



저작자표시-비영리-변경금지 2.0 대한민국

이용자는 아래의 조건을 따르는 경우에 한하여 자유롭게

- 이 저작물을 복제, 배포, 전송, 전시, 공연 및 방송할 수 있습니다.

다음과 같은 조건을 따라야 합니다:



저작자표시. 귀하는 원저작자를 표시하여야 합니다.



비영리. 귀하는 이 저작물을 영리 목적으로 이용할 수 없습니다.



변경금지. 귀하는 이 저작물을 개작, 변형 또는 가공할 수 없습니다.

- 귀하는, 이 저작물의 재이용이나 배포의 경우, 이 저작물에 적용된 이용허락조건을 명확하게 나타내어야 합니다.
- 저작권자로부터 별도의 허가를 받으면 이러한 조건들은 적용되지 않습니다.

저작권법에 따른 이용자의 권리는 위의 내용에 의하여 영향을 받지 않습니다.

이것은 [이용허락규약\(Legal Code\)](#)을 이해하기 쉽게 요약한 것입니다.

[Disclaimer](#)

공학석사학위논문

액체-액체 동축형 스월 인젝터의
수치적 모사를 위한 SPH 코드 개발 및 검증

SPH code development and validation for numerical
simulation of liquid-liquid swirl coaxial injector

2013년 8월

서울대학교 대학원

기계항공공학부

김 유 천

**액체-액체 동축형 스월 인젝터의
수치적 모사를 위한 SPH 코드 개발 및 검증**

**SPH code development and validation for numerical
simulation of liquid-liquid swirl coaxial injector**

지도교수 여 재 익

이 논문을 공학석사 학위논문으로 제출함

2013년 4월

서울대학교 대학원

기계항공공학부

김 유 천

김유천의 공학석사 학위논문을 인준함

2013년 6월

위 원 장 _____

부위원장 _____

위 원 _____

초 록

액체 로켓 엔진에서 연료와 산화제는 인젝터를 통해 연소실로 분사되며 여러 가지 조건들과 변수들에 의해 다양한 분무특성을 갖게 된다. 액체 제트 상태로 분사된 연료와 산화제는 서로 부딪히거나 섞이면서 작은 액적구조로 미립화되고 기화되면서 연소과정에 이르게 된다. 이러한 일련의 과정에서 액체제트의 미립화 특성은 인젝터의 분무특성을 나타내는 가장 중요한 지표이며 인젝터의 분무특성은 연소과정의 효율과 안정성에 큰 영향을 끼치게 된다. 그러나 인젝터의 분무특성은 매우 다양한 물리적 변수와 실험적 조건들에 의해 영향을 받기 때문에 실제 실험으로만 모든 분무특성을 파악하기에는 어려움이 존재한다. 따라서 수치적 시뮬레이션을 통한 인젝터의 분무특성 연구는 실제 인젝터 실험의 좋은 참고자료로서, 또 더 나아가 액체 로켓 엔진개발에 있어 큰 도움을 줄 수 있다.

지금까지 인젝터의 수치적 시뮬레이션은 대부분 Eulerian 기법의 바탕위에서 이루어져왔다. 그러나 액체제트의 미립화현상과 복잡한 공기와의 경계면 변화를 나타내는데 있어 기존의 기법들이 갖는 선천적인 단점이 존재하며 따라서 본 연구에서는 비교적 새로운 Smoothed Particle Hydrodynamics(SPH) 라는 파티클 기법을 도입하였다.

본 연구에서는 다양한 인젝터 종류 중 하나인 액체-액체 동축형 스웰 인젝터에 대한 수치적 시뮬레이션을 수행하였다. 수치적 시뮬레이션을 위해 먼저 해석을 위한 SPH 코드를 개발하였으며 각 개발단계마다 검증문제를 통해 코드의 타당성을 검증하였다.

개발된 코드를 이용하여 첫 번째로 단일 스웰 인젝터에 대한 시뮬

레이션을 수행하였으며 실제실험과의 비교를 통해 결과를 검증하였다.

마지막으로 연료와 산화제가 모두 사용된 액체-액체 동축형 스웰 인젝터에 대한 시뮬레이션이 수행되었고 마찬가지로 실제실험과의 비교를 진행하였다.

**주요어 : 액체-액체 동축형 스웰 인젝터, 미립화, SPH,
파티클 기법, 시뮬레이션**

학번 : 2011-20695

목 차

초 록	i
목 차	iii
표 목차	v
그림 목차	v
제 1 장 서 론	1
1.1 선행연구조사	2
1.2 SPH	3
제 2 장 Numerical method	6
2.1 SPH 공식	6
2.2 지배방정식	8
2.3 Corrected SPH 알고리즘	10
2.4 표면장력 알고리즘	11
2.5 Kernel 함수	12
2.6 Adaptive smoothing length 알고리즘	13
2.7 Time integration	14
제 3 장 코드검증문제	15
3.1 댐붕괴 문제	15
3.2 Square fluid patch 문제	18
3.3 Kelvin-Helmholtz 불안정성 문제	20
3.4 Oscillating rod 문제	22

제 4 장	단일 스월 인젝터 시뮬레이션	26
4.1	스월 인젝터 시뮬레이션을 위한 가정	26
4.2	액체 제트의 분열 원리	28
4.2.1	Linear instability theory	28
4.2.2	Impact wave	29
4.3	Simulation set up	30
4.4	스프레이 형상	33
4.5	분열길이	37
4.5.1	분열에 대한 판단기준	37
4.5.2	분열길이	38
제 5 장	액체-액체 동축형 스월 인젝터 시뮬레이션	41
5.1	Simulation set up	42
5.2	스프레이 형상	45
5.3	분열길이	47
5.4	3D 결과	50
제 6 장	결론	52
참고문헌		54
Abstract		57

표 목차

표 1	물질 물성치 값	33
표 2	각 case에 따른 실험 변수 값	33
표 3	We 수에 따른 인젝터 주입 조건	44
표 4	내부, 외부 인젝터 We 수에 따른 실험조건	44
표 5	대기압 상태에 따른 실험조건	44

그림 목차

그림 1	메쉬 기반 수치기법과 SPH의 개략도 (a) Eulerian method (b) SPH lagrangian method	3
그림 2	2차원 가우시안 분포	6
그림 3	댐 붕괴 시뮬레이션 스냅샷	16
그림 4	댐 붕괴 실험결과와의 비교	17
그림 5	SPH Square fluid patch 문제 스냅샷	19
그림 6	CSPH Square fluid patch 문제 스냅샷	19
그림 7	구름에서 관측되는 K-H 불안정성	20
그림 8	K-H 불안정성 시뮬레이션 초기조건	21
그림 9	K-H 불안정성 시뮬레이션 스냅샷	22
그림 10	컬러와 곡률반경 그래프 (a) 컬러 그래프 (b) 계산을 통한 곡률반경과 이론값의 비교 그래프	23
그림 11	Oscillating rod 시뮬레이션 스냅샷	24
그림 12	단일 스웰 인젝터 초기조건	31

그림 13	Linear instability theory에서 관측되는 두 가지 불안정성 형태의 개략도	34
그림 14	We 수에 따른 h/λ 그래프	35
그림 15	시간에 따른 불안정성의 성장 ($We = 419$ case)	36
그림 16	시뮬레이션과 실제실험 결과의 비교 ($We = 419$)	36
그림 17	분열길이 판단기준	37
그림 18	We 수 변화에 따른 분열길이 변화 그래프 -이론값, 실험값, 시뮬레이션 결과값의 비교	39
그림 19	We 수 변화에 따른 분열길이 변화 그래프 -실험값, 시뮬레이션 결과값, 초기 섭동위치의 비교	39
그림 20	액체-액체 동축형 스월 인젝터 초기조건 (a) 액체-액체 동축형 스월인젝터 초기형상 (b) 인젝터 노즐 출구 부분 확대	43
그림 21	미립화된 연료/산화제 파티클	45
그림 22	시간에 따른 스프레이 형상 ($We_i = 939, We_o = 385$)	46
그림 23	We_o 변화에 따른 분열길이의 변화	48
그림 24	We_i 변화에 따른 분열길이의 변화	48
그림 25	대기압 변화에 따른 분열길이의 변화	49
그림 26	실제 실험 스프레이 형상과 시뮬레이션 3D 스프레이 형상의 비교 (a) 실제실험 스프레이 형상[13] ($We_i = 419, We_o = 385$) (b) 시뮬레이션 3D 스프레이 형상	51

제 1 장 서론

액체 로켓 인젝터(Injector)에서 일반적으로 연료/산화제는 액체 상태로 분사되며 액체제트(Liquid jet) 형태로 서로 충돌하거나 섞이게 된다. 이 과정에서 액체제트는 더 작은 구조의 액적형태로 미립화(Atomization)된다. 이처럼 인젝터의 분무특성(Spray characteristic)은 미립화 과정으로서 나타내어지는데 인젝터의 분무특성에 따라 로켓 엔진 연소의 효율과 연소 불안정성 등은 큰 영향을 받게 된다. 따라서 로켓 인젝터의 분무특성에 대한 연구는 로켓 엔진 개발에 있어 매우 중요한 비중을 차지하게 된다.

그러나 연료/산화제의 분무현상은 물리적으로 점성력, 표면장력, 중력 등 다양한 힘들의 복합적인 상호 작용을 받게 되며 또한 인젝터의 형태적 변수에 따라서도 다른 분무특성을 나타낸다. 따라서 실제 실험만으로 수많은 각 조건에 따른 인젝터의 분무특성을 파악하는 것은 매우 힘들고 수고스러운 작업이 된다.

이러한 분무현상의 복잡한 특성으로 인해 수치적 시뮬레이션을 통한 해석은 실제 실험에 좋은 참고 자료가 되어 줄 수 있고 잘 개발된 수치적 틀은 그 자체만으로도 상당한 신뢰성을 갖는 좋은 도구가 될 수 있다.

위에서 언급하였듯이 인젝터의 분무특성은 미립화 과정으로서 나타내어지고 미립화 과정중에 액체제트는 매우 복잡한 공기와의 경계면 변화를 겪게 된다. 수치적인 관점에서 인젝터를 모사하기 위해서는 이러한 현상을 잘 나타낼 수 있어야 한다. 이를 위하여 본 연구에서는 Smoothed Particle Hydrodynamics(이하 SPH) 라는 파티클(particle) 기반의 Full Lagrangian method를 사용하였다. SPH는 인젝터 분무현상을 시뮬레이션 하기 위해 기존에 사용되던 격자 기

반의 수치적 방법들에 비해 여러 장점을 가지고 있다.

1.1 선행연구 조사

액체제트의 미립화 과정을 수치적으로 묘사하기 위해 많은 선행연구가 이루어져 왔다. 대부분의 선행연구는 격자 기반의 Eulerian 접근방법을 기본으로 적용해왔다. Lebas등[1]은 Direct Numerical Simulation(이하 DNS)을 적용하여 액체제트의 초기 분열과 미립화를 시뮬레이션 하였다. DNS는 매우 정확하게 현상을 나타낼 수 있으나 계산시간이나 계산비용이 매우 많이 소모된다. Menard 등[2]은 Level set/Volume Of Fluid/Ghost Fluid Method를 혼합하여 시뮬레이션 하였다. 많은 Eulerian 기법의 수치 해석에서 그렇듯 서로 다른 물질간의 경계층 추적에는 Level set method를 사용하였고 물질치의 불연속은 Ghost Fluid Method를 사용하여 보완하였다. 그러나 액체제트의 미립화 문제의 경우 매우 작은 크기로 쪼개지는 액적들이 존재하는데 이러한 액적들을 잡아내기 위해서는 격자의 크기가 매우 작아져야 하고 이는 곧 계산시간과 비용의 증가로 이어지게 된다. 또한 액체제트 미립화 현상의 경우 경계층의 변화가 매우 심한 특징이 존재하여 Level set method를 적용할 경우 에러가 증가하는 요인이 될 수 있으며 액체 상태의 분율이 적어지는 영역에서는 질량 보존에 관련한 에러가 증가할 수도 있다.

격자크기에 의한 에러를 해소하기 위해 Fuster 등[3]은 Adaptive mesh refinement method를 사용하였다. 액체제트 미립화의 경우 노즐로부터 멀어짐에 따라 액적구조의 크기가 작아지는데 이에 따라 대략적으로 격자의 크기를 조절하는 방법을 사용하였다. 그러나 불규칙한 미립화 현상의 특성상 어떤 영역에 대해 격자를 추가하거나

제거, 또는 변형할지에 대한 기준이 불명확하고 격자 변형자체로 인한 에러또한 증가할 위험이 있다.

1.2 SPH

본 연구에서는 선행연구에서 발생한 문제점들을 해결하기 위한 방안으로 SPH 라는 수치 기법을 사용하였다. SPH는 격자대신 파티클을 사용하는 Full Lagrangian method로서 파티클을 사용하므로 격자는 사용하지 않는다. 그림1. (a)에서와 같이 각 파티클들은 마치 실제 파티클처럼 계산 영역 안에서 자유롭게 움직이며 질량, 부피, 압력 그리고 속도 등의 물성치를 갖는다. 따라서 파티클이 소멸하지 않는 한 수치적 계산상의 에러로 인한 질량, 운동량의 손실은 발생하지 않는다. 즉 지배방정식인 질량, 운동량, 에너지 보존식을 완벽하게 만족한다.

또한 SPH는 파티클을 사용하는 기법의 특성상 여러 가지 장점을 갖게 된다. 첫째로 다상 유동(Multi-Phase flow) 을 모사하는데 있어 경계면을 나타내는데 장점을 갖는다. Eulerian 기법의 경우 그림 1.(b)와 같이 고정되어 있는 격자로 인해 경계층을 표현하기 위해서

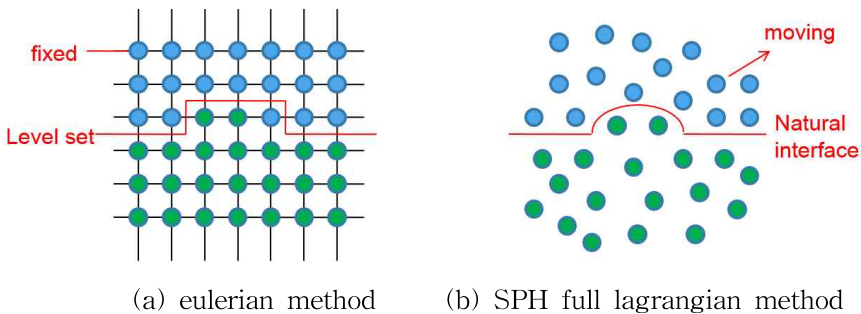


그림 1. 메쉬 기반 수치기법과 SPH의 개략도

는 Level Set method와 같은 부가적인 수치기법이 필요하고 또한 복잡한 경계면의 경우 이로 인한 에러가 발생할 수 있다. 그러나 SPH는 초기에 각 파티클에 액체 혹은 기체와 같이 상을 지정해놓으면 부가적인 기법 없이 경계층을 자연스럽게 나타낼 수 있으며 따라서 부가적 기법의 사용으로 인한 에러로부터 자유로울 수 있다.

그리고 자유수면 유동(Free surface flow) 또한 자연스럽게 나타낼 수 있으며 공간상에 고정 돼 있는 격자를 사용하지 않음으로 인해 불필요한 영역에 소모되는 계산 비용을 줄일 수 있다. 또한 SPH의 formulation을 사용하여 분자간힘, 점성력 그리고 표면장력 등의 물리적 현상 또한 Euler equation의 지배방정식에 쉽게 추가할 수 있다.

