

THOMAS/FINNEY

# KALKULUS DAN GEOMETRI ANALISIS

Halijah Osman  
Hamidah Abd. Hamid  
Khamisah Jafar  
Madiah Khalid  
Munira Ismail  
Norhalena Mohd Nor  
Norrani Mohamad  
Nor Rahmah Abdul Hamid  
Norsarahaida S. Amin  
Rohanin Ahmad

EDISI

7



LIBRARY  
INTERNATIONAL ISLAMIC UNIVERSITY MALAYSIA

13050

08

Copyright © 1998 by Addison-Wesley Publishing Company, Inc., Reading, Massachusetts USA  
This translation is published and sold under the same name as the original work.  
Universiti Teknologi Malaysia, 2000

Prakata

THOMAS/FINNEY

# KALKULUS DAN GEOMETRI ANALISIS

Halijah Osman ✓  
Hamidah Abd. Hamid  
Khamisah Jafar  
Madihah Khalid  
Munira Ismail ✗  
Norhalena Mohd Nor ✗  
Norrani Mohamad ✗  
Nor Rahmah Abdul Hamid  
Norsarahaida S. Amin  
Rohanin Ahmad

EDISI  
**7**

Penerbit  
Universiti Teknologi Malaysia  
Skudai  
Johor Darul Ta'zim  
2000

INTERNATIONAL ISLAMIC UNIVERSITY LIBRARY	Copy no.
	Date

14402  
2000

579

250923

© Edisi bahasa Malaysia dipegang oleh  
Universiti Teknologi Malaysia, 2000

Copyright © 1988 by Addison-Wesley Publishing Company, Inc., Reading Massachusetts USA  
This translation is published and sold by permission of Addison-Wesley Publishing Company, Inc., Reading  
Massachusetts USA, the owner of all rights to publish and sell the same.

Hak cipta terpelihara. Tiada dibenarkan mengeluarkan mana-mana bahagian artikel, ilustrasi,  
dan isi kandungan buku ini dalam apa jua bentuk dan cara apa jua sama ada dengan cara elektronik,  
fotokopi, mekanik, atau cara lain sebelum mendapat izin bertulis daripada Timbalan Naib Canselor  
(Pembangunan & Perancangan Korporat), Universiti Teknologi Malaysia, 81310 Skudai, Johor Darul  
Ta'zim, Malaysia.

Perpustakaan Negara Malaysia

Data Pengkatalogan-dalam-Penerbitan

Finney, Ross L.

Kalkulus dan geometri analisis / Ross L. Finney ; penterjemah Halijah Osman [et al.]

ISBN 983-52-0140-4

1. Calculus. 2. Geometry, Analytic. I. Halijah Osman. II. Judul.  
515.15

Editor : MUSTAPHA MAJID

Pereka Kulit : ZALAWATI SUFIAN

Diatur huruf oleh / Typeset by

PANTAS SET SDN. BHD.,  
26A, Jalan Pandan 2/1  
Pandan Jaya Cheras,  
55100 Kuala Lumpur, MALAYSIA.

Diterbitkan di Malaysia oleh / Published in Malaysia by

PENERBIT  
UNIVERSITI TEKNOLOGI MALAYSIA  
81310 Skudai, Johor Bahru  
Johor Darul Ta'zim, MALAYSIA.

Dicetak di Malaysia oleh / Printed in Malaysia by

PERCETAKAN HAJI JANTAN SDN. BHD.,  
No. 12, Jalan 4/118C  
Desa Tun Razak, Cheras  
56000 Kuala Lumpur, MALAYSIA.

RM150.00

INTERNATIONAL ISLAMIC UNIVERSITY LIBRARY	
Copy no:	721535 (main)
Date:	10/12/02 FA

