uds0_W = C_UDSI(cell, thread_vor, 0);  
  
uds1_W = C_UDSI(cell, thread_vor, 1);  
  
uds2_W = C_UDSI(cell, thread_vor, 2);
```

Una vez calculados todos los valores en cada una de las caras, se procede a la corrección de cada uno de los parámetros mediante aproximación parabólica.

```
/* correct vortex core position using parabolic approximation for the pressure field  
*/  
  
dx = x_E[0] - x_vor[0];  
  
dy = x_N[1] - x_vor[1];  
  
  
dpdx = (p_E - p_W) / (2.0 * dx);  
  
dpdy = (p_N - p_S) / (2.0 * dy);
```

$$d2pdx2 = (p_E - 2.0 * p_min + p_W) / (dx * dx);$$

$$d2pdy2 = (p_N - 2.0 * p_min + p_S) / (dy * dy);$$

$$dx_vor = - dpdx/d2pdx2;$$

$$dy_vor = - dpdy/d2pdy2;$$

$$x_vor[0] = x_vor[0] + dx_vor;$$

$$x_vor[1] = x_vor[1] + dy_vor;$$

/* correct vortex core pressure, vorticity, velocity and scalar values */

$$dwdx = (w_E - w_W) / (2.0 * dx);$$

$$dwdy = (w_N - w_S) / (2.0 * dy);$$

$$dudx = (u_E - u_W) / (2.0 * dx);$$

$$dudy = (u_N - u_S) / (2.0 * dy);$$

$$duds0dx = (uds0_E - uds0_W) / (2.0 * dx);$$

$$duds0dy = (uds0_N - uds0_S) / (2.0 * dy);$$

$$duds1dx = (uds1_E - uds1_W) / (2.0 * dx);$$

$$duds1dy = (uds1_N - uds1_S) / (2.0 * dy);$$

$$duds2dx = (uds2_E - uds2_W) / (2.0 * dx);$$

$$duds2dy = (uds2_N - uds2_S) / (2.0 * dy);$$

$$p_min = p_min + dpdx * dx_vor + dpdy * dy_vor;$$

```
w_vor = w_vor + dwdx * dx_vor + dwdy * dy_vor;
```

```
u_vor = u_vor + dudx * dx_vor + dudy * dy_vor;
```

```
uds0_vor = uds0_vor + duds0dx * dx_vor + duds0dy * dy_vor;
```

```
uds1_vor = uds1_vor + duds1dx * dx_vor + duds1dy * dy_vor;
```

```
uds2_vor = uds2_vor + duds2dx * dx_vor + duds2dy * dy_vor;
```

Una vez se han corregido todos los parámetros calculados anteriormente se procede a la obtención del frente del chorro y de la circulación total.

Para el cálculo del frente se establece que tiene que estar contenido en el eje de simetría del dominio de cálculo, de ahí que se busque en el dominio del eje.

Para calcular la posición del frente se utiliza el escalar pasivo *uds-0*.

```
/* obtain front location and total circulation*/
```

```
thread_axis = Lookup_Thread(d, AXIS_ID);
```

```
begin_f_loop(face, thread_axis)
```

```
{
```

```
    /* obtain front location */
```

```
    F_CENTROID(x, face, thread_axis);
```

```
    c0 = F_C0(face,thread_axis);
```

```
    t0 = THREAD_T0(thread_axis);
```

```
    uds0_axis = C_UDSI(c0, t0, 0);
```

Si la concentración en el eje cumple la siguiente condición, se calcula el gradiente de la concentración del escalar-0.

```
    if (NULL != T_STORAGE_R_NV(t0,SV_UDSI_G(0)))
```

```
        duds0_axis_dx = C_UDSI_G(c0, t0, 0)[0];
```

```
    else
```

```
        printf("space not allocated for C_UDSI_G \n");
```

Si se cumple la condición de que la posición axial del eje es mayor que la del centro del vórtice y además que la diferencia de concentraciones del escalar-0 en el eje y en el frente sea menor que la calculada en la anterior iteración o la

de referencia, entonces se calcula la posición del frente del chorro mediante la corrección en función de la concentración del escalar-0.

```
if ((x[0] > x_vor[0]) & (fabs(uds0_axis - uds0_front) < delta_uds0_min))
{
    delta_uds0_min = fabs(uds0_axis - uds0_front);
    x_front = x[0] + (uds0_front - uds0_axis) / duds0_axis_dx;
}
```

A continuación se calcula la circulación total de todo el dominio de cálculo.

```
/* obtain total circulation */
dl = 0.0;
for (n = 0; n < 4; n++)
{
    node = C_NODE(c0, t0, n);
    xn = NODE_X(node);
    if (xn > x[0])
        dl = dl + xn;
    else
        dl = dl - xn;
}
dl = 0.5*dl;
uaxis = C_U(c0,t0);
cir = cir + dl*uaxis;
}
end_f_loop(face, thread_axis)
```

Cálculo de la circulación en el vórtice. Para ello es necesario definir las dimensiones de la caja.

```
/* obtain vortex circulation */
/* define box dimensions */
```

Dimensiones de la caja.

```
deltay = 0.5*L_c;
```

```
deltax = 0.75*L_c;
```

```
/* redefine box dimensions for cases wich the wall can be near de vortex*/
```

Si la caja se encuentra muy cercana a alguno de los límites del dominio, se modifican las dimensiones de la caja de tal manera que no se salga la caja del dominio.

```
if (deltax > 0.9*x_vor[0]) deltax = 0.9*x_vor[0];
```

```
printf("deltay / deltax_max = %g / %g   \n",deltay/L_c,x_vor[1]/L_c);
```

Se calculan los límites determinados por el tamaño de la caja. Para ello se parte de la celda del vórtice (*cell_vor*), del dominio en el que se encuentra la celda del vórtice (*thread_vor*) y la posición del vórtice dentro de la celda.

```
/* obtain north-east edge */
```

```
cell_NE = get_edge_cell(cell_vor, thread_vor, x_vor, deltax, deltax);
```

```
C_CENTROID(x_NE, cell_NE, thread_vor);
```

```
/* obtain north-west edge */
```

```
cell_NW = get_edge_cell(cell_vor, thread_vor, x_vor, -deltax, deltax);
```

```
C_CENTROID(x_NW, cell_NW, thread_vor);
```

```
/* obtain south-west edge */
```

```
cell_SW = get_edge_cell(cell_vor, thread_vor, x_vor, -deltax, -deltax);
```

```
C_CENTROID(x_SW, cell_SW, thread_vor);
```

```
/* obtain south-east edge */
```

```
cell_SE = get_edge_cell(cell_vor, thread_vor, x_vor, deltax, -deltax);
```

```
C_CENTROID(x_SE, cell_SE, thread_vor);
```

Se comienza el cálculo de la circulación del vórtice.

```
/* calculate vortex circulation */  
  
/* initialize de value of vortex circulation */  
  
cir_vor = 0.0;
```

Se calculan las contribuciones de cada una de las caras que componen la caja en la que se va a calcular la circulación. Para ello se calcula en la cara norte, oeste, sur y este, respectivamente.

