

INGENIERIA INDUSTRIAL



UNIVERSIDAD CARLOS III DE MADRID

DEPARTAMENTO DE INGENIERÍA MECÁNICA

PROYECTO DE FIN DE CARRERA:

MODELADO POR ELEMENTOS FINITOS DEL TRONCO DE UN ARBOL: COMPORTAMIENTO MECANICO DE XILEMA, FLOEMA Y CORTEZA

**AUTOR: FERNANDO ROMERA JUÁREZ
TUTOR: JOSE LUIS PÉREZ DÍAZ**

MODELADO POR ELEMENTOS FINITOS DEL TRONCO DE UN ARBOL:
COMPORTAMIENTO MECANICO DE XILEMA, FLOEMA Y CORTEZA

**A Ana, por su apoyo
y su paciencia**

ÍNDICE

1. Introducción	4
1.1 Objetivos	4
1.2 La transpiración	4
1.3 Teoría de la cohesión-tensión	8
2. Modelado	10
2.1 Estructura macroscópica de la madera	10
2.2 Estructura microscópica de la madera	12
2.3 Modelo	15
3. Elementos finitos	19
3.1 Mallado	19
3.2 Tipo de elemento	19
3.3 Propiedades del material	20
3.4 Condiciones de contorno	23
4. Resultados	28
4.1 Modelo 1	28
4.2 Modelo 2	33
4.3 Comportamiento mecánico del xilema	45
5. Conclusiones	47
Anexo I: Aproximación de las propiedades elásticas microscópicas de la madera de Haya Europea	48
Anexo II: Equilibrio estático en el interior de un cilindro	50
Bibliografía	52

1. INTRODUCCIÓN

1.1 OBJETIVOS

El objeto de la realización de este proyecto es la obtención del título de ingeniería industrial en la especialidad maquinas y estructuras por Fernando Romera Juárez. El proyecto queda por tanto dentro del ámbito universitario.

Los objetivos del proyecto son:

- Crear un modelo de tronco de árbol que represente la estructura de la madera de un árbol de Haya Europea a nivel microscópico, detallando los conductos de xilema y floema.
- Crear una herramienta para la simulación por elementos finitos del modelo creado para poder analizar distintas configuraciones de presiones en el xilema y el floema y medir tanto dentro como fuera los desplazamientos y las deformaciones tangenciales producidas.
- Comparar los resultados obtenidos mediante el análisis por elementos finitos con los resultados experimentales obtenidos por Tancrede Alméras en su estudio “Strains inside xylem and inner bark of a stem submitted to a change in hydrostatic pressure”
- Aproximar los valores de las propiedades elásticas de la madera de Haya Europea a nivel microscópico.
- Establecer un comportamiento mecánico de los tejidos de xilema y floema según las distintas configuraciones de presiones estudiadas

1.2 LA TRANSPIRACIÓN

Ningún tema en la fisiología de las plantas tiene tanta historia como el ascenso antigravitacional del agua en las plantas altas. Hasta el momento no hay ninguna conclusión firme. Los artículos publicados y los libros de botánica de las últimas cuatro décadas dan la impresión de que el problema del ascenso del agua está solucionado. La creencia es que el agua es impulsada a través de los conductos del xilema debido a gradientes de tensión producidos por la evaporación del agua. Esta hipótesis se denomina la “Teoría de la Cohesión-Tensión” y fue introducida por Dixon&Joly (1894,1895) y Askenasy (1895).

Sin embargo el problema de la Teoría de la Cohesión-Tensión es que deben existir presiones negativas dentro de los conductos del xilema. Esto implica que el agua esté en un estado metaestable similar al agua sobrecalentada o subenfriada. Es difícil imaginar como de estable fluye el agua en contra de la gravedad en esas condiciones.

La transpiración, es la pérdida de agua, en forma de vapor, a través de las distintas partes de la planta, si bien se realiza fundamentalmente por las hojas. Está íntimamente relacionada con la fotosíntesis, función de vital importancia para el crecimiento de la

planta. La absorción de dióxido de carbono para la fotosíntesis y la pérdida de agua por transpiración están íntimamente relacionadas en la vida de las plantas y todas las condiciones que favorecen la transpiración favorecen la fotosíntesis.

El agua es absorbida a través de la raíz, hasta que alcanza el xilema que es un tejido especialmente adaptado para el transporte ascendente del agua a lo largo de la planta, ya que además de recorrerla en toda su longitud, sus elementos, dispuestos en hileras longitudinales constituyen los sucesivos tramos de conductos más o menos continuos por los que el agua circula. Los elementos conductores que componen el xilema son las traqueidas y las tráqueas o elementos de los vasos, que están separados entre sí por perforaciones. Las paredes de las tráqueas y traqueidas son superficies que atraen el agua de manera muy efectiva.

En condiciones de transpiración intensa, según la teoría de la cohesión, el agua del xilema está bajo tensión, es decir, sometida a una presión negativa. El efecto de vacío causado por la tensión tenderá a colapsar los conductos del xilema. Sin embargo, las paredes secundarias, gruesas y lignificadas, de las tráqueas y traqueidas resisten la tensión. El agua sigue su camino hacia el exterior a través del xilema hasta las últimas terminaciones xilemáticas de las hojas para después evaporarse y dar lugar a la transpiración.

A medida que el agua se evapora, disminuye el potencial hídrico de las paredes evaporantes, estableciéndose una diferencia de potencial entre estas paredes y las que se sitúan un poco por detrás en el camino descrito, lo que genera un desplazamiento del agua hacia las superficies evaporantes, y la caída de potencial se transmite al mesófilo y luego a las terminaciones de xilema de las hojas. A favor de este gradiente de potencial, el agua del interior de los elementos xilemáticos, generando en ellos una presión negativa o tensión que, se transmite a lo largo del xilema, provocando el ascenso de la columna de agua y provocando la caída de potencial hídrico en el xilema de la raíz.

Mientras haya transpiración el potencial hídrico de la raíz se mantendrá más bajo que en el suelo y la absorción de agua se producirá espontáneamente. Además, es físicamente imprescindible que la columna de agua se mantenga continua, para que la tensión del xilema se transmita hasta la raíz. La columna de agua se mantiene unida gracias a las potentes fuerzas de cohesión que atraen entre sí a las moléculas de agua. Por otra parte las fuerzas de adhesión de las moléculas de agua a las paredes de las traqueidas y los vasos son tan importantes, como la cohesión y la tensión, para el ascenso del agua.

MODELADO POR ELEMENTOS FINITOS DEL TRONCO DE UN ARBOL:
COMPORTAMIENTO MECANICO DE XILEMA, FLOEMA Y CORTEZA

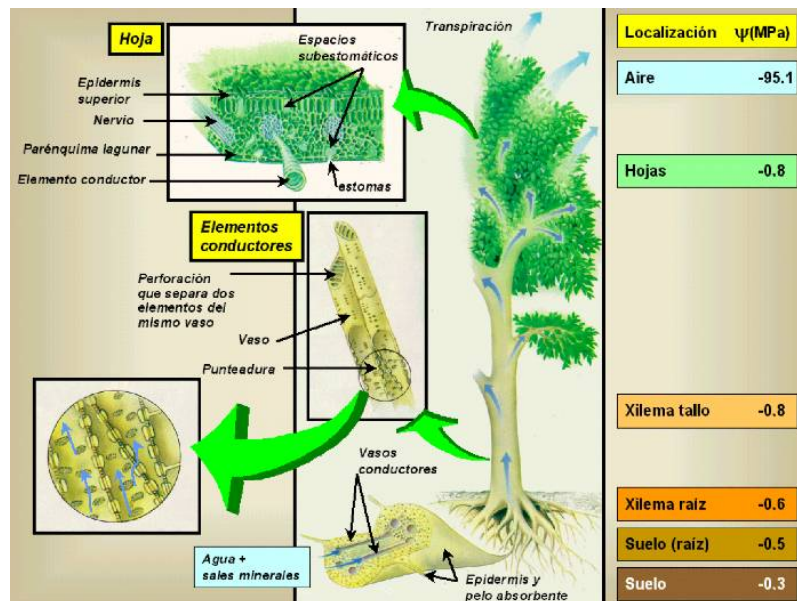


Figura 1.1 Representación del potencial hídrico dentro de la planta
(www.etsmre.upv.es)

Debido a que el ascenso del agua en la planta, fundamentalmente, se explica sobre la base de la tensión que se genera en el xilema, y a las fuerzas de cohesión y adhesión de las moléculas de agua, el modelo adoptado se conoce también como mecanismo de la *cohesión-adhesión-tensión*, (Zimmermann 1983).

A pesar de las fuerzas de cohesión de las moléculas de agua, las columnas de agua se pueden romper (cavitar), esto es debido a que los gases disueltos en el agua, bajo tensiones extremas tienden a escapar formando burbujas. Las burbujas pueden interrumpir la columna líquida y bloquear la conducción (embolia).

El agua del vaso bloqueado puede moverse entonces lateralmente hacia otro vaso contiguo y continuar así su camino. Los gases de la burbuja pueden redisolverse si aumenta la presión en el xilema, bien por disminución de la tensión, bien por presión radical.

El potencial hídrico es la magnitud que expresa y mide el estado de energía libre en el agua () y se mide en atmosferas, bares, pascales y megapascales, siendo $0,897 \text{ atm} = 1 \text{ bar} = 0,1 \text{ MPa}$. A una masa de agua pura, libre, sin interacción con otros cuerpos, y a presión normal, le corresponde un igual a 0. El está fundamentalmente determinado por la presión y por la actividad del agua. Esta última depende, a su vez, del efecto osmótico, presencia de solutos y del efecto matricial, interacción con matrices sólidas o coloidales.

El potencial hídrico dentro de la planta es el resultado de la suma del potencial de presión, del potencial osmótico y del potencial matricial.

MODELADO POR ELEMENTOS FINITOS DEL TRONCO DE UN ARBOL:
COMPORTAMIENTO MECANICO DE XILEMA, FLOEMA Y CORTEZA

$$= p + o + m$$

El p , o potencial de presión es nulo a presión atmosférica, es positivo cuando la presión está por encima de la presión atmosférica y negativo cuando la presión está por debajo de la atmosférica.

El o , o potencial osmótico, representa la disminución de la capacidad de desplazamiento del agua debido a la presencia de solutos. A medida que aumenta la concentración de soluto, el potencial osmótico se hace más negativo. Es cero para el agua pura.

El m , o potencial matricial, representa el grado de retención del agua, debido a las interacciones con matrices sólidas o coloidales, puede valer cero, si no hay interacciones, o ser negativo.

La temperatura también influye en el potencial hídrico, el aumento de temperatura hace aumentar el valor del potencial hídrico.

Los potenciales hídricos dentro de la planta tendrán los siguientes valores orientativos:

$\Psi_{\text{suelo}} >$	$\Psi_{\text{xilema raíz}} >$	$\Psi_{\text{xilema tallo}} >$	$\Psi_{\text{hoja}} >$	Ψ_{aire}
- 0,5 MPa	-0,6 MPa	-0,8 MPa	-0.8 MPa	-95 MPa

Tabla 1.1 Potenciales hídricos orientativos dentro del árbol

El potencial hídrico de la atmósfera viene determinado por:

- La humedad relativa del aire, que a su vez depende de la temperatura, de modo que las situaciones de atmósfera cálida y seca determinarán valores de potencial hídrico en la atmósfera muy bajos y elevados flujos transpiratorios.
- La velocidad del viento, ya que las corrientes de aire se llevan vapor de agua que rodea la superficie de las hojas y hace más acusado el gradiente de concentración de vapor de agua entre el interior de la hoja y el aire circundante. Por lo tanto, el viento acelera la evaporación de las moléculas de agua del interior de la hoja.
- La abertura de los estomas, influye en gran medida en el flujo transpiratorio, es decir cuando los estomas se abren se produce transpiración, mientras que cuando se cierran esta se para. La capacidad de los estomas de abrirse o cerrarse, se basa en las deformaciones que pueden experimentar las células oclusivas de acuerdo con su contenido hídrico, teniendo cada estoma dos células estomáticas oclusivas. Los movimientos estomáticos están provocados por los cambios de turgencia de estas células. Cuando las células oclusivas están turgentes, se arquean, y el orificio se abre. Cuando pierden agua, se vuelven flácidas y el poro se cierra.

La turgencia, se mantiene o se pierde mediante la salida o entrada de agua y los

movimientos estomáticos resultan de los cambios en la presión de turgencia de las células oclusivas. La acumulación de solutos provoca un movimiento de agua hacia el interior de las células oclusivas. Alternativamente, la disminución de la concentración de solutos en las células oclusivas produce el movimiento del agua hacia el exterior.

En la mayoría de las especies, los estomas se cierran, generalmente, por la tarde cuando la fotosíntesis ya no es posible, y vuelven a abrirse por la mañana, es decir, los estomas están abiertos durante el día y cerrados por la noche.

Cuando los estomas están abiertos la planta pierde agua por transpiración, pero también capta el CO₂ atmosférico, y la fotosíntesis puede tener lugar. La transpiración, podría considerarse como el coste fisiológico de la fotosíntesis, pero hay que tener también en cuenta otras consideraciones.

La evaporación del agua consume una cantidad de energía considerable, debido al elevado calor latente de vaporización de esta sustancia, energía que procede de la energía radiante que la hoja recibe. La transpiración, por tanto, contribuye al balance térmico de la hoja. Si esa fracción de la energía no se gastara de esta manera, aumentaría la temperatura de la hoja, pudiendo llegar a límites incompatibles con la actuación de los sistemas enzimáticos y con la mayoría de los procesos metabólicos.

La transpiración es, además, el mecanismo que origina la tensión en el xilema y el ascenso del agua en la planta. Mecanismo que permite la distribución en toda la planta del agua y de los nutrientes minerales absorbidos por las raíces.

Por tanto, parece que puede ser la transpiración la que pone en funcionamiento el movimiento de ascenso del agua a lo largo del árbol desde las raíces hasta las hojas. Como ya se ha mencionado antes el mecanismo descrito recibe el nombre de *teoría de la cohesión-tensión*, es el más aceptado y ha sido probado con numerosos experimentos científicos aunque todavía quedan cuestiones sin resolver.

1.3 TEORIA DE LA COHESION-TENSION

Las consecuencias más importantes que se desprenden de la teoría de la cohesión-tensión serían las siguientes:

- El agua dentro de la planta forma una red continua de columnas de líquido desde las superficies absorbentes de las raíces hasta las superficies evaporantes de las hojas principalmente aunque no exclusivamente. Las columnas de agua dentro de los elementos conductores suponen el 99% de todo el camino del agua, el restante 1% está constituido por las paredes y el citoplasma de las células vivas, principalmente en el principio y el final del camino a recorrer por el agua, es decir, en la raíz y en las hojas.
- El camino vascular tiene continuidad hidráulica desde el contacto raíz-terreno hasta las diferentes partes y órganos de la planta. La principal razón de la

continuidad hidráulica es transferir instantáneamente (a la velocidad del sonido), las variaciones de tensiones o presiones a lo largo de la planta.

- La fuerza impulsora del movimiento del agua en el sistema es generada por la tensión superficial en las superficies de evaporación. La superficie de evaporación está localizada en la pared de las células de las hojas, donde tiene lugar la evaporación, siendo estas superficies un medio poroso. Como consecuencia la evaporación genera una curvatura en el menisco del agua dentro de los poros de la pared de la célula.
- El radio de curvatura de este menisco es suficientemente pequeño para ser capaz de soportar columnas de agua de hasta 100 metros, (aproximadamente el tamaño de los árboles más altos que existen). Aplicando la ley empírica de Jurin, se llega a que un radio de $0,12\mu\text{m}$ soporta una columna de 120 metros (Zimmermann, 1983).
- Debido a la tensión superficial, y al pequeño radio de curvatura del menisco en las superficies de evaporación, la evaporación baja el potencial hídrico de las regiones adyacentes incluyendo los elementos del xilema. Este cambio es instantáneamente transmitido a toda la planta.
- De esta manera, la evaporación establece gradientes de presión o tensión a lo largo del recorrido del agua en la transpiración de las plantas. Esto causa un flujo de agua desde el suelo hasta las superficies de transpiración.
- La validez de la teoría no depende de un rango específico de tensiones del xilema, sin embargo predice que pueden existir en la planta altas tensiones.
- Mientras se produzca transpiración, la savia que recorre el xilema está bajo tensión y por tanto puede haber cavitación. La cohesión entre las moléculas de agua y la adhesión de las moléculas de agua a las paredes del xilema previenen la cavitación hasta cierto punto. Bajo ciertas condiciones pueden entrar burbujas de aire en el xilema y reducir la conductividad hidráulica de los conductos del xilema.

2 MODELADO

2.1 ESTRUCTURA MACROSCÓPICA DE LA MADERA

El árbol estudiado ha sido el Haya europea (*Fagus Sylvatica*), como se ha mencionado anteriormente se ha elegido esta especie debido a su tamaño, ya que es un árbol de gran altura, y en el que el agua tiene que ascender muchos metros desde las raíces hasta las hojas. Además existen numerosos datos e imágenes respecto a la estructura microscópica de la madera de este árbol y también existen estudios previos experimentales con los que comparar los resultados obtenidos.

