



저작자표시-비영리-변경금지 2.0 대한민국

이용자는 아래의 조건을 따르는 경우에 한하여 자유롭게

- 이 저작물을 복제, 배포, 전송, 전시, 공연 및 방송할 수 있습니다.

다음과 같은 조건을 따라야 합니다:



저작자표시. 귀하는 원저작자를 표시하여야 합니다.



비영리. 귀하는 이 저작물을 영리 목적으로 이용할 수 없습니다.



변경금지. 귀하는 이 저작물을 개작, 변형 또는 가공할 수 없습니다.

- 귀하는, 이 저작물의 재이용이나 배포의 경우, 이 저작물에 적용된 이용허락조건을 명확하게 나타내어야 합니다.
- 저작권자로부터 별도의 허가를 받으면 이러한 조건들은 적용되지 않습니다.

저작권법에 따른 이용자의 권리는 위의 내용에 의하여 영향을 받지 않습니다.

이것은 [이용허락규약\(Legal Code\)](#)을 이해하기 쉽게 요약한 것입니다.

[Disclaimer](#)

공학석사학위논문

**초저주파 대역통과 필터링을 위한
메타링키지 구조**

**Meta-linkage Structure for Ultra-low Frequency
Bandpass Filtering**

2016 년 8 월

서울대학교 대학원

기계항공공학부

최 성 재

초저주파 대역통과 필터링을 위한 메타링키지 구조

Meta-linkage Structure for Ultra-low Frequency
Bandpass Filtering

지도교수 김 윤 영

이 논문을 공학석사 학위논문으로 제출함

2016 년 4 월

서울대학교 대학원

기계항공공학부

최 성 재

최성재의 공학석사 학위논문을 인준함

2016 년 6 월

위 원 장

조 맹 호



부위원장

김 윤 영



위 원

윤 병 동



초 록

초저주파 대역통과 필터링을 위한 메타링키지 구조

서울대학교 대학원

기계항공공학부

최성재

탄성 메타물질은 인공적으로 설계된 내부구조에 기인하여 다양한 탄성과 특이현상을 일으킬 수 있다. 그 중에서도 특히 주파수 대역 필터링 현상은, 특정 주파수 대역 진동의 극저감 시스템 혹은 선별통과 시스템을 구축하는 원리로서 이에 대한 연구가 다수 발전해왔다. 그러나 연속체에 기반을 둔 기존의 메타물질 설계방식은 그러한 파동 특이현상이 초저주파 대역으로 확장되는데 큰 한계를 지니고 있었다. 이에 본 논문은 메타링키지 구조라 불리는, 분절체 링크기구 기반의 새로운 탄성 메타물질을 제시한다. 자유롭게 접히거나 공진할 수 있는 내부 링크기구를 포함한 이 탄성 메타물질은, 약 0Hz까지 이르는 초저주파의 광범위한 저지 대역과 그 직후에 따르는 음의 갈래(negative branch) 통과대역을 가지고 있다. 제안된 메타물질의 분산특성은 이론적인 모델을 통해 해석되었으며, 유한하게 구축된 수치모델을 통해 검증되었다. 또한 본 연구는 제안

된 분절체 메타물질 시스템을 실제로 제작하였으며 진동실험을 수행하여 이론 및 수치해석의 결과를 최종적으로 검증하였다. 본 연구결과는 향후 초저주파 대역의 메타물질 시스템 분야에 새로운 돌파구가 될 것으로 보인다.

주요어 : 탄성 메타물질, 분절체 구조, 링크기구, 초저주파 진동, 주파수 저지대역, 대역통과 필터

학 번 : 2013-22502

목 차

	Page
초록	i
목차	iii
그림 목록	v
표 목록	vii
제 1 장 서론	1
제 2 장 메타링키지 구조의 이론적 해석	5
2.1 메타링키지 구조의 모델 및 수학적 분석	5
2.2 분산방정식 및 유효물성 그래프의 해석	8
제 3 장 이론적 해석에 대한 수치적 검증	12
3.1 메타링키지 구조의 수치적 모델	12
3.2 주파수 별 변위전달률 해석	14
제 4 장 분절체 요소를 활용한 제작 및 실험	18
4.1 메타링키지 구조의 제작	18
4.2 실험환경 및 실험결과	19
제 5 장 이론, 수치해석 및 실험결과의 비교	23

제 6 장 결론	25
부록(Supplement)	
S.1 무한한 해석모델의 수식유도과정	27
S.2 유효물성의 특정과 그에 따른 분산특성의 분석	32
S.3 메타링키지 구조의 유한모델과 변위전달률 해석	38
S.4 제작된 메타링키지 구조의 부품 별 세부사항	44
S.5 추가적인 실험환경 및 전시간 측정 데이터	46
S.6 접힌 링크기구를 갖는 메타링키지 구조의 해석	48
Figures	57
Tables	69
참고문헌	70
ABSTRACT	74
Acknowledgements	76

그림 목록

Figure 1.

제안된 메타링크지 구조와 주파수 별 진동 전파특성.

Figure 2.

메타링크지 구조의 (a)무한주기 이론모델, (b)내부 링크기구의 거동양상.

Figure 3.

메타링크지 구조의 (a)분산곡선, (b)유효질량, (c)유효강성.

Figure 4.

2주기 유한구조의 (a)수치해석 모델, (b)주파수 별 변위전달률 결과, (c)각 분산특성 별 대표주파수의 수치해석 결과.

Figure 5.

2주기 유한구조의 (a)구축된 실험환경, (b)제작된 모습.

Figure 6.

2주기 유한구조의 실험결과들. (a)시간에 따른 주파수 별 가진변위 및 전달변위, (b)주파수 별 가진변위 및 전달변위의 진폭, (c)가진한 주파수에 따라 도시된 전달변위의 푸리에변환 결과.

Figure 7.

이론과 수치해석 및 실험적 관측에서 얻은 주파수 별 변위전달률의 비교.

Figure S1.

메타링크지 구조의 (a)무한히 반복하는 분절체 주기구조 등가모델, (b)유효질량 및 유효강성(에너지 소산이 없는 경우), (c)유효질량 및 유효강성(에너지 소산이 있는 경우), (d)분산곡선.

Figure S2.

유한한 메타링크지 구조의 (a)N-주기 이론모델, (b)변위전달률 결과.

Figure S3.

제작된 메타링크지 구조의 부품 별 기하 및 세부도해.

Figure S4.

(a)구조의 불안정성을 제어하기 위한 위치유지장치 및 (b) 그에 따라 전시간(full-time)으로 측정된 변위 데이터.

Figure S5.

(a)접힌 링크기구를 가진 메타링크지 구조의 해석모델, 그리고 (b)접힌 링크기구가 진동 중에 거동하는 양상.

Figure S6.

접힌 링크기구를 가진 메타링크지 구조의 각도 α_{FC} 에 따른 (a)변경된 유효질량, (b)변경된 유효강성, (c)변경된 분산곡선.

표 목 록

Table 1.

이론적 해석모델의 부품 별 기하 및 물성치.

Table S1.

제작된 구조의 세부부품 별 기능 및 물성치.

제 1 장 서론

본 논문은 초저주파 대역(0~30Hz)에서 파동 특이현상을 일으키는 새로운 탄성 메타물질을 제시한다. Figure 1 에 제안된 이 시스템을 우리는 메타 링크지 구조라고 부르는데, 이 메타물질의 핵심 아이디어는 시스템 내부에 설계된 링크기구이기 때문이다. 본 구조를 통하여 이 논문은, 탄성과 이론이 허용하는 다양한 파동모드 중 종파(longitudinal wave)에 집중한다. 특히 연속체 구조에 기반을 둔 기존의 탄성 메타물질들과는 달리 분절체 링크기구로 구성된 이 시스템은, 초저주파 대역에서 매우 흥미로운 파동현상을 나타낸다. Figure 1 과 같이 적절히 설계된 메타링크지 구조를 통해, 이 연구는 거의 0Hz 에 이르기까지 극도로 낮은 주파수($0 \sim f_1$)에서의 파동 밴드갭 현상을 제안한다. 이에 더하여 본 논문은, 이 새로운 메타물질이 링크기구의 공진현상에 기인한 이중음성(double negative) 분산특성에 의하여 초저주파 저지대역 직후에 연성된(coupled) 통과대역을 형성한다는 사실을 발견하였다. 이에 제안된 메타링크지 구조는 초저주파 대역의 진동 메타물질 시스템 및 초저주파 대역통과 필터를 구현하는데 새로운 돌파구가 될 것이다.

지금껏 탄성 메타물질에 관한 연구는 활발히 전개되어 왔으나, 초저주파(0~20Hz)에 이르는 저지대역과 더불어 이 대역 직후에 연성된 통과대역을 형성하는 것은 탄성 메타물질 구조에 큰 도전이 되어왔다. 실제로 전자기파와 음향파에서는 극도로 낮은 저주파의 저지대역을 형성하기 위하여 플라즈모닉 효과 [1-9]가 사용되는 것과 달리,

그것들과는 근본적으로 다른 탄성파의 물리적 특성으로 인하여 탄성 메타물질에는 동일한 접근법이 적용될 수가 없었다. 이를 명확히 드러내기 위하여, 저주파 저지대역 및 이중음성 분산특성에 기인한 통과대역에 관한 기존연구들을 언급할 필요가 있다. 우선 주파수 저지대역은 주로 음향자 결정구조 [10-13]와 국부 공진구조 [14-23]를 통해 구현되는데, 이는 각각 일정한 크기로 반복되는 단위격자에 의한 산란현상 혹은 국부적으로 삽입되는 공진구조의 반-공진현상에 그 물리적 근원을 두고 있다. 이를테면 Jensen [10]은 탄성파의 매질을 반복적인 질량-스프링 모델을 이용하여 구성한 후 주기적인 특정영역의 물성치를 변화시킴으로써, 파동의 산란에 기인한 저지대역을 이론적으로 분석하였다. 이에 더하여 Gorishnyy [11]은 그러한 저지대역이 주기적으로 배열된 단위격자의 크기와 어떠한 연관이 있는지를 설명하였다. 한편 Liu [14-15]는 앞서 제안된 구조보다 더욱 낮은 주파수에서 저지대역을 형성하는 아이디어 [14]를 체계적인 이론 [15]을 통해 제안하였는데, 이는 반복되는 단위격자의 내부에 공진하는 구조를 도입함으로써 저지대역의 주파수 위치를 획기적으로 낮출 수 있게 하였다. 이 연구는 더욱 확장되어 공진기의 형상에 따라 음의 질량 및 강성 개념으로 정립되었으며 [17-18], 다양한 방식으로 구현 혹은 제작된 사례들 [19-23] 또한 제시되었다. 그러나 앞선 연구들은 모두 저주파에서 작동하는 좁은 범위의 저지대역만을 형성한다는 한계를 가진다. 이와는 반대로 초저주파에서 더 넓은 저지대역을 형성하고자 하는 다양한 연구들 [1-5]이 전자기학과 음향학에서 활발히 진행되어왔다. 본 연구들은 전파하는 전자기파에 의해 전류가 유발되도록 고안된 가는 선 구조 [1-

2)의 플라즈모닉 효과로부터 시작하여, 음파가 통과할 수 없도록 반력을 주기 위한 막 구조 [3-4] 및 음파가 새어나가도록 구성된 측면-홀 구조 [3,5] 등으로 발전되었다. 이는 곧 탄성 메타물질 영역에도 증가적으로 적용되기 위하여 다양한 시도 [6-7]가 있었는데, 그 원리는 주로 탄성체기초(elastic foundation)에 근거해왔다[8-9]. 그럼에도 불구하고 이러한 시도는 탄성 메타물질 자체의 구조가 아닌 외부의 강벽 경계조건(rigid wall boundary)을 필수로 요구하므로, 구조의 독립적인 원리가 없을 뿐 아니라 외부 의존적인 시스템이라는 한계를 지니고 있었다. 한편, 이중음성 분산특성 기반 통과대역에 관한 연구들[17-18, 24-29] 또한 초저주파 대역으로 확장되지 못하고 있었다. 이중음성 분산특성을 구현하는 대표적인 구조는 Zhu [27]가 제안한 카이럴 메타물질 구조인데, 이 독특한 구조는 단극성(monopolar) 및 양극성(dipolar) 공진을 동시에 일어나도록 제어하여 이중음성 분산특성을 구현하였다. 더욱이 Oh [17]는 두 종류의 공진을 독립적으로 발현하는 새로운 구조를 제안하여 이중음성 분산특성을 더욱 자유롭게 설계할 수 있도록 하였다. 그러나 이와 같은 연구들은 모두 연속체에 기반한 구조를 이용하였기에 이중음성 통과대역이 초저주파로 확장되는데 근본적인 한계를 가지고 있었다. 이에 본 논문은 분절체에 기반한 새로운 메타링키지 구조를 이용하여 초저주파 저지대역 및 그와 연성된 이중음성 통과대역을 동시에 구현했음을 최초로 보고한다.

본 논문은 다음과 같이 구성되어 있다. 첫째로, 질량-스프링 등가모델에 근거하여 제안된 메타링키지 구조에 대한 이론적인 해석모델을 전개할 것이다. 여기서는 파동의 분산특성과 유효물성

분석을 통해 초저주파의 저지대역 및 이중음성 통과대역을 설명하는데 주로 집중할 것이다. 다음으로, 이론적인 해석을 통해 얻은 메타링키지 구조의 분산특성을 수치적인 모델을 통해 검증할 것이다. 또한, 제안된 구조를 실제로 제작한 후 실험을 수행하여 그 기능을 확인할 것이다. 마지막으로, 앞서 수행한 이론 및 수치적인 해석, 그리고 실험 데이터를 서로 비교하여 메타링키지 구조의 기능을 최종적으로 검증할 것이다.

제 2 장 메타링크지 구조의 이론적 해석

2.1 메타링크지 구조의 모델 및 수학적 분석

우리가 제안한 메타링크지 구조의 무한주기 모델은 Fig. 2(a)에 제시되어 있다. 모델은 주기적으로 배열된 질량체 M 과, 그 사이를 연결하는 내부 링크기구들로 구성되어 있다. 질량체들과 링크기구 간에는 점탄성 스프링이 연결돼 있으며, 여기서 C_s 는 분절체 모델이 실제 제작될 경우에 필연적으로 수반되는 에너지 소산 효과를 고려하기 위해 유효점성계수로써 사용되었다. 링크기구는 하나의 주 링크와 2개의 보조링크가 서로 회전조인트(hinge joint)로 연결되어, 준-정적인 가진에 대해 자유롭게 접힐 수 있으면서도 주 링크 자체의 관성을 가지고 x -방향으로 공진할 수 있는 형태로 구성되었다. 편의상 보조링크의 질량 및 회전관성은 없다고 가정하였다. 한편, 구조의 양 끝단 영향을 배제하고 구조 자체의 순수한 진동특성만을 파악하기 위하여 주기는 무한하다고 가정하였다. 또한 모든 물체의 운동은 Fig. 1에 표기된 변위의 방향을 따라서만 일어나며 조화진동을 한다고 가정하였다.

메타링크지 구조를 해석적으로 접근하기 위해서는 내부 링크기구의 거동을 잘 분석해야 한다. 이와 같은 진동구조의 거동은 필연적인 비선형성을 가지기 때문에, 링크운동을 선형적으로 고려할 수 있는 조건을 구축하는 것이 구조의 진동전파 해석에 앞서 필수적이다. Fig. 2(b)는 링크운동의 선형성 조건을 얻기 위하여 n -번째 주기 링크기구의 기하조건과 운동양상을 나타내었다. 여기서 보조링크와 주 링크의 반절,

그리고 수평축은 서로 삼각형을 이루고 있으며 각 변의 길이는 그림에 주어진 바와 같다. 이 삼각형에서 주 링크가 회전하며 변형되는 변의 길이, 즉 Δa 의 값은 Fig. 2(a)의 n -번째 주기 링크기구의 변위정보를 참고하면 $(u_n^R - u_n^L)/2$ 로 구할 수 있다. 여기서 u_n^R 는 n -번째 주기 링크기구 우측 보조링크의 우측 회전조인트 변위를 의미하며, u_n^L 는 좌측 보조링크의 좌측 회전조인트 변위를 의미한다. 이를 바탕으로 주 링크의 각도가 θ_n 만큼 회전하기 전후에 링크요소들의 길이가 불변한다는 기하적 제한조건을 활용하면 식 (1)을 얻을 수 있으며, 이로부터 근사적으로 선형방정식 (2)를 유도할 수 있다. 유도과정은 부록에 상세히 포함되어 있다.

$$2aL \cos\left(\alpha + \frac{\theta_n}{2}\right) \sin \frac{1}{2}\theta_n = \Delta a [2a - L \sin(\alpha + \theta_n)] \quad (1)$$

$$\theta_n \cong \frac{2a - L \sin \alpha}{2aL \cos \alpha} (u_n^R - u_n^L) \triangleq F(u_n^R - u_n^L) \quad (2)$$

위의 근사식 (2)는 식 (1)로부터 $\theta_n \ll \alpha$ 의 조건에서만 유도되기 때문에 향후의 이론적 해석은 주 링크의 회전변위가 기존 각도에 비해 매우 작다는 제한조건 이내에서 잘 맞을 것이라고 예측할 수 있다.

이제 메타링크지 구조의 유효물성과 분산방정식을 본격적으로 유도할 수 있다. 우선 n -번째 질량체 M 에 대하여 세운 운동방정식은 다음과 같다. 여기서 \tilde{k} 는 $k + j\omega C_s$ 의 값을 가지며, j 의 값은 $\sqrt{-1}$ 이다.

$$M\ddot{u}_n = \tilde{k}(u_n^L + u_{n-1}^R - 2u_n) \quad (3)$$

메타링키지 구조는 주기적인 질량체 M 들에 의해 진동을 전달하는 구조이다. 따라서 식 (3)으로부터 분산방정식을 얻기 위해서는 u_n^L 와 u_{n-1}^R 가 질량체 M 들의 변위들로 표현될 수 있어야 하며, 이는 식 (2)의 선형성 가정을 활용해야만 가능하게 된다. 이 방법으로 유도한 분산방정식의 결과는 식 (4)와 같다. 자세한 계산과정은 부록에 남겨두었다.

$$\left(M - \frac{p}{\omega^2}\right)\omega^2 = 4 \cdot \left(-\frac{A\cos\alpha}{\det\tilde{W}}\right)\sin^2\frac{qD}{2} \quad (4)$$

여기서 ω 와 q 는 각각 시스템이 진동하는 각주파수와 메타링키지 구조를 따라 전파하는 파동의 파수벡터를 의미하며, 식 (4)에 새롭게 추가된 변수들은 아래와 같은 값들을 갖는다.

$$A = \frac{\omega^2 I_m F}{L} - \frac{\omega^2 m}{4\cos\alpha} \quad (5a)$$

$$B = \frac{\omega^2 I_m F}{L} + \frac{\omega^2 m}{4\cos\alpha} \quad (5b)$$

$$\tilde{W} = \begin{bmatrix} 1 - \frac{B\cos\alpha}{\tilde{k}} & \frac{A\cos\alpha}{\tilde{k}} \\ \frac{A\cos\alpha}{\tilde{k}} & 1 - \frac{B\cos\alpha}{\tilde{k}} \end{bmatrix} \quad (5c)$$

$$p = 2\tilde{k} - \frac{1}{\det(\tilde{W})}(2\tilde{k} - 2A\cos\alpha - 2B\cos\alpha) \quad (5d)$$

식 (4)와 분절체 질량-스프링 주기모델[36]을 비교하면, 메타링키지 구조의 유효물성을 식 (6)과 같이 특정할 수 있다. 식 (6)의 유효물성과 식 (4)의 분산곡선은 메타링키지 구조의 분산특성을 해석하는 작업의 도구가 된다. 분절체 질량-스프링 주기모델 및 그에 따른 설명은 부록에 첨부하였다.

$$M_{eff} = M - \frac{P}{\omega^2} \quad (6a)$$

$$K_{eff} = -\frac{A\cos\alpha}{\det\tilde{W}} \quad (6b)$$

2.2 분산방정식 및 유효물성 그래프의 해석

Figure 3은 앞서 식 (4)와 식 (6)에서 구한 분산방정식, 유효질량, 유효강성을 각각 도시한 것이다. 이 과정에서는 제안된 구조만의 순수한 전파특성을 분석하기 위하여 유효점성계수인 C_s 가 0이라고 가정하였으며, 설계된 부품의 기하 및 물성치 정보는 Table 1에서 확인할 수 있다. 유효점성계수가 고려된 경우의 분산특성은 부록에 첨부해두었다.

