

DPTO. DE TEORÍA DE LA SEÑAL Y COMUNICACIONES  
UNIVERSIDAD CARLOS III DE MADRID



TESIS DOCTORAL

Aplicación de algoritmos combinados  
de filtrado adaptativo  
a acústica de salas

Autor: Luis Antonio Azpicueta Ruiz  
Directores: Dr. Jerónimo Arenas García  
Dr. Aníbal R. Figueiras Vidal

LEGANÉS, 2011



Tesis Doctoral:

Aplicación de algoritmos combinados de filtrado adaptativo a acústica de salas.

Autor:

Luis Antonio Azpicueta Ruiz

Directores:

Prof. Dr. Jerónimo Arenas García

Prof. Dr. Aníbal R. Figueiras Vidal

El tribunal nombrado para juzgar la tesis doctoral arriba citada, compuesto por los doctores

Presidente:

Vocales:

Secretario:

acuerda otorgarle la calificación de

Leganés, a



## RESUMEN

Las aplicaciones de procesamiento de señales acústicas están cobrando una importancia creciente. La mayoría de aplicaciones de este tipo (como la cancelación de eco acústico, la cancelación de ruido, la dereverberación, la separación y el seguimiento de fuentes acústicas, etc.) requieren la identificación de una (o varias) respuestas al impulso del recinto (RIRs). Estas respuestas pueden variar con el tiempo, por lo que se precisa de esquemas adaptativos para su identificación.

La utilización de esquemas adaptativos en escenarios de identificación de respuestas acústicas se ve sujeta a diferentes compromisos, como, p. ej., la conocida relación entre velocidad de convergencia y precisión en estacionario. Varios de estos compromisos se comparten con otras aplicaciones, mientras que otros son específicos del procesamiento de señales acústicas. Entre los diferentes métodos que tratan de aliviar estas limitaciones, destaca la combinación adaptativa de filtros adaptativos debido fundamentalmente a su sencillez, versatilidad y eficacia.

En esta Tesis Doctoral se aborda el estudio, diseño, implementación y adecuación de los esquemas de combinación adaptativa para que resulten provechosos y convenientes en aplicaciones de procesamiento de señales acústicas. Para ello, se proponen y analizan esquemas de combinación que ofrecen robustez y un comportamiento adecuado con respecto a las particularidades que presentan las señales acústicas involucradas y las RIRs. De entre los posibles condicionantes y sus potenciales soluciones, en esta Tesis Doctoral se contemplan:

- La relación señal a ruido es normalmente desconocida *a priori* y puede variar. Se han desarrollado dos esquemas de combinación de filtros robustos frente a cambios en dicha relación.
- El espectro de las señales acústicas (música y voz) no es plano en frecuencia, lo que ralentiza la convergencia de los filtros adaptativos. Se presenta un algoritmo de combinación en el dominio frecuencial que permite combinar de forma independiente diferentes bandas de frecuencia, obteniendo ganancias debido a

que, por lo general, la relación señal a ruido es diferente en cada subbanda, y los cambios producidos en la RIR no afectan de igual forma a todo el margen frecuencial.

- En algunos casos, la relación entre la señal a reproducir por los altavoces y la captada por los transductores receptores es no lineal. La solución estándar para este problema de identificación no lineal se basa normalmente en los filtros de Volterra, y esta Tesis Doctoral presenta dos novedosas estrategias de combinación *ad-hoc* para su utilización en este contexto, las cuales obtienen ventajas de las particularidades de este tipo de filtros. Además, se propone un esquema que presenta una gran robustez con respecto a la ausencia o presencia de distorsión no lineal, e incluso con respecto a variaciones en la potencia de esta distorsión, con un modesto incremento de coste computacional con respecto al de un filtro de Volterra clásico.
- En muchas ocasiones, la longitud de la RIR es grande y la distribución de su energía no uniforme. Se propone un esquema que, explotando el compromiso entre sesgo y varianza, permite ganancias en esta situación, principalmente cuando la relación señal a ruido es baja.

Para mostrar las ventajas del uso de los esquemas de combinación propuestos, se han llevado a cabo una serie de experimentos utilizando un escenario de cancelación de eco acústico monocanal. En todos los casos, las soluciones presentadas han obtenido resultados satisfactorios, demostrando la versatilidad y el potencial de estos algoritmos, y permitiendo mejorar el funcionamiento de los filtros adaptativos ante los condicionantes anteriormente citados.

## ABSTRACT

Acoustic signal processing applications are becoming increasingly important. Most of these applications, such as acoustic echo cancellation, noise cancellation, dereverberation, separation and tracking of acoustic sources, etc., requires the identification of a (or several) room impulse response (RIR). This response is usually time-varying, what justifies the use of adaptive algorithms to carry out the identification task.

The use of adaptive schemes in RIR identification scenarios is subject to different compromises, such as the well-known compromise between speed of convergence and steady-state precision. Several of these tradeoffs are shared by other applications, while others are specific to acoustic signal processing. Among the different methods available to alleviate these limitations, adaptive combination of adaptive filters has been recently receiving a lot of attention, mainly because of its simplicity, versatility, and effectiveness.

In this Ph. D. Thesis, we deal with the development, study and implementation of adaptive combination schemes that are especially suited to acoustic signal processing applications. For this purpose, we propose and analyze combination schemes that offer robustness and a suitable behavior with respect to the peculiarities of the involved signals and RIRs. Among all possible determining factors and their potential solutions, in this Ph. D. Thesis we consider:

- The signal to noise ratio is usually unknown *a priori* and it can be time-varying. In order to deal with this situation, two new different schemes are proposed.
- The spectrum of acoustic signals (music and speech) is not flat, what slows down the convergence of adaptive filters. We present a combination algorithm in the frequency domain that allows to mix different frequency bands independently, offering gains that exploit the frequency dependent signal to noise power

ratio and the fact that RIR changes can also take place in a frequency-localized manner.

- Occasionally, the relationship between the signal to be reproduced by the loudspeakers and the signal received by the microphones is nonlinear. The standard solution for this nonlinear identification problem is frequently based on Volterra filters. The Thesis presents two novel *ad-hoc* combinations strategies to be used in this context, which take advantage of the particularities of this kind of filters. In addition, we propose an additional algorithm that shows great robustness with respect to the presence or absence of nonlinear distortion, and even with respect to changes in the power of nonlinear distortion, with a very modest increment in terms of computational cost.
- In many cases, very large RIRs are present, and their energies are typically distributed in a non-uniform manner. We propose a scheme that, exploiting the tradeoff between bias and variance, permits important gains in this situation, mainly for low signal to noise power ratios.

In order to illustrate the advantages of the proposed combinations schemes, several experiments have been carried out considering a single-channel acoustic echo cancellation scenario. The satisfactory results obtained by the presented solutions demonstrate the versatility and potential of these algorithms, allowing to improve the performance of adaptive filters in the presence of the aforementioned conditions.



## AGRADECIMIENTOS

He dejado para el final la escritura de los agradecimientos. Echo la vista atrás y me percato de todas las personas que me han ayudado y animado, de una u otra forma, aunque quizás ellas no sean del todo conscientes. La finalización de la Tesis Doctoral supone para mí un momento de reflexión, en el cual trato de no olvidarme de nadie.

En primer lugar, debo agradecer enormemente a mi familia todo lo que han hecho por mí, no sólo durante la realización de esta Tesis. He sentido su apoyo a lo largo de toda mi vida y su confianza en mí es inquebrantable. Muchas gracias a mi madre y mis tíos Luis y Santi.

Además, tengo el placer de contar entre mis amigos a personas que considero como familia, y que también, constantemente, me han apoyado y dado ánimos. Muchas gracias por tu amistad Cody.

A todos mis amigos de Molina. Algunos compartimos pupitre desde pequeños; otros nos juntábamos los veranos; y con otros algo mayores hicimos una gran pandilla. Ya son muchos años caminados en buena compañía.

Por suerte, al menos una vez por semana puedo juntarme a tocar con mis amigos del grupo *On the rocks*. Resulta muy agradable, al salir del trabajo totalmente saturado, poder hacer música juntos. Sin embargo, casi disfruto más de las conversaciones de los descansos.

Gracias a Antonio Pedrero. Aprendo de él cada día. No me equivoco si digo que ha sido el mejor profesor que he tenido. Tampoco me equivoco al considerarlo un buen amigo.

Durante el doctorado realicé una estancia en Erlangen, Alemania. Antes de llegar, no podía imaginar la de gente estupenda que me iba a encontrar y que hicieron que mi estancia fuera tan fructifera en todos los aspectos. Danke schön.

Por supuesto, muchas gracias a mis dos tutores. En primer lugar, al Prof. Dr. Aníbal R. Figueiras por haberme dado la oportunidad de comenzar mi carrera

académica en el departamento de Teoría de la Señal y Comunicaciones de la Universidad Carlos III de Madrid, permitiéndome dedicarme a lo que más me gusta, tanto en el ámbito docente como investigador. En segundo lugar, al Dr. Jerónimo Arenas por sus ánimos, dedicación y guía constante durante este tiempo. Gracias a ambos por la tutela de la tesis. Espero que el trabajo se encuentre a la altura de sus expectativas.

He dejado para el final a todos los amigos de la UC3M. Opino que sólo las personas que hacen o han hecho una tesis son conscientes de todas las etapas por las que se pasa en su realización. Son muchos momentos de soledad, no exentos de cierto desasosiego. A Manolo, Rosa, Iván, Rubén, Óscar, Chelus, Edu y Sergio. También ha sido importante para mí contar con buenos compañeros de despacho. Entre ellos querría destacar a Vanessa y Carlos. Es fácil trabajar con vosotros.

*A mi madre y a mis tíos*



# Índice general

Índice de figuras	xvi
Índice de tablas	xxv
<b>1. Introducción al Procesado Digital de Señales Acústicas</b>	<b>1</b>
1.1. Procesamiento digital de señales . . . . .	3
1.1.1. Señales, sistemas y procesamiento de señales . . . . .	3
1.1.2. Filtrado óptimo y filtros adaptativos . . . . .	5
1.1.3. Combinación adaptativa de filtros adaptativos . . . . .	8
1.2. Procesamiento digital de señales acústicas . . . . .	9
1.3. Particularidades del procesamiento adaptativo de señales acústicas . .	16
1.4. Objetivos de la Tesis Doctoral . . . . .	18
<b>2. Estado del arte en filtrado adaptativo y cancelación de eco</b>	<b>21</b>
2.1. Esquemas de filtrado adaptativo más habituales . . . . .	21
2.1.1. Filtro de Wiener . . . . .	23
2.1.2. Algoritmos de descenso por gradiente . . . . .	24
2.1.3. Algoritmos de gradiente estocástico . . . . .	27
2.2. Combinación adaptativa de filtros adaptativos . . . . .	34
2.2.1. Combinación adaptativa de dos filtros adaptativos . . . . .	35
2.2.2. Otros esquemas de combinación . . . . .	39

2.3.	Cancelación de eco acústico . . . . .	40
2.3.1.	Respuesta al impulso $\mathbf{h}(k)$ . . . . .	42
2.3.2.	Filtrado adaptativo para cancelación de eco acústico . . . . .	44
2.3.3.	Detección de habla simultánea . . . . .	48
2.3.4.	Cancelación de eco multicanal . . . . .	49
2.3.5.	Parámetros de calidad para la cancelación de eco acústico . . . . .	50
2.4.	Un ejemplo práctico . . . . .	52
2.5.	Conclusiones . . . . .	55
<b>3.</b>	<b>Combinaciones insensibles a variaciones en la SNR</b>	<b>57</b>
3.1.	Problemática de la regla de combinación basada en LMS . . . . .	58
3.2.	Adaptación normalizada del parámetro de mezcla . . . . .	62
3.2.1.	Derivación de la regla de actualización tipo NLMS . . . . .	62
3.2.2.	Análisis de la regla de actualización tipo NLMS . . . . .	64
3.2.3.	Modificación de la función de activación para $\lambda(k)$ . . . . .	67
3.2.4.	Comparación experimental de la regla de actualización tipo NLMS y la regla tipo LMS . . . . .	71
3.3.	Adaptación del parámetro de mezcla por mínimos cuadrados . . . . .	81
3.3.1.	Combinador afín óptimo . . . . .	83
3.3.2.	Derivación de la regla de adaptación tipo mínimos cuadrados . . . . .	85
3.3.3.	Análisis de la regla de adaptación tipo mínimos cuadrados . . . . .	87
3.3.4.	Estudio experimental de la regla de actualización tipo mínimos cuadrados . . . . .	88
3.4.	Conclusión . . . . .	97
<b>4.</b>	<b>Esquemas de combinación en el dominio frecuencial</b>	<b>99</b>
4.1.	Introducción . . . . .	100
4.1.1.	Filtros adaptativos en el dominio frecuencial . . . . .	100
4.1.2.	Filtros adaptativos en subbandas . . . . .	101

4.2.	Esquema de filtrado adaptativo en el dominio frecuencial utilizando combinación de filtros . . . . .	104
4.2.1.	Adaptación de los filtros componentes y de la combinación . . . . .	105
4.2.2.	Arquitectura de filtrado en subbandas sin retardo . . . . .	107
4.3.	Evaluación experimental . . . . .	109
4.3.1.	Ruido USASI como señal de entrada . . . . .	111
4.3.2.	Voz como señal de entrada . . . . .	114
4.4.	Conclusiones . . . . .	117
<b>5.</b>	<b>Esquemas de combinación para escenarios no lineales</b>	<b>119</b>
5.1.	Filtros de Volterra . . . . .	120
5.2.	Origen de la distorsión no lineal en aplicaciones de procesamiento de señales acústicas . . . . .	122
5.3.	Esquemas de combinación de filtros no lineales . . . . .	125
5.3.1.	Combinación de filtros de Volterra . . . . .	126
5.3.2.	Combinación de núcleos de Volterra . . . . .	128
5.3.3.	Comparación experimental de ambos esquemas . . . . .	131
5.4.	Cancelación de eco acústico no lineal . . . . .	134
5.4.1.	Cancelador robusto de eco acústico no lineal basado en el “núcleo de todo ceros” . . . . .	135
5.4.2.	Evaluación experimental del esquema NLAEC-AZK . . . . .	138
5.5.	Conclusiones . . . . .	144
<b>6.</b>	<b>Esquemas de combinación para respuestas largas y dispersas</b>	<b>147</b>
6.1.	Estudio de la problemática . . . . .	148
6.2.	Esquemas de filtrado adaptativo con sesgo por bloques . . . . .	151
6.3.	Evaluación experimental del algoritmo . . . . .	155
6.3.1.	Ruido blanco como señal de entrada . . . . .	155
6.3.2.	Voz como señal de entrada . . . . .	161

---

6.4. Conclusiones . . . . .	162
<b>7. Conclusiones y Futuras Líneas de Trabajo</b>	<b>167</b>
7.1. Conclusiones . . . . .	167
7.2. Líneas de investigación futura . . . . .	172
<b>A. Obtención del combinador óptimo para dos filtros NLMS</b>	<b>177</b>
<b>B. Extensión de la regla tipo LS para la combinación afín de múltiples filtros adaptativos</b>	<b>183</b>
<b>C. Análisis del esquema de combinación de núcleos</b>	<b>187</b>
C.0.1. Valor en régimen permanente de los parámetros de mezcla . . .	187
C.0.2. Universalidad del esquema de combinación de núcleos . . . . .	189
<b>D. Otras Publicaciones</b>	<b>191</b>
<b>Bibliografía</b>	<b>193</b>



# Índice de figuras

1.1. Interfaz multicanal H/M incluida en un entorno de TV interactiva. . .	11
2.1. Representación del problema de filtrado estadístico lineal. . . . .	23
2.2. Combinación adaptativa de dos filtros adaptativos. Cada filtro se adapta independientemente, mientras que el parámetro de mezcla $\lambda(k)$ se adapta para minimizar la potencia del error de la combinación, $e_c(k)$ .	36
2.3. Sistema de cancelación de eco monocanal. . . . .	42
2.4. Ejemplo de respuesta al impulso del eco de un recinto. . . . .	45
2.5. Sistema de filtrado adaptativo multicanal. . . . .	49
2.6. Respuesta al impulso del eco usada en los experimentos. (a) Respre- sentación en unidades naturales. (b) Representación en decibelios. . .	53
2.7. Cancelación de eco acústico utilizando ruido blanco de potencia unidad como señal de entrada. (a) Evolución temporal de $EMSE(k)$ de los componentes y de su combinación convexa. (b) Evolución temporal del parámetro de mezcla $\lambda(k)$ . . . . .	54
2.8. Cancelación de eco acústico utilizando señal de voz como señal de entrada. De arriba a abajo, evolución temporal de: la señal de voz $s(k)$ ; el $ERLE(k)$ de los componentes y de su combinación convexa; y del parámetro de mezcla $\lambda(k)$ . . . . .	55

3.1. Cancelación de eco acústico utilizando ruido blanco como señal de entrada en un escenario con SNR inicial de 50 dB que cambia abruptamente a 10 dB en $t = 21$ s. (a) Evolución temporal de $EMSE(k)$ de los componentes y de su combinación convexa con $\mu_a = 1000$ . (b) Evolución temporal de $\lambda(k)$ . . . . .	60
3.2. Cancelación de eco acústico utilizando ruido blanco como señal de entrada en un escenario con SNR inicial de 10 dB que cambia abruptamente a 50 dB en $t = 6$ s. (a) Evolución temporal de $EMSE(k)$ de los componentes y de su combinación convexa con $\mu_a = 10$ . (b) Evolución temporal de $\lambda(k)$ . . . . .	61
3.3. Comparación de los resultados obtenidos mediante promedios y los obtenidos según el análisis presentado para SNR = 50 dB. (a), (c) y (e) $J_{ex,c}(k)$ utilizando $\mu_{an} = 1, 0.1$ y $0.01$ , respectivamente. (b), (d) y (f) $\bar{a}(k)$ utilizando $\mu_{an} = 1, 0.1$ y $0.01$ , respectivamente. . . . .	68
3.4. Comparación de los resultados obtenidos mediante promedios y los obtenidos según el análisis presentado para SNR = 30 dB. (a), (c) y (e) $J_{ex,c}(k)$ utilizando $\mu_{an} = 1, 0.1$ y $0.01$ , respectivamente. (b), (d) y (f) $\bar{a}(k)$ utilizando $\mu_{an} = 1, 0.1$ y $0.01$ , respectivamente. . . . .	69
3.5. Comparación de los resultados obtenidos mediante promedios y los obtenidos según el análisis presentado para SNR = 10 dB. (a), (c) y (e) $J_{ex,c}(k)$ utilizando $\mu_{an} = 1, 0.1$ y $0.01$ , respectivamente. (b), (d) y (f) $\bar{a}(k)$ utilizando $\mu_{an} = 1, 0.1$ y $0.01$ , respectivamente. . . . .	70
3.6. Relación entre $\lambda(k)$ y $a(k)$ descrita por la ecuación (3.10). . . . .	71
3.7. Cancelación de eco acústico utilizando ruido blanco como señal de entrada en un escenario con SNR inicial de 50 dB que cambia abruptamente a 10 dB en $t = 21$ s., utilizando la regla de actualización normalizada con $\mu_{an} = 1$ y $\beta = 0.9$ . (a) Evolución temporal de $EMSE(k)$ de los componentes y de su combinación convexa. (b) Evolución temporal del parámetro de mezcla $\lambda(k)$ . . . . .	72

3.8. Cancelación de eco acústico utilizando ruido blanco como señal de entrada en un escenario con SNR inicial de 10 dB que cambia abruptamente a 50 dB en $t = 6$ s., utilizando la regla de actualización normalizada con $\mu_{an} = 1$ y $\beta = 0.9$ . (a) Evolución temporal de $EMSE(k)$ de los componentes y de su combinación convexa. (b) Evolución temporal del parámetro de mezcla $\lambda(k)$ . . . . .	73
3.9. Comparación de los resultados obtenidos en régimen permanente utilizando la regla tipo LMS (con $\mu_a = 10, 100$ y $1000$ ) y la regla normalizada (con $\mu_{an} = 1$ y $\beta = 0.9$ ) para diferentes SNRs. . . . .	75
3.10. Funcionamiento de la regla de adaptación tipo LMS y de la normalizada en función de sus pasos de adaptación, para SNR = 50, 30 y 10 dB. . . . .	76
3.11. Prestaciones en seguimiento de una combinación de dos filtros NLMS utilizando la regla tipo LMS con $\mu_a = 1000$ y con $\mu_a = 10$ , y la regla tipo NLMS con $\mu_{an} = 1$ y $\beta = 0.9$ . Columna izquierda: NSD( $\infty$ ) de los componentes y de las combinaciones; columna derecha: parámetros de mezcla; de arriba a abajo: SNR = 50, 30 y 10 dB. . . . .	77
3.12. Cancelación de eco acústico utilizando señal de voz como entrada al filtro, y empleando el esquema normalizado con $\mu_{an} = 1$ y $\beta = 0.9$ para la adaptación de $a(k)$ en un escenario con SNR = 10 dB. De arriba a abajo: Evolución temporal de la señal de voz $s(k)$ ; evolución temporal de ERLE( $k$ ) de los componentes y de su combinación convexa; evolución temporal del parámetro de mezcla $\lambda(k)$ . . . . .	79
3.13. Cancelación de eco acústico utilizando señal de voz como entrada al filtro, y empleando el esquema normalizado con $\mu_{an} = 1$ y $\beta = 0.9$ para la adaptación de $a(k)$ en un escenario con SNR = 30 dB. De arriba a abajo: Evolución temporal de la señal de voz $s(k)$ ; evolución temporal de ERLE( $k$ ) de los componentes y de su combinación convexa; evolución temporal del parámetro de mezcla $\lambda(k)$ . . . . .	80

- 3.14. Cancelación de eco acústico utilizando señal de voz como entrada al filtro, y empleando el esquema normalizado con  $\mu_{an} = 1$  y  $\beta = 0.9$  para la adaptación de  $a(k)$  en un escenario con SNR = 50 dB. De arriba a abajo: Evolución temporal de la señal de voz  $s(k)$ ; evolución temporal de ERLE( $k$ ) de los componentes y de su combinación convexa; evolución temporal del parámetro de mezcla  $\lambda(k)$ . . . . . 81
- 3.15. Comparación de la cancelación de eco acústico utilizando el esquema normalizado con  $\mu_{an} = 1$  y  $\beta = 0.9$ , y el esquema tipo LMS con  $\mu_a = 10000$ . De arriba a abajo: SNR del escenario igual a 30 dB, 50 dB y 10 dB, respectivamente. . . . . 82
- 3.16. Comparación de la cancelación de eco acústico utilizando el esquema normalizado con  $\mu_{an} = 1$  y  $\beta = 0.9$ , y el esquema tipo LMS con  $\mu_a = 10000$  en un escenario con SNR = 50, 30 y 10 dB, suavizando los registros. . . . . 83
- 3.17. Cancelación de eco acústico utilizando ruido blanco como señal de entrada en un escenario con SNR inicial de 50 dB que cambia abruptamente a 10 dB en  $t = 21$  s. (a) Evolución temporal de EMSE( $k$ ) de los componentes y de su combinación afín tipo LS. (b) Evolución temporal del parámetro de mezcla  $\lambda(k)$  actualizado con la regla LS y  $K = 2000$ . . . . . 90
- 3.18. Cancelación de eco acústico utilizando ruido blanco como señal de entrada en un escenario con SNR inicial de 10 dB que cambia abruptamente a 50 dB en  $t = 6$  s. (a) Evolución temporal de EMSE( $k$ ) de los componentes y de su combinación afín tipo LS. (b) Evolución temporal del parámetro de mezcla  $\lambda(k)$  actualizado con la regla LS y  $K = 2000$ . . . . . 91

3.19. Cancelación de eco acústico utilizando ruido blanco como señal de entrada en un escenario con SNR = 30 dB. Evolución temporal del EMSE( $k$ ) de los componentes, de su combinación afín y del parámetro de mezcla actualizado con la regla LS para diferentes tamaños de ventana rectangular. (a) $K = 200$ , (b) $K = 2000$ y (c) $K = 20000$ . . .	92
3.20. Resultados obtenidos mediante el uso de la regla tipo LS, con $K = 2000$ en un escenario de seguimiento. Columna izquierda: NSD( $\infty$ ) de los componentes y de su combinación afín; columna derecha: parámetros de mezcla; de arriba a abajo: 50, 30 y 10 dB de SNR presente en el escenario. . . . .	95
3.21. Cancelación de eco acústico con voz como señal de entrada utilizando el esquema tipo LS con $K = 200$ para la adaptación de $\lambda(k)$ en un escenario con SNR = 30 dB. De arriba a abajo: Evolución temporal de la señal de voz $s(k)$ ; evolución temporal de ERLE( $k$ ) de los componentes y de su combinación afín; evolución temporal del parámetro de mezcla $\lambda(k)$ . . . . .	96
3.22. Comparación de la cancelación de eco acústico utilizando el esquema basado en LS con $K = 200$ y el esquema normalizado con $\mu_{an} = 1$ y $\beta = 0.9$ . De arriba a abajo, ERLE para SNR de 50 dB, 30 dB y 10 dB.	98
4.1. Esquema de cancelación de eco acústico basado en [Morgan and Thi, 1995] considerando una combinación convexa por subbanda, representada mediante el rectángulo con texto CLMS $_i$ , siendo $i$ el número de subbanda. . . . .	106
4.2. Respuesta al impulso del eco utilizada en los experimentos, limitada a 1024 etapas. . . . .	109
4.3. Esquema de cancelación de eco acústico basado en el presentado en [Morgan and Thi, 1995] considerando exclusivamente un parámetro de mezcla $\eta(k)$ . . . . .	111

- 
- 4.4. Representación normalizada de la densidad espectral de potencia del ruido USASI en función de la frecuencia, considerando una frecuencia de muestreo,  $f_s = 8000$  Hz. Las líneas discontinuas hacen referencia a las separaciones ideales entre las diferentes subbandas. . . . . 112
- 4.5. Cancelación de eco acústico utilizando ruido USASI como señal de entrada en un escenario donde la RIR cambia abruptamente en  $t = 20$  s. Evolución del  $EMSE(k)$  de los componentes y de su combinación, y del parámetro de mezcla. (a) Subbanda  $i = 0$ , (b) Subbanda  $i = 2$ , (c) Subbanda  $i = 3$  y (d) Subbanda  $i = 11$ . . . . . 113
- 4.6. Cancelación de eco acústico utilizando ruido USASI como señal de entrada en un escenario donde la RIR cambia abruptamente en  $t = 20$  s. Evolución del  $EMSE(k)$  del filtro WBF rápido, del lento, y de sus combinaciones con un parámetro de mezcla único (S-WBF) y con parámetros de mezcla diferentes en subbanda. . . . . 114
- 4.7. Cancelación de eco acústico utilizando voz como señal de entrada en un escenario donde la RIR cambia abruptamente en  $t = 24$  s. Evolución del  $ERLE(k)$  del filtro WBF rápido, del lento, y del esquema que implementa una combinación por subbanda. . . . . 115
- 4.8. Detalle de la figura 4.7 tras el cambio en  $t = 24$  s. . . . . 116
- 4.9. Cancelación de eco acústico utilizando voz como señal de entrada en un escenario donde la RIR cambia abruptamente en  $t = 24$  s. Evolución del  $ERLE(k)$  de la combinación convexa mediante  $\eta(k)$  del WBF rápido y del lento (S-WBF), y del esquema que implementa una combinación por subbanda. Detalle en torno a  $t = 6$  s. . . . . 117
- 4.10. Cancelación de eco acústico utilizando voz como señal de entrada en un escenario donde la RIR cambia abruptamente en  $t = 24$  s. Evolución del  $ERLE(k)$  de la combinación convexa mediante  $\eta(k)$  del WBF rápido y del lento (S-WBF), y del esquema que implementa una combinación por subbanda. Detalle tras el cambio en  $t = 24$  s. . . . . 118

5.1. Diagrama de bloques de la estructura general de un sistema de reproducción y adquisición sonora. . . . .	123
5.2. Diagrama de bloques del esquema de combinación de VFs (CVF) propuesto para $R = 2$ y dos pasos de adaptación. Los lazos de adaptación y las señales de error utilizadas para actualizar los VFs se han omitido para simplificar la representación. . . . .	127
5.3. Diagrama de bloques del esquema de combinación de núcleos (CK) propuesto para $R = 2$ y $M_1 = M_2 = 2$ . Los lazos de adaptación se han omitido por razón de claridad. . . . .	130
5.4. Comportamiento de los esquemas CVF y CK. (a) EMSEs de cuatro VFs y de su combinación adaptativa (CVF), utilizando diferentes pasos de adaptación para sus núcleos lineales y cuadráticos. (b) Evolución de los parámetros de mezcla de CVF. (c) Comparación entre los EMSEs obtenidos por los esquemas CVF y CK. . . . .	133
5.5. Diagrama de bloques del esquema NLAEC-AZK propuesto. Los lazos de adaptación se han omitido por razón de claridad. . . . .	136
5.6. Partes lineal y cuadrática del canal de eco utilizado en los experimentos. (a) Núcleo lineal. (b) Núcleo cuadrático en representación triangular. . . . .	139
5.7. Funcionamiento del esquema NLAEC-AZK propuesto. (a) Evolución del $EMSE(k)$ para el cancelador NLAEC-AZK y para todos los filtros lineales y de Volterra (FL y VF en la leyenda), utilizando los núcleos empleados en el esquema NLAEC-AZK. (b) Evolución de los parámetros de mezcla. . . . .	141
5.8. Comportamiento en régimen estacionario del filtro NLAEC-AZK en función de la LNLR. De arriba a abajo: régimen estacionario $[EMSE(\infty)]$ del esquema NLAEC-AZK y de todos los filtros lineales y de Volterra utilizando los núcleos empleados en el esquema NLAEC-AZK; valores en estacionario de los parámetros de mezcla. . . . .	142

5.9. Comportamiento del esquema NLAEC-AZK considerando LNLR = $\infty$ dB. De arriba a abajo: señal de entrada (voz); ERLEs de la combinación de núcleos y de los filtros lineales y de Volterra individuales con los mismos ajustes que el esquema NLAEC-AZK; evolución temporal de los parámetros de mezcla. . . . .	144
5.10. Equivalente a la figura 5.9 pero considerando LNLR = 20 dB. . . . .	145
5.11. Equivalente a la figura 5.9 pero considerando LNLR = 0 dB. . . . .	145
6.1. Ejemplo de respuesta al impulso del eco de un recinto. . . . .	148
6.2. Esquema del cancelador propuesto. Por claridad, se ha representado cada uno de los bloques de $\mathbf{w}(k)$ como filtros adaptativos donde las zonas sombreadas se corresponden con coeficientes no implementados. . . . .	153
6.3. (a) RIR empleada en los experimentos. (b) Representación suavizada de la distribución de energía de $\mathbf{h}(k)$ . . . . .	156
6.4. Ganancia en cancelación de eco obtenida por el esquema BB-IPNLMS con respecto a un cancelador basado en un filtro IPNLMS estándar, en términos de $\Delta\text{EMSE}(\infty) = \text{EMSE}(\infty) - \text{EMSE}_{\text{BB}}(\infty)$ . (a) $\kappa = -1$ (NLMS). (b) $\kappa = -0.5$ . . . . .	157
6.5. Ganancia en cancelación de eco obtenida por el esquema BB-IPNLMS considerando $Q = 16$ bloques, con respecto a un cancelador basado en un filtro IPNLMS estándar, en términos de $\Delta\text{EMSE}(\infty) = \text{EMSE}(\infty) - \text{EMSE}_{\text{BB}}(\infty)$ . . . . .	159
6.6. Valor en estado estacionario de los 16 parámetros de mezcla, considerando $\kappa = -1$ y 0.5; y para SNR = 35, 15 y 5 dB. . . . .	160
6.7. Funcionamiento del esquema propuesto (BB-IPNLMS) en términos de $\text{EMSE}(k)$ . (a) $\kappa = -1$ (filtro NLMS). (b) $\kappa = 0$ . . . . .	162



6.8.	Funcionamiento del esquema propuesto (BB-IPNLMS) al utilizar voz como señal de entrada. De arriba a abajo: señal de entrada; ERLEs de un filtro IPNLMS estándar con $\kappa = -1$ (NLMS) y del cancelador basado en BB-IPNLMS con el mismo valor de $\kappa$ cuando SNR = 35 dB; igual que el panel intermedio cuando SNR = 5 dB. . . . .	164
6.9.	Funcionamiento del esquema propuesto (BB-IPNLMS) al utilizar voz como señal de entrada. De arriba a abajo: señal de entrada; ERLEs de un filtro IPNLMS estándar con $\kappa = -0.5$ y del cancelador basado en BB-IPNLMS con el mismo valor de $\kappa$ cuando SNR = 35 dB; igual que el panel intermedio cuando SNR = 5 dB. . . . .	165
A.1.	$J_{\text{ex},12}(\infty)$ obtenido por simulaciones y su aproximación según la ecuación (A.16) en función de $r$ , para $\mu_1 = 1$ . . . . .	180
A.2.	$J_{\text{ex},12}(\infty)$ obtenido por simulaciones y su aproximación según la ecuación (A.16) en función de $\mu_1$ , para $r = 0.1$ . . . . .	181
A.3.	$E\{\lambda_o(\infty)\}$ en función de $\mu_1$ y $r$ . . . . .	182



# Índice de tablas

1.1. Matrices que incluyen las vías de propagación acústica. . . . .	13
3.1. Resumen del comportamiento de la combinación afín en régimen permanente con adaptación LS para tres longitudes de ventana diferentes.	93
5.1. Comparación del coste computacional evaluado como número de productos entre los esquemas CVF y CK. . . . .	134
5.2. Comparación del coste computacional evaluado como número de productos entre el esquema NLAEC-AZK y un esquema similar basado en combinación de VFs. . . . .	143



## Capítulo 1

# Introducción al Procesado Digital de Señales Acústicas

El presente capítulo comienza con una breve introducción al procesamiento digital de señales, donde se presentan los conceptos de señal y sistema, así como los problemas que pueden resolverse mediante técnicas de procesamiento de señal, entre las cuales destaca el filtrado de señales. Los filtros adaptativos constituyen una solución muy atractiva cuando no se cuenta con conocimiento completo del escenario de filtrado y, por lo tanto, el filtrado óptimo no es posible. Además, en entornos donde la solución óptima varía en el tiempo, los filtros adaptativos ofrecen una solución muy eficaz. La selección del tipo de filtro adaptativo a usar depende de ciertos parámetros que, normalmente, imponen un compromiso en el funcionamiento del filtro adaptativo. Recientemente se presentó una nueva técnica cuyo objetivo es aliviar dichos compromisos, basada en la combinación adaptativa de filtros adaptativos con características complementarias.

Una vez revisados los principales conceptos relativos a los filtros adaptativos, se pondrá de manifiesto la importancia de este tipo de soluciones en el procesamiento de señales acústicas. Por medio de un ejemplo centrado en un escenario de TV interactiva, se presentan diferentes problemas del procesamiento de señales acústicas

---

donde los filtros adaptativos encuentran aplicación, siendo claves en su resolución. Así, en este tipo de aplicaciones, los algoritmos de combinación adaptativa podrían emplearse con éxito, obteniendo un funcionamiento más eficiente y mitigando los compromisos que condicionan la operación de los filtros adaptativos.

Sin embargo, las particularidades de los escenarios y de las señales involucradas en las aplicaciones de procesamiento de señales acústicas que condicionan el funcionamiento de los filtros adaptativos, también influirán en la implementación y el uso de los algoritmos de combinación adaptativa de esquemas adaptativos. Este hecho ha constituido la principal motivación de esta Tesis Doctoral: profundizar en la utilización, la modificación y la adecuación al caso concreto de los esquemas de combinación de filtros adaptativos, haciendo hincapié en las ventajas que aportan estos esquemas, considerando las principales peculiaridades y restricciones que presentan las aplicaciones de procesamiento de señales acústicas. Algunas de estas particularidades son:

- El escenario de filtrado suele presentar una relación señal a ruido desconocida *a priori* y habitualmente variante en el tiempo.
- Las señales involucradas suelen tener un densidad espectral de potencia variable con la frecuencia.
- En ciertas aplicaciones las condiciones de generación de las señales acústicas hacen que la asunción de linealidad en el escenario de filtrado sea insuficiente.
- La propagación de las señales en los entornos acústicos hace que la longitud del filtro adaptativo deba ser muy grande.

En esta Tesis Doctoral, se utilizará como hilo conductor una aplicación bastante madura en su desarrollo: la cancelación de eco acústico. Dicha aplicación constituye un escenario que permitirá ilustrar de forma clara las ventajas del uso de esquemas de combinación adaptativa en entornos condicionados por algunas de las características anteriores.

El capítulo concluye con una descripción detallada de los objetivos de la presente Tesis Doctoral.

## 1.1. Procesamiento digital de señales

### 1.1.1. Señales, sistemas y procesamiento de señales

Una señal puede definirse como una función que contiene información, generalmente acerca del estado o el comportamiento de un fenómeno o entidad física. Normalmente, dicha información varía con el tiempo, el espacio, ambos, u otra variable o variables independientes. Un ejemplo clásico de señal es la voz humana, en la que el mecanismo vocal genera variaciones de presión acústica con el propósito de transmitir un mensaje.

En el presente trabajo se utilizarán señales unidimensionales cuya variable independiente normalmente es el tiempo. Además, admitiremos que dicha variable,  $k$ , sólo puede tomar valores enteros, por lo que realmente se está tratando con señales en tiempo discreto que se representan matemáticamente como secuencias,  $x(k)$ , originadas como producto de un proceso de digitalización de una señal continua o directamente generadas en formato digital.

Un sistema puede verse como cualquier proceso (físico o algorítmico) que transforma una o varias señales [Oppenheim et al., 1996]. Se denomina procesamiento de señal al acto intencionado mediante el cual se transforma una señal que ha sido introducida en un sistema persiguiendo un determinado fin. Entre las distintas operaciones incluidas dentro del procesamiento de señales cabe destacar:

- Restauración de señales degradadas. Por ejemplo, es común el procesamiento de señal para eliminación de ruido ajeno a la información de interés (e. g., ruido fuera de banda).
- Extracción de características relevantes. El procesamiento de señales, ruidosas o no, se puede utilizar para obtener ciertas características implícitas en al-

gunas señales; así por ejemplo al estimar la frecuencia cardíaca a partir del procesamiento de un electrocardiograma.

- Clasificación de señales. Cada vez más, el procesamiento de señal se orienta a la clasificación de distintas señales en función de determinadas características, e. g., sistemas de clasificación automática de señales musicales.
- Codificación de señales. Una operación que se realiza con algunas señales es su transformación con objeto de disminuir los recursos utilizados en su almacenamiento y/o transmisión; o con objeto de incrementar la robustez de dicha señal frente a ruido o interferencias.
- Generación y diseño de señales. Mediante procesamiento de señales, partiendo de ciertas señales base se intentan generar otras más complejas, como en la generación sintética de señales musicales o en la síntesis de voz.

Si cualquiera de estas operaciones se realiza por medio de sistemas digitales hablaremos de procesamiento digital de señales.

De entre las diferentes operaciones englobadas dentro del campo del procesamiento de señal, se denomina normalmente estimación o filtrado a la operación diseñada para extraer información de datos ruidosos. Esta operación encuentra aplicación en diferentes campos, como pueden ser, entre otros: acústica, comunicaciones, ingeniería biomédica y análisis de series financieras. Dependiendo del horizonte temporal de los datos utilizados en esta operación, se pueden distinguir tres tipos básicos de estimación [Haykin, 2002]:

- Filtrado propiamente dicho. Es una operación en la que se utilizan datos medidos hasta el instante  $k$  para extraer información acerca de una variable de interés relacionada con la señal, en dicho instante  $k$  (siempre y cuando se consideren señales temporales unidimensionales).
- Suavizado (*smoothing*). Consiste en una estimación *a posteriori*, en la que se trata de extraer información acerca de una variable de interés en el instante  $k$



utilizando datos medidos hasta el instante  $k'$ , siendo  $k' > k$ .

- Predicción. Es una operación con el objetivo de obtener información en el instante  $k$ , contando con información medida hasta el instante  $k'$ , con  $k' < k$ .

Cuando la variable filtrada, suavizada o predicha es una función lineal de las observaciones o datos aplicados a la entrada del estimador, se dice que dicho estimador es lineal. En cualquier otro caso, el estimador se denominará no lineal.

### 1.1.2. Filtrado óptimo y filtros adaptativos

Uno de los objetivos clásicos en el campo de la estimación ha sido encontrar el filtro óptimo, i.e., aquel sistema que constituye la mejor solución de acuerdo con cierto criterio. Un enfoque muy útil en esta optimización es la minimización de la media de la segunda potencia de la señal de error,  $e(k)$ , definida como:

$$J(k) = E\{e^2(k)\} = E\{[d(k) - y(k)]^2\} \quad (1.1)$$

donde  $E$  denota el operador esperanza matemática. La señal de error puede calcularse como la diferencia entre la señal deseada (a estimar)  $d(k)$  y la salida del estimador  $y(k)$ , función lineal de la entrada al sistema y de la respuesta del estimador. Las señales involucradas en (1.1) se corresponden con realizaciones de procesos estocásticos.

Bajo la condición de estacionariedad de dichos procesos, y contando con el conocimiento *a priori* de ciertos parámetros estadísticos, como la media y las funciones de correlación, la solución a este problema de optimización se conoce como filtro de Wiener [Wiener and Hopf, 1931; Wiener, 1949], que fue reformulado por Levinson en tiempo discreto [Levinson, 1947]. Utilizando dicha solución, se obtiene el mínimo error cuadrático alcanzable en sentido estadístico, bajo la asunción de filtrado lineal en un entorno estacionario.

Sin embargo, la solución dada por Wiener resulta inadecuada en situaciones donde los datos de entrada, la señal a estimar o el ruido asociado intrínseco al problema son

no estacionarios. En estos casos, el filtro óptimo no puede ser estacionario, sino que es variable en el tiempo. El filtro de Kalman constituye el estimador de mínima varianza del estado de un sistema lineal dinámico, siendo la solución óptima a este tipo de problemas [Kalman, 1960; Kalman and Bucy, 1961]. Aunque el filtro de Kalman resulta una solución más compleja desde el punto de vista de cálculo que el filtro de Wiener, la posibilidad de formularlo de forma recurrente hace que se convierta en una solución atractiva en situaciones no estacionarias.

Las soluciones óptimas (de Wiener o Kalman) dejan de ser prácticas cuando no se dispone de un conocimiento completo acerca de los estadísticos del problema. En estos casos, los filtros adaptativos constituyen una de las soluciones más atractivas. Estos filtros son un tipo especial de sistema variable en el tiempo basado en un algoritmo recurrente que posibilita una ejecución satisfactoria en escenarios en los que no se dispone de conocimiento estadístico, sino únicamente de realizaciones concretas de los procesos estocásticos involucrados. Además, la posibilidad de adaptación los convierte en sistemas ideales en entornos variables en el tiempo.

La actualización del filtro adaptativo en cada iteración se obtiene mediante una recursión partiendo del estado del filtro en la etapa anterior y utilizando los datos de entrada para actualizar la respuesta del filtro. Por esta razón, los filtros adaptativos son realmente sistemas no lineales, puesto que no cumplen con el principio de superposición. Sin embargo, la literatura divide los filtros adaptativos en dos tipos, lineales y no lineales, según si la salida del filtro adaptativo se obtiene como combinación lineal de los valores de señal presentes a su entrada o no. Siguiendo este enfoque, la salida de un filtro adaptativo lineal podría formularse como:

$$y(k) = \sum_{m=0}^{M-1} w_m(k)x(k-m) = \mathbf{w}^T(k)\mathbf{x}(k) \quad (1.2)$$

donde T denota transposición,  $\mathbf{x}(k)$  se corresponde con un vector columna incluyendo las  $M$  últimas muestras de la señal de entrada y  $\mathbf{w}(k)$  es un vector columna que contiene los coeficientes del sistema en el instante  $k$ , siendo  $w_m(k)$  cada uno de los pesos que componen dicho filtro, con  $m = 0, \dots, M - 1$ . La formulación empleada responde

a una estructura de filtro lineal con respuesta al impulso de duración finita (filtro FIR, *Finite Impulse Response*) tipo filtro transversal de longitud  $M$ , consistente en unidades de retardo, multiplicadores y un sumador.

En la actualidad existen diferentes tipos de filtros adaptativos, estando la elección de un tipo u otro condicionada, entre otros, por los siguientes aspectos:

- Desajuste final o error residual: es una medida cuantitativa de cuánto se aleja la estimación obtenida por el filtro adaptativo en una situación estacionaria del error cuadrático medio mínimo que produciría el filtro óptimo de Wiener.
- Velocidad de convergencia. Tiene que ver con el número de iteraciones necesarias para alcanzar, en un entorno estacionario, un nivel de error relacionado con el error residual (e.g., el diez por ciento por encima de dicho error).
- Seguimiento (*tracking*). Es la capacidad del sistema para seguir variaciones en entornos no estacionarios.

Casi todos los filtros adaptativos presentan un compromiso que relaciona las tres características anteriores, y tratar de aliviar dicho compromiso ha sido y es una tarea importante en el campo del filtrado adaptativo. Los esquemas de combinación de distintos filtros adaptativos con propiedades complementarias han resultado ser una alternativa eficiente para abordar este problema [Arenas-García et al., 2006a]. Otras características que pueden dar lugar a ciertos compromisos son:

- Robustez. Se entiende como la insensibilidad del sistema ante ciertas alteraciones que podrían provocar errores en la estimación.
- Requerimientos computacionales. Entre los cuales destacan el número de operaciones necesarias para completar una iteración del algoritmo, y el tamaño de la memoria destinada a almacenar los datos necesarios para su actualización y para albergar las instrucciones que lo conforman.
- Estructura. La estructura del flujo de información en el algoritmo condiciona su implementación en una plataforma hardware.

- Propiedades numéricas. Se incluyen la estabilidad numérica del algoritmo y la precisión numérica, determinada por el número de bits usados en la representación numérica de los datos y la respuesta del sistema.

Actualmente, los filtros adaptativos se han convertido en una herramienta muy útil en diferentes campos del procesado de señal, como acústica, comunicaciones, bioingeniería, etc. Se han usado diferentes tipos de filtros adaptativos en aplicaciones que incluyen, entre otras, la identificación de sistemas, el filtrado inverso, la predicción de series temporales, el conformado de haz y la eliminación de ruido [Sayed, 2003].

Sin embargo, puesto que el presente texto se centra en aplicaciones relacionadas con el campo de la acústica, posteriormente se procederá a enumerar diferentes problemas en dicho campo que, generalmente, se tratan de solucionar por medio de filtros adaptativos.

### 1.1.3. Combinación adaptativa de filtros adaptativos

Recientemente se ha desarrollado un concepto novedoso en filtrado adaptativo que tiene por objeto aliviar los compromisos inherentes a la operación de los filtros adaptativos, simplificando así su utilización. La base de la combinación adaptativa de filtros consiste en combinar de forma adaptativa la salida de dos o más filtros con características complementarias (e.g., usando diferentes pasos de adaptación, diferentes longitudes, diferentes reglas de actualización o diferentes funciones de coste [Arenas-García et al., 2006b; Nascimento et al., 2010; Zhang and Chambers, 2006; Arenas-García and Figueiras-Vidal, 2005]) por medio de uno o varios parámetros de mezcla. Si la adaptación de dichos parámetros de mezcla es correcta, el filtro combinado se comporta, al menos, como el mejor de los filtros componentes, pudiendo incluso mejorar el funcionamiento de éstos bajo ciertas condiciones [Arenas-García et al., 2006a].

La combinación de filtros se presentó inicialmente como una forma de aliviar el compromiso entre desajuste final y velocidad de convergencia que impone el paso de

adaptación en los esquemas adaptativos. Actualmente es una solución que está ganando popularidad y que ha sido aplicada con éxito en distintas áreas del procesamiento de señales, como son: igualación ciega en sistemas de comunicaciones [Silva and Nascimento, 2008], caracterización de señales [Mandic et al., 2007], adaptación distribuida [Lopes and Sayed, 2008], e identificación de longitud de sistemas [Zhang and Chambers, 2006].

Centrándonos en aplicaciones de procesamiento de señales acústicas, los esquemas de combinación de filtros han sido aplicados con éxito en cancelación de eco acústico [Arenas-García and Figueiras-Vidal, 2009; Azpicueta-Ruiz et al., 2011] y control de ruido [Ferrer et al., 2009]. Gracias a su sencillez y versatilidad, estas soluciones resultan atractivas para mejorar la operación de esquemas existentes en aplicaciones de procesamiento de señales acústicas.

## 1.2. Procesamiento digital de señales acústicas

En esta sección se van a presentar algunos de los principales problemas que se pueden resolver mediante procesamiento digital de señales acústicas en las que el empleo de los filtros adaptativos resulta clave. Para ello, se describe un escenario basado en un sistema de diálogo hombre/máquina (H/M), donde dichos problemas quedan patentes, introduciendo, además, los factores de los que depende la propagación acústica de las diferentes señales involucradas.

La interacción entre hombre y máquina se ha convertido en parte de la vida común de las personas. Debido a ello, se requieren soluciones que faciliten una comunicación natural mediante voz entre hombre y máquina, de forma análoga a la que existe entre humanos. A día de hoy, los sistemas de diálogo H/M mediante dispositivos de adquisición de señal controlados desde el punto de vista acústico, como pueden ser telefonía o auriculares con micrófono de diadema, se encuentran bastante avanzados. Sin embargo, se entiende por interfaz natural aquella que permita la comunicación sin ningún tipo de restricción, facilitando la movilidad, permitiendo que el hablante

esté distante con respecto al sistema de adquisición y sin la necesidad de que el usuario requiera de ningún dispositivo extra tipo auricular. Este tipo de comunicación natural en entornos acústicos no controlados todavía no se encuentra en un estadio suficientemente maduro, siendo este problema el motivo de una buena parte de la investigación y literatura dedicadas al procesamiento de señal en acústica.

Esta problemática, además, se vuelve más compleja cuando la aplicación incluye un sistema automático de reconocimiento de voz (*Automatic Speech Recognizer*, ASR), cuyo objetivo es extraer toda la información posible de la señal de voz que produce el usuario. Para mitigar los efectos de un entorno acústico desconocido, variable e incontrolado, el diseño del ASR debe dotarse de una elevada robustez, la cual puede incorporarse en diferentes niveles:

- Mediante el preprocesado de la señal acústica que captan los distintos micrófonos, con el objeto de eliminar todas las componentes no deseadas y ofrecer al siguiente nivel una señal de voz limpia.
- Haciendo el modelo acústico del ASR más tolerante a señales indeseadas.
- Por medio de modelos de lenguaje que corrijan ciertos errores en palabras reconocidas en un tercer nivel.

Por supuesto, los errores que se mantienen en los primeros niveles afectan en la operación de los niveles superiores, limitando la capacidad global del sistema ASR. Por ejemplo, si el clasificador de palabras recibe voz ruidosa o voz con reverberación, el vocabulario debe restringirse con respecto al vocabulario que se podría utilizar en caso de contar con voz limpia y anecoica. Los filtros adaptativos encuentran aplicación sobre todo como parte de ese primer nivel de preprocesado acústico.

En el ejemplo descrito en la figura 1.1, nos centramos en un escenario prototípico como puede ser el de una televisión interactiva en el que todo el control y la programación de la televisión debe estar accesible vía voz, situado en un entorno acústico tipo cuarto de estar, donde  $R$  usuarios se encuentran separados una cierta distancia de los micrófonos de los que está dotado el sistema de televisión [Kellermann,

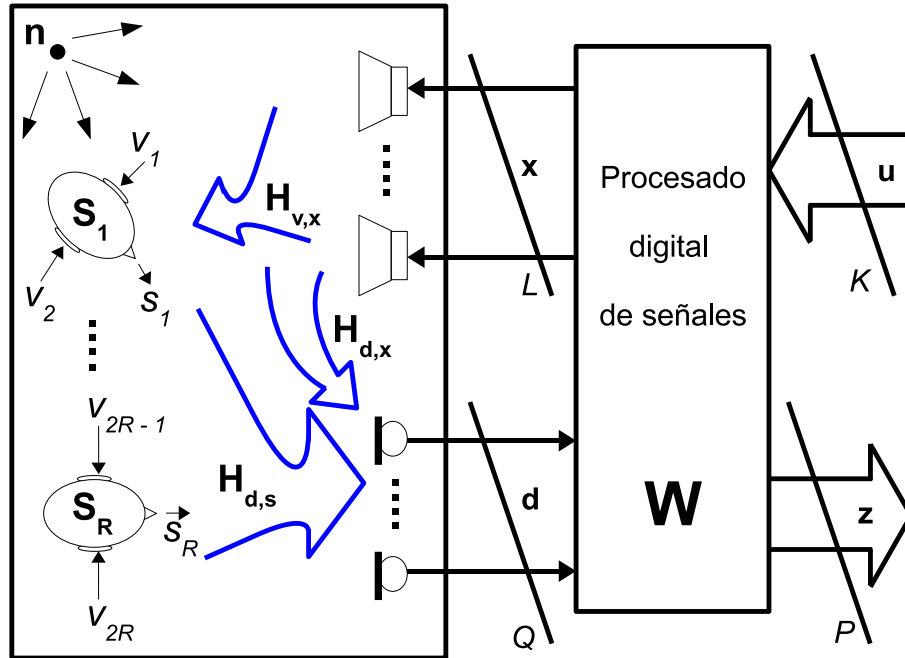


Figura 1.1: Interfaz multicanal H/M incluida en un entorno de TV interactiva.

2009; Kellermann et al., 2004]. Sin embargo, la interfaz acústica multicanal H/M representada en la figura 1.1 también cubre, con ligeras modificaciones, otras muchas aplicaciones donde se deben reproducir escenarios acústicos reales y/o sintéticos, o en las que se deben registrar diferentes fuentes para proceder a su almacenamiento, transmisión, procesamiento o interpretación. Además, en algunas de estas aplicaciones es deseable una comunicación natural H/M. Por ejemplo:

- Desde el punto de vista del sistema de diálogo (siendo por tanto importante tanto la reproducción como la adquisición de señal), destacan, entre otros: equipamiento manos-libres para telecomunicación (por ejemplo teléfonos móviles), teleconferencia y teletrabajo; sistemas de navegación en vehículos; sistemas de interacción por voz con terminales multimedia y consolas de juegos; sistemas de diálogo para viviendas inteligentes (*smart homes*); sistemas de cine en casa; salas de reuniones inteligentes; e incluso, sistemas de cuidado

doméstico para personas dependientes y museos y exposiciones interactivos.

- Aplicaciones donde tiene más importancia la parte de reproducción sonora. Por ejemplo, en aplicaciones de comunicación de audio, incluyendo equipamiento para realidad virtual, estudios de grabación sonora, salas de conciertos y sistemas para telecolaboración entre músicos.
- Aplicaciones donde tiene más importancia el sistema de adquisición sonora, como en sistemas de vigilancia acústica.

La figura 1.1 describe un sistema con múltiples entradas y salidas (MIMO), donde se cuenta con  $Q$  transductores receptores tipo micrófono y  $L$  transductores emisores tipo altavoz, supuestos, todos ellos, ideales. Atendiendo a las señales involucradas en este escenario, la señal que capta el oyente  $r$ -ésimo en el oído izquierdo,  $v_{2r-1}(k)$  en caso de que sólo estuviera emitiendo el altavoz  $l$ -ésimo podría expresarse como:

$$v_{2r-1}(k) = b_{2r-1,l}(k) * x_l(k) + n_{v,2r-1}(k) \quad (1.3)$$

donde  $*$  indica la operación convolución,  $x_l(k)$  es la señal que emite el altavoz  $l$ -ésimo,  $n_{v,2r-1}(k)$  se corresponde con el ruido observado en la posición del oído izquierdo del oyente  $r$ -ésimo, y  $b_{2r-1,l}(k)$  representa la respuesta al impulso del recinto (*Room Impulse Response*, RIR), que describe, principalmente, la propagación sonora en dicho recinto. Esta respuesta viene determinada por las posiciones de emisor y receptor, y por las condiciones de propagación entre ambas posiciones, condicionadas estas últimas por las directividades de los emisores, las características físicas del fluido (aire) y las posiciones y coeficientes de absorción de los objetos y las paredes del recinto.

Sin embargo, cuando los  $L$  altavoces están emitiendo simultáneamente, la señal en el oído izquierdo del oyente  $r$ -ésimo se corresponde con:

$$v_{2r-1}(k) = \sum_{l=1}^L b_{2r-1,l}(k) * x_l(k) + n_{v,2r-1}(k) \quad (1.4)$$

Nótese que las ecuaciones (1.3) y (1.4) pueden particularizarse para el oído derecho del usuario  $r$ -ésimo, sin más que sustituir  $2r - 1$  por  $2r$ .



## CAPÍTULO 1. INTRODUCCIÓN AL PROCESADO DIGITAL DE SEÑALES ACÚSTICAS

---

De la misma forma, en la señal captada por el micrófono  $q$ -ésimo,  $d_q(k)$ , intervienen la superposición de las señales generadas por cada emisor (usuario o altavoz) y propagadas acústicamente a lo largo de la sala:

$$d_q(k) = \sum_{l=1}^L h_{q,l}(k) * x_l(k) + \sum_{r=1}^R t_{q,r}(k) * s_r(k) + n_{d,q}(k). \quad (1.5)$$

siendo  $R$  el número de usuarios, y donde  $n_{d,q}(k)$  se corresponde con el ruido observado en la posición donde está situado dicho micrófono, y  $h_{q,l}(k)$  y  $t_{q,r}(k)$  son, respectivamente, respuestas al impulso de la sala entre el altavoz  $l$ -ésimo y el micrófono  $q$ -ésimo, y entre el usuario  $r$ -ésimo y el mismo receptor.

En la figura 1.1,  $\mathbf{H}_{(\cdot,\cdot)}$  representan matrices cuyos elementos son las respuestas al impulso del recinto, para cada par de emisor y receptor. La Tabla 1.1 incluye las diferentes matrices que se pueden definir, así como el tipo de emisores y receptores que involucran y la denominación de sus componentes. Se debe hacer notar que todas las RIRs  $b_{(\cdot,\cdot)}(k)$ ,  $h_{(\cdot,\cdot)}(k)$  y  $t_{(\cdot,\cdot)}(k)$  pueden variar en el tiempo debido a cambios en la temperatura, en las posiciones de los emisores y/o receptores, o de cualquier elemento involucrado en la propagación acústica en la sala.

Matriz	Receptor	Emisor	Componentes
$\mathbf{H}_{\mathbf{v},\mathbf{x}}$	Usuario	Altavoz	$b_{2r-1,l}(k)$ y $b_{2r,l}(k)$
$\mathbf{H}_{\mathbf{d},\mathbf{x}}$	Micrófono	Altavoz	$h_{q,l}(k)$
$\mathbf{H}_{\mathbf{d},\mathbf{s}}$	Micrófono	Usuario	$t_{q,r}(k)$

Tabla 1.1: Matrices que incluyen las vías de propagación acústica.

En este escenario surgen una serie de problemas acústicos cuya resolución es importante para posibilitar una buena comunicación. Cabe comentar que, aunque

algunos de estos problemas se encuentran maduros en cuanto a su resolución, otros de ellos necesitan a día de hoy más investigación para obtener resultados de una calidad aceptable.

Centrándonos en la parte de reproducción sonora, el objetivo es que las señales en cada oído de cada usuario no se vean afectadas por las condiciones sonoras de la sala de escucha, para lo cual la aplicación de la figura 1.1 cuenta con un sistema de altavoces multicanal. Esto implica resolver dos tipos de problemas de procesamiento de señales acústicas:

- **Dereverberación.** Se trata de subsanar la transformación que ocasionan las RIRs  $b_{2r-1,l}(k)$  y  $b_{2r,l}(k)$  en cada señal  $x_l(k)$ . Es decir, eliminar el efecto de la propagación acústica en el recinto.
- **Compensación de ruido.** Consiste en, mediante señales emitidas por los altavoces, compensar el ruido  $n_{v,2r-1}(k)$  y  $n_{v,2r}(k)$  existente en la posición de escucha. Este problema también se denomina cancelación activa de ruido.

Atendiendo a la parte de adquisición sonora, las señales captadas deben ser adecuadas para la reproducción en otros espacios sonoros y/o para su reconocimiento o interpretación por máquinas<sup>1</sup>. Por lo tanto, por medio del sistema multicanal, se deben extraer las señales de voz de cada usuario  $s_r(k)$  como paso previo al ASR y se debe determinar la localización de las fuentes de señal, para facilitar la identificación y autenticación del locutor. Sin embargo, las señales captadas por los micrófonos no sólo incluyen las señales de entrada, sino que contienen ruido presente en el local, ecos y reverberación producidos por la propagación acústica de las señales  $s_r(k)$  en el recinto, así como ecos de las señales reproducidas por los altavoces  $d_q(k)$  que llegan a los micrófonos. En la parte de adquisición destacan estos problemas:

---

<sup>1</sup>Esta última condición hace que en este caso el procesado de las señales captadas permita una menor tolerancia que en el caso de señales destinadas a los oyentes, puesto que cuando el receptor es el ser humano, las soluciones pueden aprovecharse de las características psicoacústicas del sistema auditivo humano.

- **Cancelación de eco.** Se trata de cancelar, en las señales captadas por los micrófonos, las componentes que tienen que ver con las señales reproducidas por los altavoces y propagadas en la sala, siendo necesario la identificación de las RIRs  $h_{q,l}(k)$ .
- **Separación de fuentes y dereverberación.** Mediante el sistema multicanal es necesario obtener señales que se correspondan con cada usuario por separado, es decir, deshacer el segundo sumatorio de la ecuación (1.5). Además, cada señal separada debe ser dereverberada para compensar el efecto de la respuesta al impulso  $t_{q,r}(k)$ . Esta dereverberación es algo diferente a la vista en la parte de reproducción sonora, puesto que mientras que en aquélla la salida del problema no es observable, en ésta es la entrada al sistema lo que no es observable (puesto que, de otra forma, la dereverberación no sería necesaria).
- **Supresión de ruido.** El ruido observado en el micrófono  $q$ -ésimo,  $n_{d,q}(k)$ , debe ser eliminado en la medida de lo posible. Para ello, es necesario que el ruido sea perfectamente separable de las demás componentes acústicas.

Además de las aplicaciones descritas anteriormente, otra tarea a tener en cuenta en el ejemplo de TV interactiva es la **localización y seguimiento de las fuentes sonoras**, puesto que los usuarios deberían poder situarse en cualquier posición de la sala y además, moverse libremente. Existen diferentes técnicas para localizar las fuentes de señal en un determinado espacio, algunas de las cuales están basadas en filtros adaptativos [Benesty, 2000]. Una vez localizado, es necesario poder seguir en cierta medida al usuario, por ejemplo, por medio de un conformador de haz adaptativo basado en el *array* de micrófonos de la aplicación. El conformador de haz adaptativo tiene por objetivo crear un micrófono *virtual* superdirectivo, cuya dirección de apuntamiento pueda seguir ciertos cambios de posición en el emisor. El *array* de micrófonos debería permitir lo que se conoce como *zoom* acústico.

Como puede observarse, en la mayoría de los problemas presentados es necesario la identificación de la respuesta al impulso de un recinto que, como se ha comentado

anteriormente, puede ser variable en el tiempo. Por esta razón, las soluciones basadas en filtros adaptativos encuentran aplicación en este tipo de escenarios, ya que su capacidad de adaptación las convierte en herramientas muy útiles.

Existen otras aplicaciones de procesamiento digital de señales acústicas algo más alejadas del escenario de la figura 1.1, pero que comparten con esta aplicación el tipo de señales involucradas y el empleo del filtrado adaptativo en su resolución. Entre otras, cabe destacar la cancelación de interferencias en audífonos, que trata de evitar el posible acoplamiento acústico entre el transductor emisor y el micrófono, que puede dar lugar a un pitido muy desagradable, causa de rechazo en su uso por la persona afectada.

En la siguiente sección se van a explicitar las principales peculiaridades que surgen cuando se implementan esquemas adaptativos donde las señales involucradas son acústicas. En esta Tesis se pretende mostrar las ventajas que se obtienen al resolver los problemas anteriormente citados mediante técnicas de combinación de filtros adaptativos, cuyo diseño y características vendrán condicionados por las particularidades que imponen tanto la naturaleza acústica de las señales como los escenarios de filtrado presentes en dichas aplicaciones.

### **1.3. Particularidades del procesamiento adaptativo de señales acústicas**

A la hora de implementar sistemas basados en filtros adaptativos para resolver algunos de los problemas presentados en la sección anterior, se deben considerar las singularidades que presenta el procesamiento adaptativo de señales acústicas. Estas peculiaridades son claves a la hora de diseñar soluciones basadas en combinaciones adaptativas de filtros adaptativos, condicionando el diseño del esquema de combinación adaptativa para poder ser empleado de forma efectiva.

Algunas de las principales características de las señales acústicas y de los escenarios de propagación que normalmente se han de tener en cuenta, así como los

condicionantes que imponen en las soluciones a diseñar, son:

1. **Relación señal a ruido variable.** La potencia de las señales acústicas es variable en el tiempo, por lo que es deseable que tanto los filtros adaptativos como el esquema de combinación sean inmunes a cambios en la dinámica de la señal. Si bien es cierto que ciertas aplicaciones, como la cancelación de eco, pueden incluir una etapa previa donde la señal de entrada se normaliza, el ruido presente en el escenario de filtrado también tiene una dinámica variable, por lo que, desde un punto de vista más general, se debe asegurar que el esquema de combinación adaptativa sea robusto frente a relaciones señal a ruido (*Signal to Noise Ratio*, SNR) desconocidas *a priori* y/o variantes en el tiempo.
2. **Espectro coloreado.** Tanto la señal de voz como la musical poseen un espectro no plano en frecuencia. Esto hace que algunos filtros adaptativos vean ralentizada su convergencia, mermando sus prestaciones con respecto a la obtenida con señales con espectro plano. Una de las formas de paliar este inconveniente es mediante esquemas de filtrado adaptativo en frecuencia. Por lo tanto, resulta interesante el desarrollo de soluciones basadas en combinaciones adaptativas de filtros que trabajan en el dominio de la frecuencia.
3. **Respuesta al impulso de la sala no lineal.** En la mayoría de aplicaciones, las RIRs  $b_{2r,l}(k)$ ,  $b_{2r-1,l}(k)$ ,  $h_{q,l}(k)$  y  $t_{q,r}(k)$  describen procesos aproximadamente lineales. Por esta razón, los filtros adaptativos utilizados en la resolución de la mayoría de los problemas aquí contemplados son filtros adaptativos lineales. Sin embargo, las RIRs antes enumeradas no sólo contemplan el proceso de propagación acústica (eminentemente lineal), sino también el proceso de generación y captación de señal, incluyendo aspectos como la amplificación y la transducción de las señales. En ciertos entornos, por ejemplo al utilizar pequeños dispositivos tipo teléfono móvil que disponen de altavoces de baja calidad con amplificadores trabajando a potencias altas, se genera cierta distorsión no lineal. En estos escenarios, la distorsión no lineal debe ser tenida en cuenta y

compensada por medio de filtros adaptativos no lineales. Este hecho hace que se deban considerar esquemas de combinación especiales que contemplen la combinación adaptativa de filtros adaptativos no lineales.