El Haya es un árbol de la familia *Fagaceae*. De hoja caduca y tronco recto, puede alcanzar hasta 40 metros de altura y su tronco puede llegar a medir hasta 600mm de diámetro.



Figura 2.1 Haya europea.

Como se puede apreciar en la Figura 2.2, el árbol está compuesto por diferentes zonas a lo largo de su dirección radial, dispuestas en un conjunto de capas o anillos concéntricos. Existen dos zonas diferenciadas, el duramen formado células muertas y la albura formada por células vivas.

La médula es el centro del tronco, es la más antigua y se forma por secado y resinificación, es una zona muy pequeña. Inmediatamente después está el duramen, formado por madera dura y consistente impregnada de tanino y de lignina y a

MODELADO POR ELEMENTOS FINITOS DEL TRONCO DE UN ARBOL: COMPORTAMIENTO MECANICO DE XILEMA, FLOEMA Y CORTEZA

continuación está el xilema que se trata de un tejido leñoso que conduce agua y sales inorgánicas en forma ascendente y proporciona también soporte mecánico. El xilema formado a partir de los puntos de crecimiento de tallos y raíces se llama primario. Pero además, la división de las células del cámbium, situado entre el xilema y el floema, puede producir nuevo xilema o xilema secundario; esta división da lugar a nuevas células de xilema hacia el interior en las raíces y hacia el exterior en casi todos los tallos.

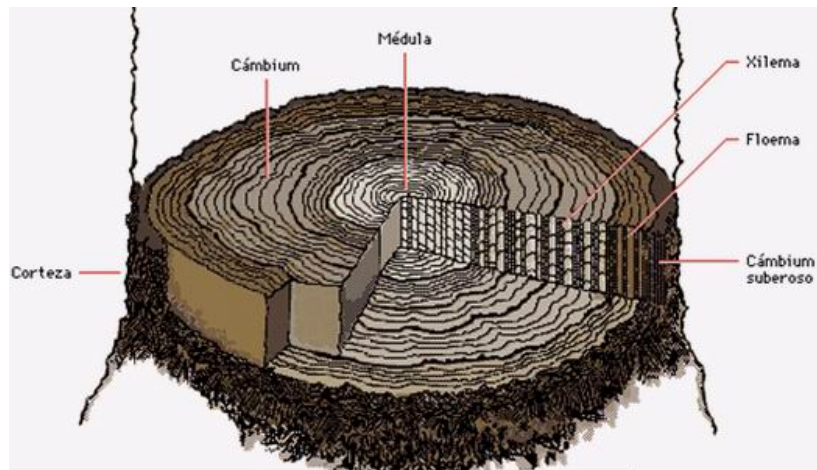


Figura 2.2 Sección del tronco de un árbol.

El xilema puede contener tres tipos de células alargadas: traqueidas, elementos vasculares o vasos (tráqueas) y fibras. Las traqueidas son células alargadas con paredes gruesas caracterizadas por la presencia de zonas delgadas muy bien definidas llamadas punteaduras. Los elementos vasculares o vasos son traqueidas especializadas cuyas paredes terminales están atravesadas por uno o varios poros; una serie vertical de elementos vasculares que forman un tubo continuo se llama vaso. Las fibras son traqueidas especializadas de pared muy engrosada que apenas realizan funciones de transporte y que sirven para aumentar la resistencia mecánica del xilema.

A continuación del xilema está el floema, que es un tejido vascular que conduce azúcares y otros nutrientes sintetizados desde los órganos que los producen hacia aquéllos en que se consumen y almacenan (en forma ascendente y descendente). El floema está organizado en haces vasculares, que son los filamentos longitudinales del tejido conductor, asociados con el tejido conductor de agua o xilema. En las partes más viejas de la planta, las células blandas del floema son aplastadas y empujadas hacia afuera por el floema nuevo que se va formando en el proceso de crecimiento. El floema nuevo se crea por la acción del cámbium o zona de crecimiento, una capa celular que separa el xilema del floema y produce células de este segundo tipo hacia el exterior de la planta.

El floema consta de dos tipos de células conductoras: tubos cribosos, que son los elementos más característicos, y células anexas. Los tubos cribosos son células

alargadas con las paredes de los extremos perforadas por numerosos poros diminutos; a través de ellos pueden pasar las sustancias disueltas. Estos elementos están conectados en series verticales. Por último la corteza que es la capa más exterior del árbol, y protege a este del exterior.

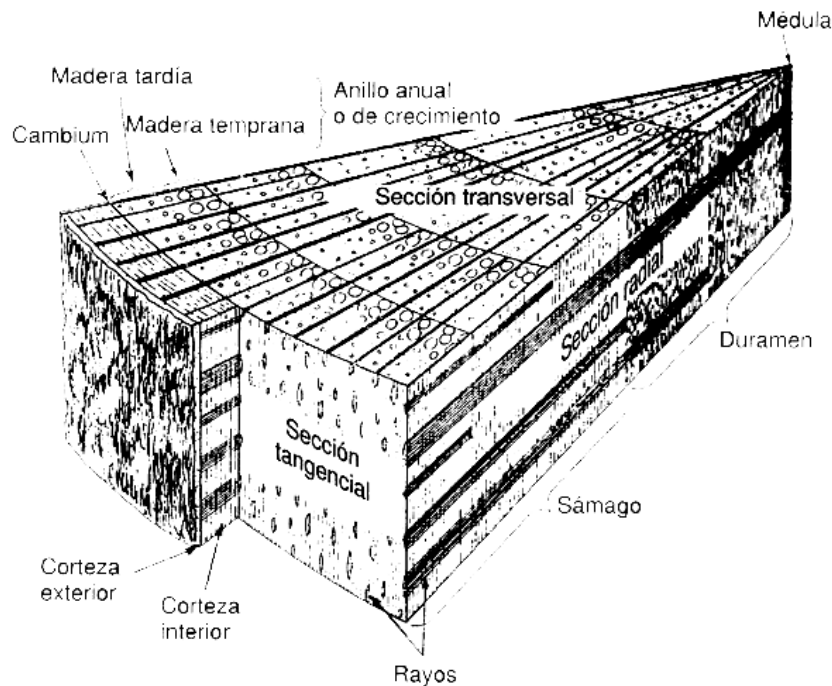


Figura 2.3 Sección transversal y tangencial del tronco de un árbol (www.fao.org)

Para el estudio de nuestro modelo se ha tomado una porción del tronco del árbol, que puede idealizarse como un cilindro con una estructura uniforme en la dirección longitudinal y con simetría radial. Teniendo en cuenta esta simetría, se tomará un sector circular de dicho cilindro, que abarque dos grados de circunferencia y de esta manera simplificar el modelo.

2.2 ESTRUCTURA MICROSCÓPICA DE LA MADERA

Para modelar el xilema y el floema y sus respectivos conductos se deberá entender como es la estructura microscópica de la madera y en concreto de la madera de Haya.

El elemento principal sobre el que se sustenta la estructura primaria de la madera es la traqueida o fibra celular. Las células varían de 16 μm a 42 μm en diámetro y de 870 μm a 4000 μm en longitud. De esta manera, un centímetro cúbico de madera puede contener más de 1,5 millones de células de madera. Cuando se aglutinan todas juntas forman un

conglomerado fuerte. Cada célula individual está estructuralmente como un tubo finito, multicapa y reforzado. La pared de cada célula individual tiene 4 capas diferentes (primaria, S_1, S_2 y S_3). Cada capa está compuesta de 3 polímeros químicos: celulosa, hemicelulosa y lignina. La celulosa forma cadenas largas no ramificadas, la hemicelulosa forma cadenas cortas no ramificadas y la lignina une y rigidiza estos polímeros.

Debido a que los componentes carbohidratados y fenólicos de la madera son ensamblados en capas tubulares o de manera celular con largas cavidades celulares, la gravedad específica de la madera puede variar considerablemente.

La madera es un excelente material para la construcción debido a su estructura tubular multicapa que dota de un gran volumen de espacios vacíos, por lo que tiene un coeficiente resistencia-peso muy bueno, además de otras ventajas como la resistencia a la corrosión, resistencia a la fatiga o su bajo coste.

Como se puede ver en la Figura 2.4, que es una imagen de madera de Haya europea al microscopio, la estructura microscópica de dicho árbol es una sucesión de conductos de xilema y floema, más o menos alineados a lo largo de la dirección radial. Por tanto en nuestro modelo se han incluido estos conductos por donde circula la savia y han sido modelados como tubos cilíndricos de radio uniforme de no más de $50 \mu\text{m}$, situados uno a continuación de otro formando una hilera.

Los límites de los anillos de crecimiento son distintos, estos están marcados por zonas más oscuras con menor frecuencia de vasos y fibras con paredes más gruesas. El peso específico básico varía entre $0,49 \text{ g/cm}^3$ y $0,88 \text{ g/cm}^3$. Los radios son macroscópicamente visibles como trazos (cara tangencial) o como bandas (cara radial) de varios mm de altura, estos son grandes y de radio mayor que el diámetro de los vasos mayores, ensanchados en los límites de anillos de crecimiento.

La madera del Haya Europea tiene una porosidad que varía entre semianular y difusa. En la porosidad difusa los vasos están uniformemente dispuestos en el anillo de crecimiento y los vasos tienen diámetros similares y en la porosidad anular los vasos tienen diámetros distintos, los mayores están en el leño temprano, más especializado, y en el leño tardío los más pequeños que en ocasiones ni existen. Los vasos están dispuestos en un patrón no específico, agrupados, generalmente en grupos radiales cortos (de 2-3 vasos) y en nidos (rácimos). El borde de los vasos es angular. El promedio del diámetro tangencial de los vasos varía entre 45 y $80 \mu\text{m}$ y el promedio del número de vasos varía entre 80 y 160 vasos/ mm^2 . Las fibras son de pared de espesor medio.

Los vasos del xilema son solitarios y se organizan en grupos pequeños, con diámetros normalmente mayores de $50 \mu\text{m}$. Los datos acerca del xilema y del floema del haya Europea han sido tomados del *Swiss Federal Research Institute* a través de la base de datos de xilemas de distintas maderas que se puede consultar vía web.

MODELADO POR ELEMENTOS FINITOS DEL TRONCO DE UN ARBOL:
COMPORTAMIENTO MECANICO DE XILEMA, FLOEMA Y CORTEZA

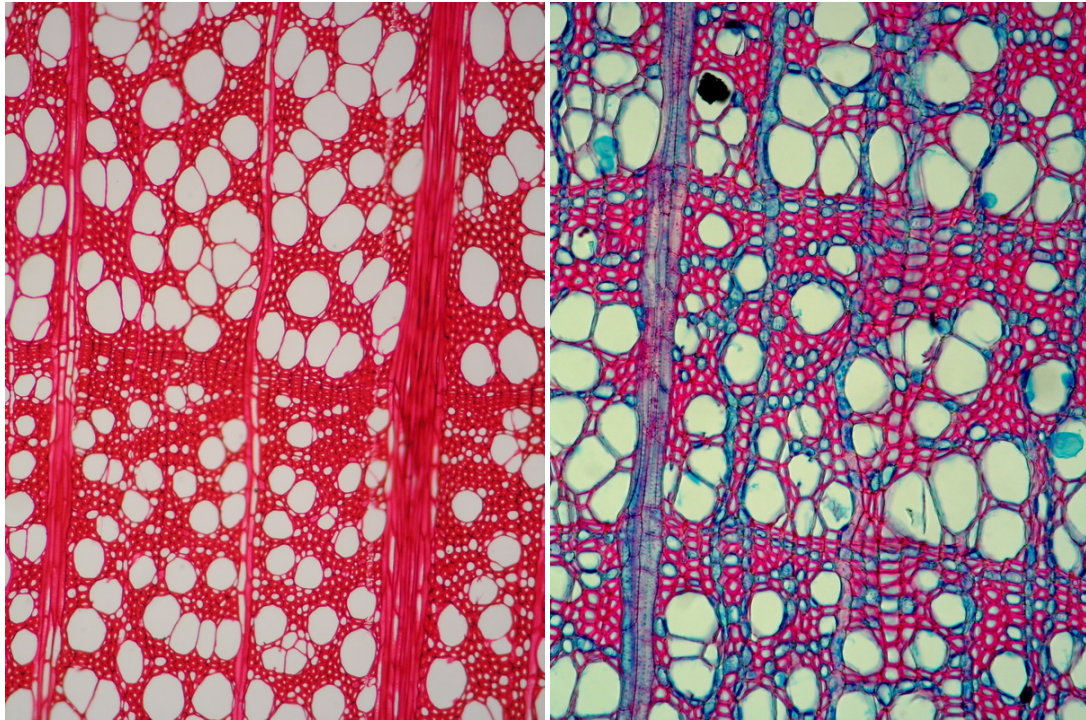


Figura 2.4 Estructura microscópica del Haya europea (*Swiss federal research institute*).

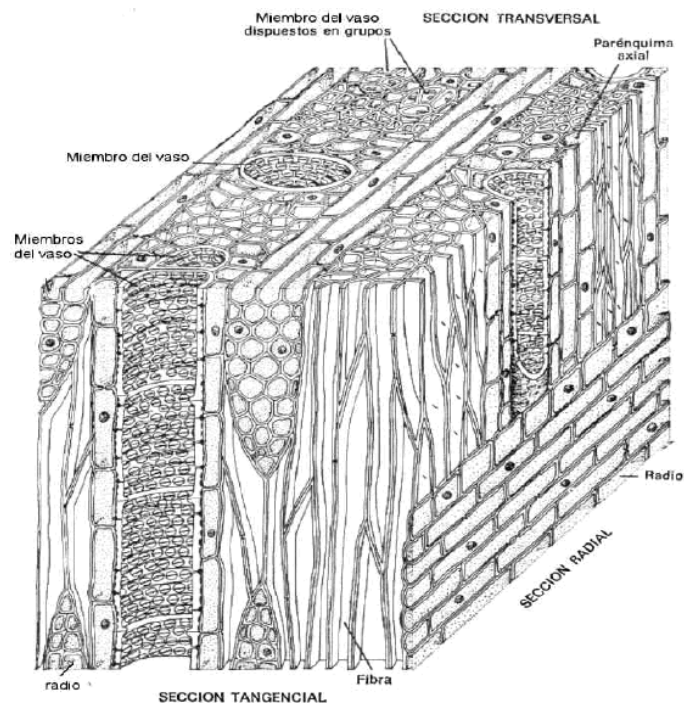


Figura 2.5 Imagen de la estructura microscopica de una madera angiosperma (www.biologia.edu.ar).

El Haya Europea pertenece a las angiospermas, por tanto el transporte de agua se realiza principalmente a través de los vasos pero ocasionalmente y dependiendo de la especie también a través de las células parenquimáticas. En la imagen vemos los vasos dispuestos de manera difusa con forma circular, a su alrededor está el parénquima apotraqueal, es decir que es independiente de los vasos, este también está dispuesto de manera difusa y difusa en agregados.

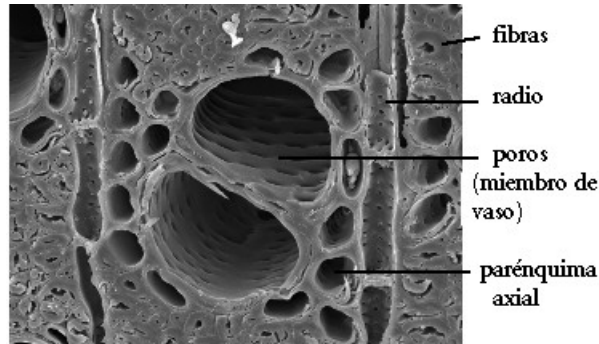


Figura 2.6 Imagen del corte transversal de una madera angiosperma
(www.biologia.edu.ar).

El modelo se estudiará como un conjunto, es decir, tanto el xilema, el floema y la corteza se estudiarán en conjunto, con las mismas propiedades elásticas.

2.3 MODELO

Una vez estudiada la estructura tanto macroscópica como microscópica del árbol, y como se ha dicho anteriormente el modelo a estudiar será un sector circular del tronco y que abarque una porción de árbol en la dirección longitudinal, es decir, en altura, de tal forma que la dimensión longitudinal sea por lo menos la décima parte de la dimensión radial.

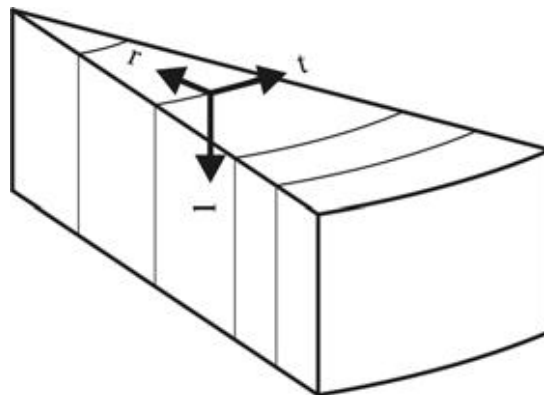


Figura 2.7 Representación del modelo y sus direcciones.