Figure 3(a)의 분산곡선은 파수벡터의 값에 따라 크게 세 개의 주파수 대역으로 나뉘어져 있다. 세 대역은 각각 $0\text{Hz} \sim f_1$, $f_1 \sim f_2$, $f_2 \sim 40\text{Hz}$ 로 구성되며, 경계주파수들은 식 (7)과 같은 값들을 갖는다.

여기서 f_1 는 K_{eff} 가 무한대의 값을 갖도록 $\det \tilde{W} = 0$ 의 조건을 만족하는 값이며, 내부 링크기구의 주 링크가 운동방향을 따라 자체적으로 공진하는 주파수를 의미한다. f_2 는 $M_{eff} = 0$ 의 조건을 만족하는 값이며, 질량체 M 과 주 링크 m 이 총 운동량을 보존하며 고유모드로 진동하는 주파수를 의미한다. 덧붙여 40Hz는 편의상 설정된 범위로서, 설계자의 의도에 따라 조정이 가능한 값이다. 경계주파수의 자세한 유도과정은 부록에 기록되어 있다.

$$f_1 = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{4k}{m}} = 21.22Hz \quad (7a)$$

$$f_2 = \frac{1}{2\pi} \sqrt{4k \left(\frac{1}{m} + \frac{1}{M} \right)} = 26.33Hz \quad (7b)$$

우선 준-정적인 한계주파수 0Hz부터 내부 링크기구의 공진주파수 f_1 까지는 파수벡터가 복소수 값을 가지므로 저지대역이 처음으로 나타난다. 이 영역에서 파수벡터의 실수부가 π 의 값을 갖는 것을 볼 수 있는데, 이는 분절체 질량-스프링 주기구조에서 발견되는 브래그 갭과 매우 유사한 현상이다. 주로 이 현상은 분절체 주기구조를 구성하는 질량의 값이 질량체 간을 연결하는 스프링의 강성보다 매우 크거나, 시스템이 감당할 수 있는 한계주파수를 넘어서는 경우에 나타난다. 반면, 메타링크지 구조의 저지대역은 초저주파 대역의 유효강성이 거의 0(near-zero)의 값에서 시작한다는 사실에 기인한다. 이 사실은 Fig. 3(b)와 (c)의 유효질량과 유효강성 그래프를 통해 확인할 수

있다. Fig. 3(b)의 0Hz ~ f_1 주파수 대역을 보면 유효질량의 값은 양수로 시작하여 공진주파수에 이르기까지 급속도로 커진다. 한편 Fig. 3(c)의 0Hz ~ f_1 주파수 대역을 보면 유효강성은 0의 값으로부터 시작하여 거의 0(near-zero)의 값을 광대역으로 유지하는 경향을 갖는다. 이는 메타링크지 구조를 따라 진동이 전파할 수 없을 정도로 구조의 동적강성이 약하다는 의미이며, 이러한 물리적 특성은 내부 링크기구가 준-정적인 영역에서 쉽게 접히도록 설계되었기 때문이다. 이어서 유효강성의 값은 공진주파수에 이르기까지 점차 커지지만, 공진주파수에 정확히 이른 시점에서야 메타링크지 구조를 따라 진동이 전파할 만한 크기에 이른다. 초저주파 광대역에 형성된 유사 브래그 갭은 메타링크지 구조만의 매우 독특한 특징이라고 볼 수 있다. 또한 이 특징은 제안된 구조가 초저주파 대역통과 필터의 분산특성을 갖도록 하는 핵심원리가 된다.

다음으로 f_1 부터 메타링크지 구조의 운동량이 보존되는 고유모드 주파수 f_2 에 이르는 대역에서는 파수벡터의 값이 실수 값을 갖는다. 이는 메타링크지 구조의 주기를 따라 변위의 위상진전이 발생한다는 의미이며, 곧 진동이 전파되는 통과대역이 형성된다. 특히, 이 통과대역은 음의 갈래 (혹은 광학갈래)의 형태로 나타나는데 이것은 잘 알려져 있는 이중음성 특성에 기인한다. 그 사실은 유효물성 그래프를 분석하여 유도될 수 있다. 먼저 Fig. 3(b)의 유효질량은 통과대역인 $f_1 \sim f_2$ 에서 음의 값을 갖는데, 동시에 Fig. 3(c)의 유효강성도 같은 대역에서 음의 값을 갖는다. 이러한 이중음성 특성은 파수벡터의 값을

실수로 만들고 제안된 구조로 하여금 통과대역을 형성하게 한다. 이 대역에서 유효질량뿐 아니라 유효강성 또한 음의 값을 갖는 것은 내부 링크기구가 질량체들을 연결하는 요소로 설계되었기 때문인데, 링크기구의 공진이 발생함에 따라 유효질량과 유효강성이 서로 커플링(coupling)되는 현상이 일어난 것이다. 따라서 각 유효물성이 개별적으로 제어될 수 없고, 일정영역에서 항상 함께 음의 값을 형성하게 된다. 이렇게 형성된 음의 갈래는 초저주파 저지대역에 이어 초저주파 통과대역을 구현함으로써 대역통과 필터의 분산특성을 설계하는데 핵심원리가 된다.

마지막으로 f_2 부터 f_3 까지는 파수벡터가 허수의 값을 갖는다. 이는 단일한 유효물성이 음의 값을 갖는 경우에 발생하는 저지대역이다. Fig. 3(b)의 유효질량은 f_2 가 지나면서 양의 값으로 전환된 반면, Fig. 3(c)의 유효강성은 해당영역에서 음의 값을 유지하는 사실에서 이를 확인할 수 있다. 본 유효물성 조합은 메타링키지 구조가 초저주파 통과대역을 지난 후 다시 저지대역으로 전환되도록 하는 원리가 된다.

제 3 장 이론적 해석에 대한 수치적 검증

3.1 메타링키지 구조의 수치적 모델

지금까지 메타링키지 구조를 이론적으로 해석하여 구조의 순수한 진동전파특성과 그에 내재된 원리를 다루었다. 이를 위하여 제안된 구조는 무한주기일 것과 에너지 소산이 없을 것이 전제되었는데, 이 두 가지 가정은 아주 이상적인 조건들이다. 반면, 메타링키지 구조가 구현될 경우에는 항상 유한한 주기로 설계될 수 밖에 없으며, 분절체 기계요소로 구성된 시스템으로서 일정 수준의 에너지 소산이 필연적으로 수반된다. 이 두 조건은 서로 충돌하는 개념이다. 유한구조의 관점에서는 주기를 가능한 한 늘릴수록 무한이론에서 예측하는 이상적인 전파특성에 가까워지는 반면, 에너지 소산의 관점에서는 유한구조의 주기를 가능한 짧게 할수록 진동전파 효율이 증가하기 때문이다. 따라서 제안된 구조의 이론적인 진동 전파특성을 시뮬레이션으로 검증하기 위해서는 이 두 조건을 적절히 타협하는 모델이 필요하다. Figure 4(a)는 그러한 모델로써 2주기로 구현한 메타링키지 구조 모델을 나타낸다. 이는 가장 간단한 반복구조로서, 에너지 소산 효과를 도입하더라도 구조의 좌측 끝단에서 가진한 진동이 우측 끝단으로 잘 전파되는 것을 관찰할 수 있도록 고안되었다.

본 모델은 총 3개의 주기적인 질량체들로 구성되어 있다. 그 중 가장 좌측 질량의 변위는 u_1 , 가장 우측 질량의 변위는 u_3 로 명명되어 진동의 전파여부를 측정하기 위한 지표에 활용되었다. 각

분절체 요소들은 크게 두 가지로 나뉘는데, 질량체, 주 링크, 그리고 보조링크 등은 강체로 설정되었고, 스프링은 복소수 영률(complex Young's modulus)을 가지는 점탄성체로 설정되었다. 조인트 요소 또한 두 종류를 도입하였다. 강체의 단방향 운동을 가능하게 하는 프리스매틱 조인트(prismatic joint)와 상호간에 자유로운 회전운동을 만드는 회전조인트는 다양한 분절체 요소들이 단일 시스템으로서 거동할 수 있도록 연결하였다. 설계된 분절체 요소들의 기하조건과 물성치는 Fig. 2에서 설명한 무한주기 모델과 대부분 일치하며, 더욱 구체적인 정보는 부록에 제시하였다.

시뮬레이션은 COMSOL multibody dynamics module을 활용하여 수행되었다. 이는 유한주기의 메타링크지 구조를 분절체로 구성된 동역학적 시스템으로 해석하는 방식이다. 따라서 시뮬레이션의 풀이과정(solving procedure)은 이론적 해석처럼 선형성 가정을 사용하지 않는다. 곧, 시뮬레이션 결과를 이론적 해석결과와 비교해보면 선형성 가정의 타당성을 검증할 수 있음을 의미한다. 시뮬레이션의 결과를 선형이론과 적절히 비교하기 위해서는 주 링크의 각도가 크게 변형되지 않아야 한다. 이를 위해 u_1 의 진폭인 U_1 을 매우 작은 값인 0.2mm로 설정하여 시스템을 매우 약하게 가진하였다. 또한 구축된 시뮬레이션 모델은 강체와 점탄성체를 동시에 포함하고 있기에, 풀이과정에서 유한요소해석(Finite Element Method) 해석 및 다물체 동역학(multibody dynamics) 해석이 병렬로 수행되었다. 마지막으로 각 부품의 운동은 조화진동을 하도록 설정되었다.

3.2 주파수 별 변위전달률 해석

메타링키지 구조에서 측정할 중요한 지표는 변위전달률 $20\log_{10}|U_3/U_1|$ 인데, 이는 가진부의 변위진폭을 기준으로 하여 측정부의 변위진폭을 데시벨 단위로 정의한 것이다. 변위전달률을 주요지표로 설정한 이유는 주파수 별로 구조의 진동전파 특성이 어떠한지 측정하는 것이 시뮬레이션의 핵심이기 때문이다. 시뮬레이션을 통해 검증하고자 하는 것은 총 두 가지이다. 시뮬레이션에서 얻은 변위전달률의 상승부가 무한주기 모델에서 예측하는 통과대역으로 잘 설명되는지 여부와, 유한주기 모델 및 시뮬레이션의 변위전달률 결과를 비교하여 진동전파 특성이 서로 잘 일치하는지 여부이다. (유한주기 이론의 유도과정 및 결과는 부록에 상세히 기술되어 있다.) 주파수 별 시뮬레이션 결과는 Fig. 4(b) 그래프의 붉은 원을 통해 1Hz 간격으로 도시되었다. 또한 무한주기 이론으로 예측한 전파대역은 황색 영역으로 표현되었으며, 유한주기 이론으로 계산한 변위전달률은 검은 선으로 표현되었다. 변위전달률 데이터의 값이 클수록 메타링키지 구조는 진동을 잘 전파한다는 의미를 가지며, 변위전달률의 값이 0이면 u_1 과 u_3 가 같은 진폭으로 진동을 하는 경우에 해당한다.

먼저, 무한주기 이론이 이상적인 조건에서 예측하는 통과대역은 21.22Hz에서 26.33Hz까지인데, 에너지 소산 효과 및 유한주기성이 동시에 고려된 시뮬레이션의 결과도 약 21Hz ~ 26Hz 대역 이내에서 최대를 보이고 있음을 확인할 수 있다. 21Hz 아래로는 준-정적인

주파수 영역까지 내려갈수록 변위전달률의 값은 점차 줄어드는 것을 볼 수 있고, 26Hz 위로 35Hz에 이르기까지 변위전달률은 급격히 줄어드는 것을 알 수 있다. 이런 결과를 통해, 에너지 소산효과가 있는 유한주기 메타링키지 구조의 특성을 예측 및 설계하는데 무한주기 이론이 중요한 의미를 갖는다는 점을 알 수 있다.

다음으로, 검은 선으로 표현된 유한주기 이론의 결과는 시뮬레이션의 결과와 매우 잘 일치하고 있는 것 또한 그래프에서 확인할 수 있다. 값이 다소 다른 부분이 있는 것은, 과도하게 단순화된 이론과는 달리 시뮬레이션은 각 분절체 요소의 물성과 크기, 그리고 두께 등을 실제에 가깝게 구체화하는 과정을 거쳤기 때문이다. 가장 중요한 점은, 유한주기 이론은 링크기구의 선형성 가정을 적용하여 얻은 결과인 반면, 시뮬레이션 결과는 비선형 솔버(nonlinear solver)로 제안된 동역학 시스템을 해석한 결과라는 것이다. 이는 메타링키지 구조의 진동변위가 충분히 작게 구현될 경우, 식 (2)의 선형성 가정을 전제한 이론을 통해 그 전파특성이 매우 정확하게 예측될 수 있다는 의미이다.

이제 시뮬레이션 결과를 시각적으로 살펴보기 위해 Fig. 4(b)의 결과들 중에서 각 대역을 대표할 수 있는 주파수를 5Hz 간격으로 총 3개 선정하였다. 우선 0Hz에서 약 20Hz에 이르는 저지대역의 대표 주파수는 18Hz로, 그리고 21Hz에서 약 26Hz에 이르는 통과대역의 대표 주파수는 23Hz로, 다시 27Hz에서 35Hz까지 이르는 저지대역의 대표 주파수는 28Hz로 선택하였다. 선정된 주파수 별로 시뮬레이션 결과를 시간의 흐름에 따라 Fig. 4(c)로 나타내었다.

먼저 18Hz의 경우 0T에서의 변위양상을 살펴보면, 첫 번째 질량체가 우측으로 움직여져 있다. 그에 따라 이웃한 주 링크의 각도는 시계방향으로 회전하면서 링크기구가 강성이 없이 밀려가듯 접히는 현상(weakly folding effect)을 일으키고 있다. 이와 같이 주 링크는 살짝 접힘으로써 두 번째 질량체로 진동을 거의 전파하지 않는다. 이어서 0.5T의 시점에서든 마찬가지이다. 첫째 질량체의 변위가 좌측 끝으로 움직인 시점에서든 링크기구는 밀려나듯 펼쳐지는 현상(weakly stretching effect)이 나타나면서, 다음 질량체에 진동이 전파되지 않게 된다. 이러한 현상은 앞서 무한주기 이론에서 설명했던 유효강성이 near-zero가 되는 해석으로 설명될 수 있다.

반면, 23Hz의 경우는 진동이 전파하는 양상이 다르다. 첫 번째 질량체의 변위가 우측으로 발생한 0T에서, 이웃한 주 링크는 질량체의 변위와 반대로 크게 움직이는 공진현상과 그에 따라 강하게 접히는 현상(strongly folding effect)이 동시에 작동한다. 이 두 종류의 현상은 좌측 끝단의 진동을 우측 끝단까지 전달될 수 있도록 하는 원리가 된다. 두 종류로 설명된 각 현상은 앞서 무한주기 이론에서 설명된 바와 같이, 유효질량과 유효강성이 동시에 음의 값을 갖는 현상으로 해석될 수도 있다. 링크기구의 독특한 거동은 0.5T의 시점에서든 공진현상 및 그에 따라 강하게 펼쳐지는 현상(strongly stretching effect)를 통해 다시 한번 확인할 수 있다.

마지막으로 28Hz로 진동하는 주 링크의 0T 시점을 살펴보면, 23Hz의 경우와 대조적으로 공진현상은 매우 약해진 것을 확인할 수 있다. 한편 18Hz와도 대조적으로, 밀려가듯 접히는 것이 아니라 링크기구가

스스로 운동하며 강하게 접히는 현상(strongly folding effect)을 볼 수 있다. 이러한 두 종류의 현상은 결국, 가장 좌측 질량체의 진동을 방해하는 방향으로 주 링크가 회전하게 하여 변위가 다음 주기로 진전하지 못하게 된다. $0.5T$ 에서도 내부 링크기구에서 일관된 현상을 관측할 수 있으며, 이 두 종류의 현상 또한 앞서 무한주기 이론에서 설명되었던 양의 유효질량과 음의 유효강성으로 분석될 수 있다.

제 4 장 분절체 요소를 활용한 제작 및 실험

4.1 메타링키지 구조의 제작

지금까지 메타링키지 구조는, 이론적인 분석과 시뮬레이션을 통하여 기능이 설명되고 검증되었다. 이에 우리는 더 나아가 2주기 메타링키지 구조를 실제로 설계 및 제작하여 가진실험을 진행하였다. 구축된 실험환경은 Fig. 5(a)에서 확인할 수 있으며, 제작된 메타링키지 구조는 Fig. 5(b)에 나타나 있다. 우선 Fig. 5(b)의 메타링키지 구조를 조립하는 과정에서는 알루미늄 판(aluminum plate), 철제 질량블록 (steel mass block), 스프링 요소(spring elements), 철제 및 플라스틱 링크요소(steel & plastic link elements) 등의 분절체 요소들이 설계 및 가공되었다. 또한 각 질량체와 주 링크의 축, 그리고 보조링크의 축 등을 단방향 진동으로 가이드(guide)하면서도 베어링의 유격으로 인해 운동에너지의 소산이 극대화되는 것을 막기 위하여, 예압 방식의 볼-베어링을 적용한 선형운동가이드(linear motion guides)를 사용하였다. 그리고 제안된 내부 링크기구를 구성하는 주 링크요소와 보조링크 간의 원활한 상호운동을 구현하기 위하여 홀(hole)과 축(axis)의 치수공차를 0.01mm 이하로 가공하였으며, 링크요소의 홀과 축이 진동 중 분리되지 않도록 하기 위하여 축에 고정하는 방식의 C형 스냅링(C-type snap ring)을 적용하였다. 다음으로 메타링키지 구조의 곳곳에 윤활을 위한 그리스(grease)를 적용하여 운동에너지 소산을 최소화하였으나, 부품이 많은 관계로 진동전파 중에 필연적으로 생기는 에너지 소산은 불가피 하므로 주기는

2개까지만 제작하였다. 본 실험의 우선적 초점은 주파수에 따른 메타링키지 구조의 진동전파 특성을 측정하는 일에 두었다. 시스템의 총 길이는 30.8cm로 제작되었으며, 부품 별 자세한 기하 및 물성 정보는 부록에 첨부해두었다.