4. **Respuestas al impulso muy largas y dispersas.** Normalmente la longitud de los filtros adaptativos usados para identificar las RIRs debe ser muy grande, puesto que dichas RIRs son del orden de centenas de milisegundos que, muestreadas a una frecuencia de 8 kHz, requieren una longitud cercana a los mil coeficientes. Además, aunque idealmente la energía de los coeficientes de una RIR estándar, en un campo idealmente difuso, se distribuye de forma exponencial decreciente, esta distribución normalmente es dispersa, puesto que se pueden encontrar grupos de coeficientes con alta energía rodeados de otros cuyo valor es despreciable. Existen filtros adaptativos que contemplan este hecho, mejorando su convergencia ante respuestas al impulso muy largas y dispersas. Sin embargo, cuando la SNR es baja, la identificación de coeficientes activos puede resultar difícil. Por lo tanto, sería deseable contar con esquemas de combinación que ofrezcan un comportamiento adecuado cuando se trata de identificar RIRs largas y dispersas en entornos con baja SNR.

### 1.4. Objetivos de la Tesis Doctoral

El principal y último objetivo de esta Tesis Doctoral consiste en el diseño, desarrollo y estudio de soluciones basadas en esquemas de combinación adaptativa que permitan aliviar de forma eficiente algunos de los compromisos impuestos por las peculiaridades del procesado adaptativo de señales acústicas, tanto desde el punto de vista de las señales como de las respuestas al impulso de los recintos. Para ello, en el presente texto se utilizará como hilo conductor un escenario de cancelación de eco acústico. Esta aplicación es, de todas las presentadas en este capítulo, la que se encuentra probablemente en un estadio más maduro y, por lo tanto, su empleo permitirá comprobar claramente las ventajas de la utilización de esquemas de combi-

nación adaptativa en entornos que cuentan con las peculiaridades antes enumeradas. Así, si se quisieran aplicar algoritmos de combinación a otros problemas de procesamiento de señales acústicas, sería conveniente utilizar las soluciones que se van a incluir en este trabajo debidamente adaptadas a cada aplicación concreta.

A continuación, se enumeran los principales objetivos de esta Tesis Doctoral, los cuales serán abordados en capítulos posteriores.

1. El diseño de esquemas de combinación adaptativa robustos con respecto a la SNR presente en el escenario de filtrado, que obtengan un buen comportamiento ante SNRs desconocidas y variantes en el tiempo. En principio, estos esquemas se diseñarán para combinar dos filtros adaptativos, valorando la posibilidad de su extensión a la combinación de un número arbitrario de filtros. Este objetivo se contempla en el Capítulo 3.
2. El diseño de esquemas de combinación adaptativa en el dominio frecuencial. Muchas de las aplicaciones de procesamiento de señales acústicas mejoran su rendimiento y eficiencia cuando se migran al dominio frecuencial, obteniendo un funcionamiento adecuado aunque la densidad espectral de potencia de las señales involucradas no sea plana. El Capítulo 4 tratará la combinación adaptativa en el dominio frecuencial.
3. El diseño de esquemas de combinación que encuentren aplicación en escenarios donde se precisa modelar distorsiones lineales y no lineales. Para ello, en el Capítulo 5, se planteará la implementación de una combinación de filtros no lineales, y la combinación de núcleos (*kernels*), que modelan distorsión de distintos órdenes. Además, se abordará el desarrollo de un esquema de combinación robusto frente a la ausencia o presencia de distorsión no lineal, considerando incluso la posible variación de la potencia de dicha distorsión no lineal.
4. El diseño de esquemas de combinación que obtengan ventajas cuando la RIR a identificar es dispersa y, además, la relación SNR es pequeña. Estas soluciones

#### 1.4. OBJETIVOS DE LA TESIS DOCTORAL

---

se estudiarán en el Capítulo 6, valorando la combinación por bloques de coeficientes tratando de explotar el compromiso sesgo *vs* varianza que presentan la mayoría de esquemas adaptativos.

Aparte de los contenidos que se acaban de detallar, el Capítulo 2 incluye una revisión del estado del arte, describiendo someramente algunos de los diferentes filtros adaptativos más importantes y profundizando en la aplicación de cancelación de eco acústico, que va a ser utilizada como base a lo largo del trabajo.

La Tesis Doctoral concluye con el Capítulo 7, en el que se resumen las conclusiones del trabajo, así como posibles líneas futuras de investigación.



## Capítulo 2

# Estado del arte en filtrado adaptativo y cancelación de eco

El Capítulo 2 revisa el estado del arte de dos piezas fundamentales de este trabajo. Por una parte, se presentan los tipos de filtros adaptativos más usuales, incluyendo un repaso de la situación actual de los esquemas de combinación adaptativa. Por otra parte, teniendo en cuenta que la aplicación de cancelación de eco acústico se va a utilizar a lo largo de la Tesis Doctoral, se incluye también una revisión del estado del arte en esta aplicación. El capítulo concluye con un ejemplo de empleo de esquemas de combinación adaptativa en cancelación acústica de eco monocanal.

### 2.1. Esquemas de filtrado adaptativo más habituales

La mayoría de filtros adaptativos transversales actualizan sus coeficientes siguiendo una relación del tipo

$$\mathbf{w}(k+1) = \mathbf{f}[\mathbf{w}(k), \mathbf{x}(k), d(k), \mathbf{p}(k)], \quad (2.1)$$

donde  $\mathbf{w}(k)$  son los pesos que caracterizan al filtro en el instante  $k$ ,  $\mathbf{p}(k)$  representa un vector de estado y la función  $\mathbf{f}[\cdot]$  difiere según el tipo de esquema adaptativo. En el

presente texto sólo se describen los tipos de filtros adaptativos más representativos, prestando especial atención a cómo se derivan sus reglas de actualización, aunque actualmente se dispone de una gran variedad de esquemas adaptativos [Haykin, 2002; Sayed, 2003], algunos de ellos especializados para aplicaciones concretas.

Todos estos esquemas de filtrado adaptativo normalmente se presentan en la literatura como posibles soluciones a diferentes problemas que incluyen señales reales y/o complejas. Sin embargo, en la mayor parte de esta Tesis se utilizan señales reales, por lo que la derivación de los algoritmos se llevará a cabo para el caso real. El lector interesado en la extensión para el caso complejo puede consultar [Haykin, 2002; Sayed, 2003].

El modelo de filtrado a utilizar se muestra en la figura 2.1, donde  $\mathbf{x}(k)$  se corresponde con un vector columna que comprende las últimas  $M$  muestras de la señal  $x(k)$ ; y  $\mathbf{w}(k)$  es un vector columna que incluye los coeficientes de un filtro de respuesta al impulso finita tipo FIR usado para estimar linealmente la señal deseada  $d(k)$ .

La estimación generada responde por tanto a la siguiente expresión:

$$y(k) = \sum_{m=0}^{M-1} w_m(k)x(k-m) = \mathbf{w}^T(k)\mathbf{x}(k) \quad (2.2)$$

siendo  $w_i(k)$  la  $i$ -ésima componente del vector  $\mathbf{w}(k)$  y el error de estimación igual a  $e(k) = d(k) - y(k)$ . El objetivo es lograr que el error de estimación sea lo más pequeño posible desde un punto de vista estadístico, para lo cual es necesario definir el criterio usado en la optimización. Entre los más populares se encuentran la minimización del valor cuadrático medio del error de estimación, el valor esperado del módulo del error o el valor esperado de la tercera potencia o superiores del módulo del error. Probablemente, la opción más usada en la práctica es la minimización de la segunda potencia del error, puesto que, además de contar con un mínimo absoluto que define claramente el diseño óptimo del filtro y da lugar a esquemas prácticos cuyo análisis es fácilmente abordable, tiene un sentido físico intrínseco al estar relacionada con la potencia de las señales. Asimismo, esta función de coste es un atractor de soluciones, ya que, para otras funciones de coste y bajo determinadas condiciones no

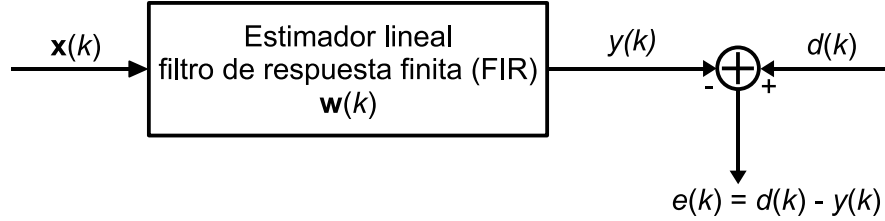


Figura 2.1: Representación del problema de filtrado estadístico lineal.

muy restrictivas, las soluciones coinciden.

### 2.1.1. Filtro de Wiener

El filtro de Wiener constituye la solución óptima (y habitualmente irrealizable) al proceso de filtrado anteriormente mencionado, minimizando el error cuadrático medio  $J(\mathbf{w}) = E\{e^2(k)\}$ . En el análisis que sigue se supondrá que tanto  $d(k)$  como  $x(k)$  son realizaciones de procesos estocásticos de medias nulas y estacionarios en sentido amplio. En [Sayed, 2003, Sec 2.5] se puede encontrar información sobre la forma de proceder cuando las medias son distintas de cero.

Teniendo en cuenta el modelo de filtrado que se está considerando, dicha función de coste puede expresarse como:

$$J(\mathbf{w}) = E\{d^2(k)\} - 2\mathbf{p}^T \mathbf{w} + \mathbf{w}^T \mathbf{R} \mathbf{w} \quad (2.3)$$

donde  $\mathbf{R} = E\{\mathbf{x}(k)\mathbf{x}^T(k)\}$  es la matriz de autocorrelación de la entrada y  $\mathbf{p} = E\{d(k)\mathbf{x}(k)\}$  el vector de correlación cruzada entre la respuesta deseada y la señal de entrada.

La solución óptima puede obtenerse derivando dicha ecuación con respecto a  $\mathbf{w}$  e igualando a cero. Esto resulta en la famosa ecuación de Wiener-Holf en forma matricial:

$$\mathbf{R} \mathbf{w}_o = \mathbf{p} \quad (2.4)$$

Admitiendo que  $\mathbf{R}$  tiene inversa, la solución para el vector de pesos óptimos  $\mathbf{w}_o$  es

$$\mathbf{w}_o = \mathbf{R}^{-1}\mathbf{p} \quad (2.5)$$

y sustituyendo (2.5) en la ecuación (2.3), se obtiene el mínimo error cuadrático medio correspondiente a la solución de Wiener:

$$J(\mathbf{w}_o) = J_{\min} = E\{d^2(k)\} - \mathbf{p}^T \mathbf{R} \mathbf{p}. \quad (2.6)$$

Es posible llegar a la misma solución haciendo uso del conocido como *Principio de Ortogonalidad*. Derivando la función de coste con respecto a cada componente de  $\mathbf{w}$ , es decir,  $w_i$ , e igualando a cero para obtener la solución óptima, se obtiene  $E\{x(k-i)e_o(k)\} = 0$ , siendo  $e_o(k)$  el error asociado al vector de pesos óptimo, i.e.,  $e_o(k) = d(k) - \mathbf{w}_o^T \mathbf{x}(k)$ . Este resultado indica que el error óptimo  $e_o(k)$  es estadísticamente ortogonal a cada muestra del vector de entrada  $\mathbf{x}(k)$ , y por ende, a la señal de salida  $y(k)$ .

El filtro de Wiener ofrece la solución óptima en entornos estacionarios. Sin embargo, es posible obtener una solución más general mediante el filtro de Kalman, que define un modelo estado-espacial que permite obtener la solución lineal óptima en ciertos entornos no estacionarios (condicionado al conocimiento de ciertos parámetros del modelo), basándose en la combinación lineal de las observaciones hasta el instante  $k$ -ésimo. Aunque esta solución es más compleja que el filtro de Wiener desde un punto de vista computacional, la posibilidad de implementarla de forma recurrente, la hace atractiva. Se puede encontrar información más detallada acerca de dicho filtro en [Haykin, 2002].

### 2.1.2. Algoritmos de descenso por gradiente

El filtro de Wiener (2.4) constituye una solución cerrada al problema de filtrado lineal óptimo. Sin embargo, se pueden implementar soluciones recurrentes que, contando con un número suficiente de iteraciones del algoritmo, alcanzan la solución óptima de Wiener.

La base de este tipo de soluciones está en encontrar un término de corrección que, aplicado al vector de pesos en el instante  $k$ ,  $\mathbf{w}(k)$ , dé lugar a un vector de pesos actualizado  $\mathbf{w}(k+1)$ , tal que el valor de la función de coste se reduzca en cada iteración del algoritmo, es decir:  $J[\mathbf{w}(k+1)] < J[\mathbf{w}(k)]$ . La condición de actualización se puede escribir como:

$$\mathbf{w}(k+1) = \mathbf{w}(k) + \Delta\mathbf{w}(k) = \mathbf{w}(k) + \mu\mathbf{z}(k) \quad (2.7)$$

donde  $\Delta\mathbf{w}(k)$  representa la corrección anteriormente citada,  $\mu$  es un constante positiva que impone la velocidad de adaptación y  $\mathbf{z}(k)$  es un vector que marca la dirección de actualización.

Bajo el modelo de filtrado representado en la figura 2.1 y particularizando la función de coste para  $\mathbf{w}(k+1)$  se obtiene la siguiente expresión para  $\mathbf{z}(k)$  [Sayed, 2003]:

$$\mathbf{z}(k) = -\mathbf{B}\nabla_{\mathbf{w}}J[\mathbf{w}(k)]^T \quad (2.8)$$

siendo  $\mathbf{B}$  cualquier matriz cuadrada definida positiva, y donde se ha asumido que  $J[\mathbf{w}(k)]$  es una función continuamente diferenciable.

En función de la elección de  $\mathbf{z}(k)$ , se obtienen los diferentes tipos de algoritmos de descenso por gradiente. Aquí se van a revisar los dos más importantes: el algoritmo de descenso por máxima pendiente (*steepest descent*) y el método de Newton.

### Algoritmo de descenso por máxima pendiente

El caso más sencillo se da cuando la matriz  $\mathbf{B}$  se corresponde con la matriz identidad  $\mathbf{I}$ . Así,  $\mathbf{z}(k) = -\nabla_{\mathbf{w}}J[\mathbf{w}(k)]^T$ . En el caso concreto de coste cuadrático se tiene que  $\mathbf{z}(k) = 2[\mathbf{p} - \mathbf{R}\mathbf{w}(k)]$ , lo que significa que el vector de pesos se actualiza en la dirección contraria al vector gradiente de la función de coste, es decir, en la dirección de máxima pendiente.

Con este valor del vector  $\mathbf{z}(k)$ , la ecuación de actualización queda:

$$\mathbf{w}(k+1) = \mathbf{w}(k) + \mu[\mathbf{p} - \mathbf{R}\mathbf{w}(k)] \quad (2.9)$$

donde la constante 2 se ha incorporado al valor de  $\mu$ . Una ventaja de este esquema con respecto a la solución de Wiener es que no se precisa la inversión de la matriz  $\mathbf{R}$ , algo que en ocasiones puede ser computacionalmente muy costoso.

La ecuación (2.9) incluye una realimentación en el cálculo de  $\mathbf{w}(k+1)$ , que depende del término  $\mathbf{I} - \mu\mathbf{R}$ . Se puede demostrar fácilmente que, para que el algoritmo converja a la solución de Wiener independientemente del valor inicial  $\mathbf{w}(0)$ , el valor del paso de adaptación debe cumplir  $\mu < 2/\eta_{\max}$ , siendo  $\eta_{\max}$  el mayor de los autovalores de la matriz de autocorrelación  $\mathbf{R}$ . Aunque es posible calcular un paso de adaptación óptimo  $\mu_{\text{opt}}$  desde el punto de vista de convergencia, cuando la dispersión de los autovalores de  $\mathbf{R}$  es muy grande, el método de descenso por máxima pendiente puede tardar mucho tiempo en converger a la solución óptima de Wiener  $\mathbf{w}_o$ , si bien es cierto que en el límite siempre se cumple  $\mathbf{w}(\infty) = \lim_{k \rightarrow \infty} \mathbf{w}(k) = \mathbf{w}_o$ . Con todo, el método de descenso por máxima pendiente destaca por su sencillez, por lo que ha sido usado como base de distintos filtros adaptativos.

### El método de Newton

El método de Newton evita el problema de la dispersión de autovalores observado en el algoritmo de descenso por máxima pendiente. Para ello, el valor de la matriz  $\mathbf{B}$  se selecciona como la inversa de la matriz *Hessiana* de la función de coste. En este caso, la dirección de búsqueda es:

$$\mathbf{z}(k) = -\mathbf{B}\nabla_{\mathbf{w}}J[\mathbf{w}(k)]^T = -\nabla_{\mathbf{w}}^2J[\mathbf{w}(k)]^{-1}\nabla_{\mathbf{w}}J[\mathbf{w}(k)]^T. \quad (2.10)$$

Para coste cuadrático  $-\nabla_{\mathbf{w}}^2J[\mathbf{w}(k)] = 2\mathbf{R}$ , dando lugar a la siguiente recurrencia:

$$\mathbf{w}(k+1) = \mathbf{w}(k) + \mu\mathbf{R}^{-1}[\mathbf{p} - \mathbf{R}\mathbf{w}(k)]. \quad (2.11)$$

En este caso, es fácil demostrar que el algoritmo converge siempre que  $0 < \mu < 2$ . Además se observa que, a diferencia del algoritmo de descenso por máxima pendiente, la condición de convergencia no depende de ningún estadístico de  $x(k)$ .

Un resultado interesante se obtiene cuando se selecciona  $\mu = 1$ . Si se sustituye este valor en la ecuación (2.11), se comprueba que el método de Newton consigue llegar

a la solución óptima de Wiener,  $\mathbf{w}(k+1) = \mathbf{w}_o = \mathbf{R}^{-1}\mathbf{p}$ , en una iteración, independientemente del valor de origen  $\mathbf{w}(k)$ . Para otra selección del valor de  $\mu < 2$  se puede demostrar que para  $k \rightarrow \infty$  siempre se alcanza la solución óptima. Sin embargo, al igual que la solución de Wiener, el método de Newton puede presentar un elevado coste computacional puesto que es necesario invertir la matriz de autocorrelaciones  $\mathbf{R}$ .

Cuando el Hessiano de la función de coste es una matriz cercana a singular, es conveniente emplear regularización, sumando una pequeña cantidad que evita problemas numéricos al realizar la inversión. En ocasiones, a este algoritmo se le denomina método de *Levenberg-Marquardt* o método de Newton regularizado [Sayed, 2003], y está caracterizado (para coste cuadrático) por:

$$\mathbf{w}(k+1) = \mathbf{w}(k) + \mu[\varepsilon\mathbf{I} + \mathbf{R}]^{-1}[\mathbf{p} - \mathbf{R}\mathbf{w}(k)]. \quad (2.12)$$

### 2.1.3. Algoritmos de gradiente estocástico

Tanto el filtro de Wiener como los métodos de descenso por máxima pendiente y de Newton precisan del conocimiento exacto de los estadísticos de la señal ( $\mathbf{R}$  y  $\mathbf{p}$ ) para calcular la solución óptima. Los algoritmos de gradiente estocástico tratan de solucionar este inconveniente sustituyendo el gradiente por diferentes estimaciones, que darán lugar a algoritmos con complejidad y características operativas distintas.

La denominación de algoritmos de gradiente estocástico se debe a que la dirección de actualización del algoritmo está sujeta a ciertos movimientos aleatorios, que se conocen normalmente como ruido de gradiente. Por esta razón, dichos algoritmos, a diferencia del método de descenso por máxima pendiente o el método de Newton, no son capaces de alcanzar el mínimo de Wiener, sino que, una vez que han convergido, alcanzan un valor  $J(\infty) = J_{\min} + J_{\text{ex}}(\infty)$ , donde,  $J_{\min}$  se refiere al coste del filtro óptimo de Wiener, y  $J_{\text{ex}}$  se denomina exceso de error cuadrático medio, que es producido por el anteriormente citado ruido de gradiente.

Sin embargo, los algoritmos de gradiente estocástico son una alternativa muy

eficiente, ya que, por medio de la recurrencia que los gobierna, consiguen aprender los estadísticos de las señales presentes en el filtrado y, además, permiten adaptarse a cambios en dichos estadísticos, que darían lugar a cambios en la solución óptima  $\mathbf{w}_o$ .

A continuación se describen algunos de los esquemas adaptativos más populares.

### El filtro de Mínimo error Cuadrático Medio (LMS)

En 1960 Widrow y Hoff presentaron uno de los algoritmos adaptativos más importantes de que se dispone, denominado filtro de mínimo error cuadrático medio (*Least Mean Square*, LMS) [Widrow and Hoff, 1960]. La ecuación que gobierna el funcionamiento de este filtro puede obtenerse de diferentes formas [Haykin, 2002; Sayed, 2003]. Una de ellas consiste en, partiendo del algoritmo de descenso por máxima pendiente, sustituir el gradiente por una aproximación instantánea basada en medidas reales obtenidas en una realización del proceso estocástico cuyos estadísticos se desconocen. Es decir,  $\mathbf{z}(k) = -\nabla_{\mathbf{w}} J[\mathbf{w}(k)]^T = 2[\mathbf{p} - \mathbf{R}\mathbf{w}(k)] \approx 2[\mathbf{x}(k)d(k) - \mathbf{x}(k)\mathbf{x}^T(k)\mathbf{w}(k)]$ . De esta forma, la ecuación que describe el algoritmo LMS es:

$$\mathbf{w}(k+1) = \mathbf{w}(k) + \mu \mathbf{x}(k)[d(k) - \mathbf{w}^T(k)\mathbf{x}(k)] = \mathbf{w}(k) + \mu \mathbf{x}(k)e(k) \quad (2.13)$$

donde se ha incorporado la constante 2 al paso de adaptación  $\mu$ .

Cabe mencionar que también es posible obtener la regla de actualización del filtro LMS por medio de la minimización por gradiente del valor instantáneo del cuadrado de la señal de error,  $e^2(k)$ :

$$\mathbf{w}(k+1) = \mathbf{w}(k) + \mu \frac{\partial e^2(k)}{\partial \mathbf{w}(k)}. \quad (2.14)$$

Como se puede ver, la ecuación de actualización incluye un proceso de filtrado necesario para calcular el error de estimación  $e(k)$ . Además, se lleva a cabo un proceso de realimentación que permite, condicionada a una correcta elección de  $\mu$ , la convergencia del algoritmo. El paso de adaptación  $\mu$  controla la variación del vector



de pesos  $\mathbf{w}(k)$  de una iteración a la siguiente, marcando tanto la velocidad de convergencia como el desajuste final del algoritmo, anteriormente definido como  $J(\infty)$ . De esta forma, existe un compromiso en la selección del paso de adaptación:

- Valores de  $\mu$  altos dan lugar a una convergencia rápida, pero se obtiene un error residual elevado.
- Valores de  $\mu$  bajos hacen que el filtro converja a una solución más cercana al óptimo en sentido cuadrático, pero dicha convergencia es más lenta.
- El valor de  $\mu$  que optimiza la capacidad de seguimiento del algoritmo LMS depende de la velocidad con la que se producen los cambios.

El papel de  $\mu$  puede interpretarse como si el filtro adaptativo estuviera dotado de memoria, de forma que valores altos de  $\mu$  se corresponderían con una memoria corta. Por esta razón, al valor  $1/\mu$  se le denomina en ocasiones memoria del filtro LMS.

La selección de los valores de  $\mu$  que permiten que el algoritmo converja está muy relacionada con los estadísticos de la señal de entrada  $x(k)$ . En general, la convergencia del algoritmo se ralentiza ante entradas coloreadas. Cuando el filtro LMS tiene una longitud  $M$  moderada o grande, la condición de convergencia para el paso de adaptación es [Butterweck, 2001]:

$$0 < \mu < \frac{2}{MS_{\max}} \quad (2.15)$$

donde  $S_{\max}$  representa el valor máximo de la densidad espectral de potencia del proceso de entrada. Se debe recordar que una de las peculiaridades de las aplicaciones de procesamiento de señales acústicas es que la longitud de los filtros adaptativos debe ser grande, puesto que la respuesta al impulso de los recintos suele ser del orden de cientos de milisegundos. Por lo tanto, en caso de usar filtros LMS, la ecuación (2.15) deberá satisfacerse para asegurar una correcta convergencia, lo que implica  $\mu$  bajas y, por tanto, una convergencia lenta.

El filtro LMS constituye una solución sencilla, en lo que refiere a carga computacional, pero eficaz, por lo que se ha convertido en un algoritmo de uso muy

extendido. Por esta razón, el filtro LMS ha sido ampliamente estudiado, tratando de encontrar soluciones que minimicen los compromisos presentes en la selección del paso de adaptación  $\mu$ , como puede ser el uso de algoritmos de gestión del paso de adaptación (ver, entre otros, [Benveniste et al., 1990; Aboulnasr and Mayyas, 1997; Kushner and Yang, 1995]). Una de las soluciones más recientes [Arenas-García et al., 2006a] se basa en la combinación adaptativa de dos filtros LMS cuyos pasos de adaptación cumplen  $\mu_1 = r\mu_2$ , eligiendo típicamente  $r = 10$  y  $\mu_1$  cerca del límite superior de la ecuación (2.15).

### El filtro LMS normalizado (NLMS)

Con el fin de obtener un esquema similar al filtro LMS pero cuyo paso de adaptación sea independiente de la potencia de la señal de entrada, [Nagumo and Noda, 1967] y [Albert and Gardner, 1967] propusieron de forma independiente una versión normalizada del algoritmo LMS (*Normalized LMS*, NLMS). Aunque de nuevo existen diferentes formas de obtener la ecuación que gobierna su funcionamiento, en este texto se parte de la ecuación (2.12) que describe el método de Newton regularizado. Realizando las siguientes sustituciones que utilizan aproximaciones instantáneas basadas en observaciones:

$$\varepsilon \mathbf{I} + \mathbf{R} \approx \varepsilon \mathbf{I} + \mathbf{x}(k)\mathbf{x}^T(k) \quad y \quad (2.16)$$

$$\mathbf{p} - \mathbf{R}\mathbf{w}(k) \approx \mathbf{x}(k)[d(k) - \mathbf{w}^T(k)\mathbf{x}(k)], \quad (2.17)$$

la recurrencia que gobierna el filtro NLMS queda:

$$\mathbf{w}(k+1) = \mathbf{w}(k) + \mu[\varepsilon \mathbf{I} + \mathbf{x}(k)\mathbf{x}^T(k)]^{-1}\mathbf{x}(k)e(k). \quad (2.18)$$

Sin embargo, la ecuación (2.18) incluye una inversión matricial por iteración, lo que supone un elevado coste computacional. Aplicando el *lema de inversión matricial*<sup>1</sup> [Woodbury, 1950], se puede reformular la regla de actualización del filtro NLMS

---

<sup>1</sup> $(A + BCD)^{-1} = A^{-1} - A^{-1}B(C^{-1} + DA^{-1}B)^{-1}A^{-1}$ .

como:

$$\mathbf{w}(k+1) = \mathbf{w}(k) + \frac{\mu}{\varepsilon + \|\mathbf{x}(k)\|^2} \mathbf{x}(k)e(k), \quad (2.19)$$

donde  $\varepsilon$  es una pequeña constante positiva que evita problemas numéricos cuando la norma euclídea de  $\mathbf{x}(k)$ ,  $\|\mathbf{x}(k)\|^2$ , es muy pequeña. Dicha constante se vuelve más prescindible cuando la longitud del filtro adaptativo es grande.

Como se puede observar, el filtro NLMS normaliza la actualización de los coeficientes, dividiendo el paso de adaptación por una estimación de la potencia de la señal de entrada (la norma euclídea del vector de entrada). La actualización de los coeficientes del filtro LMS, vista en la ecuación (2.13), es directamente proporcional al vector de entrada  $\mathbf{x}(k)$ , lo que hace que, si  $\mathbf{x}(k)$  es grande, el filtro LMS sufra un problema de amplificación del ruido de gradiente. Sin embargo, este problema no existe en el filtro NLMS, ya que la actualización del vector de pesos es directamente proporcional a una versión normalizada del vector de entrada  $\mathbf{x}(k)$ .

Otro aspecto importante que diferencia a los filtros adaptativos LMS y NLMS es el margen de valores del paso de adaptación que aseguran la convergencia del filtro. Mientras que en el caso del filtro LMS, dicho margen dependía de la señal de entrada (véase (2.15)), en el caso del algoritmo NLMS, el filtro adaptativo convergerá siempre que  $0 < \mu < 2$ , facilitando así la selección de  $\mu$  [Sayed, 2003]. En la práctica se emplea frecuentemente  $\mu = 1$ .

Puesto que las señales involucradas en aplicaciones de procesamiento adaptativo de señales acústicas poseen una potencia variable en el tiempo, que incluye tanto periodos de actividad como periodos de silencio, el filtro NLMS constituye una opción muy eficiente para dichas aplicaciones. Sin embargo, se debe hacer notar que el filtro NLMS conserva el mismo compromiso entre desajuste final, convergencia y capacidad de seguimiento observado en el LMS.

Existen otras formas de estimar la potencia de la señal de entrada, como la que introduce el filtro NLMS con normalización de potencia [Sayed, 2003]. La ecuación

que gobierna la actualización en este filtro es:

$$\mathbf{w}(k+1) = \mathbf{w}(k) + \frac{\mu}{\varepsilon + p(k)} \mathbf{x}(k)e(k), \quad (2.20)$$

siendo  $p(k) = \beta p(k-1) + (1-\beta) |x(k)|^2$ , donde el parámetro  $\beta$ , normalmente cercano a uno, gobierna la actualización de  $p(k)$ , introduciendo memoria en la estimación de la potencia de la señal.

### El filtro de proyecciones afines (APA)

A continuación, por razones de completitud, se incluye el filtro de proyecciones afines (*Affine Projection Algorithm*, APA) si bien, no se ha empleado en esta Tesis Doctoral. Este esquema utiliza una estimación más elaborada de la matriz de autocorrelación  $\mathbf{R}$  y del vector de correlación cruzada  $\mathbf{p}$  usando los últimos  $N$  vectores de la señal de entrada  $\mathbf{x}(k)$ , y los últimos  $N$  valores de la señal de referencia  $d(k)$  [Ozeki and Umeda, 1984]. La expresión que gobierna la actualización de este algoritmo es

$$\mathbf{w}(k+1) = \mathbf{w}(k) + \mu \mathbf{X}^T(k) [\varepsilon \mathbf{I} + \mathbf{X}(k) \mathbf{X}^T(k)]^{-1} \mathbf{e}(k), \quad (2.21)$$

donde  $\mathbf{X}(k)$  es una matriz de  $N \times M$  elementos cuyas filas se corresponden con  $\mathbf{x}^T(k-n) = [x(k-n), x(k-n-1), \dots, x(k-n-M)]$  con  $n = 0, \dots, N-1$  y  $\mathbf{d}(k) = [d(k-n), d(k-n-1), \dots, d(k-n-M)]^T$  es un vector que incluye las últimas  $N$  observaciones. Normalmente el parámetro  $N$ , habitualmente definido como orden de proyección, cumple  $N \leq M$ . Además, al contrario que los algoritmos LMS y NLMS donde el error de estimación es un escalar  $e(k) = d(k) - \mathbf{x}^T(k)\mathbf{w}(k)$ , en este caso se ha definido el vector de error  $\mathbf{e}(k) = \mathbf{d}(k) - \mathbf{X}(k)\mathbf{w}(k)$ . Nótese que, en el caso particular  $N = 1$  el algoritmo APA se convierte en el filtro NLMS.

Para valores de  $N > 1$ , el algoritmo de proyecciones afines supone una mayor carga computacional que el algoritmo NLMS, pero, sin embargo, obtiene una convergencia más rápida conforme aumenta  $N$ , principalmente para entradas coloreadas [Sayed, 2003], por lo que el orden de proyección impone un compromiso entre carga computacional y prestaciones del filtro. Existen variaciones del algoritmo APA que

tratan de reducir el alto coste computacional asociado al algoritmo, manteniendo sus características en lo que a convergencia se refiere [Sayed, 2003; Gay and Benesty, 2000]. Al igual que en otros algoritmos de la familia del filtro LMS, existe un compromiso entre desajuste final, convergencia y capacidad de seguimiento impuesto por la selección de un paso de adaptación.

Entre otras aplicaciones relacionadas con el procesamiento de señales acústicas, el filtro de proyecciones afines ha sido aplicado con éxito en escenarios de control activo de ruido, como puede verse en [Ferrer et al., 2008].

### El filtro recurrente de mínimos cuadrados (RLS)

En la literatura se encuentran dos orientaciones principales diferentes para obtener la ecuación de actualización del filtro RLS. La primera se basa en un método aproximado de descenso por gradiente [Sayed, 2003], de una forma similar al procedimiento utilizado para el filtro NLMS. Una aproximación diferente permite derivarlo como una solución exacta (determinista) de un problema de estimación definido por una función de coste tipo mínimos cuadrados

$$J[\mathbf{w}(k+1)] = \sum_{j=1}^k \eta^{k-j} [d(j) - \mathbf{x}^T(j)\mathbf{w}(k+1)]^2, \quad (2.22)$$

siendo  $\eta < 1$  una constante positiva que actúa como factor de olvido, permitiendo al filtro adaptarse a escenarios no estacionarios.

Sin embargo, sobre todo en las primeras etapas del algoritmo, el problema descrito en la ecuación (2.22) está mal condicionado, lo que dificulta su resolución. Para evitarlo, se suele incluir un término de regularización en la función de coste, siendo usual la reformulación del problema como [Haykin, 2002; Sayed, 2003]

$$J[\mathbf{w}(k+1)] = \sum_{j=1}^k \eta^{k-j} [d(j) - \mathbf{x}^T(j)\mathbf{w}(k+1)]^2 + \delta \eta^k \|\mathbf{w}(k+1)\|^2, \quad (2.23)$$

donde  $\delta$  es un número real positivo denominado constante de regularización.

Para obtener la ecuación de recurrencia del filtro RLS se puede proceder de forma similar al caso del filtro de Wiener, obteniendo  $\mathbf{w}_o(k+1) = \mathbf{P}(k)\mathbf{z}(k)$ , donde

$\mathbf{P}(k)$  es la inversa de una matriz de promedios ponderados a lo largo del tiempo de correlaciones entre las componentes de la señal de entrada  $\mathbf{x}(k)$ , y  $\mathbf{z}(k)$  se corresponde con un vector de promedios temporales ponderados del producto entre  $\mathbf{x}(k)$  y  $d(k)$ . Puede observarse cómo  $\mathbf{P}(k)$  y  $\mathbf{z}(k)$  juegan el papel, respectivamente, de la inversa de la matriz de autocorrelación de la señal de entrada y del vector de correlación cruzada entre señal de entrada y señal deseada, estimados a lo largo del tiempo. Para facilitar la aplicación, ambas magnitudes pueden calcularse de forma recurrente como

$$\mathbf{P}(k) = [\eta\mathbf{P}^{-1}(k-1) + \mathbf{x}(k)\mathbf{x}^T(k)]^{-1} \quad \text{y} \quad (2.24)$$

$$\mathbf{z}(k) = \eta\mathbf{z}(k-1) + \mathbf{x}(k)d(k). \quad (2.25)$$

Teniendo esto en cuenta y aplicando el lema de inversión matricial, tras algunas sencillas manipulaciones se llega a la ecuación de actualización del filtro RLS

$$\mathbf{w}(k+1) = \mathbf{w}(k) + \mathbf{g}(k)e(k), \quad (2.26)$$

donde  $\mathbf{g}(k)$  se denomina vector de ganancia, y puede calcularse como

$$\mathbf{g}(k) = \frac{\eta^{-1}\mathbf{P}(k-1)\mathbf{x}(k)}{1 + \eta^{-1}\mathbf{x}^T(k)\mathbf{P}(k-1)\mathbf{x}(k)}, \quad (2.27)$$

Aunque el algoritmo RLS es computacionalmente más costoso que el LMS, presenta ciertas ventajas, ya que la velocidad de convergencia es superior a la del filtro LMS ante entradas coloreadas habituales en la práctica, y, además, esta velocidad de convergencia es invariante con respecto a la dispersión de los autovalores de la matriz  $\mathbf{R}$ .

En el caso del filtro RLS, el factor de olvido  $\eta$  juega un papel similar al del paso de adaptación  $\mu$  en el algoritmo LMS, por lo que, de nuevo, existe un compromiso entre velocidad de convergencia, desajuste final y capacidad de seguimiento del algoritmo.

## 2.2. Combinación adaptativa de filtros adaptativos

Los esquemas de combinación están formados por dos partes fundamentales:

- **Filtros componentes.** Pueden ser filtros adaptativos del mismo tipo cuya adaptación difiere en algún aspecto, por ejemplo dos filtros LMS con diferentes velocidades de convergencia, o filtros adaptativos de tipos diferentes<sup>2</sup>. Cada filtro componente se actualiza siguiendo su propio criterio, independientemente del funcionamiento de los demás componentes.
- **Esquema de combinación.** Existen diferentes formas posibles de combinación atendiendo al número y rango de valores posibles que pueden alcanzar los parámetros de mezcla. Además, la forma en la que estos parámetros de mezcla se adaptan puede dar lugar a diferencias en la operación del filtro combinado.

### 2.2.1. Combinación adaptativa de dos filtros adaptativos

En el caso más sencillo, las salidas de dos filtros componentes con características complementarias  $y_1(k)$  e  $y_2(k)$ , se mezclan linealmente según

$$y_c(k) = \lambda(k)y_1(k) + [1 - \lambda(k)]y_2(k) \quad (2.28)$$

donde  $y_c(k)$  representa la salida de la combinación y  $\lambda(k)$  el parámetro de mezcla.

Cada filtro componente se actualiza siguiendo su propio criterio, normalmente buscando minimizar una función de coste dependiente de su propio error  $e_i(k) = d(k) - y_i(k)$  con  $i = 1, 2$ , e independientemente del funcionamiento del otro filtro. Se puede obtener sencillamente el error combinado,  $e_c(k)$ , como

$$e_c(k) = \lambda(k)e_1(k) + [1 - \lambda(k)]e_2(k); \quad (2.29)$$

y el vector de pesos de un filtro único equivalente,  $\mathbf{w}_c(k)$ , como

$$\mathbf{w}_c(k) = \lambda(k)\mathbf{w}_1(k) + [1 - \lambda(k)]\mathbf{w}_2(k). \quad (2.30)$$

---

<sup>2</sup>Incluso se puede considerar la combinación de un filtro adaptativo con un filtro de coeficientes constantes.

## 2.2. COMBINACIÓN ADAPTATIVA DE FILTROS ADAPTATIVOS

---

Si la longitud de ambos filtros componentes,  $\mathbf{w}_1(k)$  y  $\mathbf{w}_2(k)$ , es diferente, se necesita rellenar con ceros el filtro de menor longitud.

La combinación se actualiza con el objetivo de cumplir un cierto criterio que involucre la salida combinada de ambos filtros,  $y_c(k)$ , normalmente minimizando una función de coste que incluya el error combinado  $e_c(k)$ . Si el parámetro de mezcla  $\lambda(k)$  se adapta de forma adecuada, el filtro combinado resultante se comporta al menos como el mejor de los componentes, y bajo ciertas condiciones, incluso mejor que ambos [Arenas-García et al., 2006a]. La figura 2.2 presenta un esquema de la combinación adaptativa de dos filtros adaptativos.

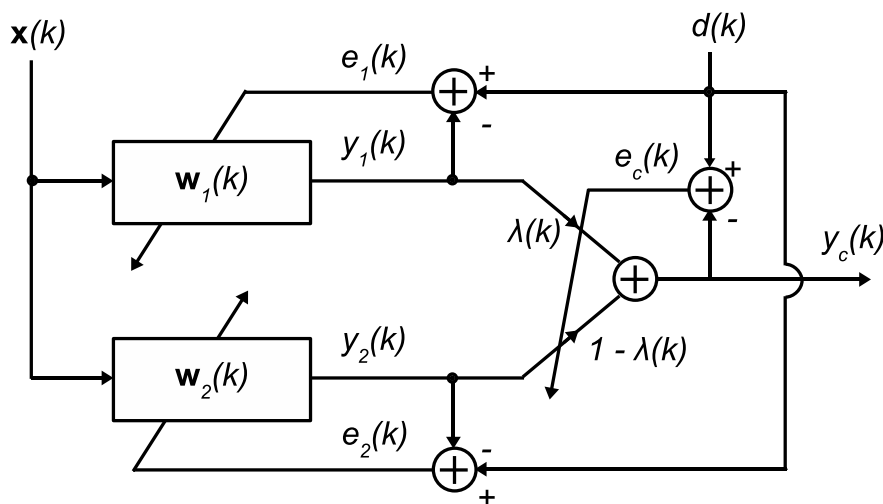


Figura 2.2: Combinación adaptativa de dos filtros adaptativos. Cada filtro se adapta independientemente, mientras que el parámetro de mezcla  $\lambda(k)$  se adapta para minimizar la potencia del error de la combinación,  $e_c(k)$ .

Inicialmente, la combinación de filtros se presentó como una forma de aliviar el compromiso entre velocidad de convergencia y error residual inherente al filtro LMS, combinando dos filtros LMS que exclusivamente diferían en el paso de adaptación  $\mu$ . Sin embargo, el mismo esquema ha sido aplicado con éxito en otros casos, por lo que aquí se expondrá de la forma más general posible.



Tal y como se observa en la ecuación (2.28), las salidas de dos filtros componentes se mezclan de forma lineal mediante un único parámetro de mezcla. Sin embargo, en función del margen de valores de  $\lambda(k)$ , se distinguen dos tipos de combinaciones:

- **Combinación convexa.** En este caso se tiene  $0 \leq \lambda(k) \leq 1$ , por lo que la salida combinada siempre se encontrará limitada por los valores de las salidas de los dos filtros componentes.
- **Combinación afín.** La combinación afín no impone limitaciones al valor del parámetro de mezcla<sup>3</sup>. En [Bershad et al., 2008] se demostró que la combinación óptima de dos filtros LMS que exclusivamente difieren en el paso de adaptación daba lugar a un valor en estacionario  $\lambda(\infty) < 0$ , algo inalcanzable por la combinación convexa, pero sí por una combinación afín. Este resultado se amplió considerando la combinación de otros filtros componentes en [Candido et al., 2010; Kozat et al., 2010], donde se demostró que la máxima ganancia de una combinación afín con respecto a ambos componentes es de 3 dB. Si bien es cierto que la combinación afín puede ofrecer ventajas respecto a la convexa, dichas ventajas son, en muchos casos prácticos, poco significativas, presentándose normalmente más dificultades en la adaptación de los esquemas de combinación afín.

Existen diferentes esquemas de adaptación del parámetro de mezcla que contemplan la combinación convexa de dos filtros adaptativos, entre los que destacan el presentado en [Arenas-García et al., 2006a] y su versión normalizada [Azpicueta-Ruiz et al., 2008b]. En estos esquemas, el parámetro de mezcla  $\lambda(k)$  se adapta con el objetivo de minimizar la segunda potencia del error del filtro combinado  $e_c^2(k)$ . Sin embargo, en lugar de actualizar directamente  $\lambda(k)$ , se adapta otro parámetro  $a(k)$ , unívocamente relacionado con  $\lambda(k)$  por medio de la función sigmoideal:

$$\lambda(k) = \text{sgm}[a(k)] = \frac{1}{1 + e^{-a(k)}}, \quad (2.31)$$

---

<sup>3</sup>Sin embargo, esquemas prácticos como los incluidos en [Azpicueta-Ruiz et al., 2008a] y [Bershad et al., 2008] obtienen una operación más eficaz si limitan el margen a  $\lambda(k) \leq 1$ .

y recibiendo ambos, indistintamente, la denominación de parámetros de mezcla. Una de las ventajas del uso de la función sigmoideal radica en que, de esta forma, se consigue fácilmente que  $0 < \lambda(k) < 1$ .

Para adaptar  $a(k)$  se aplica un algoritmo de descenso por gradiente tipo LMS con el objeto de minimizar  $e_c^2(k)$ , obteniendo la ecuación de actualización [Arenas-García et al., 2006a]:

$$a(k+1) = a(k) + \mu_a \frac{\partial e_c^2(k)}{\partial a(k)} = a(k) + \mu_a e_c(k) [e_2(k) - e_1(k)] \lambda(k) [1 - \lambda(k)], \quad (2.32)$$

donde  $\mu_a$  es un paso de adaptación que gobierna la actualización del parámetro  $a(k)$ .

Como puede observarse en (2.32), la actualización de  $a(k)$  se paraliza cuando  $\lambda(k)$  se acerca a los valores límites uno o cero. Para evitar este inconveniente, el rango de valores de  $a(k)$  debe limitarse, siendo usual considerar  $a(k) \in [-4, 4]$ .

Al igual que otros algoritmos de descenso por gradiente, la actualización del parámetro de mezcla según (2.32) también presenta el problema del ruido de gradiente. Sin embargo, gracias a la inclusión de la función sigmoide, este problema se ve minimizado cuando la combinación se comporta de forma similar a uno de sus dos componentes, es decir, cuando  $\lambda(k) \approx 0$  o  $\lambda(k) \approx 1$ , gracias al término  $\lambda(k)[1 - \lambda(k)]$  presente en dicha expresión.

Existen diferentes esquemas prácticos de combinación afín, entre los que destacan los presentados en [Candido et al., 2010] basados en la minimización de  $e_c^2(k)$  por medio de un esquema de gradiente estocástico y el presentado en [Azcicueta-Ruiz et al., 2008a] basado en la minimización de un problema tipo mínimos cuadrados. Por lo general, los esquemas prácticos de combinación afín existentes son más complicados de adaptar que los convexos.

También es posible combinar dos filtros por medio de dos parámetros de mezcla, sin restricción alguna

$$y_c(k) = \lambda_1(k)y_1(k) + \lambda_2(k)y_2(k). \quad (2.33)$$

Se pueden encontrar esquemas prácticos de combinación sin restricciones en [Kozat et al., 2010]. Sin embargo, la ecuación (2.33) puede reescribirse como

$$y_c(k) = \lambda_1(k)y_1(k) + \alpha(k)[1 - \lambda_1(k)]y_2(k), \quad (2.34)$$

pasando a un esquema donde se tienen que adaptar dos parámetros de mezcla pertenecientes a combinaciones afines o convexas, algo más sencillo en la práctica.

Independientemente de si se contempla una combinación afín o convexa, si la adaptación de  $\lambda(k)$  es correcta, el filtro combinado responde al menos como el mejor de sus filtros componentes, y bajo ciertas circunstancias, incluso mejor que ambos [Arenas-García et al., 2006a; Candido et al., 2010].

Más información acerca de estos esquemas de combinación y el análisis teórico de sus prestaciones puede encontrarse en [Arenas-García et al., 2006a; Candido et al., 2010; Kozat et al., 2010].

### 2.2.2. Otros esquemas de combinación

En esta subsección se describen otros esquemas de combinación de filtros que difieren de los incluidos en la Subsección 2.2.1, pero que también sirven para mejorar el funcionamiento de los filtros adaptativos.

- Combinaciones de más de dos elementos. La filosofía de la combinación de filtros puede extenderse considerando un número arbitrario de filtros adaptativos  $G$ . Tanto para el caso convexo como afín, la salida combinada viene dada por:

$$y_c(k) = \lambda_1(k)y_1(k) + \lambda_2(k)y_2(k) + \dots + \left[1 - \sum_{g=1}^{G-1} \lambda_g(k)\right] y_G(k). \quad (2.35)$$

Existen diferentes reglas de actualización para la combinación de  $G$  filtros, entre las que destaca la publicada en [Arenas-García et al., 2005] para el caso convexo, basada en una activación *softmax*, y la extensión de la regla tipo mínimos cuadrados, publicada en [Azpicueta-Ruiz et al., 2010a].

- Esquemas de combinación desacoplados y combinación por bloques. Existe la posibilidad de, en lugar de utilizar un único parámetro de mezcla para todos los coeficientes de los filtros componentes, según la ecuación (2.30), utilizar un parámetro de mezcla para cada bloque de coeficientes, o, en el límite, desacoplar el sistema totalmente, utilizando tantos parámetros de mezcla como coeficientes [Arenas-García et al., 2005]. Esta forma de actuar permite obtener ciertas ventajas desde el punto de vista operativo al tratar independientemente distintas partes de los filtros adaptativos, aunque da lugar a un incremento en el coste computacional.
- Esquemas de combinación de núcleos. Cuando se consideran filtros componentes compuestos por núcleos de diferente orden, como por ejemplo los filtros de Volterra, es posible realizar la combinación de núcleos del mismo orden [Azpicueta-Ruiz et al., 2011].

### 2.3. Cancelación de eco acústico

El problema de la cancelación de eco acústico surge típicamente cuando existe acoplamiento acústico entre un micrófono y un altavoz situados en el interior de un recinto. Se denomina acoplamiento al hecho de que el micrófono capta la señal que emite el altavoz y se propaga por la sala. Cuando tanto el micrófono como el altavoz pertenecen a un sistema de telecomunicaciones, la comunicación puede verse afectada porque los usuarios pueden llegar a escuchar su misma voz retrasada, reduciéndose así la capacidad de comunicación. Este fenómeno es más notable en sistemas de comunicaciones manos-libres. Además, si, por ejemplo, tras el transductor receptor se sitúa un sistema de reconocimiento automático de voz, este reconocimiento puede verse degradado debido al eco captado por el micrófono. Cuando el micrófono y el altavoz están muy próximos entre sí, el acoplamiento acústico puede dar lugar a inestabilidades en el lazo de realimentación [Breining et al., 1999; Gay and Benesty, 2000].

## CAPÍTULO 2. ESTADO DEL ARTE EN FILTRADO ADAPTATIVO Y CANCELACIÓN DE ECO

---

Tradicionalmente, la solución a este problema se ha abordado usando medios acústicos [Breining et al., 1999]:

- En el caso de sistemas orientados al público, se trata de aliviar este problema gracias a la atenuación que presentan altavoces y micrófonos directivos (o *arrays* de éstos).
- En sistemas de telefonía tradicional, el altavoz y el micrófono se combinan en un manófono que da lugar a una atenuación en torno a los 45 dB.
- Originalmente, los sistemas de telefonía manos-libres fueron posibles pasando de una comunicación *full-duplex* a una comunicación *half-duplex* por medio del uso de conmutadores activados por voz. Sin embargo, controlar estos conmutadores era una tarea muy complicada, dando lugar a que la comunicación no resultase natural, al requerir locutores altamente disciplinados.

Sin embargo, gracias a los desarrollos algorítmicos en el ámbito del procesamiento digital de señales, el uso de un filtro adaptativo en paralelo con el sistema formado por altavoz-recinto-micrófono ha llegado a ser económicamente y técnicamente abordable, constituyendo la solución que más éxito tiene actualmente.

La figura 2.3 representa un esquema básico de cancelación de eco acústico, considerando que existen exclusivamente un micrófono y un altavoz en el interior de la sala, por lo que se habla en este caso de cancelación monocal. El elemento central de un sistema de cancelación de eco acústico es el filtro adaptativo que trata de modelar la respuesta al impulso  $\mathbf{h}(k)$  del sistema altavoz-recinto-micrófono para obtener una réplica  $y(k)$  de la señal  $y_h(k)$  por medio de un filtro adaptativo  $\mathbf{w}(k)$ . Sin embargo, la señal que capta el micrófono  $d(k)$  no se corresponde exclusivamente con la señal  $y_h(k)$  sino que incluye otras señales, cuya superposición ha sido representada en la figura como  $n(k)$ , entre las que destacan el ruido ambiente existente en la sala  $n_d(k)$  y la señal de voz del usuario  $s(k)$ . Si la cancelación es perfecta, la señal de error  $e(k) = d(k) - y(k)$  sería idéntica a  $n(k)$ . Sin embargo, puesto que dicha cancelación

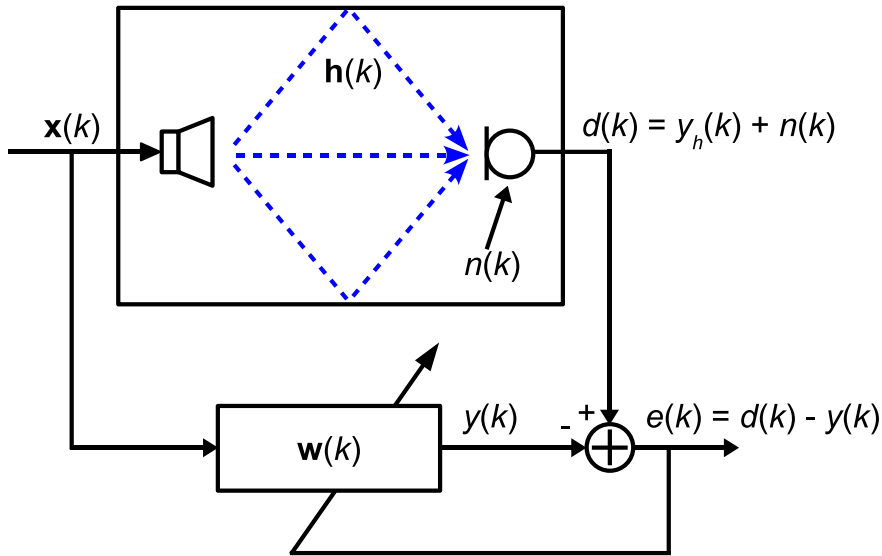


Figura 2.3: Sistema de cancelación de eco monocanal.

no es perfecta, se suele dar que  $e(k) = e_a(k) + n(k)$ , denominándose  $e_a(k)$  error *a priori* del filtro.

### 2.3.1. Respuesta al impulso $\mathbf{h}(k)$

La respuesta al impulso  $\mathbf{h}(k)$  representa la relación entre la señal a emitir por parte del altavoz  $x(k)$  y la señal transducida por el micrófono  $y_h(k)$ . Considerando niveles de presión bajos, regímenes de funcionamiento de los amplificadores de potencia normales, y no sobrecarga de los convertidores A/D,  $\mathbf{h}(k)$  se supone lineal. Por esa razón, el filtro adaptativo  $\mathbf{w}(k)$  normalmente es lineal. Sin embargo, en caso contrario, es necesario el uso de un esquema no lineal para modelar las distorsiones no lineales, tal y como se verá en el Capítulo 5.

La forma de la respuesta al impulso  $\mathbf{h}(k)$  depende principalmente de las condiciones de propagación de la señal emitida por el altavoz. En dicha propagación influyen:

- El volumen y la forma de la sala.

- Los materiales que recubren las paredes del recinto y los objetos presentes en el mismo. La capacidad de absorción acústica de los materiales con los que están acondicionadas las salas influye en la cantidad de energía que se absorbe y se refleja cuando una onda choca contra una superficie.

Sabine [Cremer and Müller, 1982] formuló una estimación para el tiempo de reverberación<sup>4</sup>  $T_{60}$  en función del volumen  $V$ , superficie y coeficientes de absorción de los materiales de una sala:

$$T_{60} = 0.161 \frac{V}{S\bar{\alpha}}, \quad (2.36)$$

donde  $S$  representa la superficie total del recinto y  $\bar{\alpha}$  se corresponde con el coeficiente de absorción promedio de la sala. Puesto que la absorción varía con la frecuencia,  $T_{60}$  también muestra una dependencia con la frecuencia.

Los objetos presentes en la sala también influyen en la forma de la RIR, ya que ofrecen una cierta absorción y, además, su posición modifica la propagación acústica en el interior del recinto gracias a los fenómenos de refracción y difracción sonora.

- La posición de receptor y emisor. Para una misma sala, la posición del emisor influye en la propagación acústica, así como la posición del receptor condiciona el orden en el que se reciben las reflexiones.
- La temperatura y humedad. Las condiciones de propagación dependen de la temperatura y humedad del fluido que ocupa el recinto (normalmente aire) condicionando la absorción sonora en la propagación.

Los objetos móviles, las modificaciones en los entornos acústicos (p. ej. una puerta que se abre), los cambios en la posición de emisor y receptor, las variaciones de

---

<sup>4</sup>El tiempo de reverberación se define como el tiempo que tarda la energía acústica en un recinto en decaer hasta una millonésima parte (60 dB) desde su valor inicial, una vez que la fuente deja de emitir. Es una medida de la persistencia del sonido en una sala.

temperatura, etc. hacen que la respuesta al impulso  $\mathbf{h}(k)$  sea variable en el tiempo. Se puede encontrar información acerca de cómo varía la respuesta al impulso de un recinto en función de las posiciones de micrófono y altavoz en [Mourjopoulos, 1985], [van de Kerkhof and Kitzen, 1992] y [Hikichi and Itakura, 1994]; y en función de la temperatura, en [Omura et al., 1999].

Además, existe una gran variedad de entornos acústicos donde se puede emplear un sistema de cancelación de eco acústico, cuyo tiempo de reverberación varía desde decenas de milisegundos (p. ej., un automóvil) a centenas de milisegundos (p. ej., una oficina típica). Incluso recintos mayores, como terminales de aeropuertos, pueden llegar a sobrepasar el segundo. Esto hace que la longitud del filtro adaptativo  $\mathbf{w}(k)$  debiese ser diferente en función del recinto acústico donde se use el cancelador de eco, en caso de que éste sólo se utilice en dicho recinto. Sin embargo, independientemente del recinto, suele ser común el uso de filtros adaptativos de longitudes grandes, siendo valores típicos 512 ó 1024 coeficientes (supuesta una frecuencia de muestreo de 8 kHz), asumiendo aún así que normalmente se está submodelando la RIR, y que una parte de la misma no se estará cancelando.

Independientemente del tipo de recinto, la RIR suele tener una forma similar a la mostrada en la figura 2.4. Para medir la respuesta al impulso de una sala es necesario emitir una señal que aproxime una delta de Dirac,  $\delta(t)$ , y grabar la señal de presión resultante de su propagación. Esta señal incluye, normalmente, la propagación mediante la vía directa entre altavoz y receptor, y un gran número de reflexiones. Las primeras reflexiones, generadas como choques de primer orden contra superficies cercanas, normalmente tienen una energía alta y su ordenación en el tiempo es responsable de la sensación de volumen. Las últimas reflexiones tienen una energía mucho menor y componen lo que normalmente se denomina *reverberación*.

### 2.3.2. Filtrado adaptativo para cancelación de eco acústico

A la vista de lo explicado en la Subsección 2.3.1, queda clara la necesidad de contar con un elemento que modele  $\mathbf{h}(k)$ , considerando que la longitud de dicha RIR



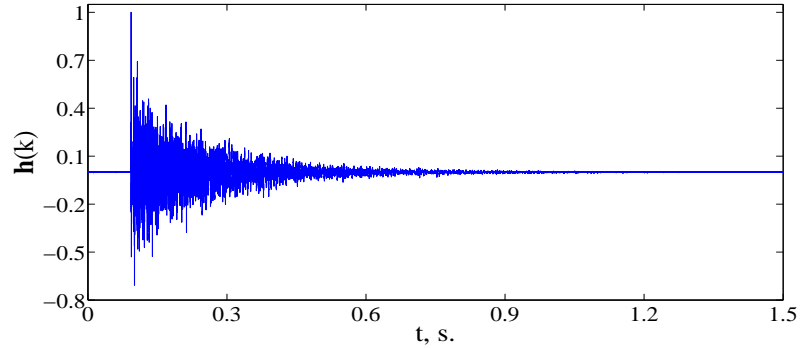


Figura 2.4: Ejemplo de respuesta al impulso del eco de un recinto.

es grande y que, además, su forma puede variar en el tiempo.

Durante el desarrollo de los sistemas de cancelación de eco se ha discutido ampliamente acerca de si la mejor forma de modelar la RIR es mediante un filtro recurrente (*Infinite Impulse Response*, IIR) o transversal con respuesta al impulso finita (FIR). Aunque, debido a la gran longitud de  $\mathbf{h}(k)$ , una estructura tipo IIR parece lo más acertado, la irregularidad de la forma de la RIR hace que el filtro recurrente requiera de un alto número de parámetros a ajustar, comprometiendo así su estabilidad. Existen varios estudios [Hänsler and Schmidt, 2006] que demuestran que el enorme coste de controlar la estabilidad del filtro IIR no justifica la pequeña ventaja que ofrece su uso con respecto a los filtros transversales. Además, a esto hay que sumar el hecho de que, para filtros FIR, a día de hoy existen diferentes algoritmos adaptativos cuya estabilidad es mucho más sencilla. Por todo ello, la mayoría de sistemas de cancelación de eco acústico incluyen un filtro FIR para modelar  $\mathbf{h}(k)$ .

A la hora de adaptar el filtro FIR  $\mathbf{w}(k)$  se pueden utilizar diferentes algoritmos, tal y como se ha visto en la Sección 2.1. Debido a las características de la señal de voz, la utilización del filtro LMS (o cualquiera de su familia) da lugar a una convergencia lenta debido a la gran correlación que presenta este tipo de señales. Sin embargo, aunque la aplicación del filtro RLS podría dar lugar a mejores resultados en términos de convergencia, debido a la longitud de la respuesta al impulso  $M$  y al carácter no

estacionario de la señal de voz, la matriz de autocorrelación puede ser singular. A esto hay que sumar el mayor coste computacional del algoritmo RLS, y el hecho de que, en implementaciones de aritmética finita y tiempo real, el filtro RLS puede dar lugar a inestabilidades, lo que hace que no sea una buena opción para la aplicación de cancelación de eco acústico [Hänsler and Schmidt, 2006]. Por lo anteriormente expuesto, la mayoría de los sistemas de cancelación de eco confía en el algoritmo NLMS como solución para adaptar  $\mathbf{w}(k)$ .

Aún así, tal y como se ha comentado, el filtro NLMS presenta una convergencia lenta ante entradas coloreadas. Este hecho se ha considerado en el diseño de canceladores de eco acústico, destacando, entre otras, estas soluciones:

- Filtro decorrelacionador o pre-blanquedor. Los filtros decorrelacionadores son predictores empleados para blanquear la señal de entrada al filtro adaptativo. Debido a que la señal de voz es no estacionaria, existe un compromiso entre adaptar periódicamente los coeficientes del filtro decorrelacionador, o simplemente considerar las propiedades estadísticas de la señal de voz a largo plazo, y, por lo tanto, considerar un filtro blanqueador fijo [Breining et al., 1999]. Para más información sobre el empleo de filtros decorrelacionadores el lector interesado puede consultar [Yasukawa and Shimada, 1993] y [Frenzel and Hennecke, 1992].
- Algoritmos en el dominio frecuencial y algoritmos de descomposición en subbandas. Otra forma de acelerar la convergencia de algoritmos tipo LMS consiste en migrar los algoritmos adaptativos al dominio frecuencial realizando la transformada de Fourier de bloques de muestras de las señales involucradas. La convergencia del algoritmo se acelera al optimizar el paso de adaptación independientemente para cada componente frecuencial. Además, estos algoritmos también permiten reducir el coste computacional, puesto que en el proceso de filtrado se sustituye la convolución en el dominio temporal por la multiplicación en el frecuencial, siendo este ahorro especialmente importante cuando la

longitud  $M$  del filtro adaptativo es grande, como es el caso de las aplicaciones de procesamiento de señales acústicas.

Los algoritmos de descomposición en subbandas consisten en dividir las señales implicadas en diferentes subbandas mediante el uso de bancos de filtros paso banda denominados filtros de análisis, y usar tantos filtros adaptativos como subbandas se consideren. Adaptando cada subbanda por separado se acelera la convergencia, ya que la señal presente en cada subbanda presenta un espectro menos coloreado que la señal global original. En el Capítulo 4 se profundizará en el uso de algoritmos basados en la descomposición en subbandas.

- Algoritmos adaptativos con paso de adaptación diferente en función del coeficiente de  $\mathbf{w}(k)$ . Existen una serie de algoritmos que explotan la estructura que presentan típicamente las respuestas al impulso  $\mathbf{h}(k)$  y asignan diferentes pasos de adaptación  $\mu_m(k)$  a diferentes partes de la respuesta al impulso del eco. La idea básica consiste en que muestras de la respuesta al impulso que tienen energía alta se adaptarán con un paso de adaptación grande, mientras que coeficientes con energía baja, lo harán con pasos de adaptación menor. Esta técnica depende, evidentemente, de si se cuenta con conocimiento *a priori* de la RIR, y de cómo se logra adaptar el paso de adaptación  $\mu_m(k)$  para cada coeficiente. Sin embargo, un enfoque similar muestran algunos esquemas tipo LMS donde la actualización de los coeficientes se realiza de forma proporcional a  $|w_m(k)|$ . En el Capítulo 6 se tratará más ampliamente este tipo de filtros.

En cuanto al control de la adaptación del algoritmo, tradicionalmente se ha considerado que el paso de adaptación debería tomar un valor en función de la actividad o inactividad de los locutores. Por ejemplo, cuando el algoritmo ha convergido, una reducción en el paso de adaptación da lugar a una reducción en el error residual, es decir, una mejor cancelación. Sin embargo, cuando existe una variación en  $\mathbf{h}(k)$ , el paso de adaptación debería ser alto ( $\mu \approx 1$ ) para facilitar una rápida reconvergencia del algoritmo. Teniendo esto en cuenta, han surgido diferentes algoritmos de gestión

del paso del escalón, que incluso han sido combinados mediante el uso de redes neuronales y lógica difusa dando lugar a métodos más complejos (ver [Breining et al., 1999; Mader et al., 2000] y sus referencias).

En contraste con los algoritmos de control del paso de adaptación, la combinación adaptativa de filtros adaptativos con diferente paso de adaptación resulta una opción muy atractiva y efectiva, que, a diferencia de la mayoría de los algoritmos de gestión del paso de adaptación, no requiere de información *a priori* para su correcto funcionamiento [Arenas-García et al., 2006b; Arenas-García et al., 2006a]. En este caso, el paso de adaptación del filtro rápido asegura una reconvergencia rápida ante posibles cambios en la RIR, y, sin embargo, el paso de adaptación del filtro lento dota al filtro combinado de un error residual bajo, mejorando así la cancelación en entornos estacionarios.