La porción de tronco tomada como modelo, es una sección transversal de este que

MODELADO POR ELEMENTOS FINITOS DEL TRONCO DE UN ARBOL:
COMPORTAMIENTO MECANICO DE XILEMA, FLOEMA Y CORTEZA

pertenece a una parte del árbol cualquiera, es decir, la porción tomada puede pertenecer tanto a la base del árbol como a la copa del árbol, teniendo en cuenta las condiciones de equilibrio y las condiciones de contorno que se estudiarán más adelante.

Debido a la complejidad de modelar un tronco de árbol a nivel microscópico de las dimensiones de nuestro árbol a estudio, se ha simplificado el modelo, reduciendo sus dimensiones, ya que este modelo de tronco puede corresponder tanto a un tallo joven en crecimiento como a un trozo de la parte alta del árbol.

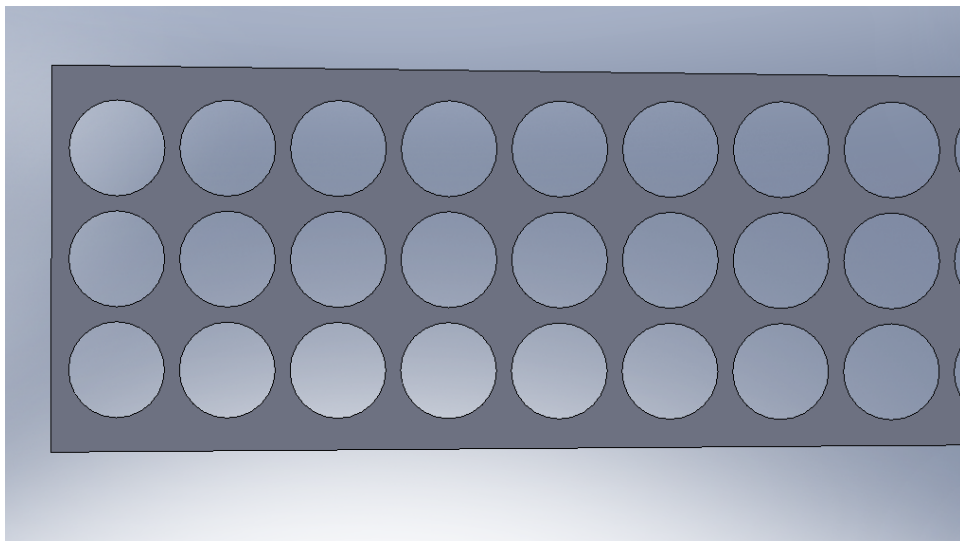


Figura 2.8 Detalle de los conductos en el modelo

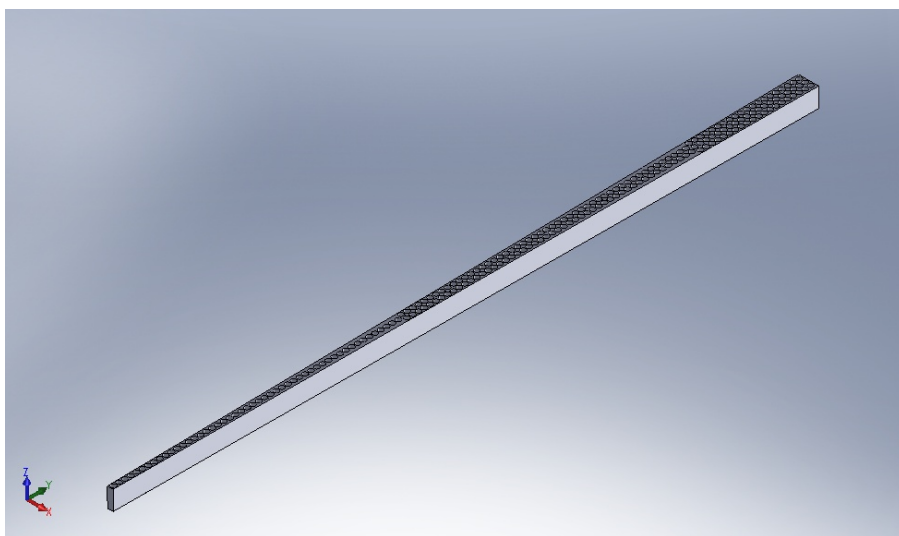


Figura 2.9 vista isométrica del modelo.

El modelo representa una fila de conductos de xilema y floema uno detrás de otro, separados por una distancia constante, esto no es así en la realidad, ya que como hemos visto anteriormente los vasos de la estructura microscópica están distribuidos de manera difusa. El Haya Europea tiene aproximadamente entre 100 y 200 conductos/mm², si tenemos en cuenta que el promedio del diámetro de los vasos está entre 50 y 90 μm , se puede calcular el área ocupada por los conductos. Aproximadamente los conductos ocupan un 65% de media del área total, por lo que al diseñar el modelo se ha tratado que el área ocupada por estos sea esta.

Dentro del modelo, la zona que pertenece al núcleo del tronco (duramen), debido a que no tiene conductos, ya que estos se acaban rellenando de lignina, y que tiene una rigidez mayor que el xilema y el floema. Esta zona se ha simulado de manera que la superficie que hace de frontera entre el núcleo (duramen) y el xilema tiene restringidos todos los grados de libertad.

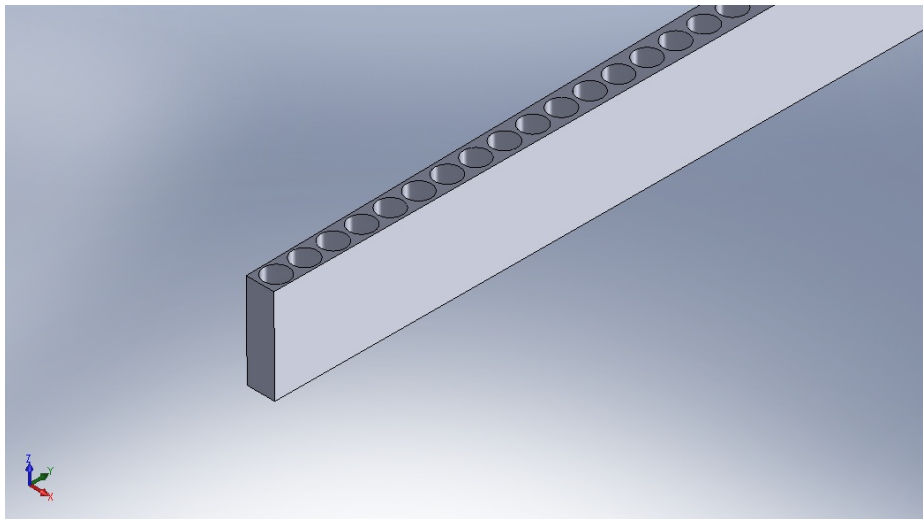


Figura 2.10 Detalle del modelo en la zona del núcleo (duramen)

Debido a la simetría axial del tronco del árbol, los resultados obtenidos en nuestro modelo podrán extrapolarse luego al resto del tronco.

Debido a que se van a realizar diferentes modelos, las dimensiones variaran de unos a otros aunque todos los modelos tendrán unas características parecidas. Todos tendrán la misma forma de cono o sector circular al que se le ha realizado un corte para eliminar la parte equivalente o el radio equivalente al núcleo del árbol. Todos tienen un ángulo pequeño, nunca mayor de 2° de circunferencia, además la altura del modelo, es decir la longitud en la dirección Z, no será mayor de la décima parte de la longitud en la dirección radial (Y).

La corteza interior o floema en relación al xilema es una mucho más fina, es decir, su dimensión en la dirección radial del árbol es menor. Además la corteza exterior que protege al árbol, a su vez es una capa más fina que la corteza interior. Aunque estas dimensiones cambian de un árbol a otro, se asume que en general se cumplen estas dimensiones. La corteza se ha modelado integrada dentro del modelo de tronco de árbol

MODELADO POR ELEMENTOS FINITOS DEL TRONCO DE UN ARBOL:
COMPORTAMIENTO MECANICO DE XILEMA, FLOEMA Y CORTEZA

y con las mismas propiedades elásticas (modulo de Young, modulo de elasticidad transversal y coeficiente de Poisson).

El modelo ha sido realizado con SolidWorks 2007 SP3.1, programa de diseño en 3D.

3. ELEMENTOS FINITOS

El análisis por elementos finitos ha sido realizado con el programa Algor V23, en el grupo Maqlab de la universidad Carlos III de Madrid.

3.1 MALLADO

Para el estudio por elementos finitos se ha optado por un mallado intermedio aunque ligeramente fino. Al ser un modelo de dimensiones reducidas la malla debe abarcar y cubrir todos los conductos de xilema y floema, por tanto esta debe ser fina, aunque no demasiado para que los nodos resultantes no sean excesivos y se pueda resolver el modelo con facilidad.

El mallado se ha realizado con elementos sólidos 3D tipo hexaedros y tetraedros. El mallado con hexaedros genera menos elementos y menos nudos que el mallado con tetraedros, conveniente para reducir el peso del modelo o el número de operaciones a resolver, pero por el contrario es un mallado más pobre, por tanto se ha optado por mallar el modelo con hexaedros y tetraedros a la vez. En las zonas más sencillas del modelo el programa de elementos finitos malla con hexaedros y en las zonas más complicadas que requieren un mayor número de nodos el programa malla con tetraedros. El modelo se ha mallado finalmente con nodos. 5000 nodos.

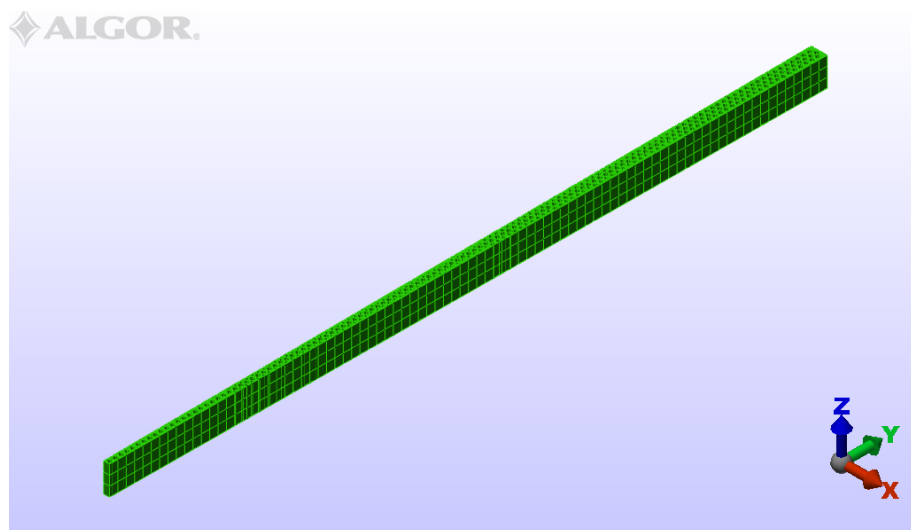


Figura 3.1 Modelo mallado

3.2 TIPO DE ELEMENTO

Un elemento es una representación matemática matricial (denominada matriz de rigidez o de coeficientes) de la interacción entre los grados de libertad de un conjunto de nudos.

Los elementos pueden ser lineales, superficiales, volumétricos o puntuales y pueden estar en espacios bidimensionales o tridimensionales.

El modelo de elementos finitos consta de un cierto número de elementos de forma simple conectados a nudos y sujetos a cargas.

El modelo de tronco de árbol representa una porción cualquiera del árbol en el espacio, por lo que el estudio por elementos finitos deberá ser tridimensional y los elementos que componen el modelo deberán ser de tipo sólido estructural 3D o volumétrico.

Al ser un modelo importado de un programa CAD, los elementos del modelo no pueden ser más simples.

El programa de elementos finitos Algor te da la opción de elegir entre elementos sólidos tipo "Brick" o hexaédricos y elementos sólidos tipo "Tetrahedron" o tetraédricos. Se ha elegido la opción tipo "brick", ya que es la única que permite simular materiales ortotrópicos.

3.3 PROPIEDADES DEL MATERIAL

El modelo representa la estructura de la madera a nivel microscópico, y tanto el xilema como el floema y la corteza tienen unas propiedades elásticas diferentes a este nivel de detalle. Al estudiar el tronco del árbol como un conjunto se han tomado para el estudio por elementos finitos las propiedades macroscópicas de la madera de Haya Europea.

Las propiedades microscópicas de la madera de Haya Europea, es decir, el módulo de Young, el módulo de elasticidad transversal y el coeficiente de Poisson, las desconocemos, pero si sabemos que estas van a ser mayores en valor que las propiedades macroscópicas de la madera a estudiar. Se conocen además las propiedades elásticas de las fibras de la madera y de los componentes de las fibras de la madera, que da una idea de cuáles serán las propiedades de la madera a nivel microscópico. Utilizaremos, por tanto, para nuestro estudio, las propiedades de la madera a nivel macroscópico para después ver cuál sería la tendencia del modelo con unas propiedades que se acerquen más a las propiedades microscópicas buscadas.

El tronco del árbol está compuesto en la dirección radial por una serie de capas de diferentes edades, funciones, y estructuras, que tienen unas propiedades diferentes a las de otras. Teniendo en cuenta que tanto en el xilema como en el floema, las diferentes capas que los forman tienen propiedades similares entre sí, se llega a un tronco de árbol idealizado como un cilindro con dos capas una perteneciente al xilema y otra al floema y con propiedades diferentes entre sí.

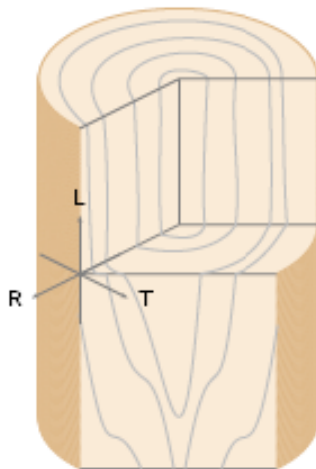


Figura 3.2 Sección del tronco del árbol (www.ifb.ethz.ch)

La elasticidad implica que las deformaciones producidas por tensiones pequeñas desaparecen una vez que se quitan las cargas que generaron esas tensiones y el material vuelve a su estado inicial. Cuando se llegan a tensiones altas las deformaciones son permanentes o se produce la rotura de las fibras de la madera. Las propiedades elásticas del material relacionan la resistencia del material a la deformación bajo una tensión aplicada con la habilidad del material para recuperar sus dimensiones originales cuando se deja de aplicar tensión. Para un material con propiedades elásticas ideales, por debajo del límite elástico, todas las deformaciones son recuperables. La madera no tiene un comportamiento elástico ideal, en el sentido de que ante ciertas deformaciones no recupera su estado original en el momento cuando se deja de aplicar la carga, sin embargo deformaciones residuales son normalmente recuperables después de un periodo de tiempo. Aunque técnicamente se considera la madera un material viscoelástico, normalmente se asume que el comportamiento de la madera es elástico para la mayoría de las aplicaciones ingenieriles. Para un material ortotrópico con distintas propiedades en las direcciones longitudinal, radial y tangencial, las propiedades elásticas vienen definidas por 3 constantes elásticas: modulo de elasticidad (E), modulo de elasticidad transversal (G) y modulo de poisson (μ). El módulo de elasticidad relaciona la tensión aplicada a lo largo de una dirección con la deformación que se produce en la misma dirección.

Los 3 módulos de elasticidad, denominados E_R , E_L y E_T son los módulos de elasticidad a lo largo de la dirección radial, longitudinal y tangencial de los ejes de la madera respectivamente. Los datos han sido obtenidos de la página web del Swiss Federal Institute of Technology of Zurich (Institute for Building Materials). Existen otras fuentes donde obtener las propiedades elásticas del Haya Europea y de otras maderas como por ejemplo *The Elasticity of Wood and Plywood. Forest Products Research Special Report* (Hearmon 1945) o *The wood Handbook* (U.S. Department of Agriculture).

E [MPa]		
L	R	T
14000	2280	1160

Tabla 3.1 Modulo de elasticidad del Haya Europea (www.ifb.ethz.ch)

Cuando un modelo es cargado axialmente, la deformación perpendicular a la dirección de la carga es proporcional a la deformación paralela a la dirección de la carga. El coeficiente de la deformación transversal-axial se llama modulo de Poisson. Los módulos de Poisson se denominan μ_{LR} , μ_{RL} , μ_{TL} , μ_{RT} , μ_{LT} y μ_{TR} . La primera letra se refiere a la dirección de la tensión aplicada y la segunda letra a la dirección de la deformación lateral. Por ejemplo μ_{RL} es el módulo de Poisson para deformaciones a lo largo de la dirección radial causadas por tensiones a lo largo de la dirección longitudinal. La relación entre los coeficientes de Poisson y el modulo de Young es la siguiente:

$$\frac{\mu_{ij}}{E_i} = \frac{\mu_{ji}}{E_j}, \quad i \neq j \quad i, j = L, R, T$$

[-]		
TR	TL	LR
0.708	0.518	0.45

Tabla 3.2 Coeficiente de Poisson del Haya Europea (www.ifb.ethz.ch).