액체 제트의 미립화 현상은 위에서 언급된 SPH만의 장점들이 잘 적용될 수 있는 문제다. 먼저 액체제트의 경계면은 공기와의 상호작용으로 인하여 매우 큰 변형을 겪게 되며 이를 Level Set method로 나타내는 것은 매우 큰 에러를 야기할 수 있다. 또한 액체제트의 미립화 현상은 말 그대로 액체제트가 조그마한 액적들로 쪼개지는 현상인데 이를 나타내는데 있어 파티클 방법인 SPH를 사용하는 것은 매우 자연스럽게 타당하며 실제로 현상을 잘 나타낼 수 있는 장점을 갖는다.

본 연구는 액체 로켓 인젝터의 여러 종류 중 하나인 액체-액체 동축형 스월 인젝터에 대한 수치적 해석을 목표로 하였다. 먼저 해석을 위한 SPH 코드를 개발하는 것을 목표로 하였는데 Navier-Stokes 방정식을 이용한 기본적인 SPH 코드를 구축하였으며 그 후에 인젝터 해석을 위한 필수적인 외력인 표면장력 모델을 추가하였고 다상유동을 풀기위한 알고리즘을 추가하였다. 그리고 마

찬가지로 인젝터 해석을 위해 꼭 필요한 최신식의 SPH 알고리즘을 적용시켰다. 코드 개발의 각 단계에서는 적절한 검증 문제를 통하여 코드의 타당성을 확인하였다. 본 논문의 2장에서 코드에 사용된 지배방정식과 수치적 기법들에 대해 설명하고 3장에서 코드 검증을 위해 수행된 검증문제들에 대해서 이야기 하겠다.

4장과 5장에서는 구축된 코드를 이용하여 수행된 스윙 인젝터 시뮬레이션에 대해 이야기 하겠다. 인젝터 시뮬레이션은 두 가지 부분으로 이루어져 있는데 첫 번째 부분은 인젝터를 하나만 사용한 단일 스윙 인젝터에 대한 부분이고 4장에서 다루도록 하겠다. 두 번째 부분은 본 연구의 최종목표라고 할 수 있는 연료와 산화제 인젝터가 모두 사용된 액체-액체 동축형 스윙 인젝터에 대한 부분으로 5장에서 다루도록 하겠다.

제 2 장 Numerical method

2.1 SPH 공식

Kernel 함수를 통한 보간법이 SPH에서는 기본 바탕이 된다. 어떠한 함수 $f(x)$ 는 Kernel 함수 W 와의 convolution을 통해 다음과 같이 표현될 수 있다.

$$f(x) = \int f(x') W(x - x', h) dx' \quad (1)$$

h 는 특정 파티클의 물성치를 계산할 때 Kernel 함수의 영향이 미치는 영역을 결정해주는 변수로 smoothing length 라고 한다. Kernel 함수 W 는 보간법을 위한 일종의 weight function으로 다음과 같은 두 가지 성질을 가지고 있다.

$$\int W(x - x', h) dx' = 1 \quad (2)$$

$$\lim_{h \rightarrow 0} W(x - x', h) = \delta(x - x') \quad (3)$$

$\delta(x - x')$ 는 델타 함수이고 $x - x'$ 는 두 점간의 거리를 나타낸다. (2)와 (3)의 조건을 만족하는 형태의 대표적인 함수가 그림2.와 같은 가우시안(Gaussian)이다. Kernel 함수는 가우시안과 같은 형태를

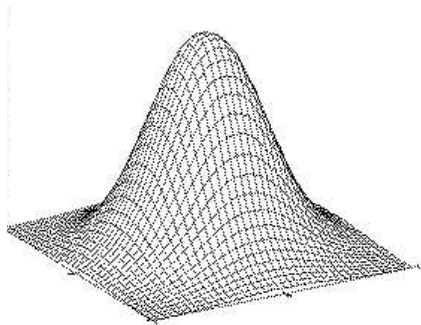


그림 2. 2차원 가우시안 분포

갖는 것이 일반적이지만 가우시안의 경우 0으로 수렴하는 영역이 존재하지 않기 때문에 계산비용의 문제로 인해 사용되지 않고 대신 비슷한 형태의 Kernel 함수를 사용하게 된다.

$$W(x-x',h) = 0 \quad |x-x'| > mh \quad \text{일 때} \quad (4)$$

m 은 smoothing length h 와 함께 Kernel 함수의 영향 영역을 결정해주는 변수이다. mh 는 support domain 이라고 한다. 식 (4)에서 알 수 있듯이 어떤 파티클로부터 mh 이상의 거리를 가지는 파티클은 서로 영향을 끼치지 않음을 알 수 있다. 반대로 mh 이하의 거리를 가지는 파티클들 간에는 상호작용이 존재하며 서로의 물성치를 결정하는 데에 영향을 미치게 된다.

이러한 조건들과 (1)의 적분표현을 토대로 (1)을 이산화 형태로 나타내보자. 특정 파티클 x_i 에서의 함수값 $f(x)$ 는 다음과 같은 형태로 쓰여질 수 있다.

$$f_i = \sum_{j=1}^N f_j V_j W_{ij} \quad (5)$$

위 식에서 하첨자 j 는 파티클 x_i 의 support domain 안에 들어있는 파티클을 나타내며 N 은 support domain 안에 들어 있는 파티클의 총 개수이다. 즉 보간점의 개수라고 할 수 있다. V_j 는 파티클 j 의 부피를 나타내며 또한 W_{ij} 는 다음과 같다.

$$W_{ij} = W(x_i - x_j, h) \quad (6)$$

식 (6)에서 알 수 있듯이 Kernel 함수 W 는 파티클 간의 거리 $x_i - x_j$ 와 h 의 함수이다. 식 (2)와 (3)을 만족하는 W 의 형태는 가우시안과 비슷하고 따라서 파티클 간의 거리가 가까울 수록 서로 미치는 영향이 더 커짐을 알 수 있다. 식 (5)와 같은 형태의 표현을 particle approximation 이라고 한다.

식 (5)와 비슷하게 파티클 i 에서 함수 $f(x)$ 의 공간에 대한 도함수

는 다음과 같이 Kernel 함수 W 의 도함수를 이용하여 나타낼 수 있다.[4]

$$\nabla \cdot f_i = \sum_{j=1}^N V_j (f_j - f_i) \cdot \nabla W_{ij} \quad (7)$$

$\nabla W_{ij} = \partial W_{ij} / \partial x_i$ 이다.

2.2 지배방정식

Navier-Stokes 방정식을 Lagrangian 형태로 나타내면 다음과 같다.

$$\frac{D\rho}{Dt} = -\rho \frac{\partial v^\beta}{\partial x^\beta} \quad (8)$$

$$\frac{Dv^\alpha}{Dt} = \frac{1}{\rho} \frac{\partial \sigma^{\alpha\beta}}{\partial x^\beta} \quad (9)$$

$$\frac{De}{Dt} = \frac{\sigma^{\alpha\beta}}{\rho} \frac{\partial v^\alpha}{\partial x^\beta} \quad (10)$$

식 (8), (9), (10) 은 차례대로 질량 보존식, 모멘텀 보존식, 에너지 보존식을 나타낸다. 그리스 문자 α 와 β 는 좌표계의 방향을 나타내고 σ 는 전체 응력 텐서를 나타내며 다음과 같다.

$$\sigma^{\alpha\beta} = -p\delta^{\alpha\beta} + \tau^{\alpha\beta} \quad (11)$$

p 는 등방성 압력을 나타내는 항이고 τ 는 점성 응력을 나타내는 항이다.

이러한 Navier-stokes 방정식의 Lagrangian 형태를 2.1절에서 설명한 SPH 공식을 이용하여 particle approximation 형태로 나타내면 다음과 같다.

$$\frac{D\rho_i}{Dt} = \sum_{j=1}^N m_j v_{ij}^\beta \cdot \frac{\partial W_{ij}}{\partial x_i^\beta} \quad (12)$$

$$\frac{Dv_i}{Dt} = \sum_{j=1}^N m_j \left(\frac{\sigma_i^{\alpha\beta} + \sigma_j^{\alpha\beta}}{\rho_i \rho_j} + \Pi_{ij} \right) \frac{\partial W_{ij}}{\partial x_i^\beta} + g + a_{s,i} \quad (13)$$

$$\frac{De_i}{Dt} = \frac{1}{2} \sum_{j=1}^N m_j \left(\frac{p_i^{\alpha\beta} + p_j^{\alpha\beta}}{\rho_i \rho_j} + \Pi_{ij} \right) v_{ij}^\beta \frac{\partial W_{ij}}{\partial x_i^\beta} + \frac{\mu_i}{2\rho_i} \epsilon_i^{\alpha\beta} \epsilon_i^{\alpha\beta} \quad (14)$$

식 (12), (13), (14) 는 차례대로 SPH 형태의 질량 보존식, 모멘텀 보존식, 에너지 보존식이다. 위 식에서 Π_{ij} 는 물성치의 불연속으로 인한 계산의 발산을 방지하기 위한 항으로 artificial viscosity 라고 한다.[4] g 는 중력가속도를 나타내고 $a_{s,i}$ 는 표면장력에 의한 항을 나타낸다.

위와 같은 지배방정식에 더해 밀도를 이용하여 압력을 계산하기 위한 상태방정식을 추가로 사용하였다. 본 연구에서는 액체상태의 압력은 Tait 상태방정식을 사용하여 구하였고 수식은 다음과 같다.[5]

$$p = b \left(\left(\frac{\rho}{\rho_0} \right)^{\gamma_l} - 1 \right) \quad (15)$$

본 연구에서는 액체로서 물의 물성치를 사용했으며 Tait coefficient $b = \rho_l c_l^2 / \gamma_l$ 의 값을 사용하였다. ρ_l 은 물의 밀도를 나타내고 c_l 은 물에서의 음속을 나타낸다. 비열비는 $\gamma_l = 7$ 의 값을 사용하였다. ρ_0 는 초기 밀도 값을 나타낸다.

또한 기체 상태에는 이상기체 상태방정식을 사용하였으며 다음과 같다.

$$p = (\gamma_a - 1) \rho e \quad (16)$$

비열비 $\gamma_a = 1.4$ 의 값을 사용하였다.

2.3 Corrected SPH 알고리즘

SPH 의 보간 알고리즘 상 자유 경계면 주변에 존재하는 파티클들의 경우 계산에 사용하기 위한 파티클이 부족하기 때문에 이로 인하여 계산의 정확도에 영향을 미치게 되고 결과적으로 파티클 뭉침 현상등의 문제점이 발생하게 된다. 인젝터 시뮬레이션의 경우 액체 제트의 자유 경계면이 매우 많이 존재하게 되고 따라서 이러한 문제점을 해결하는 알고리즘이 필수적이라고 할 수 있다. 파티클 부족 현상을 해결하기 위한 몇몇 알고리즘이 개발된 바 있으며[6,7,8] 그 중 Fang 등[8]은 Corrected SPH라는 기법을 제안 하였다. Corrected SPH는 Kernel function과 Kernel function의 derivative에 수정 행렬 L을 이용하여 수정을 가하는 방법이다. 이를 통해 자유 경계면상에서의 파티클 부족현상을 해결하였다. 수정 행렬 L은 다음과 같이 주어진다.

$$L_i = \sum_{j=1}^N V_j \nabla W_{ij} \otimes x_{ji} \quad (17)$$

$$= \begin{pmatrix} \sum_{j=1}^N W_{ij} V_j & \sum_{j=1}^N (x_j^1 - x_i^1) W_{ij} V_j & \sum_{j=1}^N (x_j^2 - x_i^2) W_{ij} V_j \\ \sum_{j=1}^N \frac{\partial W_{ij}}{\partial x_i^1} V_j & \sum_{j=1}^N (x_j^1 - x_i^1) \frac{\partial W_{ij}}{\partial x_i^1} V_j & \sum_{j=1}^N (x_j^2 - x_i^2) \frac{\partial W_{ij}}{\partial x_i^1} V_j \\ \sum_{j=1}^N \frac{\partial W_{ij}}{\partial x_i^2} V_j & \sum_{j=1}^N (x_j^1 - x_i^1) \frac{\partial W_{ij}}{\partial x_i^2} V_j & \sum_{j=1}^N (x_j^2 - x_i^2) \frac{\partial W_{ij}}{\partial x_i^2} V_j \end{pmatrix}$$

행렬 L의 역행렬을 구한후 다음과 같은 과정을 거쳐 수정된 Kernel function과 derivative를 얻을 수 있다.

$$\nabla \widetilde{W}_{ij} = L_i^{-1} \nabla W_{ij} \quad (18)$$

구해진 $\nabla \widetilde{W}_{ij}$ 을 식 (12), (13), (14)에 대입하여 사용하면 Corrected SPH가 된다.

2.4 표면장력 알고리즘

SPH를 통해 서로 다른 두 물질간의 표면장력을 구현하는 방법은 일반적으로 크게 두 가지가 있다. 첫 번째 방법은 미시적인 관점에서 표면장력을 구현하는 방법이고[9] 다른 하나는 거시적인 관점에서 표면장력을 구현하는 방법이다.[10] 미시적인 방법의 경우 표면장력 모델이 매우 간단하고 적용이 용이하지만 결과로서 구해진 표면장력이 교정과정을 거쳐야 하고 레졸루션이 증가함에 따라 표면장력의 값이 일정한 값으로 수렴하지 않는다는 단점이 있다. 그러나 거시적인 방법의 경우 다소 복잡한 알고리즘을 가지고 있지만 교정과정이 필요 없고 레졸루션이 증가함에 따라 표면장력이 일정한 값으로 수렴하는 합리적인 알고리즘이다. SPH에서는 Brackbill등[11]이 개발한 Continuum Surface Force method(CSF) 라는 모델로서 적용되고 있다. 수식으로서 표면장력을 나타내보면 다음과 같다.

$$F_s = \delta_s \sigma \kappa \hat{n} \quad (19)$$

δ_s 는 surface delta function이고 σ 는 표면장력계수를 나타낸다. 본 연구에서는 표면장력계수로서 $0.0742N/m$ 의 값을 사용하였다. κ 는 경계면에서의 곡률반경을 나타내고 \hat{n} 은 경계면의 단위수직벡터를 나타낸다. 각 항들은 다음과 같은 과정을 통해 구할 수 있다.

$$c_i = d_{particle} \sum_{j=1}^N V_j W_{ij} \quad (20)$$

먼저 각 파티클의 컬러값을 식(20)을 통해 구한다. $d_{particle}$ 은 particle의 형태를 결정하는 상수로서 각 물질간의 구별을 위해 초기에 설정되는 상수 값이다. 예를 들어 기체에는 1 액체에는 2의 $d_{particle}$ 값을 할당하면 식(2)와 식(20)을 통해 시뮬레이션 중에 기체 상태의 파티클은 계속해서 1의 값을 갖고 액체 상태의 파티클들은

계속해서 2의 컬러 값을 갖게 된다. 이 때 액체와 기체 경계면에 존재하는 파티클들은 액체와 기체 파티클 모두의 영향을 받기 때문에 1과 2 사이의 값을 갖게 되고 컬러 값의 gradient가 발생하게 된다.

$$n = \nabla c \quad (21)$$

$$\delta_s = |n| \quad (22)$$

$$\hat{n} = \frac{n}{\delta_s} \quad (23)$$

이러한 gradient를 통해 식 (21)과 같이 경계면에서의 수직벡터 값이 계산되고 식(23)과 같이 단위수직벡터 값이 구해진다.