### 2.3.3. Detección de habla simultánea

Una situación interesante se da cuando las señales de voz de ambos usuarios  $s(k)$  y  $x(k)$  están presentes, puesto que en este caso la adaptación del algoritmo debe pararse (aunque el filtrado debe seguir realizándose), ya que, de lo contrario, el filtro adaptativo malinterpreta el aumento en la señal de error  $e(k)$ , debido a la presencia de  $s(k)$ , como si fuese eco no eliminado y trata de converger para eliminar la voz del usuario  $s(k)$ , dando lugar a un modo de actuación erróneo. Para evitar este hecho se debe dotar al cancelador de eco de mecanismos que permitan detectar la existencia de doble conversación, para congelar la actualización de  $\mathbf{w}(k)$ . La detección de habla simultánea es un tema importante en cancelación de eco acústico ya que, debido a la naturaleza de las respuestas al impulso acústicas, crear un detector de doble conversación (*Double Talk Detector*, DTD) es más complicado que en el caso de cancelación de eco eléctrico [Gay and Benesty, 2000].

Sea cual sea el tipo de DTD, la mayoría de detectores funcionan básicamente de forma similar. Primero se genera un parámetro usando diferentes señales, como  $\mathbf{x}(k)$ ,  $y(k)$ ,  $e(k)$  y los coeficientes del filtro adaptativo  $\mathbf{w}(k)$ . Seguidamente se compara di-

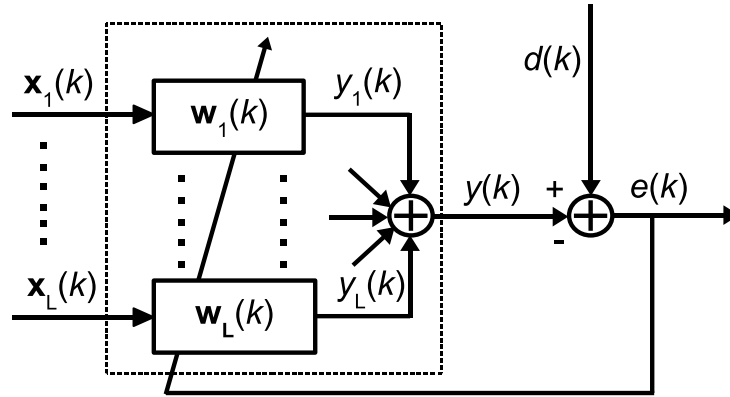


Figura 2.5: Sistema de filtrado adaptativo multicanal.

cho parámetro con un umbral, cuyo valor condiciona si se favorece la probabilidad de falsa alarma o la de detección. Si el umbral se traspasa se declara doble conversación y se paraliza la adaptación del algoritmo adaptativo. Esta situación se mantiene un cierto periodo, impidiendo que la adaptación del filtro se produzca, pasado el cual se vuelve a evaluar la condición de habla cruzada, y en caso de no detección, se reactiva la adaptación del fitro.

Algunos de los algoritmos de DTD más utilizados actualmente pueden consultarse en [Gay and Benesty, 2000; Breining et al., 1999].

#### 2.3.4. Cancelación de eco multicanal

El desarrollo de los sistemas de teleconferencia requiere del uso de varios altavoces y micrófonos para lograr una sensación espacial de la escena sonora, dando lugar a una presencia más realista, algo que los sistemas monofónicos no pueden proporcionar. En la figura 2.5 se ha ilustrado un esquema de un filtro adaptativo multicanal.

Si consideramos  $L$  canales, la aplicación de cancelación de eco multicanal requiere identificar  $L^2$  respuestas al impulso desde los  $L$  altavoces a los  $Q = L$  micrófonos. Además, hay que considerar que el caso de filtrado adaptativo multicanal es más difícil, en general, que el caso monocanal, puesto que normalmente las señales de

entrada involucradas  $x_l(k)$ ,  $l = 1, \dots, L$ , presentan una alta correlación cruzada.

En [Benesty et al., 1998] y [Benesty et al., 2001, Cap.5] se puede encontrar una explicación teórica amplia sobre cancelación de eco multicanal, incluyendo información sobre distintas formas de intentar decorrelar las diferentes señales, como la introducción de un proceso no lineal en las señales [Morgan et al., 2001], la adición de ruido aleatorio independiente a cada canal [Gilloire and Turbin, 1998], y el filtrado a través de filtros *paso todo* variables en el tiempo [Herre et al., 2007].

En cuanto al algoritmo adaptativo a utilizar destacan modificaciones de algoritmos monocanales tipo LMS, debido a su menor complejidad con respecto al RLS-multicanal, aunque las características en convergencia de este último son mejores.

### 2.3.5. Parámetros de calidad para la cancelación de eco acústico

Existen varios parámetros que definen la calidad de un cancelador de eco acústico, y que son utilizados para su evaluación. Entre ellos, podemos destacar:

- Error cuadrático medio (*Mean-Square Error*, MSE). Este parámetro estima la energía del error residual mediante

$$\text{MSE}(k) = \text{E}\{e^2(k)\} = \text{E}\{[d(k) - y(k)]^2\}. \quad (2.37)$$

Sin embargo, es común utilizar una modificación de este parámetro, denominada exceso de error cuadrático medio (*Excess MSE*, EMSE) que elimina la dependencia que el MSE tiene del ruido presente en el escenario de cancelación de eco  $n(k)$ . Se define en la forma

$$\text{EMSE}(k) = \text{E}\{[e(k) - n(k)]^2\} = \text{E}\{[y_h(k) - y(k)]^2\} = \text{E}\{e_a^2(k)\}. \quad (2.38)$$

- Desajuste del filtro. Aunque este parámetro es más usual en aplicaciones de identificación de planta, algunos autores lo han utilizado para valorar la bondad del cancelador, ya que se basa en la distancia entre los coeficientes del filtro

adaptativo  $\mathbf{w}(k)$  y los de la planta desconocida  $\mathbf{h}(k)$  [Breining et al., 1999], según

$$\xi(k) = 10 \log_{10} \frac{\mathbb{E}\{\|\mathbf{h}(k) - \mathbf{w}(k)\|^2\}}{\mathbb{E}\{\|\mathbf{h}(k)\|^2\}}. \quad (2.39)$$

Esta medida presupone que la longitud de  $\mathbf{w}(k)$  y de  $\mathbf{h}(k)$  es idéntica. Sin embargo, en caso de que exista submodelado, el filtro adaptativo se completa con ceros para que ambas longitudes coincidan.

- Refuerzo de la pérdida de retorno de eco (*Echo Return Loss Enhancement*, ERLE). Este parámetro valora la relación entre la potencia de la señal a cancelar  $d(k)$  y la potencia de la señal residual  $e(k)$ . Normalmente este parámetro se prefiere al desajuste del filtro, ya que, estrictamente hablando, el objetivo de la cancelación de eco es que se reduzca la potencia de la señal de eco, aunque la planta no se identifique correctamente. Aunque ambas condiciones son similares si la entrada es ruido blanco, es posible obtener una buena cancelación de eco a pesar de que la planta no esté correctamente identificada si, por ejemplo, la señal de entrada no cubre el rango de frecuencias de interés completo [Küch, 2005]. La definición de este parámetro es

$$\text{ERLE}(k) = \frac{\mathbb{E}\{d^2(k)\}}{\mathbb{E}\{e^2(k)\}}. \quad (2.40)$$

Esta medida constituye un criterio de evaluación significativo, ya que está bastante relacionada con la mejora en la impresión acústica del usuario lejano. De nuevo, para independizar esta medida del ruido de fondo, de la presencia de doble conversación, etc., se puede calcular como

$$\text{ERLE}(k) = \frac{\mathbb{E}\{[d(k) - n(k)]^2\}}{\mathbb{E}\{[e(k) - n(k)]^2\}} = \frac{\mathbb{E}\{y_h^2(k)\}}{\mathbb{E}\{[y_h(k) - y(k)]^2\}} = \frac{\mathbb{E}\{y_h^2(k)\}}{\mathbb{E}\{e_a^2(k)\}}. \quad (2.41)$$

En la práctica, las esperanzas incluidas en las cifras de mérito se calculan como promedios sobre realizaciones de los algoritmos con secuencias generadas independientemente.

## 2.4. Un ejemplo práctico

Una vez explicada la aplicación de cancelación de eco acústico, en esta subsección se procede a caracterizar el escenario de partida que se contemplará a lo largo de la Tesis Doctoral. Además, se va a presentar un ejemplo de cancelación de eco acústico considerando el esquema de combinación tal y como fue presentado en [Arenas-García et al., 2006b], pero utilizando filtros NLMS como componentes.

El escenario que se contempla a partir de este momento es el típico de una aplicación de cancelación de eco monocanal, es decir, compuesto por un altavoz y un micrófono situados en el interior de un recinto, según la figura 2.3, donde se considerarán tanto el caso lineal como no lineal (Capítulo 5). El tipo de filtro adaptativo utilizado para modelar la respuesta al impulso, salvo que se indique lo contrario, será el NLMS, y su longitud, la misma que la de  $\mathbf{h}(k)$ .

Se considera que el sistema de cancelación de eco cuenta con un DTD cuyo funcionamiento es ideal, por lo que el filtro adaptativo nunca divergirá ni se adaptará cuando se dé  $s(k) \neq 0$ . Por todo ello, para centrar el estudio en el funcionamiento de los algoritmos de cancelación propiamente dichos, todos los experimentos que se muestran no consideran la presencia de  $s(k)$ . Así, el ruido de fondo considerado  $n(k)$  se corresponde exclusivamente con el ruido de fondo de la sala en la posición donde se encuentra el micrófono  $n_d(k)$  y será modelado como un ruido blanco gaussiano de potencia desconocida para el filtro adaptativo.

La cifra de mérito que se usará para valorar el funcionamiento de los esquemas propuestos será el EMSE según la expresión (2.38), cuando se considere una entrada al sistema tipo ruido; o el ERLE, según (2.41), si la señal de entrada es voz humana.

Para acabar este capítulo e ilustrar el funcionamiento de los esquemas combinados, se incluyen los resultados de la aplicación de un esquema de combinación de dos filtros NLMS como cancelador de eco. Los pasos de adaptación de ambos componentes  $\mathbf{w}_1(k)$  y  $\mathbf{w}_2(k)$  serán  $\mu_1 = 1$  y  $\mu_2 = \mu_1/10 = 0.1$ , respectivamente. La respuesta al impulso del eco  $\mathbf{h}^a(k)$  se ha limitado a una longitud  $M = 512$ ,



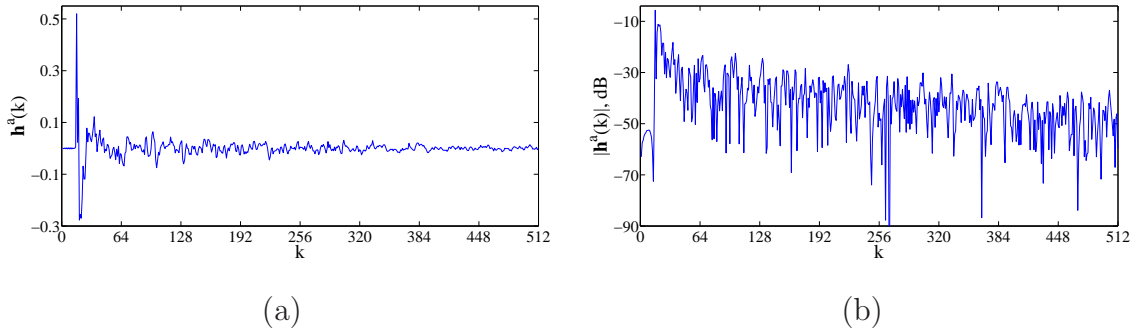


Figura 2.6: Respuesta al impulso del eco usada en los experimentos. (a) Representación en unidades naturales. (b) Representación en decibelios.

y ha sido representada en la figura 2.6. Para estudiar la reconvergencia de los algoritmos (filtros componentes y esquema de combinación) se ha introducido un cambio en la RIR en el momento central del experimento. Dicho cambio consiste en un desplazamiento de una muestra y una inversión en la RIR, es decir,  $\mathbf{h}^b(k) = [0, -h_1^a(k), -h_2^a(k), \dots, -h_{M-1}^a(k)]$ , lo que obliga a una reconvergencia total de los algoritmos. Se han utilizado diferentes señales de entrada: ruido blanco gaussiano de potencia unidad (lo que permite un promediado sobre señales de entrada diferentes, posibilitando ilustrar de un modo más conveniente el comportamiento de la combinación), y un fragmento de señal de voz. La potencia del ruido aditivo de salida se ha ajustado para conseguir una  $\text{SNR} = 30$  dB. Los resultados mostrados se corresponden con el promedio de 1000 realizaciones independientes de los algoritmos.

La figura 2.7 muestra los resultados del experimento de cancelación de eco acústico utilizando ruido blanco como señal de entrada y habiendo seleccionado el paso de adaptación que gobierna la combinación  $\mu_a = 100$ .

Como puede observarse en el panel (a) de la figura, la combinación funciona de forma similar al mejor de ambos componentes, presentando la convergencia rápida del componente con paso de adaptación mayor, que le permite responder rápido ante cambios en la RIR, y el menor error residual del filtro lento, mejorando la cancelación en estado estacionario. Prestando atención al panel (b) de la figura, se observa cómo

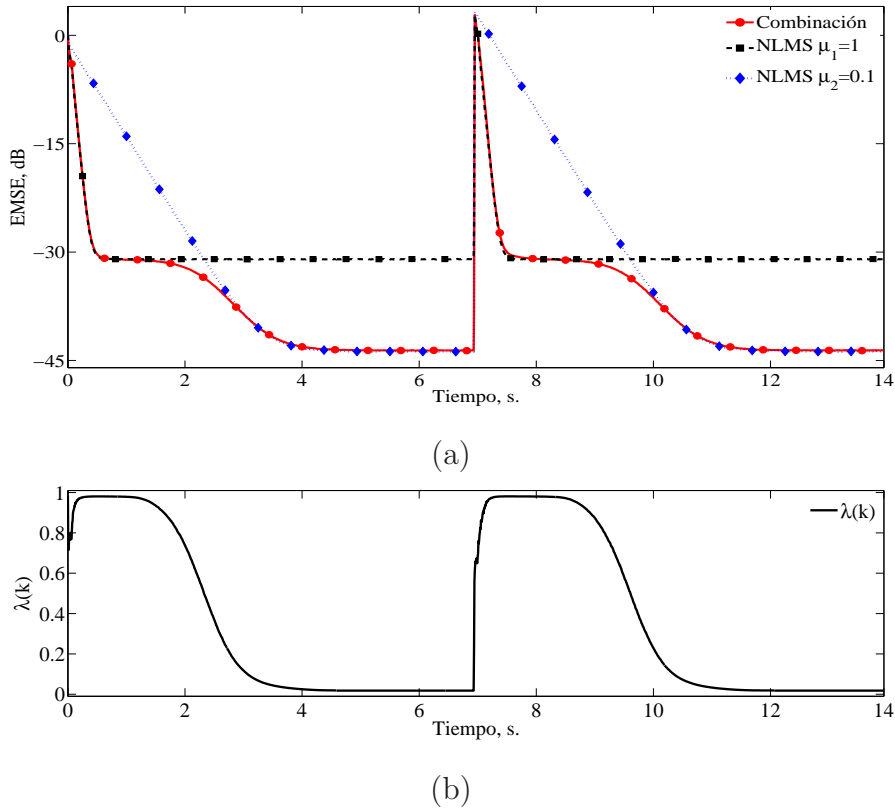


Figura 2.7: Cancelación de eco acústico utilizando ruido blanco de potencia unidad como señal de entrada. (a) Evolución temporal de  $EMSE(k)$  de los componentes y de su combinación convexa. (b) Evolución temporal del parámetro de mezcla  $\lambda(k)$ .

el parámetro de mezcla  $\lambda(k)$  se adapta correctamente, permitiendo a la combinación adecuarse a los cambios en la respuesta de eco.

La figura 2.8 muestra los resultados obtenidos al utilizar la misma configuración empleando como señal de entrada un fragmento de voz, donde se puede observar un comportamiento de la combinación análogo al ejemplo anterior, aunque en este caso el resultado es más irregular debido al carácter no estacionario de la señal de voz. Además, se ha tenido que incrementar el paso de adaptación a  $\mu_a = 10000$  para adecuarse a dicho carácter no estacionario de la señal de entrada. Tras el cambio producido en  $t = 9$  s., la combinación adquiere la velocidad de convergencia del filtro rápido. Sin embargo, pasado este periodo, se comporta de una forma más similar al

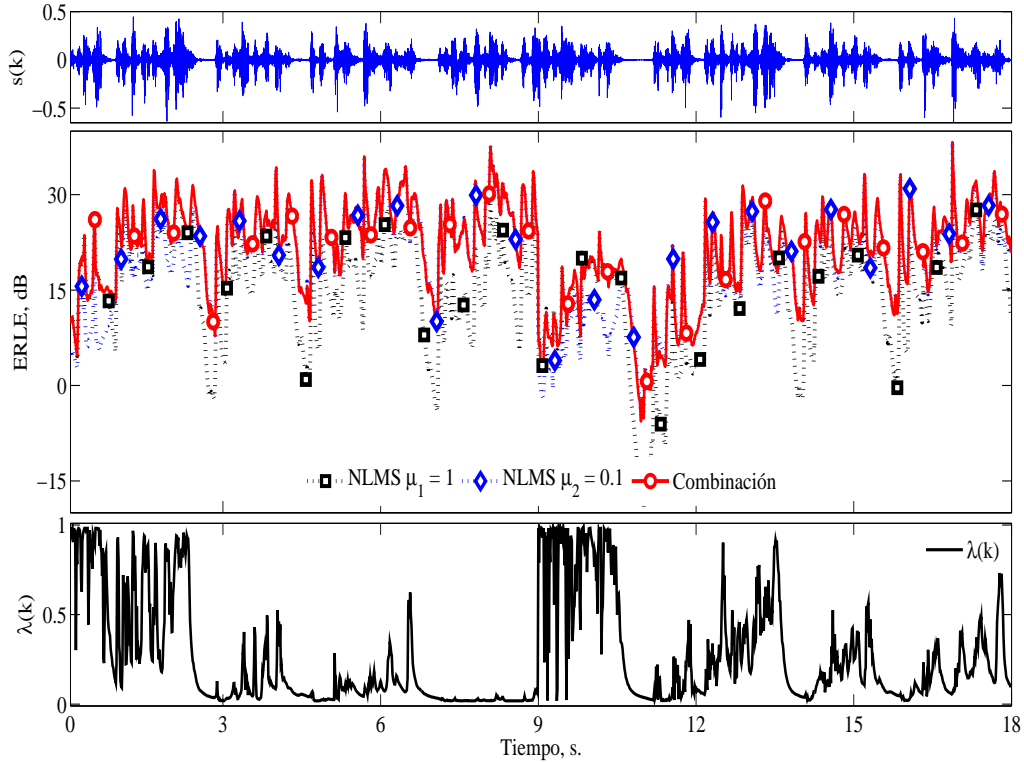


Figura 2.8: Cancelación de eco acústico utilizando señal de voz como señal de entrada. De arriba a abajo, evolución temporal de: la señal de voz  $s(k)$ ; el  $ERLE(k)$  de los componentes y de su combinación convexa; y del parámetro de mezcla  $\lambda(k)$ .

filtro lento, aumentado así el  $ERLE(k)$  obtenido.

## 2.5. Conclusiones

En este capítulo se ha revisado el estado del arte de los esquemas de filtrado adaptativo, incluyendo los esquemas de combinación adaptativa, y de la aplicación de cancelación de eco acústico, la cual servirá de hilo conductor a lo largo del trabajo. En el presente capítulo también se han sentado las bases del escenario de cancelación que se considerará a lo largo de la Tesis Doctoral.

Para finalizar el Capítulo 2 se incluye una cita a un importante artículo [van de

Kerkhof and Kitzen, 1992, p. 1292] en el que se estudian la influencia de los cambios en la RIR y la posibilidad de seguimiento de dichos cambios. En este artículo se sugiere la utilización de varios filtros en paralelo (algo que forma parte de la combinación de filtros) para obtener una cancelación efectiva:

*“[...] Slow variations due to changes in temperature can be tracked. Furthermore, one could think of an arrangement of a long fixed or slow adapting filter to compensate for the fixed or slowly varying part of the impulse response, and a fast (shorter) adaptive filter parallel to it to compensate for the changes due to a moving person [...]”*

La combinación de filtros ofrece, además de la posibilidad de varios filtros adaptativos trabajando en paralelo, la capacidad de combinarlos de forma apropiada.

## Capítulo 3

# Combinaciones insensibles a variaciones en la SNR

La relación señal a ruido que se presenta en las aplicaciones de procesamiento de señales acústicas es, por lo general, desconocida *a priori*, y además, puede cambiar a lo largo del tiempo. Por esta razón, cuando se implementa una combinación de filtros adaptativos para aplicaciones en que tanto la potencia de señal como la de ruido pueden sufrir variaciones, el esquema de combinación utilizado debe funcionar correctamente aunque el margen dinámico de las señales se vea modificado. Sin embargo, el algoritmo de combinación adaptativa de filtros adaptativos original presentado en [Arenas-García et al., 2006a] ve reducida su utilidad en entornos donde la SNR cambia.

En este capítulo se proponen dos esquemas para la combinación de filtros adaptativos cuya principal ventaja es la inmunidad a variaciones en la SNR, además de disfrutar de otras características atractivas.

### 3.1. Problemática de la regla de combinación basada en LMS

Tal y como se explicó en el Capítulo 2, el esquema original de combinación adaptativa convexa de dos filtros adaptativos [Arenas-García et al., 2006a] consiste en una mezcla convexa de las salidas de dos filtros adaptativos,  $y_1(k)$  e  $y_2(k)$ , por medio de un parámetro de mezcla  $\lambda(k)$  que se adapta con objeto de minimizar la potencia del error combinado,  $e_c^2(k) = [d(k) - y_c(k)]^2 = [\lambda(k)e_1(k) + [1 - \lambda(k)]e_2(k)]^2$ , siguiendo un algoritmo de descenso por gradiente. Sin embargo, en lugar de adaptar  $\lambda(k)$ , se actualiza otro parámetro  $a(k)$  relacionado con el primero por medio de la función sigmoide  $\lambda(k) = \text{sgm}[a(k)] = [1 + e^{-a(k)}]^{-1}$ . La actualización del parámetro de mezcla  $a(k)$  se lleva a cabo según la ecuación (2.32), que se reproduce a continuación por comodidad:

$$a(k+1) = a(k) + \mu_a e_c(k) [e_2(k) - e_1(k)] \lambda(k) [1 - \lambda(k)]. \quad (3.1)$$

El paso de adaptación  $\mu_a$  condiciona claramente la actualización de  $a(k)$ , por lo que una elección incorrecta del mismo puede dar lugar a un funcionamiento inadecuado del filtro combinado. En concreto,  $\mu_a$  impone en la adaptación del parámetro de mezcla el conocido compromiso entre velocidad de convergencia y adición de ruido de gradiente en estacionario. Un valor adecuado debe garantizar que los cambios se produzcan rápidamente cuando sea necesario, y que la varianza en la estimación de  $\lambda(k)$  debido al ruido de gradiente introducido por (3.1) no deteriore las prestaciones de la combinación en régimen permanente. Sin embargo, puede resultar complicado seleccionar un valor de  $\mu_a$  que asegure dicho comportamiento en entornos donde la SNR es variable o desconocida *a priori*. Este hecho, aunque problemático, resulta esperable, ya que la actualización de  $a(k)$  sigue un esquema tipo LMS, tal y como se puede observar en (3.1).

Se sabe, como se mencionó en el capítulo anterior, que la elección del paso de adaptación  $\mu$  en un filtro LMS resulta mucho más compleja que en su versión norma-

lizada NLMS, que presenta un comportamiento insensible a la potencia de la señal de entrada (así como a su variación). El filtro RLS también presenta un comportamiento adecuado ante señales de entrada de potencia variable.

Al prestar atención a la ecuación (3.1), se comprueba cómo la diferencia  $e_2(k) - e_1(k)$  desempeña un papel similar al de señal de entrada de una regla LMS, por lo que un valor desconocido o variable de la potencia de dicha señal da lugar a un ajuste complicado de  $\mu_a$ . Este hecho ocurre frecuentemente en la práctica ya que la potencia de la señal  $e_2(k) - e_1(k)$  depende de factores como los tipos de filtros componentes y sus parámetros, o las características del escenario de filtrado. Además, y con independencia de la SNR, este valor es diferente durante la convergencia y en estacionario.

En particular, en aplicaciones de procesamiento de señales acústicas es común que existan variaciones en la potencia de la señal de entrada  $\mathbf{x}(k)$  y del ruido de fondo presente en el escenario  $n(k)$ , lo que da lugar a que el tipo de filtro adaptativo seleccionado no sea normalmente un filtro LMS. Sin embargo, incluso cuando el filtro componente utilizado es un filtro NLMS, cuyo comportamiento con respecto a variaciones en la potencia de la señal de entrada es adecuado, el EMSE en el que incurre el filtro depende de la potencia del ruido de fondo  $n(k)$ . Por lo tanto, incluso utilizando esquemas tipo NLMS como componentes de la combinación, las posibles variaciones en la SNR pueden dar lugar a variaciones en la potencia de la señal  $e_2(k) - e_1(k)$ , lo que hace deseable el desarrollo de esquemas de adaptación robustos que faciliten el ajuste del paso de adaptación de la combinación en los entornos considerados en esta Tesis Doctoral.

Las figuras 3.1 y 3.2 ponen de manifiesto lo anteriormente expuesto. En ambas se muestran resultados de dos experimentos utilizando un escenario de cancelación de eco acústico similar al de la Sección 2.4, usando ruido blanco de potencia unidad como señal de entrada, y variando la potencia de  $n(k)$  para obtener distintas SNRs. En ambos experimentos se ha seleccionado el valor del paso de adaptación  $\mu_a$  que permite un comportamiento más adecuado de la combinación de filtros considerando

### 3.1. PROBLEMÁTICA DE LA REGLA DE COMBINACIÓN BASADA EN LMS

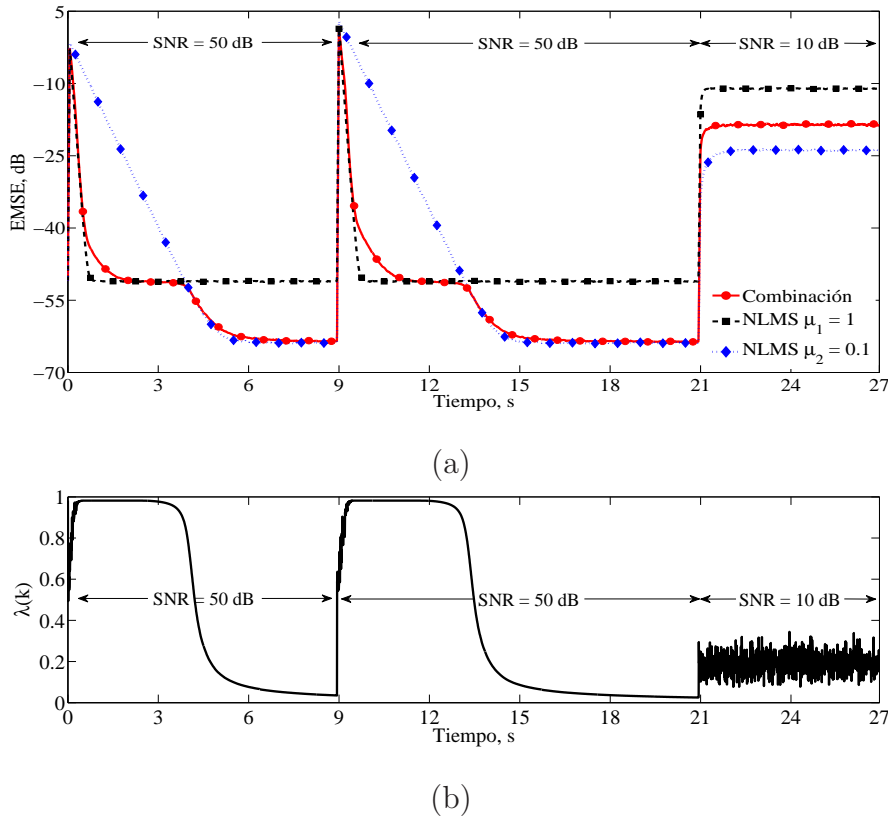


Figura 3.1: Cancelación de eco acústico utilizando ruido blanco como señal de entrada en un escenario con SNR inicial de 50 dB que cambia abruptamente a 10 dB en  $t = 21$  s. (a) Evolución temporal de  $EMSE(k)$  de los componentes y de su combinación convexa con  $\mu_a = 1000$ . (b) Evolución temporal de  $\lambda(k)$ .

las condiciones iniciales:

- En la figura 3.1 se ha considerado una SNR inicial de 50 dB, y el valor de  $\mu_a$  que asegura un funcionamiento correcto ha sido 1000.
- En la figura 3.2 se ha considerado una SNR inicial de 10 dB, y el valor de  $\mu_a$  seleccionado ha sido 10.

En ambos experimentos se ha introducido un cambio en la RIR  $\mathbf{h}^a(k)$  con el objetivo de mostrar que la combinación se comporta de forma correcta si el valor de  $\mu_a$  es adecuado, para ambas SNR. Sin embargo, al final de ambos experimentos se ha



### CAPÍTULO 3. COMBINACIONES INSENSIBLES A VARIACIONES EN LA SNR

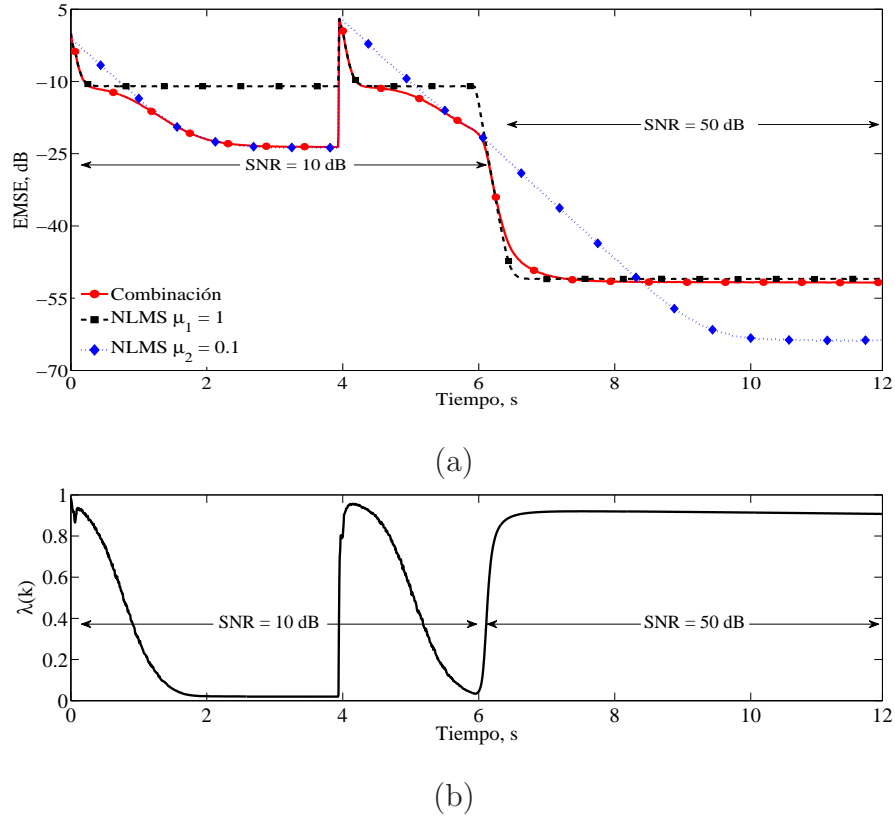


Figura 3.2: Cancelación de eco acústico utilizando ruido blanco como señal de entrada en un escenario con SNR inicial de 10 dB que cambia abruptamente a 50 dB en  $t = 6$  s. (a) Evolución temporal de  $EMSE(k)$  de los componentes y de su combinación convexa con  $\mu_a = 10$ . (b) Evolución temporal de  $\lambda(k)$ .

modificado de forma abrupta la SNR, dando lugar a un comportamiento inadecuado por parte del esquema combinado:

- En la figura 3.1, tras pasar de una SNR = 50 dB a una SNR = 10 dB en  $t = 21$  s., la selección de  $\mu_a = 1000$  genera un ruido de gradiente muy elevado que degrada el funcionamiento de la combinación. Este hecho también se puede constatar en el panel (b) de dicha figura, donde se observa cómo tras  $t = 21$  s. el valor promedio de  $\lambda(k)$  se sitúa en torno a 0.2 debido a la alta varianza de la estimación y al establecimiento de un límite inferior igual a  $\text{sgm}[-4] \approx 0$ .

- En la figura 3.2, tras pasar de una SNR = 10 dB a una SNR = 50 dB la combinación no es capaz de comportarse como el mejor de los componentes, ya que el valor de  $\mu_a = 10$  es demasiado bajo para permitir la pronta convergencia de  $\lambda(k)$ .

Además de la ya reseñada problemática con la selección del paso de adaptación  $\mu_a$  ante SNRs desconocidas o variables, en la figura 3.1 también se observa un comportamiento inadecuado de la combinación durante un cierto periodo, haciendo que, una vez el filtro rápido ha convergido (véase por ej. en torno a  $t = 10$  s.), la combinación obtenga un  $\text{EMSE}_c(k)$  mayor que el de este componente. Este comportamiento es consecuencia de la limitación en los valores de  $a(k)$ , y en la Subsección 3.2.3 se propone una sencilla modificación de la regla de adaptación para eliminar este efecto.

## 3.2. Adaptación normalizada del parámetro de mezcla

Como ya se ha sugerido, una primera posibilidad para conseguir un comportamiento resistente a variaciones en la SNR para la adaptación de  $a(k)$  consiste en reemplazar (3.1) por una regla tipo NLMS. En esta sección se describe la regla que resulta de dicha modificación, presentada en [Azpigueta-Ruiz et al., 2008b], y se evalúan sus prestaciones tanto desde un punto de vista teórico como práctico.

### 3.2.1. Derivación de la regla de actualización tipo NLMS

Para derivar la nueva regla de actualización se procede a interpretar la combinación de filtros adaptativos como un filtro adaptativo de dos capas. La primera etapa constaría de los filtros adaptativos  $\mathbf{w}_1(k)$  y  $\mathbf{w}_2(k)$ , mientras que la segunda capa consistiría en un filtro adaptativo con un único coeficiente  $\lambda(k)$  que implementa la combinación propiamente dicha. Esta idea se ve reforzada si se reescribe la salida del filtro combinado  $y_c(k)$  como:

$$y_c(k) = \lambda(k)[y_1(k) - y_2(k)] + y_2(k). \quad (3.2)$$

Por lo tanto, la entrada de esta segunda capa se correspondería con la diferencia  $y_1(k) - y_2(k) = e_2(k) - e_1(k)$ , siendo  $y_c(k)$  su salida, y el error combinado  $e_c(k)$  el error a minimizar con la adaptación de  $a(k)$ .

Considerando esta orientación, la ecuación (3.1) de adaptación del parámetro de mezcla  $a(k)$  podría interpretarse como un algoritmo de adaptación tipo LMS del filtro adaptativo de la segunda capa, con paso de adaptación variable igual a  $\mu_a \lambda(k)[1 - \lambda(k)]$ , donde  $e_2(k) - e_1(k)$  juega el papel de señal de entrada. Por lo tanto, se puede obtener una regla de actualización tipo NLMS normalizando el paso de adaptación por la potencia instantánea de la señal de entrada de la segunda capa,  $[e_2(k) - e_1(k)]^2$ . Sin embargo, esta normalización da lugar a una adaptación inapropiada del parámetro de mezcla, ya que dicho valor instantáneo ofrece una estimación muy pobre de la potencia de la señal de entrada de la segunda capa. Para solventar este problema la regla de adaptación utilizada es similar al algoritmo NLMS con normalización de potencia [Sayed, 2003, Sec. 5.6]. Tal y como se indicó en la Sección 2.1.3, ecuación (2.20), esta regla introduce memoria en la estimación de la potencia de la señal de entrada, permitiendo una estimación más robusta de la potencia de  $e_2(k) - e_1(k)$ .

Teniendo en cuenta lo anterior, la ecuación de actualización tipo NLMS propuesta para el parámetro de mezcla  $a(k)$  es:

$$a(k+1) = a(k) + \frac{\mu_{an}}{p(k)} [e_2(k) - e_1(k)] e_c(k) \lambda(k) [1 - \lambda(k)], \quad (3.3)$$

siendo  $\mu_{an}$  el paso de adaptación y  $p(k)$  una estimación filtrada paso bajo de la potencia de la señal  $e_2(k) - e_1(k)$ :

$$p(k) = \beta p(k-1) + (1 - \beta) [e_2(k) - e_1(k)]^2, \quad (3.4)$$

donde  $\beta$  es un factor de olvido cercano a uno. Los experimentos realizados han constatado que un valor  $\beta = 0.9$  asegura una estimación suficiente de la potencia de la señal de entrada, siendo la actualización de esta estimación generalmente más rápida que la de ambos filtros componentes.

### 3.2.2. Análisis de la regla de actualización tipo NLMS

El objetivo de esta subsección es justificar teóricamente las ventajas que ofrece la nueva regla de actualización de  $a(k)$  con respecto a variaciones en la SNR, estudiando los factores que influyen en la evolución del valor medio de  $a(k)$  en cada iteración.

Para abordar este análisis se cuenta con un modelo de datos en que el vector de entrada  $\mathbf{x}(k)$  y la señal deseada  $d(k)$  están relacionados mediante un modelo de regresión lineal  $d(k) = \mathbf{h}^T(k)\mathbf{x}(k) + n(k)$ , donde  $\mathbf{h}(k)$  representa la RIR desconocida y  $n(k)$  es un ruido de fondo que se supone gaussiano independiente e idénticamente distribuido (i.i.d.), con  $E\{n(k)\} = 0$ , varianza  $\sigma_n^2$  e independiente de  $\mathbf{x}(l)$  para cualesquiera  $l$  y  $k$ . Además, las estadísticas de  $x(k)$  y  $n(k)$  se asumen estacionarias.

Las definiciones siguientes ayudarán a agilizar el análisis: el exceso de error cuadrático medio EMSE( $k$ ) se denota como  $J_{\text{ex}}(k)$ , calculado como la esperanza matemática del error *a priori*, y de esta forma se tiene:

- Para cada filtro componente:  $J_{\text{ex},i}(k) = E\{e_{a,i}^2(k)\}$ , donde  $i = 1, 2$  hace referencia a cada uno de los elementos de la combinación y  $e_{a,i}(k) = e_i(k) - n(k)$ .
- Para la combinación:  $J_{\text{ex},c}(k) = E\{e_{a,c}^2(k)\}$ , donde  $e_{a,c}(k) = e_c(k) - n(k)$ .
- El exceso de error cuadrático medio cruzado entre componentes (cross-EMSE), se define como  $J_{\text{ex},12}(k) = E\{e_{a,1}(k)e_{a,2}(k)\}$ , y es una medida de la correlación entre los errores *a priori* de ambos componentes.

Para facilitar el análisis, se introduce la siguiente asunción:  $p(k)$  se considera una estimación perfecta de la potencia de la señal de entrada a la segunda capa  $e_2(k) - e_1(k)$ . De esta forma,  $p(k)$  puede expresarse como:

$$\begin{aligned} p(k) &\approx E\{[e_2(k) - e_1(k)]^2\} = E\{[e_{a,2}(k) - e_{a,1}(k)]^2\} = \\ &J_{\text{ex},1}(k) + J_{\text{ex},2}(k) - 2J_{\text{ex},12}(k) = \Delta J_1(k) + \Delta J_2(k), \end{aligned} \quad (3.5)$$

donde  $\Delta J_i(k) = J_{\text{ex},i}(k) - J_{\text{ex},12}(k)$ , para  $i = 1, 2$ .

### CAPÍTULO 3. COMBINACIONES INSENSIBLES A VARIACIONES EN LA SNR

---

Tomando ahora esperanzas matemáticas a ambos lados de (3.3), y tras unas simples operaciones, se puede obtener

$$\begin{aligned} \mathbb{E}\{a(k+1)\} &\approx \mathbb{E}\{a(k)\} + \frac{\mu_{an}}{p(k)} \mathbb{E}\{n(k)[e_{a,2}(k) - e_{a,1}(k)]\lambda(k)[1 - \lambda(k)]\} \\ &\quad + \frac{\mu_{an}}{p(k)} \mathbb{E}\{[e_{a,2}^2(k) - e_{a,1}(k)e_{a,2}(k)]\lambda(k)[1 - \lambda(k)]^2\} \\ &\quad + \frac{\mu_{an}}{p(k)} \mathbb{E}\{[e_{a,1}(k)e_{a,2}(k) - e_{a,1}^2(k)]\lambda^2(k)[1 - \lambda(k)]\}. \end{aligned} \quad (3.6)$$

El término de la suma que depende linealmente del ruido puede eliminarse, ya que  $n(k)$  es independiente del resto de variables y tiene media nula, i.e.,  $\mathbb{E}\{n(k)\} = 0$ .

Para proseguir el análisis se debe suponer que la velocidad de adaptación de  $a(k)$  es suficientemente baja como para que el parámetro de mezcla  $\lambda(k)$  se pueda considerar independiente de los errores *a priori* de los filtros componentes. Evidentemente, esta hipótesis es más razonable en régimen permanente, incluyendo tanto situaciones estacionarias como de seguimiento, y se encuentra más justificada conforme el paso de adaptación  $\mu_{an}$  sea menor. De esta forma, la ecuación (3.6) puede reescribirse como

$$\mathbb{E}\{a(k+1)\} \approx \mathbb{E}\{a(k)\} + \mu_{an} \mathbb{E}\{\lambda(k)[1 - \lambda(k)]^2\} \frac{\Delta J_2(k)}{p(k)} - \mu_{an} \mathbb{E}\{\lambda^2(k)[1 - \lambda(k)]\} \frac{\Delta J_1(k)}{p(k)} \quad (3.7)$$

lo cual sugiere que la evolución de los parámetros de mezcla  $a(k)$  y  $\lambda(k)$  puede expresarse en función de  $J_{\text{ex},1}(k)$ ,  $J_{\text{ex},2}(k)$  y  $J_{\text{ex},12}(k)$ , magnitudes que dependen exclusivamente del comportamiento de los filtros componentes.

La ecuación (3.7) muestra claramente las ventajas del uso de la regla de actualización normalizada, ya que para la mayoría de filtros adaptativos  $\Delta J_i(k)$  con  $i = 1, 2$  depende linealmente de la varianza de  $n(k)$ ,  $\sigma_n^2$  y posiblemente de  $\text{Tr}(\mathbf{R})$  (ver [Sayed, 2003, p. 327, 387]). Puesto que  $\Delta J_i(k)$  con  $i = 1, 2$  está dividido por  $p(k)$ , que muestra las mismas dependencias, la evolución de  $\mathbb{E}\{a(k)\}$  será prácticamente insensible a variaciones en las potencias de señal y ruido. De esta forma, se espera que la selección del paso de adaptación sea más sencilla y robusta que en el caso de la regla tipo LMS. Así, una vez seleccionado el valor de  $\mu_{an}$ , la combinación de filtros

### 3.2. ADAPTACIÓN NORMALIZADA DEL PARÁMETRO DE MEZCLA

---

conservará un funcionamiento adecuado aun cuando las condiciones iniciales de SNR se vean modificadas.

Si se desea analizar la evolución de los parámetros de mezcla  $a(k)$  y  $\lambda(k)$  y del error del filtro combinado, es posible asumir que la varianza de  $\lambda(k)$  es pequeña y que, por lo tanto, puede suponerse que tiene un comportamiento cercano a determinista [Arenas-García et al., 2006a]. De esta forma, la ecuación (3.7) se puede reescribir como

$$\bar{a}(k+1) \approx \bar{a}(k) + \mu_{an} \left\{ \bar{\lambda}(k)[1 - \bar{\lambda}(k)]^2 \frac{\Delta J_2(k)}{p(k)} - \bar{\lambda}^2(k)[1 - \bar{\lambda}(k)] \frac{\Delta J_1(k)}{p(k)} \right\}, \quad (3.8)$$

donde  $\bar{\lambda}(k)$  y  $\bar{a}(k)$  denotan los valores esperados de ambos parámetros de mezcla.

Siguiendo el mismo proceder, también es posible calcular una aproximación para el valor de  $J_{ex,c}(k)$  basada en el funcionamiento de los filtros componentes y en la estimación incluida en la ecuación (3.8), según

$$J_{ex,c}(k) \approx \bar{\lambda}^2(k) J_{ex,1}(k) + [1 - \bar{\lambda}(k)]^2 J_{ex,2}(k) + 2\bar{\lambda}(k)[1 - \bar{\lambda}(k)] J_{ex,12}(k). \quad (3.9)$$

Se debe resaltar que el análisis anterior es totalmente válido tanto para señales de entrada blancas como coloreadas, ya que no se ha impuesto ninguna condición sobre el espectro de la señal de entrada, y para escenarios estacionarios y de seguimiento.

Para corroborar este análisis, se han llevado a cabo una serie de simulaciones, comparando los valores reales de  $E\{a(k)\}$  y  $J_{ex,c}(k)$  estimados como promedios sobre 1000 repeticiones y los valores teóricos proporcionados por las ecuaciones (3.8) y (3.9) para el caso concreto de una combinación de dos filtros NLMS con  $\mu_1 = 1$  y  $\mu_2 = 0.1$ . Para ello, se han utilizado valores experimentales mediante simulación de las magnitudes  $J_{ex,1}(k)$ ,  $J_{ex,2}(k)$  y  $J_{ex,12}(k)$ , puesto que el objetivo final es la comprobación de la bondad del análisis realizado; si bien es cierto que podrían haberse utilizado ciertos modelos [Sayed, 2003], a riesgo de propagar el error inherente a los mismos.

Las figuras 3.3, 3.4 y 3.5 validan el modelo teórico para SNR = 50, 30 y 10, respectivamente, considerando diferentes valores del paso de adaptación  $\mu_{an}$ . Como

se puede observar, existe bastante similitud entre los valores teóricos y los reales, tanto para la estimación de  $\bar{a}(k)$  como para la de  $J_{\text{ex},c}(k)$ .

### 3.2.3. Modificación de la función de activación para $\lambda(k)$

A continuación se incluye una modificación de índole práctica que puede aplicarse tanto a la regla de actualización tipo NLMS como a la regla tipo LMS. La limitación de  $a(k)$  al margen  $[-a_l, a_l]$  da lugar a que los valores límite de  $\lambda(k)$  sean, respectivamente,  $\text{sgm}[a_l] = 1 - \text{sgm}[-a_l] < 1$  y  $\text{sgm}[-a_l] > 0$ , en lugar de los deseables 1 y 0. Este hecho hace que, a la hora de calcular  $e_c(k) = \lambda(k)e_1(k) + [1 - \lambda(k)]e_2(k)$ , se incluya siempre como parte de  $e_c(k)$  al menos una pequeña fracción de la señal de ambos componentes. Si bien es cierto que en la mayoría de las ocasiones esta limitación da lugar a errores inapreciables, cuando los EMSEs de los filtros son muy diferentes las consecuencias pueden ser desfavorables. Tal es el caso de la figura 3.1, donde se observa cómo el filtro combinado no es capaz de converger exactamente como el elemento más rápido, debido a que el segundo filtro componente presenta un error muy elevado que, aun multiplicado por una cantidad muy pequeña ( $1 - \text{sgm}[4]$ ), influye en el error de la combinación de forma notoria.

Para evitar este inconveniente, se propone utilizar una modificación lineal de la función de activación, haciendo que el margen  $-a_l \leq a(k) \leq a_l$  se corresponda exactamente con el margen  $0 \leq \lambda(k) \leq 1$ :

$$\lambda(k) = \frac{\text{sgm}[a(k)] - \text{sgm}[-a_l]}{\text{sgm}[a_l] - \text{sgm}[-a_l]}. \quad (3.10)$$

Dicha modificación, presentada en [Lázaro-Gredilla et al., 2010], da lugar a la relación entre los parámetros de mezcla  $\lambda(k)$  y  $a(k)$  representada en la figura 3.6.

Es inmediato ver que la regla de actualización para el esquema normalizado queda:

$$a(k+1) = a(k) + \frac{\tilde{\mu}_{an}}{p(k)} e_c(k) [e_2(k) - e_1(k)] \text{sgm}[a(k)](1 - \text{sgm}[a(k)]), \quad (3.11)$$

donde el nuevo paso de adaptación es  $\tilde{\mu}_{an} = \frac{\mu_{an}}{\text{sgm}[a_l] - \text{sgm}[-a_l]}$ . Por lo tanto, el análisis de la Subsección 3.2.2 sigue siendo válido.

### 3.2. ADAPTACIÓN NORMALIZADA DEL PARÁMETRO DE MEZCLA

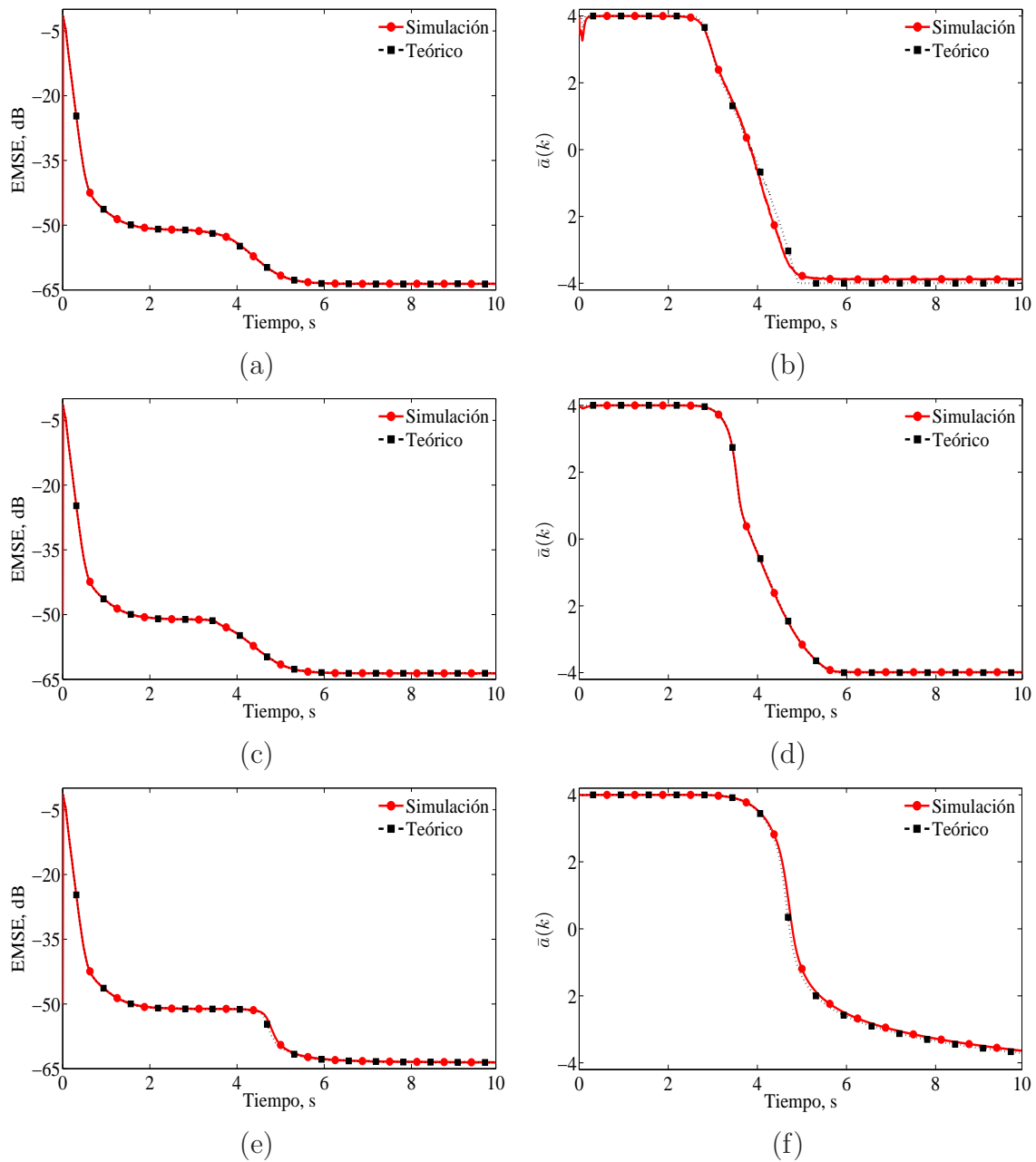


Figura 3.3: Comparación de los resultados obtenidos mediante promedios y los obtenidos según el análisis presentado para SNR = 50 dB. (a), (c) y (e)  $J_{ex,c}(k)$  utilizando  $\mu_{an} = 1, 0.1$  y  $0.01$ , respectivamente. (b), (d) y (f)  $\bar{a}(k)$  utilizando  $\mu_{an} = 1, 0.1$  y  $0.01$ , respectivamente.



### CAPÍTULO 3. COMBINACIONES INSENSIBLES A VARIACIONES EN LA SNR

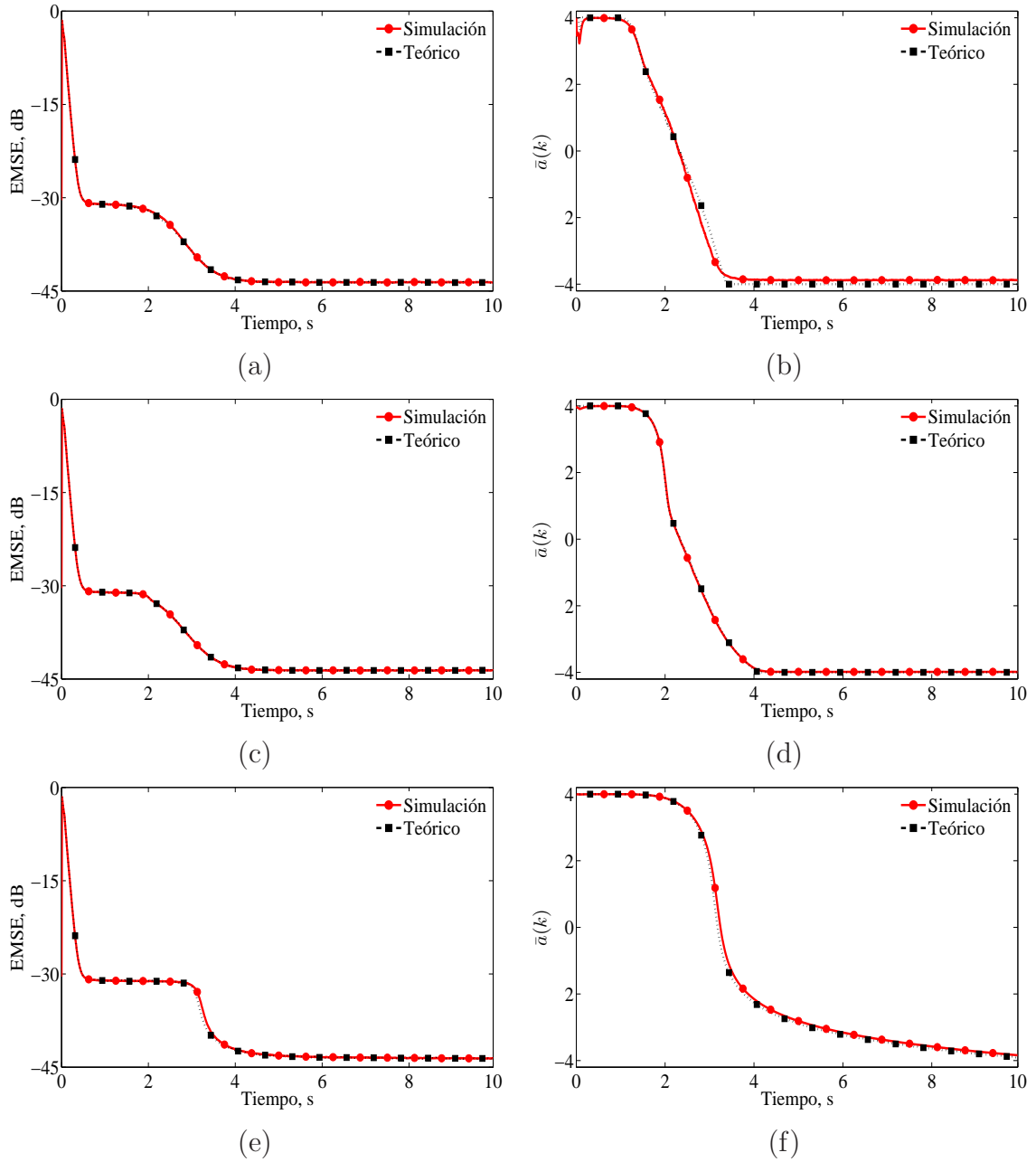


Figura 3.4: Comparación de los resultados obtenidos mediante promedios y los obtenidos según el análisis presentado para  $SNR = 30$  dB. (a), (c) y (e)  $J_{ex,c}(k)$  utilizando  $\mu_{an} = 1, 0.1$  y  $0.01$ , respectivamente. (b), (d) y (f)  $\bar{a}(k)$  utilizando  $\mu_{an} = 1, 0.1$  y  $0.01$ , respectivamente.

### 3.2. ADAPTACIÓN NORMALIZADA DEL PARÁMETRO DE MEZCLA

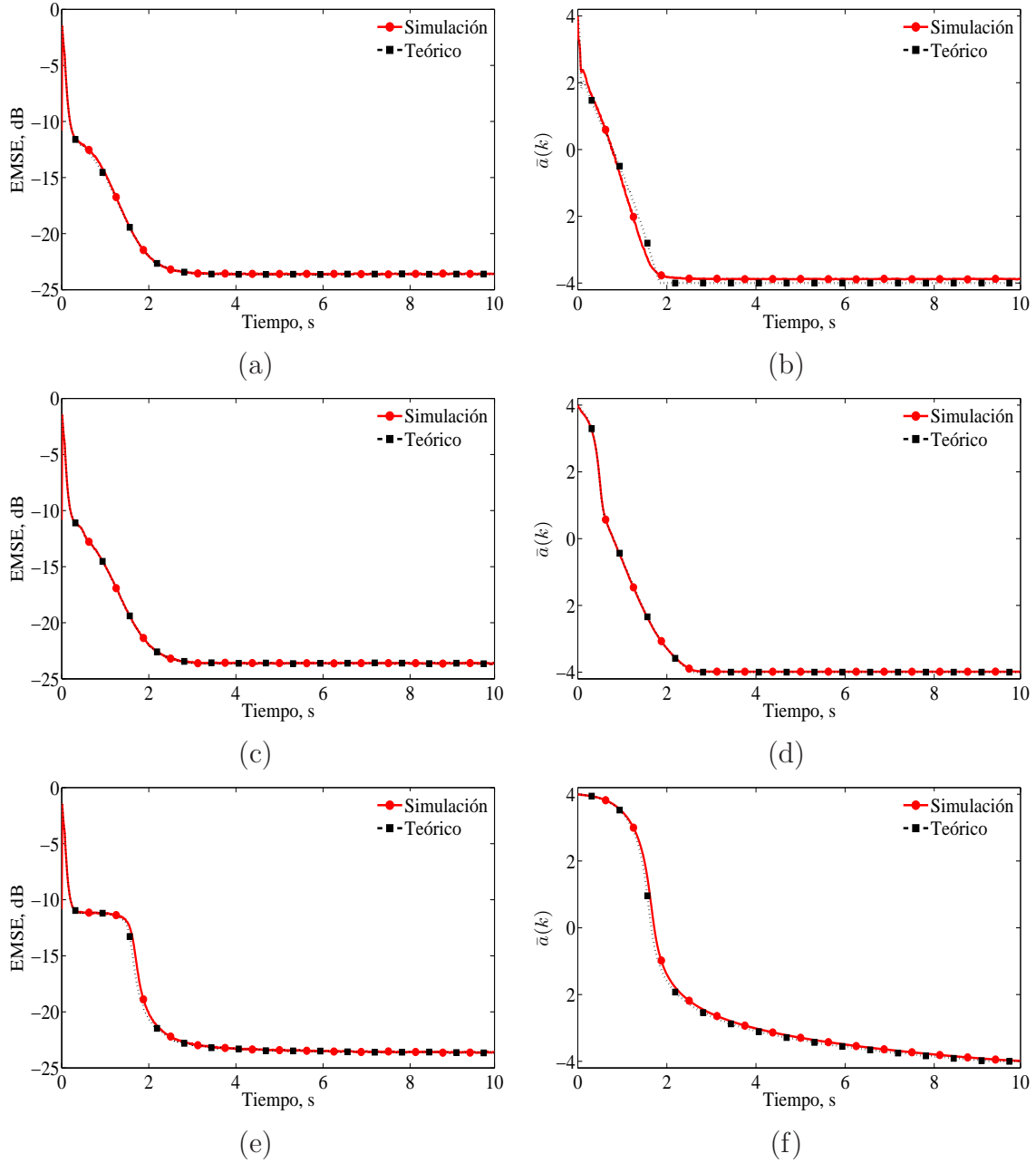


Figura 3.5: Comparación de los resultados obtenidos mediante promedios y los obtenidos según el análisis presentado para SNR = 10 dB. (a), (c) y (e)  $J_{ex,c}(k)$  utilizando  $\mu_{an} = 1, 0.1$  y  $0.01$ , respectivamente. (b), (d) y (f)  $\bar{a}(k)$  utilizando  $\mu_{an} = 1, 0.1$  y  $0.01$ , respectivamente.

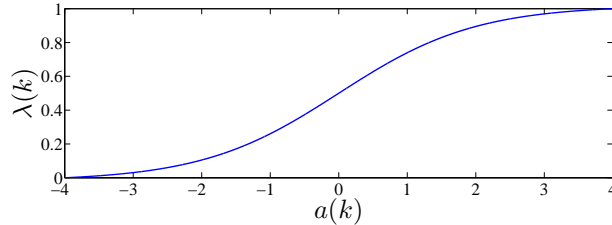


Figura 3.6: Relación entre  $\lambda(k)$  y  $a(k)$  descrita por la ecuación (3.10).

### 3.2.4. Comparación experimental de la regla de actualización tipo NLMS y la regla tipo LMS

En esta subsección se realizan una serie de experimentos en un escenario de cancelación de eco que muestran las ventajas del uso de la regla de actualización normalizada con respecto a la no normalizada. Se han realizado simulaciones utilizando como señal de entrada tanto ruido blanco – para el que se han evaluado las características del algoritmo en estacionario y en seguimiento – como voz – para la que se comprueba el funcionamiento del algoritmo con señales no estacionarias –. Salvo que se indique lo contrario, las características del escenario son las mismas que las descritas en la Sección 2.4.

#### Ruido blanco como señal de entrada. Funcionamiento en convergencia y régimen estacionario.

El primero de los experimentos consiste en una reproducción de los escenarios utilizados en la Sección 3.1 para los que se evidenció, mediante las figuras 3.1 y 3.2, las limitaciones de la regla de actualización tipo LMS [Arenas-García et al., 2006a] en escenarios con SNR variable. Las figuras 3.7 y 3.8 muestran los resultados de la aplicación de la regla de actualización normalizada según las ecuaciones (3.10) y (3.11) con paso de adaptación  $\mu_{an} = 1$  y  $\beta = 0.9$ . Como puede observarse, la nueva forma de actualizar el parámetro de mezcla  $a(k)$  permite un correcto funcionamiento de la combinación de filtros incluso cuando la SNR varía súbitamente. El filtro combinado se comporta de forma adecuada, aunando la velocidad de convergencia del

### 3.2. ADAPTACIÓN NORMALIZADA DEL PARÁMETRO DE MEZCLA

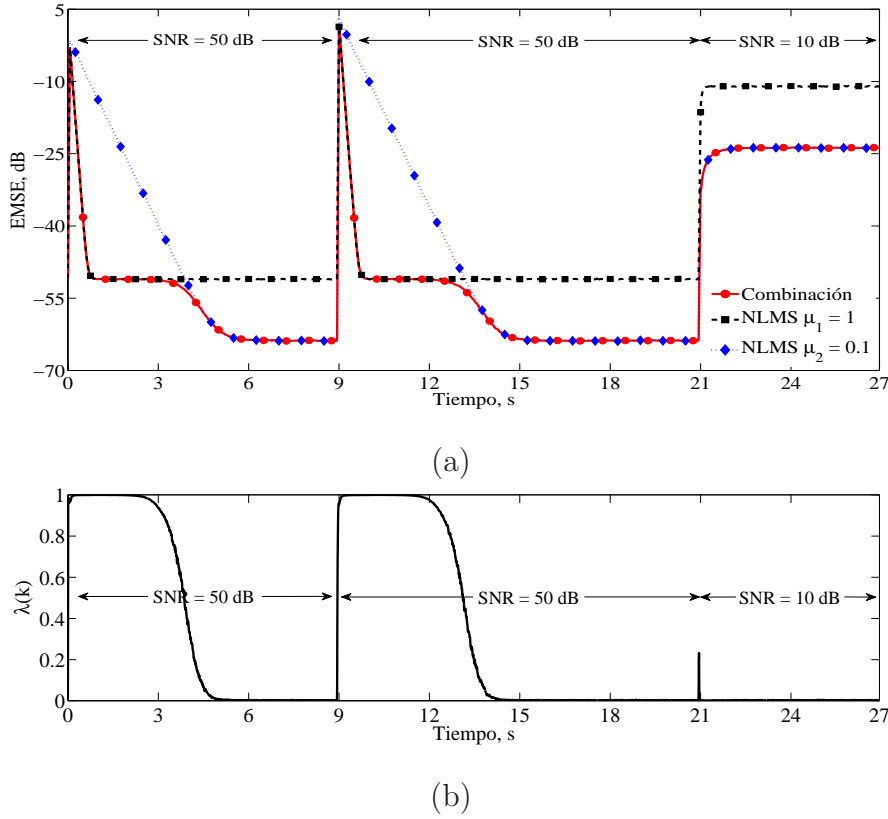


Figura 3.7: Cancelación de eco acústico utilizando ruido blanco como señal de entrada en un escenario con SNR inicial de 50 dB que cambia abruptamente a 10 dB en  $t = 21$  s., utilizando la regla de actualización normalizada con  $\mu_{an} = 1$  y  $\beta = 0.9$ . (a) Evolución temporal de  $EMSE(k)$  de los componentes y de su combinación convexa. (b) Evolución temporal del parámetro de mezcla  $\lambda(k)$ .

filtro rápido y el error residual del filtro con  $\mu_2 = 0.1$  (panel (a) de ambas figuras). Se puede observar también cómo el parámetro de mezcla converge a un valor correcto con la suficiente rapidez en el panel (b) de ambas figuras. Además, este experimento permite comprobar que utilizando la nueva regla normalizada de actualización, la combinación reconverge adecuadamente ante cambios en la RIR, independientemente de la SNR del escenario. Por otro lado, el empleo de la función de activación (3.11) favorece un comportamiento adecuado de la combinación durante la transición del parámetro de mezcla, como se comprueba en la figura 3.7 en torno a  $t = 9$  s.