```
/* calculate the north face contribution */  
  
cell_W = get_neighbour_cell(cell_NE, thread_vor, -1, 0); /* west cell */  
  
C_CENTROID(x_W, cell_W, thread_vor);  
  
cell_base = cell_NE;  
  
while (x_W[0] >= x_NW[0])  
{  
  
    C_CENTROID(x_base, cell_base, thread_vor);  
  
    u_base = C_U(cell_base, thread_vor);  
  
    u_west = C_U(cell_W, thread_vor);  
  
    cir_vor = cir_vor + 0.5*(u_west + u_base) * (x_W[0] - x_base[0]);  
  
    cell_base = cell_W;  
  
    cell_W = get_neighbour_cell(cell_base, thread_vor, -1, 0); /* west cell */  
  
    C_CENTROID(x_W, cell_W, thread_vor);  
  
}
```

```
/* calculate the west face contribution */  
  
cell_S = get_neighbour_cell(cell_NW, thread_vor, 0, -1); /* south cell */  
  
C_CENTROID(x_S, cell_S, thread_vor);  
  
cell_base = cell_NW;  
  
while (x_S[1] >= x_SW[1])  
{  
  
    C_CENTROID(x_base, cell_base, thread_vor);
```

```

v_base = C_V(cell_base, thread_vor);

v_south = C_V(cell_S, thread_vor);

cir_vor = cir_vor + 0.5*(v_south + v_base) * (x_S[1] - x_base[1]);

cell_base = cell_S;

cell_S = get_neighbour_cell(cell_base, thread_vor, 0, -1); /* south cell */

C_CENTROID(x_S, cell_S, thread_vor);
}

/* calculate the south face contribution */

cell_E = get_neighbour_cell(cell_SW, thread_vor, 1, 0); /* east cell */

C_CENTROID(x_E, cell_E, thread_vor);

cell_base = cell_SW;

while (x_E[0] <= x_SE[0])
{
C_CENTROID(x_base, cell_base, thread_vor);

u_base = C_U(cell_base, thread_vor);

u_east = C_U(cell_E, thread_vor);

cir_vor = cir_vor + 0.5*(u_east + u_base) * (x_E[0] - x_base[0]);

cell_base = cell_E;

cell_E = get_neighbour_cell(cell_base, thread_vor, 1, 0); /* east cell */

C_CENTROID(x_E, cell_E, thread_vor);
}

/* calculate the east face contribution */

cell_N = get_neighbour_cell(cell_SE, thread_vor, 0, 1); /* north cell */

C_CENTROID(x_N, cell_N, thread_vor);

cell_base = cell_SE;

```

```

while (x_N[1] <= x_NE[1])
{
    C_CENTROID(x_base, cell_base, thread_vor);
    v_base = C_V(cell_base, thread_vor);
    v_north = C_V(cell_N, thread_vor);
    cir_vor = cir_vor + 0.5*(v_north + v_base) * (x_N[1] - x_base[1]);
    cell_base = cell_N;
    cell_N = get_neighbour_cell(cell_base, thread_vor, 0, 1); /* north cell */
    C_CENTROID(x_N, cell_N, thread_vor);
}

```

Una vez calculados todos los parámetros, se adimensionalizan para proceder a la escritura de los resultados en la pantalla de información de FLUENT.

```

/* write output file */

curr_time = RP_Get_Real("flow-time");
curr_time_step = RP_Get_Integer("time-step");
printf("\n");
printf("cell_vor = %d \n",cell_vor);
printf("time step = %d \n",curr_time_step);
printf("time = %g \n",curr_time/T_c);
printf("x_front = %g \n",x_front/L_c);
printf("(x,y)_vor = (%g,%g) \n",x_vor[0]/L_c, x_vor[1]/L_c);
printf("p_min = %g \n",p_min/P_c);
printf("w_vor = %g \n",w_vor/W_c);
printf("u_vor = %g \n",u_vor/U_c);
printf("uds0_vor = %g \n",uds0_vor);
printf("uds1_vor = %g \n",uds1_vor);
printf("uds2_vor = %g \n",uds2_vor);

```

```
printf("cir    = %g    \n",cir/(L_c*U_c));
```

```
printf("cir_vor = %g    \n",cir_vor/(L_c*U_c));
```

```
/*printf("x_N = %g,%g    \nx_S = %g,%g    \nx_E = %g,%g    \nx_W = %g,%g  
\n",
```

```
    x_N[0]/L_c, x_N[1]/L_c, x_S[0]/L_c, x_S[1]/L_c, x_E[0]/L_c, x_E[1]/L_c,  
    x_W[0]/L_c, x_W[1]/L_c); */
```

Se escriben los resultados adimensionalizados en el archivo de salida, *fout*.

```
fprintf(fout, "%d %g \n",
```

```
    curr_time_step, curr_time/T_c, x_front/L_c, x_vor[0]/L_c, x_vor[1]/L_c,  
    p_min/P_c,
```

```
    w_vor/W_c, u_vor/U_c, uds0_vor, uds1_vor, uds2_vor, cir/(U_c * L_c),  
    cir_vor/(U_c * L_c));
```

```
/* close output file where variables have been written */
```

```
fclose(fout);
```

```
}
```

C.2. DESCARGA DE AGUA EN ALCOHOL ETÍLICO

```
#include "udf.h"
```

El fichero *fout* será el fichero de salida con todos los valores de los parámetros de estudio que después serán procesados.

```
FILE *fout;
```

```
/* ----- */
```

```
/* ----- */
```

```
/* ----- */
```

Primero de los subprogramas en el cual se halla la celda requerida según los parámetros introducidos en la definición: una celda de referencia (*cell_t cell_i*), un dominio de referencia (*Thread *thread_i*) y dos parámetros que determinan hasta donde buscar la celda en dirección horizontal y vertical respectivamente (*int i, int j*).

```
cell_t get_neighbour_cell(cell_t cell_i, Thread *thread_i, int i, int j)
```

```
{
```

Primero se definen todas las variables que se van a usar en el programa y el tipo de variable que es.

```
/* define variables */
```

```
cell_t cell, c0, c1, cell_neighbour;
```

```
face_t face;
```

```
Thread *thread_face, *t0, *t1, *thread_neighbour;
```

```
real x_in[ND_ND], x0[ND_ND], x1[ND_ND], dx0[ND_ND], dx1[ND_ND], d0, d1;
```

```
real x_neighbour[ND_ND], dx_neighbour[ND_ND], dz[ND_ND];
```

```
int n;
```

Se calculan las caras y el dominio de dichas caras para cada una de las zonas.

```
for (n = 0; n < 4; n++)
```

```
{
```

```
face = C_FACE(cell_i, thread_i, n);
```

```
thread_face = C_FACE_THREAD(cell_i, thread_i, n);
```

```
/* neighboring cells of face f, and their (corresponding) threads */  
c0 = F_C0(face,thread_face);  
c1 = F_C1(face,thread_face);  
t0 = THREAD_T0(thread_face);  
t1 = THREAD_T1(thread_face);  
C_CENTROID(x0, c0, t0);  
C_CENTROID(x1, c1, t1);  
C_CENTROID(x_in, cell_i, thread_i);
```

Una vez calculadas todas las celdas vecinas a la celda dada y contenida en el dominio se calculan los valores de d0 y d1

```
NV_VV(dx0, =, x0, -, x_in);  
NV_VV(dx1, =, x1, -, x_in);  
d0 = NV_MAG(dx0);  
d1 = NV_MAG(dx1);
```

Una vez calculadas las distancias entre el centro de las celdas contiguas y la celda en la que nos encontramos (d0 y d1), se comparan para saber cuál de las dos es la más cercana, asignando ese valor a las variables *cell_neighbour* y asignando el dominio de esa celda a *thread_neighbour*.