$$\kappa = -\nabla \cdot \hat{n} \quad (24)$$

구해진 단위수직벡터를 이용하여 경계면의 곡률반경 값을 식(24)와 같이 구할 수 있으며 구해진 항들과 식(19)를 통해 표면장력 값을 구할 수 있다. 수직벡터와 곡률반경에 대한 SPH형태의 수식은 다음과 같다.

$$n_i = \sum_{j=1}^N V_j (c_j - c_i) \nabla \widetilde{W}_{ij} \quad (25)$$

$$\kappa_i = \sum_{j=1}^N V_j (\hat{n}_j - \hat{n}_i) \cdot \nabla \widetilde{W}_{ij} \quad (26)$$

2.5 Kernel 함수

SPH에서 Kernel 함수는 계산의 정확도를 결정할 뿐만 아니라 계산비용과 계산효율에도 지대한 영향을 미친다. 본 연구에서는 기본적으로 가장 널리 쓰이며 정확도와 계산효율이 검증된 바 있는 Cubic spline kernel 함수를 사용하였으며 다음과 같다.

$$W = \frac{\alpha_d}{h^d} \begin{cases} \frac{2}{3} - q^2 + \frac{1}{2}q^3 & 0 \leq q < 1 \\ \frac{1}{6}(2-q)^3 & 1 \leq q < 2 \\ 0 & q \geq 2 \end{cases} \quad (27)$$

$q = r/h$ 이며 r 은 파티클 간의 거리이다. d 는 공간의 차원을 나타내며 α_d 는 정규화 시키기 위한 상수로서 다음과 같은 값을 가진다.

$$\alpha_d = \begin{cases} 1 & d = 1 \\ \frac{15}{7\pi} & d = 2 \\ \frac{3}{2\pi} & d = 3 \end{cases} \quad (28)$$

2.6 Adaptive smoothing length 알고리즘

SPH에서는 격자를 사용하는 수치방법과 다르게 공간상에서 계산 점이 되는 파티클들이 자유롭게 움직이기 때문에 일정하게 고정된 범위의 support domain을 사용할 경우 어떤 타임스텝에서는 상대적으로 작은 숫자의 파티클들이 계산에 사용될 수 있고 어떤 때는 상대적으로 많은 숫자의 파티클들이 계산에 사용될 수 있다. 이러한 현상을 방지하기 위해서 support domain의 범위를 결정해주는 smoothing length를 매 time step마다 다음과 같은 알고리즘을 사용하여 결정해 주었다.

$$h_i = \left(\frac{\rho_0 h_0^{ndim}}{\rho_i} \right)^{\frac{1}{ndim}} \quad (29)$$

ρ_0 는 파티클 i 의 초기 밀도를 나타내고 h_0 는 초기 smoothing length, $ndim$ 은 문제의 차원을 나타낸다.

2.7 Time integration

본 연구에서는 time integration method로서 Runge-Kutta 4차 오더 방법을 사용하였다. time step은 Courant-Friedrichs-Lewy (CFL) 조건을 만족하는 time step을 사용하였다.

$$\Delta t \leq C_c \min \frac{h_i}{c_i} \quad (30)$$

C_c 는 Courant number로서 0.3의 값을 사용하였다.

제 3 장 코드검증문제

3.1 댐붕괴 문제

서론에서 언급했다시피 본 연구에서는 액체-액체 동축형 스윙 인젝터를 수치적으로 해석하기 위한 SPH코드를 개발하는 것을 일차적인 목표로 삼았고 개발 각 단계마다 검증문제를 통해 코드의 타당성을 확인하였다.

댐 붕괴 문제는 Navier-Stokes 방정식만을 사용한 기본적인 SPH 코드를 개발한 후 수행한 검증문제로서 Conventional SPH코드의 타당성을 확인하는데 있어 많이 사용된다. 또한 댐 붕괴 문제를 통해 SPH의 장점중 하나인 자유경계면유동(Free surface flow)을 얼마나 잘 모사할 수 있는지 또한 확인할 수 있다.

댐 붕괴 문제에 사용된 파티클의 총 개수는 30,000개 이고 파티클의 물성치는 물의 물성치를 사용하였다. 각각 왼쪽과 바닥, 그리고 오른쪽 경계면은 벽 파티클을 사용하여 나타내었다. 중간에는 장애물이 존재한다. 초기조건과 시뮬레이션 스냅샷을 그림 3.에 나타내었다. 초기에 정사각형 형태의 물기둥이 존재하고 시뮬레이션이 시작함에 따라 중력의 영향으로 인해 물기둥이 붕괴하게 된다. 시뮬레이션 스냅샷에서 알 수 있듯이 물의 자유경계면 변화를 매우 현실적이고 사실적으로 나타내고 있음을 확인할 수 있다.

그림 4.에는 그래프를 통해 실험결과를 정량적으로 나타내었다. 그림 4.(a)는 댐 붕괴로 인한 유동의 가장 앞부분의 위치변화를 시간에 따라 나타내었고 그림 4.(b)는 붕괴로 인한 댐 수면의 높이 변화

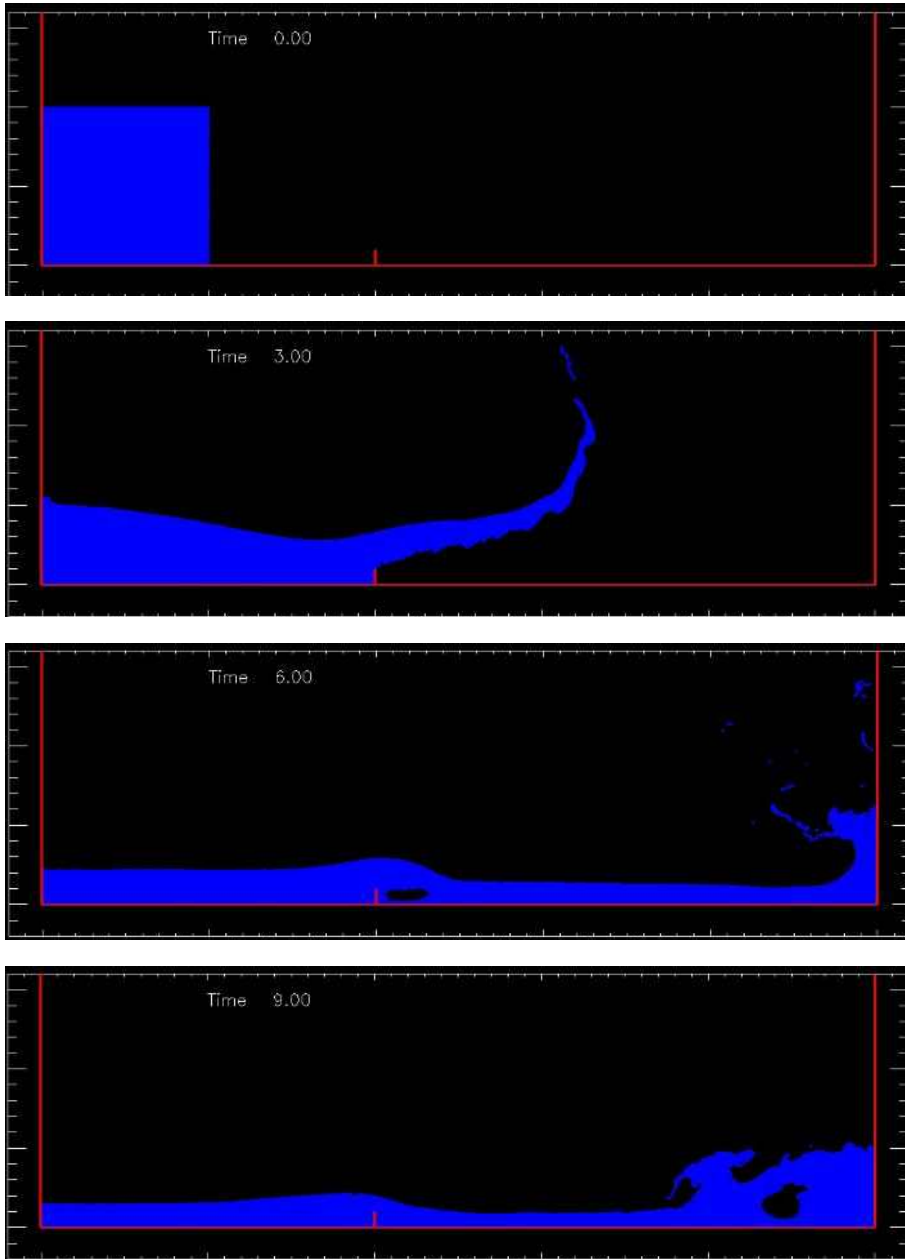
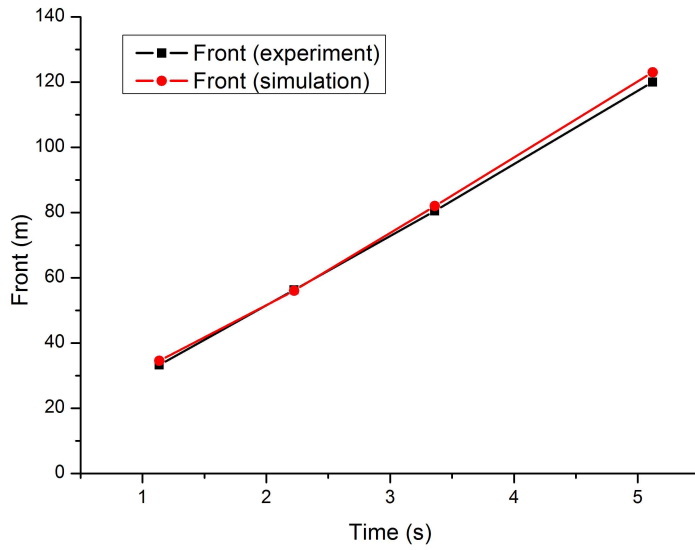
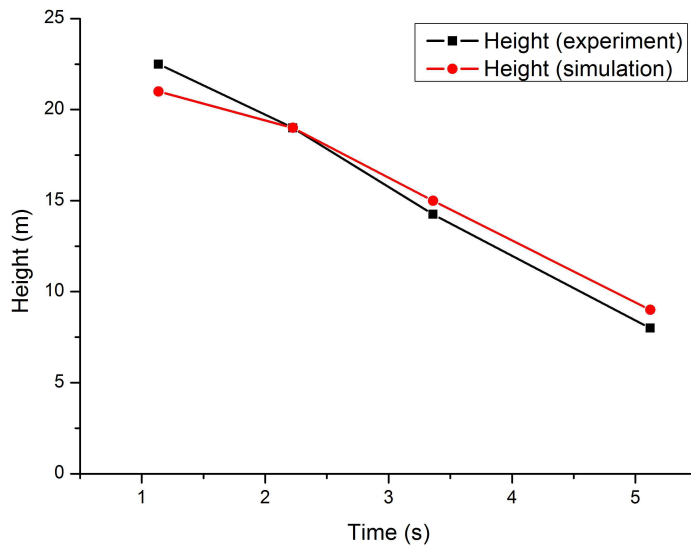


그림 3. 댐 붕괴 시뮬레이션 스냅샷
 위에서부터 차례대로 초기조건, 3초, 6초, 9초



(a) 댐 붕괴 유동 앞 지점



(b) 댐 붕괴 유동 높이

그림 4. 댐 붕괴 실험결과와의 비교

를 시간에 따라 나타내었다. 동일 조건에서의 실제 댐 붕괴 실험과의 비교를 진행하였으며 그래프에서 알 수 있듯이 잘 일치하는 결과를 보였다.

3.2 Square fluid patch 문제

2.3 절에서 언급했다시피 그림 5.에 나타난 초기조건처럼 경계면이 많이 존재하는 경우 보간에 사용하기 위한 파티클의 부족현상으로 인해 경계면의 형상이 크게 변화할 경우 파티클의 뭉침현상이 발생하게 되고 이는 계산의 정확도에 큰 영향을 미치게 된다.

따라서 이러한 현상을 해결하기 위해 본 연구에서는 Fang 등[8]이 제안한 Corrected SPH(이하 CSPH) 라는 알고리즘을 적용하였다. CSPH 알고리즘의 타당성 확인을 위해서 Square fluid patch라는 검증문제를 수행하였다. 문제의 초기형상은 그림 5. 초기조건에 나타낸바와 같이 파티클들이 정사각형 형태를 이루고 있다. 이러한 정사각형 형태의 파티클들이 오른쪽으로 회전하는 초기 속도장을 갖게 되고 정사각형의 경계면에 존재하는 파티클들은 경계면의 큰 변화를 겪으면서 뭉침현상을 겪게 된다.

파티클의 물성치는 물의 물성치와 동일한 값을 사용하였다. 초기밀도는 $1,000kg/m^3$ 이고 음속은 $1,484m/s$ 의 값을 사용하였다. 초기속도장은 $(-100x, -100y)$ 의 값을 갖고 시뮬레이션을 위해 총 2601개의 파티클을 사용하였다.

시뮬레이션의 결과를 스냅샷으로 그림 5.와 그림 6.에 나타내었다. 그림 5.는 보통의 SPH를 이용한 결과이고 그림 6.은 CSPH를 이용한 결과이다. 그림 5.의 스냅샷에서 확인할 수 있듯이 보통의 SPH 알고리즘을 사용할 경우 경계면이 변화함에 따라 파티클의 뭉침현

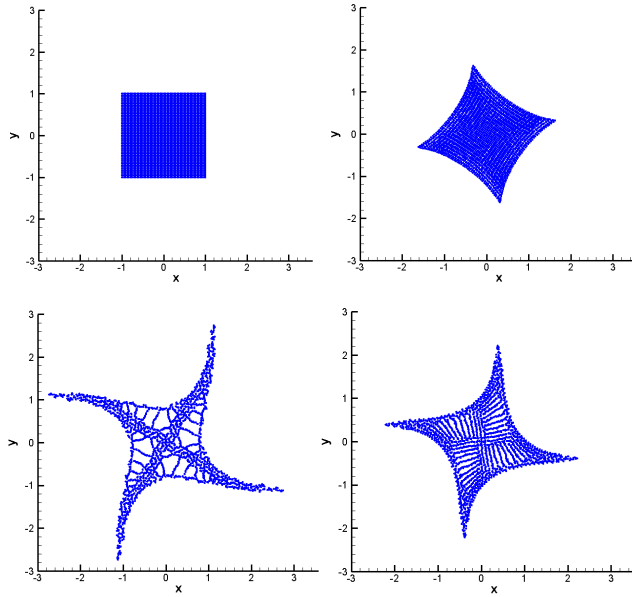


그림 5. SPH Square fluid patch 문제 스냅샷
 왼쪽 위부터 시계 방향으로 초기조건, $6.65\mu s$, $13.30\mu s$, $20.00\mu s$

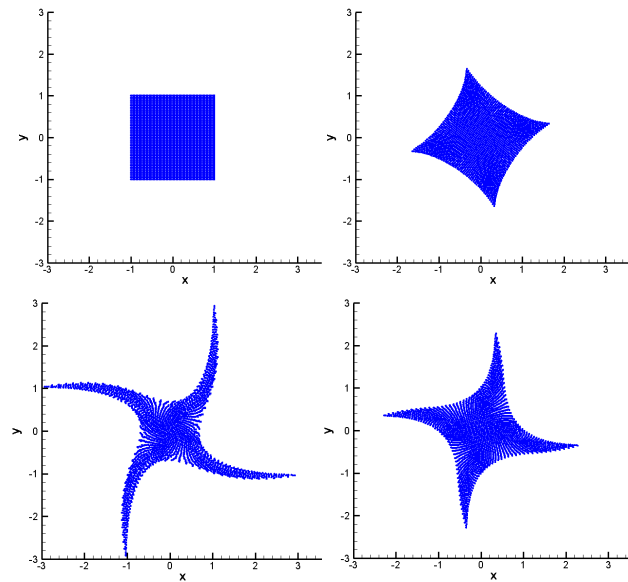


그림 6. C-SPH Square fluid patch 문제 스냅샷
 왼쪽 위부터 시계 방향으로 초기조건, $6.65\mu s$, $13.30\mu s$, $20.00\mu s$

상이 심하게 나타남을 확인할 수 있다. 그러나 CSPH 알고리즘을 적용할 경우 그림 6.과 같이 파티클의 뭉침현상없이 계산이 수행됨을 확인할 수 있다.