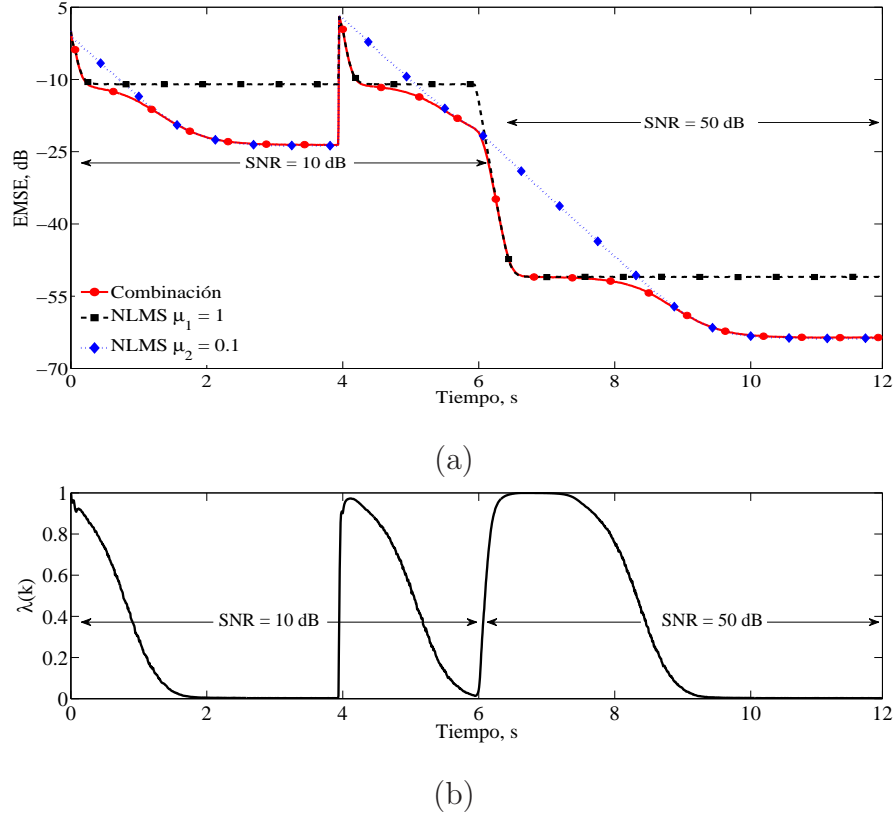


Figura 3.8: Cancelación de eco acústico utilizando ruido blanco como señal de entrada en un escenario con SNR inicial de 10 dB que cambia abruptamente a 50 dB en  $t = 6$  s., utilizando la regla de actualización normalizada con  $\mu_{an} = 1$  y  $\beta = 0.9$ . (a) Evolución temporal de  $EMSE(k)$  de los componentes y de su combinación convexa. (b) Evolución temporal del parámetro de mezcla  $\lambda(k)$ .

El segundo de los experimentos analiza con más detalle el comportamiento en estacionario de las reglas de combinación tipo LMS y NLMS para diferentes valores de  $\mu_a$ ,  $\mu_{an}$  y SNRs. Para ello, se calcula el EMSE en régimen permanente de los componentes y de la combinación, i.e.,  $EMSE_1(\infty)$ ,  $EMSE_2(\infty)$  y  $EMSE_c(\infty)$ , promediando durante 25000 iteraciones una vez que el filtro lento ha convergido<sup>1</sup>, y considerando 100 realizaciones independientes de los algoritmos.

<sup>1</sup>El punto exacto a partir del cual se calculan las cifras de mérito es dos segundos después de la convergencia del filtro lento en el caso peor, es decir, considerando la mayor SNR.

### 3.2. ADAPTACIÓN NORMALIZADA DEL PARÁMETRO DE MEZCLA

---

Por un lado, en la figura 3.9 se ha representado el cociente entre  $\text{EMSE}_c(\infty)$  y el menor EMSE de ambos filtros componentes, i.e., del filtro más lento,  $\text{EMSE}_2(\infty)$ , utilizando  $\mu_a = 10$ ,  $\mu_a = 100$  y  $\mu_a = 1000$ , para el esquema tipo LMS y  $\mu_{an} = 1$  y  $\beta = 0.9$  para el esquema NLMS. El rango de SNR considerado va de 0 a 60 dB, en pasos de un decibelio. Por otra parte, la figura 3.10 muestra el mismo cociente, variando los parámetros de mezcla en un amplio margen de valores, y considerando tres SNRs diferentes, como son 50, 30 y 10 dB.

A la vista de los resultados, es obvio que la nueva regla de actualización normalizada mejora el comportamiento mostrado por la regla tipo LMS. El nuevo esquema de actualización permite que, para un valor  $\mu_{an}$  único, la combinación converja al valor obtenido por el componente más lento independientemente de la SNR. Sin embargo, la utilización del esquema tipo LMS da lugar a un comportamiento insatisfactorio, ya que no existe un valor de  $\mu_a$  que permita una adaptación de la regla tipo LMS correcta para todas las SNRs, lo que permite concluir la mayor robustez del esquema normalizado con respecto al esquema de adaptación tipo LMS.

#### **Ruido blanco como señal de entrada. Funcionamiento en seguimiento**

En esta subsección se incluyen los resultados del estudio experimental de las capacidades de seguimiento (*tracking*) de la solución propuesta. Aunque hay autores que defienden que algunos cambios en la RIR, como los ocasionados por el movimiento de una persona, son tan rápidos que no pueden ser seguidos por los filtros adaptativos sin necesidad de reconverger, otros cambios como los producidos por la temperatura son bastante lentos, lo que obliga a un estudio de las capacidades de seguimiento de los filtros adaptativos, y, por ende, de sus combinaciones.

En el experimento aquí presentado se ha utilizado un modelo de variación de la respuesta de eco tipo *random-walk* [Pearson, 1905; Sayed, 2003], donde la planta varía según

$$\mathbf{h}(k+1) = \mathbf{h}(k) + \mathbf{q}(k) \quad (3.12)$$

cumpliendo  $\mathbf{h}(0) = \mathbf{h}^a$ , y siendo  $\mathbf{q}(k)$  vectores i.i.d. gaussianos aleatorios de media

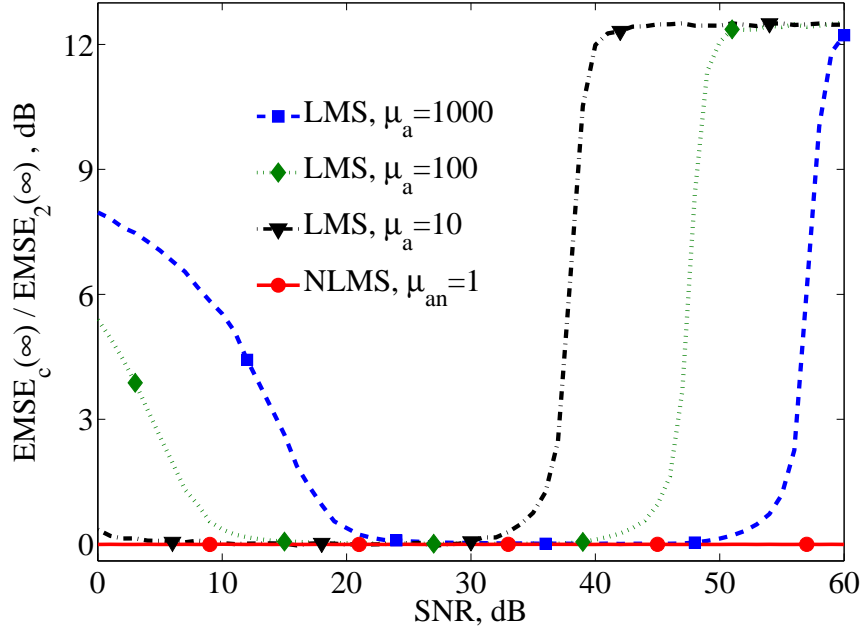


Figura 3.9: Comparación de los resultados obtenidos en régimen permanente utilizando la regla tipo LMS (con  $\mu_a = 10, 100$  y  $1000$ ) y la regla normalizada (con  $\mu_{an} = 1$  y  $\beta = 0.9$ ) para diferentes SNRs.

nula con matriz de covarianza  $\mathbf{Q} = E\{\mathbf{q}(k)\mathbf{q}^T(k)\} = \sigma_q^2\mathbf{I}$ . Considerando esta definición, la traza de  $\mathbf{Q}$ ,  $\text{Tr}(\mathbf{Q}) = \sigma_q^2 M$ , puede interpretarse como una medida de la velocidad de cambio de  $\mathbf{h}(k)$ .

La cifra de mérito utilizada en este experimento es la desviación cuadrática normalizada (*Normalized Square Deviation*, NSD) de un filtro, definida como el cociente entre su EMSE y el EMSE del filtro NLMS con paso de adaptación óptimo  $\mu_{\text{opt}}$  (i.e., con el menor EMSE posible). Se resalta que en este tipo de situaciones de seguimiento, existe un filtro NLMS con funcionamiento óptimo, cuyo paso de adaptación ha sido calculado usando el mismo procedimiento que en [Sayed, 2003; Arenas-García et al., 2006a] para el caso del filtro LMS:

$$\mu_{\text{opt}} = \frac{1}{2\sigma_n^2} \left( \sqrt{\frac{\text{Tr}(\mathbf{Q})}{E(1/\|\mathbf{x}\|^2)} \left[ \frac{\text{Tr}(\mathbf{Q})}{E(1/\|\mathbf{x}\|^2)} + 4\sigma_n^2 \right]} - \frac{\text{Tr}(\mathbf{Q})}{E(1/\|\mathbf{x}\|^2)} \right). \quad (3.13)$$

La figura 3.11 muestra la  $\text{NSD}(\infty)$  de los filtros componentes y de su combinación

### 3.2. ADAPTACIÓN NORMALIZADA DEL PARÁMETRO DE MEZCLA

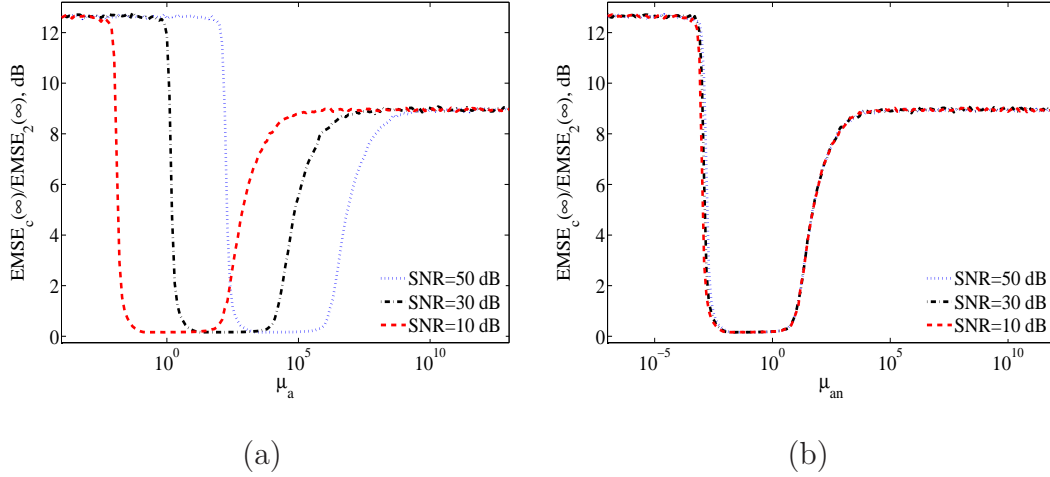


Figura 3.10: Funcionamiento de la regla de adaptación tipo LMS y de la normalizada en función de sus pasos de adaptación, para SNR = 50, 30 y 10 dB.

convexa considerando tres potencias de ruido de fondo diferentes,  $\sigma_n^2 = 10^{-5}, 10^{-3}$  y  $10^{-1}$ , lo que da lugar a tres SNRs diferentes, 50, 30 y 10 dB, cuando  $\text{Tr}(\mathbf{Q}) = 0$ . Puesto que la selección de  $\mu_a$  depende de la SNR y ésta es, normalmente desconocida *a priori*, se muestran resultados comparando la adaptación de  $a(k)$  por medio de la regla tipo LMS para dos valores diferentes de  $\mu_a$ ,  $\mu_a = 1000$  y 10, y utilizando la regla normalizada con  $\mu_{an} = 1$ . Observando la figura se pueden extraer las siguientes conclusiones:

- Al igual que en el caso de escenario estacionario, la regla de actualización normalizada permite que la combinación se comporte al menos como el mejor de los componentes independientemente de la SNR. Sin embargo, la regla LMS da lugar a un comportamiento inadecuado cuando el paso de adaptación seleccionado no es el apropiado, es decir,  $\mu_a = 10$  cuando  $\sigma_n^2 = 0.1$  y  $\mu_a = 1000$  si  $\sigma_n^2 = 10^{-5}$ .
- Independientemente del valor de SNR, cuando la velocidad de cambio de la planta es alta, i.e.,  $\text{Tr}(\mathbf{Q}) > 10^{-4}$ , la regla tipo LMS también ofrece un comportamiento inadecuado, puesto que  $\Delta J_i(k)$  depende linealmente de  $\text{Tr}(\mathbf{Q})$



CAPÍTULO 3. COMBINACIONES INSENSIBLES A VARIACIONES EN LA SNR

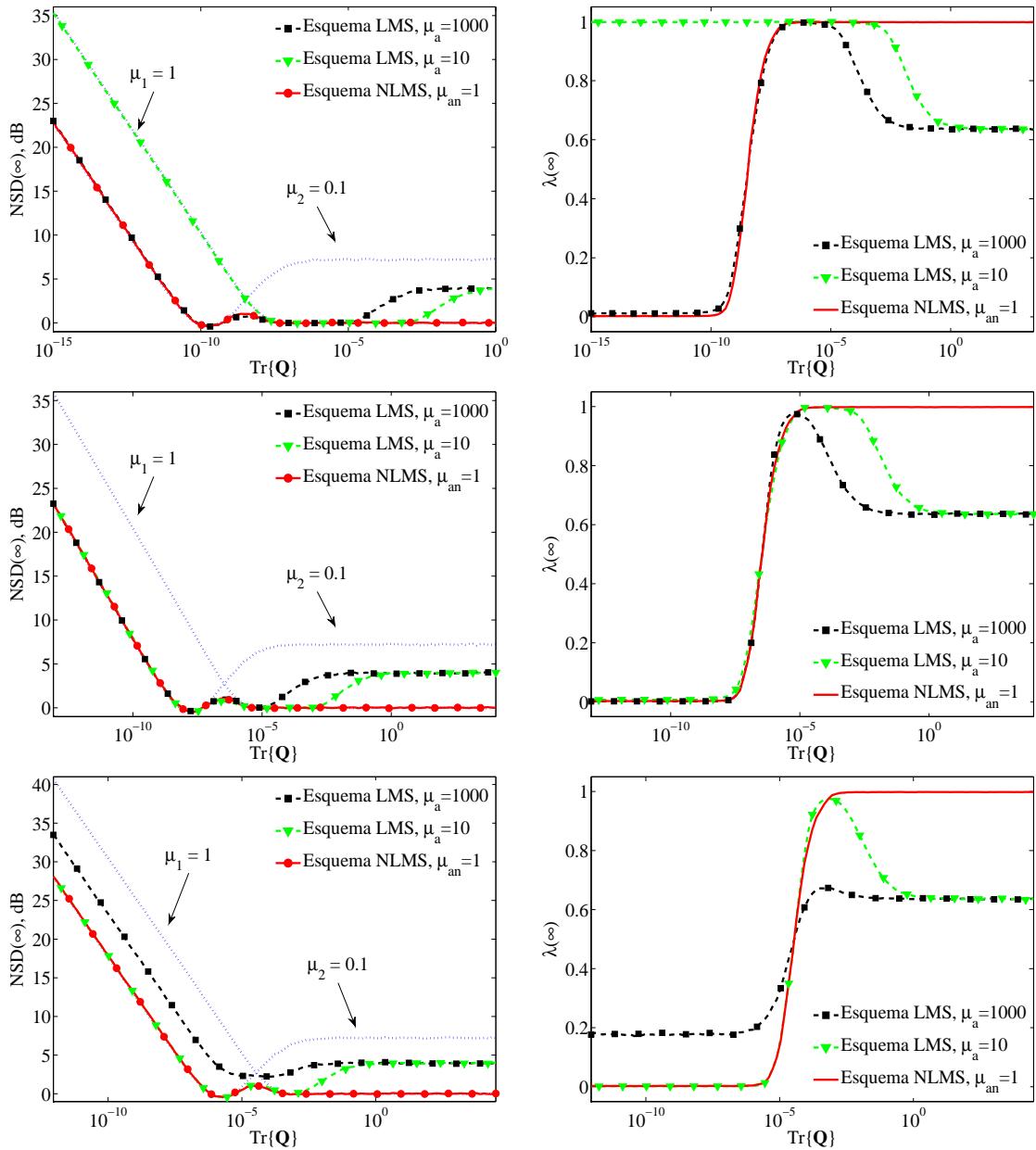


Figura 3.11: Prestaciones en seguimiento de una combinación de dos filtros NLMS utilizando la regla tipo LMS con  $\mu_a = 1000$  y con  $\mu_a = 10$ , y la regla tipo NLMS con  $\mu_{an} = 1$  y  $\beta = 0.9$ . Columna izquierda: NSD( $\infty$ ) de los componentes y de las combinaciones; columna derecha: parámetros de mezcla; de arriba a abajo: SNR = 50, 30 y 10 dB.

[Sayed, 2003] y para esas velocidades de variación se incrementa el ruido de gradiente en el caso de la combinación tipo LMS. Sin embargo, la nueva regla normalizada ofrece un comportamiento estable de la combinación, fruto de la división por  $p(k)$ .

- En ambas figuras se puede observar cómo la combinación, utilizando tanto la regla normalizada como la regla LMS, mejora el comportamiento de ambos filtros componentes en un margen de valores de  $\text{Tr}(\mathbf{Q})$  en la zona central de la simulación. Este hecho se debe a la baja correlación entre los errores de ambos componentes, que hace que en estos casos, gracias al promediado que ofrece un valor de  $\lambda(k)$  en torno a 0.5 (ver columna derecha de la figura), la combinación ofrezca una ganancia adicional.

### Voz como señal de entrada

Finalmente, en esta subsección se incluyen varios experimentos de cancelación de eco acústico usando como señal de entrada 18 segundos de señal de voz, utilizando un mismo escenario donde la RIR permanece invariante y considerando diferentes SNRs. Las figuras 3.12, 3.13 y 3.14 muestran el  $\text{ERLE}(k)$  obtenido por una combinación de dos filtros NLMS con pasos de adaptación  $\mu_1 = 1$  y  $\mu_2 = 0.1$ , actualizando el parámetro de mezcla  $a(k)$  según el esquema normalizado con  $\mu_{an} = 1$  y  $\beta = 0.9$  para todos los casos. Como se puede observar, la combinación obtiene un rendimiento similar al mejor de los componentes, independientemente de la SNR. Es notable cómo, a medida que la SNR aumenta, el protagonismo del filtro rápido es mayor, debido a que la convergencia del filtro lento se ralentiza conforme se incrementa la SNR. Este hecho se puede apreciar examinando los valores de  $\lambda(k)$ .

La figura 3.15 incluye una comparación entre el uso del esquema normalizado y el esquema tipo LMS para la adaptación de  $a(k)$ , con  $\mu_{an} = 1$  y  $\mu_a = 10000$ . Puesto que el parámetro de mezcla  $\mu_a$  se ha ajustado para obtener un comportamiento correcto cuando  $\text{SNR} = 30$  dB en el caso de la regla tipo LMS, tal y como muestra el panel superior de la figura 3.15, cuando la SNR varía, el comportamiento de la combinación

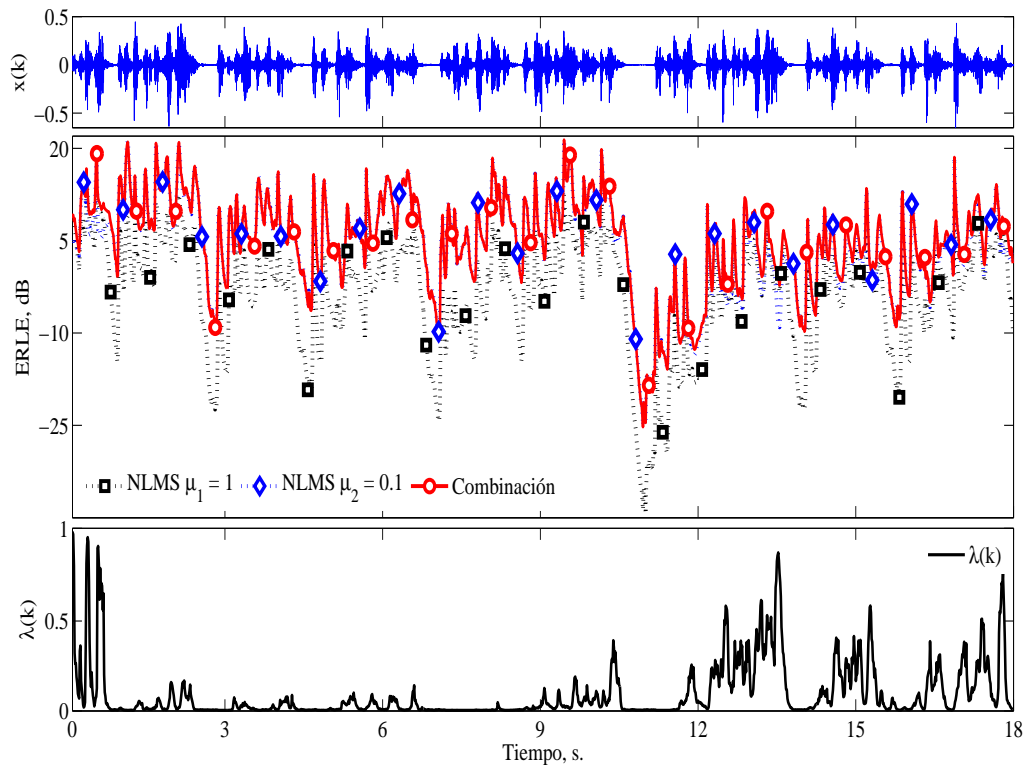


Figura 3.12: Cancelación de eco acústico utilizando señal de voz como entrada al filtro, y empleando el esquema normalizado con  $\mu_{an} = 1$  y  $\beta = 0.9$  para la adaptación de  $a(k)$  en un escenario con  $\text{SNR} = 10$  dB. De arriba a abajo: Evolución temporal de la señal de voz  $s(k)$ ; evolución temporal de  $\text{ERLE}(k)$  de los componentes y de su combinación convexa; evolución temporal del parámetro de mezcla  $\lambda(k)$ .

utilizando la actualización tipo LMS es peor que el obtenido en caso de usar la regla normalizada, tal y como se observa en los otros paneles de la misma figura. La figura 3.16 muestra los mismos registros tras un suavizado mediante un filtro de media móvil de 8000 muestras (un segundo), para facilitar el visionado.

Por último, conviene resaltar que el valor del paso de adaptación de la regla de combinación tipo NLMS ha permanecido constante en  $\mu_{an} = 1$  para todas las simulaciones, independientemente de la naturaleza de la señal de entrada, mientras que el de la regla tipo LMS tuvo que ser ajustado en cada caso.

### 3.2. ADAPTACIÓN NORMALIZADA DEL PARÁMETRO DE MEZCLA

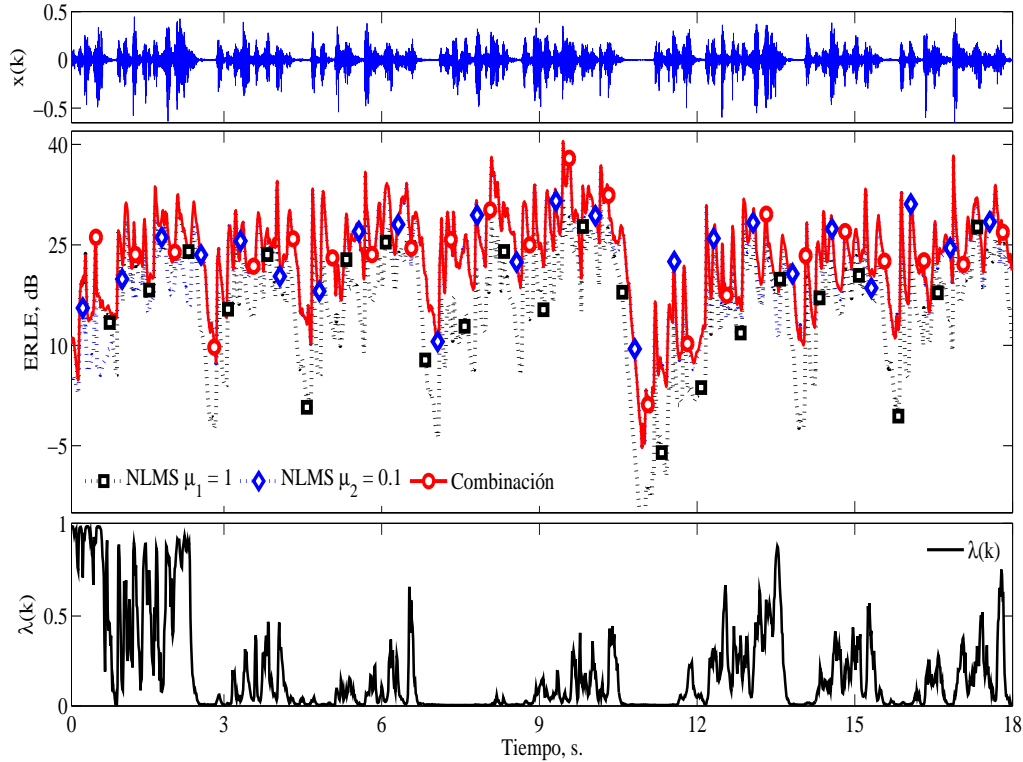


Figura 3.13: Cancelación de eco acústico utilizando señal de voz como entrada al filtro, y empleando el esquema normalizado con  $\mu_{an} = 1$  y  $\beta = 0.9$  para la adaptación de  $a(k)$  en un escenario con  $\text{SNR} = 30$  dB. De arriba a abajo: Evolución temporal de la señal de voz  $s(k)$ ; evolución temporal de  $\text{ERLE}(k)$  de los componentes y de su combinación convexa; evolución temporal del parámetro de mezcla  $\lambda(k)$ .

Esto refuerza la conclusión de la Sección 3.2: la regla de actualización normalizada, publicada en [Azpicueta-Ruiz et al., 2008b], dota al esquema de combinación de robustez con respecto a la SNR, lo que lo hace preferible a la regla tipo LMS [Arenas-García et al., 2009; Lázaro-Gredilla et al., 2010; Azpicueta-Ruiz et al., 2011], ya que el incremento en coste computacional es escaso; exactamente, tres multiplicaciones, una división y una suma por iteración.

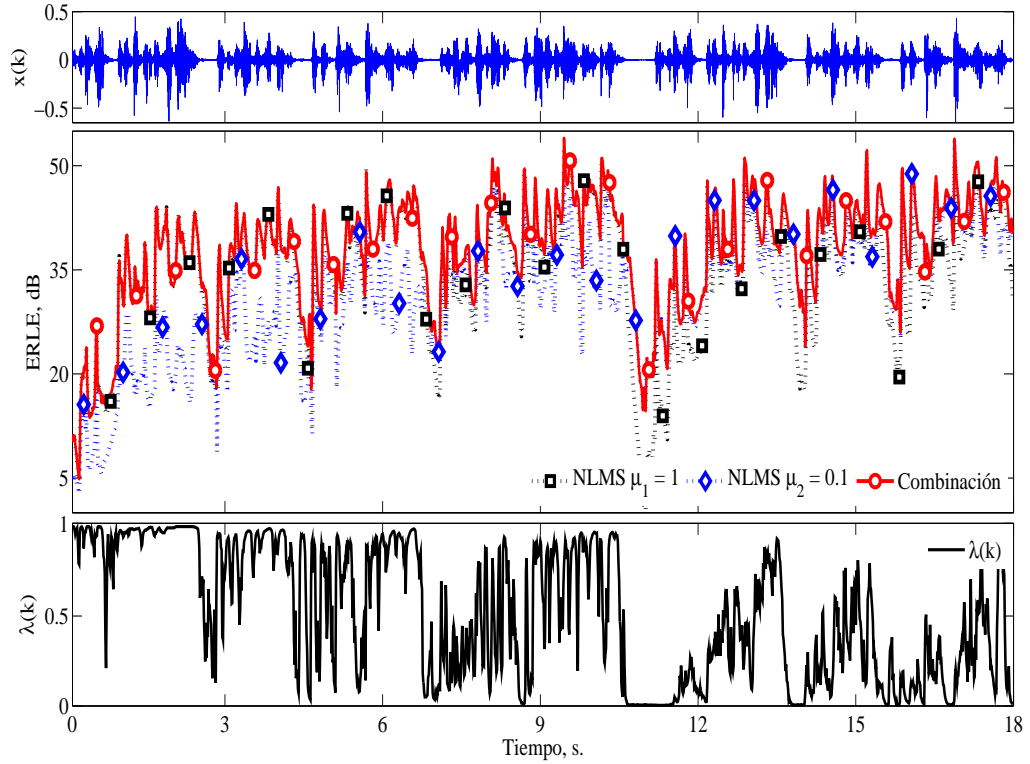


Figura 3.14: Cancelación de eco acústico utilizando señal de voz como entrada al filtro, y empleando el esquema normalizado con  $\mu_{an} = 1$  y  $\beta = 0.9$  para la adaptación de  $a(k)$  en un escenario con  $\text{SNR} = 50$  dB. De arriba a abajo: Evolución temporal de la señal de voz  $s(k)$ ; evolución temporal de  $\text{ERLE}(k)$  de los componentes y de su combinación convexa; evolución temporal del parámetro de mezcla  $\lambda(k)$ .

### 3.3. Adaptación del parámetro de mezcla por mínimos cuadrados

En la presente sección se incluye una nueva regla de actualización para el parámetro de mezcla  $\lambda(k)$  basada en la solución de un problema de mínimos cuadrados (*Least-Squares*, LS), publicada en [Azpicueta-Ruiz et al., 2008a]. Esta regla tiene en común con la presentada en la Sección 3.2 su inmunidad con respecto a cambios en la SNR, pero la regla tipo LS permite que el parámetro de mezcla obtenga va-

### 3.3. ADAPTACIÓN DEL PARÁMETRO DE MEZCLA POR MÍNIMOS CUADRADOS

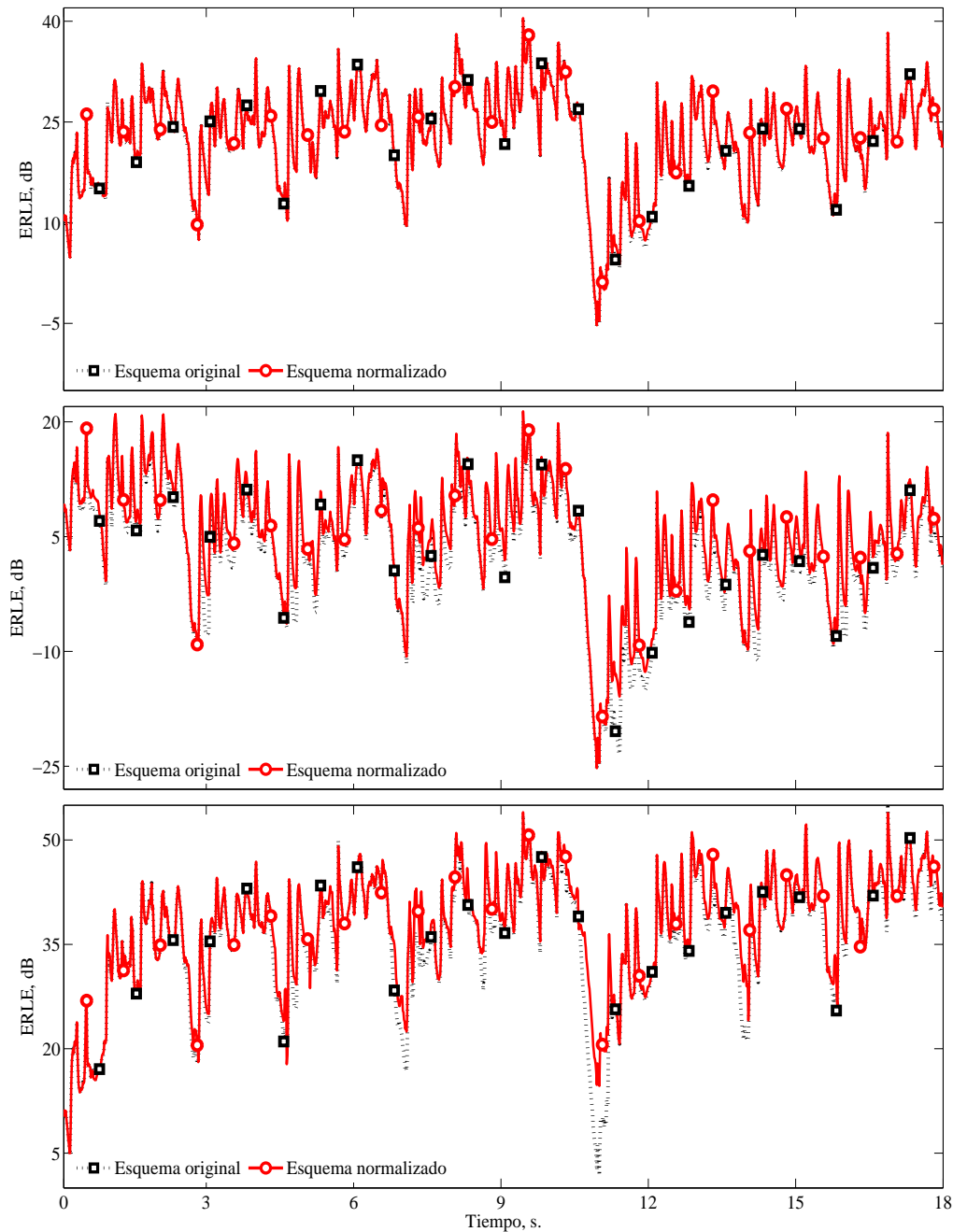


Figura 3.15: Comparación de la cancelación de eco acústico utilizando el esquema normalizado con  $\mu_{an} = 1$  y  $\beta = 0.9$ , y el esquema tipo LMS con  $\mu_a = 10000$ . De arriba a abajo: SNR del escenario igual a 30 dB, 50 dB y 10 dB, respectivamente.

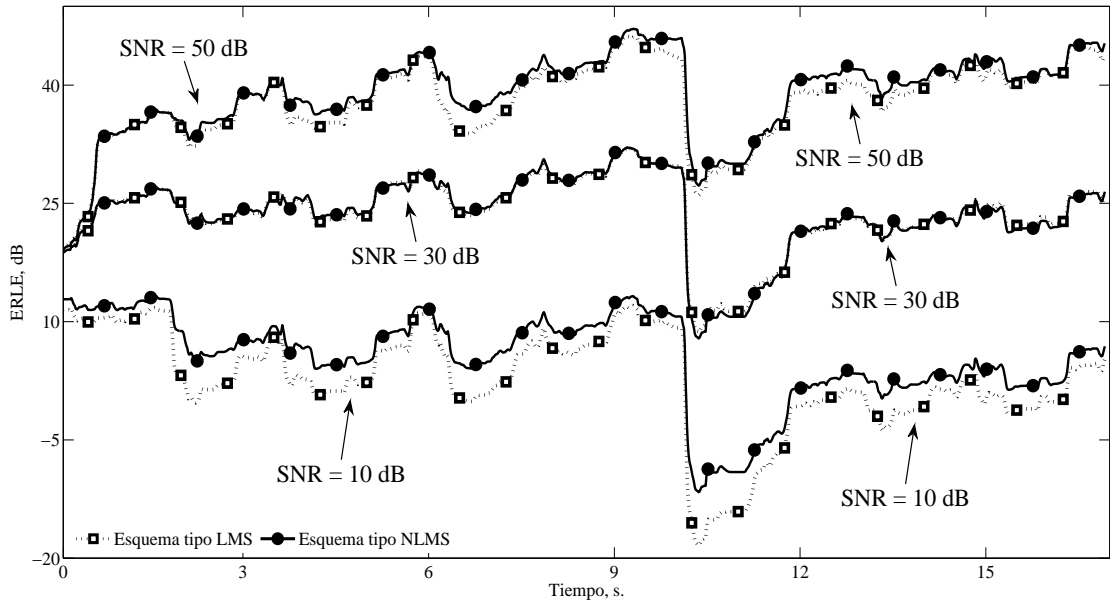


Figura 3.16: Comparación de la cancelación de eco acústico utilizando el esquema normalizado con  $\mu_{an} = 1$  y  $\beta = 0.9$ , y el esquema tipo LMS con  $\mu_a = 10000$  en un escenario con SNR = 50, 30 y 10 dB, suavizando los registros.

lores fuera del margen  $[0, 1]$ . Por lo tanto, en este caso se obtiene una combinación afín (aunque se podría conseguir una combinación convexa sin más que truncar los valores del parámetro de mezcla).

### 3.3.1. Combinador afín óptimo

Recientemente se ha prestado atención al estudio del comportamiento de la combinación óptima en el sentido de error cuadrático medio, es decir, aquella combinación que obtiene el mínimo  $E\{e_c^2(k)\}$ .

En [Bershad et al., 2008] se demostró analíticamente que la combinación óptima de dos filtros LMS que sólo difieren en su paso de adaptación ( $\mu_2 < \mu_1$ ), considerando un entorno estacionario, da lugar a un valor del parámetro de mezcla óptimo en régimen permanente menor que cero. Otros autores ampliaron el estudio contemplando la

### 3.3. ADAPTACIÓN DEL PARÁMETRO DE MEZCLA POR MÍNIMOS CUADRADOS

---

combinación óptima de filtros de otras familias, como NLMS y RLS [Candido et al., 2008; Candido et al., 2010], obteniendo resultados similares en lo que al combinador óptimo se refiere.

El valor del combinador óptimo en régimen permanente,  $\lambda_o(\infty)$ , y el mínimo error alcanzable por una combinación afín en régimen permanente, i.e.,  $J_{\text{ex,o}}(\infty)$ , pueden aproximarse según

$$\text{E}\{\lambda_o(\infty)\} \approx \frac{\Delta J_2(\infty)}{\Delta J_1(\infty) + \Delta J_2(\infty)} \quad \text{y} \quad (3.14)$$

$$J_{\text{ex,o}}(\infty) = \lim_{k \rightarrow \infty} \text{E}\{e_{a,c}^2(k)\} \approx J_{\text{ex,12}}(\infty) + \frac{\Delta J_1(\infty)\Delta J_2(\infty)}{\Delta J_1(\infty) + \Delta J_2(\infty)}. \quad (3.15)$$

Ambas expresiones analíticas se demuestran en el Apéndice A, donde además se particularizan para el caso de una combinación de dos filtros NLMS cuyos pasos de adaptación cumplen  $\mu_2 = r\mu_1$ , con  $r < 1$ , en un entorno estacionario. Dicha particularización parte de la expresión analítica del exceso de error cuadrático en régimen permanente de cada filtro componente [Sayed, 2003], según

$$J_{\text{ex},i}(\infty) = \frac{\mu_i}{2 - \mu_i} \text{Tr}\{\mathbf{R}\} \text{E} \left( \frac{1}{\|\mathbf{x}(k)\|^2} \right) \sigma_n^2, \quad i = 1, 2, \quad (3.16)$$

llegando a obtener, tal y como se muestra en dicho apéndice, estas expresiones:

$$\text{E}\{\lambda_o(\infty)\} \approx \frac{r(\mu_1 - 2)}{2(1 - r)} \quad \text{y} \quad (3.17)$$

$$J_{\text{ex,o}}(\infty) \approx \frac{\mu_1 r}{2(1 + r - \mu_1 r)} \text{Tr}\{\mathbf{R}\} \text{E} \left( \frac{1}{\|\mathbf{x}(k)\|^2} \right) \sigma_n^2. \quad (3.18)$$

Teniendo en cuenta que  $0 < \mu_1 < 2$  y  $0 < r < 1$ , se puede ver cómo la ecuación (3.17) da lugar a un valor negativo del combinador óptimo de dos filtros NLMS en un entorno estacionario. Este resultado indica que parte de la estimación realizada por el primer componente debe ser restada de la estimación del segundo para obtener un comportamiento óptimo, debido a que las estimaciones que realizan ambos filtros componentes están correlacionadas, i.e.,  $J_{\text{ex,12}}(\infty) > 0$ .

Además, recordando que  $\mu_2 = r\mu_1$  y  $0 < \mu_1 < 2$ , al comparar las ecuaciones (3.18) y (3.16) se puede comprobar que  $J_{\text{ex,o}}(\infty) < J_{\text{ex,2}}(\infty)$ . Esto indica que la combinación



óptima converge a un error en estacionario inferior al del mejor componente, algo que sólo puede ser conseguido por esquemas de combinación afines, que permiten que  $\lambda(k)$  obtenga valores fuera del margen  $[0,1]$ . Sin embargo, existen escenarios donde la combinación óptima es implementable por medio de un esquema convexo. En estos casos se cumple que  $J_{\text{ex},12}(k) < J_{\text{ex},i}(k)$ , con  $i = 1, 2$  [Arenas-García et al., 2006a], lo que da lugar a que el combinador óptimo converja a un valor  $0 < \lambda_o(\infty) < 1$ . Esto ocurre, por ejemplo:

- En entornos donde la planta es no estacionaria, para ciertas velocidades de cambio de la planta.
- Al combinar dos filtros NLMS con igual paso de adaptación y diferente número de etapas, si la planta desconocida tiene una longitud menor que ambos filtros adaptativos se obtiene  $J_{\text{ex},1}(\infty) \approx J_{\text{ex},2}(\infty)$ , y sin embargo  $J_{\text{ex},c}(\infty) < J_{\text{ex},i}(\infty)$ , con  $i = 1, 2$ , alcanzando el combinador óptimo  $0 < \lambda_o(\infty) < 1$ .

### 3.3.2. Derivación de la regla de adaptación tipo mínimos cuadrados

En la presente subsección se procede a la derivación de una regla de adaptación para el parámetro de mezcla  $\lambda(k)$  basada en la solución de un problema de mínimos cuadrados de la forma

$$J(k) = \sum_{j=1}^k \beta(k, j) e_c^2(k, j), \quad (3.19)$$

donde  $\beta(k, j)$  hace referencia a una ventana de ponderación temporal que permite otorgar distinta importancia a los diferentes instantes  $j$ , y la variable  $e_c(k, j)$  se corresponde con el error combinado cuando se utilizan las salidas de los filtros componentes en el instante  $j$  y el parámetro de mezcla en el instante  $k$ , i.e.,  $e_c(k, j) = \lambda(k)e_1(j) + [1 - \lambda(k)]e_2(j)$ .

### 3.3. ADAPTACIÓN DEL PARÁMETRO DE MEZCLA POR MÍNIMOS CUADRADOS

---

Derivando la ecuación (3.19) con respecto a  $\lambda(k)$  se obtiene

$$\frac{\partial J(k)}{\partial \lambda(k)} = 2 \sum_{j=1}^k \beta(k, j) e_c(k, j) [e_1(j) - e_2(j)], \quad (3.20)$$

e igualando a cero para calcular el valor del parámetro de mezcla que minimiza la función de coste, se tiene

$$\lambda(k) = \frac{\sum_{j=1}^k \beta(k, j) e_2(j) [e_2(j) - e_1(j)]}{\sum_{j=1}^k \beta(k, j) [e_2(j) - e_1(j)]^2}. \quad (3.21)$$

Recordando la interpretación de la combinación de filtros como un filtro de dos capas, donde la salida de la segunda capa viene dada por la ecuación (3.2), el valor obtenido para  $\lambda(k)$  se puede entender de forma intuitiva. Teniendo en cuenta que  $e_2(k) - e_1(k) = y_1(k) - y_2(k)$  y  $e_2(k) = d(k) - y_2(k)$  pueden corresponderse, respectivamente, con la señal de entrada y la señal deseada de la segunda capa, el denominador de la ecuación (3.21) se correspondería con una estimación de la autocorrelación de la señal de entrada, asemejándose el numerador a una estimación de la correlación cruzada entre la señal deseada y la entrada, lo cual es totalmente coherente con la solución de un problema de mínimos cuadrados [Haykin, 2002; Sayed, 2003].

La selección de  $\beta(k, j)$  es importante para permitir una adaptación correcta del parámetro de mezcla:

- Si se elige una ventana exponencial donde  $\beta(k, j) = \gamma^{k-j}$ , siendo  $\gamma < 1$ , se posibilita la reformulación de la expresión (3.21) de una forma recurrente, similar a un problema RLS, lo cual permite ahorro en términos de coste computacional, si bien es cierto que una implementación no recurrente no es muy costosa, puesto que sólo se contempla un parámetro de mezcla unidimensional  $\lambda(k)$ . Por el contrario, el funcionamiento de la ventana exponencial es subóptimo cuando se producen cambios abruptos en la RIR, lo que da lugar a valores de la señal de entrada  $e_2(k) - e_1(k)$  muy grandes, que van a influir en la estimación del parámetro de mezcla aun cuando estén lejanos en el tiempo.

- Otra opción es utilizar una ventana rectangular de tamaño  $K$ , donde

$$\beta(k, j) = \begin{cases} 1/K, & k - K < j \leq k \\ 0, & j \leq k - K, \end{cases} \quad (3.22)$$

de esta forma, errores cuya energía es muy alta dejan de influir en la estimación del parámetro de mezcla tras  $K$  iteraciones.

En [Azpicueta-Ruiz et al., 2008a] se ha estudiado la influencia del tipo de ventana (exponencial o rectangular), mostrando experimentalmente las mejores prestaciones de la ventana rectangular, la cual será utilizada en los experimentos de la nueva regla LS presentados en esta Tesis.

El tamaño de la ventana es un parámetro importante, puesto que condiciona la memoria utilizada en la estimación de  $\lambda(k)$ . Cuanto mayor sea el tamaño de la ventana, i.e.,  $K$  o  $\gamma$  mayores, la estimación de  $\lambda(k)$  será más precisa en régimen permanente, aunque, por otra parte, el factor de mezcla se adaptará peor a cambios en el escenario de cancelación. Sin embargo, valores pequeños de  $K$  o  $\gamma$  darán lugar a un parámetro de mezcla que se adapta más rápidamente a posibles variaciones, mientras que la estimación de  $\lambda_o(k)$  presentará una varianza mayor.

Una de las ventajas del esquema de actualización tipo mínimos cuadrados presentado en la Subsección 3.3.2 es su fácil extensión a la combinación de un número arbitrario de filtros adaptativos. Dicha extensión, publicada en [Azpicueta-Ruiz et al., 2010a], se incluye en el Apéndice B.

### 3.3.3. Análisis de la regla de adaptación tipo mínimos cuadrados

En esta subsección se incluye un sencillo análisis de la regla de adaptación expresada en (3.21) que permite comprobar cómo la adaptación de  $\lambda(k)$  según este algoritmo se aproxima al valor del combinador óptimo calculado en (3.14).

Para ello, partiendo del modelo de señal incluido en la Subsección 3.2.2, se toman

### 3.3. ADAPTACIÓN DEL PARÁMETRO DE MEZCLA POR MÍNIMOS CUADRADOS

---

esperanzas matemáticas a ambos lados de la ecuación (3.21), obteniendo

$$E\{\lambda(k)\} \approx \frac{\sum_{j=1}^k \beta(k, j) E\{e_2(j)[e_2(j) - e_1(j)]\}}{\sum_{j=1}^k \beta(k, j) E\{[e_2(j) - e_1(j)]^2\}} \quad (3.23)$$

donde se ha aproximado la esperanza del cociente por el cociente de las esperanzas del numerador y el denominador. Esta aproximación es más cierta conforme crece el tamaño de la ventana  $\beta(k, j)$ , introduciendo un error despreciable cuando ésta es suficientemente grande. En este caso el numerador y el denominador de la ecuación (3.21) son estimaciones razonablemente buenas de la autocorrelación y la correlación cruzada de las señales involucradas gracias al promedio temporal realizado a lo largo de varias iteraciones, permitiendo la aproximación introducida en la ecuación (3.23).

Expresando la ecuación (3.23) en función de los errores *a priori*, se puede escribir

$$E\{\lambda(k)\} \approx \frac{\sum_{j=1}^k \beta(k, j) \Delta J_{\text{ex},2}(j)}{\sum_{j=1}^k \beta(k, j) [\Delta J_{\text{ex},1}(j) + \Delta J_{\text{ex},2}(j)]}. \quad (3.24)$$

Comparando el valor en régimen permanente de la ecuación (3.24) con el valor del combinador óptimo obtenido en (3.14), queda claro que, conforme la longitud de la ventana de ponderación aumenta, la regla de adaptación proporciona una mejor aproximación de  $\lambda_o(\infty)$ .

Como se puede observar en (3.24), de igual forma que en el caso de la regla de adaptación normalizada, posibles variaciones en la SNR no afectarán a la estimación del parámetro de mezcla, ya que estas variaciones afectarán de igual forma a  $\Delta J_{\text{ex},1}$  y a  $\Delta J_{\text{ex},2}$ .

#### **3.3.4. Estudio experimental de la regla de actualización tipo mínimos cuadrados**

En esta subsección se incluyen una serie de experimentos que muestran el comportamiento de la regla de actualización tipo mínimos cuadrados, mostrando su robustez con respecto a variaciones en la SNR y su capacidad de implementar una combinación afín, comparando el valor del parámetro de mezcla obtenido en régimen

permanente con el combinador óptimo calculado de forma analítica en la Subsección 3.3.1. Se aportan experimentos utilizando ruido blanco y voz como señales de entrada; además, se incluyen resultados estudiando el funcionamiento de la regla de adaptación tanto en escenarios estacionarios como de seguimiento.

### **Ruido blanco como señal de entrada. Funcionamiento en convergencia y estacionario.**

En primer lugar se va a estudiar el funcionamiento de la regla de actualización ante cambios en la SNR replicando el escenario mostrado en la Sección 3.1. Las figuras 3.17 y 3.18 muestran los resultados obtenidos al aplicar la regla tipo LS en estos mismos escenarios utilizando una ventana rectangular de longitud  $K = 2000$ . Como se puede observar la regla de actualización posibilita una adaptación correcta de la combinación ante cambios en la SNR y en la planta. Tal y como se ve en las figuras, la regla tipo LS obtiene unos resultados análogos a los de la regla NLMS, si bien es cierto que, gracias a la capacidad de converger a un valor de  $\lambda(k) < 0$ , la combinación obtiene un error en régimen permanente menor que el del componente lento, aunque dicha ganancia es muy escasa en estos escenarios.

En segundo lugar, se va a estudiar la influencia del tamaño de la ventana  $K$  en el comportamiento de la combinación. Para ello, se incluye un experimento de cancelación de eco similar al anterior, pero donde se ha conservado siempre una SNR = 30 dB, y se han utilizado tres valores diferentes de tamaño de ventana,  $K = 200$ , 2000 y 20000 muestras.

Como se puede observar en la figura 3.19, conforme el tamaño de la ventana aumenta, se produce un retraso en la respuesta de la combinación con respecto a variaciones en el escenario de cancelación. Sin embargo, una vez alcanzado el régimen permanente, se obtiene un menor error residual, debido a que la estimación del parámetro de mezcla es menos ruidosa.

Este hecho se puede comprobar en la Tabla 3.1, donde se ha calculado el valor en régimen permanente de los parámetros de mezcla, obtenidos como promedio de

### 3.3. ADAPTACIÓN DEL PARÁMETRO DE MEZCLA POR MÍNIMOS CUADRADOS

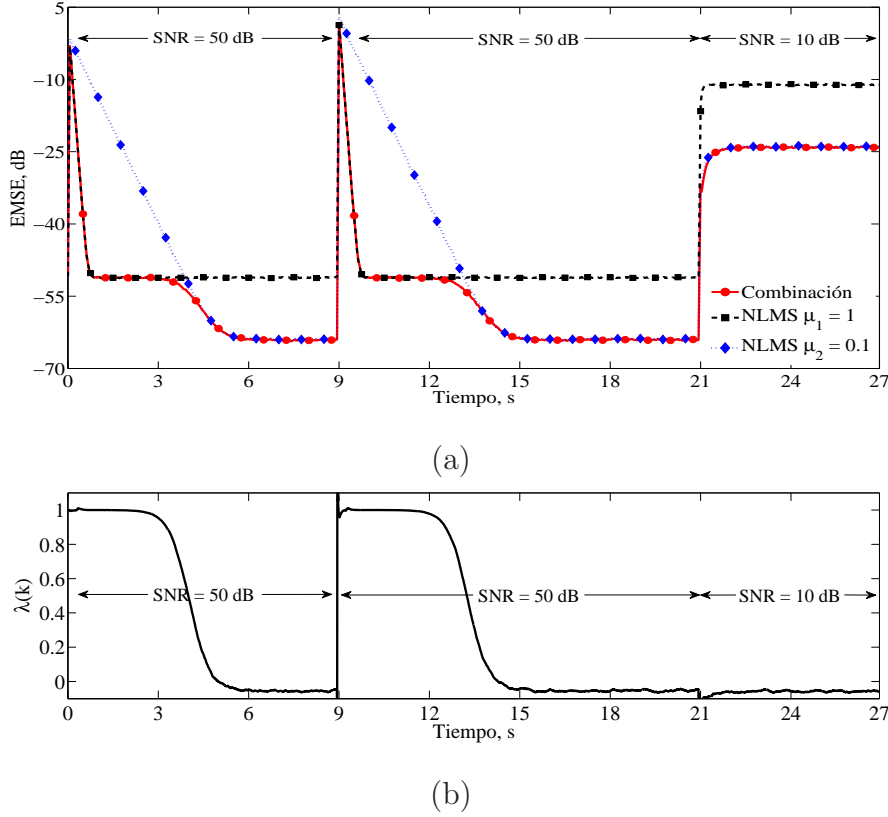


Figura 3.17: Cancelación de eco acústico utilizando ruido blanco como señal de entrada en un escenario con SNR inicial de 50 dB que cambia abruptamente a 10 dB en  $t = 21$  s. (a) Evolución temporal de  $EMSE(k)$  de los componentes y de su combinación afín tipo LS. (b) Evolución temporal del parámetro de mezcla  $\lambda(k)$  actualizado con la regla LS y  $K = 2000$ .

diferentes realizaciones y sobre 8000 muestras, i.e.,  $\widehat{E}\{\lambda(\infty)\}$ , y el valor del combinador óptimo  $\lambda_o(\infty)$  para este escenario según la ecuación (3.17). Además, se incluye el valor de la varianza de  $E\{\lambda(k)\}$  estimada considerando 8000 muestras una vez alcanzado el régimen estacionario. Dicha tabla también contempla el valor de  $\zeta(k) = EMSE_c(k)/EMSE_2(k)$  en régimen permanente obtenido como promedio de diferentes realizaciones.

Observando el comportamiento de la combinación mostrado en la figura 3.19 y los resultados de la Tabla 3.1, se puede comprobar cómo la utilización de una

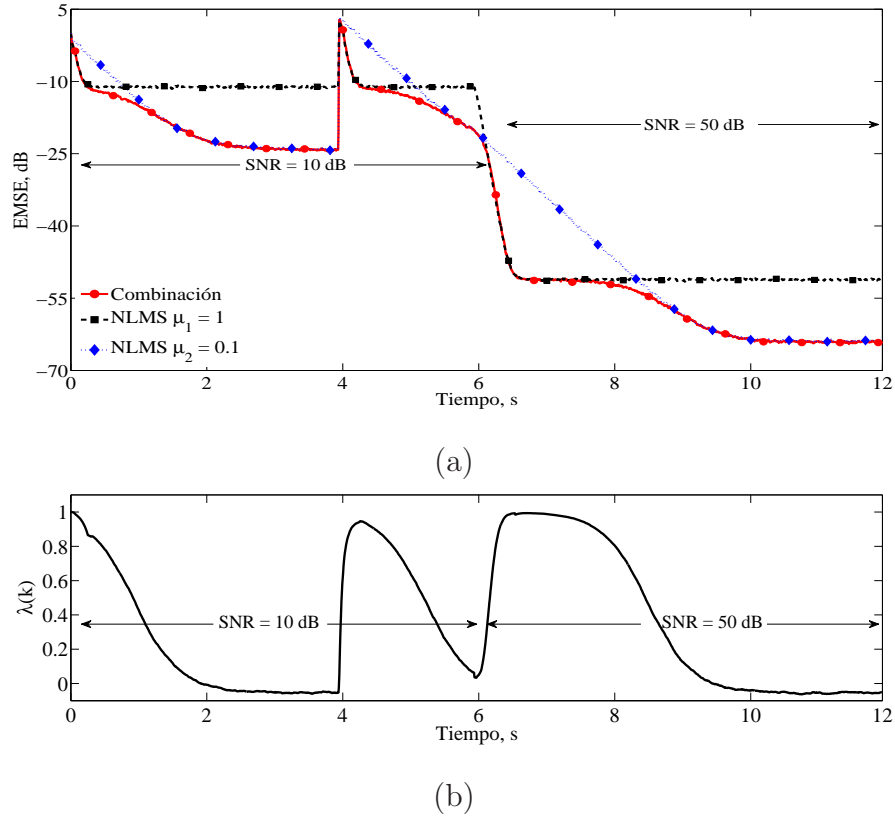
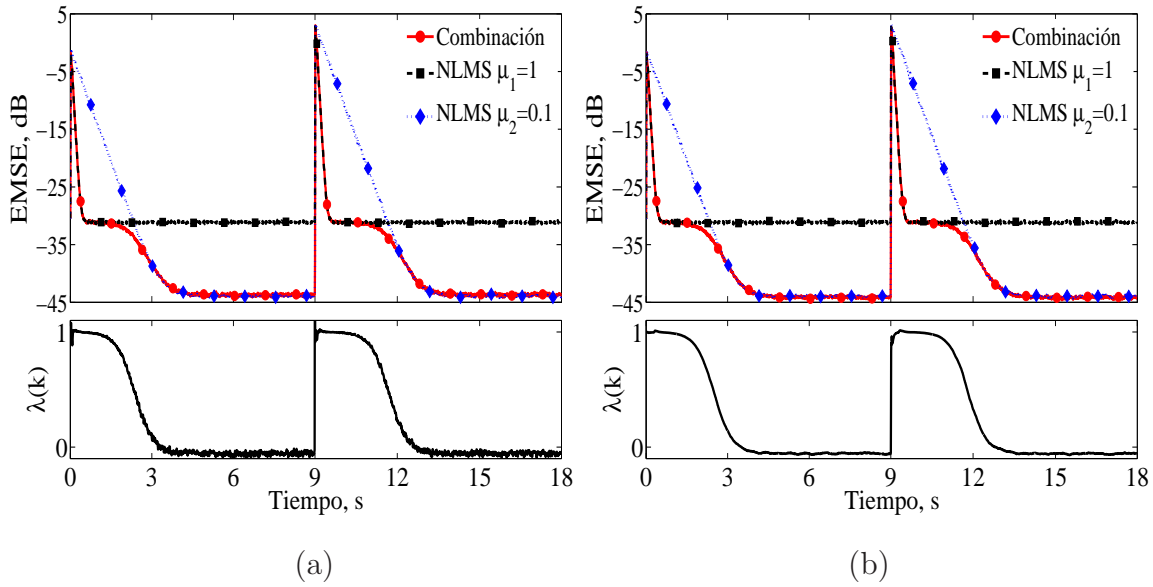


Figura 3.18: Cancelación de eco acústico utilizando ruido blanco como señal de entrada en un escenario con SNR inicial de 10 dB que cambia abruptamente a 50 dB en  $t = 6$  s. (a) Evolución temporal de  $EMSE(k)$  de los componentes y de su combinación afín tipo LS. (b) Evolución temporal del parámetro de mezcla  $\lambda(k)$  actualizado con la regla LS y  $K = 2000$ .

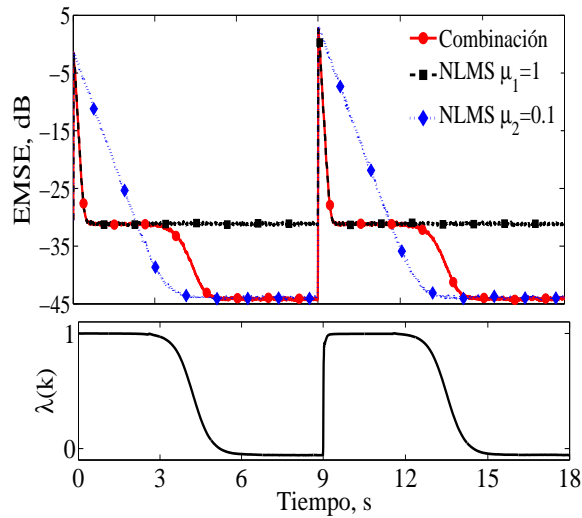
ventana de longitud  $K = 200$  genera una estimación del parámetro de mezcla con mayor varianza, que hace que el filtro combinado se comporte peor que el mejor de los componentes. Examinando el comportamiento de la combinación mostrado en las tres figuras y los resultados de la tabla, se puede concluir que una longitud de ventana  $K = 2000$  da lugar a un comportamiento adecuado. Sin embargo, hay configuraciones donde es más complicado encontrar una longitud de ventana  $K$  que permita un comportamiento de la combinación similar al anteriormente descrito, como al utilizar filtros adaptativos de longitud pequeña [Azpicueta-Ruiz et al., 2010a].

### 3.3. ADAPTACIÓN DEL PARÁMETRO DE MEZCLA POR MÍNIMOS CUADRADOS



(a)

(b)



(c)

Figura 3.19: Cancelación de eco acústico utilizando ruido blanco como señal de entrada en un escenario con  $\text{SNR} = 30$  dB. Evolución temporal del  $\text{EMSE}(k)$  de los componentes, de su combinación afín y del parámetro de mezcla actualizado con la regla LS para diferentes tamaños de ventana rectangular. (a)  $K = 200$ , (b)  $K = 2000$  y (c)  $K = 20000$ .



CAPÍTULO 3. COMBINACIONES INSENSIBLES A VARIACIONES EN LA SNR

---

	$\zeta(\infty)$ , [dB]	$\lambda_o(\infty)$	$\hat{E}\{\lambda(\infty)\}$	$\text{var}\{\lambda(\infty)\}$
$K = 200$	0.2192	-0.556	-0.0583	$2.13 \cdot 10^{-4}$
$K = 2000$	-0.1769	-0.556	-0.0567	$1.68 \cdot 10^{-5}$
$K = 20000$	-0.2197	-0.556	-0.0552	$2.45 \cdot 10^{-7}$

Tabla 3.1: Resumen del comportamiento de la combinación afín en régimen permanente con adaptación LS para tres longitudes de ventana diferentes.

Existen varias soluciones para paliar este problema, entre las que se encuentra la utilización de una combinación de segundo nivel donde se mezclen las salidas de dos combinaciones implementadas según el esquema de actualización tipo mínimos cuadrados, pero con longitudes de ventana  $K$  diferentes, permitiendo al esquema global obtener una buena respuesta ante transitorios y en régimen permanente. Cabe notar que esta propuesta introduce un incremento despreciable en cuanto a carga computacional con respecto a la necesaria para una sola combinación afín, ya que las ventanas rectangulares de diferente longitud pueden implementarse mediante un *array* circular común y dos punteros distintos.

Aunque la mayoría de aplicaciones de procesamiento de señales acústicas incluyen necesariamente filtros con longitud grande para modelar suficientemente bien las RIRs presentes en el escenario, existen ejemplos donde la RIR a modelar es corta, y por tanto, la longitud del filtro adaptativo  $M$  debe ser menor, como en las aplicaciones de cancelación de interferencias en audífonos [Hänsler and Schmidt, 2006, Sec. 15.5].

**Ruido blanco como señal de entrada. Funcionamiento en seguimiento.**

El escenario de seguimiento contemplado así como el modelo de planta coinciden con los descritos en el caso del estudio de las prestaciones en seguimiento de la regla

### 3.3. ADAPTACIÓN DEL PARÁMETRO DE MEZCLA POR MÍNIMOS CUADRADOS

---

de actualización normalizada, vistos dentro de la Subsección 3.2.4.

La figura 3.20 representa la  $NSD(\infty)$  de ambos componentes y de la combinación cuando se usa una ventana con  $K = 2000$  en un escenario con  $SNR = 50, 30$  y  $10$  dB. Como se puede comprobar, la combinación presenta un funcionamiento adecuado independientemente de la SNR del entorno.

Además, se puede observar cómo la combinación se comporta siempre al menos como el mejor de los componentes. Incluso resulta posible la mejora simultánea de las prestaciones de ambos filtros, tanto para los valores centrales de  $\text{Tr}(\mathbf{Q})$ , en los que ambos filtros presentan prestaciones similares, como para valores pequeños de  $\text{Tr}(\mathbf{Q})$ . En este segundo caso, la ganancia se debe a que  $\lambda_o(\infty) < 0$ , ya que el error tiene origen meramente en el ruido de gradiente de los filtros (i.e., el retraso en el seguimiento de la solución óptima es prácticamente inexistente). Sin embargo, se puede ver cómo dicha ganancia es inapreciable para las configuraciones estudiadas, por lo que el uso de una combinación afín apenas reporta ventaja alguna.

#### **Voz como señal de entrada.**

En esta subsección se comprueba el funcionamiento de la regla de adaptación tipo mínimos cuadrados (LS) por medio de una serie experimentos de cancelación de eco acústico usando como señal de entrada 18 segundos de señal de voz, para un escenario donde la RIR permanece invariante y considerando diferentes SNRs. Los experimentos persiguen, por una parte, comprobar la sensibilidad del esquema de adaptación ante diferentes SNRs, y, por otra, estudiar las ventajas de la utilización de la combinación afín, en caso de que la señal de entrada sea voz.