4.2 실험환경 및 실험결과

조립된 2주기 메타링키지 구조를 중심으로 Fig. 5(a)와 같은 실험환경을 구축하였다. 제작한 구조를 방진테이블에 고정하고 실험장치 들과의 높이를 맞추기 위하여 구조의 기능과는 무관한 받침대를 이용하였다. 제안된 구조는 초저주파로부터 저주파 영역까지 보장하는 가진실험이 필요하므로, 가진기(exciter)는 기존의 초음파 영역 메타물질에서 활용하는 압전방식(piezo-electric) 혹은 자기변형방식 (magneto-strictive)의 트랜스듀서(transducer)를 활용할 수 없다. 따라서 진동 셰이커(vibration shaker)를 좌측 끝단의 알루미늄 몸체에 고정기(stinger)로 체결하여 활용(Measurement exciter type 4809, Bruel & Kjaer)하였다. 이는 Fig. 5(a)의 가진부(excitation part)에 구체적으로 표현되어있다. 이 과정을 통해 우리는 제작한 시스템에 3Hz에서 31Hz에 이르기까지 1Hz 간격의 사인가진을 주었으며, 그 진폭은 2.56mm로 일정하게 유지하였다. 양 끝단의 철제 질량블록에서는 변위를 정확히 측정하기 위한 레이저 변위계(laser vibrometer)를 적용(OFV-551, Polytec)하였다. 이 과정에서 정밀한 측정을 위해 레이저의 감도를 높이고자, 철제 질량블록에 반사스티커(reflective sticker)를 부착하였다. 측정과 관련한 묘사도 Fig.

5(a)의 측정부(sensing part)에서 확인할 수 있다. 실험 전반에서는 제안된 구조의 기능과 무관한 잡음신호(noise signal)를 상쇄하기 위하여 각 주파수 당 평균 20회 이상의 실험 데이터를 통해 평균값을 구했다. 마지막으로, 진동변위의 응답이 조화진동으로 수렴한 후의 데이터를 기준으로 변위의 원점 및 진폭을 측정하였으며 별도의 수치적 주파수 필터링 작업은 거치지 않았다.

시간에 따른 주파수 별 실험결과는 Fig. 6(a)에서 확인할 수 있다. 대표적인 주파수 값은 16Hz에서 28Hz까지 2Hz의 단위로 추출하였다. 첫 번째 질량블록이 가진 변위를 u_1^{exp} , 세 번째 질량블록으로 전달된 변위는 u_3^{exp} 로 표기되었다. 이 그래프에서 주목할 부분은 22Hz와 24Hz의 대역에서 u_3^{exp} 의 값이 크게 증가했다는 점이다. 이것은 Fig. 4(b)의 변위전달률 그래프에서도 볼 수 있듯이 22Hz와 24Hz는 메타링크지 구조의 통과대역 중심부에 위치하기 때문인 것으로 이해할 수 있다. 한편, Fig. 4(b)의 통과대역 양끝 가까이에 위치한 20Hz와 26Hz 밖으로 벗어나면 진동의 전파가 급격히 줄어드는 것을 확인할 수 있었다. 그러나 시뮬레이션으로 계산한 결과와 실험이 정확하게 일치하지는 않았는데, 그 이유는 나중에 다시 설명될 것이다.

Fig. 6(b)는 가진변위 u_1^{exp} 와 전달변위 u_3^{exp} 의 진폭이 주파수에 따라 도시되었다. 이는 Fig. 6(a)의 데이터를 포함하여, 준-정적인 진동(quasi-static vibration)에 해당하는 3Hz부터 메타링크지 구조에 걸리는 가진력으로 인해 시스템이 붕괴되는 32Hz에 이르기 전까지의 모든 진폭 데이터가 표현되어있다. 3Hz 미만의 가진실험은 레이저 변위계를

활용하여도 진동이 거의 측정되지 않아서 진폭을 얻는 의미가 없으므로 표기하지 않았다. 또한 32Hz 이상의 주파수에서는 가진변위가 2.56mm로 유지되는 동시에 주파수가 너무 높아져서 시스템에 과한 가진력이 적용되었고, 그에 따라 메타링키지 구조가 즉시 붕괴되었으므로 데이터를 얻을 수가 없었다. 따라서 3Hz에서 31Hz까지의 데이터를 통해서만 메타링키지 구조의 진동전파 특성을 더 자세히 살펴볼 수 있다.

우선 가진변위 u_1^{exp} 의 진폭을 보면, 2.56mm의 값이 일정하게 유지하도록 제어된 것을 다시 확인할 수 있다. 한편 전달변위 u_3^{exp} 의 진폭은 3Hz일 때 거의 0에서 시작하여, 대략 20Hz에 이르는 동안 서서히 증가하였다. 특히 21Hz에서 24Hz까지 그 값은 가장 높게 유지되다가, 25Hz가 지나면서 다시 급격히 감소하였다. 이러한 관측결과는 제작한 메타링키지 구조가 초저주파 대역에서 대역통과 필터 기능을 가지고 있음을 잘 표현하고 있다. 그러나 이 실험결과는 두 가지의 약점을 가지고 있다. 첫째는 통과대역의 가진변위 u_1^{exp} 진폭에 비해 전달변위 u_3^{exp} 의 진폭이 다소 감소했다는 점이며, 둘째는 무한주기 이론으로 예측한 통과대역인 21.22Hz ~ 26.33Hz에 비해 실험적인 통과대역의 말미가 다소 짧아졌다는 점이다. 전자는 앞서 언급해온 분절체 구조의 에너지 소산 효과로 이해될 수 있고 Fig. 2(a)와 Fig. 4(a)에서 도입한 유효점성계수 (effective viscous damping coefficient)로 이를 정량적으로 고려할 수 있으므로, 메타링키지 구조의 거동예측 및 설계에 참고할 수 있을 것으로 보인다. 그러나 후자는 이론과 다소 다른 실제구조의 특징, 즉 비선형성에 기인하고 있다. 이는 Fig. 7과 함께 더

자세한 설명이 주어질 것이다.

마지막으로 Fig. 6(c)의 그래프에서는 전달변위 u_3^{exp} 값을 가진 주파수 별로 푸리에 변환하여 나타내었다. 그래프를 자세히 보면 가진한 주파수 y 값과 통과한 주파수 x 값이 서로 정비례하는 관계를 볼 수 있다. 이는 가진한 주파수의 진동만이 메타링키지 구조를 투과하여 반대쪽 끝단으로 잘 전달되고 있다는 의미이다. 저주파 대역의 가진주파수가 다른 통과주파수들을 랜덤하게 생성하지 않고 독립적으로 잘 전파할 뿐 아니라, y 축에서 약 21Hz로 설계된 통과대역의 시작점부터 진동의 크기가 증폭되는 대역을 볼 때, 이 시스템은 저주파 대역통과 필터로서 잘 거동하고 있다는 사실을 정성적으로 확인할 수 있었다.

제 5 장 이론, 수치해석 및 실험결과의 비교

이제 메타링키지 구조의 무한주기 이론 및 유한주기 이론, 시뮬레이션 해석과 실험을 통한 데이터 관측을 전반적으로 비교하여, 초저주파 대역통과 필터로서의 기능을 최종적으로 평가하려 한다. 각 접근법으로 얻은 데이터는 변위전달률 $20\log_{10}|U_3/U_1|$ 값을 기준으로 서로 비교되었다. 모든 결과는 Fig. 7에 도시되었다. 우선, 실험결과는 14Hz부터 31Hz까지 1Hz 간격의 파란색 사각형으로 표현되었다. 14Hz 미만의 U_3 값은 실험에서 발생하는 시스템 내부의 잡음보다도 작은 수준으로 감소하였고, 그에 따른 변위전달률 값은 의미가 없으므로 그래프에서 생략하였다. 해당 대역에서 얻은 전달변위의 진폭을 확인하려면 Fig. 6(b)의 $|u_3^{\text{exp}}|$ 값을 참고하면 된다. 한편, 32Hz 이상의 데이터는 실험을 통해 구할 수가 없었다. 이는 메타링키지 구조의 통과대역을 명확히 확인하기 위하여 가진변위의 진폭을 2.56mm 정도로 큰 값을 주어야 했는데, 주파수가 31Hz를 넘어가면서 가진력이 급증하여 제작된 시스템이 붕괴되었기 때문이다. 이는 시스템이 과도한 힘으로 가진되면 링크기구가 비선형적으로 크게 거동하는 현상과 관련된 것이다. 또한, 실험결과 외의 모든 그래프는 실험 값의 에너지 소산 효과를 고려하기 위하여 C_s 값이 1.8(Ns/m)로 조정되었다.

먼저, 무한주기 이론이 이상적으로 예측하는 통과대역은 21.22Hz에서 26.33Hz이며 황색 영역으로 표현되었다. 이 예측은 주기가 무한하고 에너지 소산이 없는 이상적인 조건에서 이루어진 것인데도 불구하고, 유한주기 이론 및 시뮬레이션의 결과의 변위전달률 상승부와 아주 잘

일치하는 것을 볼 수 있다. 이는 앞서 Fig. 4(b)에서 설명한 것과 마찬가지로, 메타링키지 구조가 초기에 고안되는 시점에서 무한주기 이론의 예측이 매우 유용한 것으로 이해될 수 있다. 이와 더불어, 메타링키지 구조를 직접 실험하여 얻은 데이터 중 14Hz에서 24Hz까지의 결과값 또한 이론 및 시뮬레이션 데이터와 매우 잘 일치한다. 이는 초저주파 저지대역부터 초저주파 통과대역 중반에 이르기까지, 이론과 시뮬레이션이 실제 메타링키지 구조를 잘 설명한다는 사실을 뒷받침한다. 그러나 실험결과가 25Hz를 넘어가기 시작하면서, 이론과 시뮬레이션이 예측한 통과대역과는 다소 차이를 보이기 시작하였다. 가장 큰 이유는 제작된 구조가 붕괴하는 주파수인 32Hz와 가까워질수록 링크기구가 비선형적으로 크게 거동하기 시작했기 때문이다. 25Hz부터 31Hz에 이르는 주파수 대역의 진동전파 과정에서는 실제 링크기구의 거동이 선형성 가정의 예측보다 매우 크기 때문에, 최종적으로 끝단에 이르는 진동의 크기도 줄어든 것으로 이해할 수 있었다. 그러나 이러한 현상은, 메타링키지 구조가 선형적으로 작동하도록 가진하는 적절한 변위진폭에 대한 향후 연구와, 분절체 구조의 에너지 소산에 대한 기술적 문제 등을 진전하면 충분히 개선될 수 있을 것으로 보인다. 정리하자면, 실험결과는 이론 및 시뮬레이션의 변위전달률 그래프와 비교했을 때 그 경향성이 매우 잘 일치한다는 사실을 확인하였다. 또한 실제로 제작한 메타링키지 구조는 초저주파 저지대역, 초저주파 통과대역과 그 직후에 다시 발생하는 저지대역이 전반적으로 잘 형성되었으며, 이러한 현상은 이론과 시뮬레이션을 통하여 유용하게 설계 및 예측될 수 있음을 확인하였다.

제 6 장 결론

본 논문은 초저주파 대역에서 과동 특이현상을 일으키는 메타링키지 구조를 새롭게 제안하였다. 제안된 메타물질의 핵심 아이디어는 특별하게 설계된 내부 링크기구인데, 이 구조가 접히거나 공진하는 현상을 활용하여 본 연구는 거의 0Hz까지 이르는 광범위한 초저주파 저지대역과 그 직후에 이중음성(double negativity) 현상에 기반하여 형성된 초저주파 통과대역을 설계할 수 있었다. 초저주파 저지대역과 그 후의 통과대역을 구현하기 위한 목적으로 수행된 기존의 연구들은 강벽 경계조건을 필수로 요구하기 때문에, 그에 따라 설계된 메타물질은 외부환경 의존적인 구조로만 구현될 수 있었다. 반면, 본 논문에서 제안한 메타링키지 구조는 초저주파 대역통과 필터를 자체구조로 구현했다는 점에서 큰 강점을 가진다. 우리는 메타링키지 구조의 원리 및 기능적 타당성을 검증하기 위하여, 먼저 제안된 구조의 순수한 진동 전파특성을 이론적으로 해석하였다. 이는 무한주기 선형근사 이론에 기반하여 유도한 분산방정식과 유효물성 분석을 통해 수행되었다. 다음으로 유한하게 구현된 메타링키지 구조를 해석하는 시뮬레이션을 구축하여, 앞서 수행된 이론적 설명을 검증했을 뿐 아니라 각 주파수 별 운동양상을 가시화하였다. 마지막으로 메타링키지 구조를 실제로 제작하여 가진실험을 수행하였고, 실험에서 얻은 변위전달률 데이터를 이론 및 시뮬레이션 결과와 비교하여 제안된 구조의 타당성을 최종적으로 검증하였다. 제안된 메타링키지 구조는 초저주파 영역에서 작동하는 메타물질 시스템 및 자립형으로 작동하는 초저주파 대역통과 필터 설계에 새로운 돌파구가 될 것으로 보인다. 향후 연구로는 본

메타물질의 전파특성을 유지하면서도 구조의 불안정성을 개선하는 일과, 제작의 기술적 측면에 있어서 에너지 소산을 최소화하는 작업 등이 필요할 것이다.

부록(Supplement)

S.1 무한한 해석모델의 수식유도과정

메타링크지 구조의 무한주기 이론모델은 Fig. 2(a)에 제시되어 있다. 먼저 주어진 메타링크지 구조의 분산방정식을 유도하기 위해서는, 링크기구의 기하조건을 통해 주 링크의 회전운동을 선형방정식으로 근사해야 한다. 이를 구하기 위해 Fig. 2(b)는, n -번째 단위격자에 속한 내부 링크기구의 초기형상 및 거동 중의 형상을 순서대로 나타내고 있다. 초기형상에서 보조링크와 직각을 이루고 있던 주 링크는, 메타링크지 구조가 조화진동을 함과 동시에 각도 θ_n 의 방향으로 조화진동한다. 링크기구 초기형상의 기하 및 주 링크가 반-시계방향으로 θ_n 의 각도만큼 회전한 시점의 기하를 참고하여, 보조링크의 길이 b 가 불변한다는 사실로부터 식 (S1)의 기하조건을 얻을 수 있다.

$$b^2 = a^2 + \left(\frac{1}{2}L\right)^2 - aL\cos\theta^0 \quad (\text{S1a})$$

$$b^2 = (a + \Delta a)^2 + \left(\frac{1}{2}L\right)^2 - (a + \Delta a)L\cos(\theta^0 - \theta_n) \quad (\text{S1b})$$

$$a^2 + \left(\frac{1}{2}L\right)^2 - aL\cos\theta^0 = (a + \Delta a)^2 + \left(\frac{1}{2}L\right)^2 - (a + \Delta a)L\cos(\theta^0 - \theta_n) \quad (\text{S1c})$$

여기서 Δa 의 값은 주 링크의 회전 중에 발생한 길이 a 의 변화량을 의미하며, 그 크기는 a 에 비해 매우 작다고 가정 ($a \gg |\Delta a|$) 하였다.

이는 주 링크의 회전운동이 작게 일어난다는 의미를 지니는데, 일차적으로는 링크기구의 운동을 선형방정식으로 근사하고 최종적으로는 메타링크지 구조의 분산관계를 유도하기 위함이다. 식 (S1c)과 더불어, 초기형상의 주 링크와 보조링크, 그리고 x -축이 이루는 삼각형의 각도조건 ($\alpha + \theta^0 = 0.5\pi$)을 이용하면 식 (S2)를 얻을 수 있다.

$$aL[\sin(\alpha + \theta_n) - \sin \alpha] = \Delta a[2a - L\sin(\alpha + \theta_n)] \quad (S2)$$

주 링크의 회전운동은 작다고 가정하였으므로 $\alpha \gg |\theta_n|$ 의 각도조건을 추가로 도입하면, 식 (S2)는 식 (S3)로 다시 정리될 수 있다.

$$2aL\cos\left(\alpha + \frac{\theta_n}{2}\right)\sin\frac{1}{2}\theta_n = \Delta a[2a - L\sin(\alpha + \theta_n)] \quad (S3a)$$

$$\theta_n \cdot aL\cos \alpha \approx \Delta a[2a - L\sin \alpha] \quad (S3b)$$

한편, Fig. 2(b)의 Δa 는 Fig. 2(a)의 n -번째 단위격자를 참고하면 $(u_n^R - u_n^L)/2$ 로 주어지는데(여기서의 u_n^R 는 n -번째 단위격자의 우측 보조링크의 우측 회전조인트 변위를, u_n^L 는 n -번째 단위격자의 좌측 보조링크의 왼쪽 회전조인트 변위를 나타낸다), 이를 식 (S3b)에 대입하면 식 (S4)와 같은 관계식을 얻는다.

$$\theta_n \cong \frac{2a - L\sin \alpha}{2aL\cos \alpha} (u_n^R - u_n^L) \triangleq F(u_n^R - u_n^L) \quad (S4)$$

이때, 식 (S4)는 메타링키지 구조 내부 링크기구에서 주 링크의 회전운동과 보조링크 회전조인트의 병진운동을 선형적인 관계로 나타내는 근사방정식이다.

다음으로, 메타링키지 구조의 각 분절체 요소들에 대한 운동방정식을 세울 수 있다. 본 구조의 n -번째 단위격자를 구성하는 부품의 순서대로 질량체, 좌측 보조링크의 좌측 회전조인트, 주 링크 (병진), 주 링크(회전), 우측 보조링크의 우측 회전조인트를 따라 각 운동방정식을 세우면 식 (S5)와 같다.

$$M \frac{d^2 u_n}{dt^2} = k \left\{ (u_{n-1}^R - u_n) + (u_n^L - u_n) \right\} + C_s \frac{d}{dt} \left\{ (u_{n-1}^R - u_n) + (u_n^L - u_n) \right\} \quad (S5a)$$

$$k (u_n - u_n^L) + C_s \frac{d}{dt} (u_n - u_n^L) = T_n^L \cos \alpha \quad (S5b)$$

$$(T_n^L - T_n^R) \cos \alpha = m \frac{d^2}{dt^2} \left(\frac{u_n^L + u_n^R}{2} \right) \quad (S5c)$$

$$-\frac{1}{2} L (T_n^L + T_n^R) = I_m \frac{d^2 \theta_n}{dt^2} \quad (S5d)$$

$$T_n^R \cos \alpha = k (u_n^R - u_{n+1}) + C_s \frac{d}{dt} (u_n^R - u_{n+1}) \quad (S5e)$$

여기서 M , m , I_m , k , C_s 는 각각 질량체의 질량, 주 링크의 질량, 주 링크의 회전관성, 스프링의 탄성계수, 점탄성스프링 모델의 유효점성계수를 의미한다. 또한 T_n^L , T_n^R 은 각각 n -번째 단위격자의

좌측 보조링크를 압축하는 힘과 우측 보조링크를 압축하는 힘을 의미한다.