3.3 Kelvin-Helmholtz 불안정성 문제

Kelvin-Helmholtz(이하 K-H) 불안정성 문제는 SPH의 물질 간 경계면 묘사를 보여주기 위해 선택한 검증 문제이다. K-H 불안정성은 서로 다른 물질간의 경계면에서 물질간의 상호작용으로 인해 발생하는 현상으로서 그림 7.과 같은 형상을 갖는다. 실제로 액체제트의 미립화가 일어나는데 있어서도 액체와 공기간의 상호작용으로 인해 발생하는 K-H 불안정성이 미립화의 주요원인으로서 작용한다. 수치적으로는 물질간의 경계층 묘사를 위한 검증 문제로서 Eulerian method에서도 많이 쓰이고 있다.

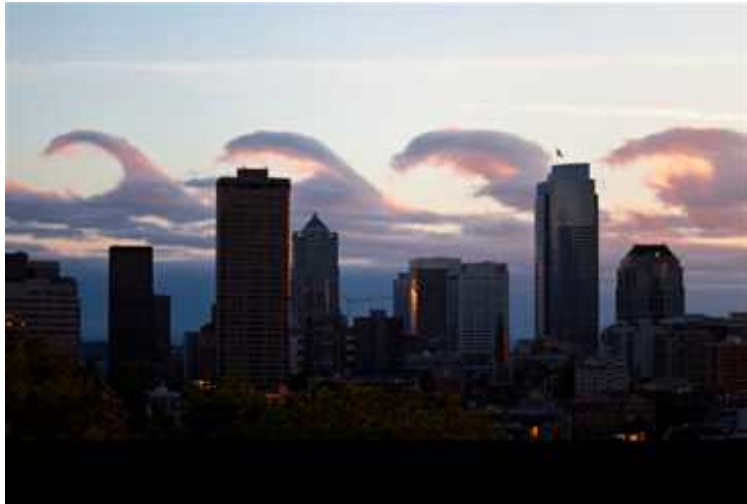


그림 7. 구름에서 관측되는 K-H 불안정성

본 연구에서 시뮬레이션한 K-H 불안정성의 초기형상은 그림 8. 과 같다. 초기조건에서 가운데 유동은 $0.5m/s$ 의 속도로 오른쪽으로 이동하고 주위 유동은 $0.5m/s$ 의 속도로 왼쪽으로 이동한다. K-H 불안정성 형성을 위해 초기 속도장에 섭동을 주었으며 다음과 같다.

$$v_y = 0.025\sin[\pm 2\pi(x+0.5)/\lambda] \text{ when } |y \pm 0.25| < 0.025$$

또한 가운데 유동과 주위 유동의 밀도비는 2:1 이며 위와 아래 경계면은 wall boundary condition을 사용하였고 왼쪽과 오른쪽 경계면은 periodic boundary condition을 사용하였다. 나머지 초기조건은 검증대상으로 쓰인 참고문헌 [12]와 똑같이 설정 하였으며 사용된 파티클의 개수는 393,160개 이다.

시뮬레이션 결과가 그림 9.에 나타나 있다. (a)는 참고문헌 결과 (b)는 본 연구의 결과이다. 결과에서 알 수 있듯이 검증대상과 잘 일치함을 알 수 있다. 또한 그림 7. 과 같은 실제 K-H 불안정성과도 매우 비슷한 형태를 보임을 알 수 있다. 이 결과를 통해 우리의 SPH 코드를 이용하여 물질간의 경계층 그리고 K-H 불안정성을 잘 모사하고 있음을 알 수 있다.

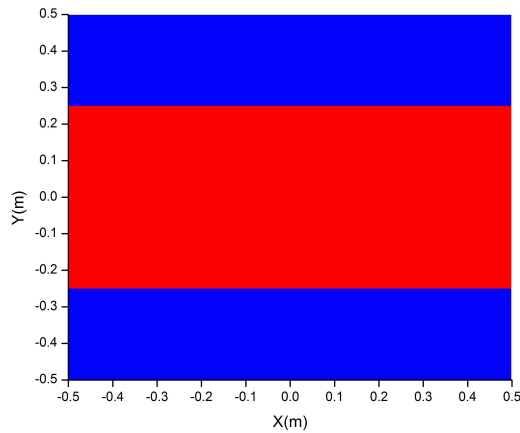
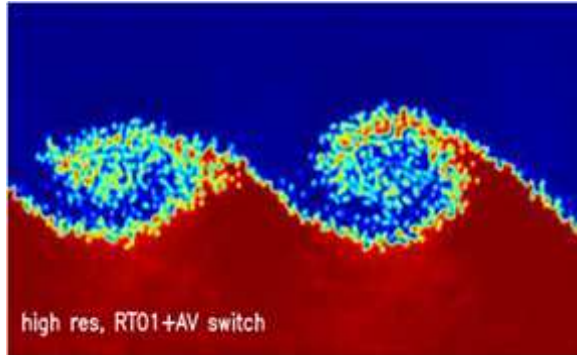
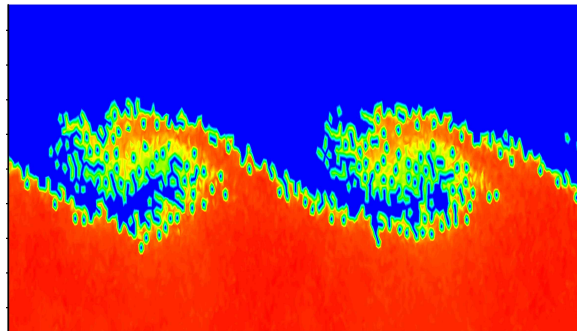


그림 8. K-H 불안정성 시뮬레이션 초기조건



(a) 검증대상 [12]의 결과



(b) 본 연구의 결과

그림 9. K-H 불안정성 시뮬레이션 스냅샷

3.4 Oscillating rod 문제

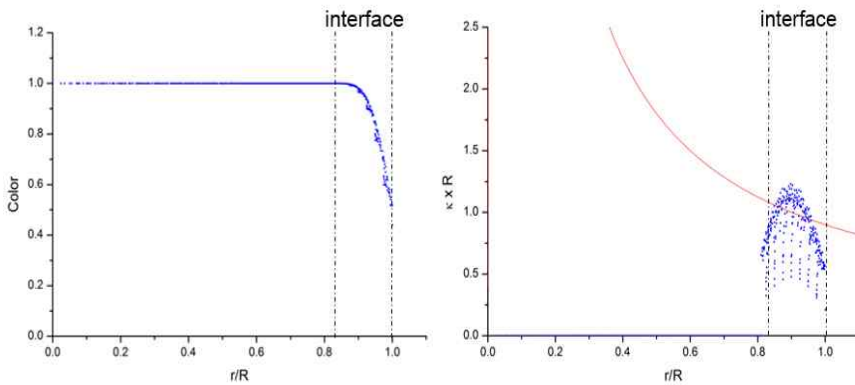
본 연구에서 표면장력은 2.4절에서 언급한 바와 같이 Brackbill등 [11]이 개발한 Continuum surface force method(CSF) 라는 모델을 통해 구현되었다.

구축된 표면장력 알고리즘을 검증하기 위해 선택된 문제는 oscillating rod 라는 문제이다. oscillating rod 의 초기형상은 그림 11. (a)와 같으며 파티클의 밀도는 $\rho_0 = 1000 \text{ kg/m}^3$, 표면장력 계수는 $\sigma = 72 \text{ mN/m}$, 점성계수는 $\mu = 10.0 \text{ mPa}\cdot\text{s}$ 를 사용하였다. 초기조건으로

주어진 속도장은 $v_x = -75x$, $v_y = 75y$ 이며 초기 압력장은 $p_0 = \frac{\rho_0 A^2}{2}[R^2 - (x^2 + y^2)]$ 와 같이 주어졌다. 시뮬레이션에 사용된 파티클의 총 개수는 1,264개이다.

2.4절에서 설명한 CSF method를 통해 구현된 표면장력 알고리즘을 검증하기 위해 계산을 통해 구해진 컬러 값과 곡률반경 값을 그림 10.에 그래프로서 나타내었다. 그림 10. (a)를 보면 물질의 경계면 부분에서 컬러 값의 gradient가 발생함을 확인할 수 있는데 이를 통해 경계면에서의 수직 벡터 값과 곡률반경 값이 구해진다. 그림 10.(b)에는 계산을 통해 구해진 곡률반경 값과 이론적인 곡률반경 값의 비교를 나타내었다. 실선이 이론적인 값을 나타내는데 계산 값과 잘 일치하고 있음을 확인할 수 있다.

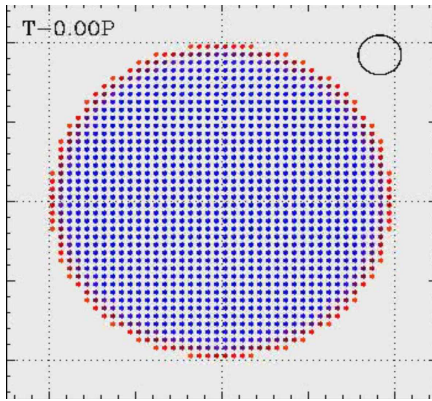
oscillating rod 문제에서 그림 11. (a)와 같이 원형을 이루고 있는 파티클들을 위 아래로 누르는 형태의 초기속도장이 주어지면 시뮬레이션 초기에는 누르는 힘에 의해 원형의 파티클들이 그림 11.(b)처럼 양 옆으로 찌그러지게 되는데 표면장력의 존재로 인해 찌그러



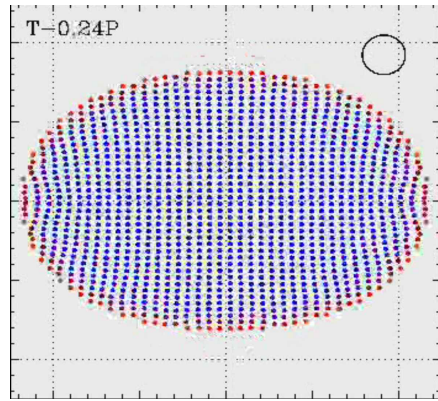
(a) 컬러 그래프

(b) 계산을 통한 곡률반경과 이론값의 비교 그래프

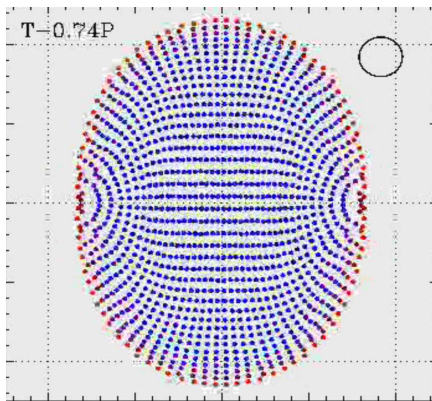
그림 10. 컬러와 곡률반경 그래프



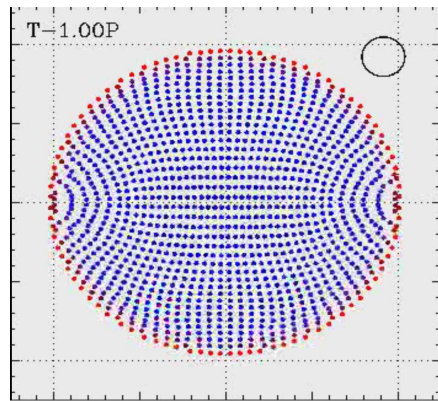
(a) 초기형상



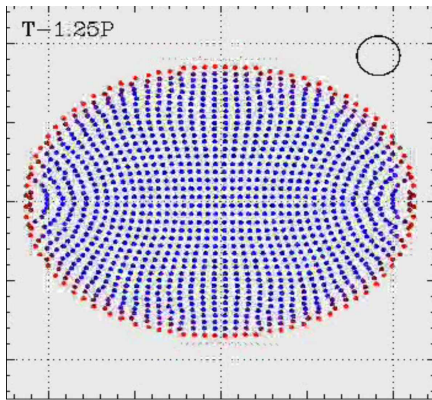
(b) 0.24P



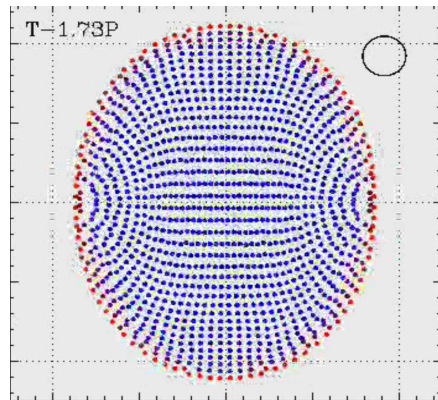
(c) 0.74P



(d) 1.00P



(e) 1.25P



(f) 1.73P

그림 11. oscillating rod 시뮬레이션 스냅샷

진 원형은 다시 그림 11. (c)와 같이 위로 찌그러진 형태로 변화하게 된다. 표면장력의 존재로 인해 원형의 파티클들은 계속해서 위, 아래로 진동하게 되며 일정한 진동주기를 갖게 된다. 그림 11.에서 테두리 부분에 다른 색으로 나타내어진 파티클들이 이론적인 진동주기에 맞는 원형의 형태를 나타내며 계산을 통해 구해진 원형의 형태와 매우 잘 일치함을 확인할 수 있다.

제 4 장 단일 스월 인젝터 시뮬레이션

2장에서 설명한 지배방정식, 수치적 기법들을 이용하여 코드를 구축하였고 3장의 검증과정을 거쳐 코드를 완성하였다. 4장에서는 완성된 코드를 이용하여 수행한 단일 스월 인젝터 시뮬레이션에 대해 이야기 할 것이다.

비록 실제 로켓 엔진에서는 연료와 산화제가 모두 사용되고 따라서 보통 두 개의 스월 인젝터가 사용되지만 하나의 스월 인젝터에 대한 연구 또한 인젝터의 분무특성을 파악하는데 용이하기 때문에 실제 실험에서도 많은 연구가 진행되고 있다.[14]

또한 단일 스월 인젝터를 사용할 경우 액체제트가 미립화되는 주요 원인중 하나인 Linear instability theory 라고 하는 액체 제트와 주위 공기의 상호작용을 확인할 수 있기 때문에 코드를 통해 얼마나 이러한 Linear instability theory를 잘 구현하는지 또한 검증할 수 있다.