La figura 3.21 muestra el  $ERLE(k)$  obtenido por la combinación utilizando el esquema de adaptación tipo LS y por cada uno de los componentes, con  $\mu_1 = 1$  y  $\mu_2 = 0.1$ , cuando el tamaño de la ventana rectangular es de 200 muestras. Como se puede apreciar, debido al carácter no estacionario de la señal de voz, la longitud de  $\beta(k, j)$  se selecciona menor que la utilizada cuando la señal de entrada es ruido blanco, puesto que una longitud de 2000 muestras no permite una adaptación adecuada

### CAPÍTULO 3. COMBINACIONES INSENSIBLES A VARIACIONES EN LA SNR

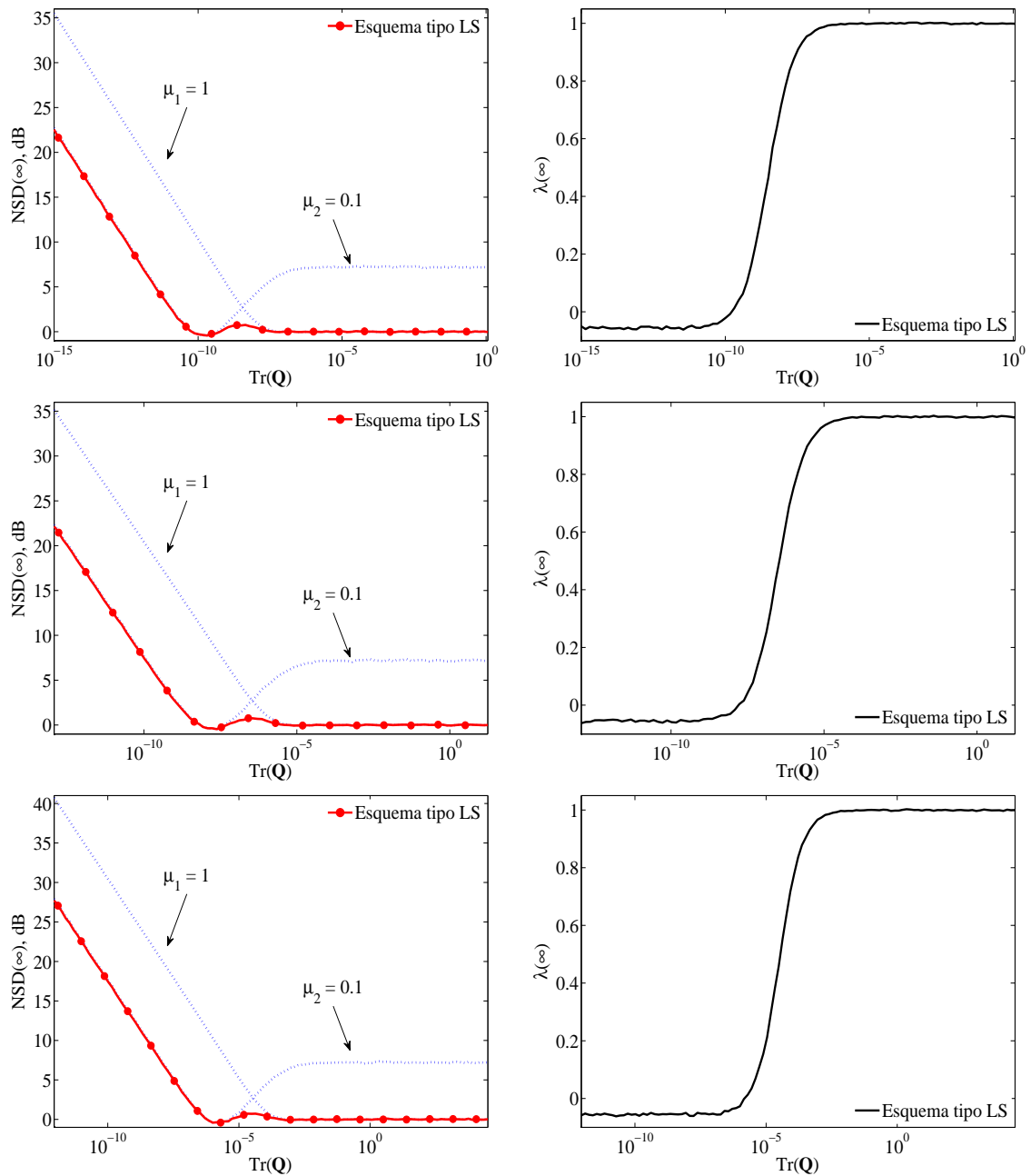


Figura 3.20: Resultados obtenidos mediante el uso de la regla tipo LS, con  $K = 2000$  en un escenario de seguimiento. Columna izquierda:  $NSD(\infty)$  de los componentes y de su combinación afín; columna derecha: parámetros de mezcla; de arriba a abajo: 50, 30 y 10 dB de SNR presente en el escenario.

### 3.3. ADAPTACIÓN DEL PARÁMETRO DE MEZCLA POR MÍNIMOS CUADRADOS

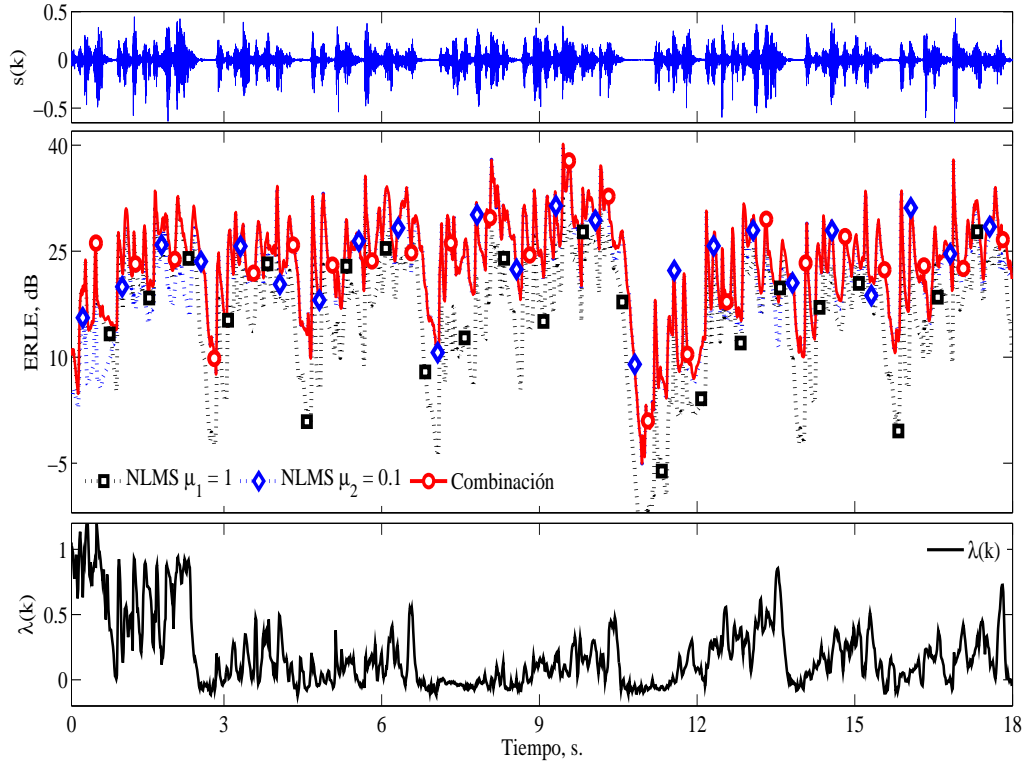


Figura 3.21: Cancelación de eco acústico con voz como señal de entrada utilizando el esquema tipo LS con  $K = 200$  para la adaptación de  $\lambda(k)$  en un escenario con  $\text{SNR} = 30$  dB. De arriba a abajo: Evolución temporal de la señal de voz  $s(k)$ ; evolución temporal de  $\text{ERLE}(k)$  de los componentes y de su combinación afín; evolución temporal del parámetro de mezcla  $\lambda(k)$ .

de  $\lambda(k)$ . Puede comprobarse que la combinación obtiene una cancelación correcta, comportándose al menos como el mejor de los componentes. En la parte inferior de la figura se ha representado la evolución de  $\lambda(k)$ , observándose cómo alcanza valores fuera del rango  $[0, 1]$ .

La figura 3.22 muestra los resultados del uso de la combinación utilizando la regla de adaptación tipo NLMS, con  $\mu_a = 1$  y  $\beta = 0.9$ ; y la regla tipo LS, con  $K = 200$  para diferentes SNRs. La comparación demuestra que el funcionamiento de la regla de adaptación tipo LS es muy similar al de la regla tipo NLMS, y por lo

tanto robusto frente a SNRs desconocidas y/o variantes en el tiempo. Además, visto que el  $ERLE(k)$  alcanzado utilizando ambos esquemas de adaptación es muy similar, queda de manifiesto que las ventajas de utilizar un esquema de combinación afín con respecto a uno convexo son inapreciables cuando la señal de entrada es voz.

### 3.4. Conclusión

La regla de adaptación tipo LMS originalmente propuesta para la combinación convexa de dos filtros adaptativos adolece de un problema concerniente a la selección del paso de adaptación  $\mu_a$  cuando la SNR presente en el escenario es desconocida *a priori* y/o variante en el tiempo.

En este capítulo se han presentado dos esquemas de adaptación del parámetro de mezcla  $\lambda(k)$  cuya robustez con respecto a la SNR ha sido demostrada analítica y experimentalmente, incluyendo tanto experimentos en entornos estacionarios como de seguimiento, y utilizando como señal de entrada ruido blanco y voz. Esta característica de ambas soluciones simplifica el ajuste del parámetro de mezcla, facilitando el empleo de esquemas basados en combinaciones de filtros adaptativos en escenarios realistas.

En el presente capítulo también se ha demostrado que el combinador óptimo converge a un valor negativo en un entorno estacionario, por lo que se ha prestado atención a la posibilidad de que la regla de adaptación del parámetro de mezcla pueda implementar una combinación afín. Si bien es cierto que el esquema tipo LS aquí presentado puede utilizarse para la combinación afín de dos filtros adaptativos, se ha comprobado cómo las ventajas de la combinación afín con respecto a la convexa no son normalmente muy significativas. Por esta razón, el esquema preferido y que se empleará de forma casi exclusiva en el resto de la Tesis Doctoral es el tipo NLMS, si bien la utilización de la actualización tipo LS podría estar justificada si fuese necesario combinar un número de filtros mayor que dos.

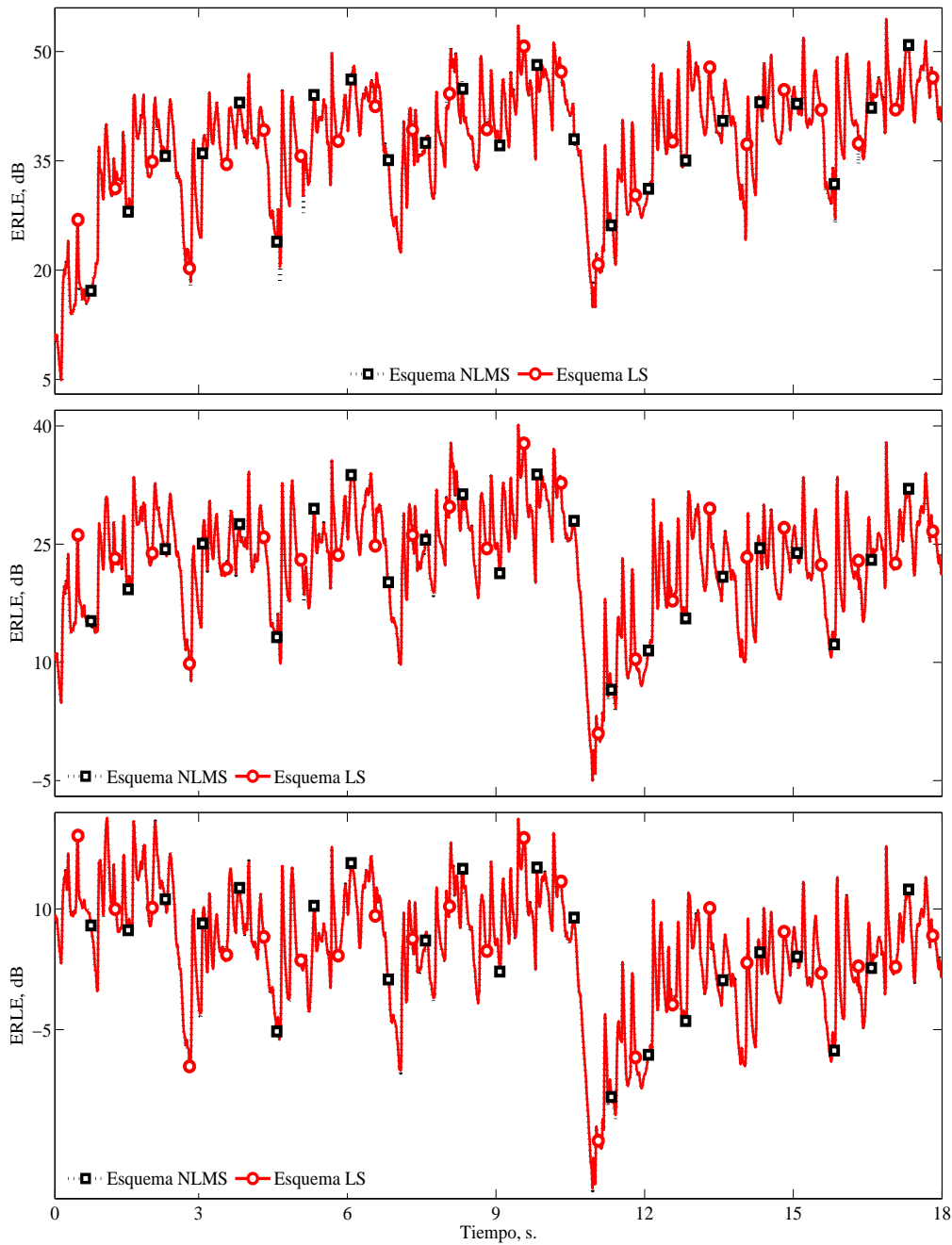


Figura 3.22: Comparación de la cancelación de eco acústico utilizando el esquema basado en LS con  $K = 200$  y el esquema normalizado con  $\mu_{an} = 1$  y  $\beta = 0.9$ . De arriba a abajo, ERLE para SNR de 50 dB, 30 dB y 10 dB.

## Capítulo 4

# Esquemas de combinación en el dominio frecuencial

Las señales involucradas en las aplicaciones de procesamiento de señales acústicas, como puede ser el caso de la voz o las señales musicales, poseen un espectro cuyo margen dinámico en función de la frecuencia es bastante amplio (es decir, son señales coloreadas). Bajo estas condiciones, la velocidad de convergencia de los filtros adaptativos tipo LMS o NLMS decrece considerablemente con respecto al caso de señales blancas. Además, las RIRs a identificar en este tipo de aplicaciones normalmente poseen una longitud muy grande, lo cual, además de ralentizar la convergencia de los esquemas adaptativos, implica un elevado coste computacional.

En los últimos años se han desarrollado diferentes soluciones que buscan mejorar el funcionamiento de los esquemas adaptativos en este tipo de escenarios, principalmente operando en el dominio frecuencial, entre las que destacan los esquemas de filtrado en subbandas. Bajo esta aproximación, las señales a filtrar se descomponen en diferentes subbandas, cuyo margen dinámico es menor comparado con la señal de banda ancha, haciendo que la utilización de un filtro adaptativo por subbanda permita una convergencia mejor que la del filtro de banda ancha, además de una reducción en términos de coste computacional.

En este capítulo se presenta un esquema de filtrado adaptativo por subbandas que utiliza la combinación de filtros basándose en el algoritmo de filtrado adaptativo en subbandas sin retardo presentado en [Morgan and Thi, 1995].

## 4.1. Introducción

En la literatura se pueden encontrar distintos esquemas de filtrado adaptativo en el dominio frecuencial, que buscan uno o ambos de estos objetivos: acelerar la convergencia de los algoritmos adaptativos ante entradas coloreadas y reducir el coste computacional asociado a la identificación de RIRs largas. De entre los diferentes algoritmos existentes, en esta sección se incluyen los filtros adaptativos en el dominio frecuencial y los filtros adaptativos en subbandas.

### 4.1.1. Filtros adaptativos en el dominio frecuencial

Al contrario que la implementación temporal, en la que se procede muestra a muestra, la implementación en el dominio frecuencial está basada en el procesamiento de bloques de la señal de entrada  $\mathbf{x}(k)$  y de referencia  $d(k)$ , calculando la transformada rápida de Fourier (*Fast Fourier Transform*, FFT) de dichos bloques e implementando en el dominio frecuencial tanto el filtrado como la adaptación del filtro.

El espectro de salida se calcula simplemente como una multiplicación de la señal de entrada transformada y los coeficientes en el dominio frecuencial (constantes para todo el bloque), lo que permite un gran ahorro en términos de coste computacional con respecto a las implementaciones en el dominio temporal. Los coeficientes del filtro adaptativo son complejos, lo que hace que los esquemas de adaptación también contemplen señales complejas, como en el caso del algoritmo LMS complejo por bloques [Haykin, 2002].



### 4.1.2. Filtros adaptativos en subbandas

Los filtros adaptativos en subbandas (*Subband Adaptive Filters*, SAFs) persiguen mejorar la convergencia de los filtros adaptativos ante entradas coloreadas y reducir su elevada carga computacional [Gilloire, 1987; Kellermann, 1988]. Existen multitud de esquemas de filtrado adaptativo en subbandas, todos ellos basados en el concepto de filtrado digital multitasa [De Courville and Duhamel, 1998; Hirayama et al., 1999; Merched et al., 1999; Morgan and Thi, 1995; Sandeep-Pradham and Reddy, 1999; Abadi, 2009; Milani et al., 2009]. Los SAFs más comunes dividen la señal de entrada  $\mathbf{x}(k)$  y la señal deseada  $d(k)$  en  $Y$  subbandas mediante una sección de análisis. Posteriormente, filtran las señales utilizando un filtro adaptativo en cada subbanda, y finalmente obtienen la salida global utilizando una sección de síntesis.

Mediante la sección de análisis se obtienen las señales en subbandas por medio de un banco de filtros de análisis, normalmente uniforme<sup>1</sup>, consistente en  $Y$  filtros paso banda, diseñados para dividir las señales de banda ancha en  $Y$  bandas frecuenciales ligeramente superpuestas. Posteriormente, las señales filtradas, cuyo ancho de banda es inferior al de la señal de banda ancha, se diezman por un factor  $D$ , pasando de una frecuencia de muestreo original  $f_s$  a una frecuencia inferior  $f_s/D$ . En los casos en los que el factor de diezmado coincide con el número de subbandas, i.e.  $D = Y$ , se reduce drásticamente el coste computacional del esquema, hablando entonces de diezmado crítico [De Courville and Duhamel, 1998; Hirayama et al., 1999; Farhang-Boroujeny, 1998].

Los filtros adaptativos utilizados en cada una de las  $Y$  subbandas tendrán una longitud  $M_s$  menor que la del filtro adaptativo de banda ancha, i.e.  $M_s < M$ , trabajando en paralelo a la frecuencia  $f_s/D$ . Estos filtros actualizan sus coeficientes de forma independiente, persiguiendo minimizar su correspondiente señal de error en cada subbanda, y utilizando señales diezmadas (con el consiguiente ahorro en coste computacional). La menor longitud de los filtros adaptativos tiene como consecuen-

---

<sup>1</sup>Es decir, donde las frecuencias centrales de los filtros están equiespaciadas.

cia un incremento en la velocidad de convergencia en caso de que se utilicen filtros NLMS [Homer et al., 1998].

Una vez filtradas las señales en cada subbanda, las  $N$  salidas se procesan mediante la sección de síntesis, la cual está compuesta por un interpolador de orden  $D$ , que devuelve cada señal de subbanda a la frecuencia de muestreo original  $f_s$ , y un banco de filtros de síntesis seguido de un sumador que permiten obtener la señal de banda ancha.

En la implementación de los SAFs cobra especial importancia el diseño de los bancos de filtros de análisis y síntesis, copando gran parte de la literatura dedicada a estos esquemas [Lee et al., 2009]. El objetivo perseguido en el diseño del conjunto formado por la sección de análisis y de síntesis es que su respuesta sea simplemente un retardo, en cuyo caso se dice que el sistema posee la propiedad de reconstrucción perfecta. Cuando dicha propiedad no se cumple se debe a la introducción de un error consecuencia del solapamiento frecuencial provocado por la respuesta no ideal de los filtros de análisis, los cuales presentan una cierta banda de transición y una atenuación finita, y por el diezmado posterior. Los sistemas con diezmado crítico están más sujetos al problema de la interferencia por solapamiento, viendo afectada de esta forma la convergencia del esquema [De León and Etter, 1995; Gilloire and Vetterli, 1992]. Sin embargo, esta perturbación puede eliminarse con un diseño adecuado de los filtros de síntesis, dando lugar a un sistema total sin solapamiento. Otras técnicas para reducir dicha interferencia en filtros SAFs pueden consultarse en [Lee et al., 2009].

De entre las diferentes implementaciones que pueden emplearse para el diseño de los bancos de filtros destacan:

- La decomposición polifase [Bellanger et al., 1976].
- Los bancos de filtros espejo en cuadratura (*Quadrature-Mirror Filter*, QMF) [Vaidyanathan, 1993; Chu, 1985] y su versión aproximada, i.e., pseudo-QMF [Bosi, 2003].

- Los bancos de filtros paraunitarios [Vaidyanathan, 1993; Mitra, 2001].
- Los bancos de filtros coseno modulado [Lin and Vaidyanathan, 1998; Cox, 1986; Malvar, 1990].

Se pueden consultar otros diseños de bancos de filtros en [Lee et al., 2009].

### Configuraciones para filtrado en subbandas

Existen dos configuraciones posibles para la implementación de los SAFs que difieren, entre otros aspectos, en el mínimo error alcanzable por el esquema. Por una parte, la configuración en lazo abierto, donde las señales de banda ancha a filtrar por el banco de filtros de análisis son la señal deseada  $d(k)$  y la señal de entrada  $\mathbf{x}(k)$ . En ese caso, la función de coste a minimizar se basa en la suma de los errores cuadráticos en cada subbanda. Debido al hecho de que los filtros de análisis usualmente no son ideales, y no producen señales de subbandas mutuamente excluyentes, la minimización de esta función de coste da lugar a unos niveles de MSE en banda ancha superiores al mínimo posible. Por otra parte, la configuración en lazo cerrado, donde las señales de banda ancha a filtrar por el banco de filtros de análisis son la señal  $\mathbf{x}(k)$  y la señal de error  $e(k)$ . Gracias a esta configuración se puede minimizar el MSE de banda ancha, ya que las componentes frecuenciales distintas de cero se reintroducen en el esquema para actualizar los filtros adaptativos de las subbandas, minimizando así la potencia de dichas componentes. Esta característica hace que el esquema completo pueda converger a la solución óptima de Wiener.

Un problema importante que surge con los SAFs en aplicaciones como la cancelación de eco o de ruido es la introducción de un retardo no despreciable en la vía de señal debido a los bancos de filtros de análisis y síntesis [Breining et al., 1999; Morgan and Thi, 1995]. Para evitar este inconveniente se desarrolló una variante que introduce varias modificaciones sobre el esquema básico de los SAFs, denominada filtro adaptativo en subbandas sin retardo (*Delayless SAF*, DSAF) [Morgan and Thi, 1995].

## 4.2. ESQUEMA DE FILTRADO ADAPTATIVO EN EL DOMINIO FRECUENCIAL UTILIZANDO COMBINACIÓN DE FILTROS

---

Tomando como base este algoritmo, en la siguiente sección se propone un esquema que, gracias a una combinación de filtros por subbanda, aprovecha el comportamiento independiente de las señales filtradas en cada subbanda, y cuyas ventajas son fácilmente exportables a otros esquemas de filtrado adaptativo en frecuencia. Como antecedente cabe mencionar la propuesta en [Ni and Li, 2010] de un esquema de combinación de dos filtros en subbandas con pasos de adaptación diferentes. Sin embargo, el uso de un único parámetro de mezcla no permite sacar partido de las particularidades intrínsecas a las señales de cada subbanda, lo que proporciona ventajas adicionales al esquema propuesto en esta Tesis Doctoral.

### 4.2. Esquema de filtrado adaptativo en el dominio frecuencial utilizando combinación de filtros

La principal ventaja del esquema DSAF con respecto a esquemas anteriores de descomposición en subbandas es la eliminación del retardo en el camino de la señal, provocado por los filtros de síntesis y análisis, gracias a la implementación del proceso de adaptación en un lazo auxiliar. De esta forma, en el algoritmo DSAF, los filtros adaptativos de cada subbanda se actualizan utilizando señales filtradas mediante filtros de análisis, y posteriormente diezmadas, sin la necesidad de filtro de síntesis alguno. Posteriormente, los pesos de todas las subbandas se transforman en los pesos de un filtro de banda ancha en el dominio del tiempo (*WideBand Filter*, WBF),  $\mathbf{w}(k)$ , que filtra la señal de entrada  $\mathbf{x}(k)$ .

El esquema presentado en esta Tesis se basa en la configuración en lazo cerrado del algoritmo DSAF presentado en [Morgan and Thi, 1995]. En esta configuración del esquema DSAF se filtra la señal de error  $e(k)$ , introduciendo un pequeño retardo en la actualización de los coeficientes que da lugar a una limitación de la constante de adaptación  $\mu$  utilizada en el filtro adaptativo de cada subbanda. Sin embargo, la ventaja de esta configuración radica en el hecho de que cualquier solapamiento producido por el filtrado de las señales empleadas para actualizar los pesos en cada

subbanda, se elimina debido a la realimentación de la señal de error en el lazo cerrado [Lee et al., 2009], lo cual la convierte en una opción atractiva para nuestro esquema.

La figura 4.1 representa un esquema del algoritmo propuesto [Azpigueta-Ruiz et al., 2007], donde se utiliza una combinación de filtros NLMS con diferentes tasas de adaptación para cada subbanda. Como consecuencia, se requieren tantos parámetros de mezcla como subbandas se consideren, algo que dota al esquema de una gran versatilidad, tal y como se observará en los experimentos de la Sección 4.3.

En la solución propuesta se pueden distinguir dos partes, que se tratarán por separado en la presentación del esquema:

- Los algoritmos de adaptación de los filtros componentes y de la combinación en cada subbanda.
- La arquitectura necesaria para generar los coeficientes del filtro global y para filtrar las señales en banda ancha. Dicha arquitectura se modifica con respecto a la original presentada en [Morgan and Thi, 1995] debido a la utilización de una combinación de filtros en cada subbanda.

#### 4.2.1. Adaptación de los filtros componentes y de la combinación

En cada una de las subbandas se emplea una combinación convexa de dos filtros NLMS,  $\mathbf{w}_{i,j}(k)$ , donde  $j = 1, 2$  hace referencia al primer y segundo componentes, con constantes de adaptación  $\mu_1$  y  $\mu_2$ , respectivamente ( $\mu_1 > \mu_2$ ), mientras que el subíndice  $i$  hace referencia al número de subbanda. Cada uno de los filtros componentes se actualiza utilizando una señal de error independiente,  $e_{i,j}(k)$ , siguiendo un esquema tipo NLMS

$$\mathbf{w}_{i,j}(k+1) = \mathbf{w}_{i,j}(k) + \frac{\mu_j}{\|\mathbf{x}_i(k)\|^2} \mathbf{x}_i(k) e_{i,j}^*(k), \quad (4.1)$$

siendo  $\mathbf{x}_i(k)$  la señal de entrada de cada subbanda y  $e_{i,j}(k)$  la señal de error de la subbanda  $i$ -ésima y la componente  $j$ -ésima. El símbolo \* denota conjugación com-

## 4.2. ESQUEMA DE FILTRADO ADAPTATIVO EN EL DOMINIO FRECUENCIAL UTILIZANDO COMBINACIÓN DE FILTROS

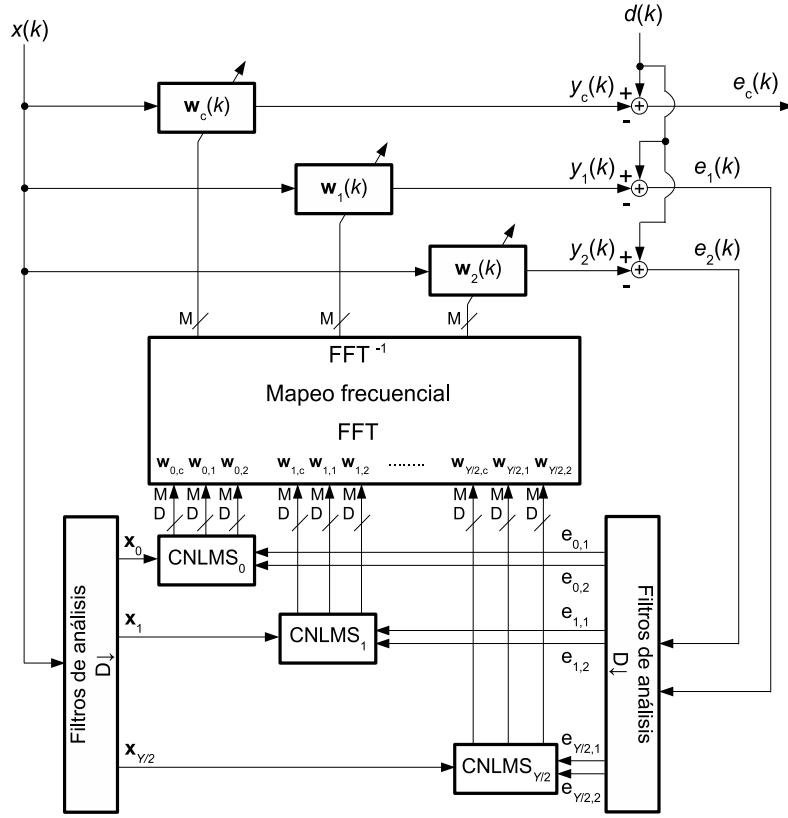


Figura 4.1: Esquema de cancelación de eco acústico basado en [Morgan and Thi, 1995] considerando una combinación convexa por subbanda, representada mediante el rectángulo con texto  $CLMS_i$ , siendo  $i$  el número de subbanda.

pleja. Cabe mencionar que se ha elegido el mismo valor del paso de adaptación para los filtros componentes rápidos ( $\mu_1$ ) o lentos ( $\mu_2$ ) de todas las subbandas.

Para obtener los pesos del filtro combinado en cada subbanda,  $w_{i,c}(k)$ , se implementa una combinación convexa de los pesos de los filtros componentes por medio de un parámetro de mezcla  $\lambda_i(k)$  para cada subbanda  $i$ , según

$$w_{i,c}(k) = \lambda_i(k)w_{i,1}(k) + [1 - \lambda_i(k)]w_{i,2}(k). \quad (4.2)$$

Cada parámetro de mezcla  $\lambda_i(k)$  se adapta utilizando un algoritmo de gradiente estocástico con el objetivo de minimizar la potencia del error en cada subbanda,

$e_{i,c}^2(k)$ , utilizando el esquema propuesto en la Subsección 3.2.3 debidamente particularizado:

$$a_i(k+1) = a_i(k) + \frac{\tilde{\mu}_{an}}{p_i(k)} \Re \{ e_{i,c}^*(k) [e_{i,2}(k) - e_{i,1}(k)] \} \text{sgm}[a_i(k)](1 - \text{sgm}[a_i(k)]), \quad (4.3)$$

donde  $\Re$  representa la parte real de un número complejo, y siendo

$$p_i(k) = 0.9p_i(k-1) + 0.1 |e_{i,2}(k) - e_{i,1}(k)|^2. \quad (4.4)$$

El parámetro de mezcla  $\lambda_i(k)$  puede obtenerse a partir de (4.3) utilizando la función de activación dada por la ecuación (3.10). Nótese que las únicas modificaciones que es necesario introducir se deben al carácter complejo de las señales en el dominio frecuencial.

Incorporando una combinación de filtros con diferente paso de adaptación en cada subbanda, se persigue aliviar el compromiso velocidad de convergencia *vs* error residual, el cual puede ser diferente para cada subbanda en función de la potencia de señal y ruido presentes en cada una. Además, las variaciones en las RIRs pueden afectar de forma diferente a cada subbanda.

#### 4.2.2. Arquitectura de filtrado en subbandas sin retardo

Según se observa en la figura 4.1, como consecuencia de la utilización de la configuración en lazo cerrado se requiere la implementación de tres filtros<sup>2</sup> WBFs: para la componente rápida  $\mathbf{w}_1(k)$ , la lenta  $\mathbf{w}_2(k)$  y para el filtro global  $\mathbf{w}_c(k)$ . Por un lado, la salida de los filtros  $\mathbf{w}_1(k)$  y  $\mathbf{w}_2(k)$ , los cuales, respectivamente, se crean a partir de los pesos de los filtros NLMS con  $\mu_1$  y  $\mu_2$  de cada subbanda, se utilizan para calcular las señales de error  $e_1(k)$  y  $e_2(k)$ , que a su vez se realimentan, una vez filtradas y diezmadas, para la adaptación de los parámetros de mezcla  $\lambda_i(k)$  y de los filtros  $\mathbf{w}_{i,1}(k)$  y  $\mathbf{w}_{i,2}(k)$ . Por otra parte, la salida del filtro combinado  $\mathbf{w}_c(k)$  se utiliza para modelar la RIR, generando la salida global del esquema  $y_c(k)$ .

---

<sup>2</sup>Si se utilizase la configuración en lazo abierto, sólo sería necesaria la implementación de un filtro WBF, con la consiguiente reducción en términos de coste computacional.

## 4.2. ESQUEMA DE FILTRADO ADAPTATIVO EN EL DOMINIO FRECUENCIAL UTILIZANDO COMBINACIÓN DE FILTROS

---

Tal y como se comentó en la Subsección 4.1.2, existen diferentes técnicas para generar las señales de cada subbanda:  $\mathbf{x}_i(k)$ ,  $e_{i,1}(k)$  y  $e_{i,2}(k)$ . En [Morgan and Thi, 1995] se utiliza la técnica polifase FFT, mediante la que se pueden generar  $Y$  filtros paso banda contiguos cuya salida se diezma por un factor  $D = Y/2$ , produciendo  $Y$  señales de subbanda provenientes de cada señal de banda ancha,  $\mathbf{x}(k)$ ,  $e_1(k)$  y  $e_2(k)$ . El banco de filtros polifase se crea partiendo de un filtro prototipo paso bajo cuyos coeficientes son reales, construyendo los demás filtros paso banda (con coeficientes complejos) desplazando en frecuencia el filtro prototipo. Como consecuencia del diezmo, la longitud de los filtros adaptativos en cada subbanda es de  $M/D$  etapas, siendo  $M$  la longitud de los filtros de banda ancha.

En aplicaciones donde las señales a filtrar son reales, como es el caso del procesamiento de señales acústicas, los coeficientes de los filtros WBF son también reales, por lo que no es necesario implementar la totalidad de los filtros polifase, sino que es suficiente con procesar  $Y/2 + 1$  de las señales de las subbandas, considerando  $i = 0, \dots, Y/2$ . Cabe citar que las señales de cada subbanda, una vez filtradas y diezmadas, sí tienen carácter complejo.

Una vez que se adaptan los filtros en cada subbanda, se procede a la construcción del filtro WBF. Puesto que las señales a filtrar tienen valores complejos, los coeficientes de los filtros adaptativos de las subbandas también son complejos, por lo que la función de la transformación de pesos consiste en mapear los pesos complejos de las subbandas en un conjunto equivalente de pesos reales del filtro WBF. Existen diferentes técnicas para realizar la transformación de los pesos desde las subbandas al filtro de banda ancha [Hirayama et al., 1999; Merched et al., 1999]. En el esquema que presentamos se ha empleado el mapeo descrito en [Morgan and Thi, 1995], aunque se podrían implementar configuraciones más eficientes computacionalmente [Huo et al., 2001].



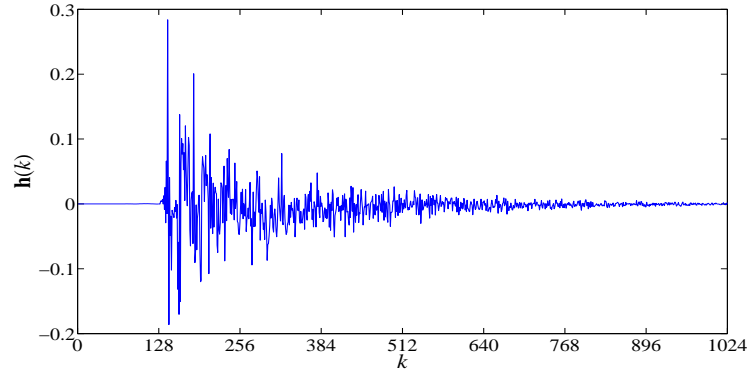


Figura 4.2: Respuesta al impulso del eco utilizada en los experimentos, limitada a 1024 etapas.

### 4.3. Evaluación experimental

Se utiliza una RIR de 1024 coeficientes de longitud, la cual se muestra en la figura 4.2. Teniendo en cuenta que, al filtrar en subbandas, la longitud del filtro adaptativo a utilizar se reduce con el número de subbandas utilizadas, es posible considerar una RIR mayor que en capítulos anteriores sin ralentizar la respuesta del sistema en demasía. Por consiguiente, la longitud de los tres filtros de banda ancha,  $\mathbf{w}_1(k)$ ,  $\mathbf{w}_2(k)$  y  $\mathbf{w}_c(k)$ , es también de 1024 coeficientes.

Con respecto al banco de filtros de análisis, se han considerado  $Y = 32$  subbandas, de las cuales sólo es necesario implementar 17. Se ha utilizado la rutina *fir1* de Matlab para generar el filtro prototipo paso bajo, creando los demás filtros según la técnica polifase. Evidentemente, se pueden utilizar otros filtros prototipos más eficientes en términos computacionales y otras técnicas para crear el banco de filtros [Vaidyanathan, 1993], pero se ha elegido esta opción por coherencia con [Morgan and Thi, 1995]. Considerando una frecuencia de muestreo de 8 kHz, el ancho de banda ideal de cada subbanda es de 250 Hz.

Una vez filtradas, todas las señales generadas en las subbandas, se diezman por un factor  $D = Y/2 = 16$ . De esta forma, los filtros adaptativos utilizados en cada subbanda,  $\mathbf{w}_{i,1}(k)$ ,  $\mathbf{w}_{i,2}(k)$  y  $\mathbf{w}_{i,c}(k)$ , tienen una longitud igual a  $1024/D = 64$  etapas.

Tanto las componentes rápidas,  $\mathbf{w}_{i,1}(k)$ , como las lentas,  $\mathbf{w}_{i,2}(k)$ , se adaptan usando el algoritmo NLMS, con pasos de adaptación  $\mu_1 = 0.5$  y  $\mu_2 = 0.05$ , respectivamente. Puesto que se implementan un total de 17 subbandas, se requiere el mismo número de parámetros de mezcla, que se adaptan según (4.3) con  $\mu_{an} = 1$ .

Para comprobar la versatilidad del esquema, se ha introducido un cambio en la RIR que no afecta de igual manera a todas las subbandas. Para ello, se ha simulado un cambio en la amplitud de las componentes en el margen frecuencial desde 375 Hz hasta 525 Hz. Por supuesto, aunque los cambios que pueden suceder en los recintos afectan de diferente forma a cada frecuencia, en la realidad no se suelen observar cambios que sólo afecten a una margen de frecuencias de forma tan clara. Sin embargo, un entorno simulado como el utilizado permite el estudio del algoritmo de forma más clara y sencilla.

El funcionamiento del algoritmo propuesto se comparará con el obtenido por un algoritmo que sólo utilizase un parámetro de mezcla, combinando la salida de los filtros de banda ancha  $y_1(k)$  e  $y_2(k)$ , en lugar de emplear una combinación para cada subbanda. La adaptación del parámetro de mezcla único,  $\eta(k)$ , se lleva a cabo según las ecuaciones presentadas en la Sección 3.2.3, considerando las salidas y los errores de los filtros de banda ancha, y seleccionando  $\mu_{an} = 1$ . La figura 4.3 muestra el esquema del algoritmo que emplea únicamente un parámetro de mezcla, que se denominará S-WBF (*Single WBF*).

A continuación se incluyen los experimentos realizados, considerando como señal de entrada  $x(k)$  tanto ruido USASI [NRSC AM, 1988], como señal de voz. El ruido USASI (*United States of America Standards Institute*) es un tipo de ruido generado artificialmente filtrando ruido blanco, con el objeto de simular el espectro promedio a largo plazo de una señal de voz típica, y que resulta muy apropiado para la evaluación de sistemas de descomposición en subbandas. La densidad espectral de potencia de esta señal se muestra en la figura 4.4.

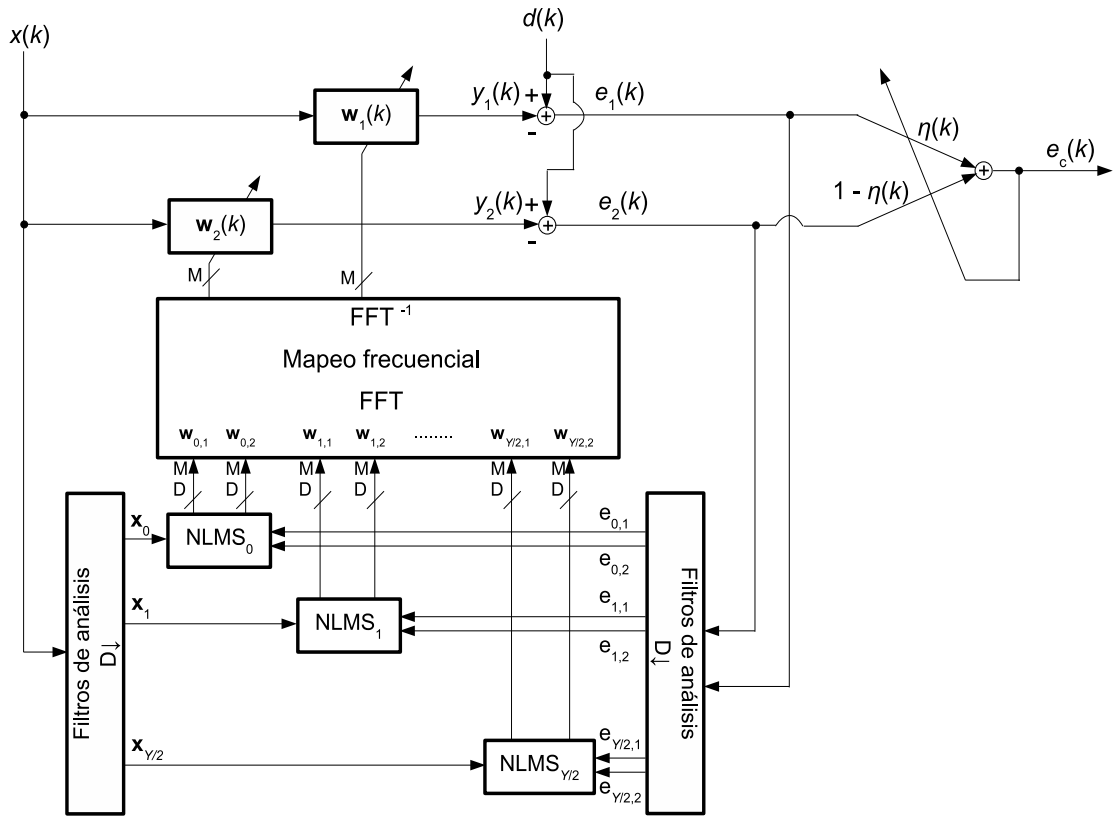


Figura 4.3: Esquema de cancelación de eco acústico basado en el presentado en [Morgan and Thi, 1995] considerando exclusivamente un parámetro de mezcla  $\eta(k)$ .

### 4.3.1. Ruido USASI como señal de entrada

La figura 4.5 muestra la evolución del  $EMSE(k)$  de los componentes NLMS rápido y lento y de su combinación, cuando se emplea ruido USASI como señal de entrada, para cuatro subbandas que ilustran suficientemente lo que ocurre en el resto.

En esta figura se puede observar cómo la convergencia de los filtros es diferente en cada subbanda. Este aspecto depende principalmente del carácter de la densidad espectral y de la SNR en cada subbanda. Por ejemplo, compárese la convergencia de los componentes de la subbanda  $i = 0$  (panel (a) de la figura 4.5), donde el filtro lento no ha convergido en el tiempo que dura el experimento, con la convergencia observada en la subbanda  $i = 11$  (panel (d)), donde ambos filtros lo han hecho. Además,

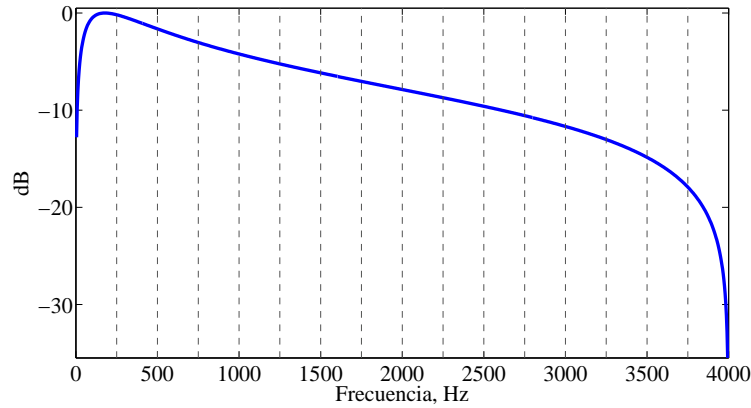


Figura 4.4: Representación normalizada de la densidad espectral de potencia del ruido USASI en función de la frecuencia, considerando una frecuencia de muestreo,  $f_s = 8000$  Hz. Las líneas discontinuas hacen referencia a las separaciones ideales entre las diferentes subbandas.

cuando aparece un cambio que no afecta a todas las subbandas, las componentes en las que influye el cambio deben reconverger, tal y como se observa en la subbanda  $i = 2$  (panel (b)). Otras subbandas vecinas presentan una cierta perturbación consecuencia de la interferencia por solapamiento debido a la respuesta de los filtros, como, por ejemplo, en la subbanda  $i = 3$  (panel (c) de la misma figura). Sin embargo, otras subbandas más lejanas son totalmente insensibles al cambio introducido, no requiriendo de reconvergencia alguna, como puede verse en el panel (d) de la figura 4.5 (subbanda  $i = 11$ ).

Teniendo en cuenta lo dicho, la incorporación de una combinación en cada subbanda dota al esquema de gran versatilidad, puesto que permite que en cada subbanda la combinación se adapte de una forma independiente, comportándose siempre al menos como el mejor de los elementos de la subbanda, independientemente de cuando convergen o de si tienen necesidad de reconverger los componentes de las demás subbandas.

La figura 4.6 muestra la evolución del  $EMSE(k)$  de los filtros de banda ancha, comparando el comportamiento del WBF rápido,  $\mathbf{w}_1(k)$ , el del lento,  $\mathbf{w}_2(k)$ , el de

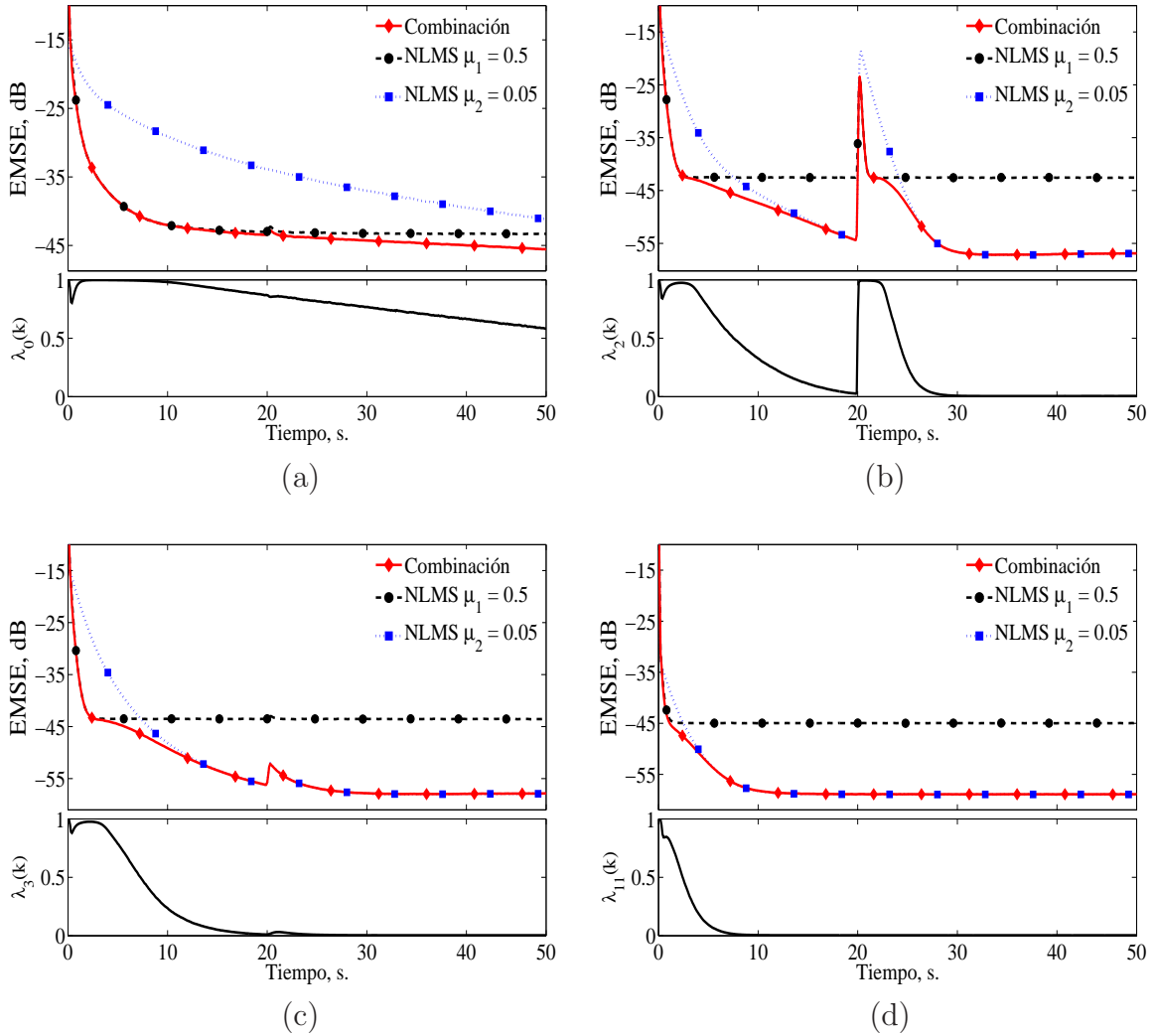


Figura 4.5: Cancelación de eco acústico utilizando ruido USASI como señal de entrada en un escenario donde la RIR cambia abruptamente en  $t = 20$  s. Evolución del  $EMSE(k)$  de los componentes y de su combinación, y del parámetro de mezcla. (a) Subbanda  $i = 0$ , (b) Subbanda  $i = 2$ , (c) Subbanda  $i = 3$  y (d) Subbanda  $i = 11$ .

la combinación de ambos mediante un único parámetro de mezcla  $\eta(k)$  (S-WBF), y el resultado del esquema que presentamos, utilizando una combinación por cada subbanda. Como se puede observar, ambos esquemas combinados mejoran el comportamiento de los filtros componentes. Sin embargo, el algoritmo propuesto obtiene un error global menor al obtenido por el filtro S-WBF. Esto es debido a que el com-

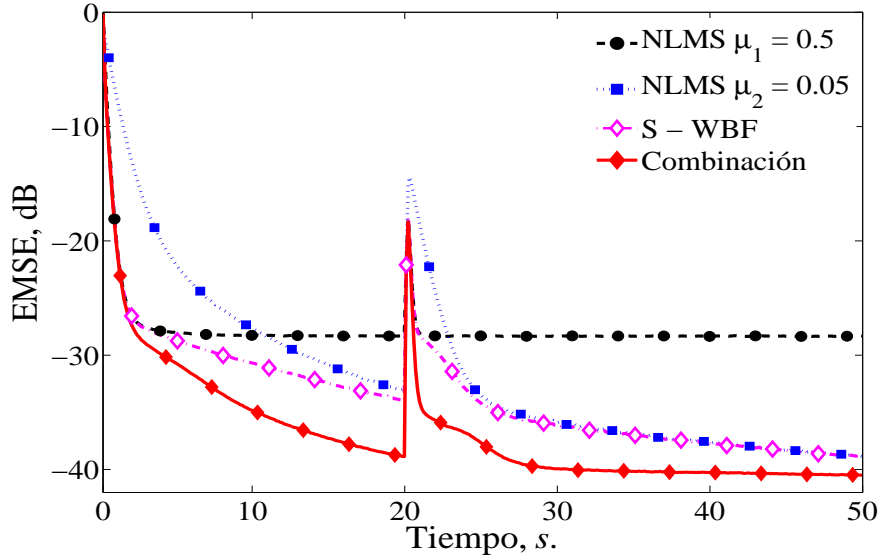


Figura 4.6: Cancelación de eco acústico utilizando ruido USASI como señal de entrada en un escenario donde la RIR cambia abruptamente en  $t = 20$  s. Evolución del  $EMSE(k)$  del filtro WBF rápido, del lento, y de sus combinaciones con un parámetro de mezcla único (S-WBF) y con parámetros de mezcla diferentes en subbanda.

portamiento de la combinación con uno solo parámetro de mezcla está gobernado principalmente por las subbandas con mayor energía, mientras que en el caso de la combinación por subbandas, cada combinación se adapta de forma independiente. Cabe citar que parte del éxito del esquema propuesto radica en la utilización del esquema normalizado para la adaptación de  $a_i(k)$ , puesto que éste permite el empleo de un valor de  $\mu_{an}$  igual para todas las subbandas [Azcicueta-Ruiz et al., 2007], permitiendo una correcta adaptación del parámetro de mezcla independientemente de las energías en de señal y ruido en cada subbanda.

### 4.3.2. Voz como señal de entrada

Para completar la evaluación del esquema presentado, se realiza una serie de experimentos utilizando voz como señal de entrada. La figura 4.7 muestra el  $ERLE(k)$  obtenido por los filtros de banda ancha lento y rápido, y por el algoritmo propuesto.

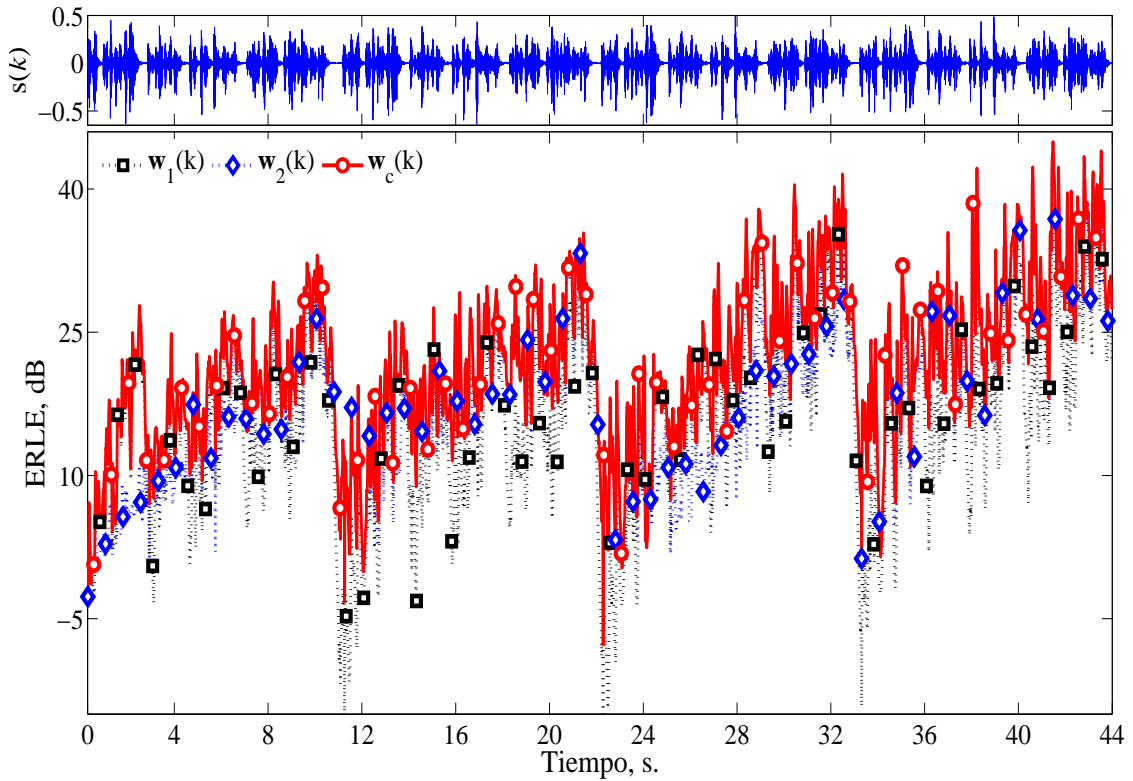


Figura 4.7: Cancelación de eco acústico utilizando voz como señal de entrada en un escenario donde la RIR cambia abruptamente en  $t = 24$  s. Evolución del  $ERLE(k)$  del filtro WBF rápido, del lento, y del esquema que implementa una combinación por subbanda.

Como se puede observar, en el esquema propuesto se da la convergencia rápida del filtro  $w_1(k)$  (véase que para  $t < 4$  s. las marcas cuadradas y circulares son cercanas), y un mayor  $ERLE(k)$  en estacionario del WBF lento (p. ej. para  $12 < t < 20$  s. se observa que las marcas circulares y rómbicas son similares superando a la casi totalidad de las marcas rectangulares). Además se puede observar que existen ciertos momentos, como tras el cambio introducido, en  $t = 24$  s., donde el esquema propuesto mejora el comportamiento de ambos filtros de banda ancha gracias a la combinación por subbandas (véase la figura 4.8, donde se representa en detalle esta zona de la gráfica).

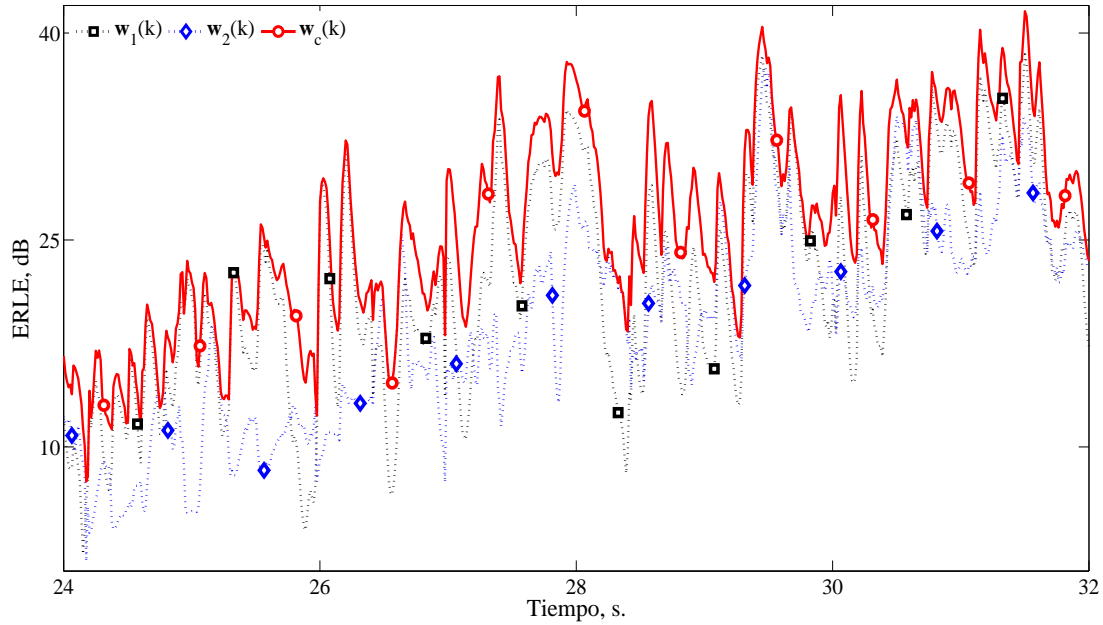


Figura 4.8: Detalle de la figura 4.7 tras el cambio en  $t = 24$  s.

Además, se ha realizado una comparación entre el  $ERLE(k)$  obtenido por el algoritmo propuesto y el que obtendría un esquema con un solo parámetro de mezcla, S-WBF. Como puede observarse en los detalles mostrados en las figuras 4.9 y 4.10, el esquema propuesto obtiene un mejor comportamiento, principalmente en dos zonas:

- En la convergencia inicial del algoritmo (en torno a 6 s.), donde el elemento lento de algunas subbandas mejora al rápido, y, por lo tanto, utilizar un parámetro de mezcla por cada subbanda proporciona ventaja. Véase el detalle en la figura 4.9.
- Tras el cambio introducido en  $t = 24$  s., donde sólo algunas subbandas reconvergen. Tal y como se observa en el detalle mostrado en la figura 4.10, el esquema propuesto obtiene en este caso ganancias de más de 5 dB con respecto al esquema de combinación con un único parámetro de mezcla.

Evidentemente, una vez que han convergido todos los filtros componentes de todas las subbandas, ambos esquemas combinados ofrecen un funcionamiento similar.



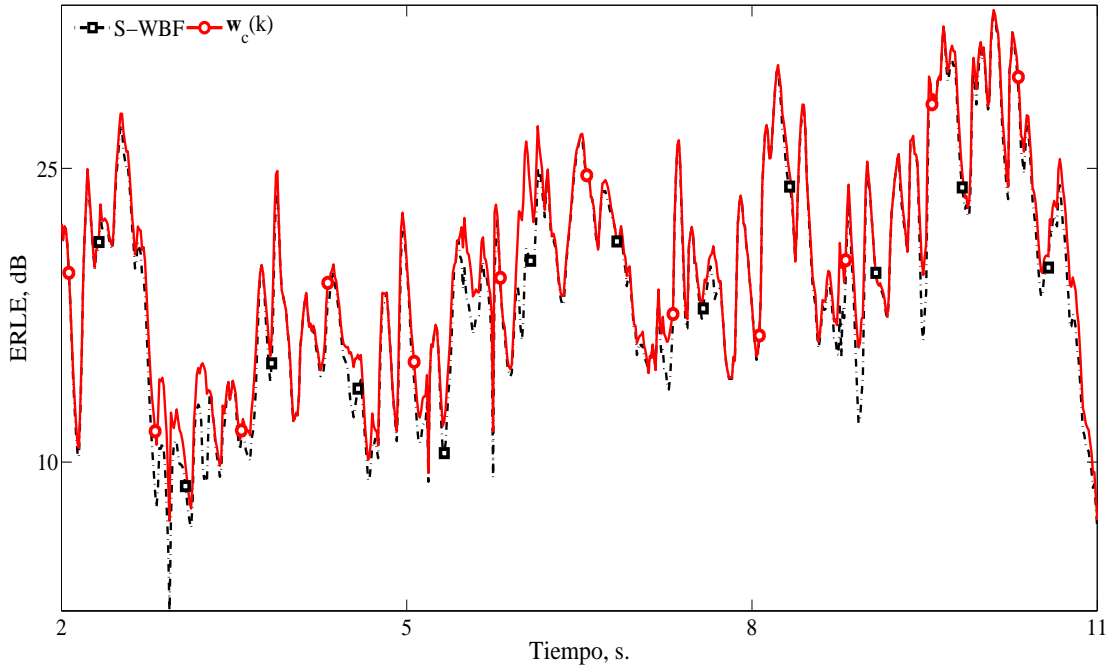


Figura 4.9: Cancelación de eco acústico utilizando voz como señal de entrada en un escenario donde la RIR cambia abruptamente en  $t = 24$  s. Evolución del  $ERLE(k)$  de la combinación convexa mediante  $\eta(k)$  del WBF rápido y del lento (S-WBF), y del esquema que implementa una combinación por subbanda. Detalle en torno a  $t = 6$  s.

## 4.4. Conclusiones

La convergencia de los filtros adaptativos tipo NLMS se ralentiza cuando deben identificar respuestas largas y/o las señales involucradas presentan una densidad espectral de potencia coloreada. Existen diferentes esquemas que tratan de acelerar dicha convergencia, entre los que destacan los filtros adaptativos en dominio transformado y los esquemas adaptativos en subbandas.

Utilizando la configuración en lazo cerrado del esquema de filtrado adaptativo en subbandas sin retardo presentado por [Morgan and Thi, 1995], se ha desarrollado un esquema basado en la utilización de una combinación convexa en cada subbanda de dos filtros con diferente paso de adaptación. Gracias a la actuación independiente de cada una de las combinaciones, se alivia el compromiso velocidad de convergencia

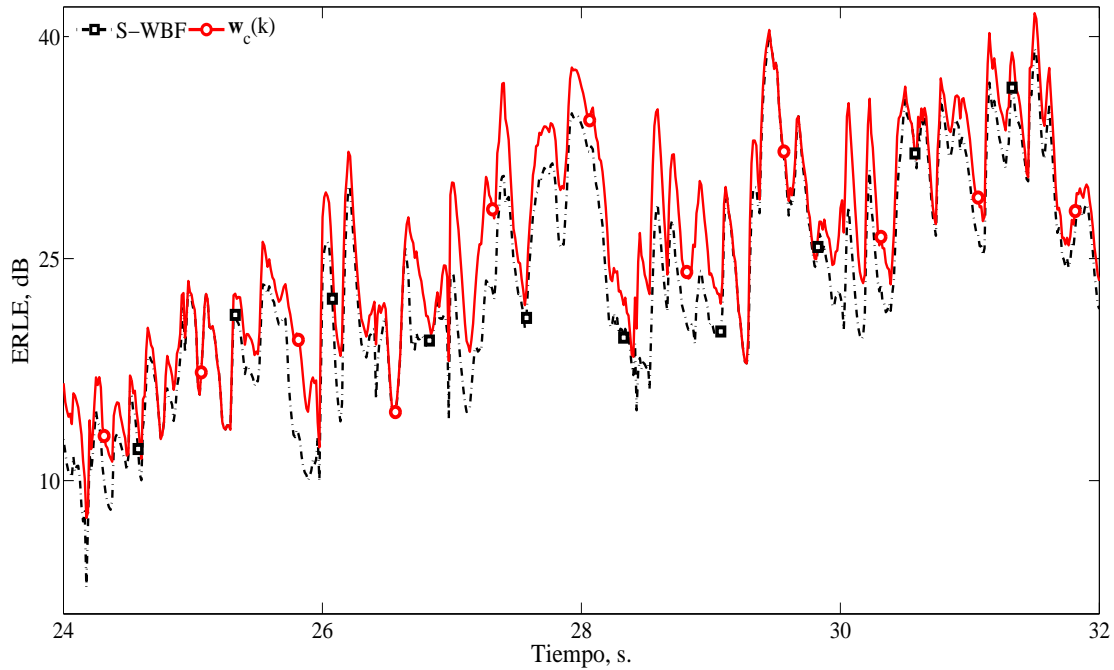


Figura 4.10: Cancelación de eco acústico utilizando voz como señal de entrada en un escenario donde la RIR cambia abruptamente en  $t = 24$  s. Evolución del  $ERLE(k)$  de la combinación convexa mediante  $\eta(k)$  del WBF rápido y del lento (S-WBF), y del esquema que implementa una combinación por subbanda. Detalle tras el cambio en  $t = 24$  s.

vs error residual en cada subbanda, permitiendo que el esquema global supere de forma notable tanto al filtro de banda ancha lento como al rápido, así como a una combinación que utilizase un único parámetro de mezcla.