El modulo de elasticidad transversal relaciona la tensión cortante con la deformación cortante. Los tres módulos de elasticidad transversal se denominan G_{LR} , G_{LT} y G_{RT} hacen referencia al plano longitudinal-radial, longitudinal-tangencial y radial-tangencial respectivamente.

G [MPa]		
TR	TL	LR
465	1080	1640

Tabla 3.3 Modulo de elasticidad transversal del Haya Europea (www.ifb.ethz.ch)

Se ha tomado el comportamiento del material como lineal y elástico, que queda

validado ya que las deformaciones producidas en las paredes de las células por las tensiones del agua son muy pequeñas.

3.4 CONDICIONES DE CONTORNO

Teniendo en cuenta que nuestro modelo tiene simetría radial, el eje del cilindro será fijo por lo que los nodos situados en esta parte del modelo tendrán restringidos todos los grados de libertad, excepto el desplazamiento en la dirección longitudinal.

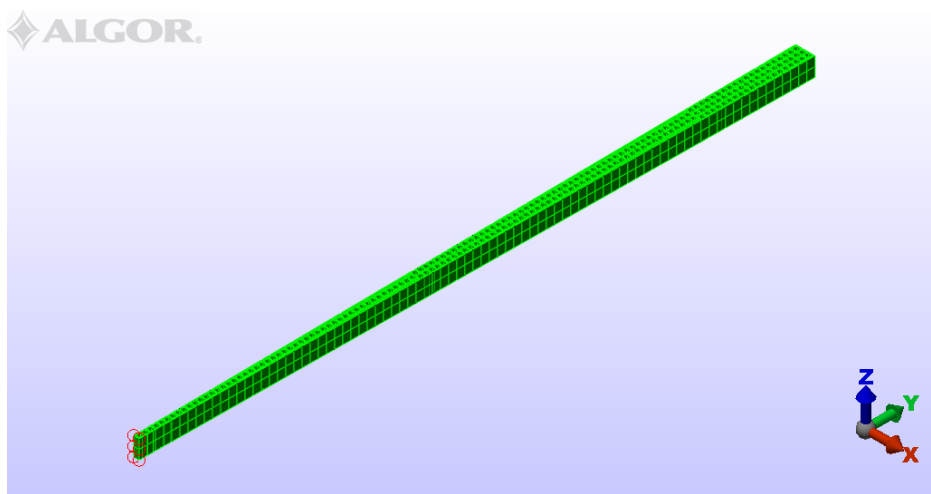


Figura 3.3 Restricción de todos los grados de libertad excepto el desplazamiento en la dirección longitudinal, en el eje interior del tronco del árbol.

Se despreciarán los esfuerzos cortantes en el modelo, por lo que no se producirá ninguna torsión, y por tanto, los desplazamientos en la dirección tangencial serán nulos. Como condición de contorno en el programa de elementos finitos, se ha restringido el movimiento en la dirección tangencial (X) del plano radial-longitudinal (ZY).

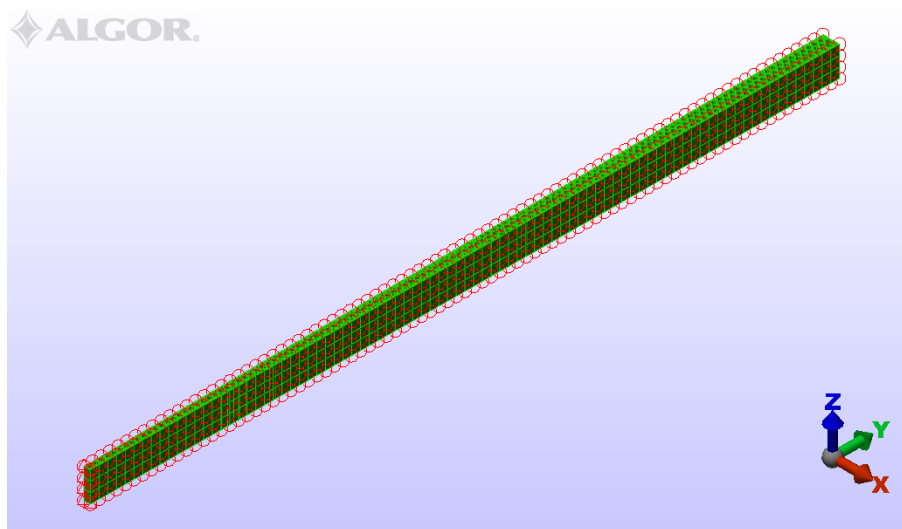


Figura 3.4 Restricción del movimiento en la dirección tangencial (X) en el modelo.

Suponemos también que los desplazamientos longitudinales son uniformes en el plano radial-tangencial, por lo que una sección de árbol se mantendrá plana durante las deformaciones.

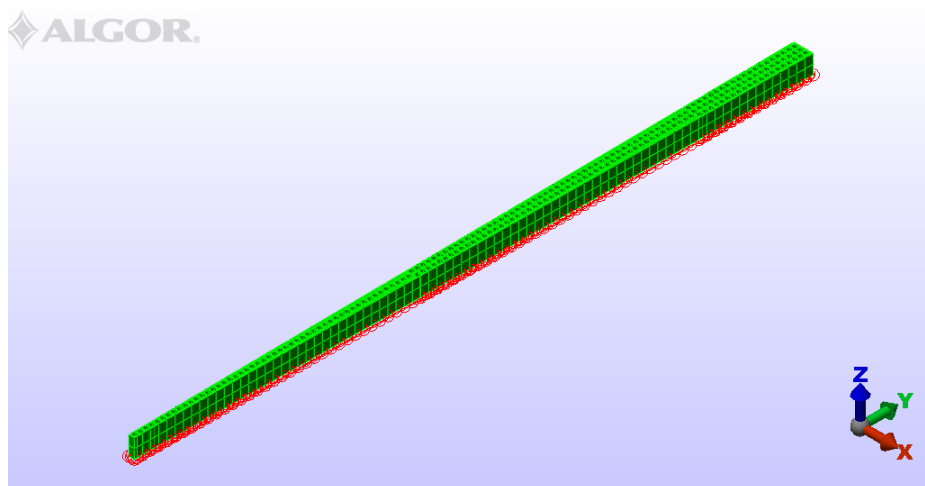


Figura 3.5 Restricción del movimiento en el plano inferior XY del modelo

Para que las condiciones de contorno queden bien definidas hay que restringir otro grado de libertad, ya que de momento el modelo puede desplazarse en la dirección longitudinal (Z), para solucionar esto se ha restringido la superficie inferior XY del modelo, ya que la madera que se encuentra por debajo del modelo es madera comprimida por el peso del árbol que tiene por encima y por tanto este plano no se moverá.

Como se ha mencionado anteriormente, debido al mecanismo de transpiración del árbol,

al agua en su ascenso hacia las hojas produce unas tensiones en las paredes de los conductos del xilema. Se ha hecho un estudio con diferentes configuración de presiones en xilema y floema, estudiando el comportamiento del modelo tanto con presiones positivas que van desde la presión existente en el estado de reposo hasta 0,6 MPa, como con presiones negativas que van desde la presión de reposo hasta presiones negativas de 1 MPa.

Cuando el árbol está en reposo, es decir, cuando no se produce transpiración, el flujo a través de los conductos se para y la columna de agua descansa entonces sobre si misma. Teniendo en cuenta el peso de la columna de agua que habrá por encima del modelo en cada uno de los conductos, se ha calculado cuál sería la presión actuante dentro del conducto para el estado de reposo. Por ejemplo para un modelo de árbol de 10 mm de diámetro, la parte correspondiente de árbol que tendría por encima si el modelo se encuentra en la base de este sería de 1m de altura. El peso de la columna de agua sería entonces aprox. 0,01MPa.

La presión actuante en el interior del conducto en el estado de reposo sería la suma de la presión atmosférica más la presión de la columna de agua.

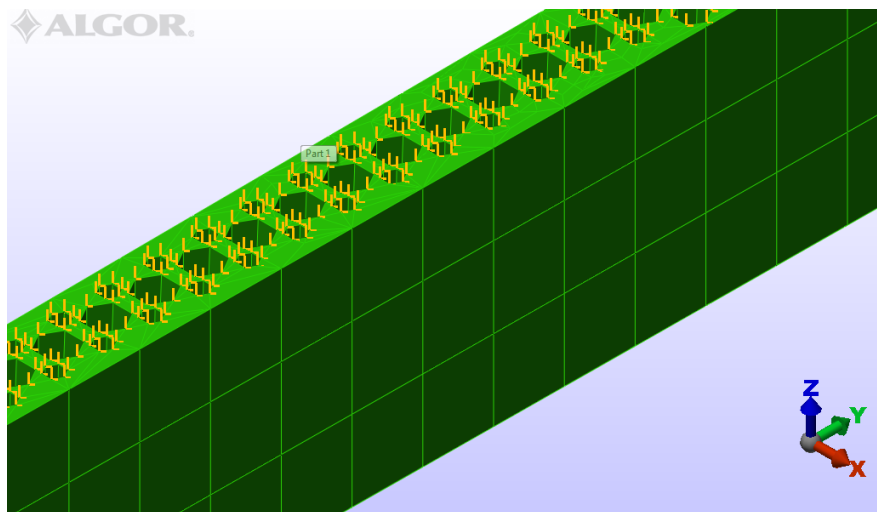


Figura 3.6 Presión actuante sobre los conductos

Otra fuerza actuante en el modelo, son las reacciones entre nuestro modelo y el resto del árbol, tanto en la cara superior como en la cara inferior del plano Radial-Tangencial, perpendicular a la dirección longitudinal. Al ser un modelo en 3D esta se ha modelado como una presión actuante en las dos caras citadas. Para estimar el valor de dicha fuerza se ha tenido en cuenta las dimensiones del modelo y la parte del árbol que está por encima y cuyo peso tiene que soportar el modelo. El peso del modelo es despreciable frente al peso de la parte de árbol que está por encima por lo que las dos reacciones tienen el mismo valor pero sentidos opuestos, es decir, en la superficie superior dicha presión actúa hacia abajo y en la superficie inferior actúa hacia arriba.

El valor de dicha presión será la suma de la presión atmosférica más el valor del peso de

la parte de árbol correspondiente que queda por encima.

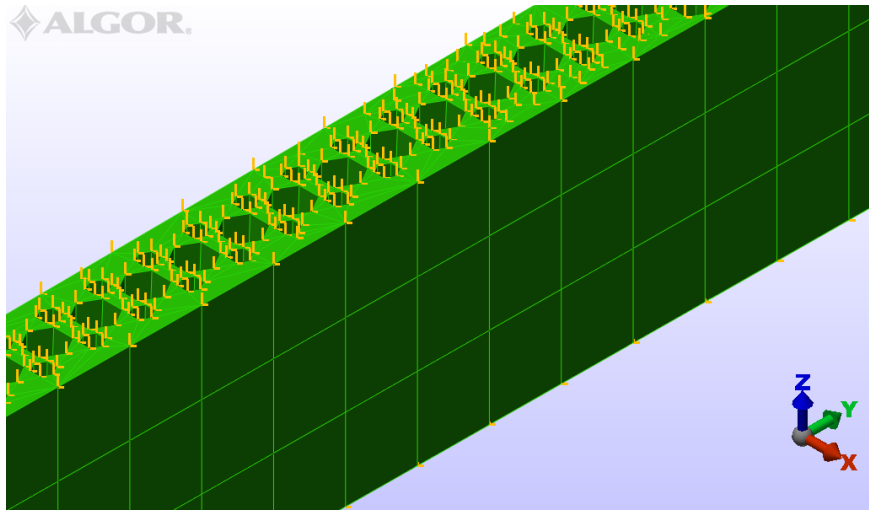


Figura 3.7 Fuerzas actuantes en la dirección longitudinal

En el tronco del árbol, la presión atmosférica actúa en la corteza, para representar la presión atmosférica en el modelo se ha aplicado una presión del mismo valor sobre la superficie equivalente. En la figura 3.7 se aprecia en amarillo la presión atmosférica actuante sobre el modelo.

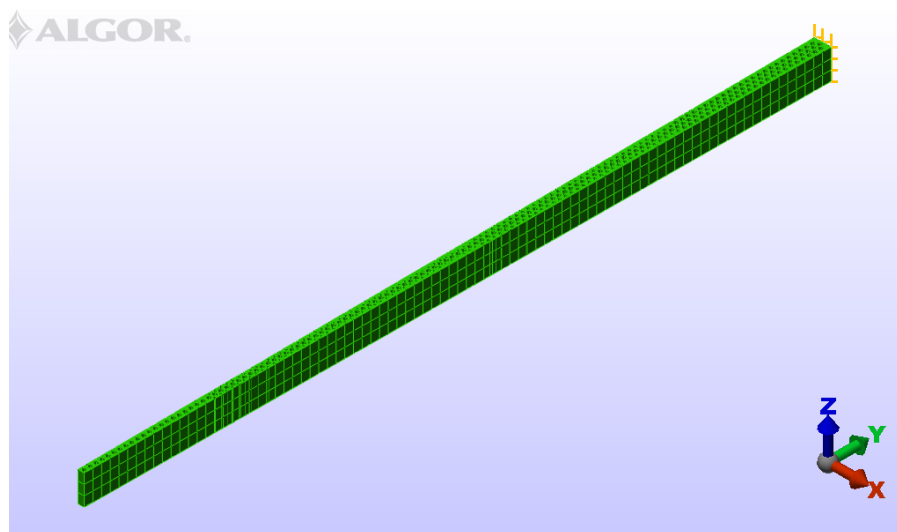


Figura 3.8 Presión atmosférica

MODELADO POR ELEMENTOS FINITOS DEL TRONCO DE UN ARBOL:
COMPORTAMIENTO MECANICO DE XILEMA, FLOEMA Y CORTEZA

Se estudiarán dos casos de configuraciones de presiones, la primera será con presiones positivas en xilema y floema, en realidad no se tienen constancia de que esto pase, pero se estudiará este caso para compararlo con el estudio de Alméras (Strains inside a inner bark of a stem submitted to a change in hydrostatic pressure), en el que induce presión positiva artificial en una planta joven de Haya Europea. El otro caso a estudiar es con presión negativa en el xilema manteniendo constante la presión en el floema, que es el comportamiento que se cree que tiene la planta durante el día.

4 RESULTADOS

4.1 MODELO 1

Las dimensiones del modelo estudiado son las siguientes:

Radio (mm)	50
Longitud xilema y floema (mm)	34
Altura (mm)	0,5
Angulo (°)	0,4

Tabla 4.1 Dimensiones del modelo 1

El modelo tiene un radio de 50 mm, lo que equivaldría a un tronco de árbol de 100 mm de diámetro. El xilema y el floema siguen el mismo patrón que los otros modelos, aunque en el Haya Europea los conductos son difusos y agrupados en pequeñas series o de manera aleatoria, se han modelado siguiendo una misma configuración en la que los conductos están ordenados uno detrás de otro a una distancia constante. Se ha comenzado con 3 columnas de conductos de 0,04 mm de radio o 40 μm de radio, ya que el diámetro de los conductos varía entre 0,45 μm y 90 μm de diámetro estaría dentro de los valores aceptables.

El modelo no refleja las células llamadas parénquima apotraqueal, que pueden hacer funciones de conducción. En el modelo se ha mantenido el área que ocupan los conductos de la superficie total del tronco, ya sean conductos propiamente o células parenquimáticas, en el Haya Europea. Esta área es variable, pero tiene un valor medio aproximado de un 65% del área total.