위의 식 (S4)를 식 (S5d)에 대입하고, 이로써 얻은 식을 식 (S5c)와 연립하면 아래의 식 (S6)을 얻는다. 이때, 제안된 메타물질 시스템의 모든 변위는 시간에 따라 조화진동하는 상태로 가정하였다.

$$T_n^L = u_n^R \left(\frac{\omega^2 I_m F}{L} - \frac{\omega^2 m}{4 \cos \alpha} \right) - u_n^L \left(\frac{\omega^2 I_m F}{L} + \frac{\omega^2 m}{4 \cos \alpha} \right) \triangleq Au_n^R - Bu_n^L \quad (\text{S6a})$$

$$T_n^R = u_n^R \left(\frac{\omega^2 I_m F}{L} + \frac{\omega^2 m}{4 \cos \alpha} \right) - u_n^L \left(\frac{\omega^2 I_m F}{L} - \frac{\omega^2 m}{4 \cos \alpha} \right) \triangleq Bu_n^R - Au_n^L \quad (\text{S6b})$$

앞서 얻은 식 (S6a)를 식 (S5b)에, 식 (S6b)는 식 (S5e)에 대입하여 각각 정리하면 식 (S7)을 얻는다. 여기서는 향후 계산의 편의를 위해 $\tilde{k} \triangleq k + j\omega C_s$ 의 정의를 활용하였다.

$$\begin{bmatrix} u_n \\ u_{n+1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 - \frac{B \cos \alpha}{\tilde{k}} & \frac{A \cos \alpha}{\tilde{k}} \\ \frac{A \cos \alpha}{\tilde{k}} & 1 - \frac{B \cos \alpha}{\tilde{k}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_n^L \\ u_n^R \end{bmatrix} \triangleq \tilde{W} \begin{bmatrix} u_n^L \\ u_n^R \end{bmatrix} \quad (\text{S7})$$

식 (S7)을 통해, 식 (S5a)의 u_{n-1}^R 과 u_n^L 를 u_n , u_{n-1} , 그리고 u_{n+1} 로 표현해야 제안된 메타링크지 구조의 분산방정식을 얻을 수 있다. 따라서 식 (S7)의 양변에 \tilde{W} 의 역행렬을 각각 취하여 다시 쓰면 식 (S8)을 얻는다.

$$\begin{bmatrix} u_n^L \\ u_n^R \end{bmatrix} = \frac{1}{\det \tilde{W}} \begin{bmatrix} 1 - \frac{B \cos \alpha}{\tilde{k}} & -\frac{A \cos \alpha}{\tilde{k}} \\ -\frac{A \cos \alpha}{\tilde{k}} & 1 - \frac{B \cos \alpha}{\tilde{k}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_n \\ u_{n+1} \end{bmatrix} \quad (\text{S8})$$

이제 식 (S8)을 통해 u_{n-1}^R 와 u_n^L 을 식 (S9)와 같이 얻을 수 있다.

$$u_{n-1}^R = \frac{1}{\det \tilde{W}} \left(-\frac{A \cos \alpha}{\tilde{k}} \right) u_{n-1} + \frac{1}{\det \tilde{W}} \left(1 - \frac{B \cos \alpha}{\tilde{k}} \right) u_n \quad (\text{S9a})$$

$$u_n^L = \frac{1}{\det \tilde{W}} \left(1 - \frac{B \cos \alpha}{\tilde{k}} \right) u_n + \frac{1}{\det \tilde{W}} \left(-\frac{A \cos \alpha}{\tilde{k}} \right) u_{n+1} \quad (\text{S9b})$$

식 (S5a)의 각 변위의 시간에 따른 조화진동을 가정하여 다시 쓰면 식 (S10)을 얻고, 이에 식 (S9a)와 식 (S9b)를 대입하여 정리하면 식 (S11)을 얻는다.

$$-M \omega^2 u_n = \tilde{k} (u_{n-1}^R + u_n^L - 2u_n) \quad (\text{S10})$$

$$-M \omega^2 u_n = -\frac{A \cos \alpha}{\det \tilde{W}} (u_{n+1} + u_{n-1} - 2u_n) - p \cdot u_n \quad (\text{S11})$$

식 (S11)에서 추가된 변수 p 는 다음 식 (S12)과 같이 주어진다.

$$p \triangleq 2\tilde{k} - \frac{1}{\det \tilde{W}} (2\tilde{k} - 2A \cos \alpha - 2B \cos \alpha) \quad (\text{S12})$$

이제 식 (S11)과 더불어 분절체 주기구조에서 전파하는 파동에 관한 블로흐-플로케 조건(Bloch-Floquet condition)을 활용(n -번째 질량체의 변위가 $u_n = U_n \exp(j\omega t)$ 로 표현될 때, 잇따른 질량체의 변위가 $u_{n+1} = u_n \exp(-jqD)$ 의 조건을 만족한다[Ref. 31])하면, 메타링키지 구조의 분산방정식을 식 (S13)과 같이 얻을 수 있다. 참고로 q , D 는 각각 주기구조를 따라 전파하는 파동의 파수와 단위격자의 크기를 의미한다.

$$\left(M - \frac{P}{\omega^2}\right)\omega^2 = 4 \cdot \left(-\frac{A \cos \alpha}{\det \tilde{W}}\right) \sin^2 \frac{qD}{2} \quad (\text{S13})$$

S.2 유효물성의 특징과 그에 따른 분산특성의 분석

Figure S1(a)는 일반적인 분절체 주기구조의 질량-스프링 등가모델[Ref. 31]을 나타내는데, 이 모델은 거리 D 마다 주기적으로 배열된 유효질량체 M_{eff} 들과 그것들을 서로 연결하는 유효강성 K_{eff} 의 스프링들로 구성되어 있다. 이 모델의 분산방정식을 구하면 메타링키지 구조의 유효질량과 유효강성을 얻을 수 있으며, 제안된 구조의 분산특성을 유효물성의 관점에서 설명할 수 있다.

질량-스프링 등가모델의 분산방정식을 구하기 위해, n -번째 유효질량체에 대한 운동방정식을 세우면 식 (S14)를 얻는다.

$$M_{eff} \frac{d^2 u_n}{dt^2} = K_{eff} (u_{n+1} - u_n) + K_{eff} (u_{n-1} - u_n) \quad (\text{S14})$$

다음으로, 유효질량체의 변위가 시간에 따라 조화진동한다는 조건과 더불어 블로흐-플로케(Bloch-Floquet) 주기조건(n -번째 질량체의 변위가 $u_n = U_n \exp(j\omega t)$ 로 표현될 때, 잇따른 질량체의 변위가 $u_{n+1} = u_n \exp(-jqD)$ 의 조건을 만족한다[Ref. 31])을 활용하여 식 (S14)를 다시 쓰면, 등가모델의 분산방정식을 식 (S15)와 같이 얻는다.

$$-M_{eff} \omega^2 u_n = K_{eff} (e^{-jqD} + e^{jqD} - 2) u_n \quad (S15a)$$

$$-M_{eff} \omega^2 u_n = -2K_{eff} \left(1 - \frac{e^{-jqD} + e^{jqD}}{2} \right) u_n \quad (S15b)$$

$$-M_{eff} \omega^2 u_n = -4K_{eff} \left(\frac{1 - \cos qD}{2} \right) u_n \quad (S15c)$$

$$M_{eff} \omega^2 = 4K_{eff} \sin^2 \frac{qD}{2} \quad (S15d)$$

다음으로, 메타링키지 구조의 유효질량 및 유효강성을 얻기 위해, 앞서 유도한 등가모델의 분산방정식 (S15d)와 메타링키지 구조의 분산방정식 (S13)과 비교할 수 있다. 그 과정에서 얻은 메타링키지 구조의 유효질량과 유효강성은 각각 식 (S16)과 식 (S17)과 같다.

$$M_{eff} = M - \frac{P}{\omega^2} \quad (S16)$$

$$K_{eff} = -\frac{A \cos \alpha}{\det \tilde{W}} \quad (S17)$$

식 (S16)과 식 (S17)에서 얻은 유효질량 및 유효강성은, 메타링키지 구조의 주파수 별 진동 전파특성을 설명할 수 있다. 진동 전파특성은 식 (S15d)의 우변에서 무차원화된 파동벡터 혹은 블로흐위상(Bloch-phase)이라고 불리는 qD 값에 의해 결정된다. 이 값은 유효질량 M_{eff} 및 유효강성 K_{eff} 의 조합에 따라 실수가 되기도 하고 복소수가 되기도 하는데, 각각 순서대로 파동이 통과하는 주파수 대역 및 저지되는 주파수 대역을 의미하게 된다. 더욱 구체적인 설명을 위해 식 (S15d)의 양변을 $4K_{eff}$ 로 나누면 나오는 형태, 즉 $M_{eff}\omega^2 / 4K_{eff}$ 를 S_q 라고 정의할 필요가 있다. 식 (S15d)에 따르면 S_q 값은 사인함수의 제곱으로 표현되므로, S_q 가 0에서 1 사이의 값을 갖는 경우에만 qD 값은 실수를 갖게 된다. 이를 위해서는 유효질량과 유효강성이 모두 양수의 값을 갖거나 모두 음수의 값을 가져야만 한다. 그럼에도 불구하고, 유효질량 M_{eff} 이 너무 크거나 주파수 ω 가 너무 높은 경우, 혹은 K_{eff} 가 너무 작은 경우에는 S_q 가 1의 값을 넘을 수가 있으며 그에 따라 구조를 통해 진동이 저지되는 주파수 대역이 형성된다. 한편, 유효질량과 유효강성 중 한 쪽만이 음수인 경우도 있을 수 있다. 이 경우의 S_q 는 음수가 되므로, qD 는 복소수의 값을 갖게 된다. 그에 따라 제안된 구조에서는 진동이 저지되는 주파수 대역이 형성된다.

메타링키지 구조의 주파수 별 유효질량과 유효강성을 Fig. S1(b)에 도시하였다. 이때, 제안된 구조의 순수한 전파특성을 살펴보기 위하여

유효점성계수는 0으로 설정되었으며, 유효물성을 얻는데 사용된 각 부품 별 기하와 설계물성치는 Table 1에 정리되어 있다. 설계주파수 대역은 0Hz부터 40Hz까지이며, 본 대역 이내에서 유효물성이 크게 전환되는 경계주파수는 f_1 과 f_2 , 총 2개가 있다. 40Hz 이후의 대역에서는 유효강성만이 큰 변화를 겪는 주파수 f_R 를 언급하는 것이 중요하다. 메타링키지 구조의 주파수 대역 별 전파특성을 알기 위해서는 경계주파수들을 우선 검토할 필요가 있다.

Figure S1(b)의 그래프를 참고하면, f_1 과 f_R 을 구하기 위하여 K_{eff} 가 무한대로 발산하는 주파수를 계산해야 한다. 이를 위해 식 (S6)과 식 (S7), 그리고 식 (S17)을 참고하면 식 (S18)의 조건을 얻을 수 있다.

$$\det W = \left(1 - \frac{B \cos \alpha}{k}\right)^2 - \left(\frac{A \cos \alpha}{k}\right)^2 = 0 \quad (\text{S18a})$$

$$\left\{1 - \frac{\cos \alpha}{k}(B - A)\right\} \left\{1 - \frac{\cos \alpha}{k}(B + A)\right\} = 0 \quad (\text{S18b})$$

$$\left(1 - \frac{\omega^2 m}{2k}\right) \left(1 - \frac{2\omega^2 I_m F \cos \alpha}{kL}\right) = 0 \quad (\text{S18c})$$

따라서 식 (S18c)의 조건을 만족하는 두 주파수 해는

$$f_1 = (2\pi)^{-1} (2k/m)^{0.5} \approx 21.22 \text{Hz} \quad \text{와} \quad f_R = (2\pi)^{-1} \left\{ (kL/2F \cos \alpha) / I_m \right\}^{0.5}$$

$\approx 54.35 \text{Hz}$ 로 얻는다. 유도한 식에 의하면 f_1 는 주 링크가 x축을 따라 공진하는 주파수임을 알 수 있으며, 또한 f_R 은 주 링크가 θ 방향으로

회전공진을 일으키는 주파수임도 알 수 있다. 다음으로 f_2 를 구하기 위해서 M_{eff} 이 0인 주파수를 계산해야 한다. 이를 위해 식 (S6), 식 (S12)과 식 (S16), 그리고 식 (S18)을 참고하면 식 (S19)와 같은 조건을 얻을 수 있다.

$$M_{eff} = M - \frac{P}{\omega^2} = 0 \quad (\text{S19a})$$

$$M\omega^2 = p = 2k - \frac{1}{\det W} (2k - 2A \cos \alpha - 2B \cos \alpha) \quad (\text{S19b})$$

$$(2k - M\omega^2) \det W = 2k - 2 \cos \alpha \cdot \frac{2\omega^2 I_m F}{L} \quad (\text{S19c})$$

$$(2k - M\omega^2) \left(1 - \frac{\omega^2 m}{2k}\right) \left(1 - \frac{2\omega^2 I_m F \cos \alpha}{kL}\right) = 2k \left(1 - \frac{2\omega^2 I_m F \cos \alpha}{kL}\right) \quad (\text{S19d})$$

$$(2k - M\omega^2)(2k - m\omega^2) = (2k)^2 \quad (\text{S19e})$$

$$Mm\omega^2 = 2k(M + m) \quad (\text{S19f})$$

식 (S19f)를 만족하는 주파수는 $f_2 = (2\pi)^{-1} \left\{ 2k(m^{-1} + M^{-1}) \right\}^{0.5}$, 계산하면 26.33Hz의 값을 갖는다. 이 식에 의하면 f_2 는 질량체 M 과 주 링크 m 이 서로 질량중심을 기준으로 운동량을 보존하는 고유모드로 진동하는 주파수를 의미한다.

지금까지 유효물성의 경계주파수들을 구했으므로, 그에 따른 각 주파수 대역 별 진동 전파특성에 대해 설명할 수 있다. Figure S1(b)의 설계주파수 대역, 즉 0Hz부터 40Hz까지 이르는 주파수 대역은 총 3개

대역으로 구분된다. 먼저, 0Hz에서 f_1 에 이르는 대역은 0Hz에 가까운
 준-정적인 전반부와 f_1 에 가까운 후반부로 나누어 설명할 수 있다. 본
 대역의 전반부는 유효질량과 유효강성이 동시에 양수 값을 가지고
 있으나 유효강성이 0에 가까운 값을 가지므로, 앞서 주어진 질량-스프링
 등가모델 분산방정식 설명의 S_q 가 1을 넘는다. 대역의 후반부도
 마찬가지로, 유효질량이 유효강성에 비해 매우 큰 값을 가지게 되어
 S_q 가 1을 넘게 된다. 따라서 0Hz에서 f_1 에 이르는 주파수 대역은 Fig.
 S1(d)의 파동벡터 값이 지속적으로 허수부를 갖게 하여 메타링키지
 구조의 주파수 저지대역을 형성한다. 다음으로, f_1 에서 f_2 에 이르는
 대역에서는 유효질량과 유효강성이 모두 음의 값을 가지고 있으며 각
 유효물성의 비율이 이전 대역에 비해 크지 않으므로 S_q 값은 0에서
 1사이의 값을 갖는다. 그에 따라 같은 주파수 대역의 Fig. S1(d)의
 파동벡터는 실수부만을 갖게 된다. 이는 본 주파수 대역의 진동이
 메타링키지 구조를 통해 전파한다는 사실을 의미한다. 마지막으로
 f_2 에서 40Hz까지의(편의상 한계주파수를 임의로 상정한 것이다.)
 주파수 대역은 유효질량과 유효강성의 부호가 서로 다르다. 유효강성은
 지속적으로 음의 값을 유지하는 반면 유효질량은 양수의 값으로
 전환되므로 S_q 값이 음수를 갖는다. 이 또한 Fig. S1(d)의 파동벡터가
 허수부를 가진다는 사실로부터 확인할 수 있었으며, 본 대역의 진동은
 제안된 구조를 통과하지 않는다. 한편, f_R 주변의 유효물성은 제안된
 메타링키지 구조의 주 링크의 회전공진 현상에 따라 영향을 받는다.

그러나 주 링크의 회전관성 I_m 은 독립적으로 설계가 가능하므로 회전공진 주파수의 위치는 본 연구의 설계주파수보다 더욱 높ی 조정될 수 있다. 따라서 이로 인한 통과대역은 설계된 주파수 대역에 전혀 영향을 주지 않으며, 이에 상세한 분석은 제시되지 않았다. 참고로 Fig. S1(c)의 f_R 주변의 유효강성의 형태와 Fig. S1(d)의 f_R 주변의 허수부 크기를 참고하면, 높은 주파수 대역에서는 유효점성에 의한 에너지 소산도 더욱 커지므로 진동 전파가 매우 적은 수준으로만 발생할 것이라고 추측할 수 있다.

앞서 설명한 주파수 별 진동 전파특성과 유효물성의 관계는 Fig. S1(c)와 같이 유효점성이 다소 주어진 경우에도 똑같이 적용된다. Figure S1(c)의 설계주파수 대역의 유효질량 및 유효강성은 그 공진피크의 값이 유한하다는 특징을 가지고 있으나, Fig. S1(d)의 에너지 소산이 있는 경우(Damp) 그래프를 확인해보면 소산이 없는 경우(Undamp) 그래프와 그 기본경향이 일치하며, 유효점성계수에 따라서는 사소한 차이만 존재한다는 것을 확인할 수 있었다. 이를 통해 실제 메타링크지 구조에서도 유효점성계수에 따라 진동 전파효율이 다소 영향을 받을 것이나, 주파수 통과대역 자체에는 큰 영향이 없을 것이라고 추론할 수 있다.

S.3 메타링크지 구조의 유한모델과 변위전달률 해석

지금까지는 메타링크지 구조의 주기가 무한하다고 해석하여, 구조의 순수한 분산특성을 설명하는데 집중하였다. 이제는 해당 구조의

유한모델에 기반하여 해석을 전개할 필요가 있다. 유한모델을 다루는 이유는 크게 3가지가 있다. 첫째로, 제안된 메타물질은 항상 유한한 개수로만 구현할 수 있기 때문이다. 둘째로, 무한모델에서 예측한 분산특성이 유한한 구조에서도 잘 작동하는지 검토할 필요가 있기 때문이다. 셋째로, 실제 제작한 유한구조에서 얻은 실험결과와 향후 비교하기 위하여 이론적 해석이 선행되어야 하기 때문이다. 이와는 별개로, 메타링키지 구조를 분절체 부품들로 실제 제작하는 경우에 약간의 에너지 소산이 항상 수반된다는 점을 고려해야 한다. 유한모델을 구축하는 목적은 실제로 제작될 시스템을 해석하는데 있기 때문에 에너지 소산효과를 중요하게 고려할 필요가 있다. 따라서 적절한 값의 유효점성계수 C_s 가 유한모델의 해석과정에서 도입되었다.