6/2/03 mby

QA  
303  
T456C7  
2000

# Kandungan

Prolog: Apa itu Kalkulus? xxiii

## BAB 1

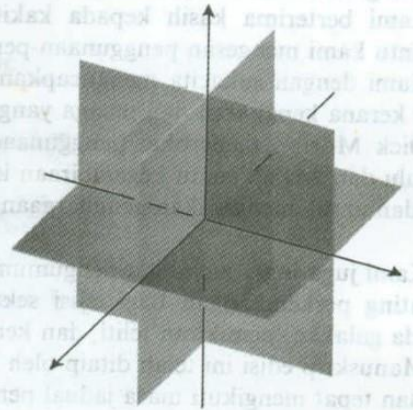
### Kadar Perubahan Suatu Fungsi

Gambaran	1
1.1 Koordinat Satah	1
1.2 Cerun Suatu Garis	6
1.3 Persamaan Garis	15
1.4 Fungsi dan Graf	24
1.5 Nilai Mutlak	41
1.6 Garis Tangen dan Kecerunan bagi Lengkung Kuadratik dan Kubik	48
1.7 Cerun bagi Lengkung $y = f(x)$ : Terbitan	56
1.8 Halaju dan Kadar Perubahan yang Lain	64
1.9 Had	73
1.10 Infiniti sebagai Satu Had	93
1.11 Keselajaran	101
Soalan Ulangkaji dan Latihan	114
Pelbagai Masalah	116

## BAB 2

### Terbitan

Gambaran	123
2.1 Fungsi Polinomial dan Terbitannya	123
2.2 Hasil Darab, Kuasa dan Hasil Bahagi	133
2.3 Pembezaan Tersirat dan Kuasa Pecahan	143
2.4 Penghampiran Linear dan Pembeza	153
2.5 Petua Rantai	165
2.6 Ringkasan Ulangkaji Trigonometri	172
2.7 Terbitan Fungsi Trigonometri	183
2.8 Persamaan Berparameter	191
2.9 Kaedah Newton bagi Penghampiran Penyelesaian Persamaan	198
2.10 Rumus Terbitan dalam Tatatanda Pembeza	204
Soalan Ulangkaji dan Latihan	205
Pelbagai Masalah	207



**BAB 3****Penggunaan Terbitan**

Gambaran	213
3.1 Lakaran Lengkung dengan Menggunakan Terbitan Pertama	213
3.2 Kecekungan dan Titik-titik Lengkok Balas	220
3.3 Asimptot dan Simetri	227
3.4 Maksimum dan Minimum: Teori	237
3.5 Maksimum dan Minimum: Masalah	245
3.6 Kadar Perubahan Terhubung	262
3.7 Teorem Nilai Min	270
3.8 Bentuk Tak Tentu dan Petua l'Hôpital's	281
3.9 Penghampiran Kuadratik dan Ralat Penghampiran: Lanjutan Teorem Nilai Min	288
Soalan Ulangkaji dan Latihan Pelbagai Masalah	296

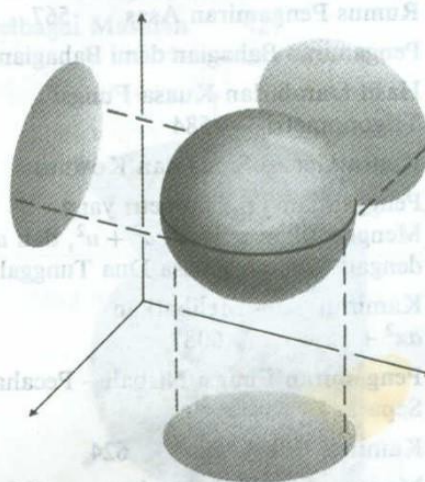
**BAB 4****Kamiran**

Gambaran	307
4.1 Kamiran Tak Tentu	307
4.2 Memilih Nilai Pemalar Pengamiran	315
4.3 Kaedah Penggantian dalam Pengamiran	319
4.4 Kamiran Fungsi Trigonometri	325
4.5 Kamiran Tentu: Luas di Bawah Lengkung	332
4.6 Mengira Kamiran Tentu Secara Hasil Tambah	345
4.7 Teorem Asasi bagi Kalkulus Kamiran	353
4.8 Gantian dalam Kamiran Tentu	365
4.9 Petua Penghampiran Kamiran Tentu	369

Soalan Ulangkaji dan Latihan Pelbagai Masalah	384
---	-----

**BAB 5****Penggunaan Kamiran Tentu**

Gambaran	391
5.1 Perubahan Bersih dalam Kedudukan dan Jarak yang Dilalui oleh Suatu Jasad yang Bergerak	391
5.2 Luas antara Lengkung	401
5.3 Mengira Isi Padu melalui Hirisan. Isi Padu Pengisaran	401
5.4 Isi Padu yang Dimodelkan dengan Pelapik dan Petala Silinder	411
5.5 Panjang Lengkung Satah	422
5.6 Luas Permukaan Pengisaran	431
5.7 Nilai Purata Suatu Fungsi	438
5.8 Momen dan Pusat Jisim	444
5.9 Kerja	458
5.10 Daya Hidrostatik	467
Soalan Ulangkaji dan Latihan Pelbagai Masalah	472