```
if (d0 > d1)  
{  
NV_V(x_neighbour, =, x0);  
cell_neighbour = c0;  
thread_neighbour = t0;  
}  
else  
{  
NV_V(x_neighbour, =, x1);  
cell_neighbour = c1;  
thread_neighbour = t1;
```

```

    }

Se identifica la posición de la celda vecina (cell_neighbour) y se asignan los puntos norte, sur, este y oeste (N, S, E, W respectivamente) a la misma.

    /* identify neighbour cell position and asign it to points N, S, E or W */
    NV_VV(dx_neighbour, =, x_neighbour, -, x_in);

    dz[0] = dx_neighbour[0] - dx_neighbour[1];

    dz[1] = dx_neighbour[0] + dx_neighbour[1];

    if ((dz[0] * dz[1] < 0) & (dx_neighbour[1] > 0) & (i == 0) & (j == 1)) /* North
cell */

        cell = cell_neighbour;

    if ((dz[0] * dz[1] < 0) & (dx_neighbour[1] < 0) & (i == 0) & (j == -1)) /* South
cell */

        cell = cell_neighbour;

    if ((dz[0] * dz[1] > 0) & (dx_neighbour[0] > 0) & (i == 1) & (j == 0)) /* East
cell */

        cell = cell_neighbour;

    if ((dz[0] * dz[1] > 0) & (dx_neighbour[0] < 0) & (i == -1) & (j == 0)) /* West
cell */

        cell = cell_neighbour;

    }

    return cell;

}

/* ----- */
/* ----- */
/* ----- */

```

Segundo de los subprogramas en el cual se calcula el límite de la celda a partir de los valores de entrada: celda en la que nos encontramos (*cell_t cell_i*), dominio de la celda (*Thread *thread_i*), posición de la celda (*real x_i[ND_ND]*), distancia desde el centro de la celda en dirección horizontal (*real delta_x*) y distancia desde el centro de la celda en dirección vertical (*real delta_y*).

```
cell_t get_edge_cell(cell_t cell_i, Thread *thread_i, real x_i[ND_ND], real delta_x,
real delta_y)
```

```
{
```

Definición de variables que se van a usar en el subprograma.

```
/* define variables */
```

```
cell_t cell, cell_edge;
```

```
Domain *d = Get_Domain(1);
```

```
real x_cell[ND_ND], x_mov[ND_ND], x_edge[ND_ND], sep[ND_ND], abs;
```

```
real abs_0 = 1.E8;
```

Creamos el punto de referencia para calcular el límite del dominio.

```
/* create edge point */
```

```
x_mov[0] = delta_x;
```

```
x_mov[1] = delta_y;
```

```
NV_VV(x_edge, =, x_i, +, x_mov);
```

Se identifica la posición de la celda límite

```
/* identify edge cell position */
```

```
thread_loop_c(thread_i, d)
```

```
{
```

```
begin_c_loop(cell_i, thread_i)
```

```
{
```

Se calcula el centro de la celda *cell_i* del dominio *thread_i* para luego calcular la separación entre el límite calculado anteriormente y ésta.

```
C_CENTROID(x_cell, cell_i, thread_i);
```

```
NV_VV(sep, =, x_cell, -, x_edge);
```

```
abs = NV_MAG(sep);
```

Se compara la calculada en el paso anterior con la calculada y si es menor la distancia, será el nuevo límite.

```
if (abs < abs_0)
{
    abs_0 = abs;
    cell_edge = cell_i;
}
}
end_c_loop(cell_i, thread_i)
}
cell = cell_edge;
return cell;
}
/* ----- */
/* ----- */
/* ----- */
```

Programa básico en el que se calculan todos y cada uno de los parámetros de estudio del problema.

```
DEFINE_ON_DEMAND (on_demand_centro) /* obtain vortex centre,
magnitudes evaluated in it and total circulation */
```

```
{
```

Lo primero es la definición de las variables que van a ser usadas en el programa.

```
/* define variables */
```

```
Domain *d = Get_Domain(1);
```

```
cell_t cell, cell_vor, c0, c1, cell_NE, cell_NW, cell_SW, cell_SE, cell_N, cell_S,
cell_E, cell_W, cell_base;
```

```
face_t face;
```

```
Thread *thread, *thread_vor, *thread_face, *t0, *t1;  
  
Thread *thread_axis;  
  
Node *node;  
  
int curr_time_step;  
  
int n;
```

Al definir $AXIS_ID = 6$, se define que $AXIS_ID$ sea el eje de simetría del dominio de cálculo de la malla.

```
int AXIS_ID = 6;  
  
real curr_time;  
  
real x[ND_ND];  
  
real p;  
  
real x_vor[ND_ND], u_vor, w_vor, Y_vor;  
  
real x0[ND_ND], dx0[ND_ND], x1[ND_ND], dx1[ND_ND], d0, d1;  
  
real x_neighbour[ND_ND], dx_neighbour[ND_ND], dz[ND_ND];  
  
real x_N[ND_ND], p_N, w_N, u_N, Y_N;  
  
real x_S[ND_ND], p_S, w_S, u_S, Y_S;  
  
real x_E[ND_ND], p_E, w_E, u_E, Y_E;  
  
real x_W[ND_ND], p_W, w_W, u_W, Y_W;  
  
real x_front[ND_ND], Y_axis, dY_axis_dx;  
  
real dx, dy, dx_vor, dy_vor, xn, dl, uaxis;  
  
real dpdx, dpdy, dudx, dudy, dwdx, dwdy;  
  
real dYdx, dYdy;  
  
real d2pdx2, d2pdy2;  
  
real deltax, deltay, x_NE[ND_ND], x_NW[ND_ND], x_SW[ND_ND],  
x_SE[ND_ND], x_base[ND_ND];  
  
real v_south, v_north, u_west, u_east, u_base, v_base;  
  
real deltax_vor, deltay_vor, dYdx_front;  
  
real x_pos_vor[ND_ND];
```

```
real p_min = 1.E8;
```

```
real delta_Y_min = 1.E8;
```

```
real P_max = 0;
```

```
real P_axis;
```

```
real eps = 1.E-8;
```

```
real cir = 0.0;
```

```
real cir_vor;
```

Definición de los valores característicos del problema para la adimensionalización de los parámetros. Valor del Reynolds, longitud característica (diámetro de entrada), velocidad de entrada del fluido, densidad del agua, tiempo característico a partir de la longitud y velocidad características, vorticidad característica a partir del tiempo característico y presión característica, respectivamente.

```
/* characteristic scales -- Re=2000, gamma=1 */
```

```
real L_c = 0.02;
```

```
real U_c = 0.09985935;
```

```
real RHO_c = 998.2;
```

```
real T_c = L_c / U_c;
```

```
real W_c = 1.0 / T_c;
```

```
real P_c = RHO_c * U_c * U_c;
```

```
/* ----- */
```

Definición del fichero de salida con los valores de los parámetros calculados en este subprograma. El nombre del fichero de salida será modificado para cada uno de los casos.

```
/* open output file where variables will be written */
```

```
fout = fopen("vor_data_absoluto.out", "a");
```

Lo primero que se va a calcular, en comparación con el programa anterior, es la posición del frente del chorro y la circulación total.

```
/* obtain front location and total circulation*/
```

```
thread_axis = Lookup_Thread(d, AXIS_ID);
```

```
begin_f_loop(face, thread_axis)
{
```

Para obtener la posición del frente del chorro lo que se hace es buscar la posición del punto del eje de simetría con máxima presión, que será el frente del chorro.

```
/* obtain front location */
F_CENTROID(x, face, thread_axis);
c0 = F_C0(face,thread_axis);
t0 = THREAD_T0(thread_axis);
Y_axis = C_YI(c0, t0, 0);
P_axis = C_P(c0, t0);
```

```
if (P_axis > P_max)
{
P_max = P_axis;
x_front[0] = x[0];
x_front[1] = 0;
}
```

La obtención de la circulación total se hace de la misma manera que en el programa anterior.