먼저 Fig. S2(a)을 보면, 유한한 메타링키지 구조 모델이 도시되어있다. 이는 앞서 살펴본 Fig. 2(a)의 무한모델에서 단 $N-1$ 개 주기만 잘라서 가져온 것이다. 여기서 각 질량체 M 의 변위를 왼쪽부터 u_1, u_2, \dots, u_N 으로 명명하였다. 그 중 u_1 은 조화진동으로 가진하는 변위로 설정되었으며, 그 외의 모든 기하와 물성은 Fig. 2(a)의 경우와 같다. 무한한 구조와 달리, 유한한 구조에서는 그 진동 전파특성을 유효물성이나 분산곡선으로 해석할 수 없다. 그 대신 해당 구조의 전파특성을 검토하기 위한 또 다른 지표가 필요하다. 본 연구의 초점은 제안된 구조의 주파수 별 진동전파 특성에 있으므로, 가진변위 u_1 과 전달변위 u_N 의 비를 활용하여 식 (S20)과 같은 변위전달률을 주요지표로 정의할 수 있다.

$$T_{dB}^{Theory} = 20 \log_{10} \left| \frac{u_N}{u_1} \right| \quad (S20)$$

이제 유한구조에 대한 해석적 모델을 구축하여 식 (S20)에 제안된 변위전달률을 이론적으로 유도할 필요가 있다. Fig. S2(a)와 식 (S4), 그리고 식 (S5)를 참고하여, 유한한 메타링키지 구조의 첫째 주기, n -번째 주기($n = 2, 3, \dots, N-1$), N -번째 주기 부품들의 운동방정식을 세우면 식 (S21), 식 (S22), 그리고 식 (S23)과 같다. 이때, F_1 은 가진기가 유한한 메타링키지 구조의 첫 번째 질량체에 가하는 힘을 의미하며 그 외의 변수들은 식 (S5)의 경우와 같은 의미를 갖는다.

$$-\omega^2 M u_1 = \tilde{k}(u_1^L - u_1) + F_1 \quad (S21a)$$

$$\tilde{k}(u_1 - u_1^L) = T_1^L \cos \alpha \quad (S21b)$$

$$(T_1^L - T_1^R) \cos \alpha = -\omega^2 m \cdot (u_1^L + u_1^R) / 2 \quad (S21c)$$

$$-0.5L \cdot (T_1^L + T_1^R) = -\omega^2 I_m \theta_1 \quad (S21d)$$

$$T_1^R \cos \alpha = \tilde{k}(u_1^R - u_2) \quad (S21e)$$

$$\theta_1 = F(u_1^R - u_1^L) \quad (S21f)$$

$$-\omega^2 M u_n = \tilde{k}(u_n^L + u_{n-1}^R - 2u_n) \quad (S22a)$$

$$\tilde{k}(u_n - u_n^L) = T_n^L \cos \alpha \quad (S22b)$$

$$(T_n^L - T_n^R) \cos \alpha = -\omega^2 m \cdot (u_n^L + u_n^R) / 2 \quad (S22c)$$

$$-0.5L \cdot (T_n^L + T_n^R) = -\omega^2 I_m \theta_n \quad (\text{S22d})$$

$$T_n^R \cos \alpha = \tilde{k}(u_n^R - u_{n+1}) \quad (\text{S22e})$$

$$\theta_n = F(u_n^R - u_n^L) \quad (\text{S22f})$$

$$-\omega^2 M u_N = \tilde{k}(u_{N-1}^R - u_N) \quad (\text{S23})$$

여기서 식 (S22a)와 식 (S23)을 통하여 변위전달률을 유도할 수 있다. 이를 위해서는 다른 모든 식을 연립하여 식 (S22a)의 u_{n-1}^R , u_n^L 과 식 (S23)의 u_{N-1}^R 을 질량체 M 들의 변위로 표현할 수 있어야 한다. 먼저, 위의 식 (S21b)에서 식 (S21f)까지 혹은 식 (S22b)에서 식 (S22f)까지를 연립하면 u_{n-1}^R 를 u_{n-1} 과 u_n 으로 표현할 수 있다. 이와 마찬가지로, 식 (S22b)에서 식 (S22f)까지의 연립을 통해서 u_n^L 과 u_{N-1}^R 또한 각각 u_n 과 u_{n+1} , 그리고 u_{N-1} 과 u_N 으로 표현할 수 있다. 이 과정을 통해 얻은 u_{n-1}^R , u_n^L , 그리고 u_{N-1}^R 는 식 (S24)와 같이 정리된다. 자세한 연립방법은 식 (S5)에서 식 (S9)에 이르는 과정과 동일하다.

$$u_{n-1}^R = \frac{1}{\det \tilde{W}} \left(-\frac{A \cos \alpha}{\tilde{k}} \right) u_{n-1} + \frac{1}{\det \tilde{W}} \left(1 - \frac{B \cos \alpha}{\tilde{k}} \right) u_n \triangleq R u_{n-1} + Q u_n \quad (\text{S24a})$$

$$u_n^L = \frac{1}{\det \tilde{W}} \left(1 - \frac{B \cos \alpha}{\tilde{k}} \right) u_n + \frac{1}{\det \tilde{W}} \left(-\frac{A \cos \alpha}{\tilde{k}} \right) u_{n+1} \triangleq Q u_n + R u_{n+1} \quad (\text{S24b})$$

$$u_{N-1}^R = \frac{1}{\det \tilde{W}} \left(-\frac{A \cos \alpha}{\tilde{k}} \right) u_{N-1} + \frac{1}{\det \tilde{W}} \left(1 - \frac{B \cos \alpha}{\tilde{k}} \right) u_N \triangleq R u_{N-1} + Q u_N \quad (\text{S24c})$$

이제 식 (S24a) 및 식 (S24b)를 식 (S22a)에 대입하면, 이웃한 두 질량체의 변위비를 식 (S25)의 과정과 같이 구할 수 있다.

$$-\omega^2 M u_n = \tilde{k}(Q u_n + R u_{n+1} + R u_{n-1} + Q u_n - 2u_n) \quad (\text{S25a})$$

$$\left(2\tilde{k} - 2\tilde{k}Q - \omega^2 M\right)u_n = \tilde{k}(R u_{n+1} + R u_{n-1}) \quad (\text{S25b})$$

$$\left(2\tilde{k} - 2\tilde{k}Q - \omega^2 M - \tilde{k}R \frac{u_{n+1}}{u_n}\right) \frac{u_n}{u_{n-1}} = \tilde{k}R \quad (\text{S25c})$$

$$U_{n-1}^n \triangleq \frac{u_n}{u_{n-1}} = \frac{\tilde{k}R}{2\tilde{k} - 2\tilde{k}Q - \omega^2 M - \tilde{k}R U_n^{n+1}}, \quad n = 2, 3, \dots, N-1. \quad (\text{S25d})$$

다음으로 U_{N-1}^N 을 구하기 위해서 식 (S24c)를 식 (S23)에 대입하면, 식 (S26)과 같은 변위비를 얻는다.

$$-\omega^2 M u_N = \tilde{k}(R u_{N-1} + Q u_N - u_N) \quad (\text{S26a})$$

$$U_{N-1}^N \triangleq \frac{u_N}{u_{N-1}} = \frac{\tilde{k}R}{\tilde{k} - \tilde{k}Q - \omega^2 M} \quad (\text{S26b})$$

식 (S25d)와 식 (S26b)를 종합하면 이웃한 두 질량체의 변위비를 식 (S27)과 같이 일반적으로 유도할 수 있다. 참고로, U_N^{N+1} 는 $(1-Q)/R$ 의 값으로 정의된다.

$$U_{n-1}^n = \frac{u_n}{u_{n-1}} = \frac{\tilde{k}R}{2\tilde{k} - 2\tilde{k}Q - \omega^2 M - \tilde{k}R U_n^{n+1}}, \quad n = 2, 3, \dots, N. \quad (\text{S27})$$

식 (S27)에서 구한 변위비를 활용하면 변위전달률은 식 (S28)과 같이 표현된다.

$$T_{dB}^{Theory} = 20 \log_{10} \left| \frac{u_2}{u_1} \right| \left| \frac{u_3}{u_2} \right| \dots \left| \frac{u_N}{u_{N-1}} \right| = 20 \log_{10} \left(\prod_{i=2}^N |U_{n-1}^n| \right) \quad (S28)$$

Figure S2(b)는 식 (S28)에서 구한 변위전달률을 주파수에 따라 도시한 그래프이다. 변위전달률 값이 클수록 제안된 메타링키지 구조를 통해 진동이 많이 전달되는 것을 의미하며, 작을수록 진동이 적게 전달되는 것을 뜻한다. 또한 가진변위 u_1 와 전달변위 u_N 의 진폭이 서로 일치하는 경우의 변위전달률은 0의 값을 갖는다. 제시된 그래프는 무한주기 이론으로 해석한 주파수 통과영역과 함께 제시되었으며, 유한구조의 주기 및 유효점성계수의 변화에 따라 도시되었다. 먼저, 무한주기 이론으로 해석한 Fig. S1(d)의 분산곡선에서는 본 구조의 통과대역을 21.22~26.33Hz로 예측하였는데, 유한주기 이론에 기반한 변위전달률도 같은 주파수 대역에서 그 값이 상승하고 있다는 사실을 확인할 수 있었다. 한편 0~21.22Hz의 준정적인 초저주파 대역은 진동이 잘 전달되지 않고 있는 것을 볼 수 있으며, 통과대역이 지난 26.33Hz 이후의 영역에서도 변위전달률이 다시 줄어드는 것을 명확히 알 수 있었다. 다음으로, 그래프의 선 색깔은 메타링키지 구조의 주기개수를 표현한 것이다. 붉은 선은 유한구조가 2주기로 구성되었을 경우, 초록 선은 4주기로 구성된 경우를 나타낸다. 주기가 더 많아지면 통과대역과

저지대역이 더욱 확연히 구분되는 강점이 있는 동시에, 진동이 더 긴 거리를 전파하는 동안 에너지 소산의 효과가 커진다는 단점 또한 있었다. 마지막으로, 점선은 유효점성계수 C_s 의 값이 아주 작은 경우를 나타냈으며, 실선은 실험을 수행하여 얻은 유효점성계수 값에 기반한 경우를 나타냈다. 이를 통해서 C_s 의 값이 커질 경우, 같은 조건의 구조라 해도 변위가 전달되는 비율이 줄어든다는 사실을 알 수 있었다.

S.4 제작된 메타링키지 구조의 부품 별 세부사항

Figure S3는 메타링키지 구조의 이론적 해석을 검증하기 위해 구축된 수치모델 및 제작된 유한구조의 각 부품 별 기하, 이름, 그리고 형상을 나타내고 있다. 여기서 총 7가지의 부품이 설계되었는데, 그림이 나타내는 라벨의 순서대로 각각 주 몸체, 연결체, 주 링크, 선형운동가이드, 스프링, 보조링크, 스냅링이라 불린다.

먼저 주 몸체는, Fig. 2(a)에서 제안하는 메타링키지 구조 모델 중 질량체 M 역할을 하도록 철(SM45C)로 가공된 부품이다. 이 부품은 알루미늄 판과 함께, 진동이 전파하는 방향인 x 축을 따라서만 운동하도록 선형운동가이드의 슬라이더와 체결되어 있다. 다음으로 연결체는, 주 몸체에 고정된 스프링 끝단의 변위를 보조링크의 한쪽 홀(hole)의 변위와 일치시켜주는 역할을 한다. 이 부품은 알루미늄 재질(A6061)로 설계되어 가능한 가볍게 제작되었으며, 주 몸체에 장착된 소형 선형운동가이드를 따라 x 축으로만 운동이 발생하도록 제어되고 있다. 또한 이 부품은 스프링의 한쪽 끝단을 부품 내부의 벽면에

체결하는 동시에, 자체적으로 보유한 축으로 보조링크 홀의 위치를 고정하여 회전조인트를 구성한다. 연결체의 축과 보조링크의 홀은 서로 0.01mm 이하의 기하공차를 갖도록 설계되어 매우 정밀한 운동이 가능하도록 가공되었다. 셋째로 주 링크는, 주 몸체와 같이 메타링크지 구조의 핵심적인 관성을 구현하는 부품이므로 철 재질(SM45C)로 무겁게 가공되었다. 주 링크의 양 끝단에는 보조링크들과 체결될 수 있도록 제작된 축이 조립되어 있으며, 이 축과 보조링크의 홀 또한 0.01mm 이하의 기하공차를 갖도록 정밀하게 가공되었다. 그리고 주 링크의 중심에는 선형운동가이드에 체결하기 위한 홀을 가공하였으며 이 홀 또한 선형운동가이드에 고정된 축과 0.01mm 이하의 기하공차를 갖는다. 넷째로 선형운동가이드는 총 2종류가 활용되었다. 연결체가 주 몸체와 함께 선형운동을 하도록 제어하기 위해서는 소형 선형운동가이드 규격품(SSE2B6-100, Misumi)이 적용되었으며, 주 링크가 x축을 따라 병진운동하도록 제어하기 위해서는 중형 선형운동가이드 규격품(SSE2B10G-135 or 75, Misumi)이 활용되었다. 모든 선형운동가이드는 진동실험 중 볼 베어링 충돌에 의해 발생하는 에너지 소산을 최소화하기 위하여 볼 베어링 예압방식으로 제작되었다. 이 중 주 링크의 운동을 제어하는 선형운동가이드는 알루미늄 재질의 축과 함께 구성되어 있으며, 이 모든 부품의 총 질량은 이론모델 및 수치해석에서 주 링크의 질량을 설계할 때 함께 고려되었다. 다섯째로 스프링은, 주 몸체와 보조링크 끝단이 서로 변형된 거리에 따라 적절한 힘을 주고 받을 수 있도록, 특정 스프링 계수의 규격품(WL14-35, Misumi)으로 선정되었다. 여기서 스프링의 양 끝단이 주 몸체 및 연결체의 벽면에 체결될 수 있도록

특별히 고안된 부품이 함께 적용되었는데, 이 보조부품은 0.5mm의 얇은 알루미늄 구조로써 스프링의 끝단 코일을 강하게 고정하여 볼트를 통해 벽면으로 체결할 수 있는 보조적인 기능을 수행한다. 여섯째로 보조링크는 메타링크지 구조의 핵심구조인 링크기구를 구성하는 부품이다. 이는 주 링크가 자연스럽게 접힐 수 있도록 힘을 전달하는 구조로써, 강도는 아주 높으면서도 매우 가벼운 재질로 설계되어야 했다. 따라서 그 목적에 적합한 플라스틱 재질(MC-nylon)로 제작되었다. 그림에서 보는 바와 같이 그 질량을 가능한 줄이기 위하여 중앙부의 소재를 일부 제거하여 링크기구의 목적에 최적화하였다. 그림에도 남아있는 소재의 미소한 질량은 주 링크의 질량에 함께 고려되어, 링크기구 전체의 공진현상을 계산할 때 보정을 위해 활용되었다. 마지막으로 스냅링은 링크기구의 거동에 매우 중요한 기능을 수행하는 부품이다. 이 부품은 링크기구의 축과 홀이 서로 회전운동을 하는 중에 탈락하지 않도록 정교하게 고정해주는 목적을 갖는다. 이는 축의 반경에 정확하면서도 강하게 체결되어야 하므로 정밀하게 제작된 규격품(STWS5, Misumi)을 선정하여 적용하였다. 이로써 총 7 종류의 부품은 메타링크지 구조의 목적에 맞게 섬세하게 설계 및 가공되었으며, 의도된 목적대로 정밀하게 거동할 수 있도록 조립되었다. 추가적으로, 각 부품 별 기능요약 및 물성치정보는 Table S1에 별도로 정리되어 있다.

S.5 추가적인 실험환경 및 전시간 측정 데이터

Fig. 2(a)에서 제안된 메타링크지 구조는 주기적으로 배열된 질량체와 이들을 서로 연결하는 링크기구로 구성되어 있다. 그러나 링크기구는 주

링크와 보조링크들이 서로 자유롭게 회전하며 접힐 수 있도록 설계되어 있기 때문에, 전체적인 메타링크지 구조는 정적인 강성이 없는 상태(zero stiffness)에 있게 된다. 제안된 메타링크지 구조 연구가 실제적인 상황에 적용되도록 최적화되는 단계에 이르면, 적절한 값의 정적 강성을 링크기구에 도입하는 방안을 통해 이 문제를 대처할 수 있을 것이다. 그러나 현재 본 구조를 실험하는 시점에서는, 질량체 간을 연결하는 내부 링크기구의 정적 강성이 없다는 사실이 큰 난점이 된다. 본 연구는 이러한 문제를 대처하기 위해서, 각 주 몸체들의 위치를 일정 범위 이내로 유지해주는 위치유지장치를 Fig. S4(a)와 같이 구성하였다. 여기서 활용된 위치유지장치는 주 몸체에 고정된 고무밴드와 이것이 특정 위치범위 이내로 유지되도록 고정해주는 볼트로 이루어져 있다. 이러한 위치유지장치는 링크기구가 과도하게 접히거나 펼쳐져, 주 몸체의 위치가 크게 이동하는 것을 방지한다.

위치유지장치를 적용한 후 실험을 수행한 데이터는 Fig. S4(b)에 제시되어 있다. 데이터는 첫 번째 주 몸체와 세 번째 주 몸체의 변위를 총 5초간 측정된 것이며 주파수는 16Hz에서 28Hz까지 2Hz 간격으로 도시되어 있다. 이 중 메타링크지 구조의 실험적 변위전달률을 구하는데 활용된 영역은 3초에서 3.5초까지이다. 이 영역에서 가진변위 u_1^{exp} 와 전달변위 u_3^{exp} 의 시간에 따른 평균위치를 각각 구하고, 이를 진동의 중심으로 설정하였다. 그 중심으로부터 떨어진 가진변위와 전달변위의 진폭을 각각 활용하여 실험적 변위전달률을 계산할 수 있었다.

Fig. S4(b)에서 주의 깊게 살펴볼 주파수 대역은 20Hz에서

24Hz까지이다. 이 대역에서 전달변위 u_3^{exp} 값은 매우 특이한 거동을 보이고 있다. 약 0.5초에 가진기가 작동을 시작하는 순간부터 약 1초간, u_3^{exp} 값은 저주파 진동현상을 보인 후 점차 조화진동으로 수렴하였다. 이 현상은 가진기가 첫 번째 물체를 처음으로 가진하는 순간 발생한 충격이 세 번째 물체까지 전달된 것으로 보이는데, 이는 진동하는 시간이 지날수록 사라지는 영향에 해당하므로 설계된 메타링크지 구조의 주파수 선별기능과는 무관한 부분이다. 반면, 조화진동으로 수렴한 시간대인 3초에서 3.5초 영역에서는 전달변위 u_3^{exp} 값은 그 진동의 중심위치가 0보다 다소 작아지거나, 커진 것으로 관측되었다. 이것은 제안된 구조가 진동하는 동안 링크기구가 점차 접히거나 펼쳐지는 현상 때문인데, 이로 인해 주 물체는 그 위치가 점차 당겨지거나 밀려나게 된 것으로 볼 수 있다. 본 연구는 이러한 현상이 메타링크지 구조의 분산특성에 특별한 변화를 유발하는지의 여부를 추가적으로 검토하였다. 검토를 위한 이론모델 및 해석결과는 Fig. S5과 Fig. S6을 다루는 설명과 함께 제시될 것이다.