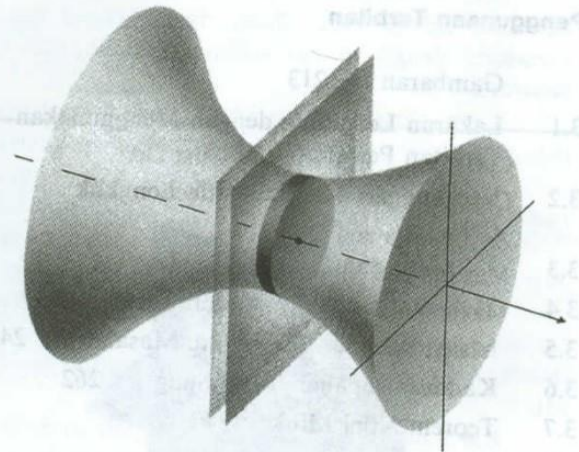


**BAB 6****Fungsi-fungsi Transenden**

Gambaran	479
6.1 Fungsi Songsang	480
6.2 Fungsi-fungsi Trigonometri Songsang	487
6.3 Terbitan Fungsi Trigonometri Songsang: Kamiran-kamiran yang Berkaitan	496
6.4 Logaritma Asli dan Terbitannya	504
6.5 Sifat-sifat Logaritma Asli, Graf bagi $y = \ln x$	511
6.6 Fungsi Eksponen $e^x$	519
6.7 Fungsi-fungsi $a^x$ dan $a^u$	529
6.8 Fungsi $y = \log_a u$ : Kadar Pertumbuhan	538
6.9 Penggunaan Fungsi Eksponen dan Fungsi Logaritma	548
Soalan Ulangkaji dan Latihan	557
Pelbagai Masalah	558

**BAB 7****Kaedah Pengamiran**

Gambaran	567
7.1 Rumus Pengamiran Asas	567
7.2 Pengamiran Bahagian demi Bahagian	575
7.3 Hasil Darab dan Kuasa Fungsi Trigonometri	584
7.4 Kuasa Genap Sinus dan Kosinus	595
7.5 Penggantian Trigonometri yang Menggantikan $a^2 - u^2$ , $a^2 + u^2$ , dan $u^2 - a^2$ dengan Sebutan Kuasa Dua Tunggal	600
7.6 Kamiran yang Melibatkan $ax^2 + bx + c$	608
7.7 Pengamiran Fungsi Nisbah – Pecahan Separa	614
7.8 Kamiran Tak Wajar	624
7.9 Mengguna Jadual Kamiran	637



7.10 Rumus Penurunan	641
Soalan Ulangkaji dan Latihan	646
Pelbagai Masalah	647

**BAB 8****Muka Keratan Kon dan Lengkung Satah yang Lain**

Gambaran	653
8.1 Persamaan dari Rumus Jarak	655
8.2 Bulatan	657
8.3 Parabola	662
8.4 Elips	672
8.5 Hiperbola	682
8.6 Graf Persamaan Kuadratik	694
8.7 Parabola, Elips atau Hiperbola? Pembeza-layan Memberitahu	700
8.8 Keratan-keratan Kon	703
8.9 Persamaan Parameter untuk Kon dan Lengkung yang Lain	706
Soalan Ulangkaji dan Latihan	718
Pelbagai Masalah	718

**BAB 9****Fungsi Hiperbolik**

	Gambaran	725
9.1	Takrif dan Identiti	725
9.2	Terbitan dan Kamiran	731
9.3	Kabel Gantung	738
9.4	Fungsi Hiperbolik Songsang	745
	Soalan Ulangkaji dan Latihan	755
	Pelbagai Masalah	755

**BAB 10****Koordinat Kutub**

	Gambaran	757
10.1	Sistem Koordinat Kutub	757
10.2	Melukis Graf dalam Koordinat Kutub	765
10.3	Persamaan Kutub untuk Keratan Kon dan Lengkung Lain	773
10.4	Kamiran dalam Koordinat Kutub	781
	Soalan Ulangkaji dan Latihan	789
	Pelbagai Masalah	789

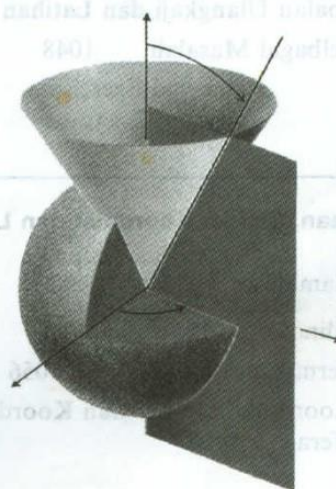
**BAB 11****Jujukan Tak Terhingga dan Siri Tak Terhingga**