```
/* obtain total circulation */
dl = 0.0;
for (n = 0; n < 4; n++)
{
node = C_NODE(c0, t0, n);
xn = NODE_X(node);
if (xn > x[0])
dl = dl + xn;
```

```
else
    dl = dl - xn;
}
dl = 0.5*dl;
uaxis = C_U(c0,t0);
cir = cir + dl*uaxis;
}
end_f_loop(face, thread_axis)
```

Definición del tamaño de la caja.

```
/*Define box to identify the vortex*/
```

```
deltax_vor = 4*L_c;
```

```
deltay_vor = 2*L_c;
```

Si la caja se encuentra muy cercana a alguno de los límites del dominio, se modifican las dimensiones de la caja de tal manera que no se salga la caja del dominio.

```
/*Redefine box dimensions for the cases which the wall can be near the front*/
```

```
if (deltax_vor > x_front[0])
```

```
    deltax_vor = x_front[0];
```

Se definen los límites de la caja en donde se va a buscar la posición del centro del vórtice.

```
/*Define corners of the box*/
```

```
/* obtain north-east edge */
```

```
cell_NE = get_edge_cell(c0, t0, x_front, 0, deltax_vor);
```

```
C_CENTROID(x_NE, cell_NE, t0);
```

```
/* obtain north-west edge */
```

```
cell_NW = get_edge_cell(c0, t0, x_front, -deltax_vor, deltax_vor);
```

```
C_CENTROID(x_NW, cell_NW, t0);
```

```
/* obtain south-west edge */
```

```
cell_SW = get_edge_cell(c0, t0, x_front, -deltax_vor, 0);
```

```
C_CENTROID(x_SW, cell_SW, t0);
```

```
/* obtain south-east edge */
```

```
cell_SE = get_edge_cell(c0, t0, x_front, 0, 0);
```

```
C_CENTROID(x_SE, cell_SE, t0);
```

Se recorre todo el dominio definido por los límites anteriores para encontrar la posición del centro del vórtice. Para ello se busca el punto de mínima presión de todo este dominio y se calculan los valores de la velocidad, vorticidad y concentración de agua.

```
/*Initialize the loop to find the vortex*/
```

```
/* loops over all cells to locate the vortex cell */
```

```
thread_loop_c(thread, d)
```

```
{
```

```
begin_c_loop(cell, thread)
```

```
{
```

```
C_CENTROID(x_pos_vor, cell, thread);
```

```
if ((x_pos_vor[0] >= x_NW[0]) && (x_pos_vor[0] <= x_NE[0]) &&
(x_pos_vor[1] <= x_NE[1]))
```

```
{
```

```
p = C_P(cell, thread);
```

```
if (p < p_min)
```

```
{
```

```
p_min = p;
```

```
NV_V(x_vor, =, x_pos_vor);  
    u_vor = C_U(cell, thread);  
    w_vor = C_DVDX(cell, thread) - C_DUDY(cell, thread);  
    Y_vor = C_YI(cell, thread, 0);  
    cell_vor = cell;  
    thread_vor = thread;  
    }  
    }  
    }  
end_c_loop(cell, thread)  
}
```

Se procede a calcular la contribución de las caras de la celda en la que se encuentra el punto de presión mínima, o posición del centro del vórtice.

```
/* loops over all faces on the cell containing the vortex core */  
  
/* identify neighbour position and asign it to points N, S, W or E */  
  
/* identify north cell */  
cell = get_neighbour_cell(cell_vor, thread_vor, 0, 1);  
C_CENTROID(x_N, cell, thread_vor);  
p_N = C_P(cell, thread_vor);  
u_N = C_U(cell, thread_vor);  
w_N = C_DVDX(cell, thread_vor) - C_DUDY(cell, thread_vor);  
Y_N = C_YI(cell, thread_vor, 0);  
  
/* identify south cell */  
cell = get_neighbour_cell(cell_vor, thread_vor, 0, -1);
```

```
C_CENTROID(x_S, cell, thread_vor);  
p_S = C_P(cell, thread_vor);  
u_S = C_U(cell, thread_vor);  
w_S = C_DV DX(cell, thread_vor) - C_DUDY(cell, thread_vor);  
Y_S = C_YI(cell, thread_vor, 0);  
  
/* identify east cell */  
cell = get_neighbour_cell(cell_vor, thread_vor, 1, 0);  
C_CENTROID(x_E, cell, thread_vor);  
p_E = C_P(cell, thread_vor);  
u_E = C_U(cell, thread_vor);  
w_E = C_DV DX(cell, thread_vor) - C_DUDY(cell, thread_vor);  
Y_E = C_YI(cell, thread_vor, 0);  
  
/* identify west cell */  
cell = get_neighbour_cell(cell_vor, thread_vor, -1, 0);  
C_CENTROID(x_W, cell, thread_vor);  
p_W = C_P(cell, thread_vor);  
u_W = C_U(cell, thread_vor);  
w_W = C_DV DX(cell, thread_vor) - C_DUDY(cell, thread_vor);  
Y_W = C_YI(cell, thread_vor, 0);
```

Una vez calculados todos los valores en cada una de las caras, se procede a la corrección de cada uno de los parámetros mediante aproximación parabólica.

```
/* correct vortex core position using parabolic approximation for the pressure field */  
dx = x_E[0] - x_vor[0];  
dy = x_N[1] - x_vor[1];
```

$$dpdx = (p_E - p_W) / (2.0 * dx);$$

$$dpdy = (p_N - p_S) / (2.0 * dy);$$

$$d2pdx2 = (p_E - 2.0 * p_min + p_W) / (dx * dx);$$

$$d2pdy2 = (p_N - 2.0 * p_min + p_S) / (dy * dy);$$

$$dx_vor = - dpdx/d2pdx2;$$

$$dy_vor = - dpdy/d2pdy2;$$

$$x_vor[0] = x_vor[0] + dx_vor;$$

$$x_vor[1] = x_vor[1] + dy_vor;$$

/ correct vortex core pressure, vorticity, velocity and scalar values */*

$$dwdx = (w_E - w_W) / (2.0 * dx);$$

$$dwdy = (w_N - w_S) / (2.0 * dy);$$

$$dudx = (u_E - u_W) / (2.0 * dx);$$

$$dudy = (u_N - u_S) / (2.0 * dy);$$

$$dYdx = (Y_E - Y_W) / (2.0 * dx);$$

$$dYdy = (Y_N - Y_S) / (2.0 * dy);$$

$$p_min = p_min + dpdx * dx_vor + dpdy * dy_vor;$$

$$/*w_vor = w_vor + dwdx * dx_vor + dwdy * dy_vor;*/$$

$$u_vor = u_vor + dudx * dx_vor + dudy * dy_vor;$$

$$Y_vor = Y_vor + dYdx * dx_vor + dYdy * dy_vor;$$

```
/* obtain vortex circulation */
```

```
/* define box dimensions */
```

Dimensiones de la caja.

```
deltay = 0.35*L_c;
```

```
deltax = 0.5*L_c;
```

```
/* redefine box dimensions for cases which the wall can be near de vortex*/
```

Si la caja se encuentra muy cercana a alguno de los límites del dominio, se modifican las dimensiones de la caja de tal manera que no se salga la caja del dominio.