S.6 접힌 링크기구를 갖는 메타링크지 구조의 해석

Figure S5(a)의 변경된 이론모델은, 앞서 Fig. 2(a)에서 제안된 메타링크지 구조의 내부 링크기구가 다소 접히거나 펼쳐진 후의 시스템을 해석하기 위해 제시되었다. 이 변경된 모델은 내부 링크기구가 Fig. S5(b)와 같이 총 세 과정으로 거동하는 현상을 반영한다. 첫째 과정은, 링크기구가 처음 설계된 위치 그대로 정지된 상태이다. 둘째

과정은, 메타링크지 구조가 가진되면서 내부 링크기구의 형상이 변경된 상태이다. 셋째 과정은, 링크기구의 형상이 변경된 상태를 기준으로 주 링크가 조화진동하는 상태이다. 이때, 둘째 및 셋째 과정의 링크기구 기하를 참고하면 각각 식 (S29), 식 (S30)을 얻게 된다. (여기서 아래첨자의 FC는 링크기구가 접힌 상태를 의미한다.)

$$b^2 = \left(\frac{1}{2}L\right)^2 + a_{FC}^2 - La_{FC} \cos \theta^0 \quad (S29)$$

$$b^2 = \left(\frac{1}{2}L\right)^2 + (a_{FC} + \Delta a)^2 - L(a_{FC} + \Delta a) \cos(\theta^0 - \theta_n) \quad (S30)$$

위 식 (S29)와 식 (S30)을 서로 연립한 후, 주 링크의 진동하는 각도가 작다는 두 조건 $|\Delta a| \ll 1$ 와 $|\theta_n| \ll \theta^0$ 를 적용하면 식 (S31)을 구할 수 있다.

$$-La_{FC} \cos \theta^0 = 2a_{FC}\Delta a - L(a_{FC} + \Delta a) \cos(\theta^0 - \theta_n) \quad (S31a)$$

$$La_{FC} \left\{ \cos(\theta^0 - \theta_n) - \cos \theta^0 \right\} = \Delta a \left\{ 2a_{FC} - L \cos(\theta^0 - \theta_n) \right\} \quad (S31b)$$

$$La_{FC} \cdot 2 \sin\left(\theta^0 - \frac{\theta_n}{2}\right) \sin\left(\frac{\theta_n}{2}\right) = \Delta a \left\{ 2a_{FC} - L \cos(\theta^0 - \theta_n) \right\} \quad (S31c)$$

$$La_{FC} \sin \theta^0 \cdot \theta_n = \Delta a \left(2a_{FC} - L \cos \theta^0 \right) \quad (S31d)$$

n -번째 주기구조의 주 링크의 회전이 생성한 변위 $\Delta a = (u_n^R - u_n^L) / 2$ 를 식 (S31d)에 대입하여 정리하면 식 (S32)를 얻는다.

$$\theta_n \simeq \frac{2a_{FC} - L \cos \theta^0}{2La_{FC} \sin \theta^0} (u_n^R - u_n^L) \triangleq \bar{F} (u_n^R - u_n^L) \quad (\text{S32})$$

변경된 형상의 링크기구가 메타링크지 구조의 분산특성에 미치는 영향을 분석하기 위해서는, 변경된 링크기구 형상의 각도 α_{FC} 를 상정한 후, 그에 따른 \bar{F} 를 구하여 기존의 이론에 반영하는 작업이 필수적이다. 식 (S32)에 따르면 \bar{F} 를 구하기 위해 a_{FC} 를 각도 α_{FC} 에 따라 먼저 구할 수 있어야 한다. 따라서 Fig. S5(b)를 참고하여, 링크기구의 초기설계 기하와 변경된 형상의 기하로부터 식 (S33)의 조건을 얻을 수 있다.

$$\left(\frac{1}{2}L\right)^2 = a^2 - b^2 = a_{FC}^2 + b^2 - 2a_{FC}b \cos \alpha_{FC} \quad (\text{S33a})$$

$$a_{FC}^2 - 2a_{FC}b \cos \alpha_{FC} + (2b^2 - a^2) = 0 \quad (\text{S33b})$$

링크기구의 초기설계는 $\alpha = \pi/4$ 로 이루어졌으므로, $b = a/\sqrt{2}$ 를 식 (S33b)에 대입하고 a_{FC} 에 대하여 풀면 식 (S34)를 얻는다.

$$a_{FC} = \sqrt{2} a \cos \alpha_{FC} \quad (\text{S34})$$

이로써, 링크기구의 변경된 형상 α_{FC} 이 주어지면 \bar{F} 를 유도할 수 있다

다음으로, 변경된 형상을 가진 메타링키지 구조를 해석하기 위해서는 앞서 식 (S5)에서 구한 일련의 운동방정식을 다시 구축할 필요가 있다. Figure S5을 참고하여 각 부품 별로 운동방정식을 세우면 식 (S35)와 같다.

$$-\omega^2 M u_n = \tilde{k} (u_{n-1}^R + u_n^L - 2u_n) \quad (\text{S35a})$$

$$\tilde{k} (u_n - u_n^L) = T_n^L \cos \alpha_{FC} \quad (\text{S35b})$$

$$(T_n^L - T_n^R) \cos \alpha_{FC} = -\omega^2 m \left(\frac{u_n^L + u_n^R}{2} \right) \quad (\text{S35c})$$

$$-\frac{1}{2} L (T_n^L + T_n^R) \sin \gamma = -\omega^2 I_m \theta_n \quad (\text{S35d})$$

$$T_n^R \cos \alpha_{FC} = \tilde{k} (u_n^R - u_{n+1}) \quad (\text{S35e})$$

이때, 각도 γ 는 Fig. S5(b)에서 링크기구의 변경된 형상을 참고하면 식 (S36)과 같이 구할 수 있다.

$$\frac{0.5L}{\sin \alpha_{FC}} = \frac{a_{FC}}{\sin \gamma} \quad (\text{S36a})$$

$$\gamma = \sin^{-1} \left(\frac{2a_{FC}}{L} \sin \alpha_{FC} \right) \quad (\text{S36b})$$

식 (S5)에서 식 (S7)의 과정을 참고하여 식 (S35)를 연립하면, 식 (S6)에서 정의한 \mathbf{A} 와 \mathbf{B} 는 식 (S37)의 새로운 변수들로 재정의된다.

$$A_{FC} = \frac{\omega^2 I_m \bar{F}}{L \sin \gamma} - \frac{\omega^2 m}{4 \cos \alpha_{FC}} \quad (\text{S37a})$$

$$B_{FC} = \frac{\omega^2 I_m \bar{F}}{L \sin \gamma} + \frac{\omega^2 m}{4 \cos \alpha_{FC}} \quad (\text{S37b})$$

이에 따라 상수 p_{FC} , 행렬 \tilde{W} , 유효질량, 유효강성, 그리고 분산방정식 또한 식 (S38)과 같이 재정의된다. 이때, D_{FC} 는 변경된 형상을 가진 메타링키지 구조의 주기를 나타낸다.

$$p_{FC} \triangleq 2\tilde{k} - \frac{1}{\det \tilde{W}_{FC}} (2\tilde{k} - 2A_{FC} \cos \alpha_{FC} - 2B_{FC} \cos \alpha_{FC}) \quad (\text{S38a})$$

$$\tilde{W}_{FC} \triangleq \begin{bmatrix} 1 - \frac{B_{FC} \cos \alpha_{FC}}{\tilde{k}} & \frac{A_{FC} \cos \alpha_{FC}}{\tilde{k}} \\ \frac{A_{FC} \cos \alpha_{FC}}{\tilde{k}} & 1 - \frac{B_{FC} \cos \alpha_{FC}}{\tilde{k}} \end{bmatrix} \quad (\text{S38b})$$

$$M_{eff}^{FC} = M - \frac{p_{FC}}{\omega^2} \quad (\text{S38c})$$

$$K_{eff}^{FC} = -\frac{A_{FC} \cos \alpha_{FC}}{\det \tilde{W}_{FC}} \quad (\text{S38d})$$

$$M_{eff}^{FC} \omega^2 = 4K_{eff}^{FC} \sin^2 \frac{qD_{FC}}{2} \quad (\text{S38e})$$

식 (S38c)에서 식 (S38e)까지 유도한 변경된 유효질량, 유효강성, 그리고 분산곡선은 Fig. S6에 순서대로 그려져 있다. 각 그래프는 각도

α_{FC} 가 점진적으로 증가함에 따라 어떤 변화가 일어나는지 확인하기 위하여 총 5번 겹쳐서 도시되었다. 또한 설계주파수 영역은 황색으로 별도 표시되어 있다.

먼저 40Hz에서 70Hz까지의 주파수 대역은 메타링크지 구조의 설계주파수 바깥영역이다. 이 영역에서는 각도 α_{FC} 가 37° 에서 53° 까지 4° 간격으로 증가함에 따라 유효강성 Fig. S7(b)의 회전공진주파수 f_R (식 (S18c)에 관련한 설명을 참조)과 분산곡선 Fig. S6(c)의 각도공진에 의한 통과대역이 점차 우측으로 이동하는 현상을 확인할 수 있다. 이를 해석적으로 확인하기 위하여, 변경된 유효강성의 회전공진주파수를 구할 필요가 있다. 식 (S37)과 식 (S38b), 그리고 식 (S38d)를 참고하면, 변경된 회전공진주파수는 식 (S39)와 같은 과정으로 구할 수 있다. 이때, 공진주파수를 얻기 위하여 유효점성계수 C_s 는 0으로 설정되었다.

$$\det \tilde{W}_{FC} = \left(1 - \frac{B_{FC} \cos \alpha_{FC}}{k}\right)^2 - \left(\frac{A_{FC} \cos \alpha_{FC}}{k}\right)^2 = 0 \quad (\text{S39a})$$

$$\left\{1 - \frac{\cos \alpha_{FC}}{k} (B_{FC} - A_{FC})\right\} \left\{1 - \frac{\cos \alpha_{FC}}{k} (B_{FC} + A_{FC})\right\} = 0 \quad (\text{S39b})$$

$$\left\{1 - \frac{\omega^2 m}{2k}\right\} \left\{1 - \frac{2\omega^2 I_m \bar{F} \cos \alpha_{FC}}{kL \sin \gamma}\right\} = 0 \quad (\text{S39c})$$

식 (S39c)의 조건을 통해, 변경된 유효강성의 회전공진주파수 f_R^{FC} 를 구하면 식 (S40)을 얻는다.

$$f_R^{FC} = (2\pi)^{-1} \left\{ (kL \sin \gamma / 2\bar{F} \cos \alpha_{FC}) / I_m \right\}^{0.5} \quad (\text{S40})$$

이때, 회전공진주파수 f_R^{FC} 과 α_{FC} 의 관계를 얻으려면 식 (S40)을 더 수정할 필요가 있다. 이를 위해 Fig. S5(b)의 링크기구 초기설계가 Table 1을 따라 수행 ($\alpha = \beta = 45^\circ$) 되었다는 점으로부터, 보조링크의 길이 b 와 주 링크 절반의 길이 $0.5L$ 가 같다는 사실을 참고할 수 있다. 따라서 변경된 링크기구 형상의 각도 α_{FC} 와 θ^0 , 그리고 γ 는 식 (S41)의 관계를 만족한다. 앞서 얻은 식 (S41)과 더불어, 식 (S34) 및 식 (S32)를 순서대로 식 (S40)에 대입하여 정리하면 변경된 유효강성의 회전공진주파수를 (S42)와 같이 표현할 수 있다.

$$\alpha_{FC} = \theta^0 \quad (\text{S41a})$$

$$2\alpha_{FC} + \gamma = \pi \quad (\text{S41b})$$

$$f_R^{FC} = (2\pi)^{-1} \left\{ (kL \sin(\pi - 2\alpha_{FC}) / 2\bar{F} \cos \alpha_{FC}) / I_m \right\}^{0.5} \quad (\text{S42a})$$

$$f_R^{FC} = (2\pi)^{-1} \left\{ (2kL \sin \alpha_{FC} \cos \alpha_{FC} / 2\bar{F} \cos \alpha_{FC}) / I_m \right\}^{0.5} \quad (\text{S42b})$$

$$f_R^{FC} = (2\pi)^{-1} \left[\left\{ 2\sqrt{2}akL^2 / (2\sqrt{2}a - L) \right\} / I_m \right]^{0.5} |\sin \alpha_{FC}| \quad (\text{S42c})$$

결론적으로 식 (S42c)에 따르면, f_R^{FC} 가 $|\sin \alpha_{FC}|$ 의 값에 비례한다는 사실을 확인할 수 있다. 이 사실은 각도 α_{FC} 가 증가함에 따라 Fig. S6(b)의 변경된 회전공진주파수도 함께 높아지는 현상을 해석적으로

설명해주며, 물리적으로는 각도 α_{FC} 가 증가할수록 주 링크가 각도방향으로 회전하는데 더 큰 동적강성을 경험한다는 사실을 의미한다. 이러한 현상은, Fig. S6(c)의 변경된 분산곡선에서 회전공진에 의한 통과대역 또한 α_{FC} 의 증가에 따라 우측으로 이동한다는 사실을 설명해준다. 한편, 변경된 유효강성 및 분산곡선의 설계주파수 외 대역이 α_{FC} 의 변화에 따라 일정한 영향을 받는 것과 달리, 변경된 유효질량은 Fig. S6(a)에서 보듯 α_{FC} 에 따라 아무런 영향도 받지 않는다. 이는 각도 α_{FC} 가 증가함에 따라 변화하는 회전공진주파수는 시스템의 유효질량과는 전혀 무관하다는 사실을 나타낸다. 전반적으로, 40Hz에서 70Hz까지의 주파수 대역에서의 변경된 유효강성 및 분산곡선의 양상은 α_{FC} 가 증가함에 따라 더욱 고주파 대역으로 이동하는 현상을 보였다. 그러나 같은 주파수 대역에서의 변경된 유효질량의 양상은 α_{FC} 의 변화와 전혀 무관하였다.

다음으로, 메타링키지 구조가 작동하도록 설계된 0Hz에서 40Hz까지의 주파수 대역을 살펴볼 필요가 있다. 본 주파수 대역에서의 유효물성 및 분산곡선은, 각도 α_{FC} 가 증가함에 따라 거의 영향을 받지 않았다. 이는 Fig. S6(a)와 (b)에 제시된 유효질량 및 유효강성 그래프의 주파수 별 양상을 결정하는 가장 중요한 요소는 주 링크의 x-방향 공진주파수인데, 링크기구의 x-방향 공진주파수 f_1 의 값이 각도 α_{FC} 에 따라 아무런 영향도 받지 않았기 때문이다. 이는 주 링크의 관성질량과 링크기구에 체결된 스프링 상수는 각도 α_{FC} 의 변화와 상관없이 동일하기 때문에,

x-방향 공진주파수는 항상 일정하게 유지된 것을 의미한다. 따라서 분산곡선의 양상 또한 각도 α_{FC} 의 영향을 거의 받지 않을 수 있었다.

최종적으로, 메타링키지 구조의 설계주파수 대역에서는 내부 링크기구의 형상이 변경되더라도 구조의 분산특성에 큰 영향을 받지 않는다는 점을 알 수 있었다. 따라서 본 연구의 실험을 수행하기 위하여 제안된 위치유지장치를 메타링키지 구조에 도입한 방법은 적절하다고 볼 수 있다.

Meta-linkage Structure

Frequency	Wave Phenomena	Effective Mass / Stiffness
$0 \sim f_1$	STOP	(+) / ~ 0
$f_1 \sim f_2$	PASS	(-) / (-)
$f_2 \sim f_3$	STOP	(+) / (-)

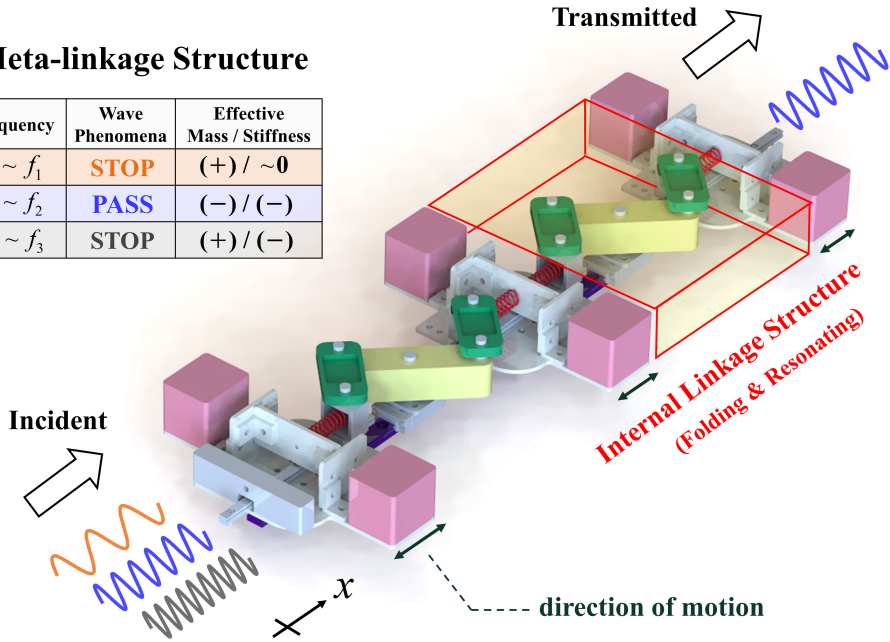


Figure 1. 제안된 메타링크지 구조와 주파수 별 진동 전파특성.

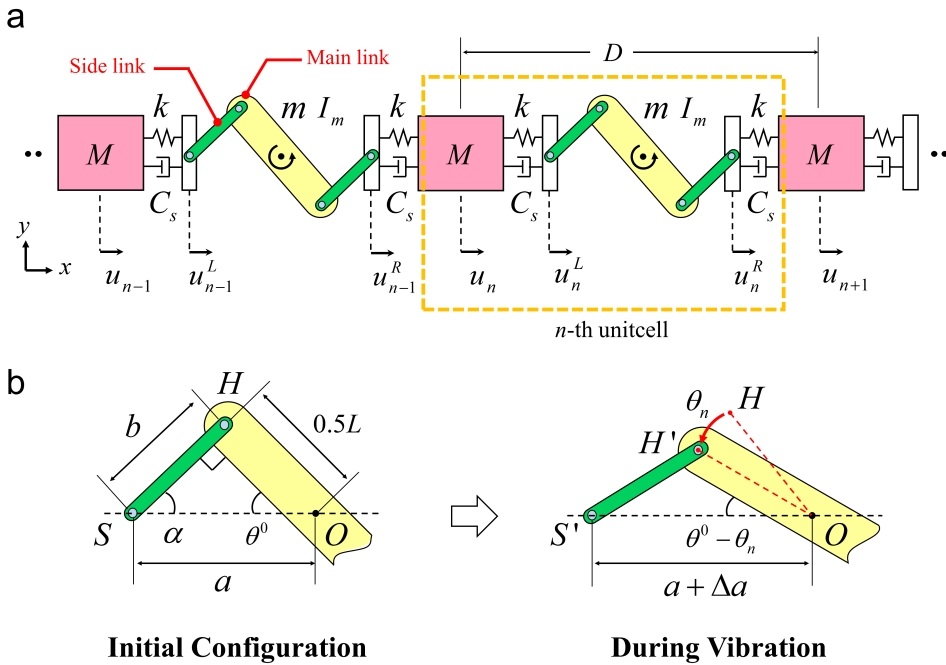


Figure 2. (a)무한주기 이론모델, (b)내부링크기구의 거동양상.