본 연구에서는 정확한 스월 인젝터 시뮬레이션과 결과의 검증을 위하여 참고문헌[13, 14] 의 실제 스월 인젝터 실험결과와의 비교를 수행하였다. 당연히 시뮬레이션에 사용된 스월 인젝터의 형상과 실험조건 또한 모두 같다.

4.1 스월 인젝터 시뮬레이션을 위한 가정

스월 인젝터 시뮬레이션에 앞서 시뮬레이션을 위해서 설정한 가정에 대해 설명하고자 한다. 오리피스 내부에서 액체유동은 오리피스 벽면을 타고 마치 소용돌이 치듯이 회전하면서 내려오게 되는데 이

때 스월 인젝터 오리피스의 축 방향으로 이동하는 축 방향 속도 (axial velocity) u , 오리피스의 원주방향으로 움직이는 원주방향 속도(circumferential velocity) w 그리고 오리피스의 반경방향으로 움직이는 반경방향 속도(radial velocity) v 의 세 가지 속도 성분이 존재한다. 이 세 개의 속도 성분 중 반경방향속도는 나머지 두 가지 속도성분에 비해 매우 작은 크기를 갖는다. 따라서 반경방향의 속도는 무시할 수 있다. 또한 오리피스 벽면을 타고 내려오던 액체 유동은 오리피스 출구에서 오리피스 벽면이 제거됨에 따라 원주방향 속도의 모든 성분이 반경방향으로 퍼지게 되는데 결과적으로 이러한 현상으로 인해 축 방향 속도와 원주방향속도만을 통해 스프레이의 형상이 2차원 평면상에서 구현 되게 된다. 그리고 축 방향 속도와 원주방향 속도를 통해 다음과 같이 스프레이 각도를 구할 수 있다.

$$\tan \frac{\theta}{2} = \frac{w}{u} \quad (31)$$

이러한 과정을 통해 본 연구에서는 축 방향 속도와 원주방향 속도만을 고려하는 2차원 가정을 하고 인젝터 시뮬레이션을 2차원 평면상에서 수행하게 되었다. 스월 인젝터에서의 2차원 가정은 실제 스월 인젝터 실험을 하는 그룹들에서 인젝터 설계를 위해 사용하는 가정[15]으로서 본 연구의 가정이 타당성을 갖는다고 판단된다.

또한 본 연구에서는 스월 인젝터 오리피스의 가운데를 통과하는 축을 중심으로 대칭을 이루는 축 대칭 가정을 사용하였다.

4.2 액체 제트의 분열 원리

스웰 인젝터를 통해 분사된 액체제트는 분사 후 일정한 거리를 지나고 난 후 분열이 일어나게 되는데 이러한 현상을 분열(Breakup) 현상이라고 한다. 이 때 분열길이(Breakup length)는 노즐 출구지점으로부터 분열이 일어난 지점까지의 거리를 말한다. 분열길이를 통해 인젝터 출구로부터 어떤 지점에서 분열이 일어났는지 확인할 수 있고 분열길이가 바뀔에 따라 자연스럽게 최종적으로 미립화 되는 위치가 바뀌기 때문에 연소실내에서 연소가 발생하는 위치 또한 바뀌게 된다. 따라서 분열길이는 인젝터의 중요한 분무특성중 하나로 꼽힌다.

이론적으로 액체-액체 동축형 스웰 인젝터에서 분열은 주로 두 가지 원리에 의해 일어나게 되는데 다음과 같다.

4.2.1 Linear instability theory

공기 중을 통과하는 액체 제트는 공기로부터 받는 공기역학적 힘에 의해 조그마한 초기 섭동이 생기게 된다. 발생한 초기 섭동은 지속적으로 가해지는 공기역학적 힘에 의해 점점 커지게 되고 결과적으로 액체제트의 분열이 일어나게 된다. 이러한 원리를 Linear instability theory 라고 하는데 앞에서 검증문제로서 소개한 바 있는 Kelvin-Helmholtz instability에 바탕을 두고 연구되어 왔다.[16,17] Squire[16]는 액체제트에서 발생하는 불안정성에 대해 처음으로 연구한 사람으로서 다음과 같은 분열길이에 대한 이론적 솔루션을 발표하였다.

2차원, 비점성, 비압축성의 두께 $2l_0$ 인 액체 제트가 속도 u 로 공기

중을 이동한다. 이 때 공기의 밀도는 ρ_g , 액체의 밀도는 ρ_l 라고 하고 액체의 표면장력계수는 σ 라고 하면 z 축을 따라 이동하는 액체 제트 표면에서 발생하는 wave의 진폭은 다음과 같다.

$$\eta = \eta_0 \exp i(kz - \beta t) \quad (32)$$

여기서 η_0 는 액체제트에 초기에 발생한 진폭의 크기를 말하고 β 는 진폭의 시간에 따른 성장률을 의미한다. 진폭의 크기가 η_b 즉 분열 시의 진폭에 이르게 되면 액체제트는 분열된다. 분열이 일어나는 최대 성장률 β_{\max} 는 다음과 같은 식으로 주어진다.

$$\left(\frac{\beta h}{u}\right)_{\max} = \frac{1}{2} \left(\frac{\rho_g}{\rho_l}\right) \sqrt{\frac{\rho_l u^2 l}{\sigma}} = \frac{1}{2} \left(\frac{\rho_g}{\rho_l}\right) We_l^{1/2} \quad (33)$$

또한 분열길이 z_b 는 다음과 같이 주어진다.

$$z_b = ut_b = \frac{u}{\beta_{\max}} \ln\left(\frac{\eta_b}{\eta_0}\right) \quad (34)$$

Squire가 예측한 이론적 분열길이에 대한 예측 값은 공기중을 이동 하면서 얇아지는 액체 제트의 두께에 대한 영향을 고려하지 않았기 때문에 실제 분열길이 보다 크게 예측될 수 있다는 단점이 존재한다.

본 연구에서는 단일 스웰 인젝터 시뮬레이션에 대한 분열길이 측정의 결과를 실험값, 이론값과 함께 4.5절에서 비교하도록 하겠다.

4.2.2 Impact wave

단일 스웰 인젝터가 아닌 내부, 외부에 연료/산화제 인젝터가 모두 존재하는 경우 연료와 산화제 제트의 충돌로 인해 초기부터 매우 큰 wave가 생기게 된다. 이로 인한 액체제트 분열의 원인이 발생하게 된다.

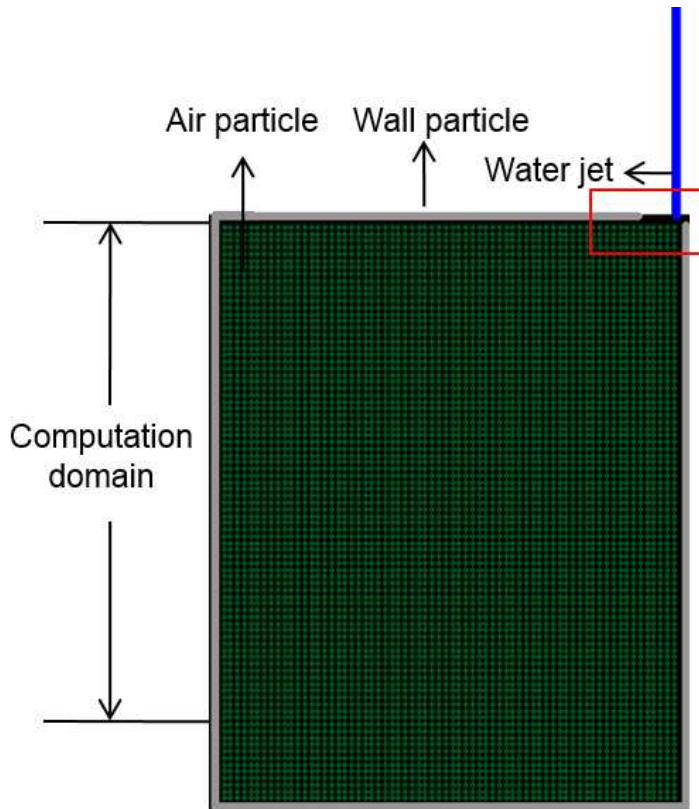
4.3 simulation set up

단일 스윙 인젝터 시뮬레이션의 초기형상은 그림 12. (a)와 같다. 시뮬레이션이 시작되면 기체 파티클들이 채워진 박스 안에 액체 제트가 주입된다. 파티클을 사용하는 SPH 의 특성상 벽이 존재하지 않을 경우 주입된 액체 제트에 의해 기체 파티클들이 빈 공간을 향해 흩어지게 된다. 따라서 이러한 현상을 방지하고 지속적으로 기체 파티클들이 액체제트에 힘을 가하게 할 수 있도록 벽 파티클로 이루어진 박스를 만들어 이 안에 기체 파티클들을 가두었으며 이 때 벽 파티클과 기체 파티클 사이에는 다음과 같은 척력이 존재하여 이를 통해 기체 파티클의 벽 밖으로의 유출을 막을 수 있다.[4]

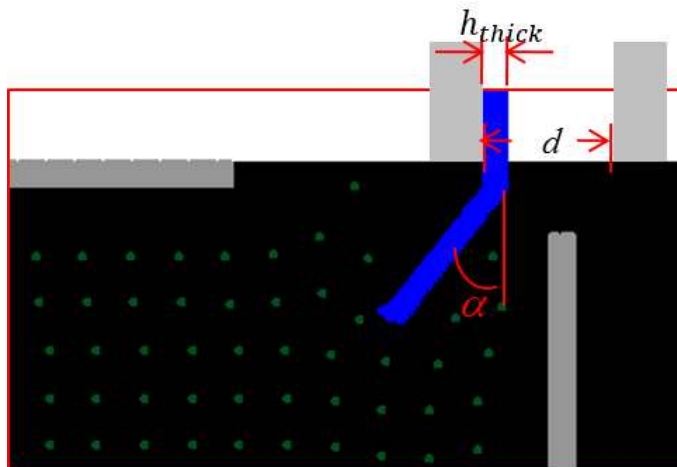
$$PB_{ji} = \begin{cases} D\left[\left(\frac{r_0}{r_{ij}}\right)^{n_1} - \left(\frac{r_0}{r_{ij}}\right)^{n_2}\right] \frac{x_{ij}}{r_{ij}^2} & \text{when } \frac{r_0}{r_{ij}} \leq 1 \\ 0 & \text{when } \frac{r_0}{r_{ij}} > 1 \end{cases} \quad (35)$$

여기서 $D=2000$, $n_1 = 12$, $n_2 = 4$ 의 값이 사용되었다. r_0 는 척력이 존재하는 영역의 범위를 나타내며 r_{ij} 는 파티클간의 거리를 나타내고 x_{ij} 는 파티클간의 각 차원에서의 거리를 나타내는 벡터이다. 식에서 알 수 있듯이 척력의 영향범위를 벗어나면 적용되는 힘은 0이 됨을 알 수 있다.

시뮬레이션에서는 계산 시간의 절약을 위해 파티클의 질량정보와 속도정보, 가속도정보와 에너지정보가 계산되는 영역을 설정하였고 주입된 액체 파티클이 이동하여 계산 영역을 벗어나게 되면 벗어난 파티클들은 다시 인젝터 노즐 부분으로 돌아가 계산영역으로 주입되는 refill-알고리즘을 적용하였다. 이러한 refill-알고리즘을 통해 계산시간의 절약과 Message Passing Interface(MPI)를 적용한 병렬 계산이 가능하게 하였다.



(a) 단일 스윙 인젝터 초기형상



(b) 인젝터 노즐 출구 부분 확대 (네모)

그림 12. 단일 스윙 인젝터 초기조건

2차원을 통해 스윙 인젝터를 시뮬레이션 하기 위하여 필요한 초기 조건은 인젝터에서 분무되는 액체제트의 분무각 α 그리고 분무되는 액체제트의 축 방향속도 v_{axis} 와 원주 방향속도 v_{cir} 가 있다. 분무각 α 는 실제 인젝터 실험에서는 분열길이와 함께 중요한 분무특성으로서 고려되는데 본 연구에서는 2차원을 가정하였기 때문에 참고문헌 [14]에서의 결과 값인 72~77degree를 초기조건으로서 사용하였다.

주입되는 액체제트의 속도는 설정되어있는 형상변수 값과 실험변수 값들로부터 구할 수 있는데 먼저 오리피스 벽면을 타고 내려오는 액체제트의 두께 h_{thick} 는 Suyari등[18]이 제안한 다음과 같은 식을 통해 구해질 수 있다.

$$h_{thick} = 2.7 \left[\frac{d_0 \dot{m} \mu}{\rho \Delta p} \right]^{0.25} \quad (36)$$

여기서 \dot{m} 은 액체제트의 질량유량, d_0 는 인젝터 노즐의 직경, μ 는 액체의 점성계수 그리고 Δp 는 인젝터의 주입압력을 나타낸다. 본 연구에서는 $d_0 = 2mm$ 의 값을 사용하였다. 구해진 h_{thick} 을 이용하여 액체제트의 축방향속도 v_{axis} 와 원주방향속도 v_{cir} 는 다음과 같은 식을 통해 계산된다.

$$v_{axis} = \frac{\dot{m}}{\rho \pi (d - h_{thick}) h_{thick}} \quad (37)$$

$$v_{cir} = v_{axis} \tan \alpha \quad (38)$$

실험에 사용된 액체의 물성치는 참고문헌 [14]와 같이 물의 물성치를 사용하였으며 기체의 물성치는 공기의 물성치를 사용하였다. 물성치를 표 1.에 나타내었다.

본 연구는 액체제트의 표면장력에 대한 관성력의 비인 We 수를 변화시키면서 수행되었으며 액체제트의 분열길이에 We 수가 미치는 영향을 관찰하고자 하였다. 총 네 가지 case에 대해 수행되었으며

물		공기	
$\rho_{water} [kg/m^3]$	1,000	$\rho_{air} [kg/m^3]$	1.12
$\mu [Ns/m^2]$	0.0013	$p_{air} [bar]$	1
$\sigma [N/m]$	0.0742		

표 1. 물질 물성치 값

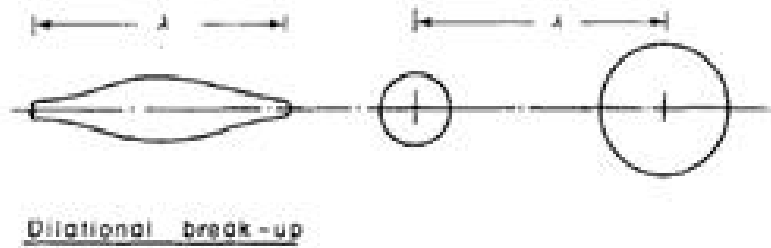
	case1	case2	case3	case4
$\Delta p [bar]$	2	3	4	6
$\dot{m} [g/s]$	13.62	17.00	19.74	25.51
We	261	419	578	939

표 2. 각 case에 따른 실험 변수 값

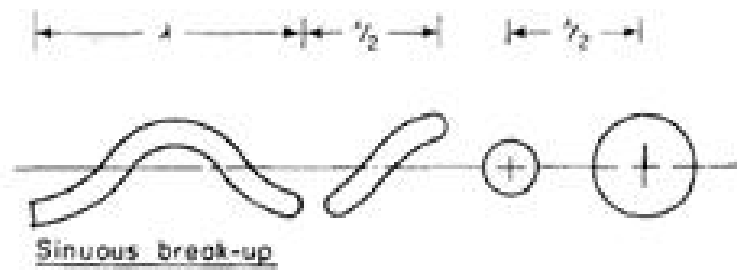
이를 표 2.에 나타내었다.