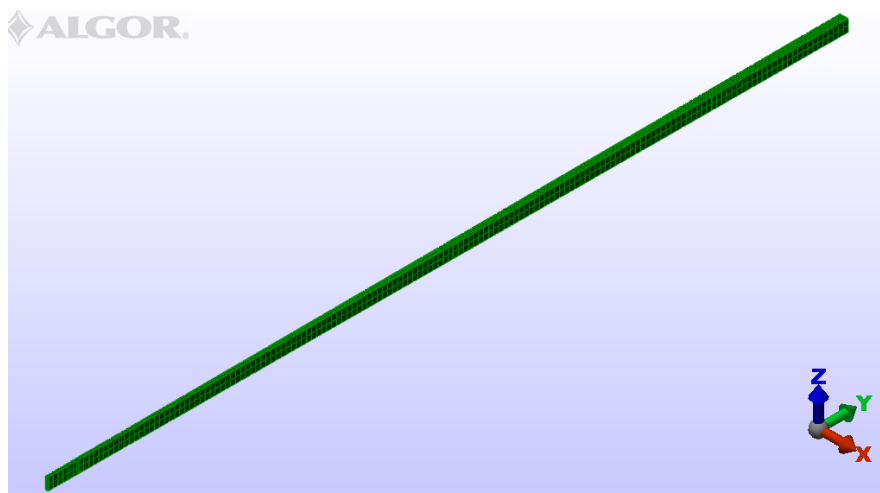


Figura 4.1 Vista isométrica del modelo 2

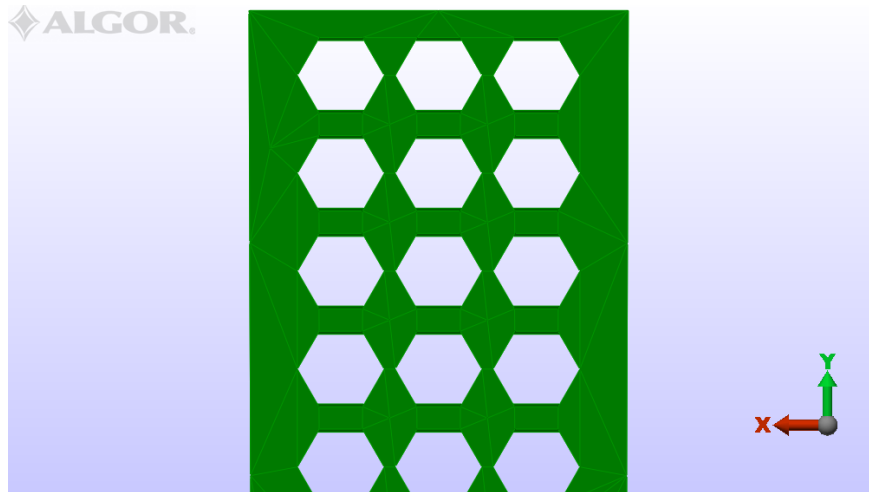


Figura 4.2 Vista frontal del modelo 2 (Plano XY)

Como se puede apreciar en la Figura 4.2 el programa de elementos finitos al realizar el mallado convierte la forma circular de los conductos en forma hexagonal.

Primero se ha realizado un estudio con el programa de elementos finitos, en el que la configuración de presiones es la misma tanto para xilema y floema. La presión inicial es la que tiene el modelo en el estado de reposo y se va incrementando hasta una presión de 0,6 MPa.

La presión en el estado de reposo en el modelo, depende de la parte de árbol que el modelo tendría por encima. Siendo el diámetro de nuestro modelo de árbol de 10 cm, suponemos que la parte de árbol que habría por encima de nuestro modelo sería de unos 5 m, por tanto el peso de la columna de agua dentro de un conducto sería de 0,05 MPa, esto sumado a la presión atmosférica, queda una presión dentro del conducto de 0,15 MPa. Se desprecia la variación de presión dentro del conducto por ser la altura de este muy pequeña, y por tanto se toma la presión como constante.

El peso al que está sometido el modelo debido a la parte de árbol que queda por encima también depende de las dimensiones de este. Suponiendo una densidad media de nuestro árbol de 680 Kg/mm^3 , la presión que soporta nuestro modelo debido al peso del árbol es de 0,04 MPa, sumado a la presión atmosférica, la presión total que soporta el modelo es de 0,14 MPa.

Los resultados del cálculo por elementos finitos, que han sido tomados en la superficie exterior del modelo, es decir, la superficie del plano ZX más alejada según la dirección radial (Y), son los siguientes:

MODELADO POR ELEMENTOS FINITOS DEL TRONCO DE UN ARBOL:
COMPORTAMIENTO MECANICO DE XILEMA, FLOEMA Y CORTEZA

Xilema (MPa)	Floema (MPa)	Desplazamiento radial (μm)	Deformación tangencial ($\mu\text{m}/\text{m}$)
0	0	0	0
0,2	0,2	3,712	89,317
0,4	0,4	7,424	178,633
0,6	0,6	11,137	267,950

Tabla 4.2 Resultados del cálculo por elementos finitos con presiones positivas

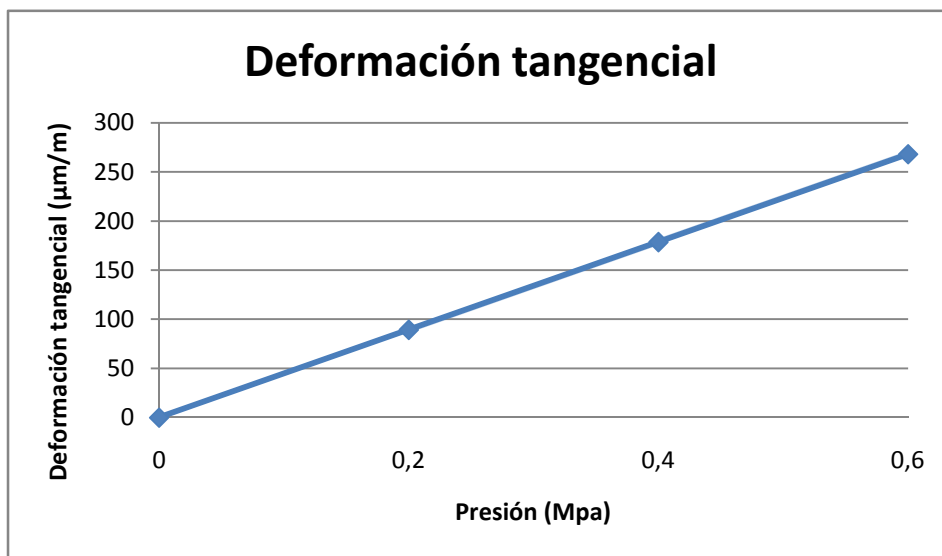


Figura 4.3 Deformación tangencial con presiones positivas en xilema y floema para el modelo 1.

La Figura 4.3 representa la evolución de la deformación tangencial respecto a una presión positiva creciente del mismo valor en xilema y floema. Las deformaciones tangenciales en el modelo crecen de manera casi lineal a medida que crece la presión.

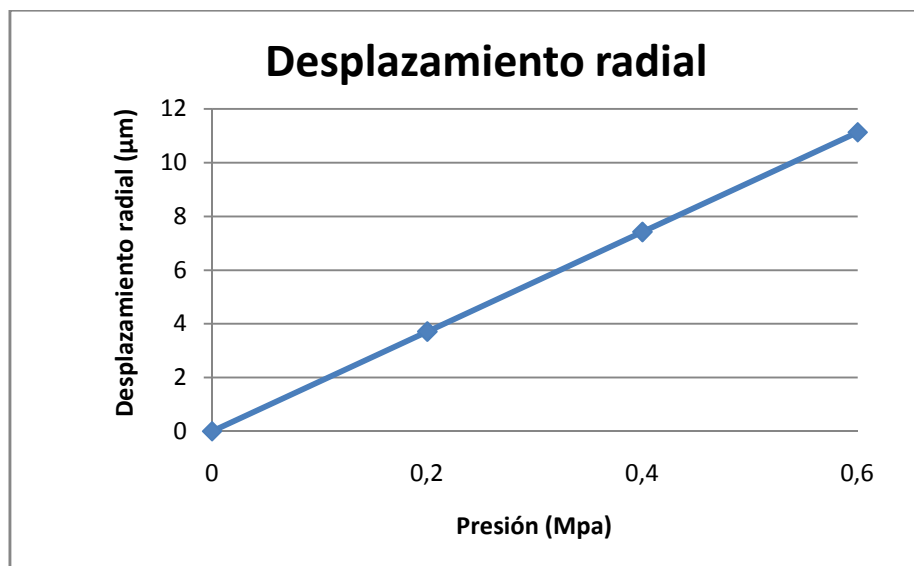


Figura 4.4 Desplazamiento radial con presiones positivas en xilema y floema para el modelo 1.

La Figura 4.4 representa la evolución del desplazamiento en la dirección radial del modelo en función de la presión existente en los conductos de xilema y floema.

La evolución del desplazamiento radial es creciente según va aumentando la presión, al principio este desplazamiento es mayor, pero después este se va haciendo más pequeño a medida que va aumentando la presión, por tanto no sigue un comportamiento lineal.

Se ha realizado otro estudio por elementos finitos en el que la configuración de presiones en xilema y floema es diferente. En el floema la presión se ha establecido en 0,15 MPa, que es la presión del estado de reposo. La presión del xilema se ha ido variando, desde la presión del estado de reposo hasta una presión negativa de -1 Mpa.

El estado de reposo también se ha tomado como referencia, y los desplazamientos producidos con dicha presión se han tomado como cero, para calcular a partir de estos el resto de valores como un incremento. Además se ha tenido en cuenta que durante el día el flujo de floema es continuo, lo que produce un aumento de presión en los conductos pertenecientes al floema que se ha estimado en 0,01 Mpa.

Los resultados obtenidos son los siguientes:

Xilema (Mpa)	Floema (Mpa)	Desplazamiento radial (µm)	Deformación tangencial (µm/m)
0	0	0	0
-0,2	0,01	-2,79	-59,12
-0,4	0,01	-5,73	-121,91
-0,6	0,01	-8,67	-184,69
-0,8	0,01	-11,61	-247,48
-1	0,01	-14,54	-310,26

Tabla 4.3 Resultados con presiones negativas en el xilema para el modelo 1.

El efecto de la tensión negativa en el xilema produce una contracción en el modelo, como se deduce del gráfico de los desplazamientos radiales. La relación entre desplazamiento radial y presión en los conductos es lineal.

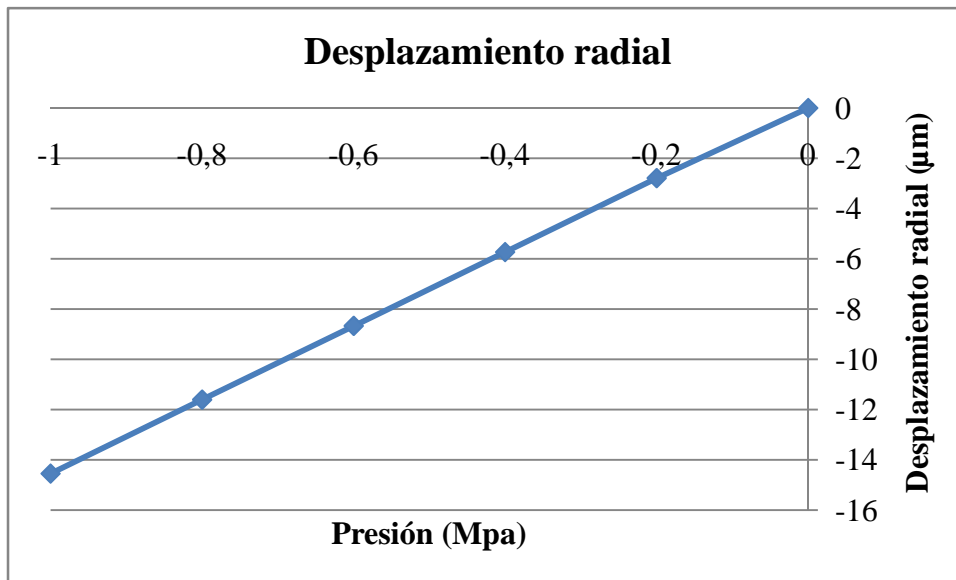


Figura 4.5 Desplazamiento radial con presiones negativas en el xilema para el modelo 1.

El gráfico de desplazamiento radial nos muestra la relación entre el desplazamiento radial del modelo y la presión en xilema y floema. Dicha relación es lineal y a media que la presión en el xilema se hace más negativa, aumenta la contracción del modelo.

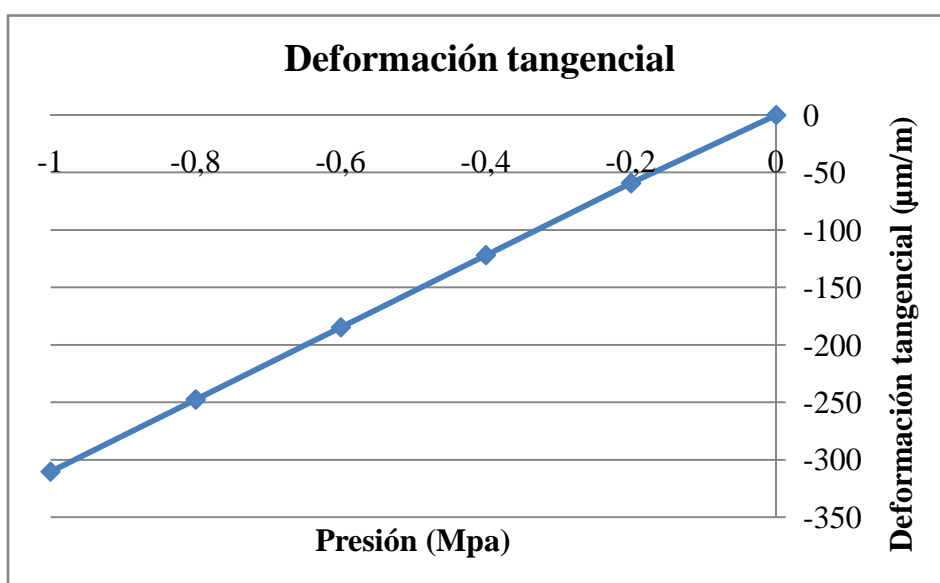


Figura 4.6 Deformación tangencial con presiones negativas en el xilema para el modelo1.

La relación entre la deformación tangencial y la presión en los conductos es lineal, al igual que pasa con los desplazamientos radiales. A medida que la presión se hace más negativa en el xilema, la deformación tangencial se hace más negativa.

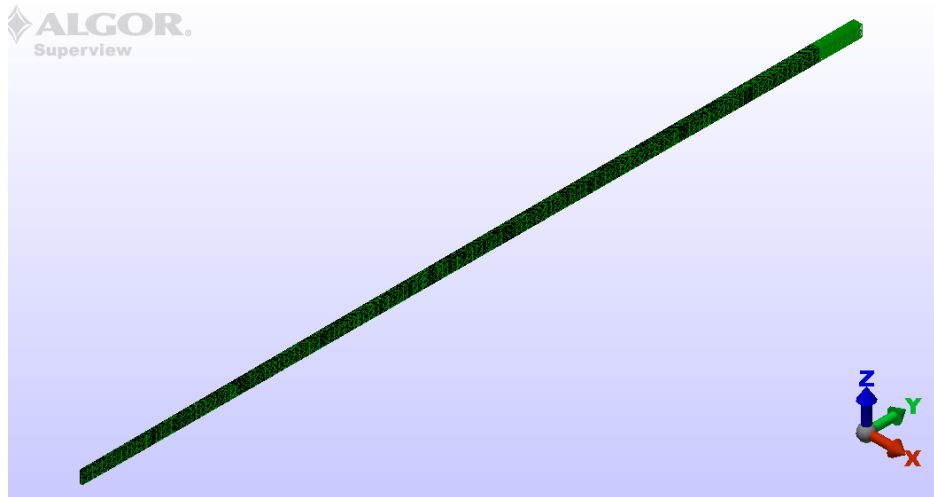


Figura 4.7 Deformada del modelo con presiones negativas en el xilema.

La Figura 4.7 muestra en verde oscuro el modelo deformado y en verde claro el modelo sin deformar, se aprecia la contracción del modelo producido por las presiones negativas en el xilema.

4.2 MODELO 2

Las dimensiones del modelo son las siguientes:

Longitud radial (mm)	5
Longitud xilema y floema (mm)	3,6
Altura (mm)	0,1
Angulo (°)	1,2

Tabla 4.4 Dimensiones del modelo 2

El modelo sigue la misma configuración que el modelo anterior, con la diferencia que este representa el tronco de un árbol joven, un retoño de 1 cm de diámetro y de 1m de alto, por lo que el modelo tiene 5 mm de radio.

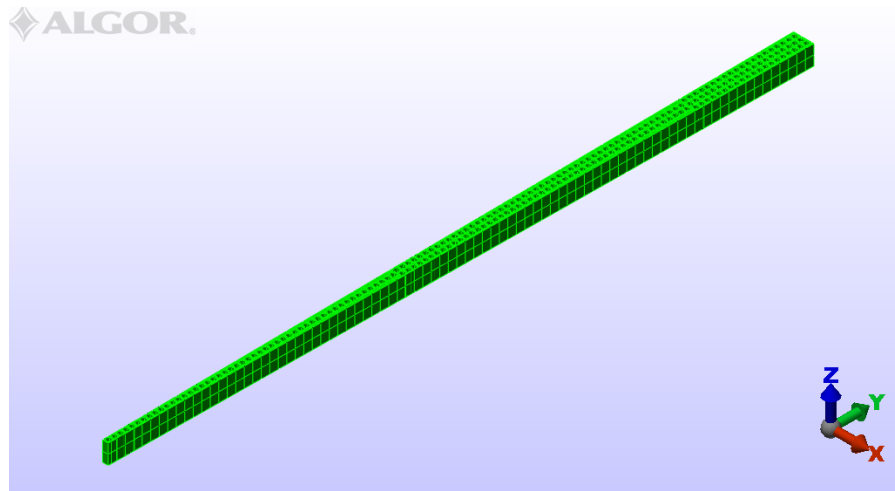


Figura 4.8 Vista isométrica del modelo 2.