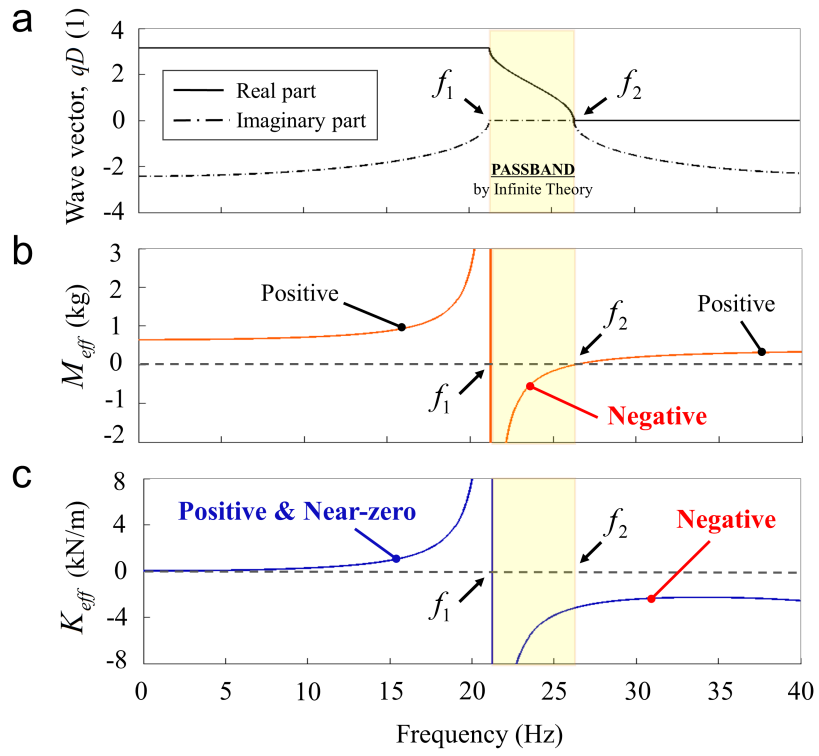


Figure 3. 메타링키지 구조의 (a)분산곡선, (b)유효질량, (c)유효강성.

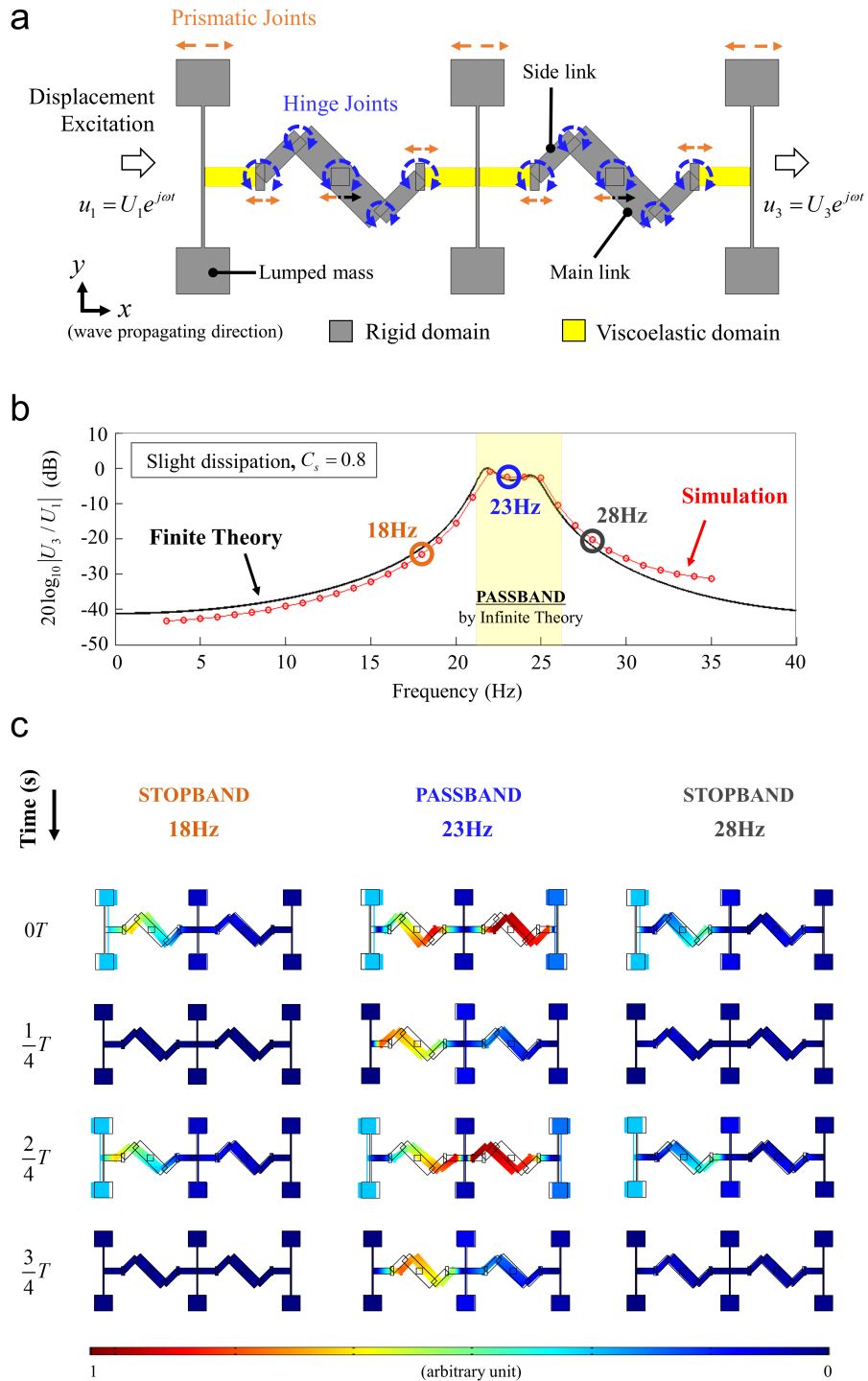


Figure 4. 2주기 유한구조의 (a) 수치해석 모델, (b) 주파수 별 변위 전달률 결과, (c) 각 분산특성 별 대표주파수의 수치해석 결과.

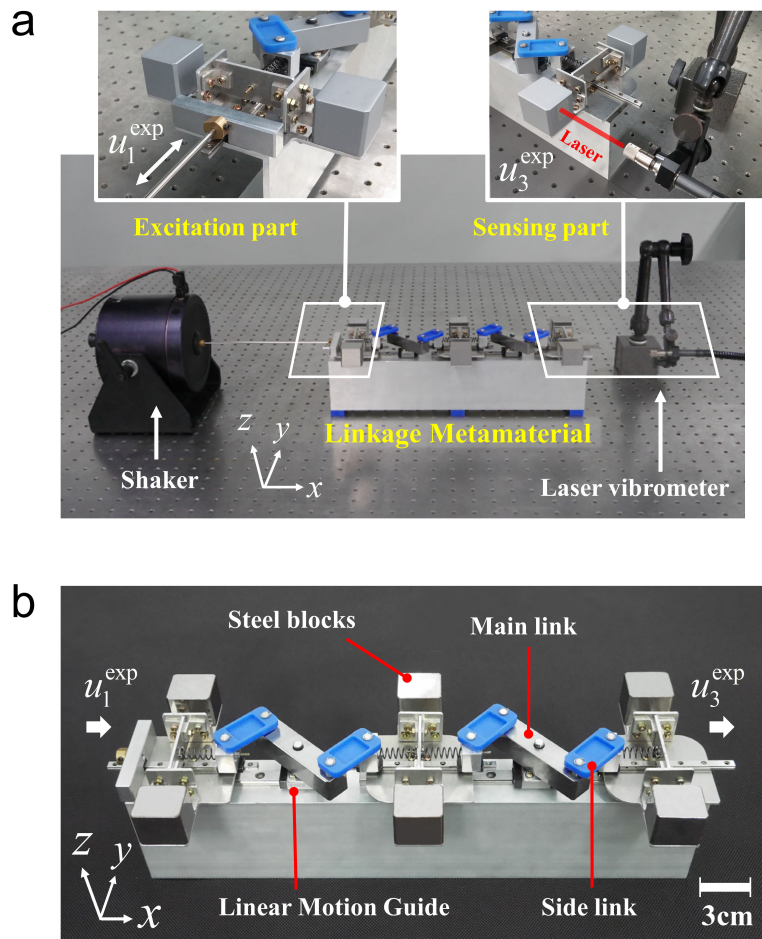


Figure 5. 2주기 유한구조의 (a)구축된 실험환경, (b)제작된 모습.

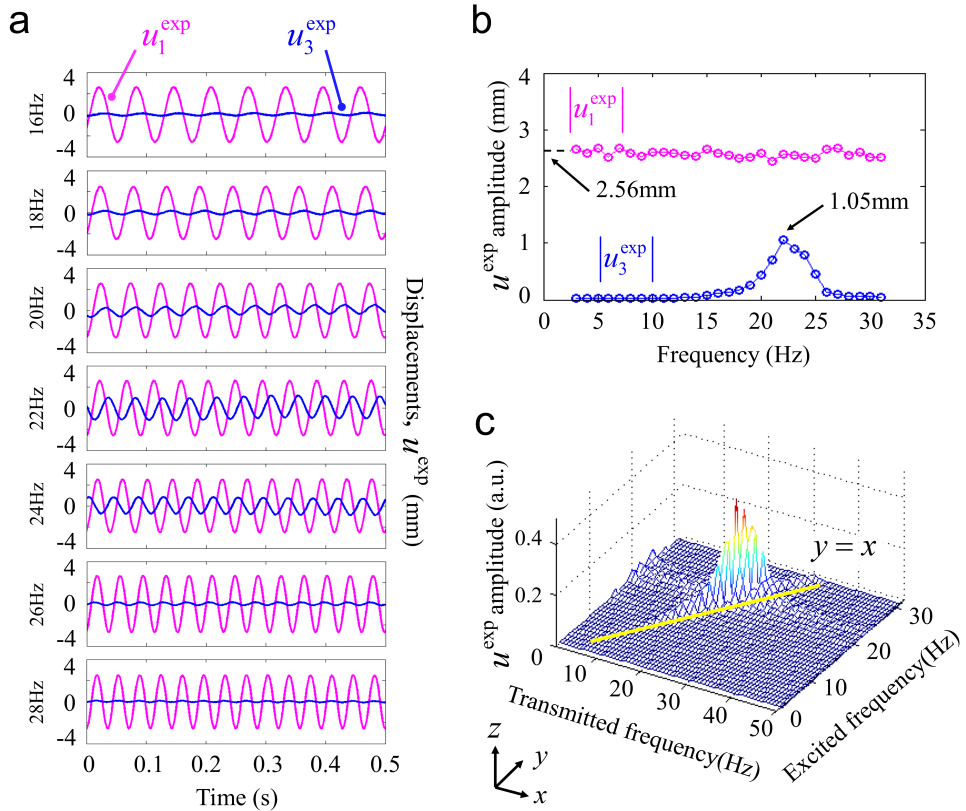


Figure 6. 2주기 유한구조의 실험결과들. (a)시간에 따른 주파수 별 가진변위 및 전달변위, (b)주파수 별 가진변위 및 전달변위의 진폭, (c)가진한 주파수에 따라 도시된 전달변위의 푸리에변환 결과.

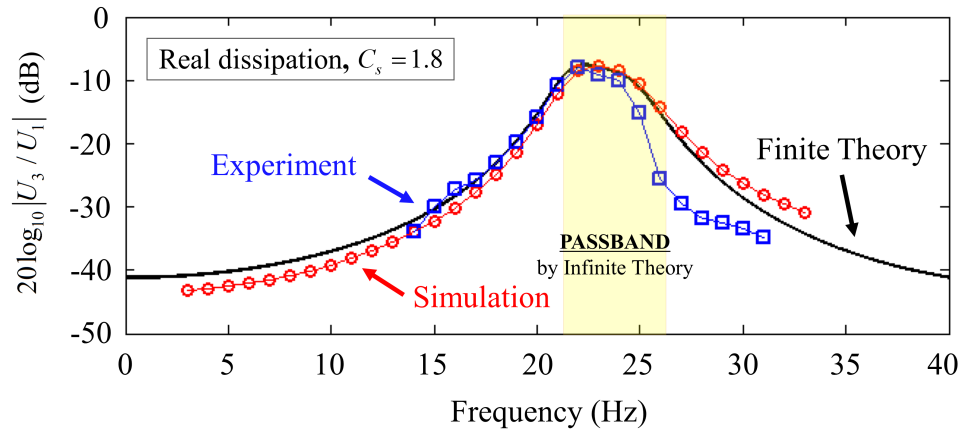


Figure 7. 이론과 수치해석 및 실험적 관측에서 얻은 주파수 별 변위전달률의 비교.

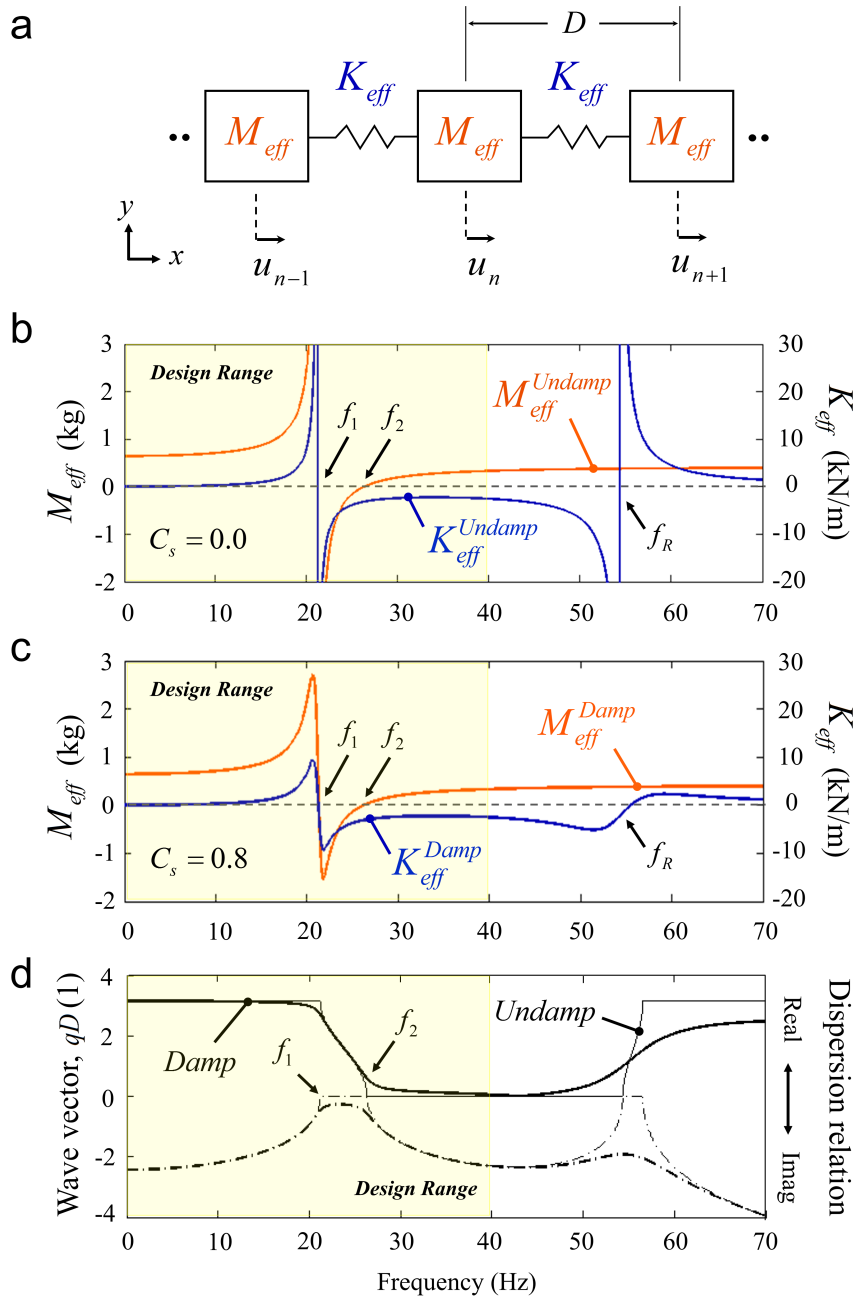
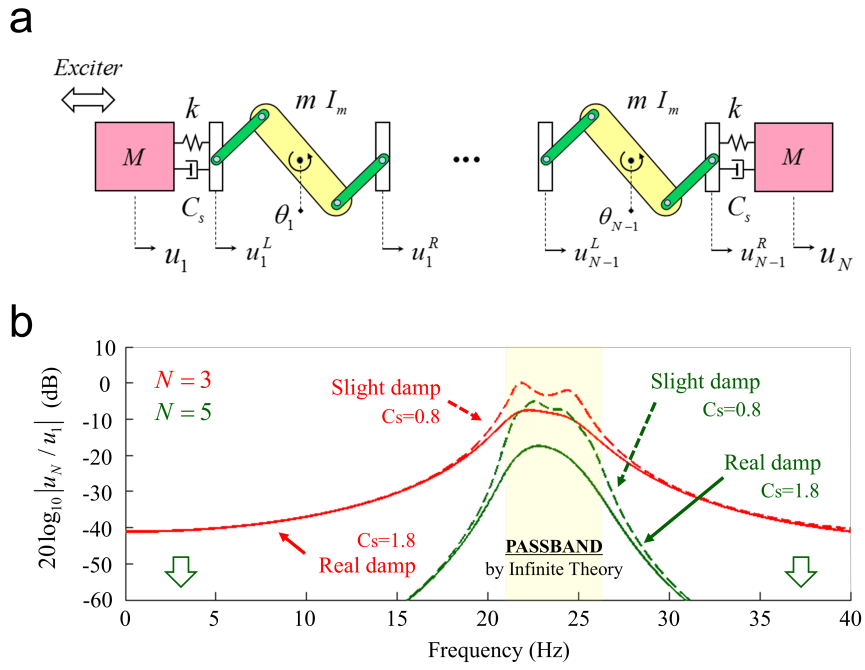


Figure S1. 메타링키지 구조의 (a)무한히 반복하는 분절체 주기구조 등가모델, (b)유효질량 및 유효강성(에너지 소산이 없는 경우), (c)유효질량 및 유효강성(에너지 소산이 있는 경우), (d)분산곡선.



