



## 비정상 예조건화 기법을 적용한 다상유동 RoeM/AUSMPW+ 수치기법의 개발 DEVELOPMENT OF UNSTEADY PRECONDITIONED MULTI-PHASE ROEM AND AUSMPW+ SCHEMES

---

저자 (Authors)	김형준, 김현지, 김종암 H.J. Kim, H.J. Kim, C.A. Kim
출처 (Source)	<a href="#">한국전산유체공학회 학술대회논문집</a> , 2016.7, 119-120 (2 pages)
발행처 (Publisher)	<a href="#">한국전산유체공학회</a> Korean Society of Computational Fluids Engineering
URL	<a href="http://www.dbpia.co.kr/Article/NODE06717180">http://www.dbpia.co.kr/Article/NODE06717180</a>
APA Style	김형준, 김현지, 김종암 (2016). 비정상 예조건화 기법을 적용한 다상유동 RoeM/AUSMPW+ 수치기법의 개발. 한국전산유체공학회 학술대회논문집, 119-120.
이용정보 (Accessed)	서울대학교 147.46.118.*** 2017/04/28 12:00 (KST)

---

### 저작권 안내

DBpia에서 제공되는 모든 저작물의 저작권은 원저작자에게 있으며, 누리미디어는 각 저작물의 내용을 보증하거나 책임을 지지 않습니다. 그리고 DBpia에서 제공되는 저작물은 DBpia와 구독계약을 체결한 기관소속 이용자 혹은 해당 저작물의 개별 구매자가 비영리적으로만 이용할 수 있습니다. 그러므로 이에 위반하여 DBpia에서 제공되는 저작물을 복제, 전송 등의 방법으로 무단 이용하는 경우 관련 법령에 따라 민, 형사상의 책임을 질 수 있습니다.

### Copyright Information

Copyright of all literary works provided by DBpia belongs to the copyright holder(s) and Nurimedia does not guarantee contents of the literary work or assume responsibility for the same. In addition, the literary works provided by DBpia may only be used by the users affiliated to the institutions which executed a subscription agreement with DBpia or the individual purchasers of the literary work(s) for non-commercial purposes. Therefore, any person who illegally uses the literary works provided by DBpia by means of reproduction or transmission shall assume civil and criminal responsibility according to applicable laws and regulations.



# 비정상 예조건화 기법을 적용한 다상유동 RoeM/AUSMPW+ 수치기법의 개발

김형준<sup>1</sup>, 김현지<sup>1</sup>, 김종암<sup>1,2\*</sup>

## DEVELOPMENT OF UNSTEADY PRECONDITIONED MULTI-PHASE ROEM AND AUSMPW+ SCHEMES

H.J. Kim, H.J. Kim and C.A. Kim

### 1. 서론

정상상태 저 마하수 유동영역에서 지배방정식의 컨디션 넘버가 커져서 수렴성이 저하되는 문제를 성공적으로 해결한 예조건화 기법은, 비정상상태 저 마하수 유동에서는 그 효과를 제대로 발휘하지 못하는 것으로 알려져 있다. 또한 시스템 예조건화기법은 시스템의 고유치를 변경시키기 때문에 수치점성의 크기에도 영향을 주게 되는데, 정상유동에 적합하도록 조절된 수치점성은 비정상 유동에 적용할 때 특정 항을 지나치게 크게 만들어 수치점성의 정확도를 떨어뜨린다.

한편, 압축성 공기역학에서 개발된 충격파에 강건한 수치기법들은 충격과 주위의 불안정성을 해결하기 위하여 주변압력을 기반으로 한 충격과 포착항을 사용하고 있는데, 이 충격과 포착항을 다상유동에 적용하는 것과, 이상기체 상태방정식이 아닌 다양한 형태의 일반유체의 상태방정식에 적용하는 것이 필요하다.

여기에서는 먼저 기존에 개발된 다상유동 RoeM 기법과 AUSMPW+기법 [1] 을 기반으로 하여, 비정상 예조건화 기법을 적용하고, 수치점성을 적절하게 조절하여 비정상 저 마하수 영역에서 수렴성과 정확성을 향상시키고자 한다. 또한, 충격과 포착항을 새롭게 고안하여 다양한 유체 및 다양한 형태의 상태방정식을 사용할 수 있도록 일반화하는 것을 목표로 한다.

### 2. 지배방정식 및 수치기법

#### 2.1 지배방정식

1 서울대학교 항공우주공학부

2 서울대학교 항공우주신기술연구소

\* TEL : 02) 880-1915

\* Corresponding author E-mail: Chongam@snu.ac.kr

이상유동을 표현하기 위해서 균질 혼합류 모델 (Homogeneous mixture model)을 사용하였다. 기체상과 액체상이 혼합된 상태를 새로운 pseudo-fluid로 간주하고, 압력, 속도, 온도는 계산하는 시간 간격에서는 이미 평형상태에 도달한 것으로 가정한다. 따라서 지배방정식은 다음과 같은 형태로 표현할 수 있다.

$$\Gamma \frac{\partial}{\partial \tau} \int_{\Omega} Q d\Omega + \frac{\partial}{\partial t} \int_{\Omega} W d\Omega + \oint_{\partial \Omega} [F - F_v] dS = 0 \quad (1)$$

$\Gamma, Q, W$  는 각각 예조건화 행렬, 원시변수 벡터, 보존변수 벡터를 나타낸다. 예조건화 행렬은 Weiss & Smith의 예조건화 행렬을 사용하였다. 원시변수벡터  $Q$  는 다음과 같다.

$$Q = [p, u, v, w, T, y_v, y_g]^T \quad (2)$$

여기에서  $y_v, y_g$  는 각각 vapor상 및 gas상의 질량비를 의미한다.