La configuración de los conductos del xilema ha sido la misma que en los otros modelos, conductos en líneas paralelas una detrás de otra.

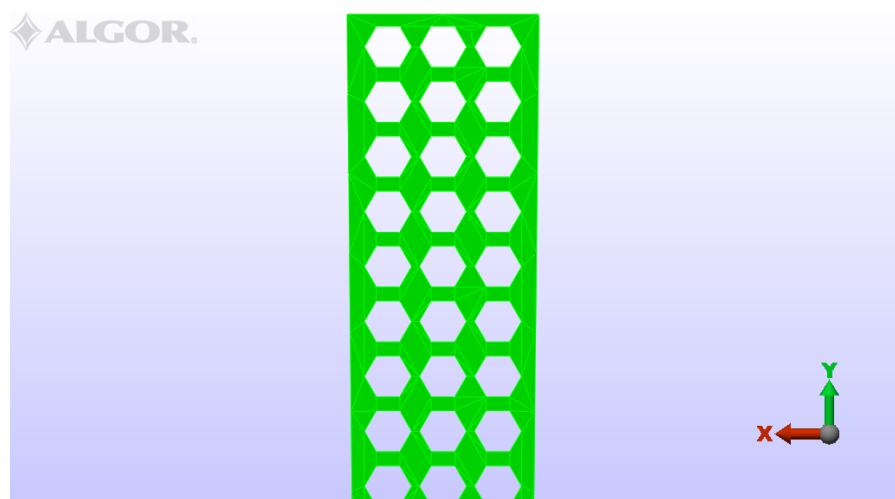


Figura 4.9 Vista frontal del modelo 2.

Primero se ha estudiado la evolución del desplazamiento radial y la deformación tangencial con presiones positivas en el xilema, y se han comparado los resultados con los de Almería. Después se ha estudiado el comportamiento del modelo con presiones negativas solo en el xilema, como consecuencia de la transpiración del árbol, además se ha incrementado ligeramente la presión en el floema debido al flujo de floema desde las hojas hacia abajo.

Así mismo se ha tomado como referencia el estado de reposo, que en este modelo se ha estimado en 0,11 MPa para la presión en los conductos y 0,108 MPa para la presión en

MODELADO POR ELEMENTOS FINITOS DEL TRONCO DE UN ARBOL:
COMPORTAMIENTO MECANICO DE XILEMA, FLOEMA Y CORTEZA

el plano XY, por lo que los resultados obtenidos son incrementos respecto a este estado de reposo.

Los resultados obtenidos del cálculo con presiones positivas tanto en xilema como en floema son los siguientes:

Xilema (MPa)	Floema (MPa)	Desplazamiento radial (μm)	Deformación tangencial ($\mu\text{m}/\text{m}$)
0	0	0	0
0,2	0,2	0,61	259,75
0,4	0,4	1,21	519,51
0,6	0,6	1,82	779,26

Tabla 4.5 Resultados del cálculo por elementos finitos con presiones positivas

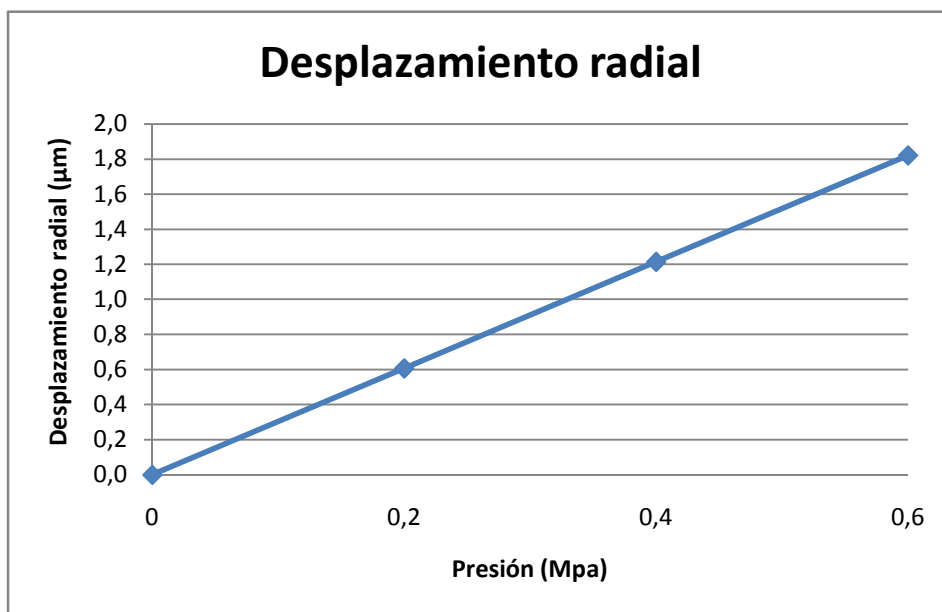


Figura 4.10 Desplazamiento radial (mm) con presión positiva en el xilema y floema para el modelo 2.

La Figura 4.10 mide la relación entre el desplazamiento radial y la evolución de la presión en xilema y floema, desde 0 Mpa hasta 0,6 Mpa. La relación es lineal, por lo que a medida que aumenta la presión, el desplazamiento medido en la dirección radial aumenta linealmente.

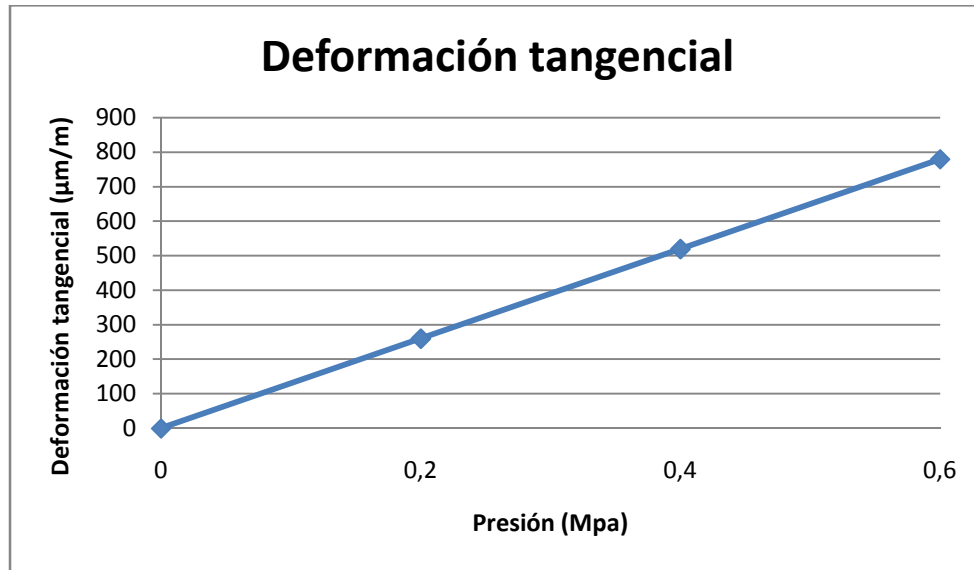


Figura 4.11 Deformación tangencial con presiones positivas en xilema y floema para el modelo 2.

Este gráfico mide la relación entre la deformación tangencial y la evolución de la presión positiva en xilema y floema. Dicha relación es lineal, es decir, a medida que aumenta la presión aumenta proporcionalmente la deformación tangencial.

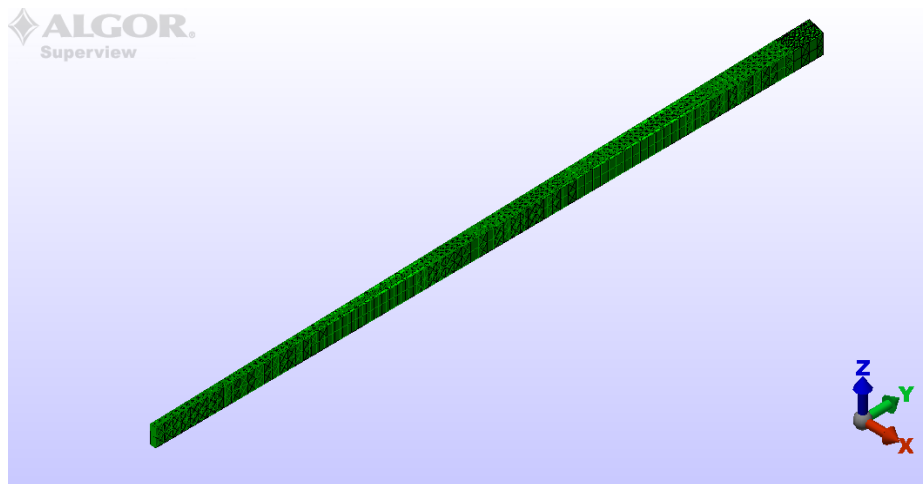


Figura 4.12 Deformada del modelo con presiones positivas en xilema y floema.

En la Figura 4.18 se puede apreciar la deformación del modelo cuando existen presiones positivas en el xilema y el floema. En verde claro está representado el modelo sin deformar y en verde oscuro el modelo deformado. Cuando el modelo se somete a presión este se expande en dirección radial. Llevado al tronco de árbol, esto representa el hinchamiento que se produce en el tronco con presiones positivas. La imagen no representa un valor real de deformación solo es una representación del comportamiento. Además se han tomado datos de la deformación tangencial producida en el xilema, que junto que los datos de deformación tangencial en el floema se han comparado con los

obtenidos por Alm eras:

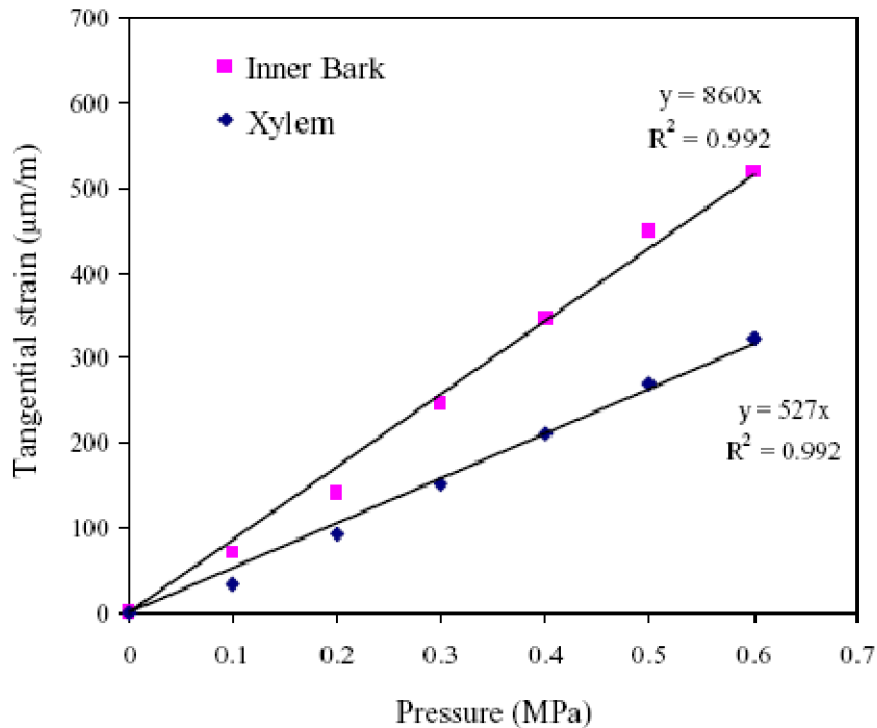


Figura 4.13 Deformaci3n en xilema y floema con presi3n artificial positiva medida experimentalmente por Alm eras.

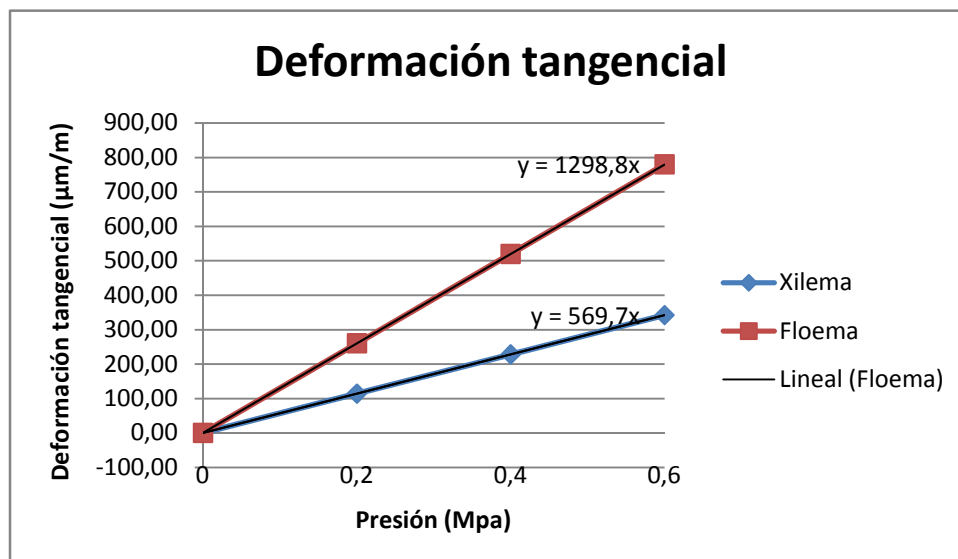


Figura 4.14 Deformaci3n tangencial en xilema y floema obtenida con análisis por elementos finitos.

La gráfica 4.13 representa la deformaci3n tangencial obtenida por Alm eras en su estudio experimental mediante galgas extensiométricas colocadas en el tronco del árbol,

haciendo una incisión en este. La gráfica 4.14 representa la misma deformación obtenida por análisis finitos. Las deformaciones tanto del xilema como del floema son del mismo orden en los dos estudios, aunque los resultados difieren, debido a las propiedades del material utilizadas. En el estudio por elementos finitos se ha asumido que xilema y floema tienen las mismas propiedades. Alméras en su estudio experimental obtiene que el floema se deforma más que el xilema, por lo que el xilema será más rígido que el floema..

Los resultados obtenidos manteniendo la misma presión en el floema pero variando la presión en el xilema hasta -1 Mpa, son los siguientes:

Xilema (MPa)	Floema (MPa)	Desplazamiento radial (μm)	Deformación tangencial ($\mu\text{m}/\text{m}$)
0	0	0,0	0,0
-0,2	0,01	-0,454	-80,717
-0,4	0,01	-0,916	-169,929
-0,6	0,01	-1,377	-259,142
-0,8	0,01	-1,838	-348,354
-1	0,01	-2,300	-437,566

Tabla 4.6 Resultados del cálculo por elementos finitos con presiones negativas en el xilema.

Con presiones negativas en el xilema, el desplazamiento radial que se produce en el exterior del modelo es negativo, este se contrae.

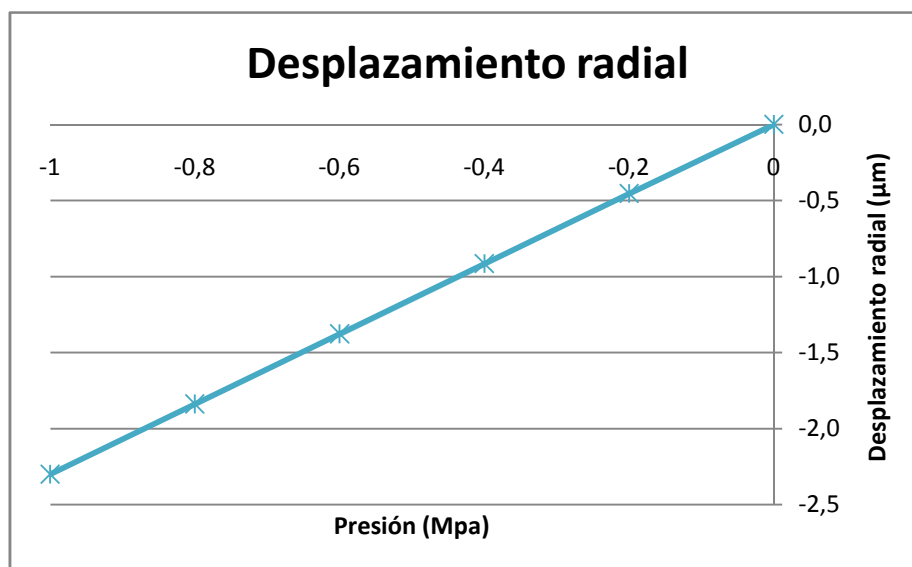


Figura 4.15 Desplazamiento radial del modelo 2 cuando la presión es de -1 Mpa en el xilema y de 0,12 Mpa en el floema.