4.4 스프레이 형상

Dombrowski와 Hooper[17]에 따르면 Linear instability theory에서 공기역학적 힘에 의해 발생하는 불안정성 형태로는 두 가지가 존재한다. 첫 번째 형태는 dilational 불안정성으로서 그림 13.(a)에 나타난 바와 같이 액체 제트가 양 쪽으로 잡아당겨지고 팽창되는 듯한 형태를 띠다가 뚝뚝 끊어지며 분열이 일어나게 된다. 두 번째 형태는 sinusoidal 불안정성으로서 그림 13.(b)와 같이 우리가 흔히 아는 사인과 형태의 wave를 이루다가 진폭이 커지면서 분열이 일어나게 된다.



(a) dilational 불안정성



(b) sinusoidal 불안정성

그림 13. Linear instability theory에서 관측되는
두 가지 불안정성 형태의 개략도

Dombrowski와 Hooper는 두 가지 불안정성 형태를 나누는 판단기준을 다음과 같이 제시했다.

$$Sinusoidal \gg Dilational \text{ when } \frac{h_{thick}}{\lambda} < 0.238732 \quad (39)$$

여기서 λ 는 불안정성의 파장 길이를 나타낸다. 본 연구에서 수행된 네 가지의 실험 case에 대한 $\frac{h}{\lambda}$ 값을 We 수에 따라 그래프로 나타내었다. 그림 14.를 확인하면 본 연구에서 단일 스월 인젝터에 대해 수행된 4가지 case는 전부다 이론적으로 sinusoidal 불안정성 영역에 속함을 확인할 수 있다.

이론적으로 예측된 sinusoidal 불안정성을 확인하기 위해 실제 실험 결과를 시간에 따른 스냅샷으로 그림 15.에 나타내었다.

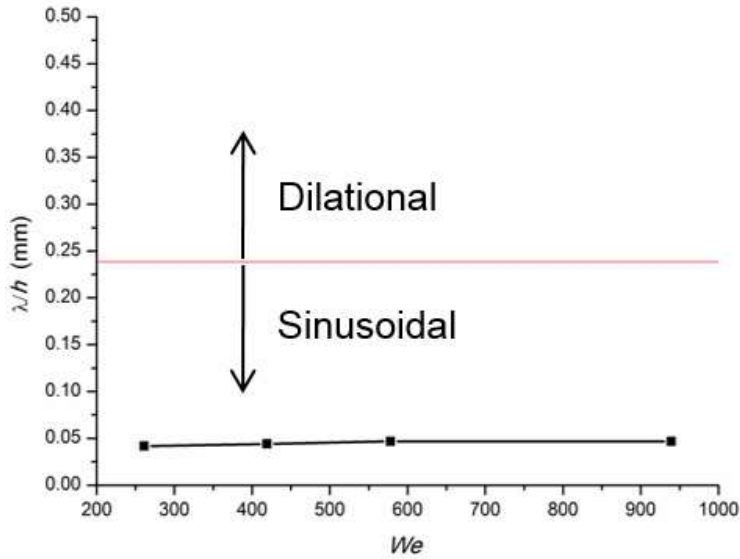
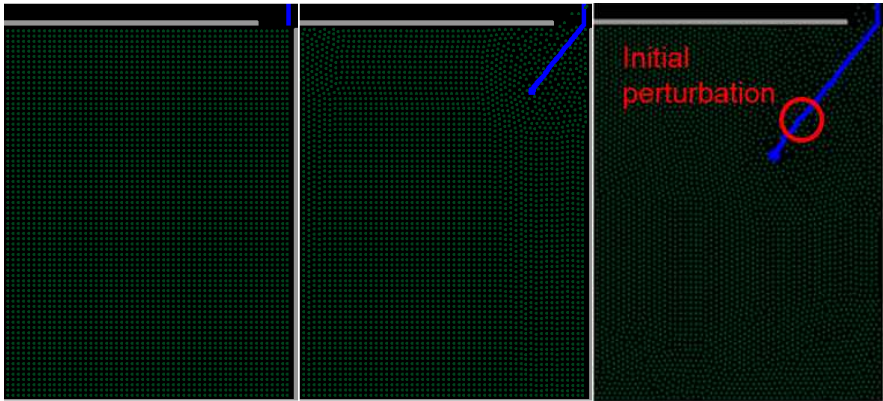


그림 14. We 수에 따른 h/λ 그래프

스냅샷을 보면 초기에 주입된 액체 제트는 일정한 거리를 이동하면서 공기 파티클의 작용으로 인해 초기 섭동이 발생하게 되고 이 후에 더욱더 공기역학적 힘을 받으면서 이러한 섭동들이 sinusoidal wave형태로 성장하게 된다. 액체제트가 좀 더 이동하면 결과적으로 진폭의 성장으로 인한 분열이 발생하게 된다. 분열에 대한 결과는 다음 절에서 다루도록 하겠다. 그림 15.에는 대표 case로서 $We = 419$ 에 대한 결과만이 나타나있지만 모든 case에서 비슷한 형상의 sinusoidal 불안정성 형태가 확인되었다. 이러한 실험 결과는 sinusoidal 불안정성에 대한 이론적인 예측과 매우 잘 부합되는 결과라고 할 수 있겠다.

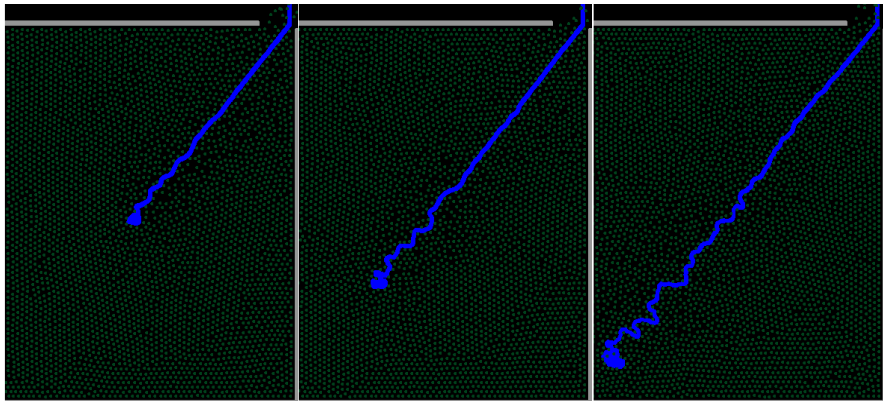
그림 16. 에는 동일 We 수에서 수행된 실제 인젝터 실험결과와의 비교를 나타내었다. 그림 16. (b)의 동그라미 안에서 확인할 수 있듯이 매우 비슷한 형태의 sinusoidal 불안정성이 매우 심한 형태로 관측됨을 확인할 수 있었다.



(a) 초기형상

(b) 0.6ms

(c) 1.2ms

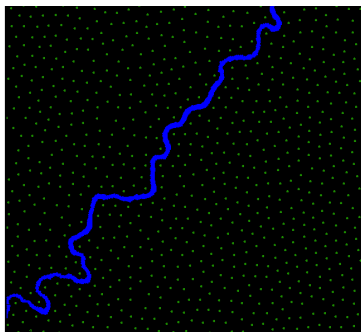


(d) 1.8ms

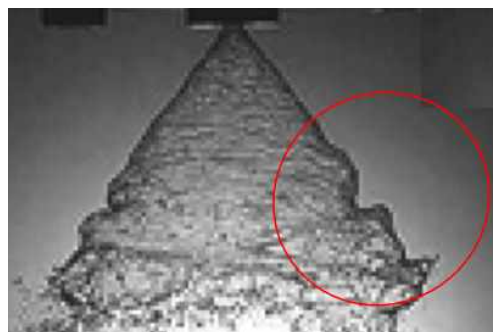
(e) 2.4ms

(f) 3.2ms

그림 15. 시간에 따른 불안정성의 성장 ($We = 419$ case)



(a) sinusoidal 불안정성 형상



(b) 실험에서 관측되는
sinusoidal 불안정성 형상

그림 16. 시뮬레이션과 실제실험 결과의 비교 ($We = 419$)

4.5 분열길이

4.5.1 분열에 대한 판단기준

분열길이는 판단 기준을 정확하게 세워놓지 않으면 측정할 때 마다 오차가 전체 분열길이의 약 5%에서 크게는 10%까지 발생하게 된다. 따라서 본 연구에서는 다음과 같은 분열에 대한 판단기준을 세웠다.

먼저 분열길이는 인젝터 노즐 출구로부터 분열이 일어난 지점까지의 수직거리를 의미한다. 분열에 대한 판단은 2장에서 설명한 바 있는 support domain을 활용하여 결정하는데 support domain은 어떠한 파티클의 물성치를 계산하기 위해 사용되는 주변 파티클들의 범위를 의미하므로 support domain을 벗어난 위치에 존재하는 파티클은 서로 상호작용이 없으며 완벽하게 분열되었다고 할 수 있다. 즉 다시 한 번 말하면 액체제트에서 support domain 범위 이상으로 파티클이 분리되는 지점이 분열이 일어난 지점이다.

또한 스윙 인젝터에서 분열은 특정지점에서 항상 일정하게 일어나

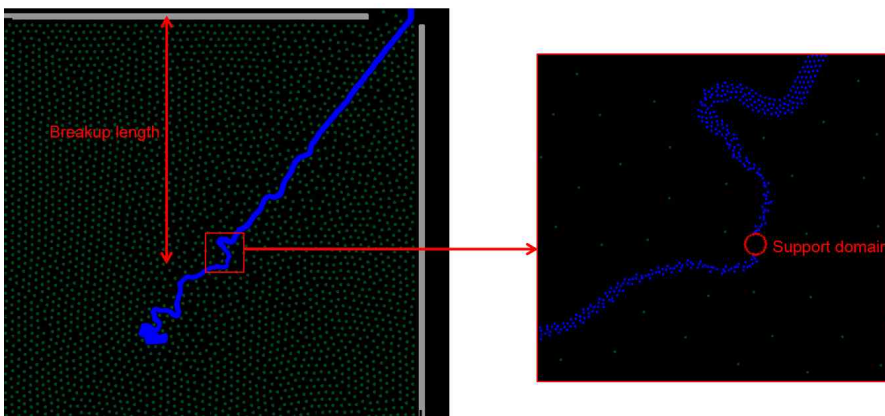


그림 17. 분열길이 판단기준

지 않기 때문에 분열 길이 5번의 평균치를 사용하였다.

4.5.2 분열길이

시뮬레이션을 통한 분열길이의 측정결과를 그림 18.과 그림 19.에 그래프로 나타내었다. 그림 18.을 보면 전체적으로 We 수가 커짐에 따라 분열길이는 짧아짐을 확인할 수 있다. 이는 We 수가 커질수록 액체제트의 관성력이 커지게 되고 이를 통해 액체제트에 작용하는 공기역학적 힘이 증가하기 때문인 것으로 생각된다.

또한 그림 18.을 보면 분열길이에 대한 이론적 예측 값은 액체 제트의 이동 중 초기 제트 두께 보다 점점 얇아지는 효과를 고려하지 않았기 때문에 실제 실험값과 매우 큰 차이를 보임을 알 수 있다. 제트 두께의 변화가 고려되는 시뮬레이션의 경우 이론적 예측값보다는 실제 실험값에 훨씬 근사한 값을 얻게 됨을 확인할 수 있었지만 그림 19. 의 그래프에서 보이듯이 여전히 실제 실험값보다 약 15%의 더 긴 분열길이를 보였다.

Dombrowski 와 Hooper는[17] 실제 인젝터 실험의 경우 오리피스 내에서의 마찰 등 실험환경에 의해 노즐 출구에서부터 초기 섭동이 존재한다고 보고한 바 있다. 반면 시뮬레이션의 경우 순수 공기역학적 힘에 의해서만 섭동이 생성되기 때문에 노즐 출구가 아닌 노즐 출구로부터 떨어진 지점에서 초기 섭동이 생성되게 되고 이러한 차이로 인해 시뮬레이션 결과 값이 실제 실험값보다 비교적 더 긴 분열길이를 갖게 된다고 판단된다.

이를 확인하기 위해 시뮬레이션 상에서 그림 15. (c)와 같이 섭동이 처음으로 생성되는 위치를 확인해 보았고 그림 19. 의 그래프에 나타내었다.

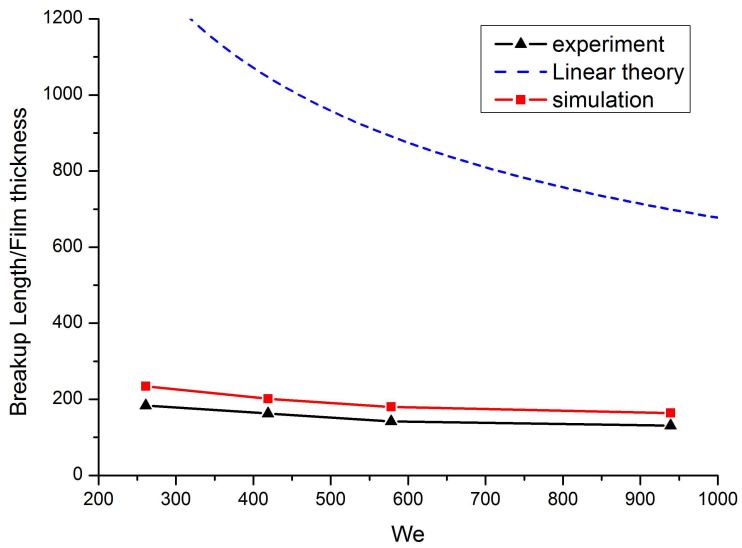


그림 18. We 수 변화에 따른 분열길이 변화 그래프
-이론값, 실험값, 시뮬레이션 결과값의 비교

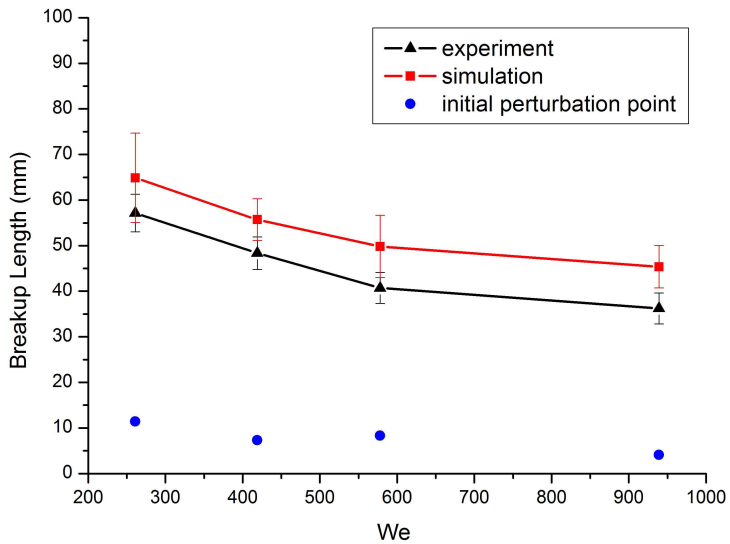


그림 19. We 수 변화에 따른 분열길이 변화 그래프
-실험값, 시뮬레이션 결과값, 초기 섭동위치의 비교

그 결과 시뮬레이션 상에서 초기섭동은 실험값과 시뮬레이션 값의 오차만큼의 길이에서 생성됨을 확인할 수 있었다. 이를 통해 만약에 시뮬레이션의 초기조건으로서 노즐 출구에서부터 초기 섭동이 존재했다면 실제 실험결과와 매우 비슷한 위치에서 분열이 일어났을 것으로 예측해 볼 수 있다.