Son esperables ventajas similares de la aplicación de estas ideas a otros esquemas de filtrado adaptativo en frecuencia o a otras configuraciones de filtros SAF como la de lazo abierto, trabajos que supondrían una extensión directa de las ideas presentadas en este capítulo.

## Capítulo 5

# Esquemas de combinación para escenarios no lineales

Normalmente las señales involucradas en las aplicaciones de procesamiento de señales acústicas se relacionan entre sí linealmente. Sin embargo, cada vez más, debido a las características de ciertos dispositivos como son amplificadores operando a alta potencia o altavoces de baja calidad, se genera una cierta distorsión no lineal. Debido a ésta, los filtros adaptativos lineales obtienen un funcionamiento deficiente en ciertos escenarios, mientras que el uso de filtros adaptativos no lineales permite obtener mejores resultados.

De entre los modelos no lineales existentes, uno de los más utilizados es el denominado filtro de Volterra (*Volterra Filter*, VF). En este capítulo se presentan diferentes esquemas de combinación basados en VFs que permiten mejorar el funcionamiento de las soluciones actuales, dotándolas de una mayor capacidad expresiva en escenarios donde es posible que exista una cierta distorsión no lineal, cuya potencia es desconocida *a priori* y/o variable en el tiempo.

El capítulo comienza con una breve descripción de los filtros adaptativos de Volterra, así como de las principales distorsiones no lineales que pueden aparecer en aplicaciones de procesamiento de señales acústicas. Seguidamente, se presentan

dos esquemas de combinación basados en VFs: la combinación de filtros de Volterra (CVF), y la combinación de núcleos (*Combination of Kernels*, CK). Ambos tienen un comportamiento similar, pero el segundo proporciona un ahorro importante en términos de coste computacional, por lo que servirá de base para obtener un esquema robusto con respecto a la presencia o ausencia de distorsión no lineal. Las distintas soluciones se evalúan en un escenario de cancelación de eco al final del capítulo.

## 5.1. Filtros de Volterra

Actualmente, existen diferentes esquemas que permiten modelar las no linealidades presentes en diferentes procesos físicos, por ejemplo mecánicos o eléctricos. Entre otros se encuentran las curvas de saturación polinómicas [Mäkelä and Niemistö, 2003], las redes neuronales, [Birkett and Goubran, 1995; Haykin, 1994], los modelos Wiener-Hammerstein basados en bloques [Costa et al., 2003; Vörös, 2004] y los filtros de Volterra transversales en tiempo discreto [Mathews and Sicuranza, 2000; Glentis et al., 1999; Reed and Hawksford, 2000; Küch and Kellermann, 2005].

El VF es uno de los esquemas de filtrado no lineal más importantes debido a su generalidad, pudiendo ser considerado como una extensión de los filtros lineales y de la expansión en series de Taylor [Küch, 2005]. Los VFs representan una relación no lineal entre la salida actual y las muestras más recientes de la señal de entrada, por lo que, a diferencia de otros modelos no lineales, incorporan memoria.

Tanto los VFs como los esquemas de adaptación de éstos se emplean ampliamente en la identificación y compensación de no linealidades en diferentes áreas, como son los sistemas de transmisión y en particular las comunicaciones vía satélite [Cheng and Powers, 2001; Benedetto and Biglieri, 1983], la amplificación de alta potencia [Tummla et al., 1997; Boccuzzi, 1995], la eliminación de artefactos en procesamiento de imágenes [Meenavathi and Rajesh, 2008] o el procesamiento de señales biomédicas [Asyali and Juusola, 2005]. En lo que respecta a aplicaciones de procesamiento de señales acústicas, destaca su utilización en control activo de ruido [Tan and Jiang,

2001] y en cancelación acústica de eco, donde varios autores han propuesto la utilización de VFs (consultar entre otros [Küch and Kellermann, 2006; Guerin et al., 2003; Uncini et al., 2002; R. Niemistö and Myllylä, 2002; Nollett and Jones, 1997]).

La salida de un filtro de Volterra,  $y_V(k)$  puede expresarse como la superposición de varias salidas parciales  $y_r(k)$  asociadas al núcleo  $r$ -ésimo, tal que

$$y_V(k) = \sum_{r=1}^R y_r(k) = \sum_{r=1}^R \sum_{i_1=0}^{N_r-1} \dots \sum_{i_r=i_{r-1}}^{N_r-1} h_{r,i_1,\dots,i_r} \prod_{q=1}^r x(k - i_q), \quad (5.1)$$

donde  $R$  es el orden del filtro de Volterra (i.e. el grado del polinomio que implementa) y  $N_r$  es la longitud de la memoria del núcleo  $r$ -ésimo. Los filtros de Volterra se caracterizan, entre otros aspectos, porque:

- Están dotados de gran generalidad, puesto que la relación entre la entrada y la salida de cualquier configuración en paralelo o en serie de filtros polinómicos puede ser descrita por un VF con el orden y la longitud de memoria adecuados.
- Los coeficientes de los núcleos  $h_{r,i_1,\dots,i_r}$  pueden actualizarse de forma sencilla por medio de esquemas de adaptación similares a los empleados con filtros adaptativos lineales [Mathews and Sicuranza, 2000], gracias a la linealidad que presenta la salida  $y_V(k)$  con respecto a  $h_{r,i_1,\dots,i_r}$ .
- Como principal inconveniente, el coste computacional asociado a los filtros de Volterra es elevado, dependiendo tanto de  $R$  como de  $N_r$  para  $r = 1, \dots, R$ , imposibilitando por tanto su utilización en aplicaciones realistas cuando  $R > 3$ .

Aparte de la gran capacidad de modelado que presentan los VFs, están sujetos a diferentes compromisos:

- Cuando se utiliza algún esquema para adaptar los coeficientes del filtro, y al igual que en el caso de los filtros lineales, existe un compromiso entre velocidad de convergencia, error residual y capacidad de seguimiento.

- La selección del orden del VF ( $R$ ) y de la longitud de cada núcleo ( $N_r$ ) imponen un compromiso entre capacidad de modelado y coste computacional. Cuanto mayores son  $R$  y  $N_r$ , se pueden modelar de forma más precisa no linealidades de orden mayor, aunque también crece el coste computacional y decrece la velocidad de convergencia. Además, si tanto  $R$  como  $N_r$  se eligen demasiado elevados, el ruido de gradiente asociado a la adaptación de coeficientes innecesarios degrada de forma notable el funcionamiento del VF. Este último problema aparece con frecuencia en la práctica, puesto que tanto  $R$  como  $N_r$  son normalmente parámetros desconocidos *a priori*.

## 5.2. Origen de la distorsión no lineal en aplicaciones de procesamiento de señales acústicas

La estructura general de una cadena electroacústica típica, involucrada en la mayoría de aplicaciones de procesamiento de señales acústicas, se ilustra en la figura 5.1. El diagrama de bloques incluye varios elementos en cascada: conversor digital analógico (D/A), amplificador de señal, altavoz, micrófono, preamplificador del micrófono y conversor analógico digital (A/D). Además, se incluye la vía de propagación acústica entre altavoz y micrófono,  $\mathbf{h}_{\text{RIR}}(k)$ , la cual, para los niveles de señal habituales, se considera un sistema lineal [Breining et al., 1999]. Las señales microfónicas comunes a aplicaciones que permiten movilidad (por ejemplo, dispositivos manos libres y telefonía móvil) tienen niveles de excitación moderados, por lo que, en la mayoría de aplicaciones, es asumible que el micrófono también tiene un comportamiento lineal. Sin embargo, los demás componentes de la figura 5.1 son fuentes potenciales de distorsión no lineal.

### Conversores digital analógico (D/A) y analógico digital (A/D)

Bajo un punto de vista teórico, se puede describir un conversor D/A ideal por medio de la respuesta al impulso de un filtro lineal [Proakis and Manolakis, 1996]. Sin

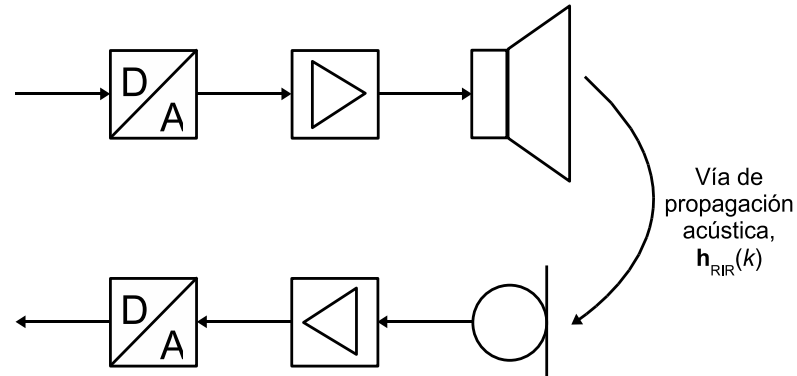


Figura 5.1: Diagrama de bloques de la estructura general de un sistema de reproducción y adquisición sonora.

embargo, las implementaciones prácticas por medio de *hardware* no ideal dan lugar a una relación no lineal entre la señal de entrada digital y la salida analógica del convertor D/A [Proakis and Manolakis, 1996; Agazzi et al., 1982]. Sin embargo, el convertor A/D no tiene equivalente lineal puesto que incorpora además una fuente de distorsión no lineal adicional consecuencia de la cuantificación de las señales analógicas con precisión finita. Las primeras publicaciones que tratan el tema de la distorsión no lineal introducida por los convertidores D/A y A/D modelan dicha distorsión por medio de un desarrollo en serie de Taylor de tercer orden [Chen and Vandewalle, 1989; Agazzi et al., 1982].

Pese a todo, gracias a los modernos convertidores de alta resolución utilizados en los sistemas de telecomunicaciones actuales, es aceptable despreciar los efectos de los errores de cuantificación y de cualquier otra distorsión no lineal causada por una conversión no ideal.

### Amplificadores

En la figura 5.1 se distinguen dos amplificadores: el amplificador del altavoz y el preamplificador del micrófono.

## 5.2. ORIGEN DE LA DISTORSIÓN NO LINEAL EN APLICACIONES DE PROCESAMIENTO DE SEÑALES ACÚSTICAS

---

- Las no linealidades del amplificador del altavoz son especialmente importantes en dispositivos de comunicaciones móviles, donde los usuarios de receptores móviles suelen preferir una cierta sobrecarga del amplificador a una reducción del volumen del sonido. Por lo tanto, el comportamiento no lineal de los amplificadores puede describirse como una saturación representada por medio de un recorte de las señales con gran amplitud. Además, se considera que los amplificadores de audio son sistemas sin memoria<sup>1</sup>. Teniendo en cuenta que en sistemas tipo teléfono móvil la distorsión que presenta el amplificador depende del nivel de batería, el modelado de esta distorsión no lineal debe ser variable en el tiempo.
- El micrófono incorpora normalmente un preamplificador que suele soportar un margen dinámico superior al del propio receptor. Cuando el transductor mecánico eléctrico del micrófono es capacitivo, el preamplificador está compuesto por dos bloques: el primero adapta impedancias, y el segundo amplifica. En caso de que la transducción no sea capacitiva, el segundo bloque es único, y teniendo en cuenta que los niveles de señal que normalmente recibe el micrófono son bastante pequeños, se puede asumir un comportamiento lineal [Küch, 2005].

### **Altavoz**

La gran mayoría de los altavoces utilizados son de tipo electrodinámico, en los cuales las no linealidades tienen origen, principalmente, en:

- La parte electromagnética (parte motora), causadas principalmente por las asimetrías en el flujo magnético [Eargle, 2003].
- La parte mecánica, donde la no linealidad depende de la rigidez de la araña y del soporte exterior. Debido a que las propiedades mecánicas de ambos elementos

---

<sup>1</sup>Sin embargo, los amplificadores utilizados en receptores de comunicaciones móviles y estaciones base presentan memoria debido a las altas frecuencias de la entrada [Vuolevi et al., 2001]



varían debido a cambios en la temperatura y a procesos de envejecimiento de los materiales utilizados, las características de estas no linealidades varían en el tiempo de forma lenta.

Diferentes autores defienden que el altavoz se puede modelar por medio de una caja negra, donde la relación entre su entrada y su salida puede aproximarse utilizando un filtro de Volterra [Klippel, 1990; Schurer, 1997]. Los altavoces electrodinámicos de pequeño tamaño pueden representarse por medio de un VF de segundo orden [Küch, 2005], aunque para teléfonos móviles existe la posibilidad de que los altavoces que incorporan presenten saturación debido a su miniaturización, por lo que, en este caso, podría ser una mejor elección utilizar VFs de tercer orden [Küch et al., 2005].

Todos los procesos mostrados en la figura 5.1, lineales y no lineales, pueden representarse por medio del correspondiente filtro de Volterra gobernado por la misma relación entrada/salida, la cual puede variar en el tiempo. Modelando el amplificador por medio de un polinomio de tercer grado y el altavoz como un VF de segundo orden, el sistema completo debería representarse mediante un VF de quinto orden. Sin embargo, esto no es posible en la práctica debido al enorme número de coeficientes que sería necesario, consecuencia también de la longitud de la RIR. Por ello, actualmente se restringe el VF que representa el sistema completo a un segundo o tercer orden [Küch, 2005].

Los esquemas que se presentan a continuación están particularizados considerando orden cuadrático, i.e.  $R = 2$ . Sin embargo, la formulación puede extrapolarse fácilmente a tercer orden y superiores.

### 5.3. Esquemas de combinación de filtros no lineales

En esta sección se proponen dos soluciones diferentes basadas en esquemas de combinación que permiten mejorar el comportamiento de los VFs. Ambas obtienen resultados similares, aunque la primera adolece de un gran coste computacional.

### 5.3.1. Combinación de filtros de Volterra

El primero de los esquemas resulta de una aplicación directa del concepto de combinación, mezclando la salida de varios VFs con ajustes diferentes. La dificultad estriba en que el número de VFs distintos a considerar para albergar todas las posibles situaciones crece exponencialmente con el orden de los VFs. Por ejemplo, para aliviar el compromiso entre velocidad de convergencia y error residual, considerando VFs con núcleos lineales y cuadráticos, i.e.  $R = 2$ , se pueden utilizar dos pasos de adaptación diferentes para cada núcleo:  $\mu_l$  y  $\mu'_l$  (con  $\mu_l > \mu'_l$ ) para el núcleo lineal y  $\mu_q$  y  $\mu'_q$  (con  $\mu_q > \mu'_q$ ) para el núcleo cuadrático. En este caso, si se desea contemplar todos los VFs que incluyan cualquier pareja de los pasos comentados, el filtro combinado está formado por cuatro VFs componentes diferentes (véase la figura 5.2). Al contrario que en [Arenas-García et al., 2005] donde se mezclan las salidas de varios filtros en una sola capa, aquí se considera la combinación jerárquica en dos niveles, mezclando las salidas de los VFs de esta forma:

$$y_c(k) = \lambda(k) \underbrace{\{\lambda_A(k)y_{A,1}(k) + [1 - \lambda_A(k)]y_{A,2}(k)\}}_{y_A(k)} + [1 - \lambda(k)] \underbrace{\{\lambda_B(k)y_{B,1}(k) + [1 - \lambda_B(k)]y_{B,2}(k)\}}_{y_B(k)}, \quad (5.2)$$

donde  $y_A(k)$  e  $y_B(k)$  son las salidas del primer nivel, que sirven como entrada al segundo, siendo  $\lambda_A(k)$ ,  $\lambda_B(k)$  y  $\lambda(k)$  parámetros de mezcla. Las señales  $y_{A,1}(k)$ ,  $y_{A,2}(k)$ ,  $y_{B,1}(k)$  e  $y_{B,2}(k)$  representan la salida de los cuatro filtros de Volterra, cada uno con un par de pasos de adaptación diferentes, tal y como se aprecia en la figura 5.2, lo que da lugar a que sus propiedades de convergencia y en régimen estacionario sean diferentes, por lo que es necesario combinar los cuatro filtros para obtener un sistema robusto que considere todas las posibles situaciones.

Los parámetros de mezcla utilizados en el primer nivel,  $\lambda_A(k)$  y  $\lambda_B(k)$ , se adaptan para minimizar el error cuadrático  $e_m^2(k) = [d(k) - y_m(k)]^2$  considerando  $m \in \{A, B\}$ , mientras que  $\lambda(k)$  se adapta para minimizar la potencia del error del esquema completo, i.e.  $e_c^2(k) = [d(k) - y_c(k)]^2$ . De esta forma, particularizando la regla de adaptación

CAPÍTULO 5. ESQUEMAS DE COMBINACIÓN PARA ESCENARIOS NO LINEALES

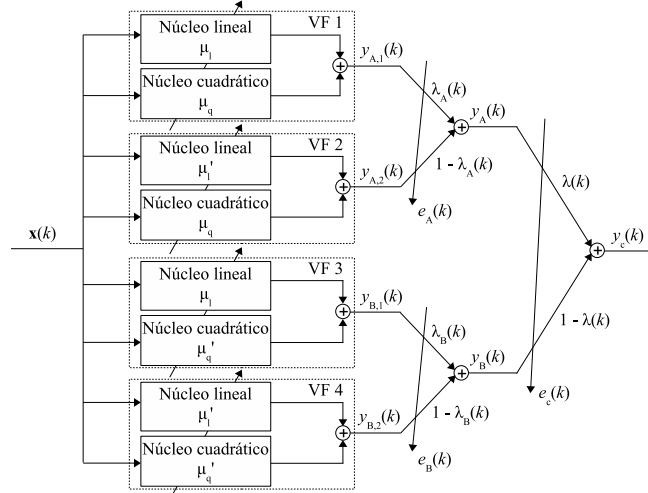


Figura 5.2: Diagrama de bloques del esquema de combinación de VF's (CVF) propuesto para  $R = 2$  y dos pasos de adaptación. Los lazos de adaptación y las señales de error utilizadas para actualizar los VF's se han omitido para simplificar la representación.

normalizada presentada en el Capítulo 3, se obtienen las reglas de actualización de los tres parámetros de mezcla:

$$a_A(k+1) = a_A(k) + \frac{\mu_{a,A}}{p_A(k)} [y_{A,1}(k) - y_{A,2}(k)] e_A(k) \frac{\partial \lambda_A(k)}{\partial a_A(k)}, \quad (5.3)$$

$$a_B(k+1) = a_B(k) + \frac{\mu_{a,B}}{p_B(k)} [y_{B,1}(k) - y_{B,2}(k)] e_B(k) \frac{\partial \lambda_B(k)}{\partial a_B(k)}, \quad (5.4)$$

$$a(k+1) = a(k) + \frac{\mu_a}{p(k)} [e_B(k) - e_A(k)] e_c(k) \frac{\partial \lambda(k)}{\partial a(k)}, \quad (5.5)$$

donde  $a_A(k)$ ,  $a_B(k)$  y  $a(k)$  son los parámetros de mezcla auxiliares que definen  $\lambda_A(k)$ ,  $\lambda_B(k)$  y  $\lambda(k)$ , respectivamente;  $\mu_{a,A}$ ,  $\mu_{a,B}$  y  $\mu_a$  se corresponden con los pasos de adaptación; y  $p_m(k) = \beta p_m(k-1) + (1-\beta)[y_{m,1}(k) - y_{m,2}(k)]^2$ , con  $m \in \{A, B\}$  y  $p(k) = \beta p(k-1) + (1-\beta)[e_B(k) - e_A(k)]^2$ .

La figura 5.2 representa el esquema de combinación de VF's propuesto, particularizado para el ejemplo considerado. Aunque este esquema resulta muy efectivo,

mejorando el comportamiento de los VFs individuales, su alto coste computacional lo hace prohibitivo cuando el tamaño de los núcleos o el orden de los VFs es alto. Por ejemplo, si se considera la combinación de VFs de orden  $R$ , utilizando  $M_r$  implementaciones diferentes para cada núcleo con  $r = 1, \dots, R$  (por ejemplo,  $M_r$  pasos de adaptación o tamaños de núcleo), el número total de VFs a combinar es  $N_{\text{VF}} = \prod_{r=1}^R M_r$ . Además, siendo  $L_{r,m}$  con  $r = 1, \dots, R$ ,  $m \in \{1, \dots, M\}$  el número de multiplicaciones requeridas por el núcleo  $r$ -ésimo, empleando el criterio de actualización seleccionado para la implementación  $m$ -ésima, el número de multiplicaciones totales necesarias para actualizar e implementar el filtrado de todos los VFs componentes es

$$N_{\times, \text{VFs}} = N_{\text{VF}} \sum_{r=1}^R \frac{\sum_{m=1}^{M_r} L_{r,m}}{M_r}. \quad (5.6)$$

Por último, si se combinan  $N_{\text{VF}}$  filtros, se necesitan  $N_{\text{VF}} - 1$  parámetros de mezcla, requiriendo la utilización de cada uno de ellos  $N_{\times, c} = 9$  productos por iteración. De esta forma, el coste computacional del esquema de combinación de VFs completo asciende a

$$N_{\times, \text{CVF}} = N_{\text{VF}} \sum_{r=1}^R \frac{\sum_{m=1}^{M_r} L_{r,m}}{M_r} + [N_{\text{VF}} - 1]N_{\times, c}, \quad (5.7)$$

que puede aproximarse como  $N_{\text{VF}}$  veces el coste computacional de un VF promedio.

### 5.3.2. Combinación de núcleos de Volterra

Con el fin de aliviar el elevado coste computacional de la aproximación anterior, se ha propuesto un esquema de combinación más práctico basado en la combinación convexa de varios núcleos del mismo orden que siguen criterios de adaptación diferentes. De esta forma, cada núcleo de un VF se substituye por una combinación de núcleos, dando lugar a un tipo especial de VF. Por sencillez, en la derivación de este nuevo esquema se considera la combinación de dos núcleos con ajustes diferentes para cada orden, i.e.,  $M_r = 2, \forall r$ , aunque la combinación de núcleos (*Combination of Kernels*, CK) puede implementarse para valores de  $M_r$  superiores utilizando combinaciones jerárquicas de núcleos en cada orden.

## CAPÍTULO 5. ESQUEMAS DE COMBINACIÓN PARA ESCENARIOS NO LINEALES

---

Al remplazar cada núcleo de un VF por una combinación de núcleos, la salida del filtro CK puede expresarse como

$$y_c(k) = \sum_{r=1}^R y_{r,c}(k) = \sum_{r=1}^R \lambda_r(k) y_{r,1}(k) + [1 - \lambda_r(k)] y_{r,2}(k), \quad (5.8)$$

donde  $y_{r,c}(k)$  representa la combinación de dos núcleos del mismo orden  $r$ ,  $y_{r,1}(k)$  e  $y_{r,2}(k)$ , y  $\lambda_r(k)$  representa el parámetro de mezcla asociado a dicha combinación.

Para obtener las ventajas del comportamiento de cada uno de los componentes, cada núcleo debe actualizarse de forma totalmente independiente de los demás componentes de igual orden, de acuerdo a sus propios criterios y reglas de actualización. Por lo tanto, es necesario definir señales de error nuevas para cada uno de los núcleos del filtro CK. Por ejemplo, el núcleo cuya salida es  $y_{r,i}(k)$  se actualiza con el objetivo de minimizar una señal de error que involucra su propia salida y todas las salidas combinadas de núcleos de diferente orden,  $y_{r',c}(k)$ ,  $r' \neq r$ . De esta forma, se define la señal de error asociada como

$$e_{r,i}(k) = d(k) - \left[ y_{r,i}(k) + \sum_{r' \neq r} y_{r',c}(k) \right], \quad (5.9)$$

con  $r = 1, \dots, R$ , e  $i = 1, 2$ . Tal y como se aprecia en la ecuación (5.9), todas las combinaciones de núcleos afectan a la actualización de todos los núcleos, por lo que es especialmente importante la utilización de reglas de actualización para los parámetros de mezcla que minimicen el impacto del ruido de gradiente permitiendo que alcancen todos los valores en el margen  $[0, 1]$ . De esta forma, particularizando la regla normalizada según la ecuación (3.11) de la Subsección 3.2.3 para que cada parámetro de mezcla  $\lambda_r(k)$  se adapte con el objetivo de minimizar la potencia del error global  $e_c^2(k) = [d(k) - y_c(k)]^2$ , se obtiene

$$a_r(k+1) = a_r(k) + \frac{\tilde{\mu}_{a_r}}{p_r(k)} e_c(k) [e_{r,2}(k) - e_{r,1}(k)] \text{sgm}[a_r(k)] (1 - \text{sgm}[a_r(k)]), \quad (5.10)$$

siendo  $\tilde{\mu}_{a_r} = \mu_{a_r} / (\text{sgm}[4] - \text{sgm}[-4])$  el paso de adaptación para la combinación en cada orden  $r$ ,  $p_r(k) = \beta p_r(k-1) + (1 - \beta) [e_{r,2}(k) - e_{r,1}(k)]^2$ , y donde se cumple que  $\lambda_r(k) = \frac{\text{sgm}[a_r(k)] - \text{sgm}[-4]}{\text{sgm}[4] - \text{sgm}[-4]}$ .

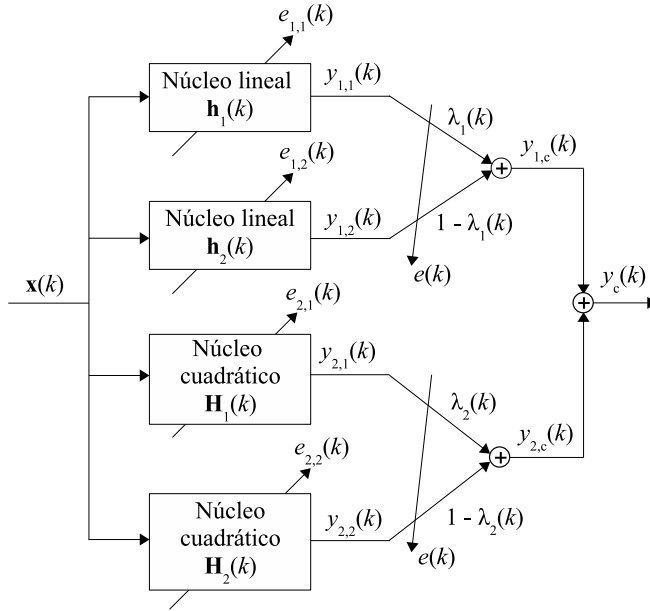


Figura 5.3: Diagrama de bloques del esquema de combinación de núcleos (CK) propuesto para  $R = 2$  y  $M_1 = M_2 = 2$ . Los lazos de adaptación se han omitido por razón de claridad.

En la figura 5.3 se representa un caso particular de la combinación de núcleos considerando orden cuadrático y dos criterios de actualización por orden, i.e.  $M_1 = M_2 = 2$ . Tal y como se comprobará en la siguiente subsección, tanto la combinación de VFs como la combinación de núcleos obtienen un comportamiento similar, lo cual puede preverse al comprobar que, si el valor de los parámetros de mezcla es el adecuado, el filtro CK puede comportarse como cualquiera de los VFs de la figura 5.2. Sin embargo, el coste computacional de la combinación de núcleos es mucho más reducido, pudiendo calcularse en términos de productos como

$$N_{\times,c} = \sum_{r=1}^R \sum_{m=1}^{M_R} L_{r,m} + \sum_{r=1}^R [M_r - 1] N_{\times,c}, \quad (5.11)$$

donde  $L_{r,m}$  se corresponde de nuevo con el número de productos por iteración necesarios para calcular la salida y adaptar cada núcleo. Además, el número de combinaciones se ha reducido, ya que sólo son necesarios  $M_r - 1$  parámetros de mezcla por

cada orden  $r$ .

En el Apéndice C se incluye un análisis teórico del esquema de combinación CK, donde se calcula el valor en régimen permanente de los parámetros de mezcla y se discute acerca de las capacidades universales de la combinación de núcleos, demostrando que el esquema CK se comporta al menos como el mejor de los VFs que se formaría con los núcleos presentes en dicho esquema.

### 5.3.3. Comparación experimental de ambos esquemas

La presente subsección incluye un experimento cuyo objetivo es ilustrar el funcionamiento de los esquemas de combinación anteriormente presentados, corroborando que ambos mejoran el funcionamiento de los filtros de Volterra individuales. A modo de ejemplo, se particularizan los esquemas CVF y CK considerando únicamente núcleos lineales y cuadráticos, con objeto de aliviar el compromiso entre velocidad de convergencia y error residual que presentan los VFs. Para ello, el único parámetro distinto entre núcleos del mismo orden es el paso de adaptación.

La señal deseada  $d(k)$  se ha calculado utilizando una planta de segundo orden desconocida cuya entrada es ruido blanco gaussiano de media cero y varianza unidad, a cuya salida se añade un ruido blanco incorrelacionado con la propia salida, y cuya varianza se ajusta para obtener una SNR de 20 dB. Los núcleos lineal y cuadrático de la planta desconocida tienen 75 y  $16 \times 16$  coeficientes respectivamente, y sus valores se han obtenido de forma aleatoria e independiente de una distribución uniforme entre  $-1$  y  $1$ . Para simular un escenario realista donde el núcleo lineal y cuadrático pueden variar de forma diferente, e incluso uno puede variar mientras que el otro permanece inalterado, se han introducido los siguientes cambios en la planta: en  $t = 3$  s. el núcleo cuadrático cambia abruptamente, mientras que el lineal permanece invariante; la situación contraria sucede en  $t = 6$  s.; y en  $t = 9$  s. ambos núcleos varían súbitamente. La relación entre las potencias de la parte de señal de salida lineal y no lineal (*Linear to Nonlinear Ratio*, LNLR) se ha ajustado a 15 dB, permaneciendo constante a lo largo del experimento.

Los esquemas de combinación CVF y CK se han diseñado según las figuras 5.2 y 5.3, utilizando núcleos lineales de 75 etapas con pasos de adaptación  $\mu_l = 1$  y  $\mu'_l = 0.05$ , y cuadráticos de tamaño  $16 \times 16$  y  $\mu_q = 0.5$  y  $\mu'_q = 0.05$ . Para la actualización de todos los núcleos se sigue el algoritmo NLMS por separado (*Separate NLMS*, SNLMS), que permite la normalización del paso de adaptación de cada núcleo utilizando exclusivamente la potencia de entrada a dicho núcleo [Zeller and Kellermann, 2008]. La adaptación de los parámetros de mezcla para los esquemas de combinación utilizan pasos de adaptación unitarios, i.e.  $\mu_{a,A} = \mu_{a,B} = \mu_a = 1$  para el esquema CVF, y  $\mu_{a,1} = \mu_{a,2} = 1$  para el filtro CK.

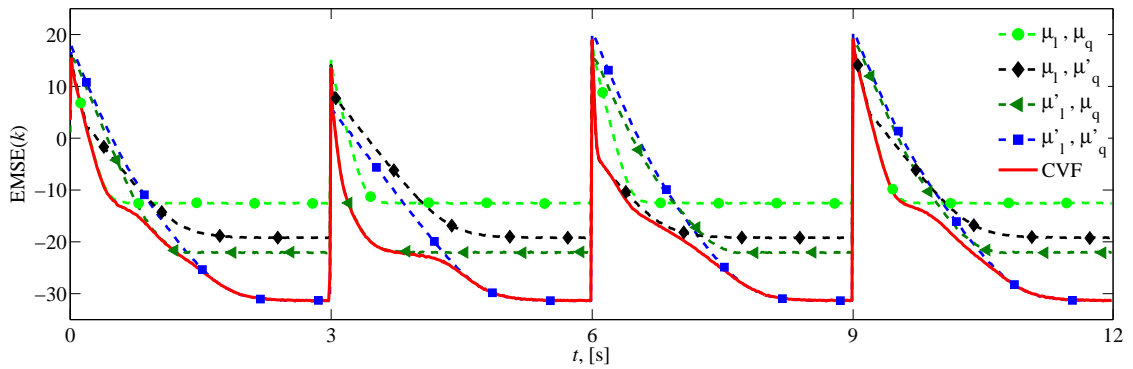
La figura 5.4 (a) representa la evolución del EMSE( $k$ ) del esquema CVF y de los VFs que lo forman. Tal y como se puede apreciar, el VF con pasos de adaptación menores,  $\mu_{l'}$  y  $\mu_{q'}$ , obtiene las mejores prestaciones en régimen estacionario, mientras que los otros tres filtros componentes son útiles en convergencia en función del tipo de cambios acaecidos en la planta. Centrándose en el funcionamiento del esquema CVF, se comprueba cómo la combinación funciona como el mejor de los filtros componentes, obteniendo el error residual en estacionario del VF con menores pasos de adaptación, y la convergencia del filtro más rápido en cada situación.

El mismo comportamiento se extrae de la evolución de los parámetros de mezcla en la figura 5.4 (b). Por ejemplo, en  $t = 9$  s. los tres parámetros de mezcla se aproximan a la unidad haciendo que la combinación CVF se comporte como el filtro VF con mayores pasos de adaptación, i.e.  $\mu_l$  y  $\mu_q$ , y respondiendo a cambios en ambos núcleos con la misma rapidez que éste. Posteriormente,  $\lambda_A(k)$ ,  $\lambda_B(k)$  y  $\lambda(k)$  tienden a cero, provocando que la combinación obtenga un error residual similar al del VF más lento. Teniendo en cuenta lo anterior, se puede concluir que el estudio de la evolución de los parámetros de mezcla arroja información sobre la naturaleza de los cambios producidos en la planta desconocida.

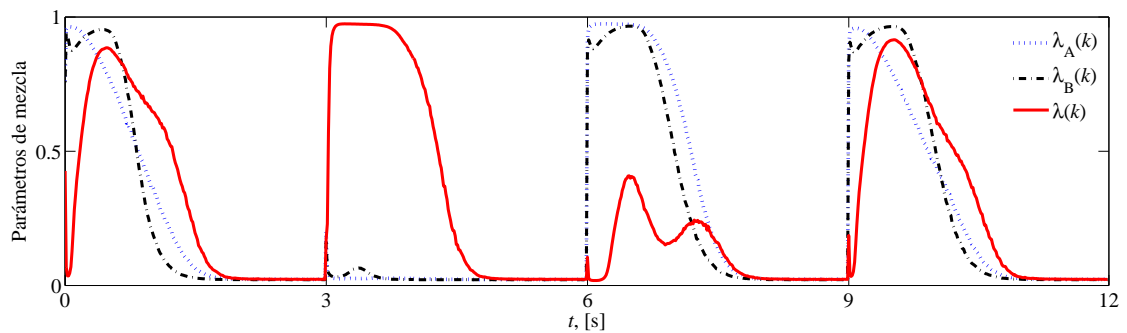
Para concluir, en la figura 5.4 (c) se compara el funcionamiento de los esquemas CVF y CK. Ambos obtienen errores muy similares, quedando de manifiesto la capacidad del esquema CK para obtener la mejor velocidad de adaptación tanto en



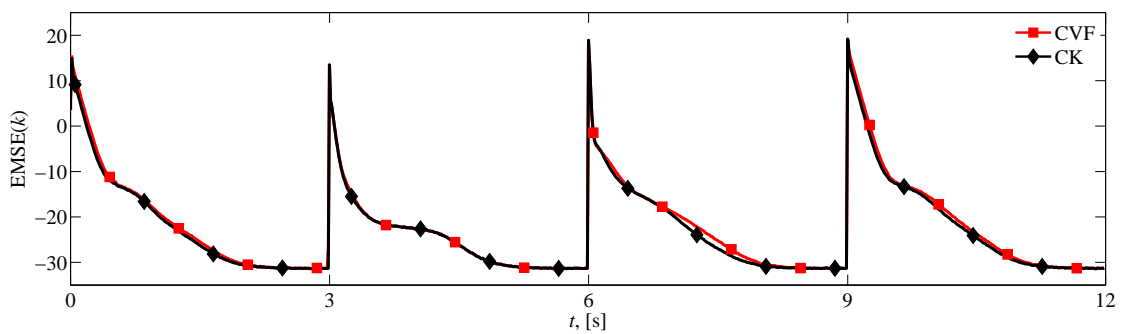
CAPÍTULO 5. ESQUEMAS DE COMBINACIÓN PARA ESCENARIOS NO LINEALES



(a)



(b)



(c)

Figura 5.4: Comportamiento de los esquemas CVF y CK. (a) EMSEs de cuatro VFs y de su combinación adaptativa (CVF), utilizando diferentes pasos de adaptación para sus núcleos lineales y cuadráticos. (b) Evolución de los parámetros de mezcla de CVF. (c) Comparación entre los EMSEs obtenidos por los esquemas CVF y CK.

el núcleo lineal como cuadrático. Se puede concluir que, a pesar de diferencias insignificantes en la evolución del  $EMSE(k)$ , el filtro CK constituye una opción más atractiva, al obtener un comportamiento similar al CVF con un coste computacional claramente inferior. Teniendo en cuenta que la carga computacional de la adaptación de los núcleos es superior a la de las combinaciones, el esquema CVF requiere casi el doble de capacidad de cómputo que la versión CK [Azpigueta-Ruiz et al., 2011].

En la Tabla 5.1 se presentan resultados numéricos del coste computacional (en términos de productos) para los esquemas CVF y CK empleados en este experimento.

	CVF	CK
Nº de núcleos	8	4
Nº de combinaciones	3	2
Coste computacional ( $\times$ )	2803	1406

Tabla 5.1: Comparación del coste computacional evaluado como número de productos entre los esquemas CVF y CK.

En [Azpigueta-Ruiz et al., 2011] se proporciona mayor evidencia experimental que demuestra que ambos esquemas (CVF y CK) obtienen resultados muy similares, aunque el último de una forma más eficiente. Por todo lo anterior, el esquema CK será el utilizado en lo que resta de capítulo.

## 5.4. Cancelación de eco acústico no lineal

Volviendo a la aplicación de cancelación de eco acústico, y según ya se ha comentado en la Sección 5.2, en ciertas aplicaciones es posible que se genere una cierta distorsión no lineal, haciendo que el modelado de la respuesta de eco mediante filtros lineales dé lugar a una cancelación insuficiente, y obligando a la utilización de esquemas que permitan modelar la distorsión no lineal, como los filtros de Volterra. Sin embargo, la utilización de filtros no lineales en escenarios donde la distorsión no

lineal es despreciable o inexistente da lugar a una cancelación degradada con respecto a la que obtendría un esquema exclusivamente lineal, debido al ruido de gradiente ocasionado por la adaptación de los coeficientes innecesarios de los núcleos no lineales del VF.

La dificultad estriba en que la existencia/inexistencia de distorsión no lineal, así como la potencia de dicha distorsión, medida en términos de relación entre las potencias de la distorsión lineal y no lineal (LNLR), es un parámetro desconocido *a priori*, e incluso variable en el tiempo para señales no estacionarias como la voz, cuyos estadísticos, y por lo tanto la potencia de excitación de las no linealidades, varía en gran medida a lo largo del tiempo.

Por esta razón, en esta sección se presenta un esquema robusto con respecto a variaciones en la LNLR, basado en una particularización del filtro CK presentado anteriormente.

#### **5.4.1. Cancelador robusto de eco acústico no lineal basado en el “núcleo de todo ceros”**

En esta subsección se presenta un esquema basado en el filtro CK que persigue:

- Aliviar el compromiso entre velocidad de convergencia y error residual, utilizando núcleos con diferentes pasos de adaptación. En general, la vía de propagación acústica entre el altavoz y el micrófono se presupone que es un sistema exclusivamente lineal, que puede presentar una gran variación temporal. Por ello, se utilizan dos núcleos lineales de igual longitud y con diferentes pasos de adaptación,  $\mu_l$  y  $\mu'_l$ . Sin embargo, la distorsión no lineal presenta una variación temporal más lenta, a la par que requiere de un número de coeficientes mayor para su modelado. Por tanto, y para no incrementar de forma drástica la carga computacional del esquema propuesto, se incluye exclusivamente un núcleo cuadrático con paso de adaptación  $\mu_q$ .

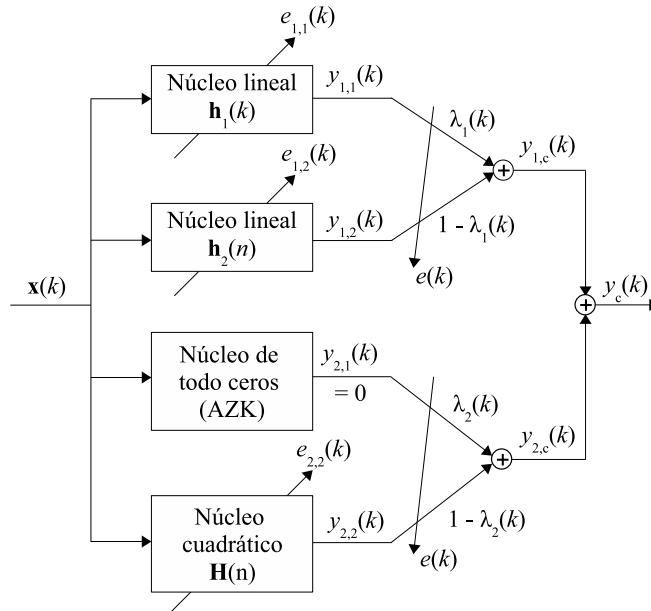


Figura 5.5: Diagrama de bloques del esquema NLAEC-AZK propuesto. Los lazos de adaptación se han omitido por razón de claridad.

- Incrementar la robustez con respecto a la ausencia/presencia de distorsión no lineal, así como al desconocimiento de la potencia de dicha distorsión. Para ello, el núcleo cuadrático con  $\mu_q$  se combina con un núcleo especial cuya salida es siempre nula. Dado que una interpretación alternativa es considerar que todos los coeficientes del filtro son nulos (e invariantes en el tiempo), nos referiremos a este tipo especial de núcleo como “núcleo de todo ceros” (*All-Zeros Kernel*, AZK). La integración del AZK permite al esquema resultante comportarse como un filtro de Volterra con núcleos lineal y cuadrático cuando existe distorsión no lineal apreciable, o como un filtro lineal puro, cuando la distorsión no lineal es despreciable o inexistente.

El esquema propuesto, representado en la figura 5.5 y publicado en [Azpigueta-Ruiz et al., 2011], está basado en un cancelador no lineal de eco acústico con “núcleo de todo ceros” (*Nonlinear Acoustic Echo Canceller with All Zero Kernel*, NLAEC-AZK). Su principal característica es la robustez con respecto a LNLRs desconocidas y

posiblemente variables en el tiempo. Su salida,  $y_c(k)$ , puede verse como una particularización de la ecuación (5.8)

$$y_c(k) = \underbrace{\lambda_1(k)y_{1,1}(k) + [1 - \lambda_1(k)]y_{1,2}(k)}_{y_{1,c}(k)} + \underbrace{\lambda_2(k) \cdot 0 + [1 - \lambda_2(k)]y_{2,2}(k)}_{y_{2,c}(k)}, \quad (5.12)$$

siendo  $\lambda_1(k)$  y  $\lambda_2(k)$  parámetros de mezcla. El factor  $[1 - \lambda_2(k)]$  de (5.12) controla un compromiso entre sesgo y varianza en la estimación de la parte no lineal de eco,  $y_{2,c}(k)$ . Se debe hacer notar que los estimadores sesgados pueden obtener reducciones en términos de error cuadrático, especialmente para bajas SNRs [Lázaro-Gredilla et al., 2010], tal y como se comprobará en el Capítulo 6. La ecuación (5.12) puede ser interpretada como un filtro de Volterra con una combinación convexa en la parte lineal y una ponderación adaptativa en el núcleo cuadrático. Sin embargo, la inclusión del concepto de “núcleo de todo ceros” sirve para poder utilizar los esquemas de adaptación anteriormente presentados para el factor de ponderación  $1 - \lambda_2(k)$ .

De forma específica, la salida de cada uno de los núcleos involucrados es

$$y_{1,1}(k) = \mathbf{h}_1^T(k)\mathbf{x}(k), \quad (5.13)$$

$$y_{1,2}(k) = \mathbf{h}_2^T(k)\mathbf{x}(k), \quad (5.14)$$

$$y_{2,1}(k) = 0, \quad (5.15)$$

$$y_{2,2}(k) = \mathbf{x}^T(k)\mathbf{H}(k)\mathbf{x}(k), \quad (5.16)$$

donde  $\mathbf{h}_1(k)$ ,  $\mathbf{h}_2(k)$  y  $\mathbf{H}(k)$  representan los núcleos adaptativos, los cuales actualizan sus coeficientes utilizando los pasos de adaptación  $\mu_l$ ,  $\mu'_l$  y  $\mu_q$ , respectivamente, de acuerdo al algoritmo SNLMS [Zeller and Kellermann, 2008]:

$$\mathbf{h}_1(k+1) = \mathbf{h}_1(k) + \frac{\mu_l}{\|\mathbf{x}(k)\|_2^2} e_{1,1}(k)\mathbf{x}(k), \quad (5.17)$$

$$\mathbf{h}_2(k+1) = \mathbf{h}_2(k) + \frac{\mu'_l}{\|\mathbf{x}(k)\|_2^2} e_{1,2}(k)\mathbf{x}(k), \quad (5.18)$$

$$\mathbf{H}(k+1) = \mathbf{H}(k) + \frac{\mu_q}{\|\mathbf{x}(k)\mathbf{x}^T(k)\|_2} e_{2,2}(k)\mathbf{x}(k)\mathbf{x}^T(k). \quad (5.19)$$

Además, las señales de error necesarias para actualizar los tres núcleos pueden obtenerse por medio de una correcta aplicación de la ecuación (5.9), tal que

$$e_{1,i}(k) = d(k) - \{y_{1,i}(k) + [1 - \lambda_2(k)]y_{2,2}(k)\}, \quad i = 1, 2 \quad (5.20)$$

para los núcleos lineales, mientras que para el caso del núcleo cuadrático

$$e_{2,2}(k) = d(k) - \{y_{2,2}(k) + y_1(k)\}. \quad (5.21)$$

Ambos parámetros de mezcla,  $\lambda_1(k)$  y  $\lambda_2(k)$ , se adaptan para minimizar la potencia del error global  $e_c(k)$  de acuerdo a la ecuación (5.10).

En caso de que se desee incorporar núcleos de orden superior ( $R > 2$ ) en este esquema, basta con seguir el mismo procedimiento incluyendo la combinación de dichos núcleos con AZKs, para que sólo los núcleos necesarios participen en la cancelación, mientras que la actuación de núcleos que traten de modelar distorsiones innecesarias se suprime y se substituye por el AZK. Además, puesto que el AZK no requiere de adaptación alguna, el coste del esquema propuesto es muy similar al de un filtro de Volterra convencional, ya que la carga computacional para los núcleos de orden superior no se ve incrementada. De forma más específica, incorporar las ventajas del núcleo AZK supone exclusivamente un incremento en el coste computacional de nueve productos por iteración, resultado de la aplicación de las ecuaciones (5.12) y (5.10), algo despreciable con respecto al coste que implica la utilización de núcleos de tamaño considerable.

### 5.4.2. Evaluación experimental del esquema NLAEC-AZK

En esta subsección se detallan varios experimentos diseñados con objeto de mostrar las ventajas del esquema propuesto, prestando especial atención a su robustez con respecto a diferentes potencias de distorsión no lineal.

La señal de referencia  $d(k)$ , captada por el micrófono, se ha calculado como

$$d(k) = \mathbf{h}_o^T \mathbf{x}(k) + \alpha(k) \mathbf{x}^T(k) \mathbf{H}_o \mathbf{x}(k) + n(k), \quad (5.22)$$

## CAPÍTULO 5. ESQUEMAS DE COMBINACIÓN PARA ESCENARIOS NO LINEALES

---

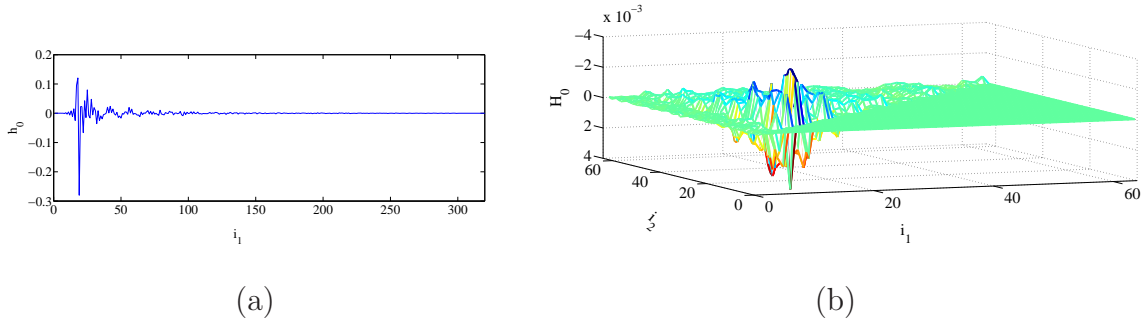


Figura 5.6: Partes lineal y cuadrática del canal de eco utilizado en los experimentos. (a) Núcleo lineal. (b) Núcleo cuadrático en representación triangular.

donde  $\mathbf{h}_0$  y  $\mathbf{H}_0$  representan los núcleos lineal y cuadrático de un canal real de eco acústico limitados a  $320$  y  $64 \times 64$  etapas respectivamente, medidos utilizando un altavoz de bajo coste situado en una sala con escasa reverberación. Ambos núcleos se han representado en la figura 5.6 considerando una frecuencia de muestreo de  $8$  kHz, y adoptando la representación triangular para el núcleo cuadrático [Mathews and Sicuranza, 2000]. La variable  $\alpha(k)$  de 5.22 sirve para modificar la potencia de la distorsión no lineal, permitiendo así controlar la LNL. La potencia del ruido gaussiano  $n(k)$  se ha ajustado para conseguir una SNR de  $20$  dB en ausencia de distorsión no lineal (i.e.,  $\alpha(k) = 0$ ). Se han diseñado experimentos utilizando como señal de entrada  $\mathbf{x}(k)$  tanto ruido laplaciano<sup>2</sup> como voz real.

El esquema NLAEC-AZK empleado está formado por dos núcleos lineales con  $\mu_l = 1$  y  $\mu'_l = 0.1$ , y un núcleo cuadrático cuyo paso de adaptación es  $\mu_q = 0.3$ ; todos ellos con la misma longitud que el sistema desconocido (para cada orden). Para la adaptación de los parámetros de mezcla  $\lambda_1(k)$  y  $\lambda_2(k)$  se ha seleccionado  $\mu_{a,1} = \mu_{a,2} = 1$  y  $\beta = 0.9$ .

---

<sup>2</sup>Dicha distribución da lugar a un modelo más cercano de la señal de voz, permitiendo comprobar de una forma más adecuada el efecto de la distorsión no lineal.

**Ruido laplaciano como señal de entrada**

En el siguiente grupo de experimentos se estudia el comportamiento del esquema NLAEC-AZK ante diferentes LNLRs empleando ruido laplaciano como señal de entrada. Para ello se ha variado el parámetro  $\alpha(k)$  partiendo de un valor  $\alpha(k) = 0$  (LNLR =  $\infty$  dB, i.e., exclusivamente distorsión lineal), para pasar a una LNLR = 25 dB entre  $30 < t \leq 90$  segundos, y finalizar con LNLR = 0 dB cuando  $t > 90$  s. Para evaluar la capacidad de seguimiento del esquema NLAEC-AZK se introduce un cambio en la parte lineal  $\mathbf{h}_o$  en  $t = 60$  s.

La figura 5.7 representa la evolución del EMSE( $k$ ) obtenido por el esquema NLAEC-AZK, comparado con el que alcanzarían todos los filtros (lineales y no lineales) que se podrían construir con los núcleos que componen el esquema propuesto. Tal y como se puede comprobar, el esquema NLAEC-AZK se comporta al menos como el mejor de los filtros individuales en todas las situaciones, mostrando, por tanto, una gran robustez con respecto a diferentes potencias de distorsión no lineal.

Por ejemplo, cuando LNLR =  $\infty$  dB, el esquema propuesto se comporta como una combinación de dos filtros lineales con pasos de adaptación  $\mu_l$  y  $\mu'_l$ , y donde la utilización del núcleo virtual AZK ( $\lambda_2(k) \approx 1$ ) permite modelar la ausencia de distorsión no lineal, evitando por tanto la degradación que produciría el ruido de gradiente de la adaptación del núcleo cuadrático. Sin embargo, cuando la potencia de la distorsión no lineal es importante (i.e. LNLR = 0 dB, para  $t > 90$  s.), el núcleo cuadrático resulta imprescindible para modelar la distorsión no lineal, y por lo tanto  $\lambda_2(k) \rightarrow 0$ .

Un caso interesante resulta cuando LNLR = 25 dB ( $30 < t \leq 90$  s.) donde el esquema NLAEC-AZK obtiene un error ligeramente menor que ambos filtros lineales y no lineales. Dicha ganancia adicional puede atribuirse al factor  $1 - \lambda_2(k)$  de (5.12), que permite reducir la varianza en la estimación de la parte no lineal del eco, a cambio de un cierto sesgo.

Finalmente, tal y como puede comprobarse en la figura 5.7, el esquema propuesto muestra una capacidad de seguimiento a cambios en la RIR adecuada ya que, gracias



CAPÍTULO 5. ESQUEMAS DE COMBINACIÓN PARA ESCENARIOS NO LINEALES

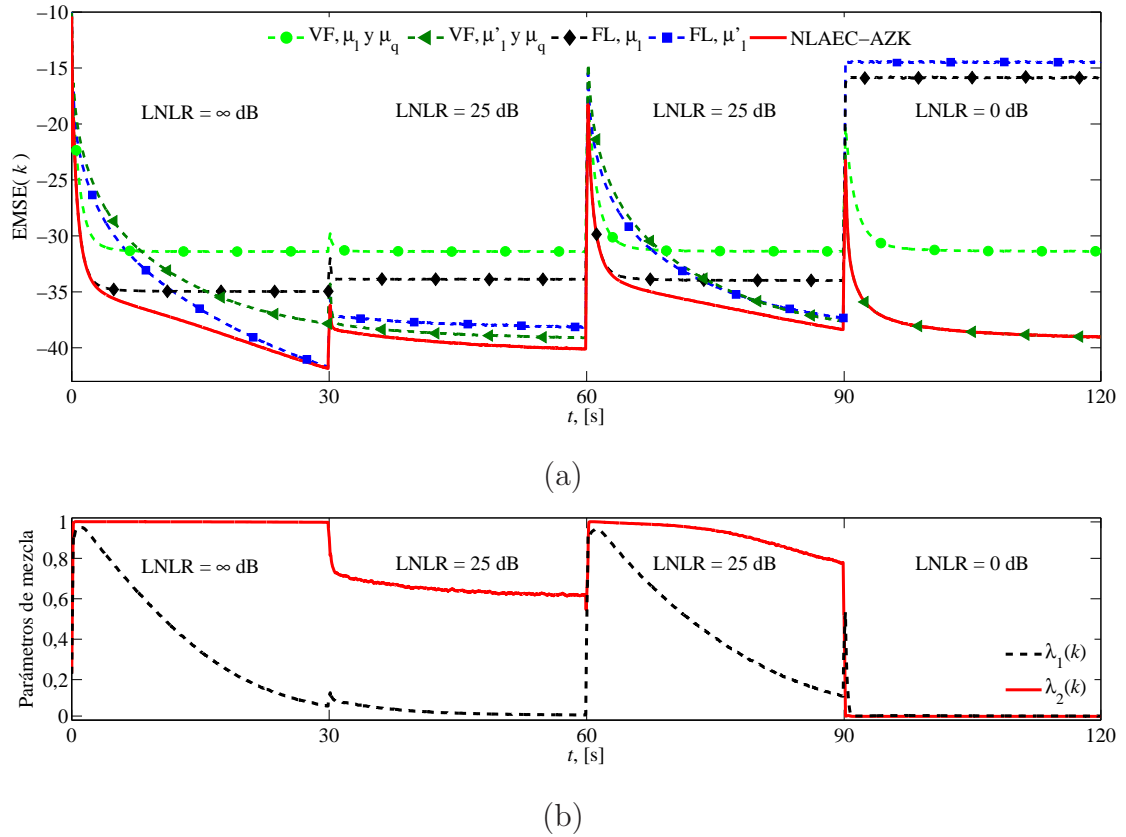


Figura 5.7: Funcionamiento del esquema NLAEC-AZK propuesto. (a) Evolución del  $EMSE(k)$  para el cancelador NLAEC-AZK y para todos los filtros lineales y de Volterra (FL y VF en la leyenda), utilizando los núcleos empleados en el esquema NLAEC-AZK. (b) Evolución de los parámetros de mezcla.

a la combinación de núcleos lineales gobernada por  $\lambda_1(k)$ , se alivia el compromiso entre velocidad de convergencia y desajuste final, como puede comprobarse tanto en la convergencia inicial como en la reconvergencia del algoritmo tras el cambio introducido en  $t = 60$  s.

El estudio de la robustez del esquema propuesto se ha ampliado evaluando su comportamiento en régimen permanente para otros valores de LNLNR. Tal y como se observa en la figura 5.8, dependiendo de la LNLNR, se obtiene una cancelación más eficaz utilizando el núcleo AZK o el núcleo cuadrático. El esquema NLAEC-AZK

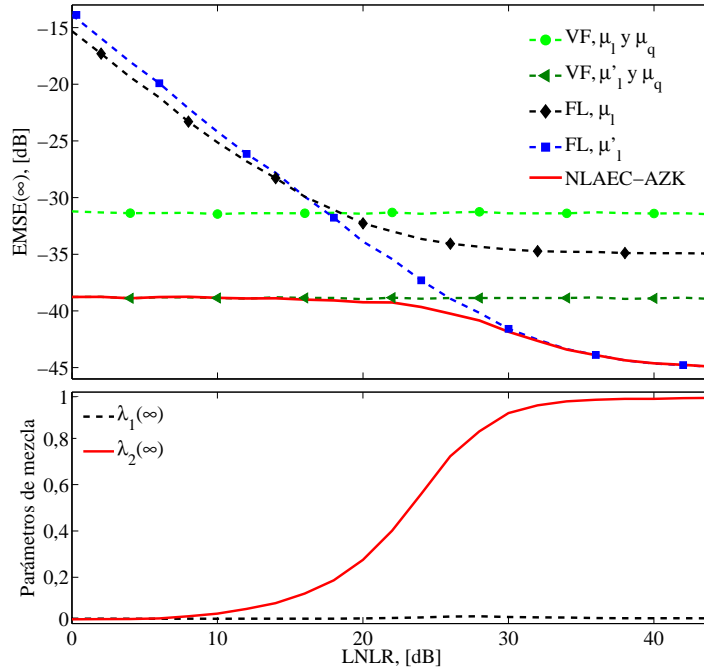


Figura 5.8: Comportamiento en régimen estacionario del filtro NLAEC-AZK en función de la LNLR. De arriba a abajo: régimen estacionario  $[\text{EMSE}(\infty)]$  del esquema NLAEC-AZK y de todos los filtros lineales y de Volterra utilizando los núcleos empleados en el esquema NLAEC-AZK; valores en estacionario de los parámetros de mezcla.

resulta robusto para todo el margen de LNLR considerado, comportándose como un filtro lineal ( $\lambda_2(\infty) \approx 1$ ) si la potencia de la distorsión no lineal es muy pequeña, o como un filtro de Volterra de segundo orden ( $\lambda_2(\infty) \approx 0$ ) si la LNLR es muy baja. Además, existe un amplio margen de LNLRs (i.e.  $20 \leq \text{LNLR} \leq 30$ ) donde  $\lambda_2(\infty)$  alcanza valores intermedios, haciendo que el esquema combinado presente un mejor funcionamiento que canceladores basados en filtros lineales o no lineales, consecuencia de la estimación sesgada del núcleo cuadrático.

Prestando atención al panel (b) de la figura, se puede comprobar cómo el valor del parámetro de mezcla  $\lambda_2(\infty)$  puede servir como un indicador de las características del escenario de cancelación en lo que a potencia de distorsión cuadrática se refiere.

### Voz como señal de entrada

Las figuras 5.9, 5.10 y 5.11 representan el comportamiento del esquema NLAEC-AZK para tres valores diferentes de LNLN utilizando voz como señal de entrada. Tal y como se observa en las tres figuras, el esquema propuesto se comporta en todo momento como el mejor de los filtros individuales independientemente de la LNLN.

En todos los casos,  $\lambda_1(k)$  decrece desde un valor inicial próximo a la unidad convergiendo a valores estacionarios cercanos a cero. De esta forma, el esquema NLAEC-AZK obtiene la rapidez de convergencia del núcleo lineal con paso de adaptación mayor, y el error en estacionario del núcleo con  $\mu'_l$ .

En lo que se refiere a la potencia de la distorsión no lineal, los filtros lineales obtienen una mejor cancelación que los VFs en ausencia de distorsión no lineal (ver figura 5.9), mientras que cuando la LNLN es baja ocurre la situación opuesta (ver figura 5.11). Para valores intermedios de LNLN, tanto los modelos lineales como no lineales obtienen un funcionamiento similar. La robustez del filtro NLAEC-AZK queda demostrada, ya que, dependiendo del valor de LNLN, el esquema propuesto tiene capacidad de comportarse como un filtro lineal o como un VF.

Para finalizar, en la Tabla 5.2 se incluye una comparación en términos de coste computacional (productos por iteración) entre el esquema NLAEC-AZK de orden  $R = 2$  y una implementación alternativa utilizando la combinación de filtros (i.e. combinando dos filtros lineales con pasos de adaptación  $\mu_l$  y  $\mu'_l$ , respectivamente, y dos filtros de Volterra de orden  $R = 2$  con pasos de adaptación  $[\mu_l, \mu_q]$  y  $[\mu'_l, \mu_q]$  de forma similar a como se indica en la Sección 5.3.1).

	NLAEC-AZK	CVF
Nº de núcleos	3	6
Nº de combinaciones	2	3
Coste computacional ( $\times$ )	9619	19229

Tabla 5.2: Comparación del coste computacional evaluado como número de productos entre el esquema NLAEC-AZK y un esquema similar basado en combinación de VFs.

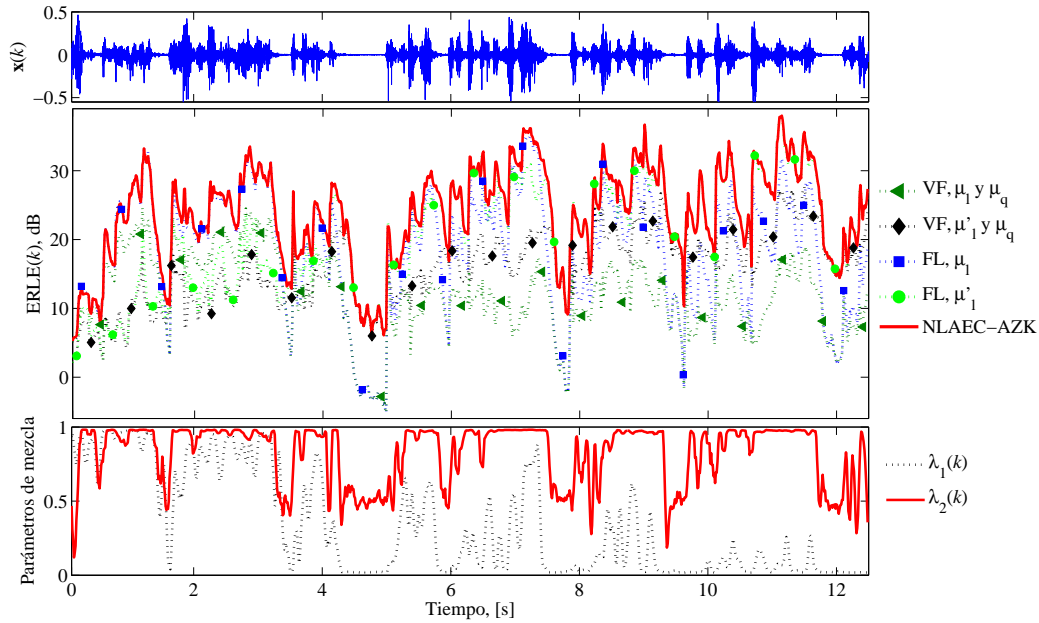


Figura 5.9: Comportamiento del esquema NLAEC-AZK considerando  $LNL R = \infty$  dB. De arriba a abajo: señal de entrada (voz); ERLEs de la combinación de núcleos y de los filtros lineales y de Volterra individuales con los mismos ajustes que el esquema NLAEC-AZK; evolución temporal de los parámetros de mezcla.

## 5.5. Conclusiones

En este capítulo se han presentado dos esquemas diferentes que permiten aliviar los distintos compromisos a los que están sujetos los filtros de Volterra, aumentando la robustez y versatilidad de los mismos. Aunque ambos esquemas obtienen resultados similares, el menor coste computacional del basado en la combinación de núcleos del mismo orden, lo convierte en una solución muy atractiva.

En ciertas aplicaciones de procesamiento de señales acústicas la relación entre la señal a reproducir por el emisor y la señal captada por el micrófono puede ser no lineal, por lo que la utilización de filtros adaptativos exclusivamente lineales podría dar lugar a resultados insuficientes, lo que obliga a adoptar modelos no lineales. Sin embargo, la existencia/inexistencia de distorsión lineal, así como la potencia de la

CAPÍTULO 5. ESQUEMAS DE COMBINACIÓN PARA ESCENARIOS NO LINEALES

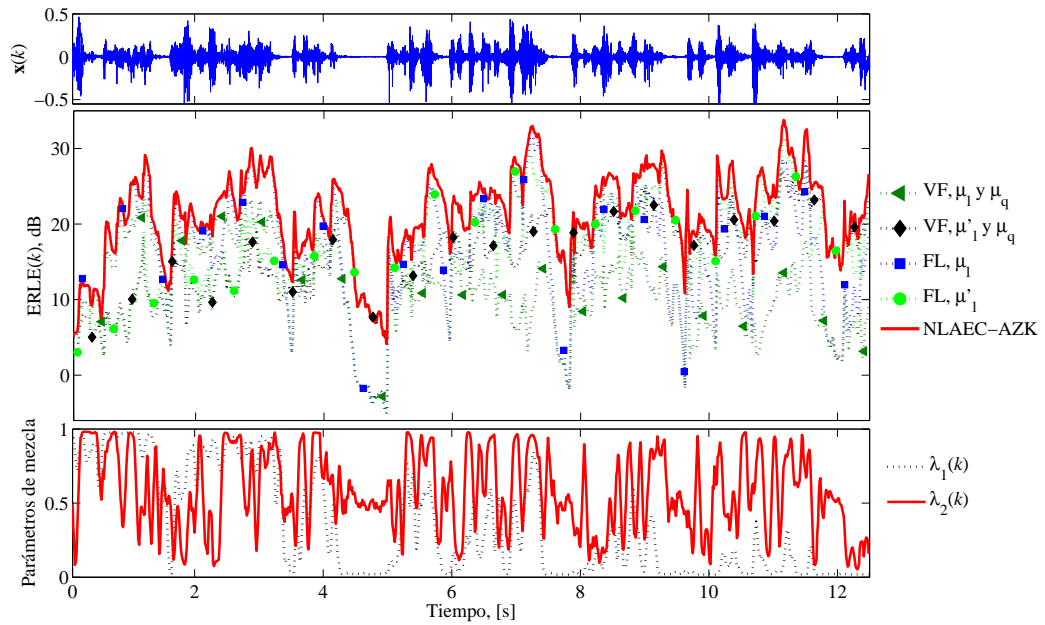


Figura 5.10: Equivalente a la figura 5.9 pero considerando  $\text{LNLR} = 20 \text{ dB}$ .