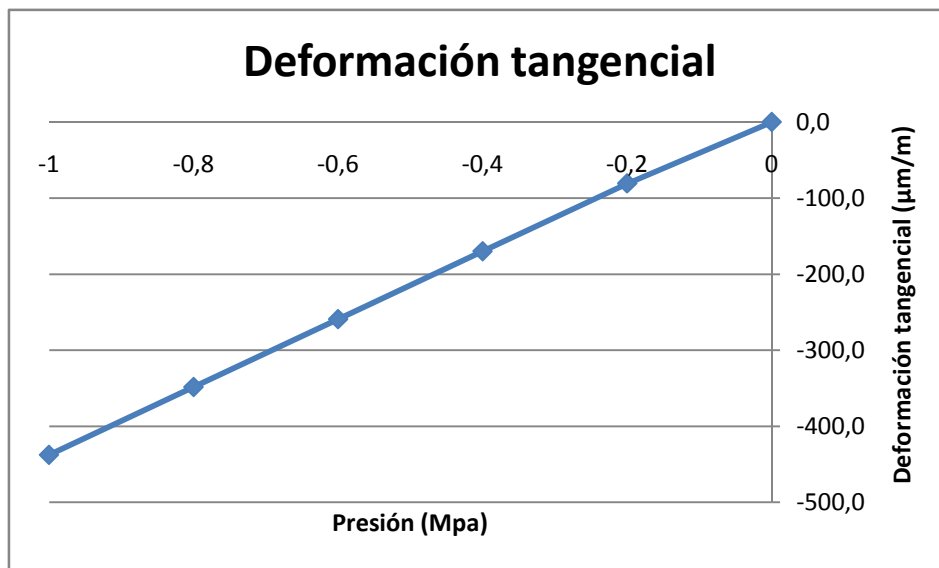


Figura 4.16 Deformación tangencial del modelo 2 cuando la presión es de -1 Mpa en el xilema y de 0,12 Mpa en el floema.

La deformación tangencial cuando la presión en el xilema es negativa evoluciona de manera lineal, de tal manera que a medida que la presión en el xilema se hace más negativa el desplazamiento radial se hace también más negativo. Por tanto un cambio de presión en el xilema sí que produce un efecto apreciable en el exterior del modelo.

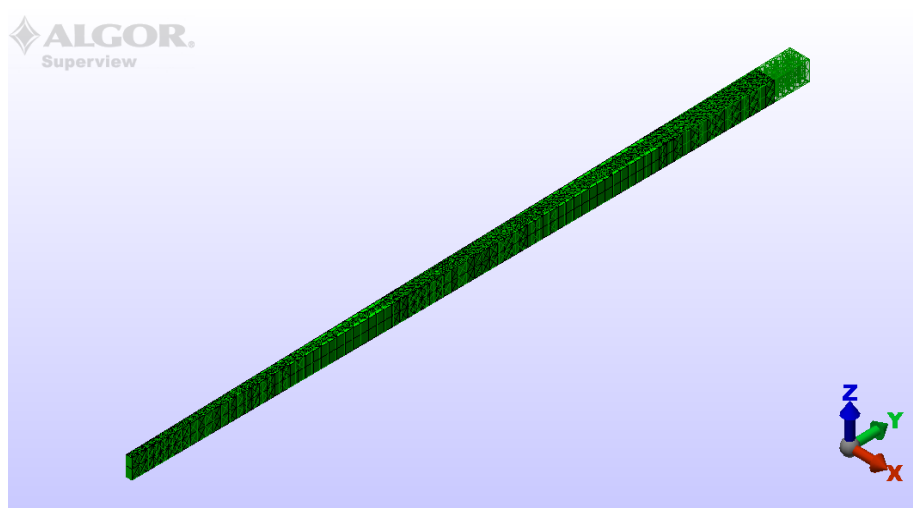


Figura 4.17 Deformada del modelo con presiones negativas en el xilema.

En verde claro está representado el modelo sin deformar y en verde oscuro en modelo deformado, se aprecia como el modelo se contrae como resultado de la presión negativa en el xilema. La contracción producida en la imagen es solo una representación del comportamiento, no del desplazamiento real producido.

Durante el día la planta recibe luz constantemente y se produce la transpiración de la planta a través de las hojas, esto crea un potencial hídrico negativo dentro de los conductos del xilema por lo que el agua asciende desde las raíces hasta las hojas debido a estas presiones negativas. Por la noche cuando la transpiración cesa la columna de agua descansa sobre sí misma creando una presión en los conductos a la cual se ha denominado estado de reposo o presión de reposo.

Sin embargo, si por la noche el tronco del árbol está permanentemente en el estado de reposo, por el día los conductos de xilema están sometidos a una presión negativa, mientras que los conductos del floema están sometidos a la presión que ejerce la columna de agua sobre estos que será la presión del estado de reposo más una pequeña sobrepresión producida por el flujo de savia a través estos.

Por tanto, el ciclo día-noche, con sus horas de luz y oscuridad crea en la planta unas variaciones en la presión de los conductos. Por la noche, como se ha mencionado antes, el árbol está en reposo, pero por el día la presión en el xilema puede bajar hasta -1 Mpa.



Figura 4.18 Evolución de la deformación tangencial en el floema a lo largo del día

La Figura 4.18 muestra la evolución de las deformaciones tangenciales medidas en el extremo del modelo como función de la hora del día, y la Figura 4.19 mide el desplazamiento radial que se produce en el modelo dependiendo de la hora del día. La presión en el xilema y en el floema dependiendo de la hora del día que se ha utilizado para calcular las gráficas 4.18 y 4.19 se representa en la Figura 4.20, pero esta es aproximada, ya que depende del día del año en que se mida y de la planta en cuestión.



Figura 4.19 Evolución del desplazamiento radial medido en el floema con respecto a la hora del día.

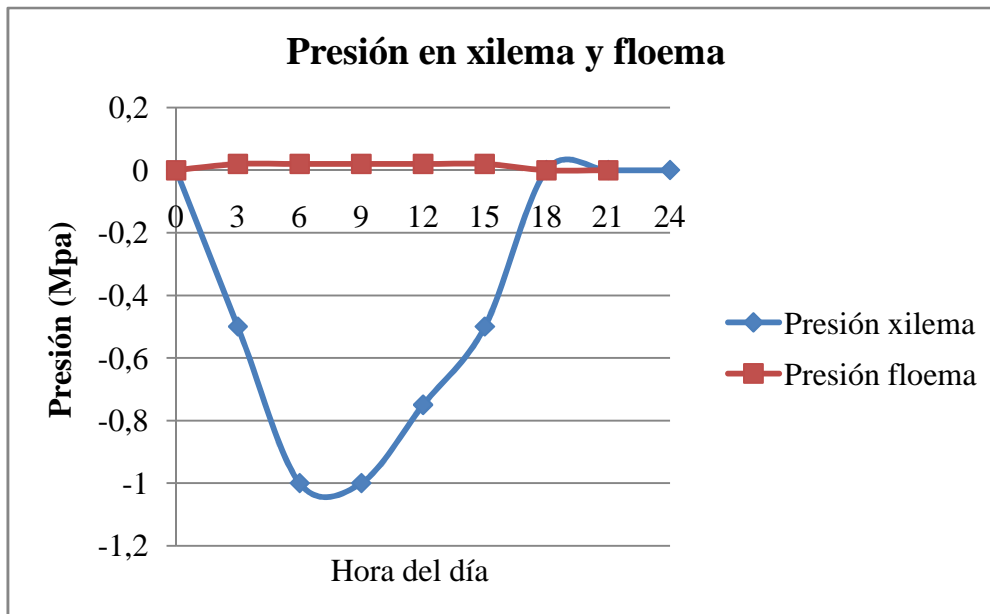


Figura 4.20 Evolución de la presión a lo largo del día

Se ha estudiado el comportamiento del modelo cuando se cambian las propiedades elásticas del material, en este caso el modulo de Young y el modulo de elasticidad transversal, que se han multiplicado por 2 y por 3. Los resultados obtenidos son los siguientes:

MODELADO POR ELEMENTOS FINITOS DEL TRONCO DE UN ARBOL:
COMPORTAMIENTO MECANICO DE XILEMA, FLOEMA Y CORTEZA

Estado	1	2	3
Xilema (MPa)	0,6	0,6	0,6
Floema (MPa)	0,6	0,6	0,6
E_L (Mpa)	14000	28000	42000
E_R (Mpa)	2280	4560	6840
E_T (Mpa)	1160	2320	3480
G_{TR} (Mpa)	465	930	1395
G_{TL} (Mpa)	1080	2160	3240
G_{LR} (Mpa)	1640	3280	4920
Deformación tangencial ($\mu\text{m}/\text{m}$)	779,25	359,37	213,97

Tabla 4.7 Resultados del cálculo por elementos finitos cambiando las propiedades del material en el modelo 2.

El primer valor se ha calculado con las propiedades macroscópicas del Haya Europea, es decir, modulo de Young, modulo de rigidez y coeficiente de Poisson, en el estado 2, se han multiplicado el modulo de Young y el modulo de rigidez por dos y el tercero dichas propiedades multiplicadas por 3. El coeficiente de Poisson se ha mantenido constante en los 3 estudios debido a que este no varía de manera considerable al pasar de la estructura macroscópica a la microscópica.

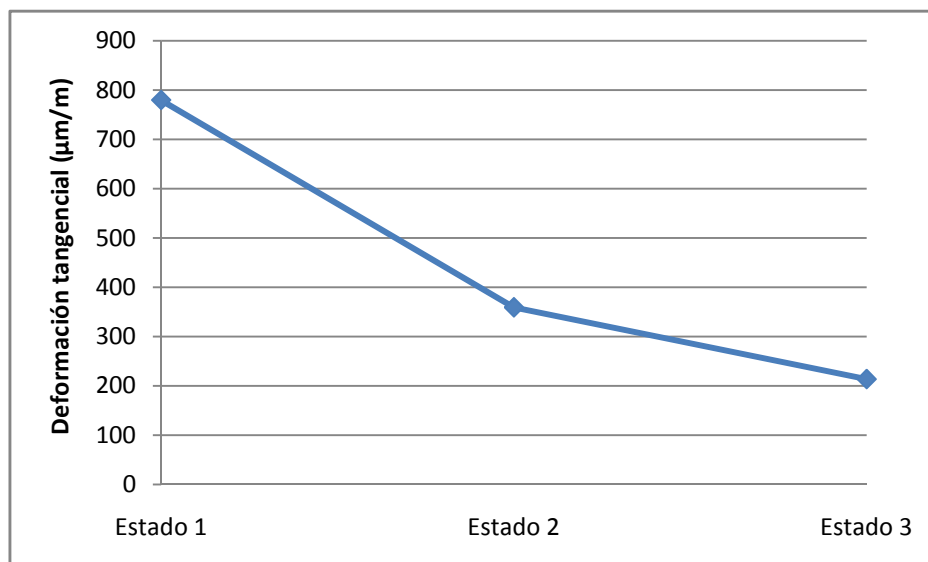


Figura 4.21 Deformación tangencial variando el modulo de Young y el modulo de rigidez del modelo 2.

La Figura 4.21 indica la variación de la deformación tangencial cuando varía el modulo

de Young y el modulo de rigidez. En el estado 1 las propiedades utilizadas son las macroscópicas para un estado de carga en el que la presión en el xilema y en el floema es de 0,6 Mpa. En el estado 2, el modulo de Young y el de rigidez se multiplican por 2 y en el estado 3 se multiplican por 3. A medida que el modelo se hace más rígido, se deforma menos. Comparando los datos de la gráfica con los resultados que obtiene Alméras en su estudio experimental se puede estimar las propiedades elásticas microscópicas. La deformación tangencial que mide Alméras para la misma presión es $516 \mu\text{m}/\text{m}$, por lo que las propiedades buscadas se aproximarán más al estado 2 que al estado 1. En el anexo 1 se calculan numéricamente las propiedades elásticas microscópicas ajustadas.

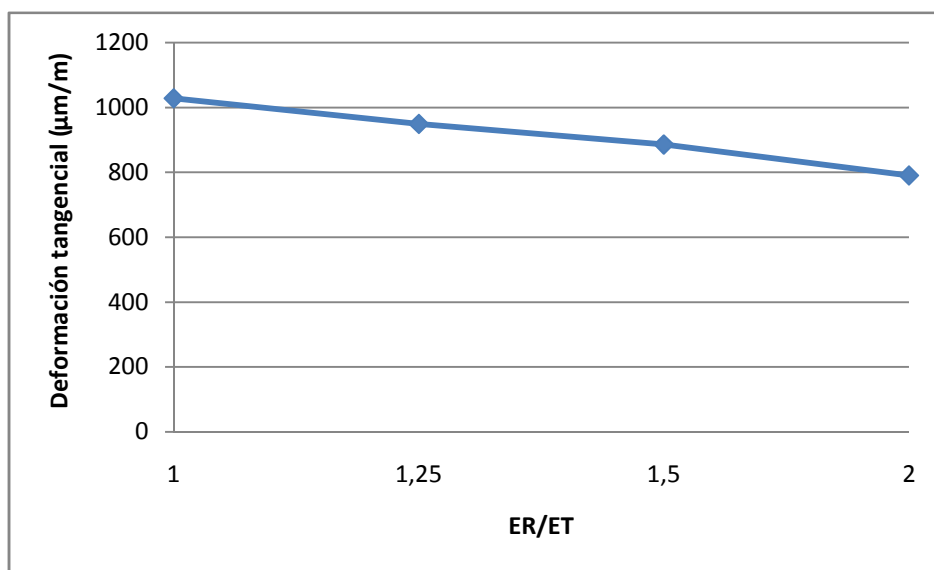


Figura 4.22 Relación de la deformación tangencial con el ratio E_R/E_T con una presión negativa de 1 Mpa en el xilema.

La Figura 4.22 relaciona las deformaciones tangenciales producidas en el floema cuando existe una presión de 0,6 MPa tanto en el xilema como en el floema, con la evolución del cociente E_R/E_T y da una idea del efecto que tiene la anisotropía de la madera en la deformación tangencial.

La siguiente tabla muestra las propiedades elásticas, modulo de Young, modulo de elasticidad transversal y coeficiente de Poisson para las fibras de la madera.

MODELADO POR ELEMENTOS FINITOS DEL TRONCO DE UN ARBOL:
COMPORTAMIENTO MECANICO DE XILEMA, FLOEMA Y CORTEZA

E_1 (MPa)	72600
E_2 (MPa)	7480
E_3 (MPa)	6130
G_{21} (MPa)	3130
G_{31} (MPa)	2970
G_{12} (MPa)	1750
21	0,0234
31	0,0208
32	0,438

Tabla 4.8 Propiedades elásticas de la fibra de la madera para las capas S_2 y S_3 (Persson 2000).

La tabla 4.8 muestra los valores de las propiedades elásticas de las fibras de la madera, que sirve de orientación para saber cuáles pueden ser las propiedades de la madera de Haya Europea a nivel microscópico.

Celulosa	
E_1 (MPa)	150000
E_2 (MPa)	17500
G_{12} (MPa)	4500
21	0,01
32	0,5
Hemicelulosa	
E_1 (MPa)	16000
E_2 (MPa)	3500
G_{12} (MPa)	15000
21	0,1
32	0,4
Lignina	
E (MPa)	2750
	0,33

Tabla 4.9 Propiedades elásticas de los componentes de las fibras de la madera (“A micromechanical approach to the behaviour of single wood fibers and wood fracture at cellular level”, Marjan Sedighi)

4.3 COMPORTAMIENTO MECANICO DEL XILEMA

Una vez estudiado el comportamiento del modelo en el exterior, queda por determinar el comportamiento del modelo en la zona equivalente al xilema. Se ha estudiado su comportamiento en dos casos, el primero cuando existe una presión positiva de 0,6 Mpa en el xilema y en el floema y el segundo cuando existe una presión negativa de -1 Mpa en el xilema y de 0,12 Mpa en el floema.

A continuación se exponen las deformaciones tangenciales que se producen en el modelo en función de la longitud radial, para los dos casos.

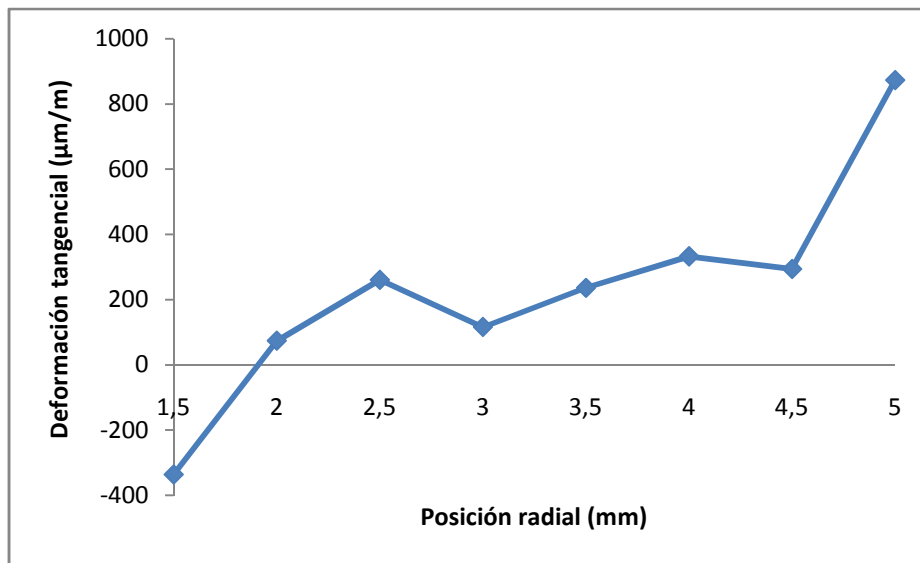


Figura 4.23 Deformación tangencial que se produce en el modelo en función de la longitud radial cuando existe una presión de 0,6 Mpa en el xilema y el floema.