```
if (deltax > x_vor[0])
```

```
    deltax = 0.6*x_vor[0];
```

```
if (deltay > x_vor[1])
```

```
    deltay = 0.6*x_vor[1];
```

```
printf("deltay / deltax_max = %g / %g    \n",deltay/L_c,x_vor[1]/L_c);
```

Se calculan los límites determinados por el tamaño de la caja. Para ello se parte de la celda del vórtice (*cell_vor*), del dominio en el que se encuentra la celda del vórtice (*thread_vor*) y la posición del vórtice dentro de la celda.

```
/* obtain north-east edge */
```

```
cell_NE = get_edge_cell(cell_vor, thread_vor, x_vor, deltax, deltax);
```

```
C_CENTROID(x_NE, cell_NE, thread_vor);
```

```
/* obtain north-west edge */
```

```
cell_NW = get_edge_cell(cell_vor, thread_vor, x_vor, -deltax, deltax);
```

```
C_CENTROID(x_NW, cell_NW, thread_vor);
```

```
/* obtain south-west edge */
```

```
cell_SW = get_edge_cell(cell_vor, thread_vor, x_vor, -deltax, -deltax);
```

```
C_CENTROID(x_SW, cell_SW, thread_vor);
```

```
/* obtain south-east edge */
```

```
cell_SE = get_edge_cell(cell_vor, thread_vor, x_vor, deltax, -deltay);
```

```
C_CENTROID(x_SE, cell_SE, thread_vor);
```

Se comienza el cálculo de la circulación del vórtice.

```
/* calculate vortex circulation */
```

```
/* initialize de value of vortex circulation */
```

```
cir_vor = 0.0;
```

Se calculan las contribuciones de cada una de las caras que componen la caja en la que se va a calcular la circulación. Para ello se calcula en la cara norte, oeste, sur y este, respectivamente.

```
/* calculate the north face contribution */
```

```
cell_W = get_neighbour_cell(cell_NE, thread_vor, -1, 0); /* west cell */
```

```
C_CENTROID(x_W, cell_W, thread_vor);
```

```
cell_base = cell_NE;
```

```
while (x_W[0] >= x_NW[0])
```

```
{
```

```
  C_CENTROID(x_base, cell_base, thread_vor);
```

```
  u_base = C_U(cell_base, thread_vor);
```

```
  u_west = C_U(cell_W, thread_vor);
```

```
  cir_vor = cir_vor + 0.5*(u_west + u_base) * (x_W[0] - x_base[0]);
```

```
  cell_base = cell_W;
```

```
  cell_W = get_neighbour_cell(cell_base, thread_vor, -1, 0); /* west cell */
```

```
  C_CENTROID(x_W, cell_W, thread_vor);
```

```
}
```

```
/* calculate the west face contribution */
```

```

cell_S = get_neighbour_cell(cell_NW, thread_vor, 0, -1); /* south cell */
C_CENTROID(x_S, cell_S, thread_vor);
cell_base = cell_NW;
while (x_S[1] >= x_SW[1])
{
    C_CENTROID(x_base, cell_base, thread_vor);
    v_base = C_V(cell_base, thread_vor);
    v_south = C_V(cell_S, thread_vor);
    cir_vor = cir_vor + 0.5*(v_south + v_base) * (x_S[1] - x_base[1]);
    cell_base = cell_S;
    cell_S = get_neighbour_cell(cell_base, thread_vor, 0, -1); /* south cell */
    C_CENTROID(x_S, cell_S, thread_vor);
}

/* calculate the south face contribution */
cell_E = get_neighbour_cell(cell_SW, thread_vor, 1, 0); /* east cell */
C_CENTROID(x_E, cell_E, thread_vor);
cell_base = cell_SW;
while (x_E[0] <= x_SE[0])
{
    C_CENTROID(x_base, cell_base, thread_vor);
    u_base = C_U(cell_base, thread_vor);
    u_east = C_U(cell_E, thread_vor);
    cir_vor = cir_vor + 0.5*(u_east + u_base) * (x_E[0] - x_base[0]);
    cell_base = cell_E;
    cell_E = get_neighbour_cell(cell_base, thread_vor, 1, 0); /* east cell */
    C_CENTROID(x_E, cell_E, thread_vor);
}

```

```

}

/* calculate the east face contribution */
cell_N = get_neighbour_cell(cell_SE, thread_vor, 0, 1); /* north cell */
C_CENTROID(x_N, cell_N, thread_vor);
cell_base = cell_SE;
while (x_N[1] <= x_NE[1])
{
    C_CENTROID(x_base, cell_base, thread_vor);
    v_base = C_V(cell_base, thread_vor);
    v_north = C_V(cell_N, thread_vor);
    cir_vor = cir_vor + 0.5*(v_north + v_base) * (x_N[1] - x_base[1]);
    cell_base = cell_N;
    cell_N = get_neighbour_cell(cell_base, thread_vor, 0, 1); /* north cell */
    C_CENTROID(x_N, cell_N, thread_vor);
}

```

Una vez calculados todos los parámetros, se adimensionalizan para proceder a la escritura de los resultados en la pantalla de información de FLUENT.

```

/* write output file */
curr_time = RP_Get_Real("flow-time");
curr_time_step = RP_Get_Integer("time-step");
printf("\n");
printf("cell_vor   = %d   \n",cell_vor);
printf("time step   = %d   \n",curr_time_step);
printf("time        = %g   \n",curr_time/T_c);
printf("x_front     = %g   \n",x_front[0]/L_c);
printf("(x,y)_vor   = (%g,%g) \n",x_vor[0]/L_c, x_vor[1]/L_c);

```

```
printf("p_min    = %g    \n",p_min/P_c);
printf("w_vor    = %g    \n",w_vor/W_c);
printf("u_vor    = %g    \n",u_vor/U_c);
printf("Y_vor    = %g    \n",Y_vor);
printf("cir      = %g    \n",cir/(L_c*U_c));
printf("cir_vor  = %g    \n",cir_vor/(L_c*U_c));

/*printf("x_N = %g,%g    \nx_S = %g,%g    \nx_E = %g,%g    \nx_W = %g,%g
\n",
        x_N[0]/L_c, x_N[1]/L_c, x_S[0]/L_c, x_S[1]/L_c, x_E[0]/L_c, x_E[1]/L_c,
        x_W[0]/L_c, x_W[1]/L_c); */

Se escriben los resultados adimensionalizados en el archivo de salida, fout.

fprintf(fout, "%d %g \n",
        curr_time_step, curr_time/T_c, x_front[0]/L_c, x_vor[0]/L_c, x_vor[1]/L_c,
        p_min/P_c, w_vor/W_c, u_vor/U_c,
        Y_vor, cir/(U_c * L_c), cir_vor/(U_c * L_c)) ;

/* close output file where variables have been written */
fclose(fout);