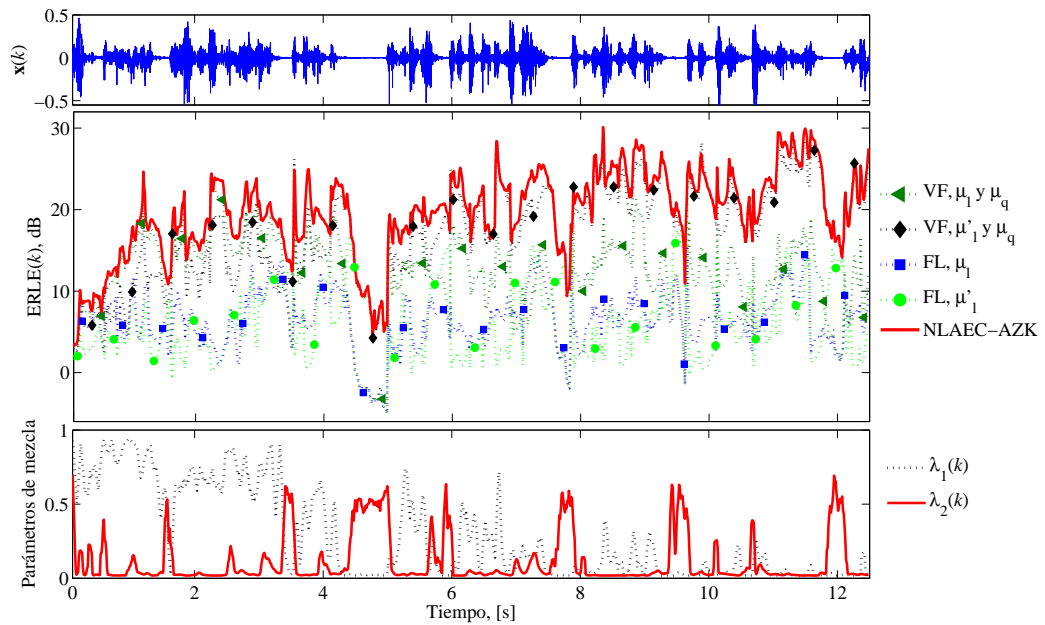


Figura 5.11: Equivalente a la figura 5.9 pero considerando  $\text{LNLR} = 0 \text{ dB}$ .

misma, es normalmente desconocida *a priori*, lo que da lugar a que el uso de un filtro adaptativo no lineal pudiera dar lugar a peores resultados que los que obtendría un modelo lineal.

Para considerar esa posibilidad, también se ha presentado el esquema NLAEC-AZK, surgido como una particularización de la combinación de núcleos, que presenta una gran robustez con respecto a potencias de distorsión no lineal desconocidas y/o variables, utilizando un núcleo especial denominado AZK consistente en un bloque de ceros. El esquema propuesto conlleva un coste computacional ligeramente superior al de un VF de orden cuadrático, y sin embargo consigue, sin necesidad de información *a priori* alguna, un comportamiento similar al de un filtro lineal o un VF de orden  $R = 2$  en función de la LNL, tal y como se ha comprobado por medio de varios experimentos.

Aunque en este capítulo sólo se ha considerado el caso cuadrático, los esquemas propuestos son extrapolables de forma directa a órdenes superiores.

## Capítulo 6

# Esquemas de combinación para respuestas largas y dispersas

Tal y como se ha comentado, una característica común de las aplicaciones de procesamiento de señales acústicas es que, debido a la duración típica de las RIRs, la longitud del filtro adaptativo debe ser grande. Sin embargo, la energía de la RIR no se distribuye uniformemente entre los diferentes coeficientes que la conforman, sino que normalmente decrece de forma exponencial e incluso puede presentar cierta dispersión en su distribución. Como consecuencia, el ruido de gradiente relacionado con la adaptación del algoritmo hace que, sobre todo cuando la SNR es baja, se introduzcan errores significativos en la identificación de los coeficientes de menor energía, dando lugar a una degradación del funcionamiento del filtro adaptativo.

En este capítulo, y para la aplicación de cancelación de eco, se presenta un esquema adaptativo basado en la combinación desacoplada de bloques de coeficientes que permite mejorar el funcionamiento del cancelador ante SNRs bajas.

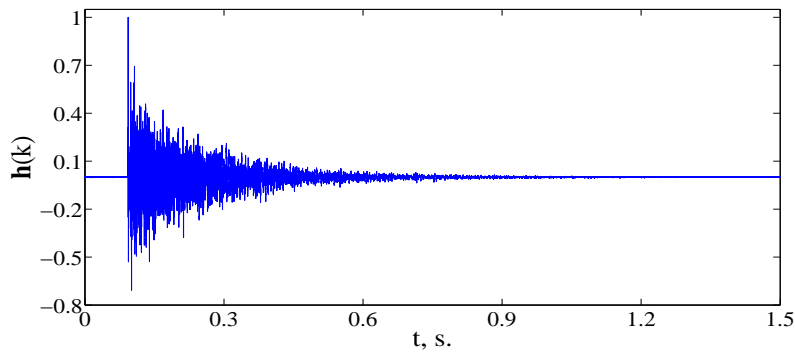


Figura 6.1: Ejemplo de respuesta al impulso del eco de un recinto.

## 6.1. Estudio de la problemática

Las RIRs involucradas en la mayoría de las aplicaciones de procesamiento de señales acústicas presentan una forma similar a la mostrada en la figura 6.1, lo que da lugar a una distribución de la energía decreciente exponencialmente, concentrándose la mayor parte de energía en los coeficientes relacionados con la señal directa y las reflexiones de primer orden. Además, no resulta inusual que las RIRs presenten zonas de coeficientes activos cercanas a otras con coeficientes cuya energía es mucho menor, como puede ser alrededor del primer coeficiente relacionado con la vía directa de propagación (ya que los anteriores son nulos), o en zonas entre las primeras reflexiones y las de segundo orden.

Anteriormente se ha justificado la utilización del algoritmo NLMS para la actualización de los coeficientes  $\mathbf{w}(k)$  de un cancelador de eco debido, entre otras razones, a su baja carga computacional y su facilidad de control y adaptación.

Los filtros adaptativos, como todo estimador, producen un error en la estimación, en términos de MSE, que puede descomponerse en sesgo y varianza. El filtro NLMS produce una estimación insesgada, donde la varianza se debe al ruido de gradiente generado en el proceso de actualización de los coeficientes del filtro,  $J_{\text{ex}}(k)$ . Sin embargo, el filtro NLMS se actualiza sin considerar las particularidades de la RIR, ocasionando un ruido de gradiente que afecta de igual forma a todos los coeficientes de  $\mathbf{w}(k)$ ,



por lo que la varianza que afecta a cada coeficiente  $w_m(k)$  puede aproximarse por  $J_{\text{ex}}(k)/M$ . Esta perturbación es directamente proporcional, entre otros factores, a la potencia del ruido de fondo  $\sigma_n^2$  presente en el escenario de cancelación, por lo que la estimación se verá degradada para SNRs bajas.

Existen otras soluciones adaptativas que consideran la forma en la que la energía se distribuye en la RIR, persiguiendo un aumento de la velocidad de convergencia. Entre ellas destaca el denominado algoritmo de paso de adaptación ponderado exponencialmente (*Exponentially weighted Stepsize*, ES) [Makino et al., 1993], donde se utilizan pasos de adaptación diferentes para cada coeficiente,  $\mu_m$ ,  $m = 1, \dots, M$ , los cuales decaen exponencialmente con  $m$ , siguiendo el perfil típico de la mayoría de RIRs, y haciendo que los coeficientes con mayor energía presenten una adaptación más rápida. Sin embargo, para la aplicación de este algoritmo se precisa de cierto conocimiento *a priori* de la RIR, algo raramente disponible.

Siguiendo un enfoque similar, el algoritmo NLMS proporcionado (*Proportionate NLMS*, PNLMS) [Duttweiler, 2000] busca mejorar la convergencia del filtro NLMS ante respuestas bastante dispersas, adaptando los coeficientes de  $\mathbf{w}(k)$  según

$$w_m(k+1) = w_m(k) + \mu_m \frac{e(k)}{\delta + \|\mathbf{x}(k)\|^2} x_m(k), \quad m = 1, \dots, M \quad (6.1)$$

donde, para cada componente del filtro  $w_m(k)$ , se calcula un paso de adaptación individual proporcional a  $|w_m(k)|$ . La única asunción que presupone el filtro PNLMS es la distribución dispersa de la energía en la RIR.

El filtro PNLMS obtiene una convergencia superior al algoritmo NLMS cuando la distribución de la energía en la RIR es dispersa; sin embargo, cuando dicha condición no se cumple, el filtro NLMS converge más rápidamente. Teniendo en cuenta esta característica, el filtro PNLMS mejorado (*Improved PNLMS*, IPNLMS) [Benesty and Gay, 2002] incluye un parámetro de control para obtener una adaptación intermedia entre NLMS y PNLMS. Su ecuación de actualización es

$$w_m(k+1) = w_m(k) + \frac{\mu g_m(k)}{\delta + \sum_{r=1}^M g_r(k) x_r^2(k)} e(k) x_m(k), \quad m = 1, \dots, M, \quad (6.2)$$

donde  $\mu$  es el paso de adaptación y  $M$  representa la longitud del filtro adaptativo. El factor  $g_m(k)$  puede verse como la ganancia de adaptación de cada peso, calculada como

$$g_m(k) = (1 - \kappa) \frac{1}{2M} + (1 + \kappa) \frac{|w_m(k)|}{\epsilon + 2 \sum_{r=1}^M |w_r(k)|}, \quad m = 1, \dots, M, \quad (6.3)$$

siendo  $\delta$  y  $\epsilon$  constantes positivas pequeñas para evitar la división entre cero. El comportamiento del filtro IPNLMS depende básicamente del factor de asimetría  $\kappa$ , pudiendo responder como un filtro NLMS ( $\kappa = -1$ ), como un filtro PNLMS ( $\kappa = 1$ ) o de forma intermedia ( $-1 < \kappa < 1$ ). Debido a la posible merma de utilidad ante RIRs no dispersas cuando  $\kappa = 1$ , en [Benesty and Gay, 2002] se recomienda utilizar valores en torno a  $\kappa = -0.5$ , especialmente para aplicaciones similares a la cancelación de eco acústico, ya que, normalmente, los coeficientes de las RIRs presentes en estas aplicaciones ni mantienen una concentración total ni se distribuyen de forma totalmente uniforme. Como puede observarse,  $\kappa$  impone un compromiso en el funcionamiento del filtro IPNLMS que ha tratado de aliviarse en [Arenas-García and Figueiras-Vidal, 2009] por medio de combinaciones de elementos con diferentes valores de  $\kappa$ . Un inconveniente del algoritmo PNLMS e IPNLMS es su alta carga computacional por lo que se están desarrollando variantes más ligeras desde el punto de vista de cómputo [Gordy et al., 2008]. En [Naylor et al., 2006] se pueden encontrar otras variantes de los algoritmos PNLMS e IPNLMS anteriormente presentados.

Si bien es cierto que cuando se utiliza el filtro IPNLMS con valores de  $\kappa \approx -0.5$ , los diferentes coeficientes se adaptan con pasos de adaptación distintos, lo cual implica que el ruido de gradiente afecta en diferente medida a cada coeficiente, el problema asociado al ruido de gradiente cuando la SNR es baja, y anteriormente expuesto para el filtro NLMS, afecta también al algoritmo IPNLMS.

Para tratar de solventar este inconveniente, en este capítulo se explotará un resultado bien conocido en estimación que indica que, mediante un adecuado tratamiento del compromiso entre sesgo y varianza, es posible obtener ventajas en términos de error cuadrático medio con respecto a la estimación insesgada que ofrecen la mayoría de filtros adaptativos [Kay and Eldar, 2008]. Por medio de un factor multiplicativo

en la salida del filtro adaptativo, es posible obtener de forma simple una estimación sesgada de la salida del filtro, mejorando el funcionamiento de éste, sobre todo para SNRs bajas [Lázaro-Gredilla et al., 2010].

Los beneficios de la introducción del sesgo dependen inversamente de la relación entre la potencia de la señal de referencia  $d(k)$  y la potencia del ruido de gradiente  $J_{\text{ex}}(k)$  [Lázaro-Gredilla et al., 2010]. Teniendo en cuenta que para la mayoría de filtros adaptativos, la potencia del ruido de gradiente depende directamente del ruido de fondo (p. ej. véase la ecuación (3.16) para el caso del filtro NLMS), se puede concluir que las ventajas de sesgar la salida del filtro adaptativo dependen de la SNR, siendo mayores cuanto menor sea esta relación.

El esquema que se propone en la siguiente sección persigue mejorar el funcionamiento de los filtros adaptativos utilizando la idea anterior, considerando un sesgo distinto para cada zona de la RIR (ya que en cada región de la RIR existe una relación distinta entre la energía de los coeficientes de  $h(k)$  y el ruido de gradiente), y obteniendo una cancelación mejorada ante SNRs desconocidas *a priori* y/o variables en el tiempo, especialmente en condiciones de baja SNR.

## 6.2. Esquemas de filtrado adaptativo con sesgo por bloques

El algoritmo propuesto, publicado en [Azpicueta-Ruiz et al., 2010b], está basado en una descomposición de los coeficientes del filtro adaptativo  $\mathbf{w}(k)$  en  $Q$  bloques no superpuestos de longitud  $P = M/Q$ . De esta forma, la salida del filtro adaptativo puede calcularse como la suma de la salida individual de cada bloque,  $y_q(k)$ , según

$$y(k) = \mathbf{w}^T(k)\mathbf{x}(k) = \sum_{q=1}^Q \mathbf{w}_q^T(k)\mathbf{x}_q(k) = \sum_{q=1}^Q y_q(k), \quad (6.4)$$

donde el vector

$$\mathbf{w}_q(k) = [w_{1+(q-1)P}(k), w_{2+(q-1)P}(k), \dots, w_{qP}(k)]^T \quad (6.5)$$

## 6.2. ESQUEMAS DE FILTRADO ADAPTATIVO CON SESGO POR BLOQUES

incluye los coeficientes que forman el bloque  $q$ -ésimo,  $q = 1, \dots, Q$ , y

$$\mathbf{x}_q(k) = [x(k - (q - 1)P), x(k - 1 - (q - 1)P), \dots, x(k - qP + 1)]^T \quad (6.6)$$

representa un vector con las  $P$  muestras de entrada necesarias para el cálculo de la salida del bloque  $q$ -ésimo,  $y_q(k)$ . El filtro adaptativo actualiza sus coeficientes con el objeto de minimizar la potencia de su propio error, i.e.  $e(k) = d(k) - y(k)$ .

Con el objetivo de mejorar el funcionamiento de  $\mathbf{w}(k)$  en entornos donde la SNR pueda ser baja y la distribución de la energía de la respuesta al impulso no sea uniforme, se propone ponderar de forma adaptativa la salida de cada bloque  $y_q(k)$  mediante un factor multiplicativo  $\lambda_q(k)$ , lo cual puede dar lugar a la introducción de un sesgo en la estimación de  $\mathbf{h}(k)$ . En el presente esquema se reintrepreta esta ponderación como la combinación convexa de  $y_q(k)$  con la salida de un bloque *virtual* cuyos coeficientes son siempre nulos, y, por lo tanto, no requieren actualización. De esta forma es posible la utilización de esquemas de adaptación conocidos para los factores de mezcla  $\lambda_q(k)$  con  $q = 1, \dots, Q$ , si bien es cierto que podrían utilizarse otras formas diferentes para proceder a su adaptación. Así, la salida del esquema propuesto es

$$y_c(k) = \sum_{q=1}^Q \{y_q(k)\lambda_q(k) + [1 - \lambda_q(k)] \cdot 0\} = \sum_{q=1}^Q y_q(k)\lambda_q(k). \quad (6.7)$$

Las multiplicaciones incluidas en (6.7) dan lugar a una estimación sesgada de los coeficientes de la RIR cuando  $\lambda_q(k) \neq 1$ . En [Lázaro-Gredilla et al., 2010] se ha demostrado que este tipo de estimaciones sesgadas pueden dar lugar a beneficios en términos de reducción del EMSE( $k$ ), principalmente para bajas SNRs. No obstante, en caso de que todos los parámetros de mezcla sean iguales a uno, la salida del esquema propuesto se corresponde exactamente con la del filtro adaptativo,  $y_c(k) = y(k)$ , no suponiendo degradación alguna en caso de que el sesgo sea innecesario, i.e. cuando  $\lambda_q(k) \approx 1$  con  $q = 1, \dots, Q$ .

Para proceder a la adaptación de los  $Q$  parámetros de mezcla del esquema propuesto, se ha utilizado la regla de actualización presentada en la Sección 3.2.3 que,

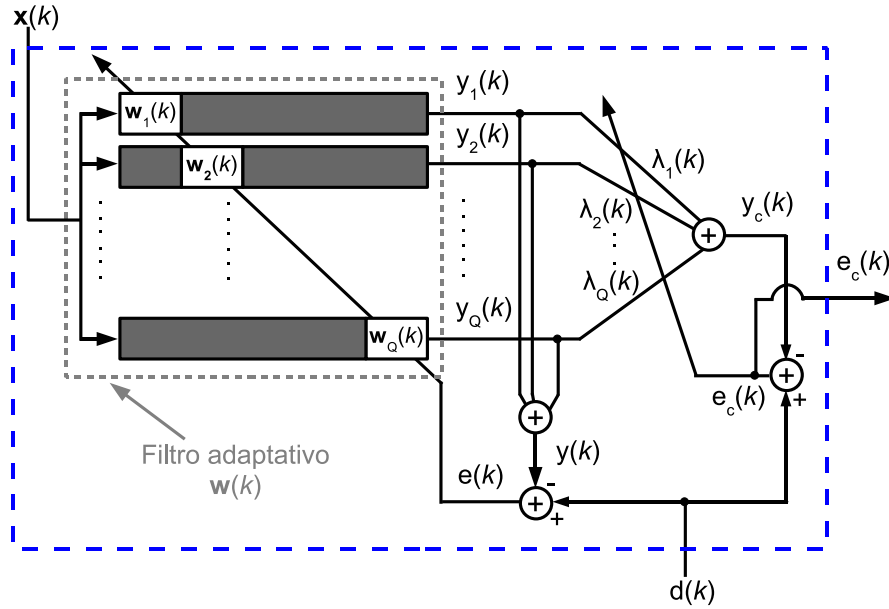


Figura 6.2: Esquema del cancelador propuesto. Por claridad, se ha representado cada uno de los bloques de  $\mathbf{w}(k)$  como filtros adaptativos donde las zonas sombreadas se corresponden con coeficientes no implementados.

debidamente particularizada para este esquema, resulta en

$$a_q(k+1) = a_q(k) + \frac{\mu_{aq}}{p_q(k)} e_c(k) y_q(k) \frac{\partial \lambda_q(k)}{\partial a_q(k)}, \quad (6.8)$$

donde  $\mu_{aq}$  se corresponde con el paso de adaptación que gobierna la actualización de  $a_q(k)$ , y  $p_q(k) = \beta p_q(k-1) + (1-\beta)y_q^2(k)$  es una estimación filtrada paso bajo de la potencia de  $y_q(k)$ .

Gracias a la función de activación del parámetro de mezcla se consigue reducir en gran medida el ruido de gradiente en los límites, i.e., cuando  $\lambda_q(k) = 0$  ó  $\lambda_q(k) = 1$ , hecho especialmente importante cuando el sesgo no es necesario [ $\lambda_q(k) = 1$ ], minimizando la degradación que produciría el ruido de gradiente de la adaptación de  $\lambda_q(k)$  en este caso.

La figura 6.2 representa el esquema propuesto, en el que se pueden distinguir claramente dos partes:

- El filtro adaptativo, cuyo funcionamiento es totalmente independiente de todos los demás componentes del sistema, adaptándose para minimizar la potencia de su propio error  $e(k)$ . El esquema propuesto puede ser aplicado con diferentes algoritmos de actualización de  $\mathbf{w}(k)$ .
- La estructura necesaria para multiplicar cada salida parcial  $y_q(k)$  por cada parámetro de mezcla  $\lambda_q(k)$ , así como para adaptar los  $Q$  parámetros de mezcla con el objetivo de minimizar  $e_c^2(k)$ .

El incremento en el coste computacional que supone añadir esta segunda etapa de sesgo a un filtro adaptativo depende fundamentalmente del número de bloques  $Q$ . De forma más concreta, el coste de actualizar los parámetros de mezcla según (6.8) y calcular la salida ponderada de cada bloque supone un incremento de  $8Q$  multiplicaciones por iteración. Sin embargo, para un número de bloques moderado, el incremento de coste computacional resulta pequeño comparado con el coste necesario para adaptar el filtro adaptativo  $\mathbf{w}(k)$ . Por consiguiente, en este caso, se puede decir que el coste computacional del esquema completo es similar al del filtro adaptativo original  $\mathbf{w}(k)$ .

El funcionamiento de este esquema puede explicarse en los siguientes términos:

- En caso de que la SNR sea suficientemente alta, el ruido de gradiente provocado por la adaptación de  $\mathbf{w}(k)$  apenas afecta a la estimación  $y(k)$ , por lo que incluir un sesgo en la estimación no ofrece ventajas. Bajo estas condiciones, los diferentes parámetros de mezcla convergen a un valor  $\lambda_q(k) \approx 1$  con  $q = 1, \dots, Q$ , lo que hace que el esquema completo se comporte de forma similar al filtro adaptativo original, i.e.  $y_c(k) \approx y(k)$ .
- Cuando la SNR es baja, el ruido de gradiente degrada la estimación producida por  $\mathbf{w}(k)$ . En este caso, incluir un sesgo produce ventajas desde el punto de vista de error cuadrático medio. Sin embargo, puesto que la distribución de la energía en la RIR normalmente no es constante, el ruido de gradiente afectará de forma diferente a distintas zonas de  $\mathbf{w}(k)$ , por lo que el número de coeficientes

afectados depende tanto de la SNR como de la forma específica de la respuesta al impulso. De esta forma, algunos de los bloques obtendrán un valor de  $\lambda_q(k) < 1$ , mejorando la identificación de sus coeficientes en términos de error cuadrático medio, lo que da lugar a una mejoría en la cancelación del esquema completo con respecto a la cancelación que generaría el filtro  $\mathbf{w}(k)$ .

En la siguiente sección se comprobará esta forma de actuación por medio de experimentos utilizando como entrada tanto señales ruidosas como señal de voz, prestando atención a las propiedades en estado estacionario y en convergencia del esquema propuesto.

### 6.3. Evaluación experimental del algoritmo

La figura 6.3 representa la RIR utilizada en estos experimentos, así como la distribución de su energía.

Para su identificación se ha optado por el empleo de un filtro IPNLMS como base del esquema propuesto, permitiendo estudiar el rendimiento del algoritmo para diferentes valores del parámetro  $\kappa$ , entre ellos  $\kappa = -1$ , que reduce el filtro IPNLMS a un filtro NLMS. De esta forma, a partir de ahora el esquema desarrollado se denominará *Block-Biased IPNLMS* (BB-IPNLMS) [Azpigueta-Ruiz et al., 2010b]. El paso de adaptación empleado en la actualización de  $\mathbf{w}(k)$  es  $\mu = 1$ . El número de bloques utilizado  $Q$  es un parámetro crucial en este esquema, por lo que uno de los objetivos de esta sección es mostrar el compromiso que impone dicho número de bloques. Independientemente del número de bloques en que se descompone  $\mathbf{w}(k)$ , se ha considerado que todos los parámetros de mezcla  $\lambda_q(k)$  utilizan  $\mu_{aq} = 0.1$ , con  $q = 1, \dots, Q$ .

#### 6.3.1. Ruido blanco como señal de entrada

En primer lugar se evaluará el algoritmo BB-IPNLMS en situación estacionaria utilizando ruido blanco como señal de entrada, y centrándose en cómo el fun-

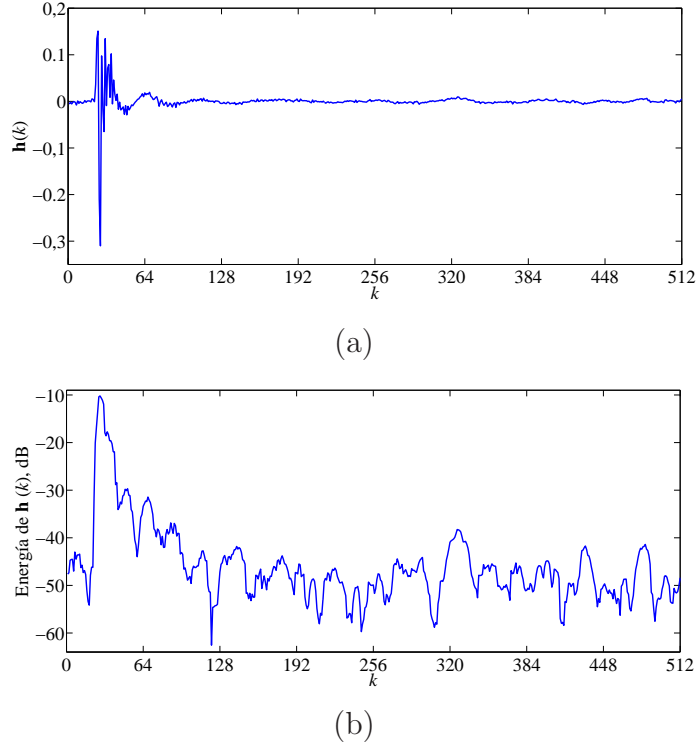


Figura 6.3: (a) RIR empleada en los experimentos. (b) Representación suavizada de la distribución de energía de  $\mathbf{h}(k)$ .

El funcionamiento del esquema depende del número de bloques  $Q$  y del parámetro  $\kappa$  para diferentes SNRs. Para valorar las ventajas del algoritmo se compararán el  $\text{EMSE}(\infty)$  obtenido por un cancelador basado en el esquema propuesto, i.e.  $\text{EMSE}_{\text{BB}}(\infty)$ , y el que obtendría un cancelador basado en el filtro adaptativo  $\mathbf{w}(k)$  original, i.e.  $\text{EMSE}(\infty)$ . De esta forma, la cifra de mérito propuesta se puede obtener como  $\Delta\text{EMSE}(\infty) = \text{EMSE}(\infty) - \text{EMSE}_{\text{BB}}(\infty)$ .

### Influencia del número de bloques

La figura 6.4 muestra la ganancia en términos de  $\Delta\text{EMSE}(\infty)$  que supone la utilización del esquema propuesto considerando dos valores diferentes de  $\kappa$  y para diferentes SNRs, considerando el número de bloques como un parámetro. Por completi-



CAPÍTULO 6. ESQUEMAS DE COMBINACIÓN PARA RESPUESTAS LARGAS Y DISPERSAS

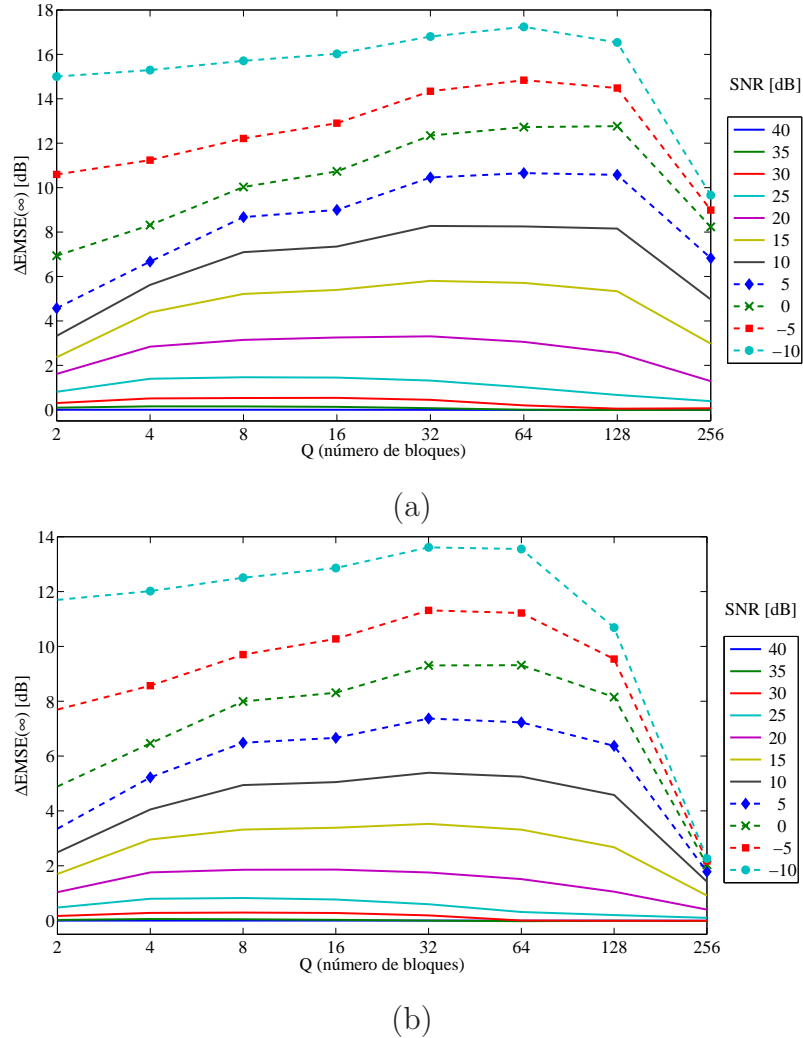


Figura 6.4: Ganancia en cancelación de eco obtenida por el esquema BB-IPNLMS con respecto a un cancelador basado en un filtro IPNLMS estándar, en términos de  $\Delta\text{EMSE}(\infty) = \text{EMSE}(\infty) - \text{EMSE}_{\text{BB}}(\infty)$ . (a)  $\kappa = -1$  (NLMS). (b)  $\kappa = -0.5$ .

tud, se han incluido SNRs negativas, que, de hecho, pueden encontrarse en escenarios similares a los sistemas de comunicaciones de automóviles.

Prestando atención a la figura 6.4 se puede ver cómo el esquema propuesto obtiene ganancias importantes, principalmente para SNRs bajas. Por ejemplo, considerando una  $\text{SNR} = 5$  dB y una descomposición en  $Q = 16$  bloques, la ganancia obtenida es

aproximadamente de 9 dB y 6.5 dB para  $\kappa = -1$  (NLMS) y  $\kappa = -0.5$ , respectivamente. Además, se puede observar cómo, aunque la ganancia alcanzada para SNRs altas es mucho menor, el esquema propuesto no introduce degradación alguna si el sesgo resulta innecesario.

Centrándose en la influencia del número de bloques, se pueden extraer las mismas conclusiones de ambos paneles de la figura 6.4. Conforme el número de bloques aumenta la ganancia obtenida es superior, debido a la mayor resolución disponible para introducir el sesgo en determinadas zonas de la RIR. Sin embargo, si se presta atención al caso con  $Q = 256$  y  $P = 2$ , se observa un decremento de la ganancia, debido a que el valor del paso de adaptación  $\mu_{aq}$  es muy alto para este caso, provocando un gran ruido de gradiente en la adaptación de los  $Q$  parámetros de mezcla y afectando en gran medida al funcionamiento global del esquema. De cualquier modo, no es aconsejable una longitud de bloque tan pequeña, que da lugar a un gran número de bloques y de parámetros de mezcla a adaptar, incrementando considerablemente el coste computacional del esquema completo, sino que resulta preferible utilizar un número de bloques que suponga un leve incremento del coste computacional. Teniendo en cuenta lo anterior, una selección adecuada sería  $Q = 16$ , que se utilizará en el resto del capítulo.

### Influencia del parámetro de asimetría $\kappa$

A continuación se estudia la influencia del parámetro  $\kappa$  para  $Q = 16$  considerando diferentes SNRs.

El parámetro  $\kappa$  establece un compromiso entre la obtención de una operación similar a un filtro NLMS ( $\kappa = -1$ ) o a un filtro PNLMS ( $\kappa = 1$ ).

La figura 6.5 representa la ganancia del esquema propuesto en términos de  $\Delta\text{EMSE}(\infty)$  variando  $\kappa$  entre  $-1$  y  $1$ . Se puede observar que la ganancia del esquema BB-IPNLMS cuando  $\kappa \rightarrow -1$  es importante, obteniendo ventajas crecientes según disminuye la SNR. Sin embargo, dicha ganancia es menor conforme aumenta  $\kappa$  debido a que en este caso el algoritmo IPNLMS es más similar al esquema PNLMS,

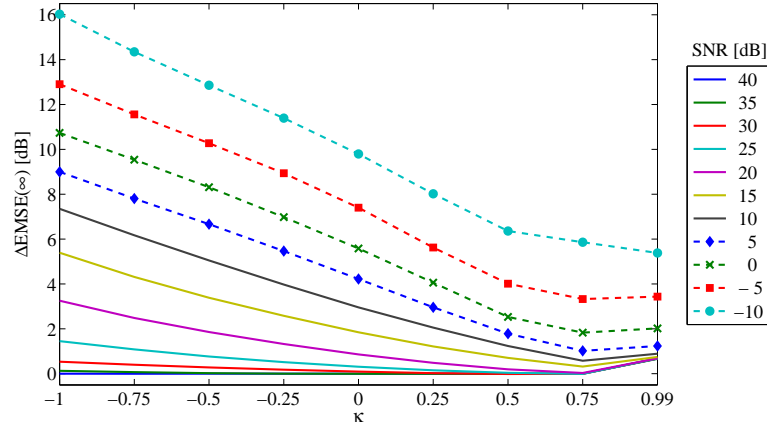


Figura 6.5: Ganancia en cancelación de eco obtenida por el esquema BB-IPNLMS considerando  $Q = 16$  bloques, con respecto a un cancelador basado en un filtro IPNLMS estándar, en términos de  $\Delta\text{EMSE}(\infty) = \text{EMSE}(\infty) - \text{EMSE}_{\text{BB}}(\infty)$ .

provocando que el paso de adaptación de cada coeficiente se ajuste de forma independiente, y que, por lo tanto, los coeficientes con menor energía se vean afectados por un ruido de gradiente de menor potencia, disminuyendo las potenciales ganancias derivadas de la introducción del sesgo.

Si bien es cierto que ante sistemas dispersos los filtros IPNLMS obtienen mejores resultados que un filtro NLMS conforme mayor es  $\kappa$ , dependiendo del grado de dispersión de la RIR (normalmente desconocido *a priori*), optar por una selección de  $\kappa \rightarrow 1$  puede dar lugar a problemas, tal y como se adelantó, en caso de que la RIR no resulte tan dispersa, siendo entonces la convergencia del filtro IPNLMS peor que la de un filtro NLMS. Debido a esto, una selección recomendable para el esquema BB-IPNLMS es  $\kappa = -0.5$  [Benesty and Gay, 2002] ya que no presenta problemas críticos de ralentización de la convergencia ante RIRs donde la distribución de la energía de los coeficientes es uniforme. Otra opción también atractiva es la selección de  $\kappa = -1$ , puesto que en ese caso el filtro IPNLMS se reduce a un esquema NLMS, mucho más económico desde un punto de vista computacional. Como se puede ver

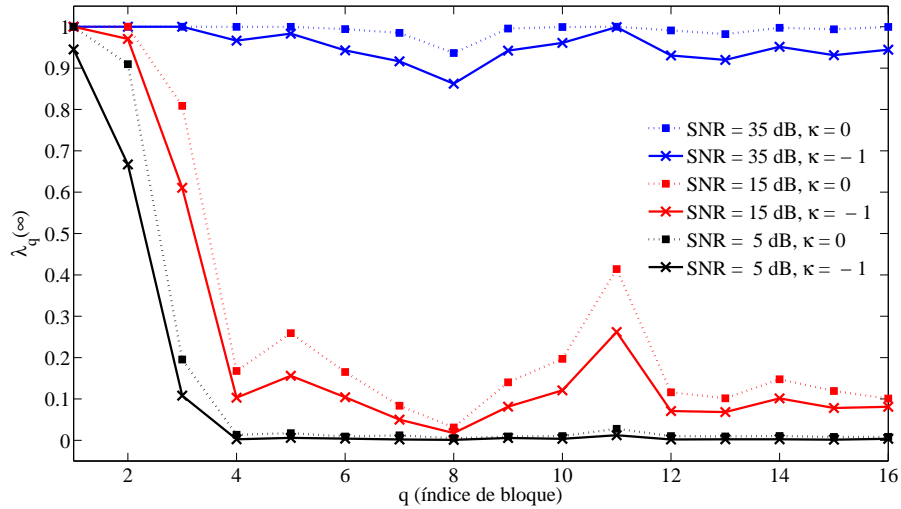


Figura 6.6: Valor en estado estacionario de los 16 parámetros de mezcla, considerando  $\kappa = -1$  y  $0.5$ ; y para  $\text{SNR} = 35, 15$  y  $5$  dB.

en la figura 6.5, tanto para  $\kappa = -0.5$  como  $\kappa = -1$  (NLMS) las ganancias obtenidas por el esquema pueden ser importantes.

Con el objetivo de aclarar el comportamiento del esquema propuesto, la figura 6.6 muestra el valor de los 16 parámetros de mezcla en estado estacionario, considerando tres valores de SNR, 35, 15 y 5 dB, cuando  $\kappa = -1$  y  $\kappa = 0.5$ .

Tal y como se puede ver en la figura, los valores de  $\lambda_q(\infty)$  con  $q = 1, \dots, 16$ , son cercanos a uno cuando la SNR = 35 dB, ya que, en este caso, introducir un sesgo en la estimación no resulta necesario. Sin embargo, según aumenta la potencia del ruido aditivo a la salida, el filtro IPNLMS introduce más ruido de gradiente y, entonces, el valor al que convergen los parámetros de mezcla es menor, provocando ganancias en la estimación.

Al observar la figura 6.6 cuando  $\text{SNR} = 15$  dB, se puede comprobar cómo los parámetros de mezcla convergen a un valor tal que el sesgo introducido es mayor conforme menor es la energía de los coeficientes de la RIR a estimar. De esta forma se comprueba cómo la distribución de los valores de  $\lambda_q(\infty)$  con  $q = 1, \dots, 16$ , es similar a la representación de la energía de la RIR vista en el panel (b) de la figura 6.3, ya

que el ruido de fondo considerado es constante.

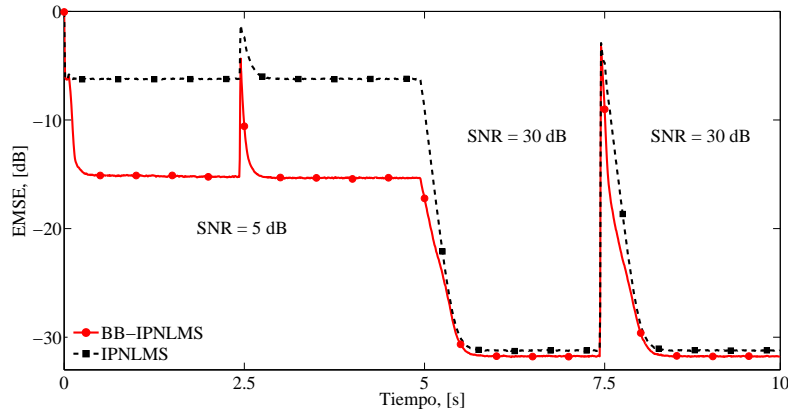
### Estudio de la convergencia del esquema BB-IPNLMS

La convergencia del BB-IPNLMS ha sido evaluada considerando un escenario donde la SNR es desconocida *a priori* y puede variar en el tiempo. Para ello, se ha modificado la SNR súbitamente en  $t = 5$  s. desde un valor inicial de SNR = 5 dB a un valor final de SNR = 35 dB para dos valores diferentes de  $\kappa$ ,  $\kappa = -1$  y  $\kappa = 0$ . Además, para estudiar la capacidad de reconvergencia del esquema se han introducido dos cambios en la RIR en  $t = 2.5$  y  $t = 7.5$  s., respectivamente.

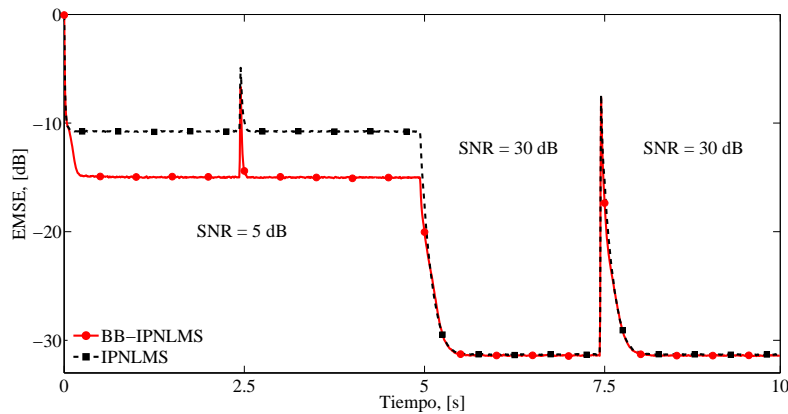
La figura 6.7 muestra la evolución del EMSE( $k$ ), pudiendo observarse cómo el esquema propuesto es capaz de adaptarse correctamente a situaciones con SNR variable, sin necesidad de ninguna información *a priori*. Tal y como se observa en la figura, el esquema BB-IPNLMS consigue un funcionamiento superior a un cancelador basado en un filtro IPNLMS estándar con idéntico  $\kappa$ , no sólo en estacionario, sino al reconverger, tal y como se ve en  $t = 7.5$  s. en el panel (a) de la figura cuando  $\kappa = -1$ .

### 6.3.2. Voz como señal de entrada

El funcionamiento del esquema BB-IPNLMS también se ha evaluado utilizando trece segundos de voz real como señal de entrada. Las figuras 6.8 y 6.9 muestran los resultados obtenidos en términos de ERLE( $k$ ), considerando, respectivamente,  $\kappa = -1$  (i.e. NLMS) y  $\kappa = -0.5$ . Tal y como se ha comentado, en caso de que la SNR sea alta, el esquema BB-IPNLMS se comporta de forma similar a un filtro IPNLMS con los mismos ajustes, por lo que se comprueba que el esquema propuesto no introduce degradación alguna. Sin embargo, como se puede apreciar en el panel inferior de ambas figuras, se obtienen importantes mejoras si la SNR es baja.



(a)



(b)

Figura 6.7: Funcionamiento del esquema propuesto (BB-IPNLMS) en términos de  $EMSE(k)$ . (a)  $\kappa = -1$  (filtro NLMS). (b)  $\kappa = 0$

## 6.4. Conclusiones

En este capítulo se ha presentado un esquema que permite mejorar el funcionamiento de los algoritmos adaptativos cuando la RIR a identificar no tiene una distribución de energía uniforme. Gracias a la descomposición en bloques no superpuestos del filtro adaptativo  $\mathbf{w}(k)$ , y ponderando la salida de cada bloque por un factor multiplicativo (reinterpretado como la combinación convexa con un bloque *virtual* de ceros), es posible introducir un sesgo en la identificación de los coeficientes

## CAPÍTULO 6. ESQUEMAS DE COMBINACIÓN PARA RESPUESTAS LARGAS Y DISPERSAS

---

que hace que el funcionamiento del esquema global supere al del filtro adaptativo en el que se basa.

Mediante diferentes experimentos se ha demostrado que el esquema propuesto, sin necesidad de información *a priori* alguna, es capaz de obtener ventajas significativas, especialmente para SNRs bajas. Si el número de bloques seleccionado es moderado, el coste computacional del esquema es similar al del filtro adaptativo original, y las ganancias obtenidas con respecto a este último pueden ser importantes. Además, el esquema propuesto puede construirse utilizando como base diferentes tipos de filtros adaptativos, aunque se ha visto que el empleo del filtro IPNLMS con  $\kappa = -0.5$  o  $\kappa = -1$  (i.e., NLMS) resulta una opción atractiva.

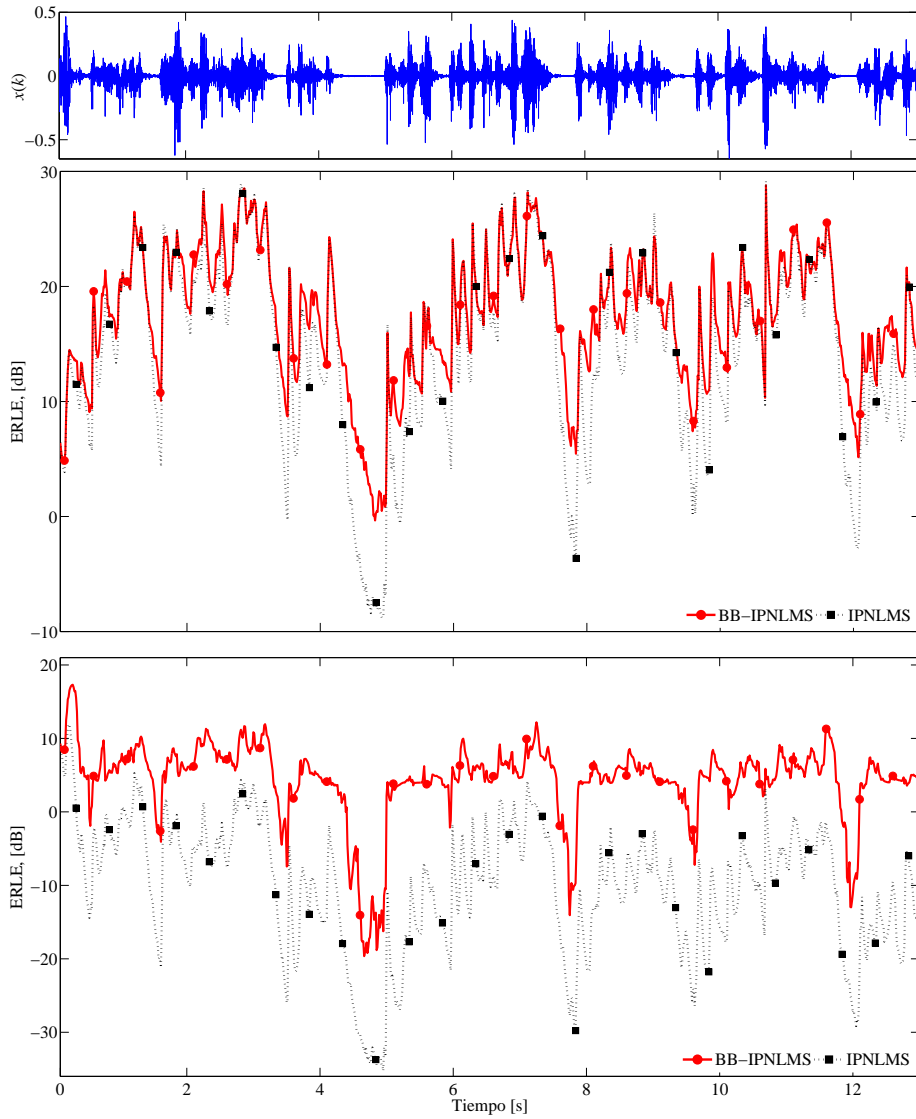


Figura 6.8: Funcionamiento del esquema propuesto (BB-IPNLMS) al utilizar voz como señal de entrada. De arriba a abajo: señal de entrada; ERLEs de un filtro IPNLMS estándar con  $\kappa = -1$  (NLMS) y del cancelador basado en BB-IPNLMS con el mismo valor de  $\kappa$  cuando SNR = 35 dB; igual que el panel intermedio cuando SNR = 5 dB.



## CAPÍTULO 6. ESQUEMAS DE COMBINACIÓN PARA RESPUESTAS LARGAS Y DISPERSAS

---

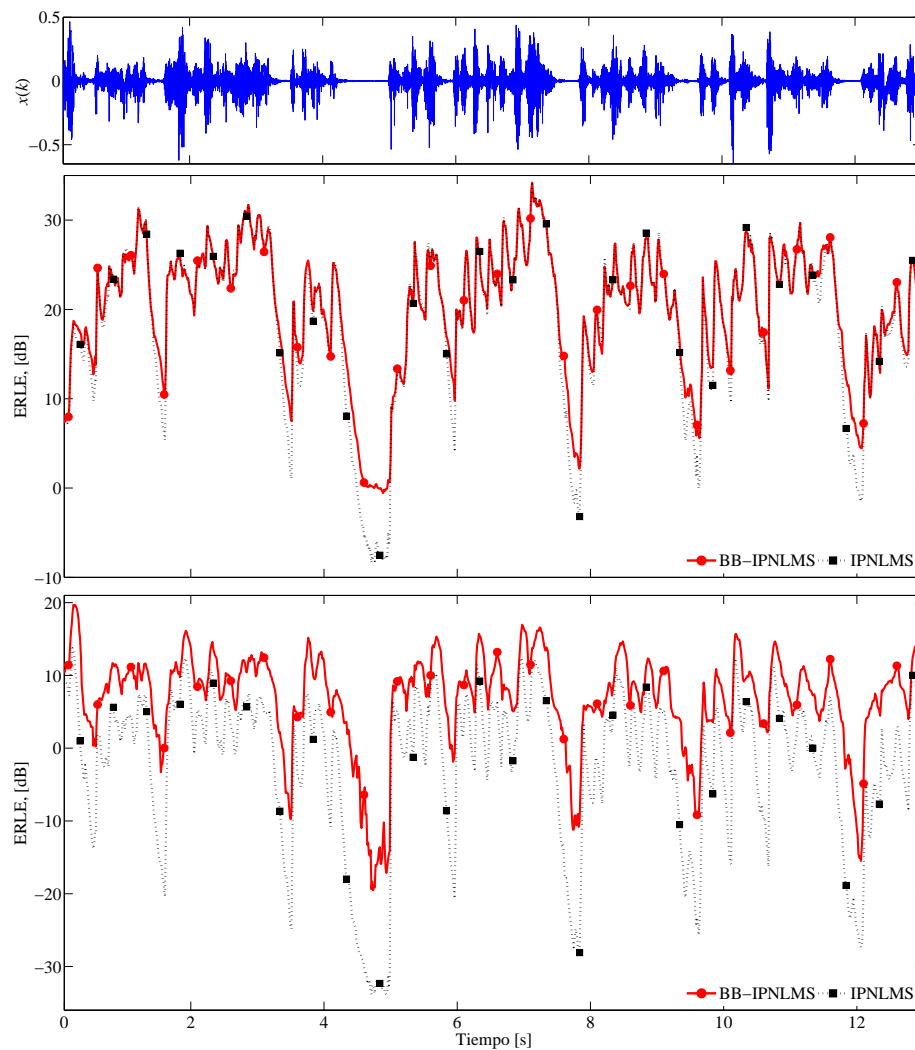


Figura 6.9: Funcionamiento del esquema propuesto (BB-IPNLMS) al utilizar voz como señal de entrada. De arriba a abajo: señal de entrada; ERLEs de un filtro IPNLMS estándar con  $\kappa = -0.5$  y del cancelador basado en BB-IPNLMS con el mismo valor de  $\kappa$  cuando SNR = 35 dB; igual que el panel intermedio cuando SNR = 5 dB.



## Capítulo 7

# Conclusiones y Futuras Líneas de Trabajo

Este último capítulo incluye las principales conclusiones de la Tesis Doctoral, algunas de las cuales se han ido adelantando en cada capítulo. Además, en este capítulo se perfilan varias de entre las líneas futuras de investigación que pueden derivarse de lo aquí expuesto, y que se consideran más prometedoras.

### 7.1. Conclusiones

Esta Tesis Doctoral se ha centrado en el desarrollo y aplicación de algoritmos de combinación de esquemas adaptativos a la acústica de salas. La mayoría de aplicaciones del ámbito del procesamiento de señales acústicas requieren de la identificación de una respuesta al impulso de un recinto (*Room Impulse Response*, RIR), que describe el proceso de propagación acústica en el interior de dicho recinto.

De entre los diferentes esquemas adaptativos empleados para identificar  $h(k)$ , la mayoría de aplicaciones confían en algoritmos tipo NLMS debido, principalmente, a su bajo coste computacional y mayor estabilidad en comparación con el filtro RLS. Al igual que en la mayoría de filtros adaptativos, el comportamiento del filtro NLMS

está sujeto a diferentes compromisos, como es el de sobra conocido entre velocidad de convergencia y error residual que impone la selección del paso de adaptación. Recientemente se presentó un concepto novedoso en filtrado adaptativo, basado en la combinación adaptativa de esquemas adaptativos, el cual de una forma sencilla, versátil y eficaz, permite aliviar los distintos compromisos que condicionan la utilización de los esquemas adaptativos usuales.

Esta Tesis Doctoral ha planteado el diseño, desarrollo, estudio y adecuación de esquemas de combinación que resulten provechosos y convenientes para aplicaciones de procesamiento de señales acústicas. Con el objetivo de mostrar las ventajas de la utilización de estos esquemas, en este trabajo se ha empleado como hilo conductor la aplicación de eco acústico monocal, la cual se encuentra en un estadio bastante maduro, por lo que permite identificar claramente las ventajas que supone la aplicación de dichos algoritmos.

Sin embargo, las características de la RIR  $h(k)$  y de las señales involucradas (vocales o musicales) condicionan los esquemas adaptativos a emplear tanto en la aplicación de cancelación de eco acústico como en otras aplicaciones de procesamiento de señales acústicas. A continuación se enumeran algunos de estos condicionantes y se destacan los algoritmos propuestos en este trabajo (basados en esquemas de combinación) que permiten mejorar el funcionamiento de los esquemas adaptativos cuando se ven sujetos a este tipo de compromisos, incluyendo las publicaciones a las que ha dado lugar. Otras publicaciones que no constituyen el núcleo central de esta Tesis se listan en el Anexo D.

1. Las señales tienen un margen dinámico amplio, lo que da lugar a una relación señal a ruido (SNR) variable y desconocida *a priori*.

En el Capítulo 3 se han desarrollado dos esquemas de combinación cuyo funcionamiento es inmune al desconocimiento *a priori* de la SNR y a variaciones de la misma. Dicha inmunidad ha sido demostrada analítica y experimentalmente.

- El primero de los esquemas se basa en la actualización normalizada (tipo

NLMS) del parámetro de mezcla de una combinación convexa. En contraposición con el esquema original de adaptación (tipo LMS), el esquema NLMS permite una selección mucho más simple del paso de adaptación que gobierna la combinación, facilitando un funcionamiento correcto de la combinación independientemente de la SNR. Este esquema ha sido publicado en [Azpigueta-Ruiz et al., 2008b].

- El segundo de los esquemas, publicado en [Azpigueta-Ruiz et al., 2008a] para la combinación de dos filtros y extendido en [Azpigueta-Ruiz et al., 2010a] para un número arbitrario de filtros, se basa en la actualización tipo mínimos cuadrados del parámetro de mezcla de una combinación afín. Este esquema también proporciona un comportamiento robusto respecto a la SNR, haciendo posible, sin embargo, que el margen de valores que puede alcanzar el parámetro de mezcla no se encuentre limitado a  $[0, 1]$ . Esto permite que el parámetro de mezcla se aproxime al combinador óptimo, que es negativo para una combinación de filtros NLMS de igual longitud y diferente paso de adaptación en un entorno estacionario. Sin embargo, los experimentos realizados demuestran que las pequeñas ventajas que ofrece la combinación afín no justifican el uso de la regla tipo mínimos cuadrados, al menos en las aplicaciones aquí contempladas. Por esta razón, en los demás capítulos de la Tesis Doctoral se ha empleado la combinación convexa mediante la regla normalizada tipo NLMS.

2. La distribución de la densidad espectral de potencia de las señales es variable con la frecuencia.

En el Capítulo 4 se presenta un esquema de combinación en el dominio frecuencial, el cual ha sido publicado en [Azpigueta-Ruiz et al., 2007]. En aplicaciones de procesamiento de señales acústicas es común la utilización de esquemas adaptativos en dicho dominio, con objeto de acelerar la convergencia de los algoritmos clásicos en presencia de señales coloreadas y/o reducir el coste com-

putacional. El esquema propuesto permite la implementación de una combinación dependiente de la frecuencia, que ofrece una gran versatilidad, debido a que tanto la señal de entrada como el ruido tienen una densidad espectral variable con la frecuencia y a que los cambios que tienen lugar en las RIRs no afectan de igual forma a todo el margen frecuencial. Se ha utilizado como base de la propuesta un conocido esquema de filtrado adaptativo en subbandas sin retardo, incorporando una combinación por subbanda que se actualiza de forma independiente a las demás subbandas, dando como resultado un algoritmo cuyas ventajas han sido demostradas experimentalmente. Esta forma de proceder se puede aplicar, con las modificaciones oportunas, a otros esquemas y configuraciones de filtrado en el dominio frecuencial.

3. En algunas ocasiones, la relación entre la señal a reproducir por el altavoz y la captada por el micrófono es no lineal.

En el Capítulo 5 se han presentado dos esquemas que aumentan la versatilidad y mejoran el funcionamiento de los filtros de Volterra individuales. El primero de ellos se centra en la combinación de filtros de Volterra con ajustes diferentes, mientras que el segundo se basa en la modificación de un filtro de Volterra, cuyos núcleos individuales se substituyen por combinaciones de núcleos con ajustes distintos. Ambos esquemas obtienen prestaciones similares, siendo el segundo una opción mucho más atractiva computacionalmente.

Aún así, la presencia o ausencia de distorsión no lineal y la potencia de ésta resultan difícilmente previsibles, pudiendo incluso variar con el tiempo. Sin embargo, en caso de ausencia de distorsión no lineal, un filtro de Volterra tiene peor funcionamiento que un filtro lineal, mientras que este último resulta insuficiente para modelar la distorsión no lineal cuando ésta aparece.

Por ello, partiendo de un filtro de Volterra con combinación de núcleos, en el Capítulo 5 también se ha desarrollado un cancelador de eco acústico no lineal basado en un “núcleo virtual de todo ceros” (*Nonlinear Acoustic Echo Can-*

*celler with All Zero Kernel*, NLAEC-AZK). Este algoritmo presenta una gran robustez con respecto al compromiso anteriormente mencionado, suponiendo un incremento de coste computacional muy pequeño con respecto al de un filtro de Volterra estándar.

Estos esquemas se presentaron en su versión previa en [Azpiqueta-Ruiz et al., 2009] y de una forma más desarrollada en [Azpiqueta-Ruiz et al., 2011].

4. Por último, la mayoría de las RIRs tienen una longitud grande y la distribución de su energía no es constante entre los distintos coeficientes.

En el Capítulo 6 se ha presentado un algoritmo que permite mejorar el funcionamiento de los filtros adaptativos, sobre todo en los casos en los que la distribución de la energía de la RIR no es constante y la SNR es baja. La base del esquema estriba en el aprovechamiento del compromiso sesgo *vs* varianza de forma diferente para distintos bloques de coeficientes no superpuestos de un filtro adaptativo. Para ello, la salida de cada bloque se multiplica por un factor adaptativo, el cual ha sido reinterpretado como una combinación con un bloque *virtual* de ceros, facilitando así su adaptación. Tanto las ganancias observadas principalmente para bajas SNRs como la no introducción de degradación para SNR altas y lo innecesario de información *a priori* alguna, hacen que la inclusión de esta propuesta como un complemento a filtros adaptativos tipo NLMS o IPNLMS sea una idea atractiva. Además, cuando el número de bloques seleccionado es moderado, el algoritmo supone un incremento de coste computacional pequeño con respecto al filtro adaptativo original.

Este algoritmo ha sido presentado en [Azpiqueta-Ruiz et al., 2010b], aunque sus fundamentos, para el caso de un filtro adaptativo completo genérico se han estudiado en [Lázaro-Gredilla et al., 2010].

Todos los algoritmos desarrollados en este trabajo se han evaluado ampliamente mediante experimentos en escenarios realistas, mostrando un funcionamiento correcto

gracias a la versatilidad y robustez que otorgan las soluciones basadas en esquemas de combinación.

Como conclusión general, a lo largo de los Capítulos 3, 4, 5 y 6 se han presentado una serie de esquemas de combinación que permiten mejorar el funcionamiento de los algoritmos adaptativos en aplicaciones de procesamiento de señales acústicas considerando los cuatro condicionantes anteriormente mencionados, y tomando como ejemplo la cancelación de eco acústico. Evidentemente, a la hora de migrar dichos algoritmos a otras aplicaciones de procesamiento de señales acústicas habrá que tener en cuenta las particularidades de éstas, y tal vez los esquemas aquí presentados deban ser ligeramente modificados.

## 7.2. Líneas de investigación futura

Gracias a la versatilidad de las soluciones basadas en los esquemas de combinación, existen numerosas posibles ampliaciones del trabajo aquí presentado, principalmente en el campo del procesamiento de señales acústicas. Entre otras posibles extensiones, son de particular interés:

1. Utilización de los esquemas de combinación propuestos en otras aplicaciones diferentes de la cancelación de eco acústico, con los condicionantes específicos de cada una. Por ejemplo:
  - a) Cancelación activa de ruido. Actualmente se está investigando en esquemas basados en la combinación por bloques de filtros IPNLMS con valores diferentes de  $\kappa$  para escenarios donde las vías de propagación pueden presentar dispersión.
  - b) Cancelación de interferencias en audífonos. Las principales diferencias en esta aplicación incluyen la menor longitud de la RIR a identificar, por lo que el filtro adaptativo necesario es menor. Además, la limitación impuesta por la batería de los audífonos condiciona totalmente los esquemas a



desarrollar, así como el diseño de los esquemas de combinación, en aras de reducir el coste computacional tanto como sea posible.

- c) Separación de fuentes acústicas. La particularidad en este tipo de aplicaciones, que condiciona tanto los esquemas adaptativos como su combinación, es la inexistencia de señal de error a minimizar [Lombard et al., 2011].

2. Programación de los esquemas de combinación aquí presentados en plataformas tipo DSP actuales. Entre otras decisiones a tomar al realizar dicha tarea, es importante abordar la programación de la función sigmoide, básica en la mayoría de los esquemas de combinación desarrollados en esta Tesis Doctoral. Entre otras alternativas destaca el uso de una *lookup table* o la aproximación de la función mediante un conjunto de tramos lineales.

3. Profundización en el estudio de los esquemas de sesgado por bloques por medio de la combinación por bloques con el bloque *virtual* de ceros. Una de las conclusiones principales de esta Tesis Doctoral es la potencia de este tipo de esquemas. Se propone continuar su estudio mediante:

- a) La ampliación de los esquemas de combinación por bloques con el bloque *virtual* de ceros a otros tipos de filtros, como p. ej. filtros de Volterra para cancelación de eco acústico no lineal. La distribución de la energía en el núcleo cuadrático y superiores de una planta no lineal no es uniforme, concentrándose en torno a la diagonal principal, pudiendo considerarse nulos los coeficientes de las diagonales de orden superior [Zeller and Kellermann, 2008]. Sin embargo, el número de diagonales con energía considerable es algo desconocido *a priori*, por lo que la combinación de bloques de coeficientes con el bloque *virtual* de ceros puede dotar de mayor robustez a los esquemas basados en combinación de núcleos.

- b) El análisis teórico de las prestaciones del esquema de sesgado adaptativo por bloques. Así, es posible obtener tanto el valor del sesgo óptimo de

cada bloque como la máxima ganancia teórica alcanzable utilizando este tipo de esquemas, identificando claramente las situaciones en las que la introducción del sesgo ofrece ventajas. Además, el análisis teórico permite valorar el esquema de adaptación utilizado.

- c) La comparación con otros esquemas de filtrado disperso basados en regularización con norma  $L_1$ , como por ejemplo con los algoritmos ZA-LMS y RZA-LMS [Chen et al., 2009], los cuales están motivados por otras áreas de procesamiento de señal, como en *Compressive Sensing*. Estos esquemas presentan claras conexiones con la solución presentada en el Capítulo 6 y otros algoritmos utilizados en cancelación de eco. Por lo tanto, resulta importante identificar las posibles ventajas y carencias del esquema presentado en comparación con los anteriormente mencionados, para así valorar su utilización en otras aplicaciones diferentes a la cancelación de eco.
4. Esquemas de combinación no lineales computacionalmente más eficientes. Con el objetivo de continuar la línea de combinación de esquemas no lineales, se plantea el diseño de combinaciones que contemplen otros esquemas adaptativos no lineales, *a priori* con menor coste computacional, como los filtros no lineales basados en redes de enlaces funcionales (*Functional Link Network*, FLN) [Pao, 1989]. Este tipo de redes han sido utilizadas previamente en cancelación de eco acústico no lineal en [Comminiello et al., 2010].
5. Esquemas de combinación que permitan la determinación de la longitud óptima de los filtros adaptativos de forma eficiente. Mediante esta línea de investigación se estudiaría el diseño de algoritmos basados en esquemas de combinación que permitan averiguar la longitud de la planta a identificar. Aunque existen trabajos previos en este sentido [Zhang and Chambers, 2006; Zeller et al., 2011], los esquemas ahí presentados son computacionalmente muy costosos, por lo que es necesaria más investigación en este campo.

6. Estudio de la inclusión de criterios psicoacústicos en el diseño de los esquemas de combinación. Aunque existen aplicaciones donde el destinatario final es un reconocedor automático de voz, en cuyo caso el criterio a minimizar es la potencia del error combinado, en otros casos el destinatario es el ser humano, con los condicionantes que impone el sistema auditivo humano. La consideración de ciertos criterios psicoacústicos puede mejorar el funcionamiento de los esquemas de combinación.

En esta lista se han incluido las líneas principales que permiten la continuación de este trabajo. Aparte de éstas también se contempla la posibilidad de la utilización de algoritmos de combinación en otras aplicaciones, como la codificación de audio (con o sin pérdidas), e incluso de vídeo. Son evidentes las ventajas de los esquemas de combinación, lo que hace que su utilización se esté extendiendo actualmente a diferentes ámbitos, tal y como se puede comprobar en el número creciente de publicaciones relacionadas con estos esquemas.

## 7.2. LÍNEAS DE INVESTIGACIÓN FUTURA

---

## Apéndice A

# Obtención del combinador óptimo para dos filtros NLMS

En este apéndice se desarrolla de forma detallada la obtención de las expresiones que atañen al valor del combinador óptimo en régimen permanente, particularizando para el caso de una combinación de dos filtros NLMS que únicamente difieren en el paso de adaptación utilizando el modelo de datos establecido en la Subsección 3.2.2.