En la Figura 4.23 se ve que la deformación tangencial es máxima en el exterior del modelo y desciende a medida que desciende el valor de la longitud radial hasta hacerse positivo para el valor del radio de 1,5 mm que es donde empiezan los desplazamientos negativos, es decir donde el modelo se contrae. Se aprecia que hay dos zonas donde la deformación tangencial sube para luego descender otra vez, esto sucede cuando se pasa de 3 filas de conductos a 2 filas de conductos y de 2 filas de conductos a una fila de conductos y por tanto la relación número de conductos/mm² disminuye en esa zona, esto origina que el modelo se tense de manera diferente en esa zona y que el promedio de la deformación tangencial en una misma línea circunferencial aumente en vez de disminuir, pero cuando la relación conductos/mm² vuelve a ser la misma la deformación tangencial disminuye otra vez al disminuir el radio.

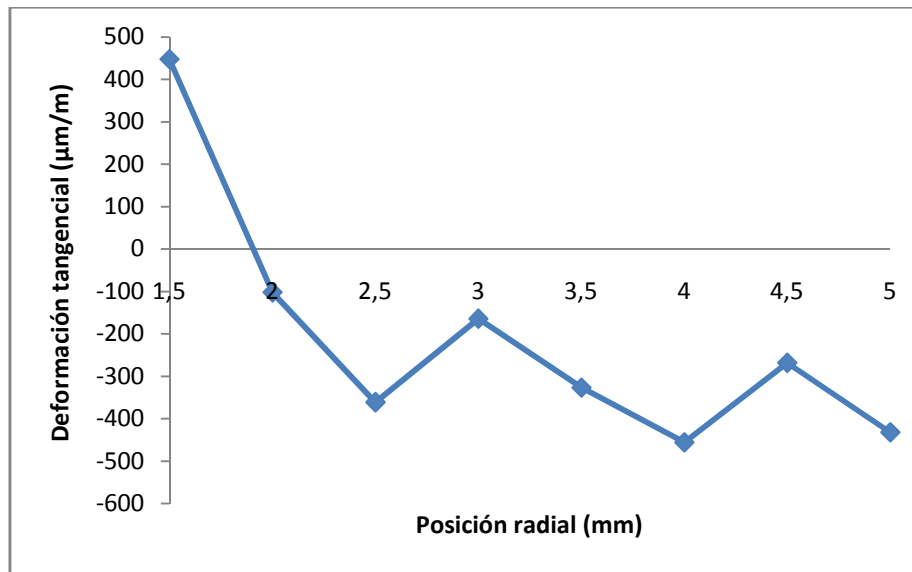


Figura 4.24 Deformación tangencial que se produce en el modelo en función de la longitud radial cuando existe una presión de -1 Mpa en el xilema y de 0,12 Mpa en el floema.

En la Figura 4.24 se ve que el comportamiento del modelo con presión negativa es análogo a cuando existe presión positiva. La deformación tangencial es positiva para 1,5 mm, donde el modelo se expande después la tendencia de la deformación tangencial es decreciente, es decir se hace más negativa a medida que la contracción del modelo se hace mayor. Al igual que en el caso de presión positiva, en las dos zonas mencionadas anteriormente la deformación aumenta (se hace menos negativa) para luego volver a descender. Las deformaciones tangenciales se han calculado como el promedio de las deformaciones de los nodos con un mismo valor del radio, ya que debido a las tensiones internas que se generan en los conductos las deformaciones tangenciales producidas en estos son variables.

5 CONCLUSIONES

Se ha desarrollado un modelo que representa la estructura microscópica de un tronco de árbol de Haya Europea. Dicho modelo detalla los conductos de los tejidos de xilema y floema y ha resultado válido para analizar diferentes configuraciones de presiones en el xilema y en el floema de manera independiente por medio de elementos finitos.

Se ha hecho una herramienta útil para analizar los cambios en el alargamiento o contracción del modelo midiendo sus deformaciones tanto dentro como fuera del modelo según la configuración de presiones.

Se ha estimado un modulo de Young y un modulo de elasticidad transversal aproximado de la estructura microscópica del árbol de Haya Europea (Anexo I), ajustando así las propiedades elásticas microscópicas.

Se ha demostrado que cuando la presión es positiva tanto en los conductos del xilema como los del floema el modelo se expande en la dirección radial y cuando la presión es negativa en el xilema y positiva en el floema es el lo que se cree que pasa durante el día el modelo se contrae en la dirección radial.

Las deformaciones tangenciales obtenidas por elementos finitos son del mismo orden que las obtenidas experimentalmente por Tancrede Alméras en su estudio "*Strains inside xylem and inner bark of a stem submitted to a change in hydrostatic pressure*", en el que utiliza galgas extensiométricas para medir deformaciones en la parte interior de la corteza del árbol y en el xilema. Con el modelo de elementos finitos, para una presión positiva de 0,6 MPa, se ha obtenido una deformación tangencial de 341 $\mu\text{m}/\text{m}$ en el xilema y de 779 $\mu\text{m}/\text{m}$ en el floema mientras que en el estudio experimental de Alméras los resultados fueron, para el mismo valor de presión, aproximadamente 320 $\mu\text{m}/\text{m}$ para el xilema y 530 $\mu\text{m}/\text{m}$ para el floema.

Se han confirmado los resultados obtenidos por Alméras en los que las deformaciones tangenciales en la corteza interior son mayores que en el xilema, aunque existen zonas del xilema donde la deformación tangencial aumenta localmente debido a la disminución de la relación conductos/ mm^2 al pasar de 3 filas de conductos a 2 o de 2 filas de conductos a 1.

Se ha demostrado que el modelo construido es una representación válida de la estructura microscópica de la madera de Haya Europea.

ANEXO I: APROXIMACIÓN DE LAS PROPIEDADES ELASTICAS MICROSCOPICAS DE LA MADERA DE HAYA EUROPEA

Comparando los resultados obtenidos en el análisis por elementos finitos con los resultados experimentales de Almería realizados con galgas extensiométricas, que se pueden ver en las gráficas 4.13 y 4.14, se aprecia que la deformación tangencial en el floema es menor experimentalmente, es decir el árbol se deforma menos. En términos de propiedades elásticas, una menor deformación se traduce en un mayor modulo de Young (E) y un mayor modulo de elasticidad transversal (G). Haciendo un ajuste entre lo que se deforma el floema del modelo con elementos finitos y el floema en el estudio experimental se llega a que para que la deformación en el floema sea la misma que la obtenida experimentalmente, las propiedades elásticas macroscópicas utilizadas en el estudio por elementos finitos deberán ser 1,51 veces mayores. La siguiente tabla muestra el ajuste de las propiedades elásticas microscópicas.

Modulo de Young (Mpa)
$E_L = 21140$
$E_R = 3443$
$E_T = 1752$
Modulo de elasticidad transversal (Mpa)
$G_{LR} = 2576$
$G_{LT} = 1631$
$G_{TR} = 702$
Coefficiente de Poisson
$\nu_{LR} = 0,45$
$\nu_{TL} = 0,518$
$\nu_{RT} = 0,708$

Tabla A1.1 Propiedades elásticas ajustadas de la estructura microscópica del haya Europea

El ajuste se ha realizado solo con las deformaciones producidas en la corteza interior, ya que las deformaciones producidas en el xilema, varían de un nodo a otro debido a las tensiones internas producidas en las conductos como consecuencia de la presión en estos.

MODELADO POR ELEMENTOS FINITOS DEL TRONCO DE UN ARBOL:
COMPORTAMIENTO MECANICO DE XILEMA, FLOEMA Y CORTEZA

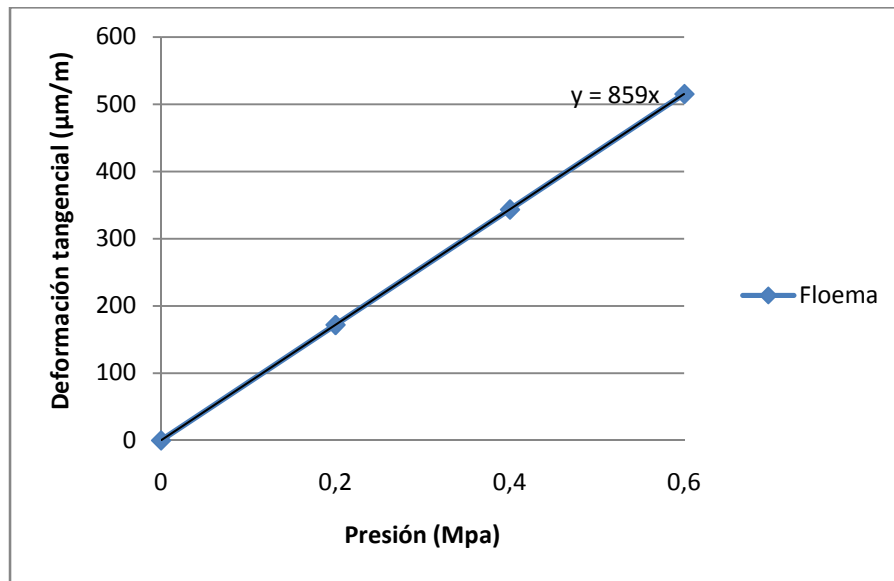


Gráfico A1.1 Deformación tangencial en el xilema y el floema para las propiedades elásticas ajustadas cuando existe presión positiva.

Como se puede apreciar en el gráfico ahora las deformaciones tangenciales coinciden con las con las obtenidas por Alméras en su estudio experimental para el floema o corteza interior.

ANEXO II: EQUILIBRIO ESTATICO EN EL INTERIOR DE UN CILINDRO SEGÚN TANCREDE ALMÉRAS

Al asumir que el tronco de árbol se puede considerar como un cilindro de radio r y para asegurar la continuidad de la estructura a lo largo de la dirección T , cualquier desplazamiento radial $u_R(r)$ está asociado a una deformación tangencial $\epsilon_T(r)$, como queda demostrado en la Figura A2.1. La deformación tangencial se puede expresar de la siguiente manera:

$$\epsilon_T = \frac{\text{Incremento circunferencial}}{\text{circunferencia original}} = \frac{(r + u_R)d\theta - rd\theta}{rd\theta}$$

El resultado es:

$$\epsilon_T = \frac{u_R(r)}{r}$$

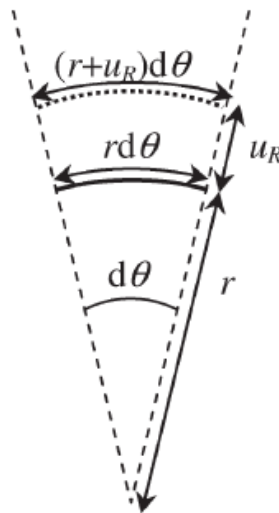


Figura A2.1 Relación entre las deformaciones tangenciales y los desplazamientos radiales dentro de un cilindro (Alméras 2006).

El equilibrio estático dentro del cilindro está asegurado si la resultante de la tensión actuante en la frontera de cualquier volumen elemental es cero. Como se demuestra en la Figura A2.2, la resultante de la componente tangencial está asegurada por la simetría, y entonces la componente radial se expresa así:

$$(r + dr)(\sigma_R + d\sigma_R)d\theta - r\sigma_R d\theta - \frac{1}{2}(2\sigma_T drd\theta) = 0$$

Esto implica:

$$\frac{d\sigma_R}{dr} + \frac{\sigma_R - \sigma_T}{r} = 0$$

La deformación radial se expresa como:

$$\varepsilon_R = \frac{dr + \frac{du}{dr} dr - dr}{dr} = \frac{du}{dr}$$

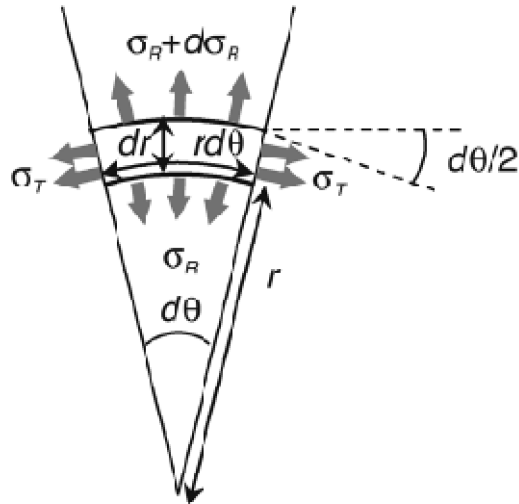


Figura A2.2 Equilibrio estático de un volumen elemental del cilindro (Alméras 2006).

Símbolo	Descripción
R,T,L	Dirección radial, tangencial y longitudinal
u_R	Desplazamiento radial
$\varepsilon_R, \varepsilon_T$	Desformación radial y tangencial
σ_R, σ_T	Tensión radial y tangencial
r	Longitud radial
d	Incremento angular

Tabla A1 Lista de símbolos

BIBLIOGRAFÍA

- Alméras, T. and J. Gril. 2007. Mechanical analysis of the strains generated by water tension in plant stems. Part I: stress transmission from the water to the plant material at the cell level. *Tree Physiol.* 27:1505–1516
- Alméras, T. and J. Gril. 2007. Mechanical analysis of the strains generated by water tension in plant stems. Part II: stress transmission from the water to the plant material at the cell level. *Tree Physiol.* 28:1513-1523
- Alméras, T., M. Yoshida and T. Okuyama. 2006a. The generation of longitudinal maturation stress in wood is not dependent on diurnal changes in diameter of trunk. *J. Wood Sci.* 52:452–455.
- Alméras, T., M. Yoshida and T. Okuyama. 2006b. Strains inside xylem and inner bark of a stem submitted to a change in hydrostatic pressure. *Trees* 20:460–467
- Karam. 2005. Biomechanical Model of the Xylem Vessels in Vascular Plants. *Annals of Botany* 95: 1179–1186
- F.M.Scott, “Cell wall surface of the higher plants”, *Nature* 210:1015-1017(1966)
T.D. Wheeler and A.D. Strook, “The transpiration of water at negative pressures in a synthetic tree”, *Nature*, vol 455, p208-212(2008)
- H.W. Müllner, J. Eberhardsteiner & H.A. Mang: Finite element analysis of layered wooden shells under application of an orthotropic single-surface plasticity model
- Forest Products Laboratory. 1999. Wood handbook—Wood as an engineering material. Gen. Tech. Rep. FPL–GTR–113. Madison, WI: U.S. Department of Agriculture, Forest Service.
- Nilson Tadeu Mascia, Francisco Antônio Rocco Lahr. Remarks on Orthotropic Elastic Models Applied to Wood. *Materials Research*, Vol. 9, No. 3, 301-310, 2006
- H. G. Richter and M. J. Dallwitz (2000 onwards). “Commercial timbers: descriptions, illustrations, identification, and information retrieval. In English, French, German, and Spanish.” Version: 4th May 2000.
- Dallwitz, M. J., Paine, T. A., and Zurcher, E. J. 1993 onwards. “User’s Guide to the DELTA System: a General System for Processing Taxonomic Descriptions.” 4th edition. <http://biodiversity.uno.edu/delta/>
- Dallwitz, M. J., Paine, T. A., and Zurcher, E. J. 1995 onwards. “User’s Guide to Intkey: a Program for Interactive Identification and Information Retrieval.” 1st edition.

<http://biodiversity.uno.edu/delta/>

Dallwitz, M. J., Paine, T. A., and Zurcher, E. J. 1998. Interactive keys. In "Information Technology, Plant Pathology and Biodiversity", pp. 201–212. (Eds P. Bridge, P. Jeffries, D. R. Morse, and P. R. Scott.) (CAB International: Wallingford.)

Schoch, W., Heller, I., Schweingruber, F. H., Kienast, F., 2004: Wood anatomy of central European Species. Online version: www.woodanatomy.ch

García Breijo, F.J., Roselló Caselles, J. y Santamarina Siurana, M. Pilar, (2006). "Iniciación a la Fisiología de las Plantas." Universidad Politécnica de Valencia, D.L. 2001. - 183 p. Ref.: 2006.4198; ISBN 84-9705-944-1

Ulrich Zimmermann, Heike Schneider, Lars H. Wegner, Axel Haase. "Water ascent in tall trees: does evolution of land plants rely on a highly metastable state?" *Annals of Botany* **78**: 399±407, 1996

www.wsl.ch/dendro/xylemdb/index.php (Swiss Federal Research Institute WSL)