	Gambaran	795
11.1	Jujukan Nombor	795
11.2	Teorem Had	807
11.3	Had yang Selalu Timbul	812
11.4	Siri Tak Terhingga	817
11.5	Siri dengan Sebutan Tak Negatif: Ujian Kamiran dan Ujian Bandingan	831
11.6	Siri dengan Sebutan Tak Negatif: Ujian Nisbah dan Ujian Punca	844

11.7	Penumpuan Mutlak	852
11.8	Siri Selang-seli dan Penumpuan Bersyarat	858
11.9	Imbas Kembali	865
11.10	Menganggar Hasil Tambah Siri Sebutan Malar	868
	Soalan Ulangkaji dan Latihan	874
	Pelbagai Masalah	874

**BAB 12****Siri Kuasa**

	Gambaran	877
12.1	Pengenalan	877
12.2	Polinomial Taylor	878
12.3	Teorem Taylor dengan Baki: Sinus, Kosinus, dan $e^x$	886
12.4	Titik Kembangan, Teorem Binomial, Tangen Songsang, dan $\pi$	898
12.5	Penumpuan Siri Kuasa: Pembezaan, Pengamiran, Pendaraban, dan Pembahagian	907
12.6	Bentuk Tak Tentu	921
12.7	Misteri Komputer	924
	Soalan Ulangkaji dan Latihan	927
	Pelbagai Masalah	927



**BAB 13**

**Vektor**

Gambaran 931

13.1 Vektor dalam Satah 931

13.2 Memodel Pergerakan Projektil 942

13.3 Koordinat dan Vektor dalam Ruang 950

13.4 Hasil Darab Bintit 963

13.5 Hasil Darab Silang 971

13.6 Persamaan bagi Garis, Tembereng Garis, dan Satah dalam Ruang 979

13.7 Hasil Darab Tiga Vektor atau Lebih 988

Soalan Ulangkaji dan Latihan 995

Pelbagai Masalah 995

**BAB 14**

**Fungsi Vektor dan Pergerakan**

Gambaran 1003

14.1 Fungsi Vektor dan Pergerakan 1004

14.2 Jarak Terarah dan Vektor Tangen Unit T 1014

14.3 Kelengkungan, Kilasan dan Kerangka TNB 1021

14.4 Pergerakan Planet dan Satelit 1035

Soalan Ulangkaji dan Latihan 1047

Pelbagai Masalah 1048

**BAB 15**

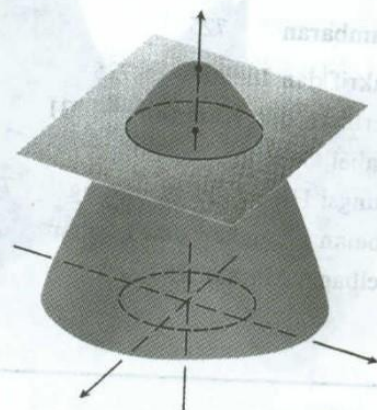
**Permukaan, Sistem Koordinat dan Lukisan**

Gambaran 1051

15.1 Silinder 1051

15.2 Permukaan Kuadrik 1056

15.3 Koordinat Silinder dan Koordinat Sfera 1065



Soalan Ulangkaji dan Latihan 1069

Pelbagai Masalah 1070

**BAB 16**

**Fungsi Dua atau Lebih Pemboleh Ubah dan Terbitannya**

Gambaran 1073

16.1 Fungsi Dua atau Lebih Pemboleh Ubah Tak Bersandar 1074

16.2 Had dan Keselajaran 1080

16.3 Terbitan Separa 1089

16.4 Petua Rantai 1095

16.5 Terbitan Separa dengan Pemboleh Ubah Kekangan 1104

16.6 Kecerunan dan Terbitan Berarah 1112

16.7 Satah Tangen dan Garis Normal 1121

16.8 Terbitan Peringkat Lebih Tinggi. Persamaan Pembeza Separa dari Segi Fizik 1126

Soalan Ulangkaji dan Latihan 1134

Pelbagai Masalah 1135



**BAB 17****Penggunaan Terbitan Separa**

- Gambaran 1143
- 17.1 Maksimum, Minimum dan Titik Pelana 1143
- 17.2 Penghampir Linear dan Anggaran Penokokan 1155
- 17.3 Pendarab Lagrange 1169
- 17.4 Rumus Taylor, Ujian Terbitan Kedua, dan Anggaran Ralat 1184
- Soalan Ulangkaji dan Latihan 1192
- Pelbagai Masalah 1192