Para obtener la expresión analítica del combinador óptimo en régimen permanente se parte de

$$E\{e_c^2(k)\} = E\{[e_1(k)\lambda(k) + [1 - \lambda(k)]e_2(k)]^2\}. \quad (\text{A.1})$$

Derivando la ecuación (A.1) con respecto a  $\lambda(k)$  e igualando a cero el resultado, se obtiene, tras unas simples manipulaciones:

$$E\{\lambda(k)[e_{a,2}(k) - e_{a,1}(k)]^2\} = E\{e_{a,2}(k)[e_{a,2}(k) - e_{a,1}(k)]\}, \quad (\text{A.2})$$

donde se ha tenido en cuenta que el ruido de fondo  $n(k)$  es independiente de los errores *a priori* de los componentes, y además  $E\{n(k)\} = 0$ .

Considerando que el combinador óptimo  $\lambda_o(k)$  es independiente de los errores *a*

---

*priori* en régimen permanente y tomando límites conforme  $k \rightarrow \infty$ , se obtiene

$$\mathbb{E}\{\lambda_o(\infty)\} \approx \frac{\Delta J_2(\infty)}{\Delta J_1(\infty) + \Delta J_2(\infty)}, \quad (\text{A.3})$$

recordando que  $\Delta J_i(k) = J_{\text{ex},i}(k) - J_{\text{ex},12}(k)$ , para  $i = 1, 2$ .

Una vez calculado el combinador óptimo, es posible calcular el mínimo error alcanzable por una combinación afín en régimen permanente,  $J_{\text{ex},o}(\infty)$ . Para ello, se calcula  $\mathbb{E}\{e_{a,c}^2(k)\}$ , dando lugar a

$$\begin{aligned} \mathbb{E}\{e_{a,c}^2(k)\} &= \mathbb{E}\{\lambda(k)e_{a,1}(k) + [1 - \lambda(k)]e_{a,2}(k)\} \\ &= \mathbb{E}\{\lambda^2(k)\}\mathbb{E}\{e_{a,1}^2(k)\} + \mathbb{E}\{[1 - \lambda(k)]^2\}\mathbb{E}\{e_{a,2}^2(k)\} \\ &\quad + 2\mathbb{E}\{\lambda(k)[1 - \lambda(k)]\}\mathbb{E}\{e_{a,2}(k)e_{a,1}(k)\}. \end{aligned} \quad (\text{A.4})$$

Particularizando para el combinador óptimo  $\lambda_o(k)$  y considerando que, en régimen permanente, su varianza es suficientemente pequeña como para que se pueda aproximar  $\mathbb{E}\{\lambda_o^2(\infty)\} \approx \bar{\lambda}_o^2(\infty)$ , donde  $\bar{\lambda}_o(k) = \mathbb{E}\{\lambda_o(k)\}$ , se obtiene la aproximación para  $J_{\text{ex},o}(\infty)$

$$J_{\text{ex},o}(\infty) = \lim_{k \rightarrow \infty} \mathbb{E}\{e_{a,c}^2(k)\} \approx J_{\text{ex},12}(\infty) + \frac{\Delta J_1(\infty)\Delta J_2(\infty)}{\Delta J_1(\infty) + \Delta J_2(\infty)}. \quad (\text{A.5})$$

A continuación, se particularizan estos resultados para el caso de una combinación de dos filtros NLMS de igual longitud pero diferente paso de adaptación. Para ello, primeramente, partiendo del teorema de conservación de energía [Sayed, 2003], que relaciona el error *a priori* y el error *a posteriori*, es posible calcular una expresión para  $J_{\text{ex},12}(\infty)$  haciendo uso de la siguiente relación, obtenida en [Arenas-García et al., 2006a]:

$$\mathbb{E}\left\{\frac{e_{a,1}(k)e_{a,2}(k)}{\|\mathbf{x}(k)\|^2}\right\} = \mathbb{E}\left\{\frac{e_{p,1}(k)e_{p,2}(k)}{\|\mathbf{x}(k)\|^2}\right\}; \quad k \rightarrow \infty. \quad (\text{A.6})$$

donde  $e_{p,i}(k) = \mathbf{x}^T(k)[\mathbf{h} - \mathbf{w}(k+1)]$  hace referencia al error *a posteriori*. El teorema de conservación de energía es válido para filtros adaptativos de la forma

$$\mathbf{w}(k+1) = \mathbf{w}(k) + \mu\mathbf{x}(k)g[\mathbf{e}(k)], \quad (\text{A.7})$$

## APÉNDICE A. OBTENCIÓN DEL COMBINADOR ÓPTIMO PARA DOS FILTROS NLMS

---

siendo  $g[\mathbf{e}(k)]$  una función del error *a priori*. En el caso del filtro NLMS,  $g[\mathbf{e}(k)] = e(k)/(\varepsilon + \|\mathbf{x}(k)\|^2)$ .

Además, asumiendo que la constante  $\varepsilon \approx 0$ , se puede comprobar fácilmente que para el caso de un filtro NLMS con paso de adaptación  $\mu_i$  se cumple [Sayed, 2003]

$$e_{p,i}(k) = e_{a,i}(k) - \mu_i e_i(k). \quad (\text{A.8})$$

Con ayuda de esta relación, introduciendo la ecuación (A.8), particularizada para ambos componentes, en la ecuación (A.6), se obtiene

$$\mu_1 \mu_2 \mathbb{E} \left\{ \frac{e_1(k) e_2(k)}{\|\mathbf{x}(k)\|^2} \right\} - \mu_1 \mathbb{E} \left\{ \frac{e_1(k) e_{a,2}(k)}{\|\mathbf{x}(k)\|^2} \right\} - \mu_2 \mathbb{E} \left\{ \frac{e_2(k) e_{a,1}(k)}{\|\mathbf{x}(k)\|^2} \right\} = 0, \quad k \rightarrow \infty. \quad (\text{A.9})$$

Teniendo en cuenta que  $e_i(k) = e_{a,i}(k) + n(k)$  y que  $n(k)$  es un proceso de media cero, independiente de los errores *a priori* en el instante  $k$ , la ecuación (A.9) queda

$$\mu_1 \mu_2 \mathbb{E} \left\{ \frac{e_{a,1}(k) e_{a,2}(k)}{\|\mathbf{x}(k)\|^2} \right\} + \mu_1 \mu_2 \sigma_n^2 \mathbb{E} \left\{ \frac{1}{\|\mathbf{x}(k)\|^2} \right\} = (\mu_1 + \mu_2) \mathbb{E} \left\{ \frac{e_{a,1}(k) e_{a,2}(k)}{\|\mathbf{x}(k)\|^2} \right\}, \quad k \rightarrow \infty. \quad (\text{A.10})$$

Considerando que en régimen permanente  $\|\mathbf{x}(k)\|^2$  es independiente de los errores *a priori*, asunción cuya validez se discute en [Sayed, 2003], se puede expresar

$$\mu_1 \mu_2 \left[ J_{ex,12}(\infty) + \sigma_n^2 \text{Tr}\{\mathbf{R}\} \mathbb{E} \left\{ \frac{1}{\|\mathbf{x}(k)\|^2} \right\} \right] = (\mu_1 + \mu_2) J_{ex,12}(\infty), \quad k \rightarrow \infty, \quad (\text{A.11})$$

que puede ser reescrita como

$$\frac{\mu_{12}}{2} \left[ J_{ex,12}(\infty) + \sigma_n^2 \text{Tr}\{\mathbf{R}\} \mathbb{E} \left\{ \frac{1}{\|\mathbf{x}(k)\|^2} \right\} \right] = J_{ex,12}(\infty), \quad k \rightarrow \infty, \quad (\text{A.12})$$

donde  $\mu_{12} = 2\mu_1\mu_2/(\mu_1 + \mu_2)$ . Finalmente, despejando  $J_{ex,12}(\infty)$  queda

$$J_{ex,12}(\infty) = \frac{\mu_{12}}{2 - \mu_{12}} \text{Tr}\{\mathbf{R}\} \mathbb{E} \left( \frac{1}{\|\mathbf{x}\|^2} \right) \sigma_n^2. \quad (\text{A.13})$$

Particularizando para el caso de la combinación de dos filtros NLMS cuyos pasos de adaptación cumplen  $\mu_2 = r\mu_1$  con  $0 < r < 1$ , se puede escribir para el primer y segundo componente

$$J_{ex,1}(\infty) = \frac{\mu_1}{2 - \mu_1} \text{Tr}\{\mathbf{R}\} \mathbb{E} \left( \frac{1}{\|\mathbf{x}\|^2} \right) \sigma_n^2, \quad (\text{A.14})$$

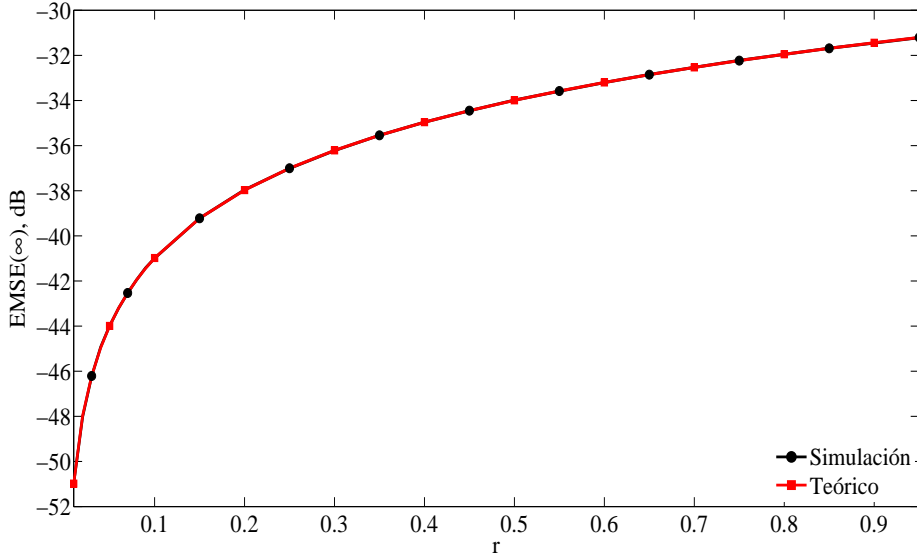


Figura A.1:  $J_{ex,12}(\infty)$  obtenido por simulaciones y su aproximación según la ecuación (A.16) en función de  $r$ , para  $\mu_1 = 1$ .

$$J_{ex,2}(\infty) = \frac{r\mu_1}{2 - r\mu_1} \text{Tr}\{\mathbf{R}\} \text{E} \left( \frac{1}{\|\mathbf{x}\|^2} \right) \sigma_n^2, \quad (\text{A.15})$$

respectivamente; y para el caso de  $J_{ex,12}(\infty)$

$$J_{ex,12}(\infty) = \frac{r\mu_1}{1 + r - r\mu_1} \text{Tr}\{\mathbf{R}\} \text{E} \left( \frac{1}{\|\mathbf{x}\|^2} \right) \sigma_n^2. \quad (\text{A.16})$$

La figura A.1 muestra el valor predicho de  $J_{ex,12}(\infty)$  según la ecuación (A.16) y el obtenido por medio de simulaciones de un escenario en el que se ha considerado  $\mu_1 = 1$  y se ha variado  $r$ . Una comparación similar se presenta en la figura A.2, considerando un valor fijo de  $r = 0.1$  y variando  $\mu_1$ . Tal y como se aprecia en ambas figuras, existe un concordancia excelente entre la estimación proporcionada por (A.16) y los resultados obtenidos mediante simulaciones.

Substituyendo las ecuaciones (A.14), (A.15) y (A.16) en las ecuaciones (A.3) y (A.5) se obtienen de forma sencilla

$$\text{E}\{\lambda_o(\infty)\} \approx \frac{r(\mu_1 - 2)}{2(1 - r)} \quad (\text{A.17})$$



## APÉNDICE A. OBTENCIÓN DEL COMBINADOR ÓPTIMO PARA DOS FILTROS NLMS

---

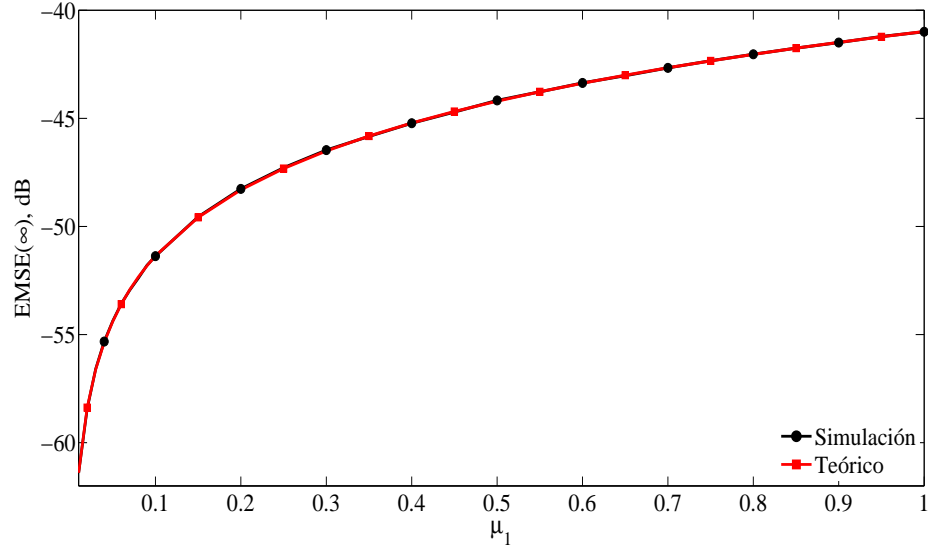


Figura A.2:  $J_{\text{ex},12}(\infty)$  obtenido por simulaciones y su aproximación según la ecuación (A.16) en función de  $\mu_1$ , para  $r = 0.1$ .

$$J_{\text{ex},o}(\infty) \approx \frac{\mu_1 r}{2(1+r-\mu_1 r)} \text{Tr}\{\mathbf{R}\} \text{E} \left( \frac{1}{\|\mathbf{x}\|^2} \right) \sigma_n^2. \quad (\text{A.18})$$

De esta forma se cuenta con expresiones que aproximan el valor del estimador óptimo y el error que éste produce en el caso de contar con una combinación de dos filtros NLMS con diferente paso de adaptación. La figura A.3 muestra el valor del combinador óptimo para una combinación de dos filtros NLMS según la ecuación (A.17), variando  $\mu_1$  en pasos de 0.2, desde 0.1 hasta 1.9 y considerando  $0 \leq r \leq 0.95$ . Tal y como se comprueba a partir de (A.17),  $\text{E}\{\lambda_o(\infty)\} \leq 0$  para cualquier valor de  $\mu_1$  y  $r$ , disminuyendo su valor conforme  $r \rightarrow 1$ , i.e.  $\mu_2 \approx \mu_1$ .

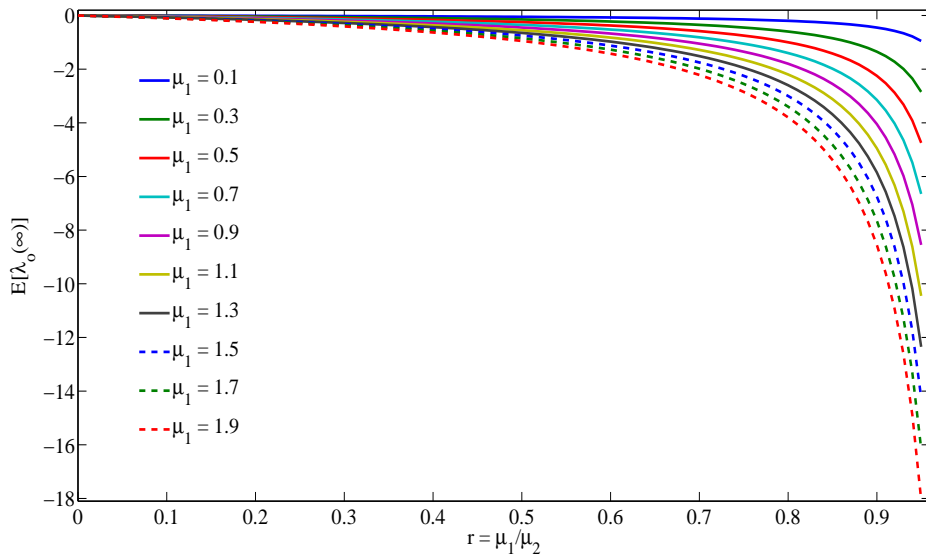


Figura A.3:  $E\{\lambda_0(\infty)\}$  en función de  $\mu_1$  y  $r$ .

## Apéndice B

# Extensión de la regla tipo LS para la combinación afín de múltiples filtros adaptativos

Puesto que tanto la derivación de la regla como el análisis y la discusión son similares al caso de la combinación de dos filtros adaptativos presentada en la Subsección 3.3.2, en este apéndice se van a incluir simplemente los principales resultados para el caso de combinar adaptativamente  $G$  componentes. El lector interesado puede recurrir a [Azpicueta-Ruiz et al., 2010a] donde se presenta y estudia esta regla de actualización con más detalle.

De nuevo, el problema a resolver se puede formular de la siguiente forma

$$J(k) = \sum_{j=1}^k \beta(k, j) e_c^2(k, j), \quad (\text{B.1})$$

donde

$$\begin{aligned} e_c(k, j) &= \sum_{g=1}^{G-1} \lambda_g(k) e_g(j) + \left[ 1 - \sum_{g=1}^{G-1} \lambda_g(k) \right] e_G(j) \\ &= e_G(j) + \sum_{g=1}^{G-1} \lambda_g(k) [e_G(j) - e_g(j)], \end{aligned} \quad (\text{B.2})$$

---

considerando que  $G$  filtros adaptativos se han combinado por medio de  $G - 1$  parámetros de mezcla cuya suma es unitaria. Procediendo de la misma forma que en la Subsección 3.3.2, se llega a

$$\boldsymbol{\lambda}(k) = \mathbf{P}^{-1}(k)\mathbf{z}(k), \quad (\text{B.3})$$

donde  $\boldsymbol{\lambda}(k) = [\lambda_1(k), \dots, \lambda_{G-1}(k)]^T$ ,  $\mathbf{P}(k)$  es una matriz simétrica de tamaño  $G - 1 \times G - 1$  cuyos elementos cumplen

$$[\mathbf{P}(k)]_{g,m} = p_{g,m}(k) = \sum_{j=1}^k \beta(k, j)[e_G(j) - e_g(j)][e_G(j) - e_m(j)], \quad (\text{B.4})$$

considerando  $g, m = 1, \dots, G - 1$ , y  $\mathbf{z}(k)$  es un vector columna de longitud  $G - 1$ , cuya  $q$ -ésima componente es

$$z_g(k) = \sum_{j=1}^k \beta(k, j)e_G(j)[e_G(j) - e_g(j)], \quad g = 1, \dots, G - 1. \quad (\text{B.5})$$

Nuevamente, la ecuación (B.3) es coherente con la solución de un problema de mínimos cuadrados. Si el número de filtros componentes  $G$  es alto, el coste de invertir la matriz  $\mathbf{P}(k)$  puede resultar muy elevado; sin embargo, esto puede evitarse mediante el uso del lema de inversión matricial [Woodbury, 1950] tanto para ventanas  $\beta(k, j)$  rectangulares como exponenciales.

También es posible obtener una expresión analítica para el vector de combinadores óptimos en régimen permanente, i.e.,  $\boldsymbol{\lambda}_o(\infty) = [\lambda_{o,1}(\infty), \dots, \lambda_{o,G-1}(\infty)]^T$ , procediendo de igual forma que en la Subsección 3.3.1, llegándose a la siguiente expresión

$$\boldsymbol{\lambda}_o(\infty) = \mathbf{P}_o^{-1}(\infty)\mathbf{z}_o(\infty), \quad (\text{B.6})$$

donde  $[\mathbf{P}_o]_{g,m}(\infty) = \Delta J_{g,m}(\infty) = J_{g,m}(\infty) + J_{G,G}(\infty) - J_{g,G}(\infty) - J_{m,G}(\infty)$  considerando  $g, m = 1, \dots, G - 1$ , y

$$\mathbf{z}_o(\infty) = [J_{G,G}(\infty) - J_{1,G}(\infty), \dots, J_{G,G}(\infty) - J_{G-1,G}(\infty)]^T. \quad (\text{B.7})$$

Tomando esperanzas en (B.3), se puede ver cómo la regla de actualización para los  $G - 1$  parámetros de mezcla aproxima el valor de los combinadores óptimos, dependiendo dicha estimación de la longitud de la ventana  $\beta(k, j)$ .

## APÉNDICE B. EXTENSIÓN DE LA REGLA TIPO LS PARA LA COMBINACIÓN AFÍN DE MÚLTIPLES FILTROS ADAPTATIVOS

---

La combinación de  $G$  componentes puede utilizarse cuando no existen limitaciones en cuanto a capacidad de cómputo, ofreciendo ventajas sobre todo en seguimiento, ya que cada componente mejora a los otros para un margen de velocidades de variación del canal de eco diferente. En [Azpigueta-Ruiz et al., 2010a] está disponible un amplio número de experimentos que muestran algunas ventajas de combinar más de dos filtros.



## Apéndice C

# Análisis del esquema de combinación de núcleos

En este apéndice se presenta un análisis teórico del esquema de combinación CK, considerando el caso particular de una combinación de dos núcleos y  $R = 2$ . Para ello, primeramente se muestra cómo calcular el valor en régimen permanente de los parámetros de mezcla asociados al filtro CK,  $\lambda_1(\infty)$  y  $\lambda_2(\infty)$ . Tras ello, se discute acerca de las capacidades universales de la combinación de núcleos.

### C.0.1. Valor en régimen permanente de los parámetros de mezcla

Para comenzar, conviene expresar el error del filtro CK, de acuerdo a la ecuación (5.8), como

$$\begin{aligned} e_c(k) = d(k) - y_c(k) &= d(k) - \sum_{r=1}^2 \lambda_r(k) y_{r,1}(k) + [1 - \lambda_r(k)] y_{r,2}(k) \quad (\text{C.1}) \\ &= \lambda_1(k) e_{1,1}(k) + [1 - \lambda_1(k)] e_{1,2}(k) \\ &= \lambda_2(k) e_{2,1}(k) + [1 - \lambda_2(k)] e_{2,2}(k), \end{aligned}$$

donde  $e_{r,i}(k)$ ,  $r = 1, \dots, R$ ,  $i = 1, 2$ , se corresponden con las señales de error definidas en la ecuación (5.9). Además, de forma alternativa, se puede reescribir la ecuación

---

(C.1) según

$$e_c(k) = \frac{1}{2} \{ \lambda_1(k)e_{1,1}(k) + [1 - \lambda_1(k)]e_{1,2}(k) + \lambda_2(k)e_{2,1}(k) + [1 - \lambda_2(k)]e_{2,2}(k) \} \quad (C.2)$$

donde se ven involucradas todas las señales de error. A continuación, con objeto de encontrar los valores de los parámetros de mezcla que minimizan la esperanza del error cuadrático, se puede derivar el valor cuadrático esperado considerando la ecuación (C.1) con respecto a  $\lambda_1(k)$  y  $\lambda_2(k)$ , e igualar las expresiones resultantes a cero, dando lugar a

$$\left. \frac{\partial E\{e_c^2(k)\}}{\partial \lambda_i(k)} \right|_{\lambda_i(k)=\lambda_i^*(k)} = E\{e_c(k)[e_{i,1}(k) - e_{i,2}(k)]\} \Big|_{\lambda_i(k)=\lambda_i^*(k)} = 0 \quad , \quad i = 1, 2 \quad (C.3)$$

donde  $\lambda_i^*(k)$ ,  $i = 1, 2$ , hacen referencia al valor óptimo en sentido cuadrático.

Introduciendo la ecuación (C.2) en (C.3) para  $i = 1, 2$ , y tras varias sencillas manipulaciones, se llega a

$$E\{\lambda_1^*[y_{1,1} - y_{1,2}]^2\} + E\{\lambda_2^*[y_{1,1} - y_{1,2}][y_{2,1} - y_{2,2}]\} = E\{[y_{1,1} - y_{1,2}][d - y_{1,2} - y_{2,2}]\} \quad (C.4)$$

$$E\{\lambda_1^*[y_{1,1} - y_{1,2}][y_{2,1} - y_{2,2}]\} + E\{\lambda_2^*[y_{2,1} - y_{2,2}]^2\} = E\{[y_{2,1} - y_{2,2}][d - y_{1,2} - y_{2,2}]\} \quad (C.5)$$

donde se ha omitido el índice temporal  $k$  para mantener una notación compacta.

Para continuar, es necesario asumir que, en régimen permanente, los parámetros de mezcla varían lentamente en comparación con la salida de los filtros. Utilizando esta asunción, que ha sido previamente aplicada al análisis de combinación de filtros adaptativos en [Arenas-García et al., 2006a], [Bershad et al., 2008] y [Nascimento et al., 2009], entre otros, y calculando el límite cuando  $k \rightarrow \infty$  de las ecuaciones (C.4) y (C.5), se llega a

$$\bar{\lambda}_1^*(\infty)E\{[y_{1,1} - y_{1,2}]^2\} + \bar{\lambda}_2^*(\infty)E\{[y_{1,1} - y_{1,2}][y_{2,1} - y_{2,2}]\} = E\{[y_{1,1} - y_{1,2}][d - y_{1,2} - y_{2,2}]\}, \quad (C.6)$$

$$\bar{\lambda}_1^*(\infty)E\{[y_{1,1} - y_{1,2}][y_{2,1} - y_{2,2}]\} + \bar{\lambda}_2^*(\infty)E\{[y_{2,1} - y_{2,2}]^2\} = E\{[y_{2,1} - y_{2,2}][d - y_{1,2} - y_{2,2}]\}, \quad (C.7)$$



según  $k \rightarrow \infty$ , donde se ha definido  $\bar{\lambda}_i^*(\infty) = \lim_{k \rightarrow \infty} E\{\lambda_i^*(k)\}$ .

Estas dos ecuaciones pueden utilizarse para obtener los valores  $\bar{\lambda}_1^*(\infty)$  y  $\bar{\lambda}_2^*(\infty)$ . Se debe notar que, al no haber aplicado ninguna restricción relacionada con la convexidad, en general  $\bar{\lambda}_1^*(\infty)$  y  $\bar{\lambda}_2^*(\infty)$  pueden alcanzar valores fuera del margen (0,1). Sin embargo, los valores óptimos para el caso convexo, denotados como  $\bar{\lambda}_1^*(\infty)|_0^1$  y  $\bar{\lambda}_2^*(\infty)|_0^1$ , se pueden obtener por truncación directa de  $\bar{\lambda}_1^*(\infty)$  y  $\bar{\lambda}_2^*(\infty)$ , tal y como muestran resultados publicados anteriormente [Erdogan et al., 2009].

### C.0.2. Universalidad del esquema de combinación de núcleos

En esta subsección, utilizando argumentos similares a los empleados en [Arenas-García et al., 2006a], se discute acerca del comportamiento del esquema CK en sentido cuadrático medio, demostrando, bajo ciertas simplificaciones, que la combinación de núcleos se comporta al menos como el mejor de los núcleos componentes.

El estudio del comportamiento global del esquema CK resulta bastante complicado debido a que las ecuaciones de actualización de los parámetros de mezcla auxiliares  $a_1(k)$  y  $a_2(k)$  están acopladas, como puede comprobarse en la ecuación (5.10). Sin embargo, se puede llegar a ciertas conclusiones sobre el comportamiento del filtro CK considerando que el valor de uno de los parámetros de mezcla permanece constante, y estudiando cómo depende el error del esquema CK del otro parámetro de mezcla. Por lo tanto, aquí se presenta un caso simplificado donde se asume que el parámetro de mezcla que combina los núcleos lineales ha convergido completamente a su valor en régimen permanente  $\bar{\lambda}_1^*(\infty)|_0^1$ , estudiando cómo depende el error del esquema CK del parámetro de mezcla de la parte cuadrática  $\lambda_2(k)$ .

Considerando lo anterior, el filtro CK puede verse como una combinación de dos VFs con la misma parte lineal

$$y_{1,c}(k) = \left\{ \bar{\lambda}_1^*(\infty)|_0^1 \right\} y_{1,1}(k) + \left\{ 1 - \bar{\lambda}_1^*(\infty)|_0^1 \right\} y_{1,2}(k) \quad (\text{C.8})$$

y diferentes núcleos de orden  $R = 2$ ,  $y_{2,1}(k)$  and  $y_{2,2}(k)$ . Sin embargo, se debe hacer notar que esto no es equivalente a un esquema CVF, puesto que los núcleos lineales

---

de los filtros no se adaptan independientemente.

El objetivo perseguido es mostrar que el esquema CK se comporta al menos como el mejor filtro resultante de la suma de la parte lineal según la ecuación (C.8) e  $y_{2,1}(k)$  o  $y_{2,2}(k)$ . Para ello, se comienza elevando al cuadrado la ecuación (C.1) y tomando esperanzas matemáticas, lo que permite llegar a:

$$J(k) = E\{e_c^2(k)\} = E\{\lambda_2^2(k)e_{2,1}^2(k)\} + E\{[1 - \lambda_2(k)]^2 e_{2,2}^2(k)\} + 2E\{\lambda_2(k)[1 - \lambda_2(k)]e_{1,2}(k)e_{2,2}(k)\}. \quad (\text{C.9})$$

Posteriormente, calculando el límite conforme  $k \rightarrow \infty$  y asumiendo que en régimen permanente  $\lambda_2(k)$  es independiente de los errores de los filtros, se tiene

$$J(\infty) = \lim_{k \rightarrow \infty} J(k) = \lim_{k \rightarrow \infty} \{E\{\lambda_2^2(k)\}J_{2,1}(\infty) + E\{[1 - \lambda_2(k)]^2\}J_{2,2}(\infty) + 2E\{\lambda_2(k)[1 - \lambda_2(k)]\}J_{2,12}(\infty)\} \quad (\text{C.10})$$

donde  $J_{2,i}(\infty) = \lim_{k \rightarrow \infty} E\{e_{2,i}^2(k)\}$  y  $J_{2,12}(\infty) = \lim_{k \rightarrow \infty} E\{e_{2,1}(k)e_{2,2}(k)\}$  se corresponden con el MSE y el MSE cruzado de los filtros que utilizan los núcleos  $y_{2,1}(k)$  and  $y_{2,2}(k)$ , respectivamente.

A la vista de este resultando, y recordando que, gracias a la activación sigmoideal utilizada en el cálculo del parámetro de mezcla, cuando  $\lambda_2(k)$  es próximo a 0 ó 1, la varianza del parámetro es pequeña, se puede observar que si  $\lambda_2(k)$  es suficientemente próximo a sus valores límites de 0 ó 1, el filtro CK global se comportará como uno de los filtros considerados. Aplicando argumentos similares a los utilizados en [Arenas-García et al., 2006a] a las ecuaciones (5.10) y (C.10), se puede demostrar que esta situación ocurre cuando  $J_{2,1}(\infty) \leq J_{2,12}(\infty) \leq J_{2,2}(\infty)$  (con  $\lambda_2(\infty) \rightarrow 1$ ) ó  $J_{2,1}(\infty) \geq J_{2,12}(\infty) \geq J_{2,2}(\infty)$  (con  $\lambda_2(\infty) \rightarrow 0$ ), y entonces la combinación se comporta como el mejor de los filtros componentes. Además, también se puede demostrar que si el MSE cruzado es suficientemente bajo, de forma específica cuando  $J_{2,12}(\infty) \leq \min\{J_{2,1}(\infty), J_{2,2}(\infty)\}$ , el filtro CK global es capaz de reducir el MSE de todos los filtros componentes, mostrando bajo esa condición un comportamiento *mejor que universal*.

## Apéndice D

# Otras Publicaciones

La Tesis Doctoral recoge la línea de trabajo desarrollada en el programa de doctorado durante estos años. Sin embargo, también se ha colaborado con otros investigadores en trabajos íntimamente relacionados, y que han dado lugar a las siguientes publicaciones:

### Publicaciones en revista

- Zeller, M., Azpicueta-Ruiz, L. A., Arenas-García, J. and Kellermann, W. (2011). Adaptive Volterra Filters with Evolutionary Quadratic Kernels using a Combination Scheme for Memory Control. In *IEEE Trans. on Signal Proc.*, In press.

### Contribuciones a congresos

- Nascimento, V. H., Silva, M. T. M., Azpicueta-Ruiz, L. A. and Arenas-García, J. (2010). On the Tracking Performance of Combinations of Least Mean Squares and Recursive Least Squares Adaptive Filters. In *Proc. of 2010 IEEE ICASSP*, pages 3710 - 3713, Dallas, Texas.
- Zeller, M., Azpicueta-Ruiz, L. A., Arenas-García, J. and Kellermann, W. (2010). Efficient Adaptive DFT-Domain Volterra Filters using an Automat-

---

ically Controlled Number of Quadratic Kernels Diagonals. In *Proc. of 2010 IEEE ICASSP*, pages 4062 - 4065, Dallas, Texas.

- Zeller, M., Azpicueta-Ruiz, L. A. J. and Kellermann, W. (2009). Adaptive FIR Filters with Automatic Length Optimization by Monitoring a Normalized Combination Scheme. In *Proc. IEEE Workshop on Applications of Signal Processing to Audio and Acoustics (WASPAA)*, pages 149 - 152, New Paltz, New York.
- Zeller, M., Azpicueta-Ruiz, L. A. J. and Kellermann, W. (2009). Online Estimation of the Optimum Quadratic Kernel Size of Second-Order Volterra Filters using a Convex Combination Scheme. In *Proc. of 2009 ICASSP*, pages 2965 - 2968, Taipei, Taiwan.
- Ortega-Moral, M., Gómez-Verdejo, V., Arenas-García, J., Azpicueta-Ruiz, L. A., Lázaro-Gredilla, M., Madrid-Sánchez, J., López-Beltrán, E. and Figueiras-Vidal, A. R. (2005). A Performance Study of Different Soft-Computing Procedures for Automatic Detection of Breast Cancer Malignancy. In *Breast Cancer Research*, vol. 7, Suppl. 1, page 21, Madrid, Spain.
- Madrid-Sánchez, J., Ortega-Moral, M., Lázaro-Gredilla, M., Azpicueta-Ruiz, L. A., López-Beltrán, E. and Figueiras-Vidal, A. R. (2005). Aprendizaje Máquina Multitarea Aplicado a la Detección Temprana de Cáncer de Mama. In *V Simposium Internacional del Geicam*, Donostia-San Sebastian, España.

# Bibliografía

- [Abadi, 2009] Abadi, M. S. E. (2009). Proportionate Normalized Subband Adaptive Filter Algorithms for Sparse System Identification. *Signal Processing*, 89:1467 – 1474.
- [Aboulnasr and Mayyas, 1997] Aboulnasr, T. and Mayyas, K. (1997). A Robust Variable Step-Size LMS-Type Algorithm: Analysis and Simulations. *IEEE Trans. on Signal Proc.*, 45:631 – 639.
- [Agazzi et al., 1982] Agazzi, O., Messerschmitt, D., and Hodges, D. (1982). Nonlinear echo cancellation of data signals. *IEEE Trans. on Communications*, 30:2421 – 2433.
- [Albert and Gardner, 1967] Albert, A. E. and Gardner, L. S. (1967). *Stochastic Approximation and Nonlinear Regression*. MIT Press, Cambridge, MA.
- [Arenas-García et al., 2009] Arenas-García, J., Azpicueta-Ruiz, L. A., and Figueiras-Vidal, A. R. (2009). Improved Adaptive Filtering Schemes via Adaptive Combination. In *Proc. of Asilomar Conf. on Signals, Systems and Computers*, pages 176 – 180, Pacific Grove, CA.
- [Arenas-García and Figueiras-Vidal, 2005] Arenas-García, J. and Figueiras-Vidal, A. R. (2005). Adaptive Combination of Normalised Filters for Robust System Identification. *Electronics Letters*, 41:874 – 875.

- [Arenas-García and Figueiras-Vidal, 2009] Arenas-García, J. and Figueiras-Vidal, A. R. (2009). Adaptive Combination of Proportionate Filters for Sparse Echo Cancellation. *IEEE Trans. on Acoustics, Speech and Signal Proc.*, 17:1087 – 1098.
- [Arenas-García et al., 2006a] Arenas-García, J., Figueiras-Vidal, A. R., and Sayed, A. (2006a). Mean-square Performance of a Convex Combination of Two Adaptive Filters. *IEEE Trans. on Signal Proc.*, 54:1078 – 1090.
- [Arenas-García et al., 2005] Arenas-García, J., Gómez-Verdejo, V., and Figueiras-Vidal, A. R. (2005). New Algorithms for Improved Adaptive Convex Combination of LMS Transversal Filters. *IEEE Trans. on Instrumentation and Measurement*, 54:1078 – 1090.
- [Arenas-García et al., 2006b] Arenas-García, J., Martínez-Ramón, M., Navia-Vázquez, A., and Figueiras-Vidal, A. R. (2006b). Plant Identification via Adaptive Combination of Transversal Filters. *Signal Processing*, 86:2430 – 2438.
- [Asyali and Juusola, 2005] Asyali, M. H. and Juusola, M. (2005). Use of Meixner Functions in Estimation of Volterra Kernels of Nonlinear Systems with Delay. *IEEE Trans. on Biomedical Engineering*, 52:229 – 237.
- [Azpicueta-Ruiz et al., 2007] Azpicueta-Ruiz, L. A., Figueiras-Vidal, A. R., and Arenas-García, J. (2007). Acoustic Echo Cancellation in Frequency Domain using Combinations of Filters. In *19<sup>th</sup> International Congress on Acoustics, 2007 (ICA 2007)*, pages 327 – 332, Madrid, Spain.
- [Azpicueta-Ruiz et al., 2008a] Azpicueta-Ruiz, L. A., Figueiras-Vidal, A. R., and Arenas-García, J. (2008a). A new Least Squares Adaptation Scheme for the Affine Combination of Two Adaptive Filters. In *Proc. of 2008 IEEE Workshop on Machine Learning for Signal Processing (MLSP)*, pages 327 – 332, Cancun, Mexico.
- [Azpicueta-Ruiz et al., 2008b] Azpicueta-Ruiz, L. A., Figueiras-Vidal, A. R., and Arenas-García, J. (2008b). A Normalized Adaptation Scheme for the Convex

## BIBLIOGRAFÍA

---

- Combination of Two Adaptive Filters. In *Proc. of 2008 IEEE ICASSP*, pages 3301 – 3304, Las Vegas, Nevada.
- [Azpigueta-Ruiz et al., 2009] Azpigueta-Ruiz, L. A., Zeller, M., Arenas-García, J., and Kellermann, W. (2009). Novel Schemes for Nonlinear Acoustic Echo Cancellation based on Filter Combinations. In *Proc. of 2009 IEEE ICASSP*, pages 193 – 196, Taipei, Taiwan.
- [Azpigueta-Ruiz et al., 2010a] Azpigueta-Ruiz, L. A., Zeller, M., Figueiras-Vidal, A. R., and Arenas-García, J. (2010a). Least-Squares Adaptation of Affine Combinations of Multiple Adaptive Filters. In *Proc. of 2010 ISCAS*, pages 2976 – 2979, Paris, Francia.
- [Azpigueta-Ruiz et al., 2010b] Azpigueta-Ruiz, L. A., Zeller, M., Figueiras-Vidal, A. R., Arenas-García, J., and Kellermann, W. (2010b). Improved Acoustic Echo Cancellation for low SNR based on Blockwise Combination of Filters. In *20<sup>th</sup> International Congress on Acoustics, 2010 (ICA 2010)*, Sydney, Australia. In press.
- [Azpigueta-Ruiz et al., 2011] Azpigueta-Ruiz, L. A., Zeller, M., Figueiras-Vidal, A. R., Arenas-García, J., and Kellermann, W. (2011). Adaptive Combination of Volterra Kernels and Its Application to Nonlinear Acoustic Echo Cancellation. *IEEE Trans. on Acoustics, Speech and Language Proc.*, 19:97 – 110.
- [Bellanger et al., 1976] Bellanger, M., Bonnerot, G., and Coudreuse, M. (1976). Digital Filtering by Polyphase Network: Application to Sample-Rate Alteration and Filter Banks. *IEEE Trans. on Acoustics, Speech and Signal Proc.*, 24:109 – 114.
- [Benedetto and Biglieri, 1983] Benedetto, S. and Biglieri, E. (1983). Nonlinear Equalization of Digital Satellite Channels. *IEEE Journal on Selected Areas in Communications*, 1:57 – 62.

- [Benesty, 2000] Benesty, J. (2000). Adaptive Eigenvalue Decomposition Algorithm for Passive Acoustic Source Localization. *The Journal of the Acoustical Society of America*, 107:384–391.
- [Benesty et al., 2001] Benesty, J., Gänslér, T., Morgan, D. R., Sondhi, M., and Gay, S. (2001). *Advances in Network and Acoustic Echo Cancellation*. Springer, Heidelberg, Germany.
- [Benesty and Gay, 2002] Benesty, J. and Gay, S. L. (2002). An Improved PNLMS Algorithm. In *Proc. of 2002 IEEE ICASSP*, volume 2, pages 1637–1640, Orlando, FL.
- [Benesty et al., 1998] Benesty, J., Morgan, D., and Sondhi, M. (1998). A Better Understanding and an Improved Solution to the Specific Problems of Stereophonic Acoustic Echo Cancellation. *IEEE Trans. on Speech and Audio Proc.*, 6:156 – 165.
- [Benveniste et al., 1990] Benveniste, A., Metivier, M., and Priouret, P. (1990). *Adaptive Algorithms and Stochastic Approximations*. Springer-Verlag, New York, NY.
- [Bershad et al., 2008] Bershad, N. J., Bermudez, J. C. M., and Tournéret, J. Y. (2008). An Affine Combination of Two LMS Adaptive Filters - Transient Mean-Square Analysis. *IEEE Trans. on Signal Proc.*, 56:1853 – 1864.
- [Birkett and Goubran, 1995] Birkett, A. N. and Goubran, R. A. (1995). Acoustic Echo Cancellation Using NLMS-neural Network Structures. In *Proc. of 1995 IEEE ICASSP*, pages 3035 – 3038, Detroit, MI.
- [Boccuzzi, 1995] Boccuzzi, J. (1995). Performance Evaluation of Non-linear Transmit Power Amplifiers for North American Digital Cellular Portables. *IEEE Trans. on Vehicular Technology*, 44:220 –228.
- [Bosi, 2003] Bosi, M. (2003). *Introduction to Digital Audio Coding and Standards*. Kluwer Academic Publishers, Norwell, MA.



- [Breining et al., 1999] Breining, C., Dreiseitel, P., Hänsler, E., Mader, A., Nitsch, B., Puder, H., Schertler, T., Schmidt, G., and Tilp, J. (1999). Acoustic Echo Control. *IEEE Signal Proc. Magazine*, 16:42 – 69.
- [Butterweck, 2001] Butterweck, H. J. (2001). A Wave Theory of Long Adaptive Filters. *IEEE Trans. on Circuits and Systems*, 48:739 – 747.
- [Candido et al., 2008] Candido, R., Silva, M. T. M., and Nascimento, V. H. (2008). Affine Combinations of Adaptive Filters. In *Proc. of Asilomar Conf. on Signals, Systems and Computers*, pages 236 – 240, Pacific Grove, CA.
- [Candido et al., 2010] Candido, R., Silva, M. T. M., and Nascimento, V. H. (2010). Transient and Steady-State Analysis of the Affine Combination of Two Adaptive Filters. *IEEE Trans. on Signal Proc.*, 58:4064 – 4078.
- [Chen and Vandewalle, 1989] Chen, J. and Vandewalle, J. (1989). Study of Adaptive Nonlinear Echo Canceller with Volterra Expansion. In *Proc. of 1989 IEEE ICASSP*, volume 2, pages 1376 – 1379, Glasgow, Scotland.
- [Chen et al., 2009] Chen, Y., Gu, Y., and Hero, A. O. (2009). Sparse LMS for System Identification. In *Proc. of 2009 IEEE ICASSP*, pages 3125 – 3128, Taipei, Taiwan.
- [Cheng and Powers, 2001] Cheng, C.-H. and Powers, E. J. (2001). Optimal Volterra Kernel Estimation Algorithms for a Nonlinear Communication System for PSK and QAM Inputs. *IEEE Trans. on Signal Proc.*, 49:147 – 163.
- [Chu, 1985] Chu, P. (1985). Quadrature Mirror Filter Design for an Arbitrary Number of Equal Bandwidth Channels. *IEEE Trans. on Acoustics, Speech and Signal Proc.*, 33:203 – 218.
- [Comminiello et al., 2010] Comminiello, D., Scarpiniti, M., Parisi, R., and Uncini, A. (2010). A Functional Link based Nonlinear Echo Canceller exploiting Sparsity. In *Proc. Intl. Workshop on Acoustic Echo and Noise Control (IWAENC)*, Tel Aviv, Israel. In press.

- [Costa et al., 2003] Costa, J. P., Lagrange, A., and Arliaud, A. (2003). Acoustic Echo Cancellation using Nonlinear Cascade Filters. In *Proc. of 2003 IEEE ICASSP*, volume 5, pages 389 – 392, Hong Kong, China.
- [Cox, 1986] Cox, R. (1986). The Design of Uniformly and Nonuniformly Spaced Pseudoquadrature Mirror Filters. *IEEE Trans. on Acoustics, Speech and Signal Proc.*, 34:1090 – 1096.
- [Cremer and Müller, 1982] Cremer, L. and Müller, H. A. (1982). *Principles and Applications of Room Acoustics*. Applied Science Publishers Ltd., London.
- [De Courville and Duhamel, 1998] De Courville, M. and Duhamel, P. (1998). Adaptive Filtering in Subbands Using a Weighted Criterion. *IEEE Trans. on Signal Proc.*, 46:2359 – 2371.
- [De León and Etter, 1995] De León, P. and Etter, D. (1995). Experimental Results with Increased Bandwidth Analysis Filters in Oversampled, Subband Acoustic Echo Cancelers. *IEEE Signal Proc. Letters*, 2:1 – 3.
- [Duttweiler, 2000] Duttweiler, D. L. (2000). Proportionate Normalized Least-Mean-Squares Adaptation in Echo Cancelers. *IEEE Trans. on Speech and Audio Processing*, 8:508 – 518.
- [Eargle, 2003] Eargle, J. (2003). *Loudspeaker handbook*. Kluwer Academic Publishers, Boston, MA.
- [Erdogan et al., 2009] Erdogan, A. T., Kozat, S. S., and Singer, A. C. (2009). Comparison of Convex Combination and Affine Combination of Adaptive Filters. In *Proc. of 2009 IEEE ICASSP*, pages 3089 – 3092, Taipei, Taiwan.
- [Farhang-Boroujeny, 1998] Farhang-Boroujeny, B. (1998). *Adaptive Filters: Theory and Applications*. Wiley, New York, NY.

## BIBLIOGRAFÍA

---

- [Ferrer et al., 2009] Ferrer, M., de Diego, M., González, A., and G., P. (2009). Convex Combination of Adaptive Filters for ANC. In *16th International Congress on Sound and Vibration (ICSV-2009)*, Cracovia, Polonia.
- [Ferrer et al., 2008] Ferrer, M., Gonzalez, A., de Diego, M., and Pinero, G. (2008). Fast Affine Projection Algorithms for Filtered-x Multichannel Active Noise Control. *IEEE Trans. on Audio, Speech, and Language Proc.*, 16:1396 – 1408.
- [Frenzel and Hennecke, 1992] Frenzel, R. and Hennecke, M. E. (1992). Using Prewhitening and Step-size Control to Improve the Performance of the LMS Algorithm for Acoustic Echo Compensation. In *Proc. of 1992 ISCAS*, volume 4, pages 1930 – 1932, San Diego, CA.
- [Gay and Benesty, 2000] Gay, S. L. and Benesty, J., editors (2000). *Acoustic Signal Processing for Telecommunication*. Kluwer Academic Publishers, Boston, MA.
- [Gilloire, 1987] Gilloire, A. (1987). Experiments with Subband Acoustic Echo Cancellers for Teleconferencing. In *Proc. of 1987 IEEE ICASSP*, pages 2141 – 2144, Dallas, Texas.
- [Gilloire and Turbin, 1998] Gilloire, A. and Turbin, V. (1998). Using Auditory Properties to Improve the Behaviour of Stereophonic Acoustic Echo Cancellers. In *Proc. of 1998 IEEE ICASSP*, volume 6, pages 3681 – 3684, Seattle, WA.
- [Gilloire and Vetterli, 1992] Gilloire, A. and Vetterli, M. (1992). Adaptive Filtering in Subbands With Critical Sampling: Analysis, Experiments, and Application to Acoustic Echo Cancellation. *IEEE Trans. on Signal Proc.*, 40:1862 – 1875.
- [Glentis et al., 1999] Glentis, G. O. A., Koukoulas, P., and Kalouptsidis, N. (1999). Efficient Algorithms for Volterra System Identification. *IEEE Trans. on Signal Proc.*, 47:3042 – 3057.

- [Gordy et al., 2008] Gordy, J. D., Aboulnasr, T., and Bouchard, M. (2008). Reduced-Complexity Proportionate NLMS Employing Block-based Selective Coefficient Updates. In *Proc. of 2008 IEEE ICASSP*, pages 233 – 236, Las Vegas, Nevada.
- [Guerin et al., 2003] Guerin, A., Faucon, G., and Le Bouquin-Jeannes, R. (2003). Nonlinear Acoustic Echo Cancellation based on Volterra Filters. *IEEE Trans. on Speech and Audio Processing*, 11:672 – 683.
- [Hänsler and Schmidt, 2006] Hänsler, E. and Schmidt, G., editors (2006). *Topics in Acoustic Echo and Noise Control: Selected Methods for the Cancellation of Acoustical Echoes, the Reduction of Background Noise, and Speech Processing (Signals and Communication Technology)*. Springer-Verlag, Secaucus, NJ.
- [Haykin, 1994] Haykin, S. (1994). *Neural Networks; A Comprehensive Foundation*. Macmillan, New York, NY, 2nd edition.
- [Haykin, 2002] Haykin, S. (2002). *Adaptive Filter Theory*. Prentice-Hall, Upper Saddle River, NJ, 4th edition.
- [Herre et al., 2007] Herre, J., Buchner, H., and Kellermann, W. (2007). Acoustic Echo Cancellation for Surround Sound using Perceptually Motivated Convergence Enhancement. In *Proc. of 2007 IEEE ICASSP*, volume 1, pages 17 – 20, Honolulu, Hawaii.
- [Hikichi and Itakura, 1994] Hikichi, T. and Itakura, F. (1994). Time Variation of Room Acoustic Transfer Functions and its Effects on a Multi-microphone Dereverberation Approach. In *Workshop on Microphone Arrays: Theory, Design and Application*, Piscataway, NJ.
- [Hirayama et al., 1999] Hirayama, N., Sakai, H., and Miyagi, S. (1999). Delayless Subband Adaptive Filtering using the Hadamard Transform. *IEEE Trans. on Signal Proc.*, 47:1731 – 1734.

- [Homer et al., 1998] Homer, J., Bitmead, R. R., and Mareels, I. (1998). Quantifying the Effects of Dimension on the Convergence Rate of the LMS Adaptive FIR Estimator. *IEEE Trans. on Signal Proc.*, 46:2611–2615.
- [Huo et al., 2001] Huo, J., Nordholm, S., and Zang, Z. (2001). New Weight Transform Schemes for Delayless Subband Adaptive Filtering. In *Proc. of 2001 IEEE GLOBECOM*, pages 197–201, San Antonio, TX.
- [Kalman, 1960] Kalman, R. E. (1960). A New Approach to Linear Filtering and Prediction Problems. *Trans. ASME J. Basic Eng.*, 82:34–45.
- [Kalman and Bucy, 1961] Kalman, R. E. and Bucy, R. S. (1961). New Results in Linear Filtering and Prediction Theory. *Trans. ASME J. Basic Eng.*, 83:95–107.
- [Kay and Eldar, 2008] Kay, S. and Eldar, Y. C. (2008). Rethinking Biased Estimation. *IEEE Signal Proc. Magazine*, 25:133 – 136.
- [Kellermann, 1988] Kellermann, W. (1988). Analysis and Design of Multirate Systems for Cancellation of Acoustical Echoes. In *Proc. of 1988 IEEE ICASSP*, pages 2570 – 2573, New York, NY.
- [Kellermann, 2009] Kellermann, W. (2009). Towards Natural Acoustic Interfaces for Automatic Speech Recognition. In *Proc. 13th Int. Conf. Speech and Computer*, St. Petersburg, Russia.
- [Kellermann et al., 2004] Kellermann, W., Buchner, H., Herbordt, W., and Aichner, R. (2004). Multichannel Acoustic Signal Processing for Human/Machine Interfaces - Fundamental Problems and Recent Advances. In *18<sup>th</sup> International Congress on Acoustics, 2004 (ICA 2004)*, Kyoto, Japan.
- [Klippel, 1990] Klippel, W. (1990). Dynamic Measurement and Interpretation of the Nonlinear Parameters of Electrodynamic Loudspeakers. *J. Audio Eng. Soc.*, 38:944 – 955.

- [Kozat et al., 2010] Kozat, S. S., Erdogan, A. T., Singer, A. C., and Sayed, A. H. (2010). Steady-State MSE Performance Analysis of Mixture Approaches to Adaptive Filtering. *IEEE Trans. on Signal Proc.*, 58:4050 – 4063.
- [Küch, 2005] Küch, F. (2005). *Adaptive Polynomial Filters and their Application to Nonlinear Acoustic Echo Cancellation*. PhD thesis, Der Technischen Fakultät der Friedrich-Alexander-Universität Erlangen-Nürnberg, Germany.
- [Küch and Kellermann, 2005] Küch, F. and Kellermann, W. (2005). Partitioned Block Frequency-domain Adaptive Second-order Volterra Filter. *IEEE Trans. on Signal Proc.*, 53:564 – 575.
- [Küch and Kellermann, 2006] Küch, F. and Kellermann, W. (2006). *Nonlinear Acoustic Echo Cancellation*. Springer, Heidelberg, Germany.
- [Küch et al., 2005] Küch, F., Mitnacht, A., and Kellermann, W. (2005). Nonlinear Acoustic Echo Cancellation using Adaptive Orthogonalized Power Filters. In *Proc. of 2005 IEEE ICASSP*, volume 3, pages 105 – 108, Philadelphia, Pen.
- [Kushner and Yang, 1995] Kushner, H. J. and Yang, J. (1995). Analysis of Adaptive Step-Size SA Algorithms for Parameter Tracking. *IEEE Trans. on Automatic Control*, 40:1403 – 1410.
- [Lázaro-Gredilla et al., 2010] Lázaro-Gredilla, M., Azpicueta-Ruiz, L. A., Figueiras-Vidal, A. R., and Arenas-García, J. (2010). Adaptively Biasing the Weights of Adaptive Filters. *IEEE Trans. on Signal Proc.*, 58:3890 – 3895.
- [Lee et al., 2009] Lee, K.-A., Gan, W.-S., and Kuo, S. M. (2009). *Subband Adaptive Filtering: Theory and Implementation*. Wiley, New York, NY.
- [Levinson, 1947] Levinson, N. (1947). The Wiener RMS Error Criterion in Filter Design and Prediction. *Journal of Mathematics and Physics*, 25.

- [Lin and Vaidyanathan, 1998] Lin, Y.-P. and Vaidyanathan, P. (1998). A Kaiser Window Approach for the Design of Prototype Filters of Cosine Modulated Filterbanks. *IEEE Signal Proc. Letters*, 5:132 – 134.
- [Lombard et al., 2011] Lombard, A., Zheng, Y., Buchner, H., and Kellermann, W. (2011). TDOA Estimation for Multiple Sound Sources in Noisy and Reverberant Environments Using Broadband Independent Component Analysis. *IEEE Trans. on Audio, Speech, and Language Proc.* In press.
- [Lopes and Sayed, 2008] Lopes, C. and Sayed, A. (2008). Diffusion Least-Mean Squares Over Adaptive Networks: Formulation and Performance Analysis. *IEEE Trans. on Signal Proc.*, 56:3122 – 3136.
- [Mader et al., 2000] Mader, A., Puder, H., and Schmidt, G. U. (2000). Step-Size Control for Acoustic Echo Cancellation Filters – An Overview. *Signal Proc.*, 80:1697 – 1719.
- [Mäkelä and Niemistö, 2003] Mäkelä, T. and Niemistö, R. (2003). Effects of Harmonic Components Generated by Polynomial Preprocessor in Acoustic Echo Control. In *Proc. Intl. Workshop on Acoustic Echo and Noise Control (IWAENC)*, pages 193 – 142, Kyoto, Japan.
- [Makino et al., 1993] Makino, S., Kaneda, Y., and Koizumi, N. (1993). Exponentially Weighted Stepsize NLMS Adaptive Filter based on the Statistics of a Room Impulse Response. *IEEE Trans. on Speech and Audio Processing*, 1:101 – 108.
- [Malvar, 1990] Malvar, H. S. (1990). Modulated QMF Filter Banks with Perfect Reconstruction. *Electronic Letters*, 26:906 – 907.
- [Mandic et al., 2007] Mandic, D., Vayanos, P., Boukis, C., Jelfs, B., Goh, S. L., Gautama, T., and Rutkowski, T. (2007). Collaborative Adaptive Learning using Hybrid Filters. In *Proc. of 2007 IEEE ICASSP*, volume 3, pages 921 – 924, Honolulu, Hawaii.

- [Mathews and Sicuranza, 2000] Mathews, V. J. and Sicuranza, G. L. (2000). *Polynomial Signal Processing*. John Wiley and Sons, New York, NY.
- [Meenavathi and Rajesh, 2008] Meenavathi, M. B. and Rajesh, K. (2008). Volterra Filtering Techniques for Removal of Gaussian and Mixed Gaussian-Impulse Noise. *Intl. Journal of Applied Mathematics and Computer Science*, 4:51 – 56.
- [Merched et al., 1999] Merched, R., Diniz, P. S. R., and Petraglia, M. R. (1999). A new Delayless Subband Adaptive Filter Structure. *IEEE Trans. on Signal Proc.*, 47:1580 – 1591.
- [Milani et al., 2009] Milani, A. A., Panahi, I. M. S., and Loizou, P. C. (2009). A New Delayless Subband Adaptive Filtering Algorithm for Active Noise Control Systems. *IEEE Trans. on Acoustics, Speech and Signal Proc.*, 17:1038 – 1045.
- [Mitra, 2001] Mitra, S. K. (2001). *Digital Signal Processing: A Computer-Based Approach*. McGraw-Hill, New York, NY.
- [Morgan et al., 2001] Morgan, D., Hall, J., and Benesty, J. (2001). Investigation of Several Types of Nonlinearities for Use in Stereo Acoustic Echo Cancellation. *IEEE Trans. on Speech and Audio Processing*, 9:686 – 696.
- [Morgan and Thi, 1995] Morgan, D. and Thi, J. (1995). A Delayless Subband Adaptive Filter Architecture. *IEEE Trans. on Signal Proc.*, 43:1819 – 1830.
- [Mourjopoulos, 1985] Mourjopoulos, J. (1985). On the Variation and Invertibility of Room Impulse Response Functions. *Journal of Sound and Vibration*, 102:217 – 228.
- [Nagumo and Noda, 1967] Nagumo, J. I. and Noda, A. (1967). A Learning Method for System Identification. *IEEE Trans. on Automatic Control*, 12:282–287.
- [Nascimento et al., 2009] Nascimento, V. H., Silva, M., Candido, R., and Arenas-García, J. (2009). A Transient Analysis for the Convex Combination of Adaptive



## BIBLIOGRAFÍA

---

- Filters. In *Proc. IEEE Workshop on Statistical Signal Process.*, pages 53 – 56, Cardiff, UK.
- [Nascimento et al., 2010] Nascimento, V. H., Silva, M. T. M., Azpicueta-Ruiz, L. A., and Arenas-García, J. (2010). On the Tracking Performance of Combinations of Least Mean Squares and Recursive Least Squares Adaptive Filters. In *Proc. of 2010 IEEE ICASSP*, pages 3710 – 3713, Dallas, Texas.
- [Naylor et al., 2006] Naylor, P. A., Cui, J., and Brookes, M. (2006). Adaptive Algorithms For Sparse Echo Cancellation. *Signal Processing*, 86:1182 – 1192.
- [Ni and Li, 2010] Ni, J. and Li, F. (2010). Adaptive combination of subband adaptive filters for acoustic echo cancellation. *IEEE Trans. on Consumer Electronics*, 56:1549 – 1555.
- [Nollett and Jones, 1997] Nollett, B. S. and Jones, D. L. (1997). Nonlinear Echo Cancellation for Hands-Free Speakerphones. In *Proc. IEEE Workshop on Nonlinear Signal and Image Process. (NSIP)*, Michigan, USA.
- [NRSC AM, 1988] NRSC AM (1988). Preemphasis/Deemphasis and Broadcast Audio Transmission Bandwidth Specifications (ANSI/EIA-549-88). Standard ANSI/EIA-549-88.
- [Omura et al., 1999] Omura, M., Yada, M., Saruwatari, H., Kajita, S., Takeda, K., and Itakura, F. (1999). Compensating of Room Acoustic Transfer Functions Affected by Change of Room Temperature. In *Proc. of 1999 IEEE ICASSP*, pages 941 – 944, Phoenix, Arizona.
- [Oppenheim et al., 1996] Oppenheim, A. V., Willsky, A. S., and Hamid, S. (1996). *Signals and Systems*. Prentice-Hall, Englewood Cliffs, NJ, 2nd edition.
- [Ozeki and Umeda, 1984] Ozeki, K. and Umeda, T. (1984). An Adaptive Filtering Algorithm using an Orthogonal Projection to an Affine Subspace and its Properties. *Electronics and Communications in Japan*, 67-A(5):19 – 27.

- [Pao, 1989] Pao, Y. H. (1989). *Adaptive Pattern Recognition and Neural Networks*. Addison-Wesley, Boston, MA.
- [Pearson, 1905] Pearson, K. (1905). The Problem of the Random Walk. *Nature*, 72:294.
- [Proakis and Manolakis, 1996] Proakis, J. G. and Manolakis, D. G. (1996). *Digital Signal Processing: Principles, Algorithms and Applications*. Prentice-Hall, Englewood Cliffs, NJ.
- [R. Niemistö and Myllylä, 2002] R. Niemistö, T. M. and Myllylä, V. (2002). Robust Fast Affine Projection Algorithm for Nonlinear Acoustic Echo Cancellation. In *Proc. European Signal Process. Conf. (EUSIPCO)*, pages 523 – 526, Toulouse, France.
- [Reed and Hawksford, 2000] Reed, M. J. and Hawksford, M. O. (2000). Efficient Implementation of the Volterra Filter. *Vision, Image and Signal Processing, IEE Proceedings -*, 147:109 – 114.
- [Sandeep-Pradham and Reddy, 1999] Sandeep-Pradham, S. and Reddy, V. U. (1999). A new Approach to Subband Adaptive Filtering. *IEEE Trans. on Signal Proc.*, 47:655 – 664.
- [Sayed, 2003] Sayed, A. H. (2003). *Fundamentals of Adaptive Filtering*. Wiley, New York, NY.
- [Schurer, 1997] Schurer, H. (1997). *Linearization of Electroacoustic Transducers*. PhD thesis, University of Twente Enschede, Enschede, The Netherlands.
- [Silva and Nascimento, 2008] Silva, M. T. M. and Nascimento, V. H. (2008). Improving the Tracking Capability of Adaptive Filters via Convex Combination. *IEEE Trans. on Signal Proc.*, 56:3137 – 3149.

## BIBLIOGRAFÍA

---

- [Tan and Jiang, 2001] Tan, L. and Jiang, J. (2001). Adaptive Volterra Filters for Active Control of Nonlinear Noise Processes. *IEEE Trans. on Signal Proc.*, 49:1667–1676.
- [Tummla et al., 1997] Tummla, M., Donovan, M. T., Watkins, B. E., and North, R. (1997). Volterra Series based Modeling and Compensation of Nonlinearities in High Power Amplifiers. In *Proc. of 1997 IEEE ICASSP*, pages 2417 – 2420, Munich, Germany.
- [Uncini et al., 2002] Uncini, A., Nalin, A., and Parisi, R. (2002). Acoustic Echo Cancellation in the Presence of Distorting Loudspeakers. In *Proc. European Signal Process. Conf. (EUSIPCO)*, pages 535 – 538, Toulouse, France.
- [Vaidyanathan, 1993] Vaidyanathan, P. P. (1993). *Multirate Systems and Filter Banks*. Prentice-Hall, Englewood Cliffs, NJ.
- [van de Kerkhof and Kitzen, 1992] van de Kerkhof, L. M. and Kitzen, W. J. W. (1992). Tracking of a Time-varying Acoustic Impulse Response by an Adaptive Filter. *IEEE Trans. on Signal Proc.*, 40:1285 – 1294.
- [Vörös, 2004] Vörös, J. (2004). An Iterative Method for Hammerstein-Wiener Systems Parameter Identification. *Journal of Electrical Engineering*, 55:328–331.
- [Vuolevi et al., 2001] Vuolevi, J. H. K., Rahkonen, T., and Manninen, J. P. A. (2001). Measurement Technique for Characterizing Memory Effects in RF Power Amplifiers. *IEEE Trans. on Microwave Theory and Techniques*, 49:1383 – 1389.
- [Widrow and Hoff, 1960] Widrow, B. and Hoff, M. E. (1960). Adaptive Switching Circuits. In *IRE WESCON Conv. Records*, pages 96–104, IRE, New York, NY.
- [Wiener, 1949] Wiener, N. (1949). *Extrapolation, Interpolation and Smoothing of Stationary Time Series, with Engineering Applications*. MIT Press, Cambridge, MA.

- [Wiener and Hopf, 1931] Wiener, N. and Hopf, E. (1931). On a Class of Singular Integral Equations. In *Proc. Prussian Acad. Math. - Phys. Ser.*, page 696.
- [Woodbury, 1950] Woodbury, M. (1950). Inverting Modified Matrices. Mem. Rep. 42, Statistical Research Group, Princeton University, Princeton, NJ.
- [Yasukawa and Shimada, 1993] Yasukawa, H. and Shimada, S. (1993). An Acoustic Echo Canceller Using Subband Sampling and Decorrelation Methods. *IEEE Trans. on Signal Proc.*, 41:926–930.
- [Zeller et al., 2011] Zeller, M., Azpicueta-Ruiz, L. A., Arenas-García, J., and Kellermann, W. (2011). Adaptive Volterra Filters with Evolutionary Quadratic Kernels using a Combination Scheme for Memory Control. *IEEE Trans. on Signal Proc.* In press.
- [Zeller and Kellermann, 2008] Zeller, M. and Kellermann, W. (2008). Coefficient Pruning for Higher-Order Diagonals of Volterra Filters Representing Wiener-Hammerstein Models. In *Proc. Int. Workshop on Acoustic Echo and Noise Control (IWAENC)*, Seattle, WA.
- [Zhang and Chambers, 2006] Zhang, Y. and Chambers, J. A. (2006). Convex Combination of Adaptive Filters for a Variable Tap-Length LMS Algorithm. *IEEE Signal Proc. Letters*, 13:628 – 631.