#### 2.2 비정상 시스템 예조건화 기법

예조건화 행렬에서 사용되는  $\beta$  는 다음과 같이 정의된다.

$$\frac{1}{\beta} = \frac{1}{c^2} - \frac{\frac{\partial p}{\partial T} \left( 1 - \rho \frac{\partial h}{\partial p} \right)}{\rho \frac{\partial h}{\partial T}} \quad (3)$$

여기서  $c'$  은 낮은 마하수 영역에서 시스템의 경직성을 해결하기 위해서 보통 다음과 같이 정의된다.

$$c' = \min(c, \max(V, V_{\infty})) \quad (4)$$

$V_{\infty}$  는 정체점 근처에서  $c'$  이 0으로 가는 것을 막기위해서 사용되며, 일반적으로 자유류 속도로 설정한다. 식 (4)는 정상유동에 대해서는 성공적으로 작동하였으나, 비정상 유동에 적용함에 있어서는 문제점이 발생하였다. Venkateswaran [2] 은 Von Neumann 분석을 통하여 비정상 유동에서도 효과적으로 효율성을 증가시키는 파라미터를 도입하였다. 식 (4)에 이 파라미터를 도입하여 다음과 같은 비정상 예조건화 음속을 얻을 수 있다.

$$c'_{unsteady} = \min\left(c, \max\left(V, \frac{L}{\pi\Delta t}, V_{\infty}\right)\right) \quad (5)$$

$L$  은 특성길이이고 보통 도메인 크기를 적용한다.  $L/\pi\Delta t$  는 시스템에서 제일 작은 wave number를 대표하게 된다.

### 2.3 수치점성항 스케일링

비정상 저 마하수 유동에서 수치점성을 스케일링 할 때, 정상유동에서 한 방법을 그대로 적용하게 되면 지나치게 부정확한 결과가 나온다. 이를 정리하면 다음 Table 1과 같다.

Table. 1 Scaling effects on numerical dissipation

Scaling method	Low Str limit		High Str limit	
	Pressure	Velocity	Pressure	Velocity
No	$O(M)$	$O(1/M)$	$O(1)$	$O(1/M)$
Steady	$O(1)$	$O(1)$	$O(Str)$	$O(1)$
Unsteady	$O(1)$	$O(1)$	$O(1)$	$O(1/M)$

위 표에 따르면, 압력 차이항은 비정상 스케일링을, 속도 차이항은 정상 스케일링을 적용하여야지만 정확한 해석이 가능하다는 것을 확인할 수 있다. 이를 위해 AUSM+<sup>up</sup> [3]기법에서 사용하는 스케일링 함수를 도입 변형하여 다음과 같은 압력 스케일링, 속도 스케일링 함수를 제시하였다.

$$\theta_{p,v} = \theta_{p,v}(2 - \theta_{p,v}) \quad (6)$$

$$\theta_p = \min\left(1, \max\left(\frac{\sqrt{u_{1/2}^2 + v^{2/2} + w^{2/2}}}{c_{1/2}}, \frac{V_{\infty}}{c_{1/2}}, \frac{V_{um}}{c_{1/2}}\right)\right) \quad (7)$$

$$\theta_v = \min\left(1, \frac{\sqrt{u_{1/2}^2 + v^{2/2} + w^{2/2}}}{c_{1/2}}\right) \quad (8)$$

## 3. 수치해석 결과

### 3.1 비정상 와류전파 문제

와류가 자유류 마하수 0.005로 전파되는 문제이다. 저 마하수 비정상 유동이기 때문에 비정상 시스템 예조건화를 적용하여 그렇지 않은 경우와 비교하였다. Fig. 1 에서 보듯이 기존 방법에 비하여 수렴성 및 정확성이 향상된 것을 확인할 수 있었다.

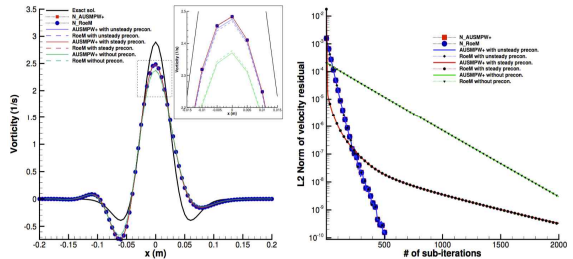


Fig. 1 Vortex solution accuracy and convergence.

## 4. 결론

기존의 다상유동 RoeM 과 AUSMPW+ 기법을 일반적인 상태방정식과 함께 사용할 수 있도록 확장하였다. 비정상 시스템 예조건화를 적용하여 비정상 저 마하수 유동 해석에서 수렴성을 향상시켰고, 수치점성항을 적절히 스케일링하여 해당 영역에서의 정확성을 향상시켰다. 향후 다양한 비정상 다상유동의 특성을 분석하는데 현재의 연구가 효과적으로 응용되고 확장될 수 있을것으로 판단된다.

## 후 기

본 논문 은 2015년도 미래창조과학부의 재원으로 NSL사업 (NRF-2014M1A3A3A02034856)과 민·군협력 기술사업 (Civil - Military Technology Cooperation Program)의 지원을 받아 작성되었습니다.

## 참고문헌

- [1] 2008, S-W. Ihm and C. Kim, "Computations of homogeneous-equilibrium two-phase flows with accurate and efficient shock-stable schemes," AIAA J., Vol.46-12, p.3012-3037.
- [2] 1995, S. Venkateswaran et al., "Dual time-stepping and preconditioning for unsteady computations," 33<sup>rd</sup> Aerospace Sciences Meeting and Exhibit, AIAA, Reston, Virginia.
- [3] 2006, M-S. Liou, "A sequel to AUSM, Part II: AUSM+<sup>up</sup> for all speeds," JCP, Vol.214-1, p.137-170.