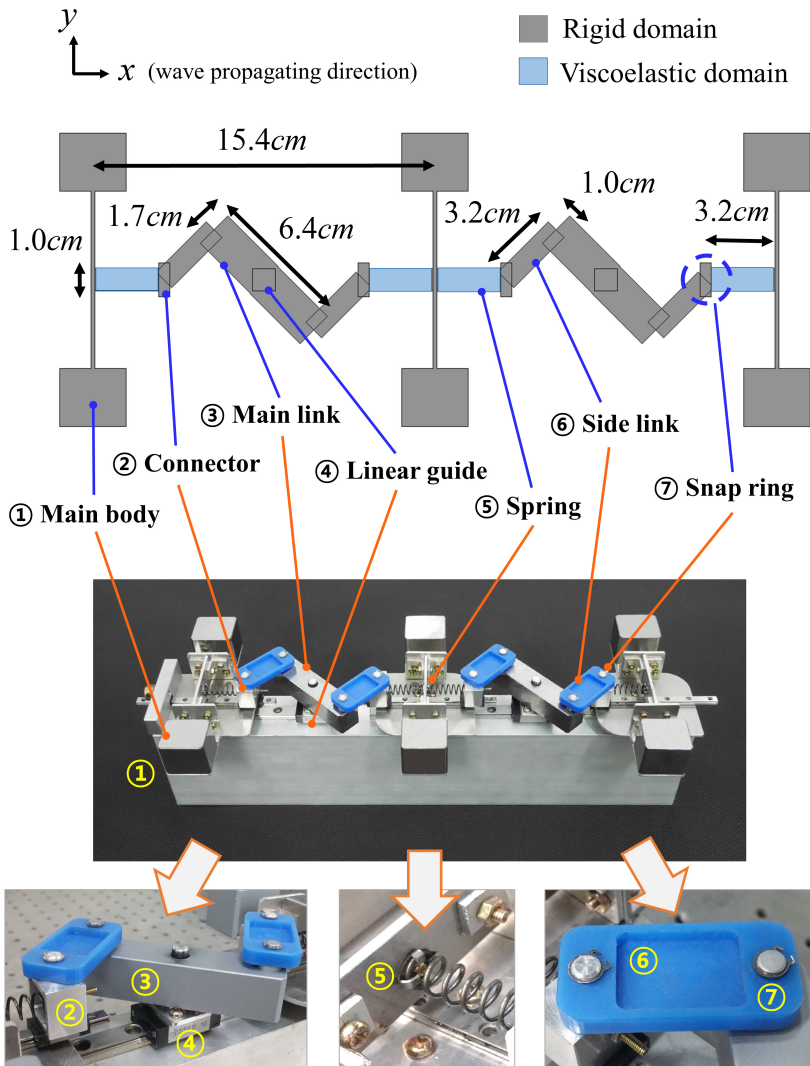


Figure S3. 제작된 메타링크지 구조의 부품 별 기하 및 세부도해.

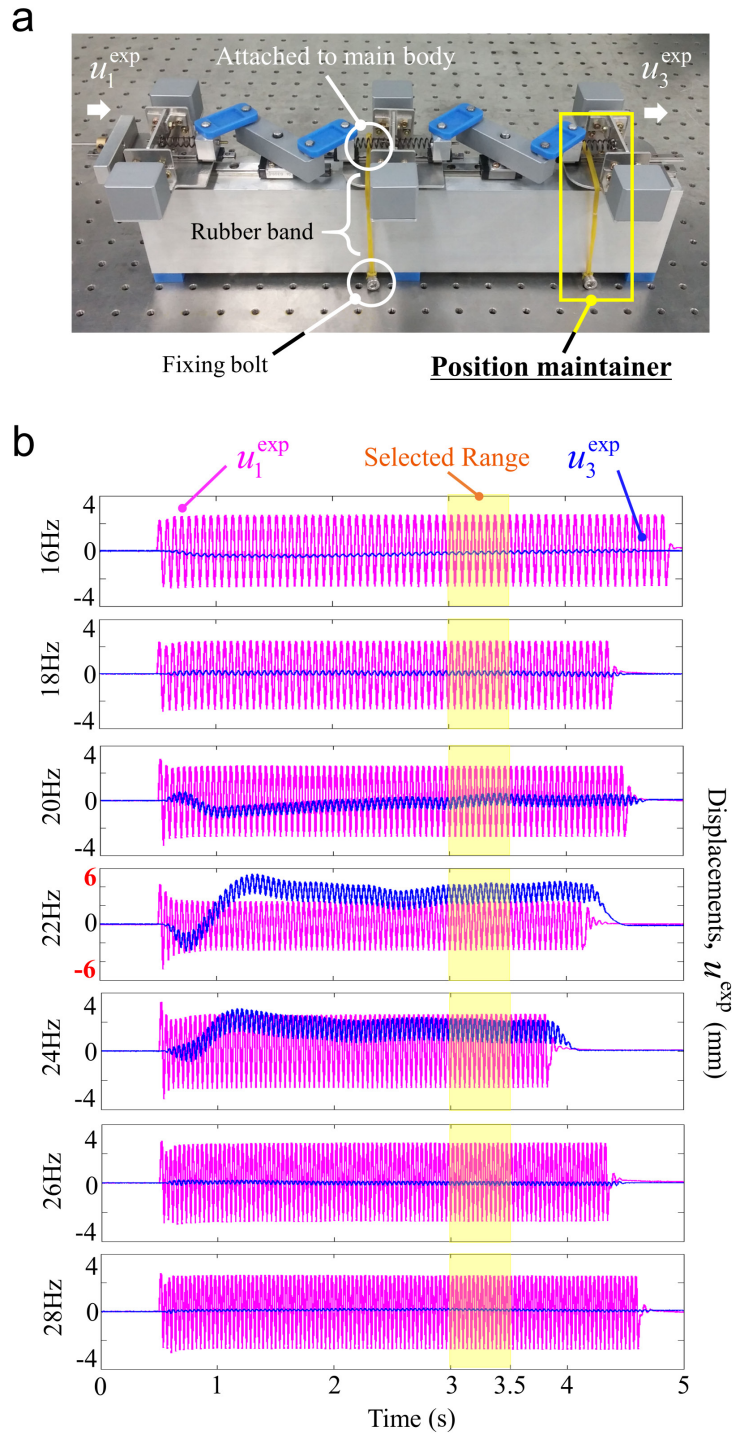


Figure S4. (a)구조의 불안정성을 제어하기 위한 위치유지장치 및 (b) 그에 따라 전시간(full-time)으로 측정된 변위 데이터.

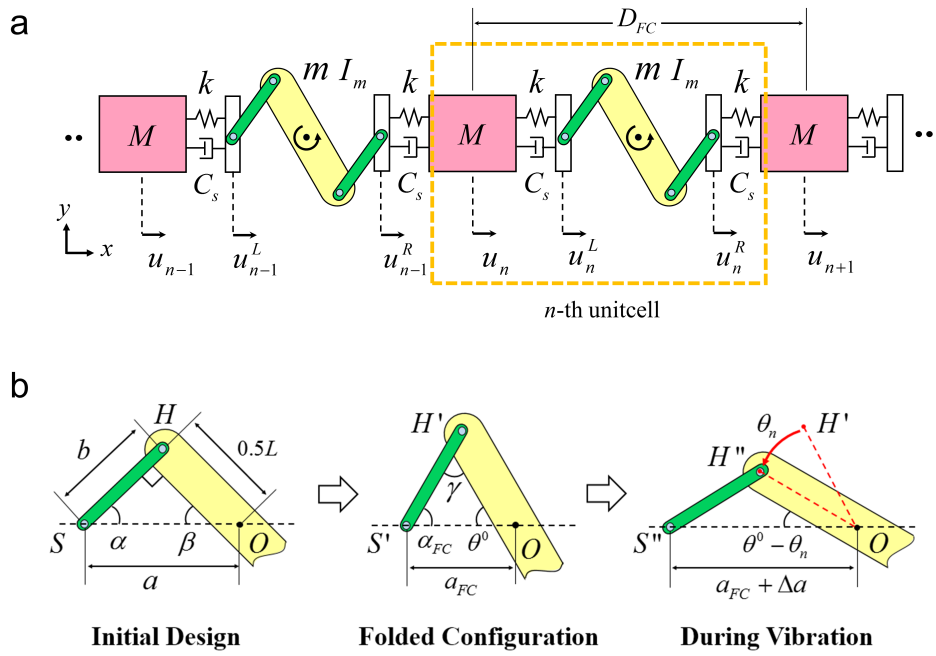


Figure S5. (a)접힌 링크기구를 가진 메타링크지 구조의 해석모델,
그리고 (b)접힌 링크기구가 진동 중에 거동하는 양상.

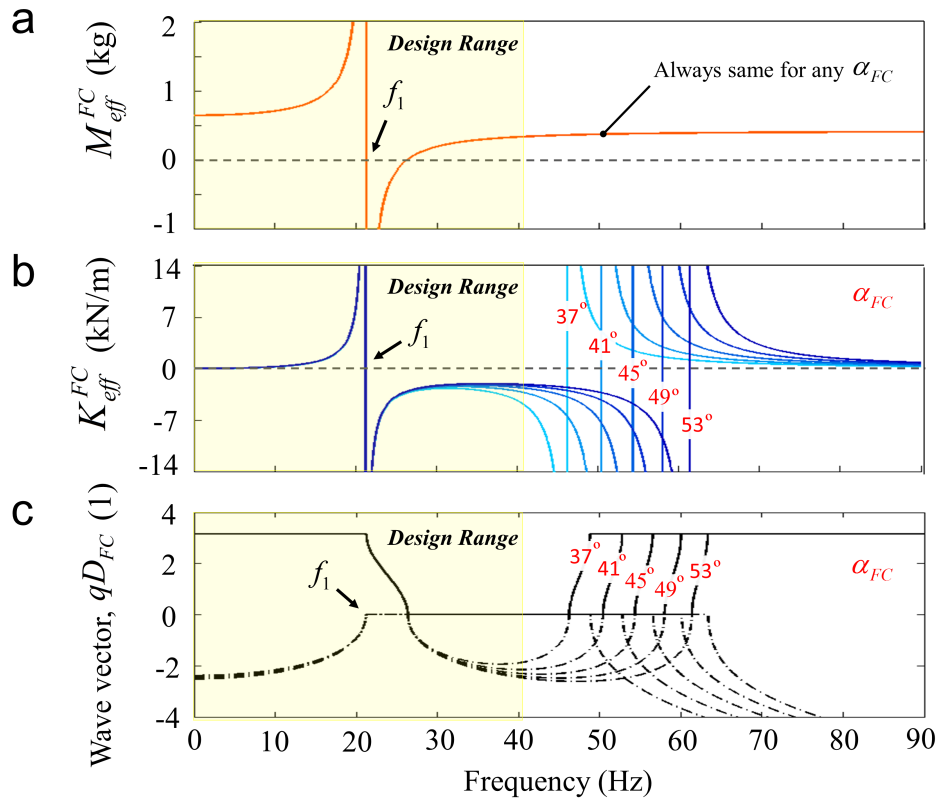


Figure S6. 접힌 링크기구를 가진 메타링크지 구조의 각도 α_{FC} 에 따른 (a)변경된 유효질량, (b)변경된 유효강성, (c)변경된 분산곡선.

M	m	I_m	k	α	a	D
0.4168 kg	0.2250 kg	6945 cm ⁴	2000 Nm ⁻¹	45°	4.5cm	15.4cm

Table 1. 이론적 해석모델의 부품 별 기하 및 물성치

Label	Name	Function	Material property
①	Main body	Discrete mass element	Mass : 416.8 g
②	Connector	Connecting spring to side link	Mass : 9.0 g
③	Main link	Mass element in linkage structure	Mass : 171.5 g
④	Linear guide	Making uni-directional motion	Mass : 24.3 g
⑤	Spring	Discrete spring element	Constant : 2000N / m
⑥	Side link	Massless element in linkage structure	Mass : 3.6 g
⑦	Snap ring	Holding axis & side link together	Mass : 1.0 g

Table S1. 제작된 구조의 세부부품 별 기능 및 물성치

참고문헌

- [1] Pendry, J. B., Holden, A. J., Robbins, D. J. & Stewart, W. J. Low frequency plasmons in thin-wire structures. *J. Phys.: Condens. Matter* **10**, 4785-4809 (1998).
- [2] Shelby, R. A., Smith, D. R. & Schultz, S. Experimental Verification of a Negative Index of Refraction. *Science* **292**, 77 (2001)
- [3] Lee, S. H. & Wright, O. B. Origin of negative density and modulus in acoustic metamaterials. *Phys. Rev. B* **93**, 024302 (2016).
- [4] Lee, S. H., Park, C. M., Seo, Y. M., Wang, Z. G. & Kim, C. K. Acoustic metamaterial with negative density. *Phys. Lett. A* **373**, 4464-4469 (2009).
- [5] Lee, S. H., Park, C. M., Seo, Y. M., Wang, Z. G. & Kim, C. K. Acoustic metamaterial with negative modulus. *J. Phys.: Condens. Matter* **21**, 175704 (2009).
- [6] Mathews, P. M. Vibrations of a beam on elastic foundation. *ZAMM* **38**, 105-115 (1958).
- [7] Graff, K. F. *Wave Motion in Elastic Solids* Ch. 3, 170-174 (Dover, 1991).
- [8] Yu, D., Wen, J., Shen, H., Xiao, Y. & Wen, X. Propagation of flexural wave in periodic beam on elastic foundations. *Phys. Lett. A* **376**, 626-630 (2012).

- [9] Yao, S., Zhou, X. & Hu, G. Investigation of the negative-mass behaviors occurring below a cut-off frequency. *New J. Phys.* **12**, 103025 (2010).
- [10] Jensen, J. S. Phononic band gaps and vibrations in one- and two-dimensional mass-spring structures. *J. Sound Vib.* **266**, 1053-1078 (2003).
- [11] Gorishnyy, T., Maldovan, M., Ullal, C. & Thomas, E. Sound ideas. *Physics World* **18**, 24-29 (2005).
- [12] Lu, M. H., Feng, L. & Chen, Y. F. Phononic crystals and acoustic metamaterials. *Mater. Today* **12**, 34-42 (2009).
- [13] Hussein, M. I., Leamy, M. J. & Ruzzene, M. Dynamics of Phononic Materials and Structures: Historical Origins, Recent Progress, and Future Outlook. *Appl. Mech. Rev.* **66**, 040802 (2014).
- [14] Liu, Z. et al. Locally Resonant Sonic Materials. *Science* **289**, 1734 (2000).
- [15] Liu, Z., Chan, C. T. & Sheng, P. Analytic model of phononic crystals with local resonances. *Phys. Rev. B* **71**, 014103 (2005).
- [16] Huang, H. H., Sun, C. T. & Huang, G. L. On the negative effective mass density in acoustic metamaterials. *Int. J. Engng. Sci.* **47**, 610-617 (2009).

- [17] Oh, J. H., Kwon, Y. E., Lee, H. J. & Kim, Y. Y. Elastic metamaterials for independent realization of negativity in density and stiffness. *Sci. Rep.* **6**, 23630 (2016).
- [18] Zhou, X., Liu, X. & Hu, G. Elastic metamaterials with local resonances: an overview. *Theor. Appl. Mech. Lett.* **2**, 041001 (2012).
- [19] Lai, Y., Wu, Y., Sheng, P. & Zhang, Z. Q. Hybrid elastic solids. *Nat. Mater.* **10**, 620-624 (2011).
- [20] Bonanomi, L., Theocharis, G. & Daraio, C. Wave propagation in granular chains with local resonances. *Phys. Rev. E* **91**, 033208 (2015).
- [21] Gantzounis, G., Serra-Garcia, M., Homma, K., Mendoza, J. M. & Daraio, C. Granular metamaterials for vibration mitigation. *J. Appl. Phys.* **114**, 093514 (2013).
- [22] Yao, S., Zhou, X. & Hu, G. Experimental study on negative effective mass in a 1D mass-spring system. *New J. Phys.* **10**, 043020 (2008).
- [23] Fang, N. et al. Ultrasonic metamaterials with negative modulus. *Nat. Mater.* **5**, 452-456 (2006).
- [24] Ding, Y., Liu, Z., Qiu, C. & Shi, J. Metamaterial with Simultaneously Negative Bulk Modulus and Mass Density. *Phys. Rev. Lett.* **99**, 093904 (2007).

- [25] Wu, Y., Lai, Y. & Zhang, Z. Elastic Metamaterials with Simultaneously Negative Effective Shear Modulus and Mass Density. *Phys. Rev. Lett.* **107**, 105506 (2011).
- [26] Lee, S. H., Park, C. M., Seo, Y. M., Wang, Z. G. & Kim, C. K. Composite Acoustic Medium with Simultaneously Negative Density and Modulus. *Phys. Rev. Lett.* **104**, 054301 (2010).
- [27] Li, J. & Chan, C. T. Double-negative acoustic metamaterial. *Phys. Rev. E* **70**, 055602(R) (2004).
- [28] Zhu, R., Liu, X. N., Hu, G. K., Sun, C. T. & Huang, G. L. Negative refraction of elastic waves at the deep-subwavelength scale in a single-phase metamaterial. *Nat. Commun.* **5**, 5510 (2014).
- [29] Brunet, T. et al. Soft 3D acoustic metamaterial with negative index. *Nat. Mater.* **14**, 384-388 (2015).
- [30] Liu, X. N., Hu, G. K., Huang, G. L. & Sun, C. T. An elastic metamaterial with simultaneously negative mass density and bulk modulus. *Appl. Phys. Lett.* **98**, 251907 (2011).
- [31] Brillouin, L. *Wave Propagation in Periodic Structures 2nd edn* Ch. 3, 26-33 (Dover, 1953).

ABSTRACT

Meta-linkage Structure for Ultra-low Frequency Bandpass Filtering

Choi Seong Jae

Mechanical and Aerospace Engineering

The Graduate School

Seoul National University

Elastic metamaterial, based on its artificially designed internal structures, can make extraordinary wave phenomena. Among them, frequency filtering phenomena such as Bragg gap, resonance gap, etc., have been developed especially because they could be used to realize the systems for super shielding or frequency selecting of vibrations. Previous methods of designing elastic metamaterials, however, used continuum-based approaches, frequency filtering phenomena have not been extended yet to ultra-low frequency region. Here, we present a novel elastic metamaterial called meta-linkage structure, consisting of discrete elements such as rigid blocks, springs, linkages, etc. This new metamaterial including internal linkage mechanisms that can be folded or resonated freely, has a broad-ranged stopband in the ultra-low frequency even to almost-zero frequency and also has a following passband owing to a negative branch, each of which is originated from the folding motion or resonating motion of the internal linkages, respectively. To get dispersion characteristics of the proposed meta-linkage structure, this paper

gives an analysis to a theoretical model of the system. After that, numerical validation for the analysis was made. Finally, the actual fabrication and experimental verification of the structure was conducted. These results on meta-linkage structure may open a new breakthrough to realize ultra-low frequency vibration metamaterial systems or bandpass filtering devices.

Keywords : Elastic metamaterial, Discrete structure, Linkage, Ultra-low frequency vibration, Stopband, Bandpass filter

Student Number : 2013-22502