단일 스월 인젝터 시뮬레이션을 수행함으로써 본 연구에서 개발한 SPH 코드를 통해 스월 인젝터의 분무형상과 공기와의 상호작용으로 인한 liner instability를 매우 잘 모사하고 있음을 확인할 수 있었다.

제 5 장 액체-액체 동축형 스월 인젝터 시뮬레이션

동축형 인젝터는 액체 로켓 엔진에 많이 사용되는 인젝터로서 원형의 내부 인젝터와 내부 인젝터를 둘러 싸고 있는 원형의 외부 인젝터로 이루어진다. 동축형 인젝터는 넓은 범위의 가동조건에서 효율적인 미립화와 균일한 연료와 산화제의 분포로 인해 좋은 연소 안정성을 보여주는 장점을 가지고 있다.

동축형 인젝터는 연료/산화제의 조합에 따라 액체-액체 형, 액체-기체 형, 기체-기체 형 등으로 분류될 수 있으며 추진제의 분사방식에 따라 스월, 전단형으로 분류 될 수 있다. 스월 형은 연료/산화제가 오리피스 벽면을 따라 소용돌이 형상으로 타고 내려오다가 분사되는 형태이며, 전단형은 똑바로 분사되는 연료/산화제 간에 발생하는 전단력을 이용하여 추진제를 미립화 시키는 형태이다.

본 연구에서는 다양한 동축형 인젝터의 형상 중 액체-액체 동축형 스월 인젝터에 대한 수치적 시뮬레이션을 진행하였다. 액체-액체 동축형 스월 인젝터의 경우 짧은 길이의 연소실 안에서도 빠르고 좋은 추진제의 혼합 효율을 얻을 수 있기 때문에 액체 로켓 엔진에서 널리 이용되고 있다.

4장을 통해 본 연구에서 개발된 SPH 코드를 이용하여 액체제트와 공기간의 상호작용을 잘 모사할 수 있음을 확인하였고 단일 스월 인젝터의 분무특성 또한 실제 실험과 비슷하게 잘 모사해냄을 확인하였다.

5장에서는 실제 로켓엔진에서 사용되는 형태인 액체-액체 동축형 스월 인젝터를 개발된 코드를 이용하여 시뮬레이션 하도록 하겠다.

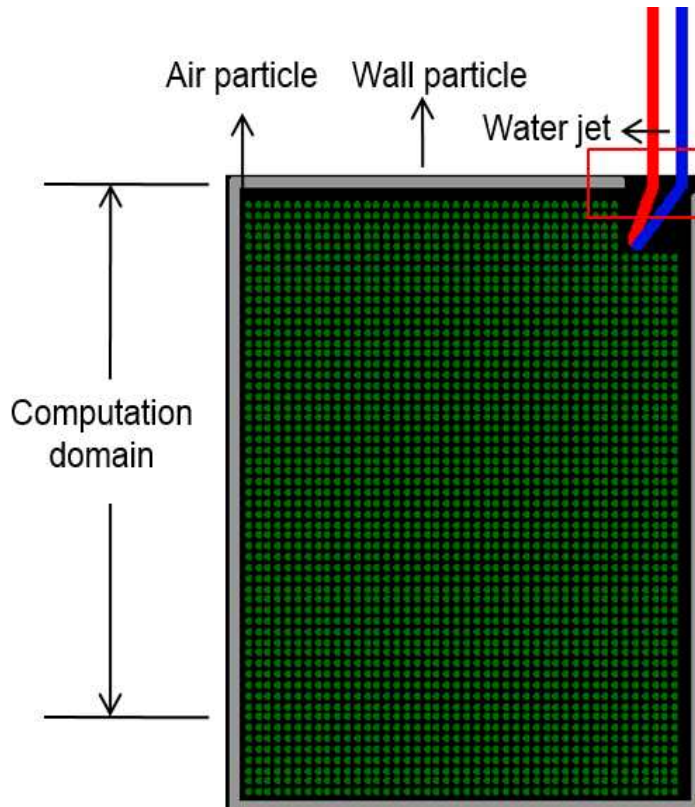
5.1 simulation set up

액체-액체 동축형 스월 인젝터 시뮬레이션의 초기형상은 그림 20. (a)와 같다. 단일 스월 인젝터 시뮬레이션에서와 마찬가지로 공기가 채워진 박스 안으로 2개의 인젝터로부터 분사된 액체제트가 유입되며 파티클 refill-알고리즘이 사용되었다. 그리고 벽과 기체사이에는 식 (35)와 같은 척력이 작용하여 기체 파티클의 외부유출을 방지한다.

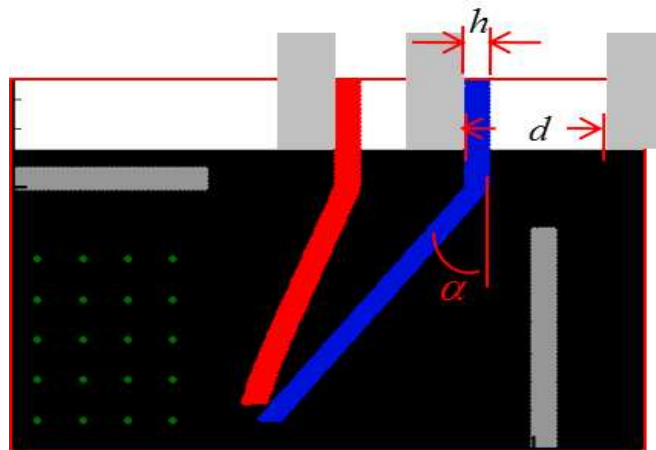
시뮬레이션에서의 모든 인젝터 형상과 실험변수는 참고문헌인 [13]의 값을 그대로 사용하였다. 내부 인젝터의 오리피스 직경은 $2mm$ 이고 외부 인젝터의 오리피스 직경은 $6mm$ 이다. 단일 스월 인젝터 시뮬레이션에서와 마찬가지로 내부, 외부 액체제트의 두께는 식 (36)을 통해 구해지며 액체제트의 속도는 식 (37)과 식 (38)을 통해 구해진다. 내부 인젝터의 액체제트 분사각은 $72\sim 77degree$ 이며 외부 인젝터 액체제트의 분사각은 $56\sim 61degree$ 이다.

실제 로켓 인젝터에서는 내부, 외부 인젝터에서 연료와 산화제가 분사되지만 본 연구에서는 참고문헌 [13]과의 정확한 비교를 위하여 내부, 외부 인젝터 모두 물을 사용하였다. 사용된 파티클의 물성치는 표 1.과 같다.

본 연구에서는 내부, 외부 인젝터의 We 수와 대기압 상태를 변화시키면서 시뮬레이션을 수행하였다. 대기압 상태에서 내부, 외부 인젝터의 We 수 각각 네 가지에 따라 16개의 case, 그리고 대기압 상태별로 We 수 네 가지, 총 네 가지의 대기압 상태에 따라 16개 case, 총합 32가지의 case에 대한 시뮬레이션이 진행되었으며 이를 표 3. , 표 4. , 표 5.에 나타내었다.



(a) 액체-액체 동축형 스윙 인젝터 초기형상



(b) 인젝터 노즐 출구 부분 확대 (네모)

그림 20. 액체-액체 동축형 스윙 인젝터 초기조건

내부 인젝터				
We	261	419	578	939
Δp [bar]	2	3	4	6
\dot{m} [g/s]	13.62	17.00	19.74	25.51
외부 인젝터				
We	120	187	255	385
Δp [bar]	2	3	4	6
\dot{m} [g/s]	7.43	9.06	10.41	12.64

표 3. We 수에 따른 인젝터 주입 조건

	내부 인젝터	외부 인젝터
We	261,419,578,939	120,187,255,385
대기압 [bar]	1	

표 4. 내부, 외부 인젝터 We 수에 따른 실험조건

	내부 인젝터	외부 인젝터
We	939	120,187,255,385
대기압 [bar]	진공, 0.5, 1, 10	

표 5. 대기압 상태에 따른 실험조건

5.2 스프레이 형상

액체-액체 동축형 스월 인젝터 시뮬레이션의 시간에 따른 스냅샷을 그림 22. 에 나타내었다. 순수한 기체 파티클의 공기역학적 힘에 의해서만 섭동이 생기는 단일 스월 인젝터 문제와 달리 동축형 스월 인젝터에서는 내부 인젝터와 외부 인젝터 액체 제트의 충돌로 인해 혼합과 동시에 초기부터 매우 강한 wave가 생기고 이로 인해 매우 빠르게 분열이 발생함을 확인할 수 있다.

그리고 혼합 후 분열된 연료/산화제 제트는 공기역학적 힘의 작용으로 인해 더욱더 작은 액적 구조로 미립화 됨을 그림 21.를 통해서 확인할 수 있으며 또한 연료와 산화제가 액적마다 균일하게 잘 혼합되어 있음을 확인할 수 있다.

이처럼 시뮬레이션을 통해 액체-액체 스월 동축형 인젝터의 장점으로 꼽혔던 빠른 분열과 미립화 그리고 균일한 혼합율을 확인할 수 있었다.

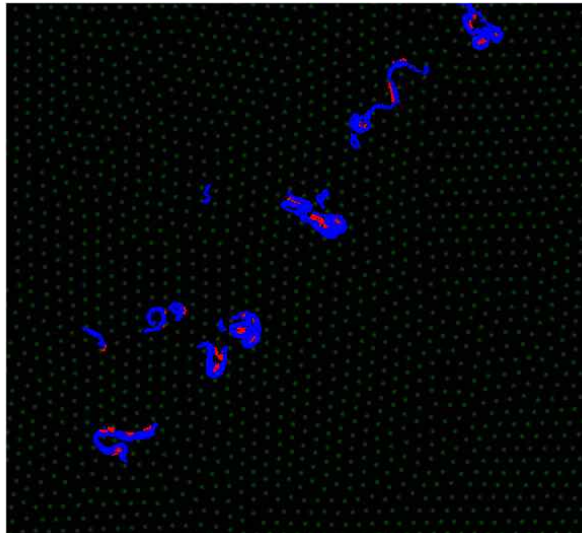
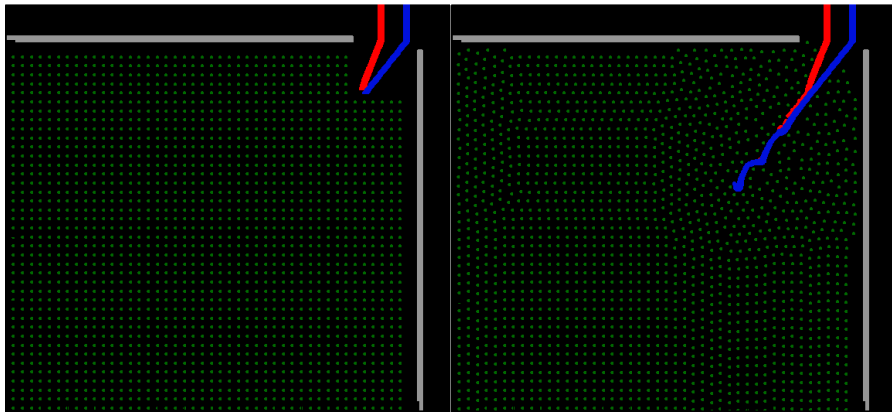
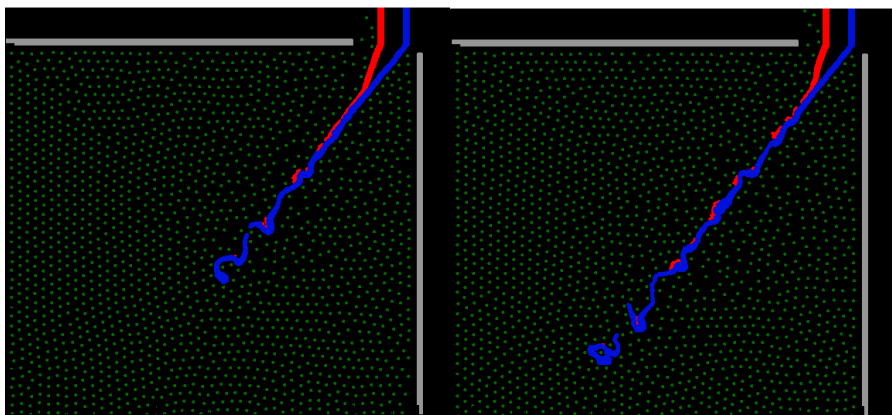


그림 21. 미립화된 연료/산화제 파티클



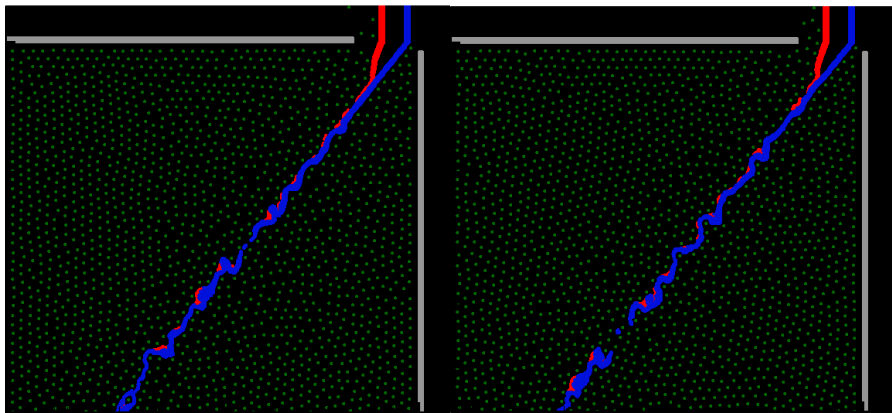
(a) 초기형상

(b) 0.5ms



(c) 1.0ms

(d) 1.5ms



(e) 2.0ms

(f) 2.5ms

그림 22. 시간에 따른 스프레이 형상 ($We_i = 939, We_o = 385$ case)

5.3 분열길이

액체-액체 동축형 스월 인젝터 시뮬레이션의 분열길이에 대한 측정 결과를 그림 23., 그림 24., 그림 25. 에 그래프로 나타내어 보았다. 그림 23.에는 외부 인젝터 We 수 변화에 따른 분열길이의 변화를 내부 인젝터 We 수 case별로 나타내었고 그림 24. 에는 내부 인젝터 We 수 변화에 따른 분열길이의 변화를 외부 인젝터 We 수 case별로 나타내었다.

그림 23.에서 확인할 수 있듯이 내부 인젝터의 We 수가 커짐에 따라 혼합제트의 분열길이가 확연히 작아짐을 볼 수 있었다. 반면 그림 24.을 보면 분열길이가 외부 인젝터의 We 수에는 그렇게 큰 영향을 받지 않음을 확인할 수 있다. 그리고 그림 23.과 그림 24. 모두에서 실선은 실제 실험에서 측정된 분열길이의 값을 나타내고 점선은 본 연구를 통한 시뮬레이션에서의 분열길이 값을 나타내는데 전체적으로 시뮬레이션을 통해 실제 실험의 결과를 잘 모사해내었다고 판단된다.