}
```


ANEXO D. FIGURAS VORTICIDAD

D.1. DESCARGA DE AGUA EN AGUA

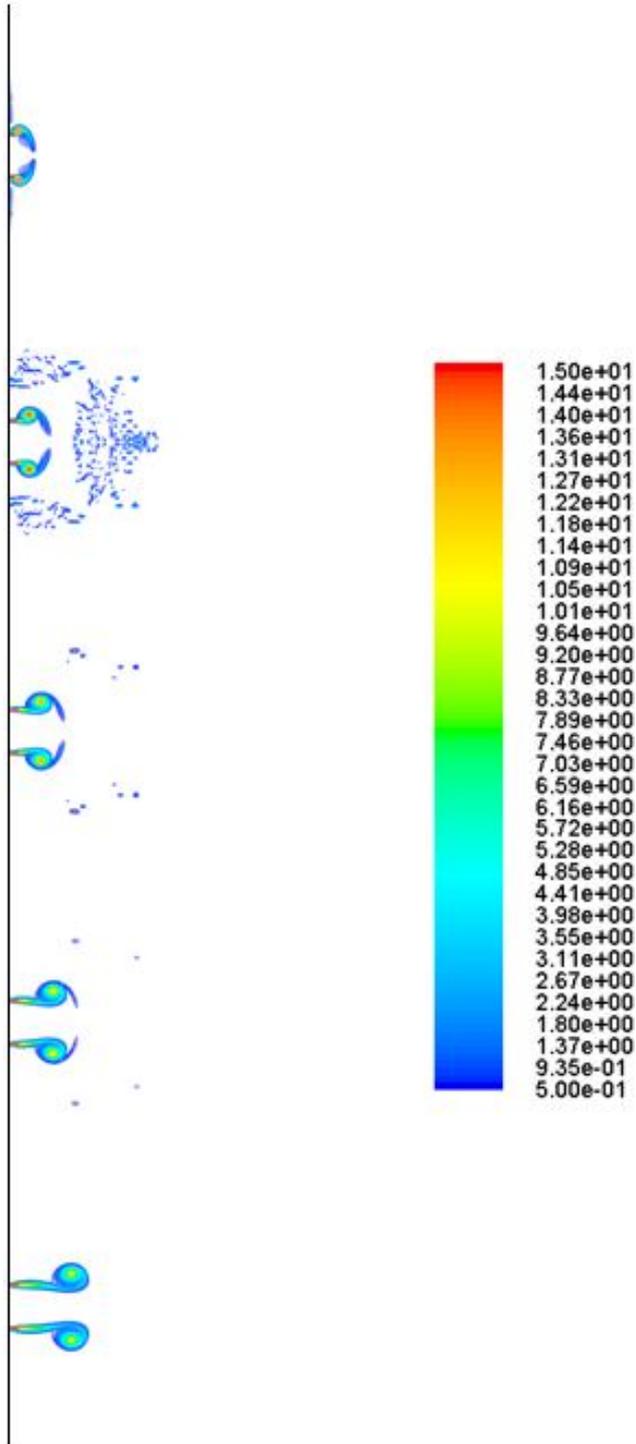


Figura 93. Representación de la evolución del campo de vorticidad en la descarga de agua en agua para los tiempos adimensionales 0.735, 1.448, 2.198, 2.948 y 4.021 respectivamente.

D.2. DESCARGA DE AGUA EN ALCOHOL

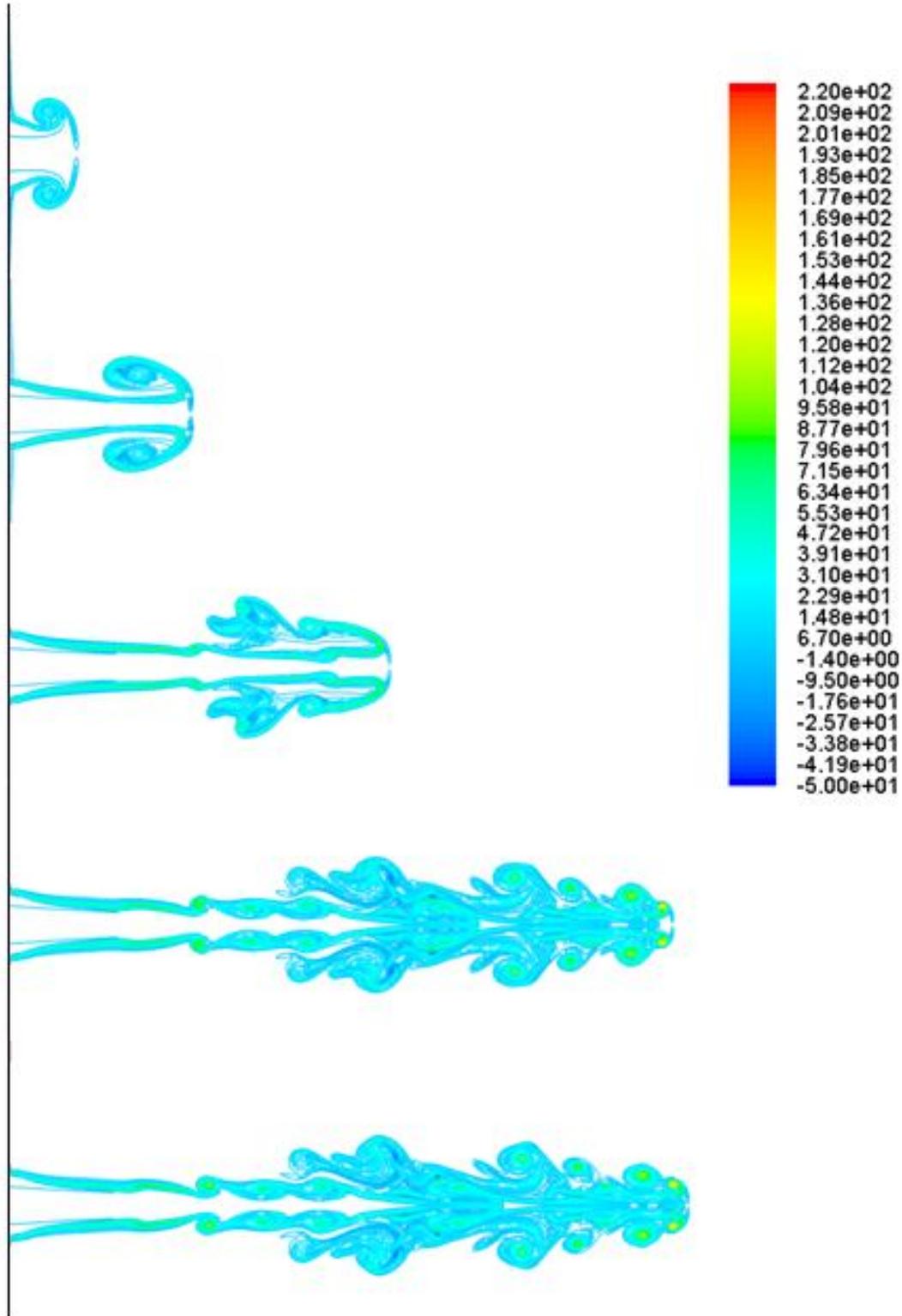


Figura 94. Representación de la evolución del campo de vorticidad en la descarga de agua en alcohol étílico para los tiempos adimensionales 0.998, 1.997, 2.995, 3.994 y 4.044 respectivamente.

ANEXO E. FIGURAS UDS-0

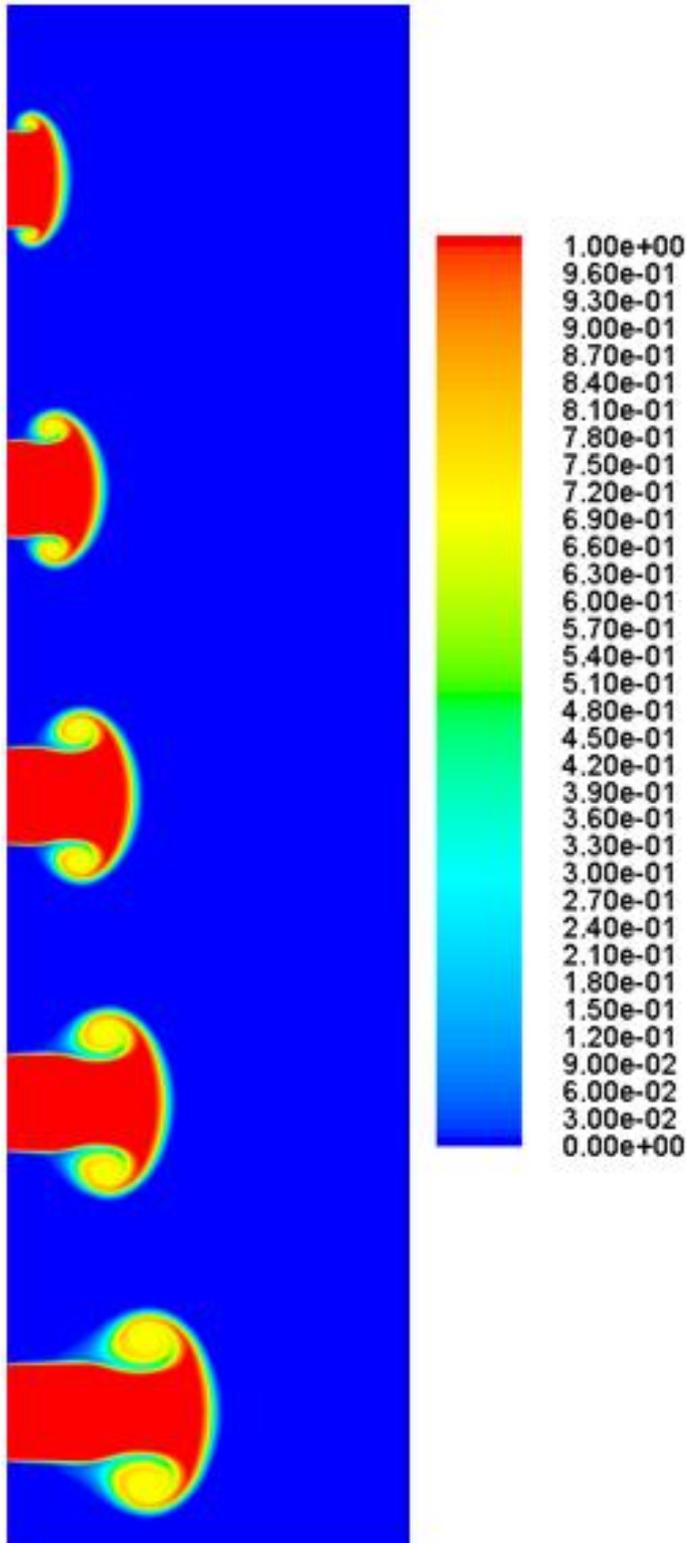