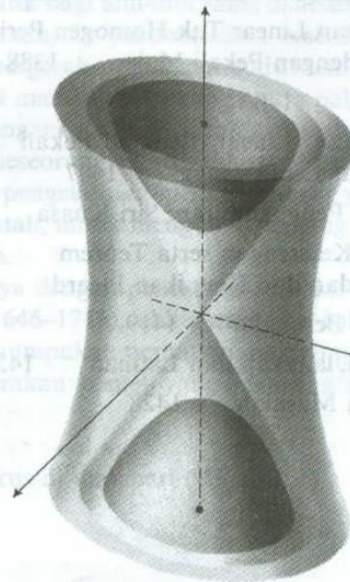
**BAB 18****Kamiran Berganda**

- Gambaran 1195
- 18.1 Kamiran Ganda Dua 1195
- 18.2 Luas, Momen, dan Pusat Jisim 1211
- 18.3 Kamiran Ganda Dua dalam Bentuk Kutub 1220
- 18.4 Kamiran Ganda Tiga dalam Koordinat Segi Empat Tepat. Isi Padu dan Nilai Purata 1233
- 18.5 Jisim dan Momen dalam Matra Tiga 1242
- 18.6 Kamiran Ganda Tiga dalam Koordinat Silinder dan Sfera 1249
- Soalan Ulangkaji dan Latihan 1262
- Pelbagai Masalah 1263

**BAB 19****Medan Vektor dan Pengamiran**

- Gambaran 1269
- 19.1 Kamiran Garis 1269

- 19.2 Kamiran Garis dalam Medan Vektor. Kerja, Peredaran, dan Fluks 1278
- 19.3 Teorem Green dalam Satah 1289
- 19.4 Luas Permukaan dan Kamiran Permukaan 1307
- 19.5 Teorem Pencapahan 1320
- 19.6 Teorem Stokes 1333
- 19.7 Ketakbersandaran kepada Lintasan dan Medan Abadi 1344
- Soalan Ulangkaji dan Latihan 1355
- Pelbagai Masalah 1356



## BAB 20

## Persamaan Pembezaan

	Gambaran	1363
20.1	Pengenalan	1364
20.2	Persamaan Pembeza Peringkat Pertama Berdarjah Satu	1367
20.3	Persamaan Pembeza Peringkat Kedua Boleh Dijadikan ke Peringkat Pertama	1379
20.4	Persamaan Linear Homogen Peringkat Kedua dengan Pekali Malar	1383
20.5	Persamaan Linear Tak Homogen Peringkat Kedua dengan Pekali Malar	1388
20.6	Getaran	1400
20.7	Persamaan Linear dengan Pekali Malar Peringkat Lebih Tinggi	1407
20.8	Kaedah Penghampiran: Siri Kuasa	1408
20.9	Medan Kelerengan serta Teorem Kewujudan dan Keunikan Picard	1412
20.10	Kaedah Berangka	1419
	Soalan Ulangkaji dan Latihan	1427
	Pelbagai Masalah	1428

## Lampiran

A-1	Bukti Teorem Had dari Bahagian 1.9	1431
A-2	Aruhan Matematik	1436
A-3	Rumus dari Matematik Prakalkulus	1439
A-4	Hukum Kosinus dan Rumus Hasil Tambah Sudut	1445
A-5	Bukti untuk Bentuk Lebih Teguh bagi Petua l'Hôpital	1448
A-6	Hukum Kalis Agihan bagi Hasil Darab Pangkah Vektor	1450
A-7	Penentu dan Petua Cramer	1451
A-8	Matriks, Persamaan Linear dan Nilai Eigen	1462
A-9	Teorem Tokokan dan Teorem Terbitan Bercampur Euler	1477
A-10	Rumus Pengoperasi Vektor dalam Koordinat Cartes, Silinder dan Sfera. Identiti Vektor	1482
A-11	Nombor Kompleks	1438
A-12	Jadual untuk $\sin x$ , $\cos x$ , $\tan x$ , $e^x$ , $e^{-x}$ dan $\ln x$	1495

Jawapan 1499

Indeks 1555