그림 24.에서 가장 위의 두선은 단일 인젝터에서의 실험값과 시뮬레이션 값을 나타내는데 단일 인젝터에서는 초기 섭동의 유무에 의하여 실험값과 시뮬레이션 값이 약 15% 정도의 오차 값을 갖게 되지만 연료와 산화제 인젝터가 모두 사용되는 동축형 스월 인젝터에서는 초기 섭동 존재 유무의 효과를 미미하게 만들만한 큰 충격이 초기에 두 제트의 충돌로 인해 발생하기 때문에 실험값과 시뮬레이션 값이 서로 비슷한 결과를 나타내는 것으로 판단된다.

인젝터에서의 분무특성은 대기압에 따라 큰 영향을 받는다고 보고된 바 있다.[19] 본 연구에서는 대기압이 분열길이에 미치는 효과를 알아보기 위해 시뮬레이션을 수행하였으며 이를 그림 25.에 나타내

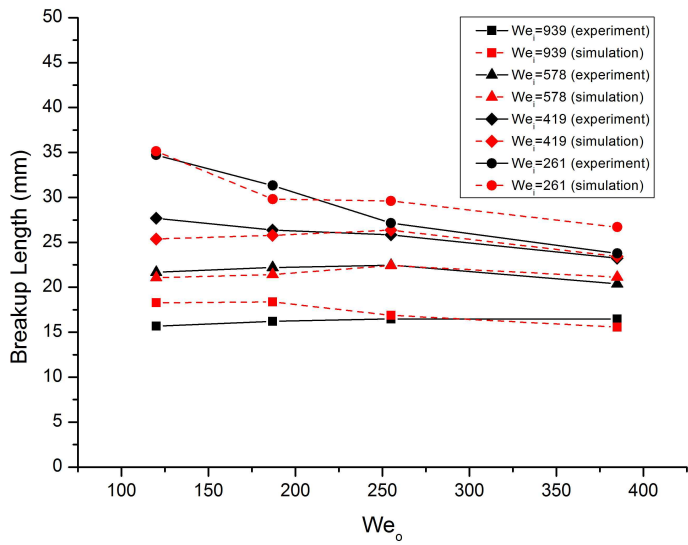


그림 23. We_o 변화에 따른 분열길이의 변화

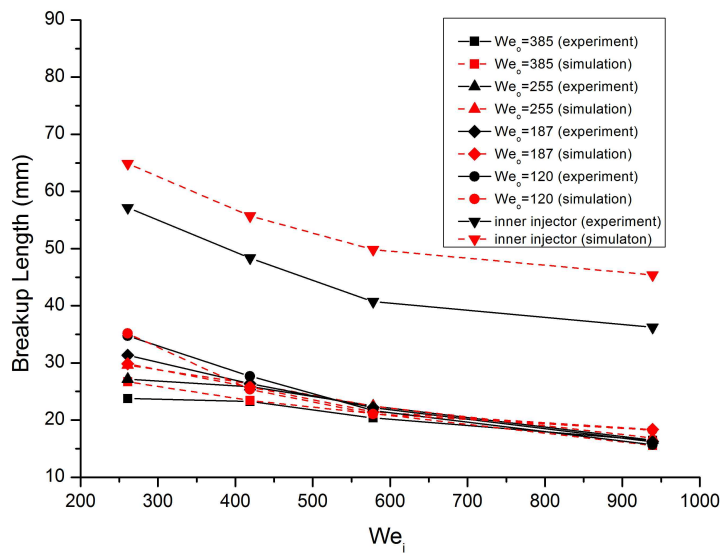


그림 24. We_i 변화에 따른 분열길이의 변화

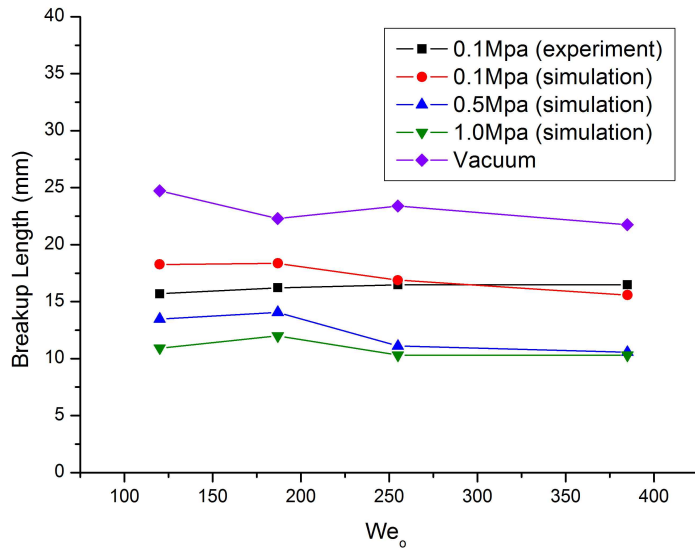


그림 25. 대기압 변화에 따른 분열길이의 변화

었다. 외부 인젝터 We 수 변화에 따른 분열길이의 변화를 대기압 case별로 나타내었는데 여기서 내부 인젝터의 We 수는 939로 고정시켰다.

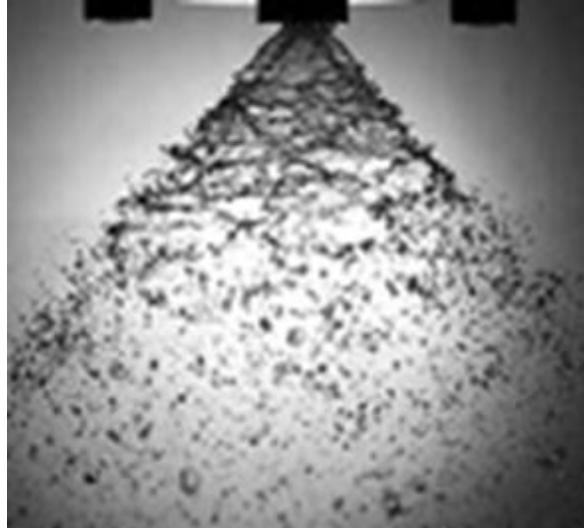
그래프에서 확인할 수 있듯이 대기압이 증가함에 따라 분열길이가 매우 작아짐을 확인할 수 있는데 특히 1.0Mpa 즉 10bar에서는 거의 내부 인젝터와 외부 인젝터의 액체제트가 서로 충돌하자마자 분열되는 모습을 보였다. 또한 진공상태와 0.1Mpa의 case를 비교해보면 진공상태에서 0.1Mpa 상태에 비해 상당히 긴 분열길이를 갖음이 확인되었는데 이를 통해 분열길이가 대기압의 영향을 받으며 정성적으로 시뮬레이션을 통해 기체와 액체제트간의 상호작용이 잘 구현되고 있음을 다시 한 번 확인할 수 있었다.

5.4 3D 결과

인젝터 시뮬레이션의 마지막 결과로서 3차원 스프레이 형상을 그림 26. (b)와 같이 도출하였고 실제실험 스프레이 이미지와의 비교를 수행하였다.

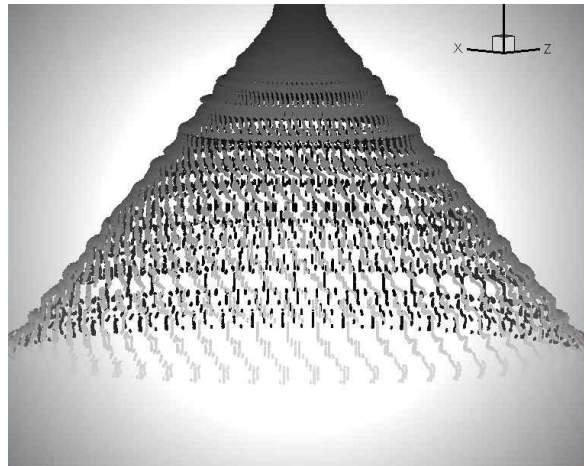
본 연구에서는 3차원 시뮬레이션을 직접 수행하지 않았기 때문에 4.1절에서 설명한 축대칭 가정과 그림 21.와 같은 혼합제트의 미립화 정도를 조건으로서 이용하여 3차원 스프레이 형상을 도출하였다.

실제실험 결과와 비교해 보았을 때 정성적으로 상당히 비슷한 스프레이 형상을 보임을 확인할 수 있다.



(a) 실제실험 스프레이 형상[13]

$We_i = 419, We_0 = 385$ case



(b) 시뮬레이션 3D 스프레이 형상

$We_i = 419, We_0 = 385$ case

그림 26. 실제실험 스프레이 형상과 시뮬레이션 3D 스프레이 형상의 비교

제 6 장 결론

본 연구의 목표는 미립화 현상과 복잡한 경계면의 변화를 주요 현상으로 하는 인젝터에서의 분무현상을 기존의 메쉬 기반의 수치기법이 아닌 파티클 기반의 SPH 기법을 적용하여 수치적으로 해석해보고자 하는 것이었으며 다음과 같은 성과와 결론을 얻을 수 있었다.

- 1) 액체-액체 동축형 스월 인젝터 해석을 위한 SPH 코드를 기본부터 구축하였으며 검증문제를 통해 타당성을 보였다.
- 2) 단일 스월 인젝터 실험에서는 sinusoidal 불안정성 형상이 확인되었으며 이는 이론적 예측 형상과 매우 잘 부합되는 결과였다.
- 3) 단일 스월 인젝터에서의 분열길이 측정 결과 실험값과 시뮬레이션 값이 약 15%의 오차를 가졌으며 이는 실험조건과 시뮬레이션 조건에서의 초기 섭동의 존재 유무에 따른 것으로 판단된다.
- 4) 액체-액체 동축형 스월 인젝터의 경우 산화제와 연료 제트의 충돌로 인한 매우 큰 충격의 생성으로 인해 초기 섭동의 존재 효과가 미미해졌고 결과적으로 실험값과 시뮬레이션 값이 잘 일치함을 확인할 수 있었다.
- 5) 단일 스월 인젝터와 동축형 스월 인젝터의 실험결과를 통해 구축된 SPH 코드로 액체제트와 공기간의 상호작용을 잘 모사할 수 있음을 확인하였다.
- 6) 동축형 스월 인젝터의 분열길이는 전체적으로 We 수가 커질수록 짧아짐을 확인하였고 외부 인젝터보다는 내부 인젝터의 We 수에 더 큰 영향을 받음이 확인 되었다.
- 7) 대기 가스 압력이 상승함에 따라 분열길이는 짧아짐을 확인할

수 있었고 진공상태일때는 분열길이 길어짐을 확인할 수 있었다.

8) 축 대칭 가정과 미립화 정도를 이용하여 3차원 스프레이 형상을 도출하였으며 실제실험의 스프레이 형상과 정성적 비교를 진행하였다.

참고문헌

- [1] R. Lebas, T. Menard, P. A. Beau, A. Berlemont and F.X. Demoulin, "Numerical simulation of primary break-up and atomization: DNS and modelling study," *International Journal of Multiphase Flow*, 35, pp. 247-260, 2009.
- [2] T. Menard, S. Tanguy and A. Berlemont, "Coupling level set/VOF/ghost fluid methods: Validation and application to 3D simulation of the primary break-up of a liquid jet," *International Journal of Multiphase Flow*, 33, pp.510-524, 2007.
- [3] D. Fuster, A. Bague, T. Boeck, L. L. Moyne, A. Leboissetier, S. Popinet, P. Ray, R. Scardovelli and S. Zaleski, "Simulation of primary atomization with an octree adaptive mesh refinement and VOF method," *International Journal of Multiphase Flow*, 35, pp.550-565, 2009.
- [4] G.R. Liu and M.B. Liu, *Smoothed Particle Hydrodynamics a meshfree particle method*, World Scientific, New Jersey, pp. 42-46, 125-127, 2003.
- [5] J.J. Monaghan, "Simulating Free Surface Flows with SPH," *Journal of Computational Physics*, 110, pp.399-406, 1992.
- [6] J.K. Chen and J.E Beraun, "A generalized smoothed particle hydrodynamics for nonlinear dynamic problems," *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, 190,

pp.225–239, 2000.

- [7] J. Bonet and T.S.L. Lok, "Variational and momentum preservation aspects of smoothed particle hydrodynamics formulations," *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, 180, pp.97–115, 1999.
- [8] J. Fang, A. Parriaux, M. Rentschler and C. Ancey, "Improved SPH methods for simulating free surface flows of viscous fluids," *Applied Numerical Mathematics*, 59, pp.251–271, 2008.
- [9] S. Nugent and H.A. Posch, "Liquid drops and surface tension with smoothed particle applied mechanics," *Physical Review E*, 62, 2000.
- [10] J.P. Morris, "simulating surface tension with smoothed particle hydrodynamics," *International Journal for Numerical Methods in Fluids*, 33, pp.333–353, 2000.
- [11] J.U Brackbill, D.B. Kothe and C. Zemach, "A continuum method for modeling surface tension," *Journal of Computational Physics*, 100, pp.335–354, 1992.
- [12] D.J. Price, "Modelling discontinuities and Kelvin–Helmholtz instabilities in SPH," *Journal of Computational Physics*, 227, pp.10040–10057, 2008.
- [13] D.J. Kim, P.G. Han, J.H. Im, Y.B. Yoon and V.G. Bazarov, "Effect of Recess on the Spray Characteristics of Liquid–Liquid Swirl Coaxial Injectors," *Journal of Propulsion and Power*, 23, pp.1194–1203, 2007.

- [14] D.J. Kim, J.H. Im, H.S. Koh and Y.B. Yoon, "Effect of Ambient Gas Density on Spray Characteristics of Swirling Liquid Sheets," *Journal of Propulsion and Power*, 23, pp.603-611, 2007.
- [15] V.A. Borodin, Y.F. Dityakin, L.A. Klyachko and V.I. Tagodkin, "Atomization of Liquids," *Air Force Foreign Technology Division Report*, FTD-MT-24-97-68(AD685151), 1968.
- [16] H.B. Squire, "Investigation of the Instability of a moving liquid film," *British Journal of Applied Physics*, 4, pp.167-169, 1953.
- [17] N. Dombrowski and P.C. Hooper, "The effect of ambient density on drop formation in sprays," *Chemical Engineering Science*, 17, pp.291-305, 1962.
- [18] M. Suyari and A.H. Lefebvre, "Film thickness measurements in a simplex swirl atomizer," *Journal of Propulsion and Power*, 2, pp.528-533, 1986.
- [19] W.S. Seol, Y.M. Han, M.S. Yoon, D.S. Lee and V.I. Tagodkin, "A visualization study of dual spray interaction of a dual-orifice fuel injector at low pressure drop," *Journal of Flow Visualization & Image Processing*, 5, pp.41-50, 1998.

Abstract

In aircraft and rocket engines, fuel and oxidizer are injected as liquid jets and become atomized. The jet atomization is important since it strongly influences combustion efficiency and combustion instability. However, atomization of liquid jet is a physical phenomenon which is too complex to understand through the experiment alone. The state-of-the-art numerical methods can provide additional information about the complex jet atomization problem.

Most jet spray and atomization simulations are done with Eulerian approach which has inherent disadvantage in representing jet breakups and droplets. A more phenomenologically natural method which is based on the full Lagrangian particles called SPH is used in this work.

We develop the SPH code and perform validations that confirm the suitability of our SPH method for simulating liquid jet atomization problem. After that, we conduct the simulation about liquid-liquid swirl coaxial injector which is one of the famous liquid rocket injector. All results are compared with real experiment about the injector.

Keywords : Liquid-liquid swirl coaxial injector, Atomization, SPH,
Particle method, Numerical simulation

Student Number : 2011-20695