Figura 95. Representación de la evolución de la concentración del scalar-0 en la descarga de agua en agua para los tiempos adimensionales 0.735, 1.448, 2.198, 2.948 y 4.021 respectivamente.

ANEXO F. FIGURAS PRESIÓN

F.1. DESCARGA DE AGUA EN AGUA

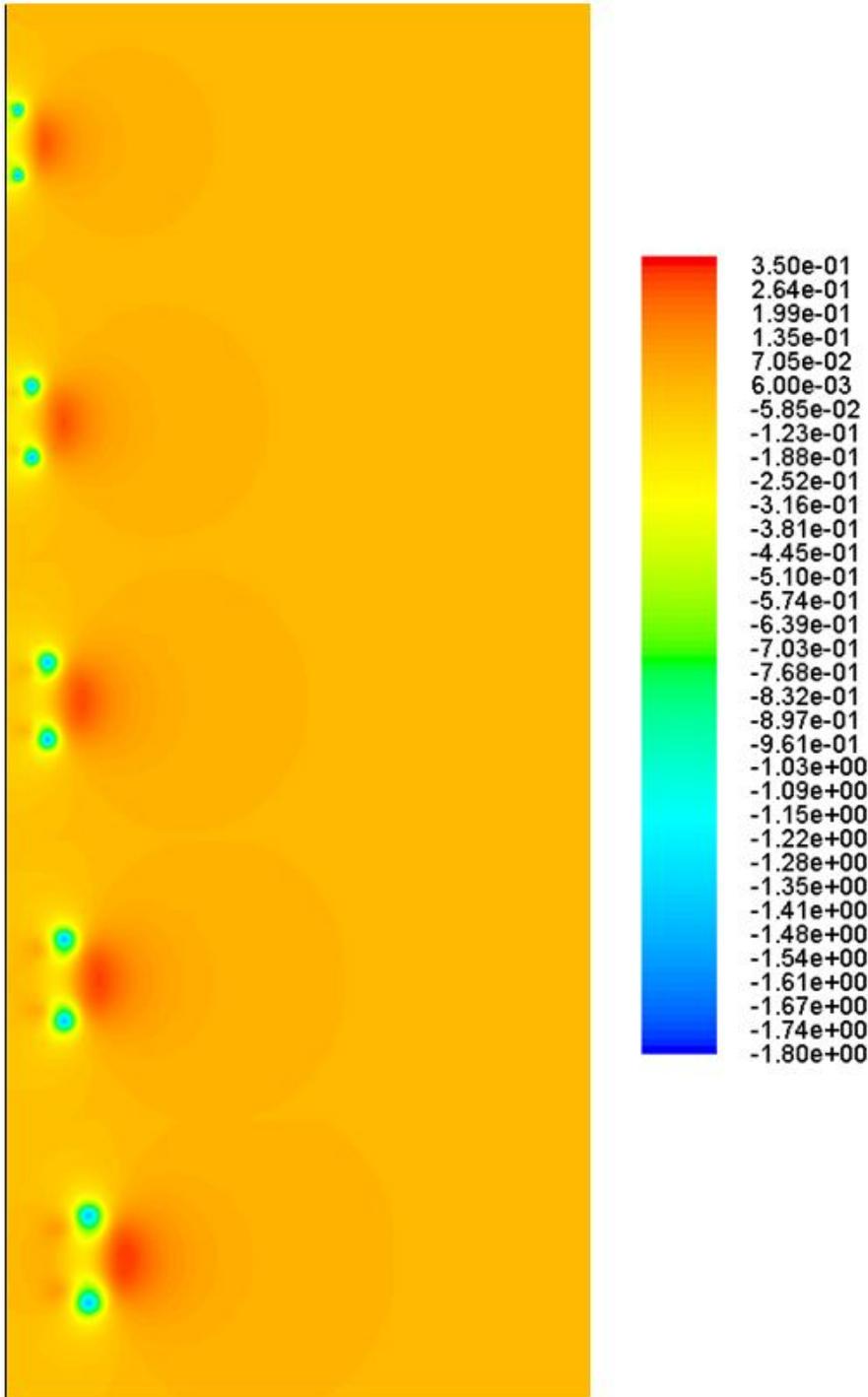


Figura 96. Representación de la evolución del campo de presiones en la descarga de agua en agua para los tiempos adimensionales 0.735, 1.448, 2.198, 2.948 y 4.021 respectivamente.

F.2. DESCARGA DE AGUA EN ALCOHOL ETÍLICO

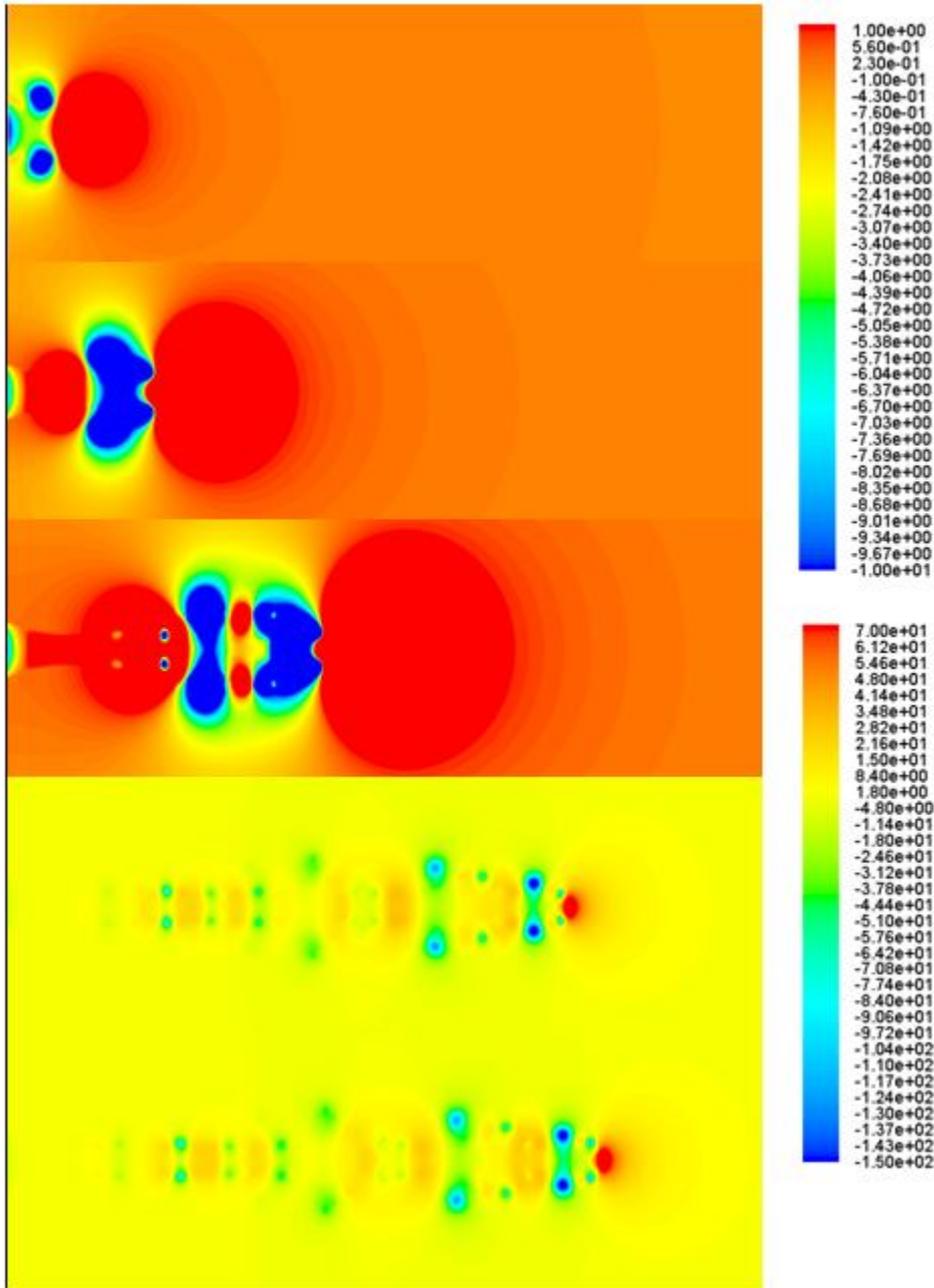


Figura 97. Representación de la evolución del campo de presiones en la descarga de agua en alcohol etílico para los tiempos adimensionales 0.998, 1.997, 2.995, 3.994 y 4.044 respectivamente.

Los tres primeros campos tienen como escala la primera, mientras los dos últimos tienen como escala la segunda. Esto es así debido a la gran diferencia de escalas de unos casos a otros.

ANEXO G. FIGURAS DENSIDAD

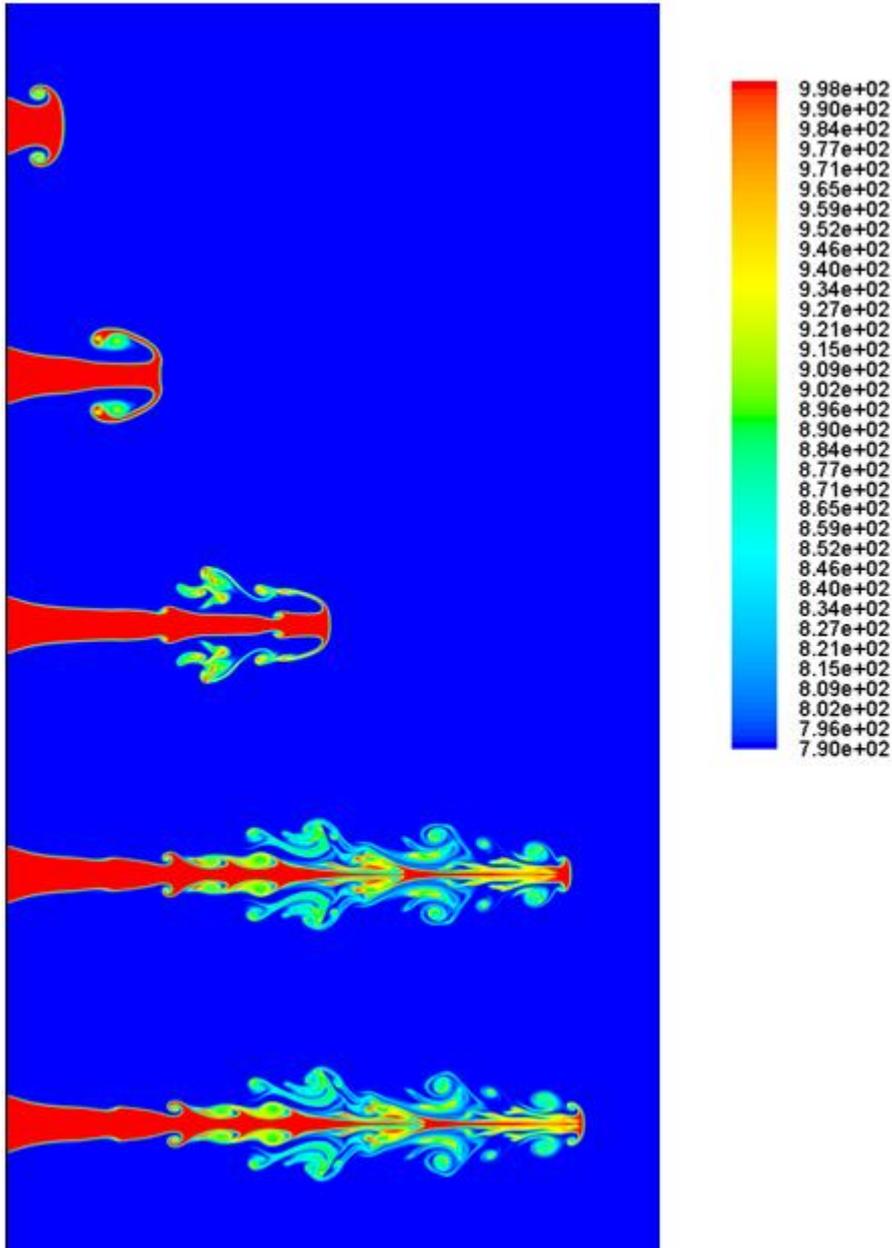


Figura 98. Representación de la evolución del campo de densidades en la descarga de agua en alcohol etílico para los tiempos adimensionales 0.998, 1.997, 2.995, 3.994 y 4.044 respectivamente.

